

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ DE BATNA  
FACULTE DE TECHNOLOGIE  
DEPARTEMENT DE MECANIQUE

MEMOIRE PRESENTE POUR L'OBTENTION DU DIPLOME DE  
**MAGISTERE**

EN

**MÉCANIQUE**

**Option : CONSTRUCTION MECANIQUE**  
(Ecole Doctorale Nationale de Mécanique de Construction)

PAR

**ALIA BEN ALI**

---

**Modélisation et simulation du broutement pour  
l'opération du fraisage en utilisant un modèle de force de  
coupe prédictive**

---

Ce travail a été effectué au Laboratoire de Recherche en Productique (LRP) – Université de Batna  
Soutenu publiquement le 07 / 06 /2012, devant le jury composé de :

<b>Dr ASSAS Mekki</b>	Maître de conférences-A,	<b>Université de Batna</b>	<b>Président</b>
<b>Dr BENMOHAMMED Brahim</b>	Professeur,	<b>Université de Batna</b>	<b>Rapporteur</b>
<b>Dr SEGHIR Kamel</b>	Maître de conférences-A,	<b>Université de Batna</b>	<b>Examineur</b>
<b>Dr BOUCHELAGHAM M. Abdelaziz</b>	Maître de conférences-A,	<b>Université de Annaba</b>	<b>Examineur</b>



# *Dédicaces*

*A mes chers parents.*

*Aucune dédicace ne peut exprimer mon profond respect, ma reconnaissance pour ce que vous avez  
donné et ce que vous faites de bien pour nous*

*Veillez trouver ici chers parents l'expression de la gratitude et de l'affection que j'ai pour vous.*

*A mes collègues.*

*Veillez trouver ici, le souvenir des moments, tantôt difficiles tantôt agréables, que nous avons vécus  
ensemble durant les années de formation.*

*A*

*Tout ceux qui a contribué de près ou de loin a l'élaboration de ce travail.*

*Permettez-moi de vous exprimer ma profonde gratitude*

*ALIA Ben Ali*

## **Remerciements**

*Je remercie les membres du jury qui ont accepté d'examiner ce travail et tout particulièrement les rapporteurs Dr SEGHIR Kamel de l'université de Batna et Dr BOUCHELAGHEM M. Abdelaziz de l'université d'Annaba, ainsi que Dr ASSAS Mekki qui a accepté la présidence du jury.*

*Je tiens à remercier chaleureusement mon encadreur Dr BENMOHAMMED Brahim qui s'est montré toujours disponible malgré un emploi du temps très chargé, pour son aide, son écoute, sa patience, ses conseils et ses encouragements qui m'ont été précieux pour mener ce travail à son terme.*

*Mes vifs remerciements s'adressent également à tous les enseignants de département de Mécanique de l'Université de Batna et à tout le personnel administratif pour tous les services qui m'ont rendu et pour leur sympathie.*

*Enfin, je remercie mes parents, ma sœur, le reste de ma famille ainsi que mes amis qui m'ont soutenue jusqu'au bout.*

## Sommaire

Nomenclature .....	08
Introduction générale.....	11

### Chapitre I : Etat de l'art sur le broutement en usinage

I-1 Introduction.....	13
I-2 Vibrations en usinage .....	13
I-2-1 Les Vibrations libres amorties.....	14
I-2-2 Les vibrations Forcées.....	14
I-2-3 Les vibrations auto-entretenues (broutement).....	15
I-3 Le Broutement.....	15
I-3-1 Broutement d'origine régénératif.....	16
I-3-2 Broutement d'origine non régénératif.....	18
I-3-2-1 Phénomène de couplage des modes de vibration.....	18
I-3-2-2 Le Talonnage.....	19
I-3-2-3 Les interactions à l'interface outil-copeau.....	20
I-4 Modèles analytiques de broutement.....	21
I-4-1 Modèle linéaire de broutement de Tobias .....	21
I-4-2 Modèle de Wu et Liu.....	22
I-4-3 Modèle de Segreti .....	25
I-5 Etude de Broutement en fraisage.....	27
I-5-1 Connaissances sur la modélisation des efforts de coupe pour le fraisage .....	27
I-5-2 Différentes méthodes de modélisation des efforts de coupe pour le fraisage ..	28
I-5-2-1 Les méthodes empiriques .....	28
I-5-2-2 Les méthodes analytiques.....	29
I-5-2-3 Les méthodes numériques.....	30
I-5-3 Différents domaines de modélisation des forces de coupe pour le fraisage ...	31
I-5-3-1 Le domaine statique.....	31
I-5-3-2 Le domaine quasi-statique .....	31
I-5-3-3 Le domaine dynamique.....	33
I-5-4 Approches de modélisation du broutement en fraisage .....	33
I-5-4-1 Simulation de Smith et Tlusty .....	33
I-5-4-2 Travaux de Altintas et Budak.....	34
I-5-4-3 Modélisation de Huaizhong et Xiaoping.....	38
I-6 l'instabilité de fraisage.....	39
I-7 Conclusion .....	42

### Chapitre II : Modélisation des efforts de coupe en fraisage

II-1 Introduction.....	44
II-2 Mécanisme du fraisage.....	44
II-2-1 : Mouvement de coupe et avance.....	44

II-2-2 Angle d'entrée et angle de sortie.....	45
II-2-3 La vitesse de coupe.....	46
II-2-4 Avance et vitesse d'avance .....	46
II-2-5 Épaisseur du copeau.....	47
II-3 Modélisation des efforts de coupe .....	47
II-3-1 Phénomènes de la coupe.....	47
II-3-2 Efforts de coupe orthogonale.....	49
II-3-3 Efforts de la coupe oblique.....	51
II-4 Prédiction des efforts de coupe en fraisage périphérique .....	53
II-5 Simulation des efforts de coupe pour le fraisage périphérique.....	55
II-6 Résultats de simulation pour le fraisage périphérique .....	57
II-7 Conclusion .....	63

### Chapitre III : Modélisation du fraisage en régime dynamique

III-1 Introduction.....	65
III-2 Etude des vibrations libres et amortis .....	65
III-2-1 Vibrations libres non amorties.....	66
III-2-2 Vibrations libres amorties.....	66
III-3 Vibrations forcées .....	68
III-3-1 Vibrations forcées non amorties .....	68
III-3-2 Vibrations forcées amorties.....	69
III-4 Fraisage en régime dynamique .....	71
III-4-1 Généralités .....	71
III-4-2 Hypothèses de départ .....	71
III-4-3 Mise en équations du système d'usinage en régime dynamique .....	72
III-4-4 Efforts de coupe en régime dynamique .....	73
III-4-5 Modélisation de l'épaisseur du copeau en régime dynamique.....	74
III-4-6 Prédiction du broutement pour le fraisage périphérique .....	77
III-4-7 Résolution des équations du mouvement.....	78
III-5 Simulation du broutement pour le fraisage périphérique.....	81
III-6 Conclusion.....	84

### Chapitre IV : Simulation du fraisage en régime dynamique

IV-1 Introduction .....	86
IV-2 Les paramètres de coupe utilisés dans la simulation .....	86
IV-3 Epaisseur du copeau en régime dynamique.....	87
IV-4 Efforts de coupe et déplacements en régime dynamique .....	88
IV-5 Stabilité du fraisage.....	90
IV-6 Influence des conditions de coupe .....	90
IV-6-1 Influence de la profondeur de passe axiale.....	90
IV-6-2 Influence de l'avance par dent .....	93
IV-6-3 Influence du nombre de dents de la fraise .....	96

IV-6-4 Influence de l'angle de l'hélice de la fraise .....	98
IV-6-5 Influence de la vitesse de rotation de la broche de la fraise.....	100
IV-7 Influence des caractéristiques dynamiques de la machine-outil.....	103
IV-7-1 Influence de la masse de la fraise.....	103
IV-7-2 Influence de la raideur de la broche de la fraise.....	105
IV-7-3 Influence du coefficient d'amortissement de la broche de la fraise.....	107
IV-8 Relation entre les déplacements et les vitesses de déplacement de la fraise dans la matière.....	109
IV-9 Conclusion.....	112
Conclusion générale et perspectives .....	114
Bibliographie.....	116
Annexe.....	122
Résumé.....	130

## Nomenclature

$A(t)$  : Matrice des coefficients dynamiques de fraisage.

$A_p$  : Profondeur de coupe axiale.

$A_\phi, B_\phi$  et  $C_\phi$  : Coefficients à déterminer expérimentalement.

$A_y, B_y, C_y, A_z, B_z$  et  $C_z$  : Coefficient qui s'exprime en fonction de  $A_\phi, B_\phi$  et  $C_\phi$ .

$C_F$  : Coefficient de la Pression spécifique de coupe du couple outil-pièce.

$C_m$  : Angle dépendant du matériau usiné.

$C_s$  : Angle d'inclinaison de l'arrête de coupe.

$D$  : Diamètre de la fraise.

$D_a$  : Facteur d'amplification dynamique.

$F_c$  : Force de coupe principale.

$F_t$  : Force de pénétration.

$F_s$  : Force agissant le long du plan de cisaillement.

$F_n$  : Force perpendiculaire au plan de cisaillement.

$F_x, F_y$  et  $F_z$  : Forces de coupe selon les axes ( $x$ ), ( $y$ ) et ( $z$ ) respectivement.

$F_0$  : Amplitude de la force excitatrice.

$G_0$  : Réponse à l'excitation statique.

$K_t$  : Effort spécifique de coupe tangentiel.

$K_r$  : Effort spécifique de coupe radial.

$M, C$  et  $K$  : Matrices de masse, d'amortissement et de raideur.

$M_a$  : Mouvement d'avance de la fraise.

$M_c$  : Mouvement de coupe de la fraise.

$N$  : Vitesse de rotation de la broche.

$N_T$  : Nombre de dents de la fraise.

$N_{ma}$  : Nombre de tranches de la fraise.

$P_1, P_2$  et  $P_3$  : forces selon la direction de coupe, d'avance et radiale de la coupe oblique.

$P_{1j}, P_{2j}$  et  $P_{3j}$  : Composantes de la force de coupe de la dent  $j$  liés au repère fixe de la fraise.

$P_{1j,k}, P_{2j,k}$  et  $P_{3j,k}$  : Composantes de la force de coupe du segment de dent de la  $j^{\text{ème}}$  dent et de la  $k^{\text{ème}}$  tranche lié au repère fixe de la fraise.

$R$  : Résultante des forces de coupe

$V_c$  : vitesse de coupe.

$V_{cop}$  : vitesse d'écoulement du copeau coupe.

$V_s$  : Vitesse de cisaillement.

$c, c_x, c_y, c_z$  : coefficients d'amortissement.

$k$  ,  $k_x$  ,  $k_y$  ,  $k_z$  : raideurs.  
 $k_s$  : Constante de proportionnalité intrinsèque au matériau.  
 $m$  ,  $m_x$  ,  $m_y$  ,  $m_z$  : masses.  
 $d_r$  : Profondeur de coupe radiale.  
 $f$  : Avance par tour.  
 $f_t$  : Avance par dent.  
 $f_{sp}$  : Force de talonnement spécifique  
 $f_{tal}$  ,  $f_{tal,y}$  ,  $f_{tal,z}$  : Forces de talonnage  
 $h$  : Epaisseur du copeau indéformé.  
 $h_c$  : Epaisseur du copeau déformé.  
 $h_{j,k}$  : Epaisseur du copeau indéformé correspondant au segment de dent de la  $j^{ème}$  dent et de la  $k^{ème}$  tranche de la fraise.  
 $q$  : Coefficient dépendant du couple outil-matière.  
 $r_a$  : Rapport des fréquences.  
 $v_d$  : Volume total de matière déplacée par l'outil  
 $w$  : Largeur de coupe.  
 $\Phi$  : Retard de phase de la réponse dynamique par rapport à l'excitation.  
 $\Omega$  : Pulsation de la force excitatrice.  
 $\Delta z$  : Épaisseur d'une tranche de la fraise.  
 $\alpha$  : Angle de coupe pour la coupe orthogonale.  
 $\alpha_n$  : Angle de coupe pour la coupe oblique.  
 $\beta$  : Angle de taillant.  
 $\beta_h$  : Angle de l'hélice de la fraise.  
 $\gamma$  : Angle de dépouille.  
 $\gamma_t$  : Angle de talonnage.  
 $\phi$  : Position angulaire de la fraise.  
 $\phi_j$  : Position angulaire de la  $j^{ème}$  dent de la fraise.  
 $\phi_{j,k}$  : Position angulaire du segment de la  $j^{ème}$  dent et de la  $k^{ème}$  tranche de la fraise.  
 $\phi_s$  : Angle du plan de cisaillement.  
 $\phi_{st}$  : Angle d'entrée de la dent de la fraise dans la matière.  
 $\phi_{ex}$  : Angle de sortie de la dent de la fraise de la matière.  
 $\lambda$  : Angle moyen de friction à l'interface outil-copeau.  
 $\eta_c$  : Angle d'écoulement du copeau.  
 $\mu$  : Coefficient de frottement moyen à l'interface outil-copeau.  
 $\mu_0$  : Coefficient extrapolé à la vitesse nulle.  
 $\theta$  : Angle compris entre la résultante des forces de coupe et le plan du cisaillement primaire.  
 $\tau$  : Période de passage entre deux dents successives de la fraise.  
 $\sigma_s$  : Contrainte de cisaillement.  
 $\omega_0$  : Pulsation propre du système usinant.  
 $\omega_a$  : Pulsation amortie du système.

$\omega_c$  : Vitesse angulaire de la broche de la fraise.

$\xi, \xi_y$  : Taux d'amortissement.

$\psi$  : Angle d'inclinaison de l'outil.

## Introduction générale

A ce jour nous observons un progrès important dans l'étude du processus de la coupe des métaux. Ce développement est dû aux demandes de l'industrie concernant l'augmentation de la productivité et l'amélioration de la qualité des produits obtenus par les procédés d'usinage. De plus, l'augmentation des vitesses de coupe et la volonté d'alléger les pièces mécaniques ont conduit à remettre à l'ordre du jour la bonne maîtrise du broutement en usinage. Cette maîtrise nécessite de bien comprendre les différents phénomènes liés à la coupe afin de proposer des modèles et des méthodes permettant de prédire le comportement des outils de coupe et les domaines de stabilité.

Puisque le fraisage est un procédé d'usinage très répandu dans l'industrie mécanique ; l'objectif de ce présent mémoire est la prédiction du broutement de l'outil du fraisage lors d'une opération de fraisage périphérique ou de profil, en régime dynamique.

Pour notre étude on a fait une modélisation du processus du fraisage périphérique et en régime dynamique, et on a aussi résout le système des équations différentielles par la méthode de Runge-Kutta d'ordre 5 ; ce travail a été suivi en présentant les résultats de simulation.

On a partagé ce mémoire en quatre chapitres :

Dans un premier chapitre on a présenté l'état de l'art du broutement en usinage, dans lequel nous avons discuté et défini le phénomène de broutement, selon les différents modèles présentés dans la littérature.

On a consacré le deuxième chapitre à la modélisation des efforts de coupe selon deux directions pour le fraisage périphérique en régime statique, et nous avons présenté des résultats de simulation pour de différents paramètres de coupe, en régime statique.

Le troisième chapitre est consacré à la modélisation des efforts de coupe du fraisage périphérique en régime dynamique et à la résolution des équations du mouvement de la fraise, pour avoir la possibilité de définir les forces de coupe et le comportement de la fraise lors de l'opération de l'usinage.

Le quatrième chapitre est consacré à la simulation des déplacements de la fraise et les forces de coupe dans le domaine du temps pour de différents paramètres de coupe, pour le cas du fraisage périphérique. On a aussi étudié l'influence de différents paramètres sur la stabilité du fraisage périphérique, pour deux configurations : en opposition et en avalant.

Enfin, nous proposons une conclusion rappelant les points forts de ce travail et proposant des perspectives.

## Chapitre I :

Etat de l'art sur le broutement en usinage

## I-1 Introduction

L'une des principales causes de la limitation de production en usinage en général, et en fraisage en particulier, est le mauvais état de surface causé par le phénomène de broutement dû aux vibrations lors de l'usinage. Ce phénomène a été étudié depuis les années 1940 et au fil des années qui suivent cette date, plusieurs solutions ont été proposées pour éviter ou bien au moins réduire ce phénomène.

La compréhension de ce phénomène remonte aux années 1950 avec les travaux de Tobias [1] qui a expliqué le phénomène des vibrations auto-entretenues ou broutement en coupe orthogonale, et qui a mis au point la théorie des lobes de stabilité qui représente les zones d'usinage stables et instables en fonction de la vitesse de rotation de la broche de la machine-outil.

Altintas [2] ; Altintas et Chan [3] ; Altintas et Budak [4] ont présenté une forme analytique de la théorie des lobes de stabilité pour les cas du tournage et du fraisage. Dans leurs modèles, la fréquence de broutement est déterminée analytiquement et ils ont montré une différence de rugosité de surface pour deux expériences: l'une faite dans la zone d'usinage instable et l'autre dans la zone d'usinage stable. Il est à noter cependant que cette théorie ne se vérifie pas entièrement dans le cas des parois minces, à cause du comportement dynamique du couple outil-pièce qui varie en fonction de la position de l'outil.

Ismail et Soliman [5] ont proposé une méthode permettant de déterminer et d'éviter en temps réels les zones d'instabilité lors du fraisage et ceci sans utiliser un système d'acquisition de données vibratoires. La méthode consiste à faire varier la vitesse de rotation, à relever les efforts de coupe à l'aide de la table dynamométrique et à traiter ces données pour établir l'état de surface. Une fois les données numériques obtenues, ils ont tiré la partie statique et la partie dynamique du signal à l'aide de filtres numériques passe bas et passe bande, et puis ils les ont utilisés pour calculer la valeur réelle. Ils ont ensuite démontré que l'état de stabilité du système est observé à partir de la valeur réelle. Par exemple si cette valeur réelle était inférieure à 0.2, alors le système était dans la zone stable et si par contre cette valeur était supérieure à 0.4, le phénomène de broutement était assez intense.

## I-2 Vibrations en usinage

Les problèmes de vibrations en usinage, sont apparus dès le début du XX<sup>e</sup> siècle. Selon Vincent MOREAU [6], Frederick W. Taylor en 1907 évoquait le broutement en usinage comme l'un des problèmes les plus délicats à traiter.

Au cours du XX<sup>e</sup> siècle, il a été constaté que trois types de vibrations sont présents dans le cas d'une opération d'usinage: les vibrations libres, les vibrations forcées et les vibrations auto-entretenues. Ces trois familles sont représentées sur la Figure I-1.

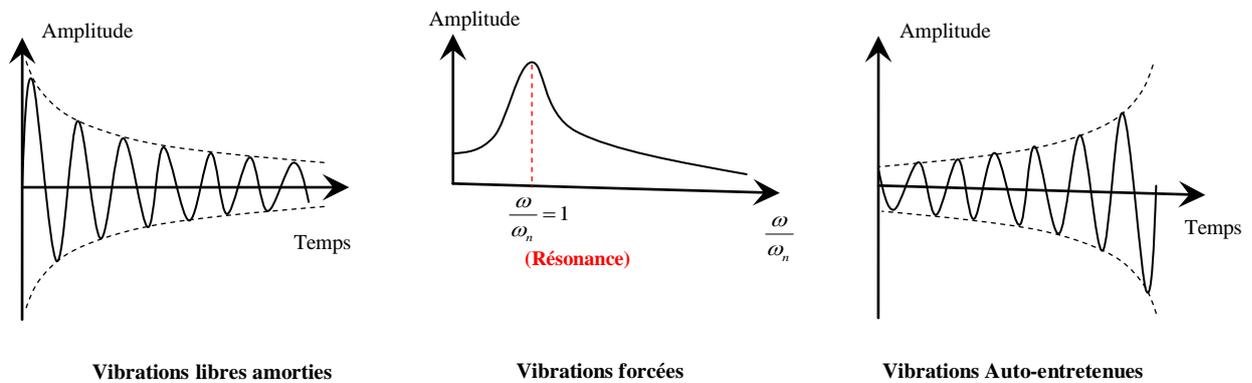


Figure I-1 : Trois familles de vibrations présentées en usinage : les vibrations libres, les vibrations forcées et les vibrations auto-entretenues, [7].

### I-2-1 Les Vibrations libres amorties

Elles correspondent à la réponse vibratoire naturelle de tout système mécanique après une brève excitation: un impact. Dans le cas de l'usinage, que ce soit en fraisage ou en tournage, elles sont généralement utilisées pour la caractérisation du système.

### I-2-2 Les vibrations Forcées

Les vibrations forcées sont la réponse vibratoire d'un système mécanique à une excitation périodique. En usinage, c'est l'exemple de la réponse du système lors d'une opération où la coupe est interrompue.

Le fraisage est la principale opération d'usinage où la coupe est interrompue. En effet, l'outil est sollicité de manière périodique par les efforts de coupe appliqués sur les dents. Les dents passant alternativement dans la matière, les efforts de coupe varient et vont générer des vibrations forcées. Dans la mesure du possible, il est recommandé d'avoir une coupe la plus continue possible pour limiter ce type de vibrations. L'influence de la coupe continue en utilisant des fraises avec un angle d'hélice important ou en jouant sur l'immersion radiale, l'avance par dent ou la profondeur de passe de la fraise ont été investigués par Patel [8] et Campomanes [9].

Ce type de vibrations peut également apparaître dans le cas du tournage d'une pièce non cylindrique. Dans ce cas, la variation de la profondeur de passe au cours d'une révolution, entraînera comme dans le cas du fraisage, des variations des efforts et donc excitera l'outil en vibrations forcées.

Peigné [10] et Albrecht [11] introduisent d'autres sources possibles de vibrations forcées comme :

- des hétérogénéités de la matière usinée,
- des irrégularités géométriques de la pièce,
- des effets de faux rond et de balourds qui ont été étudié par Schmitz [12] et aussi leurs effets sur l'état de surface et la stabilité.
- une usure excessive ou une rupture d'une des dents de la fraise dans le cas du fraisage.

Cependant elles restent secondaires par rapport à l'irrégularité de la coupe, mais ne doivent pas être oubliées dans certaines circonstances comme par exemple :

- un outil tournant à très grande vitesse en fraisage.
- une pièce déformée par le serrage des mors en tournage comme cela a été étudié par Jeong [13].

Les effets de cette famille de vibrations sur l'état de surface ont été détaillés par Paris et Peigné [14]. Ces vibrations ont un impact relativement faible sur l'état de surface, car elles ont la même fréquence que celle du passage des dents. Par conséquent, à chaque tour d'outil, l'enlèvement de matière est identique, ce qui n'implique pas d'irrégularités lors de l'usinage. Cependant lors de l'entrée ou de la sortie de l'outil dans la matière, lorsque le régime permanent n'est pas encore établi, la combinaison des vibrations libres (dues à l'impact de l'outil dans la matière) et des vibrations forcées (dues à la rotation de l'outil) entraîne la plupart du temps des vibrations, figure I-2.

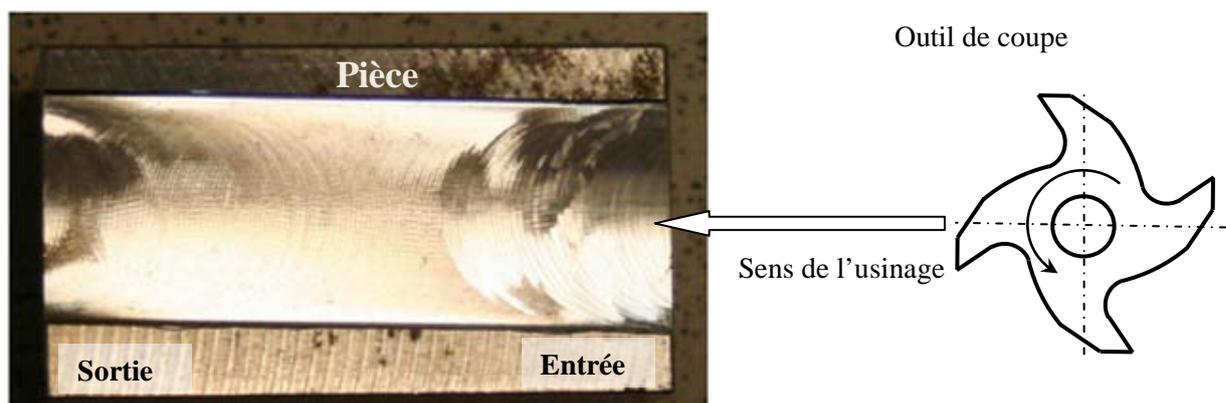


Figure I-2 : Photo d'une passe d'usinage prise pour mettre en évidence les instabilités temporaires de l'usinage à l'entrée de la pièce (à droite) et à la sortie de la pièce (à gauche), [6].

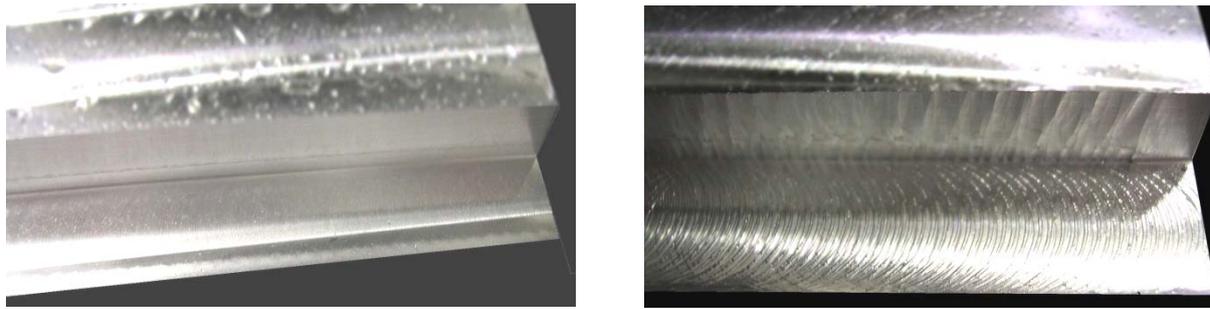
### I-2-3 Les vibrations auto-entretenues (broutement)

Les vibrations auto-entretenues ont pour source le passage d'un régime de coupe stable à un régime de coupe instable. C'est à dire quand le système usinant se met à vibrer à une fréquence différente de la fréquence de passage des dents et le régime dynamique de la coupe est différent du régime dynamique de l'outil. Elles sont la cause du phénomène appelé broutement ou "chatter".

### I-3 Le Broutement

Elles sont la cause du phénomène appelé broutement « chatter » et ce phénomène est très préjudiciable car il entraîne généralement :

- un très mauvais état de surface de la pièce finie.
- une baisse de la durée de vie de l'outil en accélérant l'usure ou dans des cas extrêmes la rupture de l'outil.
- un bruit très désagréable lors de l'usinage. Même si ce point n'a pas de conséquence sur la qualité de la pièce finie, il est à prendre en compte par rapport à l'environnement du travail des opérateurs.
- une usure prématurée de la broche de la machine.



a) absence du phénomène de broutement

b) présence du phénomène de broutement

Figure I-3 : Etat de surface de deux pièces après usinage [15]

Dans le but de comprendre les phénomènes aboutissant à l'apparition du broutement et de développer les méthodes de prédiction, Zhao et Balachandran [16] évoquent les sources reconnues de ces vibrations auto-entretenues et les classent en deux catégories : elles peuvent être d'origines régénératives et non-régénératives.

### I-3-1 Broutement d'origine régénératif

Le broutement régénératif doit son origine à la régénération de la surface précédemment usinée. Dans le cas d'un usinage par enlèvement de matière, l'outil ré usine la surface de la passe précédente. Cette surface a été générée en présence de vibrations forcées. Ces vibrations engendrent une surface aux ondulations régulières. Dans le cas de l'apparition de broutement, les fréquences de passage des dents et de vibrations d'outil n'étant pas les mêmes ; un déphasage va donc apparaître entre la surface usinée à la passe ( $n$ ) et à la passe ( $n-1$ ). Ce déphasage illustré sur la figure I-4, implique une variation de l'épaisseur de copeau et donc une variation des efforts de coupe.

La variation des efforts de coupe provoquent alors un mouvement vibratoire de l'outil, impliquant une première ondulation de la surface usinée. Lorsque la dent suivante repasse sur cette surface ondulée, l'épaisseur nominale de copeau est variable. Cette nouvelle variation de l'effort de coupe va de nouveau entraîner un mouvement vibratoire de l'outil, impliquant une nouvelle surface ondulée (figure I-4). Ce phénomène est la source des vibrations auto-entretenues.

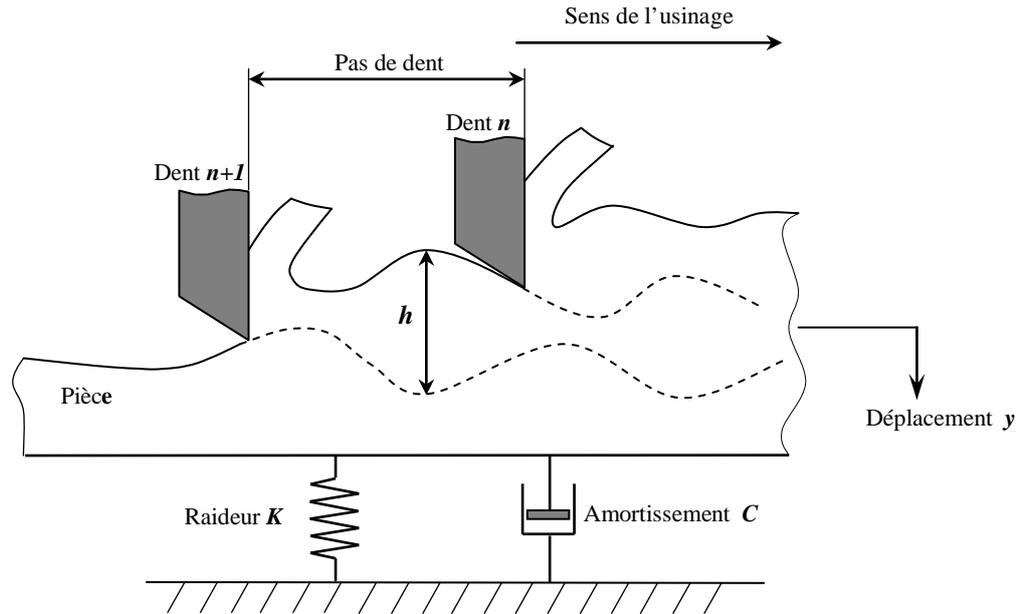


Figure I-4 : Déphasage lors de la régénération de surface dans le cas d'une opération d'enlèvement de matière, [6].

Le mouvement vibratoire actuel est directement influencé par l'historique de l'usinage. Un des paramètres à la source du phénomène est donc le temps entre deux passages de dent et ce temps de retard a un effet direct sur le déphasage entre les ondulations. Il est notamment un des éléments clés pour la modélisation des vibrations auto entretenues.

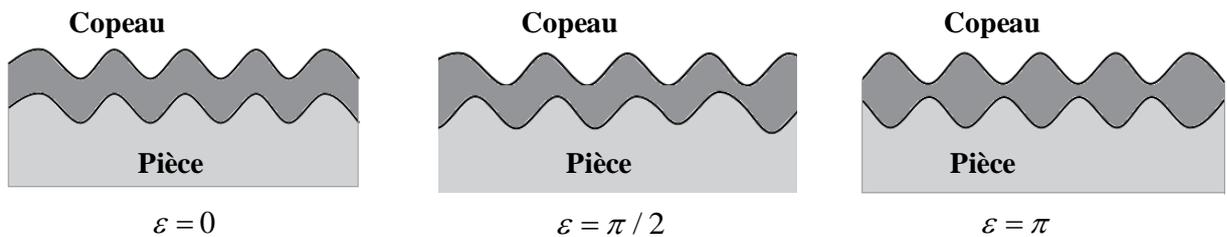


Figure I-5 : Effet relative à la différence de phase sur l'épaisseur du copeau (marques laissées par deux dents successives), [15].

En pratique, il y a deux évolutions possibles pour l'amplitude des vibrations. Si le déphasage entre l'ondulation de la surface précédente et le mouvement actuel de l'outil est faible, la section de copeau varie peu au cours de l'usinage. Dans ce cas, le système subit davantage des vibrations forcées, ayant en pratique peu de conséquences sur la surface usinée. C'est notamment ce régime de coupe qui est souvent choisi pour limiter les conséquences des vibrations auto-entretenues. En fraisage, les vibrations forcées et auto entretenues sont difficiles à séparer.

Au contraire, si le déphasage est assez grand et si l'amortissement ou la rigidité de la structure sont insuffisants, la variation de la section de copeau apporte suffisamment d'énergie pour amplifier le mouvement au cours de l'usinage. En pratique, ces vibrations instables sont stabilisées par des non-linéarités, par exemple lorsque l'outil sort de la matière

(hors coupe) et limite ainsi l'apport d'énergie. De plus, la sortie de la matière implique généralement une forte dégradation de la surface usinée.

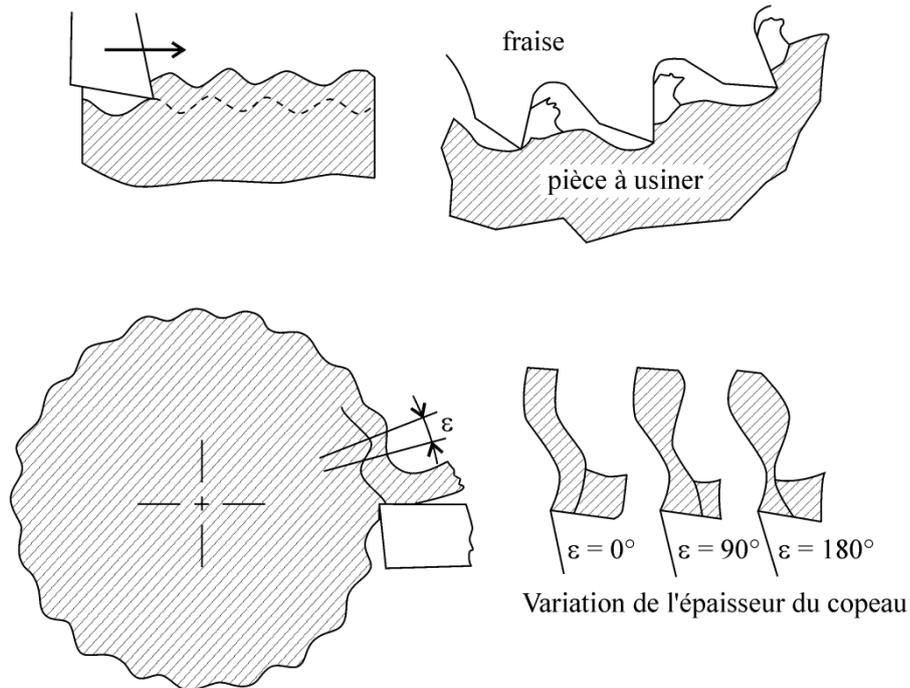


Figure I-6 : Régénération des vibrations en broutement, [17].

### I-3-2 Broutement d'origine non régénératif

Le broutement d'origine non régénératif a plusieurs causes possibles :

- Les non-linéarités apparaissant lors d'un usinage très instable. Dans certains cas, l'outil aura tendance à sortir de la matière lorsque les vibrations sont trop importantes. Ceci entraîne un comportement non-linéaire du système pièce-outil.
- Le couplage des modes de vibrations. Chacun des axes de l'outil ou de la machine possède des modes de vibrations qui peuvent s'influencer.
- D'autres phénomènes non-linéaires dus à la coupe de la matière comme : le talonnage entre l'outil et la pièce ou les effets thermomécaniques liés à la formation du copeau.

#### I-3-2-1 Phénomène de couplage des modes de vibration

Thusty et Polacek [18] ont expliqué également les vibrations auto-entretenues par le phénomène de couplage des modes. Ce phénomène intervient lorsqu'il y a couplage entre deux modes propres orthogonaux de l'outil. Il en résulte un mouvement relatif elliptique entre la pièce et l'outil qui engendre une variation de l'épaisseur de copeau et donc une variation de l'effort de coupe. Cette variation de l'effort entretient ainsi le mouvement de l'outil (figure 1-7). Thusty et al. [19] montrent que ce phénomène intervient en même temps que la régénération de la surface et amplifie celle-ci. Le couplage des modes n'intervient plus avec un système à un degré de liberté.

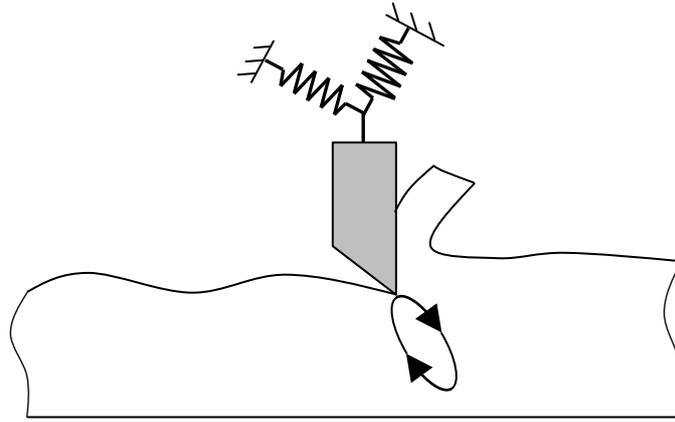


Figure I-7 : Phénomène de couplage des modes de vibration, [20]

### I-3-2-2 Le Talonnage

Le talonnage a été étudié pour la première fois par Albrecht [21] et joue un rôle prépondérant dans le comportement dynamique du système usinant. Il apparaît lorsque la face de dépouille de l'outil entre en contact avec la surface usinée et vient ainsi frotter sur celle-ci, (figure I-8). Kegg [22] a étudié le phénomène de stabilité à faible vitesse et a montré qu'il existe un autre effort de coupe qui est en fonction de la vitesse de pénétration de l'outil dans la matière et de l'amortissement de la coupe. Il a conclu que cet amortissement ne peut découler que du phénomène du talonnage et qu'il est la cause principale de la stabilité de la coupe à ces vitesses, (figure I-8).

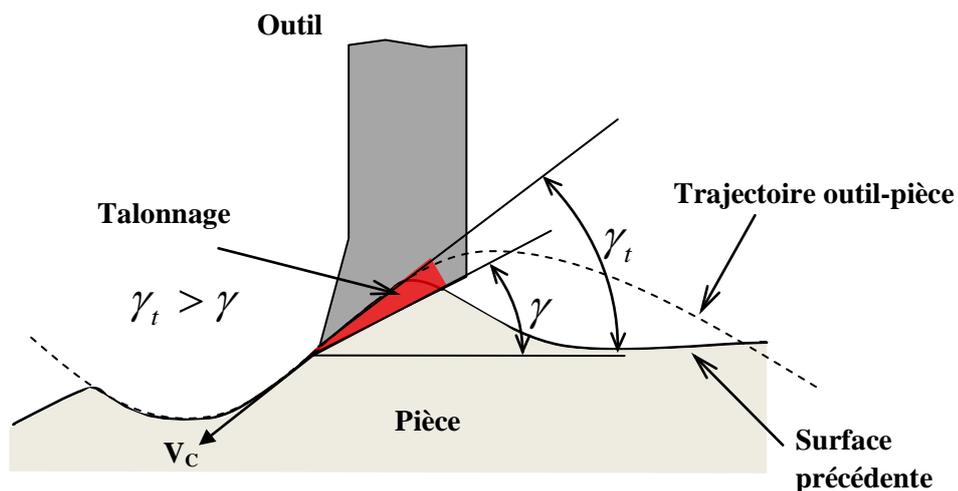


Figure I-8: Phénomène de talonnage d'un outil de coupe, [23]

Trusty [24] a expliqué le rôle du talonnage à faible vitesse de la façon suivante. La fréquence de vibration de la pièce ou de l'outil est souvent très proche de l'un de ses modes propres. À faible vitesse, la période de passage de la dent est beaucoup plus importante que la période des vibrations. Il apparaît donc un nombre élevé de longueurs d'ondes entières entre deux passages de dent. La pente de la surface à usiner est assez importante pour qu'il y ait interaction entre cette surface et la surface de dépouille de l'outil, figure 1-9.

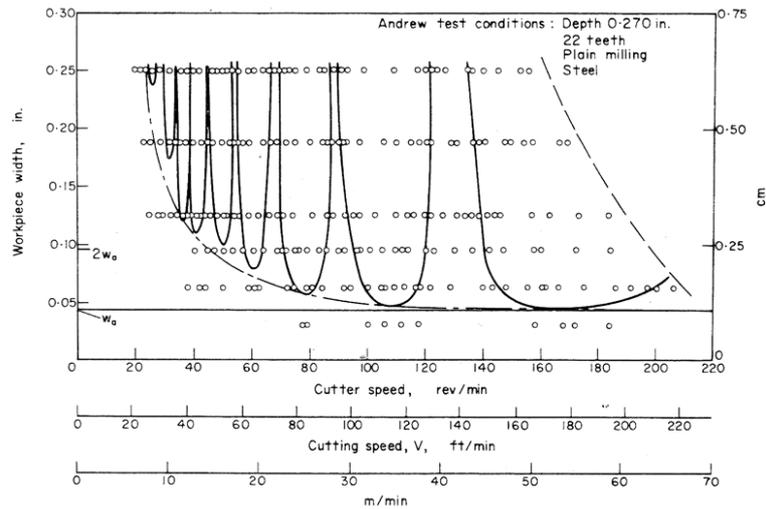


Figure 1-9 : Effet du talonnage sur la limite de stabilité, [22]

### I-3-2-3 Les interactions à l'interface outil-copeau

Ce phénomène est généralement plus complexe que la transformation plastique prépondérante dans le mécanisme de cisaillement. Il est dominé par la friction pour laquelle aucune expression explicite n'existe et il est de plus affecté par l'usure de l'outil (Trigger et *al.*[25] et Cook [26]). Le problème de l'interface outil-copeau a été étudié par le biais des méthodes analytiques et expérimentales (Oxley [27]). Il est basé sur l'hypothèse d'une répartition uniforme des contraintes (Lee et *al.* [28] ; Hill et *al.* [29]) et approché de manière équivalente par une force sur la face de coupe dirigée dans la direction de l'angle moyen de frottement (Albrecht [30] et Shaw [31]). Le frottement du copeau sur la face de coupe croît avec la diminution de la vitesse d'écoulement de la matière et son effet s'oppose ainsi à celui du talonnage puisqu'il a tendance à diminuer la stabilité de la coupe à basse vitesse. Ce phénomène est particulièrement mis en évidence dans les expérimentations de Knight [32], figure 1-10.

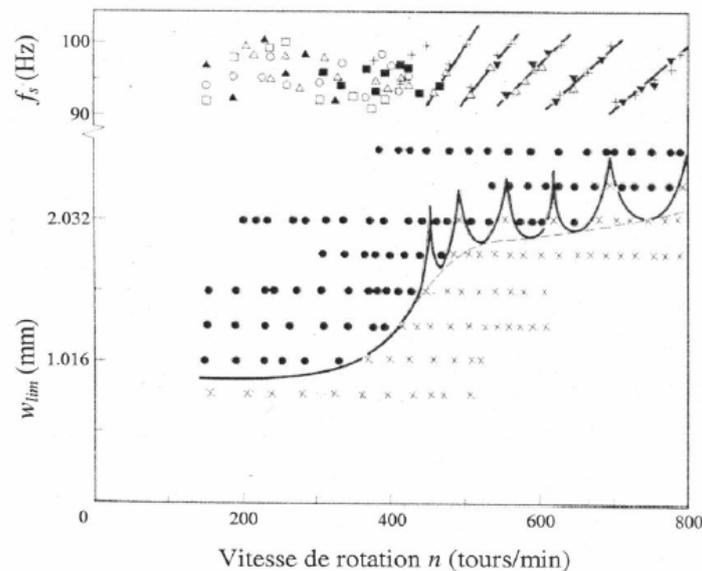


Figure 1-10: Résultats expérimentaux de Knight sur la stabilité de la coupe [33]

## I-4 Modèles analytiques de broutement

Pour mieux comprendre certains phénomènes entrant en jeu dans le processus dynamique de la coupe orthogonale et surtout dans la définition analytique des forces de coupe, on présente quelques approches antérieures intéressantes.

### I-4-1 Modèle linéaire de broutement de Tobias

Le modèle de broutement de Tobias [34], illustré dans la Figure I-11, est destiné au tournage d'un tube rigide avec un outil présentant une flexibilité suivant la direction axiale, et aussi il nous donne une idée très claire pour bien comprendre le phénomène de broutement d'une manière générale. Ce modèle se repose sur trois hypothèses de coupe :

- Coupe orthogonale (l'usinage d'un tube à paroi mince permet de s'en approcher) ;
- Dépendance linéaire de l'effort instantané de coupe de la section du copeau ;
- Comportement dynamique de l'outil assimilable à celui d'un système masse-ressort-amortisseur, figure I-11.

Le modèle mathématique représenté dans la figure (modèle de Tobias) est le suivant :

$$m \ddot{x}(t) + c \dot{x}(t) + k x(t) = -C_F w (f + x(t) - x(t - \tau)) \quad (\text{I-1})$$

$$\tau = 60 / N$$

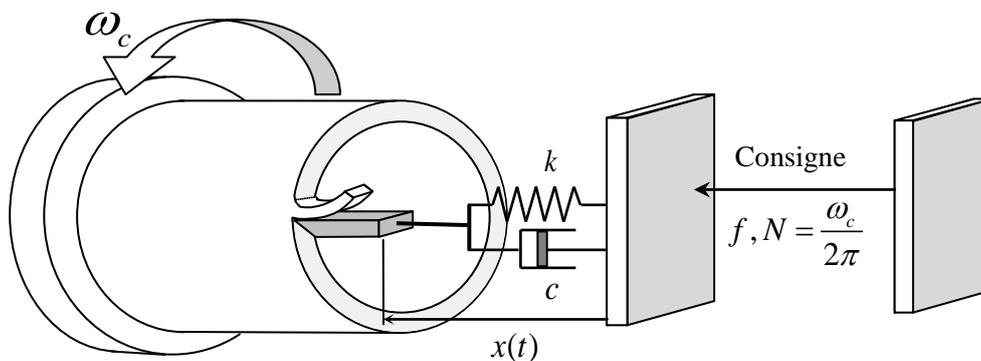


Figure I-11: Modèle de broutement de Tobias pour le tournage [35].

Avec :

- $m$  : la masse de l'outil  $[Kg]$ ,
- $c$  : le coefficient de l'amortissement  $[Ns / m]$ ,
- $k$  : la raideur de l'outil  $[N / m]$ ,
- $C_F$  : la Pression spécifique de coupe du couple outil-pièce  $[N / m^2]$ ,
- $w$  : est la largeur du copeau (épaisseur du tube)  $[m]$ ,
- $f$  : la consigne d'avance par tour  $[m / tr]$ ,
- $\tau$  : est le décalage temporel ou retard entre le passage précédent et actuel de l'outil, soit la durée d'une période:  $\tau = 60 / N [s]$ ,

- $\omega_c$  : représente la vitesse de rotation angulaire de la broche [ $rd / s$ ],
- $N$  : représente la vitesse de rotation de la broche [ $tr / s$ ],
- $x(t) - x(t - \tau)$  : désigne la contribution du mécanisme de régénération.

Cette équation admet une solution triviale constante  $x_0(t)$  :

$$x_0(t) = -\frac{C_F w f}{k} \quad (I-2)$$

Qui correspond au recul de l'outil sous l'effet de l'effort de coupe en absence des vibrations. La soustraction de cette solution à l'équation initiale (I-1) donne :

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = -C_F w (u(t) - u(t - \tau)) \quad (I-3)$$

Où :  $u = x - x_0$ . La recherche des conditions de broutement se ramène alors à l'étude de la stabilité du point fixe  $u(t) = 0$  ; selon Moraru [23], au sens de la première méthode de Lyapounov, qui définit la stabilité comme la convergence au bout d'un temps infini de la solution de l'équation précédente vers le point fixe, en présence d'une petite perturbation initiale.

La forme particulière de la frontière de stabilité de cette dernière équation, dans l'espace des paramètres de coupe et plus particulièrement en fonction de la vitesse de rotation de la broche et de la profondeur de passe, a conduit les chercheurs à la désigner sous le nom de lobes de stabilité.

#### I-4-2 Modèle de Wu et Liu

Wu et Liu [36] ont développé un modèle bidimensionnel pour la coupe, en utilisant un outil de coupe vibrant, illustré dans la figure I-12 :

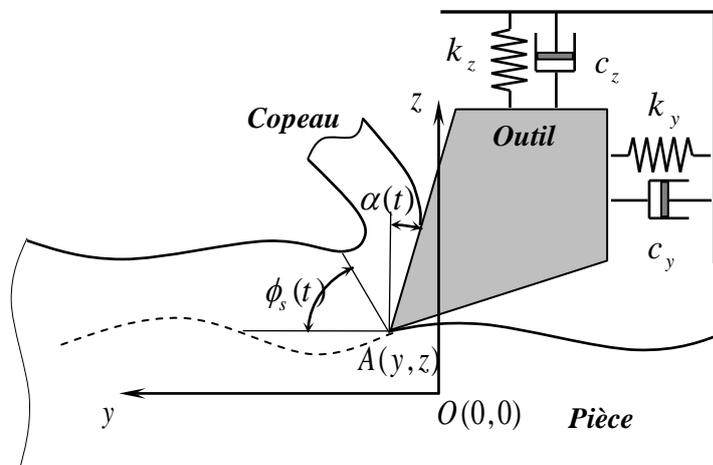


Figure I-12: Modèle bidimensionnel du processus dynamique de coupe [37].

Ils proposent un modèle original, prenant en compte la variation du coefficient de frottement moyen ( $\mu$ ) à l'interface outil-copeau sous la forme :

$$\mu = \mu_0 \cdot e^{-qV_c} \quad (\text{I-4})$$

- $\mu_0$  : Coefficient extrapolé à la vitesse nulle,
- $q$  : Coefficient dépendant du couple outil-matière,
- $V_c$  : vitesse de coupe,
- $\phi_s$  : angle du plan de cisaillement,

La vitesse  $V_c$  varie lors des mouvements vibratoires de l'outil et lors des oscillations de la bande de cisaillement.

Wu et Liu donnent une expression approchée sous la forme :

$$V_c \cdot \cos(\alpha) = \left( V_c + \frac{\dot{y} - \dot{y}_0}{2} \right) \tan(\phi_s) - \left( \frac{\dot{z} - \dot{z}_0}{2} \right) \quad (\text{I-5})$$

L'angle de cisaillement  $\phi$  est calculé à partir d'une relation empirique obtenue par Zvorykin [38], Merchant [39], puis par Bailley [40] :

$$\phi_s = \frac{C_m}{2} + \frac{\alpha - \lambda}{2} \quad (\text{I-6})$$

$$\lambda = \arctan(\mu) \quad (\text{I-7})$$

Avec :

- $\lambda$  : angle de frottement moyen à l'interface outil-copeau,
- $C_m$  : angle dépendant du matériau usiné,

Les efforts exercés sur l'outil sont estimés en utilisant le modèle de Merchant [39].

L'effort de coupe selon la direction y est donné par :

$$F_y = \frac{(z - z_0)w \cdot \sigma_s \cdot \cos(\lambda - \alpha)}{\sin(\phi_s) \cos(\phi_s + \lambda - \alpha)} \quad (\text{I-8})$$

L'effort de coupe selon la direction z est donné par :

$$F_z = \frac{(z - z_0)w \cdot \sigma_s \cdot \sin(\lambda - \alpha)}{\sin(\phi_s) \cos(\phi_s + \lambda - \alpha)} \quad (\text{I-9})$$

- $\sigma_s$  : la contrainte de cisaillement supposée constante,
- $w$  : largeur de coupe.

Enfin, l'effort de talonnage, s'exerce suivant la direction  $x$  par la surface récemment usinée au voisinage de la pointe de l'outil et s'écrit :

$$f_{tal,z} = -\frac{k_s w}{V_c} \dot{z} \quad (I-10)$$

Où :  $k_s$  est une constante de proportionnalité qui dépend du matériau. La force de talonnage est supposée s'opposer au mouvement de l'outil. Lorsque l'outil descend ( $z < 0$ ), celui-ci est repoussé par la surface usinée ( $f_{tal,z} > 0$ ) et inversement. En combinant les relations (I-4), (I-5) et (I-6) et en effectuant des approximations et après linéarisation, l'expression de l'angle ( $\phi_s$ ) est obtenue sous la forme :

$$\cot(\phi_s) = (A_\phi - C_\phi V_c) + \frac{B_\phi}{2} \left( \dot{z} - \dot{z}_0 \right) - \frac{C_\phi}{2} \left( \dot{y} - \dot{y}_0 \right) \quad (I-11)$$

Où :  $A_\phi$ ,  $B_\phi$  et  $C_\phi$  sont des coefficients à déterminer expérimentalement et qui dépendent des conditions de coupe, du frottement mesuré ainsi que du matériau usiné. De même, après des approximations et des transformations trigonométriques, les relations (I-7), (I-8) et (I-10) sont combinées pour obtenir les composantes  $F_y$  et  $F_z$  de l'effort de coupe :

$$F_y = 2w\sigma_s(z_0 - z) \left[ (A_y - C_y V_c) + \frac{B_y}{2} \left( \dot{z} - \dot{z}_0 \right) - \frac{C_y}{2} \left( \dot{y} - \dot{y}_0 \right) \right] \quad (I-12)$$

$$F_z = 2w\sigma_s(z_0 - z) \left[ (A_z - C_z V_c) + \frac{B_z}{2} \left( \dot{z} - \dot{z}_0 \right) - \frac{C_z}{2} \left( \dot{y} - \dot{y}_0 \right) \right] \quad (I-13)$$

et les coefficients  $A_y$ ,  $B_y$ ,  $C_y$ ,  $A_z$ ,  $B_z$  et  $C_z$  s'expriment en fonction des coefficients précédents  $A_\phi$ ,  $B_\phi$  et  $C_\phi$  est aussi en fonction de la vitesse de coupe  $V_c$  et du paramètre  $C_m$ .

Finalement l'outil de coupe est modélisé par un système masse-ressort-amortisseur à deux degrés de liberté. Les équations de mouvement sont données par :

$$m \ddot{y} + c_y \dot{y} + k_y y = -2w\sigma_s(z_0 - z) \left[ (A_y - C_y V_c) + \frac{B_y}{2} \left( \dot{z} - \dot{z}_0 \right) - \frac{C_y}{2} \left( \dot{y} - \dot{y}_0 \right) \right] \quad (I-14)$$

$$m \ddot{z} + c_z \dot{z} + k_z z = -2w\sigma_s(z_0 - z) \left[ (A_z - C_z V_c) + \frac{B_z}{2} \left( \dot{z} - \dot{z}_0 \right) - \frac{C_z}{2} \left( \dot{y} - \dot{y}_0 \right) \right] - \frac{k_s w}{V} \dot{z} \quad (I-15)$$

L'étude de Wu et Liu [36] est ensuite ramenée à un système à un seul degré de liberté dans la direction  $x$  de l'avance, en supposant que la longueur du plan de cisaillement est constante. Les relations donnant l'angle de cisaillement  $\phi$  et les composantes  $F_y$  et  $F_z$  de l'effort de coupe deviennent:

$$\cot(\phi_s) = (A_\phi - C_\phi V_c) + B \left( \dot{z} - \dot{z}_0 \right) \quad (I-16)$$

$$F_y = 2w\sigma_s(z_0 - z) \left[ (A_y - C_y V_C) + B_y \left( \dot{z} - \dot{z}_0 \right) \right] \quad (\text{I-17})$$

$$F_z = 2w\sigma_s(z_0 - z) \left[ (A_z - C_z V_C) + B_z \left( \dot{z} - \dot{z}_0 \right) \right] \quad (\text{I-18})$$

L'équation du mouvement restante, dans la direction d'avance, s'écrit :

$$m \ddot{z} + c_z \dot{z} + k_z z = -2w\sigma_s(z_0 - z) \left[ (A_z - C_z V_C) + B_z \left( \dot{z} - \dot{z}_0 \right) \right] - \frac{k_s w}{V} \dot{z} \quad (\text{I-19})$$

L'objectif principal de l'étude de Wu et Liu [36], est de développer un modèle mathématique décrivant le comportement dynamique du système d'usinage en présence des vibrations auto-entretenues. Les auteurs tirent les conclusions suivantes :

- Le modèle mathématique du broutement est développé en utilisant une approche analytique dans le but de prédire les efforts de coupe dynamiques,
- Le modèle analytique du processus de coupe dynamique est développé à partir d'une configuration pseudo-statique de la géométrie de formation du copeau en tenant compte de l'influence des variations de la vitesse de coupe sur le coefficient de frottement,
- Les effets régénérateurs sont exprimés en fonction de l'épaisseur du copeau non déformé  $(x - x_0)$  et les composantes des efforts  $F_y$  et  $F_z$  sont prises proportionnelles à ce terme. Les variations de l'épaisseur usinée  $(x - x_0)$  excitent ainsi la structure,
- L'action du copeau sur la face de coupe de l'outil peut créer une force négative d'amortissement qui excite la vibration de ce dernier. L'interférence du matériau usiné au niveau du bec de l'outil introduit un effort positif d'amortissement qui limite l'amplitude des vibrations.

Beaucoup de simplifications sont faites au moment de combiner certaines équations et de ce fait une solution approchée du problème est obtenue.

### I-4-3 Modèle de Segreti

Segreti [41] modélise les vibrations de l'outil en interaction avec le processus de formation du copeau, en ce plaçant dans le cas où la pièce ne vibre pas. L'auteur s'intéresse aux oscillations de l'outil suivant les deux directions  $Oy$  et  $Oz$  : la direction de coupe et la direction d'avance, figure I-13.

Le mouvement de l'outil est exprimé par les équations différentielles suivantes :

$$\begin{aligned} m_y \ddot{y} + c_y \dot{y} + k_y y &= F_y + f_{tal,y} \\ m_z \ddot{z} + c_z \dot{z} + k_z z &= F_z + f_{tal,z} \end{aligned} \quad (\text{I-20})$$

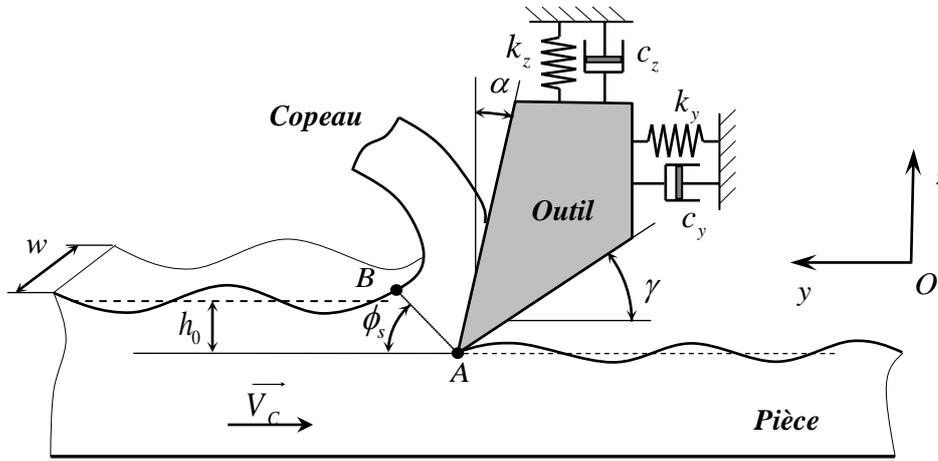


Figure I-13 : Système dynamique de coupe bidimensionnel [41].

Avec :

- $m_y, c_y, k_y, m_z, c_z$  et  $k_z$  : sont les paramètres dynamiques du système outil-porte outil ;
- $F_y$  et  $F_z$  : sont respectivement les forces de coupe et d'avance exercés sur l'outil ;
- $f_{tal,y}$  et  $f_{tal,z}$  : sont les composantes selon  $O_y$  et  $O_z$  de la force de talonnage ;

Les efforts de coupe sont estimés à l'aide du modèle de Merchant [39], pour lequel le copeau se forme par cisaillement dans un plan incliné d'un angle  $\phi'(t)$  par rapport à la direction instantanée de coupe. Les forces de coupe sont exprimées par :

$$F_y(t) = w\sigma_s \frac{h_0 + z(t-\tau) - z(t)}{\sin(\phi' + \delta)} \cdot \frac{\cos(\lambda - \alpha)}{\cos(\phi' + \lambda - \alpha')} - \mu_0 \left( V_c + \dot{y} \right)^q f_{tal,z} \quad (I-21)$$

$$F_z(t) = w\sigma_s \frac{h_0 + z(t-\tau) - z(t)}{\sin(\phi' + \delta)} \cdot \frac{\sin(\lambda - \alpha)}{\cos(\phi' + \lambda - \alpha')} + f_{sp} v_d(t) \quad (I-22)$$

$$v_d(t) = w \sum_{i=1}^N \frac{\Delta t V_c}{2} \{ [z(t - i \Delta t) + z(t - (i-1) \Delta t)] - 2z(t) \} - (2i-1) \Delta t V_c \cdot \tan(\gamma) \quad (I-23)$$

Avec :

- $v_d$  : représente le volume total de matière déplacée par l'outil en fonction de l'angle de dépouille nominal  $\gamma$ ,
- $f_{sp}$  : est le coefficient de proportionnalité appelé force de talonnement spécifique,

$$\delta(t) = \tan^{-1} \frac{\dot{z}(t)}{V_c} \quad (I-24)$$

$$\alpha'(t) = \alpha - \delta(t) \quad (I-25)$$

$$V_{cop} = \frac{V_c \sin(\phi')}{\cos(\delta) \cos(\phi' - \alpha')} \quad (I-26)$$

$$\lambda = \tan^{-1} \left( \mu_0 \cdot V_{cop}^q \right) \quad (I-27)$$

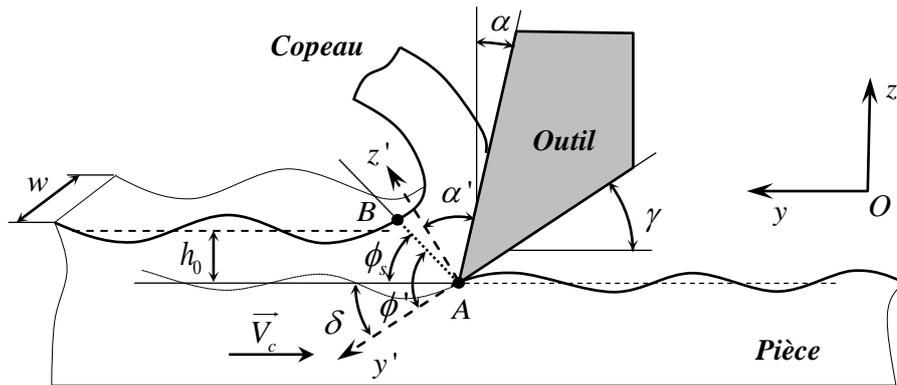


Figure I-14 : Processus de coupe dynamique instantané, [41]

Le système bidimensionnel est ensuite résolu comme un système à un seul degré de liberté, dans la direction d'avance. Le système à deux degrés de liberté est ramené à un système à un seul degré de liberté, en faisant les hypothèses suivantes : l'épaisseur du copeau est considérée égale à l'avance et l'outil est parfaitement tranchant sans prendre en compte le rayon d'arête qui en réalité existe.

Segreti [41] s'intéresse à la stabilité du processus contrôlé par une vitesse de coupe  $V_c$  donnée, en prenant en compte : l'effet régénératif des passes successives, les conditions de frottement à l'interface outil-copeau et la géométrie de l'outil, et aussi le matériau usiné.

## I-5 Etude de Broutement en fraisage

### I-5-1 Connaissances sur la modélisation des efforts de coupe pour le fraisage

L'étude de la dynamique de la coupe en fraisage est rendue délicate par la complexité même de la coupe, elle réside dans les géométries des fraises qui posent de réelles difficultés de modélisation. De plus, à la différence de la coupe orthogonale continue, la coupe en fraisage est le lieu de nombreuses autres non-linéarités qui peuvent être *faibles*, comme la variation des efforts de coupe dans le temps et dans l'espace quand une dent est en prise avec la matière, ou *fortes*, comme la discontinuité due aux passages des dents hors de la matière. Enfin, la périodicité de la coupe entraîne le développement de vibrations forcées.

Une des principales difficultés de la modélisation du fraisage réside dans la définition des lois de coupe, car la construction du modèle d'effort repose sur la compréhension du mécanisme de formation du copeau ; qui est ici délicate à appréhender du fait de la géométrie complexe des fraises et de la cinématique de leur trajectoire. Par exemple, certains concepts développés dans la coupe orthogonale, comme le plan de cisaillement, sont difficilement généralisables à des outils hélicoïdaux. Enfin, l'identification des paramètres des lois de coupe reste un problème majeur en fraisage, car les chocs causés par la coupe discontinue requièrent l'utilisation des moyens de mesure, par rapport à la dynamique particulièrement maîtrisée afin de ne pas fausser les mesures.

Pour ces raisons, la majorité des études sur la dynamique de la coupe ne prennent pas en compte les mécanismes à l'origine du déphasage entre l'effort de coupe et la section du copeau. Elles utilisent les méthodes de modélisation mécanistique développées pour l'étude statique du fraisage et qui voient le processus d'usinage comme une combinaison des ingrédients suivants: la relation entre épaisseur de copeau et effort de coupe comme le propose Köengsberger et *al.* [42]; Sabberwal [43] et Marttelli [44], ainsi que la géométrie des outils et la géométrie du processus de coupe

## **I-5-2 Différentes méthodes de modélisation des efforts de coupe pour le fraisage**

Pour étudier le phénomène de broutement, il est nécessaire de considérer le type de modélisation d'efforts à mettre en place dans cette étude. Différentes méthodes sont présentées dans la littérature et parmi ces méthodes on trouve :

### **I-5-2-1 Les méthodes empiriques**

Sabberwal [45] est l'un des premiers à avoir observé le rapport entre les efforts de coupe et la section de copeau. Cela l'a conduit à mettre en place une modélisation introduisant la notion des coefficients spécifiques de coupe. Ces coefficients permettent d'établir une relation de proportionnalité entre les efforts de coupe et la section de copeau et sont définis comme des constantes liées à chaque : outil, matière usinée, opération d'usinage et conditions de coupe.

Par la suite, d'autres travaux ont proposé des modifications visant à prendre en compte les conditions de coupe. Les coefficients spécifiques de coupe ne sont plus des constantes mais dépendent des engagements d'outils, de la vitesse de coupe ou de la vitesse d'avance. De plus, les outils de fraisage nécessitent d'être modélisés en géométrie 3D. DeVor et *al.* [46] ont proposé une méthode de segmentation des outils permettant l'intégration d'un effort élémentaire le long d'une arête de coupe pour une fraise cylindrique, en tenant compte par exemple des défauts d'écarts radiaux entre les dents de l'outil. De nombreux essais sont alors toujours nécessaires pour déterminer les coefficients qui sont en fonction de l'avance.

La théorie unifiée d'Armarego [47] permet quant à elle d'extrapoler les résultats de la coupe orthogonale au cas de la coupe oblique. Cette extension de la coupe orthogonale à la coupe oblique sur des géométries 3D a également été proposée par Lee et *al.* [48], afin de pouvoir l'appliquer sur des outils de type hémisphérique couramment utilisés industriellement. Il met en exergue la nécessité de disposer de méthodologies favorisant ce passage de résultats obtenus en 2D à des configurations 3D et de limiter le nombre d'essais associés à la détermination des coefficients. Altintas [49] reprend cette méthode et propose sa généralisation aux principales géométries d'outils utilisées en fraisage.

D'autres auteurs comme Feng [50] ont encore présenté des modélisations de type empirique ou semi empirique, comme Gradisek [51] et Jayaram [52] ; mais ces méthodes posent encore des problèmes en termes de quantité d'essais pour étalonner le modèle d'efforts. De plus, les domaines de validité de ces modèles sont difficilement établis vu les extrapolations employées pour passer d'une configuration testée à une autre non testée.

### I-5-2-2 Les méthodes analytiques

Ce sont historiquement les plus anciennes. Merchant [39] développe les premières théories sur la phénoménologie de la coupe. Avec l'hypothèse simplificatrice de la coupe orthogonale, un plan de cisaillement séparant la matière brute et le copeau est défini. La résultante des efforts de coupe est considérée comme située dans le plan orthogonal à l'arête, formant un angle par rapport à la normale à la face de coupe, figure I-15. Les efforts de coupe sont alors exprimés à partir des équations d'équilibre du copeau et en prenant en compte les contraintes de cisaillement et de compression de la pièce. Ces contraintes sont reliées entre elles par une loi de plasticité ne faisant pas intervenir explicitement la température.

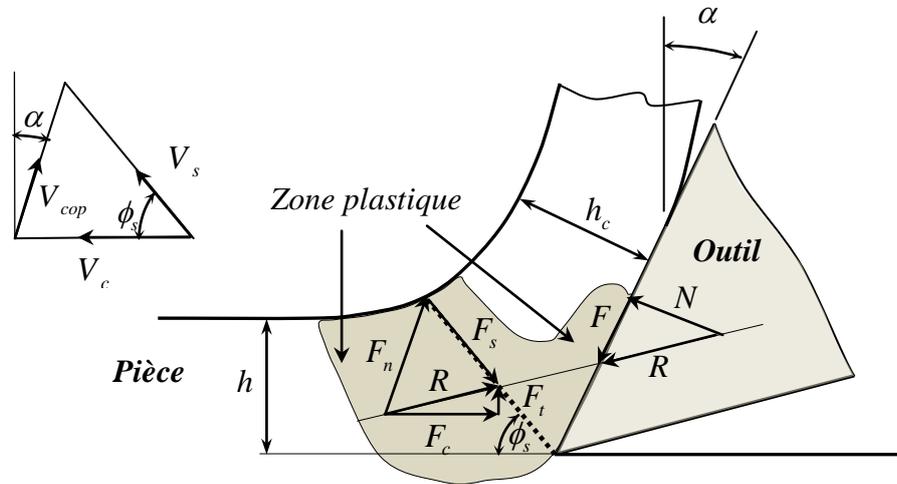


Figure I-15 : Définition du calcul des efforts de coupe selon Merchant [39].

Oxley [27] va plus loin en proposant une modélisation des efforts de coupe, qui tient compte des aspects thermiques en déterminant la température à l'interface outil-copeau. D'autres améliorations de la théorie d'Oxley [27] ont par la suite été apportées en modifiant par exemple les lois de comportement ou de frottement.

En tous les cas, les méthodes analytiques font généralement intervenir des grandeurs telles que la contrainte de cisaillement maximale admissible par le matériau usiné ( $\sigma_{s \max}$ ), la section de copeau  $h$ , l'angle du cône de frottement défini par la loi de Coulomb, la déformation  $\varepsilon$  et la vitesse de déformation  $\dot{\varepsilon}$  des zones de cisaillement du copeau pour la température donnée, comme il est indiqué par la relation I-28:

$$F = f \left( \sigma_{s \max}, h, \varepsilon, \dot{\varepsilon}, \text{angle}_{\text{frottement}} \right) \quad (\text{I-28})$$

Ces méthodes analytiques reposent toutefois sur des bases contestables et ne permettent pas d'établir les évolutions complètes des grandeurs caractéristiques de la coupe, telles que les champs : de contraintes, de déformations ou de températures au sein de la pièce ou de l'outil. De plus, elles ne résolvent pas le problème pratique du nombre d'essais posé par les méthodes empiriques ; car elles supposent la connaissance préalable de coefficients qui ne peuvent eux-mêmes être obtenus que par le recours à des essais de coupe et par l'observation plus ou moins complexe des caractéristiques du copeau.

### I-5-2-3 Les méthodes numériques

Afin de pousser encore plus loin l'analyse des phénomènes liés à la coupe et grâce aux progrès des moyens de calculs réalisés ces dernières années, les travaux de recherche se sont progressivement orientés vers une approche numérique de la modélisation de la coupe. Ces méthodes permettent d'étudier le comportement non linéaire de la coupe pour des vitesses de déformations élevées entraînant de grandes déformations de la matière, des phénomènes de convection et de diffusion thermique, ainsi qu'une analyse particulière de la mécanique du contact. Le couplage thermomécanique du frottement du copeau sur l'outil et la dissipation de la chaleur engendrée par le frottement au contact outil-pièce peut ainsi être modélisé.

Les efforts de coupe sont calculés à partir de lois de frottement et de lois de comportement mettant en œuvre les caractéristiques de la coupe, telles : que la déformation plastique, la vitesse de déformation, la contrainte d'écoulement ou la température. Des modélisations 2D voire 3D sont désormais permises grâce à des algorithmes basés sur la technique des éléments finis. Les méthodes récentes utilisent un remaillage adaptatif ainsi que des critères de séparation du copeau et autorisent ainsi des modélisations réalistes. Ces méthodes diffèrent donc l'une de l'autre par la façon dont sont traités les maillages de la pièce, de l'outil ou du copeau, pour décrire ainsi l'évolution du processus de coupe. Il existe trois types de modèles numériques :

- Le modèle Lagrangien qui propose un maillage de l'outil et de la pièce. Les problèmes de distorsion de maillage peuvent alors intervenir pour décrire le processus de coupe. De plus, l'évolution du maillage entre plusieurs instants de calcul nécessite la mise en place de critères de séparation de mailles pour éviter la perte éventuelle d'informations;
- Le modèle Eulérien qui utilise un maillage fixe de la pièce, et qui est indépendant du déplacement de la matière au cours de la coupe pour éviter les problèmes de distorsion de maillage. Ceci implique que les résultats obtenus avec cette technique ne sont que des solutions stationnaires, nécessitant la connaissance de la forme du copeau avant calcul, contrairement à l'objectif initial de prédiction;
- La formulation Arbitraire-Lagrangienne-Eulérienne (ALE) qui semble être la plus intéressante puisqu'elle permet de dissocier l'évolution du maillage de l'évolution de la matière. Les avantages des deux premières méthodes sont ainsi combinés pour obtenir des résultats tant dans le domaine stationnaire que transitoire de la coupe.

Toutefois, ces méthodes nécessitent l'identification de différentes caractéristiques encore difficiles à déterminer pour être mises en œuvre correctement, telles qu'une : loi de comportement de la matière pour tenir compte des aspects thermo-visco-plastiques de la coupe, loi de frottement au niveau du contact outil-copeau valable dans des conditions de fortes pressions et températures, ou encore de caractéristiques thermiques du système outil-pièce permettant d'évaluer les différents flux thermiques.

Ainsi, ces méthodes, malgré l'aide qu'elles peuvent apporter à la compréhension des mécanismes de formation du copeau, apparaissent d'une utilisation limitée au vu des difficultés expérimentales qui leur sont attachées. Les exigences industrielles en termes de temps de calcul et de simplicité d'utilisation font que ces approches numériques et toutes les identifications de comportement dynamique de matériau sous de très grandes vitesses de déformation qui leur sont nécessaires paraissent peu adaptées à notre étude.

### I-5-3 Différents domaines de modélisation des forces de coupe pour le fraisage :

Plusieurs domaines de modélisation peuvent être utilisés suivant le phénomène étudié et des évolutions d'un domaine à l'autre peuvent d'ailleurs être envisagées.

#### I-5-3-1 Le domaine statique

Dans ce domaine, la modélisation ne tient pas compte du paramètre temporel, ce qui ne peut pas être envisagé dans les cas d'opérations de fraisage, ni de l'accélération du système ou de la position angulaire de l'outil. En effet, la section de coupe varie au cours du temps et les efforts de coupe évoluent en fonction de l'épaisseur de matière, elle-même dépendante de la position angulaire de l'arête considérée. La modélisation dans le domaine statique pourrait par conséquent être utilisée en tournage où la section est constante lors de la coupe, mais pas dans le cadre du fraisage et donc pas dans le contexte de cette étude.

#### I-5-3-2 Le domaine quasi-statique

Les modélisations réalisées dans ce domaine permettent la prise en compte de la section réelle du copeau (en première approximation). Elles s'accompagnent d'hypothèses de rigidité faites pour l'outil et la pièce, n'intégrant pas l'environnement machine et ne permettent donc pas la prise en compte du comportement vibratoire du système Pièce-Outil-Machine. Le calcul des efforts de coupe est effectué sur des intervalles de temps correspondant à des positions identifiées de la fraise.

Les travaux réalisés dans ce domaine par Kline et DeVor [46] proposent une décomposition de l'outil en plusieurs disques d'épaisseur élémentaire  $dz$ . La figure I-16 présente ce modèle de discrétisation. Différentes positions de l'outil au cours de sa rotation sont considérées sur chaque disque.

La formule de Martelotti [44] permet de calculer l'épaisseur de copeau pour une position angulaire donnée de l'outil :

$$h = f_t \sin(\phi) \quad (\text{I-29})$$

Avec

- $h$  : Epaisseur du copeau indéformé,
- $f_t$  ; avance par dent,
- $\phi$  : position angulaire de la dent de la fraise,

Les efforts de coupe élémentaires appliqués sont alors exprimés par les relations suivantes :

$$\begin{cases} dF_t = K_t f_z \sin(\phi) dz \\ dF_r = K_r dF_t \end{cases} \quad (\text{I-30})$$

Avec

- $K_t$  : l'effort spécifique de coupe tangentiel,
- $K_r$  : l'effort spécifique de coupe radial,

Sabberwal [45] a montré dans son travail que l'effort spécifique de coupe tangentiel  $K_t$  évolue en fonction de l'épaisseur de coupe (équation I-31) :

$$K_t = K_{t_0} (f_t \sin(\phi))^p \quad (\text{I-31})$$

De Vor s'appuie ensuite sur ces travaux et rappelle qu'une valeur commune utilisée pour  $p$  est égale à  $-0.3$  et émet l'hypothèse que  $(\sin(\phi))^{p+1} = \sin(\phi)$ . Ceci permet alors d'obtenir les relations (I-32) et (I-33) :

$$\begin{cases} dF_t = K_t f_t \sin(\phi) dz \\ dF_r = K_r dF_t \end{cases} \quad (\text{I-32})$$

avec :

$$K_t = K_{t_0} f_z^{-0.3} \quad (\text{I-33})$$

Les expressions précédentes permettent alors l'obtention des efforts résultants sur chaque disque. Puis, par projection des efforts de coupe respectivement sur les directions  $x$  et  $y$  du repère fixe lié à la pièce, les efforts résultants sur l'outil sont alors obtenus, pour une position angulaire donnée, par intégration le long de l'axe de l'outil.

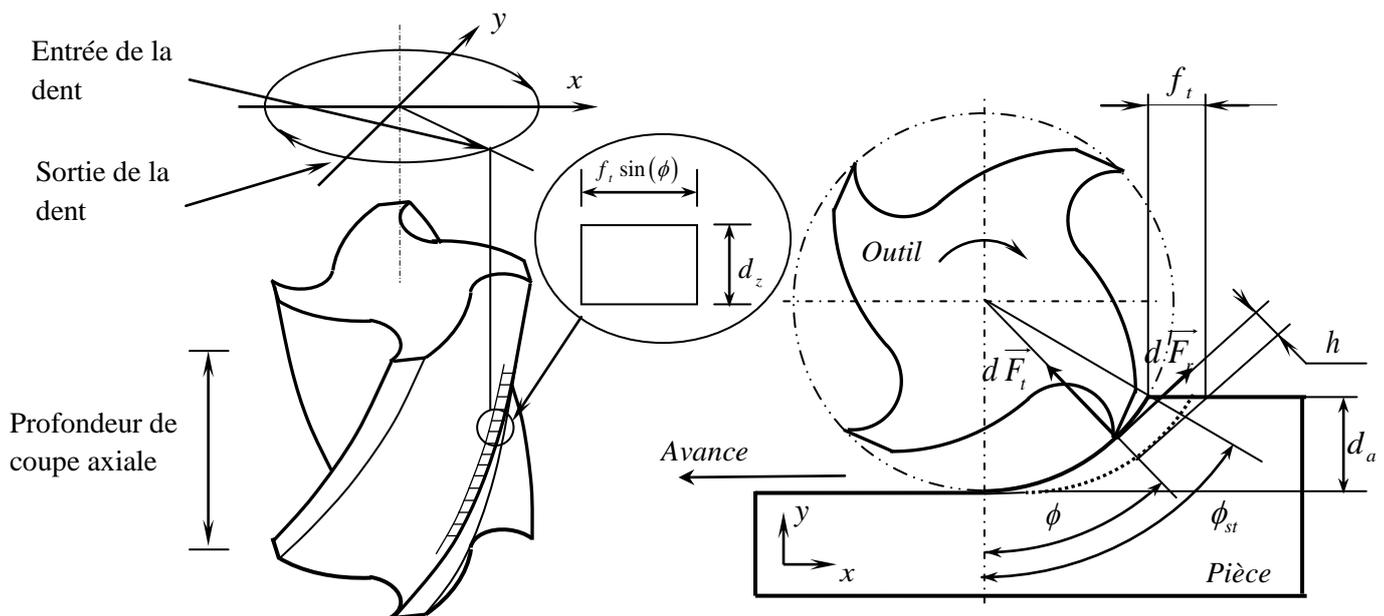


Figure I-16 : Le modèle de Kline et DeVor [46].

Ce modèle de base a ensuite été repris sous différentes formes par d'autres auteurs dans la littérature, avec diverses adaptations quant à la définition des coefficients des efforts de coupe ou le calcul de l'épaisseur de copeau par exemple. Altintas [49] propose la détermination d'un coefficient de l'effort de coupe moyen équivalent. Lazoglu [53] et Sabberwal [42] basent leurs modélisations sur une épaisseur de copeau moyenne alors que

Abrari et al. [54]; Ko et al. [55] et Li et al. [56] calculent une épaisseur de copeau instantanée.

D'autres modèles quasi-statiques définissent également les coefficients spécifiques de coupe en fonction des caractéristiques propres à l'outil comme le modèle de Gradisek [51] (angle d'hélice); Imani [57] (angle de coupe), Liu [58] (angle de direction d'écoulement du copeau et rayon d'affûtage) et Yun [59] (rayon d'affûtage et contrainte de cisaillement).

### **I-5-3-3 Le domaine dynamique**

Les modélisations réalisées dans ce domaine permettent d'effectuer le calcul des efforts de coupe en considérant des incréments de temps très rapprochés et en prenant en compte : la masse, l'accélération et l'amortissement du système Pièce-Outil-Machine. Ces approches nécessitent donc la caractérisation complète du système Pièce-Outil-Machine dans le domaine fréquentiel. Leurs applications portent essentiellement sur la définition du comportement vibratoire du système Pièce-Outil-Machine clairement identifié et l'établissement de cartes de stabilité grâce notamment à l'utilisation des lobes de stabilité .

Ce type d'étude prend en compte des vibrations libres et/ou des vibrations forcées et met en œuvre le calcul d'une épaisseur de copeau dynamique avec un mécanisme régénératif. Les différences entre les modélisations dynamiques relèvent entre autres du calcul de l'épaisseur de copeau, du modèle d'effort envisagé, du type d'usinage considéré et du choix des paramètres de simulation (temporel ou spatial) qui influent sur les temps de calcul.

Ces modèles permettent de simuler finement un processus de coupe dans de nombreuses applications, notamment en Usinage à Grande Vitesse. Toutefois, ce type d'approche reste réservé, dans le milieu industriel, à des applications pour lesquelles l'analyse et l'identification complète du système Pièce-Outil-Machine ne sont pas rédhibitoires (domaine aéronautique par exemple). En effet, des difficultés importantes et spécifiques (usinage de voiles minces déformables, tolérances et états de surface stricts) doivent pouvoir justifier les coûts, les délais et les matériels inhérents à l'identification des paramètres du modèle (accéléromètres, marteau de choc, chaîne d'acquisition et de traitement des données) et aux très longs temps de calcul (problèmes de convergence et de finesse du modèle d'effort).

## **I-5-4 Approches de modélisation du broutement en fraisage**

### **I-5-4-1 Simulation de Smith et Tlustý :**

Le fraisage de profil d'une pièce supposé rigide a été simulé par Smith et al. [60]. Cette simulation suppose un outil flexible dans le plan perpendiculaire à l'axe de la broche. Le système de modélisation utilisé pour décrire le comportement dynamique de l'outil suivant deux directions perpendiculaires au plan de coupe est de type masse-ressort-amortisseur. La géométrie de l'outil est comparable à celle d'un outil parfait dont les dents sont réparties uniformément et ne possèdent pas d'angle d'hélice. La figure I-17 décrit l'usinage ainsi définie.

En supposant les modes découplés deux à deux, les équations de la dynamique sont projetées dans la base modale. Ainsi chaque composante  $x_i$  du vecteur modal de position  $X$  vérifie la relation suivante :

$$m_i \ddot{x}_i + c_i \dot{x}_i + k_i x_i = F_i \quad (\text{I-34})$$

Avec :

- $m_i$  : la masse modale du  $i^{\text{ème}}$  mode,
- $c_i$  : l'amortissement modale du  $i^{\text{ème}}$  mode,
- $k_i$  : la raideur modale du  $i^{\text{ème}}$  mode,
- $F_i$  : la  $i^{\text{ème}}$  composante de la projection du vecteur d'effort de coupe  $F_c$  dans la base modale.

Ces efforts de coupe  $F_c$  sont vus comme la somme d'une force tangentielle et d'une force radiale exercées par la pièce sur l'outil. Ces efforts de coupe sont exprimés linéairement en fonction de la section de copeau : produit de la profondeur de passe axiale ( $A_p$ ) et de l'épaisseur ( $h$ ), et des coefficients spécifiques de coupe  $K_t$  et  $K_r$  :

$$\begin{cases} F_t = K_t A_p h \\ F_r = K_r F_t \end{cases} \quad (\text{I-35})$$

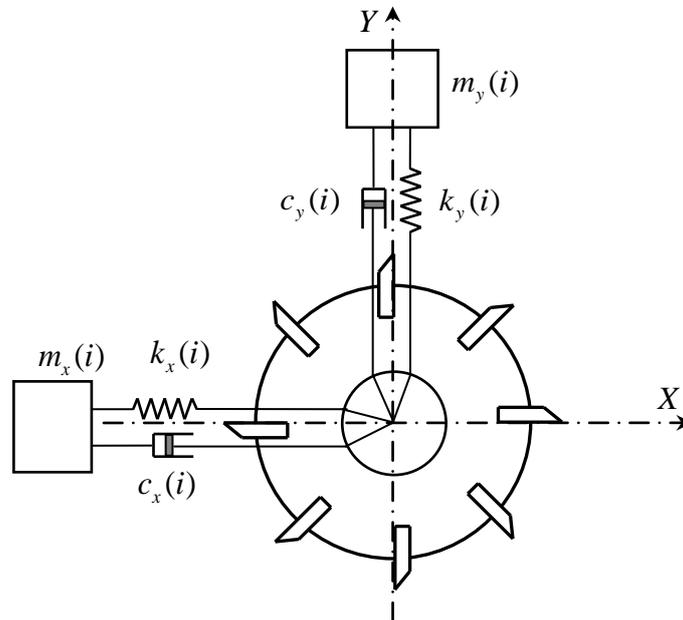


Figure I-17 : Modèle dynamique de la coupe en fraisage de Smith et Tlustý [60]

Pour aborder le problème de la modélisation de la coupe, Smith et Tlustý [60] ont supposé que chaque dent se déplace du même angle fixe ; ainsi chaque dent va occuper la même place que celle antérieure. Cette simplification, permet d'éviter les problèmes de représentation des surfaces usinées. L'épaisseur instantanée de copeau  $h$  peut être décrite par un terme cinématique correspondant au mouvement de consigne de chaque dent et un terme dynamique égal à la différence entre la déflexion radiale maximale actuelle  $r$  de l'outil et sa déflexion antérieure maximale  $r_0$  lors d'un précédent passage de dent :

$$h = f_t \sin(\phi) + r - r_0 \quad (\text{I-36})$$

La difficulté du calcul des efforts de coupe ainsi modélisés réside dans la détermination de l'épaisseur du copeau (non déformé)  $h$ , qui est fonction non seulement de la position de l'outil par rapport à la pièce, mais aussi du profil de la surface usinée. Cette difficulté a été levée en assimilant la surface usinée au droit de la position d'une dent à la position occupée par la précédente dent, lorsque cette dernière avait la même position angulaire. De ce fait, cette simplification permet de s'affranchir du problème de représentation de la surface usinée.

Enfin, la géométrie de la pièce brute est définie par un angle d'entrée et un angle de sortie tout les deux constants. Le calcul des efforts s'effectue dès qu'une dent est dans ce secteur. Il est à noter que cette représentation du brut ne permet pas d'étudier les phases transitoires où les conditions de coupe sont changeantes, comme l'entrée de l'outil dans la matière. L'intégration de l'équation dynamique (I-34) se fait ensuite en utilisant un schéma d'intégration explicite d'Euler. Le découpage du temps est déterminé par la fréquence propre la plus élevée du système modale et le pas de temps étant choisi comme le 1/10 de l'inverse de cette fréquence.

Smith et Tlusty présentent leurs résultats obtenus avec un système n'ayant qu'un seul mode dans chacune des deux directions. A travers la simulation numérique il est possible de reconstruire les diagrammes des lobes de stabilité. Enfin de compte il est possible d'identifier les limites des paramètres de coupe (vitesse de rotation de la broche et profondeur axiale) et recalculer à chaque nouveau paramètre, les déplacements et les efforts de coupe. Ces efforts de coupe et ces déplacements tirés des zones stables permettent de tracer un "diagramme crête à crête (PTP: peak to peak diagram)". Ces diagrammes permettent d'identifier les zones de stabilité, figure I-18.

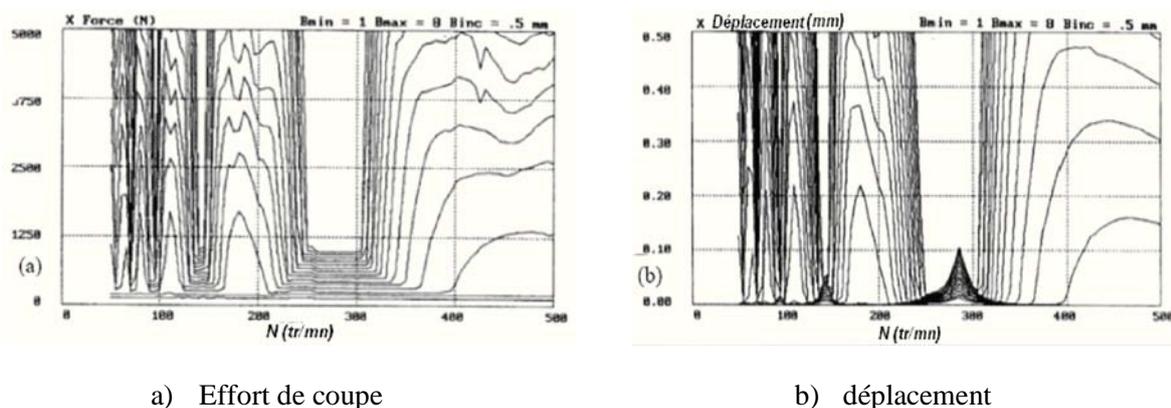


Figure I-18 : Illustration des PTP diagrammes; usinage en opposition avec une fraise 10 dents, (Simulation de Smith et Tlusty [60]).

#### I-5-4-2 Travaux de Altintas et Budak

En 1995, Altintas et Budak [4] étendent au fraisage la modélisation du broutement faite par Tobias. Ils étudient une opération de fraisage de profil d'une pièce rigide par un outil flexible qui est modélisé dans chacune des directions du plan de coupe par un système masse-ressort-amortisseur, figure I-19. Le système est infiniment rigide suivant l'axe de rotation et les déplacements  $x$  et  $y$  de l'outil suivant les directions  $X$  et  $Y$  sont régis par les équations suivantes:

$$m_x \ddot{x} + c_x \dot{x} + k_x x = F_{cx} \quad (\text{I-37})$$

$$m_y \ddot{y} + c_y \dot{y} + k_y y = F_{cy} \quad (\text{I-39})$$

Où  $F_{cx}$  et  $F_{cy}$  sont les composantes de l'effort de coupe suivant les axes  $X$  et  $Y$  respectivement. L'effort de coupe exercé sur chaque dent est modélisé par une composante radiale  $dF_{rj}$  et une composante tangentielle  $dF_{tj}$  toutes deux linéairement dépendantes : de la profondeur de passe  $A_p$ , de l'épaisseur de copeau  $h$  et des coefficients spécifiques de coupe  $K_t$  et  $K_r$  :

$$\begin{cases} dF_{tj} = K_t A_p h(\phi_j) \\ dF_{rj} = K_r dF_{tj} \end{cases} \quad (\text{I-40})$$

L'épaisseur du copeau instantanée  $h$ , qui correspond à la distance entre l'arête de coupe et la surface usinée mesurée suivant la direction radiale, est la somme d'une composante statique dépendant de la position angulaire  $\phi_j$  de la dent et de l'avance par dent  $f_t$ , et d'une composante dynamique fonction de l'actuelle flexion radiale de l'outil  $v_j(t)$  et de sa déflexion au précédent passage de la dent :

$$h(t) = \underbrace{f_t \sin(\phi_j)}_{\text{Composante statique}} + \underbrace{[v_j(t) - v_j(t-\tau)]}_{\text{Composante dynamique}} \quad (\text{I-41})$$

Où :  $\tau$  est la période de passage entre deux dents successives et la déflexion  $v_j$  instantanée de l'outil dépend de la position de ce dernier par rapport à la pièce [20] :

$$v_j(t) = x(t) \sin(\phi_j) + y(t) \cos(\phi_j) \quad (\text{I-42})$$

On peut écrire aussi l'équation (I-39) sous la forme suivante :

$$h(t) = f_t \sin(\phi_j) + (v_{j,0} - v_j) \quad (\text{I-43})$$

- $v_{j,0}$  : la position radiale de la dent précédente ;
- $v_j$  : la position radiale de la dent actuellement en coupe ;

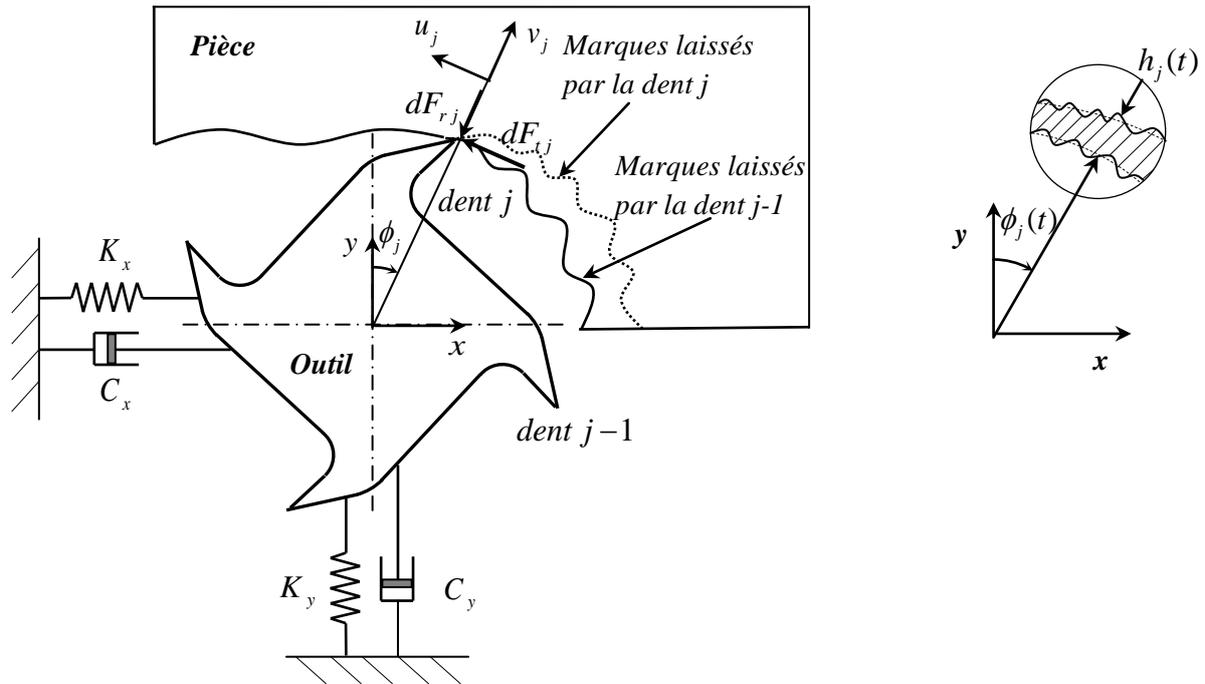


Figure I-19 : Modèle dynamique de fraisage proposé par Altintas et Budak [4]

En projetant les efforts tangentiels et radiaux dans les directions  $x$  et  $y$ , nous obtenons :

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} A_p K_t \begin{bmatrix} \alpha_{xx} & \alpha_{xy} \\ \alpha_{yx} & \alpha_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{Bmatrix} \quad (\text{I-44})$$

Avec :

$\Delta x = x_0 - x$  et  $\Delta y = y_0 - y$  : sont appelés les composantes dynamiques de l'épaisseur du copeau dans les directions  $x$  et  $y$ .

Les coefficients  $\alpha_{ij}$  sont appelés coefficients dynamiques d'efforts de fraisage. Ils sont représentatifs de l'orientation des efforts de coupe sur chaque dent, en fonction de la position angulaire de celle-ci et des coefficients spécifiques de coupe. Ces coefficients dynamiques d'efforts de coupe en fraisage sont fonction du temps, étant donné que la position angulaire de chaque dent dépend elle-même du temps. L'équation (I-42) devient sous forme matricielle :

$$\{F(t)\} = \frac{1}{2} A_p K_t [A(t)] \{\Delta(t)\} \quad (\text{I-45})$$

En remplaçant les efforts de coupe de l'expression (I-37) par leur expression (I-43), on obtient l'équation caractéristique d'un système de fraisage dynamique.

$$M \ddot{U} + C \dot{U} + KU = \frac{1}{2} A_p K_t [A(t)] \{\Delta(t)\} \quad (\text{I-46})$$

Avec :

- $U$  : la matrice des déplacements ;
- $M$  : la matrice de masse ;
- $K$  : la matrice de raideur ;
- $C$  : la matrice d'amortissement ;

### I-5-4-3 Modélisation de Huaizhong et Xiaoping

Dans leurs travaux, Huaizhong et Xiaoping [61] ont modélisé le processus de fraisage comme des processus de coupe simultanés avec un nombre d'outils de coupe uniques (ayant une seule arrête tranchante) qui définit le nombre des dents de la fraise. Ils ont établi un modèle de force de coupe pour deux directions selon  $X$  et  $Y$  à partir des forces simultanés de coupe appliquées sur chaque outil. Le calcul de ces forces de coupe est basé sur la théorie prédictive d'usinage d'Oxley [27]. Grâce à cette démarche, ils ont utilisé ces forces de coupe dans les équations de mouvement qui régissent la dynamique de fraisage de profil comme des forces excitatrices.

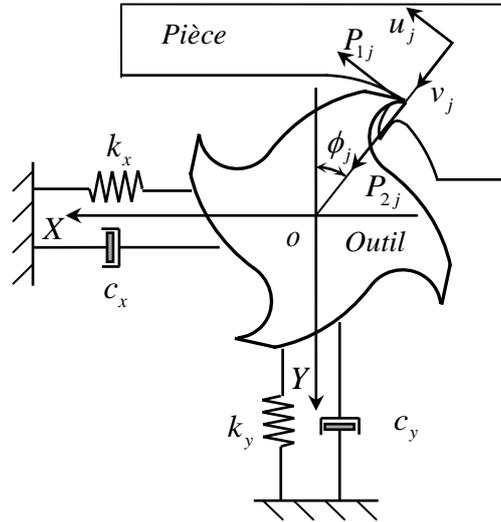


Figure I-20 : Modèle pour la dynamique de fraisage pour deux degrés de liberté [61].

Si on considère ( $N_T$ ) le nombre total des dents de la fraise, Nous avons donc les équations qui déterminent le comportement de la fraise comme suit :

$$m_x \ddot{x} + c_x \dot{x} + k_x x = \sum_{j=1}^{N_T} F_{xj} = F_x(t) \quad (\text{I-47})$$

$$m_y \ddot{y} + c_y \dot{y} + k_y y = \sum_{j=1}^{N_T} F_{yj} = F_y(t) \quad (\text{I-48})$$

Avec :

$$F_x(t) = \sum_{j=1}^{N_T} F_{xj} = \sum_{j=1}^{N_T} (P_{1j} \cos(\phi_j) + P_{2j} \sin(\phi_j)) \quad (\text{I-49})$$

$$F_y(t) = \sum_{j=1}^{N_T} F_{yj} = \sum_{j=1}^{N_T} (-P_{1j} \sin(\phi_j) + P_{2j} \cos(\phi_j)) \quad (\text{I-50})$$

Ces équations nous permettent de prédire les vibrations de la fraise ou bien le broutement régénérative, si on considère l'épaisseur du copeau qui dépend du déplacement instantané de la fraise comme suit :

$$h(\phi_j) = f_t \sin(\phi_j) + (v_{j,0} - v_j) \quad (\text{I-51})$$

Avec :

- $h(\phi_j)$  : épaisseur du copeau correspondant à la dent  $j$ ,

- $v_{j,0}$  : position radiale de la dent précédente,
- $v_j$  : position radiale de la dent actuelle,

## I-6 l'instabilité de fraisage

Historiquement, les premières études du phénomène de broutement concernent l'étude de l'opération de tournage en se plaçant dans des conditions simplifiées. Dans ce cas, la résolution analytique des équations est possible, ce qui permet d'obtenir facilement des résultats exploitables. Les méthodes analytiques sont à la base du graphique classique des lobes de stabilité qui déterminent dans un plan profondeur de passe-vitesse de rotation les limites entre les cas d'usinage stables et instables. Ces méthodes ont été généralisées par la suite pour modéliser les opérations de fraisage.

Avec la méthode développée par Budak [62], on obtient pour un système à un degré de liberté (figure I-21), les expressions nécessaires au calcul de la limite de stabilité.

$$A_{p \text{ lim}} = \frac{1}{\left(\frac{N_T}{2\pi}\right) \alpha_{yy} K_t \Re [G_y (i \omega_c)]} \quad (\text{I-52})$$

Avec :

- $N_T$  : le nombre de dents de l'outil,
- $K_t$  : le coefficient spécifique de coupe tangentiel,
- $\alpha_{yy}$  : la moyenne des coefficients dynamiques d'efforts de fraisage dans la direction (y) qui est donné par la relation suivante :

$$\alpha_{yy} = \frac{1}{2} \left[ \left( -\cos(2\phi_{ex}) - 2K_r \phi_{ex} - K_r \sin(2\phi_{ex}) \right) - \left( -\cos(2\phi_{st}) - 2K_r \phi_{st} - K_r \sin(2\phi_{st}) \right) \right] \quad (\text{I-53})$$

Avec :

- $K_r$  : coefficient de proportionnalité entre les efforts radiaux et tangentiels,
- $\phi_{st}$  : angle d'entrée de la dent de l'outil,
- $\phi_{ex}$  : angle d'entrée de la dent de l'outil,

$\Re [G_y (i \omega_c)]$  : est la partie réelle de la fonction de transfert du système usinant dans la direction y ; elle est donnée par :

$$\Re [G_y (i \omega_c)] = \frac{1}{k_y} \left[ \frac{1-d^2}{(1-d^2)^2 + 4\xi_y^2 d^2} \right] \quad (\text{I-54})$$

$$d = \frac{\omega_c}{\omega_0} \quad (\text{I-55})$$

Avec :

- $k_y$  : la raideur du système usinant,
- $\xi_y$  : le taux d'amortissement,
- $\omega_c$  : la pulsation de vibration du système,
- $\omega_0$  : la pulsation propre du système de vibration du système,

La vitesse de rotation de la broche est ensuite exprimée en fonction de la pulsation de vibration à partir de l'expression du déphasage  $\varepsilon$  entre deux passages de dent.

$$N = \frac{60 \omega_c}{2N_T \left[ \pi(1+m) - \arctan \left( \frac{d^2 - 1}{2\xi_y d} \right) \right]} \quad (\text{I-56})$$

Avec  $m$  le nombre de longueurs d'ondes entières entre deux passages de dents.

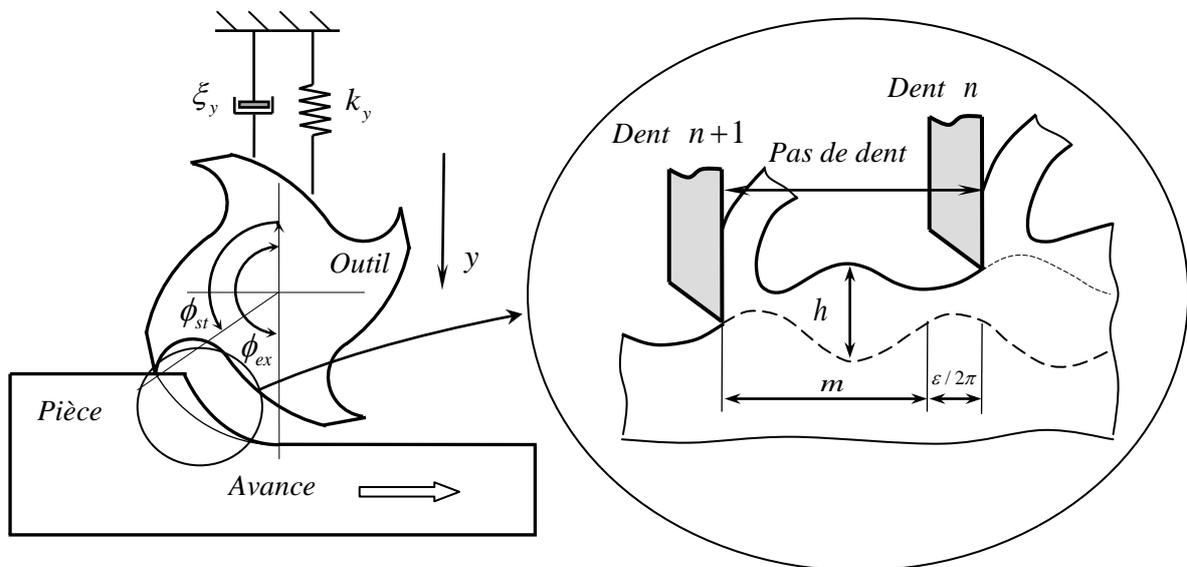


Figure I-21 : Système usinant à un degré de liberté [20].

L'expression (I-52) n'est pas inversible du fait de la fonction (arctan) et il n'est donc pas possible d'exprimer directement la profondeur de passe axiale limite en fonction de la vitesse de rotation. En fait, on obtient un système d'équations paramétrées (I-52 et I-56) où le paramètre est la pulsation du broutement. À partir de ces deux expressions, on peut tracer la limite de stabilité du système usinant dans le domaine des conditions de coupe, les lobes de stabilité (figure I-22), où chaque lobe correspond à une valeur entière  $m$  de longueur d'onde entre deux passages de dents.

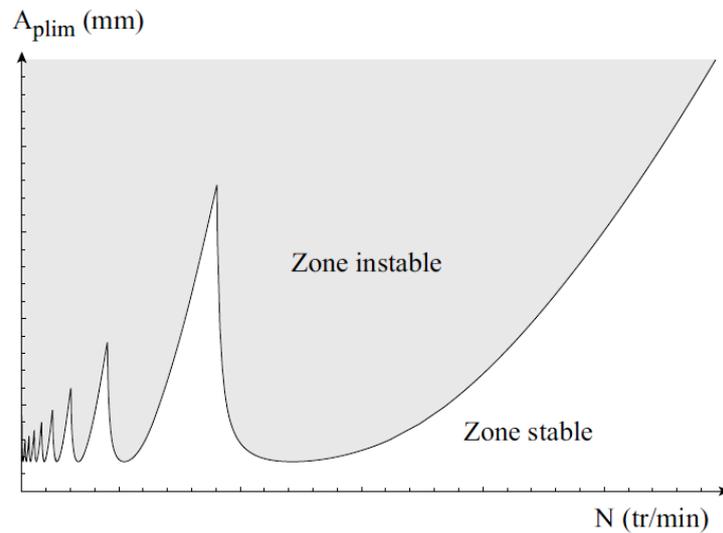


Figure I-22: Tracé caractéristique des lobes de stabilité, [20].

Dans le cas d'un système où il existe plusieurs modes propres ; chaque mode est assimilé à un système à un degré de liberté. Il existe alors un tracé des lobes de stabilité pour chaque mode de vibration. Les paramètres nécessaires au calcul sont alors la fréquence propre du mode, la raideur modale et le taux d'amortissement modal. La limite de stabilité totale du système étant la plus basse limite de tous les tracés, figure I-23.

Tlustly [24] montre que la profondeur de passe axiale limite minimale pour un mode est proportionnelle au produit de la raideur modale par l'amortissement modal, aussi appelé raideur dynamique. Le nombre de modes propres à prendre en considération peut ainsi être déterminé. Dans la pratique, seuls les premiers modes entrent en jeu. La raideur modale ayant tendance à augmenter avec l'ordre des modes, la profondeur de passe axiale limite augmente aussi. Sur l'exemple de la figure I-23, la limite de stabilité fixée par le quatrième mode n'est jamais atteinte. Il n'est donc pas nécessaire de la calculer.

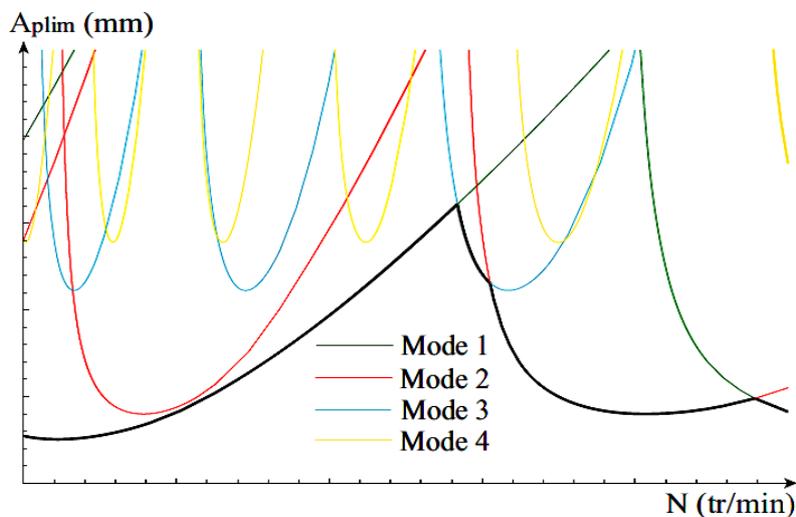


Figure I-23 : Limite de stabilité d'un système continu [20].

## 1-7 Conclusion

Dans cette partie de notre étude, on s'est intéressé à la compréhension des vibrations en usinage. En premier temps, on a vu en usinage qu'on peut distinguer trois types de vibrations :

- Vibrations libres,
- Vibrations forcées,
- Vibrations auto-entretenue (broutement),

Selon Zhao et Balachandran [16], on a trouvé que la source du phénomène de broutement peut être son origine non-régénératif et nous citons :

- Le couplage des modes,
- Le talonnage,
- Les interactions à l'interface outil-copeau.

Pour le broutement d'origine régénératif, il est bien clair que l'étude du phénomène s'arrête sur la compréhension de la coupe en régime dynamique.

Pour cela on a présenté des différentes modélisations de la coupe orthogonale, qui ont été la base de la modélisation de la dynamique de la coupe dans le cas du fraisage, comme le modèle de Tobias [34] qui a étudié le broutement pour le cas de tournage d'un tube, le modèle Wu et Liu [36] qui a étudié le comportement de l'outil de coupe en 2D, et aussi le modèle de Segreti [41] et qui tien en compte l'effet du talonnage.

On a donné des différents domaines de modélisation des efforts de coupe en fraisage, qui sont la base de la prédiction des vibrations durant l'usinage. On a aussi présenté quelques approches pour le broutement comme la simulation de Smith et Tlusty [11], les Travaux de Altintas et Budak [4] et la modélisation de Huaizhong et Xiaoping [61], mais ces approches ne sont valables que pour des fraises avec des dentures droites.

Par la suite, on a donné la méthode de détection de l'instabilité pour le fraisage qui est assimilée par les lobes de stabilité qui nous donnent les limites de la stabilité d'usinage.

## Chapitre II :

# Modélisation des efforts de coupe en fraisage

## II-1 Introduction

L'opération d'usinage génère des forces de coupe dues au cisaillement de la matière coupée et aux frottements entre l'outil et la pièce. Ces forces dépendent d'une part du matériau de la pièce ainsi de la géométrie de l'outil, et d'autre part des paramètres et des conditions de la coupe (lubrification, vitesses de coupe et d'avance, engagement de l'outil, profondeur de passe, ....etc.).

La connaissance des forces de coupe en fraisage par un modèle prédictif a un grand intérêt pour le choix de la puissance de la machine-outil, le choix des outils coupants, l'optimisation des conditions de coupe et la maîtrise de l'apparition des vibrations.

Dans cette partie, nous allons présenter un modèle prédictif des efforts de coupe pour le fraisage périphérique qui tient compte de la géométrie de la fraise et des paramètres de coupe ; et nous essayons par la suite de donner quelques résultats des efforts de coupe en considérant plusieurs paramètres.

## II-2 Mécanisme du fraisage

Le fraisage est un procédé de fabrication mécanique par enlèvement de matière. Ce processus de coupe est obtenu en coordination entre le mouvement de rotation d'un outil de forme cylindrique à plusieurs arêtes de coupe (mouvement de coupe) et l'avance rectiligne d'une pièce (dit mouvement d'avance).

Le fraisage est un processus de coupe intermittent dont la caractéristique la plus importante est la cinématique de l'épaisseur générée du copeau. Chaque dent de l'outil de fraisage suit une trajectoire dite trochoïdale ; alors l'épaisseur de copeau varie à partir du premier contact entre la dent et la matière jusqu' à la fin de la séquence de coupe de la dent.

### II-2-1 : Mouvement de coupe et avance :

Dans une opération de fraisage il y a deux mouvements ;

- Mouvement de révolution de la fraise (mouvement de coupe  $M_c$ ) qui est un mouvement rapide entraîné par la broche de la fraise.
- Mouvement de déplacement de la pièce qui est fixée sur la table de la machine (mouvement d'avance  $M_a$ ) qui est un mouvement lent et uniforme.

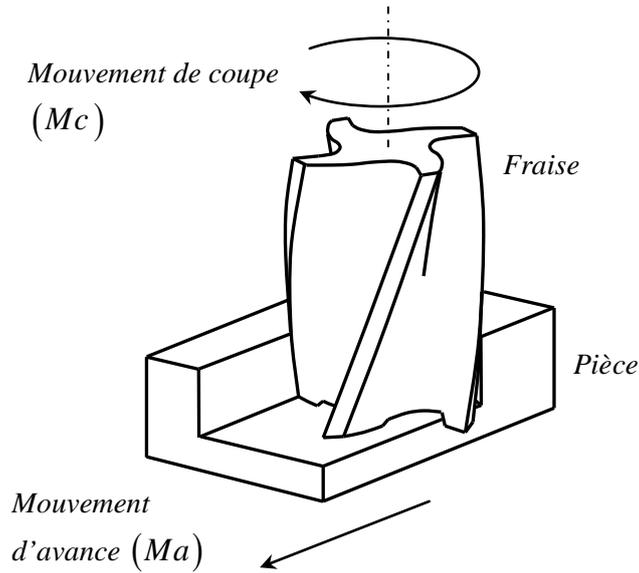


Figure II-1 : Mouvements de coupe et d'avance pour une opération de fraisage

### II-2-2: Angle d'entrée et angle de sortie

Généralement pour une opération de fraisage, on distingue deux types de fraisage :

- Fraisage en opposition : le mouvement de coupe s'oppose au mouvement d'avance de la pièce.

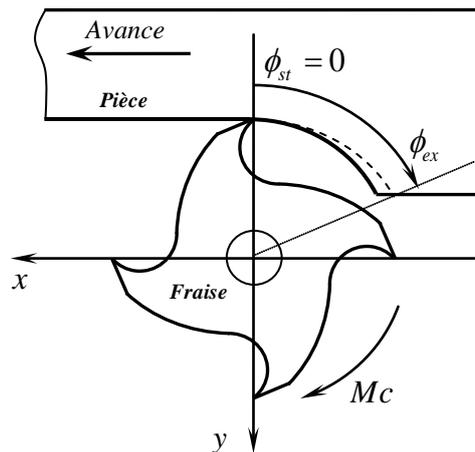


Figure II-2 : Fraisage en opposition.

Chaque dent entre dans la matière avec un angle d'entrée ( $\phi_{st}$ ) et sort avec un angle de sortie ( $\phi_{ex}$ ) et ces angles sont donnés par les relations suivantes [63] :

$$\begin{cases} \phi_{st} = 0 \\ \phi_{ex} = \arccos\left(\frac{D - 2d_r}{D}\right) \end{cases} \quad (\text{II-1})$$

- Fraisage en avalant : le mouvement de coupe et le mouvement d'avance de la pièce vont dans la même direction.

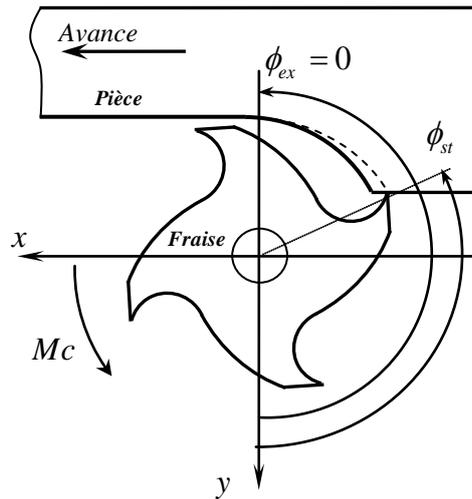


Figure II-3 : Fraisage en avalant.

Les angles d'entrée et de sortie de chaque dent sont donnés par les relations suivantes [63] :

$$\begin{cases} \varphi_{st} = \pi - \arccos\left(\frac{D - 2d_r}{D}\right) \\ \varphi_{ex} = \pi \end{cases} \quad (\text{II-2})$$

Avec :

- $D$  : diamètre de la fraise,
- $d_r$  : profondeur de coupe radiale,

### II-2-3 La vitesse de coupe

La relation entre la vitesse de coupe ( $V_c$ ) et la vitesse de rotation de la broche ( $\omega_c$ ) est donnée par la relation suivante :

$$V_c = \omega_c \frac{D}{2} \quad (\text{II-3})$$

### II-2-4 Avance et vitesse d'avance

- La relation entre la vitesse d'avance de la table et la vitesse de rotation de la fraise est donnée par la relation suivante :

$$V_a = N f_t N_t \quad (\text{II-4})$$

- On appelle avance par dent  $f_t$  le déplacement en millimètres de la pièce pendant le temps de passage de deux dents successives
- On appelle avance par tour  $f$  le déplacement de la pièce pendant un tour de la fraise, il est donné par la relation suivante :

$$f = f_t N_t \quad (\text{II-5})$$

Avec :

- $N$  : vitesse de rotation de la broche de la fraise [ $tr / \min$ ],
- $f_t$  : avance par dent [ $mm$ ],
- $N_t$  : nombre de dents de la fraise,

### II-2-5 Épaisseur du copeau

C'est l'épaisseur radiale entre la surface précédente usinée et la position actuelle d'une dent de la fraise en phase de coupe. Elle est en fonction de la position angulaire de cette dent et cette épaisseur de copeau est donnée par la relation suivante [63] :

$$h(\phi) = f_t \sin(\phi) \quad (\text{II-6})$$

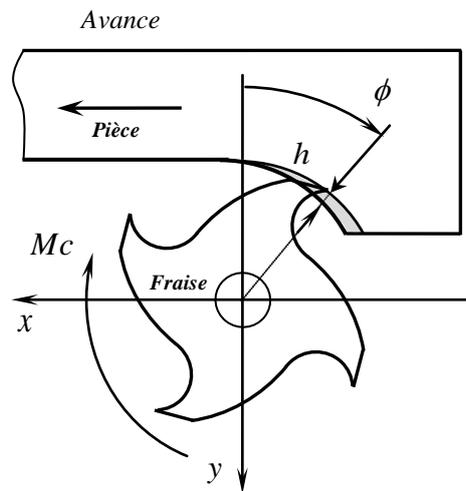


Figure II-4 : Epaisseur instantanée du copeau

## II-3 Modélisation des efforts de coupe :

### II-3-1 Phénomènes de la coupe

Toutes les opérations de coupe peuvent être étudiées à partir d'un processus élémentaire, dans lequel un outil en forme de coin à arête rectiligne est forcé de se déplacer par rapport à une pièce de façon à enlever un copeau [64]. Seul le mouvement relatif outil-pièce importe, ce qui permet d'étudier avec le même modèle des opérations aussi différentes : le tournage (outil fixe, pièce en rotation) et le fraisage (pièce fixe, outil en rotation).

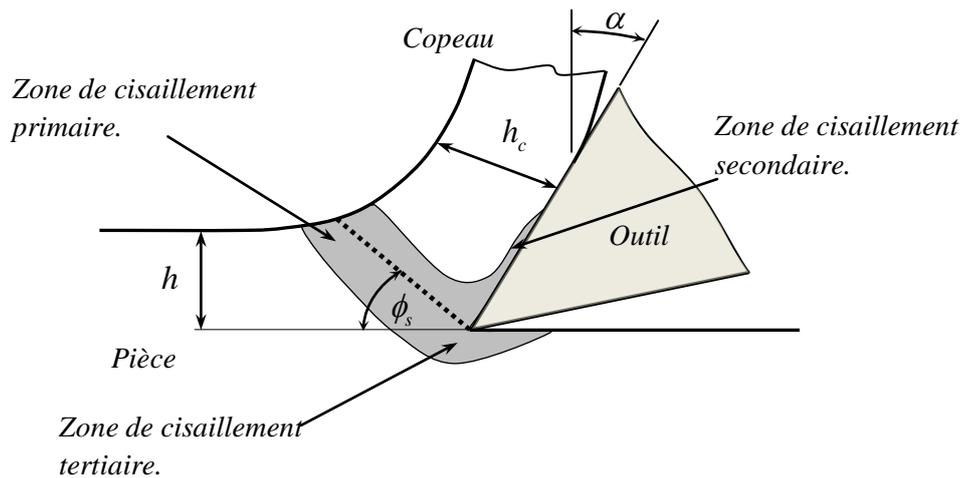


Figure II-5 - Géométrie de la formation du copeau [17]

La formation du copeau s'effectue par un cisaillement de la matière en amont de la pointe de l'outil. On peut distinguer ici trois zones de cisaillement :

- I *Zone de cisaillement primaire* : Elle est aussi appelée zone immédiate de formation du copeau et s'étend de l'arête de coupe jusqu'à la surface libre du copeau. Dans cette zone les grains constituant le copeau sont orientés suivant le plan de cisaillement. Le plan de cisaillement fait un angle  $\phi_s$  (angle de cisaillement) avec la surface usinée. Cet angle et l'épaisseur effective  $h_c$  du copeau dépendent de l'épaisseur de coupe  $h$ , de l'angle de coupe  $\alpha$ , du type du matériau usiné et du matériau de l'outil.
- II *Zone de cisaillement secondaire* : Elle est aussi appelée zone d'écroûissage du copeau et se situe à l'interface de l'outil et du copeau. C'est une zone de frottement et de glissement qui est responsable entre autre de l'usure en cratère.
- III *Zone de cisaillement tertiaire* : c'est la zone d'écroûissage de la pièce. C'est une zone de frottement et de glissement entre la face de dépouille et la surface usinée. Elle donne naissance à l'usure en dépouille suite au retour élastique de la matière après le passage de la pointe de l'outil. Dans cette zone, des singularités d'écoulement peuvent se produire sur la pointe de l'outil.

Une différence doit être faite selon que le mouvement de coupe est perpendiculaire ou non à l'arête de coupe. On appelle coupe orthogonale les opérations pour lesquelles l'arête de coupe est perpendiculaire à la vitesse de coupe et la coupe oblique le cas plus général pour lequel l'angle n'est pas droit, (figure II-6).

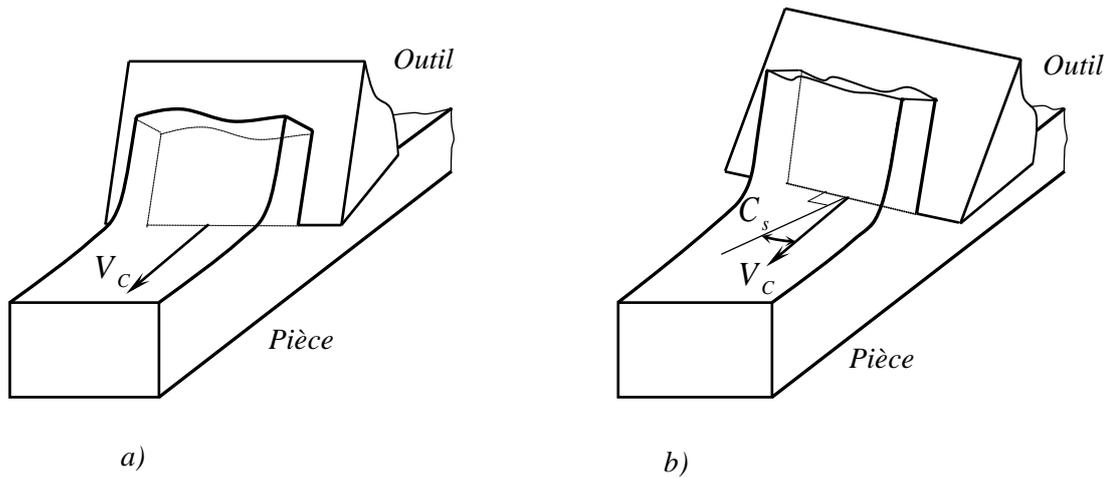


Figure II-6 : Différents types de coupe : a) coupe orthogonale, b) coupe oblique [64].

### II-3-2 Efforts de coupe orthogonale

Dans son modèle, Merchant [65] utilise une formulation et une approche purement énergétique. Il se place dans le cadre des déformations planes à partir des hypothèses de la coupe orthogonale. Il suppose que la formation du copeau se fait le long d'une ligne de cisaillement inclinée par rapport à la direction de la vitesse de coupe d'un angle  $\phi_s$ , (figure II-7). C'est la variation brutale de la direction du vecteur de vitesse qui est à l'origine de ce cisaillement, [65].

Les principales hypothèses de Merchant [65] liées à ce modèle sont :

- la direction de la vitesse de coupe et celle de l'avance sont orthogonales à l'arrête de coupe,
- la vitesse de coupe est choisie afin d'obtenir une formation d'un copeau continu sans zone morte,
- le rayon de l'arête de coupe est nul,
- l'épaisseur du copeau non déformé est très petite devant les autres dimensions.
- le matériau est rigide et parfaitement plastique,
- le système machine-outil-pièce et le porte outil sont supposés parfaitement rigides,
- l'épaisseur du copeau est constante.

Ces hypothèses permettent à Merchant de définir les actions de coupe subies par le copeau et de déterminer l'angle de cisaillement  $\phi_s$  à l'aide d'une minimisation de l'énergie de déformation. Par des considérations géométriques, l'épaisseur du copeau est ensuite calculée, selon Merchant [15], la force résultante  $R$  due à l'action de cisaillement de l'outil sur la pièce est exprimé comme suit :

$$\vec{R} = \vec{F} + \vec{N} \quad (\text{II-7})$$

Ou bien par

$$\vec{R} = \vec{F}_c + \vec{F}_t \quad (\text{II-8})$$

Ou bien par

$$\vec{R} = \vec{F}_s + \vec{F}_N \quad (\text{II-9})$$

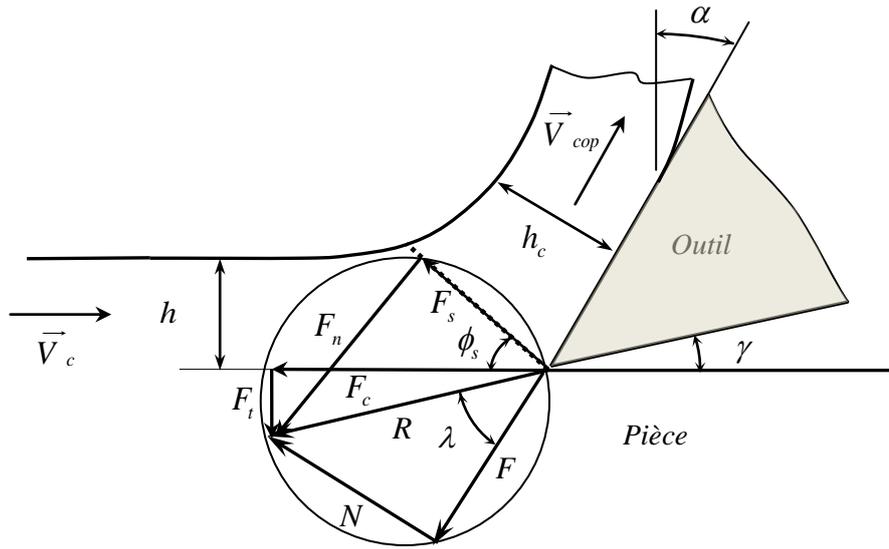


Figure II-7: Les forces générées lors de la coupe orthogonale, [65].

Avec :

- $N$  : Force Normale ;
- $F$  : Force de frottement ;
- $F_c$  : Force de coupe principale ;
- $F_t$  : Force de pénétration ;
- $F_s$  : Force agissant le long du plan de cisaillement ;
- $F_n$  : Force perpendiculaire au plan de cisaillement.

Pour des conditions géométriques pures, les forces de poussée et de coupe sont données par :

$$F_c = \frac{hw \sigma_s \cos(\lambda - \alpha)}{\sin \phi_s \cos(\phi_s + \lambda - \alpha)} \quad (\text{II-10})$$

$$F_t = \frac{hw \sigma_s \sin(\lambda - \alpha)}{\sin \phi_s \cos(\phi_s + \lambda - \alpha)} \quad (\text{II-11})$$

Il est possible de déterminer l'angle de cisaillement et la vitesse de glissement du copeau par les relations suivantes :

$$\phi_s = \frac{\pi}{4} - \frac{\lambda - \alpha}{2} \quad (\text{II-12})$$

$$V_{cop} = V_c \frac{\sin \phi_s}{\cos(\phi_s - \alpha)} \quad (\text{II-13})$$

### II-3-3 Efforts de la coupe oblique :

Dans le cadre de la coupe oblique, on considère que la normale à l'arête de coupe forme un angle ( $C_s$ ) par rapport à la direction de la vitesse de l'outil, (figure II-8). On définit également l'angle ( $\eta_c$ ) qui est l'angle selon lequel le copeau frotte sur la face de coupe. Le problème modélisé n'est plus plan [64].

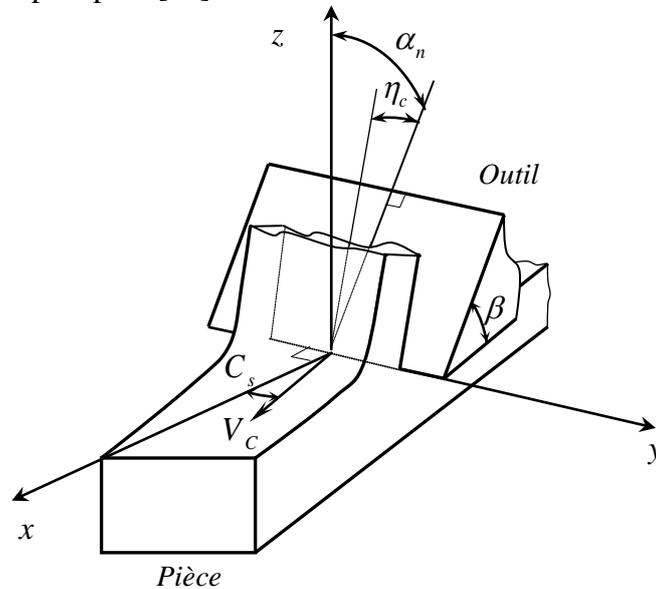


Figure II-8 : Paramétrage de la coupe oblique [64].

La modélisation des efforts coupe pour la coupe oblique peut être établie en utilisant la théorie prédictive d'usinage d'Oxley [66], où les efforts de coupe peuvent être calculés à partir des données des propriétés du matériau usiné, de la géométrie de l'outil et des paramètres de coupe. La base de cette théorie est l'analyse de la distribution des contraintes le long du plan de cisaillement et à l'interface outil-copeau en termes de l'angle du plan de cisaillement  $\phi_s$  et les propriétés du matériau usiné,...etc.

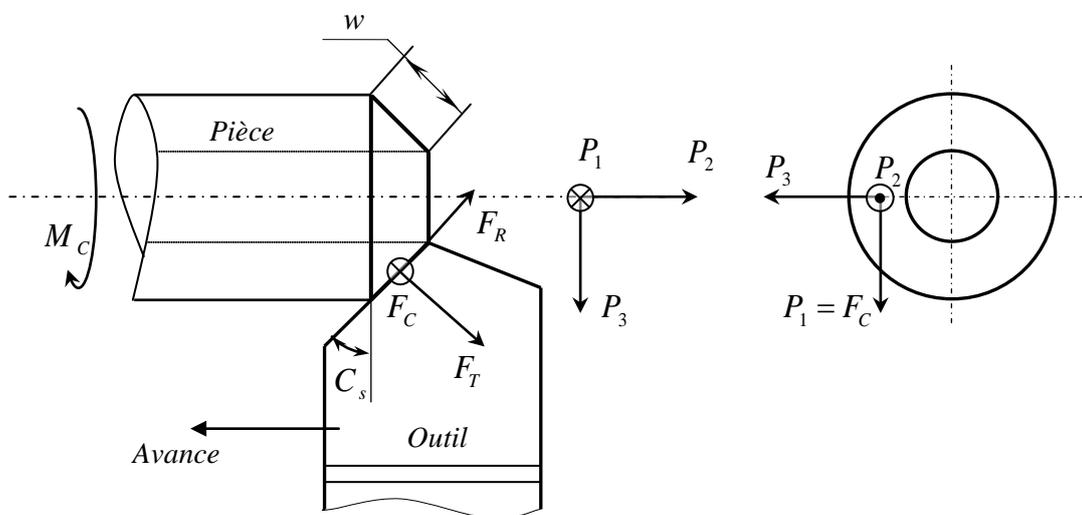


Figure II-9 : Modèle d'efforts de coupe pour la coupe oblique [63].

Selon la théorie prédictive d'usinage d'Oxley [66], pour un processus de coupe oblique, les actions des forces de coupe dans la direction de coupe, d'avance et radiale :  $(P_1)$ ,  $(P_2)$  et  $(P_3)$  respectivement comme illustré sur la figure (figure II-9), sont données par les équations suivantes :

$$P_1 = F_C \quad (\text{II-14})$$

$$P_2 = F_T \cos(C_S) + F_R \sin(C_S) \quad (\text{II-15})$$

$$P_3 = F_T \sin(C_S) - F_R \cos(C_S) \quad (\text{II-16})$$

Si on prend  $(C_S = 0)$  ;  $(F_C)$ ,  $(F_T)$  et  $(F_R)$  seront les composantes de la force de coupe dans la direction de coupe, d'avance et radiale respectivement et on peut donc les déterminer en utilisant les relations suivantes ;

$$F_C = R \cos(\lambda - \alpha_n) \quad (\text{II-17})$$

$$F_T = R \sin(\lambda - \alpha_n) \quad (\text{II-18})$$

$$F_R = \frac{F_C (\sin(\psi) - \cos(\psi) \sin(\alpha_n) \tan(\eta_C)) - F_T \cos(\alpha_n) \tan(\eta_C)}{\sin(\psi) \sin(\alpha_n) \tan(\eta_C) + \cos(\psi)} \quad (\text{II-19})$$

Avec :

- $\alpha_n$  : angle de coupe,
- $\eta_C$  : angle de d'écoulement du copeau,
- $\lambda$  : angle moyen de friction à l'interface outil-copeau,
- $\psi$  : angle d'inclinaison de l'outil,

Selon Oxley [66] Ces composantes de la force en coupe oblique sont calculées à partir de la résultante, des forces dans le plan de cisaillement et à l'interface outil-copeau, qui est donnée par l'expression suivante :

$$R = \frac{k_{AB} h w}{\sin(\phi_s) \cos(\theta)} \quad (\text{II-20})$$

Avec :

- $k_{AB}$  : contrainte de cisaillement dans la zone de cisaillement primaire,
- $\theta$  : angle compris entre la résultante des forces de coupe  $R$  et le plan de cisaillement,

## II-4 Prédiction des efforts de coupe en fraisage périphérique :

Pour prédire les efforts de coupe en utilisant une fraise hélicoïdale, et pour exprimer la géométrie de la fraise ; dans leur modèle : Huaizhong et Xiaoping [63] supposent que l'outil de fraisage est divisé en ( $N_{tra}$ ) éléments (tranches) d'épaisseurs constantes ( $\Delta z$ ) le long de l'axe principale de la fraise et chaque tranche possède ( $N_T$ ) segments de dents égaux au nombre des dents de la fraise. L'action de coupe de chaque segment de dent est considérée comme une coupe oblique dont l'angle est égal à l'angle de l'hélice de la fraise ( $C_s = \beta_h$ ).

Par sommation des efforts de coupe appliqués sur chaque segment de dent et en tenant compte de l'entrée et de la sortie de cette dernière dans la matière de la pièce usinée, et en faisant la somme pour toutes les tranches de la fraise, on obtient l'effort de coupe du fraisage pour chaque position donnée de la fraise.

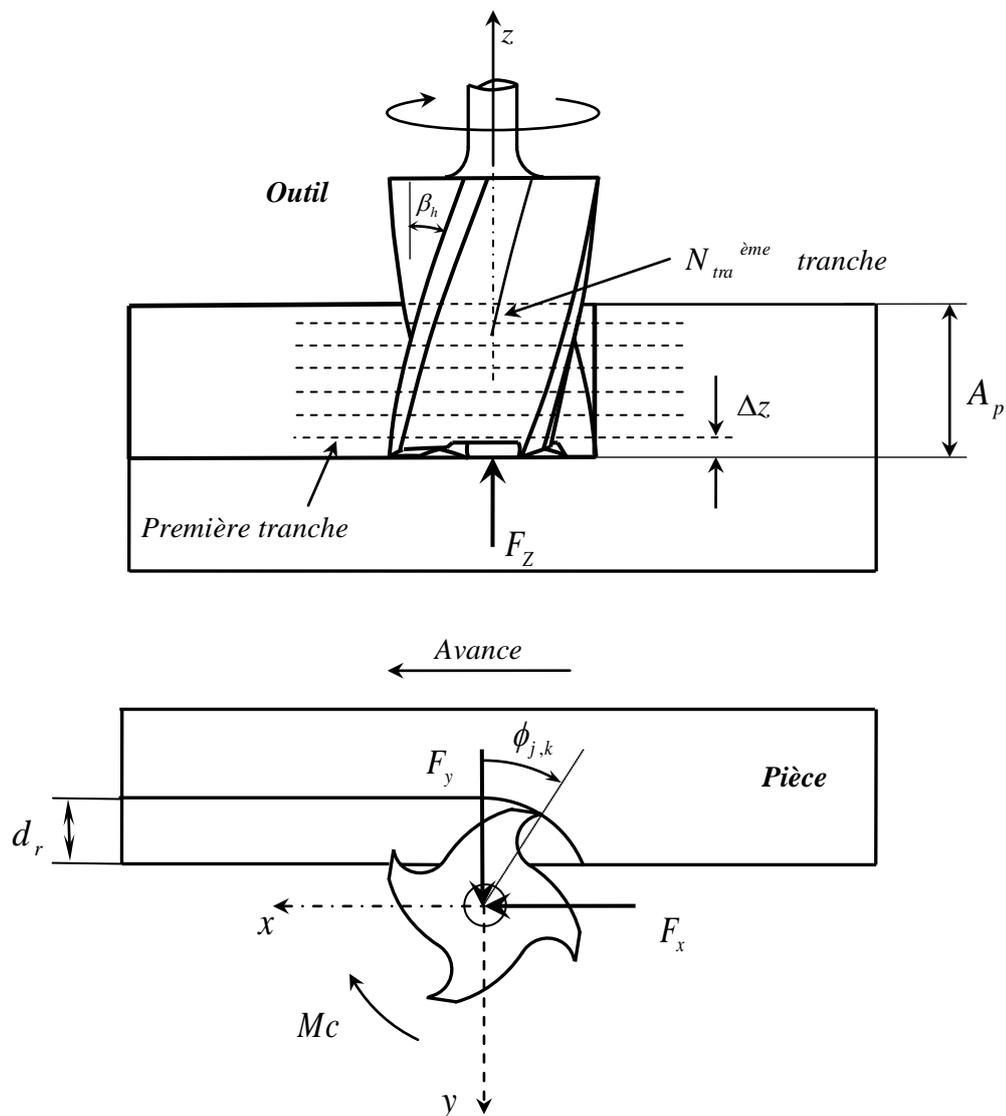


Figure II-10 : Modèle des forces de coupe pour un processus de fraisage de profil [63].

Pour le fraisage en bout, en suit la même démarche, seulement qu'il y a une seule caractéristique distinctive pour la première tranche (la tranche inférieure) et dont chaque segment de dent subit en plus une force axiale qui est due au contact de la face inférieure de la fraise avec la matière de la pièce usinée.

Si nous avons une fraise avec un angle d'hélice ( $\beta_h$ ) et ( $N_T$ ) le nombre de dents, et qui est devisée en ( $N_{tra}$ ) tranches de diamètre ( $D$ ) ; la relation qui nous permet de déterminer la position angulaire de chaque segment de dents est donnée par la relation suivante [63] :

$$\phi_{j,k}(t) = 2\pi N t - (j-1) \frac{2\pi}{N_t} - (k-1) \frac{2d_a \tan \beta_h}{N_{tra} D} \quad (\text{II-21})$$

Avec :

- $\phi_{j,k}$  : position angulaire du  $j^{\text{ème}}$  segment de dent de la  $k^{\text{ème}}$  tranche,
- $j = 1, 2, \dots, N_t$  : indice du nombre de dents,
- $k = 1, 2, \dots, N_{tra}$  : indice du nombre de tranches de la fraise,
- $\beta_h$  : angle de l'hélice de la fraise,
- $t$  : temps [s].
- $N$  : vitesse de rotation de la broche de la fraise : [trs / s].

La force de coupe totale appliquée sur la fraise est la somme des forces de coupe appliquées sur chaque segment de dent ( $P_{1j,k}$ ), ( $P_{2j,k}$ ) et ( $P_{3j,k}$ ) qui sont exprimés dans un repère fixe ( $O, xyz$ ). Les efforts de coupe de fraisage utilisant une fraise hélicoïdale sont donnés par les relations suivantes, [63] :

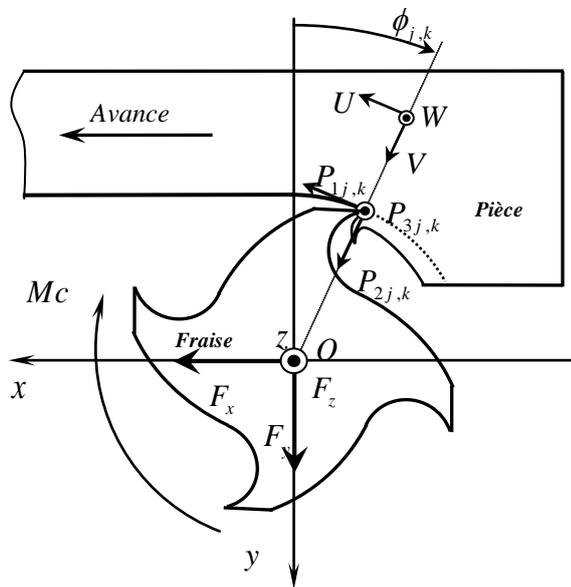


Figure II-11 : forces de coupe appliquées sur une tranche de la fraise [13].

➤ Cas du fraisage en opposition :

$$\begin{cases} F_x(t) = \sum_{k=1}^{N_{ma}} \sum_{j=1}^{N_t} (P_{1j,k} \cos(\phi_{j,k}) + P_{2j,k} \sin(\phi_{j,k})) \\ F_y(t) = \sum_{k=1}^{N_{ma}} \sum_{j=1}^{N_t} (-P_{1j,k} \sin(\phi_{j,k}) + P_{2j,k} \cos(\phi_{j,k})) \\ F_z(t) = \sum_{k=1}^{N_{ma}} \sum_{j=1}^{N_t} P_{3j,k} \end{cases} \quad (\text{II-22})$$

➤ Cas du fraisage en avalant :

$$\begin{cases} F_x(t) = \sum_{k=1}^{N_{ma}} \sum_{j=1}^{N_t} (P_{1j,k} \cos(\phi_{j,k}) + P_{2j,k} \sin(\phi_{j,k})) \\ F_y(t) = \sum_{k=1}^{N_{ma}} \sum_{j=1}^{N_t} (P_{1j,k} \sin(\phi_{j,k}) - P_{2j,k} \cos(\phi_{j,k})) \\ F_z(t) = \sum_{k=1}^{N_{ma}} \sum_{j=1}^{N_t} P_{3j,k} \end{cases} \quad (\text{II-23})$$

Pour chaque tranche, l'épaisseur du copeau correspondant à chaque segment de dent est donnée par la relation suivante [13] :

$$h_{j,k} = f_t \sin(\phi_{j,k}) \quad (\text{II-24})$$

Et la largeur de coupe sera donnée comme suit [13] :

$$w = \frac{\Delta z}{\cos(C_s)} \quad (\text{II-25})$$

## II-5 Simulation des efforts de coupe pour le fraisage périphérique

On s'intéresse à l'étude des efforts de coupe appliqués en fraisage sur la fraise selon les axes ( $x$ ) et ( $y$ ) ; c'est-à-dire le cas du fraisage périphérique. La seule différence est qu'on néglige la composante de la force de coupe axiale selon l'axe ( $z$ ) et on suppose que toutes les tranches élémentaires de la fraise ont des arrêtes tranchantes sur seulement la périphérie. On résume dans un organigramme le déroulement du calcul des efforts de coupe.

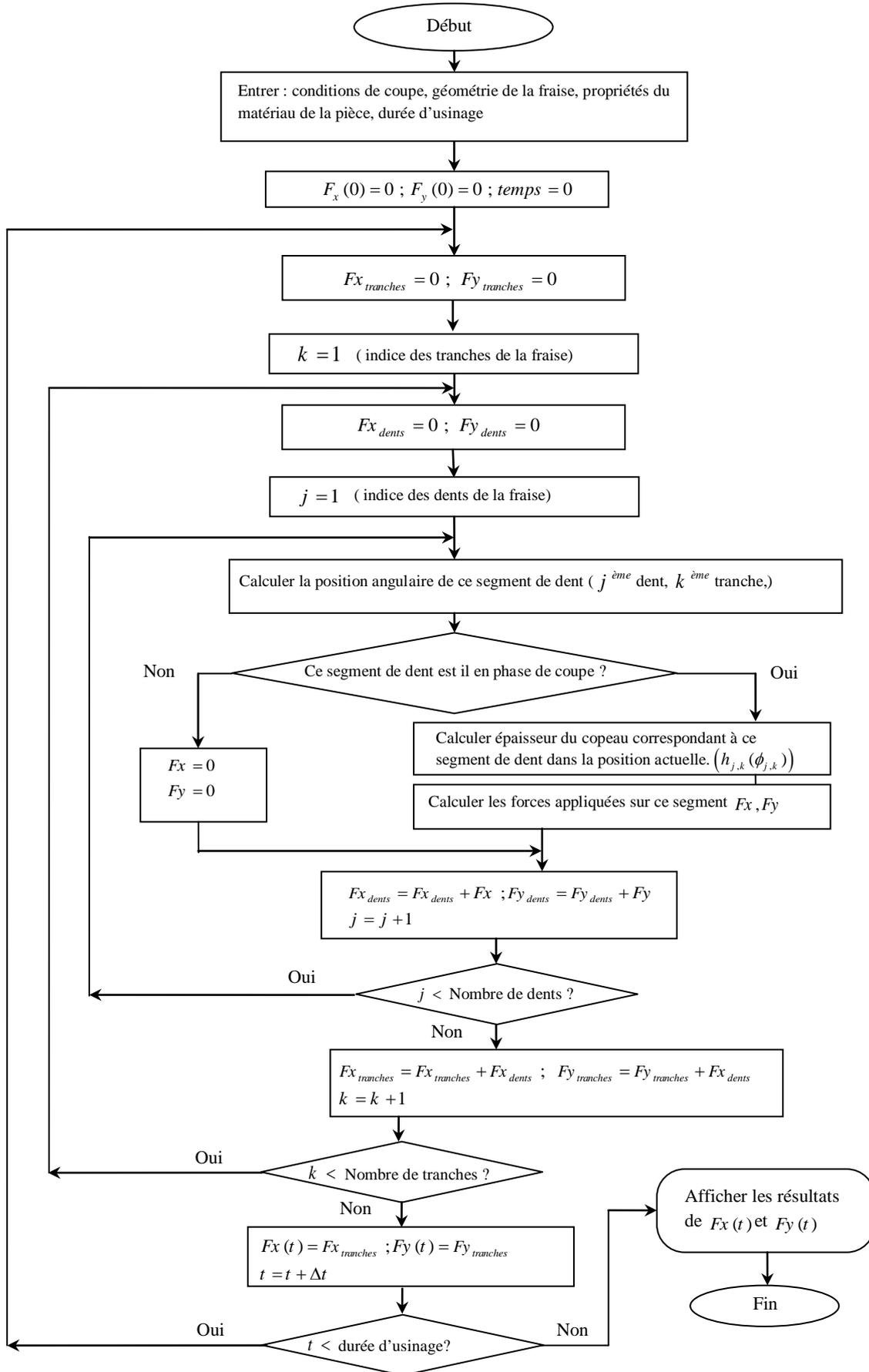


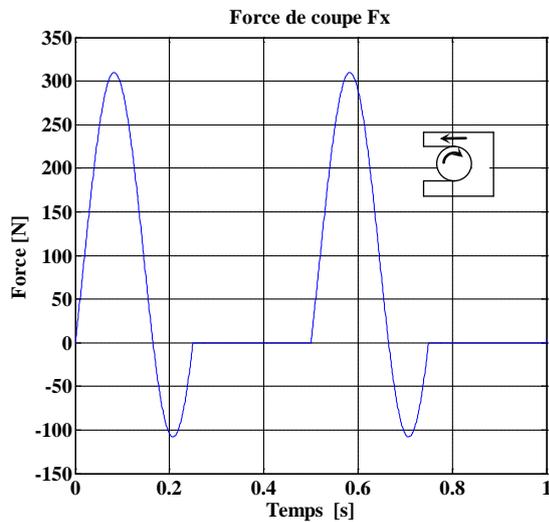
Figure II-12 : Organigramme pour la simulation des forces de coupe ( $F_x$ ) et ( $F_y$ ) pour le cas du fraisage périphérique.

## II-6 Résultats de simulation pour le fraisage périphérique

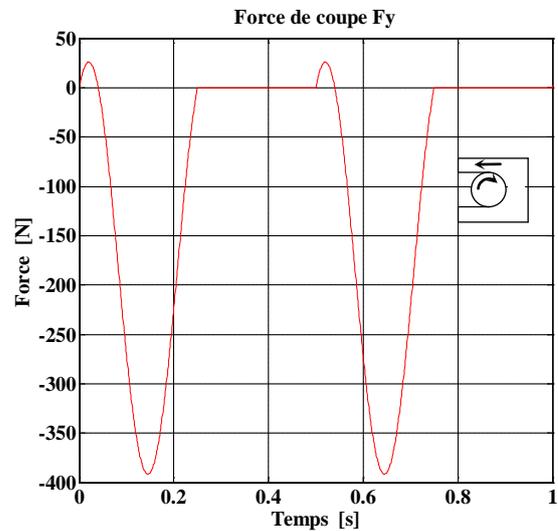
On représente les résultats de simulation pour le cas du fraisage périphérique pour deux configurations d'usinage : fraisage en opposition et fraisage en avalant.

➤ cas d'une opération de fraisage dans le cas où la fraise est au milieu de la pièce

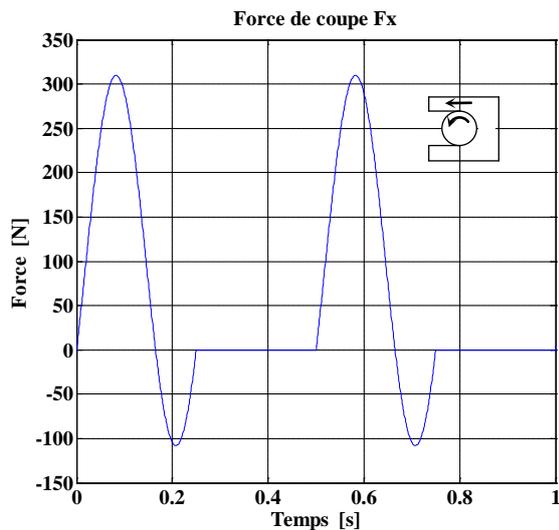
b) Force de coupe  $F_x$  pour le fraisage en opposition



a) Force de coupe  $F_y$  pour le fraisage en opposition



d) Force de coupe  $F_x$  pour le fraisage en avalant



c) Force de coupe  $F_y$  pour le fraisage en avalant

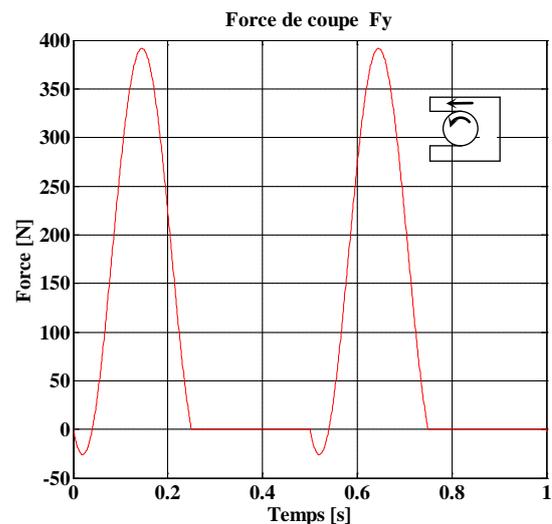


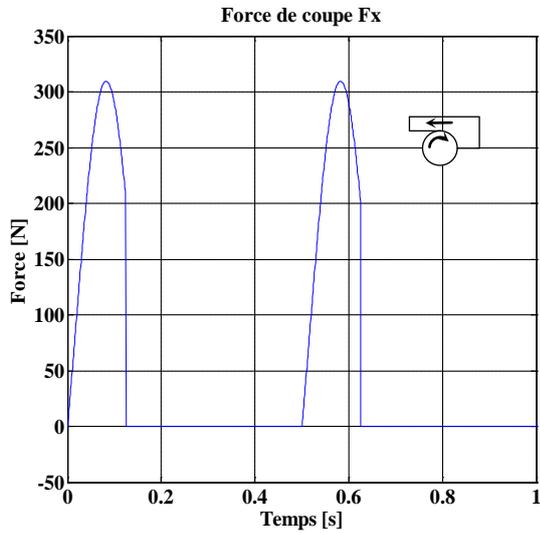
Figure II-13 : Efforts de coupe simulés pour le fraisage périphérique, avec :  $N = 2$  [trs / s],  $D = 10$  [mm],  $N_t = 1$  dent,  $f_t = 0.1$  [mm / dent],  $A_p = 8$  [mm],  $d_r = 10$  [mm],  $\beta_h = 0^\circ$

$$k_{AB} = 460 \cdot 10^6 \text{ [N / m}^2\text{]}.$$

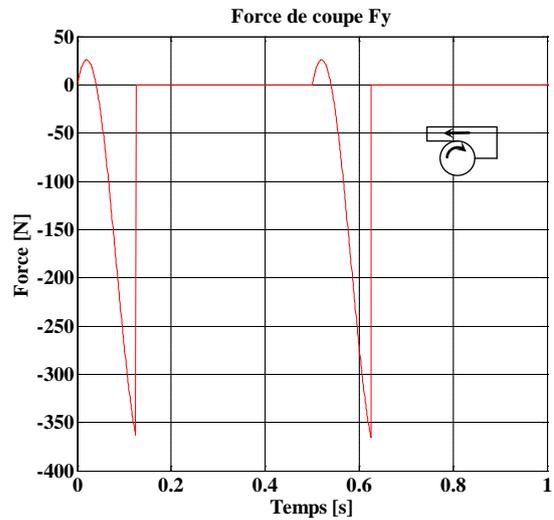
La figure II-13 montre que nous avons les mêmes valeurs des forces de coupe  $F_x$  soit pour le fraisage en opposition ou en avalant, par contre, les forces de coupe  $F_y$  ont les mêmes allures, mais avec des signes différents, ce qui explique le sens de rotation de la fraise.

- Cas d'une opération de fraisage dans le cas où la profondeur radiale et le diamètre de la fraise sont différents :

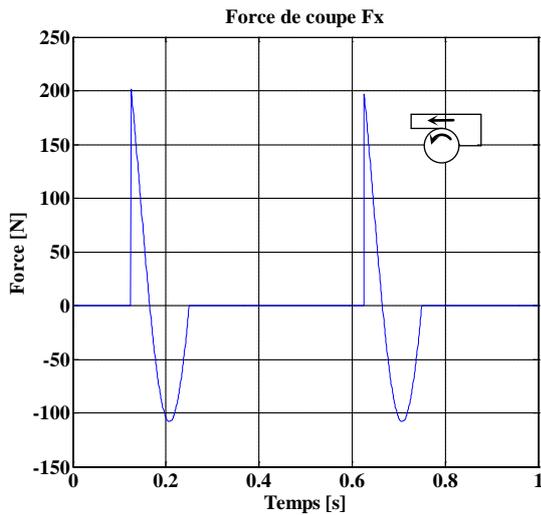
f) Force de coupe  $F_x$  pour le fraisage en opposition



e) Force de coupe  $F_y$  pour le fraisage en opposition



h) Force de coupe  $F_x$  pour le fraisage en avalant



g) Force de coupe  $F_y$  pour le fraisage en avalant

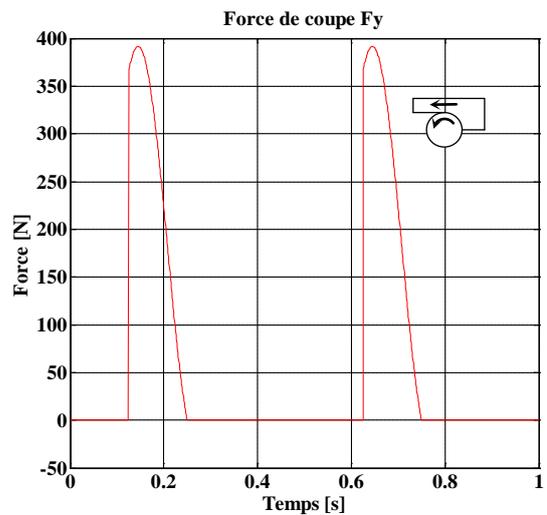


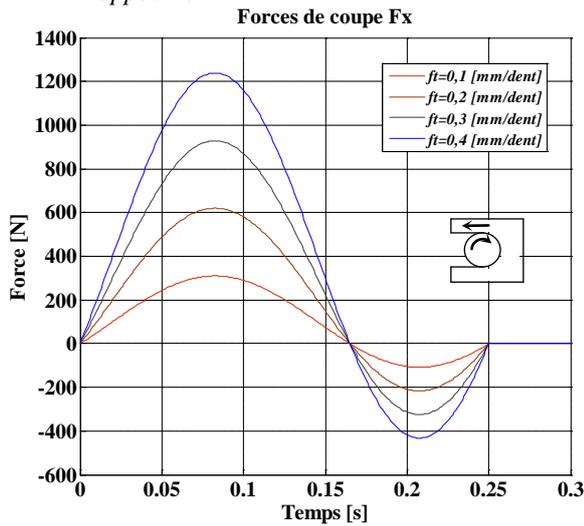
Figure II-14 : Efforts de coupe simulés pour le fraisage périphérique avec :  $N = 2 [trs / s]$ ,  $D = 10 [mm]$ ,  $N_t = 1 \text{ dent}$ ,  $f_t = 0.1 [mm / dent]$ ,  $A_p = 8 [mm]$ ,  $d_r = 5 [mm]$ ,  $\beta_h = 0^\circ$

$$k_{AB} = 460 * 10^6 [N / m^2].$$

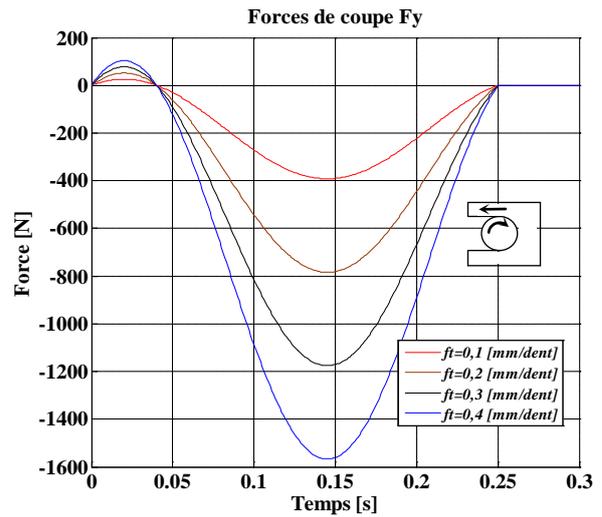
La figure II-14 montre que pour le cas du fraisage en opposition, les efforts de coupe commencent par des valeurs nulles puis elles évoluent d'une manière progressive, puis elles s'annulent une autre fois mais d'une manière brusque surtout pour le cas de la force ( $F_y$ ), et ça se fait périodiquement, ce qui explique l'entrée de la dent de la fraise dans la matière avec une épaisseur nulle du copeau et une sortie de la matière avec une épaisseur non nulle. Pour le fraisage en avalant, c'est l'inverse, les forces de coupe commencent par des sauts puis elles évoluent progressivement jusqu'à des valeurs nulles, et ça se répète périodiquement ce qui explique l'entrée de la dent de la fraise dans la matière avec une épaisseur du copeau supérieure à zéro et une sortie de la matière avec une épaisseur nulle du copeau.

➤ Influence de l'avance par dent sur les efforts de coupe :

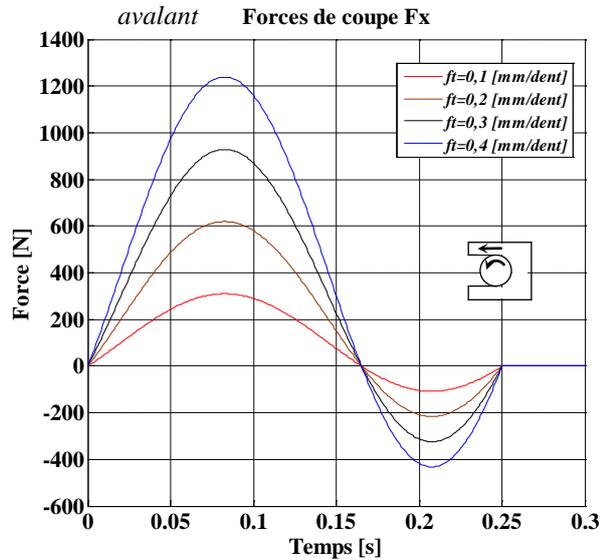
a) Force de coupe  $F_x$  pour le fraisage en opposition



b) Force de coupe  $F_y$  pour le fraisage en opposition



c) Force de coupe  $F_x$  pour le fraisage en avalant



d) Force de coupe  $F_y$  pour le fraisage en avalant

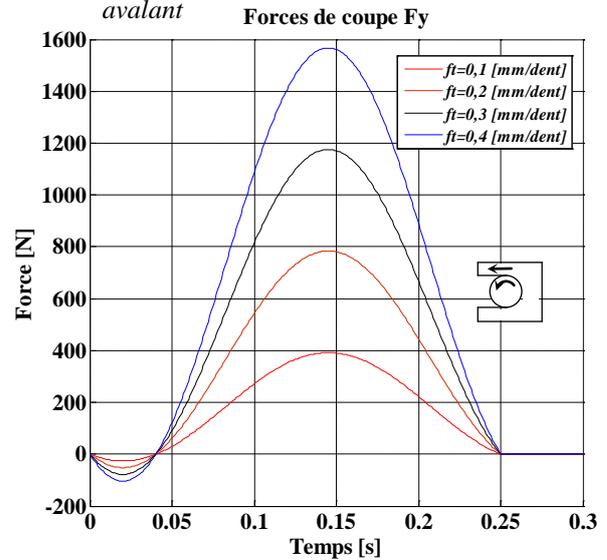
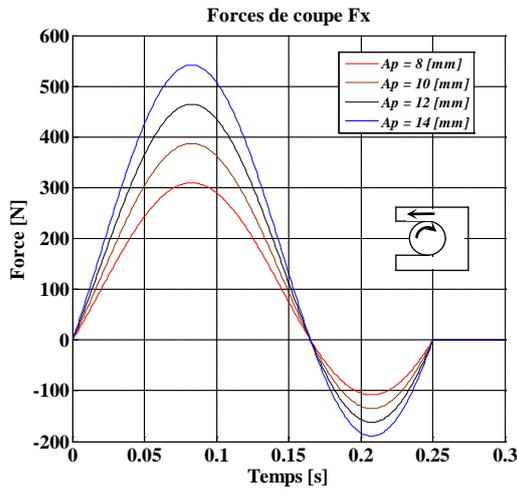


Figure II-15 : Efforts de coupe simulés pour le fraisage périphérique avec :  
 $N = 120$  [trs / min],  $D = 10$  [mm],  $N_t = 1$  dent,  $A_p = 8$  [mm],  $d_r = 10$  [mm],  $\beta_h = 0^\circ$   
 $k_{AB} = 460 \cdot 10^6$  [N / m<sup>2</sup>].

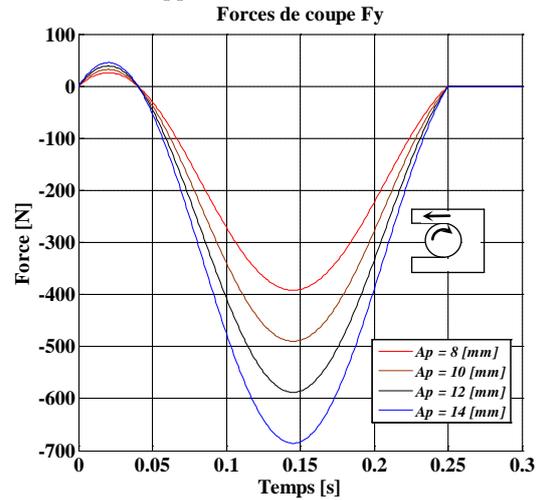
La figure II-15 montre les forces de coupe ( $F_x$ ) et ( $F_y$ ) pour le fraisage en opposition et en avalant pour des valeurs différentes d'avance par dents ( $f_t$ ). Ces forces de coupe augmentent avec l'augmentation de l'avance par dent. Cet accroissement explique l'augmentation de la section de coupe dont dépend la force de coupe. Pour ces différentes valeurs d'avance par dent, on trouve que les forces de coupe ( $F_y$ ) ont toujours des valeurs plus importantes que les forces de coupe ( $F_x$ ).

➤ Influence de la profondeur de passe sur les efforts de coupe :

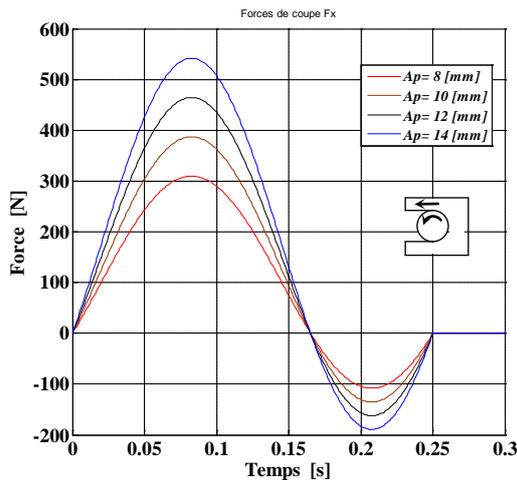
b) Force de coupe  $F_x$  pour le fraisage en opposition



b) Force de coupe  $F_y$  pour le fraisage en opposition



c) Force de coupe  $F_x$  pour le fraisage en avalant



d) Force de coupe  $F_y$  pour le fraisage en avalant

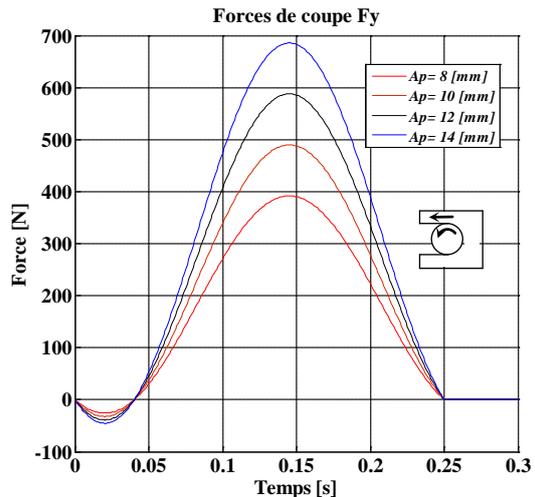


Figure II-16 : Efforts de coupe simulés pour le fraisage périphérique avec :  
 $N = 120$  [trs / min],  $D = 10$  [mm],  $N_t = 1$  dent,  $f_t = 0.1$  [mm / dent],  $d_r = 10$  [mm],

$$\beta_h = 0^\circ$$

$$k_{AB} = 460 * 10^6 \text{ [N / m}^2\text{]}.$$

La figure II-16 montre que l'accroissement des valeurs des forces de coupe ( $F_x$ ) et ( $F_y$ ) dépend des valeurs de la profondeur de passe ( $A_p$ ) et ceci s'explique par l'augmentation de la section de coupe. On trouve aussi que ( $F_y$ ) est toujours supérieure en valeurs par rapport à ( $F_x$ ), quelque soit la profondeur de coupe choisie.

➤ Influence de l'angle de l'hélice  $\beta_h$  sur les efforts de coupe :

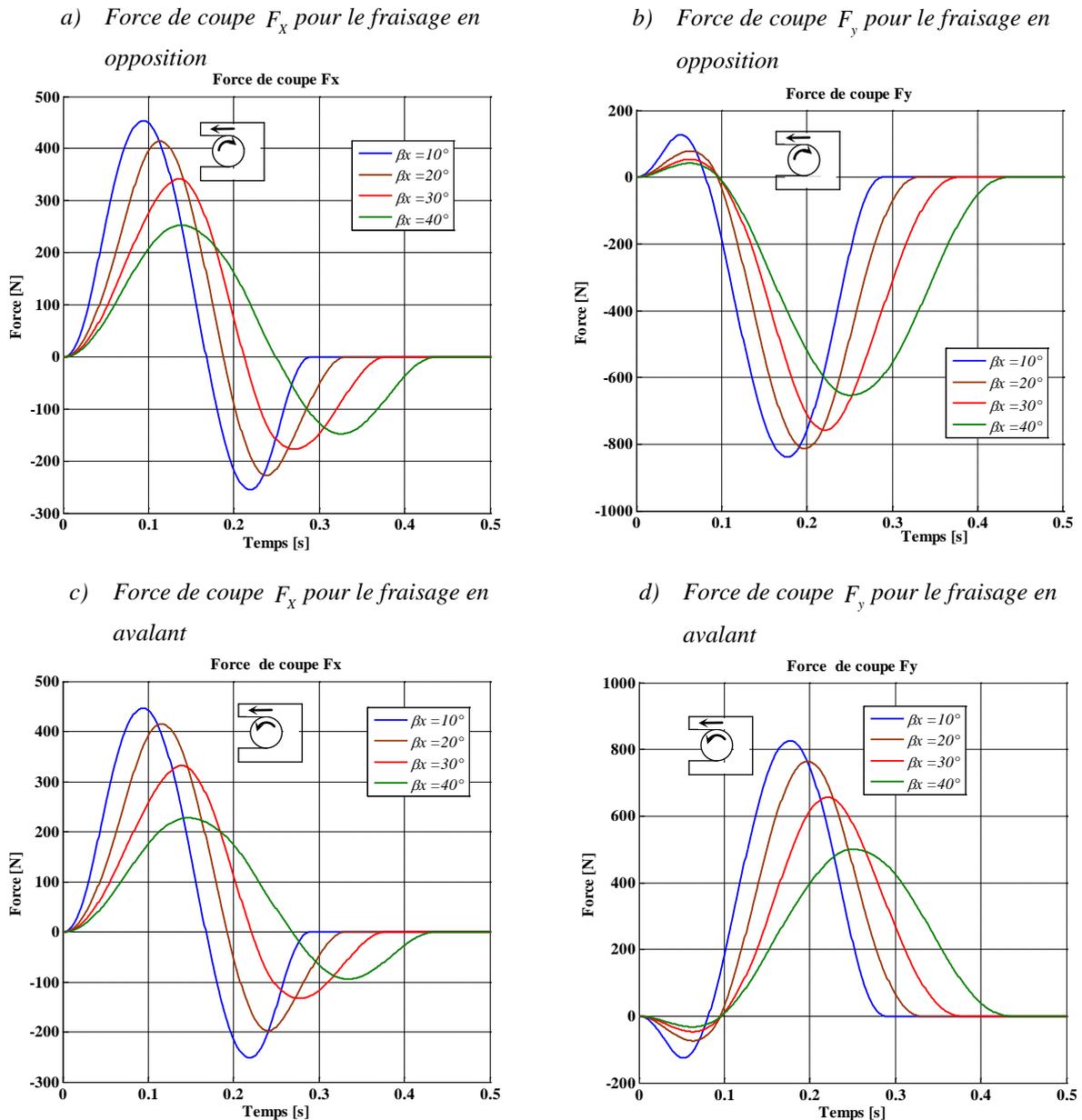
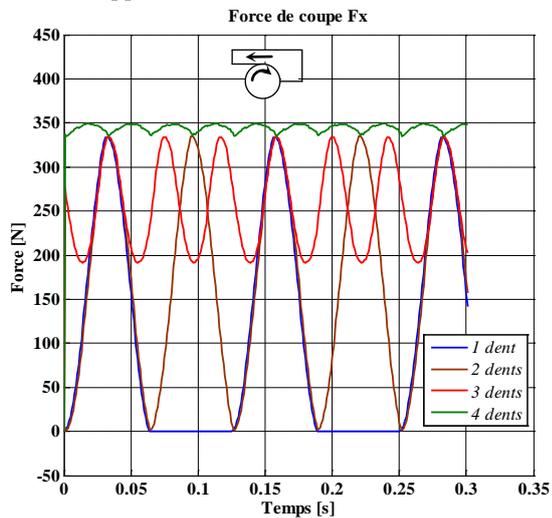


Figure II-17 : Efforts de coupe simulés pour le fraisage périphérique avec :  
 $N = 120$  [trs / min]  $D = 10$  [mm],  $N_t = 1$  dent ,  $f_t = 0.1$  [mm / dent] ,  $d_r = 10$  [mm] ,  
 $A_p = 14$  [mm] ,  $k_{AB} = 460 \cdot 10^6$  [N / m<sup>2</sup>].

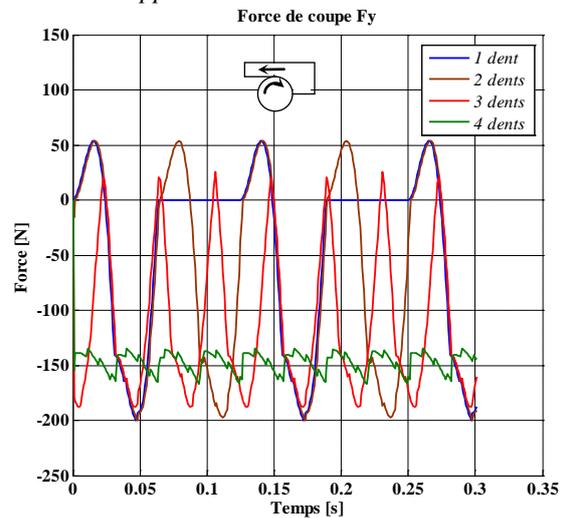
La figure II-17 montre l'influence de l'angle d'hélice sur les efforts de coupe appliqués sur l'outil de fraisage pendant l'usinage. Si on augmente l'angle d'hélice, on provoque un retard dans les courbes et ceci s'explique par l'inclinaison de la dent car plus qu'on augmente l'angle de l'hélice, la sortie totale de la dent de la matière nécessite un temps plus important par rapport à une dent avec un angle droit. On remarque aussi la diminution des valeurs des efforts de coupe donc la réduction de l'impact d'attaque de la dent de la fraise sur la matière de la pièce usinée.

➤ Influence du nombre de dents de la fraise sur les efforts de coupe :

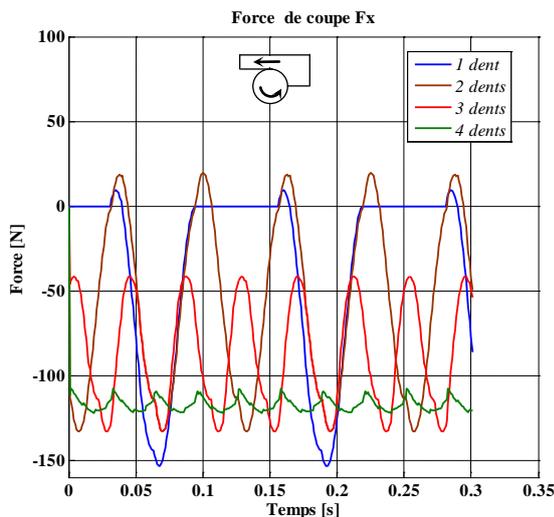
a) Force de coupe  $F_x$  pour le fraisage en opposition



b) Force de coupe  $F_y$  pour le fraisage en opposition



c) Force de coupe  $F_x$  pour le fraisage en avalant



f) Force de coupe  $F_y$  pour le fraisage en avalant

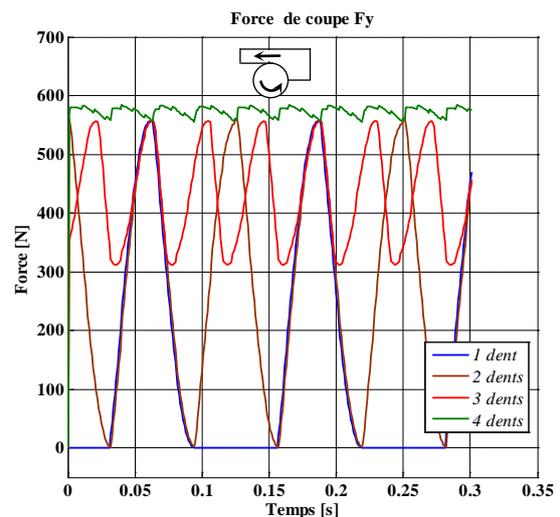


Figure II-18 : Efforts de coupe simulés pour le fraisage périphérique avec :  $N = 160$  [trs / min] ,  $D = 10$  [mm] ,  $f_t = 0.1$  [mm / dent] ,  $d_r = 14$  [mm] ,  $A_p = 14$  [mm] ,  $\beta_h = 30^\circ$

$$k_{AB} = 460 \cdot 10^6 \text{ [N / m}^2\text{]}.$$

La figure II-18 montre l'influence des nombres de dents de la fraise sur les efforts de coupe appliqués sur l'outil de fraisage. On remarque qu'à chaque fois qu'on augmente le nombre de dents de la fraise, les efforts de coupe tendent vers une forme d'allure plus stable, ce qui explique aussi la réduction du temps entre deux attaques de la matière par deux dents successives.

## II-7 Conclusion :

Dans cette partie de notre étude, puisque, on s'est intéressé à l'étude et la modélisation des efforts de coupe pour le fraisage périphérique, et pour cela nous avons vu en premier temps le mécanisme de fraisage et les différents mouvements (mouvements de coupe et d'avance) et les types d'opération de fraisage (fraisage en opposition et en avalant) et aussi les paramètres de coupe (avance par dent, vitesse de coupe,...etc.).

En deuxième temps, nous avons vu le phénomène de coupe et les différentes zones de cisaillement pendant l'usinage et la différence entre la coupe orthogonale et la coupe oblique et les efforts de coupe pour chaque type.

En troisième temps nous avons présenté un modèle prédictif des efforts de coupe de Huaizhong Li et Xiaoping Li qui est basé sur la discrétisation de l'outil en plusieurs tranches élémentaires de la fraise selon son axe principale. Pour exprimer la géométrie de la fraise, chaque tranche est considérée comme des actions de coupe oblique d'un nombre d'outils unique égale au nombre de dents de la fraise. Dans ce modèle on suppose que les efforts de coupe appliqués sur l'outil de fraisage sont la somme des efforts de coupe appliqués sur tout les segments de dents pour chaque tranche, et par sommation des efforts de coupe pour la totalité des tranches ; on obtient les efforts de coupe de fraisage pour chaque position donnée de la fraise.

En quatrième temps nous avons présenté la démarche pour simuler les efforts de coupe pour le fraisage périphérique et qui est présenté sous forme d'un organigramme.

En dernier temps, nous avons donné quelques résultats de simulation des efforts de coupe pour le fraisage périphérique pour des différents paramètres de coupe.

## Chapitre III :

# Modélisation du fraisage en régime dynamique

### III-1 Introduction

L'usinage par enlèvement de matière est l'un des procédés les plus utilisés dans l'industrie et surtout en aéronautique où il faut parfois enlever plus de 90% de la matière par fraisage, afin d'obtenir un produit fini le plus parfait possible. Cependant lors de ce processus d'usinage, on constate un phénomène de broutage qui est dû aux vibrations auto-entretenues à l'interface pièce-outil. Ce phénomène de broutage laisse des marques parfois très visibles sur la surface engendrée et de ce fait elle n'est plus parfaite comme souhaitée, mais plutôt rugueuse. Pour améliorer la qualité des pièces et préserver la fiabilité des machines, il est donc nécessaire de chercher des moyens permettant de réduire ces vibrations.

La modélisation du fraisage en régime dynamique est une étape permettant de simuler le comportement global du système pièce-outil-machine. Cette modélisation peut reposer sur une étude théorique (méthode des éléments finis) ou expérimentale (analyse modale). Pour faire cette modélisation en régime dynamique, on rencontre un certain nombre de difficultés pratiques :

- La tendance générale est à la réalisation de structures rigides pour les machines outils qui ont d'importantes fréquences propres délicates à relever ;
- Les jeux présents dans la structure et les contacts aux interfaces (outil-porte outil) rendent le comportement non linéaire ;
- La grande variété d'outils employés (diamètre et longueur) modifie la dynamique de l'ensemble (broche/porte-outil/outil).

On présente dans ce chapitre la modélisation des phénomènes intervenant dans la simulation de l'usinage en dynamique. Une partie de ce chapitre est consacrée à l'étude des vibrations d'un modèle simplifié présentant un seul degré de liberté, puis la généralisation à un système d'usinage à deux degrés de liberté en étudiant les phénomènes qui influent sur ce dernier. Enfin on a fait la résolution des équations du mouvement du système d'usinage lors d'une opération de fraisage.

### III-2 Etude des vibrations libres et amortis

On entend par vibration une oscillation de fréquence élevée et de faible amplitude. Lors du fraisage, les vibrations qui se produisent à l'interface pièce-outil génèrent des défauts géométriques laissant sur la surface engendrée des marques parfois très nettes qui vont parfois jusqu'à détruire complètement l'outil coupant ou la pièce, ou les deux à la fois. Ce qui oblige les industriels à travailler dans des conditions qui réduisent la production (limitation des vitesses de coupe, réduction de la profondeur de passe).

D'une manière générale, les vibrations sont décrites pour un système masse-amortisseur-ressort :

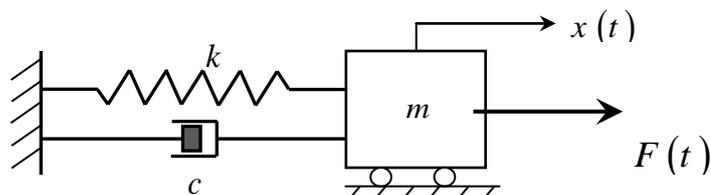


Figure III-1: Représentation d'un système masse ressort amortisseur.

L'expression mathématique d'un système vibratoire est une équation différentielle qui s'exprime en fonction de la masse ( $m$ ), l'amortissement ( $c$ ) et la rigidité :

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t) \quad (\text{III-1})$$

Où  $x(t)$  représente la position du système à chaque instant ( $t$ ) et ( $F(t)$ ) la composante du vecteur force dans la direction des ( $x$ ).

### III-2-1 Vibrations libres non amorties

Nous avons ici ( $F(t)=0$ ) et ( $c=0$ ). Le système masse-ressort peut osciller librement. En appliquant la méthode des transformées de Laplace, suite à l'application des conditions initiales arbitraires :

$$\begin{cases} x(t=0) = x_0 \\ \dot{x}(t=0) = v_0 \end{cases} \quad (\text{III-2})$$

On détermine facilement la réponse libre du système :

$$x(t) = \frac{v_0}{\omega_0} \sin(\omega_0 t) + x_0 \cos(\omega_0 t) \quad (\text{III-3})$$

Avec :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (\text{III-4})$$

$\omega_0$  est la pulsation propre du système. On peut aussi écrire cette réponse sous la forme suivante:

$$x(t) = X \sin(\omega_0 t + \Phi) \quad (\text{III-5})$$

L'amplitude est donnée par :

$$X = \sqrt{\left(\frac{v_0}{\omega_0}\right)^2 + (x_0)^2} \quad (\text{III-6})$$

Le déphasage est donné par :

$$\Phi = \arctan\left(\frac{\omega_0 x_0}{v_0}\right) \quad (\text{III-7})$$

### III-2-2 Vibrations libres amorties ( $F(t)=0$ ):

Les vibrations sont dites libres. Ce cas survient en général lorsque la perturbation est passagère (choc dû à un impact, son de cloche). Si on néglige l'amortissement, la fréquence de vibration est égale à la fréquence propre  $\omega_0$  du système.

En posant :

$$\xi = \frac{c}{2m\omega_0} = \frac{c}{2\sqrt{km}} \quad (\text{III-8})$$

L'équation (III-1) se ramène à :

$$\ddot{x}(t) + 2\xi\omega_0\dot{x}(t) + \omega_0^2x(t) = 0 \quad (\text{III-9})$$

En fonction de  $\xi$ , trois cas peuvent se présenter:

➤ **1<sup>er</sup> cas ;  $\xi > 1$**  (système sur-amorti) :

La solution est donnée par :

$$x(t) = A \exp(r_1 t) + B \exp(r_2 t) \quad (\text{III-10})$$

Avec :

$$r_1 = \omega_0 \left( -\xi + \sqrt{\xi^2 - 1} \right) \quad (\text{III-11})$$

$$r_2 = \omega_0 \left( -\xi - \sqrt{\xi^2 - 1} \right) \quad (\text{III-12})$$

(A) et (B) sont des constantes qu'on peut déterminer à partir des conditions initiales (position et vitesse initiales). Le mouvement est apériodique (non oscillatoire) sous forme d'exponentielle décroissante.

➤ **2<sup>ème</sup> cas ;  $\xi = 1$**  (amortissement critique) :

L'amortissement critique représente la transition entre les conditions de mouvements oscillatoire et non oscillatoire. Dans ce cas nous obtenons une racine réelle double telle que :

$$r_1 = r_2 = -\omega_0 \quad (\text{III-13})$$

La solution est donnée sous la forme :

$$x(t) = (A + Bt) e^{-\omega_0 t} \quad (\text{III-14})$$

L'amortissement critique est celui qui donne le mouvement amorti (non oscillatoire) dans un temps minimum.

➤ **3<sup>ème</sup> cas ;  $\xi < 1$**  (Système sous-amorti) :

Dans ce cas les solutions sont complexes conjuguées de la forme :

$$r_1 = \omega_0 \left( -\xi + j\sqrt{\xi^2 - 1} \right) \quad (\text{III-15})$$

$$r_2 = \omega_0 \left( -\xi - j\sqrt{\xi^2 - 1} \right) \quad (\text{III-16})$$

La solution de l'équation différentielle est donnée par :

$$x(t) = e^{-\xi\omega_0 t} \left( A \exp\left(j\sqrt{1-\xi^2}\omega_0 t\right) + B \exp\left(-j\sqrt{1-\xi^2}\omega_0 t\right) \right) \quad (\text{III-17})$$

Cette solution peut être écrite aussi sous la forme :

$$x(t) = e^{-\xi\omega_0 t} \left( A \cos\left(\sqrt{1-\xi^2}\omega_0 t\right) + B \sin\left(\sqrt{1-\xi^2}\omega_0 t\right) \right) \quad (\text{III-18})$$

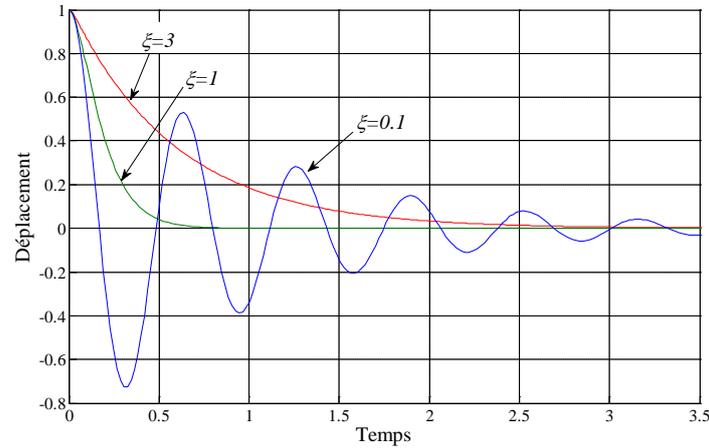


Figure III-2: Réponse du mouvement amorti pour trois valeurs de l'amortissement : ( $\xi$ ).

Pour les trois types du mouvement, nous constatons que l'amplitude du mouvement tend vers zéro lorsque  $t$  devient grand, ce qui justifie l'abandon de la solution transitoire en régime permanent.

### III-3 Vibrations forcées

L'étude de ce type d'excitation revêt une grande importance puisqu'on le retrouve assez souvent en dynamique des structures. Ces dernières sont souvent sollicitées par des actions dynamiques qui proviennent des machines tournantes qui développent des excitations harmoniques dues à l'inévitable présence de masses excentrées dans les rotors de certaines machines. En outre, dans le cas où l'excitation n'est pas harmonique, la réponse du système peut être obtenue, en utilisant la méthode de Fourier : comme la superposition de réponses à des composantes harmoniques de l'excitation.

#### III-3-1 Vibrations forcées non amorties

Considérons un système non amorti excité par une force harmonique d'amplitude ( $F$ ) et de pulsation ( $\Omega$ ). L'équation différentielle régissant un tel mouvement est donnée par:

$$m \ddot{x} + k x = F_0 \sin(\Omega t) \quad (\text{III-19})$$

La solution de cette équation différentielle est :

$$x(t) = A \sin(\omega_0 t) + B \cos(\omega_0 t) + \frac{F_0 / k}{1 - r_a^2} \sin(\Omega t) \quad (\text{III-20})$$

Soit  $r_a$  le rapport des pulsations propres :

$$r_a = \frac{\Omega}{\omega_0} \quad (\text{III-21})$$

Nous constatons que la réponse est déduite par superposition de deux fonctions harmoniques de fréquences différentes. Donc la réponse globale n'est pas harmonique.

### III-3-2 Vibrations forcées amorties

Considérons le cas d'un système à un degré de liberté en vibrations et qui est soumis à un amortissement du type visqueux. L'équation du mouvement du système est donnée par :

$$m \ddot{x} + c \dot{x} + kx = F_0 \sin(\Omega t) \quad (\text{III-22})$$

La solution de cette équation est donné par :

$$x(t) = e^{-\xi \omega_0 t} (A \sin(\omega_a t) + B \cos(\omega_a t)) + \frac{G_0 \sin(\Omega t - \Phi)}{\sqrt{(1-r_a^2)^2 + (2\xi r_a)^2}} \quad (\text{III-23})$$

Avec :

$$G_0 = \frac{F_0}{k} \quad (\text{III-24})$$

$$\omega_a = \omega_0 \sqrt{1-\xi^2} \quad (\text{III-25})$$

Et :

$$r_a = \frac{\Omega}{\omega_0} \quad (\text{III-26})$$

- $G_0$  : la réponse à l'excitation statique de grandeur  $F_0$
- $r_a$  : le rapport des fréquences.
- $\Phi$  : le retard de phase de la réponse  $x(t)$  par rapport à l'excitation  $F(t)$ .
- $\omega_a$  : la fréquence amortie du système,

Le retard de phase est donné par la relation suivante :

$$\Phi = \arctan\left(\frac{2\xi\omega_0\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}\right) = \arctan\left(\frac{2\xi r_a}{1-r_a^2}\right) \quad (\text{III-27})$$

Ainsi la réponse, en régime permanent est donnée par :

$$x_p(t) = \frac{G_0 \sin(\Omega t - \Phi)}{\sqrt{(1-r_a^2)^2 + (2\xi r_a)^2}} \quad (\text{III-28})$$

En posant :

$$D_a = \frac{1}{\sqrt{(1-r_a^2)^2 + (2\xi r_a)^2}} \quad (\text{III-29})$$

On obtient :

$$x_p(t) = G_0 D_a \sin(\Omega t - \Phi) \quad (\text{III-30})$$

$(D_a)$  : est le rapport de l'amplitude de la réponse en mouvement permanent du système sur l'amplitude de la réponse statique. Il est appelé " Facteur d'Amplification Dynamique ".

A partir de l'équation (III-29), nous constatons que le facteur d'amplification dynamique  $(D_a)$  varie avec le rapport des fréquences  $(r_a)$  et du facteur d'amortissement  $\xi$ . De même l'équation (III-27), montre que la phase  $(\Phi)$  varie également avec les mêmes paramètres.

A partir de la figure III-3, nous constatons que le maximum du pic de résonance est en fonction de  $(\xi)$  : l'amortissement. Ainsi la zone la plus intéressante à étudier est celle qui se trouve au voisinage de la résonance.

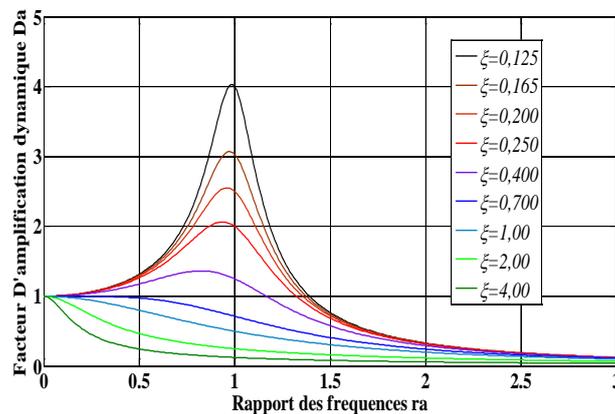


Figure III-3: Facteur d'amplification dynamique  $(D_a)$  en fonction du rapport des fréquences  $(r_a)$  pour différentes valeurs du coefficient de l'amortissement  $(\xi)$ .

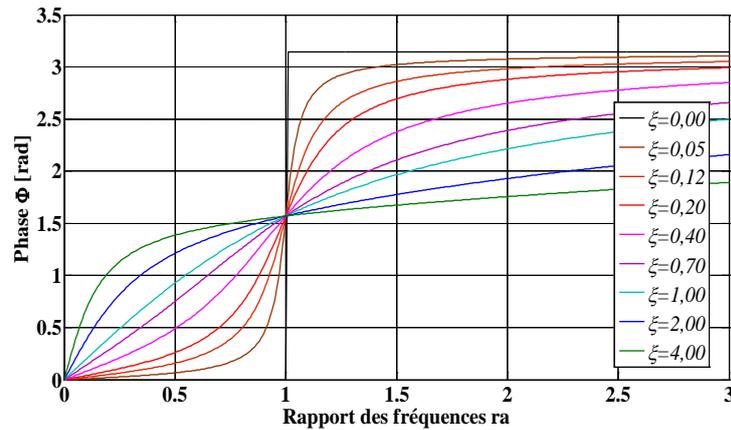


Figure III-4: La phase ( $\Phi$ ) en fonction du rapport des fréquences ( $r_a$ ) pour différentes valeurs de ( $\xi$ ) : taux amortissement.

### III-4 Fraisage en régime dynamique :

#### III-4-1 Généralités

La complexité de la simulation d'une opération de fraisage dépend principalement de la géométrie de l'outil et de l'effet de la génération de la surface en cours d'usinage. Le développement d'un modèle dynamique du fraisage a pour but de traiter les résultats de simulation de la réponse dynamique de l'usinage et de l'effort de coupe engendré par ces déplacements pour des différents paramètres de coupe.

#### III-4-2 Hypothèses de départ :

Notre approche consiste à étudier le fraisage périphérique, nous nous intéressons ici à l'étude du comportement de la fraise dû aux forces de coupe en fraisage. Il est nécessaire donc de démarrer, pour décrire le phénomène de vibration de la fraise pendant l'usinage, avec les hypothèses suivantes :

- L'outil de fraisage est flexible et la pièce est rigide.
- Le déplacement de la fraise est celui du déplacement de l'axe de la fraise selon l'axe ( $Ox$ ) et l'axe ( $Oy$ ).
- La direction des avances est dans le sens négatif des ( $x$ ) et l'axe ( $Oz$ ) coïncide avec l'axe de la fraise et se dirige vers le haut. Le sens négatif de la direction des ( $y$ ) est perpendiculaire à la direction des avances et se dirige vers la pièce pour respecter la règle de la main droite.
- La fraise est discrétisée en ( $N_{tra}$ ) : nombre de tranches le long de son axe.
- La fraise possède deux modes orthogonaux de vibrations selon deux directions perpendiculaires alignées avec les axes ( $x$ ) et ( $y$ ) et il n'y a pas d'interactions entre ces deux modes de vibrations.

### III-4-3 Mise en équations du système d'usinage en régime dynamique:

Pour l'étude du comportement dynamique du système outil-pièce, on l'a modélisé par un système : masse, ressort et amortisseur dans les deux directions orthogonales ( $Ox$ ) et ( $Oy$ ). Les équations de mouvement sont données par :

$$\begin{cases} m_x \ddot{x} + c_x \dot{x} + k_x x = F_x(t) \\ m_y \ddot{y} + c_y \dot{y} + k_y y = F_y(t) \end{cases} \quad (\text{III-31})$$

L'écriture matricielle donne :

$$\begin{bmatrix} m_x & 0 \\ 0 & m_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_x & 0 \\ 0 & c_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_x & 0 \\ 0 & k_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_x(t) \\ F_y(t) \end{bmatrix} \quad (\text{III-32})$$

avec :

- $F_x(t)$  et  $F_y(t)$  : les composantes de la force de coupe en fraisage selon les axes ( $Ox$ ) et ( $Oy$ ),
- $(m_x)$  et  $(m_y)$  : les masses généralisées,
- $(c_x)$  et  $(c_y)$  : les coefficients d'amortissement respectivement selon les axes ( $Ox$ ) et ( $Oy$ ),
- $(k_x)$  et  $(k_y)$  : les raideurs ou rigidités de l'outil de coupe respectivement selon ( $Ox$ ) et ( $Oy$ ).

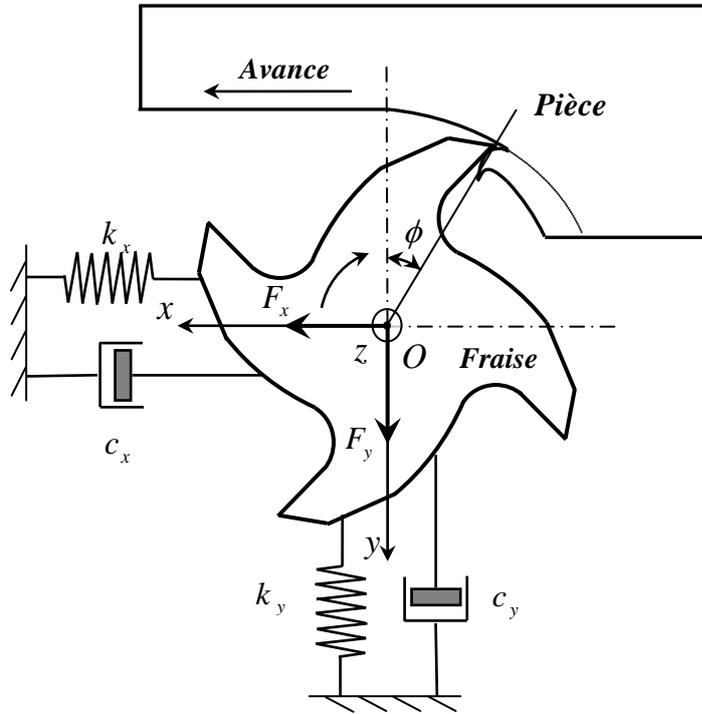


Figure III-5: Modélisation du fraisage périphérique en régime dynamique avec un système à deux degrés de liberté.

### III-4-4 Efforts de coupe en régime dynamique

Dans notre étude, on a utilisé le modèle de force de coupe de Huaizhong et Xiaoping [63] qui tien compte de la géométrie de la fraise, pour tenir en compte de l'angle d'hélice ( $\beta_h$ ). Ce modèle est basé sur la discrétisation de la fraise en ( $N_{tra}$ ) tranches le long de son axe et chaque tranche possède ( $N_t$ ) segments de dents, qui est le nombre totale des dents de la fraise. Il faut aussi prendre en considération toutes les forces de coupe appliquées sur chaque segment de dent et les équations du mouvement se ramènent ainsi à :

➤ Cas du fraisage en opposition :

$$\begin{cases} m_x \ddot{x} + c_x \dot{x} + k_x x = \sum_{k=1}^{N_t} \sum_{j=1}^{N_{tra}} (P_{1j,k} \cos \phi_{j,k}(t) + P_{2j,k} \sin \phi_{j,k}(t)) \\ m_y \ddot{y} + c_y \dot{y} + k_y y = \sum_{k=1}^{N_t} \sum_{j=1}^{N_{tra}} (-P_{1j,k} \sin \phi_{j,k}(t) + P_{2j,k} \cos \phi_{j,k}(t)) \end{cases} \quad (\text{III-33})$$

➤ Cas du fraisage en avalant :

$$\begin{cases} m_x \ddot{x} + c_x \dot{x} + k_x x = \sum_{k=1}^{N_t} \sum_{j=1}^{N_{tra}} (P_{1j,k} \cos \phi_{j,k}(t) + P_{2j,k} \sin \phi_{j,k}(t)) \\ m_y \ddot{y} + c_y \dot{y} + k_y y = \sum_{k=1}^{N_t} \sum_{j=1}^{N_{tra}} (P_{1j,k} \sin \phi_{j,k}(t) - P_{2j,k} \cos \phi_{j,k}(t)) \end{cases} \quad (\text{III-34})$$

avec :

$$\begin{cases} P_1 = F_C \\ P_2 = F_T \cos(C_s) + F_R \sin(C_s) \end{cases} \quad (\text{III-35})$$

et :

$$\begin{cases} F_C = R \cos(\lambda - \alpha_n) \\ F_T = R \sin(\lambda - \alpha_n) \\ F_R = \frac{F_C (\sin(\psi) - \cos(\psi) \sin(\alpha_n) \tan(\eta_c)) - F_T \cos(\alpha_n) \tan(\eta_c)}{\sin(\psi) \sin(\alpha_n) \tan(\eta_c) + \cos(\psi)} \end{cases} \quad (\text{III-36})$$

La détermination des forces de coupe ( $P_{1j,k}$ ) et ( $P_{2j,k}$ ) appliquées sur chaque segment de dent nécessite la détermination de la résultante de la force de coupe ( $R$ ), qui est aussi en fonction de l'épaisseur du copeau correspondant à ce segment de dent ; puisque l'action de coupe de chaque segment est considéré comme une coupe oblique avec un angle de coupe égale à l'angle d'hélice ( $\beta_h = C_s$ ). Cette force résultante est donnée par la relation suivante :

$$R = \frac{k_{AB} h_{j,k} (\phi_{j,k}(t)) \Delta z}{\sin(\phi_s) \cos(\theta) \cos(C_s)} \quad (\text{III-37})$$

En fraisage, l'épaisseur du copeau varie en fonction du temps ou de la position de l'outil dans la pièce, et en régime statique l'épaisseur du copeau est donnée par la relation suivante :

$$\begin{cases} h_{0j,k} = f_t \sin(\phi_{j,k}) & \text{si : } \phi_{st} < \phi_{j,k} < \phi_{ex} \\ h_{0j,k} = 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{III-38})$$

Cependant, l'on se rend compte que lors du fraisage que la profondeur radiale de coupe ne correspond pas toujours à celle souhaitée et ceci est dû aux vibrations produites lors du fraisage, entraînant ainsi la modification de l'épaisseur du copeau.

On constate aussi deux sources de vibrations :

- La première source des vibrations sont les forces oscillatoires dues aux forces de coupe.
- La deuxième source des vibrations est le phénomène de régénération.

### III-4-5 Modélisation de l'épaisseur du copeau en régime dynamique :

Le modèle de force de coupe utilisé dans notre étude, et qui est basé sur la discrétisation de l'outil, nous impose le calcul de l'épaisseur instantané du copeau qui correspond à chaque segment de dent.

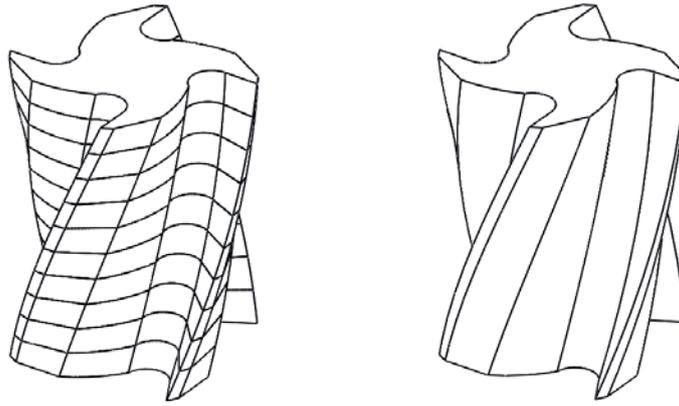


Figure III-6: Discretisation d'un outil de fraisage périphérique.

Le phénomène de régénération est causé par la variation des efforts de coupe. La variation de la force de coupe est provoquée par une variation de l'épaisseur du copeau et la variation du copeau a son tour influe sur la variation de la force de coupe. Ce phénomène peut être très nuisible à l'usinage et il est connu sous le nom de broutement « chatter ». Le calcul de l'épaisseur du copeau nécessite qu'on mesure à chaque fois le déplacement de la fraise dû aux forces de coupe, et ainsi que le déplacement de chaque segment en tenant compte des ondulations laissées par le déplacement du segment de dent précédent.

L'épaisseur du copeau ( $h_{j,k}(t)$ ), qui correspond à la distance entre l'arrête de coupe du segment de dent et la surface usinée suivant la direction radiale, peut s'exprimer en fonction de l'avance par dent ( $f_t$ ), de la composante cinématique dépendant de la position angulaire du segment de dent ( $\phi_{j,k}$ ) et d'une composante dynamique en fonction de l'actuelle flexion radiale de l'outil ( $v_{j,k}(t)$ ) et aussi de sa flexion au passage précédent du segment de dent ( $v_{j,k}(t - \tau)$ ).

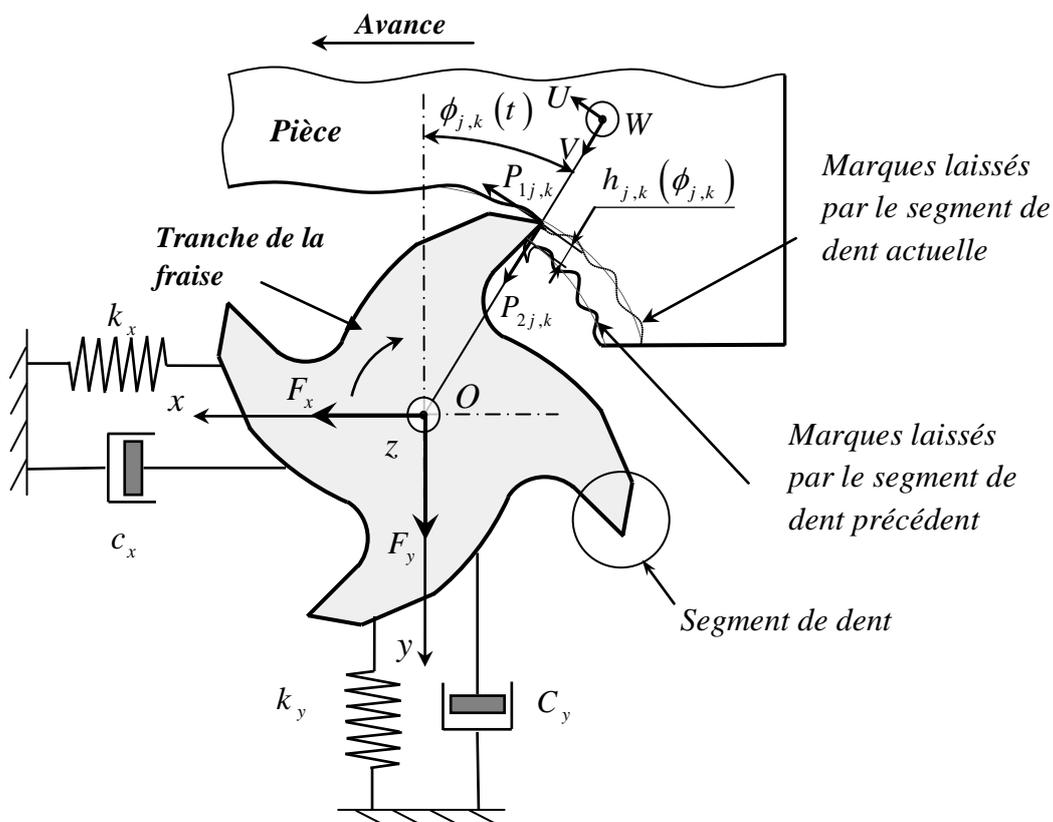


Figure III-7: Epaisseur du copeau correspondant a un segment de dent lors d'une opération de fraisage périphérique, en régime dynamique.

L'épaisseur du copeau est donnée, selon [67], par la relation suivante :

$$h_{j,k}(t) = \underbrace{\left( f_t \sin \phi_{j,k} \right)}_{\text{Composante statique}} + \underbrace{\left[ v_{j,k}(t) - v_{j,k}(t - \tau) \right]}_{\text{Composante dynamique}} g(\phi_{j,k}) \quad \text{(III-39)}$$

avec :

$$\begin{cases} g(\phi_{j,k}) = 1 & \text{si : } \phi_{st} < \phi_{j,k} < \phi_{ex} \\ g(\phi_{j,k}) = 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{(III-40)}$$

et :

$$\tau = \frac{2\pi}{N_T \omega_c} \quad \text{(III-41)}$$

avec :

- $\tau$  : la période de passage entre deux dents successives,
- $v_{j,k}$  : le déplacement radiale de l'arrête de coupe d'un segment de dent,
- $\omega_c$  : la vitesse angulaire de la rotation de la broche de la fraise,

- $N_T$  : nombre de dents de la fraise.

La déflexion instantanée de l'outil dépend de la position de l'outil par rapport à la pièce et le déplacement radial de chaque segment de dent est donné, selon [67] par la relation suivante:

$$v_{j,k}(t) = x(t) \sin(\phi_{j,k}) + y(t) \cos(\phi_{j,k}) \quad (\text{III-42})$$

En remplaçant l'équation (III-42) dans l'équation (III-39), on obtient :

$$h_{j,k}(t) = f_t \sin \phi_{j,k} + [x(t) - x(t - \tau)] \sin(\phi_{j,k}) + [y(t) - y(t - \tau)] \cos(\phi_{j,k}) \quad (\text{III-43})$$

### III-4-6 Prédiction du broutement pour le fraisage périphérique

En présence de l'effet régénératif, la variation des efforts de coupe conduit aux ondulations des surfaces générées par le passage des segments de dent de la fraise et à leurs tours ces ondulations conduisent aux variations des efforts de coupe.

A partir de ce raisonnement et puisque nous avons utilisé un modèle prédictif de force de coupe qui est basé sur la discrétisation de l'outil, on doit calculer à chaque fois l'épaisseur du copeau qui correspond à chaque segment de dent, qui est en phase de coupe pour chaque tranche, pour qu'on puisse par la suite calculer les efforts de coupe appliqués sur ces segments des dents. Puis par sommation de ces forces de coupe pour toutes les tranches de la fraise, on obtient l'effort de coupe total appliqué sur l'outil entier. Cet effort de coupe nous permet de calculer le déplacement de l'outil ainsi que l'épaisseur du copeau pour chaque segment de dent pour l'instant suivant, et ce déplacement de l'outil sera l'historique que l'on utilise pour déterminer l'épaisseur du copeau lors des passages des segments de dents qui suivent le passage des segments de dents actuelles. Si on répète cette démarche, on peut obtenir le déplacement de la fraise et les efforts de coupe.

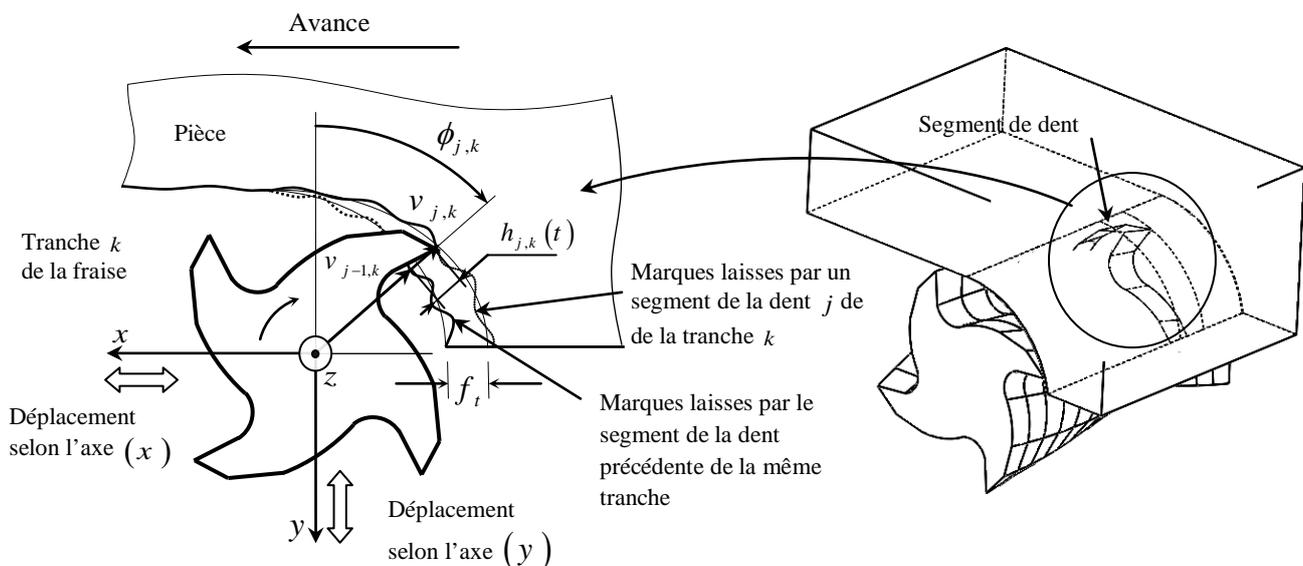


Figure III-8: Broutement lors d'un processus de fraisage périphérique.

### III-4-7 Résolution des équations du mouvement

La prédiction des vibrations de l'outil de coupe pour une opération de fraisage nous impose la résolution des équations différentielles (III-33) et (III-34), qui représentent les équations du mouvement de la fraise en régime dynamique pour les deux configurations du fraisage : en avalant et en opposition. Cependant, dès que le système commence à avoir des excitations par les forces de coupe en fraisage, ces équations différentielles ne peuvent pas être intégrées, car ces forces de coupe ne sont pas exprimées par une forme analytique simple. En plus, pendant le fraisage et à cause des vibrations de la fraise, l'épaisseur du copeau  $h_{j,k}(\phi_{j,k})$  peut avoir des valeurs inférieure à zéro et on la prend égale à zéro ; ce qui explique la sortie du segment de dent la matière et une épaisseur inférieure à zéro n'a aucun sens physique et donc le système est non linéaire. Par conséquent, on fait appelle aux méthodes numériques pour résoudre ces équations différentielles.

Dans une méthode numérique, la variable continue du temps ( $t$ ) est remplacée par une variable discrète ( $t_i$ ) et les équations différentielles sont résolus progressivement avec des incréments du temps ( $dt = \Delta t$ ) en démarrant par des conditions initiales connues. La solution est approximative, mais avec des incréments de temps suffisamment petits on obtient une solution d'exactitude acceptable.

La majorité des simulations disponibles sur le broutement « en usinage » utilisent les méthodes d'Euler, pour la résolution ses équations différentielles. Dans notre travail de recherche, on a utilisé la méthode de Runge-Kutta d'ordre 5, non seulement parce que chaque point calculé sera un point de départ, mais cette méthode nous donne des résultats de grande précision.

L'équation qui régit le mouvement de déplacement de la fraise sur chaque mode (selon chaque direction) est une équation différentielle ordinaire du second ordre et dont la résolution avec la méthode de Runge-Kutta d'ordre 5 est la suivante, selon [68] :

➤ Pour l'axe ( $x$ ) nous avons l'équation du mouvement :

$$m_x \ddot{x}(t) + c_x \dot{x}(t) + k_x x(t) = F_x(t) \quad (\text{III-44})$$

donc :

$$\ddot{x}(t) = \frac{1}{m_x} \left[ F_x(t) - c_x \dot{x}(t) - k_x x \right] \quad (\text{III-45})$$

On prend les conditions initiales comme suit :

$$\begin{cases} x_0 = x(t=0) = 0 \\ \dot{x}_0 = \dot{x}(t=0) = 0 \end{cases} \quad (\text{III-46})$$

Et en prenant  $\left( \dot{x}(t) = p(t) \right)$ , cette équation se réduit à un système à deux équations différentielles du premier ordre :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = p(t) \\ \dot{p} = f(F_x(t), p(t), x(t)) \end{cases} \quad (\text{III-47})$$

Pour l'instant :  $(t_{i+1} = t_i + \Delta t)$  on suit le schéma suivant :

$$\begin{cases} J_{11} = p_i \Delta t \\ K_{11} = \frac{1}{m_x} (F x_i - k_x x_i - c_x p_i) \Delta t \\ J_{12} = \left( p_i + \left( \frac{K_{11}}{3} \right) + \left( \frac{1}{18} \right) \Delta t p_i K_{11} \right) \Delta t \\ K_{12} = \frac{1}{m_x} \left( F x_i - k_x \left( x_i + \left( \frac{J_{11}}{3} \right) + \frac{1}{18} \Delta t \left( \frac{1}{m_x} (F x_i - k_x x_i - c_x p_i) \right) J_{11} \right) - c_x p_i \right) \Delta t \\ J_{13} = \left( p_i - \left( \frac{152 K_{11}}{125} \right) + \left( \frac{252 K_{12}}{125} \right) - \left( \frac{44}{125} \right) \Delta t p_i K_{11} \right) \Delta t \\ K_{13} = \frac{1}{m_x} \left( F x_i - k_x \left( x_i - \left( \frac{152 J_{11}}{125} \right) + \left( \frac{252 J_{12}}{125} \right) - \frac{44}{125} \Delta t \left( \frac{1}{m_x} (F x_i - k_x x_i - c_x p_i) \right) J_{11} \right) - c_x p_i \right) \Delta t \\ J_{14} = \left( p_i + \left( \frac{19 K_{11}}{2} \right) - \left( \frac{72 K_{12}}{7} \right) + \left( \frac{25 K_{13}}{14} \right) - \left( \frac{5}{2} \right) \Delta t p_i K_{11} \right) \Delta t \\ K_{14} = \frac{1}{m_x} \left( F x_i - k_x \left( x_i + \left( \frac{19 J_{11}}{2} \right) - \left( \frac{72 J_{12}}{7} \right) + \left( \frac{72 J_{13}}{7} \right) + \frac{5}{2} \Delta t \left( \frac{1}{m_x} (F x_i - k_x x_i - c_x p_i) \right) J_{11} \right) - c_x p_i \right) \Delta t \end{cases} \quad (\text{III-48})$$

et :

$$\begin{cases} \dot{x}_{n+1} = p_{i+1} = \dot{x}_n + \frac{5}{48} K_{11} + \frac{27}{56} K_{12} + \frac{125}{336} K_{13} + \frac{1}{24} K_{14} \\ x_{n+1} = x_n + \frac{5}{48} J_{11} + \frac{27}{56} J_{12} + \frac{125}{336} J_{13} + \frac{1}{24} J_{14} \end{cases} \quad (\text{III-49})$$

➤ Pour l'axe  $(y)$  nous avons l'équation du mouvement :

$$m_y \ddot{y}(t) + c_y \dot{y}(t) + k_y y(t) = F_y(t) \quad (\text{III-50})$$

donc :

$$\ddot{y}(t) = \frac{1}{m_y} \left[ F_y(t) - c_y \dot{x}(t) - k_y x \right] \quad (\text{III-51})$$

On prend les conditions initiales comme suit :

$$\begin{cases} y_0 = y(t=0) = 0 \\ \dot{y}_0 = \dot{y}(t=0) = 0 \end{cases} \quad (\text{III-52})$$

Et en prenant  $\left( \dot{x} = q \right)$ , cette équation se réduit aussi à un système à deux équations différentielles du premier ordre :

$$\begin{cases} \dot{x} = q \\ \dot{q} = f(F_y(t), p, x) \end{cases} \quad (\text{III-53})$$

On suit le même schéma précédent, donc nous avons :

$$\begin{cases} J_{21} = q_i \Delta t \\ K_{21} = \frac{1}{m_y} (Fy_i - k_y y_i - c_y q_i) \Delta t \\ J_{22} = \left( q_i + \left( \frac{K_{21}}{3} \right) + \left( \frac{1}{18} \right) \Delta t q_i K_{21} \right) \Delta t \\ K_{22} = \frac{1}{m_y} \left( Fy_i - k_y \left( y_i + \left( \frac{J_{21}}{3} \right) + \frac{1}{18} \Delta t \left( \frac{1}{m_y} (Fy_i - k_y y_i - c_y q_i) \right) J_{21} \right) - c_y q_i \right) \Delta t \\ J_{23} = \left( q_i - \left( \frac{152K_{21}}{125} \right) + \left( \frac{252K_{22}}{125} \right) - \left( \frac{44}{125} \right) \Delta t q_i K_{21} \right) \Delta t \\ K_{23} = \frac{1}{m_y} \left( Fy_i - k_y \left( y_i - \left( \frac{152J_{21}}{125} \right) + \left( \frac{252J_{22}}{125} \right) - \frac{44}{125} \Delta t \left( \frac{1}{m_y} (Fy_i - k_y y_i - c_y q_i) \right) J_{21} \right) - c_y q_i \right) \Delta t \\ J_{24} = \left( q_i + \left( \frac{19K_{21}}{2} \right) - \left( \frac{72K_{22}}{7} \right) + \left( \frac{25K_{23}}{14} \right) - \left( \frac{5}{2} \right) \Delta t q_i K_{21} \right) \Delta t \\ K_{24} = \frac{1}{m_y} \left( Fy_i - k_y \left( y_i + \left( \frac{19J_{21}}{2} \right) - \left( \frac{72J_{22}}{7} \right) + \left( \frac{72J_{23}}{7} \right) + \frac{5}{2} \Delta t \left( \frac{1}{m_y} (Fy_i - k_y y_i - c_y q_i) \right) J_{21} \right) - c_y q_i \right) \Delta t \end{cases} \quad (\text{III-54})$$

et

$$\begin{cases} \dot{y}_{n+1} = q_{i+1} = \dot{y}_n + \frac{5}{48} K_{21} + \frac{27}{56} K_{22} + \frac{125}{336} K_{23} + \frac{1}{24} K_{24} \\ y_{n+1} = y_n + \frac{5}{48} J_{21} + \frac{27}{56} J_{22} + \frac{125}{336} J_{23} + \frac{1}{24} J_{24} \end{cases} \quad (\text{III-55})$$

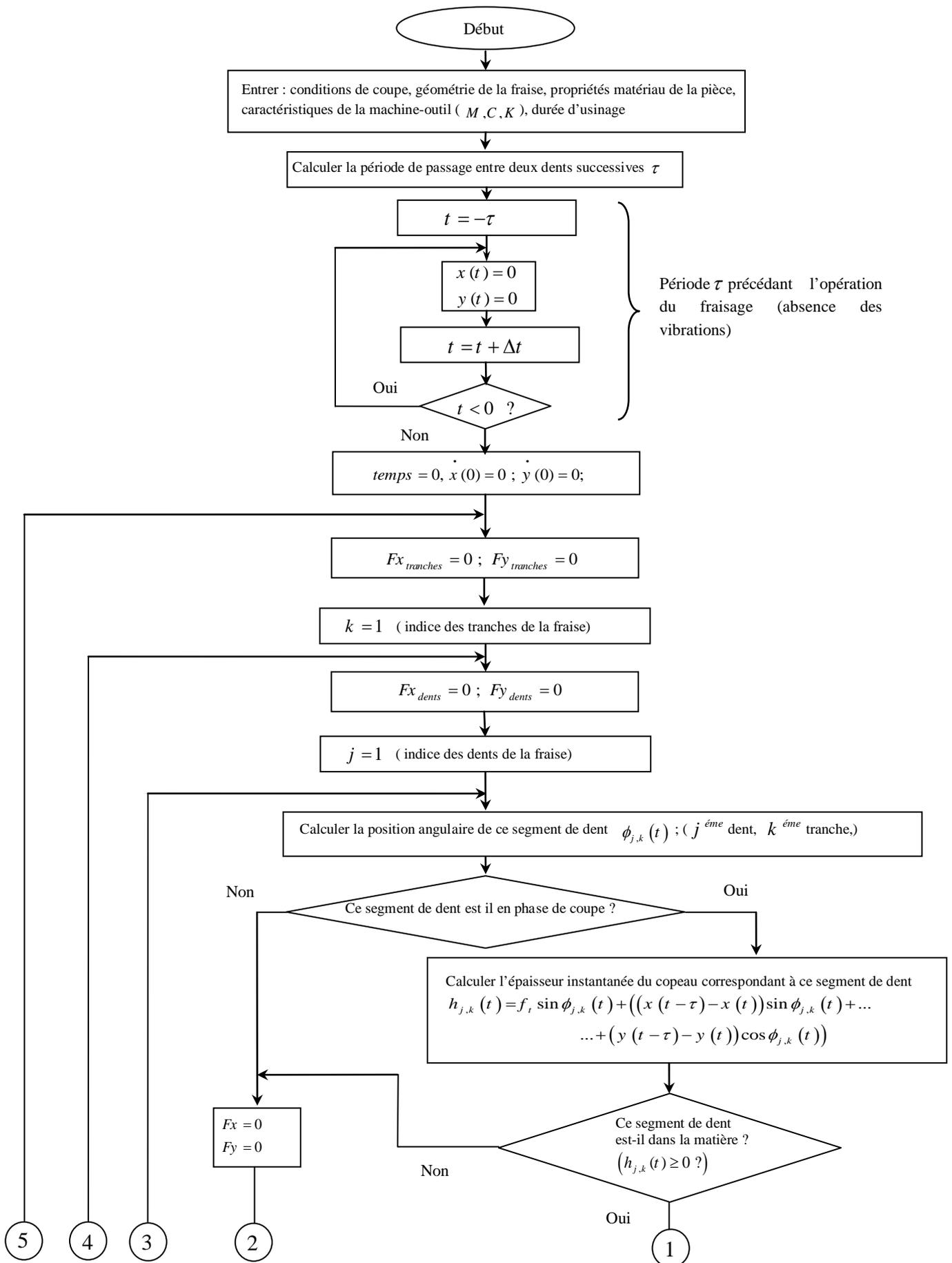
Ces résultats obtenus, de déplacement et de vitesse de déplacement selon les deux axes ( $x$ ) et ( $y$ ), seront des conditions initiales pour le calcul des vitesses et des déplacements à l'instant qui suit.

Pour avoir des résultats de grande précision, il faut choisir un incrément de temps ( $\Delta t$ ) très petit, donc on prend cet incrément de temps au moins dix fois inférieur aux périodes des pulsations propres des deux modes de vibrations du système usinant, selon [61] :

$$\Delta t \leq \min \left\{ \frac{2\pi\sqrt{k_x / m_x}}{10}, \frac{2\pi\sqrt{k_y / m_y}}{10} \right\} \quad (\text{III-56})$$

### III-5 Simulation du broutement pour le fraisage périphérique

On résume dans un organigramme (figure III-9) le calcul du déplacement de la fraise lors d'une opération de fraisage périphérique en régime dynamique, en présence de l'effet régénératif (broutement). Cette démarche nous permet de prédire le comportement de la fraise pendant l'usinage et ainsi que les vitesses de déplacement de la fraise et les efforts de coupe selon les axes ( $x$ ) et ( $y$ ).



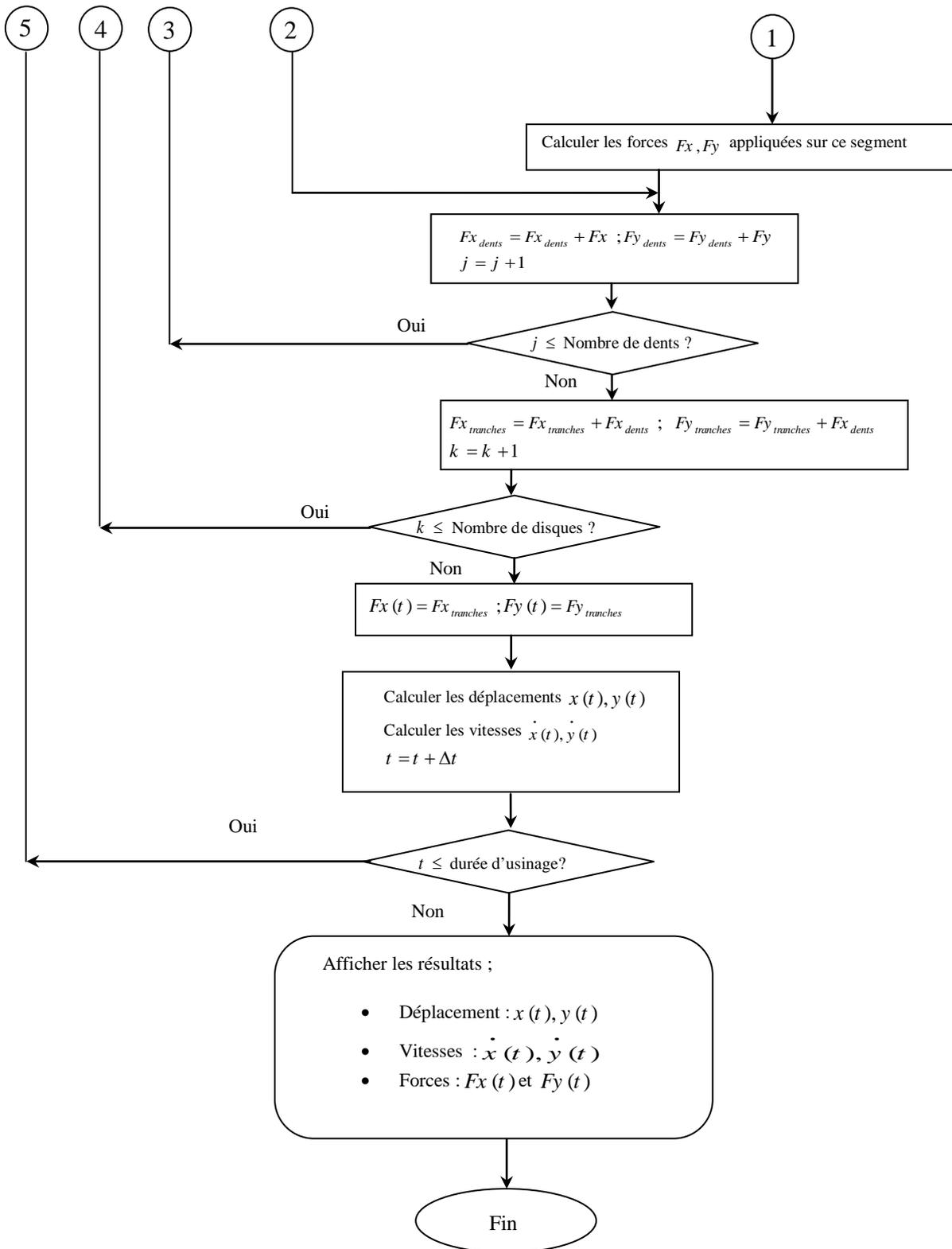


Figure III-9 : Organigramme pour la simulation des vibrations de la fraise lors d’une opération de fraisage périphérique en régime dynamique

### III-6 conclusion

Ce chapitre est consacré à l'étude et à la modélisation du fraisage en régime dynamique. Il est bien utile de comprendre le phénomène des vibrations ; pour cela nous avons donné des explications concernant les vibrations libres et forcées.

Pour bien formuler le problème, nous avons commencé avec des hypothèses de départ appropriés au fraisage périphérique et dont les forces de coupe et les déplacements se font selon deux directions orthogonales :  $(x)$  et  $(y)$ .

L'étude de la dynamique de coupe en fraisage nous a imposé l'utilisation d'un modèle prédictif de force de coupe, qui est basé sur la discrétisation de l'outil en tranches de mêmes épaisseurs. Cette étude nous a imposé aussi la modélisation de l'épaisseur du copeau de chaque segment de dents, de chaque tranche de la fraise en présence de l'effet régénératif. La variation des efforts de coupe conduit aux ondulations des surfaces générées par le passage des segments de dents de la fraise, et à leurs tours ces ondulations conduisent aux variations des efforts de coupe.

A partir de ce raisonnement, la prédiction de ce problème nécessite la résolution des équations différentielle qui régissent le mouvement de la fraise ; puisque les forces de coupe ne peuvent pas être exprimées par une expression analytique simple. Pour cela nous avons choisis une méthode numérique de Runge-Kutta d'ordre 5 et cette méthode a donné des résultats très précis ; et les équations différentielles ont été résolus progressivement avec des incréments de temps qu'on peut faire varier pour augmenter la précision des résultats.

En dernier temps nous avons présenté un organigramme qui résume le déroulement des calculs des déplacements des vitesses de déplacement de la fraise, ainsi que et les efforts de coupe, pour une opération de fraisage périphérique.

On présentera dans le chapitre IV, les résultats des simulations.

## Chapitre IV :

# Simulation du fraisage en régime dynamique

## IV-1 Introduction :

L'opération de fraisage est une opération d'usinage fondamentale dans l'industrie pour la production des pièces mécaniques. La productivité et la précision géométrique de la pièce fabriquée diminuent à cause des vibrations dues à la discontinuité du contact outil pièce et à la variation de la passe radiale provoquée par le choix de la stratégie d'usinage.

Pour l'importance du procédé du fraisage en fabrication mécanique, il est nécessaire de perfectionner le procédé d'usinage pour diminuer le coût de fabrication et améliorer la qualité de surface des pièces obtenues. Ce perfectionnement exige des industrielles d'utiliser : des moyens, des équipements, des bancs d'essais et aussi de s'investir en temps ; ce qui est très coûteux. Pour éviter tout ça, il est très utile de prédire le comportement vibratoire de l'outil avant l'usinage des pièces. Cette prédiction du comportement vibratoire du système usinant est représentée par des simulations en utilisant des logiciels industriels et des programmes spécialement développés pour chaque opération d'usinage.

On présente dans cette partie de l'étude les résultats de simulation pour les déplacements de l'outil et les forces de coupe pour le cas du fraisage périphérique, en régime dynamique en présence du phénomène de régénération. En utilisant le logiciel MATLAB, on présente aussi les résultats de simulation pour différentes conditions de coupe et différentes caractéristiques dynamiques du système pièce-outil-machine.

## IV-2 Les paramètres de coupe utilisés dans la simulation :

Dans toutes les simulations nous avons utilisé les paramètres de coupe suivants :

- $\alpha_n = 8^\circ$  : angle de coupe,
- $\eta_c = 15^\circ$  : angle de l'écoulement du copeau,
- $\lambda = 30^\circ$  : angle moyen de friction à l'interface outil-copeau,
- $\theta = 56^\circ$  : angle compris entre la résultante des forces de coupe et le plan du cisaillement primaire,
- $\phi_s = 34^\circ$  : angle de cisaillement primaire,
- $k_{AB} = 400.10^6 [N / m^2]$  : Contrainte de cisaillement dans le plan de cisaillement primaire.

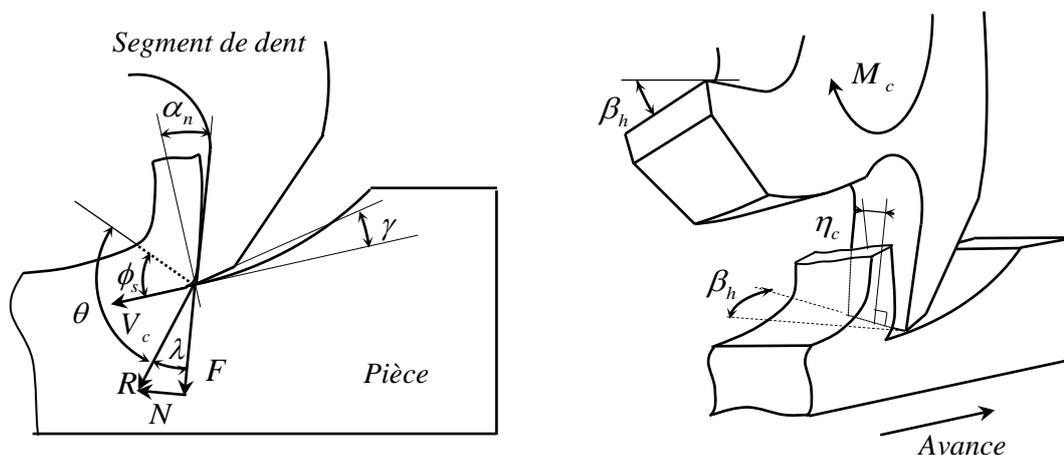


Figure IV-1 : schéma représentant les paramètres de coupe pour le fraisage.

### IV-3 Epaisseur du copeau en régime dynamique :

Toute l'étude est basée sur la prédiction des forces de coupe et des déplacements de la fraise lors d'une opération de fraisage périphérique reposant sur la connaissance de l'épaisseur du copeau. La figure IV-1 montre l'évolution de l'épaisseur de coupe en régime dynamique, l'épaisseur du copeau en régime dynamique correspondant à un segment de dent (de la  $j^{\text{ème}}$  dent et de la  $k^{\text{ème}}$  tranche) est donné par la relation suivante :

$$h_{j,k}(t) = f_t \sin \phi_{j,k} + [x(t) - x(t - \tau)] \sin(\phi_{j,k}) + [y(t) - y(t - \tau)] \cos(\phi_{j,k}) \quad (\text{IV-1})$$

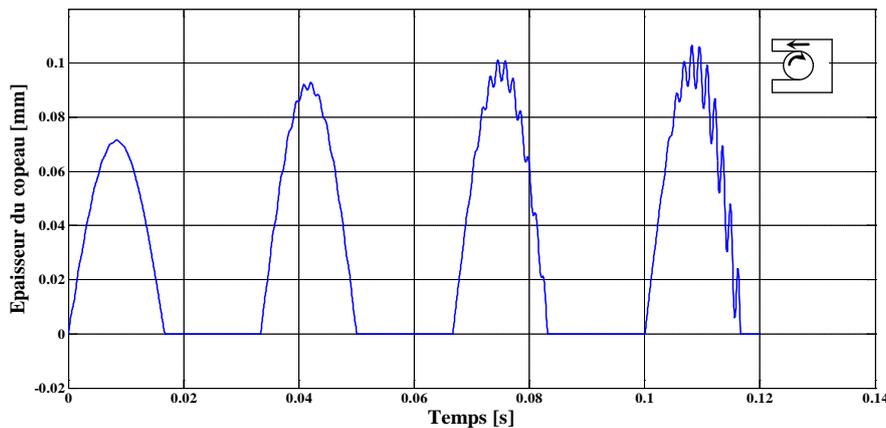


Figure IV-2 : Epaisseur du copeau lors d'un processus de fraisage périphérique :  
 $N_T = 1$  dent ,  $N = 30$  [tr / s],  $\beta_h = 0^\circ$ ,  $f_t = 0.1$  [mm / dent],  $D = 20$  [mm],  
 $A_p = 23$  [mm],  $d_r = 20$  [mm],  $k_x = k_y = 46.10^6$  [N / m<sup>2</sup>],  $c_x = c_y = 2900$  [N . s / m],  
 $m_x = m_y = 3$  [Kg],

Avec :

- $\tau$  : la période de passage entre deux dents successives,
- $\phi_{j,k}$  : la position angulaire du segment de dent,
- $f_t$  ; l'avance par dent,
- $D$  : le diamètre de la fraise.
- $A_p$  : la profondeur de coupe axiale,
- $d_r$  : la profondeur de coupe radiale,
- $N_T$  : le nombre de dents de la fraise,
- $N$  : la vitesse de rotation de la broche de la fraise [tr / s],
- $\beta_h$  : l'angle de l'hélice de la fraise,
- $k_x$  et  $k_y$  : les raideurs de la machine-outil,
- $m_x$  et  $m_y$  : les masses généralisé de la fraise,
- $c_x$  et  $c_y$  : les coefficients d'amortissement de la machine-outil,

Cette figure montre les variations de l'épaisseur du copeau qui représente les régénérations des surfaces usinées dues aux efforts de coupe en régime dynamique. On remarque que l'épaisseur du copeau à une allure qui se répète à chaque passage de la dent de la fraise (partie cinématique de l'épaisseur du copeau) avec des perturbations (partie dynamique de l'épaisseur du copeau), et ces perturbations sont la réponse dynamique des efforts de coupe du système usinant lors de l'opération du fraisage périphérique.

Puisque la passe qui précède l'opération du fraisage n'a subi aucune déflexion de l'outil, on remarque que l'allure du graphe pour le premier passage de la dent de la fraise présente une amplitude inférieure par rapport aux autres passages ; puis les autres allures ont la tendance d'atteindre la valeur de l'avance par dent :  $f_t = 0.1[\text{mm} / \text{dent}]$

#### IV-4 Efforts de coupe et déplacements en régime dynamique :

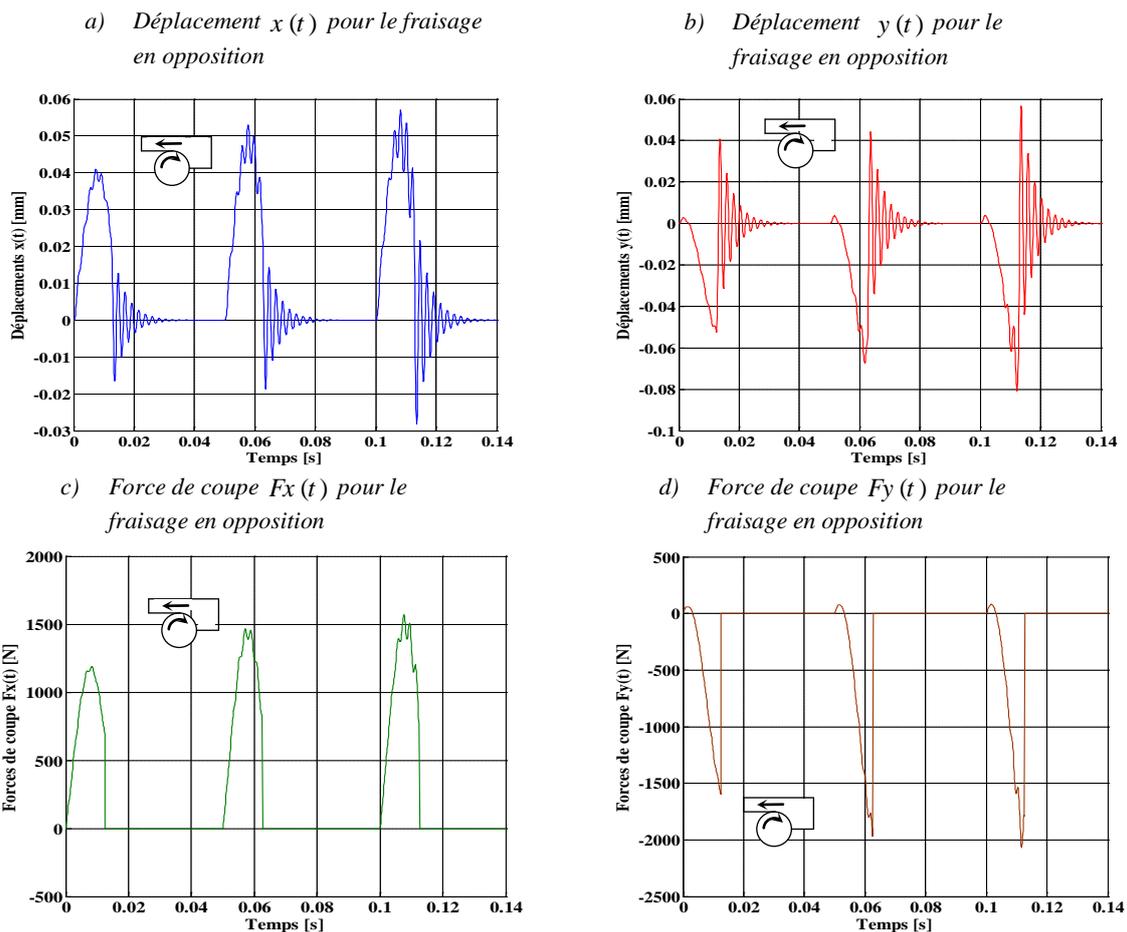


Figure IV-3 : Réponse dynamique pour le fraisage en opposition :  $N_T = 1 \text{ dent}$ ,  $N = 120 \text{ [tr / min]}$ ,  $\beta_h = 0^\circ$ ,  $f_t = 0.1[\text{mm} / \text{dent}]$ ,  $D = 20[\text{mm}]$ ,  $A_p = 15[\text{mm}]$ ,  $d_r = 10[\text{mm}]$ ,  $k_x = k_y = 30.10^6[\text{N} / \text{m}]$ ,  $c_x = c_y = 1800 [\text{N.s} / \text{m}]$ ,  $m_x = m_y = 4[\text{Kg}]$ .

Sur la figure IV-3, on présente les déplacements  $x(t)$  et  $y(t)$  en fonction du temps, ainsi que les forces temporelles  $F_x(t)$  et  $F_y(t)$  pour le cas du fraisage en opposition. On constate que les signaux des forces de coupe pour une fraise mono-dent suivent la même allure que les déplacements, ce qui est tout à fait logique. Lorsque l'outil s'engage dans la matière, son déplacement commence du zéro pour atteindre un maximum d'amplitude, puis il régresse jusqu'à la sortie de la matière où il prend une valeur nulle à la fin des vibrations amorties. Et

on obtient la même allure pour les deux composantes de l'effort de coupe. On remarque aussi que la composante  $F_y(t)$  est la plus importante en amplitude que  $F_x(t)$ , ce qui s'explique par le taux d'enlèvement de matière selon (y) plus important que celui selon (x).

Sur la figure IV-4, on présente les déplacements  $x(t)$  et  $y(t)$  ainsi que les forces temporelles  $F_x(t)$  et  $F_y(t)$  en fonction du temps pour le cas du fraisage en avalant.

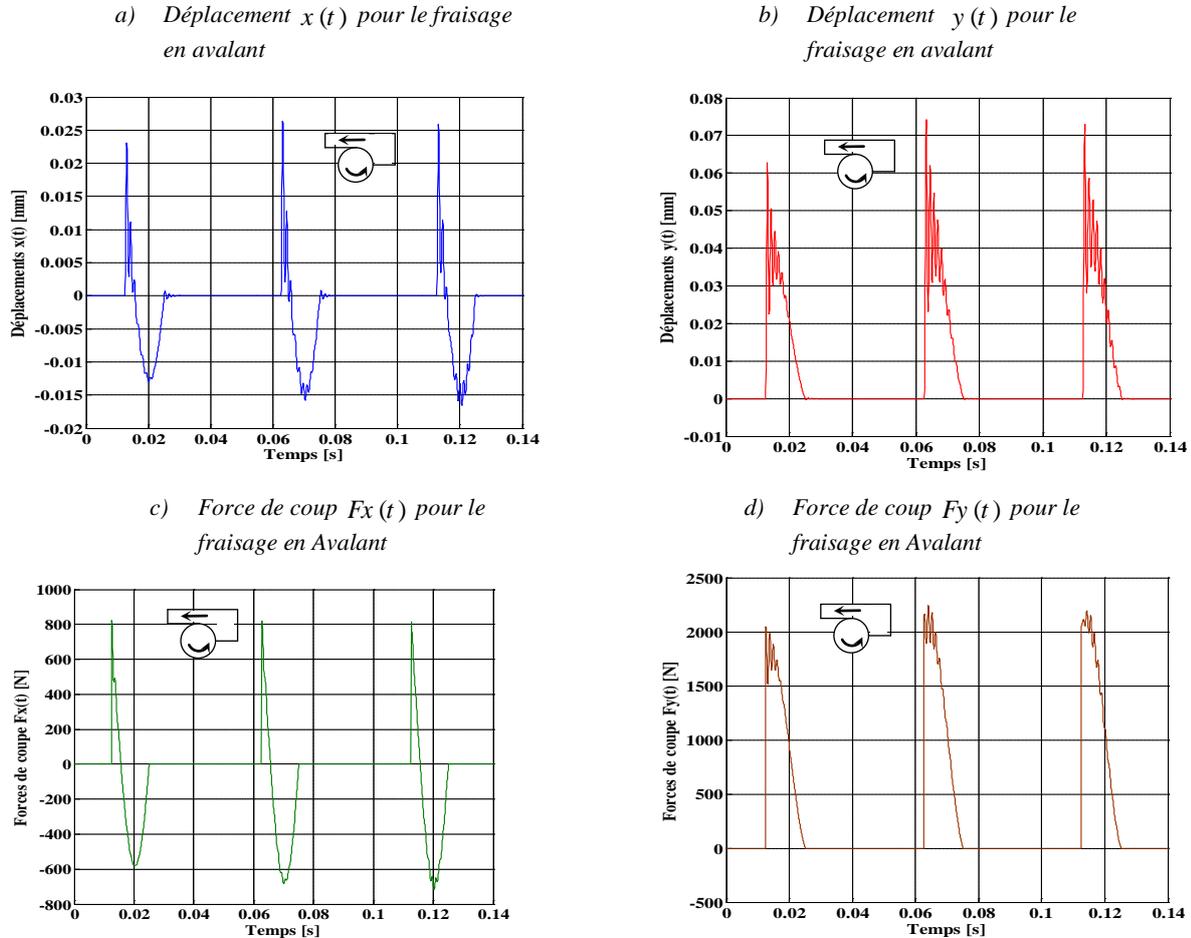


Figure IV-4 : Réponse dynamique pour le fraisage en avalant :  $N_T = 1 \text{ dent}$  ,  
 $N = 120 \text{ [tr / min]}$  ,  $\beta_h = 0^\circ$  ,  $f_t = 0.1 \text{ [mm / dent]}$  ,  $D = 20 \text{ [mm]}$  ,  $A_p = 15 \text{ [mm]}$  ,  
 $d_r = 15 \text{ [mm]}$  ,  $k_x = k_y = 46.10^6 \text{ [N / m]}$  ,  $c_x = c_y = 3000 \text{ [N.s / m]}$  ,  $m_x = m_y = 2 \text{ [Kg]}$  .

Pour le cas du fraisage en avalant on remarque que les efforts de coupe commencent avec des valeurs supérieures à zéro (figures IV-4-c et IV-4-d) ; ce qui provoque des vibrations importantes au début de chaque attaque de la matière par la dent de la fraise ; et puisque les efforts à chaque fois évoluent jusqu'à leurs annulations : on remarque que les vibrations libres amorties sont très faibles.

## IV-5 Stabilité du fraisage

Pour le fraisage en régime dynamique, selon Edouard [64], Après dissipation du régime transitoire, le système oscille à faible amplitude autour d'une position d'équilibre (figure IV-4-a). Dans les cas instables, l'amplitude du déplacement augmente au cours du temps (figure IV-4-b) et n'est limitée que par l'apparition de non-linéarité dans le système (lorsque l'outil sort de la matière, l'effort de coupe devient nul, il n'y a donc plus d'excitation sur le système).

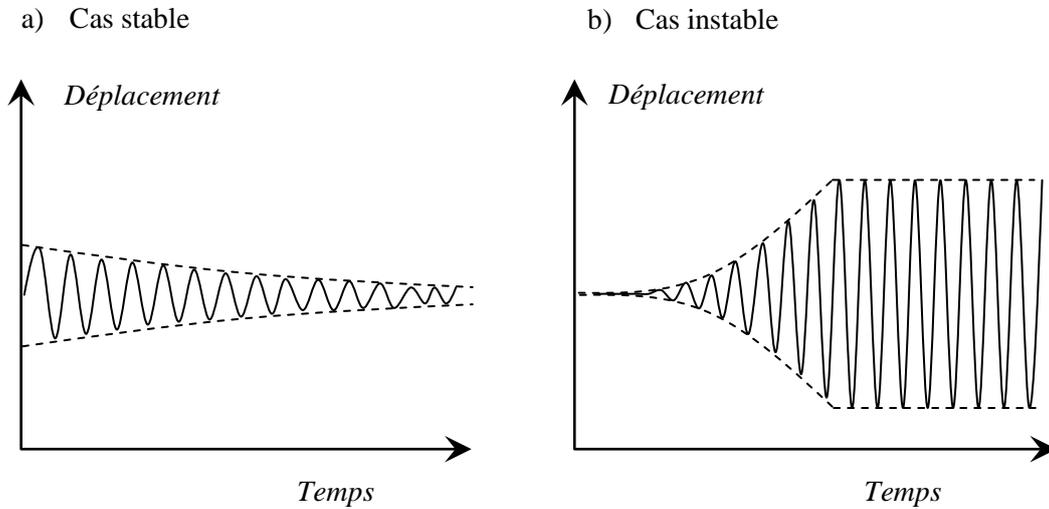


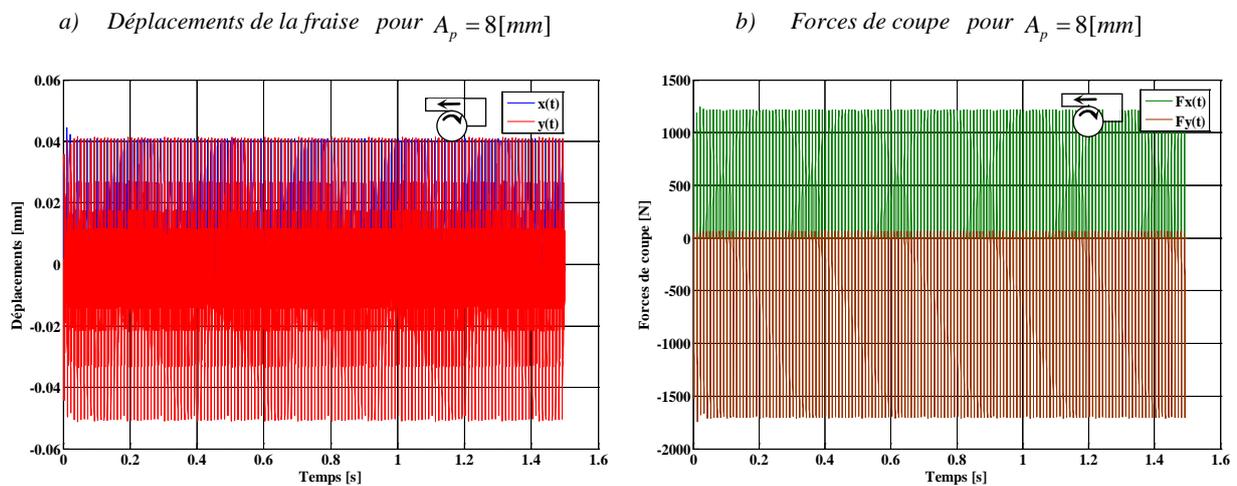
Figure IV-5 : Evolution schématique du déplacement [14]

## IV-6 Influence des conditions de coupe :

### IV-6-1 Influence de la profondeur de passe axiale :

Avec les mêmes conditions de coupe, nous avons choisi trois profondeurs de passe axiales :

- 1<sup>er</sup> cas : Fraisage en opposition



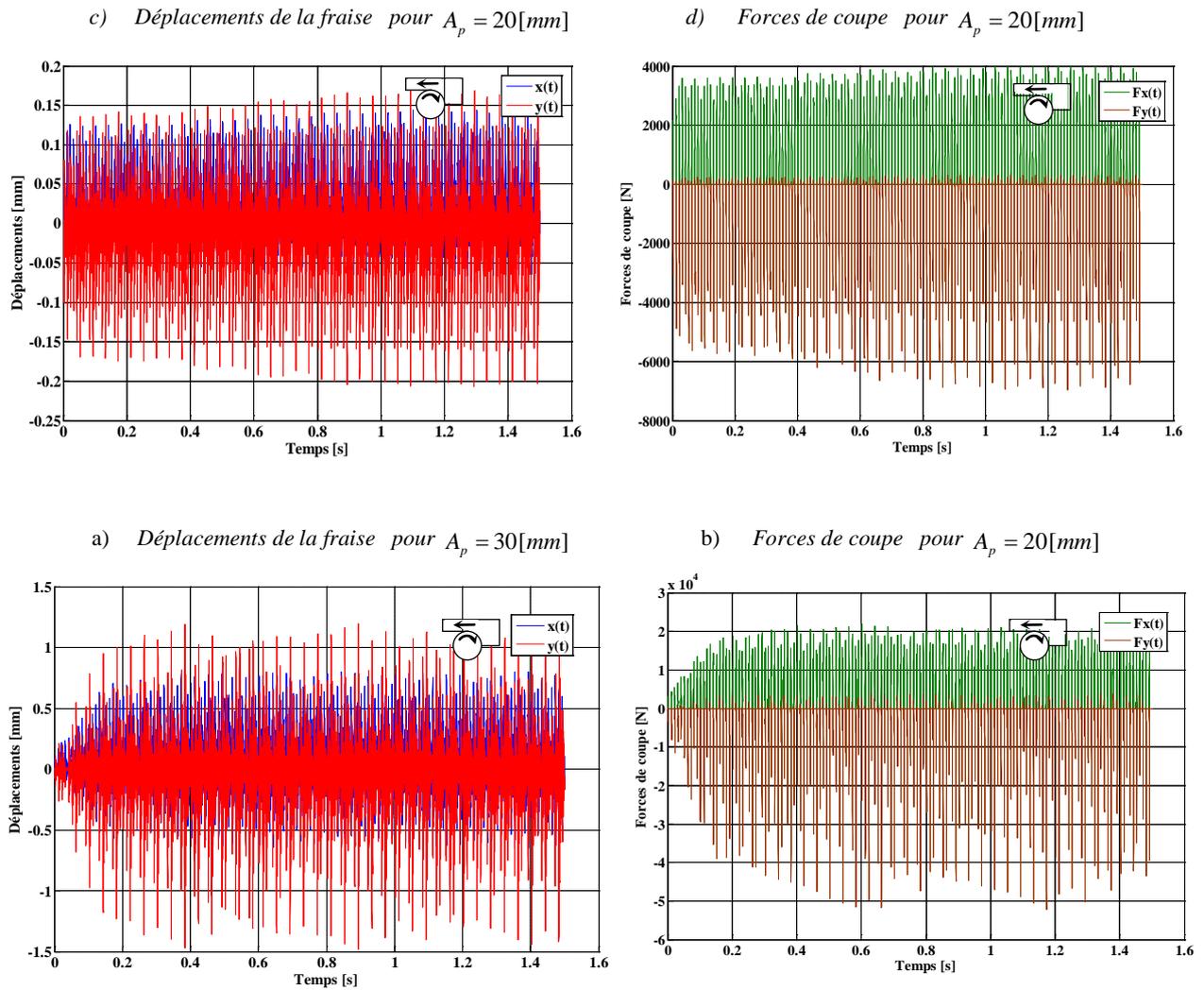


Figure IV-5 : réponses dynamique pour le fraisage en opposition avec différents valeurs de ( $A_p$ ):  $N_T = 1 \text{ dent}$ ,  $N = 6000 \text{ [tr/min]}$ ,  $\beta_h = 0^\circ$ ,  $f_t = 0.15 \text{ [mm/dent]}$ ,  $D = 20 \text{ [mm]}$ ,  $d_r = 12 \text{ [mm]}$ ,  $k_x = k_y = 40.10^6 \text{ [N/m]}$ ,  $c_x = c_y = 1800 \text{ [N.s/m]}$ ,  $m_x = m_y = 4 \text{ [Kg]}$

Pour le cas du fraisage en opposition, la figure IV-5 nous montre que' avec la profondeur de coupe axiale  $A_p = 8[mm]$ , l'opération du fraisage est stable, par contre, si on augmente cette valeur, il commence à être instable puis il devient carrément instable (le cas de  $A_p = 20[mm]$  et  $A_p = 30[mm]$ ).

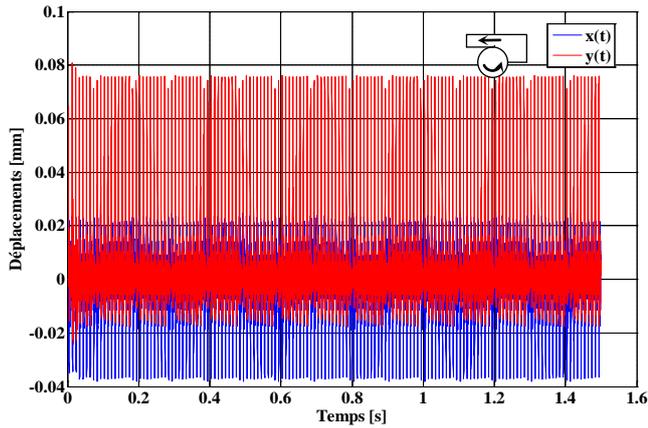
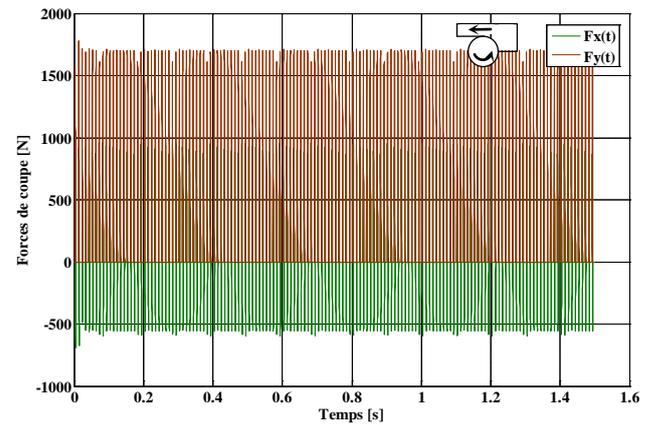
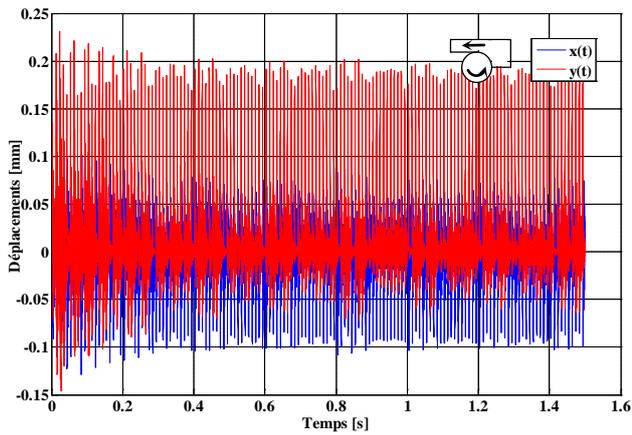
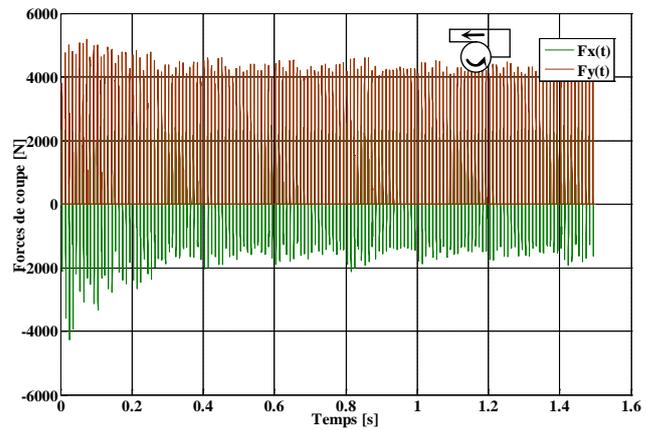
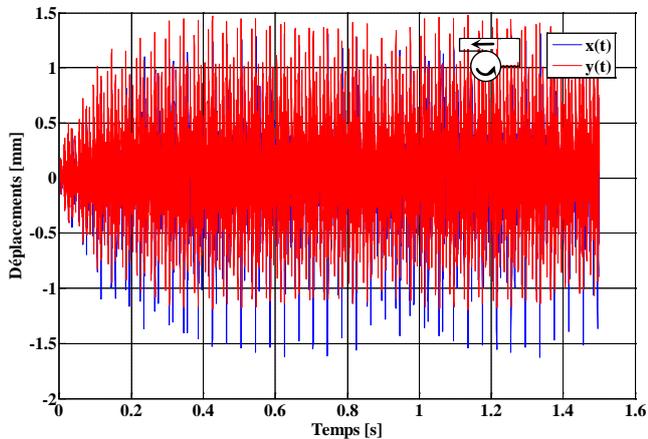
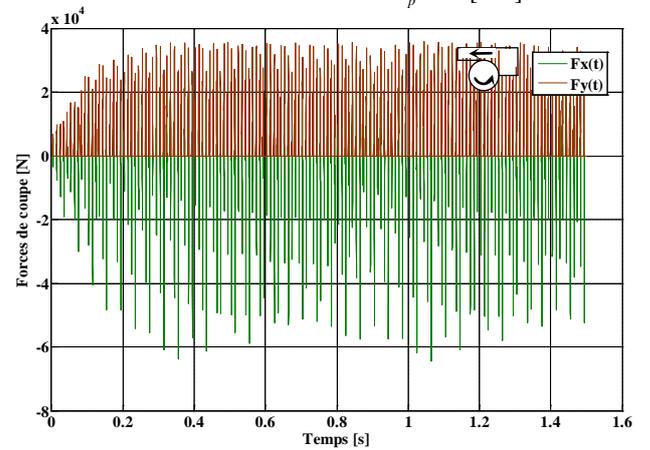
➤ 2<sup>ème</sup> cas : Fraisage en avalanta) Déplacements de la fraise pour  $A_p = 8[mm]$ b) Forces de coupe pour  $A_p = 8[mm]$ c) Déplacements de la fraise pour  $A_p = 20[mm]$ d) Forces de coupe pour  $A_p = 20[mm]$ e) Déplacements de la fraise pour  $A_p = 30[mm]$ f) Forces de coupe pour  $A_p = 30[mm]$ 

Figure IV-6 : réponses dynamique pour le fraisage en avalant avec différents valeurs de ( $A_p$ ):  $N_T = 1$  dent,  $N = 6000$  [tr / min],  $\beta_h = 0^\circ$ ,  $f_t = 0.15$  [mm / dent],  $D = 20$  [mm],  $d_r = 12$  [mm],  $k_x = k_y = 40 \cdot 10^6$  [N / m],  $c_x = c_y = 1800$  [N.s / m],  $m_x = m_y = 4$  [Kg]

La figure IV-6 nous montre la réponse dynamique pour le cas du fraisage en avalant, donc nous avons les mêmes remarques du fraisage en opposition, le fraisage est stable pour une valeur de profondeur de coupe axiale  $A_p = 8 [mm]$ , puis pour des valeurs supérieures, le fraisage devient instable.

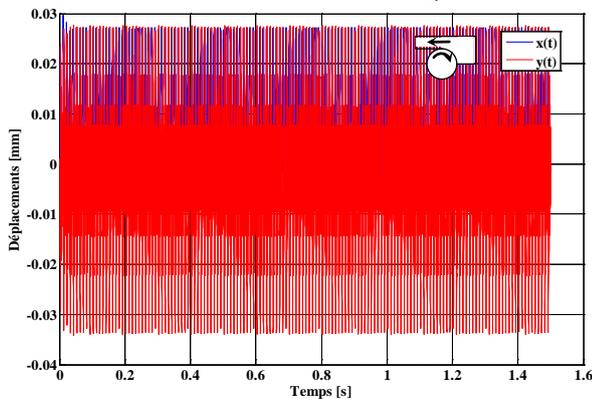
Comme conclusion, on peut dire que la profondeur de passe axiale est une valeur qui influe sur les valeurs des déplacements de la fraise et sur les efforts de coupe, et on peut dire aussi que cette valeur influe sur la stabilité du système usinant, et ça s'explique par le passage de la zone stable à la zone instable des lobes de stabilité pour une même vitesse de rotation de la broche de la fraise.

On remarque aussi que pour des cas stable de fraisage, les déplacements de la fraise dans le cas du fraisage en opposition, sont inférieurs par rapport au fraisage en avalant, donc le fraisage en opposition nous donne des qualités de surfaces de meilleur percions et il est conseillé de l'utiliser pour le travaille de finition, par contre, le fraisage en avalant, il vaut mieux l'utiliser pour les travaux d'ébauche généralement.

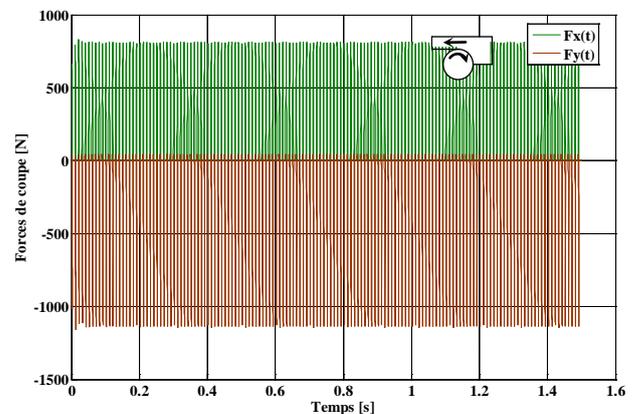
## IV-6-2 Influence de l'avance par dent :

### ➤ 1<sup>er</sup> cas : Fraisage en opposition

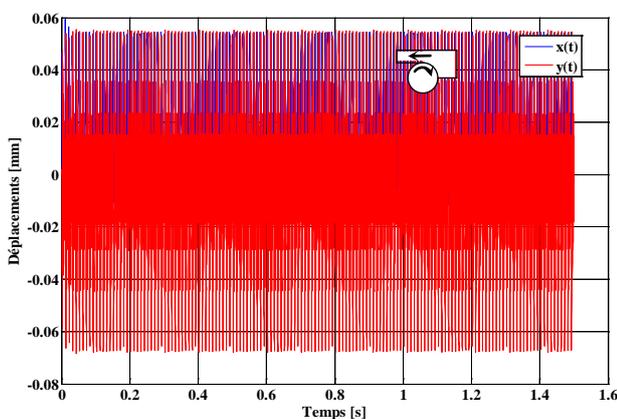
a) Déplacements de la fraise pour  $f_t = 0.1 [mm / dent]$



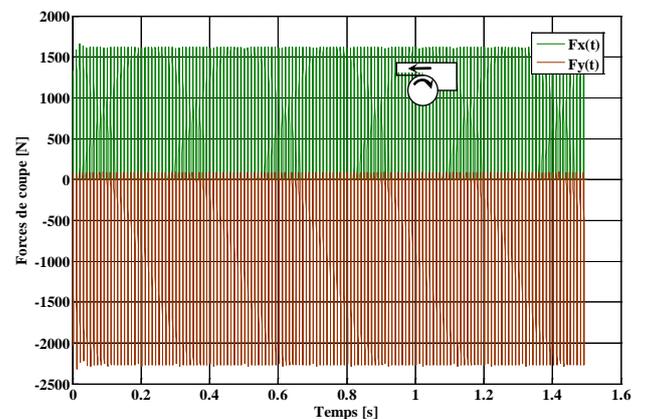
b) Forces de coupe pour  $f_t = 0.1 [mm / dent]$



c) Déplacements de la fraise pour  $f_t = 0.2 [mm / dent]$



d) Forces de coupe pour  $f_t = 0.2 [mm / dent]$



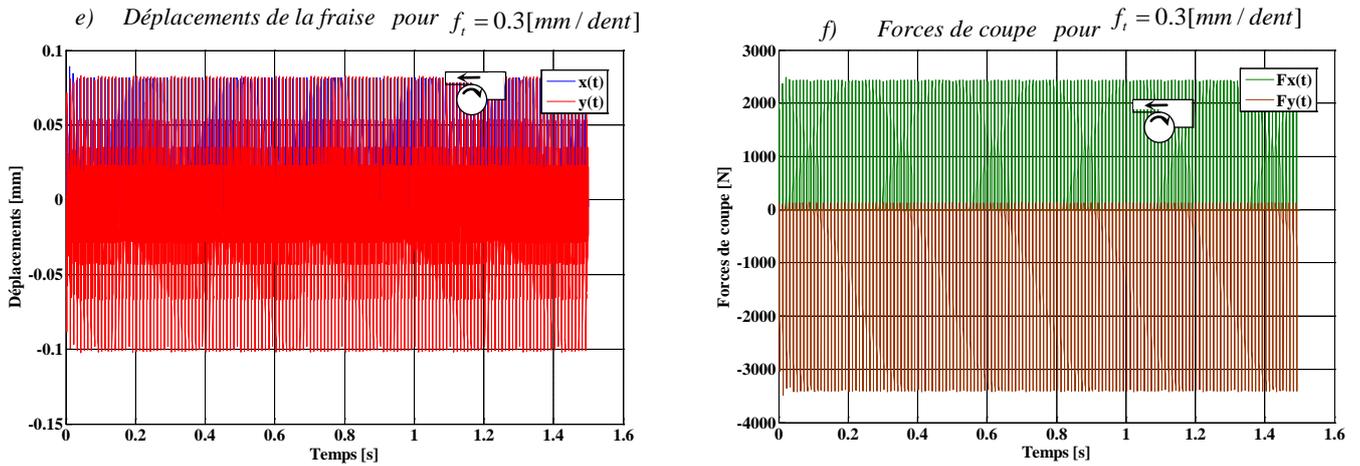
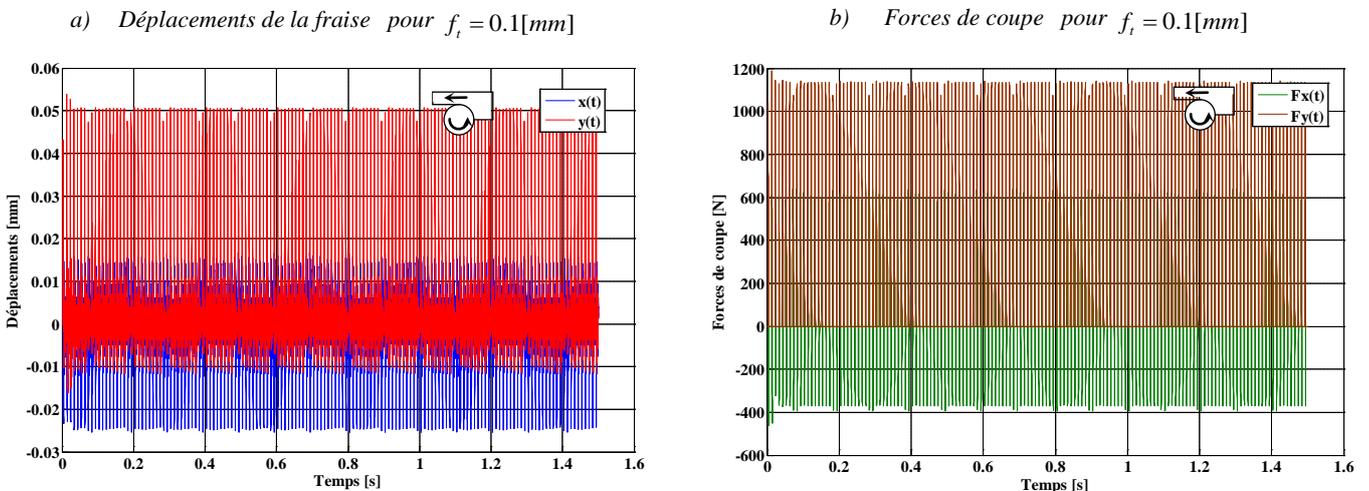


Figure IV-7 : réponses dynamique pour le fraisage en opposition avec différents valeurs de l'avance par dent ( $f_t$ ):  $N_T = 1 \text{ dent}$ ,  $N = 6000 \text{ [tr / min]}$ ,  $\beta_h = 0^\circ$ ,  $A_p = 8 \text{ [mm]}$ ,  
 $D = 20 \text{ [mm]}$ ,  $d_r = 12 \text{ [mm]}$ ,  $k_x = k_y = 40.10^6 \text{ [N / m]}$ ,  $c_x = c_y = 1800 \text{ [N.s / m]}$ ,  
 $m_x = m_y = 4 \text{ [Kg]}$

La figure IV-7 nous montre la réponse dynamique pour différents valeurs de l'avance par dent ( $f_t$ ). Pour le cas de fraisage en opposition, on remarque que l'augmentation de l'avance par dent conduit à l'augmentation des valeurs des déplacements de la fraise ainsi les efforts de coupe, mais le fraisage reste stable. On remarque clairement que les graphes des déplacements et des efforts de coupe gardent les mêmes formes d'allures mais avec une augmentation de l'amplitude.

➤ 2<sup>ème</sup> cas : Fraisage en avalant



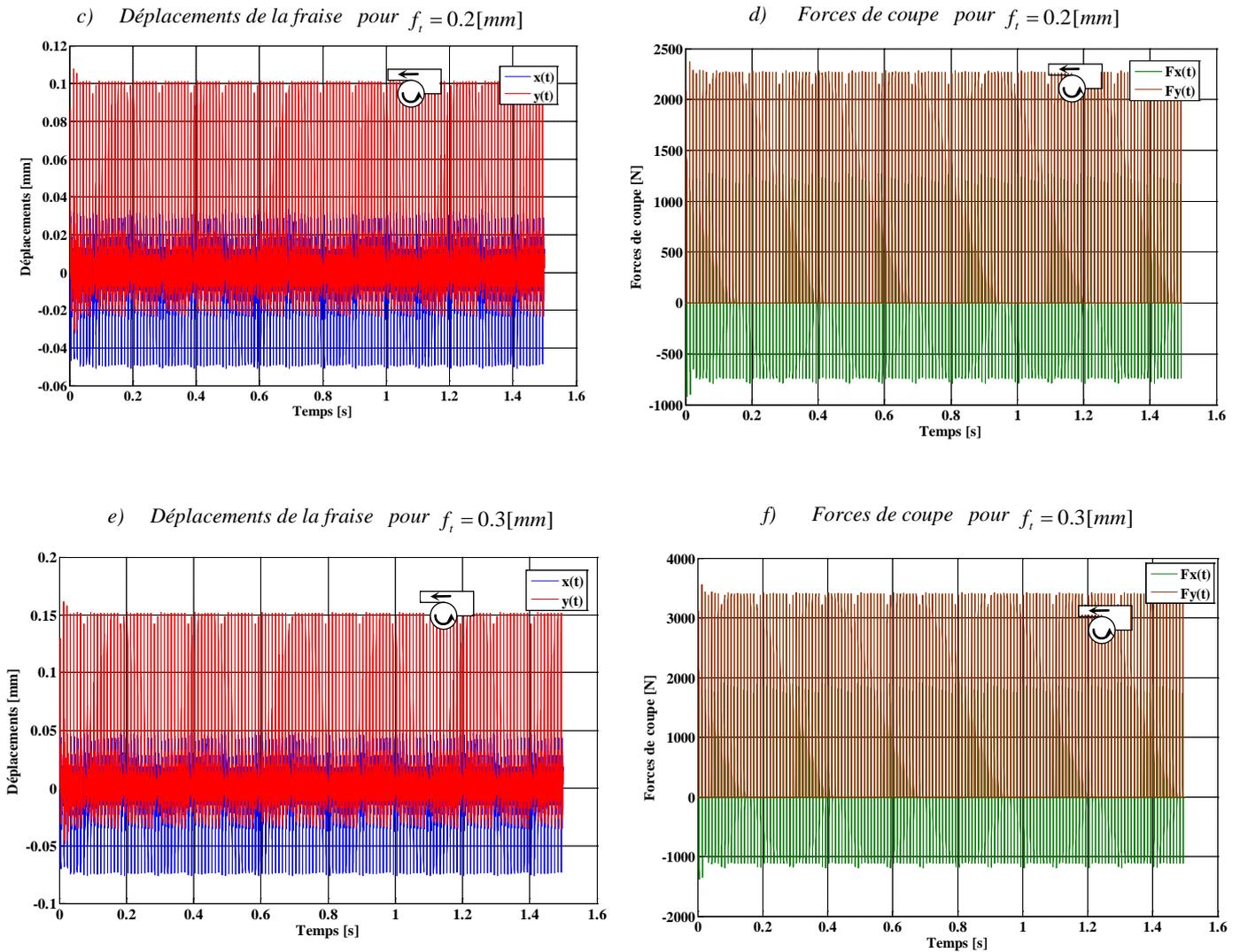


Figure IV-8: réponses dynamique pour le fraisage en avalant avec différents valeurs de l'avance par dent ( $f_t$ ):  $N_T = 1 \text{ dent}$ ,  $N = 6000 [tr / min]$ ,  $\beta_h = 0^\circ$ ,  $A_p = 8 [mm]$ ,

$$D = 20 [mm], d_r = 12 [mm], k_x = k_y = 40.10^6 [N / m], c_x = c_y = 1800 [N.s / m],$$

$$m_x = m_y = 4 [Kg]$$

Pour le fraisage en avalant, on remarque aussi que si on augmente la valeur de l'avance par dent, les déplacements de la fraise et les efforts de coupe augmentent aussi et les graphes gardent les mêmes formes d'allures mais les amplitudes augmentent et l'opération du fraisage reste stable (Figure IV-8).

En conclusion, on peut dire que les valeurs d'avance par dent n'influent pas sur la stabilité d'usinage pour les deux types fraisage ; mais elles influent sur les valeurs des forces de coupe et des déplacements de la fraise dans la matière de la pièce usinée.

### IV-6-3 Influence du nombre de dents de la fraise :

➤ 1<sup>er</sup> cas : Fraisage en opposition

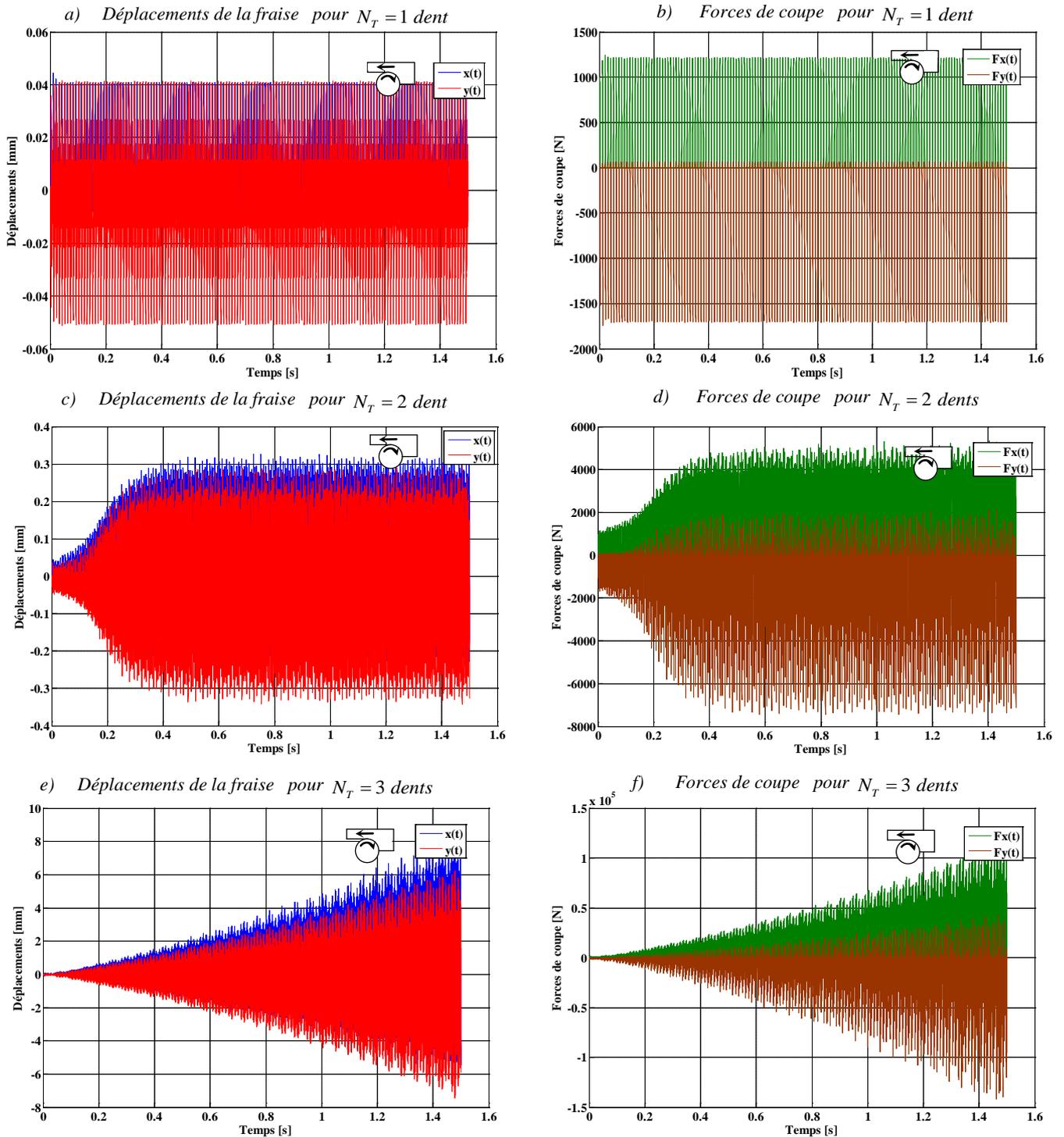
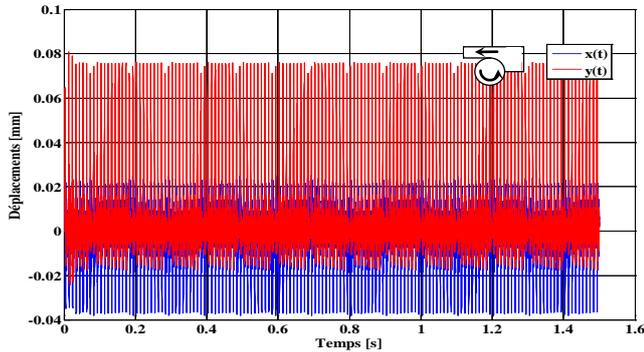


Figure IV-9: réponses dynamique pour le fraisage en opposition avec différents valeurs de nombre de dents ( $N_T$ ):  $f_t = 0.15$  [mm/dent],  $N = 6000$  [tr/min],  $\beta_h = 0^\circ$ ,  $A_p = 8$  [mm],  $D = 20$  [mm],  $d_r = 12$  [mm],  $k_x = k_y = 40 \cdot 10^6$  [N/m],  $c_x = c_y = 1800$  [N.s/m],  $m_x = m_y = 4$  [Kg]

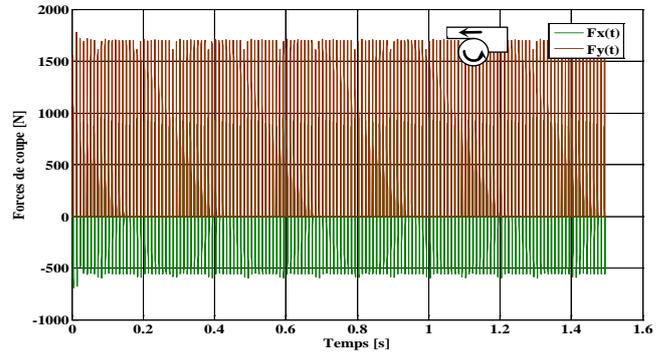
La Figure IV-9 nous montre la réponse dynamique pour le fraisage en opposition, on remarque que pour le cas de fraisage stable et si on augmente le nombre de dents de la fraise en gardant les mêmes paramètres de coupe le processus d'usinage devient instable

➤ 2<sup>ème</sup> cas : Fraisage en avalant

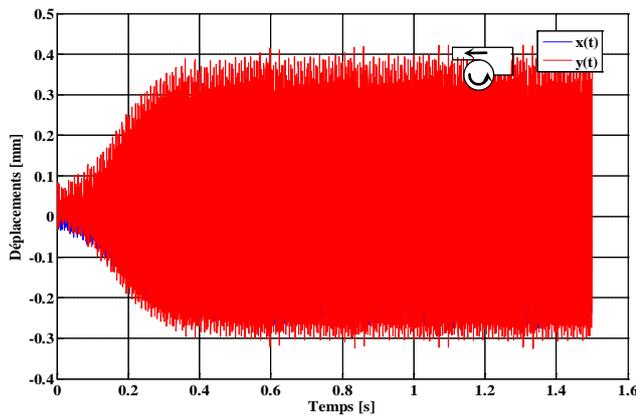
a) Déplacements de la fraise pour  $N_T = 1$  dent



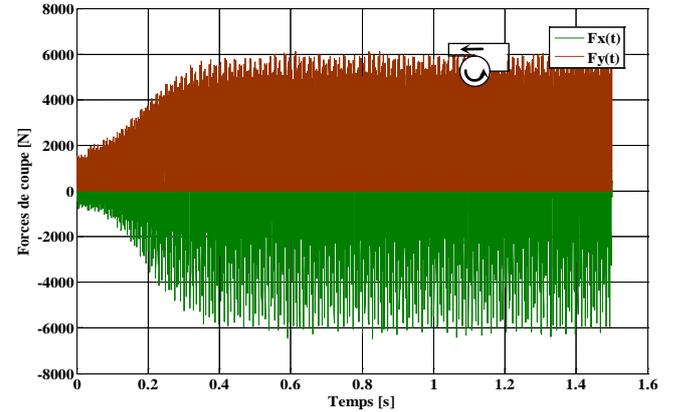
b) Forces de coupe pour  $N_T = 1$  dent



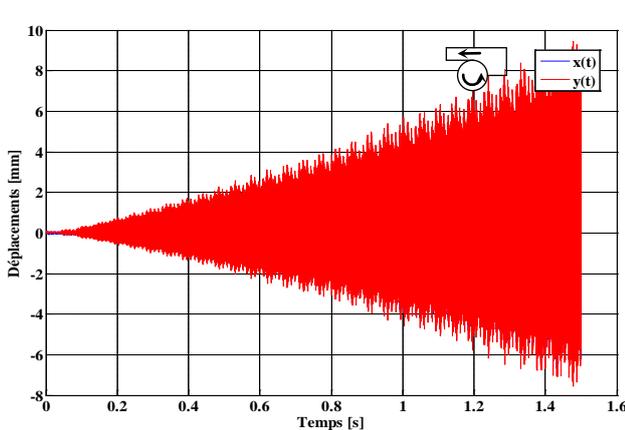
c) Déplacements de la fraise pour  $N_T = 2$  dents



d) Forces de coupe pour  $N_T = 2$  dents



e) Déplacements de la fraise pour  $N_T = 3$  dents



f) Forces de coupe pour  $N_T = 3$  dents

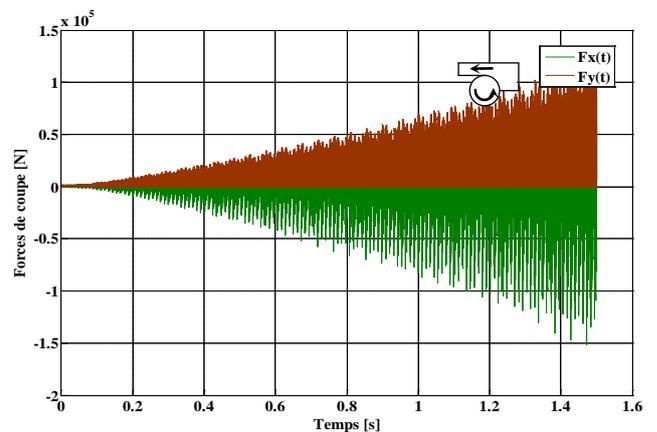


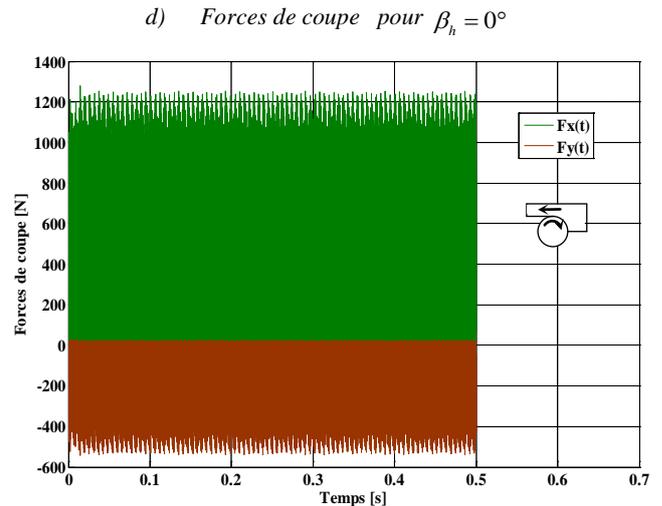
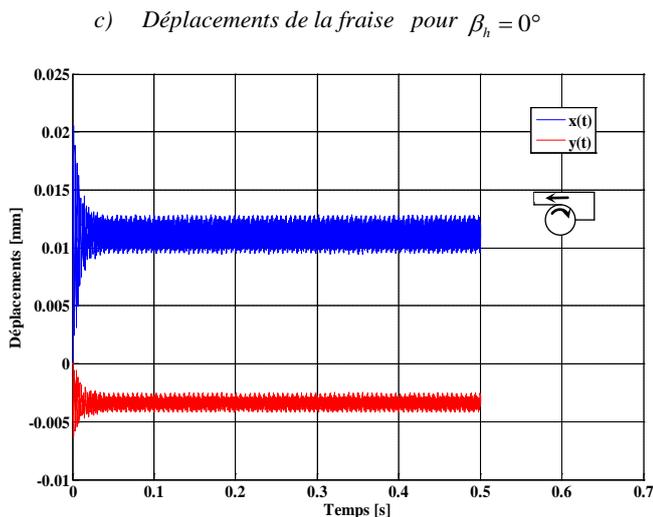
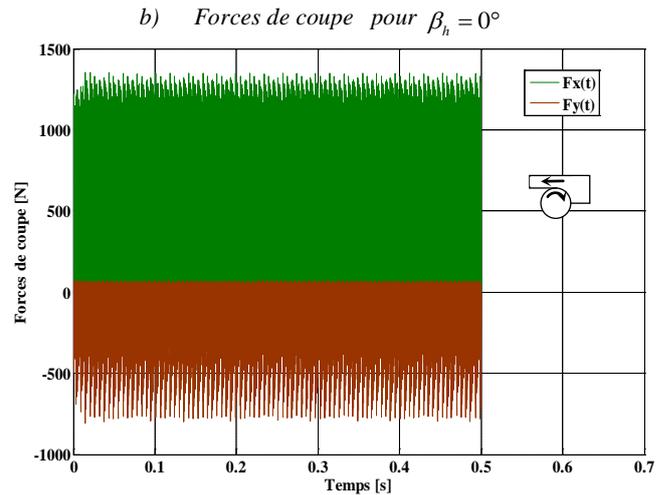
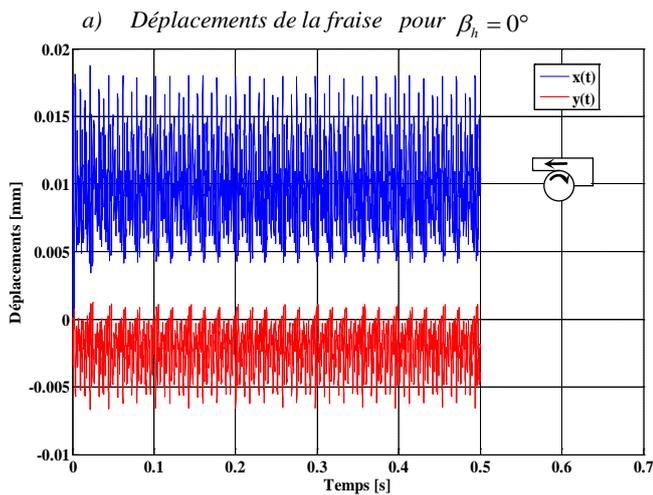
Figure IV-10 : réponses dynamique pour le fraisage en avalant avec différents valeurs de nombre de dents ( $N_T$ ):  $f_t = 0.15 [mm / dent]$ ,  $N = 6000 [tr / min]$ ,  $\beta_h = 0^\circ$ ,  $A_p = 8 [mm]$ ,  $D = 20 [mm]$ ,  $d_r = 12 [mm]$ ,  $k_x = k_y = 40.10^6 [N / m]$ ,  $c_x = c_y = 1800 [N.s / m]$ ,  $m_x = m_y = 4 [Kg]$

Les figures IV-10 et IV-11 nous montrent qu'à chaque fois qu'on augmente le nombre de dents de la fraise, les valeurs des forces de coupe et des déplacements de la fraise augmentent aussi ; mais le processus d'usinage ne sera pas stable pour les deux cas du fraisage en opposition et en avalant.

En conclusion, et selon Budak [69], on peut dire que pour les mêmes paramètres de coupe, l'augmentation du nombre de dents de la fraise peut causer l'instabilité de l'usinage

#### IV-6-4 Influence de l'angle de l'hélice de la fraise :

➤ 1<sup>er</sup> cas : fraisage en opposition



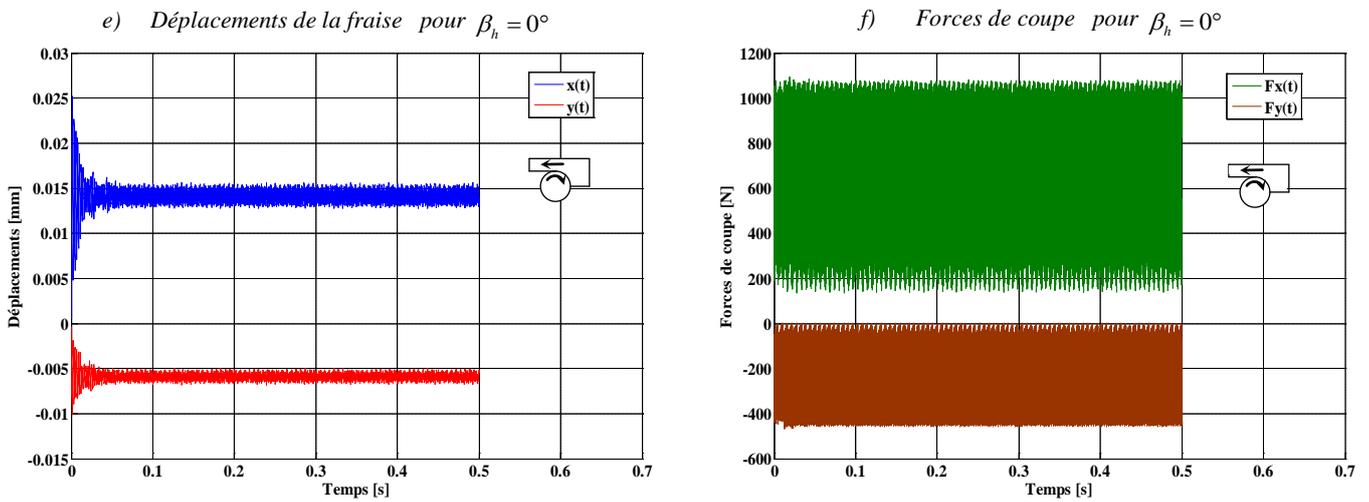
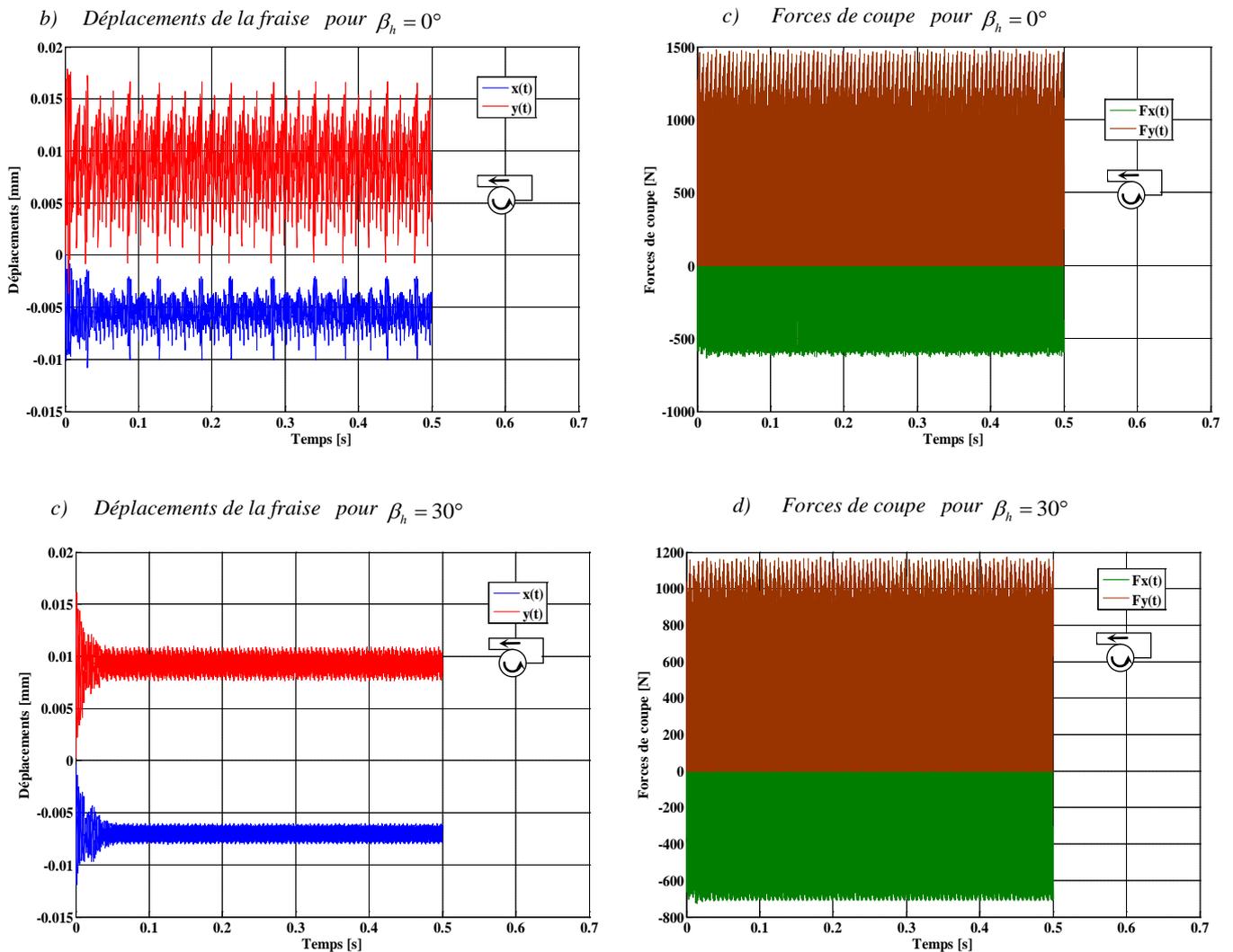


Figure IV-11 : réponses dynamique pour le fraisage en opposition avec différents valeurs de l'angle de l'hélice ( $\beta_h$ ):  $f_t = 0.15 [mm / dent]$ ,  $N = 21600 [tr / min]$ ,  $N_T = 4 dents$ ,  $A_p = 8 [mm]$ ,  $D = 20 [mm]$ ,  $k_{AB} = 500.10^6 [N / m^2]$ ,  $d_r = 4 [mm]$ ,  $k_x = k_y = 46.10^6 [N / m]$ ,  $c_x = c_y = 1800 [N.s / m]$ ,  $m_x = m_y = 6 [Kg]$

➤ 2<sup>ème</sup> cas : fraisage en avalant



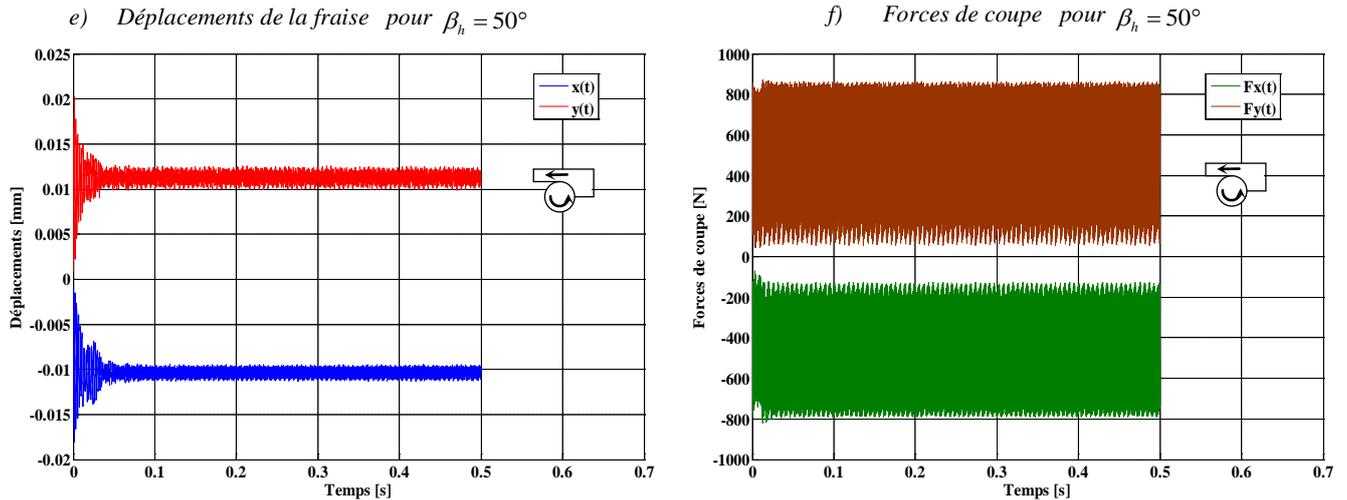


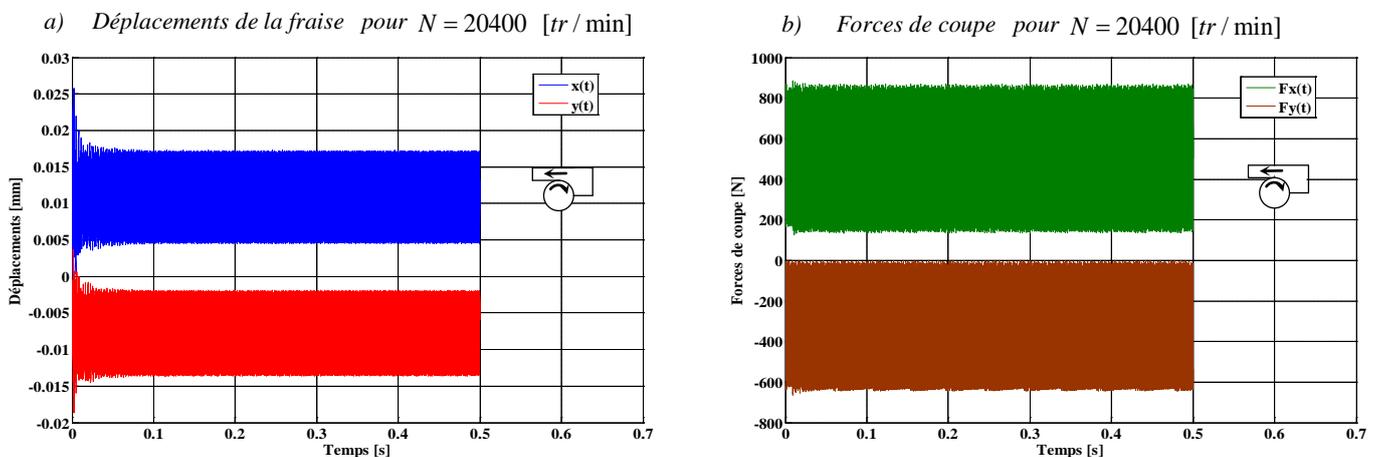
Figure IV-12 : réponses dynamique pour le fraisage en avalant avec différents valeurs de l'angle de l'hélice ( $\beta_h$ ):  $f_t = 0.15 [mm/dent]$ ,  $N = 21600 [tr/min]$ ,  $N_T = 4 dents$ ,  $A_p = 8 [mm]$ ,  $D = 20 [mm]$ ,  $k_{AB} = 500.10^6 [N/m^2]$ ,  $d_r = 4 [mm]$ ,  $k_x = k_y = 46.10^6 [N/m]$ ,  $c_x = c_y = 1800 [N.s/m]$ ,  $m_x = m_y = 6 [Kg]$

Les figures IV-11 et IV-12 nous montre qu'à chaque fois qu'on augmente l'angle de l'hélice de la fraise, les valeurs des efforts de coupe et des déplacements de la fraise diminuent pour les cas du fraisage en opposition et en avalant.

En conclusion, on peut dire que l'augmentation de l'angle de l'hélice de la fraise réduit les efforts de coupe et les déplacements lors du fraisage périphérique ; ce qui permet l'amélioration de la qualité des surfaces obtenues par ce processus de fraisage.

#### IV-6-5 Influence de la vitesse de rotation de la broche de la fraise :

➤ 1<sup>er</sup> cas : fraisage en opposition



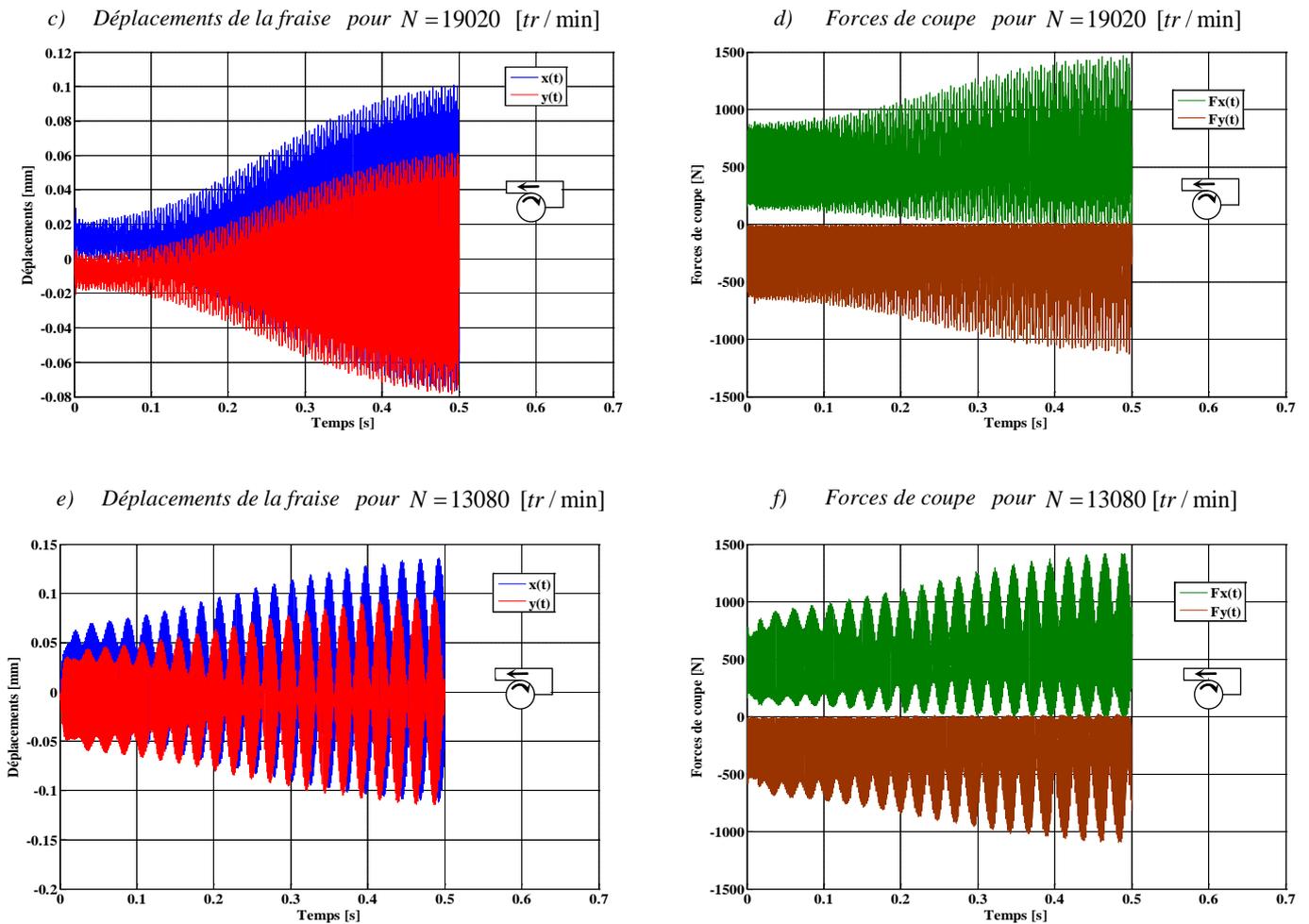


Figure IV-13 : réponses dynamique pour le fraisage en opposition avec différents valeurs de la vitesse de rotation de la broche ( $N$ ):  $f_t = 0.15$  [mm / dent],  $N_T = 3$  dents,  $\beta_h = 50^\circ$ ,  $A_p = 8$  [mm],  $D = 20$  [mm],  $k_{AB} = 200 \cdot 10^6$  [N / m<sup>2</sup>],  $d_r = 14$  [mm],  $k_x = k_y = 46 \cdot 10^6$  [N / m],  $c_x = c_y = 1000$  [N.s / m],  $m_x = m_y = 4.5$  [Kg]

Pour le fraisage en opposition, les figures IV-13-a et IV-13-b nous montrent qu'avec ces conditions de coupe et avec une vitesse de rotation de la broche  $N = 20400$  [tr / min], après un régime transitoire ; les forces de coupe et les déplacements de la fraise se stabilisent avec le temps, et donc nous sommes dans un régime d'usinage stable.

Avec une vitesse de rotation de la broche de la fraise  $N = 19020$  [tr / min] (figures IV-13-c et IV-13-d), les forces de coupe et les déplacements de la fraise augmentent et tendent vers l'excitation, et donc nous sommes dans un régime d'usinage instable ; car avec cette vitesse de rotation de la broche et cette profondeur de passe axiale, nous avons dépassé les limites de stabilité d'usinage.

Avec une vitesse de rotation de la broche de la fraise  $N = 13080$  [tr / min] (figures IV-13-e et IV-13-f), les forces de coupe et les déplacements de la fraise atteignent des valeurs

maximales ; car cette vitesse de rotation de la broche correspond à l'une des fréquences propres de la machine-outil et on est en présence du phénomène de la résonance.

➤ 2<sup>ème</sup> cas : fraisage en avalant

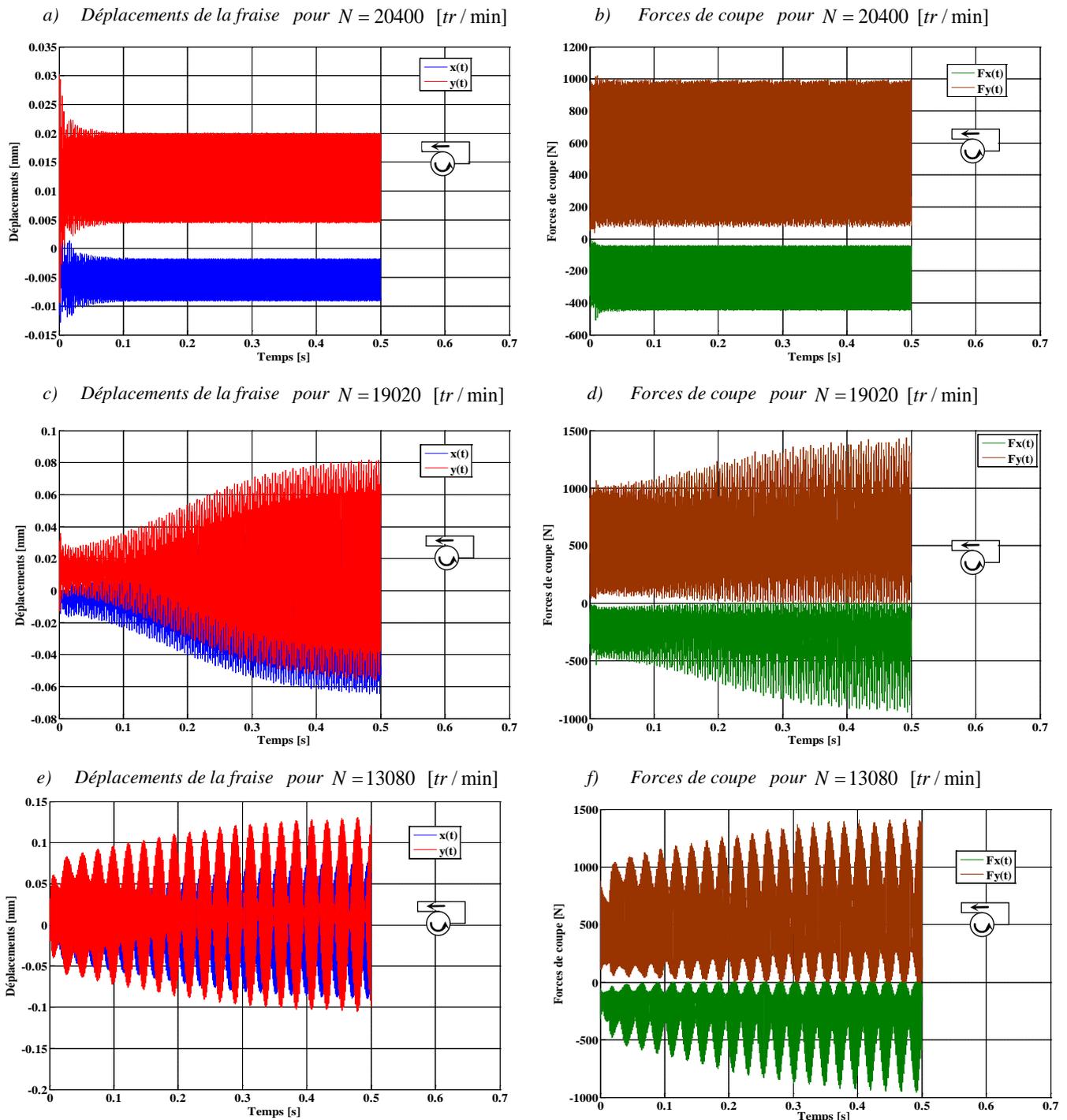


Figure IV-14 : réponses dynamique pour le fraisage en avalant avec différents valeurs de la vitesse de rotation de la broche ( $N$ ):  $f_t = 0.15$  [mm / dent],  $N_T = 3$  dents,  $\beta_h = 50^\circ$ ,  $A_p = 8$  [mm],  $D = 20$  [mm],  $k_{AB} = 200 \cdot 10^6$  [N / m<sup>2</sup>],  $d_r = 14$  [mm],  $k_x = k_y = 46 \cdot 10^6$  [N / m],  $c_x = c_y = 1000$  [N.s / m],  $m_x = m_y = 4.5$  [Kg]

Pour le fraisage en avalant, les figures IV-14-a et IV-14-b nous montrent qu'avec ces paramètres de coupe et une vitesse de rotation de la broche  $N = 20400$  [tr/min], le processus d'usinage est stable.

Mais avec une vitesse de rotation de la broche  $N = 19020$  [tr/min] (figures IV-14-c et IV-14-d), le processus d'usinage n'est pas stable ; car avec cette vitesse de rotation de la broche de la fraise et avec cette profondeur de passe axiale, nous avons dépassé les limites de stabilité d'usinage.

On remarque aussi qu'avec une vitesse de rotation de la broche  $N = 13080$  [tr/min] (figures IV-14-e et IV-14-f) qui correspond à l'une des fréquences propres de la machine-outil, le processus du fraisage n'est pas stable et le système tend vers l'excitation ;

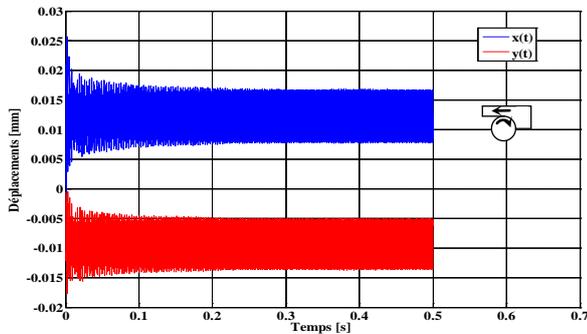
En conclusion, et pour le cas du fraisage périphérique, on peut dire que la vitesse de rotation de la broche de la fraise influe sur la stabilité d'usinage pour les deux cas du fraisage en opposition et en avalant.

## IV-7 Influence des caractéristiques dynamiques de la machine-outil

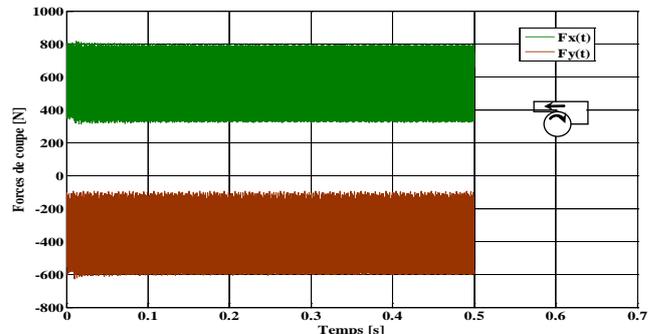
### IV-7-1 Influence de la masse de la fraise

➤ 1<sup>er</sup> cas : fraisage en opposition

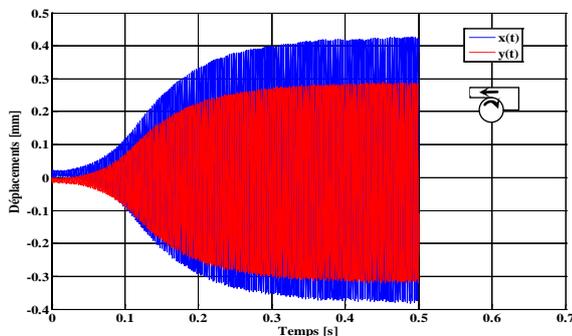
a) Déplacements de la fraise pour  $m_x = m_y = 2.5$  [Kg]



b) Forces de coupe pour  $m_x = m_y = 2.5$  [Kg]



c) Déplacements de la fraise pour  $m_x = m_y = 6.7$  [Kg]



d) Forces de coupe pour  $m_x = m_y = 6.7$  [Kg]

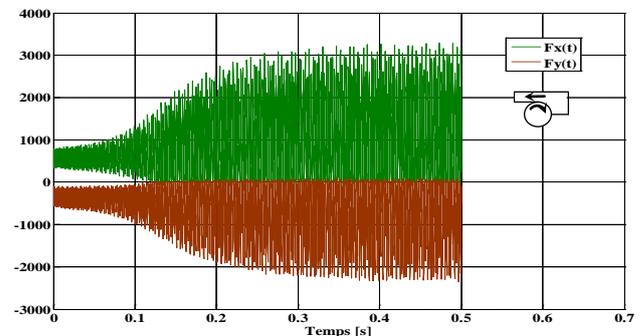


Figure IV-15 : réponses dynamique pour le fraisage en opposition avec différents valeurs de la masse de la fraise ( $m_x$ ) et ( $m_y$ ):  $f_t = 0.15$  [mm/dent],  $N = 20400$  [tr/min],

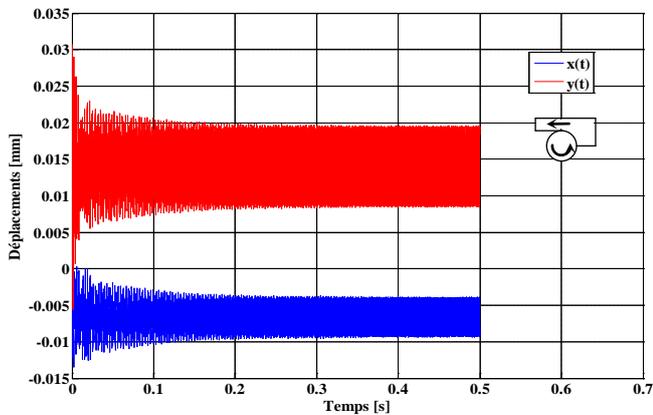
$$N_T = 3 \text{ dents}, \beta_h = 45^\circ, A_p = 8 \text{ [mm]}, D = 20 \text{ [mm]}, k_{AB} = 200 \cdot 10^6 \text{ [N/m}^2\text{]},$$

$$d_r = 14 \text{ [mm]}, k_x = k_y = 46 \cdot 10^6 \text{ [N/m]}, c_x = c_y = 1000 \text{ [N.s/m]},$$

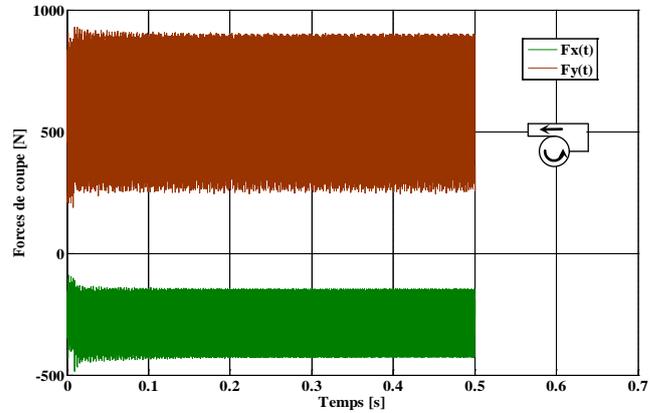
La figure IV-15 nous montre que pour le fraisage en opposition, si on augmente les valeurs des masses ( $m_x$ ) et ( $m_y$ ), les forces de coupe et les déplacements de la fraise augmentent et le processus d'usinage tend vers l'excitation, et donc le processus d'usinage ne sera pas stable.

➤ 2<sup>ème</sup> cas : fraisage en avalant

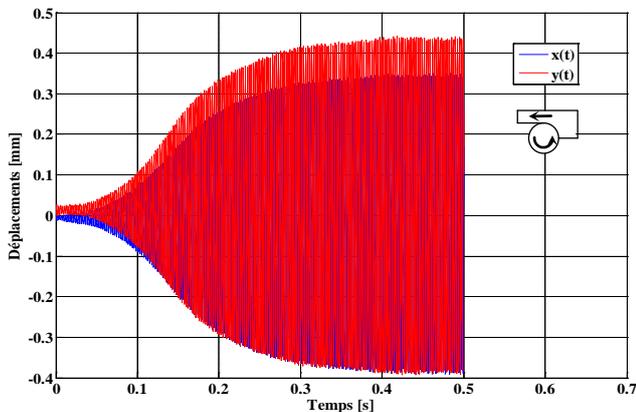
a) Déplacements de la fraise pour  $m_x = m_y = 2.5$  [Kg]



b) Forces de coupe pour  $m_x = m_y = 2.5$  [Kg]



c) Déplacements de la fraise pour  $m_x = m_y = 6.7$  [Kg]



d) Forces de coupe pour  $m_x = m_y = 6.7$  [Kg]

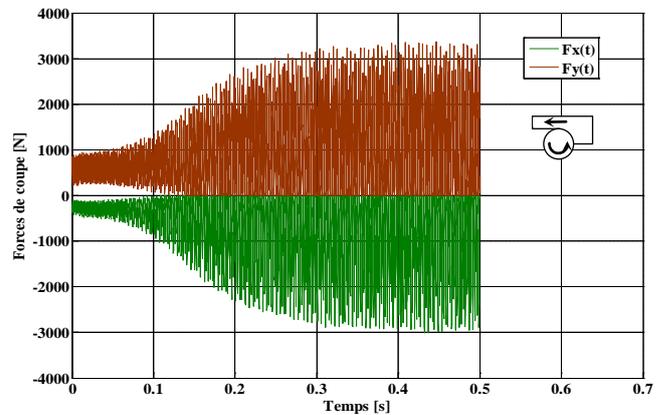


Figure IV-16 : réponses dynamique pour le fraisage en avalant avec différents valeurs de la masse de la fraise ( $m_x$ ) et ( $m_y$ ):  $f_t = 0.15$  [mm/dent],  $N = 20400$  [tr/min],  $N_T = 3$  dents,  $\beta_h = 45^\circ$ ,  $A_p = 8$  [mm],  $D = 20$  [mm],  $k_{AB} = 200 \cdot 10^6$  [N/m<sup>2</sup>],  $d_r = 14$  [mm],  $k_x = k_y = 46 \cdot 10^6$  [N/m],  $c_x = c_y = 1000$  [N.s/m],

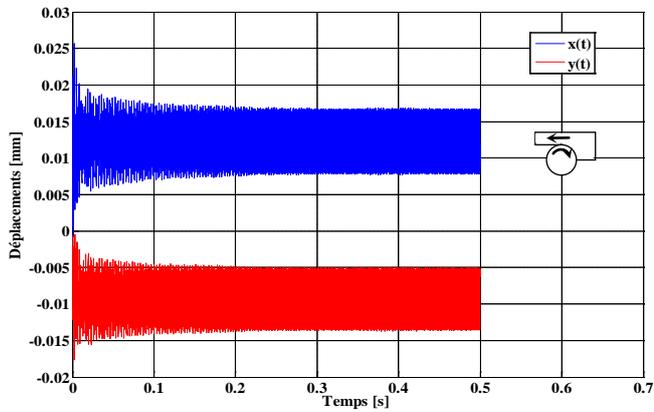
La figure IV-16 nous montre que pour le fraisage en avalant, si on augmente les valeurs des masses ( $m_x$ ) et ( $m_y$ ), les valeurs des forces de coupe et des déplacements de la fraise augmentent et le processus d'usinage tend vers l'excitation aussi. Le processus d'usinage ne sera donc pas stable.

En conclusion, on peut dire que l'augmentation de la masse de la fraise diminue la stabilité d'usinage pour les cas du fraisage en opposition et en avalant ; et ceci s'explique par l'augmentation des forces d'inertie qui influent sur les forces de coupe.

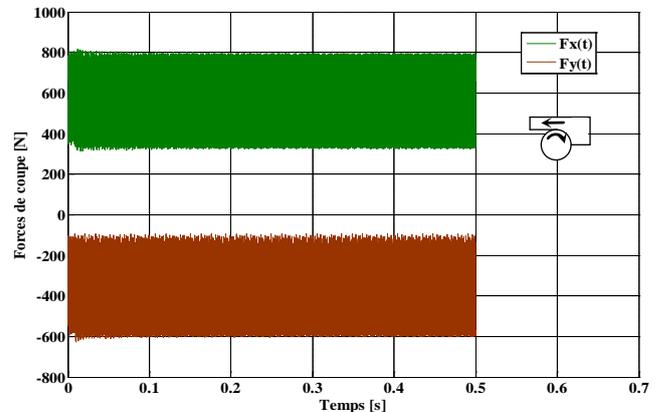
### IV-7-2 Influence de la raideur de la broche de la fraise

➤ 1<sup>er</sup> cas : fraisage en opposition

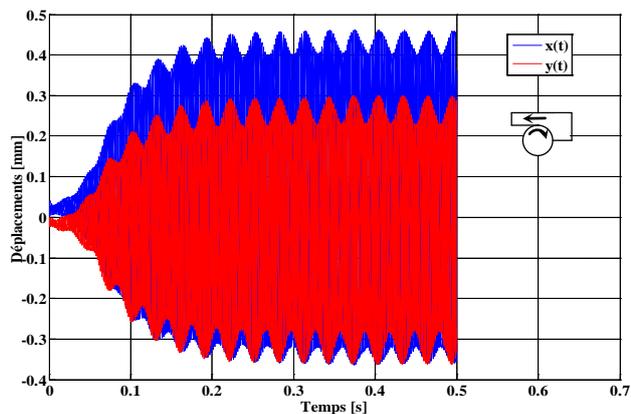
a) Déplacements de la fraise pour  $k_x = k_y = 46.10^6 [N/m]$



b) Forces de coupe pour  $k_x = k_y = 46.10^6 [N/m]$



c) Déplacements de la fraise pour  $k_x = k_y = 27.10^6 [N/m]$



d) Forces de coupe pour  $k_x = k_y = 27.10^6 [N/m]$

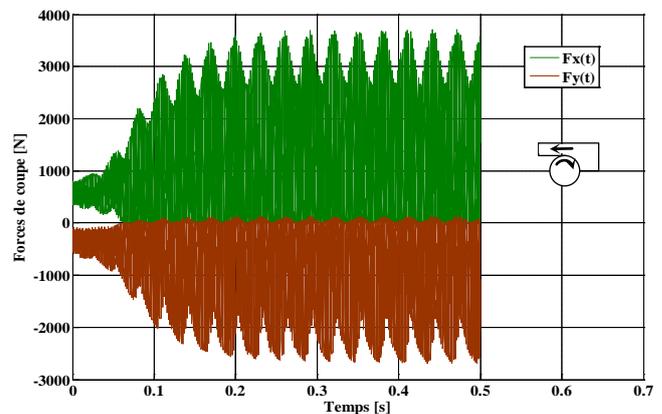


Figure IV-17 : réponses dynamique pour le fraisage en opposition avec différents valeurs de la raideur de la broche la fraise ( $k_x$ ) et ( $k_y$ ):  $f_t = 0.15 [mm/dent]$ ,  $N = 20400 [tr/min]$ ,

$$N_T = 3 \text{ dents}, \beta_h = 45^\circ, A_p = 8 [mm], D = 20 [mm], k_{AB} = 200.10^6 [N/m^2],$$

$$d_r = 14 [mm], m_x = m_y = 2.5 [Kg], c_x = c_y = 1000 [N.s/m],$$

Pour le fraisage en opposition, la figure IV-17 nous montre que si on réduit les raideurs ( $k_x$ ) et ( $k_y$ ) de la fraise : le processus d'usinage devient instable.

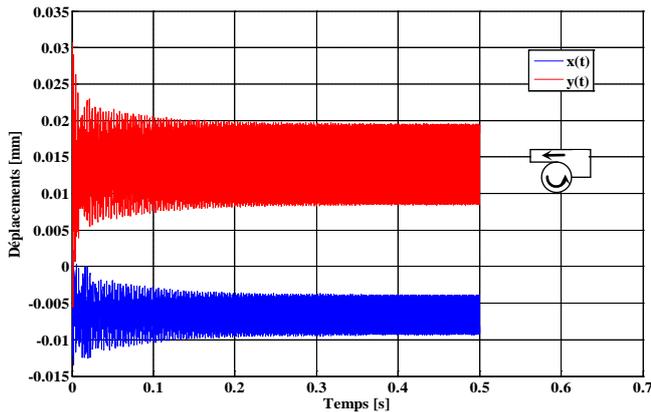
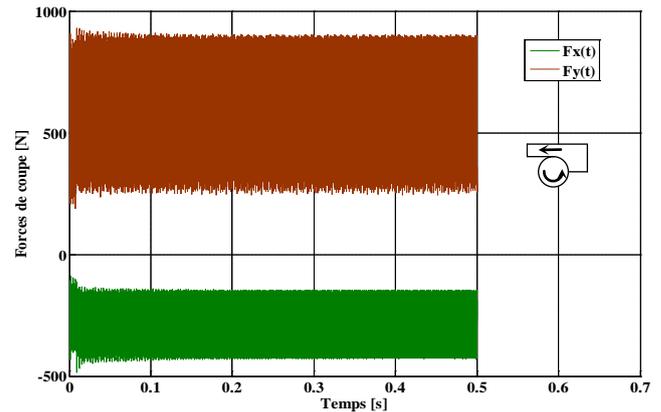
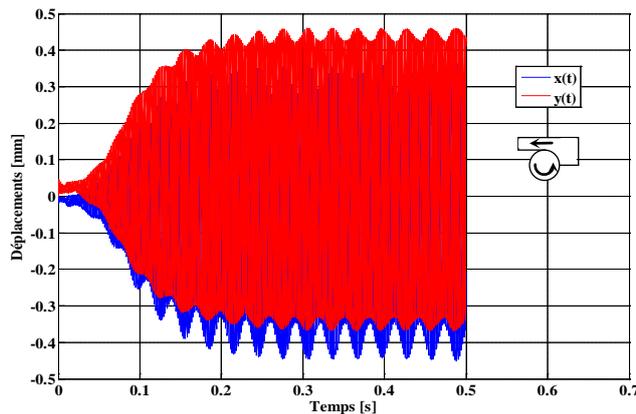
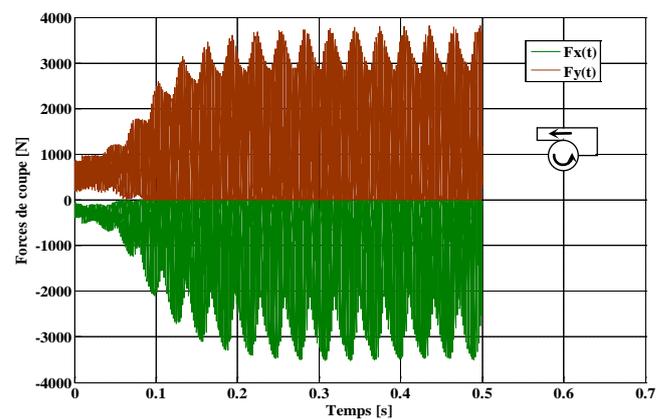
➤ 2<sup>ème</sup> cas : fraisage en avalanta) Déplacements de la fraise pour  $k_x = k_y = 46.10^6 [N/m]$ b) Forces de coupe pour  $k_x = k_y = 46.10^6 [N/m]$ c) Déplacements de la fraise pour  $k_x = k_y = 27.10^6 [N/m]$ d) Forces de coupe pour  $k_x = k_y = 27.10^6 [N/m]$ 

Figure IV-18 : réponses dynamique pour le fraisage en avalant avec différents valeurs de la raideur de la broche la fraise ( $k_x$ ) et ( $k_y$ ):  $f_t = 0.15 [mm/dent]$ ,  $N = 20400 [tr/min]$ ,

$$N_T = 3 \text{ dents}, \beta_h = 45^\circ, A_p = 8 [mm], D = 20 [mm], k_{AB} = 200.10^6 [N/m^2],$$

$$d_r = 14 [mm], m_x = m_y = 2.5 [Kg], c_x = c_y = 1000 [N.s/m],$$

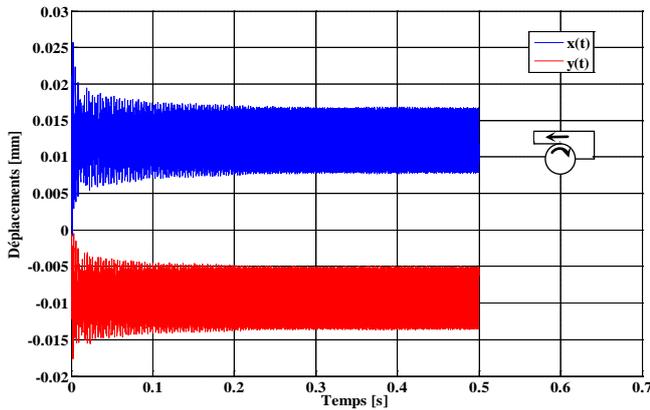
Pour le fraisage en avalant, la figure IV-18 nous montre que si on réduit les raideurs ( $k_x$ ) et ( $k_y$ ), le processus d'usinage sera instable.

En conclusion, pour le fraisage périphérique, on peut dire que la réduction de la rigidité de la machine-outil diminue la stabilité d'usinage pour les cas du fraisage en opposition et en avalant ; et ceci s'explique par l'augmentation de la déflexion de l'outil qui conduit à l'augmentation de la section du copeau.

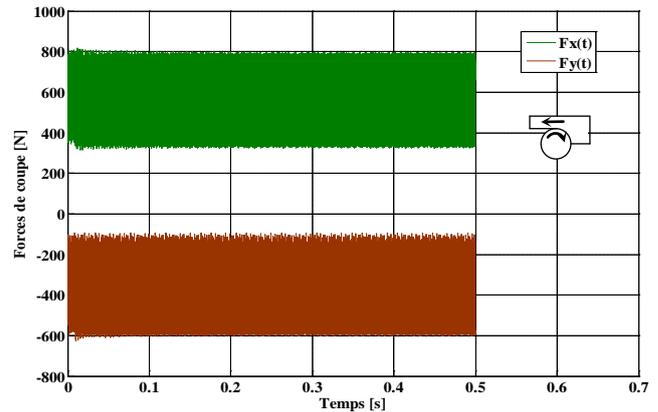
### IV-7-3 Influence du coefficient d'amortissement de la broche de la fraise

➤ 1<sup>er</sup> cas : fraisage en opposition

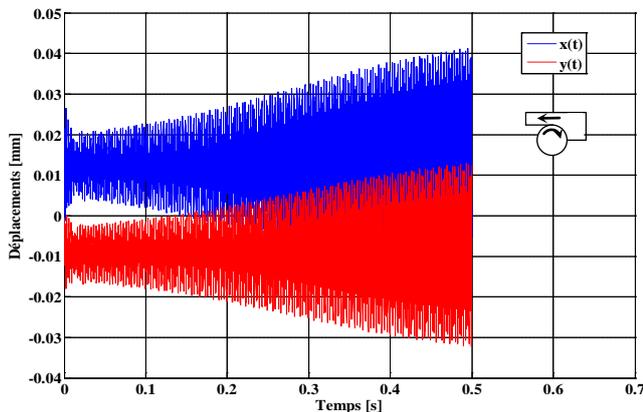
a) Déplacements de la fraise pour  $c_x = c_y = 1000 [N.s/m]$



b) Forces de coupe pour  $c_x = c_y = 1000 [N.s/m]$



c) Déplacements de la fraise pour  $c_x = c_y = 1000 [N.s/m]$



d) Forces de coupe pour  $c_x = c_y = 1000 [N.s/m]$

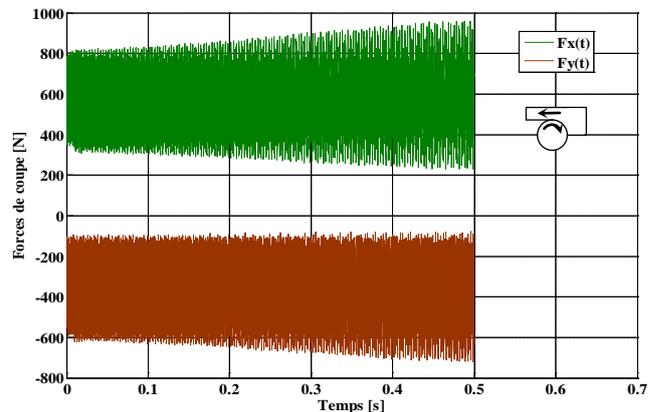


Figure IV-19 : réponses dynamique pour le fraisage en opposition avec différents valeurs du coefficient d'amortissement de la broche de la fraise ( $c_x$ ) et ( $c_y$ ):  $f_t = 0.15 [mm/dent]$ ,

$$N = 20400 [tr/min], N_T = 3 \text{ dents}, \beta_h = 45^\circ, A_p = 8 [mm], D = 20 [mm],$$

$$k_{AB} = 200 \cdot 10^6 [N/m^2], d_r = 14 [mm], m_x = m_y = 2.5 [Kg], k_x = k_y = 46 \cdot 10^6 [N.s/m],$$

Pour le cas du fraisage en opposition, la figure IV-19 nous montre que si on diminue les coefficients d'amortissement ( $c_x$ ) et ( $c_y$ ) le processus d'usinage devient instable.

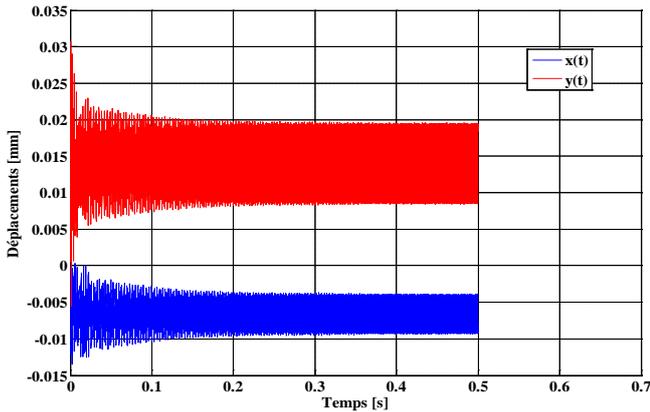
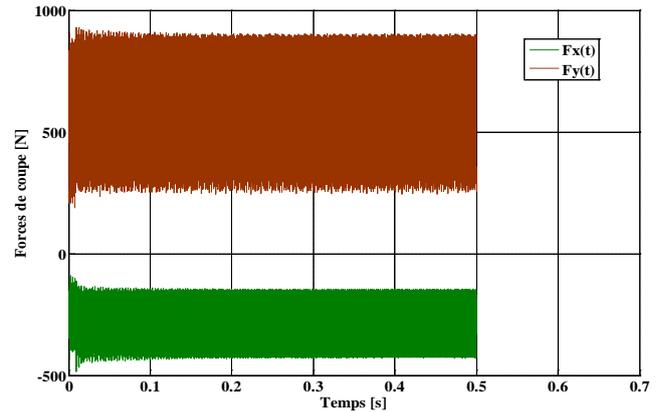
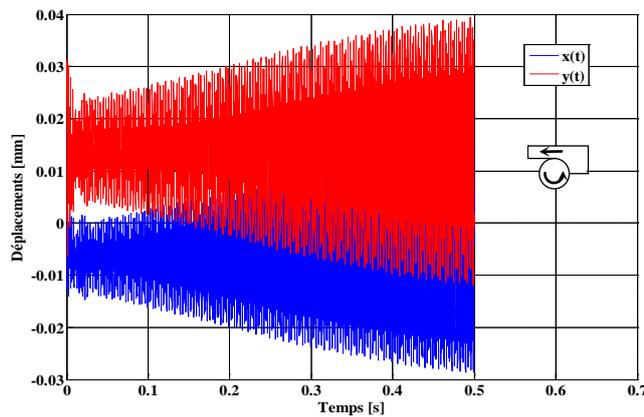
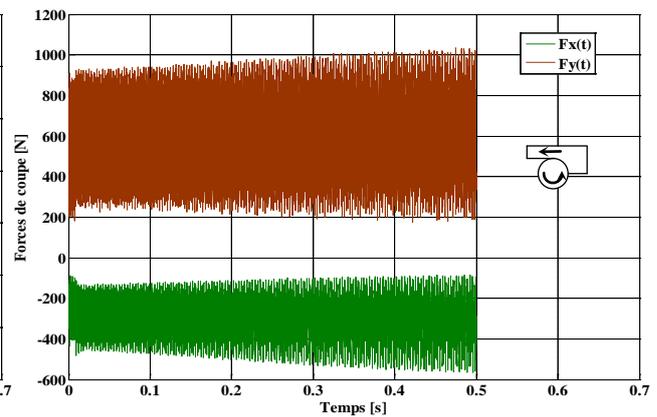
➤ 2<sup>ème</sup> cas : fraisage en avalanta) Déplacements de la fraise pour  $c_x = c_y = 1000[N.s / m]$ b) Forces de coupe pour  $c_x = c_y = 1000[N.s / m]$ c) Déplacements de la fraise pour  $c_x = c_y = 800[N.s / m]$ d) Forces de coupe pour  $c_x = c_y = 800[N.s / m]$ 

Figure IV-20 : réponses dynamique pour le fraisage en opposition avec différents valeurs du coefficient d'amortissement de la broche de la fraise ( $c_x$ ) et ( $c_y$ ):  $f_t = 0.15[mm / dent]$ ,

$$N = 20400[tr / min], N_T = 3 \text{ dents}, \beta_h = 45^\circ, A_p = 8 [mm], D = 20 [mm],$$

$$k_{AB} = 200.10^6 [N / m^2], d_r = 14 [mm], m_x = m_y = 2.5 [Kg], k_x = k_y = 46.10^6 [N.s / m],$$

Pour le fraisage en avalant, la figure IV-20 nous montre que si on diminue les coefficients d'amortissement ( $c_x$ ) et ( $c_y$ ) le processus d'usinage devient instable.

En conclusion, pour le fraisage périphérique, on peut dire que la diminution des coefficients d'amortissements réduit la stabilité de l'usinage pour les cas du fraisage en opposition et en avalant ; et ceci s'explique par la diminution d'absorption des vibrations qui influent sur l'épaisseur du copeau et qui favorise l'effet régénératif.

## IV-8 Relation entre les déplacements et les vitesses de déplacement de la fraise dans la matière

Dans les travaux qui ont été fait sur la modélisation en régime dynamique des opérations de tournage et de fraisage, on préconise la représentation instantanée de la vitesse de déplacement de l'outil dans la matière en fonction de son déplacement ; dans le but de différencier les états d'usinage stables et instables. Ce travail de simulation illustré dans ce dernier paragraphe est fait pour les deux modes de fraisage : en opposition et en avalant.

➤ 1<sup>er</sup> cas : fraisage en opposition

• Cas stable

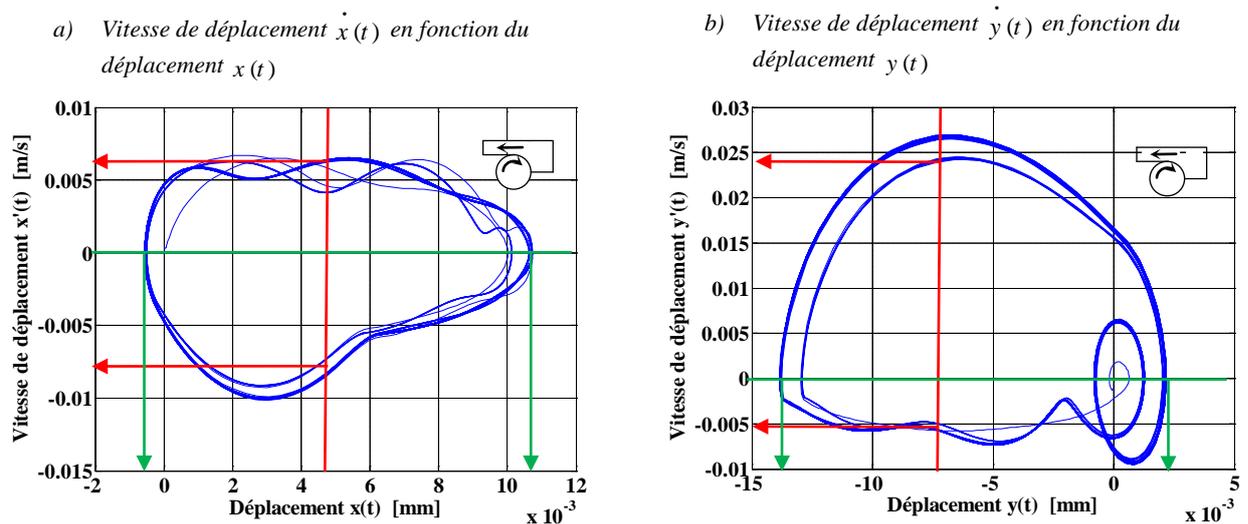


Figure IV-21 : vitesse de déplacement de la fraise en fonction du déplacement :  
 $N = 4200 [tr / min]$ ,  $N_T = 3 [dent]$ ,  $\beta_h = 30^\circ$ ,  $f_t = 0.1 [mm / dent]$ ,  $D = 20 [mm]$ ,  
 $d_r = 12 [mm]$ ,  $A_p = 5 [mm]$ ,  $k_x = k_y = 56.10^6 [N / m]$ ,  $c_x = c_y = 3000 [N s / m]$ ,  
 $m_x = m_y = 1,5 [kg]$ .

Pour ce cas du fraisage en opposition et pour le régime stable de coupe, on constate pour les deux cas de figure (a et b) : pour un même déplacement de l'outil dans la matière, on a deux vitesses de déplacement, soit selon l'axe  $x(t)$  ou bien selon l'axe  $y(t)$ . Pour la valeur positive de la vitesse de déplacement, on explique que l'outil entre dans la matière ; par contre il commence à sortir ou quitte la matière dès que cette vitesse de déplacement prend une valeur négative.

Pour ce mode de fraisage en opposition et pour les deux composantes de la force de coupe, on a proposé l'expression suivante :

$$\begin{cases} m_x \ddot{x} + c_x \dot{x} + k_x x = \sum_{k=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_{m_j}} (P_{1j,k} \cos \phi_{j,k}(t) + P_{2j,k} \sin \phi_{j,k}(t)) \\ m_y \ddot{y} + c_y \dot{y} + k_y y = \sum_{k=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_{m_j}} (-P_{1j,k} \sin \phi_{j,k}(t) + P_{2j,k} \cos \phi_{j,k}(t)) \end{cases}$$

D'après cette équation dynamique du mouvement de la fraise dans la matière et pour le cas particulier de la vitesse de déplacement nulle ( $\dot{x}, \dot{y}$ ), on constate qu'on est en présence de deux valeurs pour le déplacement, l'une qui est positive et l'autre est négative. C'est-à-dire même en négligeant le terme d'amortissement de l'équation dynamique, on est toujours en présence des cycles : pénétration outil dans la matière et recul de l'outil de la matière ; ce qui explique le comportement dynamique du processus du fraisage et surtout lorsqu'on usine des parois minces en UGV.

- Cas instable

c) Vitesse de déplacement  $\dot{y}(t)$  en fonction du déplacement  $y(t)$

d) Vitesse de déplacement  $\dot{x}(t)$  en fonction du déplacement  $x(t)$

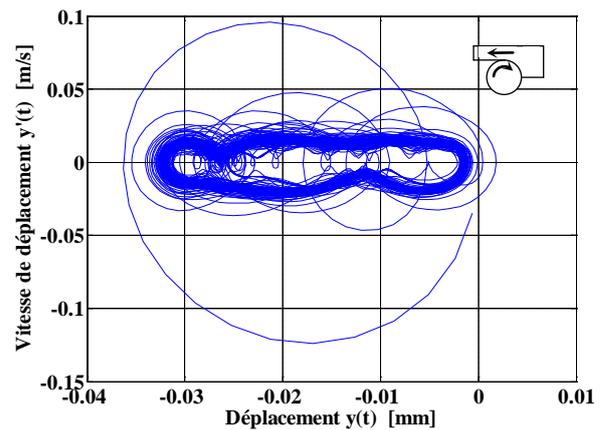
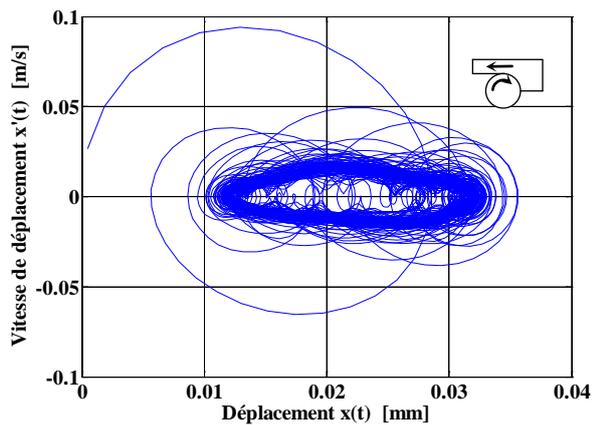


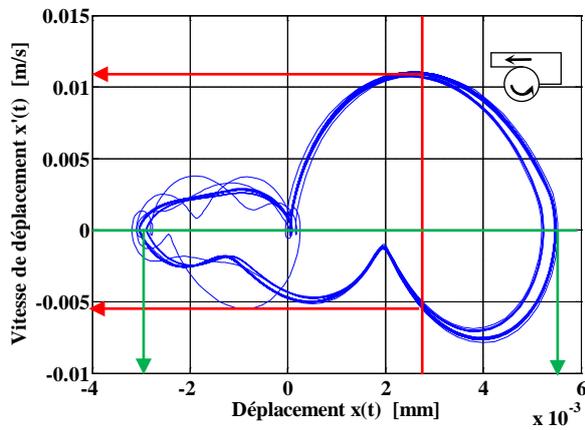
Figure IV-22 : vitesse de déplacement de la fraise en fonction du déplacement :  
 $N = 4200 [tr / min]$ ,  $N_T = 3 [dent]$ ,  $\beta_h = 30^\circ$ ,  $f_t = 0.1 [mm / dent]$ ,  $D = 20 [mm]$ ,  
 $d_r = 12 [mm]$ ,  $A_p = 21 [mm]$ ,  $k_x = k_y = 56 \cdot 10^6 [N / m]$ ,  $c_x = c_y = 3000 [N s / m]$ ,  
 $m_x = m_y = 1,5 [kg]$

Pour ce cas de figure du fraisage en opposition et pour le régime instable de coupe, on constate pour les deux cas de figure (a et b) : un comportement chaotique pour les courbes des vitesses de déplacement en fonction des déplacements.

➤ 2<sup>ème</sup> cas : fraisage en avalant

• Cas stable

a) Vitesse de déplacement  $\dot{x}(t)$  en fonction du déplacement  $x(t)$



b) Vitesse de déplacement  $\dot{y}(t)$  en fonction du déplacement  $y(t)$

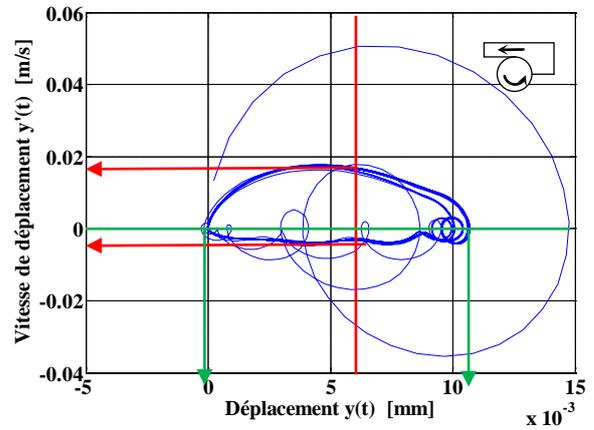


Figure IV-22 : vitesse de déplacement de la fraise en fonction du déplacement :  
 $N = 3360 [tr / min]$ ,  $N_T = 3 [dent]$ ,  $\beta_h = 30^\circ$ ,  $f_t = 0.1 [mm / dent]$ ,  $D = 20 [mm]$ ,  
 $d_r = 12 [mm]$ ,  $A_p = 5 [mm]$ ,  $k_x = k_y = 66.10^6 [N / m]$ ,  $c_x = c_y = 3000 [N s / m]$ ,  
 $m_x = m_y = 1,5 [kg]$ ,

Pour ce cas du fraisage en avalant et pour le régime stable de coupe, on constate pour les deux cas de figure (a et b) : pour un même déplacement de l'outil dans la matière, on a deux vitesses de déplacement, soit selon l'axe  $x(t)$  ou bien selon l'axe  $y(t)$ . Pour la valeur positive de la vitesse de déplacement, on explique que l'outil entre dans la matière ; par contre il commence à sortir ou quitte la matière dès que cette vitesse de déplacement prend une valeur négative.

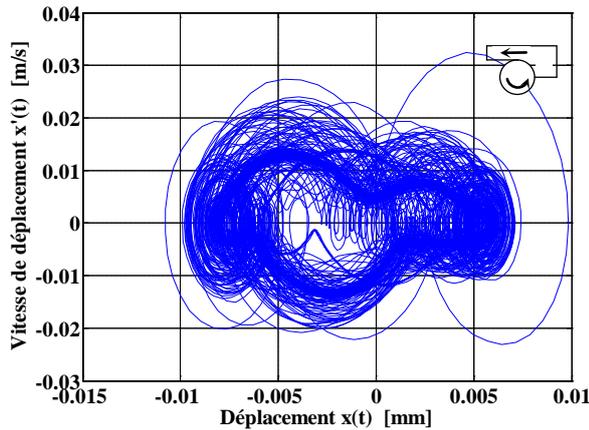
Pour ce mode de fraisage en avalant et pour les deux composantes de la force de coupe, on a proposé l'expression suivante :

$$\begin{cases} m_x \ddot{x} + c_x \dot{x} + k_x x = \sum_{k=1}^{N_t} \sum_{j=1}^{N_m} (P_{1j,k} \cos \phi_{j,k}(t) + P_{2j,k} \sin \phi_{j,k}(t)) \\ m_y \ddot{y} + c_y \dot{y} + k_y y = \sum_{k=1}^{N_t} \sum_{j=1}^{N_m} (P_{1j,k} \sin \phi_{j,k}(t) - P_{2j,k} \cos \phi_{j,k}(t)) \end{cases}$$

D'après cette équation dynamique du mouvement de la fraise dans la matière et pour le cas particulier de la vitesse de déplacement nulle ( $\dot{x}, \dot{y}$ ), on constate qu'on est en présence de deux valeurs pour le déplacement, l'une qui est positive et l'autre est négative. C'est-à-dire même en négligeant le terme d'amortissement de l'équation dynamique, on est toujours en présence des cycles : pénétration outil dans la matière et recul de l'outil de la matière ; ce qui explique le comportement dynamique du processus du fraisage et surtout lorsqu'on usine des parois minces en UGV.

- Cas instable

a) Vitesse de déplacement  $\dot{y}(t)$  en fonction du déplacement  $y(t)$



b) Vitesse de déplacement  $\dot{y}(t)$  en fonction du déplacement  $y(t)$

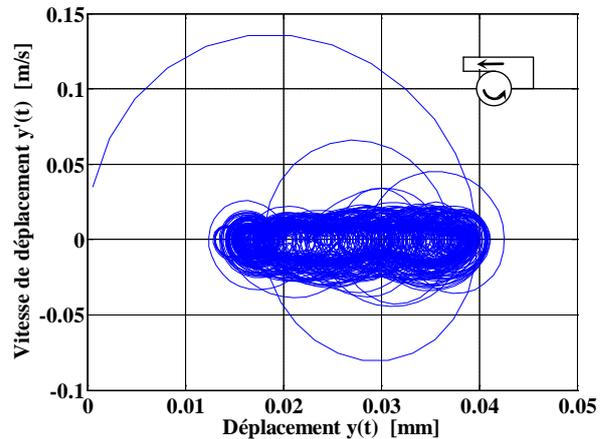


Figure IV-23 : vitesse de déplacement de la fraise en fonction du déplacement :  
 $N = 3360 [tr / min]$ ,  $N_T = 3 [dent]$ ,  $\beta_h = 30^\circ$ ,  $f_t = 0.1 [mm / dent]$ ,  $D = 20 [mm]$ ,  
 $d_r = 12 [mm]$ ,  $A_p = 24 [mm]$ ,  $k_x = k_y = 66.10^6 [N / m]$ ,  $c_x = c_y = 3000 [N s / m]$ ,  
 $m_x = m_y = 1,5 [kg]$ ,

Pour ce cas de figure du fraisage en avalant et pour le régime instable de coupe, on constate pour les deux cas de figure (a et b) : un comportement chaotique pour les courbes des vitesses de déplacement en fonction des déplacements.

## IV-9 Conclusion

Dans cette partie de notre étude, en utilisant le logiciel « Matlab » avec tous les développements qu'on a fait, nous avons prédit le comportement dynamique de la fraise lors de l'opération du fraisage périphérique, pour différents paramètres de coupe. Ces prédictions sont représentées sous forme de courbes temporelles de simulation, qui nous ont donné les résultats des forces de coupe et des déplacements. Grâce à ces résultats nous sommes arrivés à tirer les conclusions suivantes pour le cas du fraisage périphérique :

- L'augmentation de la profondeur axiale réduit la stabilité de l'usinage.
- La vitesse de rotation de la broche influence sur la stabilité d'usinage ; si elle correspond à une des fréquences propres de la machine-outil : les déplacements de la fraise peuvent atteindre des valeurs maximales où l'usinage devient instable (ça dépend des valeurs de la masse, de la raideur et du coefficient d'amortissement de la machine-outil ou « fraise »),
- Le choix de la vitesse de rotation de la broche qui correspond à une profondeur de passe axiale au-dessus des lobes de stabilité qui caractérisent ce processus de fraisage conduit à un usinage instable.

- Le fraisage en opposition génère des surfaces de meilleur qualité que le fraisage en avalant..
- L'augmentation du nombre de dents de la fraise peut conduire aussi à un usinage instable.
- L'augmentation de l'angle de l'hélice de la fraise réduit les vibrations de l'usinage et rend l'usinage plus stable.
- L'augmentation de la masse de la fraise réduit la stabilité de l'usinage.
- La diminution de la rigidité de la machine outil réduit la stabilité de l'usinage.
- La diminution du coefficient d'amortissement réduit aussi la stabilité de l'usinage.

## Conclusion générale et perspectives

Dans le cadre de ce travail, nous avons présenté une synthèse des travaux de recherche sur les phénomènes du broutement en usinage et plus particulièrement lors des opérations du fraisage. Ces travaux nous ont permis de poser et d'étudier ce phénomène de « broutement » pour le cas du fraisage périphérique.

Pour exprimer la géométrie de la fraise, le modèle de force de coupe de Huaizhong Li et Xiaoping Li [63], qui est basé sur la discrétisation de l'outil en plusieurs tranches d'épaisseurs égales le long de l'axe de la fraise, nous a permis de prédire et de simuler les forces de coupe, selon deux directions pour le cas du fraisage périphérique en régimes statique et dynamique, en utilisant différents paramètres de coupe.

En utilisant ce modèle de force de coupe, nous avons pu modéliser le broutement lors du processus du fraisage en régime dynamique, en présence de l'effet régénératif, en résolvant les équations qui régissent le mouvement de la fraise. Grâce à la méthode de Runge-Kutta d'ordre 5, nous avons pu résoudre ces équations du mouvement, qui sont des équations différentielles ordinaires du second ordre. Nous avons choisi cette méthode numérique, car elle nous donne une grande précision pour la détermination instantanée du comportement de la fraise.

A partir de cette modélisation, l'utilisation du logiciel « Matlab » nous a permis de faire la simulation des forces de coupe et des déplacements de la fraise, lors de l'opération du fraisage périphérique. La simulation nous a donné la possibilité de prédire et de voir l'influence de chaque paramètre de coupe sur le comportement dynamique de la fraise dans le domaine du temps, sous forme de graphes qui représentent les efforts instantanés de coupe et les déplacements instantanés de la fraise.

Grâce à ces résultats nous sommes arrivés à tirer les conclusions suivantes pour le cas du fraisage périphérique :

- L'augmentation de la profondeur axiale réduit la stabilité de l'usinage.
- La vitesse de rotation de la broche influe sur la stabilité d'usinage, si elle correspond à une des fréquences propres de la machine-outil. Les déplacements de la fraise peuvent atteindre des valeurs maximales où l'usinage devient instable (ça dépend des valeurs : de la masse, de la raideur et du coefficient d'amortissement de la machine-outil ou de la « fraise »),
- Le choix de la vitesse de rotation de la broche qui correspond à une profondeur de passe axiale au dessus des lobes de stabilité conduit à un usinage instable.
- L'augmentation du nombre de dents de la fraise peut conduire aussi à un usinage instable.
- L'augmentation de l'angle de l'hélice de la fraise réduit les vibrations de l'usinage et rend l'usinage plus stable.

Concernant les caractéristiques de la machine-outil, nous sommes arrivés à tirer les conclusions suivantes :

- L'augmentation de la masse de la fraise réduit la stabilité de l'usinage.
- La diminution de la rigidité de la machine outil réduit la stabilité de l'usinage.
- La diminution du coefficient d'amortissement réduit aussi la stabilité de l'usinage.

Comme perspectives et puisque ce travail est consacré à l'étude du broutement en fraisage périphérique, en supposant que l'outil est flexible et la pièce est rigide :

- Nous avons donc la possibilité d'étudier aussi le broutement pour le cas de l'outil rigide et de la pièce flexible,
- Etudier la configuration réelle d'un système usinant vibratoire selon que l'outil et la pièce sont tous les deux flexibles (couplage des modes vibratoires),
- Il y a aussi la possibilité d'étudier le comportement de la fraise en 3D (i.e. tracer des graphes de stabilité en 3D),
- Il est possible aussi de continuer d'étudier le broutement pour les autres opérations du fraisage, en utilisant des différentes formes géométriques de fraises utilisées dans l'industrie,
- Reste à dire que ce travail est purement de simulation numérique, qu'il faudra valider par des essais expérimentaux dans les mêmes conditions utilisés en simulation.
- On pourra aussi explorer d'autres méthodes numériques, pour raffiner les résultats de simulation obtenus par la méthode RK-5.

## Bibliographie

- [1] Tobias, S « A Theory of Regenerative chatter. » The engineer, 1958.
- [2] Altintas, Y « Manufacturing Automation: metal cutting mechanics, machine tool vibrations, and CNC design», Cambridge, Cambridge University Press, 2000.
- [3] Altintas, Y. and P. K. Chan « In-process detection and suppression of chatter in milling. » International Journal of Machine Tools & Manufacture 32(3): 329-347, 1992.
- [4] Altintas, Y. and E. Budak « Analytical prediction of stability lobes in milling » CIRP Annals - Manufacturing Technology 44(1): 357-362, 1995.
- [5] Ismail, F. and E. Soliman « New method for the identification of stability lobes in machining » International Journal of Machine Tools & Manufacture 37(6): 763-774. 1997.
- [6] Vincent MOREAU, « Etude dynamique de l'usinage et de l'interaction pièce-outil par mesure des déplacements : application au fraisage et au tournage ». École doctorale n° 432 : Sciences des Métiers de l'Ingénieur, institut des sciences et technologies ParisTech, Arts et Métiers, 2010.
- [7] N. URMAZE, «Chatter-Free Milling And Optimized Material Removal Rates: Chatter Theory Fundamentals». [http://www.mmsonline.com/articles/0300sup\\_theory.html](http://www.mmsonline.com/articles/0300sup_theory.html). 2000. Site Internet.
- [8] B. R. PATEL, B. P. Mann et K. A. Young. « Uncharted islands of chatter instability in milling. », International Journal of Machine Tools and Manufacture. 2008, Vol. 48/1, p:124-134.
- [9] M. L. CAMPOMANES et Y. Altintas. « An Improved Time Domain Simulation for Dynamic Milling at Small Radial Immersions ». Journal of Manufacturing Science and Engineering. 2003, Vol. 125/3, p:416-422.
- [10] G. PEIGNE. « Etude et simulation des effets dynamiques de la coupe sur la stabilité de la coupe et la qualité géométrique de la surface usinée : application au fraisage de profil ». Doctorat de l'INPG, 2003.
- [11] A. ALBRECHT, S. S. Park, Y. Altintas et G. Pritschow. « High frequency bandwidth cutting force measurement in milling using capacitance displacement sensors ». International Journal of Machine Tools and Manufacture. Vol. 45/9, p:993-1008, 2005.
- [12] T. L. SCHMITZ, J. Couey, E. Marsh, N. Mauntler et D. Hughes. « Runout effects in milling: Surface finish, surface location error, and stability. », International Journal of Machine Tools and Manufacture. Vol. 47/5, p:841-851, 2007.
- [13] G. JEONG, D. H. Kim et D. Y. Jang. « Real time monitoring and diagnosis system development in turning through measuring a roundness error based on three point method. International Journal of Machine Tools and Manufacture ». Vol. 45/12-13, p:1494-1503, 2005.

- [14] G. PEIGNE, H. Paris, D. Brissaud et A. Gouskov. « Impact of the cutting dynamics of small radial immersion milling operations on machined surface roughness. », *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 44/11, p:1133-1142, 2004.
- [15] Ronald Faassen, « Chatter prediction and control for high-speed milling: Modelling and experiments ». Technische Universiteit Eindhoven, 2007.
- [16] M. X. ZHAO et B. Balachandran. « Dynamics and stability of milling process. *International Journal of Solids and Structures*. » Vol. 38/10-13, p:2233-2248, 2001.
- [17] MAREK Balasinski, cours MEC 4530 - Fabrication mécanique avancée, école polytechnique Montréal. <http://www.cours.polymtl.ca/mec4530>.
- [18] Tlustý J. et Poláček M. « The Stability of the Machine Tool Against Self Excited Vibration in Machining. », *International Research in Production Engineering*, ASME, 465-474, 1963.
- [19] Tlustý J., Ismail F., « Basic non-linearity in machining chatter », *Annals of the CIRP*, Vol. 30, pp. 299-304, 1981.
- [20] Vincent THEVENOT « Contribution à la maîtrise des phénomènes vibratoires en usinage de parois minces : Application à l'usinage de pales aéronautiques ». École doctorale: Matériaux - Structure – Mécanique, 2005.
- [21] Albrecht P., « New Developments in the Theory of the Metal-Cutting Process, Part I : The Ploughing Process in Metal Cutting », *Journal of Engineering for Industry*, Transaction of the ASME, November, pp. 348-358, 1960.
- [22] Kegg R. L., « Chatter behaviour at low cutting speed », *Annals of the CIRP*, Vol. 27, pp. 97-106, 1969.
- [23] George Florin MORARU, « Etude du comportement du système pièce-outil-machine en régime de coupe vibratoire », Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, France 2002.
- [24] Tlustý J., « Dynamics of high speed milling », *Journal of Engineering for Industry*, Transaction of the ASME, Vol. 108, pp. 59-67, 1986.
- [25] Trigger K.J. Chao B.T., « The Mechanism of Crater Wear of Cemented Carbide Tools », *Trans. Of ASME*, 78, 1119-1126, 1956.
- [26] Cook N.H., « Tool Wear and Tool Life », *ASME Journal of Engineering for Industry*, 95, 931-938, 1973.
- [27] Oxley P.L.B., « The Mechanics of Machining, Halsted Press », 1989.
- [28] Lee E.H. Shaeffer B.W., « Theory of Plasticity Applied to Problems of Machining », *ASME Journal of Applied Mechanics*, 18-4, 405-413, 1951.
- [29] Hill R., Lee E.H., Tupper S.J., « A Method of Numerical Analysis of plastic Strain and its Application to the Compression of a Ductile Material between rough Plates », *ASME Journal of Applied Mechanics*, 46-52, 1951.

- [30] Albrecht P., « Dynamics of the Metal Cutting Process », ASME Journal of Engineering for Industry, 87, 429-441, 1965.
- [31] Shaw M.C., « Metal Cutting Principles», Oxford Science Publications, Clarendon Press, Oxford, 1984.
- [32] Knight W.A., « Some Observations on the Vibratory Metal Cutting Process Employing High Speed Photography », International Journal of Mach. Tools Des. Res, 12, 201-220, 1972.
- [33] Segreti M., « Vibration en coupe orthogonale. Modélisation, étude de stabilité et validation expérimentale », Doctorat de mécanique de l'Université de Metz, 2002.
- [34] Tobias S.A., « Machine Tool Vibration », Blakie & Son Limited, 1965.
- [35] Moon F. C., « Chaotic Dynamics and Fractals in Material Removal Processes », pp. 25-38, vol. Nonlinearity and Chaos in Engineering Dynamics, John Wiley & Sons, 1995, 452 p., ISBN : 0-471-94458-0.
- [36] WU D. W. , LUI C. R. « An analytical model of cutting dynamics. Part 1 : model building. » Trans. ASME J. Engng. Ind, Vol. 107, 1985a, pp. 107-111.
- [37] Claudiu Florinel BISU, « Etude des vibrations auto-entretenues en coupe tridimensionnelle : nouvelle modélisation appliquée au tournage». Université bordeaux 1 école doctorale des sciences physiques et de l'ingénieur.
- [38] ZVORYKIN K. A. « Work and stress necessary for separation of metal chips. », Proceedings of the Kharkov Technological Institute, Ukraine, 1893.
- [39] Merchant M. E. « Mechanics of the metal cutting process. 1. Orthogonal cutting. » J. Appt. Phys. 16,267-275; n. II Plasticity conditions in orthogonal cutting. J. Appl. Phys. 16, 318-324. (1945)
- [40] BAILLEY J. A. « Friction in metal machining. Mechanical aspects. » Wear, Vol. 31, pp. 243-275, 1975.
- [41] Michel SEGRETI, « Vibrations en coupe orthogonale. Modélisation, étude de stabilité et validation expérimentale », université de Metz, 2002.
- [42] F. Koenigsberger and A.J.P. Sabberwal. « An investigation into the cutting force pulsations during milling operations. » International Journal of Machine Tool, Design and Research, 1 :15–33, 1961.
- [43] A.J.P. Sabberwal. « Chip section and cutting force during the milling operation. » In Annals of CIRP, volume 10, pages 197–203, 1962.
- [44] M.E. Martellotti. « An analysis of the milling process, partii. : Down milling. », ASME Trans.-Journal of Engineering for Industry, 67 :233–251, 1945.
- [45] A.J.P. Sabberwal, « Chip Section and Cutting Force Model during the Milling

Operation », *Annales du CIRP*, Vol. 10, 1961.

[46] R. E. Devor, W. A. Kline, « A Mechanistic Model for the Force System in End Milling. », *Proc. Of NAMRC*, May 1980, SME.

[47] E.J.A. Armarego, C.J. Epp, « An Investigation of Zero Helix Peripheral Up-Milling, » *International Journal of Machine Tool Design and Research*, Vol. 10, pp. 273-291, 1969.

[48] P. Lee, Y. Altintas, « Prediction of Ball-End Milling Forces from Orthogonal Cutting Data », *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 36/9, pp. 1059-1072, 1996.

[49] Y. Altintas, « Manufacturing Automation, Metal Cutting Mechanics », *Machine Tool Vibrations and CNC Design*, Cambridge University Press, 2000.

[50] H.Y. Feng, C.H. Menq, « The Prediction of Cutting Forces in Ball-End Milling Process ». Part I: Model Formulation and Model Building Procedure, *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 34/5, pp. 697-710, 1994.

[51] J. Gradisek, M. Kalveram, K. Weinert, « Mechanistic Identification of Specific Force Coefficients for a General End-Mill », *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 44, pp. 401-414, 2004.

[52] S. Jayaram, S.G. Kapoor, R.E. De Vor, « Estimation of the Specific Cutting Pressures for Mechanistic Cutting Force Models », *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 41, pp. 265-281, 2001.

[53] I. Lazoglu, S.Y. Liang, « Modelling of Ball-End Milling Forces with Cutter Axis Inclination, » *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, Vol. 122, pp. 3-11, 2000.

[54] F. Abrari, M.A. Elbestawi, A.D. Spence, « On the Dynamics of Ball-End Milling: Modeling of Cutting Forces and Stability Analysis », *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 38/3, pp. 215-237, 1998.

[55] J.H. Ko, W.S. Yun, D.W. Cho, K.F. Ehemann, « Development of a Virtual Machining System. Part I: Approximation of the Size Effect for Cutting Force Prediction », *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 42, pp. 1595-1605, 2002.

[56] H.Z. Li, K. Liu, X.P. Li, « A New Method for Determining the Undeformed Chip Thickness in Milling », *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 113, pp. 378-384, 2001.

[57] B.M. Imani, M.H. Sadeghi, M.A. Elbestawi, « An Improved Process Simulation System for Ball-End Milling of Sculptured Surfaces », *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 38, pp. 1089-1107, 1998.

[58] X.W. Liu, K. Cheng, D. Webb, X.C. Luo, « Prediction of Cutting Force Distribution and Its Influence on Dimensional Accuracy in Peripheral Milling », *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, Vol. 42, pp. 791-800, 2002.

- [59] W.S. Yun, D.W. Cho, « An Improved Cutting Force Model Considering the Size Effect in End Milling », Proceedings of the ASME Manufacturing in Engineering Division, Vol. 11, pp. 223-229, 2000.
- [60] Smith, S, et J Tlusty. « Efficient Simulation Programs for Chatter in Milling ». Annals of the CIRP, 42-1, pp 463-466, 1993.
- [61] Huaizhong Li & Xiaoping Li « Modelling and simulation of chatter in milling using a predictive force model ». Department of Mechanical and Production Engineering, The National University of Singapore, International Journal of Machine Tools & Manufacture, 40, 2047–2071. (2000),
- [62] Budak E., Altintas Y., « Analytical prediction of chatter stability in milling- Part II : Application of the general formulation to common milling systems », ASME Journal of dynamic systems, measurement, and control, Vol. 120, pp. 31-36, 1998.
- [63] H.Z. Li, W.B. Zhang, X.P. Li, « Modelling of cutting forces in helical end milling using a predictive machining theory », Department of Mechanical and Production Engineering, The National University of Singapore, 10 Kent Ridge Crescent, Singapore 119260, Singapor, 2000.
- [64] Edouard Rivière-Lorphèvre, « Etude et simulation de procédés de fraisage grande vitesse : efforts de coupe, stabilité, états de surface », 2007.
- [65] M. E. Merchant. « Mechanics of the metal cutting process I : Orthogonal cutting and a type 2 chip ». Journal of Applied Physics, ASME, 16:267–275, 1945.
- [66] Oxley PLB. « Mechanics of Machining . Chichester: Ellie Horwood Limited, 1989.
- [67] Hédi YENGUI, « modélisation du comportement dynamique non linéaire d'un système machine-outil- pièce lors d'une opération de fraisage ». L'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Sfax-Tunisie, 2010.
- [68] David Goeken & Olin Johnson, « Fifth-order Runge-Kutta with higher order derivative approximations ». Southwest Texas State University and University of North Texas, 1999.
- [69] E. Budak « An Analytical Design Method for Milling Cutters With Nonconstant Pitch to Increase Stability, Part I: Theory». Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2003.

# ANNEXE

## Annexe

Dans cette partie nous allons donner quelques résultats pour le fraisage en opposition et le fraisage avec agrandissement des graphes.

### A-1 Fraisage en opposition

➤ Cas stable :

Résultats de simulation pour les paramètres suivantes :  $N_T = 1$  [dent]

$N = 6000$  [tr / min],  $\beta_h = 0^\circ$ ,  $f_t = 0.1$  [mm / dent],  $D = 20$  [mm],  $d_r = 10$  [mm],

$A_p = 10$  [mm],  $k_x = k_y = 56.10^6$  [N / m<sup>2</sup>],  $c_x = c_y = 1600$  [N .s / m],  $m_x = m_y = 3$  [Kg].

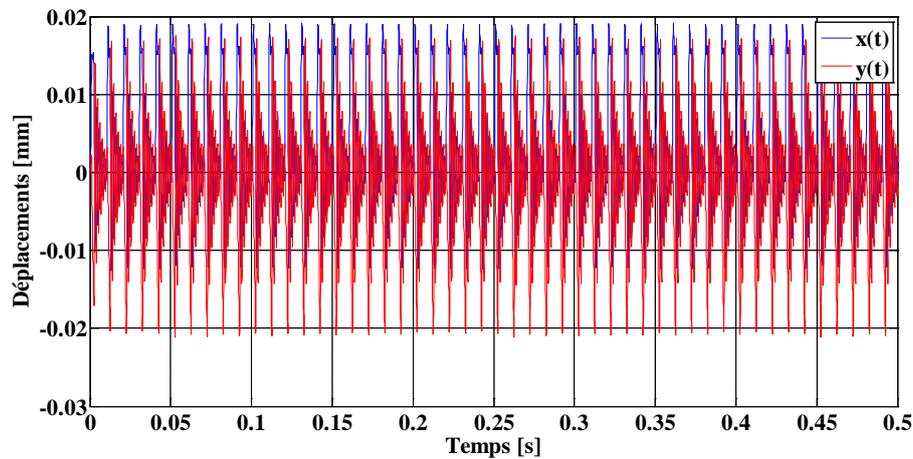


Figure A-1 : déplacements  $x(t)$  et  $y(t)$  pour le fraisage en opposition.

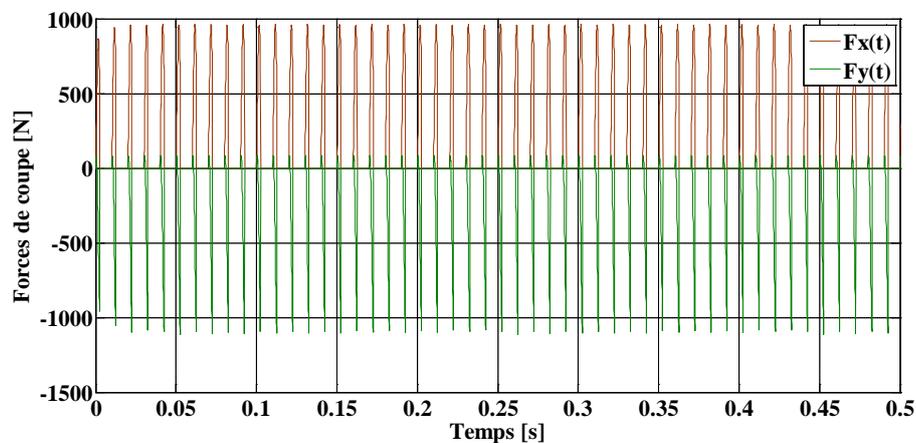


Figure A-2 : forces de coupe  $F_x(t)$  et  $F_y(t)$  pour le fraisage en opposition.

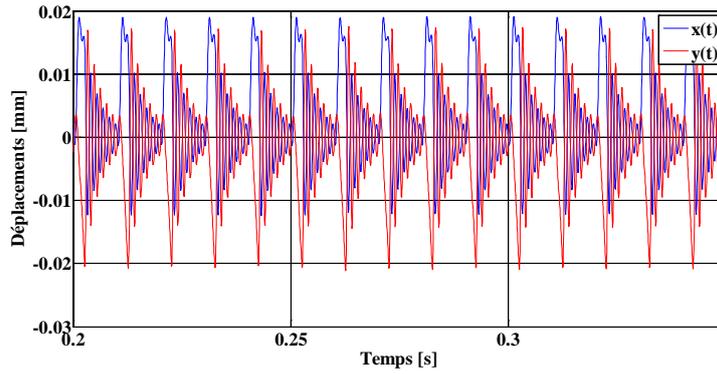


Figure A-3 : agrandissement du graphe des déplacements  $x(t)$  et  $y(t)$  pour le fraisage en opposition

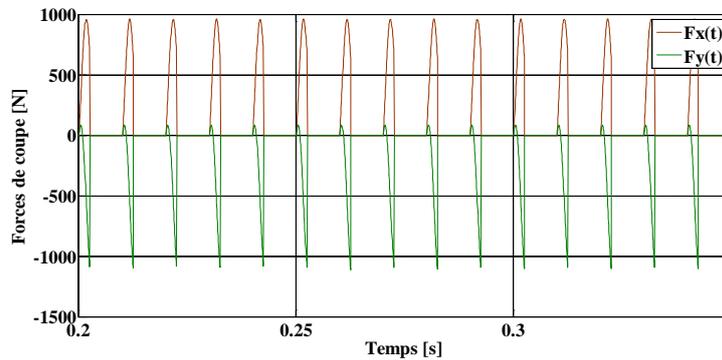


Figure A-4 : agrandissement du graphe des forces de coupe  $F_x(t)$  et  $F_y(t)$  pour le fraisage en opposition.

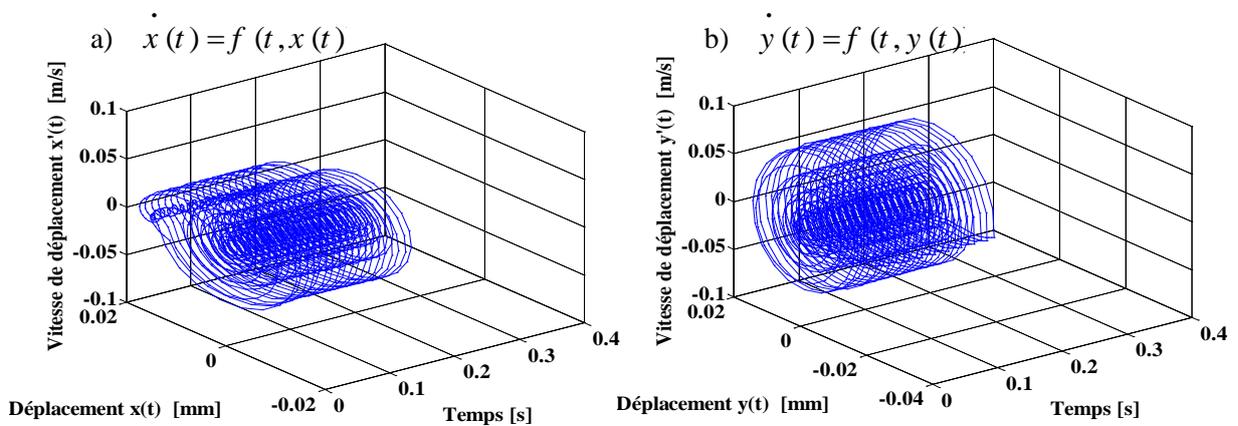


Figure A-5 : vitesses des déplacements en fonction des déplacements et du temps.

➤ Cas instable :

Résultats de simulation pour les paramètres suivantes :  $N_T = 1 [dent]$

$N = 6000 [tr / s]$ ,  $\beta_h = 30^\circ$ ,  $f_t = 0.1 [mm / dent]$ ,  $D = 20 [mm]$ ,  $d_r = 10 [mm]$ ,

$A_p = 40 [mm]$ ,  $k_x = k_y = 66.10^6 [N / m^2]$ ,  $c_x = c_y = 1200 [N . s / m]$ ,  $m_x = m_y = 1,7 [Kg]$ .

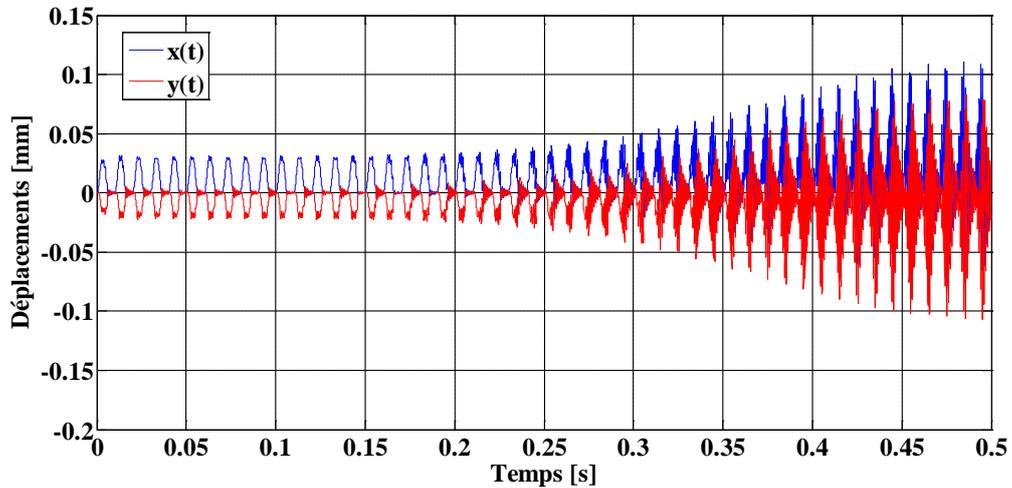


Figure A-6 : déplacements  $x(t)$  et  $y(t)$  pour le fraisage en opposition

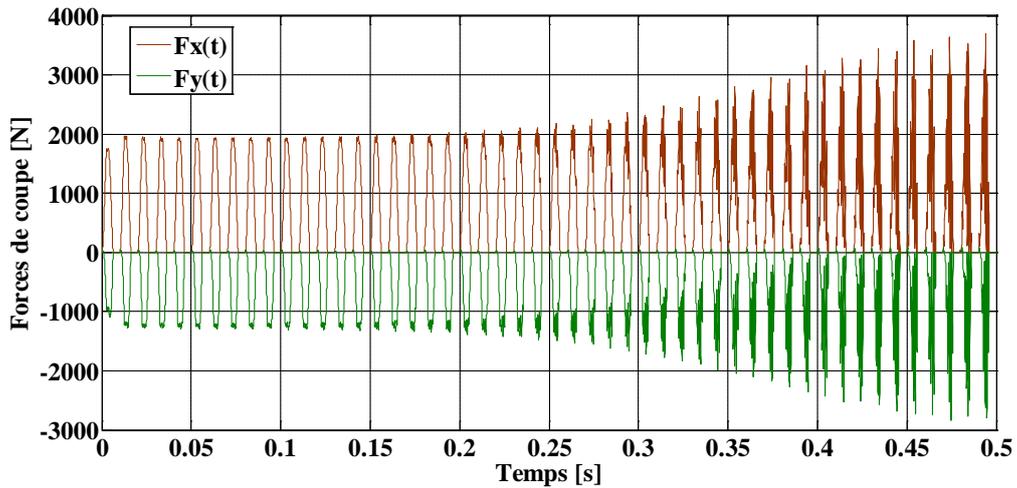


Figure A-7 : forces de coupe  $F_x(t)$  et  $F_y(t)$  pour le fraisage en opposition

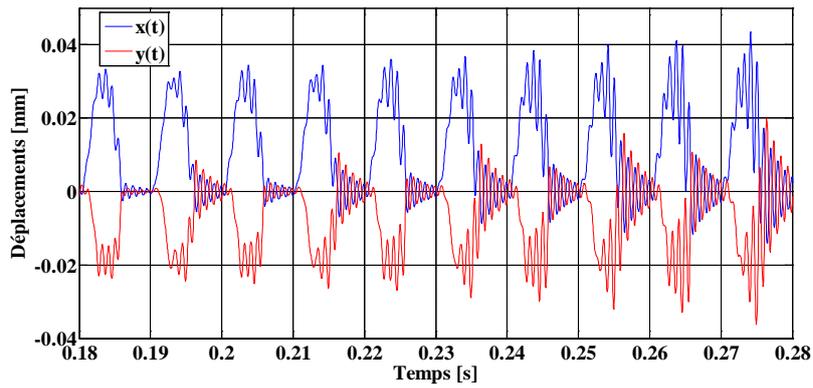


Figure A-8 : agrandissement du graphe des déplacements  $x(t)$  et  $y(t)$  pour le fraisage en opposition

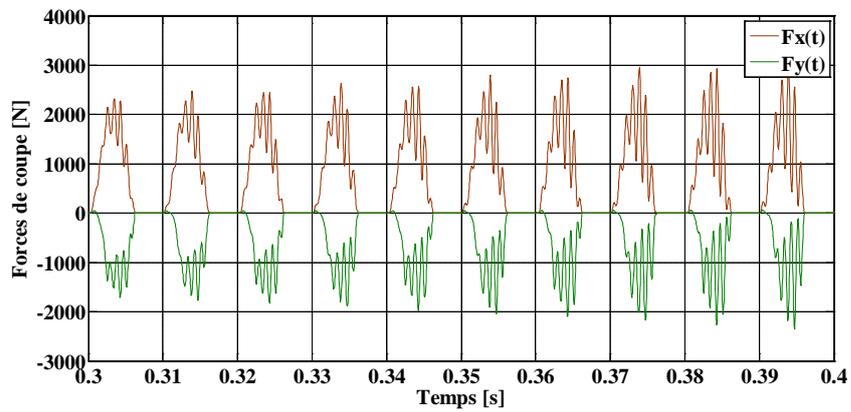


Figure A-9 : agrandissement du graphe des forces de coupe  $F_x(t)$  et  $F_y(t)$  pour le fraisage en opposition.

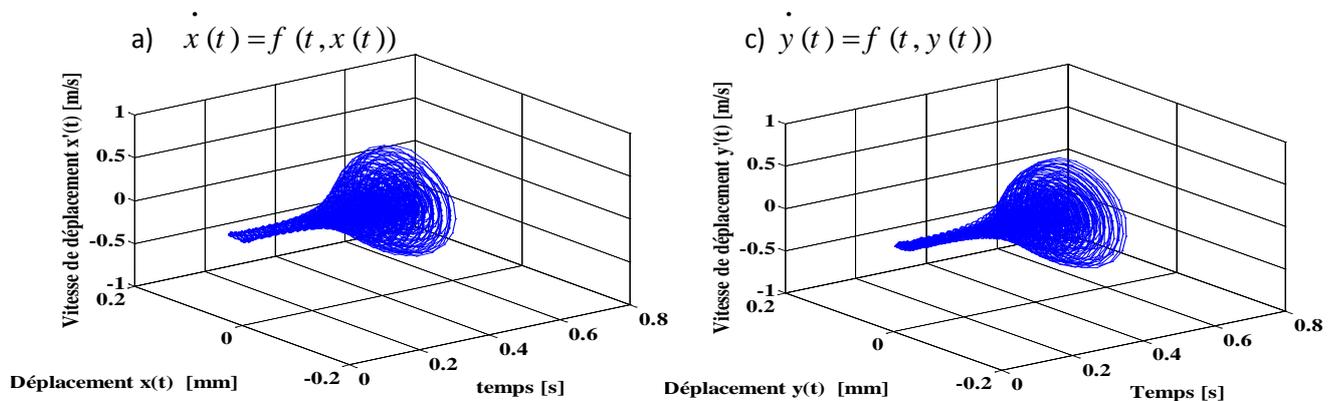


Figure A-5 : vitesses des déplacements en fonction des déplacements et du temps.

## A-2 Fraisage en avalant

➤ cas stable

Résultats de simulation pour les paramètres suivantes :  $N = 6000$  [tr / min],  
 $\beta_h = 30^\circ$ ,  $f_t = 0.1$  [mm / dent],  $D = 20$  [mm],  $d_r = 10$  [mm],  $A_p = 10$  [mm],  
 $k_x = k_y = 66.10^6$  [N / m<sup>2</sup>],  $c_x = c_y = 3000$  [N . s / m],  $m_x = m_y = 1,7$  [Kg].

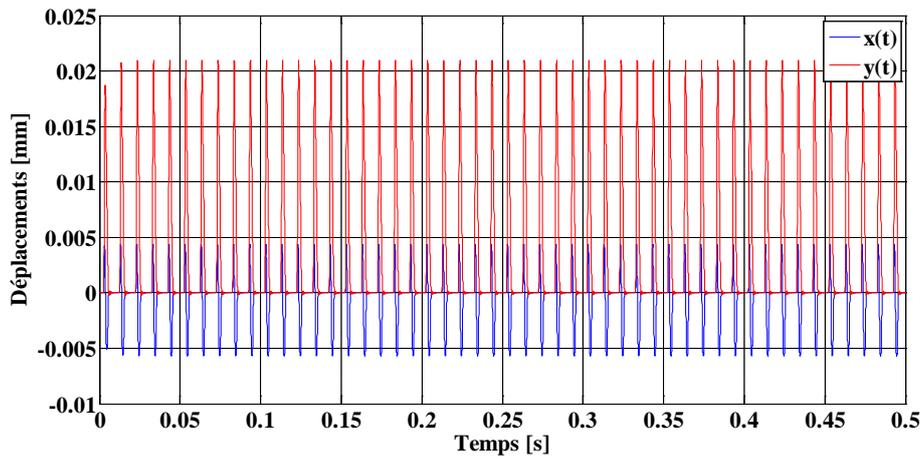


Figure A-11 : déplacements  $x(t)$  et  $y(t)$  pour le fraisage en avalant

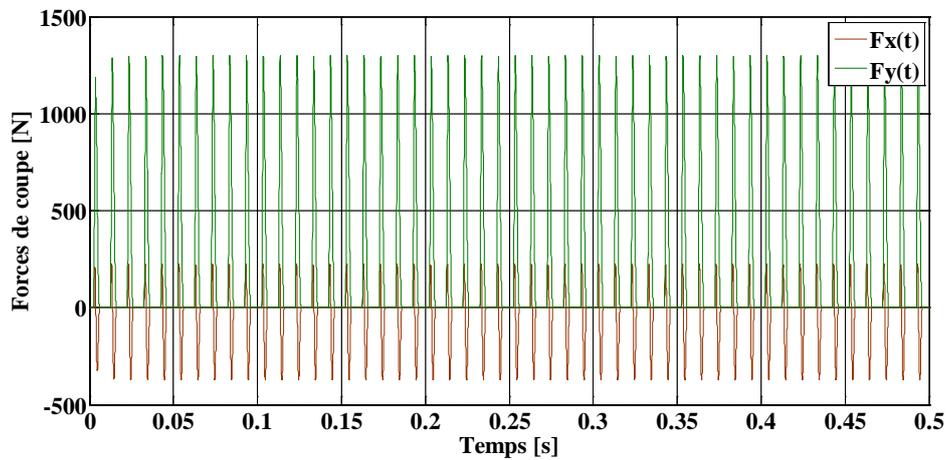


Figure A-12 : forces de coupe  $F_x(t)$  et  $F_y(t)$  pour le fraisage en avalant.

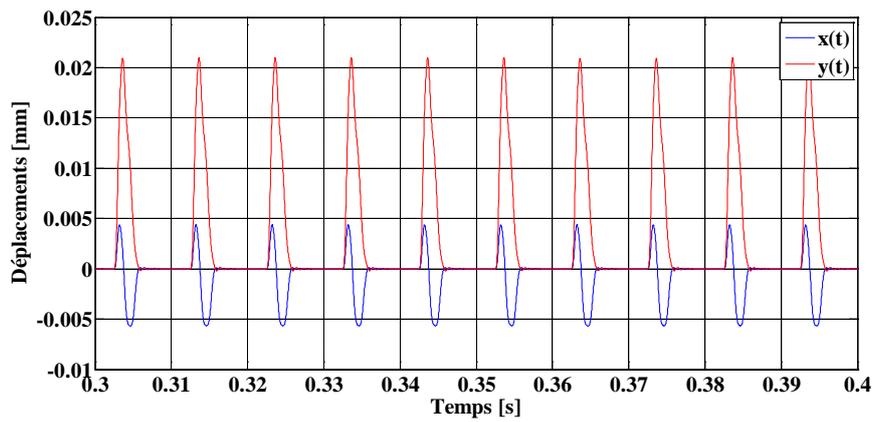


Figure A-13 : agrandissement du graphe des déplacements  $x(t)$  et  $y(t)$  pour le fraisage en avalant

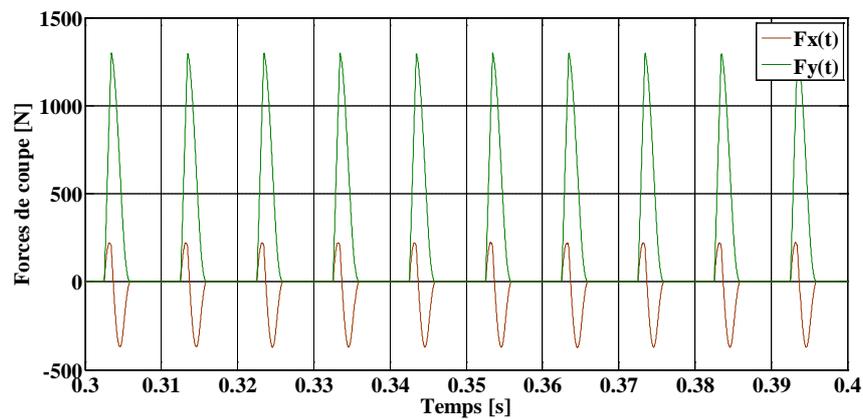


Figure A-14 : agrandissement du graphe des forces de coupe  $F_x(t)$  et  $F_y(t)$  pour le fraisage en avalant.

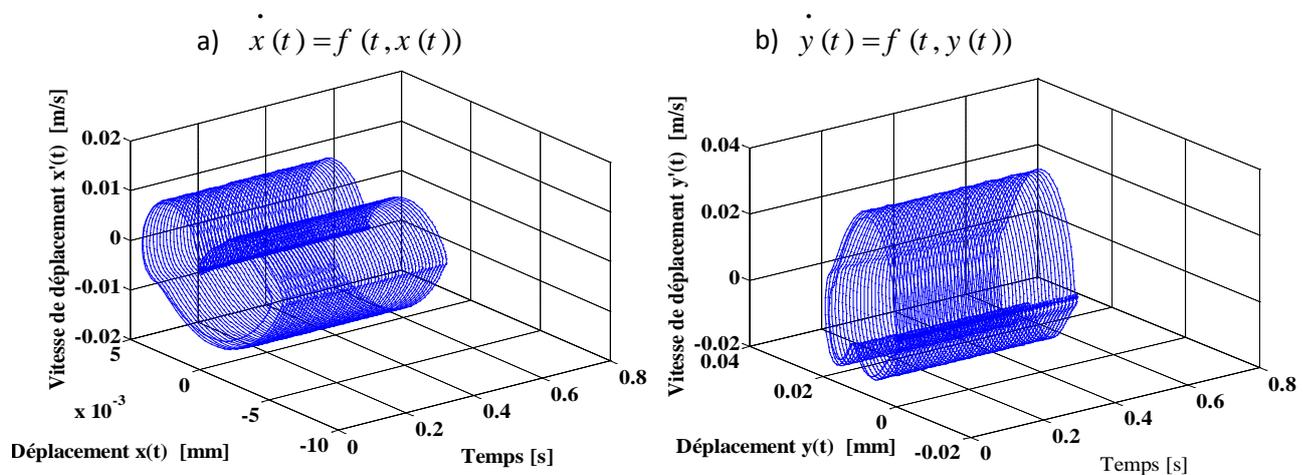


Figure A-15 : vitesses des déplacements en fonction des déplacements et du temps.

➤ Cas instable

Voici les résultats de simulation pour les paramètres suivantes :  $N_T = 1$  [dent]  
 $N = 6000$  [tr / min],  $\beta_h = 30^\circ$ ,  $f_t = 0.1$  [mm / dent],  $D = 20$  [mm],  $d_r = 10$  [mm],  
 $A_p = 43$  [mm],  $k_x = k_y = 46 \cdot 10^6$  [N / m<sup>2</sup>],  $c_x = c_y = 1650$  [N . s / m],  $m_x = m_y = 1,6$  [Kg].

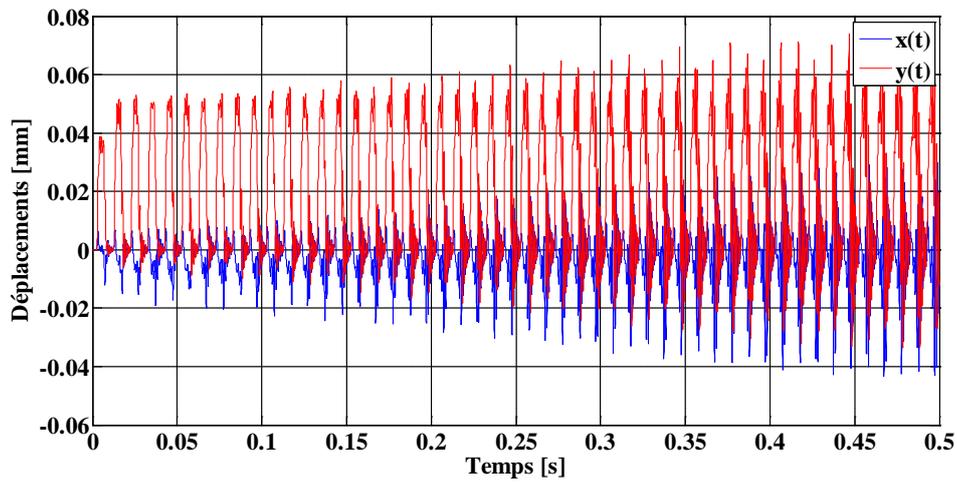


Figure A-16 : déplacements  $x(t)$  et  $y(t)$  pour le fraisage en avalant.

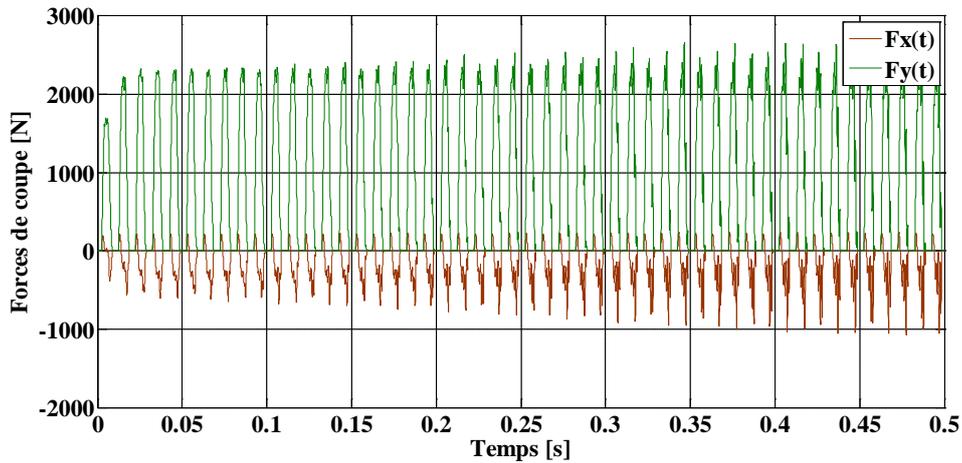


Figure A-17: forces de coupe  $F_x(t)$  et  $F_y(t)$  pour le fraisage en avalant.

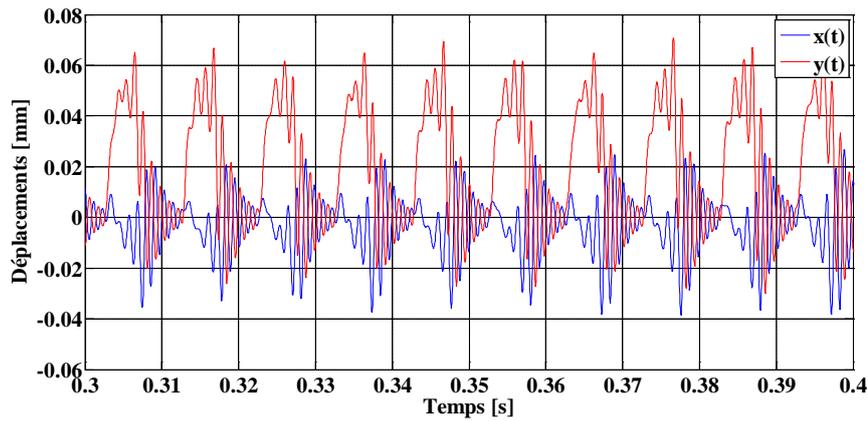


Figure A-18 : agrandissement du graphe des déplacements  $x(t)$  et  $y(t)$  pour le fraisage en avalant

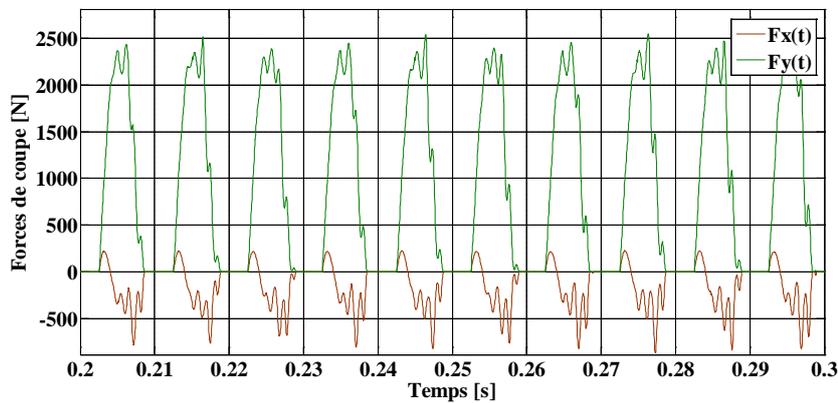


Figure A-19 : agrandissement du graphe des forces de coupe  $F_x(t)$  et  $F_y(t)$  pour le fraisage en avalant.

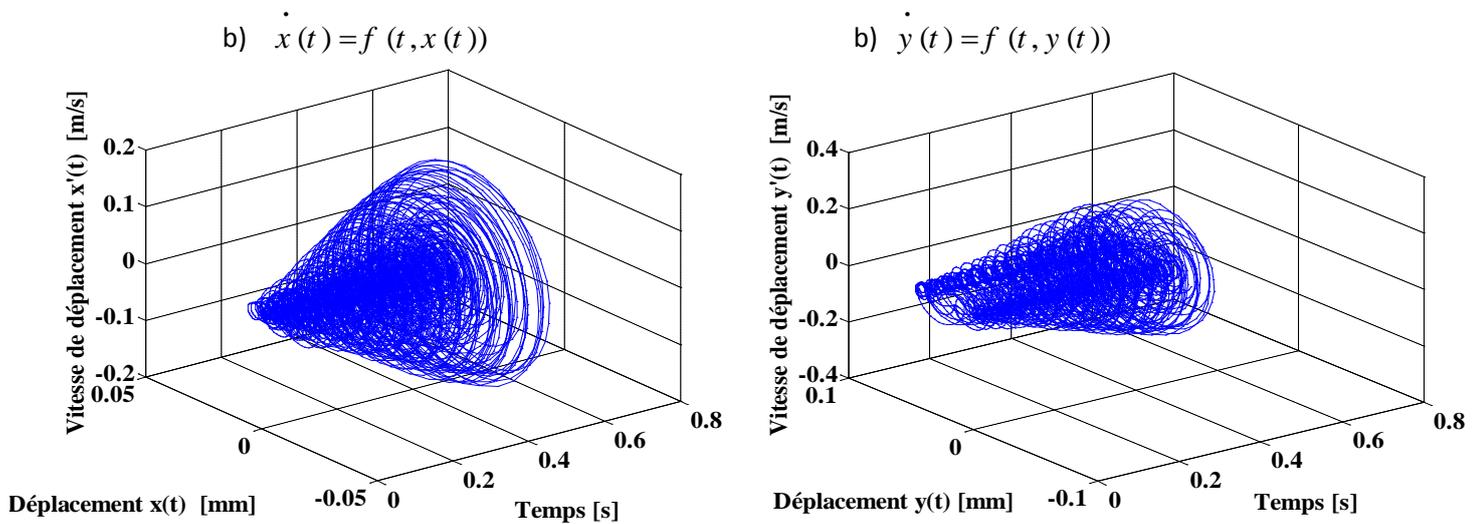


Figure A-20 : vitesses des déplacements en fonction des déplacements.

## **Résumé :**

*L'opération de fraisage est une opération d'usinage fondamentale dans l'industrie pour la production des pièces mécaniques. La productivité et la précision géométrique, de la pièce fabriquée, diminuent à cause des vibrations dues à la discontinuité du contact outil pièce et à cause aussi des forces de coupe dynamiques qui évoluent lors de ce procédé d'usinage.*

*De ce fait, nous nous intéresserons dans ce mémoire à l'étude et à la prédiction du broutement lors d'une opération du fraisage périphérique en prenant en considération l'hypothèse de la pièce rigide et de l'outil flexible, et aussi en tenant compte de l'hypothèse des vibrations de l'outil qui se font selon deux modes orthogonaux.*

*Nous avons utilisé par la suite un modèle de force de coupe prédictive pour la détermination des forces de coupe en régime dynamique.*

*A cause des non linéarités du processus du fraisage, nous avons pu résoudre les équations qui régissent le mouvement vibratoire du système d'usinage en utilisant une méthode numérique, basée sur la résolution d'un système des équations différentielles en utilisant la méthode RK-5.*

*A partir de cette modélisation nous avons donné des résultats de simulation qui prédisent les forces de coupe et les déplacements de l'outil lors du fraisage périphérique pour de différents paramètres de coupe, pour les deux configurations d'usinage : en opposition et en avalant.*

## **Mots Clés:**

*Fraisage périphérique / Broutement / Modèle de force de coupe prédictive / Méthode RK-5 / Simulation / Fraisage en opposition / Fraisage en avalant.*