

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ DE BATNA

FACULTE DES SCIENCES DE L'INGÉNIEUR
DÉPARTEMENT DE MÉCANIQUE

MÉMOIRE PRÉSENTÉ POUR L'OBTENTION DU DIPLÔME
DE MAGISTÈRE
EN
MÉCANIQUE

Option : ENERGETIQUE

Préparé PAR :

MOHAMMED MEHEMMAI

***ANALYSE DES CARACTERISTIQUES DE
L'ÉCOULEMENT ET DES TRANSFERTS
THERMIQUES DES ÉCHANGEURS DE CHALEUR
A TUBES A AILETTES***

Devant le Jury :

S. Rahel	Professeur	Université de Batna	Président
C. Bougriou	Professeur	Université de Batna	Rapporteur
H. Ben moussa	Professeur	Université de Batna	Examineur
S/A. Mayouf	Docteur	Université de Msila	Examineur

Année Universitaire 2013/2014

Dédicaces

Je dédie ce travail à :

*La mémoire de Ma mère ;
La mémoire de Mon père ;*

*Ma petite famille ;
Mes frères et sœur et leurs familles ;*

Tous mes amis et collègues ;

Mohamed.

Remerciements

Je tiens à exprimer ma reconnaissance à Monsieur **C. BOUGRIOU** Professeur au département de mécanique à l'université de Batna, pour l'encadrement de ce mémoire de magister, ses conseils qui m'ont permis de présenter ce travail.

Je tiens à remercier Monsieur **S. RAHAL** Professeur au département de mécanique à l'université de Batna, qui m'a fait l'honneur d'accepter la présidence du jury de ma thèse.

Mes vifs remerciements à messieurs : **H. BENMOUSSA** Professeur au département de mécanique à l'université de Batna, au département de mécanique à l'université de Batna, et **S. A. MAYOUF** Docteur à l'université de Msila, qui ont bien voulu accepter de faire partie du jury.

J'adresse mes remerciements à tous ceux qui m'ont aidé dans ma vie.

TABLE DES MATIERES

Nomenclature

Chapitre 1: Introduction et revue bibliographique	1
1.1-Introduction	1
1.2-Revue bibliographique	2
1.3-Problématique et objectif de travail	7
Chapitre 2: Théories et définitions	8
2.1-Echangeurs	8
2.1.1-Définition d'un échangeur	8
2.1.2-Echangeurs tubulaires	8
2.1.2.1-Echangeurs monotubes	8
2.1.2.2- Echangeurs coaxiaux	9
2.1.2.3- Echangeurs multitubulaires	9
2.2-Ailettes	11
2.2.1-Définition d'une ailette	11
2.2.2-Cas des ailettes n'ont employées	11
2.2.3-Types des ailettes qui sont employées dans les échangeurs de chaleur ...	11
2.2.4-Hypothèses de l'analyse thermique des surfaces à ailettes	12
2.2.5-Echange de chaleur dans une ailette.....	13
Chapitre 3 : Calcul de l'efficacité des différents types des ailettes	15
3.1-Efficacité d'ailette	15
3.1.1 –Définition	15
3. 1.2-Ailette longitudinale de profil rectangulaire	16

3. 1.3-Ailette longitudinale de profil trapézoïdal	20
3. 1.4-Ailette longitudinale de profil triangulaire	21
3. 1.5-Ailette longitudinale (profil concave)	22
3. 1.6-Ailette longitudinale (profil convexe)	23
3. 1.7-Ailette en cascade.....	24
3. 1.8-Ailette conique	25
3. 1.9-Ailette transversale de profil rectangulaire.....	26
3.1.10-Ailette transversale de profil hyperbolique.....	28
3. 1.11-Autres ailettes	29
3.2- Optimisations paramétriques des ailettes	30
3.2.1 Dimensions optimales pour une ailette longitudinale de section rectangulaire	30
3.2.2 Dimensions optimales pour une ailette longitudinale de section triangulaire.....	31
3.2.3 Dimensions optimales pour une ailette longitudinale de section concave	33
 Chapitre 4: Résultats et commentaires	36
4.1. Résultats généraux	36
4.2. Résultats particuliers	36
 Conclusion	47
 Références Bibliographiques	
 Annexes:	
Annexe 1: Programme de calcul des efficacités	
Annexe 2: Programme des graphes	

NOMENCLATURE

SYMBOLLE	DESINATION	UNITE
A	Section normal	m ²
A _m	Section optimale	m ²
Bessel	Fonction de Bessel	
C ₁	Constante	
C ₂	Constante	
h	Coefficient d'échange de chaleur	W/m ² °C
He	Paramètre = h/k.m	
k	Conductivité thermique.	W/m°C
L	Longueur	m
l	Largeur	m
L _{op}	Longueur optimale	m
m	Coefficient d'anisothermie = (hP/kA) ^{1/2}	m ⁻¹
n	Paramètre = (2.h.L/kW) ^{1/2}	
P	Périmètre	m
p	Paramètre = (2.h.L/k.R) ^{1/2}	
q	Quantité de chaleur	W
q1	Quantité de chaleur entrante par conduction	W
q2	Quantité de chaleur sortante par conduction	W

q_3	Quantité de chaleur sortante par convection	W
q_i	Chaleur idéal	W
q_r	Chaleur réel	W
q_{rd}	Chaleur dissipée par l'ailette par la méthode de dérivation	W
q_{ri}	Chaleur dissipée par l'ailette par la méthode d'intégration	W
r_b	Rayon de base	m
r_e	Rayon extérieur	m
$S(r)$	Surface	m^2
T	Température	$^{\circ}C$
T_f	Température de fluide	$^{\circ}C$
W	Epaisseur	m
W_{op}	Epaisseur optimum	m

Symboles Grecs

θ	Température	$^{\circ}C$
η	Efficacité	
η_d	Efficacité de l'ailette Par la méthode de dérivation	
η_i	Efficacité de l'ailette Par la méthode d'intégration	

Chapitre 1:

Introduction et revue bibliographique

CHAPITRE 1 :

Introduction et revue bibliographique

1.1-introduction

La transmission de chaleur est devenue l'une des plus importants domaines scientifiques à cause de leur besoin et leur rôle dans la vie d'une part, et pour développer les moyens dans tous les domaines technologiques et économiques.

Pour cela, de plus en plus, les savants et les chercheurs travaillent pour arriver à des solutions qui augmentent l'efficacité des machines et des outils dans notre vie pratiquent, et pour cette raison, ils classifient des techniques qui améliorent le transfert de chaleur.

Il ya deux types de techniques permettent une augmentation des transferts de chaleur : les techniques passives et les techniques actives. L'objectif ici n'est pas de fournir une liste exhaustive de ces techniques appliquées aux échangeurs thermiques car des références très complètes existent.[Mat 2012]

– Les techniques passives :

Les techniques passives concernent toutes les modifications possibles de la surface de transfert, depuis le changement de son état (création de rugosités), en passant par les extensions (ailettes) jusqu'à l'ajout d'un revêtement pour modifier ses propriétés. La rugosité de surface permet par exemple de promouvoir la turbulence dans le fluide, ce qui aura souvent pour conséquence de modifier les pertes de charge. Il en est de même pour les dispositifs d'insert modifiant l'écoulement ou favorisant les mélanges. Quant aux extensions de surface, elles sont généralement utilisées lorsqu'un des deux fluides a un coefficient convectif très faible par rapport à l'autre. La surface d'échange en contact avec ce fluide est alors augmentée afin de diminuer la résistance thermique correspondante.

La nature du fluide peut aussi être modifiée, en ajoutant par exemple des additifs changeant ses propriétés physiques telles que sa conductivité thermique ou sa tension de surface.

– Les techniques actives :

Les techniques actives nécessitent, pendant le processus de transfert thermique, une puissance externe supplémentaire. Il peut s'agir d'aides mécaniques telles qu'un mélange des fluides, un raclage ou une mise en mouvement des surfaces. Des champs électrostatiques peuvent aussi être appliqués afin de favoriser les mélanges ou de faciliter le pompage des fluides. L'injection, la succion ainsi que les jets de fluides sont aussi utilisés pour favoriser les contacts fluides/parois. Enfin, toutes les méthodes impliquant des vibrations de surfaces, ultrasonores ou non, sont elles aussi considérées comme des méthodes actives.

Au préalable, on présente les diverses études qui ont traité les échangeurs de chaleur à tubes à ailettes.

1.2-Revue bibliographiques

Une étude expérimentale a été réalisée par Huq et al [Huq 1998], autour de la chute de pression et les transferts thermiques d'un écoulement turbulent dans des tubes munis d'ailettes longitudinales sur la paroi intérieure. Ils ont trouvé une augmentation du facteur de frottement et les transferts thermiques par rapport aux tubes lisses.

Buzzoni et al [Buz 1998] ont étudié numériquement l'efficacité d'échangeurs de chaleur à ailettes refroidies par l'air. Les faisceaux de tubes en arrangement aligné et quinconcé ont été étudiés. Ils ont conclu que la distribution de température et l'efficacité des ailettes dépendent des grandeurs thermophysiques.

Saechan et al [Sae 2007] ont étudié analytiquement et développé un modèle mathématique pour des condenseurs à tubes à ailettes planes à écoulement est croisé. Le transfert de chaleur se fait entre l'air et le réfrigérant R13 en changement de phase en employant la deuxième loi de la thermodynamique pour trouver une configuration optimale. Les transferts thermiques et les pertes de charge influent sur le taux de génération d'entropie. Ils ont trouvé que le nombre de génération d'entropies diminue avec l'augmentation du pas d'ailettes et la diminution du nombre de rangs et du diamètre de tubes.

Comini [Com 2009] ont étudié numériquement l'évaluation quantitative unidimensionnelle pour la conception des échangeurs de chaleur à tubes à ailettes qui sont utilisés dans le domaine de climatisation. Parmi les résultats, ils ont trouvé que la différence entre le calcul monodimensionnel et les calculs en 3D et 2D est inférieur à 2%.

Une étude expérimentale a été effectuée par Kimont [Kim 2005], pour la conception optimale des échangeurs de chaleur à tube à ailettes planes avec un grand pas d'ailette. Il a trouvé que le coefficient d'échange de chaleur moyen diminue avec la diminution du pas d'ailettes et l'augmentation du nombre de rangs. Le faisceau de tubes quinconces est plus performant de 10% par rapport au faisceau de tubes alignés.

Chen et al [Che 2004] ont étudié expérimentalement et théoriquement les paramètres influant sur un évaporateur quand l'écoulement d'air fait un angle oblique avec la face frontale de l'évaporateur à tubes à ailettes planes où se forme le givre. Le modèle mathématique a été validé après avoir utilisé plusieurs algorithmes. Ils ont trouvé qu'en diminuant le poids de givre, la capacité frigorifique et la chute de pression diminuent. En diminuant l'angle d'incidence, le poids du givre diminue légèrement, mais la capacité frigorifique et la chute de pression diminuent aussi.

Song et al [Song 2010] ont étudié numériquement en tridimensionnel un échangeur de chaleur à tube à ailettes planes à persiennes inclinées. L'écoulement et le transfert thermique sont étudiés pour une rangée de tubes à ailettes à persiennes inclinées dans un écoulement croisé. L'effet du pas de persiennes, de la hauteur des persiennes et l'angle d'attaque de l'écoulement sont investigués. Le coefficient d'échange de chaleur et le coefficient de frottement augmentent avec l'augmentation de la hauteur des persiennes et la diminution du

pas de persiennes. L'écoulement tridimensionnel est supposé laminaire et stationnaire. Ils ont trouvé que nombre de Nusselt pour l'angle 45° est supérieur à ceux des angles 30° et 60° .

Wang et al [Wan 2009] ont étudié numériquement l'optimisation du transfert thermique à l'intérieur des tubes circulaires munis d'un nombre identique d'ailettes de formes S, Z et V à l'aide du logiciel commercial Fluent en utilisant . Les trois types ont été comparés sous les conditions suivantes : même débit, mêmes puissances de pompage et perte de charge. Ils ont trouvé que les tubes intérieurement ailetées de formes S et Z sont plus performants que les ailettes de forme V. Les résultats montrent que la performance de transfert thermique du tube à ailettes de forme de Z est la meilleure.

Ma et al [Ma 2007] ont étudié expérimentalement les effets du nombre de rangs, le pas d'ailettes et l'humidité relative d'admission sur les caractéristiques de transfert thermique et de frottement du côté d'air à l'extérieur de 14 échangeurs de chaleur à tubes à ailettes performantes. Ils ont trouvé que la performance côté air augmente avec l'enduit hydrophile posé sur les tubes dans les conditions humides. Le facteur de Colburn j diminue en augmentant le nombre de rangs et le pas d'ailettes. Le facteur de Colburn j de l'ailette ondulée augmente avec l'augmentation de l'humidité relative d'admission alors que cette dernière n'a aucun effet sur l'ailette persiennes.

Yakar et al [Yak 2010] ont déterminé expérimentalement l'angle optimal de la position des trous des 6 mm de diamètre sur des tubes à ailettes circulaires afin d'intensifier les échanges thermiques, pour cela, ils ont testé six positions angulaires différentes. Ces petits trous effectués sur les ailettes circulaires réduisent profondément la couche limite en créant la turbulence dans les tubes à ailettes circulaires utilisées pour le chauffage. Ils ont trouvé d'une part que les valeurs de Nusselt considérées pour le même écoulement d'air du radiateur perforé sont 2.43% plus élevées que celles d'un radiateur sans trous, et l'angle optimal correspond à 90° . D'autre part, il y a diminution de 3.84% en ce que concerne la perte de charge.

Mcilwan [Mci 2010] a comparé numériquement à l'aide d'un CFD les caractéristiques des écoulements et le transfert de chaleur autour d'un tube à ailettes dentelées avec les tubes à ailettes planes. Il a trouvé que les transferts thermiques et la perte de charge augmentent.

Ataer [Ata 2004] a étudié analytiquement le comportement transitoire d'un échangeur de chaleur à tubes à ailettes lors d'une variation de type échelon de la température d'entrée du fluide primaire. Les débits et les états d'admission demeurent fixes pour les deux fluides. Les résultats analytiques sont comparés aux résultats numériques et expérimentaux. Les comportements dynamiques des températures de sortie sont analysés en fonction du saut brusque de la température d'entrée du fluide chaud, le temps de retard et la constante du temps sont étudiés aussi.

Tso [Tso 2005] a développé un modèle mathématique pour l'étude d'un échangeur de chaleur à tube à ailettes avec formation ou non du givre sur des ailettes en régime transitoire et quasi-permanent. Pour se rapprocher des conditions réelles, l'auteur a tenu compte de la variation de l'épaisseur du givre sur les ailettes due au gradient de température le long des

ailettes. Il a trouvé que la formation du givre dégrade la performance de l'échangeur de chaleur.

Wang et al [Wan 2008] ont comparé à l'aide d'un CFD, un nouvel échangeur de chaleur qui est l'échangeur de chaleur à tubes et calandre combiné muni d'une chicane hélicoïdale pour intensifier la performance de CMSP- STHX (combined multiple shell-pass shell and tube heat exchanger) et l'échangeur de chaleur conventionnel à tubes et calandre muni des chicanes segmentées. Ils ont trouvé que le taux global des transferts thermiques, la perte de charge globale moyenne du CMSP- STHX sont inférieures à celle de l'échangeur conventionnel SG- STHX de 13%.

Lee et al [Lee 2010] ont étudié expérimentalement les caractéristiques des transferts thermiques (côté d'air) des échangeurs de chaleur à tubes à ailettes planes continues avec ou sans formation du givre en variant le pas d'ailettes, le nombre de rangs et le type d'arrangement de tubes dans le faisceau (quinconce ou aligné). Ils ont développé deux corrélations empiriques pour le facteur de Colburn j , séparément pour chaque arrangement en fonction du nombre de Reynolds, du nombre de Fourier, du nombre de rangs des tubes et du diamètre hydraulique adimensionnel construit sur le pas d'ailettes. L'écart moyen entre les corrélations et l'expérience est de 1.31% pour le faisceau aligné et de 0.65% pour le faisceau quinconce. Ils ont trouvé que le débit d'air diminue avec le temps en raison de la croissance de l'épaisseur du givre. Ce phénomène est plus rapide dans le cas du faisceau de tubes quinconces.

Sahin et al [Sah 2005] ont étudié expérimentalement à l'aide de la technique de la vélocimétrie d'images de particules (PIV) d'un échangeur de chaleur composé d'un cylindre posé entre deux plaques parallèles d'un canal. La technique PIV est employée pour obtenir instantanément, temps moyen et les caractéristiques de l'écoulement turbulent moyen dans l'échangeur. Les interactions entre l'écoulement principal et secondaire sont examinées dans un plan vertical et un plan horizontal de la section de passage. Le tourbillon à fer à cheval (Horseshoe vortex) apparaît à l'aval du cylindre dans l'écoulement principal et continu le long de la circonférence du cylindre. La génération de ces mécanismes d'écoulement augmente les transferts de la chaleur et de masse.

Jeong et al [Jeo 2005], leur objectif est d'une part l'étude expérimentale et numérique des nouveaux facteurs tels que les nouvelles géométries d'ailettes et les types de fabrication des tubes affectant la résistance thermique de contact et d'autre part de trouver une corrélation entre les facteurs effectifs dans un échangeur de chaleur à tubes ailetés. Ils ont testé 22 échangeurs de chaleur ayant des tubes de 7mm de diamètre. Un schéma a été utilisé pour calculer la résistance thermique de contact en utilisant les données expérimentales. Ils ont trouvé que la résistance thermique de contact augmente avec l'augmentation du rapport d'expansion de tube et le nombre d'ailettes. La résistance thermique de contact ne peut être ignorée en cours de conception de l'échangeur de chaleur à tubes à ailettes.

Al-Sarkhi et al [Al- 2004], ont étudié numériquement par la technique de volume de contrôle un tube vertical muni d'ailettes sur la paroi intérieure soumise à la convection

thermique forcée. Ils ont trouvé que le nombre de Nusselt et le coefficient de frottement dépendent beaucoup de la hauteur d'ailettes et le nombre d'ailettes. Donc, il faut optimiser ces deux grandeurs en fonction de la hauteur d'ailettes et le nombre d'ailettes.

Perrotin et al [Per 2003], ont étudié analytiquement et numériquement les échangeurs compacts à haute efficacité énergétique composés d'ailettes améliorées (à persiennes ou à fentes) pour lesquelles le calcul de l'efficacité d'ailette peut être surestimé par les méthodes analytiques monodimensionnelles telles que la méthode dite sectorielle. L'hypothèse de flux conductif uniquement radial au sein de l'ailette est mise en défaut par les persiennes ou les fentes qui perturbent la conduction dans l'ailette et l'efficacité ne peut être déterminée qu'en résolvant numériquement l'équation de la chaleur en deux dimensions..

Hofmann et al [Hof 2008], ont comparé expérimentalement les tubes à ailettes planes et dentelées. Une comparaison avec quelques corrélations de la littérature montre un bon accord avec une petite incertitude. La hauteur d'ailettes a été choisie pour analyser son influence sur la performance (transfert thermique et chute de pression) de ces échangeurs de chaleur. Un critère de performance a été appliqué pour caractériser l'efficacité des faisceaux de tubes à ailettes. Trois intervalles, $Re < 10000$, $10000 < Re < 20000$ et $Re > 20000$, ont été identifiés comme résultats de la comparaison entre les ailettes dentelées de forme U et I. L'évaluation de performance entre l'ailette dentelée de forme I et l'ailette solide montre une gamme optimale pour $15000 < Re < 25000$. Malgré la variation de la hauteur et le pas des ailettes dentelées, aucune différence substantielle n'a été observée par l'utilisation de ces équations.

Stewart et al [Ste 2003], ont présenté une étude comparative pour concevoir un condenseur pour optimiser l'efficacité d'un système de climatisation. Ils ont utilisé la méthode du système global et la méthode de minimisation de l'entropie du système isolé. Cette tâche est accomplie en comparant les résultats obtenus grâce à ces deux méthodes en leur imposant des contraintes consistantes. Dans le cas du système isolé, le choix de ces contraintes est un paramètre critique qu'ils ont discuté en détail. La conception optimale de condenseur obtenu par le modèle du système isolé produit un coefficient de performance COP entre 0.62 à 1.7 % de celui obtenu par l'optimisation de l'efficacité du système global. Notons également une réduction du temps de calcul de 65% a été obtenue grâce au modèle du système isolé.

Nuntaphan [Nun 2007], a étudié expérimentalement l'effet de dépôt de cendre sur la performance thermique d'un échangeur de chaleur à tubes à ailettes spirales. L'air chaud chargé de cendre échangeait la chaleur avec de l'eau froide s'écoulant dans les tubes. Dans cette étude, la température de la surface d'échange de chaleur était inférieure à la température de point de rosée d'air, ainsi il y avait la condensation d'humidité sur la surface d'échange thermique. Les paramètres étudiés tels que le débit massique de l'air chaud, le débit massique de cendre et la température d'admission d'air chaud ont été variés tandis que le débit et la température d'admission de l'eau froide ont été gardés constants à 10 l/min et 5°C, respectivement. Il a trouvé que la résistance thermique en raison de l'encrassement a augmenté avec le temps. De plus, le dépôt de cendre sur la surface d'échange dépendait fortement du rapport entre la quantité de cendre et la quantité de condensat sur l'échangeur

thermique. Le modèle empirique développé pour évaluer la résistance thermique et les résultats simulés ont été en très bon accord avec les résultats expérimentaux.

Chiu et al [Chi 2007], ont étudié expérimentalement et numériquement les caractéristiques thermo-hydrauliques d'un échangeur de chaleur à tube à ailettes elliptiques. Pour les conditions sèches, la perte de charge des échangeurs thermiques à tubes à ailettes circulaires est respectivement 2.4, 2.9 et 3.2 fois plus élevée que les valeurs des échangeurs thermiques à tubes à ailettes elliptiques dont le rapport d'axe 2.5, 2.8 et 3.1. Le coefficient de transfert thermique moyen h des tubes à ailettes circulaires est respectivement environ 49 %, 52 % et 56 % plus élevé que les valeurs des échangeurs thermiques à tubes à ailettes elliptiques dont les rapports d'axe 2.5, 2.8 et 3.1. Le coefficient de transfert de chaleur par unité de perte de charge $h/\Delta P$ pour les tubes à ailettes elliptiques est environ 55-150% plus élevé que pour tubes à ailettes circulaires.

Honda et al [Hon 2009], ont étudié expérimentalement le coefficient de transfert thermique et la fraction de vide autour du tube à ailettes annulaires. Pour la mesure quantitative de la fraction de vide, la radiographie à neutrons et la technique de traitement d'images ont été employés. Par suite de l'existence de l'ailette annulaire, la restriction des mouvements de particules a été observée. Ils ont trouvé que le coefficient moyen de transfert thermique en arrangement quinconce est plus élevé que l'arrangement aligné.

Lee et al [Lee 2011] ont étudié expérimentalement l'effet des tubes à ailettes circulaires perforées (PCFT) sur la performance de transfert de chaleur par convection des échangeurs de chaleur à tube à ailettes circulaires. Le coefficient d'échange de chaleur par convection côté air a augmenté de 3.55 % et 3.31 % pour les PCFT à 2 trous et à 4 trous, respectivement. L'augmentation du coefficient de transfert thermique convectif est liée à la réduction de la région de recirculation à cause de la présence des perforations aux emplacements de séparation de l'écoulement sur le tube à ailettes. La chute de pression à travers les faisceaux de tubes à ailettes a augmenté de 0.68 % et 2.08 % pour les PCFT à 2 trous et à 4 trous, respectivement. La chute de pression est élevée dans le cas de PCFT à 4 trous en raison des perturbations excessives de l'écoulement produites par les perforations. Le facteur financier défini comme le rapport de l'augmentation du coefficient de transfert de chaleur par rapport à la perte de charge était de 5.19 pour le cas de PCFT à 2 trous et 1.59 pour le cas de PCFT à 4 trous.

Une étude expérimentale a été réalisée par Dhaou et al [Dha 2011], pour identifier les effets de la géométrie et les paramètres d'exploitation d'un échangeur thermique à ailettes hélicoïdales sur la performance du stockage d'hydrogène. Les résultats expérimentaux montrent que le temps d'absorption/désorption du réacteur est considérablement réduit en raison de l'intégration d'ailettes hélicoïdales. De plus, l'effet de différents paramètres tels que le débit, température, la pression d'absorption/désorption ont été étudiés, les résultats montrent qu'un bon choix de ces paramètres est important.

Min et al [Min 2011] ont développé une méthode pour améliorer la mouillabilité de la surface d'un vaporisateur à tubes à ailettes en cuivre. Pour évaluer ce traitement de surface, ils

ont comparé les capacités de refroidissement d'un évaporateur non traité et un autre traité. Ils ont trouvé que par rapport à un évaporateur non traité, l'évaporateur traité hydrophilement tend à donner une capacité de refroidissement totale plus élevée.

Syed et al [Sye 2011] ont optimisé un échangeur à double tube à ailettes trapézoïdales posées sur la surface externe du tube central en utilisant l'algorithme génétique et la Méthode de la Région de Confiance «Trust Region Method». L'objectif est d'optimiser la configuration du passage annulaire déterminé par le nombre d'ailettes, la hauteur d'ailettes, l'épaisseur d'ailettes, et le rapport des rayons du tube intérieur et celui du tube extérieur pour l'intensification du coefficient d'échange de chaleur. Un écoulement laminaire permanent et incompressible est considéré dans la région complètement développée du passage annulaire à ailettes, sujet d'un flux de chaleur constant. La méthode des éléments finis est utilisée pour effectuer la simulation numérique de l'écoulement et pour fournir des valeurs de la fonction d'optimisation. Le nombre de Nusselt a été utilisé comme fonction objective. Ils ont trouvé que le nombre optimal de Nusselt a une valeur maximale à un certain nombre d'ailettes selon la taille de double tube.

L'étude d'Âgrâ et al [Agr 2011] consiste à simuler les tubes à ailettes intégrales hélicoïdales corruguées par le programme commercial Fluent. Ils ont trouvé que les tubes à ailettes corruguées ont des coefficients de transfert thermique plus élevés que les tubes lisses et inférieurs aux tubes à ailettes hélicoïdales. Ces ailettes sont posées sur la paroi intérieure des tubes.

Une étude expérimentale a été réalisée par Ma et al [Ma 2011], pour caractériser le transfert thermique et la perte de charge des faisceaux de tubes à ailettes dentelées en disposition quinconce. Ils ont conclu que le pas transversal de tubes a un effet négligeable sur le transfert thermique et les variations du pas longitudinal de tubes ont des effets insignifiants sur le transfert thermique et la chute de pression.

1.3-Problématique et objectif de ce travail

Pour cela, l'objet de notre étude est d'étudier les ailettes, qui ont un rôle spécifique dans le domaine des échangeurs de chaleur, et on recherche l'ailette la plus efficace parmi les ailettes étudiées, on doit calculer l'efficacité thermique de ces ailettes, par des étapes successives : d'abord, on calcule le profil de température, puis le flux de chaleur réel et idéal et en fin, on trouve l'expression de l'efficacité.

La solution de l'équation de la chaleur et l'efficacité des différents types d'ailettes à l'aide du logiciel Maple.

Par la suite, on va comparer les efficacités des différents types d'ailettes étudiées.

Chapitre 2 :

Théories et définitions

CHAPITRE 2. Théories et définitions

2.1-Echangeurs

2.1.1-Définition d'un échangeur

Un échangeur de chaleur est un dispositif permettant de transférer la chaleur d'une source à un puits de chaleur. Cet échange peut se faire par l'intermédiaire d'une paroi solide, sans mélange des fluides ou par mélange entre les deux fluides (cas idéal). [BOUG 2007]

Ce qui nous concerne dans notre étude est les échangeurs à tubes (tubulaires), bien sur, il ya d'autres types des échangeurs, comme :

- les échangeurs à lit fluidisé.
- les échangeurs à contact direct.
- les échangeurs à plaques.

2.1.2-Echangeurs tubulaires

Les échangeurs utilisant les tubes comme constituant principal de la paroi d'échange sont les plus répandus.

Ils présentent un certain nombre d'avantages, en particulier ils sont faciles à fabriquer, relativement bon marché, de maintenance aisée et surtout ils peuvent être utilisés à des pressions élevées et des fortes températures. On distingue, le plus souvent, trois catégories :

2.1.2.1-Echangeurs monotubes : pour lesquels le tube est placé dans un réservoir. Figure 2.1.

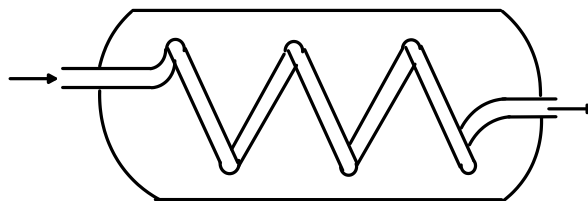


Figure 2.1 : Echangeur monotube

2.1.2.2- Echangeurs coaxiaux : pour lesquels les tubes sont le plus souvent cintrés, Figure 2.2.

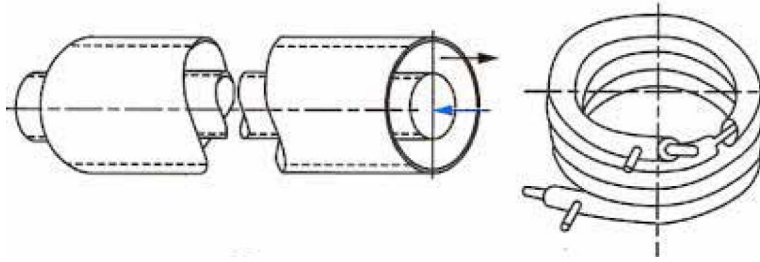


Figure 2.2 : Echangeurs coaxiaux [And]

2.1.2.3- Echangeurs multitubulaires : qui existent sous 4 formes :

i) les échangeurs à tubes séparés : à l'intérieur d'un tube de diamètre suffisant se trouvent placés plusieurs tubes de petit diamètre maintenus écartés par des entretoises, Figure 2.3.

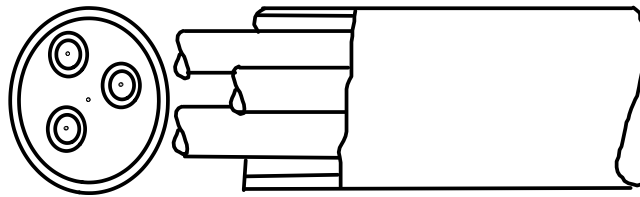


Figure 2.3 : Echangeurs multitubulaires

ii) les échangeurs à tubes rapprochés : les tubes s'appuient les uns sur les autres par l'intermédiaire de rubans enroulés en spirale autour de certains d'entre eux, Figure 2.4.

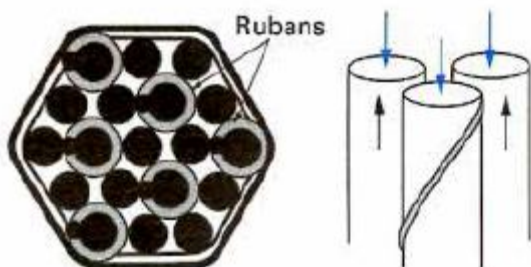


Figure 2.4 : Echangeurs à tubes rapprochés [And]

iii) les échangeurs à tubes et calandre où la calandre est une enveloppe métallique cylindrique entourant un faisceau de tubes.

iv) les échangeurs à tubes ailetés : Ce sont des dispositifs qui ont des surfaces de transfert thermique plus grand., Figure 2.5 .

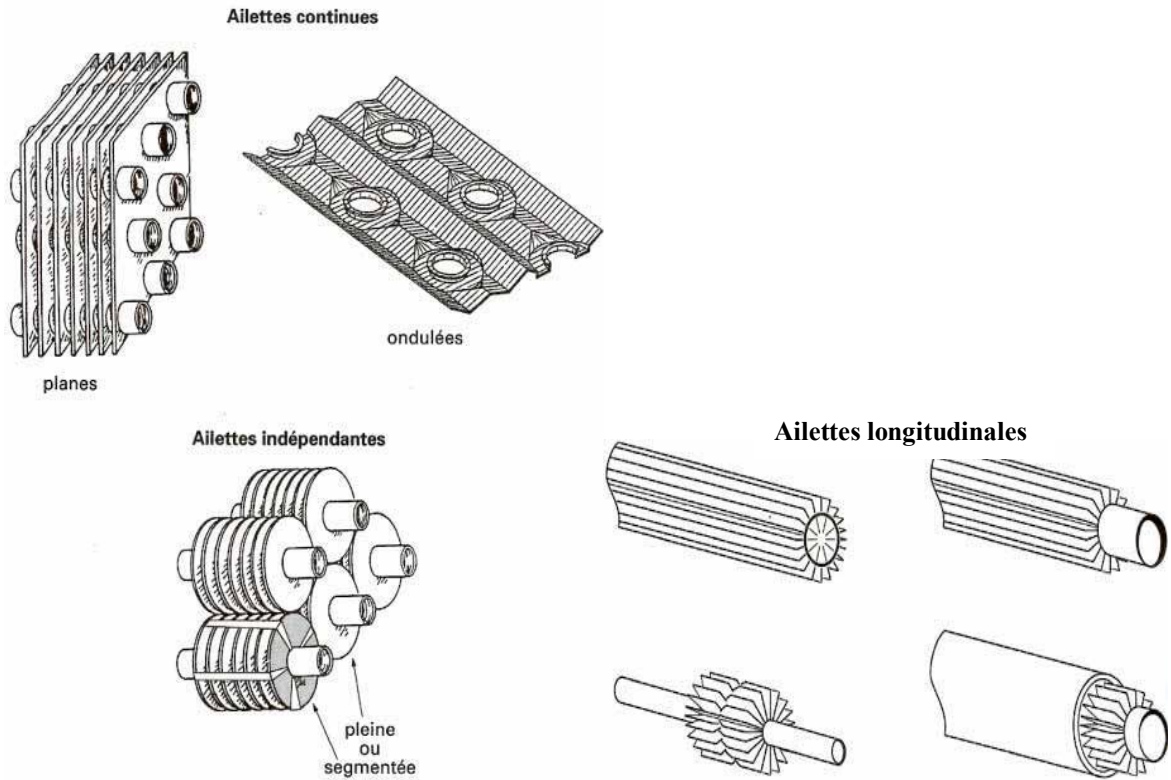


Figure 2.5 : Divers formes des tubes à ailettes [And]

Ceux-ci sont généralement employés quand des deux fluides est un gaz, puisque le coefficient de transfert thermique de côté de gaz est très bas. Les ailettes augmentent la surface de transfert thermique, et ainsi aide à augmenter la chaleur totale.

Certaines applications typiques sont les suivantes :

- refroidissement et chauffage des gaz et des fluides.
- condensation des vapeurs organiques.
- réfrigération et climatisation.
- industries cryogéniques.
- automobiles.
- composant électronique et équipement.

Les tubes sont en métaux très couteux pour résister aux fluides corrosifs, les ailettes sont usinées avec des métaux à bas couts et elles sont attachées à l'extérieur des tubes.

2.2-Ailettes

2.2.1-Définition d'une ailette : L'ailette est une dispositif qui permet des perturbations et de la turbulence au niveau de l'écoulement du fluide entourant l'ailette (elle permet d'augmenter le niveau de la turbulence dans la couche limite), mais surtout la surface d'échange de chaleur, donc le transfert thermique. [BRAH 1995]

2.2.2- Cas des ailettes n'ont pas employés :

1. Si les deux fluides sont des gaz, le coefficient de transfert thermique pour tous les deux sera faible.
2. Tandis que les ailettes sont employées dans la condensation des vapeurs organiques, leur utilisation dans la condensation de vapeur n'est pas habituellement faisable parce que la tension superficielle élevée du condensât (l'eau) a comme conséquence sa conservation dans les ailettes, et diminue considérablement l'utilité des ailettes.
3. Dans des chaudières, des ailettes ne sont pas généralement employées à l'extérieur des tubes parce que le bout d'ailette serait plus chaud que la base due au rayonnement du four de chaudière. Ceci exigerait de longues ailettes d'acier inoxydable de chrome avec une augmentation en coût et la diminution de leur conductivité thermique (Ken Kraus, 1972). En outre, les gaz sont sales et pourraient boucher l'espace entre les ailettes. En outre, la vitesse de gaz est faible, et par conséquent une couche limite épaisse accumulera réduire l'avantage de l'ailette.
4. si le fluide est corrosif ou du type fortement d'encrassement, les ailettes ne sont pas employés, puisque nettoyage mécanique / chimique du dépôt d'encrassement entre les ailettes est difficile.

2.2.3-Types d'ailettes qui sont employées dans les échangeurs de chaleur

Ils entrent dans deux larges catégories :

1. ailettes longitudinales: ceux-ci peuvent être droites, spirales, etc....
2. ailettes transversales: ceux-ci peuvent être radiales, hélicoïdales, ou spirales.

D'une façon générale, les ailettes longitudinales posées à l'extérieur d'un tube sont employées pour un écoulement axial tandis que les ailettes transversales sont employées pour un écoulement croisé, Figure 2.6.

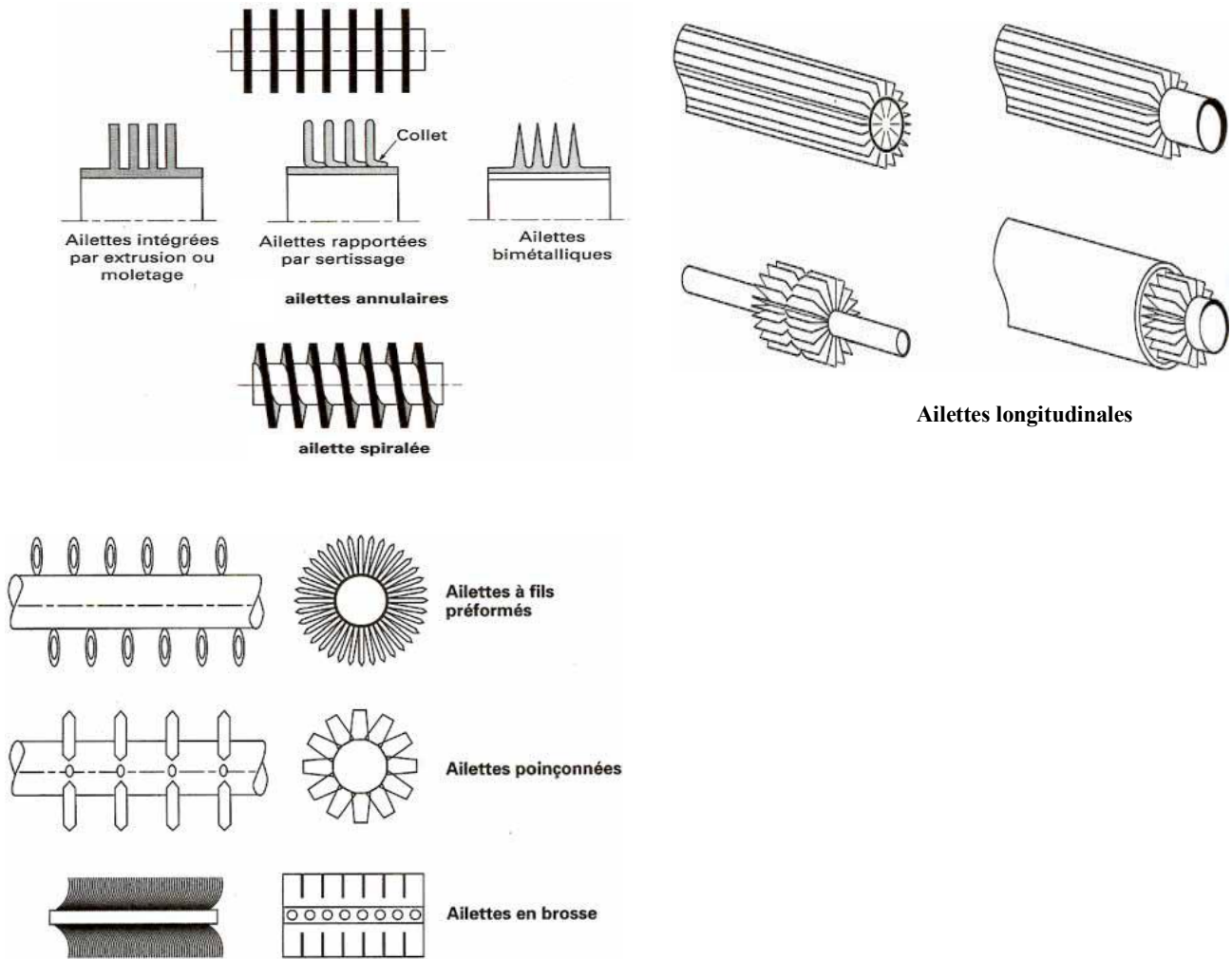


Figure 2.6: différents types d'ailettes. [And]

2.2.4 - Hypothèses de l'analyse thermique des surfaces à ailettes [KERN 1983]

1. Processus d'état d'équilibre.
2. Conductivité thermique de l'ailette ne change pas avec la température ou la direction (matériel homogène).
3. Coefficient de transfert thermique de l'ailette aux environnements est constant et uniforme sur de la surface entière de l'ailette.
4. Température constante et uniforme de l'ailette.

5. Ailette est très légère. Par conséquent la différence de la température de la surface d'ailette à la ligne centrale est négligeable comparée à celle entre l'ailette et le fluide extérieur.
6. Température à la base de l'ailette est uniforme et constante.
7. Il n'y a pas de résistance de contact entre l'ailette et le tube.
8. Il n'y a pas une source ou radiateur dans l'ailette.
9. La chaleur transférée par le bord de l'ailette est négligeable comparée à cela absorbée par ses surfaces latérales.
10. Régime stationnaire monodimensionnel.
11. Régime sec, pas de changement de phase du fluide sur la surface des ailettes.

2.2.5-Echange de chaleur dans une ailette :

Bilan thermique :

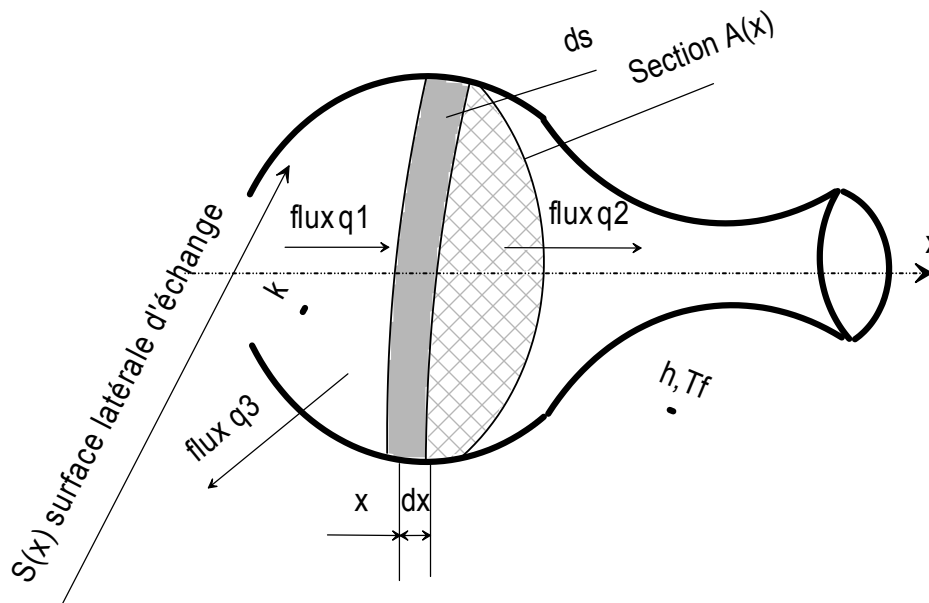


Figure 2.7 : Ailette de géométrie arbitraire

On considère une surface auxiliaire, de géométrie arbitraire, Figure 2.7 .

La chaleur échangée par la surface A(x) :

$$q_1 = q_2 + q_3 \tag{2-1}$$

q_1 : quantité de chaleur entrante (par conduction) en x .

q_2 : quantité de chaleur entrante (par conduction) en $x + \delta x$.

q_3 : quantité de chaleur sortante par la surface.

$$-kA\left(\frac{dT}{dx}\right)_x = -kA\left(\frac{dT}{dx}\right)_{x+\delta x} + h\delta S(T - T_f) \quad (2-2)$$

Par le développement en série de TAYLOR : on a :

$$q_2 = -kA\left(\frac{dT}{dx}\right)_{x+\delta x} = q_1 + \frac{dq_1}{dx}\delta x + \frac{d^2q_1}{dx^2}\frac{(\delta x)^2}{2!} + \dots \quad (2-3)$$

On pose : $\theta_0 = T - T_f$

On a : $q_3 = h\theta_0\delta S$

Le bilan thermique nous donne :

$$\frac{d}{dx}\left(-kA\frac{d\theta}{dx}\right)\delta x + \frac{d^2}{dx^2}\left(-kA\frac{d\theta}{dx}\right)\frac{(\delta x)^2}{2!} + \dots + h\theta\delta S = 0 \quad (2-4)$$

D'où :

$$\frac{1}{A}\frac{d}{dx}\left(-kA\frac{d\theta}{dx}\right)\delta x + \frac{1}{A}\frac{d^2}{dx^2}\left(-kA\frac{d\theta}{dx}\right)\frac{(\delta x)^2}{2!} + \dots + \frac{1}{A}h\theta\frac{\delta S}{\delta x} = 0 \quad (2-5)$$

On a : $A=f(x), S=f(x)$

$$\text{Alors: } \frac{\delta A}{\delta x} = \frac{dA}{dx}, \frac{\delta S}{\delta x} = \frac{dS}{dx}$$

On pose : $\delta x \rightarrow 0$

$$\text{Donc : } \frac{1}{A}\frac{d}{dx}\left(-kA\frac{d\theta}{dx}\right) + \frac{h\theta}{A}\frac{dS}{dx} = 0 \quad (2-6)$$

D'où :

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} + \frac{1}{A}\frac{dA}{dx}\frac{d\theta}{dx} - \frac{h}{k}\left(\frac{1}{A}\frac{dS}{dx}\right)\theta = 0 \quad (2-7)$$

Pour les surfaces auxiliaires, tel que $k=\text{constante}$, et le régime monodimensionnelle, l'équation précédente reste valable.

Chapitre 3 :

Calcul de l'efficacité des différents types d'ailettes

CHAPITRE 3 :

Calcul de l'efficacité des différents types d'ailettes

3.1-Efficacité d'ailette :

3.1.1 -Définition : l'efficacité d'une ailette est défini comme étant le rapport entre le taux de transfert de chaleur réel de l'ailette et le taux de transfert thermique idéal de l'ailette, qui existerait si elle était toute à la température de la base.

$$\eta = \frac{q_r}{q_i} \quad (3-1)$$

q_r : Taux de transfert de chaleur réel, Figure 3-1.

q_i : Taux de transfert de chaleur idéal, Figure 3-2.

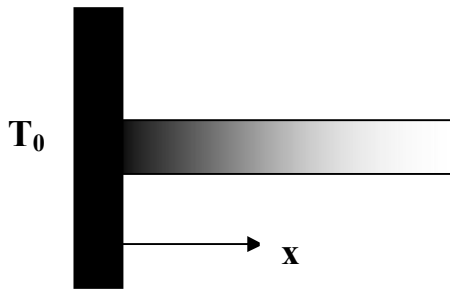


Figure 3-1 : Situation réelle

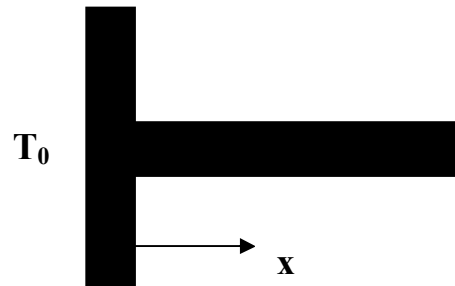


Figure 3-2 : situation idéale

-Pour calculer l'efficacité d'une ailette, on peut spécifier deux méthodes :

i. **Méthode de dérivation** :

L'efficacité est donnée par :

$$\eta = \frac{-kA \left(\frac{d\theta}{dx} \right)_{x=0}}{h(T_0 - T_f)S} \quad (3-2)$$

Si l'origine des axes est liée à la paroi même.

$$\eta = \frac{kA \left(\frac{d\theta}{dx} \right)_{x=L}}{h(T_0 - T_f)S} \quad (3-3)$$

Si l'origine des axes est liée à l'extrémité de l'ailette.

ii. Méthode de d'intégration

L'efficacité est donnée par :
$$\eta = \frac{\int h_1(T - T_f) dS}{h_2(T_0 - T_f)S} \quad (3-4)$$

En raison de la complexité du mesurer le coefficient d'échange par convection (h), on suppose que le coefficient (h) est constant autour de l'ailette .donc :

$$\eta = \frac{\int (T - T_f) dS}{(T_0 - T_f)S} \quad (3-5)$$

La méthode de calcul de l'efficacité par intégration est plus précise que celle par dérivation, mais plus compliqué.

3.1.2. - Ailette longitudinale de profil rectangulaire

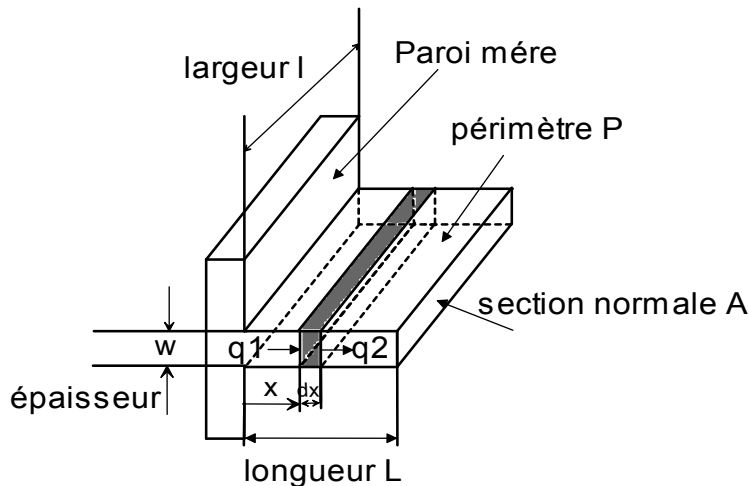


Figure 3.3-ailette rectangulaire

*** Remarque : on utilise le langage MAPLE (version 16), pour calculer les efficacités (voir annexe -1-)**

On a :

la section normale $A(x) = W.l$

la surface d'échange $dS(x) = 2.(l+W).dx \approx 2.l.dx \rightarrow dS(x)/dx = 2.l$

En remplaçant dans l'équation (2-7) les valeurs de $A(x)$ et $S(x)$, on obtient :

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} + \frac{1}{W.l} \frac{0.d\theta}{dx} - \frac{h}{k} \left(\frac{1}{W.l} . 2.l \right) \theta = 0$$

On trouve : $\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{hP}{kA} (T - T_f) = 0$ (3-6)

On pose : $\theta = T - T_f$ (3-7)

Avec la section $A=l.W$ et le périmètre $P=2.(l+W)$

Donc La forme d'équation est : $\frac{d^2\theta(x)}{dx^2} - m^2\theta(x) = 0$ (3-8)

La résolution d'équation précédente est :

$$\theta(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx}$$
 (3-11)

Tel que : $m = \sqrt{\frac{hP}{kA}}$ (3-10)

Pour les 4 cas suivant la chaleur idéale dissipée par l'ailette: $q_i = h(2l)L\theta_0$

Cas 1: convection imposée à l'extrémité (longueur finie)

Les conditions aux limites : $x = 0, \theta = \theta_0; x = L, -k \frac{d\theta}{dx} = h_e \theta$

➤ **Profil de température :** $\theta = \theta_0 \frac{km \cosh(m(-x + L)) + h_e \sinh(m(-x + L))}{km \cosh(mL) + h_e \sinh(mL)}$ (3-11)

➤ **Chaleur dissipée par l'ailette:**

- Par la méthode de dérivation : $q_{rd} = kA\theta_0 m \frac{(km \sinh(mL) + h_e \cosh(mL))}{km \cosh(mL) + h_e \sinh(mL)}$ (3-12)

- Par la méthode d'intégration : $q_{ri} = \left(\frac{2h\theta_0 l}{m} \right) \frac{(-h_e + km \sinh(mL) + h_e \cosh(mL))}{km \cosh(mL) + h_e \sinh(mL)}$ (3-13)

➤ **Efficacité de l'ailette :**

- par la méthode de dérivation : $\eta_{rd} = \frac{\sinh(mL) + He \cdot \cosh(mL)}{mL((\cosh(mL) + He \cdot \sinh(mL)))}$ (3-14)

- par la méthode d'intégration : $\eta_{ri} = \frac{1}{ml} \frac{(-H_e + \sinh(mL) + H_e \cosh(mL))}{\cosh(mL) + H_e \sinh(mL)}$ (3-15)

Tel que: $He = h_e/k.m$ (3-16)

Cas 2: convection nulle à l'extrémité (isolation thermique, $he=0$)

On a : $x = 0, \theta = \theta_0; x = L, k \frac{d\theta}{dx} = 0$

➤ **Profil de température :** $\theta = \theta_0 \frac{\cosh(m(L-x))}{\cosh(mL)}$ (3-17)

➤ **Chaleur dissipée par l'ailette :**

- par la méthode de dérivation : $q_{rd} = kA\theta_0 m \cdot \tanh(mL)$ (3-18)

- par la méthode d'intégration : $q_{ri} = \frac{h\theta_0 L}{m} \cdot \frac{(e^{mL} - e^{-mL})}{\cosh(mL)}$ (3-19)

➤ **Efficacité de l'ailette :**

- par la méthode de dérivation : $\eta_d = \frac{\tanh(mL)}{mL}$ (3-20)

- par la méthode d'intégration : $\eta_i = \frac{\tanh(mL)}{mL}$ (3-21)

On remarque pour le cas 2, qu'on a la même efficacité pour les deux méthodes.

Cas 3 : Ailette très longue - la Température au bout est égale à celle du fluide:

On a : $x = 0, \theta = \theta_0; x \rightarrow \infty, \theta(x) \rightarrow 0$

➤ **Profil de température :** $\theta = \theta_0 e^{-mx}$ (3-22)

➤ **Chaleur dissipée par l'ailette :**

- Par la méthode de dérivation : $q_{rd} = kA\theta_0 m = \theta_0 \sqrt{hPkA}$ (3-23)

- Par la méthode d'intégration : $q_{ri} = -\frac{2h\theta_0 L}{m} \cdot (1 - e^{-mL})$ (3-24)

➤ **Efficacité de l'ailette :**

- Par la méthode de dérivation est : $\eta = \frac{1}{mL}$ (3-25)

- Par la méthode d'intégration est : $\eta = \frac{1 - e^{-mL}}{mL}$ (3-26)

Cas 4: A l'extrémité pour $x=L, \theta=\theta_L$

On a : $x=0, \theta = \theta_0 ; x=L, \theta = \theta_L$

le profile de température est : $\theta = -\frac{-e^{-mx}\theta_L + e^{mx}\theta_0 e^{-mL} - e^{-mx}\theta_0 e^{mL} + e^{-mx}\theta_L}{e^{mL} - e^{-mL}}$ (3-27)

Chapitre 3 : Calcul de l'efficacité des différents types d'ailettes

➤ **Chaleur totale dissipée par l'ailette :**

par la méthode de dérivation est : $q_{rd} = \frac{kAm(2\theta_L - \theta_0(e^{mL} - e^{-mL}))}{e^{-mL} - e^{mL}}$ (3-28)

par la méthode d'intégration est : $q_{ri} = \frac{2((\theta_0 + \theta_L)(e^{mL} - 1).l.h)}{(e^{mL} + 1)m}$ (3-29)

➤ **Efficacité de l'ailette :**

• Par la méthode de dérivation : $\frac{1}{mL} \frac{\cosh(mL) - \frac{\theta_L}{\theta_0}}{\sinh(mL)}$ (3-30)

• Par la méthode d'intégration : $\frac{\tanh(\frac{mL}{2})(1 + \frac{\theta_L}{\theta_0})}{mL}$ (3-31)

Pour calculer L'efficacité des ailettes longitudinales de profil rectangulaire dans notre étude on utilise par la méthode d'intégration à cause de la précision.

On a résumé les efficacités des ailettes longitudinales de profil rectangulaire des cas précédentes dans le tableau (3-1).

Tableau des efficacités des ailettes longitudinales de profil rectangulaire			
Cas	Conditions aux limites	Efficacité par méthode de dérivation	Efficacité par méthode d'intégration
1 : convection imposée à l'extrémité	$x = 0, \theta = \theta_0;$ $x = L, -k \frac{d\theta}{dx} = h_e \theta$	$\frac{\sinh(mL) + H_e \cosh(mL)}{mL((\cosh(mL) + H_e \sinh(mL)))}$	$\frac{-H_e + \sinh(mL) + H_e \cosh(mL)}{mL(\cosh(mL) + H_e \sinh(mL))}$
2: isolation thermique, $h_e=0$	$x = 0, \theta = \theta_0;$ $x = L, k \frac{d\theta}{dx} = 0$	$\frac{\tanh(mL)}{mL}$	$\frac{\tanh(mL)}{mL}$
3 : ailette très longue	$x = 0, \theta = \theta_0;$ $x \rightarrow \infty, \theta(x) \rightarrow 0$	$\frac{1}{mL}$	$\frac{1 - e^{-mL}}{mL}$
4 :à l'extrémité : $x=L, \theta=\theta_L$	$x=0, \theta = \theta_0 ;$ $x=L, \theta = \theta_L$	$\frac{1}{mL} \frac{\cosh(mL) - \frac{\theta_L}{\theta_0}}{\sinh(mL)}$	$\frac{\tanh(\frac{mL}{2})(1 + \frac{\theta_L}{\theta_0})}{mL}$

tableau (3-1)

Remarque : pour notre étude on utilise les efficacités des ailettes longitudinales de profil rectangulaire par la méthode d'intégration à cause de leur précision et pour les autres ailettes on utilise la méthode de dérivation à cause de difficultés de trouver l'efficacité par la méthode d'intégration .

3.1.3. - Ailette longitudinale de profil trapézoïdal

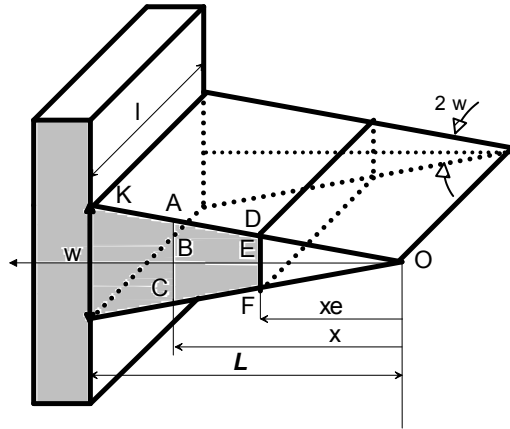


Figure 3.4-ailette trapézoïdale

On suppose que : $W \ll (L-x_e) \rightarrow \cos(w) = L/OK = L/((W/2)^2 + L^2)^{1/2} \approx 1$, et largeur $l=1$.

On a :

- * la section normale $A(x) = W \cdot x / L \cdot l = W \cdot x / L$.
- * la surface d'échange $S(x) = 2 \cdot AD \cdot l = 2 \cdot (x - x_e) / \cos(w) \cdot l \approx 2(x - x_e)$.
- * le flux est à le sens opposé de x.

En remplaçant dans l'équation (2-7) les valeurs de $A(r)$ et $S(r)$, on obtient :

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} + \frac{L}{W} \frac{W}{x} \frac{d\theta}{dx} - \frac{h}{k} \left(\frac{L}{W} \cdot 2 \right) \theta = 0$$

Donc la forme différentielle de ce type des ailettes est :

$$\frac{d^2\theta(x)}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{d\theta(x)}{dx} - \frac{1}{x} p^2 \theta(x) = 0 \tag{3-32}$$

$$\text{Avec : } p^2 = \frac{2hL}{kW} \tag{3-33}$$

La résolution d'équation (3-27) est :

$$\theta(x) = C_1 \cdot \text{BesselI}(0, 2p\sqrt{x}) + C_2 \cdot \text{BesselK}(0, 2p\sqrt{x}) \tag{3-34}$$

➤ **Le profil de température est :**

$$\theta = \theta_0 \frac{\text{BesselK}(1, 2p\sqrt{x_e}) \text{BesselI}(0, 2p\sqrt{x}) + \text{BesselK}(0, 2p\sqrt{x}) \text{BesselI}(1, 2p\sqrt{x_e})}{\text{BesselI}(1, 2p\sqrt{x_e}) \text{BesselK}(0, 2p\sqrt{L}) + \text{BesselK}(1, 2p\sqrt{x_e}) \text{BesselI}(0, 2p\sqrt{L})} \tag{3-35}$$

$$\text{Avec : } p = \sqrt{\frac{2hL}{kW}} \tag{3-36}$$

➤ **La chaleur dissipée par la méthode de dérivation :**

$$q_r = \frac{kWpl\theta_0}{\sqrt{L}} \cdot \frac{BesselK(1, 2p\sqrt{x_e})Bessell(1, 2p\sqrt{L}) - BesselK(1, 2p\sqrt{L})Bessell(1, 2p\sqrt{x_e})}{Bessell(1, 2p\sqrt{x_e})BesselK(0, 2p\sqrt{L}) + BesselK(1, 2p\sqrt{x_e})Bessell(0, 2p\sqrt{L})} \quad (3-37)$$

➤ **L'efficacité de l'ailette par la méthode de dérivation :**

$$\text{On a : } q_i = 2.(L - x_e).l.h.\theta_0 \quad (3-38)$$

Donc l'équation de l'efficacité est :

$$\eta = \frac{\sqrt{L}}{p(L - x_e)} \cdot \frac{BesselK(1, 2p\sqrt{x_e})Bessell(1, 2p\sqrt{L}) - BesselK(1, 2p\sqrt{L})Bessell(1, 2p\sqrt{x_e})}{Bessell(1, 2p\sqrt{x_e})BesselK(0, 2p\sqrt{L}) + BesselK(1, 2p\sqrt{x_e})Bessell(0, 2p\sqrt{L})} \quad (3-39)$$

3.1.4. - Ailette longitudinale de profil triangulaire :

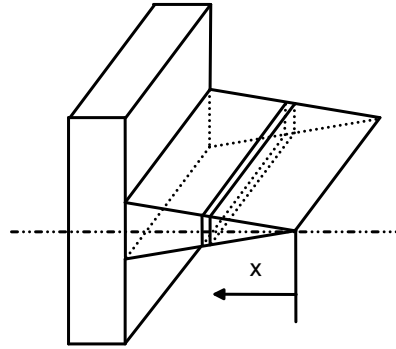


Figure 3.5-ailette triangulaire

L'ailette longitudinale triangulaire est un cas particulier du l'ailette précédente (ailette trapézoïdale), tel que : $x_e=0$.

$$\text{On a : } x = 0, \frac{d\theta}{dx} = 0; x = L, \theta = \theta_0$$

$$\text{Et : } x \rightarrow 0 \Rightarrow BesselK(0, 2p\sqrt{x}) \rightarrow \infty \Rightarrow C_2 = 0$$

$$\text{Donc : } \theta(x) = C_1.Bessell(0, 2p\sqrt{x}) \quad (3-40)$$

$$\text{Le profil de température est : } \theta = \theta_0 \frac{Bessell(0, 2p\sqrt{x})}{Bessell(0, 2p\sqrt{L})} \quad (3-41)$$

$$\text{Avec : } p = \sqrt{\frac{2hL}{kW}} \quad (3-42)$$

➤ **La chaleur dissipée par la méthode de dérivation :**

$$q_r = \frac{k W l p \theta_0}{\sqrt{L}} \cdot \frac{Bessell(1, 2p\sqrt{L})}{Bessell(0, 2p\sqrt{L})} \quad (3-43)$$

➤ **L'efficacité de l'ailette par la méthode de dérivation :**

On a : $q_i = 2.L.l.h.\theta_0$ (3-44)

L'équation de l'efficacité est : $\eta = \frac{2}{2p\sqrt{L}} \cdot \frac{Bessell(1, 2p\sqrt{L})}{Bessell(0, 2p\sqrt{L})}$ (3-45)

3.1.5. - Ailette longitudinale (profil concave) :

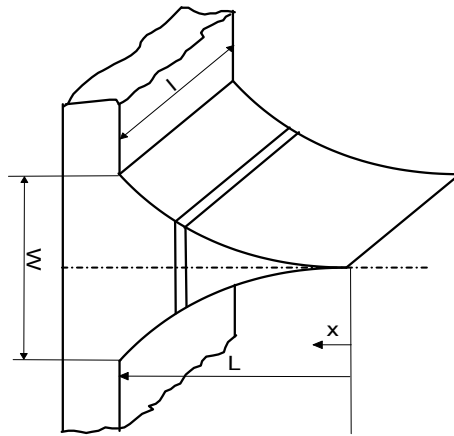


Figure 3.6-ailette concave

La forme d'équation différentielle d'ailette concave est :

$$x^2 \frac{d^2\theta(x)}{dx^2} + 2x \frac{d\theta(x)}{dx} - m^2 L^2 \theta(x) = 0 \quad (3-46)$$

Avec : $m = \sqrt{\frac{2hL}{kW}}$ (3-47)

La résolution d'équation précédente est :

$$\theta(x) = C_1 x^{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{1+(2mL)^2}} + C_2 x^{-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{1+(2mL)^2}} \quad (3-48)$$

On a : $x = L, \theta = \theta_0; x = L, -k \frac{d\theta}{dx} = h_e \theta$

➤ **Le profil de température est :** $\theta = \theta_0 x^{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{1+(2mL)^2}} / L^{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{1+(2mL)^2}}$ (3-49)

➤ L'équation de la chaleur dissipée par la méthode de dérivation est:

$$q_{rd} = \frac{kW.l.\theta_0}{2.L} \cdot \left(-1 + \sqrt{1 + (2mL)^2}\right) \quad (3-50)$$

➤ L'efficacité de l'ailette par la méthode de dérivation :

On a : $q_i = 2.L.l.h.\theta_0$ (3-51)

Donc l'équation de l'efficacité est : $\eta = \frac{2}{1 + \sqrt{1 + (2mL)^2}}$ (3-52)

Avec : $m = \sqrt{\frac{2h}{kW}}$ (3-53)

3.1.6. - Ailette longitudinale (profil convexe) : [ALLA 2001]

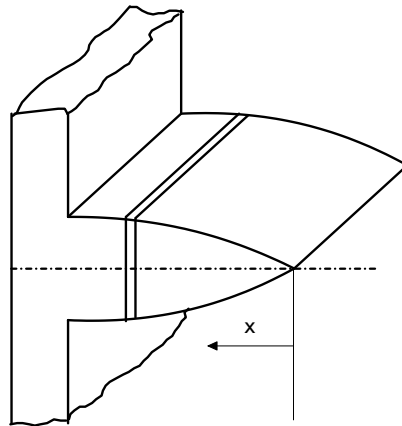


Figure 3.7-ailette convexe

La forme d'équation différentielle d'ailette concave est :

$$\sqrt{x} \frac{d^2\theta(x)}{dx^2} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \frac{d\theta(x)}{dx} - m^2(\sqrt{x})\theta(x) = 0 \quad (3-54)$$

Avec : $m = \sqrt{\frac{2hL}{kW}}$ (3-55)

La résolution de l'équation précédente est :

$$\theta(x) = x^{1/4} \left(C_1 \text{Bessell} \left(\frac{1}{3}, \frac{4}{3} mL^{1/4} x^{3/4} \right) + C_2 \text{Bessell} \left(-\frac{1}{3}, \frac{4}{3} mL^{1/4} x^{3/4} \right) \right) \quad (3-56)$$

On a : $x = L, \theta = \theta_0; x = 0, -k \frac{d\theta}{dx} = h_e \theta$

➤ Le profil de température est : $\theta(x) = \theta_0 \left(\frac{x}{L} \right)^{1/4} \frac{\text{Bessell} \left(-\frac{1}{3}, \frac{4}{3} mL^{1/4} x^{3/4} \right)}{\text{Bessell} \left(-\frac{1}{3}, \frac{4}{3} mL \right)}$ (3-57)

➤ L'équation de la chaleur dissipée par la méthode de dérivation est:

$$q_{rd} = kW . l . m . \theta_0 \frac{Bessell\left(\frac{2}{3}, \frac{4}{3} mL\right)}{Bessell\left(-\frac{1}{3}, \frac{4}{3} mL\right)} \quad (3-58)$$

➤ L'efficacité de l'ailette par la méthode de dérivation :

$$\text{On a : } q_i = 2L.l.h.\theta_0 \quad (3-59)$$

$$\text{Donc l'équation de l'efficacité est : } \eta = \frac{1}{mL} \frac{Bessell\left(\frac{2}{3}, \frac{4}{3} mL\right)}{Bessell\left(-\frac{1}{3}, \frac{4}{3} mL\right)} \quad (3-60)$$

$$\text{Avec : } m = \sqrt{\frac{2h}{kW}} \quad (3-61)$$

3.1.7. - Ailette en cascade:

L'ailette en cascade est une modification de forme d'ailette, où on trouve deux formes, (première partie est rectangulaire et la deuxième doit être des divers formes), comme l'indique les formes des ailettes longitudinales en dessous.

Les efficacités des ailettes (rectangulaire – triangulaire – concave-convexe) sont données précédemment, mais ici, on doit les combiner.

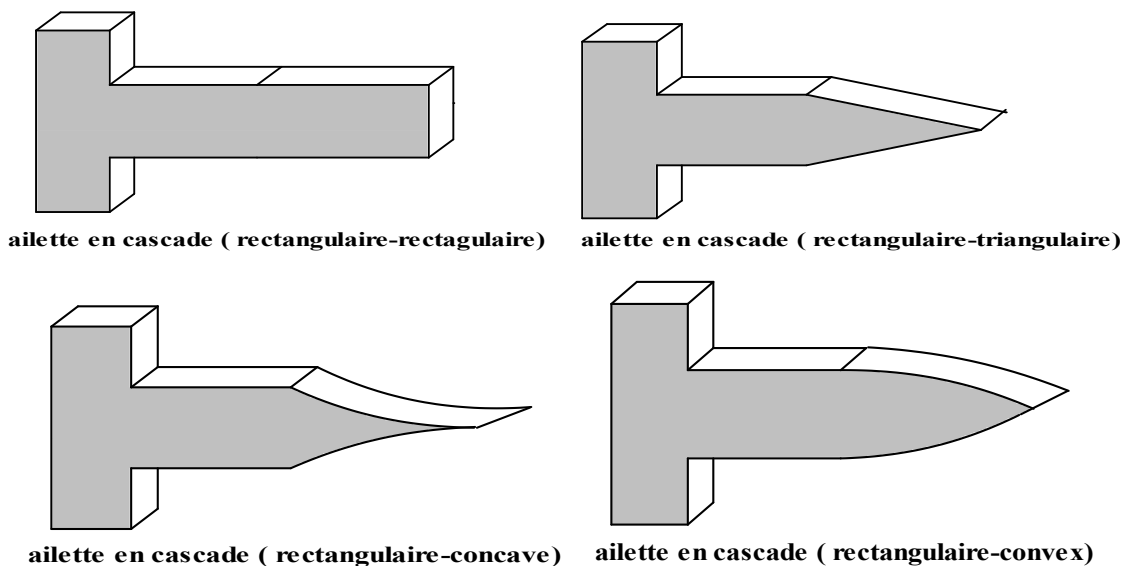


Figure. 3.8. Ailettes en cascade

3.1.8. - Ailette conique :

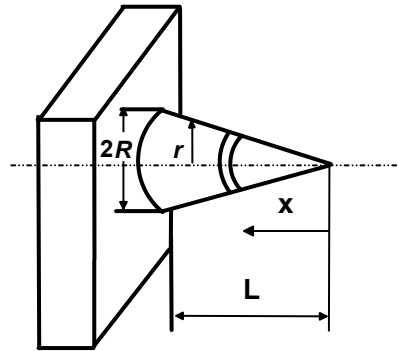


Figure 3.9-ailette conique

Parfois, on utilise des ailettes en forme d'épines conique pour améliorer l'échange thermique, appelées aussi : (épingles).

On suppose que : $R \ll L \rightarrow \cos(\alpha) = L / ((R)^2 + L^2)^{1/2} \approx 1$

On a :

-La section normale : $A(x) = \pi r = \pi \cdot (R^2 / L^2) \cdot x^2$

-La section d'échange S(x) :

$$\boxed{\begin{aligned} dS(x) &= 2 \cdot \pi \cdot r \cdot dx / \cos(\alpha) = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot x / L / ((R)^2 + L^2)^{1/2} \approx \\ &2 \cdot \pi \cdot (x \cdot R / L) \cdot dx = 2 \pi x dx \cdot R / L \end{aligned}}$$

-le flux est à le sens opposé de x

En remplaçant dans l'équation (2-7) les valeurs de A(r) et S(r), on obtient :

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} + \frac{L^2}{\pi R^2 x^2} \frac{2 \pi R^2 x}{L^2} \frac{d \theta}{dx} - \frac{h}{k} \left(\frac{L^2}{\pi R^2 x^2} \cdot 2 \pi x \cdot \frac{R}{L} \right) \theta = 0$$

Donc la forme différentielle de ce type des ailettes est :

$$\frac{d^2 \theta(x)}{dx^2} + \frac{2}{x} \frac{d \theta(x)}{dx} - \frac{1}{x} n^2 \theta(x) = 0 \quad (3-62)$$

$$\text{Avec : } n^2 = \frac{2hL}{kR} \quad (3-63)$$

La résolution d'équation précédente est :

$$\theta(x) = x^{-1/2} \left(C_1 \text{BesselI} \left(1, 2n\sqrt{x} \right) + C_2 \text{BesselK} \left(1, 2n\sqrt{x} \right) \right) \quad (3-64)$$

On a : $x=0 \rightarrow \text{BesselK} \left(1, 2n\sqrt{x} \right)$ indéterminé $\rightarrow C_2=0$

$$x = 0 \rightarrow C_2 = 0 \quad ; \quad x = L, \theta = \theta_0 \quad (3-65)$$

➤ **Le profil de température est :** $\theta = \theta_0 \left(\frac{L}{x}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{Bessell(1, 2n\sqrt{x})}{Bessell(1, 2n\sqrt{L})}$ (3-66)

➤ **Chaleur totale dissipée par l'ailette est :**

$$q_{rd} = \frac{\pi k R^2 \theta_0 (Bessell(1, 2n\sqrt{L}) + Bessell(0, 2n\sqrt{L})n\sqrt{L})}{L Bessell(1, 2n\sqrt{L})}$$
 (3-67)

➤ **L'efficacité de l'ailette par la méthode de dérivation est:**

On a : $q_i = h \left(\frac{\pi}{2} W L\right) \theta_0$ (3-68)

Donc l'équation de l'efficacité est :

$$\eta = \frac{2 (-Bessell(1, 2n\sqrt{L}) + Bessell(0, 2n\sqrt{L})n\sqrt{L})}{n^2 L Bessell(1, 2n\sqrt{L})}$$
 (3-69)

Avec : $n = \sqrt{\frac{2hL}{kW}}$ (3-70)

3.1.9. - Ailette transversale de profil rectangulaire :

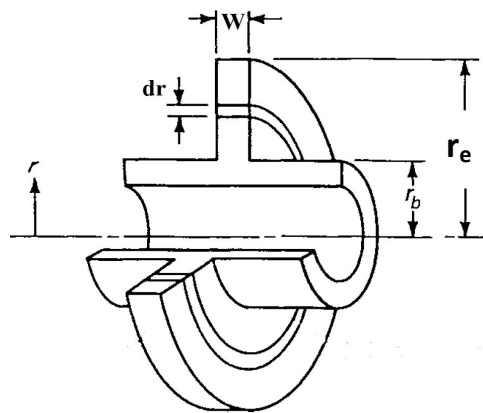


Figure 3.10-ailette transversale (profil rectangulaire) [ALLA 2001]

Pour l'ailette transversale (profil rectangulaire), on a :

La section normale $A(r)$: $A(r) = 2\pi r W$ (3-71)

La surface d'échange $S(r)$: $S(r) = 2\pi (r^2 - r_b^2)$ (3-72)

En remplaçant dans l'équation (2-7) les valeurs de $A(r)$ et $S(r)$, on obtient :

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} + \frac{2\pi W}{2\pi r W} \frac{d\theta}{dx} - \frac{h}{k} \left(\frac{4\pi r}{2\pi r W}\right) \theta = 0$$

Donc la forme différentielle de ce type des ailettes est :

$$\frac{d^2\theta(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\theta(r)}{dr} - n^2\theta(r) = 0 \quad (3-73)$$

$$n^2 = \frac{2h}{kW} \quad (3-74)$$

La résolution d'équation précédente est :

$$\theta(r) = C_1 \cdot Bessell(0, nr) + C_2 \cdot BesselK(0, nr) \quad (3-75)$$

On a : $r = r_e, \theta = \theta_0; r = r_b, \theta = \theta_0$

➤ **Le profil de température est :**

$$\theta = \theta_0 \frac{BesselK(1, nr_e) Bessell(0, nr) + Bessell(1, nr_e) BesselK(0, nr)}{BesselK(1, nr_e) Bessell(0, nr_b) + BesselK(0, nr_b) Bessell(1, nr_e)} \quad (3-78)$$

➤ **La chaleur dissipée par la méthode de dérivation :**

$$q_r = -2k \pi W r_b n \theta_0 \frac{BesselK(1, nr_e) Bessell(1, nr_b) - Bessell(1, nr_e) BesselK(1, nr_b)}{BesselK(1, nr_e) Bessell(0, nr_b) + BesselK(0, nr_b) Bessell(1, nr_e)} \quad (3-79)$$

➤ **L'efficacité de l'ailette par la méthode de dérivation :**

$$\text{On a : } q_i = 2\pi(r_e^2 - r_b^2)h\theta_0 \quad (3-80)$$

Donc l'équation de l'efficacité est :

$$\eta = \frac{-2r_b}{n(r_e^2 - r_b^2)} \frac{BesselK(1, nr_e) Bessell(1, nr_b) - Bessell(1, nr_e) BesselK(1, nr_b)}{BesselK(1, nr_e) Bessell(0, nr_b) + BesselK(0, nr_b) Bessell(1, nr_e)} \quad (3-81)$$

Ou :

$$\eta = \frac{2\rho}{\phi(1+\rho)} \frac{Bessell(1, \phi R_e) BesselK(1, \phi R_b) - Bessell(1, \phi R_b) BesselK(1, \phi R_e)}{Bessell(0, \phi R_b) BesselK(1, \phi R_e) + Bessell(1, \phi R_e) BesselK(0, \phi R_b)} \quad (3-82)$$

Les paramètres de l'équation précédente, (3-82), sont définis dans le tableau suivant:

Tableau (3-2)

$\rho = \frac{r_b}{r_e}$	$R_e = \frac{1}{1-\rho}$
$\phi = (r_e - r_b)^{3/2} \left(\frac{2h}{kW(r_e - r_b)} \right)^{1/2}$	$R_b = \frac{\rho}{1-\rho}$

Tableau (3-2)

3.1.10. - Ailette transversale de profil hyperbolique : [ALLA 2001]

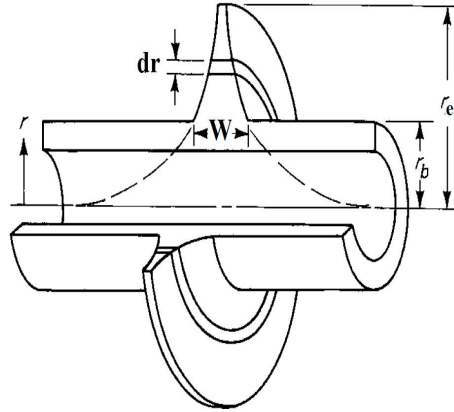


Figure 3.11-ailette transversale (profil hyperbolique) [ALLA 2001]

Pour l'ailette transversale (profil rectangulaire, on a :

$$\text{la section normale } A(r) : A(r) = 2\pi W r_b \quad (3-83)$$

$$\text{la surface d'échange } S(r) : S(r) = \pi (r^2 - r_b^2) \quad (3-84)$$

$$\text{On a : } r = r_b \rightarrow \theta = \theta_0; r = r_e \rightarrow \theta = 0$$

$$\text{La forme différentielle de ce type des ailettes est : } \frac{d^2\theta(r)}{dr^2} - \frac{m^2}{r_b} \theta(r) = 0 \quad (3-85)$$

$$\text{On a : } m^2 = \frac{2h}{kW} \quad (3-86)$$

$$\text{Et : } M = \frac{m^2}{r_b} \quad (3-87)$$

$$\text{Donc : } \frac{d^2\theta(r)}{dr^2} - M^2 \theta(r) = 0 \quad (3-88)$$

La résolution d'équation précédente est :

$$\theta(r) = r^{\frac{1}{2}} \left[C_1 \cdot \text{Bessell} \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3} Mr^{3/2} \right) + C_2 \cdot \text{Bessell} \left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3} Mr^{3/2} \right) \right] \quad (3-89)$$

$$\text{On a : } x = L \rightarrow \theta = \theta_0; x = x_e \rightarrow d\theta / dx = 0$$

➤ Le profil de température est :

$$\theta = \theta_0 \left(\frac{r}{r_b} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\text{Bessell} \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3} Mr_e^{3/2} \right) \text{Bessell} \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3} Mr^{3/2} \right) - \text{Bessell} \left(-\frac{2}{3}, \frac{2}{3} Mr_e^{3/2} \right) \text{Bessell} \left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3} Mr^{3/2} \right)}{\text{Bessell} \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3} Mr_e^{3/2} \right) \text{Bessell} \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3} Mr_b^{3/2} \right) - \text{Bessell} \left(-\frac{2}{3}, \frac{2}{3} Mr_e^{3/2} \right) \text{Bessell} \left(-\frac{1}{3}, Mr_b^{3/2} \right)} \quad (3-90)$$

➤ la chaleur dissipée par la méthode de dérivation est:

$$q_r = 2\pi kW \theta_0 M (r_b)^{3/2} \frac{Bessell\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3} Mr_e^{3/2}\right) Bessell\left(-\frac{2}{3}, \frac{2}{3} Mr_b^{3/2}\right) - Bessell\left(-\frac{2}{3}, \frac{2}{3} Mr_e^{3/2}\right) Bessell\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3} Mr_b^{3/2}\right)}{Bessell\left(-\frac{2}{3}, \frac{2}{3} Mr_e^{3/2}\right) Bessell\left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3} Mr_b^{3/2}\right) - Bessell\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3} Mr_e^{3/2}\right) Bessell\left(\frac{1}{3}, Mr_b^{3/2}\right)} \quad (3-91)$$

➤ **L'efficacité de l'ailette par la méthode de dérivation :**

$$\text{On a : } q_i = 2\pi(r_e^2 - r_b^2)h\theta_0 \quad (3-92)$$

Donc l'équation de l'efficacité est :

$$\eta = \frac{2r_b}{m(r_e^2 - r_b^2)} \frac{Bessell\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3} Mr_e^{3/2}\right) Bessell\left(-\frac{2}{3}, \frac{2}{3} Mr_b^{3/2}\right) - Bessell\left(-\frac{2}{3}, \frac{2}{3} Mr_e^{3/2}\right) Bessell\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3} Mr_b^{3/2}\right)}{Bessell\left(-\frac{2}{3}, \frac{2}{3} Mr_e^{3/2}\right) Bessell\left(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3} Mr_b^{3/2}\right) - Bessell\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3} Mr_e^{3/2}\right) Bessell\left(\frac{1}{3}, Mr_b^{3/2}\right)} \quad (3-93)$$

On peut écrire (3-97) par une autre manière :

$$\eta = \left(\frac{1}{\phi}\right) \left[\frac{Bessell\left(\frac{2}{3}, R_e\right) Bessell\left(-\frac{2}{3}, R_b\right) - Bessell\left(-\frac{2}{3}, R_e\right) Bessell\left(\frac{2}{3}, R_b\right)}{Bessell\left(-\frac{2}{3}, R_e\right) Bessell\left(-\frac{1}{3}, R_b\right) - Bessell\left(\frac{2}{3}, R_e\right) Bessell\left(\frac{1}{3}, R_b\right)} \right] \left[\frac{4\rho(1-\rho)}{(1+\rho)^2 (\ln(1/\rho))} \right] \quad (3-94)$$

Les paramètres de l'équation précédente, (3-98), sont définis dans le tableau suivant :

Tableau (3-3)

$\rho = \frac{r_b}{r_e}$	$m = \left(\frac{2h}{kW}\right)^{1/2}$	$R_e = \frac{2}{3} Mr_e^{3/2}$
$\phi = (r_e - r_b)^{3/2} \left(\frac{2h}{kW r_b \ln(1/\rho)}\right)^{1/2}$	$M = \frac{m}{r_b^2}$	$R_b = \frac{2}{3} Mr_b^{3/2}$

Tableau (3-3)

3.1.11- Autres ailettes :

Il ya d'autres ailettes, on les prend dans le tableau suivant avec leurs formes et leurs efficacités

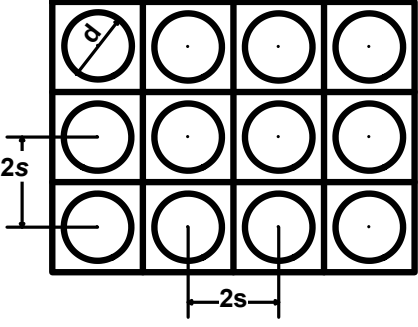
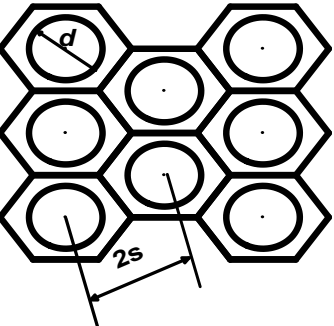
Ailette	Forme	Equation de l'efficacité	Paramètres de l'équation
Ailette carrée autour d'un tube [JAN 2006]		$\eta = \frac{1}{1 + \frac{1}{3}(mL)^2 \sqrt{\frac{r_2^*}{r_1}}}$	$r_2^* = \frac{2s}{\sqrt{\pi}}$ $L = r_2^* - r_1$ $r_1 = d/2$ $m = \sqrt{\frac{2h}{kW}}$
Ailette hexagonale autour d'un tube [JAN 2006]		$\eta = \frac{1}{1 + \frac{1}{3}(mL)^2 \sqrt{\frac{r_2^*}{r_1}}}$	$r_2^* = \left(\frac{2\sqrt{3}}{\pi}\right)^{1/2} s$ $m = \sqrt{\frac{2h}{kW}}$ $L = r_2^* - r_1$ $r_1 = d/2$

tableau (3-2)

3.2.-Optimisations paramétriques des ailettes longitudinales :

Pour qu'il y ait un intérêt à attacher des surfaces auxiliaires à une surface mère, il faut connaître les valeurs optimales des paramètres pour lesquelles l'adjonction d'une ailette a un effet sur le flux total dissipé. Pour cela on détermine les valeurs qui annulent la dérivée de l'équation de flux de chaleur (q). On choisit trois ailettes longitudinales de profil rectangulaire, triangulaire et concave.

3.2.1 Dimensions optimales pour une ailette longitudinale de section rectangulaire :

Pour l'ailette longitudinale de section rectangulaire, Figure 3.3, on exprime le flux par unité de largeur, (l), donc l'équation de flux est :

$$q = kW \theta_0 \left(\frac{2h}{kW}\right)^{1/2} \tanh\left(A_m \left(\frac{2h}{k}\right)^{1/2} \left(\frac{1}{W}\right)^{3/2}\right) \quad (3-95)$$

On a : La section normale de l'ailette $A_m = LW$ (3-96)

$$\beta = mL = L \left(\frac{2h}{kW} \right)^{1/2} = A_m \left(\frac{2h}{k} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{W} \right)^{3/2} \quad (3-97)$$

La dérivé $\frac{dq}{dW}$ s'annule si : $3\beta \sec h^2 \beta = \tanh \beta$ (3-98)

Cette équation se résout numériquement, ou graphiquement.

On trouve : $\beta = 1.419223190 \approx 1.4192$

Qui est la valeur que prend β quand le flux est maximum pour une ailette rectangulaire donné.

de l'équation (3-97) on a La valeur de l'épaisseur(W_{op}) optimum correspondante est :

$$W_{op} = \left(\frac{2.h.A_m^2}{(1.4192)^2.k} \right)^{1/3} = 0.792 \left(\frac{2.h.A_m^2}{k} \right)^{1/3} \quad (3-99)$$

de l'équation (3-95)et (3-99) on a encore

$$W_{op} = \left(\frac{q}{\theta_0} \right)^2 \frac{1}{\tanh^2(1.4192).k.2.h} = \left(\frac{q}{\theta_0} \right)^2 \frac{0.632}{hk} \quad (3-100)$$

De même, La valeur de l'épaisseur(W_{op}) optimum correspondante est :

$$L_{op} = \frac{A_m}{W_{op}} = \frac{A_m}{0.791 \left(\frac{2.h.A_m^2}{k} \right)^{1/3}} = 1.263 \left(\frac{k.A_m}{2.h} \right)^{1/3} \quad (3-101)$$

De (3-95) et (3-99) on : $A_{m,op} = \left(\frac{q}{\theta_0} \right)^3 \frac{0.504}{h^2k}$ (3-102)

Et A_m (volume /unité de largeur) est équivalent au poids /unité de largeur, qui conduit à un poids minimum.

On encore : $L_{op} = \frac{A_{m,op}}{W_{op}} = \frac{q}{\theta_0} \frac{0.798}{h}$ (3-103)

3.2.2 Dimensions optimales pour une ailette longitudinale de section triangulaire :

Pour l'ailette longitudinale de section triangulaire, on exprime le flux par unité de largeur, (l), donc l'équation de flux est :

Chapitre 3 : Calcul de l'efficacité des différents types d'ailettes

$$q = \frac{\theta_0 \cdot k W \cdot p}{\sqrt{L}} \cdot \frac{Bessell(1, 2p\sqrt{L})}{Bessell(0, 2p\sqrt{L})} \quad (3-104)$$

La section normale de l'ailette est : $A_m = \frac{WL}{2}$ (3-105)

On a : $p = \sqrt{\frac{2hL}{kW}}$ (3-106)

On pose : $\beta = 2p\sqrt{L} = 2L\sqrt{\frac{2h}{kW}}$ (3-107)

$$W = \frac{2A_m}{L}, L = \frac{\beta}{2} \sqrt{\frac{kW}{2h}} \Rightarrow W = \left(\frac{32hA_m^2}{k\beta^2} \right)^{1/3} \quad (3-108)$$

Donc : $q = \left(4A_m(2h)^2 k \right)^{1/3} \theta_0 \beta^{-1/3} \cdot \frac{Bessell(1, \beta)}{Bessell(0, \beta)}$ (3-109)

La dérivé $\frac{dq}{d\beta}$ s'annule si :

$$Bessell(0, \beta)Bessell(2, \beta) + \frac{2}{3} \frac{Bessell(0, \beta)Bessell(1, \beta)}{\beta} = Bessell^2(1, \beta) \quad (3-110)$$

Cette équation se résout numériquement, ou graphiquement.

On trouve : $\beta = 2.618804125 \approx 2.6188$

Qui est la valeur que prend β quand le flux est maximum pour une ailette triangulaire donné.

de l'équation (3-108) on a La valeur de l'épaisseur (W_{op}) optimum correspondante est :

$$W_{op} = \left(\frac{32hA_m^2}{k(2.6188)^2} \right)^{1/3} = 1.326 \left(\frac{2hA_m^2}{k} \right)^{1/3} \quad (3-111)$$

De même, La valeur de l'épaisseur (L_{op}) optimum correspondante est :

$$L_{op} = \frac{2A_m}{W_{op}} = \frac{2A_m}{1.326 \left(\frac{2hA_m^2}{k} \right)^{1/3}} = 1.508 \left(\frac{kA_m}{2h} \right)^{1/3} \quad (3-112)$$

On peut calculer W_{op} , et L_{op} en fonction de q

$$\text{De (3-109) et (3-111) on a } W_{op} = \left(\frac{q}{\theta_0} \right)^2 \frac{0.827}{hk} \quad (3-113)$$

$$\text{de (3-108) et (3-113) on a } A_{m,op} = \left(\frac{q}{\theta_0} \right)^3 \frac{0.348}{h^2 k} \quad (3-114)$$

$$\text{On encore : } L_{op} = \frac{A_{m,op}}{W_{op}} = \frac{q}{\theta_0} \frac{0.842}{h} \quad (3-115)$$

3.2.3 Dimensions optimales pour une ailette longitudinale de section concave :

Pour l'ailette longitudinale de section concave, on exprime le flux par unité de largeur, (l), donc l'équation de flux est :

$$q = \frac{\theta_0 k W}{2L} \cdot \left(-1 + \sqrt{1 + (2mL)^2} \right) \quad (3-116)$$

$$\text{La section normale de l'ailette est : } A_m = \frac{WL}{3} \quad (3-117)$$

$$\text{On a : } \beta = mL = \left(\frac{2h}{kW} \right)^{1/2} L \quad (3-118)$$

$$\beta = \left(\frac{2h}{kW} \right)^{1/2} \frac{3A_m}{W} = 3A_m \left(\frac{2h}{k} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{W} \right)^{3/2} \quad (3-119)$$

$$\text{L'épaisseur d'ailette : } W = (3A_m (2h/k)^{1/2} / \beta)^{2/3} \quad (3-120)$$

$$\text{Donc : } q = \frac{\theta_0 k}{6A_m} \left(3A_m \left(\frac{2h}{k} \right)^{1/2} \right)^{4/3} \beta^{-4/3} \cdot \left(-1 + \sqrt{1 + (1 + 4\beta^2)^2} \right) \quad (3-121)$$

La dérivé $\frac{dq}{d\beta}$ s'annule si :

$$-\frac{4}{3} \beta^{-7/3} \cdot \left(-1 + \sqrt{1 + (1 + 4\beta^2)^2} \right) + \frac{1}{2} \beta^{-4/3} \frac{8\beta}{\sqrt{1 + (1 + 4\beta^2)^2}} = 0 \quad (3-122)$$

Après la simplification, On trouve :

$$\beta^2 = 2 \Rightarrow \beta = \sqrt{2}$$

Qui est la valeur que prend β quand le flux est maximum pour une ailette concave donné.

Chapitre 3 : Calcul de l'efficacité des différents types d'ailettes

de l'équation (3-119) on a La valeur de l'épaisseur(W_{op}) optimum correspondante est :

$$W_{op} = (3A_m \left(\frac{2h}{k}\right)^{1/2} / \sqrt{2})^{2/3} = 1.651 \left(\frac{2hA_m^2}{k}\right)^{1/3} \quad (3-123)$$

De même, La valeur de l'épaisseur(L_{op}) optimum correspondante est :

$$L_{op} = \frac{3A_m}{W_{op}} = \frac{3A_m}{1.651 \left(\frac{2hA_m^2}{k}\right)^{1/3}} = 1.817 \left(\frac{k A_m}{2.h}\right)^{1/3} \quad (3-124)$$

On peut calculer W_{op} , et L_{op} en fonction de q

$$\text{De (3-116) et (3-123) on trouve : } A_{m,op} = \left(\frac{q}{\theta_0}\right)^3 \frac{0.5}{h^2 k} \quad (3-125)$$

$$\text{De (3-116) et (3-123) on trouve : } W_{op} = \left(\frac{q}{\theta_0}\right)^2 \frac{1.31}{hk} \quad (3-126)$$

$$\text{On a encore : } L_{op} = \frac{A_{m,op}}{W_{op}} = \frac{q}{\theta_0} \frac{0.382}{h} \quad (3-127)$$

Chapitre 3 : Calcul de l'efficacité des différents types d'ailettes

On a résumé les paramètres optimaux en fonction de la surface (A_m) pour avoir les valeurs pour lesquelles l'adjonction d'une ailette a un effet sur le flux total dissipé dans le tableau (3-4).

TABLEAU DES PARAMETRES OPTIMAUX EN FONCTION DE A_m		
Ailettes longitudinales	Longueur(L_{op})	Epaisseur(W_{op})
Profil rectangulaire	$1.263 \left(\frac{kA_m}{2h} \right)^{1/3}$	$0.792 \left(\frac{2hA_m^2}{k} \right)^{1/3}$
Profil triangulaire	$1.508 \left(\frac{kA_m}{2h} \right)^{1/3}$	$1.326 \left(\frac{2hA_m^2}{k} \right)^{1/3}$
Profil concave	$1.817 \left(\frac{kA_m}{2h} \right)^{1/3}$	$1.651 \left(\frac{2hA_m^2}{k} \right)^{1/3}$

Tableau (3.4)

Dans le tableau (3-5), on a résumé les mêmes paramètres dans le tableau précédente, mais en fonction de q / θ_0

TABLEAU DES PARAMETRES OPTIMAUX EN FONCTION DE $\frac{q}{\theta_0}$			
Ailettes longitudinales	Surface (A_m, op)	Longueur(L_{op})	Epaisseur(W_{op})
Profil rectangulaire	$\left(\frac{q}{\theta_0} \right)^3 \frac{0.504}{h^2 k}$	$\frac{q}{\theta_0} \frac{0.798}{h}$	$\left(\frac{q}{\theta_0} \right)^2 \frac{0.632}{hk}$
Profil triangulaire	$\left(\frac{q}{\theta_0} \right)^3 \frac{0.348}{h^2 k}$	$\frac{q}{\theta_0} \frac{0.842}{h}$	$\left(\frac{q}{\theta_0} \right)^2 \frac{0.827}{hk}$
Profil concave	$\left(\frac{q}{\theta_0} \right)^3 \frac{0.5}{h^2 k}$	$\frac{q}{\theta_0} \frac{0.382}{h}$	$\left(\frac{q}{\theta_0} \right)^2 \frac{1.31}{hk}$

Tableau(3.5)

Chapitre 4 :

Résultats et commentaires

CHAPITRE 4 :

Résultats et commentaires

Nous présentons, dans cette partie, les résultats sous forme des graphes étudiées, ces derniers sont obtenus, par le logiciel Maple (version 16). Ces résultats concernent les efficacités des ailettes étudiées en fonction des divers paramètres (coefficient d'anisothermie ($m = (hP/kW)^{1/2}$), $He = h/km$, coefficient d'échange de chaleur par convection (h), la conductivité thermique (k), la longueur (L) de l'ailette, l'épaisseur (W) de l'ailette, etc....).

Ces résultats sont : des résultats généraux et particuliers.

4.1 Résultats généraux :

1. L'efficacité des ailettes diminue quand le coefficient d'anisothermie $m = (hP/kW)^{1/2}$, augmente.
2. L'efficacité des ailettes diminue avec l'augmentation de longueur (L) et du coefficient d'échange de chaleur par convection (h), et augmente avec l'augmentation de la conductivité thermique (k) et de l'épaisseur (W).
3. Le coefficient d'anisothermie (m) augmente avec l'augmentation du coefficient d'échange de chaleur par convection (h) et diminue avec la conductivité thermique (k) et l'épaisseur d'ailettes (W).
4. Quand le coefficient d'échange de chaleur par convection (h) augmente, l'ailette se refroidit et le gradient de température augmente au sein de l'ailette, ce qui fait chuter l'efficacité des ailettes.
5. Si la conductivité thermique (k) augmente, le gradient de température diminue et l'efficacité augmente.
6. L'augmentation de l'épaisseur (W) de l'ailette rend le tube à ailettes similaire à un tube lisse, où la surface au bout de l'ailette augmente et ainsi que l'efficacité.

4.2. Résultats particuliers :

7. Dans la figure 4.1 l'efficacité ayant $He = h/km = (Wh/k)^{1/2} = 0.001$, est plus performant que $He = 0.1$ et $He = 0.2$, et ce résultat assure les remarques précédentes, où on a trouvé que l'efficacité des ailettes augmente avec l'augmentation de conductivité thermique (k) et de l'épaisseur (W), et diminue avec l'augmentation du coefficient d'échange de chaleur par convection (h).
8. La figure 4.5- représente la comparaison des efficacités entre quatre cas de l'ailette longitudinale de profil rectangulaire, on remarque que le quatrième cas (les

conductions aux limites : à $x=0, \theta=\theta_0$; $x=L, \theta=\theta_L$) est plus performante que les autres cas, parce qu'il y'a un transfert de chaleur à l'extrémité de l'ailette ($x=L, \theta=\theta_L$) qui augmente cette performance .

9. la comparaison entre les valeurs de $p=(2hL/kW)^{1/2}$, (0.1,0.115,0.130), figure 4.6, montre que l'efficacité correspondant à $p=0.1$ est plus élevée, et ça confirme la remarque précédente ($N^{\circ}= 2$) .
10. La figure 4.11 montre la comparaison des efficacités des ailettes longitudinales de profils (rectangulaire, concave, convexe) et on constate que l'efficacité de l'ailette triangulaire est meilleure que les autres ailettes.
11. Pour les figures (4.12 et 4.13 et 4.14), les ailettes longitudinales (en cascade) ont deux parties (la première a la forme rectangulaire et la deuxième a une autre forme). on remarque que l'efficacité varie entre les deux parties de l'ailette.
12. La figure 4.11 donne la comparaison des efficacités des ailettes transversales de profil (rectangulaire et hyperbolique) en fonction de (ϕ)

$$\phi = (r_e - r_b)^{3/2} \left(\frac{2h}{kW (r_e - r_b)} \right)^{1/2} \quad \text{et } \rho \left(\rho = \frac{r_b}{r_e} \right)$$

On remarque que l'ailette hyperbolique est plus performante, et que le paramètre Φ nous indique les mêmes remarques ($N^{\circ}= 2$) de l'influence de h, W et k sur l'efficacité de l'ailette. Si le paramètre ρ augmente implique que l'efficacité augmente.
13. La figure 4.23 montre bien l'influence de coefficient d'échange h sur l'efficacité, on remarque l'efficacité est plus élevé pour $h=5$, et ça confirme les résultats (1, 2, 3).
14. Les figures (4.21, 4.23, 4.26) montrent que l'efficacité diminue avec l'augmentation de longueur (L), car le gradient de température augmente le long de l'ailette.
15. Dans la figure 4.28, en comparant les dimensions de longueur et l'épaisseur des ailettes : rectangulaire, triangulaire et concave. et cela en fonction de la surface, on a constaté que les valeurs de l'ailette rectangulaire sont plus faibles que les autres ailettes.
16. D'après le tableau 3.4, On constate que $A_{m,op} \text{ (triangle)} / A_{m,op} \text{ (rectangle)}=0.690$, et $A_{m,op} \text{ (triangle)} / A_{m,op} \text{ (concave)}=0.696$, ce qui signifie que l'ailette triangulaire nécessite de 69 % du volume de l'ailette triangulaire et de 69,6 % du volume de l'ailette concave.
17. Encore d'après le tableau 3.5, on a $A_{m,op}$ est inversement proportionnelle à la conductivité k , et ça nous donne une liberté de remplacer (par exemple) la matière de cuivre par la matière d'aluminium des ailettes, on réalise un gain sur le poids d'environ de 50% .
18. La figure 4.29 confirme les résultats 16 et 17, on constate que les valeurs de la surface optimale de l'ailette triangulaire sont plus performantes que les autres ailettes.

Figure 4.1 - Efficacité d'ailette longitudinale du profil rectangulaire premier cas

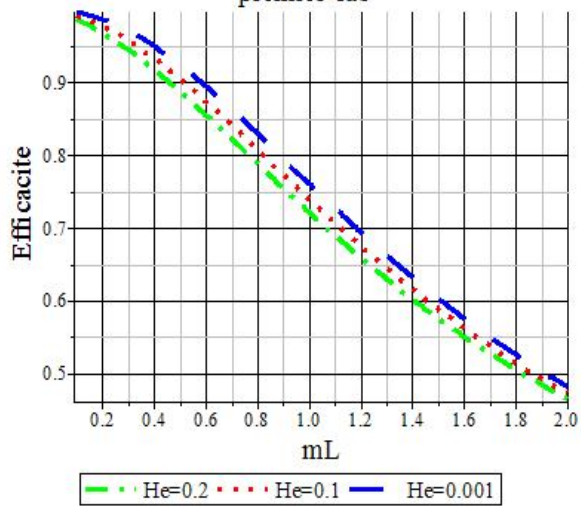


Figure 4.2 - Efficacité d'ailette longitudinale du profil rectangulaire deuxième cas

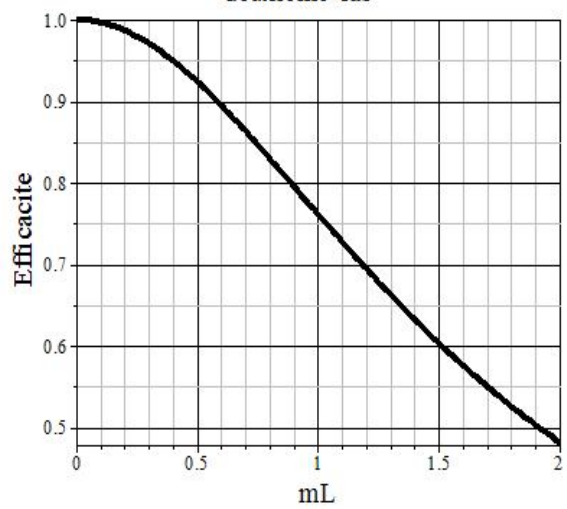


Figure 4.3 - Efficacité d'ailette longitudinale du profil rectangulaire troisième cas

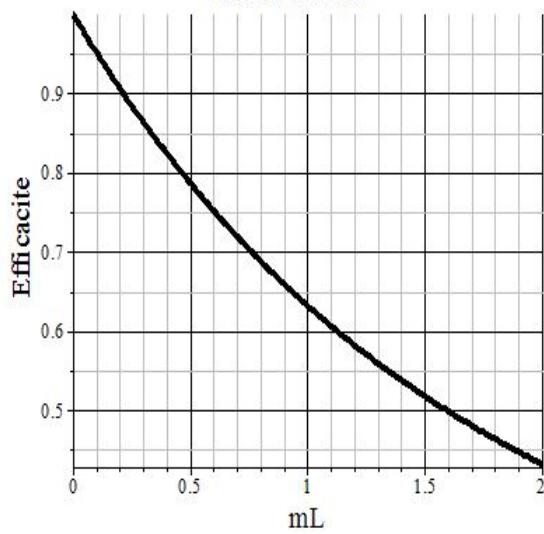


Figure 4.4 - Efficacité d'ailette longitudinale du profil rectangulaire quatrième cas

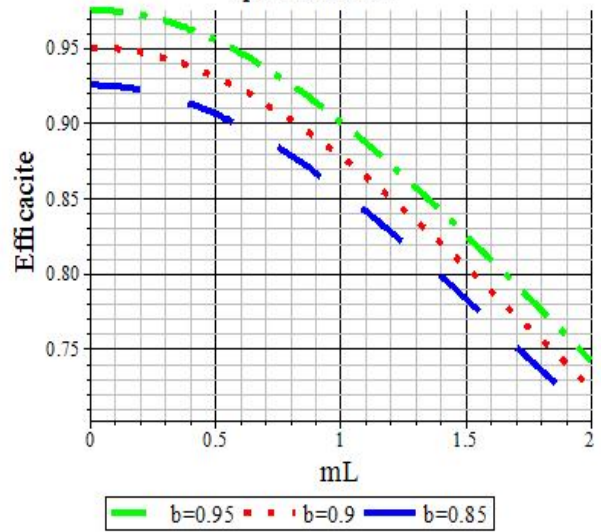


Figure 4.5 - Comparaison des efficacités des ailettes longitudinales du profil rectangulaire-quatre cas-

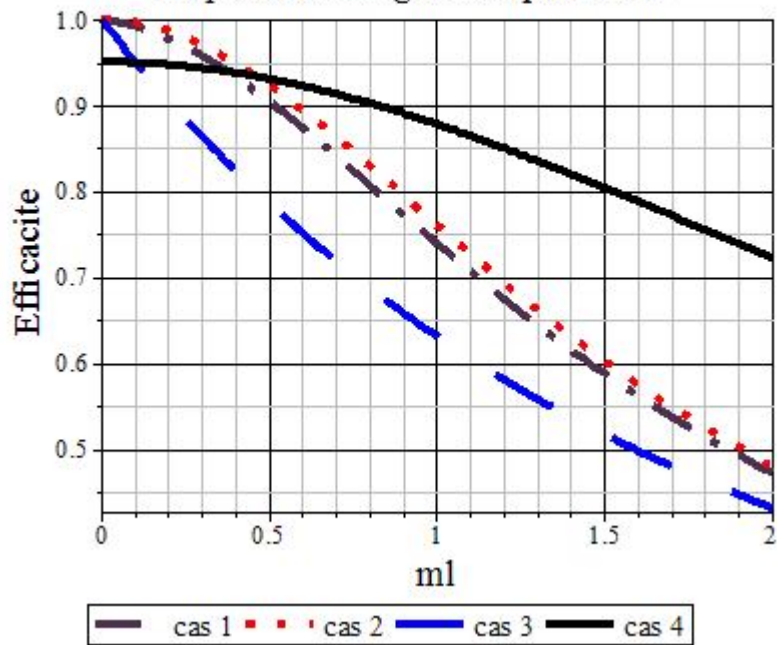


Figure 4.6 - Efficacité d'ailette longitudinale du profil trapézoïdale

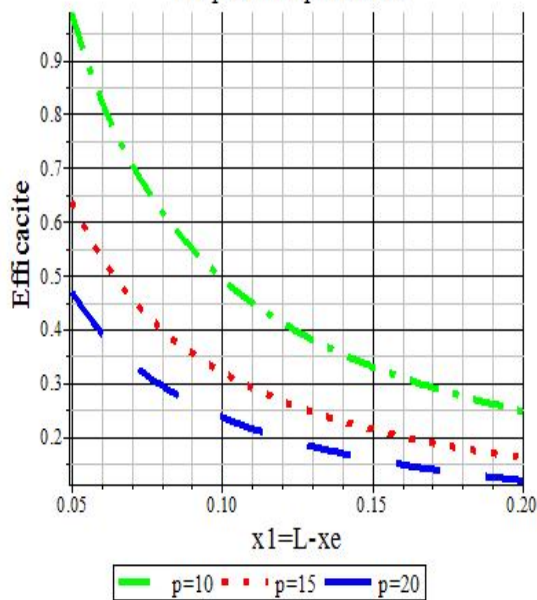


Figure 4.7 - Efficacité d'ailette longitudinale du profil triangulaire

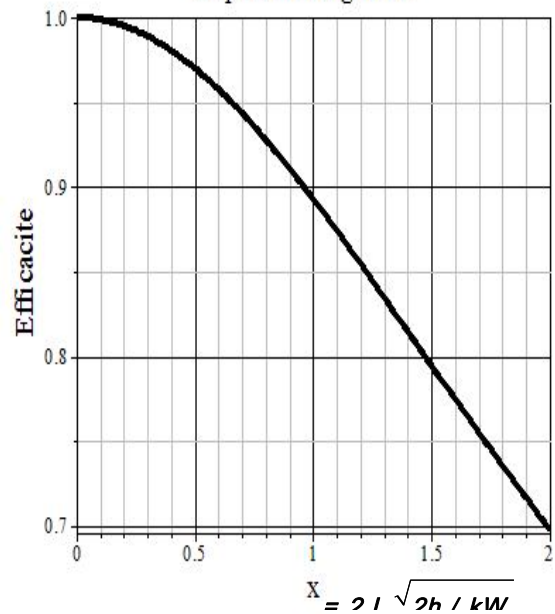


Figure 4.8 - Efficacité d'ailette longitudinale
du profil concave

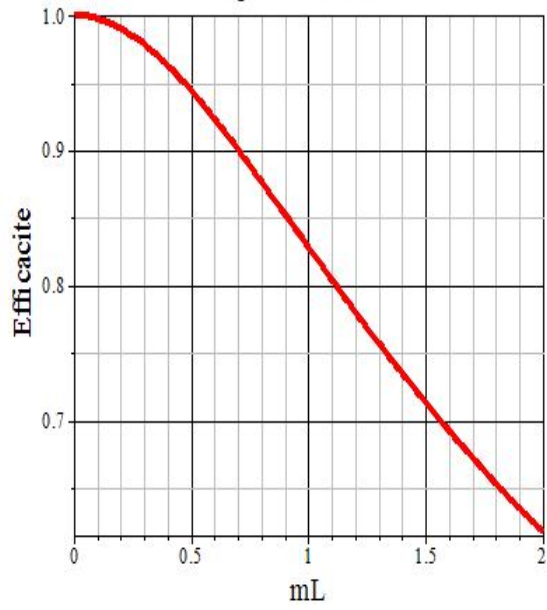


Figure 4.9 - Efficacité d'ailette longitudinale
du profil convexe



Figure 4.10 - Efficacité d'ailette conique

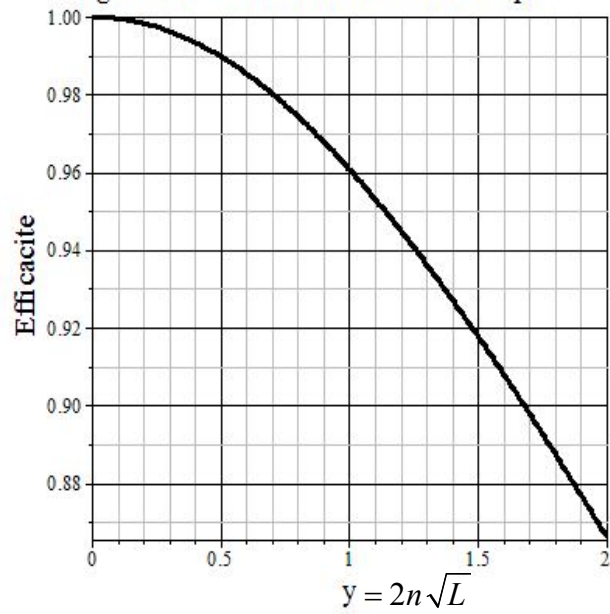


Figure 4.11 - Comparaison des efficacités des ailettes longitudinales

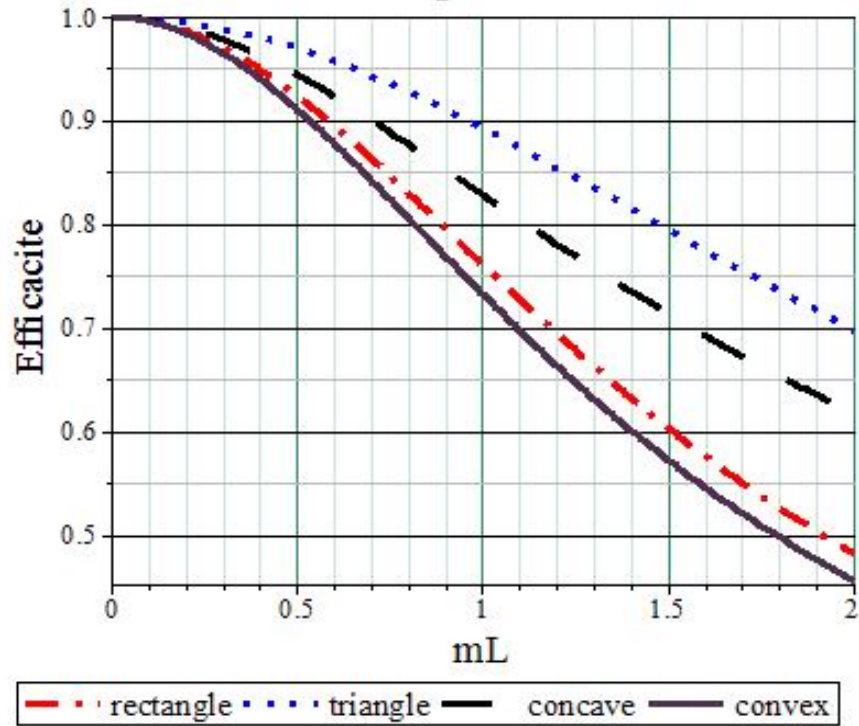


Figure 4.12- Ailette longitudinale (rectangulaire-triangulaire) en cascade

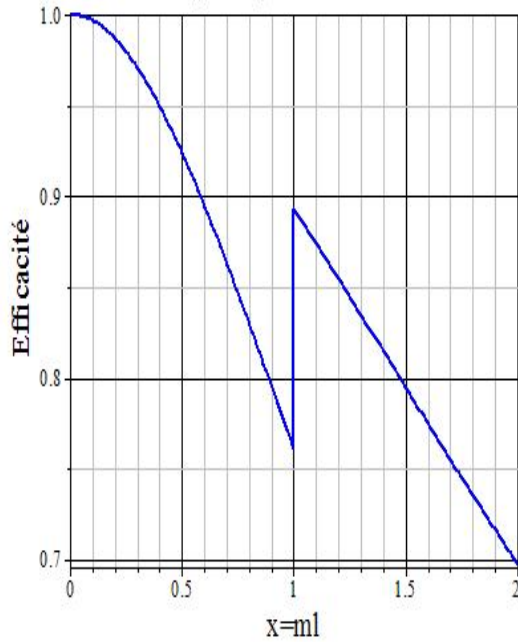


Figure 4.13 - Ailette longitudinale (rectangulaire-triangulaire) en cascade quatre positions

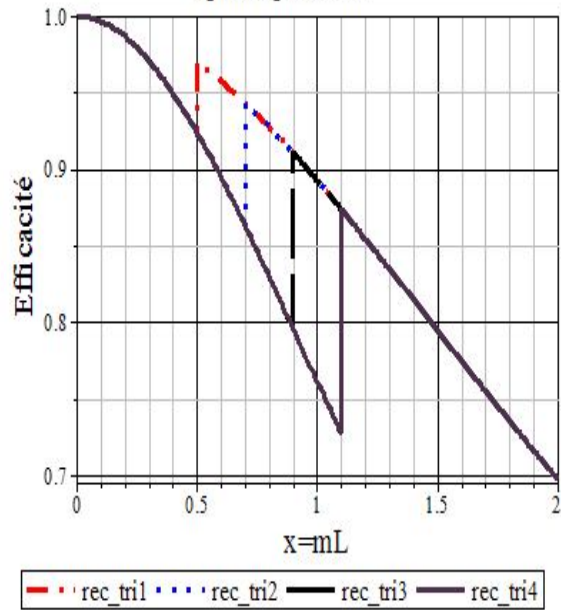


Figure 4.14 - Comparaison des ailettes longitudinales en cascade

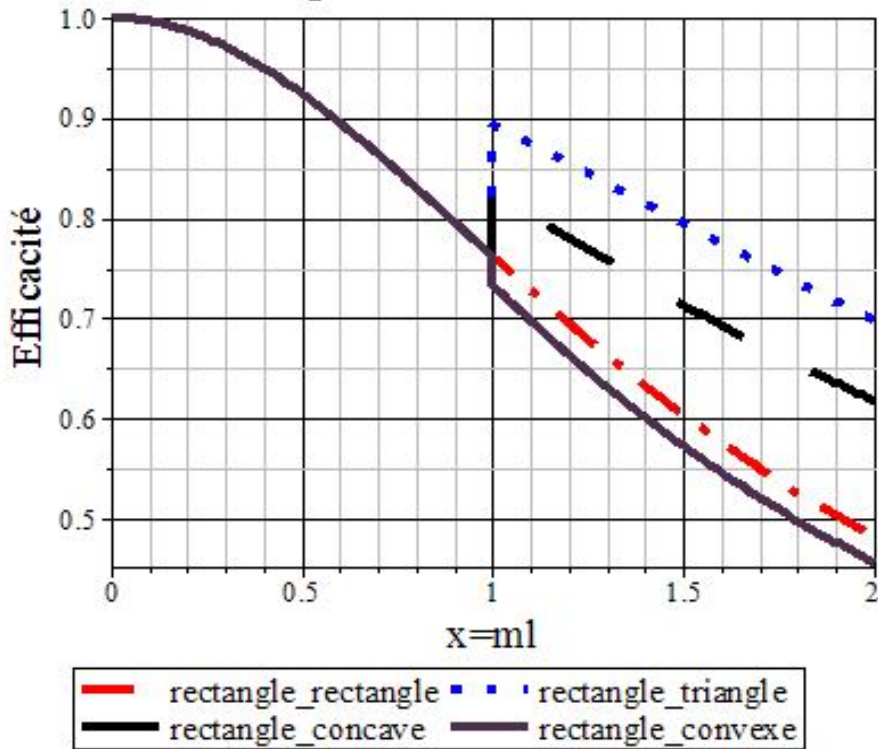


Figure 4.15 - Efficacité de l'ailette transversale, profil rectangulaire

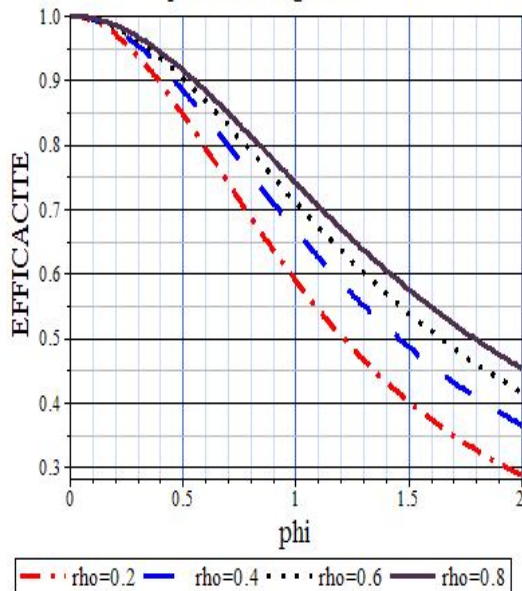
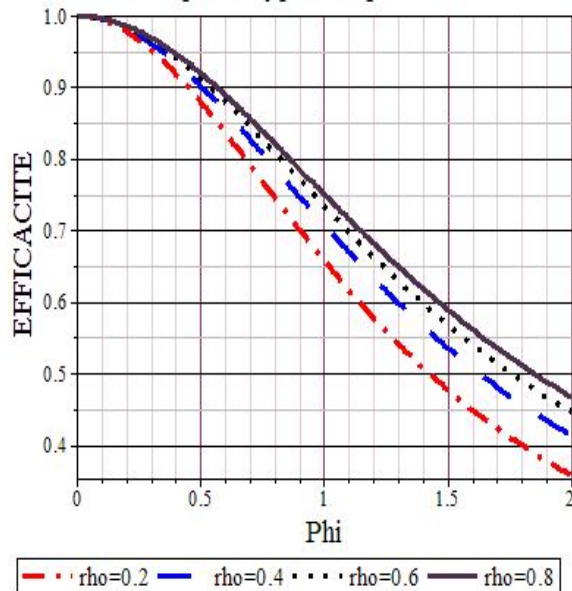


Figure 4.16 - Efficacité de l'ailette transversale, profil hyperbolique



$$\phi = \phi = (r_e - r_b)^{3/2} \left(\frac{2h}{kW(r_e - r_b)} \right)^{1/2}$$

$$\rho = \rho = r_b / r_e$$

$$\phi = \phi = (r_e - r_b)^{3/2} \left(\frac{2h}{kW r_b \ln(1/\rho)} \right)^{1/2}$$

$$\rho = \rho = r_b / r_e$$

Figure 4.17 - Comparaison des efficacités des ailettes transversales rectangle,hyperbolique

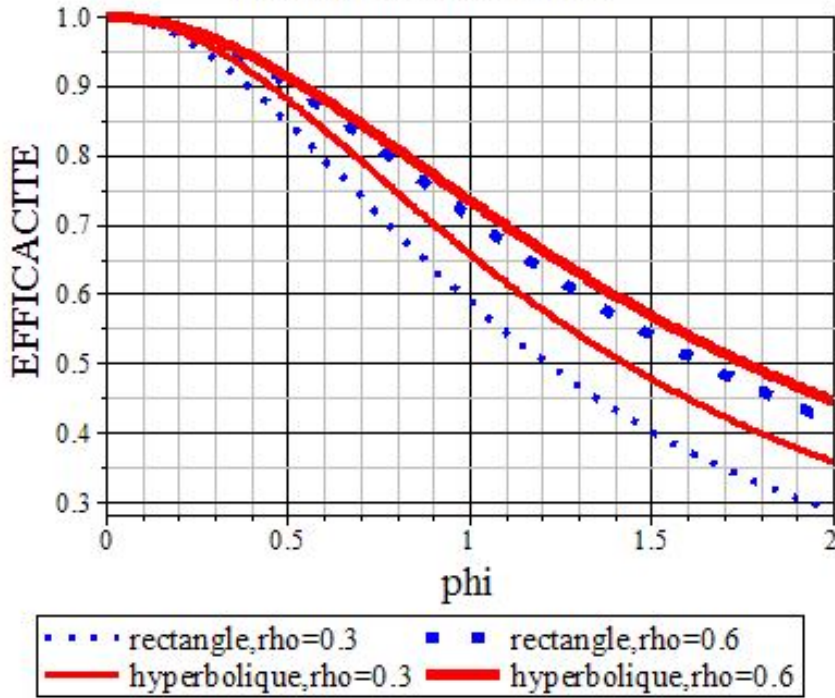


Figure 4.18 - Efficacité d'ailette carrée autour d'un tube

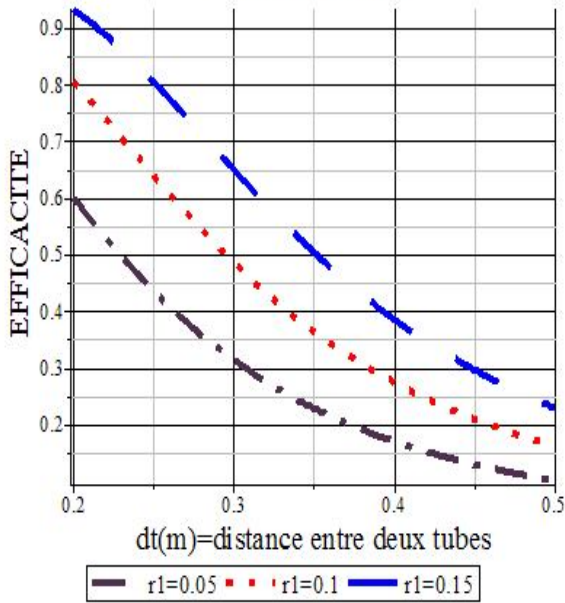


Figure 4.19 - Efficacité d'ailette hexagonale autour d'un tube

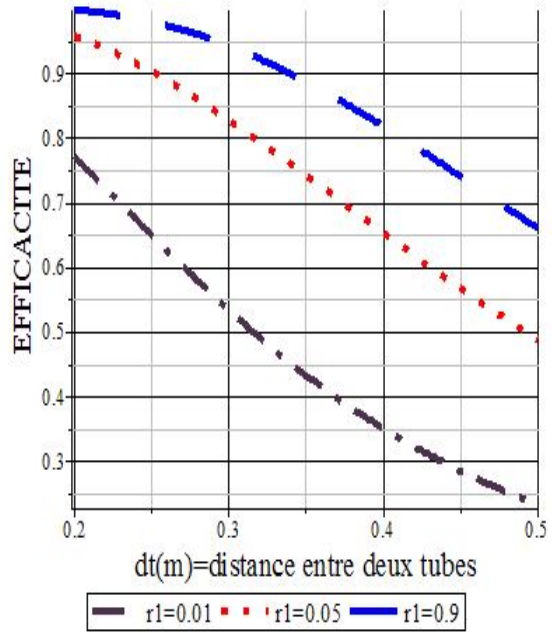


Figure 4.20- Comparaison des efficacités des ailettes carrée,hexagonale autour d'un tube

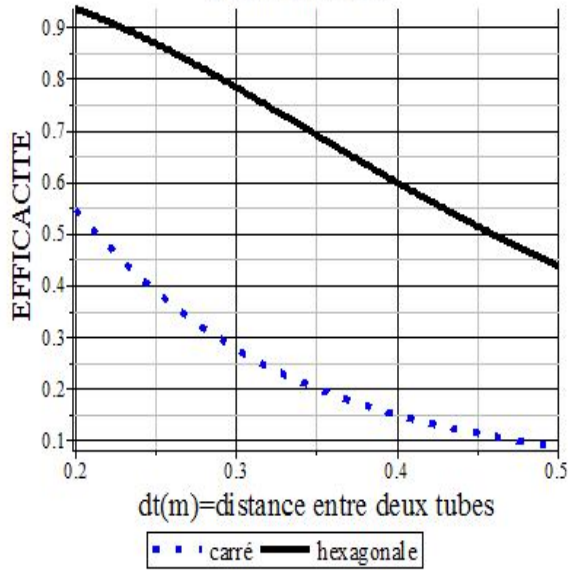


Figure.4 -21 Efficacité d'ailette longitudinale du profil rectangulaire en fonction de k et L

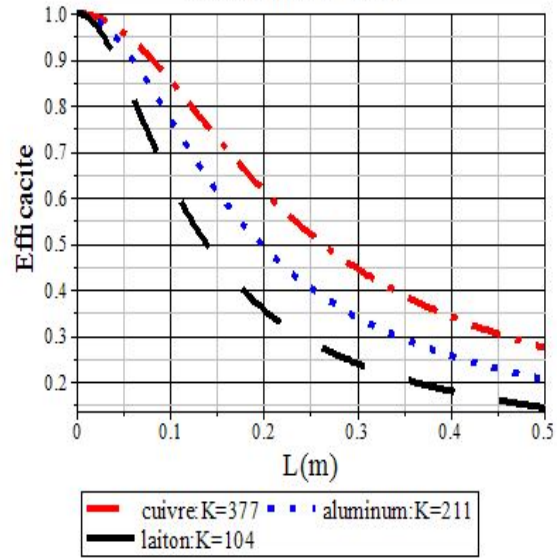


Figure.4 - 22 Efficacité d'ailette longitudinale du profil rectangulaire en fonction de k et W

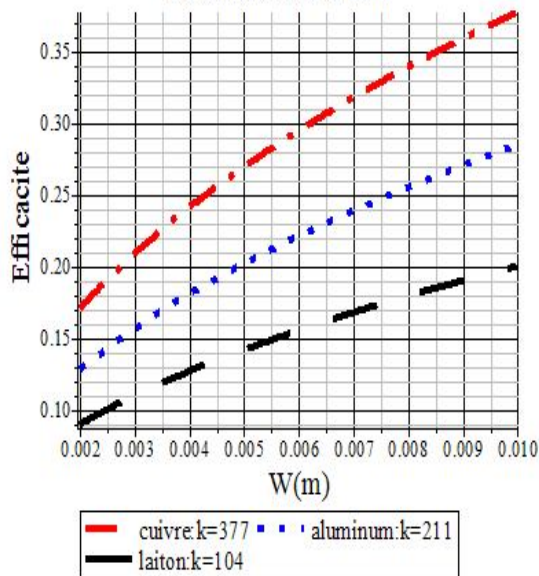


Figure.4-23 Efficacité d'ailette longitudinale du profil rectangulaire en fonction de k et h

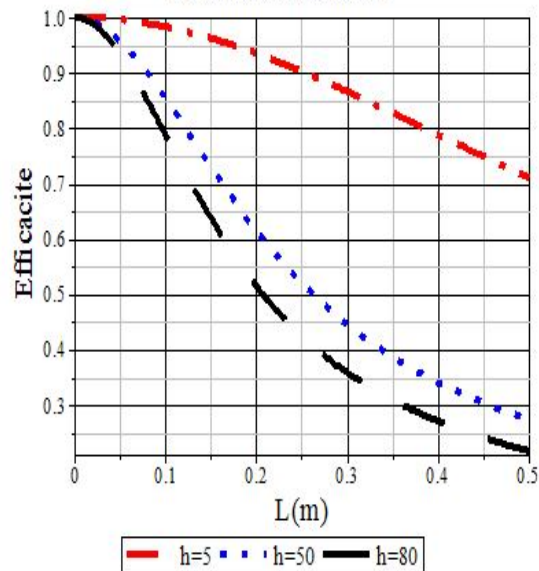


Figure.4 - 24 Efficacité d'ailette longitudinale du profil triangulaire

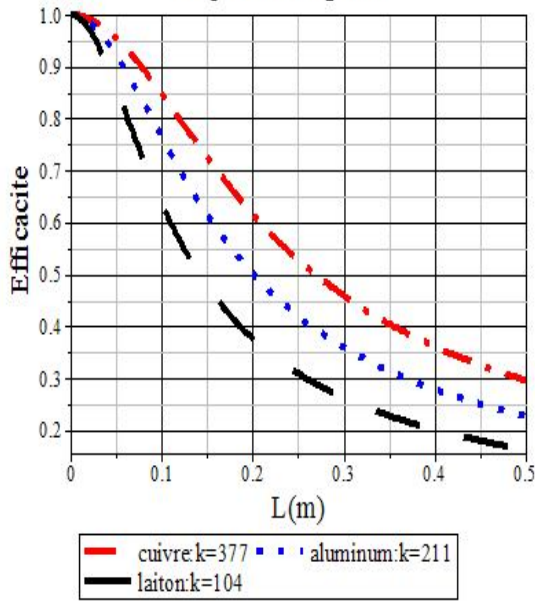


Figure.4 - 25 Efficacité d'ailette longitudinale du profil triangulaire

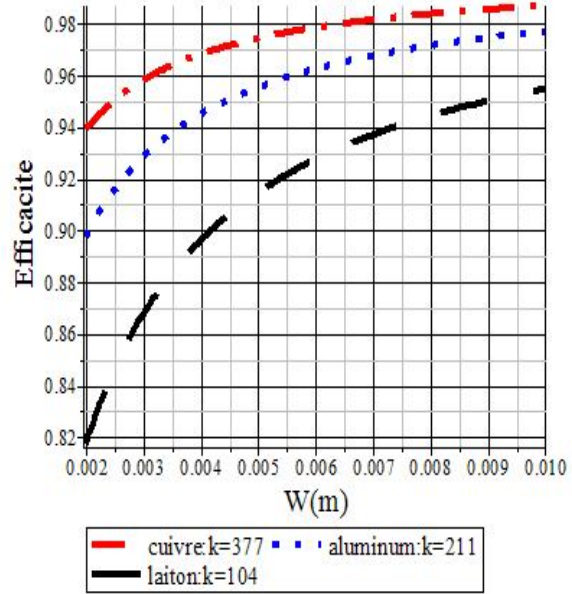


Figure.4 - 26 Efficacité d'ailette transversale du profil rectangulaire

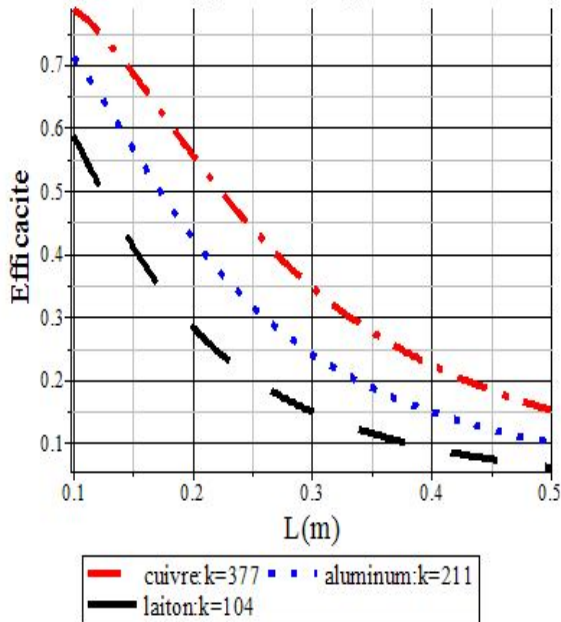


Figure.4-27 Efficacité d'ailette transversale du profil rectangulaire

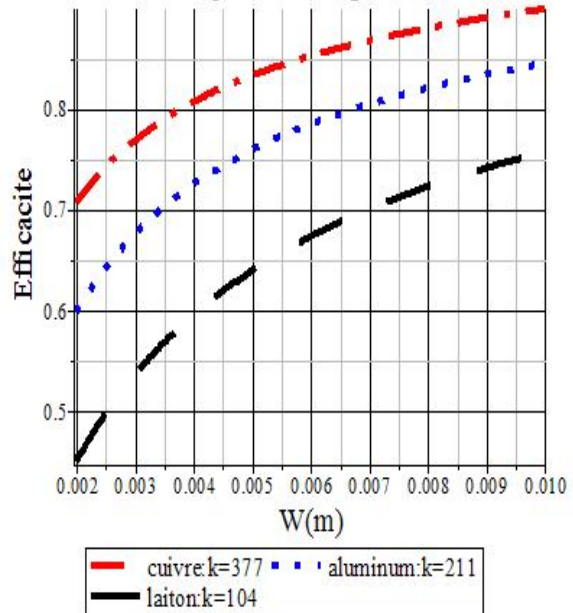


Figure.4-28 Comparaison des longueurs et épaisseurs optimales

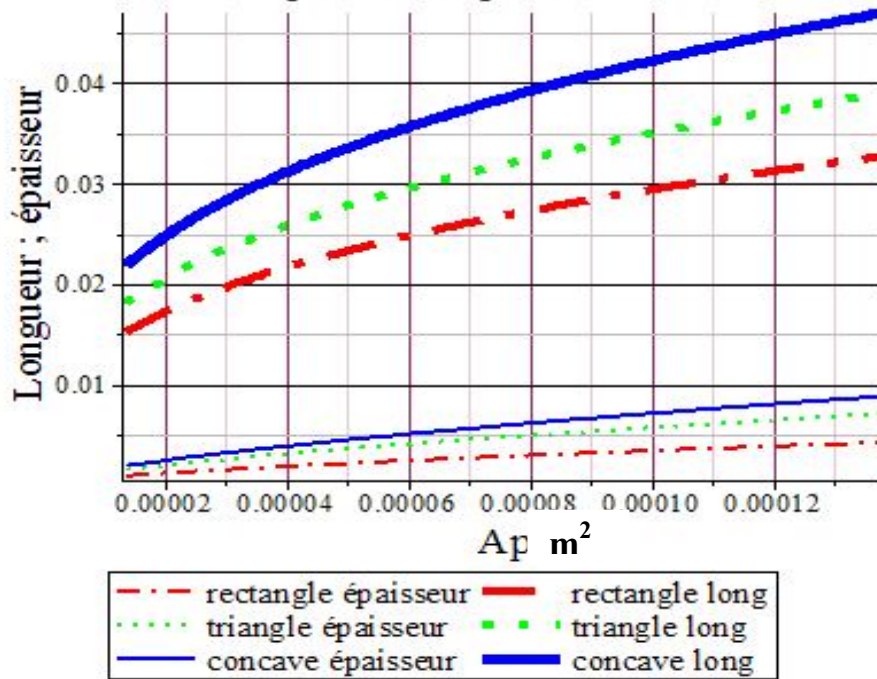
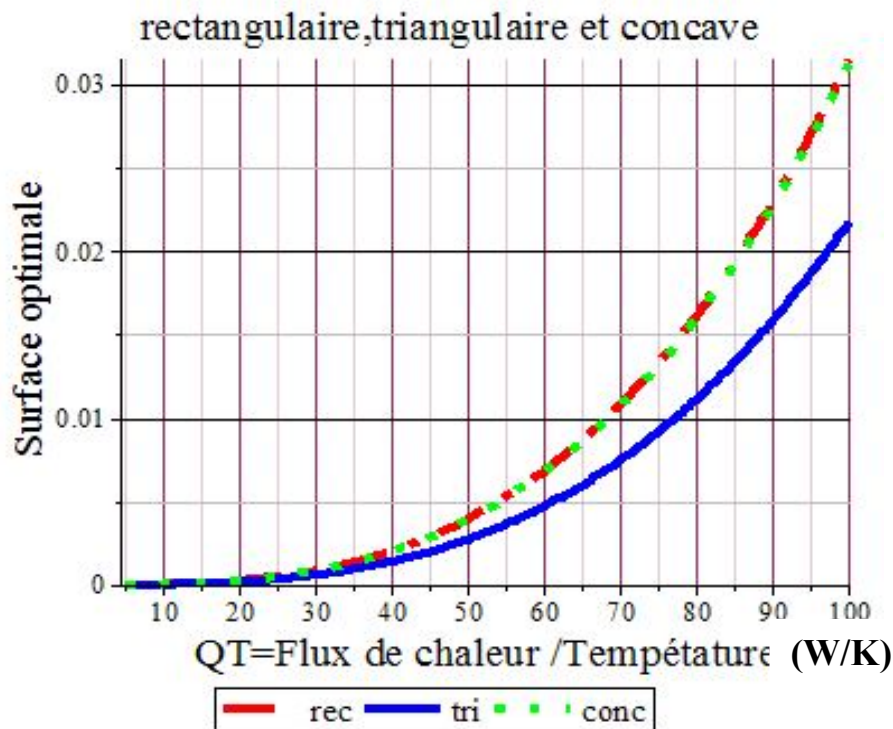


Figure.4-29 Comparaison des surfaces optimales des ailettes rectangulaire, triangulaire et concave



Conclusion

Conclusion

Suivant ce présent travail, on conclut :

- ❖ Les ailettes jouent un rôle rentable dans le domaine des échangeurs de chaleur.
- ❖ L'efficacité des ailettes triangulaires est la meilleure parmi les autres ailettes.
- ❖ Les paramètres géométriques et thermo physiques influent sur l'efficacité des ailettes, en effet, on a vu par les résultats des courbes :
 - les valeurs élevées de la conductivité thermique et de l'épaisseur améliorent l'efficacité des ailettes
 - la diminution des coefficients d'échanges de chaleur par convection et la longueur d'ailettes améliorent l'efficacité des ailettes
- ❖ Pour que la dissipation de flux de chaleur soit optimum, on a $A_{m,op}$ (volume par unité de largeur) est inversement proportionnelle à la conductivité k , ce que nous donne une liberté de remplacer la matière des ailettes pour réaliser un gain sur le poids.
- ❖ Les ailettes en cascade nous permettent de les utiliser dans des cas spécifiques.
- ❖ Le logiciel " MAPLE " résout l'équation de la chaleur et donne la solution analytique de la distribution de température et l'efficacité des différentes ailettes avec une grande précision.
- ❖ En fin, il est important pour les études prochaines de développer des recherches autour les ailettes, surtout dans les cas multidimensionnels instationnaires et aussi en proposant d'autres formes géométriques.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

[Agr 2011] Ö. Ağra, H. Demir, Ş. Ö. Atayılmaz, F. Kantaş, A. S. Dalkılıç , Numerical investigation of heat transfer and pressure drop in enhanced tubes, International Communications in Heat and Mass Transfer 38 (2011) 1384–1391.

[Al- 2004] A. Al-Sarkhi , E. Abu-Nada, Characteristics of forced convection heat transfer in vertical internally finned tube, International Communications in Heat and Mass Transfer 32 (2005) 557–564.

[ALLA 2001] A. D. Kraus , Abdul aziz, J. Welty, Extended surface heat transfer,,p .21, 2001,USA

[And] André Bontemps, Alain Garrigue, Charles Goubier, Jacques Huetz, Christophe Marvillet, Pierre Mercier, Roland Vidil, "Échangeurs de chaleur", technique de l'ingénieur [B 2 341].

[Ata 2004] O. E. Ataer , An approximate method for transient behavior of finned-tube cross-flow heat exchangers, International Journal of Refrigeration 27 (2004) 529–539.

[BOUG 2007] Cherif Bougriou, Calcul et technologie des échangeurs de chaleur, 2007, Batna,Algerie.

[BRAH 1995] Brahimi et Achour, mémoire : Etude des ailettes usuelles, 1995, université Batna,Algerie.

[Chen 2004] N. Chen , L. Xu , H. Feng, C. Yang, Performance investigation of a finned tube evaporator under the oblique frontal air velocity distribution", Applied Thermal Engineering 25 (2005) 113–125.

[Chi 2007] Y.W. Chiu, Y. Lin, J.Y. Jang, Numerical and Experimental Analysis of Elliptic Finned-Tube Heat Exchangers under Misted Conditions, Proceedings of Clima 2007 WellBeing Indoors.

[Com 2009] G. Comini, S. Savino, Accuracy of one-dimensional design procedures for finned-tube heat exchangers, Applied Thermal Engineering 29 (2009) 2863–2869.

[Dha 2011] H. Dhaou, N. Ben Khedher, S. Mellouli, A. Souahlia, F. Askri, A. Jemni, S. B. Nasrallah, Improvement of thermal performance of spiral heat exchanger on hydrogen storage by adding copper fins, International Journal of Thermal Sciences 50 (2011) 2536-2542.

[Hof 2008] Hofmann, F. Frasz, K. Ponweiser, Performance evaluation of solid and serrated finned-tube bundles with different fin geometries in forced convection, 5th European Thermal-Sciences Conference, The Netherlands, 2008.

Références bibliographiques

- [Hon 2009] R.Honda,H.Umekawa , M.Ozawa,Heat transfer and flow characteristics around a finned-tube bank heat exchanger in fluidized bed,Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A 605 (2009) 188–191.
- [Huq 1998] M. Huq , A.M. Aziz-ul , Experimental measurements of heat transfer in an internally finned tube, Int. Comm. Heat Mass Transfer, Vol. 25, No. 5, pp. 619-630, 1998.
- [JAN 2006] JAN Taler (Solving direct and inverse heat conduction problemes),2006, Berlin.
- [Jeo 2005] J. Jeong, C. N. Kim, A study on the thermal contact conductance in fin–tube heat exchangers with 7 mm tube, International Journal of Heat and Mass Transfer 49 (2006) 1547–1555.
- [Kim2005] Y. Kim, Y. Kim, Heat transfer characteristics of flat plate finned-tube heat exchangers with large fin pitch, International Journal of Refrigeration 28 (2005) 851–858.
- [Lee 2010] M. Lee, Y. Kim, Air-side heat transfer characteristics of flat plate finned-tube heat exchangers with large fin pitches under frosting conditions, International Journal of Heat and Mass Transfer 53 (2010) 2655–2661.
- [Lee 2011] H. Lee, J. M. Jung, J. H. Ha, Y. I. Cho, Improvement of heat transfer with perforated circular holes in finned tubes of air-cooled heat exchanger, International Communications in Heat and Mass Transfer , ICHMT-02495 (2011) , No of Pages 6.
- [Ma 2011] Y. Ma, Y.Yuan, Y.Liu, X.Hu, Y.Huang, Experimental investigation of heat transfer and pressure drop in serrated finned tube banks with staggered layouts , Applied Thermal Engineering (2012) 1-10 .
- [Mat 2012] Mathieu Legay, Intensification des processus de transfert de chaleur par ultrasons, thèse, Université Joseph Fourier, 2012 France.
- [MCI 2010] 49S. R. Mcilwain , A comparison of heat transfer around a single serrated finned tube and a plain finned tube, ijrras 2 (2) . February 2010.
- [Min 2011] J. Min, X. Wu, L. Shen, F. Gao, Hydrophilic treatment and performance evaluation of copper finned tube evaporators, Applied Thermal Engineering 31 (2011) 2936-2942.
- [Nun 2007] A. Nuntaphan, T. Kiatsiriroat, Effect of Fly Ash Deposit on Thermal Performance of Spiral Finned-Tube Heat Exchanger under Dehumidifying Condition, Songklanakarin J. Sci. Technol., 2004, 26(4) : 509-519.
- [Per 2003] T. Perrotin, D. Clodic, Fin efficiency calculation in enhanced fin-and-tube heat exchangers in dry conditions, International Congress of Refrigeration 2003, Washington, D.C. ICR0026.

Références bibliographiques

- [Song 2010]** W.M.Song, J.A.Meng, Z.X.Li, Numerical study of air-side performance of a finned flat tube heat exchanger with crossed discrete double inclined ribs, *Applied Thermal Engineering* 30(2010)1797-1804.
- [Ste 2003]** Susan W. Stewart, Sam V. Shelton, Finned-tube condenser design optimization using thermoeconomic isolation, *International Congress of Refrigeration 2003*, Washington, D.C. ICR0634.
- [Sye 2011]** K.S. Syed, Z. Iqbal, M. Ishaq," Optimal configuration of finned annulus in a double pipe with fully developed laminar flow, *Applied Thermal Engineering* 31 (2011) 1435-1446.
- [Tso 2006]** C.P. Tso, Y.C. Cheng, A.C.K. Lai, An improved model for predicting performance of finned tube heat exchanger under frosting condition, with frost thickness variation along fin, *Applied Thermal Engineering* 26 (2006) 111–120.
- [Wan 2009]** Q.W. Wang , M. Lin, M. Zeng , Effect of lateral fin profiles on turbulent flow and heat transfer performance of internally finned tubes, *Applied Thermal Engineering* 29 (2009) 3006–3013.
- Buz 1998]** L. Buzzoni, R. D.Olio, M. Spiga, DIENCA, Efficiency of the unit cell in rectangular finned tube Arrangements, *Applied Thermal Engineering* 19 (1999) 1147-1156.
- Sae 2008]** P. Saechan, S. Wongwises, Optimal configuration of cross flow plate finned tube condenser based on the second law of thermodynamics, *International Journal of Thermal Sciences* 47 (2008) 1473–1481.

Annexes

> restart:

ANNEXE-1-

PROGRAMME DE CALCLL DE L'EFFICACITE
DES DIFFERENTS TYPES D'AILETTES
PAR LE LOGICIEL DE MAPLE (VERSION 16)

***** 1. Ailette longitudinale de profil rectangulaire *****

l'équation différentielle pour résoudre le profil de température est donnée par :

$$\# \frac{d^2}{dx} \theta(x) - m^2 \theta(x) = 0 ; \quad \text{tel que : } m^2 = \frac{hP}{kA}$$

$$\# \text{ Avec : la section } A=l.W \text{ et le périmètre } P=2.(l+W) \approx 2.l \Rightarrow m^2 = \frac{2hl}{kW}$$

pour tous les quatre cas de l'ailette longitudinale de profil rectangulaire, on a l'équation de
chaleur idéal dissipée (q_i) par l'ailette est donnée par :

$$\# q_i = h * 2 * l * L * \theta_0 = h * 2 * l * L * \theta_0$$

Cas 1: Convection imposée à l'extrémité (longueur finie)

$$\# \text{ pour } x=0, \theta=\theta_0 ; x=L, -k \frac{d\theta}{dx} = h_e \theta$$

> restart;

ODE:=diff(diff(theta(x),x),x)-m^2*theta(x)=0;

$$ODE := \frac{d^2}{dx^2} \theta(x) - m^2 \theta(x) = 0$$

> Pdt:=dsolve(ODE);

$$Pdt := \theta(x) = _C1 e^{-m x} + _C2 e^{m x}$$

> Pt:=convert(Pdt,trigh);

$$Pt := \theta(x) = (_C1 + _C2) \cosh(m x) + (-_C1 + _C2) \sinh(m x)$$

> AC2:=rhs(eval(-k*diff(Pt,x),x=L))=he*rhs(eval(Pt,x=L));AC1:=rhs(eval(Pt,x=0))=theta[0];

$$AC2 := -k ((_C1 + _C2) \sinh(m L) m + (-_C1 + _C2) \cosh(m L) m) = he ((_C1 + _C2) \cosh(m L) + (-_C1 + _C2) \sinh(m L))$$

$$AC1 := _C1 + _C2 = \theta_0$$

> constants:=solve({AC1,AC2},{_C1,_C2});

$$\begin{aligned} constants := & \left\{ _C1 \right. \\ & = \frac{1}{2} \frac{1}{k \cosh(m L) m + he \sinh(m L)} \left(\theta_0 (k \sinh(m L) m \right. \\ & \quad \left. + k \cosh(m L) m + he \cosh(m L) + he \sinh(m L)) \right), _C2 \\ & = \frac{1}{2} \frac{1}{k \cosh(m L) m + he \sinh(m L)} \left((-k \sinh(m L) m \right. \\ & \quad \left. + k \cosh(m L) m - he \cosh(m L) + he \sinh(m L)) \theta_0 \right) \left. \right\} \end{aligned}$$

> Pt:=subs(constants,Pt);

$$\begin{aligned}
Pt := \theta(x) = & \left(\frac{1}{2} \frac{1}{k \cosh(mL)m + he \sinh(mL)} (\theta_0 (k \sinh(mL)m \right. \\
& + k \cosh(mL)m + he \cosh(mL) + he \sinh(mL)) \\
& + \frac{1}{2} \frac{1}{k \cosh(mL)m + he \sinh(mL)} ((-k \sinh(mL)m \\
& + k \cosh(mL)m - he \cosh(mL) + he \sinh(mL)) \theta_0) \Big) \\
& \cosh(mx) + \left(\right. \\
& - \frac{1}{2} \frac{1}{k \cosh(mL)m + he \sinh(mL)} (\theta_0 (k \sinh(mL)m \\
& + k \cosh(mL)m + he \cosh(mL) + he \sinh(mL)) \\
& + \frac{1}{2} \frac{1}{k \cosh(mL)m + he \sinh(mL)} ((-k \sinh(mL)m \\
& + k \cosh(mL)m - he \cosh(mL) + he \sinh(mL)) \theta_0) \Big) \\
& \sinh(mx)
\end{aligned}$$

> Pt:=rhs(combine(Pt,trig));

$$Pt := \frac{\theta_0 k m \cosh(-mx + mL) + \theta_0 he \sinh(-mx + mL)}{k \cosh(mL)m + he \sinh(mL)}$$

#* Profil de température (Pt) est :

#

> Pt:=simplify(Pt,size);

$$Pt := \frac{\theta_0 (k m \cosh(m(-x + L)) + he \sinh(m(-x + L)))}{k \cosh(mL)m + he \sinh(mL)}$$

#* Calcul la Chaleur dissipée par la méthode de dérivation :

#

> q[rd]:=eval(-k*A*diff(Pt,x),x=0);

$$q_{rd} := -\frac{kA\theta_0(-km^2 \sinh(mL) - he \cosh(mL)m)}{k \cosh(mL)m + he \sinh(mL)}$$

#* Calcul la Chaleur dissipée par la méthode d'integration :

#

> q[ri]:=value(int(h*Pt*2*1,x=0..L));

$$q_{ri} := \frac{h \theta_0 l (k e^{2mL} m - k m + h e e^{2mL} + h e - 2 h e e^{mL}) e^{-mL}}{m (k \cosh(mL) m + h e \sinh(mL))}$$

On pose : $He = h e / k . m$

#

*L'efficacité de l'ailette par la méthode de dérivation est:

#

> eta[d]:=q[rd]/(h*2*L*theta[0]);

$$\eta_d := -\frac{1}{2} \frac{k A (-k m^2 \sinh(mL) - h e \cosh(mL) m)}{(k \cosh(mL) m + h e \sinh(mL)) h l L}$$

> simplify((11))

$$\frac{1}{2} \frac{k A m (k \sinh(mL) m + h e \cosh(mL))}{h l L (k \cosh(mL) m + h e \sinh(mL))}$$

> eta[d] := (sinh(m*L)+He*cosh(m*L))/(m*L(cosh(m*L)+He*sinh(m*L)));

$$\eta_d := \frac{\sinh(mL) + He \cosh(mL)}{mL (\cosh(mL) + He \sinh(mL))}$$

*L'efficacité de l'ailette par la méthode d'integration est:

#

On a : $e^{mL} + e^{-mL} = 2 \cosh(mL)$; $e^{mL} - e^{-mL} = 2 \sinh(mL)$

> eta[i]:=q[ri]/(h*2*L*theta[0]);

$$\eta_i := \frac{1}{2} \frac{(k e^{2mL} m - k m + h e e^{2mL} + h e - 2 h e e^{mL}) e^{-mL}}{m (k \cosh(mL) m + h e \sinh(mL)) L}$$

> combine((14), trig)

$$\frac{(e^{-mL} k e^{2mL} m - k m e^{-mL} + e^{-mL} h e e^{2mL} + h e e^{-mL} - 2 e^{-mL} h e e^{mL})}{(2 m^2 L k \cosh(mL) + 2 m L h e \sinh(mL))}$$

> eta[i] := (1/(m*L))*(-He+sinh(mL)+He*cosh(m*L))/((cosh(m*L)+He*sinh(m*L)));

$$\eta_i := \frac{-He + \sinh(mL) + He \cosh(mL)}{mL (\cosh(mL) + He \sinh(mL))}$$

Cas 2: convection nulle à l'extrémité (isolation thermique, $h e = 0$)

avec $x=0, \theta=\theta_0$; $x=L, -k\frac{d\theta}{dx}=0$

> restart;

ODE:=diff(diff(theta(x),x),x)-m^2*theta(x)=0;

$$ODE := \frac{d^2}{dx^2} \theta(x) - m^2 \theta(x) = 0$$

> Pt:=dsolve(ODE);

$$Pt := \theta(x) = _C1 e^{-m x} + _C2 e^{m x}$$

> AC1:=rhs(eval(Pt,x=0))=theta[0]; AC2:=rhs(eval(-k*diff(Pt,x),x=L))=0;

$$AC1 := _C1 + _C2 = \theta_0$$

$$AC2 := -k (-_C1 m e^{-m L} + _C2 m e^{m L}) = 0$$

> constants:=solve({AC1,AC2},{_C1,_C2});

$$constants := \left\{ _C1 = \frac{\theta_0 e^{m L}}{e^{-m L} + e^{m L}}, _C2 = \frac{\theta_0 e^{-m L}}{e^{-m L} + e^{m L}} \right\}$$

> Pt:=rhs(subs(constants,Pt));

$$Pt := \frac{\theta_0 e^{m L} e^{-m x}}{e^{-m L} + e^{m L}} + \frac{\theta_0 e^{-m L} e^{m x}}{e^{-m L} + e^{m L}}$$

> Pt:=convert(Pt,trigh);

$$Pt := \theta_0 \cosh(m x) - \frac{\theta_0 \sinh(m L) \sinh(m x)}{\cosh(m L)}$$

> Pt:=combine(Pt);

$$Pt := \frac{\theta_0 \cosh(m L - m x)}{\cosh(m L)}$$

*Profil de température (Pt) est :

> Pt:=simplify(Pt,size);

$$Pt := \frac{\theta_0 \cosh(m (L - x))}{\cosh(m L)}$$

* Chaleur dissipée par l'ailette (méthode de dérivation) est:

#

> q[d]:=eval(-k*W*1*diff(Pt,x),x=0);

$$q_d := \frac{k W l \theta_0 \sinh(m L) m}{\cosh(m L)}$$

On a: $\frac{\sinh(m L)}{\cosh(m L)} = \tanh(m L)$

> q[rd] := k*W*l*theta[0]*tanh(m*L)*m;

$$q_{rd} := k W l \theta_0 \tanh(m L) m$$

* Chaleur dissipée par l'ailette (méthode d'integration) est:

#

> q[ri]:=value(Int(h*Pt*2*1,x=0..L));

$$q_{ri} := \frac{h \theta_0 l (e^{2 m L} - 1) e^{-m L}}{\cosh(m L) m}$$

On a:
 $(e^{2 m L} - 1) e^{-m L} = e^{m L} - e^{-m L} = 2 \sinh(m L) \text{ et } \frac{\sinh(m L)}{\cosh(m L)}$
 $= \tanh(m L)$

> q[i] := h*theta[0]*l*2*tanh(m*L)/m;

$$q_i := \frac{2 h \theta_0 l \tanh(m L)}{m}$$

*L'efficacité de l'ailette par la méthode de dérivation est:

#

> eta[d]:=q[rd]/(h*2*l*L*theta[0]);

$$\eta_d := \frac{1}{2} \frac{k W \tanh(m L) m}{h L}$$

On a: $m^2 = \frac{2 h}{k W}$

> eta[d] := tanh(m*L)*m/(m^2*L);

$$\eta_d := \frac{\tanh(m L)}{m L}$$

*L'efficacité de l'ailette par la méthode d'integration est:

#

> eta[i]:=q[ri]/(h*2*l*L*theta[0]);

$$\eta_i := \frac{1}{2} \frac{(e^{2 m L} - 1) e^{-m L}}{\cosh(m L) m L}$$

Cas 3 :Ailette très longue - la température au bout est égale à celle du fluide:

avec : $x=0, \theta=\theta_0$; $x \rightarrow \infty, \theta(x) \rightarrow 0$.ce qui signifie : $_C2=0$, donc : $Pt := \theta(x) = _C1 e^{-m x}$

#

> restart;

ODE:=diff(diff(theta(x),x),x)-m^2*theta(x)=0;

$$ODE := \frac{d^2}{dx^2} \theta(x) - m^2 \theta(x) = 0$$

> Pdt:=dsolve(ODE);

$$Pdt := \theta(x) = _C1 e^{-m x} + _C2 e^{m x}$$

> Pt:=_C1*exp(-m*x);

$$Pt := _C1 e^{-m x}$$

> AC:=(eval(Pt,x=0))=theta[0];

$$AC := _C1 = \theta_0$$

> constants:=solve({AC},{_C1});

$$constants := \{ _C1 = \theta_0 \}$$

* Profil de température (Pt) est:

#

> Pt:=subs(constants,Pt);

$$Pt := \theta_0 e^{-m x}$$

* Chaleur dissipée par la méthode de dérivation est:

#

> q[rd]:=eval(-k*A*diff(Pt,x),x=0);

$$q_{rd} := k A \theta_0 m$$

* Chaleur dissipée par la méthode d'intégration est:

#

> q[ri]:=value(Int(h*Pt*2*L,x=0..L));

$$q_{ri} := -\frac{2 h L \theta_0 (-1 + e^{-m L})}{m}$$

*L'efficacité de l'ailette par la méthode de dérivation est:

> eta[d]:=q[rd]/(h*2*L*theta[0]);

$$\eta_d := \frac{1}{2} \frac{k A m}{h l L}$$

> eta[d] := 1/(m*L);

$$\eta_d := \frac{1}{m L}$$

*L'efficacité de l'ailette par la méthode d'intégration est:

#

> eta[i]:=q[ri]/(h*2*L*theta[0]);

$$\eta_i := -\frac{-1 + e^{-m L}}{m l}$$

> simplify((42), 'size')

$$\frac{1 - e^{-m L}}{m l}$$

Cas 4: A l'extrémité de l'ailette x=L, la température connue: $\theta = \theta_L$

avec x=0, $\theta = \theta_0$; x=L, $\theta = \theta_L$

#

* Calcul le profil de température :

#

> restart;

ODE:=diff(diff(theta(x),x),x)-m^2*theta(x)=0;

$$ODE := \frac{d^2}{dx^2} \theta(x) - m^2 \theta(x) = 0$$

> Pdt:=dsolve(ODE);

$$Pdt := \theta(x) = _C1 e^{-m x} + _C2 e^{m x}$$

> Pt:=convert(Pdt,trigh);

$$Pt := \theta(x) = (_C1 + _C2) \cosh(mx) + (-_C1 + _C2) \sinh(mx)$$

> AC1:=rhs(eval(Pdt,x=0))=theta[0]; AC2:=rhs(eval(Pdt,x=L))=theta[L];

$$AC1 := _C1 + _C2 = \theta_0$$

$$AC2 := _C1 e^{-mL} + _C2 e^{mL} = \theta_L$$

> constants:=solve({AC1,AC2},{_C1,_C2});

$$constants := \left\{ \begin{array}{l} -C1 = -\frac{-\theta_L + \theta_0 e^{mL}}{e^{-mL} - e^{mL}}, -C2 = \frac{\theta_0 e^{-mL} - \theta_L}{e^{-mL} - e^{mL}} \end{array} \right\}$$

> Pdt:=rhs(subs(constants,Pdt));

$$Pdt := -\frac{(-\theta_L + \theta_0 e^{mL}) e^{-mx}}{e^{-mL} - e^{mL}} + \frac{(\theta_0 e^{-mL} - \theta_L) e^{mx}}{e^{-mL} - e^{mL}}$$

* le profil de température (Pdt) est:

#

> Pdt:=factor(Pdt);

$$Pdt := -\frac{-e^{-mx} \theta_L + e^{-mx} \theta_0 e^{mL} - e^{mx} \theta_0 e^{-mL} + e^{mx} \theta_L}{e^{-mL} - e^{mL}}$$

* Chaleur dissipée par la méthode de dérivation est:

#

> q[rd]:=eval(-k*A*diff(Pdt,x),x=0);

$$q_{rd} := \frac{kA (2m\theta_L - m\theta_0 e^{mL} - m\theta_0 e^{-mL})}{e^{-mL} - e^{mL}}$$

* Chaleur dissipée par la méthode d'intégration est:

#

> q[ri]:=value(Int(h*Pdt*2*1,x=0..L));

$$q_{ri} := \frac{2(\theta_0 e^{mL} + \theta_L e^{mL} - \theta_0 - \theta_L)lh}{(e^{mL} + 1)m}$$

* L'efficacité de l'ailette par la méthode de dérivation est:

#

> eta[d]:=q[rd]/(h*2*L*theta[0]);

$$\eta_d := \frac{1}{2} \frac{kA \left(2m\theta_L - m\theta_0 e^{mL} - m\theta_0 e^{-mL} \right)}{(e^{-mL} - e^{mL}) h L \theta_0}$$

> simplify((53))

$$-\frac{1}{2} \frac{kA m \left(-2\theta_L + \theta_0 e^{mL} + \theta_0 e^{-mL} \right)}{(e^{-mL} - e^{mL}) h L \theta_0}$$

> m*theta[0]*(-theta[L]/theta[0]+cosh(m*L))/((sinh(m*L))*m^2*L*theta[0]);

$$\frac{-\frac{\theta_L}{\theta_0} + \cosh(mL)}{m \sinh(mL) L}$$

* L'efficacité de l'ailette par la méthode d'intégration est:

#

> eta[i]:=q[ri]/(h*2*L*theta[0]);

$$\eta_i := \frac{\theta_0 e^{mL} + \theta_L e^{-mL} - \theta_0 - \theta_L}{(e^{mL} + 1) m L \theta_0}$$

> simplify((56), 'size')

$$\frac{(e^{mL} - 1) (\theta_0 + \theta_L)}{(e^{mL} + 1) m L \theta_0}$$

> theta[0]*(exp(m*L)-1)*(1+theta[L]/theta[0])/((exp(m*L)+1)*m*L*theta[0]);

$$\frac{(e^{mL} - 1) \left(1 + \frac{\theta_L}{\theta_0} \right)}{(e^{mL} + 1) m L}$$

> tanh(m*L/2)*(1+theta[L]/theta[0])/(m*L);

$$\frac{\tanh\left(\frac{1}{2} m L\right) \left(1 + \frac{\theta_L}{\theta_0} \right)}{m L}$$

***** . Ailette longitudinale de profil trapé *****

l'équation différentielle pour résoudre le profil de température est donnée par :

$$\# \frac{d^2}{dx^2} \theta(x) + \frac{1}{x} \frac{d}{dx} \theta(x) - p^2 \frac{1}{x} \theta(x) = 0 \quad ; \text{ tel que } : p^2 = \frac{2 h L}{k W}$$

la section normale $A(x) : A(x) = W \frac{x}{L}$; La surface d'échange $S(x) : S(x) = 2(x-x_e)$

avec $x=L, \theta = \theta_0$; $x=x_e, \frac{d\theta}{dx} = 0$

#

* Calcul le profil de température :

> restart;

ODE:=diff(diff(theta(x),x),x)+(1/x)*diff(theta(x),x)-p^2*(theta(x)/x)=0;

$$ODE := \frac{d^2}{dx^2} \theta(x) + \frac{\frac{d}{dx} \theta(x)}{x} - \frac{p^2 \theta(x)}{x} = 0$$

> Pt:=dsolve(ODE);

$$Pt := \theta(x) = _C1 \text{BesselI}(0, 2p\sqrt{x}) + _C2 \text{BesselK}(0, 2p\sqrt{x})$$

> BC1:=rhs(eval(Pt,x=L))=theta[0]; BC2:=rhs(eval(diff(Pt,x),x=x_e))=0;

$$BC1 := _C1 \text{BesselI}(0, 2p\sqrt{L}) + _C2 \text{BesselK}(0, 2p\sqrt{L}) = \theta_0$$

$$BC2 := \frac{_C1 \text{BesselI}(1, 2p\sqrt{x_e}) p}{\sqrt{x_e}} - \frac{_C2 \text{BesselK}(1, 2p\sqrt{x_e}) p}{\sqrt{x_e}} = 0$$

> constants:=solve({BC1,BC2},{_C1,_C2});

$$\text{constants} := \left\{ \begin{array}{l} _C1 = \left(\theta_0 \text{BesselK}(1, 2p\sqrt{x_e}) \right) / \left(\text{BesselI}(1, \right. \\ \left. 2p\sqrt{x_e}) \text{BesselK}(0, 2p\sqrt{L}) + \text{BesselK}(1, \right. \\ \left. 2p\sqrt{x_e}) \text{BesselI}(0, 2p\sqrt{L}) \right), _C2 = \left(\text{BesselI}(1, \right. \\ \left. 2p\sqrt{x_e}) \theta_0 \right) / \left(\text{BesselI}(1, 2p\sqrt{x_e}) \text{BesselK}(0, 2p\sqrt{L}) \right. \\ \left. + \text{BesselK}(1, 2p\sqrt{x_e}) \text{BesselI}(0, 2p\sqrt{L}) \right) \end{array} \right\}$$

> Pt:=subs(constants,Pt);

$$Pt := \theta(x) = \left(\theta_0 \text{BesselK}(1, 2p\sqrt{xe}) \text{BesselI}(0, 2p\sqrt{x}) \right) / \left(\text{BesselI}(1, 2p\sqrt{xe}) \text{BesselK}(0, 2p\sqrt{L}) + \text{BesselK}(1, 2p\sqrt{xe}) \text{BesselI}(0, 2p\sqrt{L}) \right) + \left(\text{BesselI}(1, 2p\sqrt{xe}) \theta_0 \text{BesselK}(0, 2p\sqrt{x}) \right) / \left(\text{BesselI}(1, 2p\sqrt{xe}) \text{BesselK}(0, 2p\sqrt{L}) + \text{BesselK}(1, 2p\sqrt{xe}) \text{BesselI}(0, 2p\sqrt{L}) \right)$$

* Profil de température (Pt) est :

#

> Pt:=simplify(Pt);

$$Pt := \theta(x) = \left(\theta_0 \left(\text{BesselK}(1, 2p\sqrt{xe}) \text{BesselI}(0, 2p\sqrt{x}) + \text{BesselI}(1, 2p\sqrt{xe}) \text{BesselK}(0, 2p\sqrt{x}) \right) \right) / \left(\text{BesselI}(1, 2p\sqrt{xe}) \text{BesselK}(0, 2p\sqrt{L}) + \text{BesselK}(1, 2p\sqrt{xe}) \text{BesselI}(0, 2p\sqrt{L}) \right)$$

* Calcul la Chaleur dissipée par la méthode de dérivation:

#

> q[rd]:=rhs(eval(k*w*I*diff(Pt,x),x=L));

$$q_{rd} := \left(k w l \theta_0 \left(\frac{\text{BesselK}(1, 2p\sqrt{xe}) \text{BesselI}(1, 2p\sqrt{L}) p}{\sqrt{L}} - \frac{\text{BesselI}(1, 2p\sqrt{xe}) \text{BesselK}(1, 2p\sqrt{L}) p}{\sqrt{L}} \right) \right) / \left(\text{BesselI}(1, 2p\sqrt{xe}) \text{BesselK}(0, 2p\sqrt{L}) + \text{BesselK}(1, 2p\sqrt{xe}) \text{BesselI}(0, 2p\sqrt{L}) \right)$$

> q[rd]:=simplify(q[rd]);

$$q_{rd} := \left(k w l \theta_0 p \left(\text{BesselK}(1, 2p\sqrt{xe}) \text{BesselI}(1, 2p\sqrt{L}) - \text{BesselI}(1, 2p\sqrt{xe}) \text{BesselK}(1, 2p\sqrt{L}) \right) \right) / \left(\sqrt{L} \left(\text{BesselI}(1, 2p\sqrt{xe}) \text{BesselK}(0, 2p\sqrt{L}) + \text{BesselK}(1, 2p\sqrt{xe}) \text{BesselI}(0, 2p\sqrt{L}) \right) \right)$$

* l'efficacité de l'ailette par la méthode de dérivation:

#

> qi:=2*(L-xe)*l*h*theta[0];

qi := 2 (L - xe) l h θ₀

> eta:=q[rd]/qi;

$$\eta := \frac{1}{2} (k w p (\text{BesselK}(1, 2 p \sqrt{x e}) \text{BesselI}(1, 2 p \sqrt{L}) - \text{BesselI}(1, 2 p \sqrt{x e}) \text{BesselK}(1, 2 p \sqrt{L}))) / (\sqrt{L} (\text{BesselI}(1, 2 p \sqrt{x e}) \text{BesselK}(0, 2 p \sqrt{L}) + \text{BesselK}(1, 2 p \sqrt{x e}) \text{BesselI}(0, 2 p \sqrt{L})) (L - x e) h)$$

> eta := sqrt(L)*p*(BesselK(1, 2*p*sqrt(xe))*BesselI(1, 2*p*sqrt(L))-BesselI(1, 2*p*sqrt(xe))*BesselK(1, 2*p*sqrt(L)))/((L-xe)*p^2*(BesselI(1, 2*p*sqrt(xe))*BesselK(0, 2*p*sqrt(L))+BesselK(1, 2*p*sqrt(xe))*BesselI(0, 2*p*sqrt(L))));

$$\eta := (\sqrt{L} (\text{BesselK}(1, 2 p \sqrt{x e}) \text{BesselI}(1, 2 p \sqrt{L}) - \text{BesselI}(1, 2 p \sqrt{x e}) \text{BesselK}(1, 2 p \sqrt{L}))) / (p (L - x e) (\text{BesselI}(1, 2 p \sqrt{x e}) \text{BesselK}(0, 2 p \sqrt{L}) + \text{BesselK}(1, 2 p \sqrt{x e}) \text{BesselI}(0, 2 p \sqrt{L})))$$

#

***** 3. Ailette longitudinale de profil triangulaire *****

#

- L'ailette longitudinale triangulaire est une cas particuliere du l'ailette trapézoïdale, avec : xe=0 .

#

- L'équation différentielle pour resoudre le profil de température est donnée par :

$$\# \frac{d^2}{dx^2} \theta(x) + \frac{\frac{d}{dx} \theta(x)}{x} - \frac{p^2 \theta(x)}{x} = 0 ; \text{ Tel que : } p^2 = \frac{2 h L}{k W} ; \text{ avec } x=L, \theta = \theta_0 ; x=0,$$

$$\frac{d\theta}{dx} = 0$$

#

> restart:

ODE:=diff(diff(theta(x),x),x)+(1/x)*diff(theta(x),x)-p^2*(theta(x)/x)=0;

$$ODE := \frac{d^2}{dx^2} \theta(x) + \frac{d}{dx} \frac{\theta(x)}{x} - \frac{p^2 \theta(x)}{x} = 0$$

> Pt:=dsolve(ODE);

$$Pt := \theta(x) = _C1 \text{BesselI}(0, 2p\sqrt{x}) + _C2 \text{BesselK}(0, 2p\sqrt{x})$$

$$\# \ x \rightarrow 0 \Rightarrow \text{BesselK}(0, 2p\sqrt{x}) \rightarrow \infty \Rightarrow _C2 = 0$$

> Pt := _C1*BesselI(0, 2*p*sqrt(x));

$$Pt := _C1 \text{BesselI}(0, 2p\sqrt{x})$$

> BC1:=(eval(Pt,x=L))=theta0;

$$BC1 := _C1 \text{BesselI}(0, 2p\sqrt{L}) = \theta_0$$

> constants:=solve({BC1},{_C1});

$$constants := \left\{ _C1 = \frac{\theta_0}{\text{BesselI}(0, 2p\sqrt{L})} \right\}$$

* Profil de température (Pt) est :

#

> Pt:=subs(constants,Pt);

$$Pt := \frac{\theta_0 \text{BesselI}(0, 2p\sqrt{x})}{\text{BesselI}(0, 2p\sqrt{L})}$$

* la Chaleur dissipée par la méthode de dérivation est:

#

> q[rd]:=(eval(k*w*l*diff(Pt,x),x=L));

$$q_{rd} := \frac{k w l \theta_0 \text{BesselI}(1, 2p\sqrt{L}) p}{\text{BesselI}(0, 2p\sqrt{L}) \sqrt{L}}$$

* Calcul l'efficacité de l'ailette par la méthode de dérivation:

#

> qi:=2*L*I*h*theta[0];

$$qi := 2 L I h \theta_0$$

> eta[d]:=q[rd]/qi;

$$\eta_d := \frac{1}{2} \frac{k w \theta_0 \text{Bessel}(1, 2 p \sqrt{L}) p}{\text{Bessel}(0, 2 p \sqrt{L}) L^{3/2} h \theta_0}$$

> eta[d] := Bessel(1, 2*p*sqrt(L))*p/(Bessel(0, 2*p*sqrt(L))*L^(1/2)*p^2);

$$\eta_d := \frac{\text{Bessel}(1, 2 p \sqrt{L})}{p \text{Bessel}(0, 2 p \sqrt{L}) \sqrt{L}}$$

***** 4. Ailette longitudinale de profil concave *****

#

- L'équation différentielle pour résoudre le profil de température est donnée par :

#

$$\# \quad x^2 \left(\frac{d^2}{dx^2} \theta(x) \right) + 2x \left(\frac{d}{dx} \theta(x) \right) - m^2 L^2 \theta(x) = 0 ; \quad \text{tel que : } m^2 = \frac{hP}{kA} ; \quad \text{pour } x=L, \theta = \theta_0$$

#

* Calcul le profil de température :

#

> restart;

$$\text{ODE} := x^2 \text{diff}(\text{diff}(\theta(x), x), x) + 2 * x * \text{diff}(\theta(x), x) - m^2 * L^2 * \theta(x) = 0;$$

$$\text{ODE} := x^2 \left(\frac{d^2}{dx^2} \theta(x) \right) + 2x \left(\frac{d}{dx} \theta(x) \right) - m^2 L^2 \theta(x) = 0$$

> Pt:=dsolve(ODE);

$$Pt := \theta(x) = _C1 x^{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + 4 m^2 L^2}} + _C2 x^{-\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{1 + 4 m^2 L^2}}$$

pour déterminer la solution on pose : $y = \ln(x) \Rightarrow e^y = x$

#

$$\# \text{ donc : } \frac{d\theta}{dx} = \frac{d\theta}{dy} \frac{dy}{dx} = \frac{1}{x} \frac{d\theta}{dy}$$

$$\# \frac{d^2\theta}{dx^2} = -\frac{1}{x^2} \frac{d\theta}{dy} + \frac{1}{x^2} \frac{d^2\theta}{dy^2} \Rightarrow \frac{d^2\theta}{dy^2} + \frac{d\theta}{dy} - m^2 L^2 \theta(x) = 0$$

=> la solution est de cette équation est : $\theta(x) = C_1 e^{\alpha y} + C_2 e^{\beta y}$

=> $\theta(x) = C_1 x^\alpha + C_2 x^\beta \Rightarrow \alpha, \beta = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{1 + 4m^2 L^2}$

donc la solution est : $\theta(x) = C_1 x^\alpha + \frac{C_2}{x^\beta}$; si $x \rightarrow 0 \Rightarrow \theta \rightarrow \infty \Rightarrow C_2 = 0 \Rightarrow \theta(x) = C_1 x^\alpha$

#

> $Pt := C_1 * x^{(-1/2 + (1/2) * \sqrt{1 + 4 * m^2 * L^2})}$;

$Pt := C_1 x^{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + 4 m^2 L^2}}$

> $AC1 := \text{eval}(Pt, x=L) = \theta_0$;

$AC1 := C_1 L^{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + 4 m^2 L^2}} = \theta_0$

> $\text{constants} := \text{solve}(\{AC1\}, \{C_1\})$;

$\text{constants} := \left\{ C_1 = \frac{\theta_0}{L^{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + 4 m^2 L^2}}} \right\}$

* Profil de température (Pt) est :

> $Pt := \text{subs}(\text{constants}, Pt)$;

$Pt := \frac{\theta_0 x^{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + 4 m^2 L^2}}}{L^{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + 4 m^2 L^2}}}$

* Calcul la chaleur dissipée par la méthode de dérivation :

#

> $q_{rd} := \text{eval}(k * W * l * \text{diff}(Pt, x), x=L)$;

$q_{rd} := \frac{k W l \theta_0 \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + 4 m^2 L^2} \right)}{L}$

* Calcul l'efficacité de l'ailette par la méthode de dérivation:

#

> $qi := 2 * h * L * l * \theta_0$;

$$q_i := 2 h L \theta_0$$

> eta[d]:=q[rd]/qi;

$$\eta_d := \frac{1}{2} \frac{k W \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + 4 m^2 L^2} \right)}{L^2 h}$$

> eta[d]:= -(1/2)*(-1+sqrt(1+4*m^2*L^2))/(L^2*m^2);

$$\eta_d := -\frac{1}{2} \frac{-1 + \sqrt{1 + 4 m^2 L^2}}{m^2 L^2}$$

>

on simplifie par la multiplication de le numerateur et le dénimrateur par : $-1 - \sqrt{1 + 4 m^2 L^2}$

#

> eta[d]:=2/(1+sqrt(1+4*(m*L)^2));

$$\eta_d := \frac{2}{1 + \sqrt{1 + 4 m^2 L^2}}$$

***** 5. Ailette longitudinale de profil conique *****

#

on a l'équation différentielle pour resoudre le profil de température est donnée par :

$$\# \frac{d^2}{dx^2} \theta(x) + \frac{2 \left(\frac{d}{dx} \theta(x) \right)}{x} - \frac{n^2 \theta(x)}{x} = 0 ; \text{ tel que : } n^2 = \frac{4 h L}{k R}$$

la section normale : $A(x) = \frac{\pi R^2 x^2}{L}$; La surface d'échange : $S(x) = \frac{2 \pi x^2 R}{L}$

#

* Calcul le profil de température :

#

> restart;

ODE:=diff(diff(theta(x),x),x)+2/x*diff(theta(x),x)-n^2*theta(x)/x=0;

$$ODE := \frac{d^2}{dx^2} \theta(x) + \frac{2 \left(\frac{d}{dx} \theta(x) \right)}{x} - \frac{n^2 \theta(x)}{x} = 0$$

> Pt:=dsolve(ODE);

$$Pt := \theta(x) = \frac{C1 \text{BesselI}(1, 2n\sqrt{x})}{\sqrt{x}} + \frac{C2 \text{BesselK}(1, 2n\sqrt{x})}{\sqrt{x}}$$

> Pt:=simplify(Pt);

$$Pt := \theta(x) = \frac{C1 \text{BesselI}(1, 2n\sqrt{x}) + C2 \text{BesselK}(1, 2n\sqrt{x})}{\sqrt{x}}$$

avec : $x=L, \theta = \theta_0 \quad x \rightarrow 0 \Rightarrow \text{BesselK}(0, 2n\sqrt{x}) \rightarrow \infty \Rightarrow C2 = 0$

> AC1:=rhs(eval(Pt,x=L)); _C2:=0;

$$AC1 := \frac{C1 \text{BesselI}(1, 2n\sqrt{L}) + C2 \text{BesselK}(1, 2n\sqrt{L})}{\sqrt{L}} = \theta_0$$

_C2 := 0

> constants:=solve({AC1},{_C1});

$$constants := \left\{ \begin{array}{l} C1 = \frac{\theta_0 \sqrt{L}}{\text{BesselI}(1, 2n\sqrt{L})} \end{array} \right\}$$

* Profil de température (Pt) est :

> Pt:=subs(constants,Pt);

$$Pt := \theta(x) = \frac{\theta_0 \sqrt{L} \text{BesselI}(1, 2n\sqrt{x})}{\text{BesselI}(1, 2n\sqrt{L}) \sqrt{x}}$$

* Calcul la Chaleur dissipée par la méthode de dérivation :

> q[d]:=rhs(eval(k*Pi*R^2/L^2*x^2*diff(Pt,x),x=L));

$$q_d := k \pi R^2 \left(-\frac{1}{2} \frac{\theta_0}{L} + \frac{\theta_0 \left(\text{BesselI}(0, 2n\sqrt{L}) - \frac{1}{2} \frac{\text{BesselI}(1, 2n\sqrt{L})}{n\sqrt{L}} \right) n}{\sqrt{L} \text{BesselI}(1, 2n\sqrt{L})} \right)$$

> q[rd]:=simplify(q[d]);

$$q_{rd} := \frac{k \pi R^2 \theta_0 (-\text{BesselI}(1, 2n\sqrt{L}) + \text{BesselI}(0, 2n\sqrt{L}) n\sqrt{L})}{L \text{BesselI}(1, 2n\sqrt{L})}$$

* Calcul l'efficacité de l'ailette par la méthode de dérivation :

#

> qi:=(h*2*Pi*R*L*theta[0]);

$$q_i := 2 h \pi R L \theta_0$$

> eta[d]:=q[rd]/qi;

$$\eta_d := \frac{1}{2} \frac{k R (-\text{BesselI}(1, 2n\sqrt{L}) + \text{BesselI}(0, 2n\sqrt{L}) n\sqrt{L})}{L^2 \text{BesselI}(1, 2n\sqrt{L}) h}$$

> eta[d] :=2*(-BesselI(1, 2*n*sqrt(L))+BesselI(0, 2*n*sqrt(L))*n*sqrt(L))/((n*sqrt(L))^2*BesselI(1, 2*n*sqrt(L)));

$$\eta_d := \frac{2(-\text{BesselI}(1, 2n\sqrt{L}) + \text{BesselI}(0, 2n\sqrt{L}) n\sqrt{L})}{n^2 L \text{BesselI}(1, 2n\sqrt{L})}$$

***** 6. Ailette longitudinale de profil transversale *****

#

on a l'équation différentielle pour résoudre le profil de température est donnée par :

$$\# \frac{d^2}{dr^2} \theta(r) + \frac{d}{dr} \frac{\theta(r)}{r} - n^2 \theta(r) = 0; \quad \text{tel que : } n^2 = \frac{2h}{kW} \text{ la section normale } A(r) : \#$$

$$A(r) = 2 \pi r W ; \text{ La surface d'échange } S(r) : S(r) = \pi(r^2 - r_b^2)$$

pour $r=r_b, \theta=\theta_0$; $r=r_e, \frac{d\theta}{dr} = 0$

#

* Calcul le profil de température :

> restart;

ODE:=diff(diff(theta(r),r),r)+(1/r)*diff(theta(r),r)-n^2*(theta(r))=0;

$$ODE := \frac{d^2}{dr^2} \theta(r) + \frac{d}{dr} \frac{\theta(r)}{r} - n^2 \theta(r) = 0$$

> Pt:=dsolve(ODE);

$$Pt := \theta(r) = _C1 \text{BesselI}(0, nr) + _C2 \text{BesselK}(0, nr)$$

> BC1:=rhs(eval(Pt,r=(rb)))=theta[0]; BC2:=rhs(eval(diff(Pt,r),r=re))=0;

$$BC1 := _C1 \text{BesselI}(0, nrb) + _C2 \text{BesselK}(0, nrb) = \theta_0$$

$$BC2 := _C1 \text{BesselI}(1, nre) n - _C2 \text{BesselK}(1, nre) n = 0$$

> constants:=solve({BC1,BC2},{_C1,_C2});

$$\text{constants} := \left\{ \begin{aligned} _C1 &= \left(\theta_0 \text{BesselK}(1, nre) \right) / \left(\text{BesselK}(1, \right. \\ & nre) \text{BesselI}(0, nrb) + \text{BesselK}(0, nrb) \text{BesselI}(1, nre) \left. \right), _C2 \\ &= \left(\text{BesselI}(1, nre) \theta_0 \right) / \left(\text{BesselK}(1, nre) \text{BesselI}(0, nrb) \right. \\ & \left. + \text{BesselK}(0, nrb) \text{BesselI}(1, nre) \right) \end{aligned} \right\}$$

> Pt:=subs(constants,Pt);

$$Pt := \theta(r) = \left(\theta_0 \text{BesselK}(1, nre) \text{BesselI}(0, nr) \right) / \left(\text{BesselK}(1, \right. \\ \left. nre) \text{BesselI}(0, nrb) + \text{BesselK}(0, nrb) \text{BesselI}(1, nre) \right) +$$

* Profil de température (Pt) est :

#

> Pt:=rhs(simplify(Pt));

$$Pt := \left(\theta_0 \left(\text{BesselK}(1, nre) \text{BesselI}(0, nr) + \text{BesselI}(1, \right. \right. \\ \left. \left. nre) \text{BesselK}(0, nr) \right) \right) / \left(\text{BesselK}(1, nre) \text{BesselI}(0, nrb) \right. \\ \left. + \text{BesselK}(0, nrb) \text{BesselI}(1, nre) \right)$$

* Calcul la chaleur dissipée par la méthode de dérivation :

#

> q[rd]:=eval(-k*2*Pi*r*W*diff(Pt,r),r=rb);

$$q_{rd} := - \left(2 k \pi r b W \theta_0 \left(\text{BesselK}(1, nre) \text{BesselI}(1, nrb) n \right. \right. \\ \left. \left. - \text{BesselI}(1, nre) \text{BesselK}(1, nrb) n \right) \right) / \left(\text{BesselK}(1, \right. \\ \left. nre) \text{BesselI}(0, nrb) + \text{BesselK}(0, nrb) \text{BesselI}(1, nre) \right)$$

> q[rd]:=simplify(q[rd]);

$$q_{rd} := - \left(2 k \pi r b W \theta_0 n \left(\text{BesselK}(1, n r e) \text{BesselI}(1, n r b) - \text{BesselI}(1, n r e) \text{BesselK}(1, n r b) \right) \right) / \left(\text{BesselK}(1, n r e) \text{BesselI}(0, n r b) + \text{BesselK}(0, n r b) \text{BesselI}(1, n r e) \right)$$

* Calcul l'efficacité de l'ailette par la méthode de dérivation:

#

$$> qi := 2 * Pi * (re^{**2} - rb^{**2}) * h * theta[0];$$

$$qi := 2 \pi (re^2 - rb^2) h \theta_0$$

$$> eta[d] := q[rd] / qi;$$

$$\eta_d := - \left(k r b W n \left(\text{BesselK}(1, n r e) \text{BesselI}(1, n r b) - \text{BesselI}(1, n r e) \text{BesselK}(1, n r b) \right) \right) / \left(\left(\text{BesselK}(1, n r e) \text{BesselI}(0, n r b) + \text{BesselK}(0, n r b) \text{BesselI}(1, n r e) \right) (re^2 - rb^2) h \right)$$

$$> eta[d] := -2 * rb * n * (\text{BesselK}(1, n * re) * \text{BesselI}(1, n * rb) - \text{BesselI}(1, n * re) * \text{BesselK}(1, n * rb)) / ((\text{BesselK}(1, n * re) * \text{BesselI}(0, n * rb) + \text{BesselK}(0, n * rb) * \text{BesselI}(1, n * re)) * (re^2 - rb^2) * n^{**2});$$

$$\eta_d := - \left(2 r b \left(\text{BesselK}(1, n r e) \text{BesselI}(1, n r b) - \text{BesselI}(1, n r e) \text{BesselK}(1, n r b) \right) \right) / \left(n \left(\text{BesselK}(1, n r e) \text{BesselI}(0, n r b) + \text{BesselK}(0, n r b) \text{BesselI}(1, n r e) \right) (re^2 - rb^2) \right)$$

> restart:

ANNEXE-2-

PROGRAMME DES GRAPHES DES EFFICACITES

> restart:

```
# *****
```

```
# * Calcul de l'efficacité de l'ailette longitudinale de profil rectangulaire *
```

```
# *****
```

```
# *****
```

```
# * La première condition aux limites :  $x=0, \theta=\theta_0$  ;  $x=L, -k \frac{d\theta}{dx} = h_e \theta$  *
```

```
# *****
```

```
E_rectangulaire1:=((-He)+sinh(mL)+((He)*cosh(mL)))/(mL*((cosh(mL)+(He)*sinh(mL))));
```

```
"Liste des valeurs de He":
```

```
listeh:=[0.2,0.1,0.001];
```

```
"Liste des expressions de E_rectangulaire1":
```

```
liste:=seq(E_rectangulaire1,He=listeh):
```

```
"graphiques de E_rectangulaire1 pour différentes valeurs de He":
```

```
plot([liste],mL=0.1..2,line_style=[dashdot,dot,spacedash],thickness=3,color=[green,red,blue],  
title="Figure 4.1 - Efficacité d'ailette longitudinale\n du profil rectangulaire\n première cas",  
labeldirections = ["horizontal", "vertical"],  
titlefont=[TIMES,times,15],labels=["mL","Efficacite"],labelfont=[TIMES,times,15],legend=["H  
e=0.2", "He=0.1","He=0.001"]);
```

> restart;

```
> # *****
```

```
# * La deuxième condition aux limites :  $x=0, \theta=\theta_0$  ;  $x=L, -k \frac{d\theta}{dx} = 0$  *
```

```

# *****

E_rectangulaire2:=tanh(mL)/mL:

"graphiques de E_rectangulaire2":

plot(E_rectangulaire2,mL=0..2,style=line,thickness=4,color=black, title="Figure 4.2 -
Efficacité d'ailette longitudinale\n du profil rectangulaire\n deuxième cas ",labeldirections
=["horizontal", "vertical"],
titlefont=[TIMES,times,15],labels=["mL","Efficacite"],labelfont=[TIMES,times,15]);

> restart;

> # *****

# * La troisième condition aux limites :  $x=0, \theta=\theta_0$  ;  $x \rightarrow \infty, \theta(x) \rightarrow 0$  *

# *****

E_rectangulaire3:=(1-(exp(-mL)))/mL:

"graphiques de E_rectangulaire3":

plot(E_rectangulaire3,mL=0..2,style=line,thickness=4,color=black, title="Figure 4.3 -
Efficacité d'ailette longitudinale\n du profil rectangulaire\n troisième cas ",labeldirections =
["horizontal", "vertical"],
titlefont=[TIMES,TIMES,15],labels=["mL","Efficacite"],labelfont=[TIMES,TIMES,15]);

> restart;

# *****

# * La quatrième condition aux limites :  $x=0, \theta=\theta_0$  ;  $x=L, \theta=\theta_L$  ;  $b=\theta_0/\theta_L$  *

# *****

E_rectangulaire4 := (exp(mL)-1)*(b+1)/(mL*(exp(mL)+1)):

"Liste des valeurs de b": listeh:=[0.95,0.9,0.85]:

"Liste des expressions de E_rectangulaire4":

liste:=seq(E_rectangulaire4,b=listeh):

"graphiques de E_rectangulaire4pour différentes valeurs de b":

plot([liste],mL=0..2,linestyle=[dashdot,dot,spacedash],symbol=[diamond,circle,box],thickness=4,
color=[green,red,blue], title="Figure 4.4 - Efficacité d'ailette longitudinale\n du profil
rectangulaire\n quatrième cas ",labeldirections = ["horizontal", "vertical"],

```

```

titlefont=[TIMES,times,15],labels=["mL","Efficacite"],labelfont=[TIMES,times,15],
legend=["b=0.95","b=0.9","b=0.85"]);

```

```
> restart;
```

```

# *****
# * Comparaison des efficacités des ailettes longitudinales de profil rectangulaire-quatre cas *
# *****

```

```
He:=0.1:b:=0.9:
```

```
>E_rectangulaire1:=((-He)+sinh(mL)+((He)*cosh(mL)))/(mL*((cosh(mL)+(He)*sinh(mL)))):
```

```
E_rectangulaire2:=tanh(mL)/mL:
```

```
E_rectangulaire3:=(1-(exp(-mL)))/mL:
```

```
E_rectangulaire4 := (exp(mL)-1)*(b+1)/(mL*(exp(mL)+1)):
```

```

plot([E_rectangulaire1,E_rectangulaire2,E_rectangulaire3,E_rectangulaire4],mL=0..2,linestyle=
[dashdot,dot,spacedash,solid],thickness=4, color=[violet,red,blue,black], title="Figure 4.5 -
Comparaison des efficacités des ailettes longitudinales\n profil rectangulaire-quatre cas-
",labeldirections = ["horizontal","vertical"],
titlefont=[TIMES,times,15],labels=["mL","Efficacite"],labelfont=[TIMES,times,15],legend=["re
ctang1","rectang2","rectang3","rectang4"]);

```

```
> restart;
```

```
> # *****
```

```
# * Calcul de l'efficacité de l'ailette trapézoïdale *
```

```
# *****
```

```
# * Conditions aux limites  $x=L, \theta=\theta_0$  ;  $x=x_e, \frac{d\theta}{dx} = 0$  *
```

```
# *****
```

```
# *  $p=\sqrt{2*h*L/k*W}$  *
```

```
# *****
```

```
L:=0.2: xe:=0.05:
```

```

g1:=(BesselK(1, 2*p*sqrt(xe))*Bessell(1, 2*p*sqrt(L))-Bessell(1, 2*p*sqrt(xe))*BesselK(1,
2*p*sqrt(L))):
g2:=((Bessell(1,2*sqrt(L)*p)*BesselK(0,2*sqrt(xe)*p)+(Bessell(1,2*sqrt(xe)*p)*BesselK(0,2*sqrt(L)*p))):

```

```

E_trapezoidale:=(sqrt(L)/(p*(x1)))*(g1/g2):

```

```

"Liste des valeurs de p":

```

```

listeh:=[10,15,20]:

```

```

"Liste des expressions de E_trapezoidale":

```

```

liste:=seq(E_trapezoidale,p=listeh):

```

```

"graphiques de E_trapezoidale pour différentes valeurs de P":

```

```

plot([liste],x1=0.05..0.2,line_style=[dashdot,dot,spacedash],

```

```

thickness=4,color=[green,red,blue], title="Figure 4.6 - Efficacité d'ailette longitudinale\n
du profil trapézoïdale",labeldirections = ["horizontal", "vertical"],
titlefont=[TIMES,times,15],labels=["x1=L-xe", "Efficacite"],labelfont=[TIMES,times,15],
legend=["p=10", "p=15", "p=20"]);

```

```

> restart:

```

```

> # *****

```

```

# * Calcul de l'efficacité de l'ailette triangulaire *

```

```

# *****

```

```

# * Conditions aux limites :  $x=L, \theta = \theta_0$  ;  $x=0, \frac{d\theta}{dx} = 0$  *

```

```

# *****

```

```

# *  $x=2*p*sqrt(L)$ .  $p=sqrt(2*h*L/(k*W))$  *

```

```

# *****

```

```

E_triangle:=(2/x)*(Bessell(1,x)/Bessell(0,x)):

```

```

plot(E_triangle,x=0..2,style=line,thickness=4,color=black, title="Figure 4.7 - Efficacité
d'ailette longitudinale\n du profil triangulaire",labeldirections = ["horizontal", "vertical"],
titlefont=[TIMES,times,15],labels=["x", "Efficacite"],labelfont=[TIMES,times,15]);

```


> restart:

```
# *****  
# * Calcul de l'efficacité de l'ailette concave *  
# *****  
# * Conditions aux limites  $x=L, \theta = \theta_0$  *  
# *****  
  
E_concave:=2/(1+sqrt(1+(mL**2))):  
  
plot(E_concave,mL=0..2,style=line,thickness=4,color=red, title="Figure 4.8 - Efficacité  
d'ailette longitudinale\n du profil concave",labeldirections = ["horizontal", "vertical"],  
titlefont=[TIMES,times,15],labels=["mL","Efficacite"],labelfont=[TIMES,times,15]);
```

> restart:

```
# *****  
# * Calcul de l'efficacité de l'ailette convexe *  
# *****  
# * Conditions aux limites :  $x=L, \theta = \theta_0$  *  
# *****  
  
E_convex:=(1/mL)*(Bessell(2/3,4/3*mL)/Bessell(-(1/3),4/3*mL)):  
  
plot(E_convex,mL=0..2,style=line,thickness=4, title="Figure 4.9 - Efficacité d'ailette  
longitudinale\n du profil convexe",labeldirections = ["horizontal", "vertical"],  
titlefont=[TIMES,times,15],labels=["mL","Efficacite"],labelfont=[TIMES,times,15]);
```

> restart:

```
# *****  
# * Calcul de l'efficacité de l'ailette conique *  
# *****  
# * Conditions aux limites :  $x=L, \theta = \theta_0, y=2.n.sqrt(L)$   
# *****
```

```

E_conique :=8*((-Bessell(1, y)+Bessell(0, y)*(y/2))/((y^2)*Bessell(1, y)):

plot(E_conique,y=0..2,style=line,thickness=3,color=black,
title="Figure 4.10 - Efficacité d'ailette conique",labeldirections = ["horizontal", "vertical"],
titlefont=[TIMES,15],labels=[" y", "Efficacite"],labelfont=[TIMES,15]);

```

> restart;

```

> # *****
# * Comparaison des efficacités des ailettes longitudinales de profil *
# * rectangulaire, triangulaire, concave et convexe *
# *****

```

```

E_rectangle2:=tanh(mL)/mL:

```

```

E_triangle:=(2/mL)*(Bessell(1,mL)/Bessell(0,mL)):

```

```

E_concave:=2/(1+sqrt(1+(mL**2))):

```

```

E_convex:=(1/mL)*(Bessell(2/3,4/3*mL)/Bessell(-(1/3),4/3*mL)):

```

```

plot([E_rectangle2,E_triangle,E_concave,E_convex],mL=0..2,linestyle=[dashdot,dot,spacedash,
olid],thickness=3,color=[red,blue,black,violet],title="Figure 4.11 - Comparaison des efficacités
des ailettes longitudinales",labeldirections = ["horizontal", "vertical"],
titlefont=[TIMES,BOLDITALIC,15],labels=[" mL", "Efficacite"],labelfont=[TIMES,BOLDITA
LIC,15],legend=["rectangle", "triangle", "concave", "convexe"]);

```

> restart;

```

# *****
> # * Calcul de l'efficacité de l'ailette longitudinale en cascade (rectangulaire-triangulaire) *
# *****

```

```

> E_rectangle2:=tanh(x)/x:

```

```

E_triangle:=(2/x)*(Bessell(1,x)/Bessell(0,x)):

```

```

rec_tri1:=proc(x) if x<=1 then tanh(x)/x else (2/x)*(Bessell(1,x)/Bessell(0,x)): fi end:

```

```

plot([rec_tri1],0..6,style=line,thickness=2,color=blue, title=" Figure 4.12- Ailette
longitudinale (rectangulaire-triangulaire) en cascade",
titlefont=[TIMES,BOLDITALIC,14],labels=[" x=ml", "Efficacité"],labeldirections =
["horizontal", "vertical"], labelfont=[TIMES,ITALIC,15],legend="rec_tri1");

```

> restart:

```
> # *****  
> # * Calcul de l'efficacité de l'ailette longitudinale en cascade *  
# * (rectangulaire-triangulaire)(quatre positions) *  
# *****
```

```
> E_rectangle2:=tanh(x)/x:  
E_triangle:=(2/x)*(BesselI(1,x)/BesselI(0,x)):  
E_concave:=2/(1+sqrt(1+(x**2))):  
E_convex:=(1/x)*(BesselI(2/3,4/3*x)/BesselI(-(1/3),4/3*x)):  
rec_tri1:=proc(x) if x<=1 then tanh(x)/x else (2/x)*(BesselI(1,x)/BesselI(0,x)): fi end:  
rec_tri2:=proc(x) if x<=1.5 then tanh(x)/x else (2/x)*(BesselI(1,x)/BesselI(0,x)): fi end:  
rec_tri3:=proc(x) if x<=2 then tanh(x)/x else (2/x)*(BesselI(1,x)/BesselI(0,x)): fi end:  
rec_tri4:=proc(x) if x<=2.5 then tanh(x)/x else (2/x)*(BesselI(1,x)/BesselI(0,x)): fi end:
```

```
plot([rec_tri1,rec_tri2,rec_tri3,rec_tri4],0..6,linestyle=[dashdot,dot,spacedash,solid],thickness=3,  
color=[red,blue,black,violet],title=" Figure 4.13 - Ailette longitudinale (rectangulaire-  
triangulaire) en cascade\nquatre positions",  
titlefont=[TIMES,BOLDITALIC,14],labels=["x=mL", "Efficacité"],labeldirections =  
["horizontal", "vertical"],  
labelfont=[TIMES,ITALIC,15],legend=["rec_tri1", "rec_tri2", "rec_tri3", "rec_tri4"]);
```

> restart:

```
> # *****  
> # * Comparaison des efficacités des ailettes longitudinales en cascade *  
# * ( première partie d'ailette est rectangulaire ) *  
# *****
```

>

```
> E_rectangle2:=(exp(x)-exp(-x))/(exp(x)+exp(-x))/x:  
E_triangle:=(2/x)*(BesselI(1,x)/BesselI(0,x)):  
E_concave:=2/(1+sqrt(1+(x**2))):  
E_convex:=(1/x)*(BesselI(2/3,4/3*x)/BesselI(-(1/3),4/3*x)):
```

```

    rec_rec:=proc(x) if x<=1 then tanh(x)/x else (exp(x)-exp(-x))/(exp(x)+exp(-x))/x:
fi end:

```

```

    rec_tri:=proc(x) if x<=1 then tanh(x)/x else (2/x)*(Bessell(1,x)/Bessell(0,x)):
fi end:

```

```

    rec_cave:=proc(x) if x<=1 then tanh(x)/x else 2/(1+sqrt(1+(x**2))):
fi end:

```

```

    rec_vex:=proc(x) if x<=1 then tanh(x)/x else (1/x)*(Bessell(2/3,4/3*x)/Bessell(-(1/3),4/3*x)):
fi end:

```

```

plot([rec_rec,rec_tri,rec_cave,rec_vex],0..2,linestyle=[dashdot,dot,spacedash,solid],thickness=4,color=[red,blue,black,violet],title="Figure 4.14 - Comparaison des ailettes longitudinales en cascade",titlefont=[TIMES,15],labels=["x=ml", "Efficacité"],labeldirections=["horizontal", "vertical"],labelfont=[TIMES,15],legend=["rec_rec", "rec_tri", "rec_cave", "rec_vex"]);

```

> restart:

```
> # *****
```

```
# * Calcul de l'efficacité de l'ailette radiale de profil rectangulaire *
```

```
# *****
```

```
# * rho:=rb/ra ; phi:=(rb-ra)**(3/2)*(2*h/(k*W*rb-ra))**(1/2) *
```

```
# * m=((2*h/(k*W))**(1/2)) ; hauteur d'ailette: L=ra-rb *
```

```
# * Ra=ra/(ra-rb):=1/(1-rb/ra)=1/(1-rho) ; Ra:=1/(1-rho) ; Rb:=rho/(1-rho) *
```

```
# *****
```

```
Rar:=1/(1-rho):
```

```
Rbr:=rho/(1-rho):
```

```
B1:=Bessell(1,phi*Rar)*BesselK(1,phi*Rbr): B2:=Bessell(1,phi*Rbr)*BesselK(1,phi*Rar):
```

```
B3:=Bessell(0,phi*Rbr)*BesselK(1,phi*Rar): B4:=Bessell(1,phi*Rar)*BesselK(0,phi*Rbr):
```

```
Etransrec:=((2*rho)/(phi*(1+rho)))*(B1-B2)/(B3+B4):
```

"Liste des valeurs de rho": listeh:=[0.2,0.4,0.6,0.8]:

"Liste des expressions de Etransrec": liste:=seq(Etransrec,rho=listeh):

"graphiques de Etransrec pour différentes valeurs de rho":

```
plot([liste],phi=0.2,linestyle=[dashdot,spacedash,dot,solid],thickness=4,color=[red,blue,black,violet],title="Figure 4.15 - EFFICACITE DE L'AILETTE TRANSVERSALE,\nPROFIL RECTANGULAIRE",titlefont=[TIMES,14],labels=["phi","EFFICACITE"],labelfont=[TIMES,15],labeldirections = ["horizontal", "vertical"],legend=["rho=0.2", "rho=0.4","rho=0.6","rho=0.8"]);
```

> restart;

```
> # *****
```

```
# * Calcul de l'efficacité de l'ailette radial de profil hyperbolique *
```

```
# *****
```

```
# *  $Ra=(2/3)*M*(ra**(3/2))$ ;  $Rb=(2/3)*M*(rb**(3/2))$ ;  $\rho=ra/rb$  *
```

```
# *  $M=m/(rb**(1/2))$ ;  $\phi=(rb-ra)**(3/2)*(2*h/(k*Ap))**(1/2)$  *
```

```
# *  $m=((2*h/(k*W))**(1/2))$ ;  $Ap=\Delta_b*rb*\ln(1/\rho)$  *
```

```
# *****
```

```
Rah:=(2/3)*phi*((ln(1/rho))**(1/2))*((1/(1-rho))**(3/2));
```

```
Rbh:=(2/3)*phi*((ln(1/rho))**(1/2))*((rho/(1-rho))**(3/2));
```

```
B5:=Bessell(2/3,Rah)*Bessell(-(2/3),Rbh): B6:=Bessell(-(2/3),Rah)*Bessell(2/3,Rbh):
```

```
B7:=Bessell(-(2/3),Rah)*Bessell(-1/3,Rbh): B8:=Bessell(2/3,Rah)*Bessell(1/3,Rbh):
```

```
zeta:=(B5-B6)/(B7-B8):
```

```
R1:=4*rho*(1-rho): R2:=((1+rho)**2)*(ln(1/rho)): R12:=(R1/R2)**(1/2):
```

```
E_transhyp:=((1/phi)*zeta)*R12:
```

"Liste des valeurs de rho": listeh:=[0.2,0.4,0.6,0.8]:

"Liste des expressions de E_transhyp": liste:=seq(E_transhyp,rho=listeh):

"graphiques de E_transhyp pour différentes valeurs de rho":

```

plot([liste],phi=0..2,linestyle=[dashdot,spacedash,dot,solid],thickness=4,color=[red,blue,black,violet],title="Figure 4.16 - Efficacité de l'ailette transversale,\nprofil hyperbolique",titlefont=[TIMES,15],labels=["Phi","EFFICACITE"],labeldirections=["horizontal","vertical"],labelfont=[TIMES,15],legend=["rho=0.2","rho=0.4","rho=0.6","rho=0.8"]);

```

> restart:

```

# *****
# * Comparaison des efficacités des ailettes radiales de profil rectangle,hyperbolique *
# *****

```

$Rar:=1/(1-rho)$: $Rbr:=rho/(1-rho)$:

$B1:=Bessell(1,phi*Rar)*BesselK(1,phi*Rbr)$: $B2:=Bessell(1,phi*Rbr)*BesselK(1,phi*Rar)$:

$B3:=Bessell(0,phi*Rbr)*BesselK(1,phi*Rar)$: $B4:=Bessell(1,phi*Rar)*BesselK(0,phi*Rbr)$:

$E_transrec:=((2*rho)/(phi*(1+rho)))*(B1-B2)/(B3+B4)$:

$Rah:=(2/3)*phi*((ln(1/rho))**(1/2))*((1/(1-rho))**(3/2))$:

$Rbh:=(2/3)*phi*((ln(1/rho))**(1/2))*((rho/(1-rho))**(3/2))$:

$R1:=4*rho*(1-rho)$: $R2:=((1+rho)**2)*(ln(1/rho))$: $R12:=(R1/R2)**(1/2)$:

$B5:=Bessell(2/3,Rah)*Bessell(-2/3,Rbh)$: $B6:=Bessell(-2/3,Rah)*Bessell(2/3,Rbh)$:

$B7:=Bessell(-2/3,Rah)*Bessell(-1/3,Rbh)$: $B8:=Bessell(2/3,Rah)*Bessell(1/3,Rbh)$:

$zeta:=(B5-B6)/(B7-B8)$:

$E_transhyp:=((1/phi)*zeta)*R12$:

liste:=[0.2,0.6]: "Liste des expressions de $E_transrec,E_transhyp$ ":

lister:=seq($E_transrec$,rho=liste): listeh:=seq($E_transhyp$,rho=liste):

"graphiques de $E_transversale1$ pour différentes valeurs de rho":

```

plot([lister,listeh],
phi=0..2,linestyle=[dot,dot,solid,solid],thickness=[3,5,3,5],color=[blue,blue,red,red],
title="Figure 4.17 - Comparaison des efficacités \ndes ailettes transversales \n rectangle,hyperbolique ", titlefont=[TIMES,15],labels=["phi","EFFICACITE"],labeldirections

```

```
= ["horizontal", "vertical"],labelfont=[TIMES,15], legend=["rectangle,rho=0.3",
"rectangle,rho=0.6","hyperbolique,rho=0.3","hyperbolique,rho=0.6"]);
```

```
> # *****
```

```
# * Calcul de l'efficacité de l'ailette carrée autour d'un tube *
```

```
# *****
```

```
> restart: #dt=2*s
```

```
W:=0.002: k:=165: h:=5: r2:=2*dt/sqrt(Pi): m:=sqrt(2*h/(k*W)): L:=r2-r1:
```

```
E_carré:=1/(1+(1/3)*((sqrt(2*h/(k*W)))*(r2-r1)**2)*sqrt(r2/r1)):
```

```
"Liste des valeurs de r1": listeh:=[0.05,0.1,0.15]:
```

```
"Liste des expressions de E_carré": liste:=seq(E_carré,r1=listeh):
```

```
"graphiques de E_carré pour différentes valeurs de r1":
```

```
plot([liste],dt=0.2..0.5,style=line,linestyle=[dashdot,dot,spacedash,solid],thickness=4,
```

```
color=[violet,red,blue,black],title="Figure 4.18 - Efficacité d'ailette carrée \n autour d'un
tube",titlefont=[TIMES,15],labeldirections = ["horizontal", "vertical"],labels=["dt(m)=distance
entre deux tubes","EFFICACITE"],labelfont=[TIMES,15],legend=["r1=0.05",
"r1=0.1","r1=0.15"]);
```

```
> # *****
```

```
# * Calcul de l'efficacité de l'ailette hexagonale autour d'un tube *
```

```
# *****
```

```
> restart: #dt=2*s
```

```
k:=165:h:=5:W:=0.002:re2:=sqrt(2*sqrt(3)/Pi)*dt/2:
```

```
m:=sqrt(2*h/(k*W)):L:=re2-r1:mL:=m*L:
```

```
E_hexagonal:=1/(1+(1/3)*((mL)**2)*sqrt(re2/r1)):
```

"Liste des valeurs de r1": listeh:=[0.01,0.05,0.09]:

"Liste des expressions de E_carré": liste:=seq(E_hexagonal,r1=listeh):

"graphiques de E_hexagonale pour différentes valeurs de r1":

```
plot([liste],dt=0.2..0.5,style=line,linestyle=[dashdot,dot,spacedash,solid],thickness=4,
color=[violet,red,blue,black],title="Figure 4.19 - Efficacité d'ailette hexagonale \n autour d'un
tube",titlefont=[TIMES,15],labeldirections = ["horizontal", "vertical"],labels=["d(m)=distance
entre deux tubes","EFFICACITE"],labelfont=[TIMES,15],legend=["r1=0.01",
"r1=0.05","r1=0.9"]);
```

```
> # *****
# * Comparaison des efficacités des ailettes carrée, hexagonale *
# *****
```

> restart:

W:=0.002: k:=165: h:=5: r2:=2*dt/sqrt(Pi):

m:=sqrt(2*h/(k*W)): L:=r2-r1: d:=0.080: r1:=d/2:

E_carré:=1/(1+(1/3)*(((sqrt(2*h/(k*W)))*(r2-r1))**2)*sqrt(r2/r1)):

re2:=sqrt(2*sqrt(3)/Pi)*dt/2: L1:=re2-r1:mL1:=m*L1:

E_hexagonal:=1/(1+(1/3)*((mL1)**2)*sqrt(re2/r1)):

```
plot([E_carré,E_hexagonal],dt=0.2..0.5,style=line,linestyle=[dot,solid],thickness=4,
color=[blue,black],title="Figure 4.20- Comparaison des efficacités \ndes ailettes
carrée,hexagonale\n autour d'un tube",labeldirections = ["horizontal",
"vertical"],titlefont=[TIMES,15],labels=["dt(m)=distance entre deux
tubes","EFFICACITE"],labelfont=[TIMES,15], legend=["carré", "hexagonale"]);
```

>

> restart:


```

# *****
# * Ailette longitudinale de profil rectangulaire *
# *****
# * én Aux Limites  $x=0, \theta =\theta_0$  ;  $x=L, -k\frac{d\theta}{dx} = 0$  *
# *****
# *****
# * Variation de l'efficacité en fonction de la longueur et de la conductivité *
# *****

h:=50: w:=0.005: m:=sqrt((2*h)/(k*w)): y:=L*m:

E_rectangulaire_2:=tanh(y)/y:

"Liste des valeurs de K: cuivre=377,aluminum=211,laiton=104":
listeh:=[377,211,104]:

"Liste des expressions de E_rectangulaire_2":
liste:=seq(E_rectangulaire_2,k=listeh):

"graphiques de E_rectangulaire_2 pour différentes valeurs de k":

plot([liste],L=0..0.5,linestyle=[dashdot,dot,spacedash,solid],thickness=4,color=[red,blue,black],tit
le="Figure.4 -21 Efficacité d'ailette longitudinale\n du profil rectangulaire\n en fonction
de k et L ",labeldirections =
["horizontal","vertical"],titlefont=[TIMES,15],labels=["L(m)","Efficacite"],labelfont=[TIMES,
15],legend=["cuivre:K=377", "aluminum:K=211","laiton:K=104"]);

> restart:

> # *****
# * Variation de l'efficacité en fonction de l'épaisseur et de la conductivité *
# *****

h:=144: L:=0.3: m:=sqrt((2*h)/(k*w)): y:=L*m:

```

```
E_rectangulaire_2:=tanh(y)/y:
```

```
"Liste des valeurs de K: cuivre=377,aluminum=211,laiton=104":
```

```
listeh:=[377,211,104]: "Liste des expressions de E_rectangulaire_2":
```

```
liste:=seq(E_rectangulaire_2,k=listeh):
```

```
"graphiques de E_rectangulaire_2 pour différentes valeurs de k":
```

```
plot([liste],w=0.002..0.01,linestyle=[dashdot,dot,spacedash],thickness=4,  
color=[red,blue,black], title="Figure.4 - 22 Efficacité d'ailette longitudinale\n du profil  
rectangulaire\n en fonction de k et W ", labeldirections = ["horizontal", "vertical"],  
titlefont=[TIMES,15],labels=["W(m)","Efficacite"],labelfont=[TIMES,15],legend=["cuivre:k=3  
77", "aluminum:k=211", "laiton:k=104"]);
```

```
> restart:
```

```
> # *****
```

```
# * La variation de l'efficacité en fonction de la longueur et du coefficient de convection *
```

```
# *****
```

```
k:=377: w:=0.005: m:=sqrt((2*h)/(k*w)): y:=L*m:
```

```
E_rectangulaire_2:=tanh(y)/y:
```

```
"Liste des valeurs de h et de cuivre": listeh:=[5,50,80]:
```

```
"Liste des expressions de A_rectangulaire_2": liste:=seq(E_rectangulaire_2,h=listeh):
```

```
"graphiques de E_rectangulaire_2 pour différentes valeurs de h":
```

```
plot([liste],L=0..0.5,linestyle=[dashdot,dot,spacedash],thickness=4,  
color=[red,blue,black],title="Figure.4-23 Efficacité d'ailette longitudinale\n du profil  
rectangulaire\n en fonction de k et h ",labeldirections = ["horizontal", "vertical"],  
titlefont=[TIMES,15],labels=["L(m)","Efficacite"],labelfont=[TIMES, 15],legend=["h=5",  
"h=50", "h=80"]);
```

```
> restart:
```

```
# *****
```

```
# * Ailette longitudinale de profil triangulaire *
```

```

# *****
# *****
# * Variation de l'efficacité en fonction de la longueur et de la conductivité *
# *****
# *      x=2*p*sqrt(l) *
# *****

h:=144:   w:=0.005:   m:=sqrt((2*h)/(k*w)):   x:=L*m:

E_triangle_1:=(2/x)*BesselI(1,x)/BesselI(0,x):

"Liste des valeurs de K: cuivre=377,aluminum=211,laiton=104":
listeh:=[377,211,104]:   "Liste des expressions de E_triangle_1":
liste:=seq(E_triangle_1,k=listeh):

"graphiques de E_triangle_1 pour différentes valeurs de k":

plot([liste],L=0..0.5,linestyle=[dashdot,dot,spacedash],thickness=4,
color=[red,blue,black],title="Figure.4 - 24 Efficacité d'ailette longitudinale\n du profil
triangulaire ",labeldirections = ["horizontal", "vertical"],
titlefont=[TIMES,15],labels=["L(m)","Efficacite"],labelfont=[TIMES,15],legend=["cuivre:k=37
7", "aluminum:k=211","laiton:k=104"]);

>
> restart:
> # *****
# * Variation de l'efficacité en fonction de l'épaisseur et de la conductivité *
# *****

h:=5:   L:=0.2:   m:=sqrt((2*h)/(k*w)):   x:=L*m:

E_triangle_1:=(2/x)*BesselI(1,x)/BesselI(0,x):

```

"Liste des valeurs de K: cuivre=377,aluminum=211,laiton=104": listeh=[377,211,104]:

"Liste des expressions de E_triangle_1":

liste:=seq(E_triangle_1,k=listeh):

"graphiques de E_triangle_1 pour différentes valeurs de k":

```
plot([liste],w=0.002..0.01,linestyle=[dashdot,dot,spacedash],thickness=4,color=[red,blue,black],ti
tle="Figure.4 - 25 Efficacité d'ailette longitudinale\n du profil triangulaire ",labeldirections
= ["horizontal", "vertical"],
titlefont=[TIMES,15],labels=["W(m)", "Efficacite"],labelfont=[TIMES,15],legend=["cuivre:k=3
77", "aluminum:k=211", "laiton:k=104"]);
```

> restart:

```
> # *****
# * Calcul de l'efficacité de l'ailette transversale *
# *****
# *  $r=r_b, \theta = \theta_0 ; r=r_e, \frac{d\theta}{dr} = 0 ; b=r_2/r_1$  *
# *****
# *****
# *La variation de l'efficacité en fonction de la longueur et de la conductivité *
# *****
```

r1:=0.05: h:=50: w:=0.01: n:=sqrt((2*h)/(k*w)): x1:=n*r1: x2:=n*(L+r1):

B1:=((BesselK(1,x2)*BesselI(1,x1))-(BesselI(1,x2)*BesselK(1,x1))):

B2:=((BesselK(1,x2)*BesselI(0,x1))+(BesselI(1,x2)*BesselK(0,x1))):

E_transversale_1:=-((2*r1/(n*((L+r1)**2)-(r1**2)))*(B1/B2):

"Liste des valeurs de K: cuivre=377,aluminum=211,laiton=104": listeh=[377,211,104]:

"Liste des expressions de E_transversale_1": liste:=seq(E_transversale_1,k=listeh):

"graphiques de E_transversale_1 pour différentes valeurs de k":

```
plot([liste],L=0.1..0.5,linestyle=[dashdot,dot,spacedash],thickness=4,
color=[red,blue,black], title="Figure.4 - 26 Efficacité d'ailette transversale\n du profil
rectangulaire ",labeldirections = ["horizontal", "vertical"],
titlefont=[TIMES,15],labels=["L(m)","Efficacite"],labelfont=[TIMES,15],legend=["cuivre:k=37
7", "aluminum:k=211", "laiton:k=104"]);
```

> restart:

```
> # *****
# * La variation de l'efficacité en fonction de l'épaisseur et de conductivité *
# *****
r1:=0.1: h:=5: L:=0.2: n:=sqrt((2*h)/(k*w)): x1:=n*r1: x2:=n*(L+r1):
```

B1:=((BesselK(1,x2)*Bessell(1,x1))-(Bessell(1,x2)*BesselK(1,x1))):

B2:=((BesselK(1,x2)*Bessell(0,x1))+(Bessell(1,x2)*BesselK(0,x1))):

E_transversale_1:=-((2*r1/(n*((L+r1)**2)-(r1**2)))*(B1/B2):

"Liste des valeurs de K: cuivre=377,aluminum=211,laiton=104": listeh:=[377,211,104]:

"Liste des expressions de E_transversale_1": liste:=seq(E_transversale_1,k=listeh):

"graphiques de AERECT pour différentes valeurs de k":

```
plot([liste],w=0.002..0.01,linestyle=[dashdot,dot,spacedash],thickness=4,
color=[red,blue,black],title="Figure.4-27 Efficacité d'ailette transversale\n du profil
rectangulaire ",labeldirections = ["horizontal", "vertical"],
titlefont=[TIMES,15],labels=["W(m)","Efficacite"],labelfont=[TIMES,15],legend=["cuivre:k=3
77", "aluminum:k=211", "laiton:k=104"]);
```

> restart:

```

> # *****
# * Comparaison des longueurs et des épaisseurs optimales des ailettes *
# * rectangulaire, triangulaire, et concave en fonction de la surface *
# *****

> k:=100:h:=400:

alpha1:=0.791*((2*h*(Ap**2)/k)**(1/3)):beta1:=Ap/alpha1:
alpha2:=1.328*((2*h*(Ap**2)/k)**(1/3)):beta2:=2*Ap/alpha2:
alpha3:=1.651*((2*h*(Ap**2)/k)**(1/3)):beta3:=3*Ap/alpha3:

plot([alpha1,beta1,alpha2,beta2,alpha3,beta3],Ap=1.378*(10**(-5))..13.78*(10**(-
5)),linestyle=[dashdot,dashdot,dot,dot,solid,solid]
,thickness=[3,6,3,6,3,6],color=[red,red,green,green,blue,blue],title="FIGURE.4-28
COMPARAISON DES DES LONGUEURS ET EPAISSEURS OPTIMALES",labeldirections =
["horizontal", "vertical"], titlefont=[TIMES,15],labels=["Ap(m^2)","Longueur ;
épaisseur"],labelfont=[TIMES,15],legend=["rectangle épaisseur", "rectangle long", "triangle
épaisseur", "triangle long", "concave épaisseur", "concave long"]);

> restart:

> # *****
# La variation de la surface optimale en fonction de (flux de chaleur /Température) *
# pour les ailettes longitudinales de profil rectangulaire, triangulaire et concave *
# *****

> k:=100:h:=400:

rectang:=0.504*x^3/h^2/k: triang:=0.348*x^3/h^2/k: concave:=0.5*x^3/h^2/k:

plot([rectang,triang,concave],x=5..100,linestyle=[dashdot,solid,dot]
,thickness=5,color=[red,blue,green],title="Figure.4-29 Comparaison des surfaces optimales \n
des ailettes rectangulaire, triangulaire et concave",labeldirections = ["horizontal",
"vertical"],titlefont=[TIMES,times,15],labels=["QT=Flux de chaleur
/Température(W/K)", "Surface optimale"],labelfont=[TIMES,times,15],
legend=["rec","tri","conc"]);

```

ملخص

الزعانف الحرارية لها دور مهم في مجال انتقال الحرارة، وجريان الموائع، ودراستنا شملت انتقال الحرارة والكفاءة في الزعانف .

الدراسة بيّنت أن الزيادة في الناقلية الحرارية وسمك الزعنف ، والنقصان في عامل التبادل الحراري يحسنون كفاءة الزعانف. ومن جهة أخرى، الدراسة أظهرت أن الزعنف المثلثية لها أفضل مردود بالنسبة للزعانف الأخرى المدروسة. الدراسة تناولت أيضا أنواع أخرى من الزعانف (الدائرية، المتسلسلة النزول، الدبوس...الخ).

برنامج مابل(رقم 16) ساعدنا في حل معادلات الحرارة لمختلف أنواع الزعانف وسمح لنا بحساب حقل الحرارة وكفاءة الزعانف بدقة جيدة.

الكلمات المفتاحية :

الزعنف، انتقال الحرارة، المبادل الحراري، أنبوب ذو زعانف، تكثيف، كفاءة.

Résumé

Les ailettes thermiques jouent un rôle très important dans le domaine de transfert de chaleur et les écoulements des fluides. On a étudié les transferts thermiques et l'efficacité dans les ailettes.

L'étude a montré que l'augmentation de la conductivité thermique et l'épaisseur de l'ailette, et la diminution de coefficient d'échange thermique amélioreraient l'efficacité des ailettes. D'autre part, l'ailette triangulaire est la plus performante de différents types d'ailettes. L'étude encore a traité des différents types d'ailettes (circulaire, cascade, épingle,...etc.).

Le logiciel MAPLE (version 16) nous a aidé à résoudre l'équation de la chaleur des différents types d'ailettes et nous a permis de calculer le champ de température et l'efficacité des ailettes avec une très bonne précision.

Mots clés : Ailette, Transferts Thermiques, Echangeur de chaleur, Tube à ailettes, Intensification, efficacité.

Abstract

The thermal fins play a very significant role in the field of heat transfer and the flows of the fluids. we have studied the heat transfers and the efficiency in the fins.

The study showed that increasing of thermal conductivity ,the thickness of the fin, and the reduction in coefficient of heat exchange improve the efficiency of the fin. In addition, the triangular fin is most effective of various types of fins.

This study also treated various types of fins (circular, cascade, pin... etc).

MAPLE (version 16) helped us to solve the equation of the various types of fins and makes us possible to calculate the field of temperature and the efficiency of the fin with a very good precision.

Key words: fins, Transfers Thermal, Exchanger of heat, finned Tube, Intensification, efficiency.