

N° d'ordre /2009/

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITE DE BATNA  
FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR  
DEPARTEMENT DE MECANIQUE

MEMOIRE PRESENTE POUR L'OBTENTION DU DIPLOME DE

**MAGISTERE**

En Mécanique

Option : CONSTRUCTION MECANIQUE

Par

**AOUICHE DJAMEL**

---

Etude de l'effet du couplage entre les déformations de l'outil de coupe  
et de la pièce usinée sur la stabilité de l'opération de tournage

---

<b>Dr. T. OUTTAS</b>	Pr. Université HADJ LAKHDAR, Batna	<b>Président</b>
<b>Dr. B. BENMOHAMMED</b>	M.C. Université HADJ LAKHDAR, Batna	<b>Rapporteur</b>
<b>Dr. M. ASSAS</b>	M.C. Université HADJ LAKHDAR, Batna	<b>Examineur</b>
<b>Dr. A. BOUCHELAGHEM</b>	M.C. Université de Annaba	<b>Examineur</b>

Année universitaire 2008/2009

# Dédicaces

Je dédie cet événement marquant de ma vie à la mémoire de mon père disparu trop tôt. J'espère que, du monde qui est le sien maintenant, il apprécie cet humble geste comme preuve de reconnaissance de la part d'un fils qui a toujours prié pour le salut de son âme. Puisse Dieu, le tout puissant, l'avoir en sa sainte miséricorde.

**À mon Père.**

A celle qui a attendu avec patience les fruits de sa bonne éducation,...

**À ma Mère.**

# Remerciements

Mes remerciements particuliers s'adressent à mon encadreur Dr BENMOHAMMED BRAHIM, maître de conférences à l'université de Batna, pour sa patience le long de ce parcours durant lequel il n'a pas cessé de me porter toute aide nécessaire.

Mes remerciements s'adressent aux honorables, président de jury Dr T.OUTAS Professeur à l'université de Batna et membres de jury par ordre alphabétique Dr A.MEKKI, maître de conférences, Université de Batna. Dr A.BOUCHELAGHEM, maître de conférences, Université de Annaba. Dr M.HAMOUDI, maître de conférences, Université de Batna autant que examinateurs. Pour leurs rapports critiques.

Mes remerciements particuliers s'adressent aux Dr B.MOURAD, maître de conférences à l'université de Batna, autant que responsable de la post-graduation qui a tout fait pour que notre formation se passe dans les meilleures conditions. Sans oublier les enseignants de la faculté des sciences de l'ingénieur qui ont assuré notre formation.

# TABLE DES MATIERES

Nomenclature .....	(1)
Introduction générale.....	(3)

## CHAPITRE I

### ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE DES DIFFERENTES MODELISATIONS DYNAMIQUES EXISTANT EN TOURNAGE

I- Introduction.....	(6)
II- Type de vibrations en usinage.....	(6)
II.1 Vibrations libre ou transitoire .....	(6)
II.2 Vibrations Forcés .....	(8)
II.3 Vibrations auto entretenu.....	(9)
III- Etude bibliographique des modèles dynamiques en usinage.....	(10)
IV- Modélisations des vibrations régénératives .....	(12)
IV.1- Études dégageant un critère de stabilité.....	(14)
IV.1.1- Modélisation analytique .....	(14)
IV.1.2- Analyse des équations différentielles.....	(17)
IV.1.2.1- Théorie de Floquet.....	(17)
IV.1.2.2- Application en usinage .....	(18)
IV.2- Simulation Temporelle .....	(22)
IV.2.1- méthodes sans génération explicite de la surface usinée .....	(22)
IV.2.2- Travaux dédiés à la génération de la surface usinée .....	(24)
IV.2.3- Travaux dédiés aux pièces aux parois minces .....	(25)
IV.3- Bilan des différentes approches .....	(28)
V- Méthodes expérimentales de détection de l'instabilité.....	(29)
V.1- Moyens de mesure.....	(29)

V .2- Critères de détection .....	(30)
V.3- Bilan.....	(31)
VI- Conclusion.....	(31)

## CHAPITRE II

### MODELISATION ET SIMULATION DU BROUITEMENT POUR LE CAS DU TOURNAGE EN REGIME DYNAMIQUE (CAS DU MODELE 1DDL)

I – Introduction .....	(33)
II - Modèle dynamique : .....	(34)
III-Calcul de la force statique dans le sens des avances.....	(34)
IV- Calcul de la force dynamique dans le sens des avances.....	(35)
IV.1- L’effet de la régénération de la surface.....	(35)
IV.2-Expression de la force dynamique dans le sens des avances .....	(37)
V- Equation du mouvement en tenant compte de l’effet de régénération de la surface.....	(38)
V.I- Etude de la stabilité du système usinant.....	(39)
V.I.1- Etude de la stabilité du système par la méthode de Nyquist.....	(39)
VI.2 - Méthode analytique (pièce flexible /outil suffisamment rigide) .....	(42)
VII - Tracer des lobes de stabilité .....	(48)
VII .1- Application.....	(49)
VIII - Conclusion .....	(55)

## CHAPITRE III

### MODELISATION ET SIMULATION DU COUPLAGE ENTRE LES DEFORMATIONS DE L’OUTIL ET DE LA PIECE EN TOURNAGE

I- introduction : .....	(57)
II- Equation du mouvement .....	(57)
III - Conclusion.....	(64)

## CHAPITRE IV

### RESULTATS DE SIMULATION EN CONSIDERANT LE COUPLAGE EN UTILISANT UNE APPLICATION DEVELOPPEE SOUS DELPHI

I- Introduction.....	(65)
----------------------	------

II - Détermination des paramètres dynamiques de coupe de l'outil et de pièce .....	(65)
II.1 - Calcul des paramètres dynamiques de l'outil.....	(66)
II.2 - Calcul des paramètres dynamiques de la pièce.....	(62)
III – Méthodologie de tracer les lobes de stabilité .....	(68)
IV – Résultats de simulation.....	(71)
V- Conclusion .....	(76)
Conclusion générale et perspective.....	(77)

## ANNEXES

Annexe A .....	(79)
Annexe B .....	(81)
Annexe C (présentation de DELPHI) .....	(83)
Références bibliographiques.....	(88)

# Nomenclature

---

$F_C$ : Force de coupe [N]

$K_C$ : Pression spécifique de coupe dans la direction de la vitesse de coupe [ $N/m^2$ ]

$K_f$ : Pression spécifique de coupe dans la direction de l'avance [ $N/m^2$ ]

$b$ : Largeur de coupe ou profondeur de passe [m]

$h_t$ : Epaisseur de coupe instantanée [m]

$h_0$ : Epaisseur de coupe nominale [m]

$\omega_n = \omega_0$ : Fréquence propre [Hz]

$\omega_c$ : Fréquence critique [Hz]

$\tau$ : Retard ou période [s]

$N$ : Vitesse de rotation [tour/min]

$G_s$ : Fonction de transfert de la machine – outil

$R$ : Partie réelle de la fonction de transfert ( $G_s$ )

$Im$ : Partie imaginaire de la fonction de transfert ( $G_s$ )

$x(t)$ : Déplacement [m]

$X(s)$ : Laplacien de  $X(t)$

$m_1$  : Masse de l'outil [kg]

$m_2$  : Masse de la pièce [kg]

$k_1$  : Raideur de l'outil [N/m]

$k_2$  : Raideur de la pièce [N/m]

$\xi_1$ : Taux d'amortissement de l'outil

$\xi_2$ : Taux d'amortissement de la pièce

$I$  : le moment d'inertie de la pièce usinée [ $Kg \cdot m^2$ ]

$L$  : Longueur libre de la pièce [m]

$P$  : La masse volumique de la pièce usinée [ $Kg/m^3$ ]

$A$  : Section de la pièce usinée [ $m^2$ ]

## Nomenclature

---

$E$  : Le module de Young du matériau de la pièce usinée [ $\text{Kg/m}^2$ ]

$h_1$  : Partie réelle de l'inverse de la fonction de transfert de l'outil flexible

$h_2$  : Partie réelle de l'inverse de la fonction de transfert de la pièce flexible

$g_1$  : Partie imaginaire de l'inverse de la fonction de transfert de l'outil flexible

$g_2$  : Partie imaginaire de l'inverse de la fonction de transfert de la pièce flexible



# INTRODUCTION GENERALE

---

## Introduction

---

La mise en place de machines-outils performantes, les progrès dans la conception et dans la réalisation des outils coupants, ainsi que l'utilisation de la CFAO dans les entreprises ont permis à l'usinage par outils coupants de rester un moyen de mise en œuvre très compétitif. Le développement récent de l'usinage à grande vitesse continue à améliorer la productivité de ce procédé. L'utilisation de cette technologie permet notamment d'usiner des pièces très minces avec une rentabilité élevée.

Cependant, l'usinage des pièces de plus en plus minces couplées à l'utilisation de vitesses de rotation élevées favorisent le développement de phénomènes vibratoires complexes. Ces phénomènes sont désignés sous le nom de vibrations auto-entretenues ou encore le broutement. Pour certaines combinaisons de vitesses de rotation et de profondeurs de passe, de grandes vibrations se mettent alors en place. Elles provoquent une importante dégradation de la surface usinée et accélèrent la détérioration de l'outil coupant et de la broche de la machine-outil. Ces phénomènes sont très problématiques, notamment sur les pièces à forte valeur ajoutée ou à forte criticité. Ces vibrations entraînent alors des rebuts, des non-conformités et une baisse de la productivité pour l'industrie.

L'analyse détaillée de ces phénomènes a suscité de nombreux travaux scientifiques depuis 1950. Les études sur ce domaine ont permis d'identifier les causes fondamentales liées à l'apparition du broutement. Les travaux théoriques proposent des modèles assez aboutis en étudiant notamment : le passage à l'instabilité, synonyme du broutement, les efforts de coupe, l'amplitude des vibrations,...etc. Ces approches dégagent l'existence de profondeur de passe axiale et de vitesse de rotation de la broche, permettant de réduire l'impact du broutement. De plus, de nombreuses solutions pour la réduction des vibrations ont été publiées.

Cependant, ces nombreux travaux ne sont que très peu appliqués pour les pièces complexes, notamment les pièces à parois minces ; car les modélisations rencontrent encore des difficultés pour intégrer quelques phénomènes importants. Les modèles dynamiques des systèmes usinant diffèrent d'une machine à une autre, selon les caractéristiques dynamiques des matériaux constituant la machine-outil et la pièce usinée. De nombreuses recherches sont focalisées sur le cas où la pièce est considérée suffisamment flexible et l'outil suffisamment rigide, qui n'est pas toujours le cas. Pour cela les travaux de recherche qu'on a envisagée

# Introduction

---

reposent sur l'étude de l'effet du couplage entre les déformations de l'outil de coupe et de la pièce, sur l'instabilité du processus de coupe qui est un sujet d'actualité.

L'analyse de la stabilité de l'usinage se fait en tournage, ou bien en fraisage.

Dans notre étude on va s'intéresser à l'opération du tournage, et pour explorer ce procédé on a deux voies :

1- Expérimentale : avec tous ses inconvénients (matériel très coûteux, mesure des paramètres dynamiques pour chaque machine conçue, ainsi que la mesure des efforts de coupe et du temps nécessaire).

2- Par simulation : son principe repose sur la prédiction des résultats, sans passer par les moyens lourds et coûteux de l'expérimentation d'où l'intérêt de cette méthode par rapport à la première.

Donc, le but final de ce mémoire de magistère est de fournir un moyen pratique de simulation pour l'obtention des lobes de stabilité pour différentes configurations d'usinage (cas du tournage) en prenant en compte l'effet du couplage des modes vibratoires, qui n'a été abordé que récemment.

Dans le but de répondre à cet objectif, cette étude est structurée en quatre chapitres :

Le premier chapitre est dédié à l'étude bibliographique sur les différents modèles dynamiques existant en tournage, on a cité aussi les différentes méthodes utilisées pour l'étude de ce phénomène de broutement.

Dans le deuxième chapitre, on a fait l'étude de la stabilité d'un système d'usinage où seule l'élasticité de l'outil ou de la pièce est prise en compte, en utilisant pour la simulation le logiciel DELPHI.

Ce travail a été abordé pour valider les résultats de simulation obtenus par les ingénieurs LACHKHAB.H et FERHAT.M [38]; pour deux configurations d'usinage outil rigide / pièce flexible et vice versa.

Le but de ce deuxième chapitre est de comparer par suite leurs résultats de simulation avec notre cas d'étude du couplage des modes vibratoires.

Dans le troisième chapitre, on a développé un modèle dynamique en terme d'équations qui gouvernent le mouvement pièce-outil couplé et par la suite, on a détaillé comment obtenir les

## Introduction

---

critères de stabilité (profondeur de coupe limite et vitesse de rotation limite ou tolérée), en étudiant la fonction de transfert et en utilisant la méthode analytique.

Finalemment pour valider le modèle mathématique qu'on a développé, on a présenté dans le 4<sup>em</sup> chapitre les résultats de simulation sous forme de lobes de stabilités en utilisant le logiciel Delphi.

La vérification du modèle développé a été réalisée en prenant plusieurs configurations d'usinage. On a aussi vérifié notre modèle pour le cas où seule l'élasticité de la pièce usinée est prise en considération, en donnant une valeur très élevée à la raideur de l'outil.

Par la suite, une conclusion générale est donnée en se basant sur l'apport de cette nouvelle modélisation comparée à la représentation simplifiée, qui est reconnue depuis longtemps dans le domaine de la dynamique de coupe.

Des perspectives à notre travail de recherche sont aussi données à la fin de ce rapport de magistère.

CHAPITRE I : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE  
DES DIFFERENTES MODELISATIONS  
DYNAMIQUES EXISTANT EN TOUTNAGE

---

## I- Introduction :

En 1907 Taylor [1] a remarqué le phénomène du broutement, qui affecte de façon radicale la qualité des surfaces réalisées sur les machines outils, par enlèvement de la matière (usinage). Depuis les tentatives d'expliquer ce phénomène n'ont pas cessé pour le maîtriser et surtout avec l'utilisation des machines-outils pour l'usinage à grande vitesse (UGV).

La question principale est qu'elle est la source de ce phénomène et comment le maîtriser ?

Ce chapitre est abordé dans le but d'essayer de trouver une réponse à cette question.

## II- Types de vibrations en usinage

Les vibrations en usinage ont une influence majeure sur la qualité des pièces usinées, surtout lorsque il s'agit de pièces qui nécessitent une certaine précision, comme dans le cas pour la réalisation des blocs moteurs, l'usinage des moules et des matrices, pales d'hélices des turbines... etc.

Sans oublier l'influence des vibrations sur la durée de vie des outils de coupe et sur les composants de la machine outil et aussi sur la consommation de l'énergie.

Pour cela de nombreuses recherches sont focalisées sur ce sujet, dans le but de comprendre le phénomène vibratoire et voir même pour le supprimer.

On peut distinguer trois catégories de vibrations en usinage:

### II.1- Vibrations libres ou transitoires :

Ce sont des vibrations résultant des impulsions transférées à la structure de la machine-outil par le biais de sa fondation, ou de l'engagement initial des outils dans la matière ou bien d'un défaut dans la structure des matériaux usinés (Fig. I.1).

La structure de la machine-outil est déviée et elle va osciller dans ces modes vibratoires jusqu'à sa stabilisation via l'amortissement de la machine-outil.

Par exemple prenant le cas d'une opération de tournage d'un matériau qui présente un défaut structural (présence d'une cavité dans la pièce usinée), (Fig. I.1).

On peut assimiler dans un premier temps que l'outil peut être simplifié et modélisé par un système masse-ressort-amortisseur à un seul degré de liberté (1ddl).

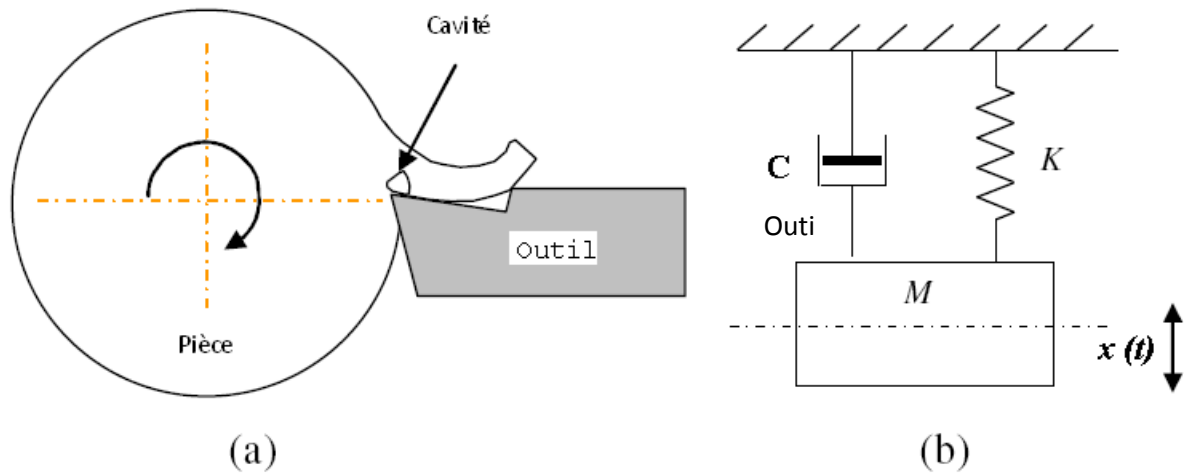


Fig. (I.1) : vibrations libres de l'outil, [2].

D'après la Fig. (I.1), l'équation du mouvement s'écrit sous la forme :

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = 0 \quad (\text{I.1})$$

En divisant l'équation (I.1) par la masse  $M$ , le système devient :

$$\ddot{x} + \frac{C}{M}\dot{x} + \frac{K}{M}x = 0 \quad (\text{I-2})$$

Avec les conditions initiales suivantes :

$$\begin{cases} x(0) = x_0 \\ \dot{x}(0) = \dot{x}_0 \end{cases}$$

La solution générale du système est donnée par :

$$x(t) = Be^{\alpha t} \quad (\text{I-3})$$

Où :

$B$ : L'amplitude

$\alpha$  : Solution de l'équation homogène

En substituant la valeur de  $x(t)$  dans l'équation (I.2) on obtient :

$$\alpha^2 + \frac{C}{M}\alpha + \frac{K}{M} = 0 \quad (\text{I-4})$$

En résolvant cette équation, on obtient la racine suivante :

$$\alpha_{1,2} = -\frac{c}{2M} \mp \sqrt{\left(\frac{c}{2M}\right)^2 - \frac{K}{M}} \quad (\text{I-5})$$

La forme standard de l'équation du mouvement, en introduisant la notion du taux d'amortissement ( $\xi$ ) et la fréquence naturelle ( $\omega_n$ ), avec :

$$2\xi\omega_n = \frac{c}{M} \quad \text{et} \quad \frac{M}{K} = \frac{1}{\omega_n^2}$$

L'équation (I.2) devient :

$$\frac{1}{\omega_n^2} x'' + 2\xi\omega_n x' + x = 0 \quad (\text{I-6})$$

Avec cette nouvelle écriture la solution devient :

$$\alpha_{1,2} = -\xi\omega_n \pm \omega_n\sqrt{(\xi^2 - 1)} \quad (\text{I-7})$$

La solution générale de l'équation sera donnée par :

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} (C_1 e^{\omega_n\sqrt{\xi^2-1}t} + C_2 e^{-\omega_n\sqrt{\xi^2-1}t}) \quad (\text{I-8})$$

Où :  $C_1$  et  $C_2$  qui sont des constantes.

## II.2- Vibrations Forcées :

Elles résultent des forces appliquées au système ; et selon la source de ces forces on peut les classer en deux grandes familles :

- Sources externes :

Comme dans le cas des vibrations sismiques transmises à la machine par le biais de sa fondation. Les sources de ses vibrations peuvent être dues à des machines situées à proximité de celle-ci. On peut remédier à sa par une bonne isolation des fondations de la machine.

- Sources internes :

Qui sont dus à des forces d'inertie créées par des masses en rotation, (Fig. I.2).



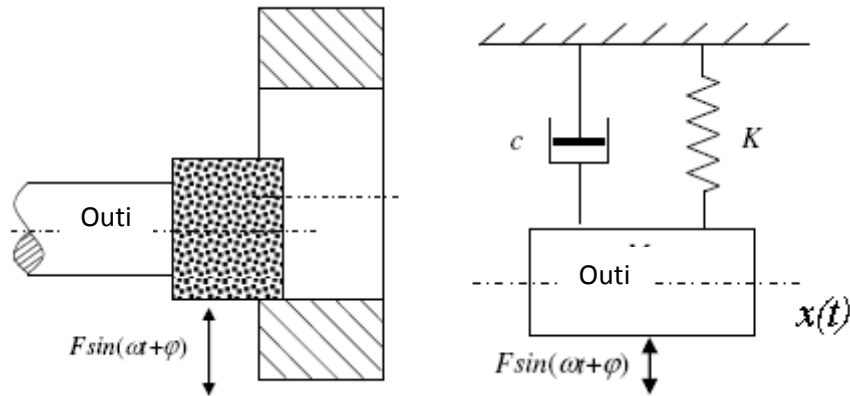


Fig. (I.2) vibrations Forcées, [2].

Pour le cas des vibrations forcées l'équation du mouvement est donnée sous la forme :

$$\frac{1}{\omega_n^2} x'' + 2\xi\omega_n \dot{x} + x = \frac{F}{M} \sin(\omega_n t + \varphi) \quad (I-9)$$

Où :

$\varphi$  : est le déphasage

La solution particulière de cette équation est donnée par la relation :

$$x_p(t) = \frac{F}{[(\omega_n^2 - \omega^2) + (2\xi\omega\omega_n)^2]} [-2\xi\omega\omega_n \cos(\omega_n t + \varphi) + (\omega_n^2 - \omega^2) \sin(\omega_n t + \varphi)] \quad (I-10)$$

Sous forme condensée, elle s'écrit :

$$x_p(t) = A \sin(\omega_n t + \varphi) \quad (I-11)$$

L'amplitude A est donnée par la formule :

$$A = \frac{F}{[(\omega_n^2 - \omega^2) + (2\xi\omega\omega_n)^2]} \quad (I-12)$$

Le déphasage ( $\varphi$ ) entre la force d'excitation et la réponse est donné par :

$$\varphi = \text{Tan}^{-1} \left( \frac{2\xi\omega\omega_n}{\omega_n^2 - \omega^2} \right) \quad (I-13)$$

### II.3- Vibrations auto-entretenues :

Contrairement aux vibrations forcées, les vibrations auto-entretenues sont propres aux opérations d'usinage par enlèvement de la matière. Ces vibrations entre l'outil et la pièce sont la cause du broutement "chatter en anglais". Ce phénomène est très néfaste pour l'usinage, car il dégrade fortement l'état de surface en générant des stries sur la pièce. Les conséquences des vibrations auto-entretenues, sur une surface usinée, sont illustrées sur la Fig. I.3. Ce phénomène augmente également la dégradation de l'outil coupant et de la broche de la machine, tout en générant parfois beaucoup de bruit.

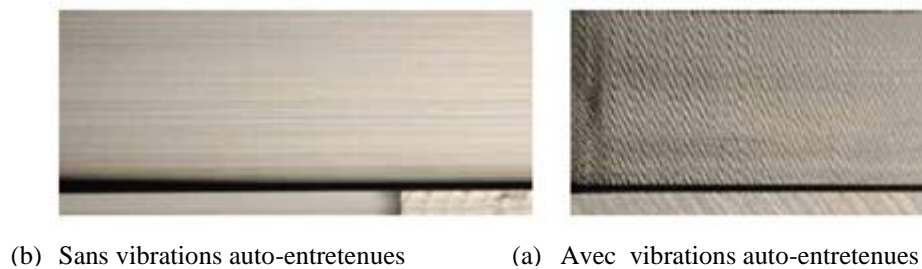


Fig. (I.3) — Détails d'une surface usinée avec et sans broutement, [10]

Les vibrations auto-entretenues ne se limitent pas au seul cas du fraisage. On les retrouve également en tournage, en perçage, en alésage et en rectification. Les causes du broutement sont longtemps restées incompréhensibles. Aujourd'hui, encore en pratique, il est parfois difficile de déterminer exactement ses causes.

### III- Etude bibliographique des modèles dynamiques en usinage :

Dès le début du (19<sup>ème</sup>) siècle, F. TAYLOR [1] décrit le broutement comme, " le problème le plus obscur et le plus délicat problème rencontré en usinage. Par la suite, de nombreux chercheurs ont développé différentes approches permettant d'expliquer le phénomène de broutement.

Une des premières raisons a été avancée dès 1948 par R.N. ARNOLD, [3]. Il conclut que la présence d'un amortissement négatif, tendant à déstabiliser le système d'usinage, est la cause principale du broutement. Cependant, cette approche dynamique considérant les efforts dépendant de la vitesse de vibration ne permettait pas toujours d'expliquer le broutement.

Par la suite, S.A. TOBIAS [4] présente une des principales causes du broutement : la régénération de la surface. Cette théorie, se basant sur le constat que de nombreuses opérations d'usinage correspondent à des passes successives de l'outil sur une trace précédemment réalisée a été largement reprise depuis par J. TLUSTY, [5].

Une autre approche présentée par N.H. COOK, [6] basée sur la formation du copeau, voit le broutement comme un phénomène de friction intrinsèque à la coupe. Il peut alors être produit par le

frottement non-linéaire, entre la face de coupe de l'outil et la pièce. D'autres auteurs tels que R.L. KEEG, [7] ont également montré l'effet du frottement entre la face de dépouille de l'outil et la pièce. Cette approche de talonnage "process damping" permet également d'expliquer la stabilité de la coupe pour de faibles vitesses de coupe.

Enfin, les effets thermomécaniques liés à la coupe, tels que les déformations plastiques peuvent être une cause mineure du broutement d'après les travaux de W.F HASTING, [8].

J.TLUSTY, [9] explique également les vibrations auto-entretenues par le phénomène de couplage entre deux modes propres orthogonaux. Ce couplage engendre un mouvement elliptique de l'outil sous les efforts de coupe, provoquant ainsi une variation de l'épaisseur de copeau et donc une variation des efforts de coupe, (Fig. I.4).

Cette variation d'effort entretient alors le mouvement vibratoire de l'outil, malgré l'amortissement. Ce phénomène non régénératif intervient après la régénération de la surface et il n'est pas la cause première de l'instabilité. De plus, il faut noter qu'il n'intervient plus pour un système à un seul degré de liberté (1ddl).

Pour conclure, les causes du broutement peuvent être expliquées par quatre mécanismes différents, classés par ordre d'importance :

- ✓ la régénération de la surface,
- ✓ la friction entre l'outil et la pièce,
- ✓ le couplage des modes (Fig. I.4),
- ✓ les effets thermomécaniques liés à la formation du copeau.

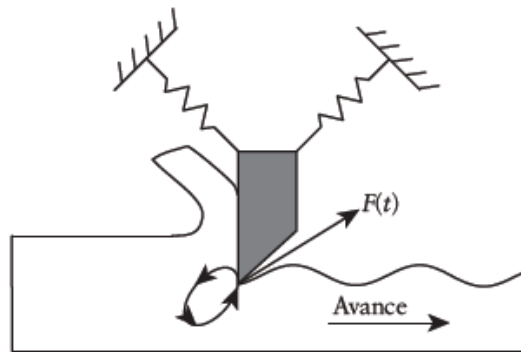


Fig. (I.4) — Phénomène de couplage des modes, [10].

#### IV- Modélisation des vibrations régénératives :

Un consensus au sein de la communauté scientifique place la régénération de la surface comme la principale cause des vibrations auto-entretenues, entraînant ainsi le broutement.

Sous l'effet de différents paramètres (entrée dans la matière, hétérogénéité de la matière,... etc.), les conditions d'engagement de l'outil varient en induisant une variation des efforts de coupe. Ces efforts provoquent alors un mouvement vibratoire de l'outil, impliquant une première ondulation de la surface usinée. Lorsque la dent suivante repasse sur cette surface ondulée, l'épaisseur nominale de copeau est variable. Cette nouvelle variation de l'effort de coupe va de nouveau entraîner un mouvement vibratoire de l'outil, impliquant une nouvelle surface ondulée, (Fig. I.5). Ce phénomène est la source de la régénération des vibrations (vibrations auto-entretenus).

En pratique, il y a deux évolutions possibles pour l'amplitude des vibrations. Si le déphasage entre l'ondulation de la surface précédente et le mouvement actuel de l'outil est faible, la section de copeau varie peu au cours de l'usinage. Dans ce cas, le système subit d'avantage des vibrations forcées, ayant en pratique peu de conséquences sur la surface usinée. C'est notamment ce régime de coupe qui est souvent choisi pour limiter les conséquences des vibrations auto-entretenues. En fraisage, les vibrations forcées et auto-entretenues sont difficiles à séparer. En pratique, il est arbitraire de les dissocier si clairement.

Au contraire, si le déphasage est assez grand et si l'amortissement ou la rigidité de la structure sont insuffisants, la variation de la section de copeau apporte suffisamment d'énergie pour amplifier le mouvement au cours de l'usinage. En pratique, ces vibrations instables sont stabilisées par des non-

linéarités, par exemple lorsque l'outil sort de la matière et limite ainsi l'apport d'énergie. De plus, cette sortie de la matière implique généralement une forte dégradation de la surface usinée.

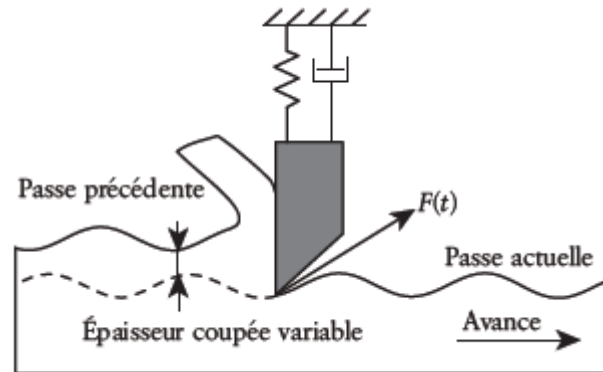


Fig. (I.5) — Phénomène de régénération de la surface, [10].

Le mouvement vibratoire actuel est directement influencé par l'historique de l'usinage. Un des paramètres à la source du phénomène est donc le temps entre deux passages de dents et ce temps de retard a un effet direct sur le déphasage entre les ondulations. Il est notamment un des éléments clés pour la modélisation des vibrations auto-entretenues qui sont majoritairement liées à la régénération de la surface.

Deux concepts fondamentaux interviennent dans les vibrations régénératives :

- ✓ Les efforts de coupe : source d'excitation pour le système
- ✓ Le déphasage entre les différentes surfaces usinées : facteur affectant la variation de
- ✓ l'épaisseur de copeau.

La modélisation des vibrations régénératives est rendue très délicate par la modélisation même des efforts de coupe. Une des principales difficultés réside dans la définition d'une loi de coupe, car la construction d'un modèle d'effort repose sur la compréhension du mécanisme de formation du copeau. Par exemple, certains concepts simples, comme le plan de cisaillement, sont difficiles à intégrer dans un modèle " statique " tridimensionnel.

En dynamique, ce plan est modifié en permanence par les vibrations régénératives.

De plus, l'étude du déphasage entre les surfaces usinées, et l'analyse de la stabilité d'un système avec un temps de retard, sont extrêmement complexe.

L'effet régénératif oblige à prendre en compte ce qui s'est passé « avant ».

Ces différentes complexités entraînent de nombreux travaux scientifiques, permettant de dissocier deux grandes voies d'approches :

- ✓ Les études dégagant un critère de stabilité du système usinant.
- ✓ Les approches simulant le comportement dynamique temporellement, avec une modélisation fine des efforts de coupe.

#### IV.1- Etudes dégagant un critère de stabilité

##### IV.1.1- Modélisations analytiques:

Historiquement, les premières modélisations des vibrations régénératives concernant le procédé de tournage sont présentées par S.A. TOBIAS, [4]. L'auteur se place en coupe orthogonale, avec un effort proportionnel à la section de copeau. La dynamique de l'usinage est modélisée par un simple système à un seul degré de liberté (1ddl), de type masse- ressort- amortisseur.

L'épaisseur de copeau est constituée d'une partie constante (l'avance par tour) et d'une partie variable composée de la différence entre la vibration à la passe précédente et la vibration à la passe actuelle, c'est-à-dire l'effet régénératif.

Cette approche se prête à une représentation du système sous la forme d'un schéma-bloc reprenant les différents paramètres dans le domaine de Laplace (Fig. I.6).

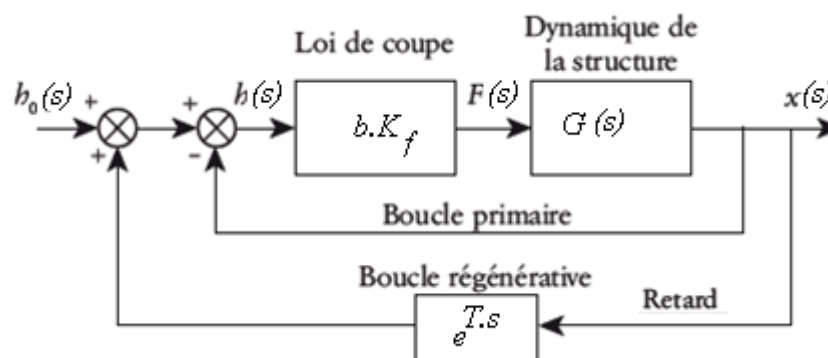


Figure (I.6) — Schéma-bloc pour l'analyse fréquentielle, [10].

L'épaisseur de copeau  $h(s)$  sert de base au calcul de l'effort de coupe par une loi dans ce cas linéaire, avec :  $b$  la profondeur de passe axiale et  $K_f$  le coefficient spécifique de coupe. Cet effort de coupe

$F(s)$  excite la structure pour produire un déplacement  $x(s)$  dépendant de la fonction de transfert dynamique  $G(s)$ . La boucle primaire provoque une variation de la section de copeau incluant notamment le recul statique et les vibrations forcées.

La boucle régénérative contient le temps de retard  $T$  (durée entre deux passes d'usinage), tout en modifiant l'épaisseur instantanée de copeau, ce qui rend le système plus complexe à analyser.

Cette représentation de type " automatique " a été introduite par H.E. MERRIT, [11]. L'analyse de ce système s'effectue en appliquant la transformée de Laplace, afin de simplifier l'analyse de l'équation différentielle. La stabilité est déterminée en regardant le signe des racines de l'équation caractéristique du système bouclé de la Fig. (I.6). Le système est stable si les racines sont à partie réelle négative, sinon il est instable. La limite de stabilité est alors facilement identifiable, notamment avec le critère de Nyquist, [12]. En effet, le tournage induit une équation différentielle avec des termes à retard et des coefficients constants ; donc l'étude de la stabilité est possible analytiquement. Les approches utilisant ces hypothèses sont alors qualifiées de méthodes analytiques.

La représentation classique de la stabilité est effectuée dans le plan de la profondeur de passe axiale en fonction de la vitesse de rotation. Ce tracé, bien connu sous le nom de lobes de stabilité, fig. (I.7), permet de choisir les conditions de coupe stable, sans apparition de vibrations régénératives. A l'opposé, les conditions de coupe correspondant à une zone instable vont générer un usinage avec vibrations régénératives, entraînant ainsi le broutement. Enfin, les modélisations présentées permettent uniquement le tracé de la limite de stabilité, et elles ne permettent pas de quantifier ce qui se passe dans les zones instables.

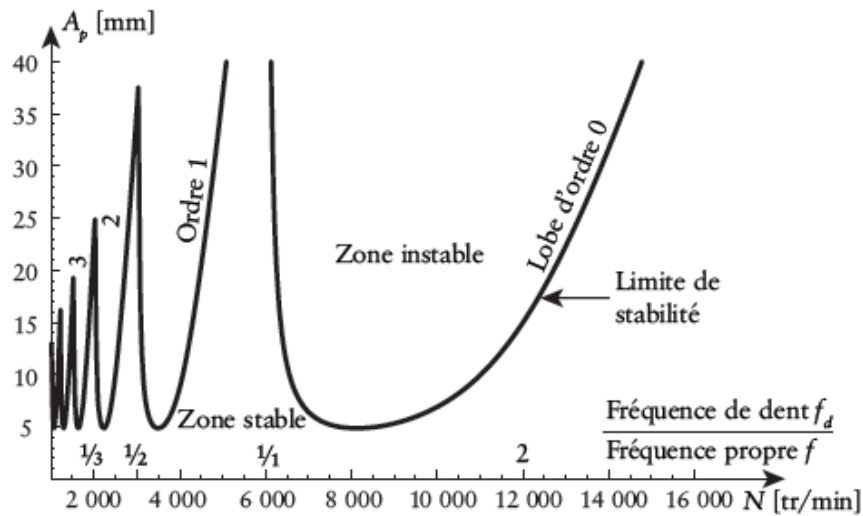


Fig. (I.7) — Tracé caractéristique des lobes de stabilité, [10].

On peut constater que l'ensemble des lobes a toujours la même limite basse. Les zones les plus stables se situent aux rapports de fréquences proches de l'inverse d'un entier (1,  $\frac{1}{2}$ , ...etc.), c'est-à-dire lorsque la fréquence de passage des dents est un sous-multiple de la fréquence propre de la pièce. Pour ces rapports remarquables, la section de copeau est peu sensible aux vibrations régénératives, car le déphasage entre les deux ondulations est pratiquement nul.

En effet, la fréquence d'excitation est très proche de la fréquence propre de la pièce. On considère souvent que l'on retrouve alors uniquement des vibrations forcées. Cette approche permet naturellement de distinguer plusieurs lobes, qui sont caractérisés par leur ordre. Certains auteurs considèrent que l'on est en usinage à grande vitesse (UGV) lorsque la fréquence de passage de dent est proche de la fréquence propre de la pièce ou en d'autres termes, lorsque l'on s'approche du lobe d'ordre zéro.

Cette méthode semi-analytique est actuellement très utilisée, car elle permet facilement de tracer des lobes de stabilité. C'est également un bon indicateur de la stabilité du système, car elle permet de prédire très précisément la limite basse de stabilité.

L'augmentation de l'amortissement ou de la raideur dynamique permet ainsi d'améliorer cette limite basse, surtout dans un contexte industriel. Le choix d'une vitesse de rotation appropriée permet notamment d'éviter le broutement, de façon simple.



#### IV.1.2- Analyse des équations différentielles :

L'analyse de la stabilité des équations différentielles à terme retardé est un domaine de recherche très actif, mais un peu décalé de la fabrication mécanique. Après un bref rappel sur la théorie de Floquet, nous présentons les méthodes utilisant cette approche. Enfin, nous montrons l'intérêt qu'elles peuvent susciter pour l'étude des vibrations régénératives.

##### IV.1.2.1- Théorie de Floquet :

A titre d'exemple, examinons le cas du fraisage et par la suite le modèle peut être étendu pour le cas du tournage.

Si l'on considère une équation différentielle, à terme retardé et à coefficients périodiques (coefficients directionnels de coupe), modélisant le fraisage. L'équation peut s'écrire sous la forme suivante :

$$x(t) = A(t)x(t) + B(t)x(t - \tau) \quad \text{I-14}$$

Avec :

$$A(t) = A(t + \tau) \text{ et } B(t) = B(t + \tau) \quad \text{I-15}$$

Les éléments  $A(t)$  et  $B(t)$  sont périodiques de période  $\tau$  et contiennent les coefficients directionnels de coupe. L'équation (I-18) contient également le terme retard  $\tau$  lié à l'effet régénératif. L'application de la théorie de Floquet à l'équation (I-18) permet d'obtenir une relation entre le déplacement à l'instant  $(t)$  et le déplacement à l'instant suivant  $(t + \Delta t)$ .

Sous la forme :

$$\Phi X(t) = X(t + \Delta t). \quad \text{I-16}$$

Dans le cas d'une équation à terme retardé (1ddl),  $\Phi$  est un opérateur de dimension infinie, appelé opérateur de transition de Floquet. Les valeurs propres ( $\mu$ ) associées à l'opérateur de transition  $\Phi$ , sont appelées multiplicateurs caractéristiques de Floquet. La stabilité du système est alors évaluée par l'analyse de la norme de ces multiplicateurs.

Si la norme de  $\mu$  est inférieure à 1, le système est stable. Dans le cas contraire, le système est instable. La façon dont est franchie la limite de stabilité permet de mettre en avant trois types d'instabilités

- ✓ Si  $\mu$  est complexe, une paire de pôles conjugués traverse la limite, l'instabilité est de type Hopf (Fig. (I.8(a)),

- ✓ Si  $\mu$  est réel et traverse le cercle unité en passant par +1, l'instabilité est de type "selle De cheval", "period one" ou "saddle-node" (Fig. (I.8(b)),
- ✓ Si  $\mu$  est réel et traverse le cercle unité en passant par -1, l'instabilité est de type "doublement de période", "period two" ou "flip (Fig. (I.8(c)),".

Contrairement aux approches analytiques, utilisant le critère de Nyquist pour l'étude de la stabilité, les approches utilisant la théorie de Floquet sont plus performantes ; car elles permettent de détecter différents types d'instabilités mathématiques (Fig. (I.8)).

Bien que démontrée depuis la fin du XIXe siècle par G.FLOQUET, on constate que cette approche est peu utilisée pour l'analyse des équations différentielles.

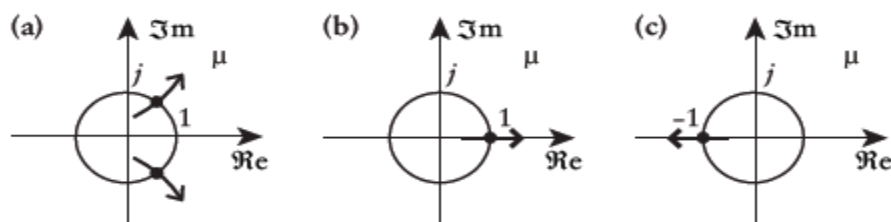


Fig. (I.8) — Différents types d'instabilités identifiées, [10]

#### IV.1.2.2- Applications en usinage :

La principale difficulté pour l'application de la théorie de Floquet sur les équations modélisant le fraisage réside dans l'approximation de l'opérateur  $\Phi$ . L'application de la méthode d'approximation numérique pour l'usinage est très récente et les premiers travaux étaient publiés en 2002, [13].

Actuellement, deux méthodes sont largement utilisées :

- ✓ L'analyse temporelle par éléments finis (TFEA),
- ✓ la semi-discrétisation (SD).

La (TFEA) permet d'approximer l'opérateur  $\Phi$ , en divisant le temps en un nombre fini d'échantillons.

L'approximation réalisée pendant la coupe est ensuite raccordée avec la solution exacte du régime vibratoire libre. Enfin, la norme des multiplicateurs  $\mu$  de la matrice obtenue permet d'étudier la stabilité du système, [14].

D'un point de vue mathématique, l'opérateur  $\Phi$  (de dimension infinie) peut être approximé finement par un produit de matrices (de dimension finie) obtenues à partir d'équations différentielles ordinaires (ODE). Le temps de retard est discrétisé en une série de valeurs constantes pendant la durée de la période principale du système. Ainsi pour chaque valeur discrétisée, il est facile de calculer la matrice associée à l'équation différentielle ordinaire ainsi obtenue. Enfin, l'opérateur  $\Phi$  est approximé en multipliant les différentes matrices obtenues. Il est alors possible d'appliquer la théorie de Floquet.

Ces deux approches ne font plus de décomposition en série de Fourier des efforts de coupe. Le calcul fait alors intervenir naturellement plusieurs fréquences de vibrations, comme l'approche multifréquences.

Enfin, ces approches nécessitent néanmoins que les efforts de coupe soient périodiques. Cette partie principale d'étude peut être liée au passage de dents, aux tours précédents d'outil, ...etc.

L'analyse des équations différentielles retardées fait intervenir aussi d'autres approches beaucoup plus générale, basées sur la dynamique non-linéaire " CMT ".

L'analyse utilise le théorème de la variété centrale " NET" (Centre Manifold Theorem) et une transformation en forme normale (Normal Form Transformation). L'analyse des bifurcations ainsi obtenues permet alors d'étudier la stabilité du système, [15]. Bien que plus générales, ces approches théoriques ne sont que très peu utilisées en usinage. Ces approches permettent très facilement de détecter une nouvelle source d'instabilité intervenant lorsque la coupe est discontinue.

Pour une opération de fraisage interrompu, le tracé caractéristique des lobes de stabilité est présenté sur la Fig. (I.9). Deux types d'instabilité sont alors identifiés : l'instabilité classique de Hopf et l'instabilité de Flip. Cette dernière intervient surtout sur les premiers ordres de lobes en les partageants en deux. L'instabilité théorique en selle de cheval n'intervient pas dans le cas du fraisage à vitesse constante, [16]. Une nouvelle zone optimale intervient à grande vitesse, pour une fréquence de passage de dents double de la fréquence propre de la pièce. Par contre, cette fenêtre optimale est négligeable pour les lobes d'ordre élevé.

Expérimentalement, l'usinage dans une zone de Flip se caractérise par un régime vibratoire très spécifique où une dent sur deux usine la matière, [17]. Ce doublement de la période de dents (period

doubling) permet d'avoir la fréquence de passage de dents effective, proche de la fréquence propre de la pièce. Cette instabilité est caractéristique du Flip lobe.

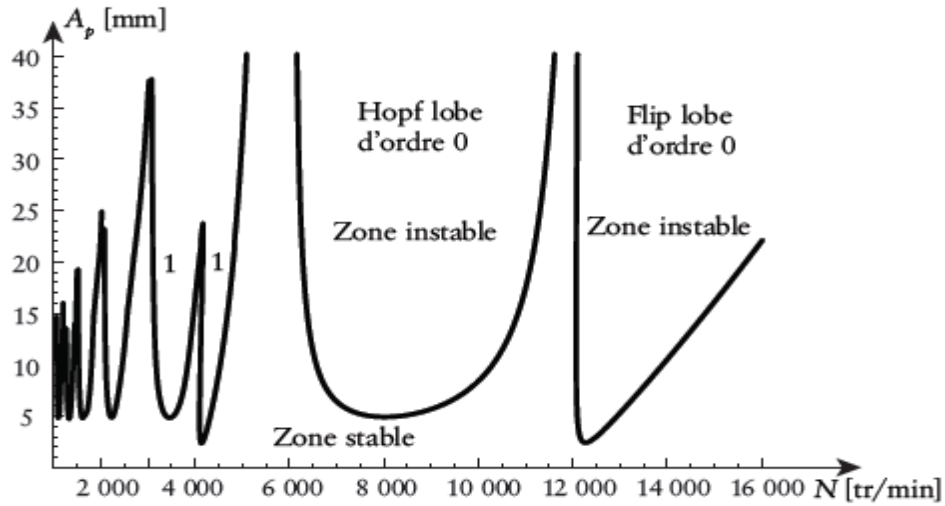


Fig. (9) — Lobes de stabilité en coupe discontinue, [10]

Comme toutes les approches étudiant la stabilité dans le but de tracer les lobes de stabilité, ces approches négligent la contribution statique liée à l'avance de la dent. Cette hypothèse permet uniquement de déterminer la limite de stabilité. Ces approches qualifiées alors d'études linéaires ne sont pas capables de prendre en compte la non-linéarité liée à la sortie de la matière lorsque l'usinage est instable. Pour une étude linéaire, un usinage instable conduirait à une amplitude infinie. Afin de pallier ce manque, des auteurs ont modifié la (TFEA) afin de prendre en compte la sortie de la matière sous de fortes vibrations, [18].

Cette approche itérative permet même d'obtenir le déplacement lors de conditions instables, mais elle est difficilement applicable, car elle induit des temps de calcul très importants.

Contrairement à l'approche temporelle, cette méthode n'est pas optimisée pour la simulation numérique. Enfin, la limite de stabilité détectée par cette approche est la même que celle calculée par les études linéaires.

Certains auteurs ont également intégré des lois de coupe non-linéaires de types loi en puissance, [19]. Cette approche permet d'améliorer le tracé des lobes lorsque la coupe est interrompue.

Les coefficients utilisés étant arbitraires, les auteurs mettent en avant le besoin de méthodes expérimentales robustes permettant d'obtenir de telles lois.

Ces approches sont également capables de prédire l'erreur de position de la surface usinée (Surface Location Error). L'usinage stable est un usinage sans broutement pouvant faire intervenir de fortes vibrations forcées. La prise en compte des vibrations forcées dans la résolution permet alors de donner les conditions de coupe assurant la stabilité de l'usinage et une erreur de position minimale. Pour réduire l'erreur de position, les auteurs, [20] concluent qu'il faut éviter d'avoir un rapport entier entre la fréquence de rotation et la fréquence propre du système.

Il faut se décaler par rapport à l'asymptote dans les fenêtres optimales des lobes de stabilité. Il est possible de prendre en compte des géométries d'outils possédant un faux rond, [21]. La période principale d'étude passe alors du passage de dents au tour précédent de l'outil.

Ces modélisations sont notamment capables de prédire dans le cas général les différentes fréquences de broutement. Dans ce cas précis, des sous-multiples de la fréquence de passage de dents s'ajoutent au spectre fréquentiel, mais la limite de stabilité n'est pas modifiée.

D'autres auteurs, [22] ont cherché à modéliser des outils ayant un angle d'hélice. Le principal intérêt de l'angle d'hélice est de permettre d'avoir plusieurs dents en prise durant l'usinage. Ainsi, même pour de faibles engagements, la continuité de la coupe est sensiblement préservée. La prise en compte de cette donnée géométrique supplémentaire modifie notablement l'allure des lobes de stabilité (fig. (I.10)). L'instabilité de Hopf n'est pas modifiée par l'angle d'hélice, par contre l'instabilité de Flip est fortement réduite.

Le flip lobe se limite alors à des ellipses séparées par le pas axial de l'outil. En fait, pour les profondeurs de passe multiple du pas axial de l'outil, la coupe est continue et l'instabilité de flip n'est pas présente. Elle se manifeste juste pour les profondeurs de passe où la coupe est plus discontinue. Cette représentation des lobes a fait l'objet de nombreuses validations expérimentales, [22].

Dans le cas où le pas axial de l'outil est petit (angle d'hélice important et avec un petit diamètre), les Flips lobes deviennent alors négligeables et l'on retrouve uniquement les lobes classiques obtenus par les méthodes semi-analytiques.

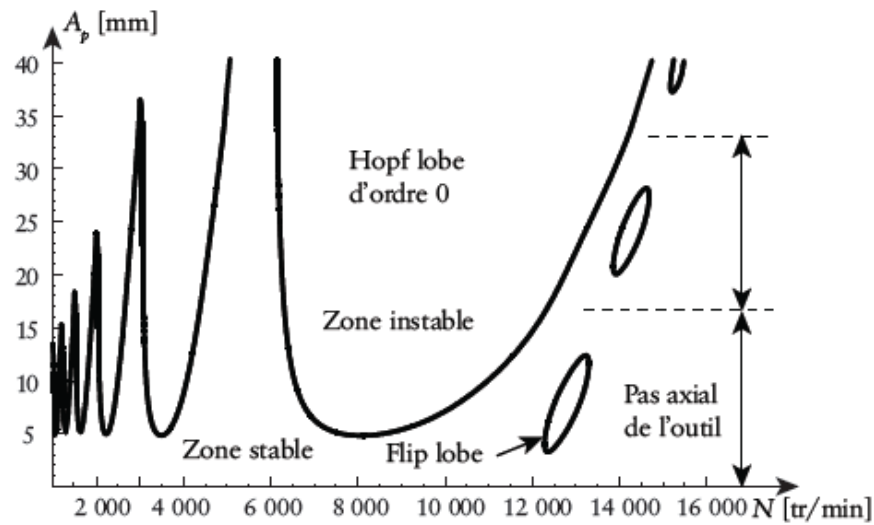


Fig. (10) — Influence de l'angle d'hélice sur l'instabilité de flip, [10]

Ces différentes approches permettent de tracer précisément les lobes de stabilité pour toutes les opérations de fraisage (rainurage et finition). En effet, elles ne font pas d'hypothèses sur la forme des efforts de coupe, ce qui leur donne une grande polyvalence (utilisation de loi de coupe non-linéaire, modélisation du faux rond, de l'angle d'hélice,..... etc.). De plus, les temps de calcul sont faibles, de l'ordre de la minute sur du matériel informatique classique.

## IV.2- Simulation temporelle :

Cette partie présente une autre approche consacrée à l'étude de la dynamique en usinage :

La simulation temporelle. Cette approche, basée sur la détermination des efforts de coupe et sur la résolution numérique pas à pas de l'équation de la dynamique, peut être divisée en deux classes :

- ✓ les approches estimant a priori l'épaisseur de copeau,
- ✓ les approches calculant précisément l'épaisseur de copeau.

### IV.2.1- Méthodes sans génération explicite de la surface usinée :

La simulation temporelle s'est développée dans les années 1980, avec l'essor des moyens de calcul numérique. Cette approche fait intervenir trois composantes majeures :

- ✓ le modèle dynamique du système,
- ✓ le calcul simplifié de l'épaisseur de copeau,
- ✓ le calcul des efforts de coupe par une loi appropriée (linéaire ou non).

Un système à un degré de liberté (ou un des modes propres) est alors mis sous forme d'équation différentielle suivante, [23] :

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F_x(t) \quad \text{I-17}$$

$M$  : la masse modale,  $c$  le coefficient d'amortissement,  $k$  la raideur modale et  $F_x(t)$  les efforts de coupe dans la direction  $x$ . L'équation (I-21) est alors intégrée numériquement afin d'obtenir le déplacement  $x(t)$  et les efforts de coupe  $F_x(t)$  au cours de l'usinage.

Le tracé des lobes de stabilité a énormément marqué la communauté scientifique et technique.

Cette approche temporelle a souvent été utilisée uniquement dans le but de retrouver une carte de stabilité, [24]. Avec cette approche, il est nécessaire de balayer toutes les conditions de coupe (profondeur de passe et vitesse de rotation) afin de récupérer l'amplitude du déplacement ou des efforts de coupe. La représentation de ces résultats sous la forme d'un diagramme "peak-to-peak" permet d'identifier un brusque décrochage, signe du passage dans l'instabilité. Par contre, cette méthode souffre d'un temps de calcul très important, car il faut alors simuler un grand nombre de conditions de coupe.

De plus, la simulation temporelle permet d'obtenir le déplacement relatif entre l'outil et la pièce. Il est alors possible de reconstruire la surface usinée, en considérant à posteriori que l'outil a enlevé de la matière, [25]. Bien que séduisante, cette approche est très imprécise et les auteurs obtiennent souvent un facteur cinq entre les simulations et les relevés expérimentaux. Leur approche permet seulement d'avoir un ordre d'idée.

En se basant sur les mêmes hypothèses que les méthodes consacrées à l'étude de la stabilité, la simulation temporelle classique permet de retrouver les mêmes résultats (lobes de stabilité), mais elle induit alors des temps de calcul plus importants. Par contre, elle est très facilement adaptable pour modéliser plus finement les géométries d'outils spécifiques. De plus, elle permet l'utilisation de lois de coupe sophistiquées.

#### IV. 2.2- Travaux dédiés à la génération de la surface usinée :

Dans cette partie, nous allons présenter les méthodes utilisant la simulation temporelle dans le but ultime de prédire la surface usinée. Cette approche est spécifique dans le domaine de la simulation

temporelle, car l'objectif premier est de calculer finement l'épaisseur de copeau, au lieu de considérer la coupe uniquement par les angles d'entrée et de sortie. Il est alors nécessaire de gérer les intersections entre l'outil et la pièce usinée.

Le calcul instantané de la section de copeau est ensuite utilisé pour le calcul des efforts de coupe. La méthode de résolution est alors identique à celle présentée dans la partie précédente.

La gestion des intersections des trajectoires de l'outil et de la pièce permet par la suite de générer la surface usinée. Dans ce cas, la surface usinée est utilisée pour calculer exactement la section de copeau permettant d'obtenir les efforts de coupe. Il s'agit de la seule différence par rapport à la partie précédente. L'opération d'usinage se résume alors à l'effacement de la matière par l'outil, (Fig. (I.11)).

Le profil de la surface en 2D est composé par un ensemble de points reliés par des arcs de cercle. Cette représentation a été améliorée par la prise en compte d'une trajectoire interpolée par des fonctions quadratiques afin de limiter les erreurs de cordes. De nombreux auteurs ont repris cette représentation de la surface usinée, [26]. Des validations expérimentales sont effectuées sur des montages simples à un seul ddl, [27].

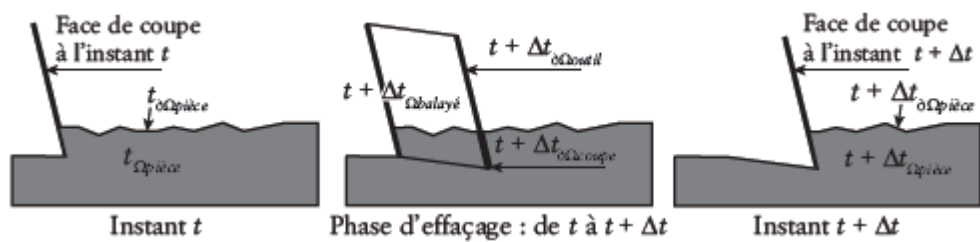


Fig. (I.11) — Outil effaceur de la matière, [28]

Dans ce cas de figure, les simulations permettent de retrouver précisément la rugosité et l'état de surface de la pièce. La généralisation de cette approche en 3D implique de nombreux problèmes numériques.

Les modèles CAO de type "B-Rep" ne permettent pas de gérer avec précision des intersections de polyèdres à l'échelle du micron. La surface fait alors intervenir de nombreuses facettes dégénérées,



[28]. L'utilisation de modèle de type Z-Buffer (Dexel) permet d'améliorer la robustesse, mais au prix de calculs plus complexes et plus longs, [29].

Les approches générant la surface usinée peuvent bien sûr intégrer toutes les non-linéarités présentées dans les parties précédentes.

Ces approches sont dédiées à l'étude très fine d'un usinage particulier, car elles peuvent prédire l'état de surface. Par contre, elles nécessitent de longs calculs actuellement peu robustes. Bien que non abouties, ces approches semblent les plus prometteuses à long terme, car elles ne négligent pas des aspects importants (loi de coupe, surface usinée,..... etc.)

#### IV.2.3- Travaux dédiés aux pièces avec parois minces :

Dans cette partie, nous présentons les spécificités liées à la modélisation de l'usinage de pièces à parois minces. En effet, tous les travaux présentés précédemment considèrent un mouvement de solide rigide dans la zone de coupe. Les modélisations sont alors identiques, que la pièce ou l'outil vibre. Cette hypothèse, permettant de généraliser les modèles, perd de son sens pour les parois minces.

Les parois minces peuvent être assimilées à des plaques ou des coques. Ce milieu continu est caractérisé par une infinité de fréquences propres, associées à des déformées spécifiques. Il existe classiquement un tracé des lobes pour chaque mode propre. En négligeant les interactions entre ces modes, il est alors possible de superposer les différents lobes, pour ne retenir que la limite inférieure. En pratique, seuls les premiers modes limitent la stabilité.

Les premières études se sont basées sur la simulation temporelle. Pour ce faire, la pièce est modélisée par éléments finis, afin d'obtenir ses caractéristiques dynamiques. Le maillage constant sert uniquement à construire la base modale [30]. L'usinage est alors vu comme une suite de systèmes dynamiques discrets (masse-ressort-amortisseur) dont les caractéristiques dynamiques sont connues. Cette approche a largement été reprise par la suite, car elle permet de considérer l'usinage de parois minces comme la succession d'usinage élémentaire de pièces ayant un comportement constant.

L'utilisation de cette discrétisation dans les méthodes de simulation conduit à la construction de lobes de stabilité différents pour chaque position sur la pièce, (Fig. (I.12)). L'application de la théorie des

lobes de stabilité aux parois minces permet alors de rajouter une troisième dimension au tracé initial, correspondant à la position de l'outil sur la pièce.

Dans certains cas, la perte de la matière par usinage induit une modification des caractéristiques dynamiques.

L'introduction de ce phénomène dans le calcul éléments finis permet d'en tenir compte lors du tracé des lobes 3D, [31]. Cependant, cette approche est pénalisée par un manque d'automatisation et des temps d'analyse importants.

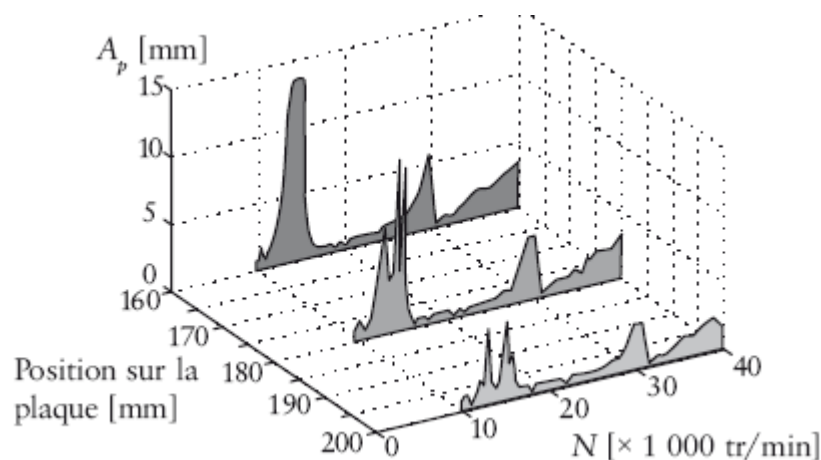


Figure (I.12) — Influence de la position de l'outil sur la représentation des lobes de stabilité, [10]

L'approche développée par l'équipe dirigée par G.COFFIGNAL du LMSP-ENSAM (Paris-France), [32] permet de modéliser finement les parois minces. Dans cette approche, l'usinage n'est pas discrétisé, car la modélisation intègre directement une simulation temporelle avec génération fine de la surface 3D, couplée avec une modélisation éléments finis de la pièce. La perte de la matière est directement produite par l'usinage en affaiblissant le modèle éléments finis (baisse de la rigidité).

Cette approche très lourde est le fruit de plus de quinze ans de travail. Bien qu'étant toujours en développement, elle est la plus aboutie à ce jour (travaux du Pr Philippe Lorong-directeur du LMSP). L'usinage pour des épaisseurs de copeau faible, cas de la finition de parois minces, fait intervenir un autre phénomène lié à la loi de coupe. En effet, il est difficile de considérer une proportionnalité directe entre la section de copeau et les efforts de coupe.

L'utilisation de lois de coupe non-linéaire permet de mieux modéliser les efforts de coupe pour une faible section de copeau (fig. (I.13)). Cependant, l'identification de telle lois implique des montages expérimentaux très délicats, nécessitant de compenser le comportement vibratoire de la platine de mesure, afin d'extraire les faibles efforts de coupe mis en jeu, [33].

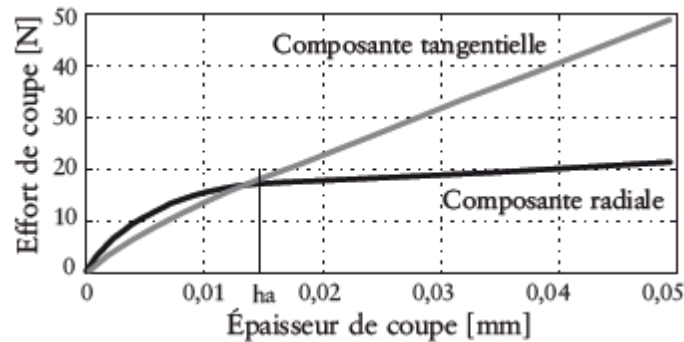


Fig. (I.13) — Loi de coupe non-linéaire, [33]

Enfin, un des phénomènes importants pour l'usinage des parois minces est le talonnage. Les premiers travaux de Y. ALTINTAS [ ] considèrent que le talonnage induit une force dissipative (perte d'énergie par plastification de la surface usinée), modélisée par l'ajout d'amortissement lors de la phase de talonnage. La prise en compte du talonnage permet alors de diminuer l'amplitude du déplacement de la pièce, ce qui conduit à une réduction de la rugosité, mais ce constat est uniquement basé sur des simulations, [30].

Des travaux plus récents ont montré que sans modéliser le phénomène de talonnage, les déplacements simulés sont plus importants que les déplacements mesurés expérimentalement. L'intégration du talonnage dans les modèles est compliquée, car il rajoute un phénomène fortement non-linéaire. Sous l'effet des efforts de coupe, la pièce peut entrer en vibrations, mais après un aller-retour, elle peut s'arrêter rapidement par le contact avec la face de dépouille. Ce phénomène de talonnage est prépondérant sur les parois minces, car elles ont une faible inertie. Les vibrations transitoires induites sont alors du même ordre de grandeur que le temps entre deux passages de dents.

Pour conclure, peu de travaux s'intéressent précisément au cas particulier des parois minces. Bien qu'avancées, les simulations sont encore en développement, car elles rencontrent encore des difficultés notamment sur la modélisation du phénomène de talonnage, [29].

#### IV.3- Bilan des différentes approches :

L'étude de la dynamique en usinage se divise en deux grandes approches : les études dédiées à l'analyse de la stabilité (analyse fréquentielle) et les approches simulant le comportement dynamique par une intégration temporelle.

D'un point de vue théorique, les approches fréquentielles conduisent au tracé des lobes de stabilité. Les dernières approches basées sur la théorie de Floquet permettent d'avoir une précision importante pour un temps de calcul faible. Le nombre de travaux utilisant ces approches prouve l'intérêt qu'elles ont su susciter au sein de la communauté scientifique.

Ces approches sont bien sûr limitées, car elles se contentent de trouver la limite de stabilité, mais cela est déjà une information importante pour une prédiction des vibrations régénératives sur un processus d'usinage.

Les méthodes temporelles permettent d'étudier très précisément un usinage, avec la possibilité de générer l'état de surface de la pièce usinée. Si elles semblent bien plus puissantes, en pratique, elles restent limitées par de nombreux problèmes liés à l'intégration numérique, à la modélisation de la surface,... etc.

À l'issue de la présentation de ces différentes modélisations, il convient de définir la notion de stabilité. Les lobes donnent la limite entre le domaine stable et instable.

Par définition, un usinage stable va voir l'amplitude de son mouvement décroître pour converger vers une valeur nominale. Cependant, il n'y a pas d'information sur la constante de temps induite, car la stabilité est asymptotique. Ainsi, dans certains cas, l'état de surface en début d'usinage peut être dégradé par des vibrations transitoires. Un usinage stable ne veut pas dire sans vibrations, mais sans vibrations régénératives. En effet, les zones optimales des lobes produisent de très fortes vibrations forcées affectant peu l'état de surface, mais engendrant d'autres problèmes.

Au contraire, un usinage instable va voir son amplitude diverger, mais là encore sans information sur la constante de temps. En pratique, le mouvement est limité par la non-linéarité induite par la sortie de la coupe. Cet usinage produit des vibrations régénératives et du broutement, très néfaste notamment pour l'état de surface.

#### V- Méthodes expérimentales de détection de l'instabilité :

Les méthodes expérimentales de détection et d'analyse de l'instabilité sont intimement liées aux méthodes de modélisation. L'étude et la compréhension des phénomènes vibratoires nécessitent l'utilisation conjointe de deux approches expérimentales :

- ✓ la mesure d'une grandeur caractéristique par un capteur (effort, déplacement,... etc.).
- ✓ l'analyse afin de détecter l'instabilité.

#### V.1- Moyens de mesure :

Plusieurs types de grandeurs peuvent être mesurés en usinage. Nous présentons également les principaux capteurs associés.

Fruit de nombreux travaux, les efforts de coupe sont parmi les paramètres les plus importants à mesurer. Pour un usinage, ils sont essentiellement mesurés par des dynamomètres utilisant l'effet piézoélectrique (Fig. (I.14)). Ce type de capteur est limité par sa bande passante (de l'ordre du kHz), ce qui le rend peu adapté à l'usinage à grande vitesse.

De plus, les mesures sont souvent perturbées par la contribution dynamique de la platine en réponse aux vibrations régénératives. L'utilisation d'une donnée comme la puissance consommée par la coupe ou encore le courant nécessaire au pilotage de la broche à paliers magnétiques actifs, permet aussi une estimation des efforts de coupe. Mais là encore, les données sont extrêmement bruitées et les efforts en jeu sont faibles. Cette mesure indirecte des vibrations est peu intéressante dans notre contexte.

La mesure directe des vibrations est majoritairement effectuée par des accéléromètres, (Fig. (I.14.b)). Ce moyen de mesure nécessite un contact physique, ce qui le rend délicat à utiliser en usinage, notamment pour les vibrations d'outil. De plus, la masse apportée peut modifier significativement les caractéristiques dynamiques de la pièce étudiée.



Figure (I.14) — Dynamomètre, accéléromètre et microphone, [10]

Les moyens de mesure sans contact sont ainsi beaucoup utilisés en usinage. Le son diffusé par les vibrations constitue une information riche permettant de connaître précisément les fréquences excitées. La mesure acoustique s'effectue à distance à l'aide d'un microphone (Fig. (I.14.a)). Bien que simple, ce moyen de mesure est souvent inutilisable en atelier de production, car le niveau sonore est beaucoup trop important pour séparer les contributions extérieures (bruit ambiant, ...etc.).

Les capteurs laser constituent une alternative efficace pour la mesure des vibrations dans un contexte de fabrication. Il est alors possible d'effectuer des mesures sans contact, mais en ciblant la zone à mesurer. Ces mesures sont tout de même compatibles avec une lubrification par micro pulvérisation.

Enfin, le moyen le plus utilisé pour qualifier la qualité d'un usinage est la rugosité de la surface usinée. Cette mesure s'effectue après usinage par un rugosimètre. L'utilisation de critère de rugosité permet ainsi simplement de vérifier si la pièce à vibrer. Ce moyen de mesure indirect des vibrations est le plus important pour l'industriel, car il conditionne la qualité de la surface usinée. Il faut toujours garder cela à l'esprit quand on parle, par exemple, de vibrations stables ou instables.

## V. 2- Critères de détection :

La mesure directe (accélération, vitesse, etc.) ou indirecte (effort, rugosité, ...etc.) des vibrations ne permet pas à elle seule de détecter la présence de vibrations régénératives entraînant le broutement. Il en est de même pour les résultats issus de la simulation temporelle. Il est alors nécessaire d'avoir un critère permettant de détecter le broutement.

Une première approche, de type temporel, consiste à suivre l'évolution de l'amplitude du signal pour différentes profondeurs de passe axiales, [26]. L'instabilité est alors marquée par un brusque saut en amplitude. Ce critère de type « peak-to-peak » est largement utilisé, mais cette approche n'est pas absolue, car elle nécessite la réalisation de plusieurs relevés au préalable. En d'autres termes, pour un relevé d'amplitude donné, il est impossible de savoir si l'usinage est stable.

L'analyse fréquentielle d'un relevé est très riche en informations. Il est alors nécessaire d'appliquer la transformée de Fourier afin de connaître le contenu fréquentiel du signal, pour distinguer les fréquences excitées pendant l'usinage. Pour un usinage stable, le spectre fréquentiel est globalement dominé par la fréquence de dents et ses harmoniques. Par contre, pour un usinage instable, le système vibre à une fréquence de broutement proche de l'une de ses fréquences propres. Une simple analyse fréquentielle permet souvent de détecter l'instabilité, [16].

La détection des vibrations par l'analyse de l'état de surface peut se faire à partir de la définition de critères spécifiques tels que le pas du profil, la rugosité, l'ondulation,...etc. Mais généralement, c'est l'opérateur au pied de la machine qui détecte la présence de vibrations. L'instrumentation de la machine avec des caméras permet de disposer de clichés renseignant l'état de surface en temps réel. Cette approche permet une détection des vibrations directement par l'analyse de la surface obtenue.

### V.3- Bilan :

Les méthodes expérimentales sont un complément indispensable à la modélisation dans le but d'améliorer la compréhension des phénomènes. L'utilisation de capteurs appropriés permet d'extraire des informations importantes, telles que les fréquences de broutement, l'amplitude des vibrations,...etc. Par contre, il n'y a pas de liens utilisables en pratique entre les déplacements mesurés et la rugosité de la pièce et cela implique une étude spécifique de l'état de surface.

## VI- Conclusion :

Dans ce chapitre, on a cité les différents types de vibrations qui existent dans les machines outils par enlèvement de la matière.

L'étude s'est focalisée ensuite sur les vibrations auto-entretenues, comme étant la source la plus importante responsable de l'instabilité du processus de coupe, et les tentatives qui sont venues depuis pour expliquer la source de ces vibrations.

On a vu que la majorité des chercheurs se sont mis en accord que la source la plus importante de ce type de vibrations est la régénération de la surface.

Finalement, on a présenté les différentes méthodes d'analyse de la stabilité du processus d'usinage ainsi qu'une synthèse globale ; sans oublier les moyens de mesure des grandeurs caractéristiques (efforts, déplacement, accélération, rugosité,...etc.) et l'analyse qui peut être faite pour détecter l'instabilité d'usinage.



CHAPITRE II : MODELISATION ET  
SIMULATION DU BROUITEMENT POUR LE  
CAS DU TOURNAGE EN REGIME  
DYNAMIQUE (CAS DU MODELE A 1DDL)

---

## I- Introduction :

Les méthodes d'analyse dynamique comme on l'a vu dans le premier chapitre peuvent être classées en deux grandes catégories. Celles qui dégagent un critère de stabilité ou bien l'analyse fréquentielle et celles qui décrivent le comportement dynamique dans le temps (analyse temporelle). L'analyse fréquentielle bien qu'elle ne permet pas de savoir ce qui se passe à l'intérieur de la courbe de stabilité, mais elle nous renseigne si la coupe est stable ou non ; ce qui est déjà une information suffisante pour être exploitée dans le but d'avoir un usinage sans broutement.

La méthode analytique qui a été présentée par S.A.TOBIAS, [4] est la plus reconnue, parmi les méthodes d'analyse fréquentielle et qui a été présentée pour le cas du tournage (cas d'un seul degré de liberté) et avec un modèle de force de coupe de Merchant en coupe orthogonale. Donc le but de ce chapitre est l'étude de la stabilité du processus de tournage et par suite la simulation du broutement par le biais des lobes de stabilité.

On calcule la fonction de transfert qui est obtenue par les propriétés de simplification des schémas bloc ou par un calcul direct. Ensuite, différentes méthodes sont appliquées pour calculer la stabilité (critère de Routh, Nyquist, et le calcul analytique...etc.). Pour notre cas, on a étudié deux critères, celui de Nyquist et le développement analytique. Ensuite on a procédé à la génération des lobes de stabilité et l'étude de l'influence des paramètres de coupe sur l'apparition du broutement (raideur, épaisseur de coupe et fréquences de rotation) qui influent sur le comportement dynamique du système usinant ; en d'autres termes en fonction de ces paramètres, on peut prévoir si on aura un usinage sans broutement ou non.

Pour cela on va d'abord examiner le cas où l'outil est considéré suffisamment flexible et la pièce suffisamment rigide, par l'utilisation du critère de Nyquist pour prédire la stabilité.

Enfin pour le deuxième cas, on a examiné le cas où l'outil est considéré flexible et la pièce suffisamment rigide, par suite on a tracé les lobes de stabilités pour différentes configurations.

## II- Modèle dynamique :

Pour un système vibrant à 1ddl, le modèle dynamique pour est représenté par la fig. (II.1) :

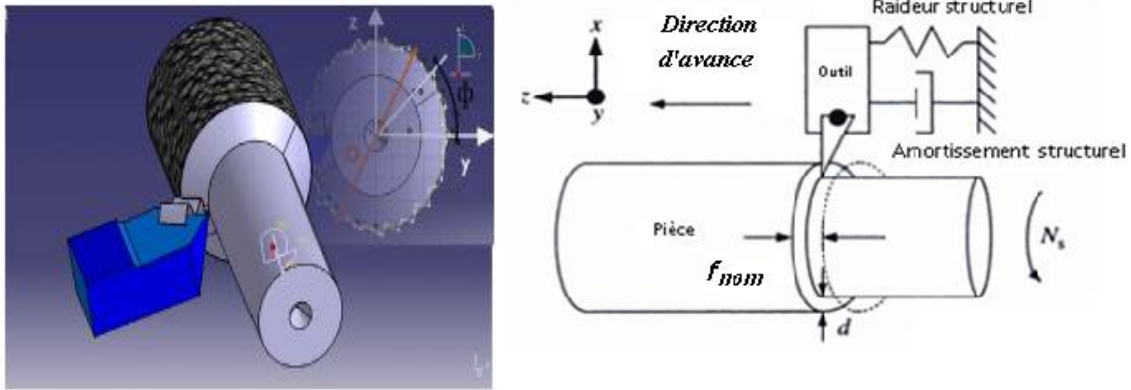


Fig. (II.1) Modèle dynamique pièce rigide / outil flexible, [34]

Ainsi l'équation du mouvement peut être écrite sous la forme :

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F_x(t) \quad (\text{II.1})$$

En mettant k en facteur L'équation (II.1) se réécrit sous la forme :

$$\left(\frac{1}{\omega_0^2}\ddot{x} + \frac{2\xi}{\omega_0}\dot{x} + x\right) = \frac{1}{K}F_x(t) \quad (\text{II.2})$$

avec :

$$\omega_0^2 = \frac{K}{M} \text{ et } \xi = C/C_C$$

## III- Calcul de la force statique dans le sens d'avance :

La modélisation de la force de coupe a fait le sujet de nombreuses recherches et parmi celles-ci la modélisation de Merchant pour le cas de la coupe orthogonale, qui est un cas favorisant en plus l'apparition des vibrations auto-entretenues.

Cette modélisation donne des résultats aussi satisfaisants en les comparants aux résultats expérimentaux.

L'auteur ce place dans le cas de la coupe orthogonale. La modélisation de la force de coupe pour ce cas peut être représentée par la Fig. (II.2).

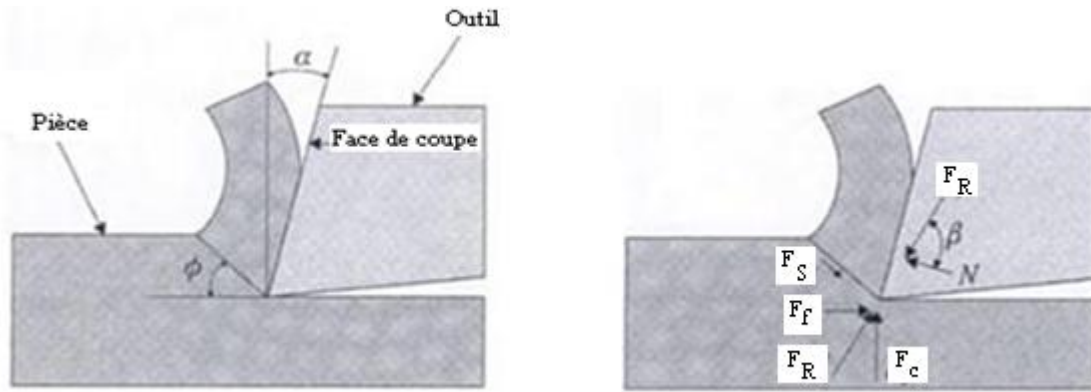


Fig. (II.2.a) Géométrie d'une coupe orthogonale, [35] Fig. (II.2.b) Force de coupe cas de la coupe orthogonale, [35]

La force dans la direction d'avance  $F_f$  peut être exprimée comme suit :

$$F_f = k_f \cdot b \cdot h(t) \quad (II.3)$$

$b$  : largeur de l'outil

$k_f$  : Pression spécifique de coupe dont la valeur est donnée par :

$$k_f = \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin\phi_s \cos(\phi_s + \beta - \alpha)} \quad (II.4)$$

Finalement la composante  $F_x$  de la force de coupe est donnée par l'équation :

$$F_x = F_f = K_f \cdot b \cdot h(t) \quad (II.5)$$

Ainsi l'équation (II.2) devient :

$$M\left(\frac{1}{\omega_0^2} \ddot{x} + \frac{2\xi}{\omega_0} \dot{x} + x\right) = K_f \cdot b \cdot h(t) \quad (II.6)$$

VI- Calcul de la force dynamique dans le sens de la vitesse d'avance :

VI.1- L'effet de régénération de la surface :

On s'intéresse seulement au cas où le mouvement s'effectue seulement dans un seul sens vu que c'est la force d'avance qui est la source de ce phénomène.

La Fig.II.4 illustre le cas d'une opération de tournage dont on a supposé la pièce parfaitement rigide, tandis que la structure de l'outil de coupe lui permet de vibrer dans le sens unique longitudinal.

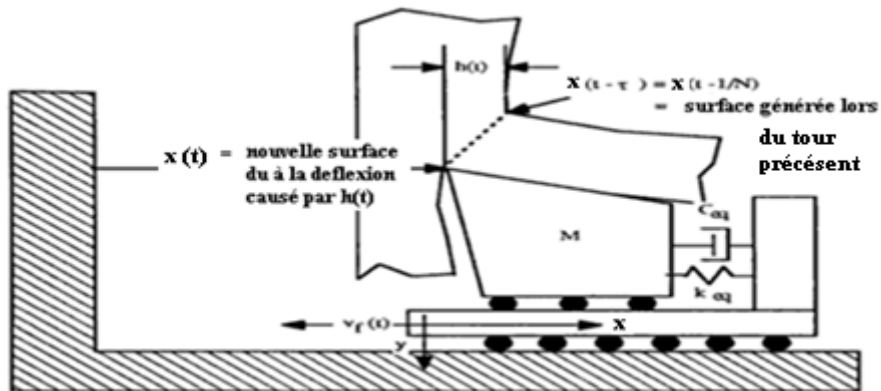


Fig. (II.3) Nouvelle coordonnée de la surface générée, [34]

La relation entre la vitesse d'avance  $V_f(t)$  en fonction de l'épaisseur de coupe instantanée  $h(t)$  est donnée par la relation :

$$V_f = h_{nom} \cdot N = \frac{h(t)}{\cos \lambda} \cdot N \quad (II.7)$$

Pour une coupe orthogonale, (Fig. II.5) lorsque  $\lambda = 0$  cette vitesse devient :

$$\lambda = 0 \Rightarrow V_f = h(t) \cdot N \quad (II.8)$$

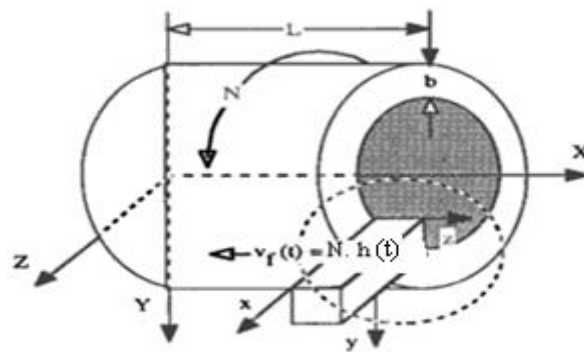


Fig. (II.4) Représentation de la vitesse d'avance, [12]

La coordonnée de la nouvelle surface dans le sens d'avance  $x(t)$  est donnée par la relation :

$$x(t) = \int_0^t v_f(\tau) d\tau + x(0) \quad (II.9)$$

La plus importante représentation est basée sur l'expression de l'épaisseur de coupe instantanée :

$$h(t) = x\left(t - \frac{1}{N}\right) - x(t) \quad (\text{II.10})$$

D'après la formule (II.9), on peut écrire :

$$x\left(t - \frac{1}{N}\right) = \int_0^{t-\frac{1}{N}} V_f(\tau) d\tau + x(0) \quad (\text{II.11})$$

$$\text{et } x(t) = \int_0^t v_f(\tau) d\tau + x(0) \quad (\text{II.12})$$

Finalement l'épaisseur de coupe instantanée est donnée par la relation :

$$h(t) = \left[ x\left(t - \frac{1}{N}\right) - \int_0^{t-\frac{1}{N}} v_f(\tau) d\tau + x(0) \right] - \left[ x(t) - \int_0^t v_f(\tau) d\tau + x(0) \right] \quad (\text{II.13})$$

D'après les propriétés de l'intégrale, on peut écrire :

$$h(t) = x\left(t - \frac{1}{N}\right) - x(t) - \int_{t-\frac{1}{N}}^t V_f(\tau) d\tau \quad (\text{II.14})$$

D'après Fig. (II.4) on a la relation :

$$\int_{t-\frac{1}{N}}^t V_f(\tau) d\tau = h_{\text{nom}} \quad (\text{II.15})$$

Finalement l'expression de l'épaisseur de coupe est donnée par :

$$h(t) = x\left(t - \frac{1}{N}\right) - x(t) + h_{\text{nom}} \quad (\text{II.16})$$

Cette expression montre que l'épaisseur de coupe instantanée qui produit la force d'avance  $F_x(t)$  est due à l'ondulation de la surface libre et à la surface générée lors du tour précédent, ainsi qu'à l'avance par tour  $h_{\text{nom}}$  programmé par l'opérateur.

## VI.2- Expression de la force dynamique dans le sens de la vitesse d'avance :

L'avance par tour (épaisseur de coupe) affectée par les vibrations varie vis-à-vis la valeur nominale ( $h_{\text{nom}}$ ) fixée préalablement par l'opérateur, et par conséquent la force de coupe varie aussi (Fig. II.5).

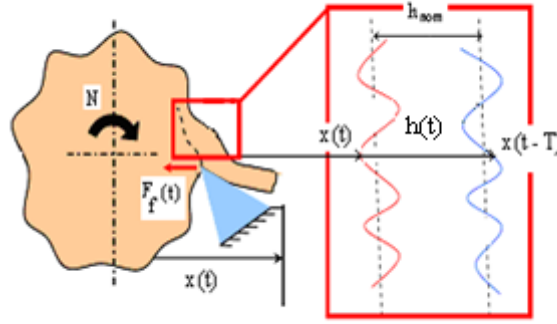


Fig. (II.5) Représentation de la surface régénérée, [36]

- Influence de la régénération de surface sur la force dans le sens de la vitesse d'avance  $F(t)$  :

L'avance instantanée est exprimée par la relation suivante,

$$h(t) = h_{nom} + \Delta x(t) = h_{nom} + [x(t - T) - x(t)] \quad (\text{II.17})$$

$$F(t) = k_f \cdot b [h_{nom} + [x(t - T) - x(t)]] = k_f \cdot b \cdot h_{nom} + k_f \cdot b \cdot [x(t - T) - x(t)] \quad (\text{II.18})$$

$$F(t) = F_{nom} + \Delta F(t) \quad (\text{II.19})$$

Où :

$\Delta F(t)$  : est la variation de la force d'avance due aux vibrations structurelles.

V- Equation du mouvement en tenant compte de l'effet de régénération de la surface :

L'équation dynamique du système usinant à (1ddl) dans la direction  $x$ , est donnée par :

$$K \left( \frac{1}{\omega_0^2} \ddot{x} + \frac{2\xi}{\omega_0} \dot{x} + x \right) = K_f \cdot b \cdot h(t) \quad (\text{II.20})$$

En remplaçant par la valeur de  $h(t)$  l'équation du mouvement devient :

$$K \left( \frac{1}{\omega_0^2} \ddot{x} + \frac{2\xi}{\omega_0} \dot{x} + x \right) = K_f \cdot b \cdot [h_0(t) + x(t - T) - x(t)] \quad (\text{II.21})$$

C'est une équation différentielle du deuxième ordre avec un terme de retard ; sa résolution est assi difficile. Et puisque en ne s'intéresse qu'aux vitesses de rotation et aux profondeurs de coupe, l'analyse fréquentielle (méthode analytique) permet d'obtenir plus rapidement des

résultats. En plus à partir d'une analyse fréquentielle une démarche inverse, c.à.d un analyse temporelle est faisable ce qui favorise cette méthode d'étude .

## VI- Etude de la stabilité du système usinant :

- Calcul du Laplacien de l'équation du mouvement :

L'étude fréquentielle du système usinant implique le calcul du Laplacien de l'équation du mouvement. Ensuite l'étude la stabilité pourra être menée avec différentes méthodes.

Pour notre cas, l'étude de la stabilité se limite à la méthode de Nyquist ainsi qu'au développement analytique pur.

Dans le domaine de Laplace l'équation du mouvement s'écrit :

$$x(s)\left(\frac{1}{\omega_n^2} s^2 + \frac{2\xi}{\omega_{n0}} s + 1\right) = \frac{1}{k} F(s) \quad (\text{II.22})$$

avec :

$$L[x(t)] = x(s)$$

$$L[\dot{x}(t)] = s \cdot x(s)$$

$$L[\ddot{x}(t)] = s^2 \cdot x(s)$$

$$L[F(t)] = F(s)$$

- Calcul du Laplacien de l'épaisseur de coupe instantanée :

En introduisant la fonction de Laplace sur l'équation de l'épaisseur de coupe instantanée, on obtient :

$$h_t(s) = h_{nom}(s) + x(s)(e^{-T \cdot s} - 1) \quad (\text{II.23})$$

### VI.1- Etude de la stabilité du système usinant par la méthode de Nyquist :

D'après l'équation du mouvement on peut écrire :

$$K \left( \frac{1}{\omega_0^2} \ddot{x} + \frac{2\xi}{\omega_0} \dot{x} + x \right) = K_f \cdot b \cdot h(t) \Rightarrow \left( \frac{1}{\omega_0^2} \ddot{x} + \frac{2\xi}{\omega_0} \dot{x} + x \right) = h(t) b K_f \cdot 1/k \quad (\text{II.24})$$

En introduisant la transformée de Laplace sur l'équation le système usinant peut être alors représenté par le schéma bloc, avec deux boucles de retour, une qui représente la surface actuelle et l'autre la surface précédente.



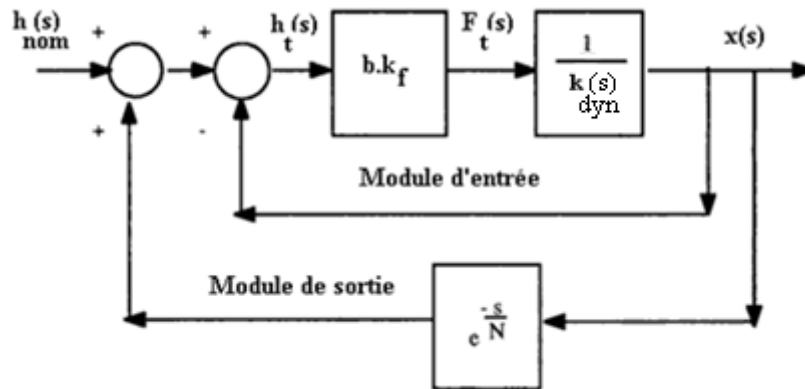


Fig. (II.6) Schéma bloc du système avec retard, [12]

En utilisant les méthodes de réduction du schéma bloc si dessous on trouve la fonction de transfert  $G(s)$ :

$$G(s) = \frac{\frac{b.k_f}{k}}{k_{dyn}(s) + \frac{b.k_f}{k} \left[ \frac{s}{1!} - \frac{\left(\frac{s}{N}\right)^2}{2!} + \frac{\left(\frac{s}{N}\right)^3}{3!} \dots \right]} \quad (II.25)$$

L'équation (II.25) montre que le système dynamique a un nombre infini de mode alors le calcul de la racine de l'équation caractéristique requière la décision où on va tronquer la série du dénominateur qui dépend des conditions de coupe.

Le critère de stabilité montre que lorsque la variable de Laplace  $s$  est remplacé par la fréquence complexe  $j\omega$ , que le système est stable lorsque la condition suivante est vérifiée

$$G(j\omega) > -1$$

D'autre part on a :

$e^{-j\pi} = -1$ , alors la condition de stabilité devient :

$$G(j\omega) > e^{-j\pi}; -\infty < \omega < +\infty$$

Sachant qu'il y'a deux boucle de retour, surface en cours et surface avec retard. Pour une coupe stable l'ondulation  $x(t)$  tend à s'éteindre tans disque pour une coupe instable le module de  $x$  grandis continuellement.

Selon Nyquist le système est stable si :

$$\frac{k}{b.k_f} \frac{k_{dyn}(j\omega)}{[1-e^{-j\omega/N}]} > e^{-j\pi}; -\infty < \omega < +\infty \quad (II.26)$$

D'où on tire la raideur dynamique :

$$k_{dyn}(j\omega) > b.k_f \left[ 1 - e^{-\frac{j\omega}{N}} \right] e^{-j\pi}/k; -\infty < \omega < +\infty \quad (II.27)$$

Ou encore :

$$k_{dyn}(j\omega) > \frac{b.k_f [e^{-j\pi} - e^{j(\frac{\omega}{N} - \pi)}]}{k}; -\infty < \omega < +\infty \text{ et } |x(\infty)| \rightarrow 0 \quad (II.28)$$

Cela veut dire que si on connaît la raideur statique, la raideur dynamique  $k_{dyn}$  et la pression spécifique de coupe on peut prédire si la coupe est stable ou non selon les conditions de coupe proposes N et b.

Un approche graphique est utilise pour ce problème est la construction d'une carte de stabilité N en fonction de  $b.k_f$

La stabilité globale  $b.k_f$  est présentée par la ligne interrompue, physiquement définie comme la le taux d'enlèvement de matière max quelque soit la vitesse le broutement n'aura pas lieu.

La raideur max pour est obtenue pour :  $e^{j(\frac{\omega}{N} - \pi)} = 1$  ; alors :

$$\text{Re}[k_{dyn}(j\omega)] > \frac{2(b.k_f)_{global}}{k}; -\infty < \omega < +\infty \quad (II.29)$$

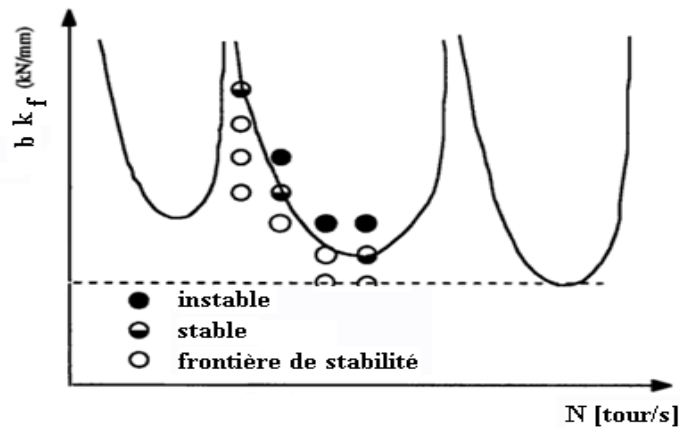


Fig. (II.7) Lobes de stabilités, [12]

## VI.2- Méthode analytique (cas pièce flexible / outil suffisamment rigide) :

Pour le cas où la pièce est flexible et l'outil est considéré rigide (fig. II.9), on va calculer la fonction de transfert analytiquement puis la stabilité est calculée de façon analytique.

On se place toujours dans les cas d'une coupe orthogonale.

On va ensuite développer des critères de stabilité par un calcul analytique d'où vient son nom.

Ensuite on va simuler le broutement régénératif par le tracé des cartes où lobes de stabilités pour différentes configurations d'usinage avec une application développée sous DELPHI.

Dans le but de voir si le modèle développée obéit aux critères de la théorie des lobes de stabilité, et de voir l'influence des paramètres dynamique sur l'allure des lobes obtenus

La Fig. (II.8) montre la représentation de la dynamique d'une coupe orthogonale avec un déphasage entre deux tours consécutifs en schéma bloc.

L'analyse de la stabilité implique l'étude du rapport entre l'épaisseur de coupe programmé et l'épaisseur de coupe réel.

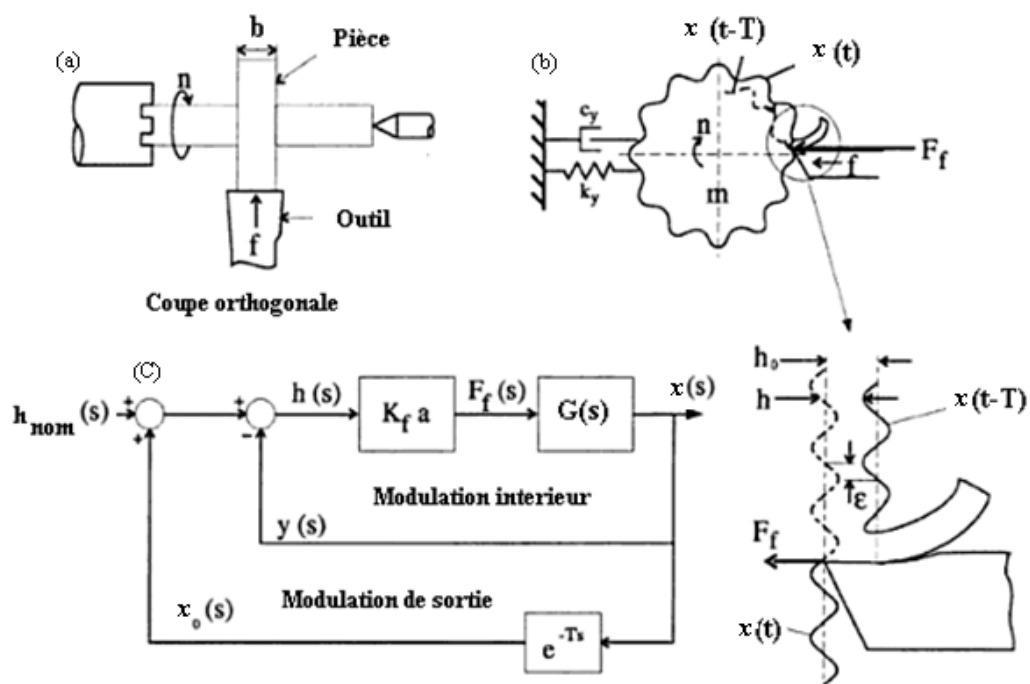


Fig. (II.8) Interprétation de la surface régénérée en schéma bloc, [37]

L'équation du mouvement :

$$K\left(\frac{1}{\omega_0^2} \ddot{x} + \frac{2\xi}{\omega_{n0}} \dot{x} + x\right) = K_f \cdot b \cdot [h_0(t) + x(t - T) - x(t)] \quad (\text{II.30})$$

- Calcul de la fonction de transfert  $G(s)$  boucle ouverte :

$G(s)$  est la fonction de transfert à boucle ouverte qui est schématisé par le schéma bloc suivant fig. (II.9) :



Fig. (II.9) Boucle ouverte

$G(s)$  représente le rapport entre la sortie  $x(s)$  et la force d'excitation  $F(s)$ , dans le domaine de Laplace,  $G(s)$  est donné par :

$$G(s) = \frac{x(s)}{F(s)} \quad (\text{II.31})$$

D'après la relation (II.27), on tire l'expression de  $G(s)$ , qui est donnée par :

$$G(s) = \frac{1/K}{\left(\frac{1}{w_0^2} s^2 + \frac{2\xi}{\omega_0} s + 1\right)} \quad (\text{II.32})$$

En remplaçant  $(s)$  par sa valeur  $(s = j\omega_c)$ , on obtient :

$$\frac{1/K}{\left(1 - \frac{\omega_c^2}{\omega_0^2} + 2j\xi \frac{\omega_c}{\omega_0}\right)} = G(s) \quad (\text{II.33})$$

avec :

$\sigma$  : partie réelle de  $(s)$

$\omega_c$  : Partie imaginaire de  $(s)$

$$j^2 = -1$$

En posant :  $r = \frac{\omega_c}{\omega_0}$ , alors  $G(s)$  devient :

$$G(s) = \frac{1/K}{(1-r^2+2j\xi r)} \quad (\text{II.34})$$

En multipliant et en divisant par l'adjoint du dénominateur de G(s), il vient :

$$G(s) = \frac{1/K}{(1-r^2+2j\xi r)} \cdot \frac{(1-r^2-2j\xi r)}{(1-r^2-2j\xi r)} = 1/K \cdot \frac{(1-r^2-2j\xi r)}{(1-r^2)^2-(2\xi r)^2} \quad (\text{II.35})$$

en séparant la partie réel de la partie imaginaire on aura : (II.36)

$$G(s) = 1/K \left[ \frac{1-r^2}{(1-r^2)^2+(2\xi r)^2} - j \frac{2\xi r}{(1-r^2)^2+(2\xi r)^2} \right]$$

Finalement, on a la partie réelle de G(s) qui est donnée par :

$$p = 1/K \left[ \frac{1-r^2}{(1-r^2)^2+(2\xi r)^2} \right] \quad (\text{II.37})$$

et la partie imaginaire qui est donnée par :

$$q = 1/K \left[ \frac{-2\xi r}{(1-r^2)^2+(2\xi r)^2} \right] \quad (\text{II.38})$$

- Fonction de transfert du système avec boucle de retard :

La recherche de la stabilité du système s'effectue par l'étude du rapport entre les transformées de Laplace de l'épaisseur du copeau non déformée  $h_0(s)$  et l'épaisseur instantanée du copeau  $h(s)$  :

En faisant la transformée de Laplace de l'équation (II.30) et en mettant  $x(s)$  en facteur le système devient :

$$x(s)[Ms^2 + Cs + K] = K_f \cdot b \cdot [h_0(s) + x(s)(e^{-T \cdot s} - 1)] \quad (\text{II.39})$$

On a d'après le système à boucle ouverte :

$$Ms^2 + Cs + K = 1/G(s) \quad (\text{II.40})$$

L'équation (II.39) devient :

$$\frac{x(s)}{G(s)} = K_f \cdot b \cdot [h_0(s) + x(s)(e^{-T \cdot s} - 1)] \quad (\text{II.41})$$

D'où la sortie  $x(s)$  qui peut être exprimée par la relation :

$$x(s) = K_f \cdot b \cdot G(s) [h_0(s) + x(s)(e^{-T \cdot s} - 1)] \quad (\text{II.42})$$

Le schéma bloc d'une telle commande avec retard peut être représenté par la fig. (II.11) :

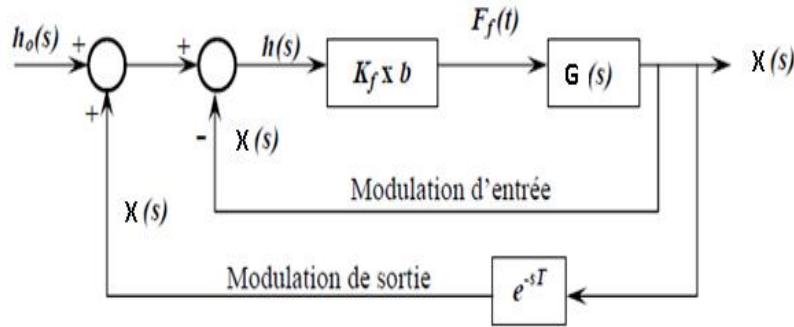


Fig. (II.10) Schéma bloc de la commande avec retard, [36 ]

D'après la relation (II.48) on a :

$$\frac{x(s)}{G(s)} - x(s)(e^{-T.s} - 1). K_f \cdot b = K_f \cdot b \cdot h_0(s) \quad (II.43)$$

En mettant x(s) en facteur on obtient :

$$x(s) \left[ \frac{1}{G} - (e^{-T.s} - 1) \right] K_f \cdot b = K_f \cdot b \cdot h_0(s) \quad (II.44)$$

D'autre part on a :

$$x(s) = G(s) \cdot F(s) = G(s) \cdot b \cdot K_f \cdot h(s) \quad (II.45)$$

Ainsi il vient :

$$G(s) \cdot b \cdot K_f \cdot h(s) \left[ \frac{1}{G} + (1 - e^{-T.s}) \right] K_f \cdot b = K_f \cdot b \cdot h_0(s) \quad (II.46)$$

$$h(s) [1 + G(s) \cdot (1 - e^{-T.s})] K_f \cdot b = h_0(s) \quad (II.47)$$

Finalement le rapport entre h(s) et h\_0(s) s'exprime par la relation :

$$\frac{h(s)}{h_0(s)} = \frac{1}{1 + G(s) \cdot (1 - e^{-T.s}) K_f \cdot b} \quad (II.48)$$

- Critère de stabilité du système avec boucle de retard :

Considérons  $s = \sigma + j\omega_c$  une racine complexe de l'équation caractéristique associée à l'équation (II.48).

Si  $\sigma$  est positif, la transformée inverse de Laplace de la racine comporte un terme en  $e^{+|\sigma|T}$ , ce qui conduit à une amplitude tendant vers l'infini et le système sera donc instable.

Au contraire, si  $\sigma$  est négatif, la transformée inverse de Laplace de la racine comporte un terme en  $e^{-|\sigma|T}$  ; l'équation caractéristique converge et par la suite le système est considéré comme stable.

Pour obtenir la frontière de stabilité, il faut donc se placer pour  $\sigma = 0$ . La résolution de l'équation caractéristique en ce point permet d'obtenir la largeur de coupe limite ( $b_{lim}$ ).

Le système est instable lorsque le dénominateur de l'équation (II.48) est nul :

$$[1 + G(s). (1 - e^{-T.s})]K_f. b = 0 \quad (II.49)$$

le terme :

$e^{-T.s}$  est exprimé par la relation

$$e^{-T.s} = \cos(-T\omega_c) + j\sin(-T\omega_c) = e^{-T.s} = \cos(T\omega_c) - j\sin(T\omega_c)$$

en posant :

$$G(s) = p + jq$$

avec :

$$s = j\omega_c$$

En remplaçant les expressions de  $e^{-T.s}$  et de  $G(s)$  dans la relation (II.56), on obtient :

$$1 + [(p + jq). (1 - \cos(T\omega_c) + j\sin(T\omega_c))]K_f. b = 0 \quad (II.50)$$

La séparation de la partie réel de la partie complexe donne :

$$1 + K_f. b[p(1 - \cos(T\omega_c)) - q. \sin(T\omega_c)] + j. [p. \sin(T\omega_c) + q(1 - \cos(T\omega_c))] = P + jQ = 0$$

$$\text{avec } P = 1 + K_f. b[p(1 - \cos(T\omega_c)) - q. \sin(T\omega_c)]$$

$$\text{et } Q = [p. \sin(T\omega_c) + q(1 - \cos(T\omega_c))]$$

en faisant le rapport entre p et q on obtient la relation :

$$\text{tg}\psi = \frac{q}{p} = \frac{\sin(T\omega_c)}{1 - \cos(T\omega_c)} \quad (II.51)$$

Finalement (démonstration voir annexe A) on obtient :

$$N = \frac{60\omega_c}{2\psi(\omega_c) + 3\Pi + 2\Pi Z} \quad (II.52)$$

- Calcul de  $b_{lim}$  :

Pour trouver  $b_{lim}$  il faut annuler la partie réelle Q :

$$[p \cdot \sin(T\omega_c) + q(1 - \cos(T\omega_c))] = 0$$

On tire l'expression de  $b_{lim}$  :

$$b_{lim} = \frac{-1}{2k_f p(\omega_c)} \quad (II.53)$$

Où  $p(\omega_c)$  est la partie réel de fonction de transfert G(s)

- Calcul du déphasage :

Si  $f_c$  est la fréquence du broutement, il vient ainsi le nombre d'ondes qui est donné par la formule suivante :

$$f_c \cdot T = Z + \frac{\epsilon}{2\pi} \quad (II.55)$$

avec :

$\frac{\epsilon}{2\pi}$  Fraction exprimant le taux du déphasage,

$\epsilon$ : Déphasage entre l'onde actuelle et l'onde précédente,

Si  $\epsilon$  est nul ou un multiple de  $2\pi$  le nombre d'onde est un entier l'épaisseur de coupe sera constante on parle alors de parallélisme des deux ondes vibratoires des surfaces générées.

Par contre dans le cas contraire on est devant un cas de broutement qui atteint la valeur maximale pour le cas ou ce déphasage est égale a  $\pi$

Pour plusieurs cycles on a :

$$2\pi \cdot f_c \cdot T = 2\pi k + \epsilon \quad (II.56)$$

avec :

$$\epsilon = 2\psi + 3\pi$$



D'une autre manière, on parle de vibrations auto-entretenues, lorsque l'épaisseur de copeau instantanée  $h(t)$  varie au court du temps et dans ce cas il y'a un déphasage ( $\varepsilon$ ) entre deux tours consécutifs de l'outil, (fig.II.2)

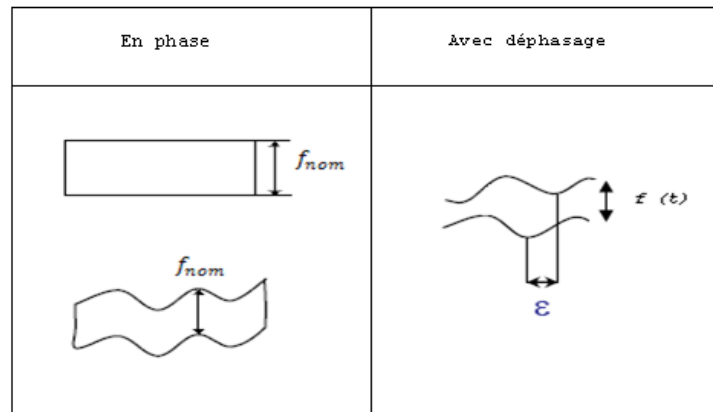


Fig. (II.11) Représentation du déphasage, [38]

## VII- Tracé des lobes de stabilité :

Pour valider nos résultats de simulation, on va les comparer à ceux obtenus par H.Lachkhab et M. Ferhat [38], qui ont utilisé le logiciel MATLAB pour la simulation.

Dans notre cas on a utilisé le logiciel DELPHI pour simuler le broutement par les lobes de stabilité pour différents paramètres de coupe.

- Algorithme pour tracer les lobes de stabilité :

On a procédé par étapes comme suit :

Etape 1 : On va balayer toutes les valeurs possibles de  $\omega_c$  . Cette valeur est égale à  $\omega_n$  multipliée par un certain rapport r. Qui sera d'autant plus petit que la précision est plus serrée, et le nombre de valeurs à simuler correspond au nombre de points de la courbe.

Etape 2 : Calcul de  $b_{lim}$

Pour chaque valeur de  $\omega_c$ , on calcul la valeur de p avec :

$$p = 1/K \left[ \frac{1-r^2}{(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2} \right]$$

par la suite la valeur de  $\mathbf{b}_{lim}$  est donnée par :

$$\mathbf{b}_{lim} = \frac{-1}{2\mathbf{k}_f\mathbf{p}(\omega_c)}$$

Etape 3 : Pour une seule valeur de  $\omega_c$ , on calcule un nombre Z de vitesses de rotation et Z correspond au nombre de lobes voulus.

$$N = \frac{60\omega_c}{2\psi(\omega_c) + 3\pi + 2\pi Z}$$

Donc, on aura sur l'axe des Y la valeur  $\mathbf{b}_{lim}$  à laquelle correspond plusieurs N sur l'axe des X.

Etape 4 : On incrémente la valeur de  $\omega_c$  jusqu'à une valeur fixée, qui représente un multiple de  $\omega_0$ , et on répète les étapes précédentes.

#### VII.1- Applications :

On a appliqué les étapes de construction des lobes qu'on a cité sur un modèle à (1ddl). En d'autre terme l'un des deux éléments en interaction est considéré suffisamment élastique et pour notre cas on va prendre la configuration suivante :

➤ pièce flexible - outil rigide

Pour cette configuration, la pièce est considérée comme un système masse-ressort-amortisseur, avec des propriétés ( $k, \zeta, \omega_n$ ) qu'on change à chaque fois pour voir l'influence de ces paramètres sur l'allure de la carte de stabilité.

- Données de simulation :

On va simuler le broutement par le biais des lobes de stabilité en prenant divers configurations, en changeant les valeurs des paramètres dynamiques de la pièce usinée, dans le but de voir leur influence sur le broutement, dans notre cas on va seulement examiner l'influence de la raideur et du taux d'amortissement.

Pour rendre la comparaison avec les résultats des ingénieurs H.Lachkhab et M. Ferhat, [38] possible, on va prendre des combinaisons du mêmes tableau donnant les paramètres dynamique de la pièce.

Paramètres	Symboles (unités)	Valeurs nominales	Valeurs minimal	Valeurs maximal
Taux d'amortissement	$\xi$	0.033	0.015	0.050
Pulsation propre	$\omega_n$	592	200	2100
Raideur	k	$45 \times 10^6$	$20 \times 10^6$	$803.795 \times 10^6$
Coefficient spécifique de coupe tangentielle	$k_f$	$24 \times 10^8$	$10 \times 10^9$	$10 \times 10^{10}$

Tableau. (II.1) paramètres dynamique de la pièce, [38]

- Etude de l'influence du taux d'amortissement :

On a lancé la simulation pour des valeurs nominales pour toutes les valeurs des paramètres dynamiques. Ensuite on a gardé la valeur nominale de la raideur, pulsation propre et du coefficient spécifique de coupe tangentielle et on a pris la valeur maximale de ( $\zeta$ ). Les résultats de simulation obtenus donnent :

Résultat de simulation pour ( $\xi$ ) **nominale** :

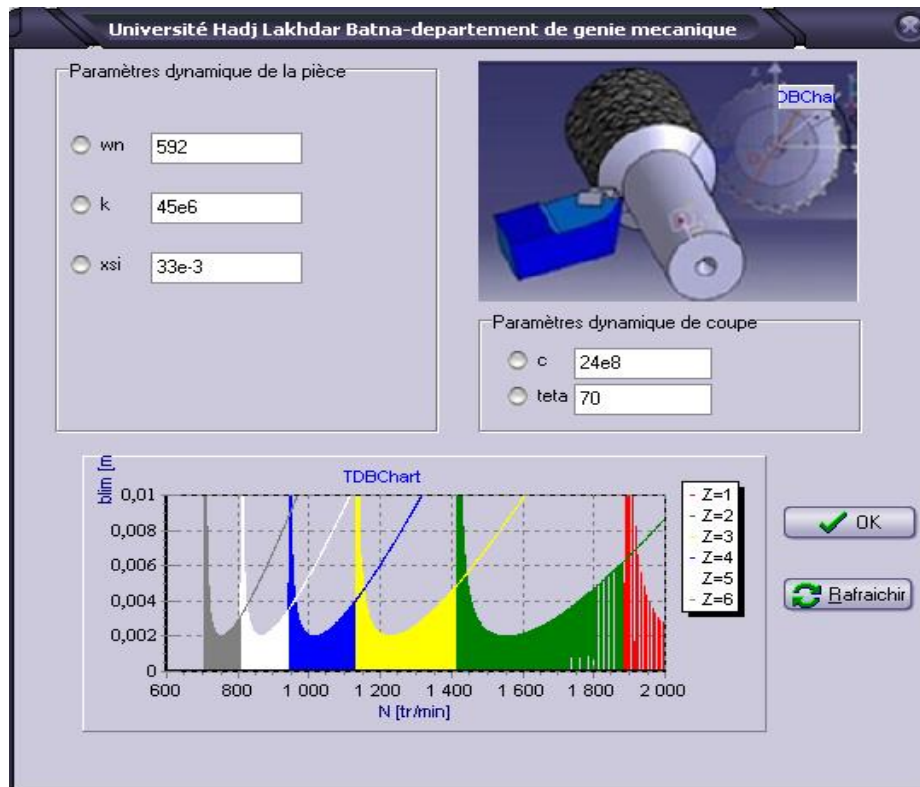


Fig. (II.11.a) lobes de stabilité avec interface pour  $\xi = 33 \times 10^{-3}$ . Cas pièce flexible/ outil rigide

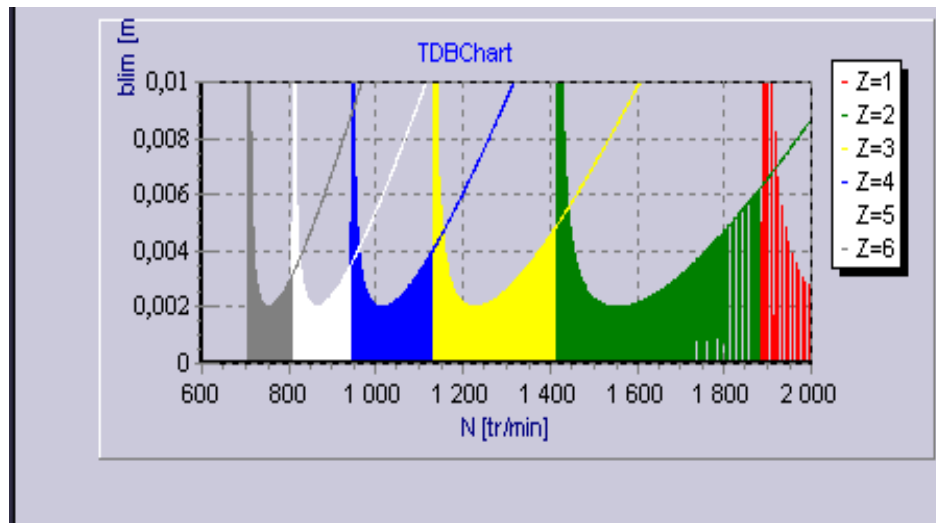


Fig. (II.11.b) détails des lobes de stabilité pour  $\xi = 33 \times 10^{-3}$ . Cas pièce flexible/ outil rigide

❖ Résultat de simulation pour ( $\xi$ ) maximale :

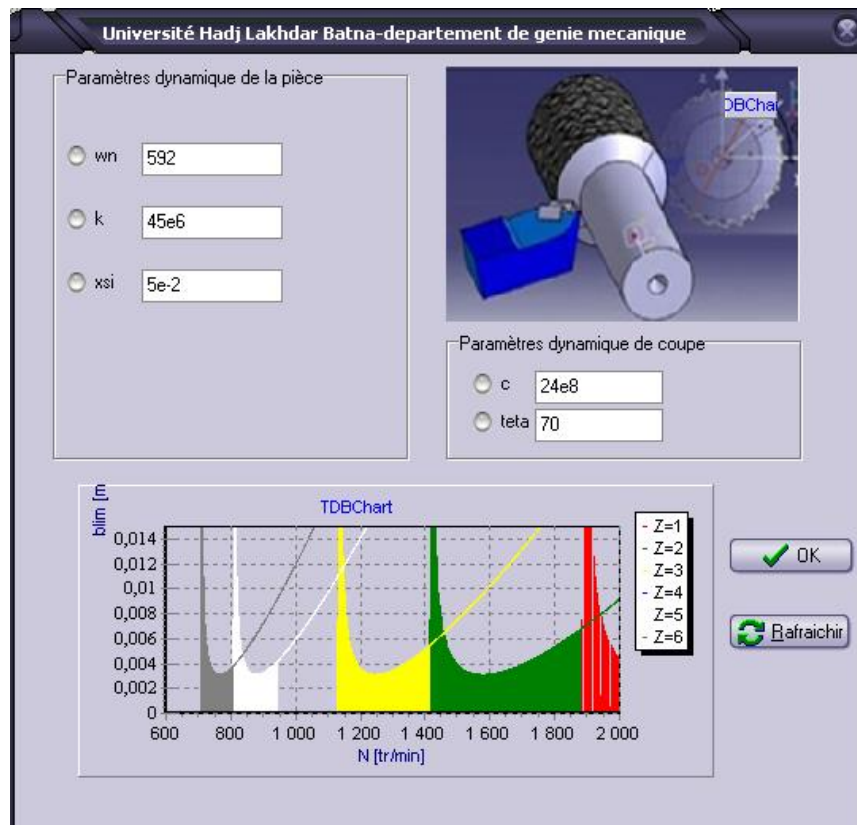


Fig. (II.12.a) lobes de stabilité avec interface pour  $\xi = 5 \times 10^{-2}$ . Cas pièce flexible/ outil rigide

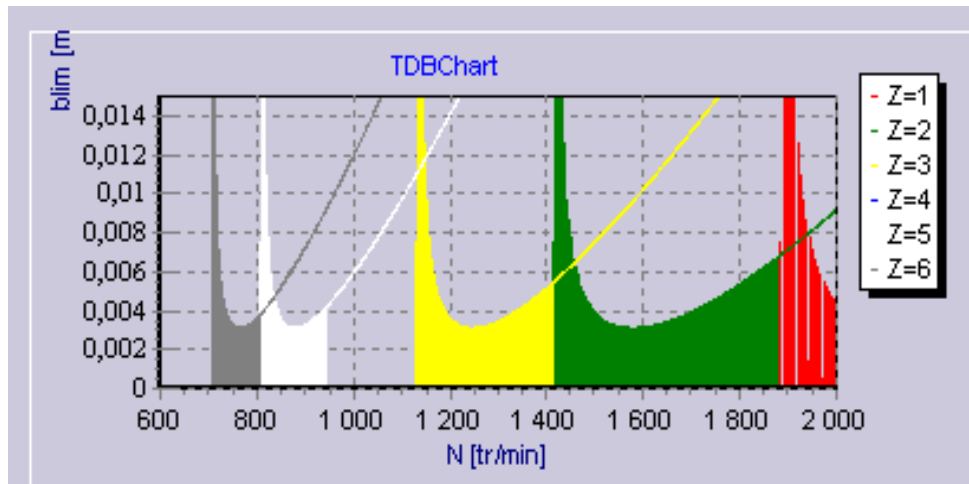


Fig. (II.12.b) détails des lobes de stabilité pour  $\xi = 5 \times 10^{-2}$ . Cas pièce flexible/ outil rigide

➤ Interprétation des résultats Fig. (II.12) :

La zone de stabilité au dessous des lobes (Fig. (II.12.a)) est stable, la valeur de la profondeur de passe limite est :  $b_{lim} \approx 2 \text{ mm}$  .

Par contre dans le deuxième cas (Fig. (II.12.b)) on a : ( $b_{lim} \approx 3 \text{ mm}$ ) , cette augmentation est due au taux d'amortissement qui est plus important dans ce cas et qui rend le processus de coupe plus stable.

- Etude de l'influence de la raideur :

Dans ce cas on a gardé les valeurs nominales de la pulsation propre, taux d'amortissement et du coefficient spécifique de coupe tangentielle et on a pris la valeur maximale de la raideur.

Théoriquement l'augmentation de la raideur devrait augmenter la zone d'instabilité, au contraire du cas où on augmente le taux d'amortissement.

Les résultats de simulation vont montrer si le modèle adopté vérifie cette propriété, les résultats de simulation donnent.

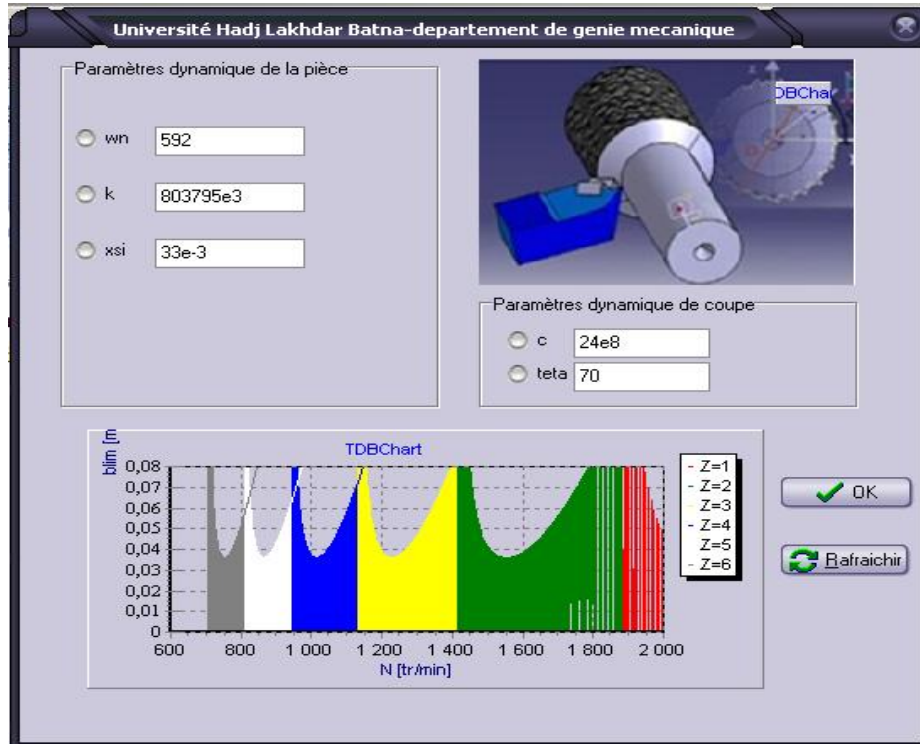


Fig. (II.13.a) lobes de stabilité avec interface pour  $k=803,795 \times 10^6$ . Cas pièce flexible/ outil rigide

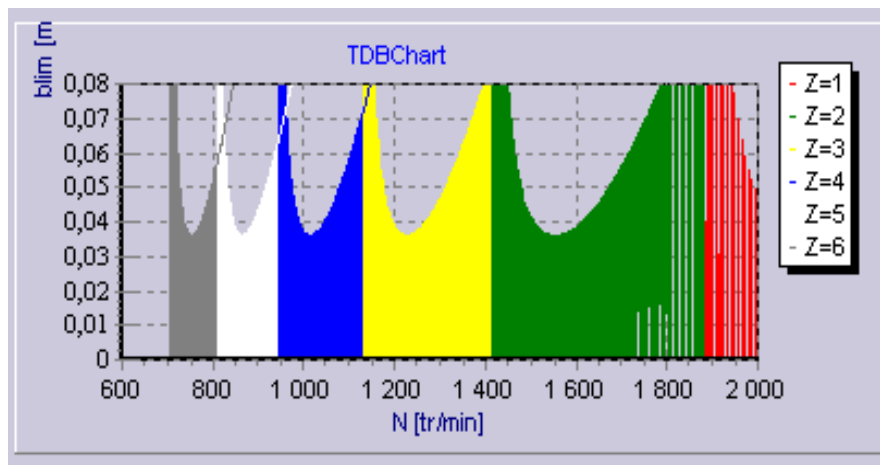


Fig. (II.13.b) détaille lobes de stabilité pour  $k=803,795 \times 10^6$ . Cas pièce flexible/ outil rigide

➤ Interprétation des résultats Fig. (II.13) :

La zone de stabilité est nettement plus large dans le cas où la raideur est plus importante, (Fig. (II.13.b)), dans ce cas on a :  $b_{lim} \approx 4 \text{ (mm)}$  que celle obtenue avec des paramètres de coupe nominale  $b_{lim} \approx 2 \text{ (mm)}$  .

- Etude de l'influence de la pression spécifique tangentielle de coupe :

Cette fois on garde les valeurs nominales de la pulsation propre, taux d'amortissement et de la raideur et on prend la valeur maximale de la pression spécifique de coupe tangentielle.

Théoriquement l'augmentation de la pression spécifique de coupe tangentielle devrait augmenter la zone d'instabilité.

Le modèle adopté devrait satisfaire à cette condition, les résultats de simulation donnent :

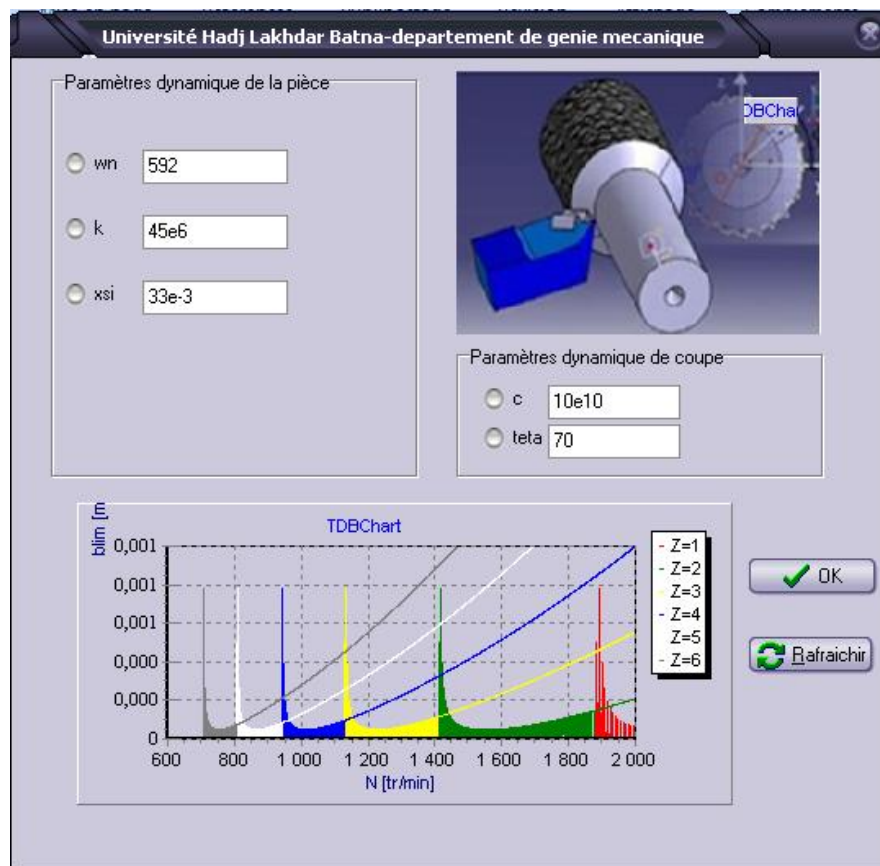


Fig. (II.13.a) lobes de stabilité avec interface pour  $k_f = 10 \times 10^{10}$ . Cas pièce flexible/ outil rigide

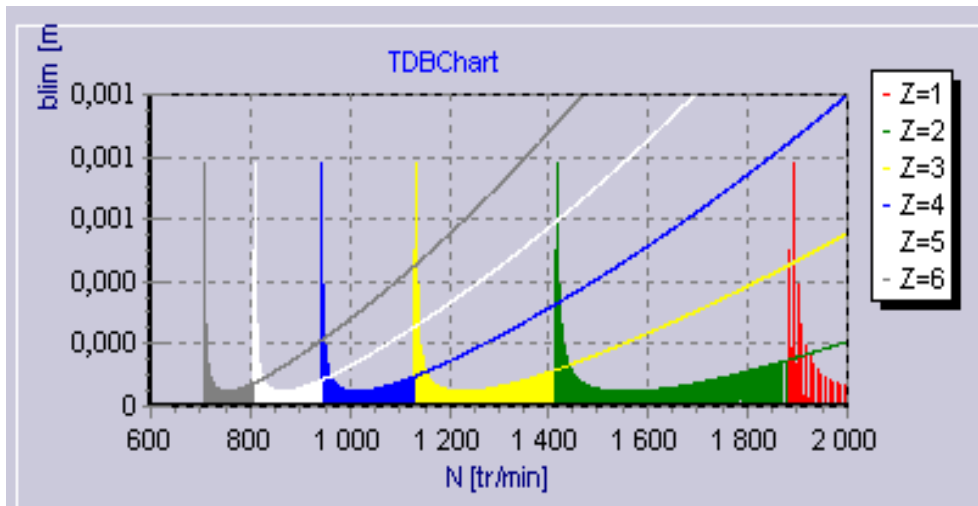


Fig. (II.14.b) détail lobes de stabilité pour  $k_f = 10 \times 10^{10}$ . Cas pièce flexible/ outil rigide

➤ Interprétation des résultats Fig. (II.13) :

L'augmentation de la pression spécifique de coupe rend le processus de coupe très instable, vu l'effort considérable exercé par l'outil sur la pièce ( $k_f = 10$  e 10).

La zone de stabilité est presque négligeable.

### VIII- Conclusion :

Dans ce chapitre on a présenté deux méthodes pour l'analyse du broutement régénérative.

La méthode de Nyquist a été présentée pour le cas où l'outil est flexible avec pièce rigide, ensuite on a considéré le cas où la pièce est flexible et l'outil rigide.

Pour ce cas on a développé analytiquement des critères de stabilité et pour valider le modèle adopté, on a tracé des cartes de stabilité pour différents paramètres de coupe et on a vérifié si en était en accord avec la théorie.

D'après les résultats obtenus, on peut dire que :

- lorsque la valeur du taux d'amortissement augmente, la zone de stabilité augmente.
- En augmentant la valeur de la pièce la zone de d'instabilité augmente aussi.



- lorsque la valeur la pression spécifique de coupe augmente, la zone de d'instabilité augmente aussi.

Mais le cas de l'outil flexible combiné avec une pièce flexible est aussi un cas envisageable (qui est but de cette thèse).

La question maintenant qu'on se pose est :

Est-ce que la méthode analytique reste applicable ? Et si c'est le cas : Quel sont les reflets sur l'analyse de la stabilité ?

Le troisième chapitre vient dans le but de répondre à ces questions.

# CHAPITRE III : MODELISATION ET SIMULATION DU COUPLAGE ENTRE LES DEFORMATIONS DE L'OUTIL ET DE LA PIECE EN TOURNAGE

---

I- Introduction :

Si on prend en considération l'élasticité de la pièce usinée et de l'outil de coupe, (couplage des modes vibratoire), le modèle dynamique est schématisée par la (fig.III.1), [37].

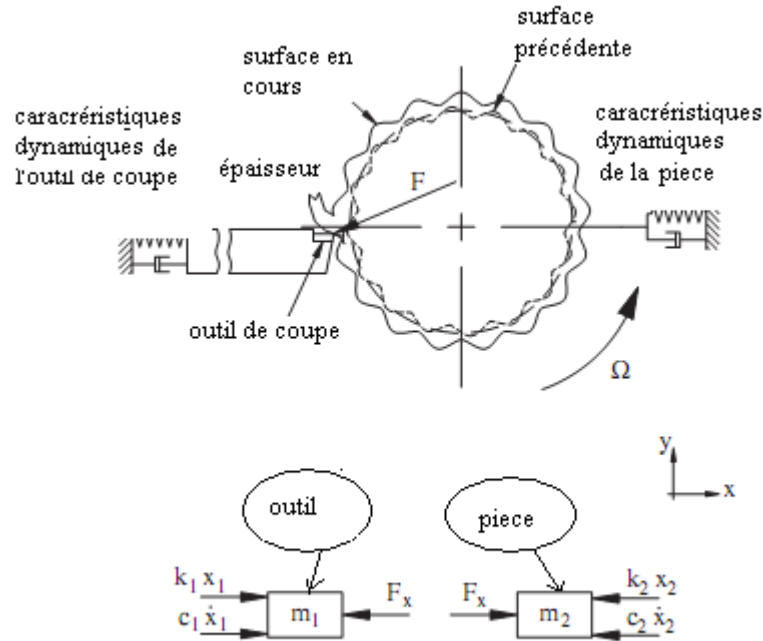


Fig. (III.1) Modèle dynamique cas du couplage des modes vibratoires, [39]

II- Equations du mouvement:

Les équations du mouvement d'après, [37] sont séparées en un système à deux équations

$$\begin{cases} \ddot{x}_1(t) + 2\xi_1\omega_{n1}\dot{x}_1(t) + \omega_{n1}^2x_1(t) = -\frac{1}{m_1}F_x(t) \\ \ddot{x}_2(t) + 2\xi_2\omega_{n2}\dot{x}_2(t) + \omega_{n2}^2x_2(t) = \frac{1}{m_2}F_x(t) \end{cases} \quad (III-1)$$

Où  $(x_1, \dot{x}_1, \ddot{x}_1)$  sont successivement le déplacement, la vitesse et l'accélération de l'outil

Et  $(x_2, \dot{x}_2, \ddot{x}_2)$  sont successivement le déplacement, la vitesse et l'accélération de la pièce

III- Fonction de transfert du système d'usinage avec boucle de retard :

La force de coupe dans la direction (x) est donnée par :

$$F_x(t) = F_f(t)$$

Où  $F_f(t)$  est la force dans le sens de l'avance.

D'où l'expression de la force dans le sens de l'axe (x) est représentée par la relation suivante :

$$F_X(t) = k_f \cdot b \cdot h(t) \quad (\text{III-2})$$

avec :

$k_f$  est la pression spécifique de coupe [ $N/m^2$ ].

$b$  est la profondeur de coupe [m].

L'épaisseur de coupe instantanée, en considérant le couplage des modes vibratoires, s'écrit :

$$h(t) = h_0 + [x_1(t) - x_1(t - \tau)] - [x_2(t) - x_2(t - \tau)] \quad (\text{III-3})$$

avec :

$\tau$  est la période [s].

En réécrivant le système (III-1) sous forme matricielle on obtient :

$$[I]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{F_x(t)\} \quad (\text{III-4})$$

avec :

$$\{F_x(t)\} = \begin{Bmatrix} \frac{-b \cdot K_f h(t)}{m_1} \\ \frac{b \cdot K_f h(t)}{m_2} \end{Bmatrix} = \frac{b \cdot K_f}{m_1 \cdot m_2} \cdot \begin{Bmatrix} -m_2 \cdot h(t) \\ m_1 \cdot h(t) \end{Bmatrix} \quad (\text{III-5})$$

et en posant :

$$\hat{b} = \frac{b \cdot K_f}{m_1 \cdot m_2} \text{ et } \{\hat{h}\} = \begin{Bmatrix} -m_2 \cdot h(t) \\ m_1 \cdot h(t) \end{Bmatrix} \quad (\text{III-6})$$

la valeur de la force dans le sens d'avance devient :

$$\{F_x(t)\} = \hat{b} \cdot \{\hat{h}\} \quad (\text{III-7})$$

en remplaçant  $h(t)$  par sa valeur  $\{\hat{h}\}$  se réécrit sous la forme suivante :

$$\{\hat{h}\} = h_0 \begin{Bmatrix} -m_2 \\ m_1 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} -m_2 & -m_2 \\ m_1 & m_1 \end{bmatrix} \left\{ \begin{Bmatrix} x_1(t) - x_2(t) \\ x_1(t) - x_2(t) \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} x_1(t - \tau) - x_2(t - \tau) \\ x_1(t - \tau) - x_2(t - \tau) \end{Bmatrix} \right\} \quad (\text{III-8})$$

sous la forme condensée on écrit:

$$\{\hat{h}\} = \{\hat{h}_0\} + [A]({x_1(t) - x_2(t)} - {x_1(t - \tau) - x_2(t - \tau)}) \quad (\text{III-9})$$

où :

$$[A] = \begin{bmatrix} -m_2 & -m_2 \\ m_1 & m_1 \end{bmatrix}$$

La transformée de l'équation du mouvement dans le domaine de Laplace sera exprimée par :

$$x(s) \cdot (s^2 [I] + s [F] + [L]) = \{F_x(s)\} \quad (\text{III-10})$$

Les valeurs des matrices ( $[I]$ ,  $[F]$ ,  $[L]$ ) sont données comme suit :

$$[I] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[F] = \begin{bmatrix} 2\xi_1\omega_n & 0 \\ 0 & 2\xi_2\omega_n \end{bmatrix}$$

$$[L] = \begin{bmatrix} \omega_{n1} & 0 \\ 0 & \omega_{n2} \end{bmatrix}$$

en posant :

$$(s^2 [I] + s [F] + [L]) = [B]$$

Le calcul donne :

$$[B] = \begin{bmatrix} s^2 + 2\xi_1\omega_n s + \omega_n^2 & 0 \\ 0 & s^2 + 2\xi_2\omega_n s + \omega_n^2 \end{bmatrix}$$

Ainsi l'équation (III-10) devient :

$$x(s) \cdot [B] = \{F_x(s)\} \quad (\text{III-11})$$

La solution du système  $x(s)$ , est exprimée comme suit :

$$x(s) = [B]^{-1} \cdot \{F_x(s)\} \quad (\text{III-12})$$

en posant :

$$[G(s)] = [B]^{-1}$$

La solution du système  $x(s)$  se réécrit sous la forme suivante :

$$x(s) = [G(s)] \cdot F(s) \quad (\text{III-13})$$

avec :

$$[G(s)] = \begin{bmatrix} s^2 + 2\xi_1\omega_n s + \omega_n^2 & 0 \\ 0 & s^2 + 2\xi_2\omega_n s + \omega_n^2 \end{bmatrix}^{-1}$$

D'autre part on fait la transformée de Laplace du vecteur épaisseur de coupe instantanée  $\{\hat{h}(t)\}$ , qu'on note  $\{\hat{h}(s)\}$ :

on a d'autre part :

$$L [c^{st}] = c^{st}/s \Rightarrow L[\{\hat{h}_0\}] = \frac{\{\hat{h}_0\}}{s}$$

$$\text{et } L [x(t - \tau)] = x(s). e^{-\tau s}$$

Ainsi il vient :

$$\{\hat{h}(s)\} = \frac{\{\hat{h}_0\}}{s} + [A]\{x(s)\}(1 - e^{-\tau s})$$

en remplaçant  $x(s)$  par son expression on obtient :

$$\{\hat{h}(s)\} = \frac{\{\hat{h}_0\}}{s} + [A][B]^{-1}.F(s)(1 - e^{-\tau s}) \quad (\text{III-14})$$

où :

$$[B] = \begin{bmatrix} \varphi_1 & 0 \\ 0 & \varphi_2 \end{bmatrix}$$

La transformée de Laplace du vecteur force dans le sens de l'avance est donnée par :

$$F(s) = \hat{b}. \{\hat{h}(s)\} \quad (\text{III-15})$$

On remplace  $F(s)$  par son expression on obtient dans la relation on obtient :

$$\{\hat{h}(s)\} = \frac{\{\hat{h}_0\}}{s} + [A][B]^{-1}. \hat{b}. \{\hat{h}(s)\}. (1 - e^{-\tau s}) \quad (\text{III-16})$$

L'expression du rapport  $\frac{\{\hat{h}(s)\}}{\{\hat{h}_0\}}$ , qui va servir pour étudier la stabilité du système sera donnée par :

$$\frac{\{\hat{h}(s)\}}{\{\hat{h}_0\}} = \frac{1}{s([I] - [A][B]^{-1}. \hat{b}. (1 - e^{-\tau s}))} \quad (\text{III-17})$$

IV-Etude de la stabilité du système d'usinage avec couplage des modes vibratoires :

Pour que le système d'usinage avec couplage des modes vibratoires soit stable il faut que le déterminant du dénominateur de l'équation (III-28) soit différent de zéro :

$$\det ([I] - [A][B]^{-1}. \hat{b}. (1 - e^{-\tau s})) \neq 0 \quad (\text{III-18})$$

On va d'abord annuler l'équation (III-29) et par la suite éliminé les conditions qui 'annulent :

$$\det ([I] - [A][B]^{-1}. \hat{b}. (1 - e^{-\tau s})) = 0 \quad (\text{III-19})$$

en posant :

$$\varphi_1 = s^2 + 2\xi_1\omega_n s + \omega_n^2$$

$$\text{et } \varphi_2 = s^2 + 2\xi_2\omega_n s + \omega_n^2$$

ainsi il vient :

$$[B] = \begin{bmatrix} \varphi_1 & 0 \\ 0 & \varphi_2 \end{bmatrix}$$

et comme on a :

$$[G(s)] = [B]^{-1}$$

le calcul de l'inverse donne :

$$[G(s)] = \begin{bmatrix} 1/\varphi_1 & 0 \\ 0 & 1/\varphi_2 \end{bmatrix} \quad (\text{III-20})$$

L'annulation de l'équation (III-30), implique l'annulation de son déterminant alors :

$$\det \left[ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -m_2 & -m_2 \\ m_1 & m_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/\varphi_1 & 0 \\ 0 & 1/\varphi_2 \end{bmatrix} \frac{(1 - e^{-\tau s})b \cdot K_f}{m_1 \cdot m_2} \right] = 0 \quad (\text{III-21})$$

le calcul donne :

$$= \det \begin{bmatrix} 1 + \frac{(1 - e^{-\tau s})b \cdot K_f}{m_1 \cdot \varphi_1} & \frac{(1 - e^{-\tau s})b \cdot K_f}{m_1 \cdot \varphi_2} \\ -\frac{(1 - e^{-\tau s})b \cdot K_f}{m_2 \cdot \varphi_1} & 1 - \frac{(1 - e^{-\tau s})b \cdot K_f}{m_2 \cdot \varphi_2} \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{III-22})$$

Si on pose :

$$\alpha = (1 - e^{-\tau s})b \cdot K_f$$

L'équation (III-36) s'écrit :

$$\det \begin{bmatrix} 1 + \frac{\alpha}{m_1 \cdot \varphi_1} & \frac{\alpha}{m_1 \cdot \varphi_2} \\ -\frac{\alpha}{m_2 \cdot \varphi_1} & 1 - \frac{\alpha}{m_2 \cdot \varphi_2} \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{III-23})$$

Le déterminant est nul pour :

$$\left[ \left(1 + \frac{\alpha}{m_1 \cdot \varphi_1}\right) \cdot \left(1 - \frac{\alpha}{m_2 \cdot \varphi_2}\right) + \left(\frac{\alpha}{m_1 \cdot \varphi_2}\right) \cdot \left(\frac{\alpha}{m_2 \cdot \varphi_1}\right) \right] = 0 \quad (\text{III-24})$$

après simplification on obtient l'équation suivante :

$$\frac{m_2 \cdot \varphi_2 \cdot m_1 \cdot \varphi_1 - \alpha(m_1 \cdot \varphi_1 - m_2 \cdot \varphi_2)}{m_2 \cdot \varphi_2 \cdot m_1 \cdot \varphi_1} = 0 \quad (\text{III-25})$$

Le déterminant est nulle seulement si le numérateur de l'équation (III-25) est nulle :

$$m_2 \cdot \varphi_2 \cdot m_1 \cdot \varphi_1 - \alpha(m_1 \cdot \varphi_1 - m_2 \cdot \varphi_2) = 0 \quad (\text{III-26})$$

En remplaçant ( $\alpha$ ) par sa valeur dans (III-42) on obtient :

$$m_2 \cdot \varphi_2 \cdot m_1 \cdot \varphi_1 + (1 - e^{-\tau \cdot s})b \cdot K_f(m_2 \varphi_2 - m_1 \cdot \varphi_1) = 0 \quad (\text{III-27})$$

En multipliant l'équation (III-43) par l'expression ( $\varphi_1 \cdot \varphi_2 / m_2 \cdot m_1$ ) on obtient :

$$1 + (1 - e^{-\tau \cdot s}) \frac{b \cdot K_f}{m_2 \cdot m_1} \left( \frac{m_2}{\varphi_1} - \frac{m_1}{\varphi_1} \right) = 0 \quad (\text{III-28})$$

Après simplification l'équation (III-45) devient :

$$1 + (1 - e^{-\tau \cdot s})b \cdot K_f \left( \frac{1}{m_1 \varphi_1} - \frac{1}{m_2 \varphi_1} \right) = 0 \quad (\text{III-29})$$

Lorsque l'outil de coupe est assez rigide, sa fréquence naturelle est loin de celle de la pièce, alors sa fonction de transfert est presque nulle  $\frac{1}{\varphi_1} \approx 0$  ce qui nous permet d'écrire :

$$1 + (1 - e^{-\tau \cdot s}) \frac{b \cdot K_C \cdot K_f}{\varphi_2 \cdot m_1} = 0 \quad (\text{III-30})$$

La relation (III-47) représente l'équation caractéristique présentée du modèle à un seul degré de liberté.

- Calcul de la profondeur de passe critique ( $b_{\text{Critique}}$ ) :

Pour obtenir  $b_{\text{Critique}}$ , on va résoudre l'équation caractéristique (III-47) et après l'avoir multiplié par le produit ( $\varphi_1 \cdot \varphi_2$ ), on obtient :

$$\varphi_1 \cdot \varphi_2 + (1 - e^{-\tau \cdot s}) \frac{b \cdot K_f}{m_2 \cdot m_1} (m_2 \cdot \varphi_2 - m_1 \cdot \varphi_1) = 0 \quad (\text{III-31})$$

D'où 'on déduit l'expression :

$$b_{\text{Critique}} = - \frac{\varphi_1 \cdot \varphi_2 \cdot m_2 \cdot m_1}{K_f \cdot (1 - e^{-\tau \cdot s}) (m_2 \cdot \varphi_2 - m_1 \cdot \varphi_1)} \quad (\text{III-32})$$

en remplaçant par la valeur de ( $s$ ) pour laquelle on obtient la limite de stabilité ( $s = j\omega_c$ ) dans les expressions de  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  et en décomposant le résultat en partie réel et imaginaire il vient :

$$\varphi_1 = g_1 + jh_1$$

$$\varphi_2 = g_2 + jh_2$$

$e^{-\tau \cdot s}$  peut être après avoir remplacer ( $s$ ) par sa valeur exprimer comme suit :



$$e^{-j\tau\omega_c} = \cos(\tau\omega_c) - j\sin(\tau\omega_c)$$

En remplaçant par la valeur de  $\varphi_1, \varphi_2$  et  $e^{-\tau.s}$  dans l'équation (III-49) on obtient :

$$b_{\text{critique}} = - \frac{m_2 \cdot m_1 (g_1 + jh_1)(g_2 + jh_2)}{K_f \cdot [(1 - \cos(\tau\omega_c)) + j\sin(\tau\omega_c)](m_2(g_2 + jh_2) + m_1(g_1 + jh_1))} \quad (\text{III-33})$$

Finalement après développement (voir annexe B) :

$$b_{\text{critique}} = - \frac{m_2 \cdot m_1 \cdot (1 - \cos(\tau\omega_c)) [m_1 g_2 (g_1^2 + h_1^2) + m_2 g_1 (g_2^2 + h_2^2)] + \sin(\tau\omega_c) [m_1 h_2 (g_1^2 + h_1^2) + m_2 h_1 (g_2^2 + h_2^2)]}{2K_c \cdot K_f \cdot (1 - \cos(\tau\omega_c)) \cdot [(m_1 g_1 + m_2 g_2)^2 + (m_1 h_1 + m_2 h_2)^2]} \quad (\text{III-34})$$

Calcul du déphasage :

En égalisant le numérateur à zéro on obtient :

$$(1 - \cos(\tau\omega_c)) [m_1 g_2 (g_1^2 + h_1^2) + m_2 g_1 (g_2^2 + h_2^2)] + \sin(\tau\omega_c) [m_1 h_2 (g_1^2 + h_1^2) + m_2 h_1 (g_2^2 + h_2^2)] = 0 \quad (\text{III-35})$$

On remarque que :

$$\frac{\sin(\tau\omega_c)}{(1 - \cos(\tau\omega_c))} = \frac{[m_1 h_2 (g_1^2 + h_1^2) + m_2 h_1 (g_2^2 + h_2^2)]}{[m_1 g_2 (g_1^2 + h_1^2) + m_2 g_1 (g_2^2 + h_2^2)]} \quad (\text{III-36})$$

D'après le modèle à un seul degré ce rapport représente le déphasage  $\psi$  :

Donc il vient :

$$\text{tg}\psi = - \frac{\sin(T\omega_c)}{1 - \cos(T\omega_c)} \quad (\text{III-37})$$

par analogie on aura :

$$\text{tg}\psi = - \frac{[m_1 g_2 (g_1^2 + h_1^2) + m_2 g_1 (g_2^2 + h_2^2)]}{[m_1 h_2 (g_1^2 + h_1^2) + m_2 h_1 (g_2^2 + h_2^2)]} \quad (\text{III-38})$$

D'après les relations trigonométriques on peut écrire :

$$\frac{\sin(T\omega_c)}{1 - \cos(T\omega_c)} = \frac{\cos\left(\frac{T\omega_c}{2}\right)}{\sin\left(\frac{T\omega_c}{2}\right)} \quad (\text{III-39})$$

Ce qui revient à écrire :

$$\text{tg}\psi = \frac{\cos\left(\frac{T\omega_c}{2}\right)}{\sin\left(\frac{T\omega_c}{2}\right)}$$

finalement:

$$\operatorname{tg}\psi = \operatorname{tg}\left(\frac{T\omega_c}{2} - \frac{3\Pi}{2}\right)$$

ce qui permet d'écrire:

$$T\omega_c = 2\psi + 3\Pi + 2\Pi Z$$

la période T est exprimée par la relation :

$$T = \frac{60}{N}$$

en remplaçant T par sa valeur dans l'équation (III-82) on obtient l'expression de la vitesse de rotation (N) :

$$N = \frac{60\omega_c}{2\psi(\omega_c) + 3\Pi + 2\Pi k} \quad (\text{III-40})$$

#### IV- Conclusion :

Dans ce chapitre on a traité l'analyse du broutement par la méthode analytique, en mettant des conditions de stabilité (vitesse de rotation et profondeur de passe).

La théorie des lobes de stabilité est un outil de validation des résultats obtenus, c'est pour cela dans le 4<sup>em</sup> chapitre on va prendre plusieurs configurations, en changeant les paramètres dynamiques et de coupe pour simuler le broutement par les lobes de stabilités .

CHAPITRE IV : RESULTATS DE  
SIMULATION EN CONSIDERANT LE  
COUPLAGE EN UTILISANT UNE  
APPLICATION DEVELOPEE SOUS DELPHI

---

### I- Introduction :

Pour valider le modèle mathématique adopté dans le chapitre précédent, on va appliquer les critères de stabilité sur un cas concret, et voir si les lobes de stabilités obtenus sont toujours en accord avec la théorie des lobes de stabilité.

La fig. (IV.1) montre, une comparaison entre des résultats de simulation du brouetement par des lobes de stabilité, avec des résultats expérimentaux et qui montre un accord admissible entre les deux résultats.

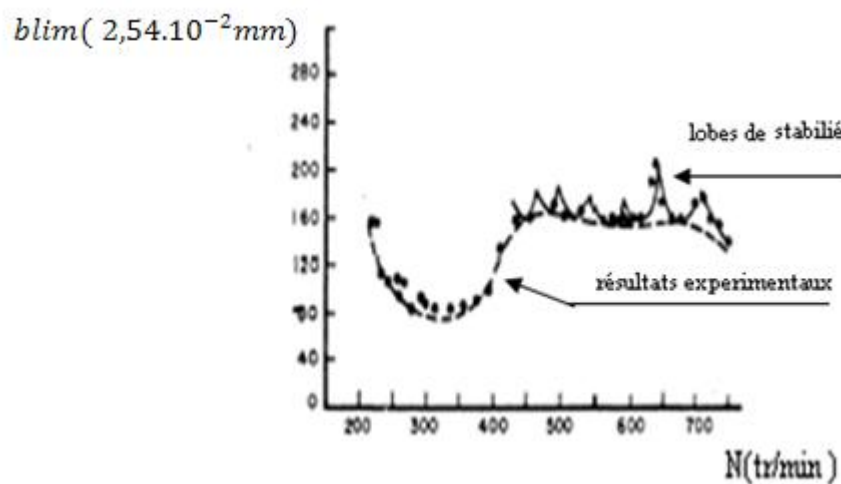


Fig. (IV.1) Comparaison entre les résultats expérimentaux et les lobes de stabilité [40]

### II- Détermination des paramètres dynamiques de coupe de l'outil et de la pièce :

On va utiliser les paramètres dynamiques utilisés par Chen et Tsao [41], pour tracer les lobes de stabilité pour le cas du couplage des modes vibratoire.

Ces conditions sont énumérées dans le tableau V.1

	Outil	pièce	
Paramètres physique	$m=50 \text{ kg}$	$E=180 \times 10^9 \text{ [N/m}^2\text{]}$	
	$c=2 \times 10^3 = \text{[kg/s]}$	$\rho=7600 \text{ [kg/m}^3\text{]}$	
	$C=2000 \times 10^6 \text{ [N/m}^2\text{]}, \theta=70^\circ$	$L_1=0.5 \text{ [m]}$	$D_1=0.12 \text{ [m]}$

	$f_0=0.1$ [mm/tr]	$L_2=0.250$ [m]	$D_2=0.070$ [m]
	$K_f=684 \times 10^6$ [N/m <sup>2</sup> ]		

Paramètres dynamiques	Outil			Pièce			
	Cond no. 1	Cond no. 2	Cond no. 3	Cond no. 1 ( $L_1, D_1$ )	Cond no. 2 ( $L_1, D_2$ )	Cond no. 3 ( $L_2, D_1$ )	Cond no. 4 ( $L_2, D_2$ )
$k \times 10^6$ (N/m)	20	7.465	385	43.972	5.092	351.778	40.732
$\omega_n$ (Hz)	100.66	185	140	326.71	190.58	1306.82	762.31
$\zeta$	0.032	0.032	0.032	0.025	0.025	0.025	0.025

Tableau (IV.1) Paramètres physique et dynamiques outil et pièce, [41].

## II.1- Calcul des paramètres dynamiques de l'outil :

La fréquence naturelle de l'outil pour la première condition (Cond no. 1), a été calculée comme étant la racine carrée du rapport de sa rigidité/masse ; alors que le taux d'amortissement a été défini à partir du coefficient d'amortissement visqueux ( $c$ ).

## II.2- Calcul des paramètres de la pièce :

Les caractéristiques dynamiques de la pièce ont été calculées en supposant qu'elle est considérée comme une poutre encastée.

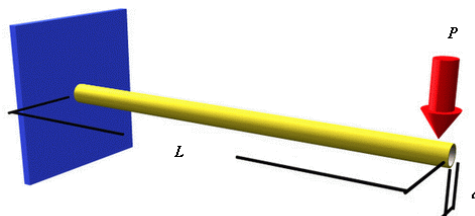


Fig. (IV.1) Flexion de la pièce sous l'effet de l'action de l'outil.

Si l'extrémité libre de la poutre est soumise à une force ponctuelle P. Le point d'application de cette force va se déplacer avec la valeur (x).

a- Calcul de la masse  $m_2$  de la pièce :

La masse  $m_2$  de la pièce est donnée par la relation :

$$m_2 = AL\rho \quad (IV.1)$$

b- Calcul de la fréquence naturelle

Sa fréquence naturelle est donnée par la relation :

$$\omega_{n2} = 3,156/L^2 \sqrt{I \cdot E_2 / \rho A} \quad (IV.2)$$

c- Calcul de la rigidité :

Sa rigidité est donnée par la relation :

$$k_2 = 3E_2I/L^3 \quad (IV.3)$$

avec : (I) est le moment quadratique suivant l'axe de flexion qui est exprimé par la relation :

$$I = \pi \cdot D^4 / 64$$

Les paramètres de la pièce ont été calculés pour les combinaisons possibles de certaines longueurs et diamètres. Le facteur d'amortissement pour toutes les conditions de la pièce a été fixé à (0,025), vu que c'est la moyenne des valeurs calculées pour les machines-outils et qui est de l'ordre de (0,01) à (0,05).

La pression spécifique de coupe  $k_f$  dans le sens de l'avance est la projection du coefficient C [N/m<sup>2</sup>] sur l'axe d'avance :

$$k_f = C \cdot \cos(70^\circ) = 2000 \cdot 10^6 \cdot 0,34 \text{ [N/m}^2\text{]}$$

alors :

$$k_f = 684 \cdot 10^6 \text{ [N/m}^2\text{]}$$

### III-Méthodologie de tracer les lobes de stabilité :

Pour tracer les lobes de stabilités du couplage on présente l'algorithme qu'il faut suivre, pour tracer les lobes de stabilités

1- Sélection de la plage des vitesses critiques à parcourir.

le choix de  $\omega_c$  de départ et d'arrivé et ainsi que le pas.

2 – Calcul de  $\varphi_1, \varphi_2$

$$\varphi_1 = g_1 + ih_1 \text{ et } \varphi_2 = g_2 + ih_2$$

avec :

$$g_1 = \omega_{n1}^2 - \omega_{c1}^2 ; h_1 = 2\xi_1 \omega_{n1} \omega_{c1}$$

$$\text{et } g_2 = \omega_{n2}^2 - \omega_{c2}^2 ; h_2 = 2\xi_2 \omega_{n2} \omega_{c2}$$

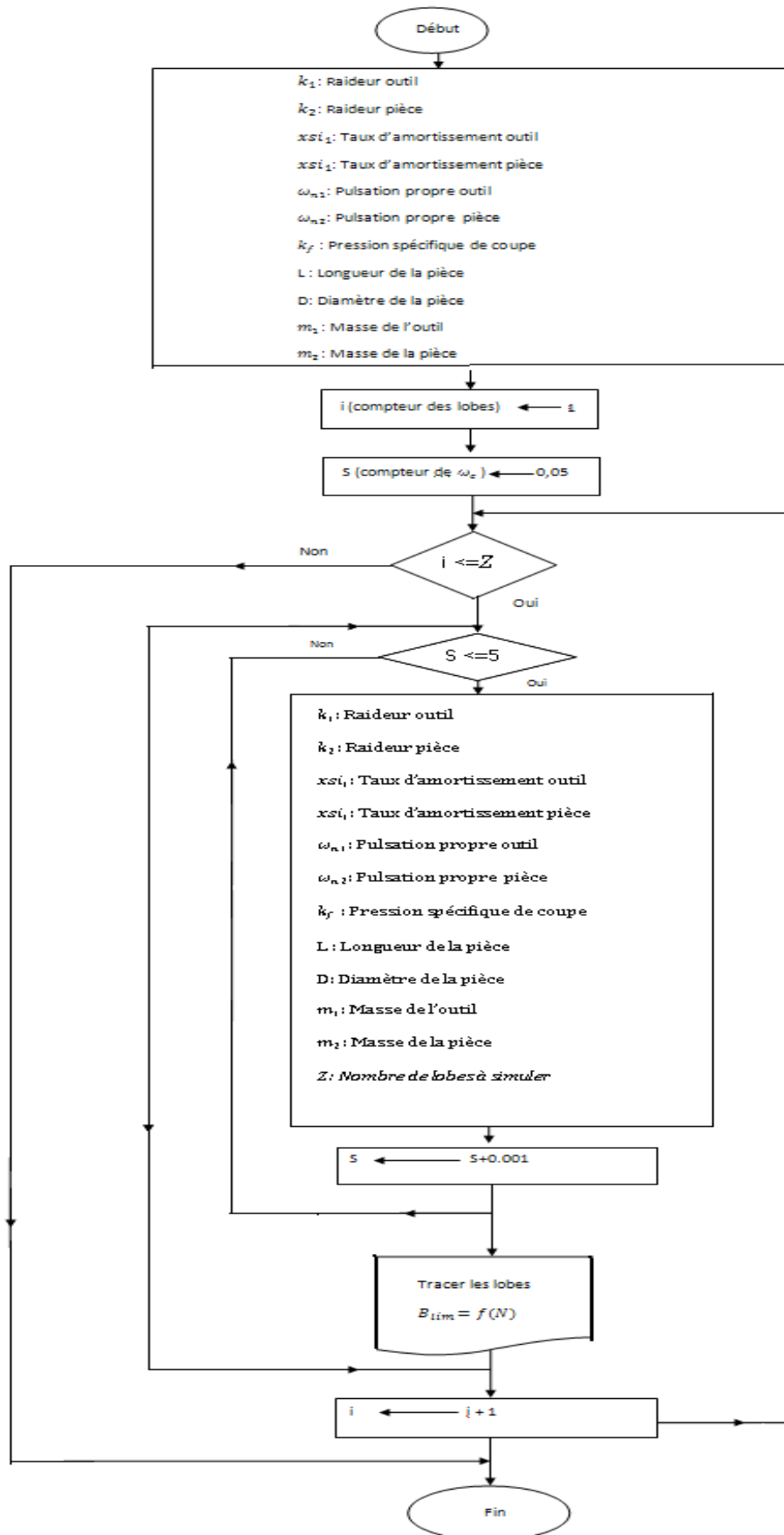
3- Calcul de Psi ( $\psi$ ) :

- Calcul de  $N_1$
- Calcul de la période :  $T = 60/N_1$
- Calcul de  $B_{lim}$

4- Reprendre le calcul pour une nouvelle valeur de k, tel que : k représente le numéro du lobe à tracer.

Les étapes indiquées sont repris sous forme d'organigramme suivant :

- Organigramme :





## IV- Résultats de simulation :

DELPHI est un logiciel très performant destiné essentiellement à gérer les bases de données, cette propriété nous permet de stocker les calculs issus du code source et grâce un composant lié directement à cette base on peut tracer tout type de courbe au contraire d'autre logiciel qui permettent de faire seulement les calculs et le traçage des courbes ce fait à l'aide d'autre logiciel (exemple utilisé origine pour tracer les résultats issu des calculs avec fortran).

On va donc utiliser plusieurs configurations et voir l'influence des paramètres dynamique sur la stabilité du processus de coupe.

## - Configuration (1) :

La Fig. (VI.2) représente une simulation du broutement par la génération des lobes de stabilité pour le premier cas de l'outil combiné au premier cas de la pièce (tableau. IV.1).

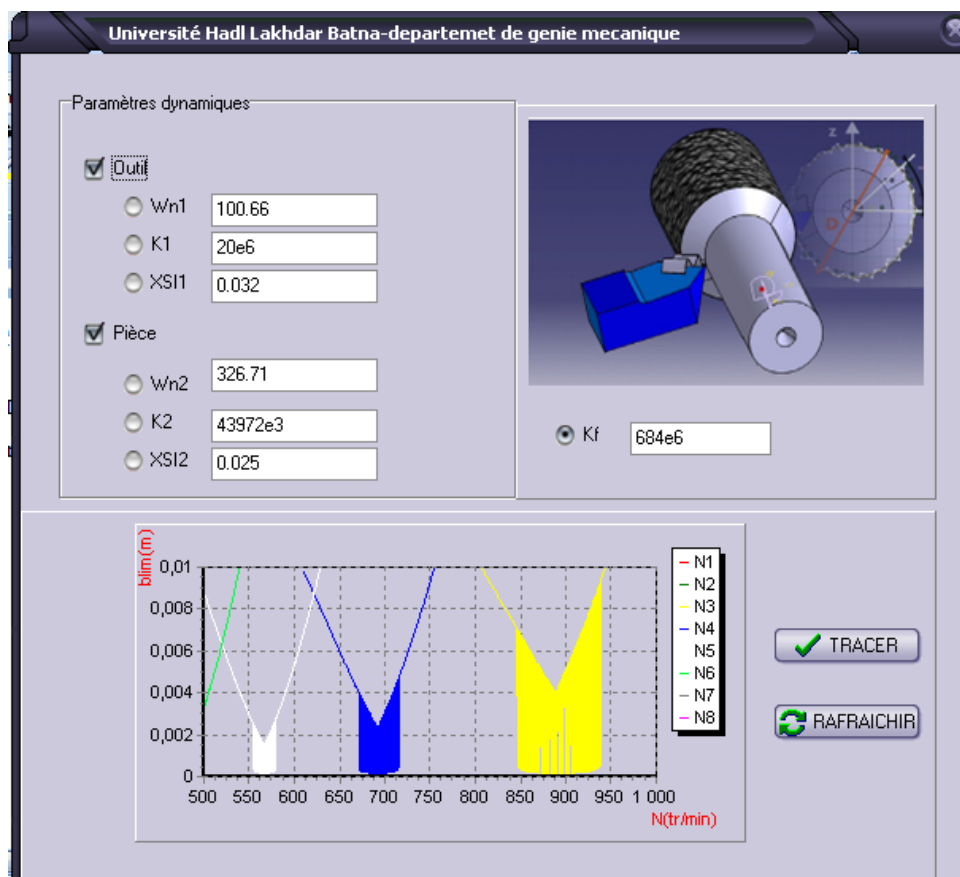


Fig. (VI.2.a) Résultats de simulation avec interface correspondant au premier cas de l'outil combiné au premier cas de la pièce.

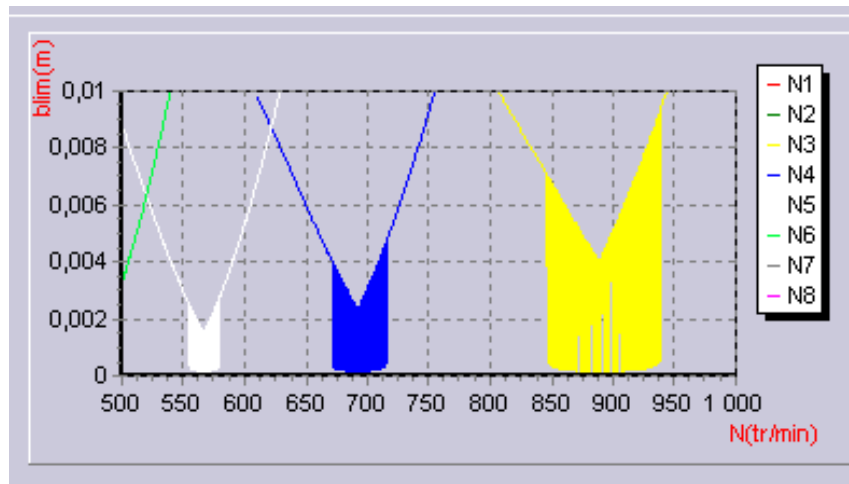


Fig. (VI.2.b) détails des lobes de stabilité correspondant au premier cas de l'outil combiné au premier cas de la pièce.

➤ **Interprétation des résultats Fig. (VI.2):**

D'après la Fig. (VI.2), en considérant le couplage entre les déformations de l'outil et de la pièce, on prélève deux constats :

- La largeur des lobes augmente en parallèle avec les vitesses de rotation et c'est l'une des principaux critères de la théorie des lobes de stabilité.
- la zone stable en dessus des lobes augmente ( $b_{lim} \approx 1.5 \text{ mm}$ ) pour une vitesse de rotation  $N \approx 520$  (tr/min) jusqu'à environ (4 mm) pour une vitesse de 900 (tr/min) cette variation de la profondeur de passe limite est observé aussi sur la Fig. (IV.1), où elle est instable sur certaine zone au contraire d'autre zone où elle est presque uniforme.

- **Configuration (2) :**

La Fig. (VI.3) représente le résultat de simulation, deuxième cas de l'outil combiné au deuxième cas de la pièce (tableau. IV.1).

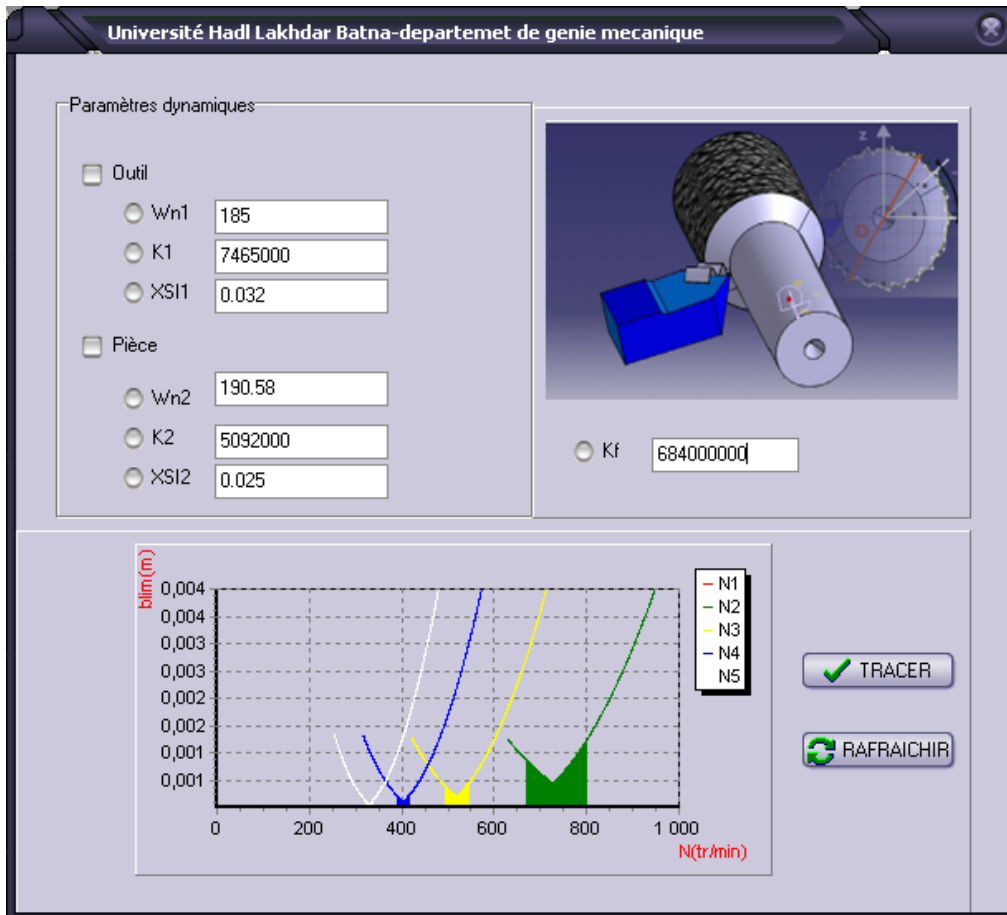


Fig. (VI.3.a) Résultats de simulation avec interface correspondant au deuxième cas de l'outil combiné au deuxième cas de la pièce.

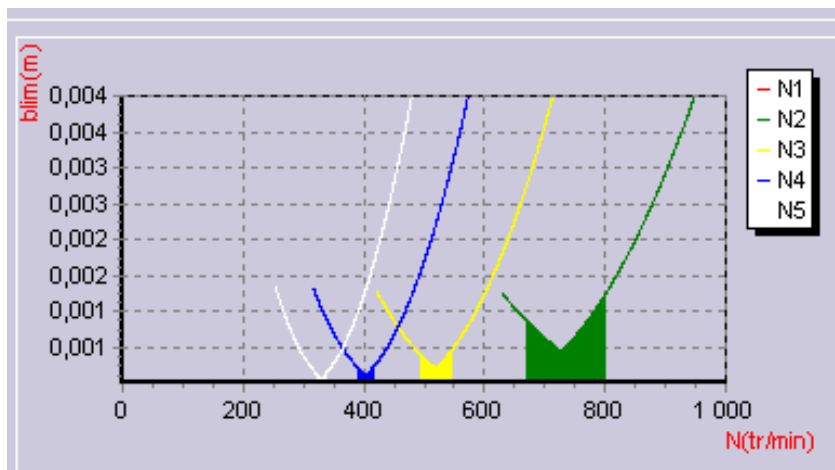


Fig. (VI.3.b) détails des lobes de stabilité correspondant au deuxième cas de l'outil combiné au deuxième cas de la pièce.

➤ Interprétation des résultats Fig. (VI.3):

On a toujours les mêmes remarques prélevées pour la première configuration (fig. VI.2):

À l'exception que cette fois-ci en diminuant la raideur de la pièce  $k = 5,092 \times 10^6$  et de l'outil ( $k = 7,465 \times 10^6$  (N/m)) on a les zones stables au-dessus des lobes qui sont moins importantes, on remarque alors que pour  $N=750$  tr/min la profondeur de passe limite, atteint presque 1 (mm) par contre on avait dans la première configuration (Fig. (VI.2)) pour une valeur de  $N = 700$  tr/min la profondeur de passe limite est supérieure à 2 (mm).

- Comparaison entre le modèle (1ddl) et le modèle considérant le couplage des modes vibratoires :

Pour voir l'apport de cette nouvelle modélisation, la comparaison entre les deux modèles s'avère indispensable. Pour cela on va comparer les résultats de simulation obtenus pour des valeurs nominales des paramètres dynamiques de coupe dans le cas où seule l'élasticité de la pièce usinée est prise en considération (modèle 1ddl), avec la nouvelle modélisation qui prend en considération l'effet du couplage des modes vibratoire de l'outil et de la pièce.

Pour l'outil on va conserver les mêmes valeurs nominales du modèle (1ddl), et pour la pièce on va prendre les valeurs de la troisième condition (Tableau (IV.1)), les résultats obtenus sont :

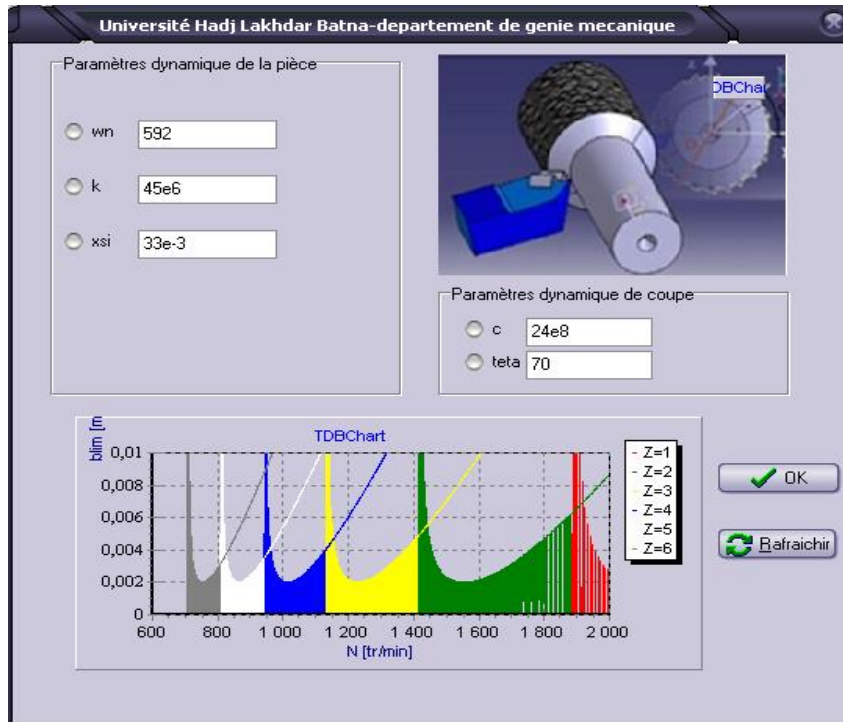


Fig. (II.11.a) lobes de stabilité avec interface pour  $\xi = 33 \text{ e } -3$ . Cas pièce flexible/ outil rigide

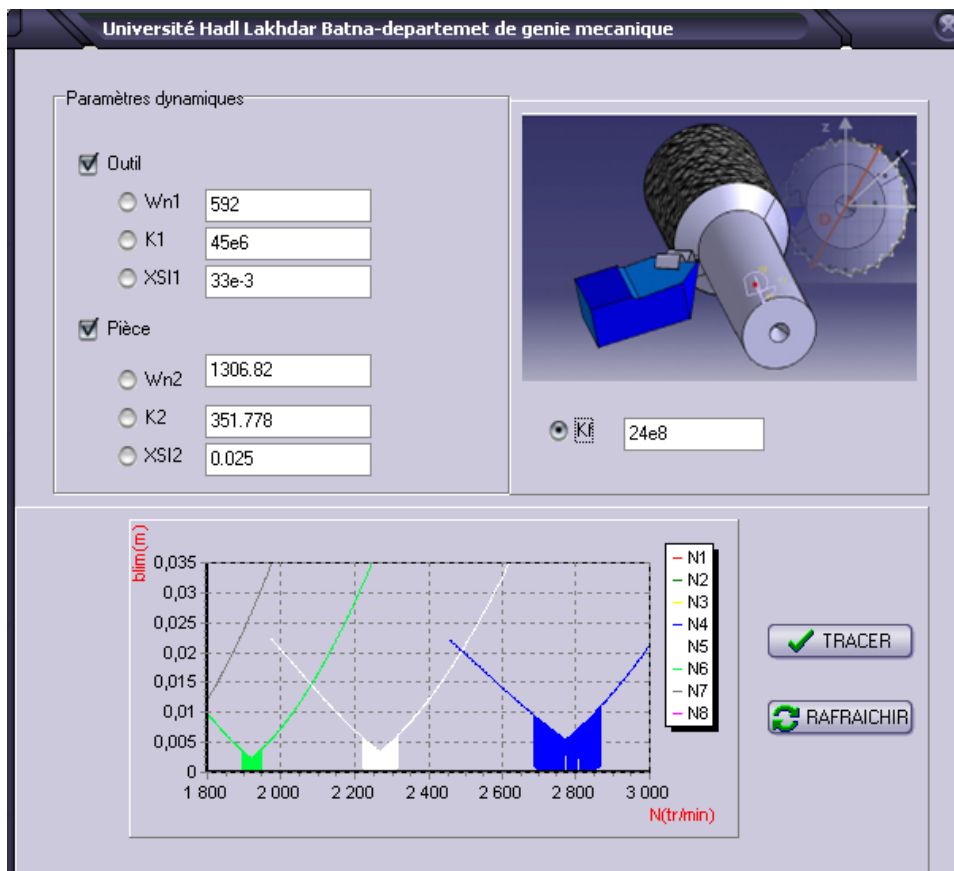


Fig. (VI.4) Résultats de simulation avec interface en considérant le couplage correspondant au Cas1 (1ddl) x cas 3(pièce)

➤ Interprétation des résultats Fig. (VI.3):

Les résultats montre clairement que les zones de stabilité en dessous des lobes est largement supérieur dans le cas où on considère le couplage entre les déformations de l'outil de coupe est de la pièce usinée et ce sont les mêmes résultats obtenu par L. Vela-Martinez [39] comparé au modèles précédent qui ne prenait en considération que l'élasticité de la pièce où de l'outil seul.

### III- Conclusion :

Dans ce chapitre on a commencé par calculer les paramètres dynamiques de l'outil et de la pièce , Dans un deuxième temps on a établi un organigramme qui permet de tracer les profondeurs de passe maximales (  $b_{lim}$  ) en fonction des nombres de tours (N) et par suite on a programmé une application sous DELPHI qui permet de tracer les lobes de stabilité pour différents paramètre à partir du tableau présenté par Chen et Tsao, [41] Finalement une comparaison entre le modèle à 1 seul degré de liberté et le modèle considérant le couplage des modes vibratoires .

Les résultats de simulation obtenus montrent un parfait accord avec la théorie des lobes de stabilité du point de vue que la largeur des lobes augmente en fonction des vitesses de rotation ,on comparant les résultats obtenus pour les deux configuration ( Cas 1 x Cas 1 et Cas 2 x Cas 2) on remarque que la largeur des zones stable sont nettement plus grande dans la première configuration où on a des raideurs plus importantes.

Finalement une comparaison entre les deux modélisations (1ddl) et le modèle considérant le couplage des modes vibratoire a été abordé par l'étude d'un cas réel .Les résultats obtenus montres que la zone d'instabilité augmente.

Avec la nouvelle modélisation on espère avoir une parfaite accord avec les résultats expérimentaux qui restent un peu loin des résultats de simulation.

# CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

---

## Conclusion général et perspective

---

### ➤ Conclusion générale :

Depuis longtemps dans la littérature spécialisée en usinage, la modélisation dynamique des systèmes usinant, a été restreinte à une représentation simplifiée qui ne prend en considération que l'élasticité de l'un des éléments (l'outil ou la pièce) en interaction. Ce qui est n'est pas toujours le cas.

Notre travail est une poursuite des travaux réalisés par les ingénieurs LACHKHAB HAMZA et FERHAT MOULOUD [38], qui ont développés un programme sous MATLAB qui permet de simuler le broutement par des cartes de stabilité, pour le cas où seul l'élasticité de l'outil ou de la pièce et prise en considération.

Mais me cas où l'élasticité des deux éléments (outil et pièce) est prise en considération est aussi envisageable.

Pour cela et en se basant sur les travaux réalisés récemment par [39] en 2007 on a développé ce sujet de magistère.

Dans ce contexte l'objectif est la généralisation de la loi des lobes de stabilité pour un modèle à deux degrés de liberté où on considère que l'outil et la pièce sont tous les deux flexibles i.e. qu'ils sont considérés déformable. Ensuite on a développé un outil numérique sous DELPHI qui nous a permet de tracer les limites de stabilité avec différents paramètres de coupe.

La théorie des lobes de stabilité offre un moyen très pratique vue qu'elle offre une base de Données prête pour l'utilisation par l'opérateur directement.

### ➤ Perspective :

Mais pour un expert cette théorie ne permet pas de comprendre vraiment qu'est se qui ce passe à l'intérieur de cette courbe, le mieux c'est de prédire l'état de surface en fonction des paramètres de coupe et c'est l'analyse temporelle qui permet de tracer l'état de surface en Fonction de ces paramètres ; le contrôle de l'état de surface et un outil de validation du modèle proposé.



## Conclusion général et perspective

---

Notons aussi que le modèle proposé reste incomplet vu que l'élasticité de la machine elle-même n'a pas été prise en considération comme dans d'autres très récentes études l'on essayé. Le développement d'un tel modèle reste très prometteur vu qu'il est très proche de la réalité.

La validation expérimentale des résultats obtenus est impérative pour l'adoption finale du modèle proposé.

# ANNEXE A

---

## Annexe A

---

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{q}{p} = \frac{\sin(T\omega_c)}{1 - \cos(T\omega_c)}$$

D'après les relations trigonométriques, on peut écrire :

$$\sin(T\omega_c) = \sin\left(\frac{T\omega_c}{2} + \frac{T\omega_c}{2}\right) = 2\sin\left(\frac{T\omega_c}{2}\right)\cos\left(\frac{T\omega_c}{2}\right)$$

Et aussi :

$$1 - \cos(T\omega_c) = 1 - \cos\left(\frac{T\omega_c}{2} + \frac{T\omega_c}{2}\right) = 1 - \left(\cos^2\left(\frac{T\omega_c}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{T\omega_c}{2}\right)\right)$$

Qu'on peut écrire sous la forme :

$$1 - \cos(T\omega_c) = \cos^2\left(\frac{T\omega_c}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{T\omega_c}{2}\right) - \left(\cos^2\left(\frac{T\omega_c}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{T\omega_c}{2}\right)\right)$$

Ce qui revient à écrire :

$$1 - \cos(T\omega_c) = 2\sin^2\left(\frac{T\omega_c}{2}\right)$$

Finalement, on obtient **tgψ**:

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{2\sin\left(\frac{T\omega_c}{2}\right)\cos\left(\frac{T\omega_c}{2}\right)}{2\sin^2\left(\frac{T\omega_c}{2}\right)}$$

**Ce qui revient à écrire après simplification :**

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{\cos\left(\frac{T\omega_c}{2}\right)}{\sin\left(\frac{T\omega_c}{2}\right)}$$

D'autre part :

$$\frac{\left(\cos\frac{T\omega_c}{2}\right)}{\sin\left(\frac{T\omega_c}{2}\right)} = \operatorname{cotg}\left(\frac{T\omega_c}{2}\right)$$

D'après les relations trigonométriques, on peut écrire :

## Annexe A

---

$$\cotg\left(\frac{T\omega_c}{2}\right) = \tg\left(\frac{T\omega_c}{2} - \frac{3\Pi}{2}\right)$$

Par analogie on obtient :

$$\tg\psi = \tg\left(\frac{T\omega_c}{2} - \frac{3\Pi}{2}\right)$$

Ce qui donne :

$$\psi + \Pi Z = \frac{T\omega_c}{2} - \frac{3\Pi}{2}$$

$$T \cdot \omega_c = 2\psi + 3\Pi + 2\Pi Z$$

$$T = \frac{60}{N}$$

Où Z est un entier.

En remplaçant par la valeur de T dans l'expression ( $T \cdot \omega_c = 2\psi + 3\Pi + 2\Pi Z$ ), on obtient l'expression de la vitesse de rotation (N) :

$$N = \frac{60\omega_c}{2\psi(\omega_c) + 3\Pi + 2\Pi Z}$$

# ANNEXE B

---

## ANNEXE B

$$b_{Critique} = - \frac{m_2 \cdot m_1 [(g_1 g_2 - h_1 h_2) + j(h_1 g_2 + h_2 g_1)]}{K_C \cdot K_f \cdot [(1 - \cos(\tau\omega_c)) + j\sin(\tau\omega_c)](m_2(g_2 + jh_2) + m_1(g_1 + jh_1))}$$

$$b_{Critique} = - \frac{m_2 \cdot m_1 \cdot num}{K_C \cdot K_f \cdot dénum}$$

En multipliant et en divisant  $b_{Critique}$  par le conjugué  $\overline{dénum}$  il vient :

$$b_{Critique} = - \frac{m_2 \cdot m_1 \cdot num \cdot \overline{dénum}}{K_C \cdot K_f \cdot dénum \cdot \overline{dénum}}$$

Développement du dénominateur :

$$dénum = ((1 - \cos(\tau\omega_c)) + j\sin(\tau\omega_c))(m_2(g_2 + jh_2) + m_1(g_1 + jh_1))$$

$$dénum = [(1 - \cos(\tau\omega_c)) + j\sin(\tau\omega_c)][(m_1 g_1 + m_2 g_2) + j(m_1 h_1 + m_2 h_2)]$$

$$dénum = [(1 - \cos(\tau\omega_c))(m_1 g_1 + m_2 g_2) - \sin(\tau\omega_c)(m_1 h_1 + m_2 h_2)] + j[(1 - \cos(\tau\omega_c))(m_1 h_1 + m_2 h_2) + \sin(\tau\omega_c)(m_1 g_1 + m_2 g_2)]$$

posons :

$$A_1 = 1 - \cos(\tau\omega_c) ; B_1 = m_1 g_1 + m_2 g_2$$

$$\text{et } C_1 = m_1 h_1 + m_2 h_2 \text{ Et } D_1 = \sin(\tau\omega_c)$$

Avec les nouvelles représentations et en multipliant le dénominateur par son conjugué on obtient :

$$dénum \cdot \overline{dénum} = 2(1 - \cos(\tau\omega_c)) \cdot [(m_1 g_1 + m_2 g_2)^2 + (m_1 h_1 + m_2 h_2)^2]$$

- Analyse du numérateur :

En multipliant le numérateur par l'adjoint du dénominateur on obtient :

$$num \cdot \overline{dénum} = [(g_1 g_2 - h_1 h_2) + j(h_1 g_2 + h_2 g_1)][(A_1 B_1 - D_1 C_1) - j(A_1 C_1 + D_1 B_1)]$$

Puisque  $b_{Critique}$  est réelle on ne s'intéresse que seulement à la partie réel donc :

$$num \cdot \overline{dénum} = (g_1 g_2 - h_1 h_2)(A_1 B_1 - D_1 C_1) + (h_1 g_2 + h_2 g_1)(A_1 C_1 + D_1 B_1)$$

$$num \cdot \overline{dénum} = A_1 B_1 (g_1 g_2 - h_1 h_2) - D_1 C_1 (g_1 g_2 - h_1 h_2) + A_1 C_1 (h_1 g_2 + h_2 g_1) + D_1 B_1 (h_1 g_2 + h_2 g_1)$$

$$num \cdot \overline{dénum} = A_1 [B_1 (g_1 g_2 - h_1 h_2) + C_1 (h_1 g_2 + h_2 g_1)] + D_1 [B_1 (g_2 h_1 + g_1 h_2) - C_1 (g_1 g_2 - h_2 h_1)]$$

$$num \cdot \overline{dénum} = (1 - \cos(\tau\omega_c))[(m_1 g_1 + m_2 g_2)(g_1 g_2 - h_1 h_2) + (m_1 h_1 + m_2 h_2)(h_1 g_2 + h_2 g_1)] + \sin(\tau\omega_c)[(m_1 g_1 + m_2 g_2)(g_1 h_2 + g_2 h_1) - m_1 h_1 + m_2 h_2 (g_1 g_2 + h_2 h_1)]$$

## ANNEXE B

---

$$\text{num. } \overline{\text{dénom}} = (1 - \cos(\tau\omega_c))[(m_1 g_1^2 g_2 - m_1 g_1 h_2 h_1 + m_2 g_1 g_2^2 - m_2 g_2 h_1 h_2) + (m_1 g_2 h_1^2 + m_1 h_1 h_2 g_1 + m_2 h_1 h_2 g_2 + m_2 h_2^2 g_1] + \sin(\tau\omega_c)[(m_1 g_1^2 h_2 + m_1 g_1 g_2 h_1 + m_2 g_2 g_1 h_2 + m_2 h_1 g_2^2) - (m_1 g_1 g_2 h_1 + m_1 h_2 h_1^2 + m_2 g_1 g_2 h_2 + m_2 h_1 h_2^2)]$$

$$\text{num. } \overline{\text{dénom}} = (1 - \cos(\tau\omega_c))[m_1 g_2 (g_1^2 + h_1^2) + m_2 g_1 (g_2^2 + h_2^2)] + \sin(\tau\omega_c)[m_1 h_2 (g_1^2 + h_1^2) + m_2 h_1 (g_2^2 + h_2^2)]$$

Finalemment on obtient :

$$b_{\text{Critique}} = - \frac{m_2 \cdot m_1 \cdot (1 - \cos(\tau\omega_c))[m_1 g_2 (g_1^2 + h_1^2) + m_2 g_1 (g_2^2 + h_2^2)] + \sin(\tau\omega_c)[m_1 h_2 (g_1^2 + h_1^2) + m_2 h_1 (g_2^2 + h_2^2)]}{2K_c \cdot K_f \cdot (1 - \cos(\tau\omega_c)) \cdot [(m_1 g_1 + m_2 g_2)^2 + (m_1 h_1 + m_2 h_2)^2]}$$

# ANNEXE C

---



### I- Présentation du logiciel Delphi :

Delphi est un logiciel de développement rapide (RAD) conçu pour écrire des applications Windows vite et facilement. L'interface utilisateur (c'est à dire les éléments visuels, qui apparaissent à l'écran) est construite simplement par glisser-déposer.

NB : Delphi n'est pas un langage, mais c'est un logiciel qui permet de programmer en Pascal orienté objet.

### II- Méthodologie de concevoir le programme :

#### II.1- concevoir la base :

DELPHI est un logiciel très puissant en matière de gestion des base de donnée il gère un ensemble de base de donnée très varié exemple : paradox, interbase.mysql...etc.

Le choix d'un tel ou autre type de base et une question de choix qui dépend du type d'information :

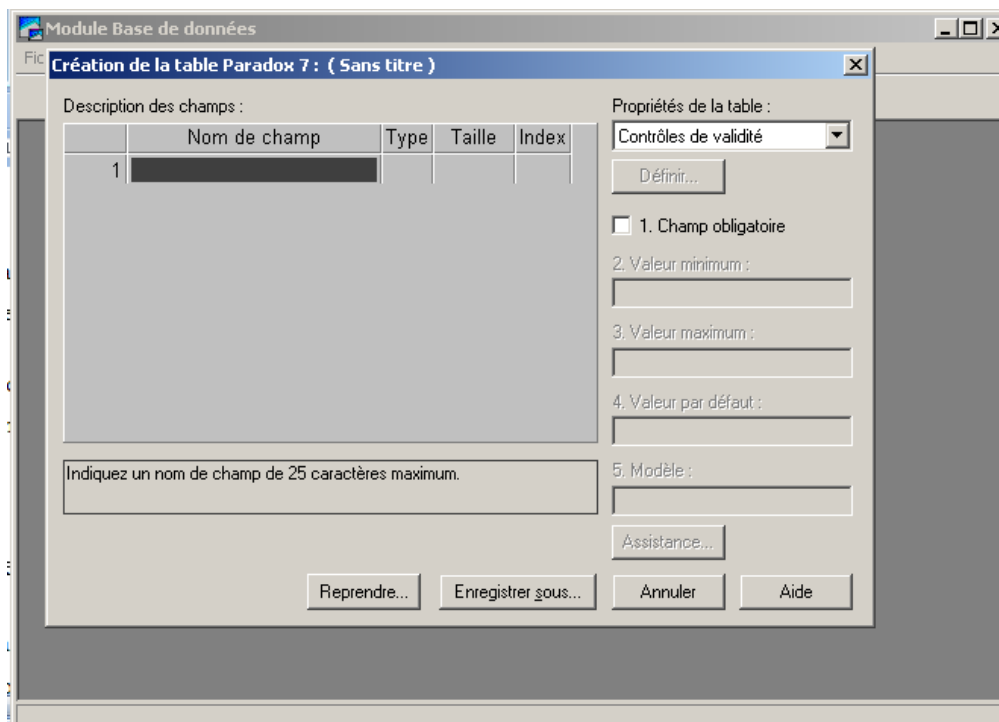
- Degré de sécurité souhaité ou non,
- partage de l'accès à la base de donnés,
- Le volume de la base

On va utiliser une table de type paradox qui est très simple a utilisé en même temp le nombre d'enregistrement qui peuvent êtres stocké est très considérable.

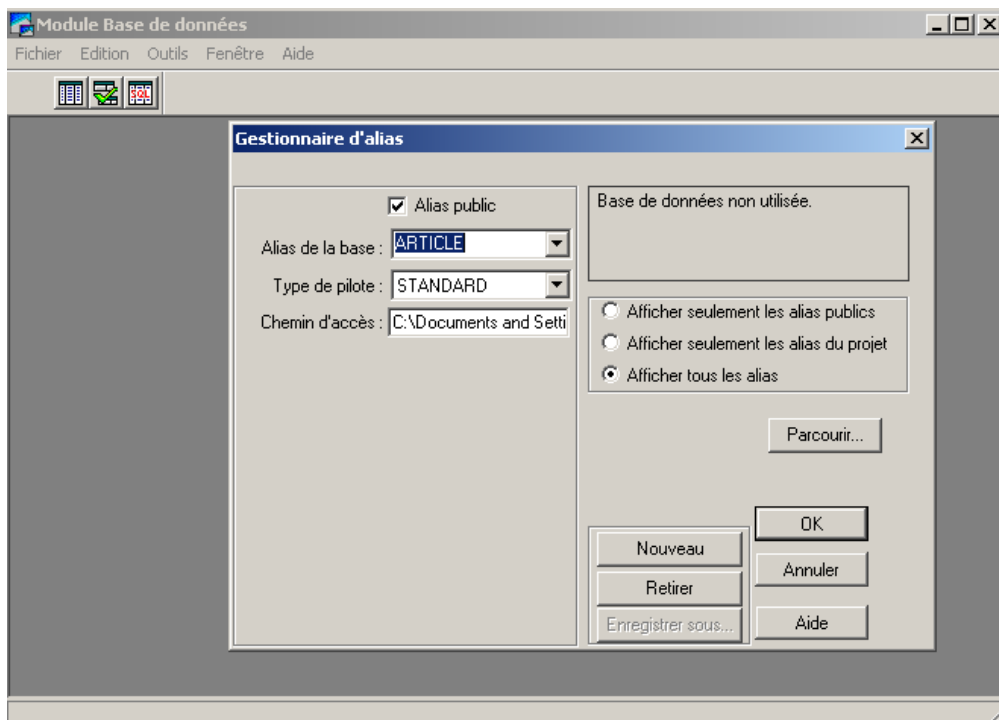
Pour cela dans outil du menu on choisit module base de donné et on choisit le type de table dans notre cas sa sera paradox.

On définit ensuite les propriétés des champs.

## Annexe C



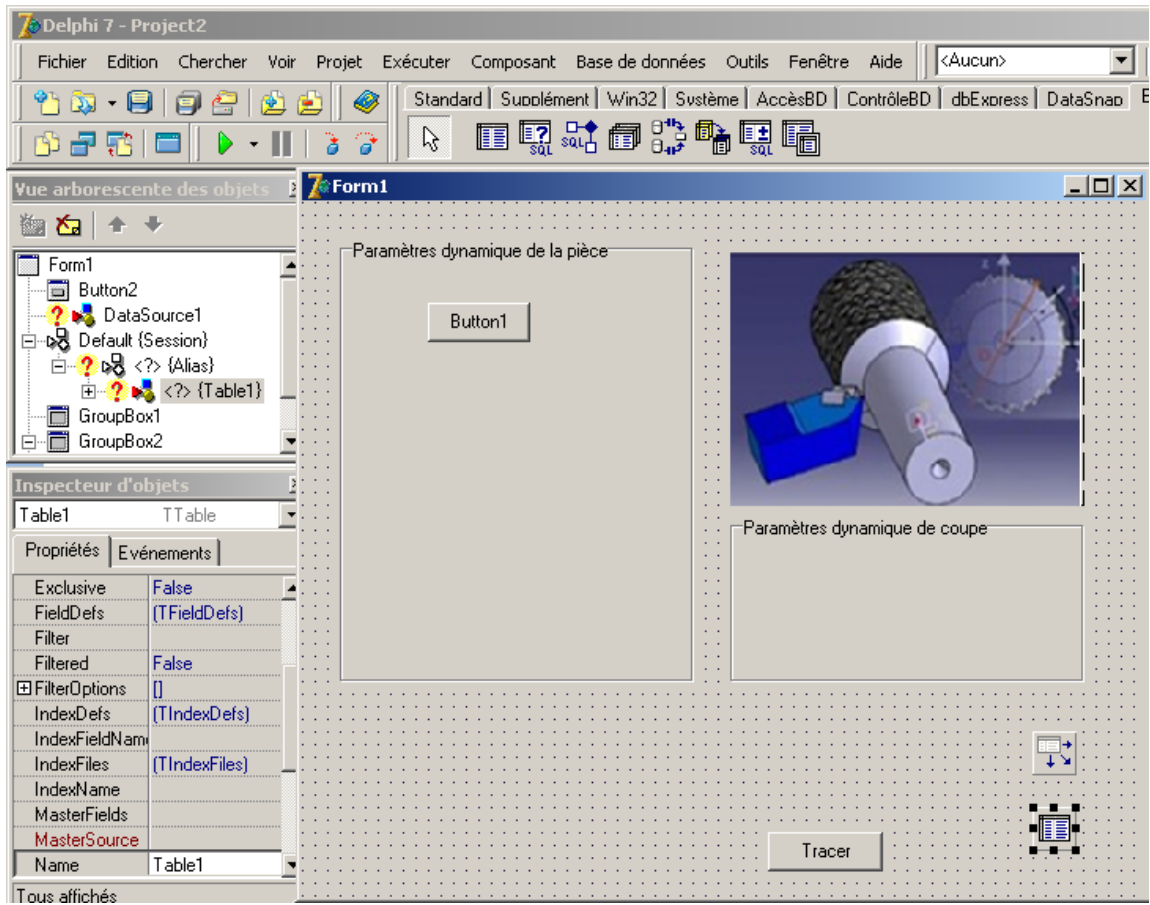
On définit ensuite l'alias en allant dans outil gestion d'alias apparaît le menu si dessous où on indique le chemin de la base.



## Annexe C

### II.2- Concevoir l'interface :

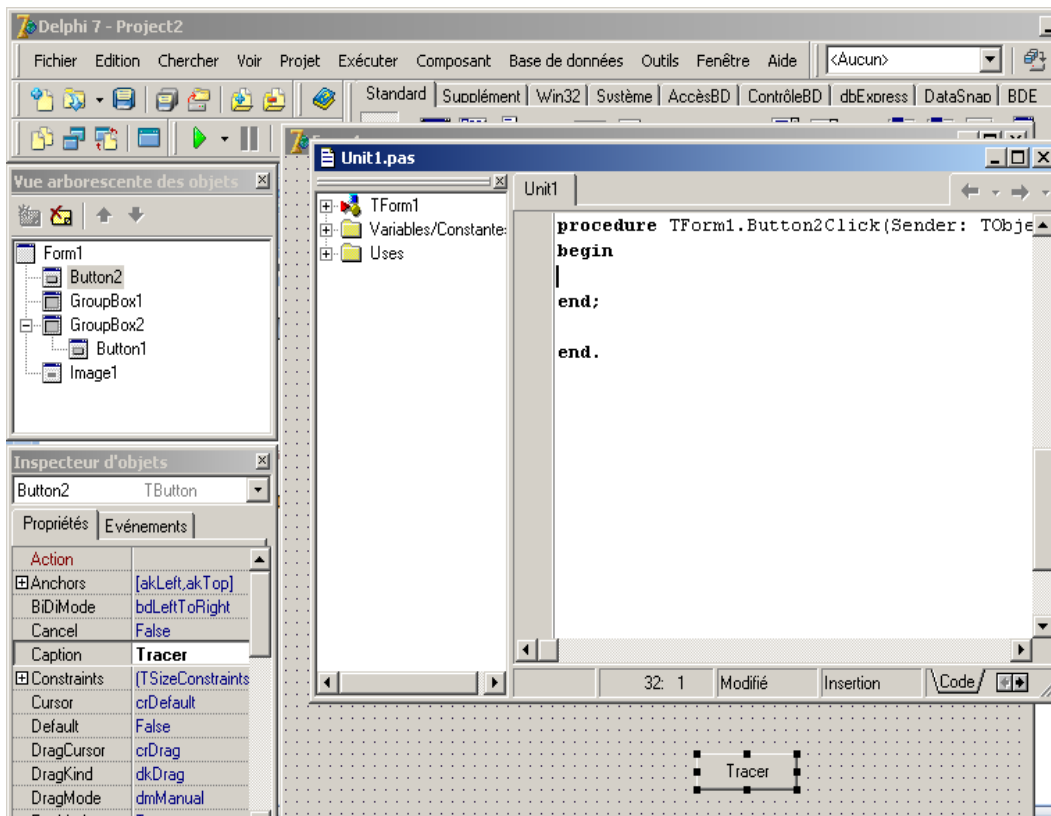
Mettre les boutons, images...etc. Nécessaires sur la forme et la définition des propriétés et les évènements de ces boutons dans l'inspecteur d'objets.



### II.3- Ecriture du code source :

Par une double clique sur le bouton on accède à l'éditeur de code où on écrit ce code.

## Annexe C



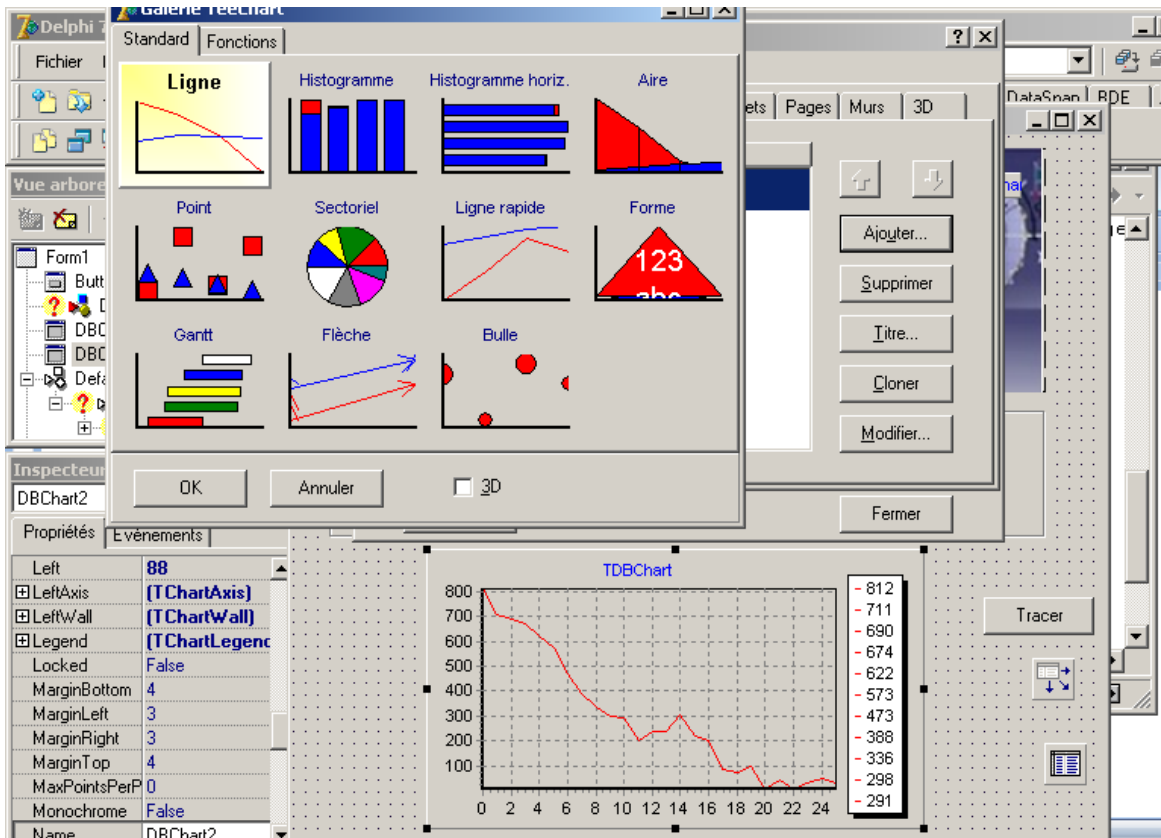
### III- Tracer les résultats :

Les résultats issus du calcul sont stocké sur la base grâce aux deux composants table et data source mis sur la fiche.


Les résultats ensuite seront représentés via un composant dbchart accessibles depuis la palette contrôle bd qui est lié à la table.

On double clique sur ce composant pour définir ses propriétés, source de données type de graphe, les titre des axes,... etc.

## Annexe C



### IV- Compiler le code :

Le code source doit maintenant être compilé pour constituer un programme. Cliquez simplement sur le bouton Compiler  dans le menu de Delphi et l'application est compilée et lancée.

- [1] F.W. TAYLOR. On the art of cutting metals. Transactions of the ASME, 1907. P 350.
- [2] KAI CHENG. Machining Dynamics fundamentals applications and practices. Springer, 2008.P 328.
- [3] R.N. ARNOLD. The mechanism of tool vibration in the cutting of steel. Journal of Engineering Manufacture, 1948. P 276.
- [4] S.A. TOBIAS, W. FISHWICK .Theory of regenerative machine tool chatter, Engineer, 205, 1958. P 199-203 238-239
- [5] J. TLUSTY. The stability of the machine tool against self-excited vibration in machining. Proceedings of the International Research in Production Engineering Conference, ASME Press, Pittsburgh, 1963. P 465-474.
- [6] N.H. COOK . Self-excited vibrations in metal cutting. Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Industry, 81, 1959. P 183-186.
- [7] R.L. KEEG. Cutting dynamics in machine tool chatter. Contribution to machine-tool chatter, Research—3, Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Industry, 87, 1965. P 464-470.
- [8] W.F HASTING, P. MATHEW, P.L.B. OXLEY . A machining theory for predicting chip geometry, cutting forces etc. from material properties and cutting conditions,Proceedings of the Royal Society of London A — Mathematical Physical and Engineering Sciences, 371, 1980. P. 569-587.
- [9] J. TLUSTY. The stability of the machine tool against self-excited vibration in machining. Proceedings of the International Research in Production Engineering Conference, ASME Press, Pittsburgh, 1963. P 465-474.
- [10] SÉBASTIEN SEGUY. De l'adaptation à la variation continue de la vitesse de broche afin de contrôler le broutement en fraisage de parois minces : modélisations et études expérimentales. Thèse de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Toulouse. Le 3 décembre 2008
- [11] H.E. MERRIT . Theory of self-excited machine-tool chatter. Contribution to machine-tool chatter, Research—1, Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Industry, 87, 1965. P 447-454.
- [12] Warren Richard. Analysis of material removal processes . P 213.
- [13] T. INSPERGER, G. STÉPÁN. Semi-discretization method for delayed systems, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 55, 2002.P 503-518.
- [14] P.V. BAYLY, B.P. MANN. INSPERGER . Effects of radial immersion and cutting direction on chatter instability in end-milling, Proceedings of IMECE 2002: ASME

International Mechanical Engineering Congress and Exposition, La Nouvelle-Orléans, États-Unis, 2002.

[15] G. STÉPÁN. Nonlinear dynamics of high-speed milling. Analyses, numerics, and experiments, Transactions of the ASME, Journal of Vibration and Acoustics, 127, 2005. P 197-203.

[16] T. INSPERGER, B.P. MANN, G. STÉPÁN, P.V. BAYLY. Stability of up-milling and down-milling, part 1: alternative analytical methods, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 43, 2003. P 25-34.

[17] B.P. MANN, T. INSPERGER. Stability of up-milling and down-milling, part 2: experimental verification, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 43, 2003. P 35-40.

[18] B.P. MANN, P.V. BAYLY. Limit cycles, bifurcations, and accuracy of the milling process, Journal of Sound and Vibration, 277, 2004. P 31-48.

[19] G. STÉPÁN, R. SZALAI. Nonlinear dynamics of high-speed milling. Analyses, numerics, and experiments, Transactions of the ASME, Journal of Vibration and Acoustics, 127, 2005. P 197-203.

[20] I. BEDIAGA. Chatter avoidance for milling process based on sinusoidal spindle speed variation method: simulation and experimental results, 10th CIRP International Workshop on Modeling in Machining Operations, Reggio di Calabria, Italie, 2007.

[21] T. INSPERGER, B.P. MANN, T. SURMANN, G. STÉPÁN. On the chatter frequencies of milling processes with runout, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 48, 2008. P 1081-1089.

[22] M. ZATARAIN, J. MUÑOA, G. PEIGNÉ, T. INSPERGER. Analysis of the influence of mill helix angle on chatter stability, Annals of the CIRP, 55, 2006. P 365-368.

[23] J. TLUSTY, F. ISMAIL. Basic non-linearity in machining chatter, Annals of the CIRP, 30, 1981. P 299-304.

[24] S. SMITH, J. TLUSTY. Efficient simulation programs for chatter in milling, Annals of the CIRP, 42, 1993. P 463-466.

[25] X. LIU, K. CHENG. Modelling the machining of peripheral milling, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 45, 2005. P 1301-1320.

[26] E. RIVIÈRE-LORPHÈVRE. Étude et simulation de procédés de fraisage grande vitesse : efforts de coupe, stabilité, états de surface, Thèse de doctorat, Faculté Polytechnique de Mons, 2007.

[27] PARIS, G. PEIGNÉ, R. MAYER. Surface shape prediction in high speed milling, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 44, 2004. P 1567-1576.

## Références bibliographiques

---

- [28] A. MARTY. Simulation numérique de l'usinage par outil coupant à l'échelle macroscopique : contribution à la définition géométrique de la surface usinée, Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers Centre de Paris, 2003.
- [29] S. COHEN. Simulation numérique de l'usinage à l'échelle macroscopique : prise en compte d'une pièce déformable, Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers Centre de Paris, 2005.
- [30] Y. ALTINTAS, D. MONTGOMERY, E. BUDAK . Dynamic peripheral milling of flexible structures, Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Industry, 114, 1992.P 137-145.
- [31] V. THEVENOT. Influence of material removal on dynamic behavior of thin walled structure in peripheral milling, Machining Science and Technology, 10, 2006.P 275-287.
- [32] G.COFFIGNAL.Virtual machining : a general approach to deal with flexible workpieces, 10th CIRP International Workshop on Modeling in Machining Operations, Reggio di Calabria, Italie, 2007.
- [33] F. LAPUJOLADE, T. MABROUKI. Prédiction du comportement vibratoire du fraisage latéral de finition des pièces à parois minces, Mécanique et Industries, 3, 2002.P 403-418.
- [34] Clarence W. De Silva. Vibration and shock handbook .Publié par CRC Press, 2005. P 1872.
- [35] BENO BENHABIB. Manufacturing design, production, automation and integration Volume 63 de Manufacturing engineering and materials processing. CRC Press, 2003. P 589
- [36] Nolwenn CORDUAN. Etude des phénomènes vibratoires en fraisage de finition de plaques minces : application aux aubages de turbines aéronautiques. Thèse de doctorat le 6 mai 2006.
- [37]Yusuf Altintas. manufacturing automation: metal cutting mechanics, machine tool vibrations, and cnc design. Cambridge University Press, 2000. P 286.
- [38] FERHAT.M, LACHKHAB.H. Modélisation de l'ensemble outil de coupe-pièce usinée en tournage – coupe orthogonale-et étude de la stabilité du processus de coupe par la méthode des lobes de stabilité. Thèse d'ingénieur d'état en construction mécanique. UHL, Batna.2008
- [39] Luciano Vela-Martinez. Analysis of compliance between the cutting tool and the workpiece on the stability of a turning process. International Journal of Machine Tools & Manufacture 48 (2008).PP 1054–1062.
- [40] M.I.CHOWDBURY, M.M. SADEK and S.A Tobias, Proc.13th MTDR Conf., 19(1972).
- [41] C.K. Chen, Y.M. Tsao, A stability analysis of regenerative chatter in turning process without using tailstock, International Journal of Advanced Manufacturing Technology 29 (2006) 648–654.



## Résumé

Le phénomène du broutement régénérative, reste le plus grand problème rencontré dans les opérations d'usinages par enlèvement de matière, même à nos jours malgré sa découverte par Taylor qui date depuis 1907, la connaissance du phénomène permet de maîtriser et minimiser ces effets néfastes sur la qualité des surfaces réalisées surtout lorsqu'il s'agit de pièce qui exige une certaine précision dimensionnelle et géométrique comme dans le cas des pièces aéronautiques.

Les modèle dynamique proposé auparavant ne tenait compte que de l'élasticité de l'un des éléments entrant en interaction soit l'outil ou la pièce ce qui donne des résultats moins précise

Des modèles récents proposent une nouvelle configuration qui prend le couplage des modes vibratoires des deux éléments en interaction. Ceci a permet d'avoir un modèle plus réel et par conséquence des résultats plus précise.

Ces travaux de thèse viennent dans ce sens c'est-à-dire développé des critères de stabilités par la méthode analytique dans le cas du couplage. Par suite la simulation des lobes de stabilité par l'étude d'un cas réel.

Mots clés : broutement régénératif, couplage des modes vibratoires, critères de stabilités, lobes de stabilité

## Abstract

The phenomenon of chatter remains the biggest problem encountered in machining operations by removing material, even today, despite its discovery by Taylor dating since 1907, knowledge of the phenomenon permet control and minimize these effects bad quality surfaces achieved especially when it comes to play that requires a degree of dimensional accuracy and geometric as in the case of each aircraft.

The dynamic model proposed previously only took account of the elasticity of one of the elements in interaction, tool or work piece which give less precise results.

Recent models propose a new configuration that makes the coupling of vibration modes of the two interacting elements. This allows for a more real and consequently more accurate results. This thesis work in just this sense that is to say, developed stability criteria for the analytical method in the case of coupling. Following the simulation of stability lobes by studying a real case

Key words: chatter, coupled modes of vibration, stability criteria, stability lobes.

ملخص:

ظاهرة الاهتزازات ذاتية التغذية تبقى المشكلة الأكبر التي تواجه في عمليات التشغيل الميكانيكي عن طريق إزالة المواد ، حتى اليوم بالرغم من اكتشافها منذ 1907 من قبل تايلور .

ومعرفة هذه الظاهرة يساهم في السيطرة والتقليل من الآثار السيئة على نوعية السطوح المنجزة وخاصة عندما يتعلق الأمر بانجاز قطع تطلب درجة من الدقة كما في حالة أجزاء الطائرة. النموذج الدينامي المقترح سابقا يأخذ فقط في الاعتبار مرونة واحد من العناصر الداخلة في التفاعل سواء الأداة أو القطعة اقترحت نماذج حديثة أكثر واقعية تأخذ بعين الاعتبار اهتزازات العنصرين معا وهذا ما سمح بإعطاء نتائج أكثر دقة. وقد استخدمنا الطريقة التحليلية لوضع معايير للاستقرار و محاكاة الاستقرار من خلال دراسة حالة حقيقية

كلمات مفتاحيه :

الاهتزازات ذاتية التغذية، المزوجة بين اهتزازات العنصرين معا، معايير الاستقرار، فصوص لاستقرار.