

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE
LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE DE BATNA
FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR
DEPARTEMENT DE GENIE-CIVIL



MEMOIRE DE MAGISTER

Spécialité : **GENIE CIVIL**

Option : **Mécanique des sols**

Présenté par

BENMOUSSA SAMIR

ANALYSE 3D DE LA CAPACITE PORTANTE D'UNE FONDATION SUPERFICIELLE REPOSANT SUR UN BICOUCHE

Soutenue le :29/07/ 2006

Devant le Jury :

<i>Président :</i>	L. BELOUNAR	<i>Maître de Conférences</i>	Université de Biskra
<i>Rapporteur:</i>	S. BENMEBAREK	<i>Professeur</i>	Université de Biskra
<i>Examineurs:</i>	M. BAHEDDI	<i>Ph. D</i>	Université de Batna
	Kh. ABBECHE	<i>Maître de Conférences</i>	Université de Batna

Dédicace

Je dédie ce travail à :

La mémoire de mon père,

Ma mère,

Ma femme et mes enfants,

Mes frères et sœurs

A tous ceux qui me sont chers.

Remerciement

*Ce travail a été effectué sous la direction de mon directeur de recherche, **Monsieur BENMEBAREK Sadok**, à qui je tiens à exprimer l'hommage de ma profonde gratitude pour toute la confiance qu'il m'a témoigné, les encouragements, les conseils et l'aide qu'il n'a cessé de me prodiguer tout au long de cette période.*

Je voudrais également adresser mes vifs remerciements au Président du Jury.

Je tiens aussi à remercier les membres du Jury : Messieurs

*Je suis très reconnaissant à mon ami **DEMAGH RAFIK**, chargé de cours à l'université de BATNA, ses conseils m'ont été particulièrement précieux pour l'élaboration de ce travail.*

Il m'est particulièrement agréable de remercier toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

Résumé

La capacité portante des fondations carrées et rectangulaires est souvent déterminée en se basant sur l'hypothèse des déformations planes appliquées aux semelles filantes chargées verticalement. Des facteurs de correction empiriques et semi empiriques, appelés facteurs de forme, sont introduits pour tenir compte de l'effet tridimensionnel de la longueur limitée.

Réalisée dans le cadre du présent travail, une recherche bibliographique, inventoriant les facteurs de forme montre des divergences notables : certains chercheurs lient ces facteurs seulement à la géométrie et propose des facteurs minorants, d'autres incluent l'effet de l'angle de frottement interne du sol d'assise et proposent des facteurs majorants. Face à cette problématique, la recherche effectuée est de simuler numériquement à l'aide du logiciel FLAC^{3D} l'effet tridimensionnel d'une fondation superficielle rigide chargée verticalement et reposant sur un bicouche.

Vu la contrainte du temps et la lenteur de la simulation tridimensionnelle, l'expérimentation numérique est focalisée uniquement sur semelle filante et semelle carrée.

Le mémoire est présenté selon deux principales parties, la première (chapitres 1 et 2) est réservée à la recherche bibliographique et l'acquisition de connaissances de base utiles à la compréhension du comportement des fondations superficielles, alors que la seconde (chapitre 3 et 4) est consacrée à la présentation de l'outil de simulation et les expérimentations numériques.

Le chapitre 4, cœur de ce mémoire, présente les contributions apportées par le candidat :

- La validation de l'élément brique et de la procédure de simulation de la capacité portante d'une fondation superficielle en clarifiant les sources d'incertitudes;
- L'expérimentation numérique sur un sol bicouche purement cohérent en variant le rapport des cohésions, les hauteurs des couches et les conditions de l'interface sol - fondation (parfaitement lisse, parfaitement rugueuse)
- L'expérimentation numérique sur un sol frottant surmontant un sol purement cohérent en variant le rapport des hauteurs de couches, le rapport des résistances, l'angle de frottement du sol et les conditions de l'interface sol - fondation (parfaitement lisse, parfaitement rugueuse).

Les différentes conclusions sont présentées en dernier pour clôturer ce mémoire.

Abstract

The bearing capacity of the square and rectangular footings is often determined while being based on the hypothesis of plane strains applied to strip footings loaded vertically. Empiric and semi empiric Factors of correction, called factors of shape are introduced in this method, to take account of the three-dimensional effect of the limited length.

In the setting of the present work, a bibliographic research is made inventorying the factors of shape obtained by different two dimensional - analysis methods. This inventory shows considerable divergences in the values of these factors: some researchers only bind these factors to geometry and propose reducing factors; others include the effect of the angle of internal friction of the soil and propose raising factors. Facing this problematic, the purpose of this research is to simulate numerically with the help of the software FLAC 3D the three-dimensional effect of a rigid superficial footing loaded vertically and resting on a bi-layered soil.

Taking into account the time factor and the slowness of the three-dimensional simulation, the numeric experimentation is applied solely on strip and square footings.

The memory is presented in to two main parts, the first (chapters 1 and 2) is reserved To a bibliographic research and basic knowledge useful to the understanding of the behaviour of the superficial footings, whereas the second (chapter 3 and 4) is left for the presentation of the simulation tool and the numeric experimentations.

The chapter 4, heart of this memory, presents the contributions brought by the candidate:

- Validation of the tile - element and the procedure of simulation of the bearing capacity of a superficial footing while clarifying the sources of uncertainties.

- Numeric experimentation on a purely coherent bi – layered soil while varying the rate of the cohesions, the heights of the layers and the conditions of the interface soil - footing (perfectly smooth and perfectly rough)

- Numeric experimentation on a friction soil mounting a purely coherent soil while varying the rates of the layers heights, its strengths, the angle of friction of the soil and the conditions of the interface soil - footing (perfectly smooth and perfectly rough).

The different conclusions are lastly presented to enclose this memory.

Sommaire

Introduction générale	1
Chapitre 1 : Synthèse bibliographique sur le comportement des Fondations superficielles	
1.1 Introduction.....	4
1.2 Principes généraux	4
1.3 Fondations superficielles.....	4
1.4 Phénomène de rupture.....	6
1.4.1 Description de la rupture d'une fondation superficielle	6
1.4.2 Phénomène interne	7
1.5 Pathologie.....	9
1.6 Philosophies de conception des fondations.....	9
1.6.1 Méthode de contrainte admissible (utilisation de facteur de sécurité)	9
1.6.2 Méthode d'état limite (utilisation du facteur partiel de sécurité).....	10
1.7 Conclusion	11
Chapitre 2 : Méthodes de calcul de la capacité portante	
2.1 Introduction.....	12
2.2 Problème équivalent	12
2.3 Méthodes de calcul de la capacité portante.....	12
2.3.1 Méthodes classiques	13
2.3.1.1 Théorie de Rankine	13
2.3.1.2 Théorie de Prandtl.....	16
2.3.1.3 Théorie de Terzaghi.....	20
2.3.1.4 Détermination des facteurs de portance N_c , N_q , N_γ	22
2.3.2 Fondation isolée.....	27
2.3.3 Fondation sur un milieu hétérogène	29
2.3.4 Calcul de la capacité portante par la théorie de l'analyse limite (Michalowski).....	33
2.3.4.1 présentations du problème	33
2.3.4.2 Mécanisme de rupture tridimensionnels	33
2.3.4.3 Mécanisme de déformation continue des semelles carrées	33
2.3.4.4 Mécanisme multi bloc	35
2.3.4.5 Mécanisme de déformation continue des semelles rectangulaires	38
2.3.4.6 Les résultats numériques	38

2.3.4.7 Superposition des termes de la capacité portante	40
2.3.4.8 Calcul des semelles carrées	42
2.3.4.9 Calcul des semelles rectangulaires	42
2.3.5 Critiques générales des méthodes classiques	45
2.4 Méthodes numériques	47
2.4.1 Modélisation des fondations superficielles (P. Mesta & M. Prat)	47
2.4.1.1 Interaction entre une fondation, des structures et le sol	47
2.4.1.2 Modélisation du sol et de la fondation sans les structures	48
2.4.1.3 Cas d'une fondation à géométrie complexe	48
2.4.1.4 Cas d'une fondation rigide	48
2.4.1.5 Cas d'une fondation souple	48
2.4.1.6 Influence de l'état initial des contraintes	49
2.4.1.7 conseils pour la réalisation des maillages de fondation superficielle	50
2.4.1.8 comportement des sols et modélisation des fondations superficielle	51
2.5 Solutions numériques existantes	51
2.5.1 Griffiths (1982)	51
2.5.2 Borst et Vermeer (1984)	52
2.5.3 Manoharan et Dasgupta (1995)	52
2.5.4 Frydman et Burd (1997)	52
2.5.5 Hans. L. Erickson et Andrew Drescher (2001)	53
2.5.6 R. S. Merifield, S. W. Sloan et H. S. Yu (1998)	54
2.5.7 J. S. Shiau, A. V. Lyamin et S. W. Sloan (2003)	54
2.6 Conclusion	55

Chapitre 3 : Les méthodes de comportement et l'outil

Numérique utilisé	56
3.1 Introduction	56
3.2 Modèles de comportement	57
3.2.1 Modèle élastique linéaire isotrope (loi de Hook)	57
3.2.2 Comportement élastoplastique	58
3.2.2.1 Notions de bases fondamentales	59
3.2.2.1.1 Notions de surfaces de charge	59
3.2.2.1.2 Notions de règle d'écroutissement	60
3.2.2.1.3 Notions de loi d'écoulement	61
3.2.2.2 Critères de plasticité	62
3.2.2.2.1 Critère de Mohr-coulomb	63

3.2.2.2 Critère de Tresca	67
3.2.2.2.3 Critère de Von Mises	67
3.2.2.2.4 Critère de Drucker-Prager	68
3.3 Description du code FLAC	69
3.3.2 Méthode des différences finies	70
3.3.3 Principe de calcul	70
3.3.4 Forces non équilibrées (unbalanced force)	71
3.3.5 Présentation du code bidimensionnel (flac ^{2D})	72
3.3.6 Présentation du code tridimensionnel (flac ^{3D} version 2.1)	73
3.3.6.1 Méthodologie de simulation avec le code flac ^{3D}	74
3.3.6.2 Génération du maillage	75
3.3.6.3 Discrétisation du maillage	76
3.4 Conclusion	77

Chapitre 4 : Analyse numérique tridimensionnelle de la capacité

Portante des fondations superficielles	79
4.1 Introduction	79
4.2 Simulation numérique	79
4.2.1 Présentation du cas étudié	79
4.2.2 Maillage et conditions aux limites	80
4.2.3 Modèle de comportement	81
4.2.4 Procédure de simulation	82
4.3 Test de validation	83
4.3.1 Modélisation d'une semelle filante sur un sol cohérent	83
4.3.2 Influence du maillage	84
4.3.3 Influence de la vitesse de déplacement	85
4.3.4 Influence du paramètre de l'élasticité G	87
4.4 Calcul en 3D des coefficients N_c pour une semelle filante	88
4.5 Calcul en 3D des coefficients N_γ pour une semelle filante	94
4.6 Calcul en 3D des coefficients N_c^* pour une semelle carrée	100
4.6.1 Etude du coefficient N_γ^* et du facteur de forme S_γ	101
4.6.2 Discussion et interprétation des résultats	102
4.6.3 Etude du coefficient de portance S_γ	105
4.6.4 Discussion et interprétation des résultats	110
4.7 Conclusion générale	113

INTRODUCTION GENERALE

La capacité portante a toujours été l'un des sujets les plus intéressants en mécanique des sols et des fondations. On appelle pression admissible la pression ou contrainte maximum qui puisse être appliquée par une structure sur un sol, sans qu'il y ait de tassements excessifs et de risque de rupture du sol. En pratique l'incertitude sur ce problème fait introduire un coefficient de sécurité (F_s) entre 3 et 4.

Il existe une littérature étendue traitant le calcul de la capacité portante des fondations, par les deux méthodes expérimentales et théoriques. Une liste des principales contributions de ce sujet peut être trouvées dans Vesic (1973), Chen et McCarron (1991) et Tan et Craig (1995).

Les procédures de calcul classiques, basées sur la méthode de l'équilibre limite, imposent, d'une part, les directions des plans de rupture (approximation très grossière). D'autre part ces théories supposent que le sol se comporte comme un matériau associé, avec un angle de dilatance égal à l'angle de frottement interne φ . Il est bien connu que pour les sols réels, l'angle de dilatance est généralement considérablement inférieur à φ .

La plupart des méthodes d'estimation de la capacité portante sont basées sur des études effectuées originalement sur une semelle filante, Prandtl (1921) et Reissner (1924), modifiées plus tard afin de les adapter à d'autres conditions comme par exemple la forme de la fondation, l'inclinaison de la charge, l'excentrement de la charge, ...etc.

Les modifications sont habituellement basées sur la méthode d'équilibre limite et la méthode d'analyse limite ou sur les approches empiriques. Ces méthodes de conception conventionnelles fournissent des outils simples et efficaces pour l'estimation de la capacité portante des fondations sous charges verticales.

Le calcul des semelles isolées est un problème à trois dimensions que l'on ne sait pas complètement traiter, à l'heure actuelle, de manière théorique satisfaisante (sauf, toutefois, en ce qui concerne les semelles circulaires, en raison de l'axisymétrie, qu'elles présentent). Faute de mieux, on utilise la formule donnant la capacité portante de la semelle filante, en affectant chacun des trois facteurs de portance de coefficients correcteurs, choisis de manière empirique, au vu des résultats d'essais de laboratoire et des constatations faites sur la capacité portante des semelles réelles.

Des études plus récentes ont montrées qu'il n'y avait pas de différence significative entre la capacité portante des semelles carrées et celle des semelles circulaires.

Dans la littérature traitant le calcul de la capacité portante des fondations superficielles et précisément des fondations isolées de différentes formes, on trouve quelque divergences entre les coefficients correcteurs trouvés par quelques auteurs, par exemple certains auteurs lient ces facteurs seulement à la géométrie par contre d'autres incluent l'effet de l'angle de frottement ...etc. On remarque aussi que quelques auteurs majorent les coefficients et que d'autres les minorent. Face à ces divergences on est intéressé à faire une étude numérique tridimensionnelle qui prend en considération le maximum des paramètres qui peuvent influencer sur l'estimation des coefficients correcteurs de formes ainsi que la prise en compte réelle de l'effet tridimensionnel pour trouver des résultats satisfaisants.

Ce travail est considéré comme une initiation à la recherche dans le domaine du calcul tridimensionnel, malgré que les calculs en 3D sont beaucoup plus lourds que les calculs en 2D.

Le présent mémoire est partagé en deux parties :

Une première partie consacrée à la recherche bibliographique comportant deux chapitres :

- Dans le premier chapitre, nous rappelons un certain nombre de connaissances de base sur la définition des fondations superficielles, leur fonctionnement et les différents mécanismes de rupture.
- Le deuxième chapitre est consacré à la présentation des différentes méthodes de calcul de la capacité portante dans le cas général (pour une semelle filante). Puisque notre travail est consacré à l'étude de la capacité portante en 3D, nous allons présenter dans ce chapitre quelques cas spécifiques pour le calcul de la capacité portante avec leurs coefficients attribués en détaillant plus le coté qui nous intéresse et qui représente l'effet de forme avec des coefficients proposés par quelque auteurs.

Une deuxième partie dans laquelle nous présentons :

- Dans le troisième chapitre une description générale de l'outil de calcul (FLAC^{3D}) ainsi que les modèles de comportement utilisés dans la présente analyse.
- Le quatrième chapitre, cœur de ce mémoire, présente les contributions apportées par l'impétrant :
 - Validation de l'élément brique et de la procédure de simulation de la capacité portante d'une fondation superficielle en clarifiant les sources d'incertitudes ;
 - Expérimentation numérique sur un sol bicouche purement cohérent en variant le rapport des cohésions, les hauteurs des couches et les conditions de l'interface sol fondation (parfaitement lisse et parfaitement rugueuse) ;

- Expérimentation numérique sur un sol frottant surmontant un sol purement cohérent en variant le rapport des hauteurs de couches, le rapport des résistances $C_u/\gamma B$, l'angle de frottement du sol et les conditions de l'interface sol fondation (parfaitement lisse et parfaitement rugueuse).

Les différentes conclusions sont présentées en dernier pour clôturer ce mémoire.

Chapitre 1

SYNTHESE BIBLIOGRAPHIQUE SUR LE COMPORTEMENT DES FONDATIONS SUPERFICIELLES

1. Introduction

De tout temps, les sols ont été utilisés pour supporter des fondations ou réaliser des constructions, à travers les âges les constructeurs et les projeteurs ont admis la nécessité d'établir des fondations solides pour que les constructions résistent mieux aux forces de la nature, bien avant que les méthodes scientifiques n'aient été reconnues comme les mieux adaptées à la solution des problèmes de génie civil, on a construit des édifices importants et certains de ces ouvrages sont restés en service pendant des siècles. Il était par suite inévitable que les travaux de terrassements et de fondations se soient développés, pour l'essentiel, comme un art s'appuyant sur des pratiques et des usages issus de réalisations antérieures satisfaisantes.

Pendant les quarante dernières années, des progrès considérables ont été accomplis dans la connaissance des propriétés physiques des sols et dans l'appréciation de la validité des théories sur le comportement des terres. Les méthodes d'étude et de construction ont subi des changements significatifs et, bien que l'expérience demeure toujours le critère essentiel, les méthodes rationnelles d'étude ont largement supplanté les règles empiriques.

1.2-Principes Généraux

Dans son sens le plus strict, la fondation est l'élément qui sert de support à l'ouvrage et à ses charges : elle comprend la couche superficielle de l'écorce terrestre et la partie de l'édifice destinée à reporter les efforts sur le sol. Il existe deux grands types de transmission des charges des constructions aux couches des sols sous-jacentes : par fondation superficielle et par fondation profonde.

1.3-Fondations superficielles

La fondation superficielle est, par définition, une fondation qui repose sur le sol ou qui n'y est que faiblement encastrée. Les charges qu'elle transmet ne sollicitent que les couches

superficielles et peu profondes. Les fondations profondes reportent, elles, les charges tant dans les couches profondes que dans les couches superficielles qu'elles traversent.

Le mode de travail d'une fondation et son interaction avec le sol, conduit à introduire la notion de profondeur critique que l'on peut définir en première approximation comme le niveau au-dessous duquel, en sol homogène, la résistance sous la base de la fondation n'augmente plus. Les fondations superficielles ont leur base située au-dessus de cette profondeur critique : ce sont les semelles, radiers etc. Les fondations profondes ont leur base située au-dessous de cette profondeur critique. Les fondations superficielles travaillent essentiellement grâce à la résistance du sol sous la base. Pour les fondations profondes, il y'a également lieu de considérer la résistance du sol le long du fût, c'est-à-dire le frottement latéral.

Entre les deux extrêmes, fondations superficielles et fondations profondes, on trouve les fondations semi profondes dont la base se trouve au-dessus de la profondeur critique, mais pour lesquelles le frottement latéral ne peut être négligé : il s'agit des puits et pieux courts ou des barrettes de faible profondeur et de la plupart des caissons (figure 1.1)

Une fondation doit être stable et à l'abri des ruptures, à cet effet l'évaluation de la capacité portante du sol c'est avéré primordiale.

Les éléments géométriques qui définissent une fondation superficielle sont :

- B, la largeur de la fondation
- L, la longueur de la fondation
- D, l'encastrement qui est la profondeur de la base de fondation.

Une fondation est dite superficielle si $D < 1,5 \cdot B$

Si $D > 5B$ la fondation est dite profonde

Si $1,5 B < D < 5 B$ la fondation est semi profonde

Pour les fondations superficielles, la fondation est appelée :

- Radier : si la surface totale du bâtiment est la fondation
- Semelle : si seule une partie de la surface du bâtiment correspond à la fondation

De plus pour une semelle si :

- $L/B > 10$ il s'agit d'une semelle filante (le problème peut être considéré comme bidimensionnel)

Pour des raisons de coût, on cherche souvent à fonder un ouvrage superficiellement. Si cette solution n'est pas satisfaisante d'un point de vue technique (le sol ne peut pas supporter la charge appliquée ou les tassements sont trop importants) ou économique, une solution en fondation profonde est envisagée.

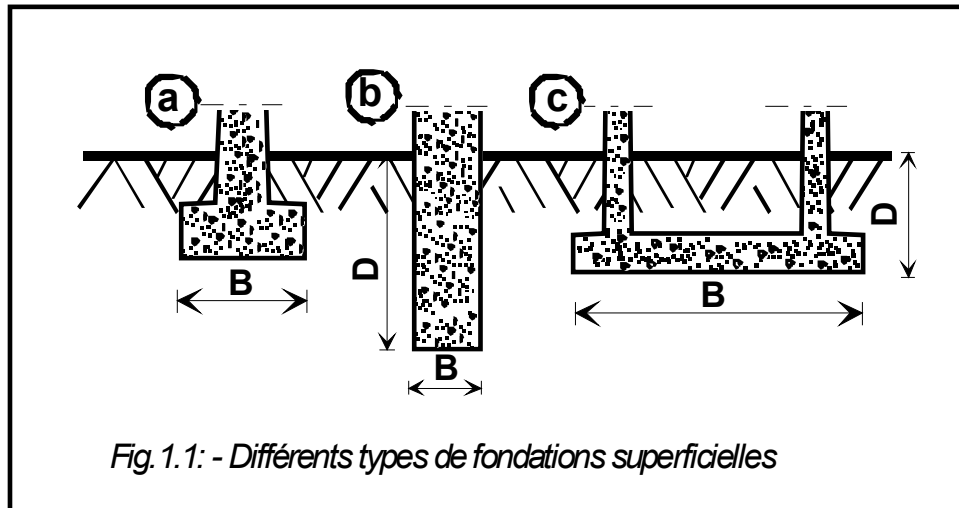


Fig. 1.1: - Différents types de fondations superficielles

1.4- Phénomène de rupture Contrainte limite et contrainte admissible

1.4.1- Description de la rupture d'une fondation superficielle

Lorsque l'on charge progressivement une plaque reposant sur un sol, on observe un tassement qui croît avec l'effort appliqué. Au début la déformation augmente approximativement en fonction de la charge ; on a affaire à un équilibre pseudo élastique. Puis la déformation s'amplifie.

Lorsque l'on a affaire à un sol compact ou raide, à partir d'un certain effort, on remarque que le tassement continue sans qu'il y ait accroissement de l'effort. Alors une rupture plastique de l'assise se produit sous l'effet de la charge. Il y a poinçonnement du sol. Sur la *figure (1.2)*, la courbe (1) représente le tassement en fonction de la contrainte appliquée d'un sol raide. Si la fondation n'est pas encastree, à la rupture on constate un basculement de la semelle dû à de légères hétérogénéités de l'assise.

Lorsque l'on a affaire à un sol mou ou peu compact, le phénomène de rupture est moins net (*courbe (2), fig.1.2*). On observe une augmentation du tassement en fonction de la charge appliquée, mais la courbe obtenue tend vers une asymptote oblique par rapport à l'axe du tassement et la capacité portante limite n'est pas bien définie.

Dans ce cas, conventionnellement, on admet que la charge de rupture correspond à l'intersection de cette asymptote et de la tangente de la courbe à l'origine.

QL est la charge limite ultime : c'est la charge maximale que peut supporter l'assise, c'est la charge de rupture (un équilibre limite de plasticité est atteint).

Comme cette valeur n'est pas très bien définie, on considère souvent que QL est la charge correspondant à un certain enfoncement, en générale pris égale à B/10

A : l'aire de la semelle, la contrainte de rupture est la contrainte moyenne tel que :

$$q_l = Q_L / A$$

La contrainte admissible q_a , est le rapport de la contrainte de rupture et un certain coefficient de sécurité F_s , cette dernière contrainte est appelée aussi contrainte de service ou encore taux de travail, dans ce cas, on peut dire qu'en aucun point du massif de sol, dans lequel les fondations sont encrées, le seuil de plasticité n'est atteint, il s'agit d'un problème de déformation élastique

C'est la valeur de cette contrainte qui permettra au bureau d'étude de dimensionner les fondations.

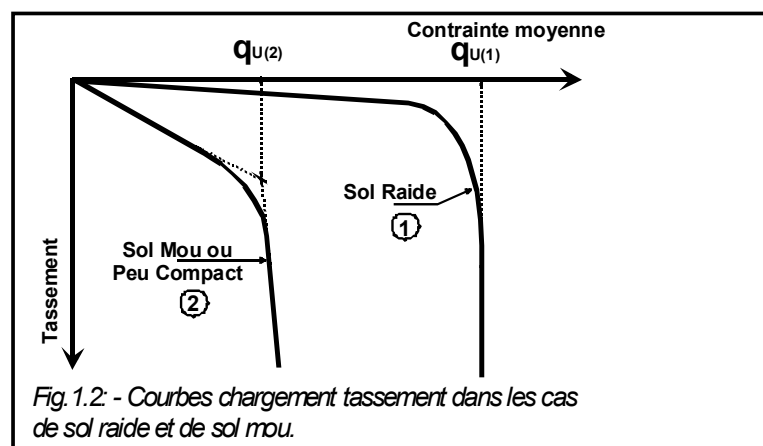
La contrainte admissible q_a devra satisfaire deux critères :

Un critère de rupture :
$$q_a = Q_L / F_s$$

Où F_s est le coefficient de sécurité généralement pris égale à 3, la contrainte admissible devra, en effet, être telle que tout risque de rupture est évité

Un critère de déformabilité : la condition précédente étant supposée remplie, sous le chargement de la semelle la contrainte admissible transmise au sol est q_a , la semelle va tasser de la valeur s_a (figure 1.3), il conviendra de s'assurer que le tassement est compatible avec le comportement de l'ouvrage, il peut varier du millimètre (antennes spatiales) au mètre (réservoirs de pétrole de très grand diamètre).

On note que q_l et q_a sont des valeurs moyennes qui n'impliquent aucun type de répartition des contraintes sous la surface de chargement.



1.4.2-Phénomène interne

Les études théoriques relatives à l'état d'équilibre plastique sous les semelles filantes conduisent aux conclusions générales suivantes :

Au cours du passage d'un état à l'autre, la répartition des réactions du sol sur la base de la semelle et l'orientation des contraintes principales dans le sol, subissent des variations. La

transition s'opère à partir des bords extérieurs de la fondation et s'étend comme il est indiqué sur *la figure (1.3)* qui s'applique à une semelle continue (ou filante) reposant sur un massif homogène de sable.

Lorsque l'on exerce un effort vertical poussé jusqu'à la rupture sur une semelle horizontale ancrée à faible profondeur dans un matériau meuble, des surfaces de cisaillement apparaissent dans l'assise ; l'ensemble des observations ayant trait à la rupture des fondations superficielles conduisent à penser qu'il existe, à ce moment-là, un coin de sol qui reste lié à la fondation (résultat d'observations sur modèles réduits) dont la pointe est tournée vers le bas et qui refoule le sol de part et d'autre de la fondation C'est le cas des sols relativement résistants; de la pointe partent des surfaces de rupture courbes inclinées d'abord vers le bas et qui se redressent ensuite vers le haut pour atteindre la surface libre. Lorsque l'enfoncement continue, on observe en surface autour de la semelle un gonflement du sol qui a été refoulé.

Quand le sol est très compressible un tassement relativement important est nécessaire pour que le refoulement apparaisse.

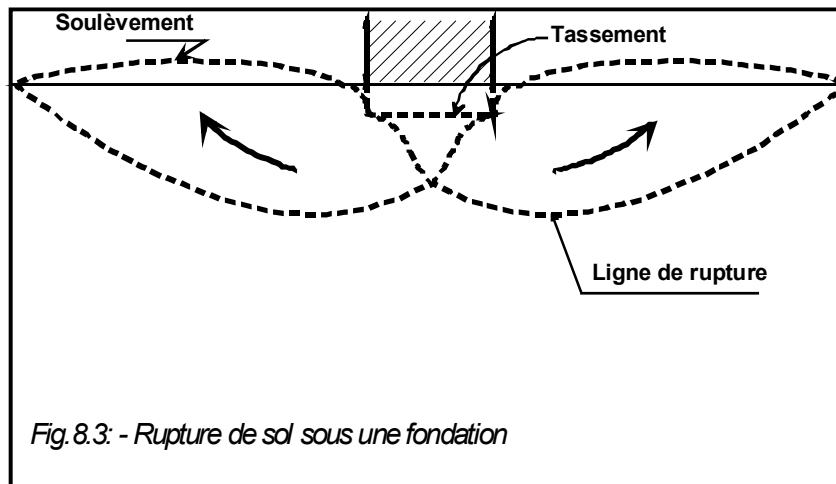
D'une façon générale, le phénomène est d'autant plus net que l'assise est moins déformable.

Pour les sols cohérents, l'application du chargement est accompagnée d'une augmentation de la pression interstitielle. Mais comme la vitesse de chargement est souvent supérieure à la vitesse nécessaire pour la dissipation de ces surpressions, il est raisonnable de supposer que l'enfoncement s'effectue à volume constant (en conditions non drainées).

Pour les sols pulvérulents, l'application du chargement entraîne une variation de volume due à la réorganisation des grains (dés enchevêtrement ou compaction des grains selon les niveaux de contraintes atteints). La charge de rupture (ou capacité portante) peut être estimée par des calculs relativement simples en supposant connus les paramètres de résistance des sols au voisinage de la fondation. Cependant, de très nombreux facteurs peuvent affecter cette valeur comme :

Des phénomènes se produisant au cours de la construction (soulèvement du fond de fouille après une excavation, gonflement ou ramollissement des argiles, effets du gel, etc.) ;

Des interactions avec d'autres constructions à proximité (battage de pieux, vibrations, excavation de tranchée, creusement de galeries, rabattement de la nappe phréatique, etc.).



1.5-Pathologie

Comme toute construction, les fondations superficielles sont sujettes à des désordres et il est bon de connaître les causes des principaux accidents.

Une statistique intéressante à connaître a été établie par un bureau de contrôle orienté surtout sur les bâtiments d'habitation ; elle porte sur plus d'un millier de désordres survenus à des fondations superficielles entre 1950 et 1970. Plus de 20% sont dus à des remblais mal compactés, 20% à une circulation d'eau, 20% à une hétérogénéité du sol ou des charges, 10% à une assise molle trop compressible et pour laquelle des fondations profondes auraient été préférables, près de 10% à la présence d'un sol instable, on notera également que 10% ont été provoqués dans des immeubles déjà existants par la construction d'importants ouvrages dans leur voisinage immédiat.

Actuellement on observe très peu d'accidents dus à une insuffisance de charge portante sauf dans les cas suivants, sol trop médiocre, terrain en pente et surtout fondation recevant un effort possédant une composante horizontale.

Les déformations sont responsables de la majeure partie des désordres constatés ; l'assise est le plus souvent en cause soit par son hétérogénéité, soit par suite des travaux, à cet effet l'étude de la capacité portante c'est avéré primordiale.

1.6 Philosophies de conception des fondations

1.6.1 Méthode de contrainte admissible (utilisation de facteur de sécurité) :

Le facteur de sécurité FS est de l'ordre de 2 à 3 au plus, il est employé pour s'assurer que les charges des fondations sont de manière significative moins que la résistance au cisaillement du sol de support et que les tassements ne sont pas excessifs.

La valeur relativement élevée du facteur singulier de la sécurité tient compte de :

- Incertitudes en conditions de charge et des variations défavorables de charge

- Incertitudes en états de sol et en paramètres
- Conséquences de rupture, incertitudes dans les méthodes d'analyse (mode rupture, etc.).

1.6.2 Méthode d'état limite (utilisation du facteur partiel de sécurité)

Visé à s'assurer que toutes les conditions d'exécution appropriées sont satisfaites dans toutes les circonstances imaginables:

- État Limite ultime Concerné par l'effondrement et le dommage majeur.

- État Limite D'utilité Concerné par l'utilité et le dommage mineur.

- Les exemples des états de limites incluent:

- Rupture par cisaillement

- Rupture par glissement

- Rupture par renversement

- Tassement ou soulèvement excessifs

- Rupture de la structure de l'élément de fondation

- Il convient de noter que la portance admissible des fondations superficielles presque est toujours commandée par des critères de tassement et très rarement par des critères de rupture par cisaillement. Cependant, en ce qui concerne la sécurité contre la rupture de cisaillement, la charge structurale permise sur une fondation est calculée par la méthode contrainte admissible

Lors d'une étude préliminaire ou du contrôle d'un calcul, il est utile de connaître les ordres de grandeur de la capacité portante admissible pour des roches ou des sols types. Il y a une gamme des méthodes empiriques basées sur des résultats d'essai in situ.

Le tableau 1.1 fournit de telles valeurs ; naturellement, celles-ci doivent être prises avec prudence.

Tableau 1.1 – estimation de la capacité portante d'une fondation (d'après le BS 8004).

Catégorie	Types des roches et des sols	Capacité portante admissible en (kN)
Sols pulvérulents	Gravier dense ou sable et gravier dense	> 600 kN/m ²
	Gravier dense moyen, ou sable et gravier denses moyens	< 200 à 600 kN/m ²

	Gravier lâche, ou sable et gravier lâches	< 200 kN/m ²
	Sable compact	> 300 kN/m ²
	Sable dense moyen	100 à 300 kN/m ²
	Sable lâche	< 100 kN/m ² dépendent dessus degré de relâchement
Sols cohérents	Argiles plus "bold" très raides et argiles dures	300 à 600 kN/m ²
	Argiles raides	150 à 300 kN/m ²
	Argile ferme	75 à 150 kN/m ²
	Argiles et vases mous	< 75 kN/m ²
	Argile très molle	Non applicable
Tourbe		Non applicable
La terre faite		Non applicable

1.7 Conclusion

Une fondation superficielle est une fondation dont l'encastrement D dans le sol n'excède pas quatre fois la largeur B . Le mécanisme de rupture et la distribution des contraintes sous la fondation dépendent généralement de la nature du sol.

Un projet de fondation superficielle correct doit répondre aux préoccupations suivantes : La fondation doit exercer sur le sol des contraintes compatibles avec la résistance à la rupture de celui-ci, c'est le problème de la capacité portante. Le problème de la capacité portante sera traité en détaille dans le chapitre suivant.

Le tassement de la fondation doit être limité pour éviter le basculement ou la ruine de l'ensemble et pour empêcher l'apparition des fissures localisées qui rendraient l'ouvrage inutilisable.

CHAPITRE 2

METHODES DE CALCUL DE LA CAPACITE PORTANTE

2.1 INTRODUCTION

La détermination de la force portante des fondations est l'un des problèmes les plus importants de la mécanique des sols. On appelle pression admissible la pression ou contrainte maximale qui puisse être appliquée par une structure sur un sol, sans qu'il y ait de tassements excessifs et de risque de rupture du sol.

Le chapitre 2 est donc consacré aux méthodes de calcul. Après présentations des méthodes classiques par ordre chronologique suivis par des critiques générales, nous présentons l'utilisation des méthodes numériques qui permettent de tenir compte de manière approchée de plusieurs aspects tels que l'interaction entre la fondation et le sol ou d'autres ouvrages (soutènement, tunnel, etc.). Enfin quelques solutions numériques existants seront présentées.

2.2 PROBLEME EQUIVALENT

La fondation ne se pose pas sur la surface du sol, en règle générale elle est placée, après creusement, à une profondeur D . La base de la semelle est alors choisie comme plan de référence sur lequel s'exercent des contraintes de compression égale à Q_u/B à l'emplacement de la semelle et à $q_s = \gamma D$ à l'extérieur.

Ce nouveau schéma résume le problème équivalent qui se substitue au cas réel pour résoudre les problèmes de fondation (figure 2.1)

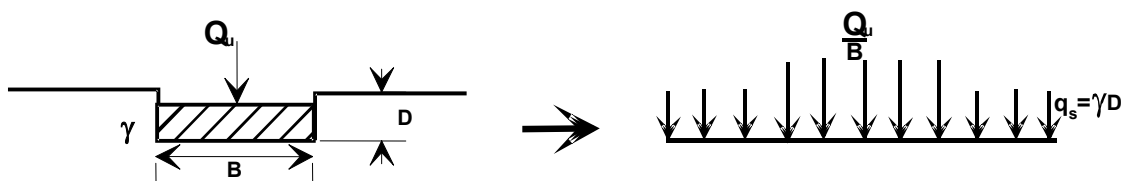


Fig.2.1-Problème équivalent.

2.3 METHODES DE CALCUL DE LA CAPACITE PORTANTE

Aucune solution mathématique rigoureuse ne permet encore d'analyser le phénomène de la rupture. Bien des méthodes ont été proposées, mais toutes admettent quelques approximations simplificatrices quant aux propriétés du sol et aux déplacements qui se produisent, approximations non conformes aux phénomènes observés.

En dépit de ces insuffisances, les comparaisons entre les capacités portantes limites de modèles et de fondations en vraie grandeur montrent que la marge d'erreur est un peu plus grande que pour les problèmes de stabilité avec les autres matériaux

Les études de stabilité à la rupture (habituellement dénommée cisaillement total) reposent sur l'hypothèse que le sol se comporte comme un matériau plastique idéal. Cette hypothèse fut avancée pour la première fois par Prandtl au sujet du poinçonnement des métaux, puis étendue à l'étude des sols par Terzaghi, Meyerhof, Buisman, Caquot & Kérisel et De Beer & Vesic,

Leur approche générale du problème est identique : une fondation de longueur infinie et de largeur B exerce une pression moyenne q_u sur un sol homogène dont le poids spécifique est γ . La charge qui agit sur la fondation est verticale, constante, et s'exerce dans l'axe de la semelle. On se trouve donc en présence d'un problème à deux dimensions. .

Pour tous les autres cas (charge inclinée, charge excentrée, fondation isolée, etc.), il a été proposé d'introduire des coefficients correcteurs. Ces coefficients correcteurs sont choisis de manière empirique à partir des résultats d'essais de laboratoire sur modèles réduits, d'essais en centrifugeuse ou d'essais en vraies grandeurs.

2.3.1 Méthodes classiques

2.3.1.1 Théorie de Rankine

Pour Rankine le problème se ramène à l'étude de l'équilibre, sous l'extrémité de la fondation, entre un coin actif sous la demi semelle et un coin passif à l'extérieur (*I et II de la figure 2.2*).

Le principe de la méthode de RANKINE consiste à calculer les forces de poussée et de butée à partir d'une approximation de l'état des contraintes dans le sol au contact d'un écran.

Si \vec{f} est la contrainte exercée par le sol sur l'écran, la force de poussée ou de butée par unité de longueur de l'écran a pour expression :

$$\vec{F} = \int \vec{f} dz$$

Cette méthode repose sur l'hypothèse simplificatrice fondamentale suivante :

La présence de discontinuités, provoquées par la présence de murs ou d'écrans à la surface d'un massif de sol, ne modifie pas la répartition des contraintes verticales dans le sol.

Ainsi, sur un plan parallèle à la surface du massif de sol, la contrainte reste verticale et égale à $\gamma z \cos\beta$ (β : angle d'inclinaison de la surface du sol par rapport à l'horizontale).

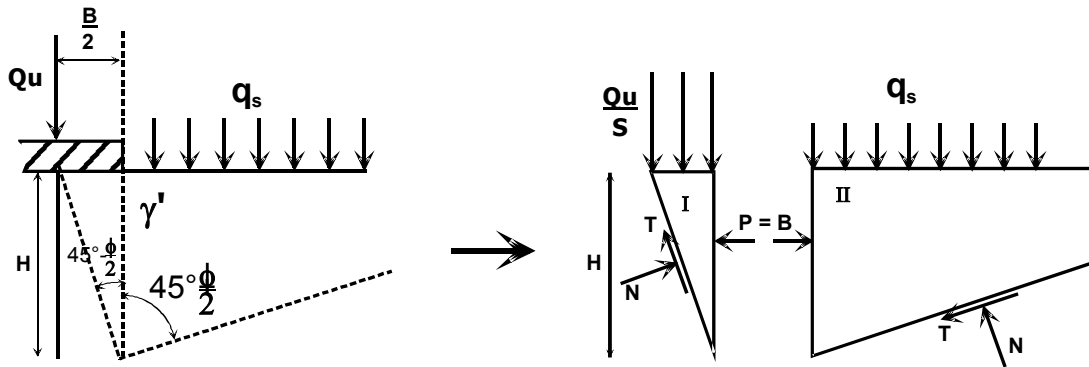


Fig.2.2 -Equilibre de Rankine.

La plus grande force qui puisse s'appliquer, avant la rupture, contre le coin II, passif, est égale à la butée, soit :

$$B \text{ ou } P_p = q_s H k_p + \frac{\gamma'}{2} H^2 k_p + 2 \dot{C} H \sqrt{k_p} \quad (2.1)$$

$$\text{Avec } H = \frac{B}{2} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\varphi}{2}\right) = \frac{B}{2} \sqrt{k_p} \quad (2.2)$$

$$\text{Ainsi } P_p = q_s \frac{B}{2} k_p^{3/2} + \frac{\gamma'}{8} B^2 k_p^2 + \dot{C} B k_p \quad (2.3)$$

Cette butée doit être égale à la poussée :

$$P \text{ ou } P_a = \frac{Q_u}{B} \frac{H}{k_p} + \frac{\gamma'}{2} \frac{H^2}{k_p} - 2 \dot{C} H \sqrt{\frac{1}{k_p}} \quad (2.4)$$

L'expression qui donne la charge maximale que supportera la semelle ou capacité portante $\frac{Q_u}{B}$:

$$\frac{Q_u}{B} = \frac{P_a}{H} k_p - \frac{\gamma'}{2} H + 2 \dot{C} \sqrt{k_p} \quad (2.5)$$

En remplaçant :

$$\frac{Q_u}{B} = \frac{2 P_a}{B} \sqrt{k_p} - \frac{\gamma'}{4} B \sqrt{k_p} + 2 \dot{C} \sqrt{k_p}$$

Mais à la limite de l'équilibre $P_a = P_p$:

$$\frac{Q_u}{B} = \frac{\gamma' B}{4} (k_p^{5/2} - k_p^{1/2}) + 2 \dot{C} (k_p^{3/2} + k_p^{1/2}) + \gamma' D k_p^2 \quad (2.6)$$

Qui s'écrit sous la forme condensée :

$$\text{La capacité portante : } q_u = \frac{Qu}{B} = \gamma' \frac{B}{2} N_\gamma + \dot{C} N_c + \gamma D N_q \quad (2.7)$$

$$\text{avec : } N_\gamma = \frac{1}{2} (k_p^{5/2} - k_p^{1/2}) \quad (2.8)$$

$$N_q = k_p^2 \quad (2.9)$$

$$N_c = 2(k_p^{3/2} + k_p^{1/2}) \quad (2.10)$$

N_γ est le facteur de surface, N_q est le facteur de profondeur et N_c est le facteur de cohésion.

L'inconvénient d'une pareille hypothèse est d'imposer, en tout point de l'écran, la direction de la contrainte qui s'exerce sur l'écran, et donc de ne pas tenir compte de la valeur de frottement entre l'écran et le sol (dans notre cas, le frottement sol-sol).

Ainsi, pour l'étude de l'équilibre, sous l'extrémité de la fondation, entre un coin actif sous la demi semelle et un coin passif à l'extérieur (*I et II de la figure 2.2*), la théorie de Rankine suppose que le frottement sol-sol est nul, puisque la contrainte est horizontale.

Cette méthode conduit à une répartition triangulaire des contraintes de poussée ou de butée sur l'écran et permet d'obtenir le point d'application de la force correspondante.

Le domaine (I) se trouve dans un état d'équilibre actif. Les facettes verticales sont donc en poussée, et situées, par voie de conséquence, à l'intérieur du plus petit angle de glissement. Sur une facette verticale, la contrainte est principale et a donc pour valeur σ_3 (contrainte principale mineure).

On a ainsi : $\sigma_3 < q_s$

Toutefois, malgré la discontinuité le long de l'axe z, il y'a continuité de la contrainte sur une facette verticale. Sur toute facette verticale du domaine (II) la contrainte est donc principale et vaut σ_3 . Mais dans ce domaine, les facettes verticales sont en butée et on a donc nécessairement $q < \sigma_3$. (fig3.81)

Dans le domaine (II), l'état d'équilibre est passif et la surface du sol a tendance à se soulever : les facettes horizontales sont en poussée.

Il apparaît donc une incompatibilité cinématique pour les facettes horizontales situées sur la ligne de discontinuité : elles appartiennent au domaine (II) et sont donc en poussée, mais appartiennent aussi au domaine (I) et sont alors en butée.

Le schéma de *Rankine* (*figure 2.2*) n'est qu'une approximation très grossière du véritable comportement du sol. En réalité, les expérimentations sur modèles réduits montrent que sous la fondation se forme un coin, limité par des faces planes inclinées qui s'enfoncent avec la

semelle et se conduit en corps solide. Il exerce une poussée sur le sol adjacent qui réagit en butée avec frottement sol sur sol.

2.3.1.2 Théorie de Prandtl (1920)

a) Matériau sans cohésion ($c = 0$)

Le problème bidimensionnel d'un sol pulvérulent non pesant, d'angle de frottement interne φ et chargé normalement à sa surface par deux répartitions uniformes tel que: ($P = q_u$ et $q = \gamma D$), a été résolu pour la première fois par *Prandtl (1920)*.

Prandtl (1920) a donné son mécanisme de rupture le plus accepté et le plus utilisé ensuite par les autres auteurs. Le mécanisme de rupture sous la fondation, considère que la base de la fondation est lisse.

Il subsiste une zone, limitée par deux lignes de glissement frontières, dans laquelle on fait l'hypothèse qu'une famille des lignes de glissement est formée de droite qui passent toutes par le point S, frontière en surface entre les deux charges P et q (figure 2.3)

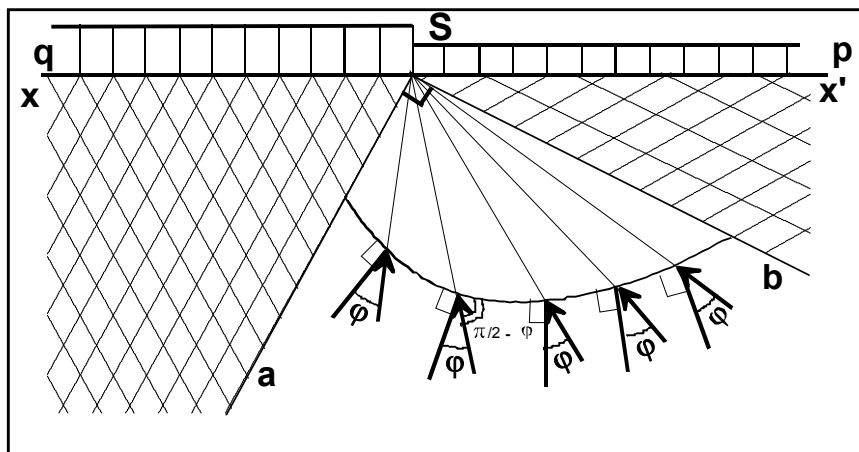


Fig.2.3 -Mécanisme de rupture d'une fondation de base lisse (Prandtl (1920))

Dans ces conditions, l'autre famille de lignes de glissement est constituée de courbes, qui font un angle de $(\pi/2 - \varphi)$, constant, avec le faisceau précédent. Il s'agit donc d'arcs de spirale logarithmique, de centre S dont l'équation en coordonnées polaires s'écrit :

$$\rho = \rho_0 e^{\theta \operatorname{tg} \varphi}$$

Cette zone aSb est appelée saut de Prandtl (Fig. 2.4)

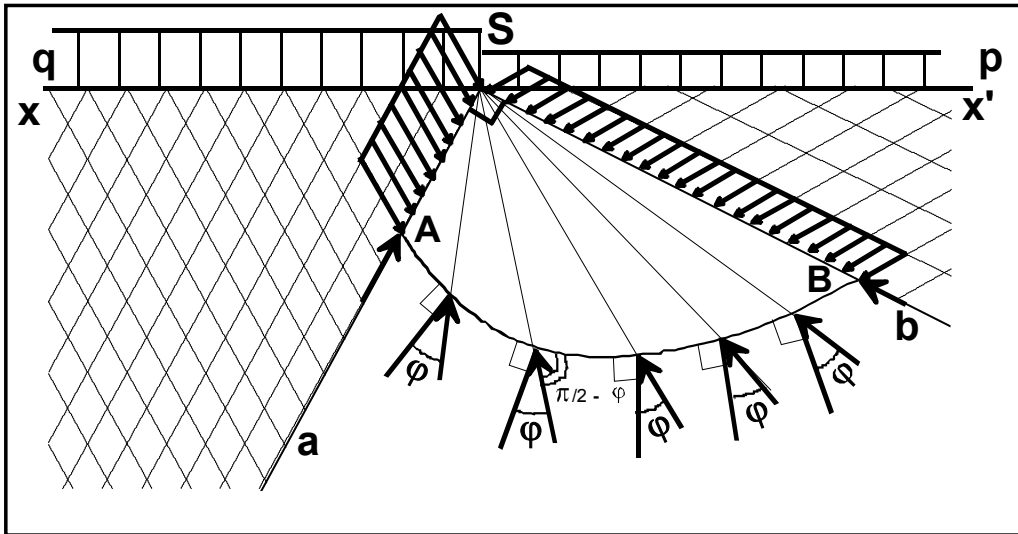


Fig.2.4 -Mécanisme de rupture d'une fondation de base lisse (Prandtl (1920))

Isolons maintenant le bloc SAB (fig. 3.34), SA et SB sont des portions de ligne de glissement appartenant à la même famille : les contraintes qui s'y exercent font un angle φ avec les normales à ces segments, et par conséquent un angle $(\frac{\pi}{2}-\varphi)$ avec ceux-ci ; ces contraintes ont donc même direction que les lignes de glissement de l'autre famille.

Dans les zones xSa et x'Sb, l'état des contraintes est homogène.

Soient : σ_A : la contrainte critique qui s'exerce sur SA

σ_B : la contrainte critique qui s'exerce sur AB.

Les contraintes qui agissent sur l'arc AB sont toutes dirigées vers S. on peut traduire l'équilibre du bloc SAB en écrivant que le moment en S de l'ensemble des forces appliquées est nul.

$$\text{Soit : } \sigma_A * SA * SA / 2 * \text{tg}\varphi = \sigma_B * sb * SB / 2 * \text{tg}\varphi$$

Mais SA fais un angle de $(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2})$ avec la verticale, alors que SB fait avec celle-ci un angle de $(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2})$. SA et SB sont donc perpendiculaires. (Fig. 2.4)

$$\text{On a alors: } SB = SA e^{(\pi/2)\text{tg } \varphi}$$

$$\sigma_A = \sigma_B e^{\pi \text{tg } \varphi}$$

Mais on peut également relier P à σ_A et q à σ_B .

Dans la zone xSa, P est la contrainte principale majeure ; en revanche, dans la zone x'Sb, q est la contrainte principale mineure. (Fig. 2.5)

$$\text{Il en résulte : } \sigma_B = q \text{tg}(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2})$$

$$q = \sigma_A \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)$$

Par conséquent : $P = q \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) e^{\pi \operatorname{tg} \varphi}$

On a ainsi trouvé une solution statiquement admissible, mais on n'a pas la certitude que cette solution est cinématiquement admissible.

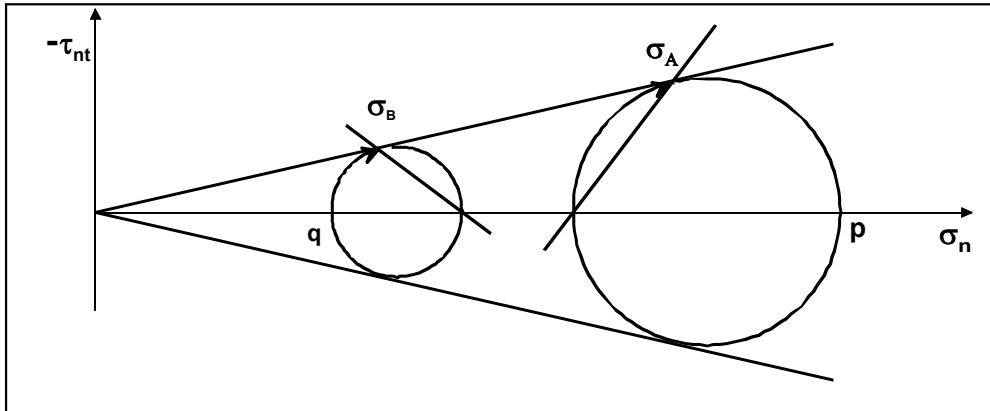


Fig. 2.5

b) Matériau avec cohésion (c ≠ 0 et φ ≠ 0)

Puisque φ ≠ 0 on peut appliquer le théorème des états correspondant. La solution précédente est obtenue en contraintes fictives sur un matériau fictif (φ, c=0), c'est à dire :

$$P' = q' \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) e^{\pi \operatorname{tg} \varphi}$$

Si l'on repasse en contraintes réelles :

$$P + H = (q + H) \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) e^{\pi \operatorname{tg} \varphi}$$

Et comme $H = C \operatorname{cotg} \varphi$

$$P = q \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) e^{\pi \operatorname{tg} \varphi} + C \operatorname{cotg} \varphi [\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) e^{\pi \operatorname{tg} \varphi} - 1]$$

On note habituellement $N_q = \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) e^{\pi \operatorname{tg} \varphi}$

$$N_c = (N_q - 1) \operatorname{cotg} \varphi$$

La solution s'écrit alors : $P = qN_q + cN_c$

c) Matériau purement cohérent (c ≠ 0 et φ = 0)

Dans ces conditions, le théorème des états correspondants n'est plus applicable, et il faut procéder directement. Le schéma de la figure 2.3 prend l'aspect représenté sur la figure 2.6. Les lignes de glissement forment un réseau de droites orthogonales dans les zones xSa et x'Sb. Dans la région aSb, la deuxième famille recoupe sous un angle droit le faisceau des

lignes droites de glissement qui passent toutes par S. Elle est donc constituée d'arcs de cercle.

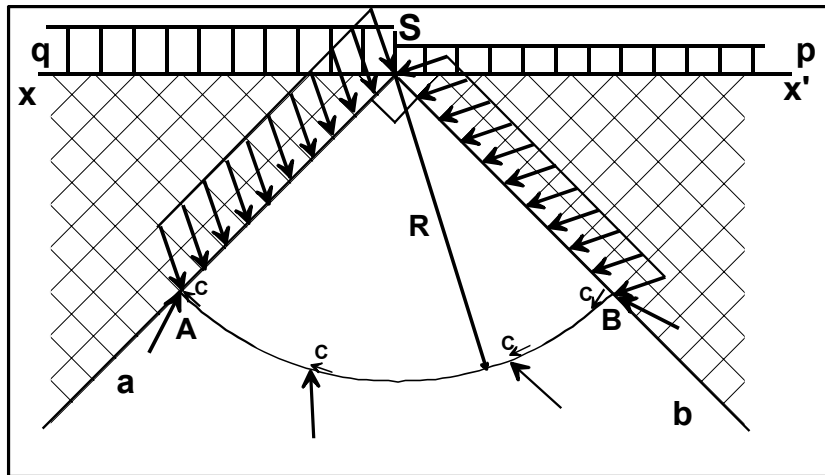


Fig. 2.6

Les segments SA et SB ainsi que l'arc AB sont des lignes de glissement, par conséquent les contraintes qui s'y exercent ont toutes une composante tangentielle dont la valeur absolue est égale à la cohésion c.

Si l'on écrit la nullité en S, du moment des forces appliquées au bloc SAB, on obtient le résultat recherché, comme dans le cas précédent.

On note σ_{nA} et σ_{nB} les contraintes normales, respectivement sur SA et SB, et si l'on remarque que le moment en S des contraintes normales AB est nul, on obtient :

$$SA \cdot SA/2 \cdot \sigma_{nA} = SB \cdot SB/2 \cdot \sigma_{nB} + \int_B^A cR ds = 0 \quad (\text{intégrale entre A et B})$$

$$\sigma_{nA} \cdot R^2/2 = \sigma_{nB} R^2/2 + c\pi R^2/2$$

soit:

$$\sigma_{nA} = \sigma_{nB} + c\pi$$

En observant que comme $q_u > \gamma D$, l'état d'équilibre est actif dans la partie xSA et passif dans la partie x'SB, il en résulte, dans le plan de Mohr, la configuration suivante (fig. 2.7) :

On a donc : $\sigma_{nB} = q + c$

$$P = \sigma_{nA} + c$$

$$P = q + c + c\pi + c$$

$$P = q + (\pi + 2) c$$

On obtient ainsi $N_q = 1$ et $N_c = \pi + 2$. Ces valeurs sont identiques à celles qui résultent d'un calcul de limite lorsque, dans les expressions générales précédentes, on fait tendre ϕ vers zéro.

C'est-à-dire à :
$$N_q = tg^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right) e^{\pi tg\phi} \tag{2.16}$$

Cette formule est quelque fois appelée formule de *Prandtl Caquot*, car ces deux auteurs l'ont publiée, indépendamment l'un de l'autre vers (1920).

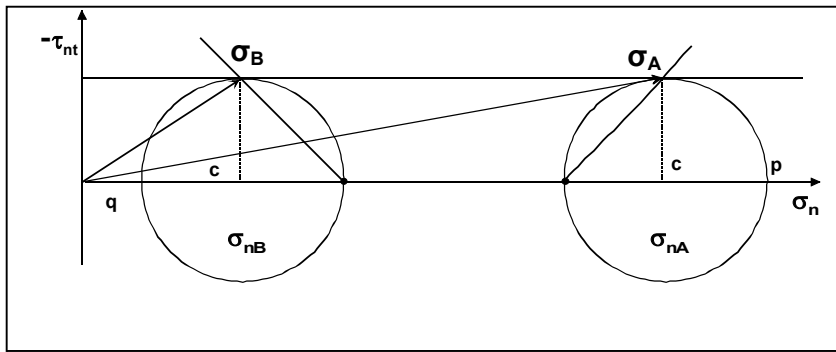


Fig. 2.7

2.3.1.3 Théorie de Terzaghi (1943)

- **Hypothèse de Terzaghi**

La rupture a pu être analysée mathématiquement dans le cas d'un phénomène plan pour une semelle horizontale supportant une charge centrée et encrée dans un milieu homogène présentant à la fois du frottement et de la cohésion et dont la surface libre est également horizontale.

La *figure 2.8-b* montre que ce problème est analogue à un problème de butée sur un mur de soutènement pour lequel l'angle η serait nul, il est donc possible de le résoudre dans toute sa généralité par la méthode de Sokolovski.

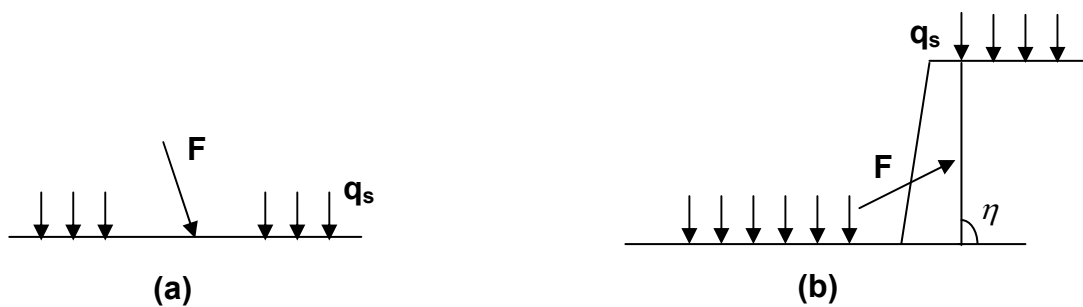


Fig.2.8

C'est à partir de ces considérations que *Terzaghi* a émis l'hypothèse de la charge maximum que l'on peut appliquer sur une fondation à la surface d'un sol pouvait être obtenue en utilisant le principe de superposition, (cette méthode est entachée d'une erreur de principe, mais qui va dans le sens de la sécurité. Celle ci est d'autant plus faible que les directions principales des contraintes des deux états sont voisines, elles sont globalement peu différentes) on considère donc un phénomène plan et on étudie la stabilité du seul milieu situé au dessous de la surface libre fictive constituée par le plan de fondation. Pour obtenir la

résistance total, on ajoute plusieurs systèmes en équilibre limite. Le massif défini plus haut est considéré comme pesant sans surcharge, puis comme non pesant mais chargé par les terres se trouvant de part et d'autre de la fondation ; enfin si le milieu possède de la cohésion, le théorème des états correspondants montre que cette dernière agit comme une surcharge hydrostatique. Ces trois éléments constituent respectivement les termes de surface, de profondeur et de cohésion de la résistance de sol à la rupture.

Donc la résistance limite de la fondation ou capacité portante sera :

$$Q_u = Q_L = Q_\gamma + Q_q + Q_c \tag{2.17}$$

Ou :

Q_γ : résistance du sol pulvérulent sous le niveau de la semelle (Figure 2.9-a) avec γ_2 poids spécifique des terres sous le niveau de la semelle ;

Q_q : l'action des terres situées au-dessus du niveau des fondations qui sont supposées agir comme une surcharge $\gamma_1 D$ sur un milieu pulvérulent non pesant, (Figure 2.9-b), avec : γ_1 : poids spécifique des terres au-dessus du niveau de la semelle ;

Q_c : l'action de la cohésion, où charge de rupture (Figure 2.9-c).

Et la contrainte de rupture :

$$q_u = q_L = q_\gamma + q_q + q_c \text{ avec } q_i = \frac{Q_i}{B}$$

Sokolovski a montré, en comparant les résultats obtenus par la méthode exacte d'une part et par la superposition des états de l'hypothèse de Terzaghi, que l'erreur faite est cependant peu importante.

De cette hypothèse Terzaghi a donné sa célèbre formule de la capacité portante d'une fondation continue chargée d'une charge verticale et centrée :

$$Q_u = CN_c + \gamma DN_q + \frac{\gamma B}{2} N_\gamma \tag{2.18}$$

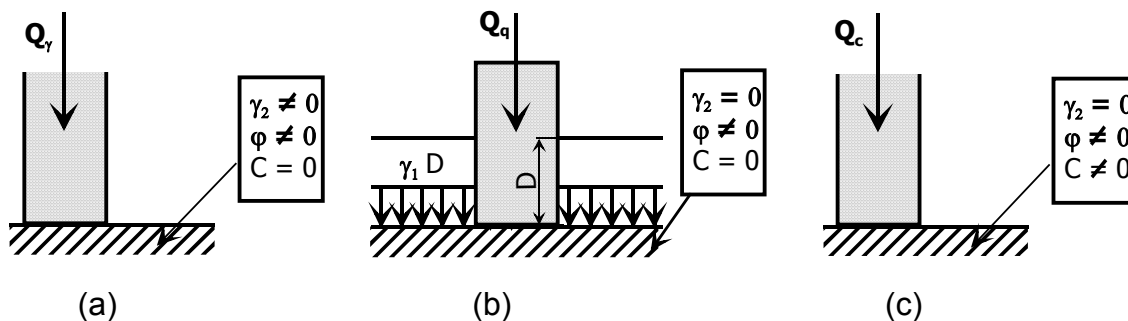


Fig.2.9. Principe de superposition.

c : cohésion du sol, γ : poids volumique

D et B sont respectivement profondeur et largeur de la fondation.

N_c , N_q et N_γ : les facteurs de la capacité portante dépendent de l'angle de frottement (φ).

Le premier terme est appelé terme de cohésion (proportionnel à c).

Le second terme est appelé terme de profondeur (proportionnel à D).

Le troisième terme est appelé terme de surface (proportionnel à B).

De nombreux auteurs ont résolu le problème en faisant les hypothèses différentes sur la rugosité de la semelle et la forme de la zone en équilibre limite. Bien que les valeurs numériques soient parfois assez différentes, toutes ces études conduisent à la formule générale de *Terzaghi*.

Ainsi le problème de la capacité portante se réduit à la détermination des facteurs de la capacité portante N_c , N_q et N_γ . Après la proposition de cette approche diverses études ont été faites pour l'évaluation de ces facteurs.

2.3.1.4 Détermination des facteurs de portance N_c , N_q et N_γ selon A. Caquot et J.Kérisel

Cette théorie suppose que la base de la fondation est rugueuse et que le frottement (sol fondation) empêche le cisaillement du sol adjacent de la base. L'état actif de Rankine donc n'est pas développé sous la fondation. Le sol situé immédiatement sous la fondation forme un coin solidaire de la fondation, reste en état d'équilibre élastique et qui poinçonne les couches sous-jacentes. Le déplacement du coin repousse le sol de chaque côté et fait naître deux zones symétriques de cisaillement, chacune comprenant deux régions : une région de cisaillement radial, directement au contact du coin et de la fondation ; au delà, une région de cisaillement à surfaces planes. S'agissant d'un frottement sol contre sol, le contact est parfaitement rugueux le long des parois OA et $O\hat{A}$ du coin qui agissent comme de véritables écrans de butée pour lesquels l'angle de frottement δ est égal à $(-\varphi)$. Par suite, la résultante P_P est inclinée de $(-\varphi)$ sur la normale à l'écran (on suppose, en outre, que la répartition des contraintes sur les parois OA et $O\hat{A}$ est uniforme, ce qui est compatible avec l'équilibre du coin $A\hat{A}O$). Le sol de la fondation dans l'autre coté du coin $A\hat{A}O$ est en équilibre plastique avec une zone de cisaillement radial et une zone en état passif de *Rankine* (figure 2.10).

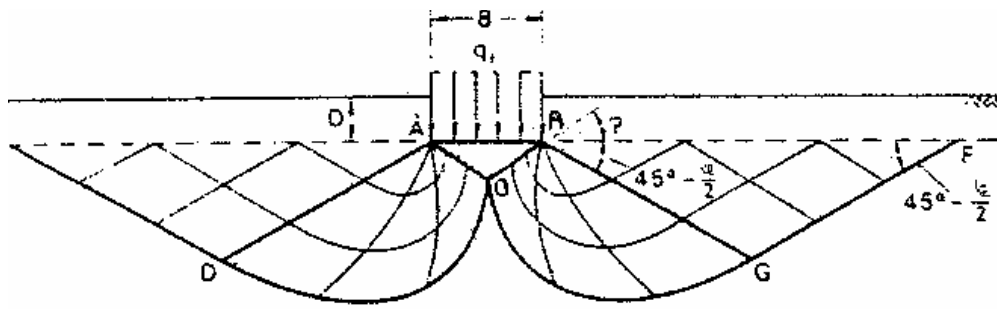


Fig.2.10 Mécanisme de rupture d'une semelle continue avec une base rugueuse.

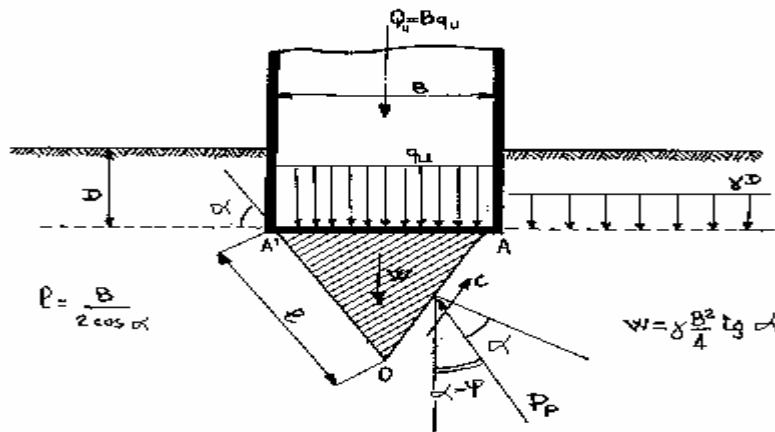
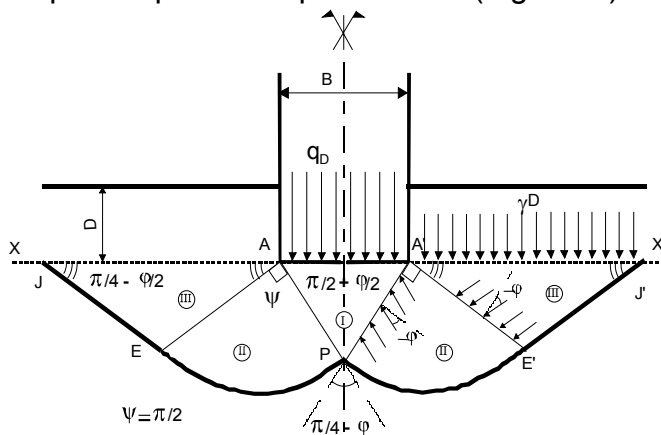


Fig.2.11 Equilibre des terres sous la fondation.

a) Terme de profondeur

On s'occupe uniquement de l'influence du chargement périphérique provenant du poids du terrain encaissant sur la résistance du sol à la rupture ; on rappelle que l'on considère seulement un milieu non pesant, sans cohésion, semi infini et dont la surface libre supérieure est limitée par le plan horizontal passant par la base de la fondation ; ce milieu est donc caractérisé par son seul frottement ϕ .

Ce terme peut être calculé de façon rigoureuse à l'aide de la théorie de la butée en milieu non pesant purement pulvérulent. (Fig. 2.12)



Fondation horizontale chargée verticalement

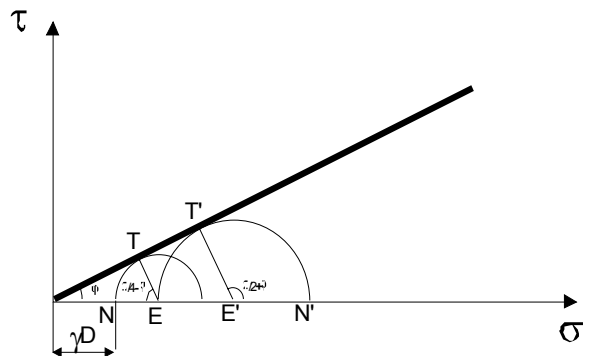


Schéma théorique pour le terme de profondeur Dans l'hypothèse où le poids des terres agit normalement au plan de fondation

Fig.2.12

Sur la fig. 2.12, on indique le schéma théorique du phénomène et les contraintes dans la représentation de Mohr. XX' est la trace de la surface libre fictive sur plan de la fig. 2.12 et AA' est la surface chargée par la contrainte moyenne q_D qu'il s'agit de déterminer.

Cette dernière qui est une contrainte verticale, donc normale à la surface chargée, et par suite une contrainte principale ; à la rupture elle détermine sous la fondation une zone I en équilibre de poussée de Rankine limitée par raison de symétrie par les deux premiers plans de glissement (fig. 2.12) qui passe par les arêtes A et A' ; puisque la contrainte appliquée est normale, ils font avec la semelle un angle de $(\pi / 4 + \varphi / 2)$.

De part et d'autre de la semelle, la surface libre fictive est également chargée normalement par la contrainte γD , apportée par les terres situées au-dessus ; le poids spécifique de ces derniers est γ et leur épaisseur est égale à la profondeur D du niveau de fondation. Sous cette surface chargée, on a donc deux zones III en équilibre de butée de Rankine et limitées par des plans faisant avec la surface libre l'angle $(\pi / 4 - \varphi / 2)$.

Entre les zones d'équilibre de Rankine I et III se trouvent les deux zones II correspondant aux deux dièdres PAE et PA'E' dont l'angle au sommet ψ est droit. Dans ces deux zones II, la contrainte fait l'angle limite $(-\varphi)$ avec le rayon vecteur passant par les arrêts A et A' (on suppose, en outre, que la répartition des contraintes sur les parois PA et PA' est uniforme, ce qui est compatible avec l'équilibre du coin AA'P); par suite le milieu se trouve en équilibre général ou équilibre de la spirale logarithmique.

Les zones I, II et III sont représentées sur le schéma théorique donné sur la figure 2.12.

L'équilibre du secteur PA'E', se traduit par la nullité, en A', des moment des efforts appliqués.

$$\text{De plus on a : } A'E' = A'P' e^{\theta \operatorname{tg} \varphi}$$

$$\text{Donc } \sigma_{A'P} = \sigma_{A'E'} e^{2\theta \operatorname{tg} \varphi}$$

$$\text{Mais } \sigma_{A'E'} = \gamma D \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$$

$$\text{Donc } \sigma_{A'P} = \gamma D \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) e^{(3\pi/2 - 2\alpha + \varphi) \operatorname{tg} \varphi}$$

Le problème posé étant totalement symétrique par rapport à la verticale passant par P, on en déduit qu'il existe sur AP une contrainte σ_{AP} telle que :

$$\sigma_{AP} = \sigma_{A'P}$$

L'équilibre du coin AA'P, implique en projection verticale :

$$F_{\text{lim}} = 2\sigma_{A'P} \cos(\alpha - \varphi) AA' / 2 \cos \alpha$$

$$F_{\text{lim}} = B \sigma_{A1} \cos(\alpha - \varphi) / \cos \alpha \quad \text{avec } AA' = B$$

$$\text{Si l'on note } P_{\text{lim}} = F_{\text{lim}}/B = q_D$$

$$\text{Alors } P_{\text{lim}} = \gamma D \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) e^{(3\pi/2 - 2\alpha + \varphi) \operatorname{tg} \varphi} \cos(\alpha - \varphi) / \cos \alpha .$$

Biarez admet que la valeur à retenir est celle qui correspond à un angle α conduisant au minimum de P_{lim} .

$$dP_{\text{lim}}/d\alpha = [\gamma D \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) e^{(3\pi/2 - 2\alpha + \varphi) \operatorname{tg} \varphi}] \times [-2 \operatorname{tg} \varphi (\cos \varphi + \operatorname{tg} \alpha \sin \varphi) + (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \sin \varphi]$$

$$dP_{\text{lim}}/d\alpha = 0 \Rightarrow (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \sin \varphi = 2 \operatorname{tg} \varphi (\cos \varphi + \operatorname{tg} \alpha \sin \varphi)$$

$$\text{soit: } \operatorname{tg}^2 \alpha - 2 \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \varphi - 1 = 0$$

$$\text{Qui admet pour solutions : } \operatorname{tg} \alpha \pm 1 / \cos \varphi = (\sin \varphi \pm 1) / \cos \varphi$$

La seule solution positive ($0 < \alpha < \pi/2$) est donc :

$$\operatorname{tg} \alpha = (\sin \varphi + 1) / \cos \varphi = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$$

$$\text{Par conséquent: } \alpha = \pi/4 + \varphi/2$$

$$\text{Et } P_{\text{lim}} = \gamma D \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) [e^{(3\pi/2 - \pi/2 - \varphi + \varphi) \operatorname{tg} \varphi}] \cos(\pi/4 - \varphi/2) / \cos(\pi/4 + \varphi/2)$$

$$\text{Or } \cos(\pi/4 - \varphi/2) = \sin(\pi/4 + \varphi/2)$$

$$\text{Donc } P_{\text{lim}} = q_D = \gamma D \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) e^{\pi \operatorname{tg} \varphi}$$

$$\text{On obtient : } q_D = \gamma D N_q$$

$$\text{Avec } N_q = \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) e^{\pi \operatorname{tg} \varphi}$$

b) Terme de surface

Ce terme est bien fonction de la largeur B de la semelle, d'après l'observation du phénomène, le coin qui c'est formé sous la semelle refoule le sol de part et d'autre. Mais l'action de ce coin est connue, sa configuration exacte ne l'est pas d'où des discussions à ce sujet et la nécessité d'une hypothèse supplémentaire. Les faces latérales ne sont pas rigoureusement planes, mais un peu courbées.

Caquot et Kerisel ont admis que le coin solidaire de la semelle est limité latéralement par des plans faisant un angle de $(\pi/4 + \varphi/2)$ avec la semelle ; sa section est isocèle par raison de symétrie et l'angle du sommet inférieur est par conséquent égale à $(\pi/4 - \varphi/2)$. Cette hypothèse qui concorde à peu près avec les observations faites, a l'avantage d'être homogène avec le schéma théorique du terme de profondeur ; le coin du milieu considéré comme pesant coïncide ainsi avec la zone I du milieu non pesant en équilibre de poussée de Rankine.

Dans ces conditions la résistance du sol est égale à la composante verticale de l'effort de butée exercée par le sol sur les deux faces latérales du coin. La résistance à la rupture du sol Q_γ par unité de longueur, sous une semelle de longueur infinie et de largeur B est

$$Q_\gamma = 2[1/2K_p\gamma (AP)^2\cos\eta] \quad (\text{Fig. 2.12})$$

γ : est le poids spécifique du sol

K_p : est le coefficient de butée qui pour un milieu possédant le frottement φ , est fonction de :

c) l'inclinaison de la réaction, par rapport à la normale à l'écran, ici ($-\varphi$)

d) Celle de la surface libre, qui est nulle puisque cette dernière est horizontale dans le cas présent

e) Celle de l'écran par rapport à la verticale, ici $-(\pi/4 + \varphi/2)$

Sa valeur se trouve dans les tables de butée et de poussée de Caquot, Kerisel et Absi.

La résistance unitaire est donc :

$$q_\gamma = Q_\gamma / B = \gamma B/2 [K_p \cos(\pi/4 - \varphi/2) / 2\cos^2(\pi/4 + \varphi/2)].$$

Cependant cette résistance s'oppose en fait à l'ensemble formé par la semelle chargée et par le coin ; pour obtenir la capacité portante réelle, il convient de soustraire de Q_γ le poids du coin solidaire de la semelle dont la valeur est donc : $(\gamma B^2/4)\text{tg}(\pi/4 + \varphi/2)$.

Cette correction n'a d'importance que pour les milieux à faible frottement interne.

Finalement la résistance unitaire est, en appelant N_γ le coefficient du terme de surface :

$$q_\gamma = \gamma B/2 N_\gamma$$

$$\text{avec } N_\gamma = K_p \cos(\pi/4 - \varphi/2) / 2\cos^2(\pi/4 + \varphi/2) - 1/2 [\text{tg}(\pi/4 + \varphi/2)]$$

c) Terme de cohésion

Si un milieu présente une cohésion c , le théorème des états correspondants permet de passer du milieu présentant à la fois du frottement et de la cohésion, à un milieu pulvérulent correspondant de même angle de frottement interne, en ajoutant aux forces agissant sur le milieu une contrainte hydrostatique égale à $c / \text{tg}\varphi$.

Sur la surface libre, cette contrainte s'oppose au frottement du sol. Elle agit alors de façon identique à une surcharge verticale et le supplément de résistance ainsi fourni a été indiqué au début du paragraphe précédent.

Par contre sous la fondation cette contrainte $c / \text{tg}\varphi$ s'ajoute à l'effort exercé par la semelle ; par suite dans le calcul de la résistance, il convient de la soustraire.

$$q_c = [c / \text{tg}\varphi] N_q - c / \text{tg}\varphi = c / \text{tg}\varphi [N_q - 1]$$

Le coefficient multiplicateur de la cohésion est par analogie :

$$N_c = [N_q - 1] / \text{tg}\varphi$$

Tableau.2.3 : Valeurs des coefficients de capacité portante N_y, N_q, N_c en fonction de ϕ

ϕ	TERZAGHI			MEYERHOF			HANSEN		
	N_c	N_q	N_y	N_c	N_q	N_y	N_c	N_q	N_y
0	5.70	1.00	0.00	5.10	1.00	0.00	5.10	1.00	0.00
2	6.30	1.22	0.18	5.63	1.20	0.01	5.63	1.20	0.01
4	6.97	1.49	0.38	6.19	1.43	0.04	6.19	1.43	0.05
6	7.73	1.81	0.62	6.81	1.72	0.11	6.81	1.72	0.11
8	8.60	2.21	0.91	7.53	2.06	0.21	7.53	2.06	0.22
10	9.61	2.69	1.25	8.34	2.47	0.37	8.34	2.47	0.39
12	10.76	3.29	1.70	9.28	2.97	0.60	9.28	2.97	0.63
14	12.11	4.02	2.23	10.37	3.59	0.92	10.37	3.59	0.97
16	13.68	4.92	2.94	11.63	4.34	1.37	11.63	4.34	1.43
18	15.52	6.04	3.87	13.10	5.26	2.00	13.10	5.26	2.08
20	11.69	7.44	4.97	14.83	6.40	3.87	14.83	6.40	2.95
22	20.27	9.19	6.91	16.88	7.82	4.07	16.88	7.82	4.13
24	23.36	11.40	8.85	19.32	9.60	5.72	19.32	9.60	5.75
26	27.09	14.21	11.35	22.25	11.85	8	22.25	11.85	7.94
28	31.61	17.81	15.15	25.80	14.72	11.19	25.80	14.72	10.94
30	37.16	22.46	19.73	30.14	18.40	15.67	30.14	18.40	15.07
32	44.04	28.52	27.49	35.49	23.18	22.02	35.49	23.18	20.79
34	52.64	36.51	36.96	42.16	29.44	31.15	42.16	29.44	28.77
36	63.53	47.16	51.70	50.59	37.75	44.43	50.59	37.75	40.05
38	77.50	61.55	73.47	61.35	48.93	64.08	61.35	48.93	56.18
40	95.67	81.27	100.39	75.32	64.20	93.69	75.32	64.20	79.54
42	119.67	108.75	165.69	93.71	85.38	139.32	93.71	85.38	113.96
44	151.95	147.74	248.29	118.37	115.31	211.41	118.37	115.31	165.58
46	196.22	204.20	426.96	152.10	158.51	329.74	152.10	158.51	244.65
48	258.29	287.86	742.61	199.27	222.31	526.47	199.27	222.31	368.68
50	347.52	415.16	1153.15	266.89	319.07	873.89	266.89	319.07	568.59

2.3.2 Fondation isolée

Le calcul des semelles isolées est un problème à trois dimensions que l'on sait pas traiter, à l'heure actuelle de manière théorique satisfaisante, sauf en ce qui concerne les semelles circulaires, en raison de la symétrie de révolution qu'elle présentent. D'où, on utilise la formule donnant la capacité portante de la semelle filante, en affectant chacun des trois facteurs de capacité portante de coefficients correcteurs, choisis de manière empirique, au vu des résultats d'essais de laboratoire et des constatations faites sur la capacité portante des semelles réelles.

Les facteurs des formes

Terzaghi, le premier, avait proposé initialement les relations suivantes, dans le cas d'une semelle circulaire de diamètre B et d'une semelle carrée de coté B :

$$q_u = 0,6 \cdot \gamma \cdot \frac{B}{2} \cdot N_\gamma + \gamma \cdot D \cdot N_q + 1,3 \cdot C \cdot N_c \quad \dots\dots\dots \text{Semelle circulaire.}$$

$$q_u = 0,8 \cdot \gamma \cdot \frac{B}{2} \cdot N_\gamma + \gamma \cdot D \cdot N_q + 1,2 \cdot C \cdot N_c \quad \dots\dots\dots \text{Semelle carrée}$$

Des études plus récentes ont montrées qu'il n'y avait pas de différence significative entre la capacité portante des semelles carrées et celle des semelles circulaires.

D'un autre coté, certains auteurs comme :

Skempton, estime que le coefficient correcteur de N_c est légèrement inférieur à 1,3.

Brinch Hansen et Schultze appliqueraient, eux un coefficient correcteur supérieur à 1 au facteur N_q .

Ces quelques divergences ne sont pas étonnantes, d'autant plus que l'angle de frottement interne ϕ doit avoir une légère influence

On va présenter ci-dessous des valeurs des coefficients correcteurs proposés par quelques auteurs :

Tableau 2.4 : Coefficients de forme proposés par Terzaghi [1943]

Type de fondation	Rectangulaires	Carrées	Circulaires
S_γ	$1 - 0,2 \cdot \frac{B}{L}$	0,8	0,6
S_c	$1 + 0,2 \cdot \frac{B}{L}$	1,2	1,3
S_q	1	1	1

Tableau 2.5 : Coefficients de forme proposés par Meyerhof [1963]

Forme	Facteurs	$\phi = 0^\circ$	$\phi \geq 10^\circ$
Rectangulaire	S_γ	1	$1 + 0,1 \cdot K_p \cdot (B / L)$
	S_c	$1 + 0,2 \cdot K_p \cdot (B / L)$	$1 + 0,2 \cdot K_p \cdot (B / L)$
	S_q	1	$1 + 0,1 \cdot K_p \cdot (B / L)$
Carrée	S_γ	1	$1 + 0,1 \cdot K_p$
	S_c	$1 + 0,2 \cdot K_p$	$1 + 0,2 \cdot K_p$
	S_q	1	$1 + 0,1 \cdot K_p$

Avec $k_p = \tan^2(45 + \phi/2)$

Tableau 2.6 : Coefficients de forme proposés par Brinch Hansen [1970]

	Carrées	Rectangulaires
S_γ	$1 - \left(0,1 + \frac{tg^6 \varphi}{2}\right)$	$1 - \left(0,1 + \frac{tg^6 \varphi}{2}\right) \cdot \frac{B}{L}$
S_c	$1 - (0,2 + tg^6 \varphi)$	$1 - (0,2 + tg^6 \varphi) \cdot \frac{B}{L}$

Tableau 2.7 : Coefficients de forme proposés par Vesic [1973]

	Circulaire	Rectangulaires
S_γ	0,6	$1 - 0,4 \cdot \left(\frac{B}{L}\right)$
S_c	$1 + \frac{N_q}{N_c}$	$1 + \left(\frac{B}{L}\right) \cdot \left(\frac{N_q}{N_c}\right)$
S_q	$1 + tg \varphi$	$1 + \left(\frac{B}{L}\right) tg \varphi$

Tableau 2.8 : Coefficients de forme proposés par Lancellotta [1995]

	Carrées (B /L=1)	Rectangulaires
S_γ	0,7	$1 + 0,3 \cdot \frac{B}{L}$
S_c	1,2	$1 + 0,2 \cdot \frac{B}{L}$

Seules, l'accumulation de résultats expérimentaux et leur interprétation permettant de faire un choix entre ces diverses formules qui sont heureusement assez proches les unes des autres.

2.3.3 Fondation sur un milieu hétérogène

a) Exposé du problème

Toute la théorie de la capacité portante a été établie pour une fondation reposant sur un milieu homogène semi infini, du moins en dessous de la surface horizontale passant par la base de la fondation. Or dans la nature de tel milieux n'existent pas, du fait de leur origine géologique.

Tout au plus peut on considérer qu'une couche satisfait à peu près à cette condition, si son épaisseur dépasse deux à quatre fois la largeur de la fondation ? En effet cette épaisseur

minimale est fonction des différences de qualité entre les couches superficielles et les formations sous jacentes.

Mais bien souvent, même avec cette tolérance, directement sous un ouvrage on ne rencontre pas une couche d'assise uniforme. La structure du terrain comporte bien souvent des couches diverses en nature et comportement. Leur disposition est tantôt variable, tantôt ordonnée ; dans ce dernier cas, on a le plus souvent affaire à des sols stratifiés à peu près horizontalement.

b) Fondations sur milieu de structure quelconque

Dans ce cas on inclura également les sols stratifiés dans une direction non horizontale.

Lorsqu'on a affaire à une telle structure, si on adoptait une profondeur de fondation constante par rapport à la base de l'ouvrage à construire, les fondations reposeraient sur des matériaux dont le comportement pourrait être extrêmement variable. Les couches les plus raides risqueraient de créer des points durs qui ne se déformeraient pratiquement pas, tandis que sur les couches compressibles se produiraient des tassements importants ; on aurait donc des déformations différentielles qui provoqueraient certainement des fissures et peut être même la ruine de l'ouvrage.

Pour éviter de tels désordres il convient de faire reposer un ouvrage entièrement sur la même couche géologique ou du moins sur la même structure géologique. Cette recommandation peut conduire à une variation du niveau de fondation sous un même ouvrage : si, par exemple, une couche de bonne qualité s'abaisse plus ou moins régulièrement dans l'emprise du bâtiment à construire, toutes les fondations de cet ouvrage devront l'atteindre.

Cette règle est absolue lorsque l'on a des couches très différentes. Ainsi quand on se trouve en présence d'un socle calcaire plus ou moins érodé recouvert par du limon, si une partie de la base de l'ouvrage à construire atteint le calcaire, le bâtiment tout entier doit reposer sur le socle.

Cependant, lorsque l'on a affaire à des couches de comportement pas trop différent et à des ouvrages peu importants et déformables, il est parfois possible de se contenter d'une assise hétérogène ; mais il s'agit alors de cas particuliers pour lesquels des dénivellations d'appui et de légers désordres peuvent être sans gravité (par exemple des hangars en charpente métallique).

c) Cas de la stratification horizontale

1. Différents types de disposition des couches

Heureusement, par suite des conditions géologiques de dépôt, on rencontre le plus souvent des structures à peu près horizontales. Alors la stratification est perpendiculaire à l'effort vertical auquel on a généralement affaire et l'on peut aborder leur étude.

2. Cas où la qualité des matériaux s'améliore avec la profondeur

Souvent la qualité des formations géologiques s'améliore avec la profondeur ou du moins ne diminue pas. Alors les calculs exécutés avec les caractéristiques mécaniques de la première couche rencontrée sont du côté de la sécurité.

3. Cas où la qualité des couches diminue avec la profondeur

On risque d'avoir des problèmes lorsque les formations géologiques profondes sont moins bonnes que le terrain de surface ; de telles structures de sol sont à l'origine de bien des désordres.

Si la structure géologique dans laquelle les couches profondes sont seulement un peu moins bonnes que la couche d'assise supérieure, on utilise alors une méthode d'étude basée sur la répartition des contraintes en profondeur.

Lorsque l'on a affaire à une telle structure géologique, on opère par approximations successives. On commence par déterminer la largeur de la semelle en tenant uniquement compte des caractéristiques mécaniques de la couche d'assise ; puis on calcule la répartition des contraintes suivant l'axe de la fondation, de la même façon que pour une étude de tassement. Ensuite on compare la pression apportée par la fondation à la contrainte limite sur chaque couche médiocre rencontrée. Si le coefficient de sécurité s'avère insuffisant pour une des couches, on augmente la largeur de la semelle de façon à diminuer la contrainte moyenne. On opère jusqu'à ce que l'on obtienne une sécurité suffisante pour chacune des couches en question.

Cependant cette détermination des contraintes en profondeur par le calcul est fastidieuse ; en outre, en tout état de cause les résultats qui sont basés sur l'élasticité sont seulement approchés. Par suite on peut le plus souvent se contenter de l'approximation suivante : on admet que la surcharge se diffuse à une profondeur approximativement suivant un angle d'environ 30° par rapport à la verticale Fig.2.13, si l'on a affaire à une semelle filante, la largeur de la semelle fictive B_b au niveau de la couche la plus faible située à la profondeur H est :

$$B_b = B + 2H \tan \epsilon.$$

On vérifie alors que cette nouvelle semelle fictive peut supporter la charge apportée par la construction augmentée du poids de l'épaisseur de la couche interposée entre la semelle et la couche médiocre.

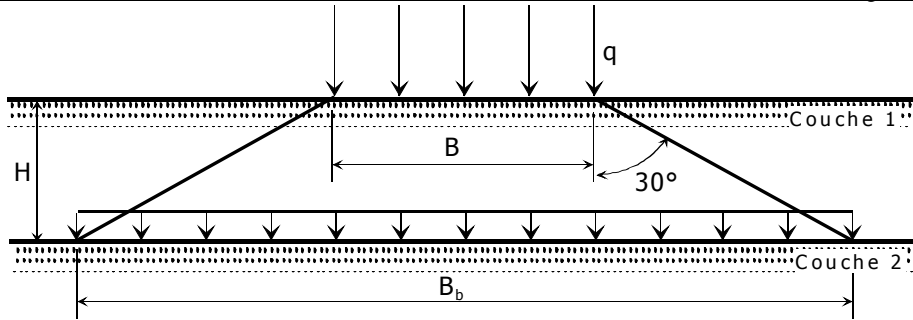


Fig. 2.13 Diffusion des contraintes

4. Cas particulier d'une couche sableuse peu épaisse reposant sur de l'argile molle

La méthode précédemment indiquée n'est pas valable, lorsque la couche résistante superficielle est peu épaisse et que la couche sous jacente est très molle. Cette structure géologique, qui est souvent rencontrée le long des côtes et des rives des fleuves, est particulièrement dangereuse parce qu'au niveau de la fondation on aperçoit seulement le sable qui constitue généralement une bonne assise.

Lorsque l'épaisseur de sable est relativement faible par rapport à la largeur de la fondation, la rupture présente une allure spéciale : au lieu de voir apparaître sous la semelle un coin qui refoule le sol de part et d'autre, on observe que la fraction de la couche sableuse située entre la fondation et l'argile molle est découpée à l'emporte pièce et refoulée dans cette argile.

Tcheng (1956) a étudié ce problème sur modèle utilisant de la graisse comme milieu image de l'argile molle. A la suite de cette expérimentation et de considérations théoriques, il est arrivé aux conclusions suivantes :

- Lorsque l'épaisseur de la couche de sable H , est inférieure à une fois et demie la largeur de la semelle B , l'ensemble du bicouche se comporte comme un milieu purement cohérent, mais dont la cohésion est légèrement améliorée par rapport à celle de la formation argileuse d'origine ; la contrainte de rupture est alors : $q_u = (2 + \pi)C / [1 - 0.3(H/B)]$
- Lorsque H est supérieur à $3.5B$, la résistance est à peu près inférieure, de l'ordre de 10%, à celle du milieu homogène correspondant à la couche d'assise.
- Lorsque H , est compris entre 1.5 et $3.5B$, le comportement du système bicouche évolue entre les deux cas précédents, on peut adopter une valeur intermédiaire fonction de l'épaisseur relative H/B de la couche résistante. Cependant Lebegue (1972-1976) a repris les études de Tcheng pour des épaisseurs de sable inférieures à deux fois la largeur de la semelle ; il a mesuré les contraintes dans l'axe de la semelle sous celle-ci et à l'interface sable graisse. La contrainte limite lors de la rupture augmente en fonction surtout de l'épaisseur du sable et un peu de sa densité ; la contrainte à l'interface est relativement peu modifiée. La résistance d'ensemble est apparentée à celle des fondations profondes ; elle est obtenue par addition de l'effort limite sur l'argile sous jacente et de la résistance au cisaillement vertical de la surface passant par la périphérie de la fondation ;

malheureusement cette résistance périphérique, qui en fait correspond à un phénomène de butée, paraît nettement inférieure (à peu près deux fois moins dans les essais réalisés) aux résultats que donneraient les valeurs théoriques. Cette réduction provient sans doute du fait que la réaction totale du milieu sableux n'est pas entièrement mobilisée par suite de la trop grande déformabilité du milieu sous jacent.

2.3.4 Calcul de la capacité portante par la théorie de l'analyse limite (Michalowski)

Dans cette étude, l'approche cinématique de l'analyse limite est utilisée pour obtenir des solutions de la capacité portante des semelles rectangulaires rugueuses. La difficulté primaire de cette approche réside dans la complexité des mécanismes décrivant raisonnablement le processus de rupture. Les solutions rigoureuses antérieures de l'analyse limite tridimensionnelle des problèmes de la capacité portante incluent primordialement les matériaux non frottants pour lesquels les mécanismes de rupture ne sont pas aussi compliqués que ceux des sols frottants. (e.g. Shield et Drucker. 1953)

2.3.4.1 Présentation du problème

Michalowski (2001) a considéré que le sol obéit au critère de Mohr Coulomb et la déformation est gouvernée par une loi de comportement associé. Le taux de dissipation de travail par unité de volume de sol peut être évalué de la même manière que celle de (Drucker et Prager 1952).

2.3.4.2 Mécanismes de rupture tridimensionnels

Des mécanismes tridimensionnels qualitativement semblables pour un matériau frottant ont été considérés dans le problème de craquage des roches (Michalowski, 1985). Une tentative de remplacer un mécanisme de rupture tridimensionnel avec des surfaces coniques, a été suggérée par Murray et Geddes (1987). Consécutivement Leca et Domineux (1990), ont utilisés des surfaces coniques dans l'analyse limite des tunnels superficiels. Plus récemment, Regenass (1999), utilisa des séries de surfaces coniques pour analyser la force de séparation des couches d'ancrage circulaires. Un nouveau élément est intégré dans cette analyse c'est le champ de déformation continue avec des surfaces coniques courbées et aussi le mécanisme de rupture complexe avec des séries de blocs arrondis avec des séries des cônes similaires.

2.3.4.3 Mécanisme de déformation continue des semelles carrées

La figure (2.15.a et .2.15.b), illustre un mécanisme de rupture avec un champ de déformation continue d'une semelle carrée pour le cas des angles de frottement internes relativement grands et petits respectivement. Le mécanisme se compose d'une pyramide rigide inversée

en dessous de la semelle et quatre régions de déformation qui s'étendent des quatre faces de la pyramide. Une partie du mécanisme adjacente au côté de la semelle carrée est montrée dans la figure (2.16.a). Le volume T'ST''RO₁ a la forme d'un cône curviligne avec un angle au sommet égale à 2 φ. Ce cône est généré par des séries de cônes linéaires avec des directrices circulaires. La surface A'O₁T'A'(et A''O₁T''A'') est tangente au cône le long de O₁T' (et O₁T''). Une coupe verticale de ce mécanisme est représentée dans la figure (2.16.b). Les droites S₂ S₃ et R₂ R₃ sont les segments de droite de la génératrice du cône linéaire (avec angle au sommet O₃). Ce cône est tangent au cône non linéaire et a une coupe elliptique avec la surface du sol (S₃R₃). Le bloc A'B'B''A''O₁ se déplace verticalement vers le bas avec la vitesse v₀. La surface A'A'' O₁ représente la discontinuité de la vitesse avec l'intensité du saut de vitesse v₁ figure (2.16.c). La courbe O₁SS₂ (figure 2.16.b) est un segment du logarithme spirale

$$r_1 = r_0 e^{\theta \tan \varphi} \tag{2.40}$$

Alors que O₁RR₂ est le segment du logarithme spirale

$$r_2 = r_0 e^{-\theta \tan \varphi} \tag{2.41}$$

Ou r₀ égale à la distance AO₁ et θ est représenté dans la figure (2.16.b).

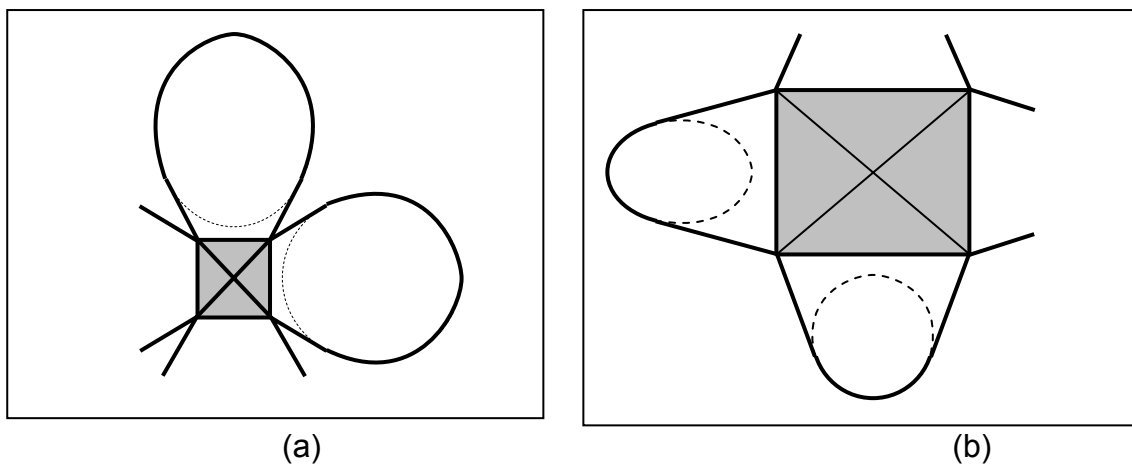


Figure 2.15 : Mécanismes de rupture d'une semelle carrée : (a) pour un grand angle de frottement, (b) pour un petit angle de frottement.

La surface hachurée RT'ST'' dans la figure (2.16.a), est une coupe circulaire du cône non linéaire. Elle est aussi une coupe d'un cône linéaire au sommet O₂ égal à 2φ, (figure 2.16.b), de sorte q'un vecteur dirigé le long de l'axe du cône est incliné d'un angle φ part rapport à la génératrice du cône.

Chaque quart de mécanisme est séparé du sol au repos par :

- une partie d'un cône à surface curviligne (dont le sommet est O₂),
- une partie d'un cône de surface linéaire (dont le sommet est O₃),

- Les surfaces générées par les deux rayons lancés au points A' et A'' tangents à ces cônes.

La trace du mécanisme de rupture sur la surface du sol est une partie d'une ellipse et de deux segments droits tangents à cette ellipse (figure 2.15).

La déformation dans chaque quart du mécanisme est plane dans le sens qu'il n'y a aucune composante de la vitesse extérieure au plan mais la géométrie du modèle de rupture est tridimensionnelle. Les vecteurs de vitesse sur les surfaces de discontinuité séparant le champ de déformation du matériau sont inclinés d'un angle φ à ces surfaces : donc, elles préservent une admissibilité cinématique du champ de déformation.

2.3.4.4 Mécanisme multi bloc

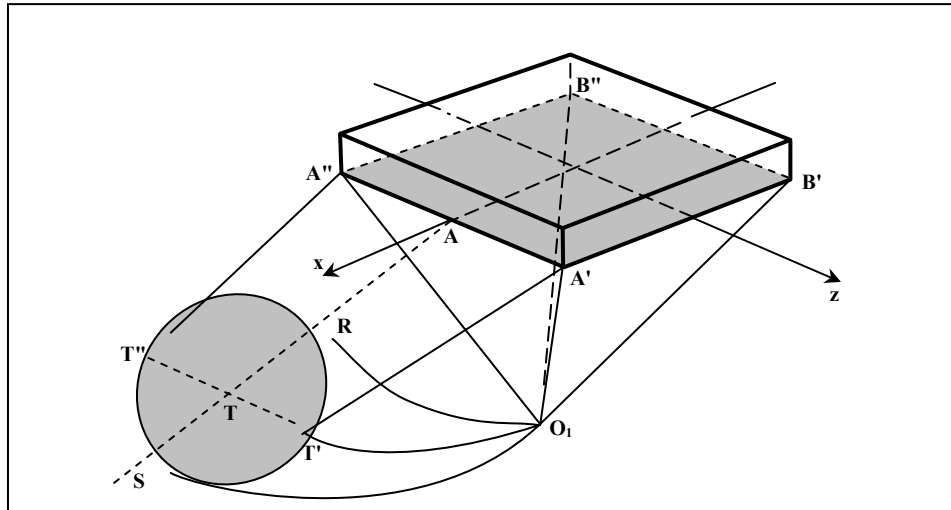
Le mécanisme multi bloc décrit dans cette partie est conceptuellement semblable au mécanisme continu. La région de la déformation continue est maintenant divisée en séries de blocs rigides, une partie du mécanisme composée d'une pyramide et de deux blocs, sont représentés dans la figure (2.17.a). Les blocs en pyramides immédiatement sous la semelle déplacent verticalement vers le bas. Le bloc adjacent à cette pyramide est un tétraèdre remplacé par un cône dont le sommet est O_1 et avec une directrice elliptique (la petite ellipse, Fig. 2.16a), le bloc suivant est un autre tétraèdre remplacé par une surface conique dont le sommet est O_2 , et les blocs en question (non représentés) sont similaires.

Toutes les surfaces coniques ont un angle au sommet égal à 2φ . La projection de ce mécanisme dans le plan vertical est indiquée sur la figure (2.17.b).

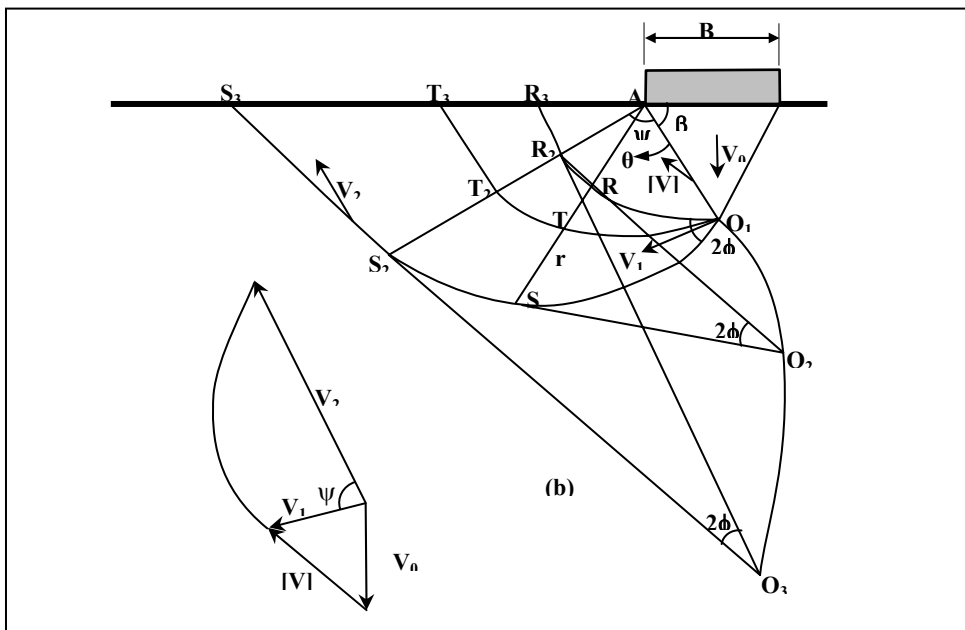
Chaque bloc se déplace comme un corps rigide avec une vitesse déterminée dans l'hodographe (figure 2.17.c). La direction de la vitesse pour chaque bloc coïncide avec les axes de son cône respectif. Un bloc typique est séparé du sol au repos avec deux surfaces planes (telle que $A'T_2'T_3'A'$) et un segment d'une surface conique (comme au dessous des points T_2' et T_3' figure 2.17.a). Le segment de droite $T_2'T_3'$ représente le lieu géométrique des points où le segment du plan est tangent à la surface conique. Les blocs sont séparés les uns des autres par des surfaces de discontinuité triangulaires remplacées par des ellipses (telles que $A'T_2'S_2T_2''A''$).

Les cônes associés avec deux blocs adjacents coupent le plan qui sépare ces blocs. L'admissibilité cinématique du mécanisme exige que les traces des deux cônes sur le plan d'interface coïncident, ainsi on déduit que la géométrie du mécanisme tridimensionnel est limitée, ceci est indiqué sur la figure (2.18). Une fois que l'orientation du cône au sommet O_1 est choisie, et l'angle β_1 est donné, l'orientation du cône en question (dont le sommet est O_2) est uniquement déterminée. Le sommet O_2 doit être situé sur la droite O_1O_2 , parallèle à la coupe R_2S_2 . Le triangle $R_2O_2S_2$ doit être une image miroir du triangle $R_2O_1S_2$. Ce n'est que

dans ce cas que la section transversale elliptique R_2S_2 du cône dont le sommet est O_1 coïncide avec la section transversale ellipsoïdale R_2S_2 du cône au sommet O_2 . Ceci a des conséquences significatives pour l'optimisation du processus de mécanisme, où seulement les angles β_i pour les blocs rigides sont des paramètres variables, là où l'inclinaison des cônes n'est pas variable. Ceci est différent du principe du mécanisme de déformation plane.

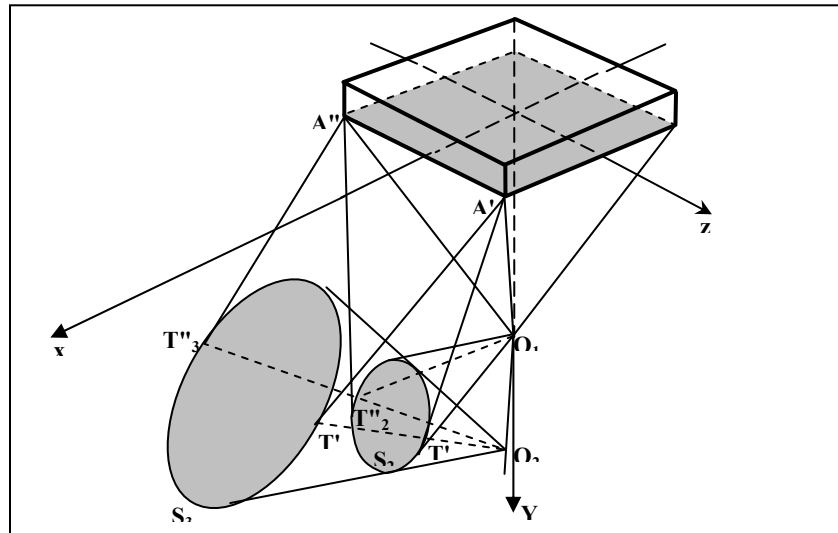


(a)

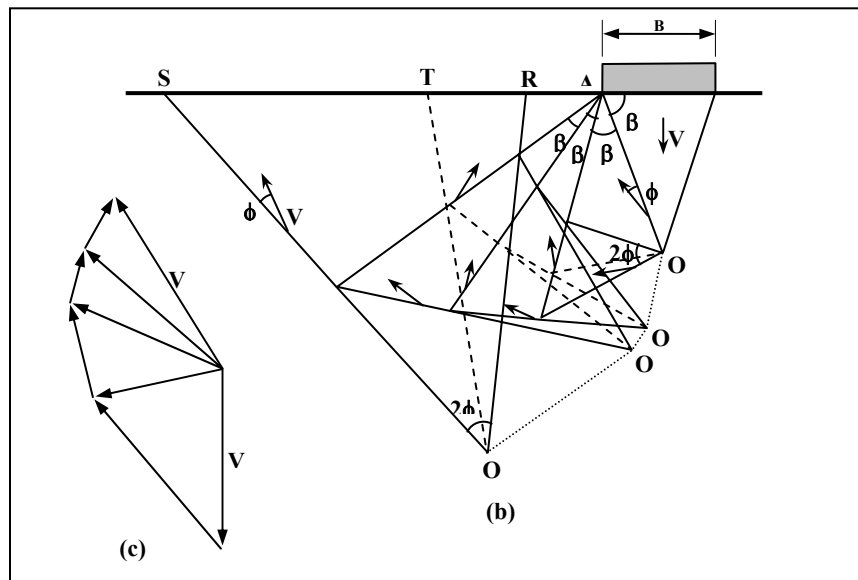


(b)

Figure 2.16 : Mécanisme de rupture sous une semelle carrée : (a) mécanisme avec une déformation continue ; (b) section transversale ; (c) hodographe.



(a)



(b) et (c)

Figure 2.17 : Modèle de rupture multi bloc : (a) blocs rigides ; (b) section transversale ; (c) hodographe

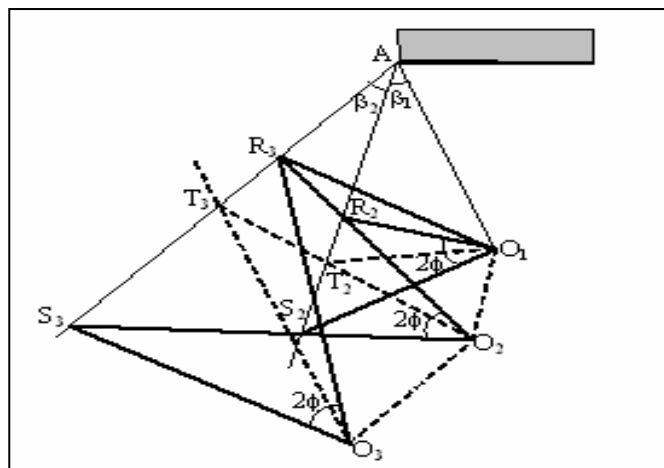


Figure 2.18 : La condition d'admissibilité pour des blocs remplacés par des surfaces coniques.

2.3.4.5 Mécanisme de déformation continue des semelles rectangulaires

Les mécanismes de la semelle carrée considérés dans la section précédente avaient quatre plans de symétrie verticaux. Le modèle du bloc rigide a été généralisé pour des semelles rectangulaires selon le schéma des figures (2.19.a) et (2.19.b), tous les deux avec deux plans de symétrie. Le mécanisme continu n'a pas été généralisé pour des semelles rectangulaires, car les calculs pour des semelles carrées ont indiqué qu'elles ne permettent pas d'évaluer la plus basse limite supérieure de tous les mécanismes considérés.

Le premier mécanisme dans la figure (2.19) est une extension directe du mécanisme de la semelle carrée. Le deuxième est semblable au premier, avec une section de déformation plane (de largeur d) insérée dans la partie centrale, comme c'est indiqué sur la figure (2.19.b). Le bloc sous la semelle dans ce mécanisme a la forme d'une structure de toiture inversée. On a trouvé d'après les calculs que la plus basse limite supérieure est typiquement lié au dernier mécanisme. C'était aussi intéressant de découvrir que même pour des semelles carrées, le modèle dans la figure (2.19.c), conduit à évaluer une charge limite meilleure (plus basse) que le modèle à quatre plans de symétries figure (2.15).

2.3.4.6 Les résultats numériques :

Les calculs pour chaque mécanisme impliquaient l'optimisation de la géométrie de telle sorte que la limite supérieure la plus basse de la capacité portante puisse être évaluée. Les variables dans la procédure d'optimisation étaient des angles indépendants décrivant la géométrie des mécanismes. Ces angles ont été incrémentés avec un angle minimum de 0.3° .

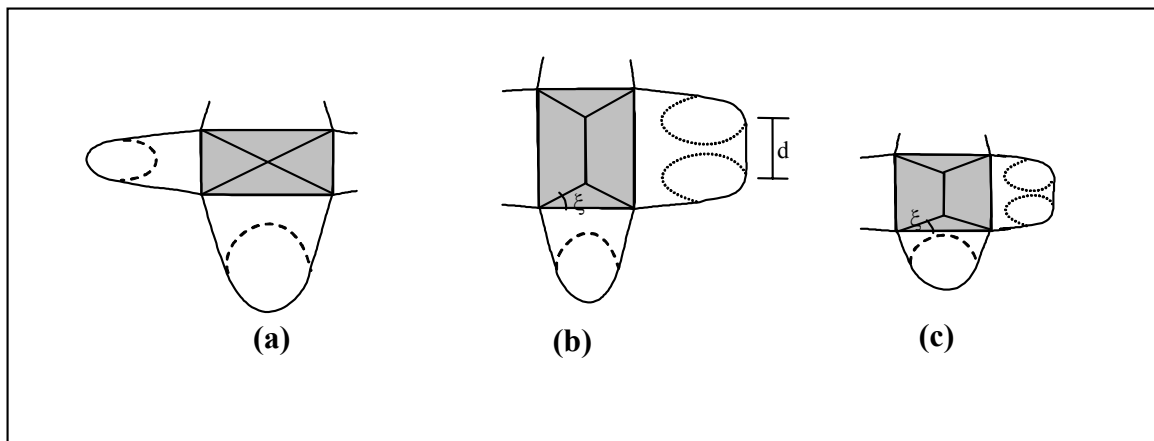


Figure 2.19 : Modèle de rupture : (a), (b) semelle rectangulaire (c) semelle carrée

Les calculs ont été exécutés d'abord pour des semelles sur un sol non pesant. L'intensité de la capacité portante est traditionnellement définie comme la somme des composantes qui dépendent de la cohésion du sol et de la surcharge.

$$p = C N'_c + q N'_q \quad (2.42)$$

Où N'_c et N'_q sont les coefficients de portance pour des semelles rectangulaires

$$p = C(N'_q - 1) \cot \varphi + q N'_q \quad (2.43)$$

Pour un sol non pesant les coefficients de portance N'_c et N'_q dépendent seulement de l'angle de frottement interne. Ces coefficients peuvent être évalués en fonction des coefficients de portance N_c et N_q , des semelles filantes :

$$N'_c = S_c N_c, \quad N'_q = S_q N_q \quad (2.44)$$

Où N_c et N_q sont les coefficients de portance des semelles filantes et S_c et S_q sont les facteurs de forme. Maintenant en considérant que : $N'_c = (N'_q - 1) \cot \varphi$, le facteur S_c peut être écrit sous la forme suivante :

$$S_c = (S_q N_q - 1) / (N_q - 1) = (S_q N_q - 1) / N_c \tan \varphi \quad (2.45)$$

L'influence du poids du sol sur la capacité portante des semelles rectangulaires est présentée comme un terme supplémentaire dans l'équation (2.42) :

$$p = C N'_c + q N'_q + \gamma B N'_\gamma / 2 \quad (2.46)$$

$$\text{Où : } N'_\gamma = S_\gamma N_\gamma \quad (2.47)$$

N_γ est le coefficient de portance d'une semelle filante. Une solution précise de la plus basse limite supérieure de N_γ a été trouvée récemment par (Michalowski, 1997), (voir tableau 2.13). Elle peut être évaluée approximativement, aussi :

$$N_\gamma = e^{0.66 + 5.11 \tan \varphi} \tan \varphi \quad (2.48)$$

Pour une semelle filante, la limite supérieure la plus basse peut être évaluée par une solution basée sur un mécanisme tridimensionnel multi bloc, présentée dans la dernière colonne du tableau 2.13 ($L/B = 25, 12$ blocs). Il est plutôt étonnant que le mécanisme tridimensionnel pour une semelle filante donne une solution qui donne des résultats qui surestiment de manière significative ceux de l'analyse de déformation plane. Par conséquent en augmentant le rapport L/B , les résultats donnés par l'analyse basée sur un mécanisme tridimensionnel ne sont pas comparables à ceux du modèle de déformation plane. Pour des raisons de consistance des résultats, N_γ (dernière colonne du tableau 2.13), sera utilisé pour calculer le coefficient S_γ pour les semelles rectangulaires.

2.3.4.7 Superposition des termes de la capacité portante

La règle de superposition n'est pas applicable en résolvant les problèmes non linéaires. Les solutions des facteurs de portance dans l'équation (2.46) ne peuvent être calculées séparément à moins que les mécanismes qui permettent d'évaluer les limites supérieures les plus basses pour chaque facteur soient identiques (Michalowski 1997).

Il a été argumenté récemment (Michalowski 2001) qu'en utilisant la loi de correspondance (Caquot.1934), les solutions statiques pour les sols cohérents et frottants peuvent être obtenues en modifiant les solutions pour les sols pulvérulents, seulement si les trajectoires des contraintes principales pour les deux solutions coïncident (sans violer les conditions aux limites). Par conséquent, les facteurs de portance calculés séparément (dépendent de la cohésion, de l'encastrement de la semelle et du poids propre du sol) deviennent additifs (le principe de superposition est valable) seulement quand la trajectoire de la contrainte principale associée à des solutions partielles coïncide. Une étude détaillée de la règle de superposition appliquée à la dissipation du travail dans les analyses limites supérieures pour les matériaux frottants a été présentée récemment par Puzin et Randolph (2001).

Une fois que le poids du sol est ajouté, la forme du mécanisme permet d'évaluer la limite supérieure la plus basse de la capacité portante, devient dépendante non seulement de ϕ mais également de $c/\gamma B$ et $q/\gamma B$. Cela a été montré avant pour une semelle filante (Michalowski 1997) et il est également valable pour une semelle rectangulaire. Un exemple de facteurs de portance N' pour une semelle rectangulaire est donné dans les tableaux 2.14 et 2.15. Les facteurs de portance N'_c et N'_q varient peu avec la variation de $c/\gamma B$ et $q/\gamma B$, par contre N'_γ varie d'une manière significative.

Pour la simplicité de la conception et pour des buts pratiques les coefficients N' dans l'équation (2.46) sont typiquement pris seulement en fonctions de ϕ (malgré que cette démarche crée une contradiction avec ce qui a été avancé auparavant. N'_c et N'_q (ou S_c et S_q) sont calculés en supposant que $\gamma = 0$, et N'_γ (ou S_γ) calculé pour $c = 0$ et $q = 0$.

Les facteurs ainsi évalués par la méthode de superposition ne reflètent pas la vraie valeur de la limite supérieure de la capacité portante, par contre ces résultats sont acceptables en pratique.

Tableau 2.13 : Les valeurs de N_γ dans le cas d'une semelle filante rugueuse (2D et 3D). (Michalowski 2001)

φ	N_γ (2D)	N_γ (3D)
0	0	0
5	0.181	0.383
10	0.706	1.100
15	1.938	2.702
20	4.468	6.025
25	9.765	13.739
30	21.394	31.617
35	48.681	76.522
40	118.827	206.497
45	322.835	656.613

Tableau 2.14 : Les valeurs des coefficients de portance N_c , N_q et N_γ dans le cas d'une semelle rectangulaire avec $L/B=2$, $\varphi=15^\circ$, (minimum de la borne supérieur), (Michalowski 2001)

$q/\gamma B$	$c/\gamma B$	N_c	N_q	N_γ
0	0	-	-	2.654
	1	15.963	-	3.903
	2	16.150	-	4.173
	5	15.669	-	4.655
2	0	-	5.348	3.541
	1	15.988	5.284	4.089
	2	15.878	5.254	4.460
	5	15.688	5.203	4.628

Tableau 2.15 : Les valeurs des coefficients N_c , N_q et N_γ dans le cas d'une semelle rectangulaire avec $L/B=2$, $\varphi=35^\circ$, (minimum de la borne supérieur), (Michalowski 2001)

q / γ B	c / γ B	N _c	N _q	N _γ
0	0	-	-	134.184
	1	139.606	-	149.004
	2	139.266	-	151.837
	5	140.927	-	161.917
2	0	-	101.126	147.674
	1	139.978	99.014	149.704
	2	137.489	97.271	155.196
	5	136.220	96.382	156.134

2.3.4.8 Calcul des semelles carrées

Le calcul de la capacité portante des semelles carrées est exécuté en utilisant les mécanismes dans la figure (2.16) et (2.17), et la figure (2.19.c). Les résultats des facteurs N'_c et N'_q ($\gamma = 0$) sont donnés dans le tableau 2.16.

Tableau 2.16 : Les valeurs des coefficients N_c, N_q ($\gamma = 0$) pour une semelle carrée, (Michalowski 2001)

φ	mécanisme continu		mécanisme multi bloc avec quatre plans de symétrie		mécanisme multi bloc avec deux plans de symétrie	
	N _c	N _q	N _c	N _q	N _c	N _q
10 ⁻³	6.830	1.000	6.823	1.000	6.561	1.00
5	9.544	1.835	9.270	1.811	8.720	1.762
10	14.365	3.532	13.613	3.400	12.665	3.233
15	22.984	7.158	21.617	6.792	19.514	6.228
20	39.199	15.267	36.844	14.410	31.844	12.590
25	71.379	34.3384	67.432	32.444	55.155	26.719
30	139.337	81.446	132.711	77.621	104.019	61.055
35	294.373	207.122	283.159	199.270	199.052	140.378
40	685.031	575.809	665.051	559.044	501.278	421.622
45	1807.023	1808.023	17773.316	1774.316	1406.519	1407.519

2.3.4.9 Calcul des semelles rectangulaires

Les résultats des facteurs N'_c & N'_q ($\gamma = 0$) sont donnés dans le tableau 2.17. Ces coefficients sont naturellement en fonction du rapport L/B avec une forte influence non linéaire particulièrement pour un grand angle de frottement interne, comme c'est indiqué par les facteurs de forme figure (2.20). Ces facteurs de forme sont calculés en utilisant l'équation (2.44), avec les valeurs N_c et N_q obtenues par les calculs d'une semelle L/B = 25.

Tableau 2.17 : Valeurs des facteurs N'_c et N'_q ($\gamma = 0$) de la capacité portante des semelles rectangulaires, (Michalowski 2001)

φ	L/B = 1.5		L/B = 2.0		L/B = 3.		L/B = 5		L/B = 10	
	N'_c	N'_q	N'_c	N'_q	N'_c	N'_q	N'_c	N'_q	N'_c	N'_q
10^{-3}	6.192	1.000	6.060	1.000	5.638	1.00	5.489	1.00	5.199	1.000
5	8.087	1.707	7.734	1.676	7.403	1.647	7.023	1.614	6.766	1.592
10	11.474	3.023	10.733	2.892	9.074	2.758	9.363	2.651	8.868	2.63
15	16.901	5.528	15.585	5.176	14.147	4.790	12.932	4.465	12.015	4.219
20	26.182	10.592	23.912	9.945	20.766	8.559	18.493	7.730	16.722	7.104
25	43.637	21.348	38.312	18.865	32.477	16.144	28.123	14.114	24.593	12.443
30	78.971	46.594	67.099	39.739	55.109	32.817	45.846	27.469	38.154	23.028
35	159.528	112.703	132.311	93.645	103.868	73.739	82.031	58.439	64.463	46.138
40	364.521	306.870	294.004	247.698	224.037	188.989	166.329	140.567	121.520	102.968
45	989.041	990.041	776.64	777.964	567.491	568.491	399.837	400.837	271.556	272.556

Des calculs séparés ont été effectués pour le cas $\gamma > 0$ (et $c = 0$, $q = 0$) pour estimer l'influence du poids propre du sol sur la capacité portante des semelles rectangulaires. Comme ç'a été indiqué avant, Les facteurs ainsi évalués par la méthode de superposition ne reflètent pas la vraie valeur de la limite supérieure de la capacité portante

mais ne fournissent pas une solution précise de la limite supérieure, cette solution est acceptable pour la conception. N'_γ et S_γ sont donnés par le tableau 2.18 et la figure (2.21). Les résultats obtenus sont pour $\varphi > 10$. Le coefficient N'_γ atteint zéro quand φ tend vers zéro. Pour un angle de frottement interne élevé, le coefficient S_γ augmente rapidement avec la diminution de L/B, mais pour φ inférieur à environ 16° , S_γ diminue jusqu'à des valeurs inférieures à 1 avec la diminution de L/B.

Tableau 2.18 : Valeurs du facteur N'_γ et du coefficient de forme S_γ .

φ	L/B = 1		L/B = 1.5		L/B = 2.0		L/B = 3		L/B = 5		L/B = 10	
	N'_γ	S_γ	N'_γ	S_γ	N'_γ	S_γ	N'_γ	S_γ	N'_γ	S_γ	N'_γ	S_γ
10	0.778	0.707	0.923	0.838	0.978	0.888	1.046	0.950	1.076	0.977	1.098	0.998
15	2.560	0.974	2.623	0.970	2.654	0.982	2.679	0.991	2.692	0.996	2.699	0.998
20	7.160	1.188	6.878	1.141	6.641	1.102	6.431	1.067	6.246	1.036	6.111	1.014
25	20.399	1.484	17.863	1.300	17.073	1.242	15.873	1.155	14.788	1.076	14.094	1.025
30	59.895	1.894	49.789	1.547	46.203	1.461	41.646	1.317	36.945	1.168	33.756	1.067
35	189.640	2.477	151.367	1.977	134.184	1.752	116.183	1.517	100.130	1.307	85.140	1.112
40	671.694	3.252	502.152	2.431	417.755	2.023	353.455	1.711	279.149	1.351	234.531	1.135
45	2797.32	4.260	2125.80	3.237	1857.52	2.828	1431.86	2.180	1079.98	1.643	787.591	1.199
	8		6		4		8		9			

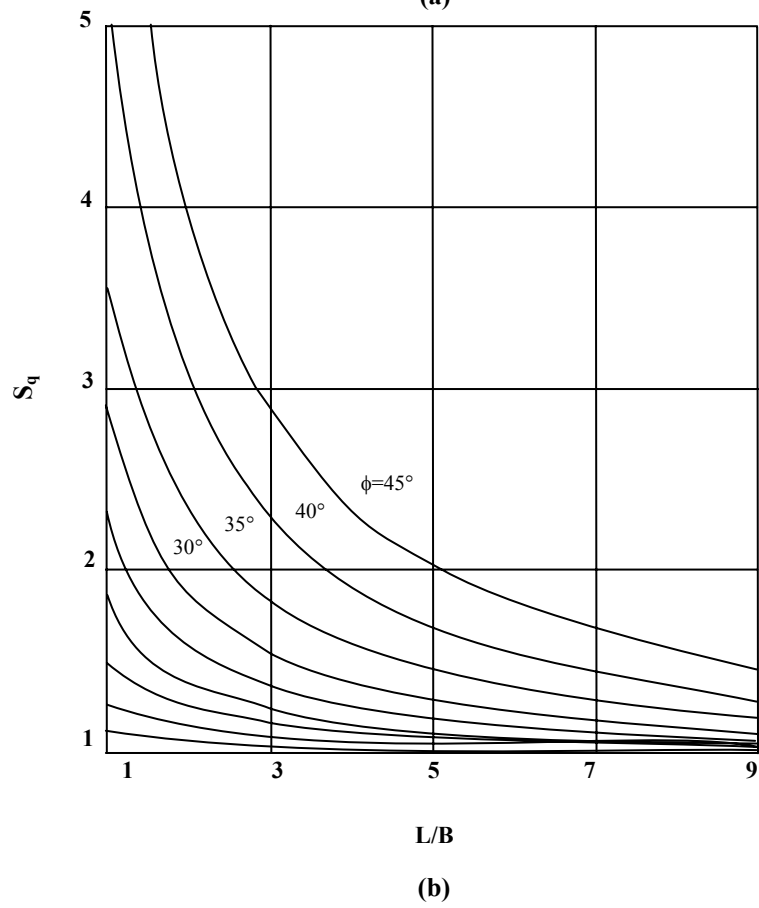
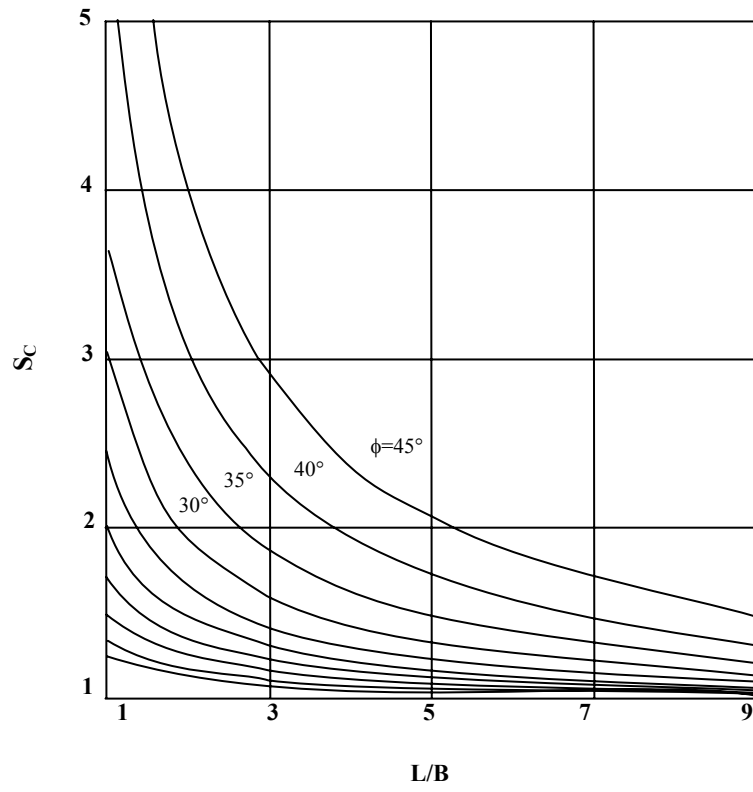


Figure 2.20 : Variation des facteurs de forme S_c et S_q pour des semelles rectangulaires.

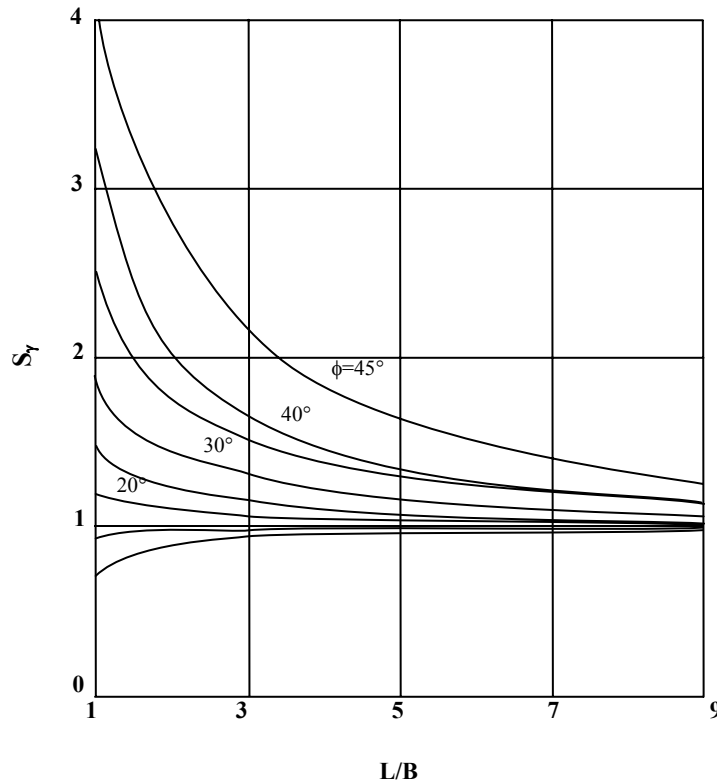


Figure 2.21 : Variation du facteur S_γ pour des semelles rectangulaires.

2.3.5 Critiques générales des méthodes classiques

Les théories que l'on vient d'exposer et qui conduit à la définition des trois facteurs de capacité portante, soulèvent un certain nombre de critiques :

La première porte sur la forme du coin $OA\hat{A}$. Des expériences minutieuses sur modèle réduit ont montré que les côtés du coin sont loin d'être rectilignes principalement lorsque le rapport $\frac{D}{B}$ est inférieur à 0.5. Pour lever cette difficulté, plusieurs auteurs ont repris l'étude de coin, en adoptant pour OA et $O\hat{A}$ des arcs de lignes de glissement.

Biarez a pu montrer, ainsi, que pour les faibles encastremets, il existe certaines formes de coin donnant des résultats plus faibles que pour les coins limités par des droites.

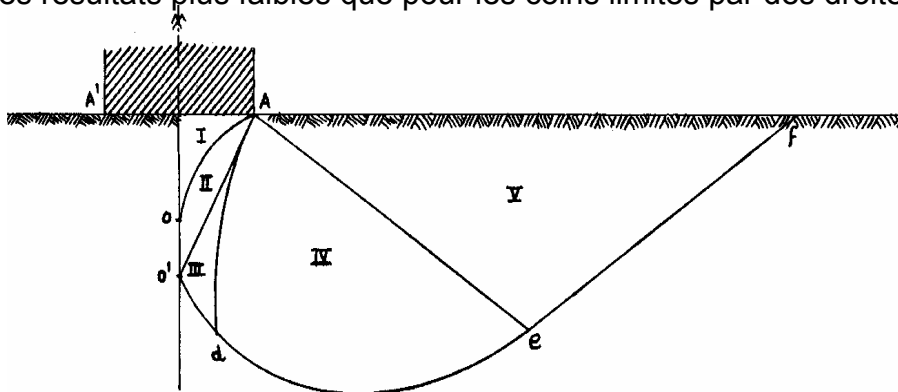


Fig.2.17. Schéma de *Gorbunov*(J. Costet. & G. Sanglerat 1983).

La *figure 2.17* montre, dans le même esprit la solution proposée par *Gorbunov*. Il discerne cinq zones différentes dans le schéma de rupture :

- le coin $AO\hat{A}$ en équilibre surabondant limité par une courbe OA le long de laquelle l'obliquité des contraintes diffère assez nettement de φ (zone I) ;
- une zone $OA\hat{O}$ en équilibre plastique qui complète le coin et sur la frontière $A\hat{O}$ da laquelle l'obliquité de la contrainte est égale à φ (zone II);
- les zone III, IV et V, enfin, correspondent au problème classique de la butée.

La prise en compte de la courbure du coin élastique conduit *Gorbunov* à des valeurs de la force portante très nettement supérieur à celles que donne l'application des théories exposées ci-dessus (J. Costet. & G. Sanglerat 1983).

Une autre critique porte sur l'évaluation de la butée P_p . pour calculer son intensité, on a comme dans le cas de la poussée formulé l'hypothèse de la superposition des états d'équilibre. Plus encore que dans le cas de la poussé, cette hypothèse est une approximation assez grossière, car les lignes de glissement des différents équilibres présentent maintenant une courbure notable et sont loin d'être superposables.

Les vérifications expérimentales de la capacité portante montrent que les formules classiques actuelles sont plutôt dans le sens de la sécurité ; c'est la meilleure justification de l'approximation faite qui permet de séparer l'effet du poids du sol de celui de la cohésion et de celui de l'encastrement de la fondation dans le terrain, ce qui simplifie beaucoup les calculs.

Une autre approximation a été admise : on a assimilé à une surcharge le terrain situé au-dessus du plan horizontal AA' de la base de la fondation. Il est certain que les lignes de glissement au sein du massif, se prolongent au de-là du plan AA' et que cette approximation est d'autant moins bonne que le rapport $\frac{D}{B}$ est grand.

Au-delà des difficultés et des critiques précédentes, les procédures de calcul classiques, basées sur l'équilibre limite, imposent les directions des plans de rupture et c'est une approximation très grossière. D'autre part les théories précédentes supposent que le sol se comporte comme un matériau associé, avec l'angle de dilatation ψ égale à l'angle de frottement φ . Il est bien connu que pour les sols réels ψ est généralement considérablement inférieur à φ . Quelques solutions ont été effectuées pour les matériaux non associés avec $\psi=0$ telle que les solutions de *Davis et Booker (1973)*, et *Zienkiewicz et Al (1975)*, mais les analyses annoncées de ces études étaient pour des angles de frottement de 30° , et il n'est en aucun cas clair que le même résultat aurait été trouvé pour des angles plus grands.

En définitive, malgré les critiques que l'on peut formuler à l'égard de la théorie de la capacité portante et de l'utilisation des facteurs N_v , N_q et N_c , ces méthodes restent une approche simple et commode.

2.4 Méthodes numériques :

Les méthodes numériques représentées par la méthode des éléments finis ou la méthode des différences finies sont des outils extrêmement puissants. Elles présentent l'avantage que les hypothèses simplificatrices, surtout pour les terrains naturels stratifiés, sont plus en plus faibles que les méthodes classiques d'équilibre limite. Les méthodes de résolutions numériques discrétisent le sol en mailles et emploient des algorithmes pour assurer les exigences statiques et cinématique simultanément.

Mais ces méthodes souffrent de la possibilité que la discrétisation adapté peut mener aux erreurs dans la solution. En même temps pour l'évaluation de N_v , il semble y avoir quelques justifications pour employer cette approche.

2.4.1 Modélisation des fondations superficielles (P. Mesta & M. Prat)

2.4.1.1 Interaction entre une fondation, des structures et le sol

Lorsque des problèmes d'interaction interviennent entre le sol et des structures ou lorsqu'une fondation doit être construite à proximité d'un ouvrage préexistant, une modélisation en élément finis peut apporter des informations utiles sur le fonctionnement de l'ouvrage, sur les champs de déplacement et de contrainte, et ainsi compléter une étude géotechnique classique. Ces études sont rendues possible parce que, contrairement aux méthodes de dimensionnement classique, la méthode des éléments finis permet de tenir compte de l'état des contraintes en place, des propriétés de l'interface, de géométries parfois complexes et de chargements quelconques. Ainsi, les modélisations de fondations superficielles peuvent être divisées en trois catégories :

- Les modélisations en déformation plane (semelles filantes, radiers parallélépipédiques de grandes dimensions, etc.) ;
- Les modélisations en symétrie de révolution (fondations circulaires, réservoirs cylindrique, etc.) ;
- Les modélisations tridimensionnelles lorsque aucune simplification géométrique n'est possible (forte hétérogénéité des couches de sol, plates-formes pétrolière, fondation de centrale nucléaire, interactions tridimensionnelles avec d'autre ouvrage, etc.

Selon le problème posé et l'étude choisie, il est possible en théorie de modéliser un problème de fondation de trois manières différentes en considérant : soit la fondation et les

structures sans le sol, soit le sol et la fondation sans les structures, soit enfin l'ensemble constitué par le massif de sol, la structure et l'interface.

2.4.1.2 Modélisation du sol et de la fondation sans les structures

Dans ce type d'analyse, l'ingénieur s'intéresse essentiellement aux déplacements verticaux et aux tassements différentiels à la surface du massif de sol. Une telle modélisation nécessite la connaissance des conditions de transmission des charges dues aux structures vers la fondation. Plusieurs cas peuvent être envisagés.

2.4.1.3 Cas d'une Fondation à la géométrie complexe

Si la géométrie de la fondation est complexe, il est nécessaire de la représenter par des éléments finis de massif seul ou par un assemblage de coques et de poutres composées avec des éléments de massif, auxquels sont affectées des propriétés mécaniques bien supérieures à celles du sol. Des éléments d'interface peuvent également être pris en compte. L'exemple typique est une fondation tridimensionnelle ou une fondation ancrée dans le sol. La fondation a alors une rigidité finie ; elle n'est ni parfaitement souple, ni parfaitement rigide. Les charges appliquées sont ainsi distribuées à l'interface sol fondation par la loi de comportement du matériau (béton, métal, bois). La technique de construction elle-même est parfois modélisée en plusieurs étapes de calcul (excavation sur plusieurs mètres, mise en place de la fondation, installation d'ancrage, remblaiement, etc.).

2.4.1.4 Cas d'une fondation rigide

Si la fondation est supposée rigide (indéformable), à base de forme simple (carrée, rectangulaire ou circulaire), elle peut être représentée par une condition de déplacement vertical imposé aux nœuds situés à l'interface. De plus, cette interface peut être lisse (le déplacement horizontal à l'interface n'est pas imposé) ou rugueuse (le déplacement horizontal à l'interface est nul).

Beaucoup de structures de génie civil peuvent être de cette façon assimilées à des fondations rigides, la pression mobilisée par un déplacement vertical imposé est alors obtenue par une moyenne sur les contraintes verticales de la première rangée des points d'intégration situés sous les nœuds de l'interface. Pour une semelle filante rigide, le début de la plasticité est localisé sous la fondation et aux bords de la fondation ; ensuite, celle-ci s'étend en profondeur plus que sur les côtés. L'exemple typique est une semelle en béton.

2.4.1.5 Cas d'une fondation souple

Si la fondation est supposée souple (très déformable), elle peut être représentée par une condition de pression uniforme appliquée directement à la surface du sol. Les déplacements

horizontaux et verticaux à l'interface ne sont pas imposés. Pour une semelle filante souple, la plasticité commence au-dessous des bords de la fondation et se propage latéralement puis vers la profondeur. L'exemple typique est le réservoir métallique d'hydrocarbures. Toutefois, d'une manière générale, le type de fondation (rigide ou souple) a relativement peu d'influence sur l'allure de la courbe chargement tassement et les valeurs de la charge limite sont proches. En revanche, la distribution des pressions de contact entre la fondation et le sol est très différente.

Note : Dans le cas d'un sol pulvérulent ($\dot{C} = 0 \text{ kPa}$), la modélisation d'une fondation souple par une pression uniforme conduit souvent à des difficultés numériques et à des temps de calcul considérables. En effet, de fortes contraintes de cisaillement sont générées aux bords de la fondation ; celles-ci ne peuvent être reprises, en termes de critère plasticité, que par le développement progressif des contraintes, normales, ce qui nécessite de nombreux incréments et itération. Pour cette raison, il est souvent préférable d'avoir recours à des déplacements imposés pour modéliser le chargement, si cela est compatible avec les hypothèses du modèle. L'avantage d'une telle représentation est que les équations d'équilibre et de comportement peuvent toujours être satisfaites, généralement en peu d'itérations, même si la rupture est proche.

Si les déplacements imposés ne conviennent pas pour le modèle, une solution consiste à introduire une petite cohésion dans les calculs ; quelques kilopascals (kpa) arrangent souvent bien les choses. Mais, il faut prendre garde à une telle opération, car le problème mécanique n'est plus tout à fait le même.

Une dernière solution consiste à remplacer la pression uniforme par une pression trapézoïdale (uniforme sur la plus grande partie de la fondation et triangulaire aux bords). Cette approximation permet de réduire les cisaillements mobilisés aux bords de la fondation.

2.4.1.6 Influence de l'état initial des contraintes

Un autre facteur important pour la modélisation reste souvent inconnu : il s'agit de l'état de contrainte initial qui règne dans le sol avant la construction de la fondation. Cet état initial est important car il conditionne, comme les paramètres mécaniques, la réponse en déplacements du modèle d'éléments finis.

Toutefois, pour mener une étude satisfaisante, il faut surtout connaître l'état de contraintes dans le sol une fois la fondation construite et avant l'application des charges dues à la structure. Cet état peut être approché en simulant la construction (calcul par phase) mais le plus souvent, et notamment dans le cas des fondations superficielles peu encastrées, il est raisonnable de supposer que le sol a été peu perturbé par la construction, que l'état de

contrainte dans le massif est toujours celui du sol au repos et que ce dernier possède encore ses caractéristiques intactes.

2.4.1.7 Conseils pour la réalisation des maillages de fondation superficielle

L'utilisation de la méthode des éléments finis nécessite la réalisation d'un maillage et la prise en compte de conditions aux limites du domaine étudié. En particulier, des conditions concernant des déplacements ou des contraintes sont imposées aux frontières du maillage. Celles-ci peuvent se trouver à une distance « finie » (cas d'une liaison rigide, d'un substratum rigide ou d'un obstacle quelconque empêchant un déplacement) ou « infinie » (déplacement nul à l'infini, état de contraintes imposé).

Dans le cas d'une fondation superficielle isolée, placée dans un massif de sol homogène semi-infini, les frontières latérales et inférieures du modèle peuvent être représentées par des éléments finis ou par des éléments " infinis ". Si des éléments finis sont utilisés, pour que les conditions aux limites n'aient pas d'influence sur le comportement du modèle (*figure 2.1.8*), l'expérience montre qu'il convient de fixer :

- Les limites latérales du maillage (condition $U = 0$) à environ 10 fois la largeur B de la fondation ;
- La limite horizontale inférieure (condition $V = 0$ ou $U = V = 0$) à au moins 6 fois la valeur de B sous la base de la fondation.

Un maillage grossier conduit généralement à une réponse charge - tassement trop raide et à une charge limite trop élevée par rapport à la solution exacte ou par rapport aux résultats fournis par un maillage. De façon plus quantitative, les recommandations suivantes peuvent être précisées :

- Le maillage du massif de sol doit être relativement resserré dans les zones où de forts gradients risquent d'apparaître, c'est-à-dire au voisinage des interfaces entre la fondation et le sol, dans les régions situées à une distance inférieure à $2B$ autour de la base de la fondation ;
- le rapport de forme (rapport de la plus petite dimension d'un élément fini à la plus grande) des éléments proches d'une fondation superficielle devrait être limité à $1/5$;
- la largeur B' (selon la direction horizontale) du premier élément de sol directement adjacent à la fondation doit être au moins telle que $B' = 0.1 B$, pour décrire de manière satisfaisant les variations du cisaillement aux bords de la fondation ;
- lorsque la stratigraphie du sol, la géométrie de la fondation et celle de la structure, les charge et les diverses conditions de liaison possèdent des symétries remarquables, il faut en profiter pour simplifier le maillage.

L'étude pour des charges inclinées exige un maillage complet par rapport aux charges verticales, car une charge inclinée ne présente aucune symétrie particulière. De plus,

l'inclinaison entraîne l'apparition de zones en traction dans le sol, d'où la nécessité de prendre en compte des éléments d'interface. La base de la fondation peut alors se décoller du massif de sol sur une certaine longueur.

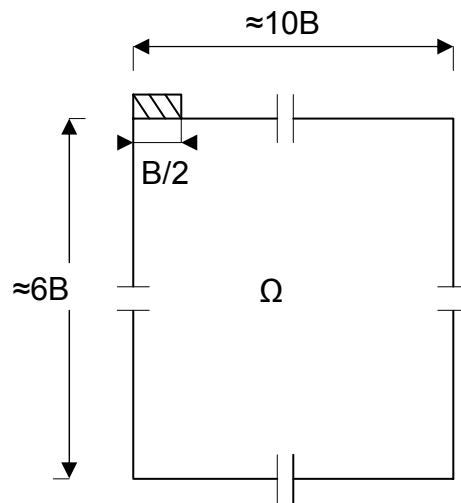


Fig.2.18 Dimensions conseillées pour le maillage d'une fondation superficielle

2.4.1.8 Comportement des sols et modélisation des fondations superficielle

Dans le cas de chargement monotone, de très nombreuses comparaisons ont été menées entre les résultats numériques et les mesures sur ouvrages. Elles permettent de constater aujourd'hui que les lois usuelles de comportement des sols (élastoplasticité parfaite) conduisent à des résultats satisfaisants sous réserve que les autres aspects de la modélisation soient correctement pris en compte (notamment, l'interaction entre le sol et la fondation) et que les paramètres de comportement sont bien estimés.

Dans le cas des chargements cycliques et dynamiques, les études sont moins nombreuses et restent encore délicates à réaliser en raison de la complexité des lois de comportement des sols lorsque les sollicitations ne sont plus monotones.

2.5 Solutions numériques existantes

Peu d'auteurs ont essayé de discuter l'application des méthodes numériques à l'analyse de la capacité portante des fondations peu profondes, en particulier sur un sol cohésif. Cela semblait être en grande partie dû aux difficultés dans les algorithmes de développement numériques qui sont capable de fournir des solutions précises. Une série de calculs de la capacité portante a été décrite par quelques auteurs.

2.5.1 Griffiths (1982)

Il a employé un algorithme viscoplastique pour obtenir des solutions pour chacun des trois facteurs de la capacité portante N_γ , N_q et N_c .

Griffiths conclu de cette expérience que :

- Le calcul de N_y avait généralement exigé un effort considérablement plus fort que les deux autres facteurs.
- La convergence est plus lente quand la valeur de φ augmente.
- Les solutions pour une fondation rugueuse sont plus lentes qu'une fondation lisse.
- L'algorithme viscoplastique employé pour ces calculs semble être peu convenable pour l'évaluation de N_y pour le cas où l'angle de frottement du sol dépasserait 35° .

2.5.2 Borst et Vermeer (1984)

Ils ont décrit une tentative d'employer la méthode des éléments finis pour l'évaluation de la capacité portante pour un angle $\varphi = 40^\circ$. L'analyse était tout basé sur un sol cohésif, frottant et n'a pas rapporté les valeurs de N_y directement.

Une particularité intéressante de ces résultats était que les solutions stables pouvaient être obtenues pour une fondation lisse pour le cas d'un matériau associé, mais l'introduction de l'angle de dilatance (matériau non associé) a tendance à causer des instabilités numériques, et la solution, ne pouvait pas être obtenue pour le cas où l'angle de dilatance égale à zéro ($\psi=0$).

2.5.3 Manoharan et Dasgupta (1995)

Ils ont utilisé des algorithmes numériques similaires à celles de *Griffiths* pour obtenir des solutions des facteurs de la capacité portante. Ces analyses non plus ne sont pas étendues au sol avec des angles de frottement plus grande que 35° .

Les résultats ont montré qu'une dépendance intéressante des facteurs de la capacité portante sur l'angle de dilatance, où la capacité portante tend à augmenter avec l'accroissement de l'angle de dilatance.

2.5.4 Frydman et Burd (1997)

Ils ont étudié l'influence de l'angle de dilatance sur le facteur de capacité portante N_y , pour le cas simple, celui 'une semelle filante.

Les études sont faites sur deux types de fondation ; une fondation lisse et une fondation rugueuse, en employant des algorithmes viscoplastiques ou élastoplastiques.

Deux techniques de simulation numérique ont été employées, à savoir : la technique des éléments finis (le code *OXFEM*) et la technique des différences finis (le code *FLAC*).

Cette étude indique clairement la réduction de la capacité portante avec le décroissement de la valeur de l'angle ψ , mais cette étude a mis en évidence quelques difficultés pour l'analyse

numérique surtout dans le cas d'une fondation rugueuse, et ces difficultés augmentent en augmentant l'angle de frottement φ .

2.5.5 Hans.L.Erickson et Andrew Drescher (2001)

Ils ont étudié l'influence de la non associativité et de la rugosité de la fondation sur les coefficients de capacité portante \dot{N}_y et \dot{N}_c , pour une fondation superficielle de forme circulaire, en utilisant le logiciel (*FLAC*). Ces études sont faites en considérant deux types de fondations : Parfaitement lisse et parfaitement rugueuse et trois valeurs de l'angle de dilatance : $\psi=0$, $\psi=\frac{\varphi}{2}$ et $\psi=\varphi$.

Les *tableaux 2.4* et *2.5* présentent la variation du coefficient \dot{N}_y et \dot{N}_c en fonction de la rugosité de fondation et l'angle de dilatance ψ d'après *Erikson et Andrew Drescher 2001* :

Ils ont conclu que ces facteurs dépendent énormément de l'angle de dilatance et de la rugosité de la base de fondation. Cette dépendance est significative pour les valeurs élevées de l'angle de frottement par exemple pour $\varphi=45^\circ$;

- \dot{N}_y obtenu pour $\psi=\varphi$ est 50% plus élevée que \dot{N}_y calculé pour $\psi=0$
- \dot{N}_c obtenu pour $\psi=\varphi$ est 80% plus élevée que \dot{N}_y calculé pour $\psi=0$
- Pour $\psi=\varphi$ \dot{N}_y obtenu pour une fondation rugueuse est 145% plus élevée que \dot{N}_y calculé pour une fondation lisse.

Tableau 2.4 Facteurs de capacité portante N_y pour une fondation circulaire.

Φ		$\Psi=\varphi$	$\Psi=\varphi/2$	$\Psi=0$
20°	L	1.7	1.6	1.5
	R	2.8	2.7	2.5
35°	L	21	20	17
	R	45	42	33
40°	L	58	52	43
	R	130	113	73
45°	L	186	156	124
	R	456	387	198

Tableau 2.5 facteurs de capacité portante N_c^* pour une fondation circulaire.

Φ		$\Psi=\phi$	$\Psi=\phi/2$	$\Psi=0$
20°	L	19.5	19.3	19.0
	R	22.3	22	21.6
35°	L	84	81	77
	R	108	103	88
40°	L	161	153	122
	R	186	165	135
45°	L	320	283	178
	R	380	308	200

2.5.6 R. S. Merifield, S. W. Sloan et H. S. Yu (1998)

Ils ont utilisé des formulations numériques de l'analyse limite pour évaluer la capacité portante d'une semelle filante rigide, reposant sur un bicouche argileux purement cohérent. Des solutions rigoureuses concernant la résistance ultime sont obtenues en employant la méthode des éléments finis en conjonction avec les théorèmes de l'analyse limite avec détermination des bornes supérieure et inférieure.

Les deux méthodes supposent un modèle de comportement du sol parfaitement plastique (critère de Tresca).

- La solution de la borne inférieure est déterminée en simulant un champ de contrainte statiquement admissible sans violer le critère de rupture, cette approche est effectuée dans le sens de la sécurité et conduit à estimer des bornes inférieures de la charge limite.
- La solution de la borne supérieure est déterminée en simulant un champ de vitesse cinématiquement admissible qui consiste à imaginer des mécanismes de rupture et à écrire que l'instabilité se traduit par une puissance des efforts extérieurs supérieure ou égale à la puissance résistante maximale correspondante.

Dans cette analyse il est plus utile d'écrire l'équation de la capacité portante sous la forme : $N_c^* = q_u / C_{u1}$; où N_c^* est fonction des rapport H/B et C_{u1}/C_{u2} .

2.5.7 J.S. Shiau, A.V. Lyamin, et S.W. Sloan (2003)

Ils ont utilisé des formulations d'éléments finis des théorèmes d'analyse limite pour obtenir des solutions rigoureuses en plasticité concernant la capacité portante d'une couche de sable compacté surmontant une couche d'argile molle (cas souvent rencontré dans les problèmes de fondations). Ils se sont basés sur les travaux de Merifield et all. (1999) qui a considéré le problème classique de la capacité portante de deux couches d'argile, pour

utiliser les méthodes limites pour intercaler et limiter la solution réelle entre la limite supérieure et la limite inférieure. Les techniques elles même n'ont été développées que récemment et sont discutées en détail par Lyamin et Sloan.

Les procédures remplacent les précédentes formulations proposées par Sloan (1988, 1989) et Sloan et Kleeman qui malgré le fait qu'elles donnent des résultats satisfaisants dans un large domaine d'applications pratiques, sont néanmoins moins efficaces.

Si on considère uniquement la capacité portante de la couche de sable, elle dépendra de ϕ' , γ et q , avec d'autres facteurs possibles tels que l'angle de dilatance ψ' et la rugosité de la semelle. La théorie classique par analyse limite suppose une règle d'écoulement associée, avec des déformations plastiques normales à la surface de charge et l'angle de dilatance est pris égal à l'angle de frottement. En prenant en considération la présence de la couche d'argile et en supposant un écoulement associé avec une semelle parfaitement rigide, la capacité portante ultime du problème de fondation sur deux couches peut être exprimée sous une forme sans dimension :

$$P/\gamma B = f(H/B, c_u/\gamma B, q/\gamma B, \phi') \quad P : \text{pression limite moyenne.}$$

2.6 CONCLUSION

La détermination de force portante des fondations est l'un des problèmes les plus importants de la mécanique des sols.

Les méthodes classiques qui existent, pour la détermination de la capacité portante sont basées sur l'équilibre limite utilisent des hypothèses simplificatrices et souffrent de quelques difficultés et critiques. Toutes ces difficultés et critiques font appel à d'autres techniques pour résoudre ce problème.

Quelques solutions numériques ont résolu le problème de la capacité portante en tenant compte l'influence de la rugosité et de la non associativité, et qui n'impose pas la direction des plans de rupture, au contraire, ces méthodes permettent de vérifier le mécanisme de rupture sous la fondation. Elles sont d'un emploi peu courant à cause de leur complexité de mise en œuvre, elles sont cependant en train de se généraliser.

On s'intéresse à l'estimation numérique de la capacité portante en utilisant un code de calcul numérique FLAC^{3D}.

Chapitre 3

LES MODÈLES DE COMPORTEMENT ET L'OUTIL NUMÉRIQUE UTILISÉ

3.1 INTRODUCTION

Dans toute étude géotechnique, la modélisation est une étape décisive qui conditionne la qualité des analyses de diagnostic ou de prévision du comportement des sols et des ouvrages. Un modèle n'est pas seulement une série d'équations représentant le comportement physique ou mécanique du sol, c'est aussi une représentation géométrique de l'espace, qui délimite les couches ou volumes occupés par chaque matériau (sol, roche, eau, béton, métal, géosynthétiques, etc.) et précise la place des conditions aux limites et des interfaces, avec leurs conditions de contact.

Les modèles utilisés dans les études de mécanique des sols sont très divers. Les méthodes de calcul classiques admettent en général des géométries simplifiées (couche de sol homogène, massif semi infini) et réduisent souvent le comportement du sol à des relations unidimensionnelles (théorie de la consolidation) ou bidimensionnelles planes (calculs de stabilité de pente, soutènements) ou axisymétriques (réseaux de drains ou de colonnes, pieux, galeries de tunnels). Les calculs tridimensionnels sont limités aux équations de l'élasticité linéaire pour les fondations superficielles et à certaines études d'écoulements. Les relations entre les forces ou contraintes et les déplacements ou déformations sont souvent linéaires et isotropes pour les calculs de déformations, et de type « rigide plastique » pour les calculs de stabilité.

Les progrès des ordinateurs et des méthodes d'analyse numérique permettent de dépasser les limitations géométriques et rhéologiques des méthodes de calcul traditionnelles et d'aborder l'étude de problèmes aux géométries et lois de comportement complexes, combinant les concepts classiques de compressibilité, de consolidation primaire et de compression secondaire, de résistance au cisaillement, d'états limites de poussée - butée ou de portance. Cette approche globale passe par la définition d'une loi de comportement spécifique à chaque type de sol et par l'utilisation de techniques numériques appropriées.

Le développement de ces lois de comportement (ou modèles rhéologiques) s'appuie à la fois sur les schémas théoriques de la mécanique des milieux continus (élasticité, plasticité, viscosité et leurs combinaisons) et sur les résultats d'études expérimentales en laboratoire et en place. Suivant l'influence dominante, on peut ainsi obtenir soit des lois très complexes, qui

cherchent à reproduire les moindres fluctuations des courbes expérimentales, soit des modèles plus simples qui se limitent à la représentation des aspects essentiels du comportement des sols réels.

Avant de passer aux différents modèles de comportement on doit définir le critère de plasticité.

Dans l'espace des contraintes, il existe des états de contraintes physiquement possibles et des états de contraintes physiquement impossibles. L'ensemble des points associés aux premiers constitue un domaine dont la frontière prend le nom de surface limite. Son équation, $f(\sigma_{ij}) = 0$, dans l'espace des contraintes, est appelée critère de plasticité.

Une fois atteinte la surface limite, les déformations sont indéterminées ; seules sont définies les vitesses de déformation, c'est-à-dire les directions des vecteurs incrément de déformation. On appelle alors critère d'écoulement, l'équation de la surface à laquelle les vitesses de déformation sont normales. Dans l'espace des déformations elle s'écrit $g(\varepsilon_{ij}) = 0$.

Lorsque les fonctions f et g sont distinctes, le matériau est dit non standard. Dans le cas où $f = g$ le matériau est dit standard.

3.2 Modèles de comportement:

3.2.1 Modèle élastique linéaire isotrope (Loi de Hook)

Les lois de comportement décrivent les relations entre les contraintes σ_{ij} et les déformations ε_{ij} dans un solide. La plus simple est celle qui relie linéairement les déformations aux contraintes, c'est l'élasticité linéaire donnée par la loi de Hook.

L'élasticité linéaire et isotrope dans un solide est caractérisée entre autre par la linéarité et la réversibilité des déformations.

Elle s'exprime par deux équations principales:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{(1+\nu)}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (3.1)$$

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{(1+\nu)} \varepsilon_{ij} - \frac{\nu \cdot E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \varepsilon_{kk} \delta_{ij} \quad (3.2)$$

Où E et ν sont le module de Young et le coefficient de Poisson et δ_{ij} est l'indice de Kronecker.

Le modèle à un paramètre représentant le solide élastique est le ressort.

3.2.2 Comportement élastoplastique :

Un corps est dit avoir un comportement élastoplastique quand au delà d'un certain niveau de chargement il présente des déformations réversibles (élastiques) mais aussi des déformations irréversibles (plastiques) et que ces déformations et ces contraintes obéissent à des lois bien précises. Notons que la considération d'un corps élastoplastique se fait en excluant l'influence du paramètre temps.

On définit d'abord un critère de plasticité qui est une fonction des contraintes, éventuellement écrouissable avec les déformations. Ce critère ne peut être dépassé en aucun point. Lorsqu'il est atteint, débutent les déformations irréversibles ou plastiques. Ces déformations sont régies par une loi dite loi d'écoulement.

L'essai classique de traction sur une éprouvette d'un matériau ayant un comportement élastoplastique avec écrouissage permet de mettre en évidence la non linéarité et le phénomène d'irréversibilité caractérisant le comportement plastique.

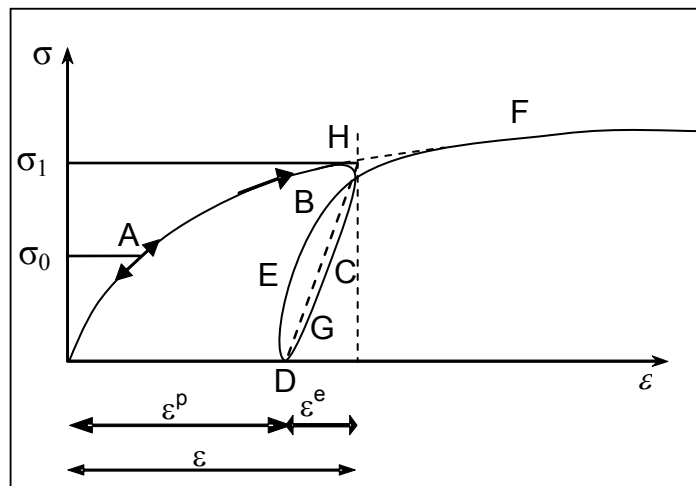


Figure 3.1: Comportement élastoplastique avec écrouissage.

Le long du chemin OA le comportement est élastique, c'est à dire quand on décharge on revient en O. le point A, point limite au-delà duquel on n'a plus le comportement élastique correspond à une contrainte caractéristique dite seuil de plasticité initial ou limite élastique. Après l'avoir franchi, et si étant au point B, par exemple, on décharge, le chemin de déchargement ne sera pas BAO mais BCD. La déformation qui reste OD = ε^p est une déformation irréversible, dite plastique. Si on recharge, le chemin sera DEF, F étant le prolongement du chemin du premier chargement.

On peut assimiler en général la courbe BCDEF à la droite DGH et admettre que les déformations sont réversibles le long de cette ligne. Le nouveau seuil de plasticité est alors le point H qui est plus élevé que le point précédent (A). Cette évaluation du seuil de plasticité s'appelle écrouissage.

Dans ce cas la déformation totale est la somme des déformations élastiques ε^e et plastiques ε^p

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \quad (3.3)$$

Si le seuil actuel σ_B est constant, le matériau est dit parfaitement plastique.

Si σ_B est toujours croissant ou décroissant le matériau est dit écrouissable à écrouissage positif ou négatif respectivement.

3.2.2.1 Notions de bases fondamentales

Des modèles de comportement élastoplastique sont basés sur trois notions fondamentales: la surface de charge, la règle d'écrouissage et la règle d'écoulement. Nous allons maintenant exposer les bases pour chaqu' une de ces notions.

3.2.2.1.1 Notions de surfaces de charge

D'une façon plus générale et pour les cas tridimensionnels, le seuil de plasticité est remplacé par une fonction scalaire f dite fonction de charge ou critère de plasticité :

$$F = (\sigma, R) = 0 \quad (3.4)$$

Avec,

σ : Tenseur des contraintes;

R : L'ensemble des paramètres d'écrouissage.

Cette fonction décrite dans l'espace des contraintes - déformations une surface dite communément en mécanique des sols surface d'état limite ou d'écoulement dont la projection dans le plan des contraintes est une courbe dite courbe d'état limite.

La surface de charge divise l'espace des contraintes en deux parties:

L'intérieur de la surface de charge, correspond à un état de déformations réversibles (élastiques),

La surface de charge en elle-même correspond à un état de déformation pouvant se décomposer de la manière suivante:

- Une partie réversible comme précédemment et une partie de déformations irréversibles (plastiques).

En résumé, trois états de chargement sont possibles :

$F < 0$: C'est l'intérieur de la surface, le domaine est élastique.

$F = 0$: Des déformations élastiques peuvent être éventuellement accompagnées de déformations plastiques.

$F > 0$: Est un état de contraintes physiquement impossible en élasto-plasticité.

Lorsque le point représentatif de l'état des contraintes atteint la surface de charge $F = 0$, deux cas de comportement élasto-plastique sont possibles:

a)- La surface de charge n'évolue pas et l'expression de charge ne contient donc pas de Paramètre d'érouissage (modèle élasto-plastique parfait).

b)- La surface de charge s'évalue au cours du chargement (modèle élasto-plastique avec érouissage).

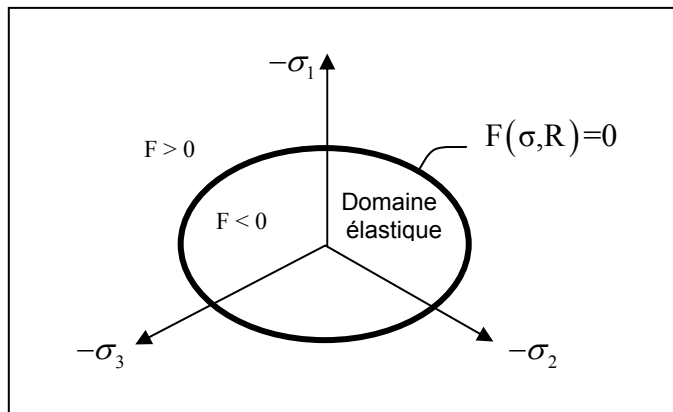


Figure3.2 : Surface de charge.

3.2.2.1.2 Notions de règle d'érouissage

L'érouissage de matériau se traduit par l'évolution de la surface de seuil de plasticité. On introduit donc une ou plusieurs variables supplémentaires, appelées variables d'érouissage λ . Ces variables peuvent être choisies de façon arbitraire à condition qu'elles permettent de traduire l'évolution de l'état interne du milieu qui a subi des déformations plastiques. Ces variables peuvent être des scalaires fonction des déformations plastiques comme pour le modèle de Com Clay (Rascoe & Buraland 1968, Scholfield & Wroth 1968) qui utilise la déformation volumique plastique comme paramètre d'érouissage, ou bien des tenseurs par exemple ε_{ij}^p .

En général, on peut distinguer trois catégories de loi d'érouissage :

a) Érouissage isotrope : (lorsque le vecteur représentatif des contraintes dans l'espace des contraintes garde une direction constante) La théorie d'érouissage isotrope de Taylor et Quinney [1931] qui admet que le domaine élastique intérieur au critère de plasticité se transforme par homothétie de centre O pendant l'érouissage. Il correspond au cas où la surface de charge subit une dilatation ou une contraction uniforme. L'érouissage dans ce cas est caractérisé par une variable scalaire.

b) Ecoulement cinématique : La théorie d'écrouissage cinématique de Prager [1955 - 1958] qui propose que le domaine élastique se translate dans l'espace des contraintes. L'écrouissage dans ce cas est caractérisé par une variable tensorielle définissant le centre de la surface de charge.

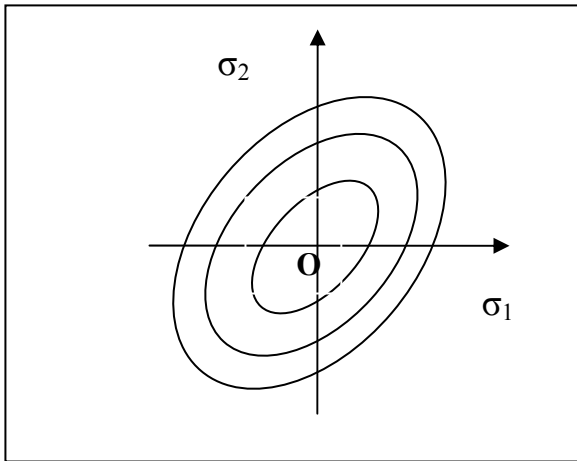


Figure 3.3 : Modèle d'écrouissage isotrope.

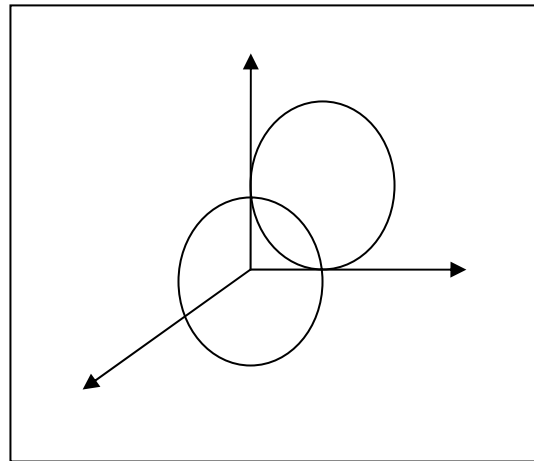


Figure 3.4: Ecoulement cinématique

c) Ecoulement mixte : La théorie de l'écrouissage mixte est une combinaison des deux théories précédentes qui conduit à un schéma plus complet pour permettre la création d'un modèle (Anisotrope cinématique). La surface de charge se translate et se dilate uniformément dans toutes les directions.

d) Ecoulement anisotrope : Pour un écoulement anisotrope, la surface de charge peut subir en plus d'une expansion/contraction et d'une translation une rotation et une déformation.

3.2.2.1.3 Notions de loi d'écoulement

L'incrément de déformation plastique est caractérisé par sa direction et son amplitude, la direction de l'incrément de déformation est perpendiculaire à la surface définissant le potentiel plastique $G(\sigma_{ij}) = 0$. La forme générale de l'incrément de déformation plastique est donnée par l'équation (3.4).

a) - Lois d'écoulement associées

La loi d'écoulement est dite associée à la surface de charge quand cette dernière est confondue avec la surface représentative du potentiel plastique, ce qui revient naturellement à considérer $F = G$.

La direction du vecteur déformation plastique dans l'espace des déformations principales (confondu avec celui des contraintes principales) est ainsi perpendiculaire à la surface de charge, $F = 0$, c'est-à-dire au vecteur gradient, normal à cette surface. Cela conduit à une loi d'écoulement de la forme.

$$\varepsilon_{ij} = \lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \quad (3.5)$$

où, λ est le multiplicateur plastique (Scalaire positif) les matériaux pour lesquels la loi d'écoulement est dite associée, sont dits standards. C'est le cas des métaux.

b) - Lois d'écoulement non associées

Dans le cas des sols et des roches, l'utilisation d'une loi d'écoulement non associée s'avère souvent nécessaire. En effet pour les lois élasto-plastiques, considérant un angle de frottement φ , une loi d'écoulement associée induit un angle de dilatance, $\psi = \varphi$, qui s'avère souvent trop élevé pour les géo - matériaux

On a alors recours à des lois non associées. Dans ce cas, la direction du vecteur déformation plastique est perpendiculaire à la surface représentative du potentiel plastique, $G(\sigma_{ij}) = 0$ qui est distincte de celle représentative de la fonction de charge plastique $F(\sigma_{ij})$.

Cela permet de considérer des angles de dilatance, ψ compris entre 0 et φ

3.2.2.2 Critères de plasticité

Introduction

Dans l'espace des contraintes, il existe des états de contraintes physiquement possibles et des états de contraintes physiquement impossibles. L'ensemble des points associés aux premiers constitue un domaine dont la frontière prend le nom de surface limite. Son équation, $f(\sigma_{ij}) = 0$, dans l'espace des contraintes, est appelée critère de plasticité.

Une fois la surface limite atteinte, les déformations sont indéterminées ; seules sont définies les vitesses de déformation, c'est-à-dire les directions des vecteurs incréments de déformation. On appelle alors critère d'écoulement, l'équation de la surface à laquelle les vitesses de déformation sont normales. Dans l'espace des déformations elle s'écrit $g(\varepsilon_{ij}) = 0$.

Lorsque les fonctions f et g sont distinctes, le matériau est dit non standard. Dans le cas où $f = g$ le matériau est dit standard.

Si le matériau a un comportement élasto-plastique, il est nécessaire de préciser le seuil à partir duquel l'élasticité n'est plus valable. Le seuil est défini par une valeur unique de contrainte. Quand l'état de contrainte est plus complexe, la définition du seuil devient également plus complexe et défini par une combinaison des contraintes principales.

3.2.2.2.1 Critère de Mohr-Coulomb

Coulomb proposa en 1773 le premier critère de plasticité en mécanique des sols, et ce critère est encore maintenant très couramment utilisé. Il se compose de deux droites dans le plan de Mohr. L'équation de ces droites est :

$$\text{si } \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$$

$$f(\sigma) = (\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \varphi - 2c \cos \varphi = 0$$

Il s'agit de l'équation d'un plan. Son intersection avec la trisectrice se caractérise par :

$$2\sigma_1 = -2c \cotg \varphi$$

$$\text{soit : } \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = -c \cotg \varphi$$

si l'on note $H = C \cotg \varphi$ alors

$$(\sigma_1 + H - \sigma_3 - H) - (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \varphi - 2H \sin \varphi = 0$$

$$\text{soit: } [(\sigma_1 + H) - (\sigma_3 + H)] - [(\sigma_1 + H) + (\sigma_3 + H)] \sin \varphi = 0$$

$$[(\sigma_1 + H) / (\sigma_3 + H) - 1] - [(\sigma_1 + H) / (\sigma_3 + H) + 1] \sin \varphi = 0$$

$$(\sigma_1 + H) / (\sigma_3 + H) = (1 + \sin \varphi) / (1 - \sin \varphi) = \text{tg}^2 (\pi/4 + \varphi/2)$$

On en déduit l'expression générale du critère de Coulomb :

$$f = [(\sigma_1 + H) / (\sigma_3 + H) - \text{tg}^2 (\pi/4 + \varphi/2)] [(\sigma_3 + H) / (\sigma_1 + H) - \text{tg}^2 (\pi/4 + \varphi/2)]$$

$$[(\sigma_3 + H) / (\sigma_2 + H) - \text{tg}^2 (\pi/4 + \varphi/2)] [(\sigma_2 + H) - (\sigma_3 + H) - \text{tg}^2 (\pi/4 + \varphi/2)]$$

$$[(\sigma_2 + H) - (\sigma_1 + H) - \text{tg}^2 (\pi/4 + \varphi/2)] [(\sigma_1 + H) - (\sigma_2 + H) - \text{tg}^2 (\pi/4 + \varphi/2)] = 0$$

Il s'agit là de l'équation d'une surface, composée de six plans coupant tous la trisectrice au même point S de coordonnées (-H, -H, -H). C'est donc une pyramide de sommet S. son intersection avec un plan déviateur est un hexagone irrégulier, dont la forme est donnée sur la figure 3.4

On a en effet :

$$OP/OQ = \sqrt{l_{2sP}} / \sqrt{l_{2sQ}}$$

Or, en P et Q, $\sigma_1 = \sigma_3$, ce qui entraîne :

$$l_{2s} = [(\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2] / 3$$

Par conséquent

$$\begin{aligned} OP/OQ &= [(\sigma_{1P} - \sigma_{3P}) / (\sigma_{3Q} - \sigma_{1Q})] = [(\sigma_{1P} + H) - (\sigma_{3P} + H)] / [(\sigma_{3Q} + H) - (\sigma_{1Q} + H)] \\ &= (\sigma_{3P} + H) [(\sigma_{1P} + H) / (\sigma_{3P} + H) - 1] / (\sigma_{3Q} + H) [1 - (\sigma_{1Q} + H) / (\sigma_{3Q} + H)] \end{aligned}$$

Mais P et Q appartiennent au même plan déviateur, donc :

$$\sigma_{1P} + 2\sigma_{3P} = \sigma_{1Q} + 2\sigma_{3Q}$$

$$\text{Mais aussi } \sigma_{1P} + H + 2(\sigma_{3P} + H) = \sigma_{1Q} + H + 2(\sigma_{3Q} + H)$$

$$(\sigma_{3P} + H)[2 + (\sigma_{1P} + H) / (\sigma_{3P} + H)] = (\sigma_{3Q} + H)[2 + (\sigma_{1Q} + H) / (\sigma_{3Q} + H)]$$

Il en résulte que

$$OP/OQ = [2 + (1 - \sin\varphi) / (1 + \sin\varphi)] [(1 + \sin\varphi) / (1 - \sin\varphi) - 1] / [2 + (1 + \sin\varphi) / (1 - \sin\varphi)] [1 - (1 - \sin\varphi) / (1 + \sin\varphi)]$$

Ce qui après développement nous donne :

$$OP/OQ = (3 + \sin\varphi) / (3 - \sin\varphi)$$

Etant donné le rôle symétrique joué par σ_1 , σ_2 et σ_3 , on en déduit alors complètement la forme de l'hexagone (fig 3.45)

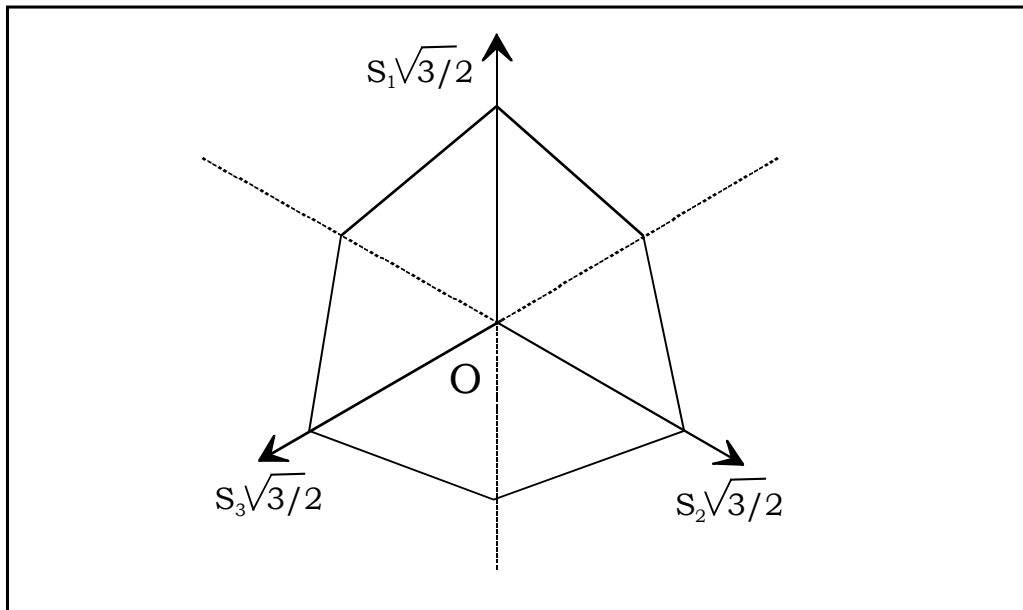


Fig. 3.5 : Intersection du critère de coulomb par un plan déviatoire

Le modèle de Mohr-Coulomb est un modèle souvent utilisé pour représenter la rupture par cisaillement dans les sols et les roches tendres. Il est proposé par Coulomb en [1766], c'est le premier modèle de plasticité et il est maintenant encore couramment utilisé. La forme de la courbe enveloppe de ce critère est une droite appelée droite de Coulomb d'équation:

$$\tau = C + \sigma_n \operatorname{tg}(\varphi) \quad 3.6)$$

Où,

σ_n et τ : Correspondent respectivement à la contrainte normale et la contrainte de cisaillement sur une facette donnée.

C : Représente la cohésion.

φ : Est l'angle de frottement interne du matériau.

Cette loi de comportement se caractérise par une élasticité linéaire isotrope de Hook (E, ν),

une surface de charge $f(\sigma_{ij})$ et un potentiel élastique $g(\sigma_{ij})$

C'est un modèle à deux paramètres de rupture (C, φ)

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \sigma_1 - \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \sigma_3 - \frac{2 \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} \sigma_2 \quad (3.7)$$

Avec σ_1 : contrainte principale majeure et σ_3 : contrainte principale mineure

Le potentiel plastique de cisaillement correspond à une loi d'écoulement non associée.

$$g(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \sigma_1 - \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \sigma_3 \quad (3.8)$$

Lorsque les angles φ et ψ sont égaux, la règle d'écoulement est dite associée.

Au total, on compte donc 5 paramètres mécaniques:

E : Module d'Young,

ν : Coefficient de Poisson,

C : Cohésion,

φ : Angle de frottement,

ψ : Angle de dilatance.

N'autre paramètre peut éventuellement entrer en ligne de compte σ_t , contrainte de rupture par traction, ce qui correspond à l'introduction d'un critère supplémentaire (Avec sa propre loi d'écoulement) et modifie ainsi le modèle initial de Mohr-Coulomb qui ne tient pas compte de ce paramètre.

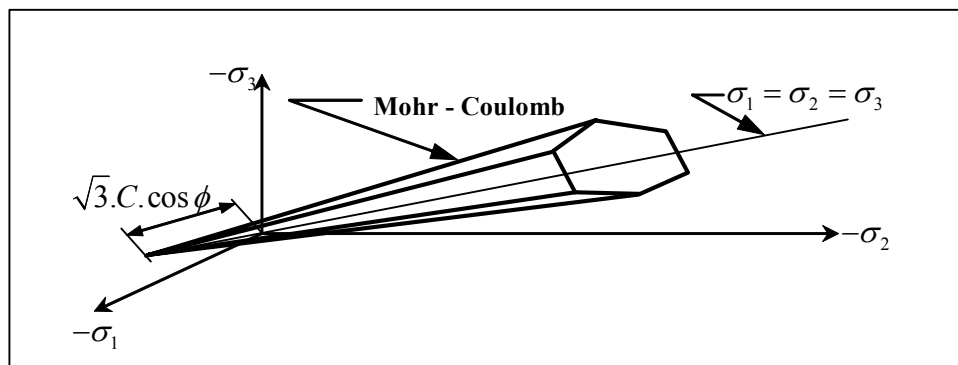


Fig.3.6: Surface de charge de mohr coulomb dans l'espace des contraintes principales.

3.2.2.2.1.1 Dilatance par cisaillement

La dilatance est un changement de volume qui accompagne la distorsion d'un matériau par cisaillement. Elle est caractérisée par l'angle ψ qui représente le rapport de l'incrément de déformation plastique volumique sur l'incrément de déformation plastique de cisaillement $\Delta e^{pv} / \Delta e^{ps}$. L'angle de dilatance peut être déterminé à partir des essais triaxiaux ou à la boîte de cisaillement.

Pour les matériaux à frottement interne dont le critère de plasticité est de type de Mohr-Coulomb, une loi d'écoulement associée conduit généralement à surévaluer le gonflement qui accompagne, la plastification par cisaillement. La mauvaise concordance entre l'expérience et les calculs explique l'introduction des lois d'écoulement non associées, dont les déformations plastiques dérivent d'un potentiel plastique de même forme mathématique que la fonction de charge mais l'angle de frottement est remplacé par l'angle de dilatance ψ avec $\psi < \varphi$.

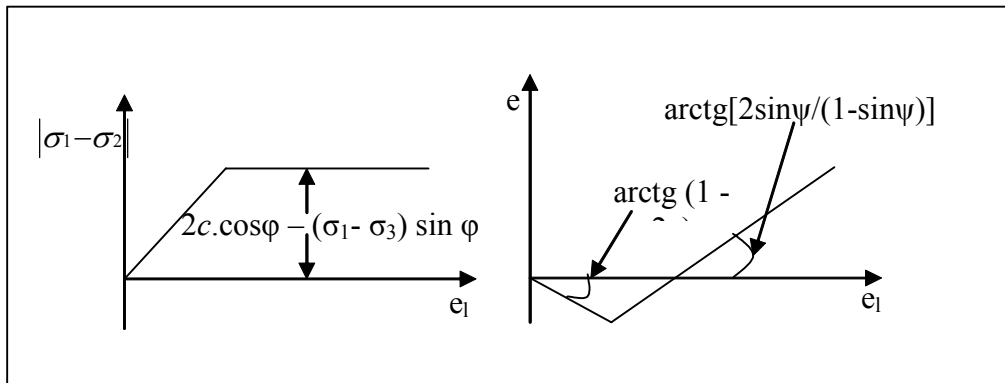


Figure 3.7: Idéalisation de la relation de ψ à partir des résultats de test triaxial (Vermeer et Bors, 1984).

En théorie de plasticité, dans un critère standard $G=F$, l'incrément de déformation plastique est perpendiculaire à la surface de charge F . Dans le cas du critère de Mohr-Coulomb cette surface est représentée en plan par une droite de pente φ . Par contre dans le cas des matériaux non standards $G \neq F$, l'incrément de déformation plastique est perpendiculaire à la surface du potentiel G , dans le cas de ce critère le potentiel est représenté par une droite de pente ψ Fig. (3.7).

On remarque bien que le choix d'un critère non standard diminue la composante de la déformation volumique Δe^{pv}

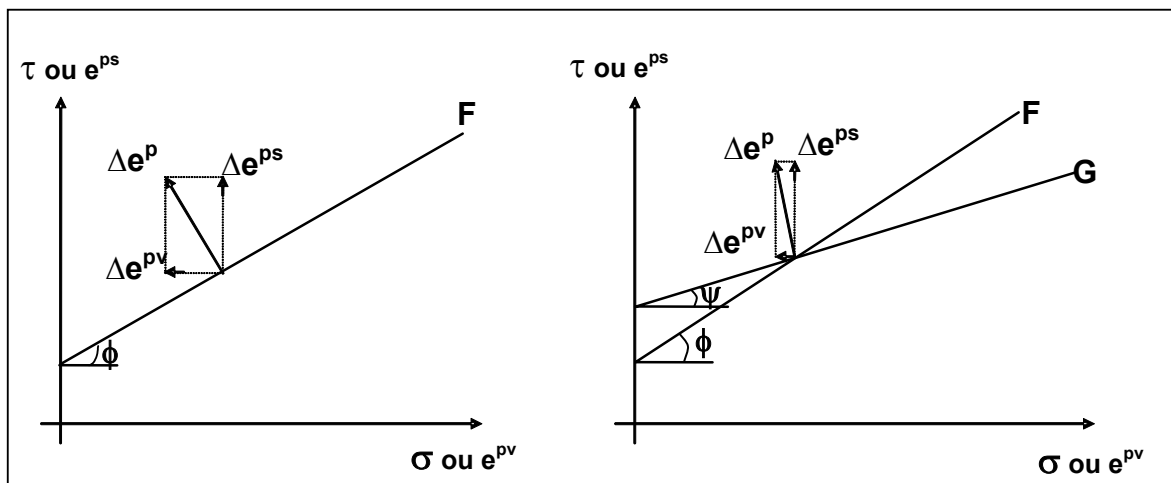


Figure.3.8 : Différence entre critère standard et non standard (Mohr-Coulomb).

3.2.2.2 Critère de Tresca [1870]

Tresca, après des essais sur du plomb, conclut que la plastification arrive quand la contrainte tangentielle maximale atteint une certaine limite. La fonction de rupture F est mathématiquement donnée par la relation :

$$f = [(\sigma_1 - \sigma_3)^2 - 4k^2][(\sigma_3 - \sigma_2)^2 - 4k^2][(\sigma_2 - \sigma_1)^2 - 4k^2] = 0$$

Avec, k : constante d'écoulement obtenue à partir d'essais uni axiaux (cohésion non drainée dans le cas d'un sol).

On reconnaît les équations de 6 plans parallèles à la trisectrice. La surface correspondante est un prisme hexagonal régulier qui admet pour axe la trisectrice.

L'hexagone qui constitue sa section droite est inscrit dans un cercle de rayon $2k\sqrt{2}/3$

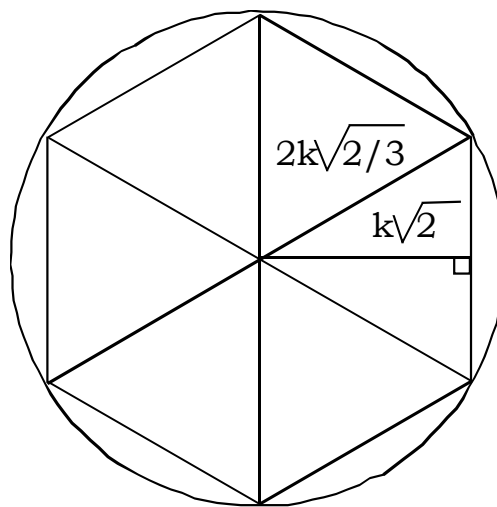


Fig. 3.9 : Intersection du critère de Tresca avec un plan déviatoire

La distance de l'origine à l'un des plans est donnée par :

$$|\sigma_1 - \sigma_3 - 2k|/\sqrt{1 + 1} \text{ pour } \sigma_1 = \sigma_3 = 0 \text{ soit } k\sqrt{2}$$

Pour déterminer k , il suffit de faire un essai de compression simple à la rupture. Si σ_{1f} est la valeur obtenue :

$$\sigma_{1f} = 2k \text{ soit } k = \sigma_{1f}/2$$

L'hexagone est ainsi inscrit dans un cercle de rayon $\sigma_{1f} \sqrt{2}/3$.

3.2.2.3 Critères de Von Mises [1910]

Ce critère est initialement développé pour les métaux, il prend en compte la contrainte principale intermédiaire et que la plastification ne commence que quand le deuxième invariant du tenseur déviatorique atteint une valeur limite, mathématiquement la fonction de rupture est exprimée comme :

$$f = I_{2s} - k^2 = 0$$

Comme $I_{2s} = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2$

Avec $S_i = \sigma_i - \sigma_m$

Et $\sigma_m = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$

On obtient alors en contraintes principales:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 - 6k^2 = 0$$

qui dans l'espace correspondant, est l'équation d'un cylindre circulaire, de rayon $k\sqrt{2}$, admettant la trisectrice pour axe. En effet I_{2s} représente le carré de la distance d'un point à cette trisectrice.

Dans le plan déviatorique (perpendiculaire à la trisectrice) ce critère est représenté par un cercle.

Le paramètre k peut être déterminé avec un essai de compression simple, la rupture se produit pour une valeur σ_{1f} de σ_1 .

Alors $2\sigma_{1f}^2 - 6k^2 = 0$

Donc $k = \sigma_{1f}/\sqrt{3}$

K : représente la contrainte maximale admissible en cisaillement pur.

3.2.2.2.4 Critère de Drucker-Prager [1950]

Ce critère constitue en réalité une approximation du critère de Mohr-Coulomb par une généralisation du critère de Von Mises ($\alpha = 0$), il prend en compte l'influence de la contrainte hydrostatique en introduisant le premier invariant du tenseur des contraintes. Il est défini par la relation :

$$F = \sqrt{J_2} - \alpha I_1 - k \tag{3.11}$$

Où, α et k sont des constantes.

Pour $\alpha = 0$ on trouve le critère de Von Mises et le cône devient un cylindre. La surface représentative du critère dans l'espace des contraintes principales est un cône d'axe de révolution l'axe méridien de l'espace des contraintes principales.

Ces critères sont anciens, les restent cependant largement utilisés car les méthodes d'identification des paramètres caractérisant le comportement élasto-plastique ont fait leurs preuves pour ces critères. Depuis, de nombreux travaux ont permis d'élaborer des critères modélisant mieux le comportement des matériaux. Cependant, il reste toujours la difficulté de définir des processus expérimentaux simples et fiables permettant d'identifier les paramètres du modèle que l'on veut utiliser.

3.3 Description du code FLAC

3.3.1 Généralités

Le code FLAC (*Fast Lagrangian Analysis of Continua*) avec ces deux versions bidimensionnelles et tridimensionnelles est un logiciel en différences finies développé par la société américaine ITASCA Consulting Group. Il simule le comportement des structures en sols, en roches ou autres matériaux qui se plastifient quand leur surface de charge est atteinte. Les matériaux sont représentés par des éléments ou des zones qui forment le maillage ajusté par l'utilisateur pour avoir la forme de l'objet à modéliser. Chaque élément se comporte selon sa description par une loi contrainte/ déformation linéaire ou non linéaire aux chargements appliqués ou aux conditions aux limites imposées. Le matériau peut se plastifier et s'écouler, et le maillage peut se déformer (en mode grande déformation) et se déplacer avec le matériau qu'il représente.

Une des spécialités de FLAC (et de tous les logiciels ITASCA) est le macro-langage FISH, qui permet à l'utilisateur de définir de nouvelles variables, procédures, sorties graphiques, et mêmes d'écrire sa propre loi de comportement. La formulation de FLAC est parfaitement adaptée à la modélisation des problèmes de géomécanique en plusieurs phases, comme une séquence excavation- construction- chargement.

Starfield et Cundall [1988], fondateurs du Code FLAC, ont insisté que la méthodologie des modélisations numériques en géomécanique doivent être différentes de celle de l'ingénierie de structure. Ils ont signalé qu'il est impossible d'obtenir des données complètes sur les sols ou les roches du site; par exemple: l'état des contraintes initiales, les propriétés et les discontinuités ne peuvent être que partiellement bien connues. Cette situation est incompatible avec la conception suivie dans les logiciels populaires utilisés pour la conception (boite noire qui accepte uniquement d'un côté l'introduction des données et de l'autre côté donne les résultats de prédiction du comportement). Au contraire, les logiciels en géomécanique doivent être conçus et utilisés pour découvrir les mécanismes en absence des données nécessaires pour la prédiction. Quand le comportement du système est défini, il est approprié d'utiliser des calculs simples de la conception du processus.

D'une autre manière, les logiciels en géomécanique ne doivent pas être utilisés uniquement dans la conception, mais aussi comme un outil d'expérimentation numérique qui aide et donne au concepteur un aperçu sur les mécanismes possibles.

Avant de discuter les particularités du Code Flac^{2D} et Flac^{3D} il est nécessaires de donner un aperçu rapide sur la méthode de différences finies adoptée dans FLAC (2D et 3D).

3.3.2 Méthode des différences finies

Comme le soulignent Billaux et Cundall [1993], la méthode des différences finies est l'une des plus anciennes méthodes de résolution numérique d'un système d'équation différentielles. Pour des conditions initiales et des conditions aux limites données, la solution est unique.

La plupart des méthodes utilisant les différences finies adoptent une discrétisation du milieu en mailles rectangulaires exclusivement. L'approche retenue par Itasca est basée sur la méthode de Wilkins [1964], qui permet de formuler les équations des différences finies pour des éléments quelconques. On peut leur donner n'importe quelle forme aux limites et, faire varier les propriétés d'un élément à l'autre. De ce point de vue, elle est donc aussi performante que la méthode des éléments finis.

Dans cette méthode, chaque dérivée est remplacée directement par une expansion algébrique écrite en fonction des variables de champs (C'est-à-dire les contraintes ou les déplacements) uniquement définis au niveau de points discrets dans l'espace.

De plus, le Code FLAC se distingue essentiellement par son schéma de résolution explicite, qui permet de combiner les matrices élémentaires, ainsi on a un gain substantiel de place mémoire. En effet, seules les variables à la fin de chaque pas de temps sont stockées et non la matrice de rigidité, comme cela est le cas pour la méthode aux éléments finis.

3.3.3 Principe de calcul

La séquence générale de calcul intégrée à FLAC est illustrée sur la figure (3.10). Cette procédure fait d'abord appel aux équations du mouvement afin de calculer les vitesses et les déplacements à partir de l'accélération, déduite de la résultante des forces et des contraintes. Alors, les déformations sont déduites des déplacements (Intégrales des vitesses), et les nouvelles contraintes de ces déformations au travers des relations du modèle rhéologique.

Chaque cycle autour de la boucle correspond à 1 pas de temps. Le pas de temps déterminé par le logiciel est si petit que l'information n'a pas le temps physique de passer d'un élément à un autre pendant cet intervalle. Cette condition essentielle du calcul numérique permet d'authentifier les notions de stabilité et d'amortissement, la convergence de l'algorithme obéissant à des critères de stabilité mécanique.

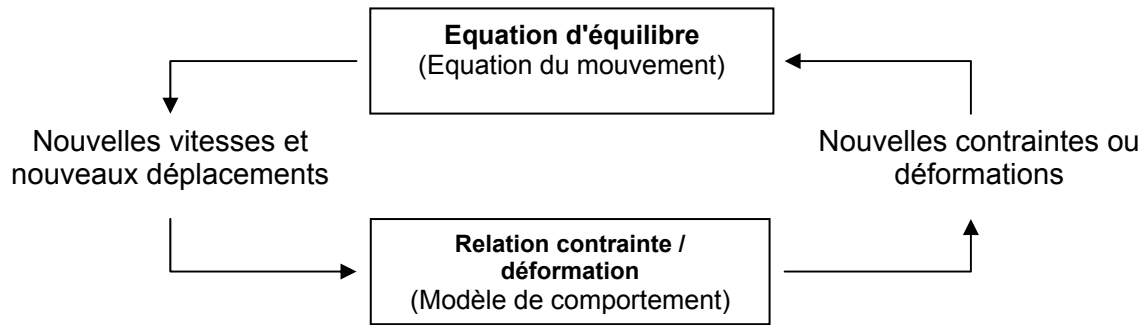


Figure 3.10: Cycle élémentaire du calcul explicite par différences finies, d'après Itasca.

3.3.4 Forces non équilibrées (*Unbalanced forces*)

Dans un modèle à éléments finis, il est nécessaire que le processus de chargement soit représentatif de celui subi réellement par le massif. On y arrive en décomposant le chargement total en incréments de chargement, chaque incrément étant suffisamment petit pour que la solution converge après quelques itérations, malgré la réponse non linéaire du massif.

Toutefois, au fur et à mesure que le système modélisé devient de plus en plus non linéaire, et que l'incrément de chargement devient de plus en plus petit par rapport au chargement total, la technique incrémentale devient similaire à la modélisation d'un comportement quasi dynamique du massif, répondant à l'application graduelle du chargement total.

Afin de surmonter cela, une technique de relaxation dynamique a été proposée (Otter et al. 1966) et a été appliquée, en premier, aux modèles géomécaniques par Cundall [1971]. Dans cette technique, des forces non équilibrées agissent au niveau de points d'intégration matériels, et provoquent une accélération de la masse associée à ces points, en appliquant les lois du mouvement de Newton, un nouveau bilan des forces est alors dressé pour chaque point d'intégration matériel dans le modèle.

Cette technique d'amortissement a pour effet une accélération de la convergence et réduit considérablement les effets d'oscillation mécanique. De plus, elle a l'avantage de pouvoir gérer des non-linéarités à la fois géométriques et rhéologiques, pour un surcoût de calcul relativement faible qui dépend linéairement du nombre d'éléments utilisés.

Par ailleurs, la divergence numérique révèle en général dans le modèle des comportements provoqués par des anomalies physiques (Amorce de rupture, hétérogénéité des matériaux). Une fois que le modèle a été divisé en éléments, que les propriétés des matériaux ont été assignées et que les chargements ont été appliqués, certaines techniques doivent être utilisées pour redistribuer les forces non équilibrées, et donc déterminer la solution du nouvel

état d'équilibre. La méthode des différences finies cherche pour cela à minimiser l'énergie potentielle totale du système, afin d'établir les relations d'équilibre : les déplacements sont les inconnues de ces équations simultanées.

La force maximale non équilibrée est déterminée pour l'ensemble des mailles. L'évolution de cette force peut être affichée sur l'écran ou visualisée comme un graphe. Cette force est importante pour l'indication de l'équilibre du modèle.

Notons R le rapport en pourcentage de la force non équilibrée maximale sur la force interne représentative. Une valeur de R de 1% à 0.1% peut être acceptable pour l'indication de l'équilibre en fonction du degré de précision voulu : $R = 1\%$ peut être considérée suffisante pour une étape intermédiaire dans une séquence d'opération, tandis que $R = 0.1\%$ peut être utilisée pour un état final.

On doit noter qu'une valeur faible de R indique seulement que les forces sont équilibrées sur tous les nœuds, un écoulement peut se produire sans accélération, sa détection se fait par d'autres indices.

3. 3.5 Présentation du code bidimensionnel (FLAC^{2D})

FLAC^{2D} a été conçu pour opérer dans un espace bidimensionnel. Bien souvent, il est possible de tirer parti des symétries du système étudié, afin de réduire la complexité du modèle, et donc les temps de calcul. Ainsi, un maillage d'éléments finis de massif n'est pas systématiquement à trois dimensions. En effet, si l'une des dimensions de l'ouvrage est prépondérante (Remblai grande longueur, section courante d'un tunnel, etc.) et si toutes les autres caractéristiques du modèle (Chargement, conditions aux limites, interfaces) le permettent, il est possible d'analyser l'ouvrage dans un plan. Cette analyse, dite en déformations planes, suppose que la composante du déplacement perpendiculaire au plan considéré est uniformément nulle.

L'utilisateur construit alors son maillage dans un plan, mais admet implicitement qu'il bénéficie d'une profondeur égale à l'unité. Les forces appliquées sur ce type de modèle ne s'expriment pas en Newton, mais en Newton par mètre (Force par unité de longueur). L'utilisation de modèles bidimensionnels permet bien sûr de réduire considérablement les temps de calcul, mais rend surtout possible le raffinement géométrique des systèmes étudiés. En effet, pour de nombreux problèmes tridimensionnels, les maillages raffinés sont difficiles, voire impossibles à réaliser car la taille des systèmes matriciels peut très vite dépasser la capacité des ordinateurs utilisés, notamment pour des calculs non linéaires complexes. Par conséquent, les maillages sont fréquemment plus grossiers dans le cas tridimensionnel que dans le cas bidimensionnel et la modélisation est plus approximative.

Le logiciel FLAC^{2D} intègre de nombreux modèles constitutifs, adaptables à un grand nombre de matériaux, géologiques ou non. Chacun d'entre eux nécessite l'apport de paramètres mécaniques spécifiques, descriptifs de la rhéologie du matériau.

Les modèles disponibles dans FLAC^{2D} sont modèle nul (Pour les sols retirés ou excavés), élasticité isotrope ou anisotrope, élasto-plasticité (Cam-Clay modifié, Drucker-Prager, Mohr-Coulomb standard ou avec écrouissage positif (ou négatif) et écrouissage et changement de volume, élasto-plasticité (Mohr-Coulomb) avec plan de discontinuité localisé (Faille, etc.))

3.3.6 Présentation du code tridimensionnel (FLAC^{3D} version 2.1)

FLAC^{3D} (**F**ast **L**agrangian **A**nalysis of **C**ontinua in 3D) est un outil avancé pour mener à bien des études complexes de géotechnique et d'interaction sol-roche / structures. Grâce à ses nombreuses fonctionnalités, FLAC^{3D} résout de multiples problèmes :

Dimensionnement de pentes, talus ou fouilles et analyse de leur stabilité;

Dimensionnement de fondations superficielles et profondes;

Etudes de barrages en terre ou en béton;

Excavations souterraines avec phasages complexes;

Interaction Sol-Structures;

Matériaux à loi de comportement spécifique développée par l'utilisateur.

Des éléments de coque, soutènement, géogridde, poutre, câble, pieux et boulons, sont disponibles dans le logiciel et rendent ainsi possible l'analyse de nombreux problèmes d'interaction sol-structure.

Une des spécialités de FLAC^{3D} (Et de tous les logiciels ITASCA) est le macro langage FISH, qui permet à l'utilisateur de définir de nouvelles variables, procédures, sorties graphiques. La formulation de FLAC^{3D} est parfaitement adaptée à la modélisation des problèmes de géomécanique en plusieurs phases, comme une séquence excavation – construction – chargement.

Le modèle de FLAC^{3D} est créé par l'utilisateur pour simuler un problème physique fig. (3.9).

FLAC^{3D} est basé sur un format de commande parce que la plupart des analyses exigent l'utilisation de fichiers d'entrée de données. FLAC^{3D} peut être employé comme "laboratoire numérique" pour examiner des idées. L'utilisateur implique un ordre des commandes qui définissent les conditions de problèmes pour la situation numérique. Un modèle numérique en géotechnique devrait être employé principalement pour comprendre les mécanismes dominants affectant le comportement du système. Une fois le comportement du système est compris, il est alors approprié pour développer des calculs pour un processus de conception.

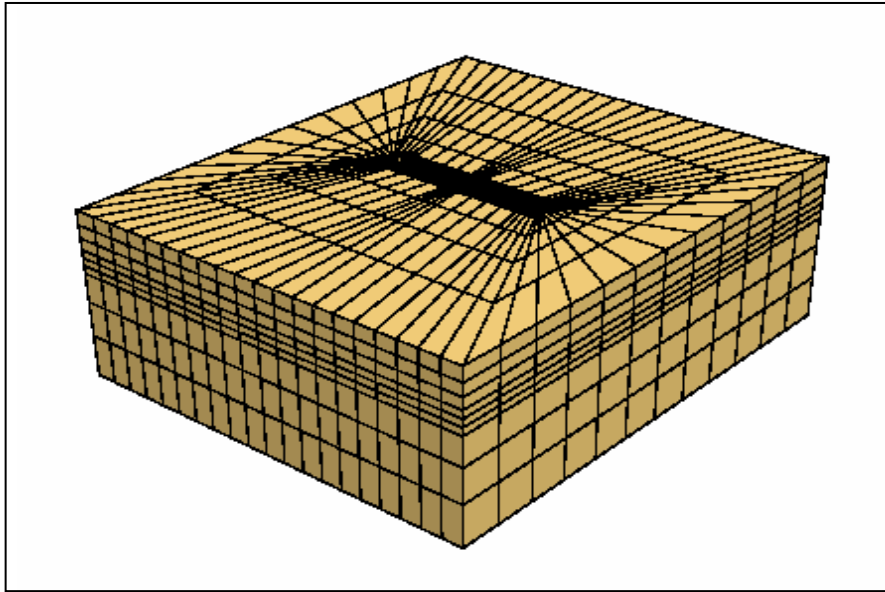


Figure 3.11 : Exemple d'un modèle FLAC^{3D}

3.3.6.1 Méthodologie de simulation avec FLAC^{3D}

Afin d'installer un modèle pour réaliser une simulation avec FLAC^{3D}, trois composants fondamentaux d'un problème doivent être indiqués :

- Générer le maillage;
- Définir les paramètres constitutifs
- Appliquer les conditions initiales et aux frontières.

La Figure (3.11), (Adoptée du manuel FLAC^{3D}) présente les grandes lignes de la stratégie utilisée pour modéliser l'excavation d'une tranchée. La simulation se fait par phases et la réponse du système est systématiquement examinée après chacune des phases de calcul pour s'assurer de la validité des résultats.

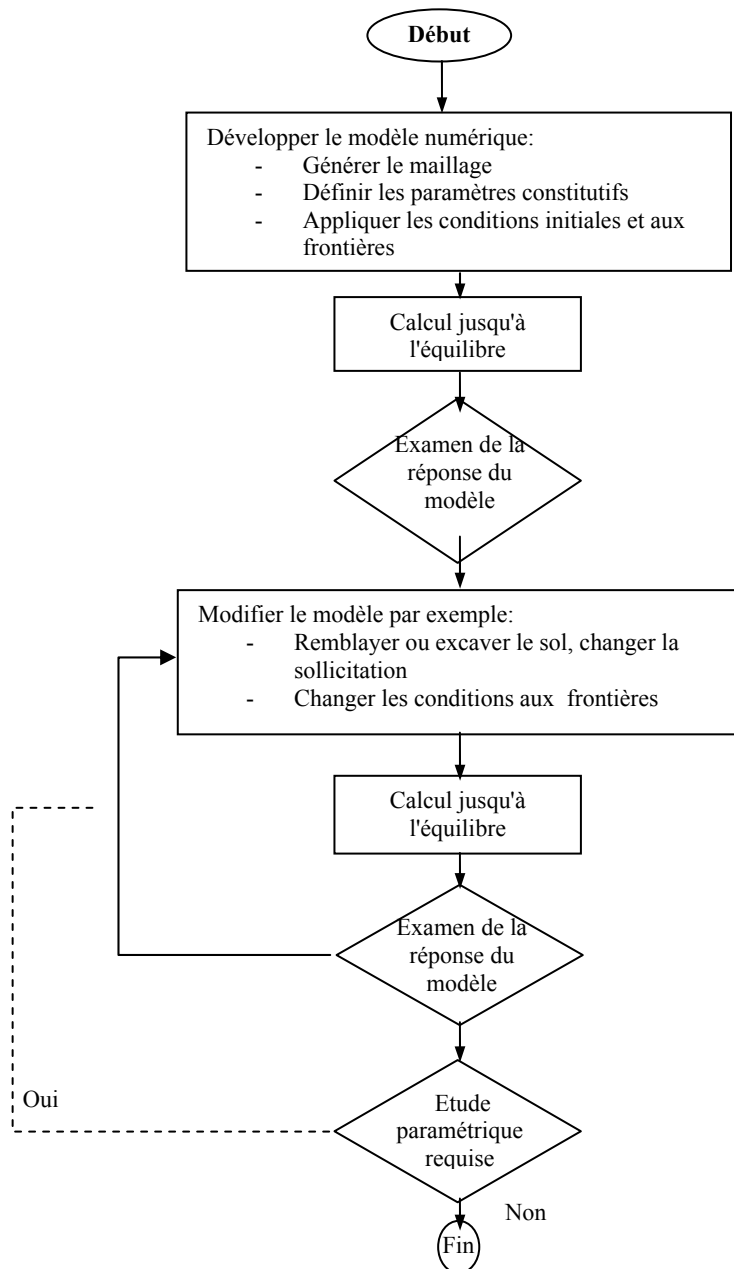


Figure 3.12 : Méthodologie de simulation numérique avec FLAC (Itasca manuel)

3.3.6.2 Génération du maillage

La génération de maillage dans $FLAC^{3D}$ implique de raccorder l'ensemble des formes de maillage de la connectivité spécifique (Désignée sous le nom *des primitives*) pour former un modèle complet avec la géométrie désirée. Plusieurs types des formes primitives sont disponibles, et ceux-ci peuvent être reliés et conformés pour créer les géométries tridimensionnelles complexes.

Le maillage de $FLAC^{3D}$ est produit avec la commande **GENERATE zone**. Cette commande peut être employée indépendamment pour créer un modèle réparti en zones d'une forme primitive; chaque forme a un type spécifique de connectivité.

Plusieurs formes primitives sont établies dans le générateur pour accélérer la génération de maillage pour des formes de problème simples. Ceux-ci incluent la brique, la cale, la pyramide et des formes de cylindre.

Une zone est un domaine géométrique fermé, avec des nœuds aux sommets et des faces plats formant la surface de la zone. L'orientation relative des nœuds et des faces est montrée sur la figure (3.13), pour la forme brique. Plusieurs commandes de $FLAC^{3D}$ et le langage FISH, se rapportent à cette orientation.

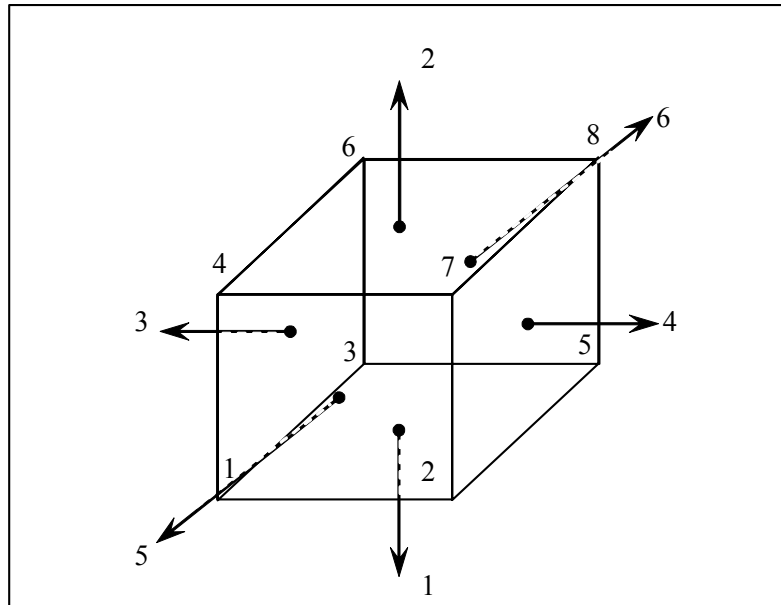


Figure 3.13 : Orientation des nœuds et des faces dans une zone de brique (Itasca manuel).

3.3.6.3 Discrétisation du maillage

Parmi les éléments tridimensionnels, les tétraèdres de taux de contrainte constants qui ont l'avantage de ne pas produire des déformations (c-à-d., modèles de déformation créés par des combinaisons des vitesses nodales, ne produisant aucun taux de contrainte et ainsi aucun incrément de force nodales). Cependant, une fois utilisés dans le cadre de la plasticité, ces éléments ne prévoient pas assez de modes de déformation (voir les Nagtegaal et autres 1974).

Dans des situations particulières, par exemple, ils ne peuvent pas se déformer individuellement sans changement de volume selon les exigences de certaines lois constitutives importantes. Dans ces cas, les éléments sont connus pour montrer une réponse au dessus rigide par rapport à celle prévue dans la théorie. Pour surmonter ce problème, un processus de *discrétisation mixte* est appliqué dans $FLAC^{3D}$, comme il est décrit en Marti et Cundall (1982).

Le principe de la technique de discrétisation mixte est de donner à l'élément plus de flexibilité volumétrique par l'ajustement approprié du premier invariant du tenseur de_taux contrainte de tétraèdre. Dans l'approche, une discrétisation plus brute est superposée à la discrétisation tétraédrique dans les zones, et le premier invariant d'un tétraèdre particulier dans une zone est évalué comme valeur volumétrique moyenne au-dessus de tous les tétraèdres dans la zone. La méthode est illustrée sur la figure (3.14). Dans les modes de déformation particulière esquissée là, les éléments de taux de contraintes constantes individuelles donneront un changement de volume incompatible avec la théorie d'écoulement plastique incompressible. Dans cet exemple, cependant, le volume de l'ensemble des tétraèdres (c.-à-d., la zone) reste constant, et l'application du processus de discrétisation mixte permet à chaque tétraèdre individuel de refléter cette propriété de la zone, par conséquent réconciliant son comportement avec celui prévu par la théorie.

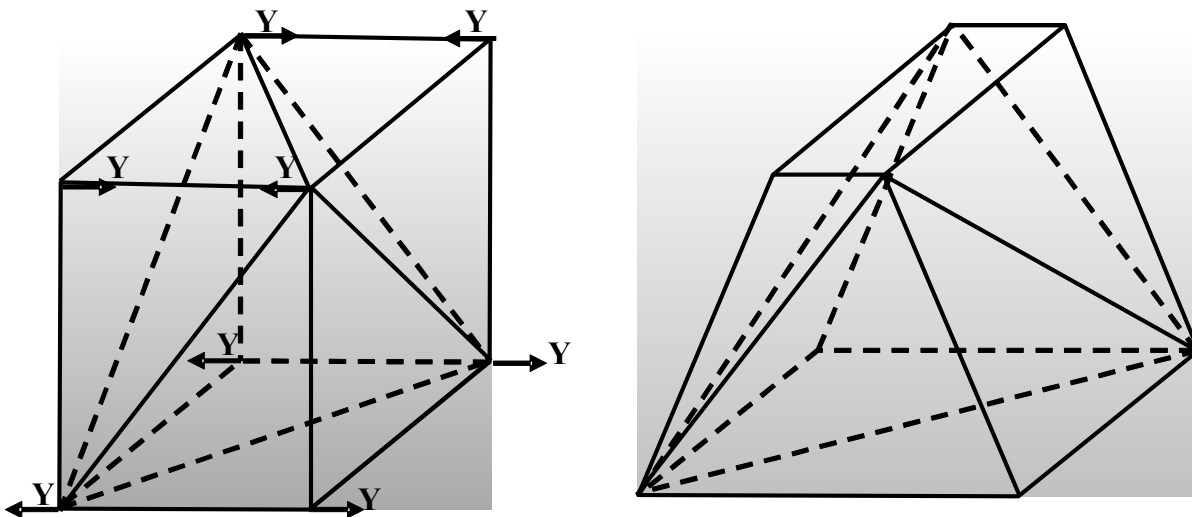


Figure 3.14: Modes de déformation pour lesquels la discrétisation serait plus efficace.

3.4 Conclusion

Les méthodes numériques, telles que la méthode des éléments finis et la méthode des différences finis de plus en plus utilisées dans le calcul de la capacité portante. Le premier avantage de ces méthodes par rapport aux méthodes classiques d'équilibre limite est que les hypothèses avancées sur la forme et l'emplacement de la surface de rupture ne sont pas nécessaires.

Plusieurs grandes codes ont démarrés dans les années 1970, ils sont basés sur une conception de type « boîte noire » qui impose en général à l'utilisateur de ce plier aux

exigences du code, conçu pour résoudre des problèmes donnés. En conséquence l'outil de simulation numérique ne doit pas être une boîte noire qui offre uniquement une solution aux données introduites. Mais plutôt, il doit permettre aussi des expérimentations numériques "Numerical Laboratory". Le Code FLAC respecte cette particularité en offrant la possibilité à l'utilisateur de tester ces idées, d'introduire ses propres modèles de comportement et de modéliser les séquences de construction.

Chapitre 4

ANALYSE NUMERIQUE TRIDIMENSIONNELLE DE LA CAPACITE PORTANTE DES FONDATIONS SUPERFICIELLES

4.1 Introduction

Le calcul du taux de travail d'une fondation superficielle consiste à déterminer la charge limite ou capacité du sol. La détermination de la capacité portante des fondations est l'un des problèmes les plus importants de la mécanique des sols. Ce problème se réduit à la détermination des facteurs N_c , N_γ et N_q .

Dans notre étude on s'intéresse à faire apparaître l'effet tridimensionnel et précisément l'effet de forme sur le calcul de la charge limite, en retirant les coefficients correcteurs de forme (S_γ et S_c) pour différentes formes de fondations rigides.

Dans ce présent chapitre, après la description du modèle utilisé, les conditions aux limites et la procédure de calcul des coefficients S_γ et S_c on présente les résultats numériques sous forme de tableaux et de courbes suivis d'une discussion.

4.2 Simulation numérique

4.2.1 Présentation du cas étudié

On considère une semelle superficielle isolée carrée de côté B (c'est le cas le plus défavorable entre semelle filante et semelle carrée, la semelle rectangulaire est intermédiaire) reposant directement sur un bicouche semi infini. Cette fondation est soumise à une charge verticale. Dans notre étude on s'intéresse à analyser l'effet de forme des fondations, malgré le calcul tridimensionnel qui est trop long

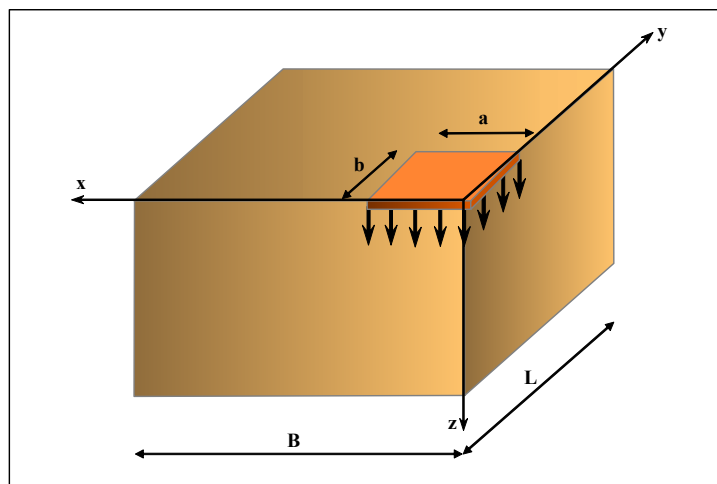


Figure 4.1 : Présentation du cas étudié

4.2.2 Maillage et conditions aux limites

Le maillage tridimensionnel doit résulter d'un compromis entre une description aussi complète que possible de la géométrie, des résultats satisfaisants et des temps de calcul raisonnables.

Il s'agit d'un exercice difficile à réaliser sans commune mesure avec celui pratiqué couramment dans une analyse bidimensionnelle.

Les recommandations données par Mesta (1998) pour la construction d'un maillage tridimensionnel sont les suivantes :

- les symétries compatibles avec le problème mécanique (géométrie, conditions aux limites, chargements) doivent être utilisées au maximum afin de réduire la taille du système étudié.
- le maillage doit être resserré dans les régions situées directement au tour de l'ouvrage et là où des concentrations de contraintes sont attendues. En dehors de ces zones, des éléments de taille plus importante sont mis en place pour atteindre les frontières extérieures.
- Il n'y a pas de règle précise pour augmenter, il suffit d'assurer une augmentation progressive et régulière loin des zones sensibles.

Dans tous les cas du fait de la symétrie du problème seul un quart de la structure peut être modélisé (figure 4.2).

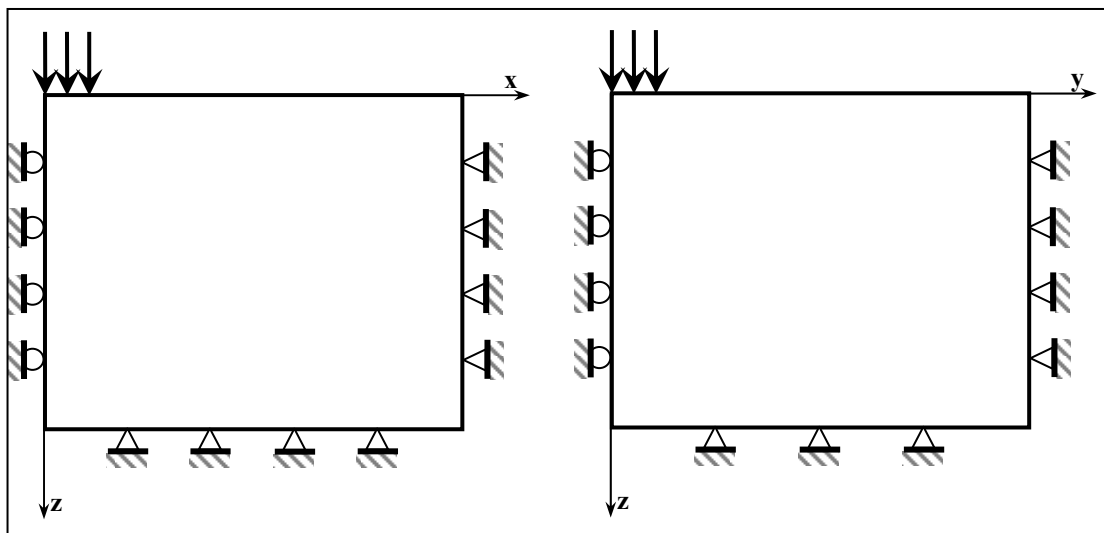


Figure 4.2 : Les conditions aux limites

Les conditions aux limites sont prises en compte en bloquant les déplacements horizontaux et verticaux pour la limite inférieure et les limites éloignées dans les directions x et y . La vitesse est appliquée suivant l'axe z .

Les limites latérales correspondant aux plans $x = 0$ et $y = 0$ sont limitées dans les directions $-x$ et $-y$ respectivement (figure 4.2). Les frontières adoptées sont suffisantes afin que les conditions aux limites n'influencent pas sur les résultats et pour que le mécanisme de rupture ne les intercepte pas.

4. 2.3 Modèle de comportement

Dans notre procédure on a adopté le modèle élastique parfaitement plastique associé de Mohr – Coulomb .Ce modèle est caractérisé par :

E : module d'Young ν : coefficient de poisson γ : poids volumique

c : la cohésion du sol ϕ : l'angle de frottement du sol ψ : l'angle de dilatance du sol

Dans le code FLAC, il est préférable, pour les propriétés élastiques des géomatériaux, d'utiliser les modules volumiques K et de cisaillement G que le module de Young E et le coefficient de Poisson ν .

$$K = E / 3(1-2\nu)$$

$$G = E / 2(1+\nu)$$

Le couple (K, G) donne un sens physique pour tous les matériaux élastiques qui ne violent pas les principes de la thermodynamique. Par contre le couple (E, ν) ne donne pas un sens pour un certain matériaux admissible à l'un des extrêmes du comportement, le matériau résiste au chargement volumique mais non au cisaillement. A l'autre extrême le matériau résiste au cisaillement mais non au chargement volumique.

Le premier type de matériau correspond à une valeur finie de K et une valeur nulle de G , le second type correspond à une valeur nulle de K et une valeur finie de G . cependant avec le couple (E, ν) , il n'est pas possible de caractériser les deux extrêmes du comportement.

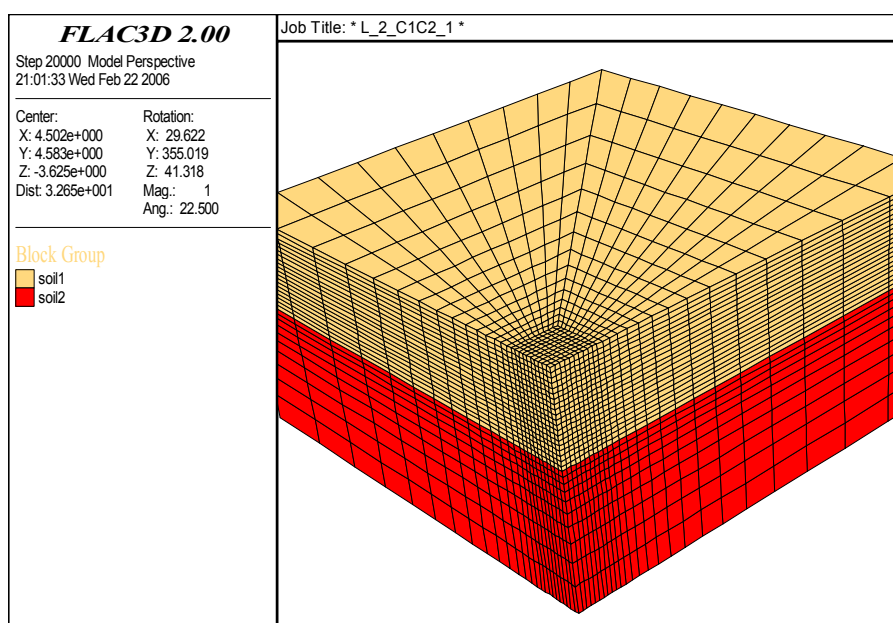


Figure 4.3 : Le modèle utilisé (semelle carrée)

4.2.4 Procédure de simulation

Comme n'importe quelle procédure dans le code FLAC^{3D} notre procédure suit plusieurs étapes spécifiques lors de l'exécution, qui sont les suivantes :

- génération du maillage ;
- frontières et conditions initiales ;
- choix du modèle constitutif et propriétés du sol ;
- chargement et séquence de modélisation ;
- interprétation des résultats.

Pour la procédure de simulation, la fondation est considérée comme rigide donc le chargement est effectué par l'application d'une vitesse de déplacement sur les nœuds en contact entre la fondation et le sol.

Au cours du déplacement de la fondation, on enregistre la charge à travers la résultante des forces nodales de tous les nœuds sous la fondation.

Notre analyse est constituée par deux phases principales :

Première phase : concerne le calcul de la capacité portante q_u de la fondation, qui est déterminée par la division par la surface ($B \cdot B$) de la résultante des forces verticales au nœuds de la base de la fondation, puis l'évaluation des facteurs N_c^* et N_γ^* qui est réalisée par la séparation de l'effet de la cohésion et du poids propre pour différentes valeurs d'angle de frottement et cela pour les deux cas suivantes :

- Pour le premier cas le sol (bicouche) est supposé non pesant ($\gamma=0$), c'est à dire purement cohérent dont le rapport de cohésion des deux couches est comme suite :
 $c_1/c_2 = 0.25, 0.5, 0.75, 1, 1.25, 1.5, 2, 2.5, 3, 4, 5$.
- Pour le deuxième cas on suppose que le sable est pulvérulent avec un poids propre $\gamma = 20 \text{Kn/m}^3$ et la couche d'argile est purement cohérente avec un rapport de $C_u/\gamma B = 2, 3, 4$ et 5

Où les facteurs de la capacité portante N_c^* et N_γ^* sont exprimées respectivement par :

$$N_c^* = q_u/c \qquad N_\gamma^* = 2q_u/\gamma B$$

q_u : la charge limite du sol1 + sol2 ;

C_u : cohésion du sol2

B : largeur de la fondation

γ : poids propre du sol1.

Deuxième phase : elle traite l'évaluation des facteurs de forme S_c et S_γ , cette évaluation est exécutée en calculant les rapports : N_c^*/N_c et N_γ^*/N_γ

Où :

- N_c^* et N_γ^* sont les facteurs tridimensionnels de la capacité portante.
- N_c et N_γ sont les facteurs de la capacité portante pour une semelle filante.
- S_c et S_γ sont les coefficients correcteurs de forme

4.3 Test de validation

Afin de valider notre procédure de simulation et montrer la fiabilité du $FLAC^{3D}$, on a procédé en premier lieu à un calcul numérique des facteurs de la capacité portante d'une semelle filante (i.e un cas bidimensionnel) mais avec l'utilisation du code $FLAC^{3D}$.

Le principe des tests de validation est d'analyser l'influence de tous les paramètres qui entre dans la constitution de notre procédure afin d'avoir une idée sur le bon choix de ces paramètres. Puis on calcul les facteurs N_c et N_γ pour le cas d'une fondation filante, après ces résultats seront comparés avec celles de plusieurs auteurs.

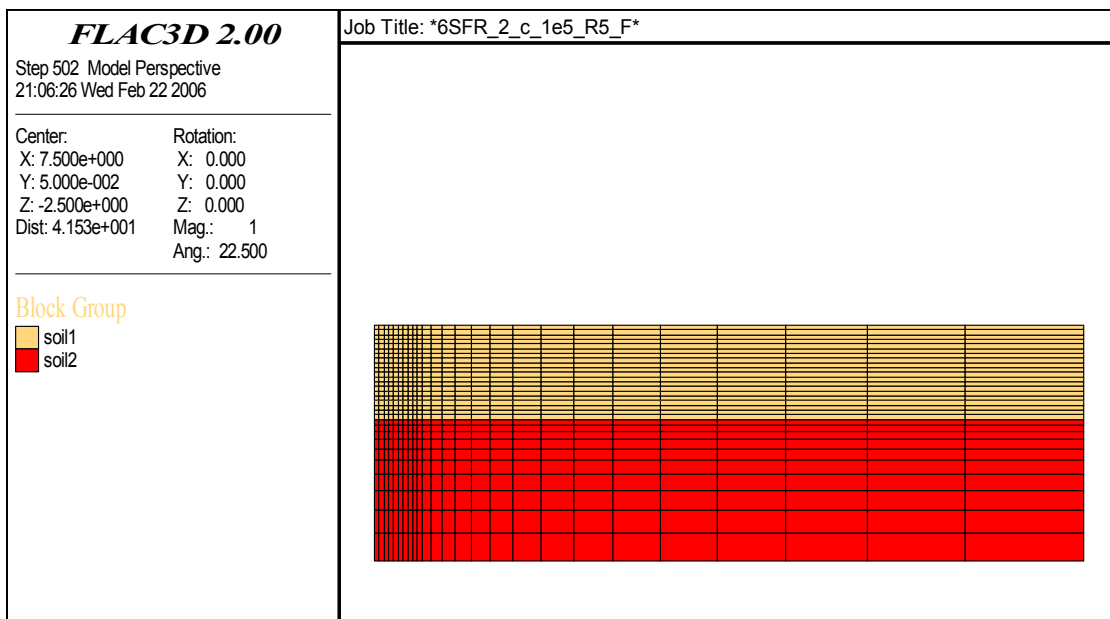


Figure 4.4 : Modèle $FLAC^{3D}$ pour les tests de validation

4.3.1 Modélisation d'une semelle filante sur un sol cohérent

La modélisation d'une semelle filante sur un sol cohérent est un exemple très simple à reproduire, il constitue un excellent test de validation.

La loi de comportement utilisé est un comportement élastique parfaitement plastique (Critère de Tresca).

Dans tous les cas du problème seul le un quart du modèle peut être retenu par raison de symétrie.

Les conditions aux limites sont prises en compte en bloquant le déplacement horizontal dans le sens y et le déplacement horizontal et vertical pour la limite inférieure (figure 4.5),

La vitesse est appliquée au modèle dans la direction négative du z pour simuler la charge de la fondation.

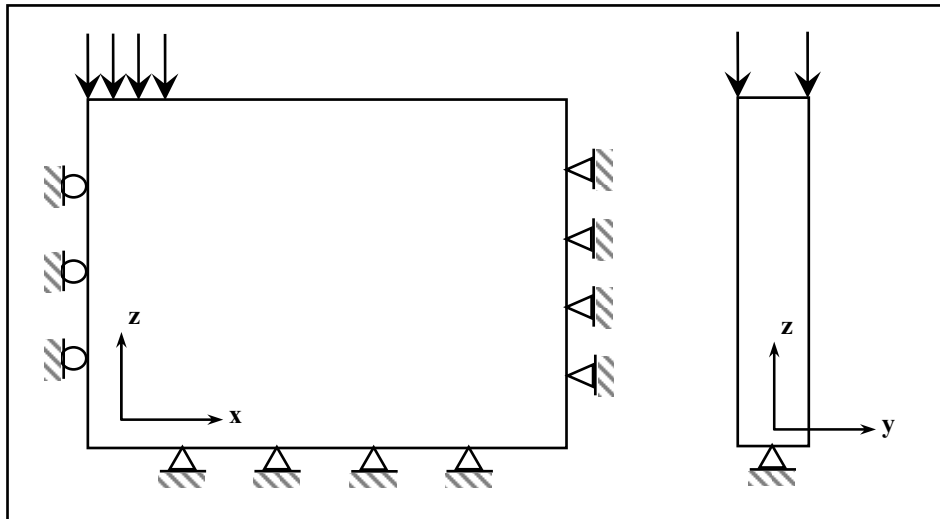


Figure 4.5 : Les conditions aux limites du modèle du test de validation

4.3.2 Influence du maillage

On a considérés plusieurs dimensions du maillage, arrangé de 15*1*8m à 40*1*15, avec une demi largeur de fondation B/2 supposée constante et égale à 1m .On a suivit une variation de nombre d'élément sous la fondation qui commence par 3 éléments et finisse par 75 éléments. Les forces nodales, résultantes de la vitesse appliquée sont calculées par le programme.

Les différents maillages utilisés dans cette analyse sont montrés dans la figure suivante :

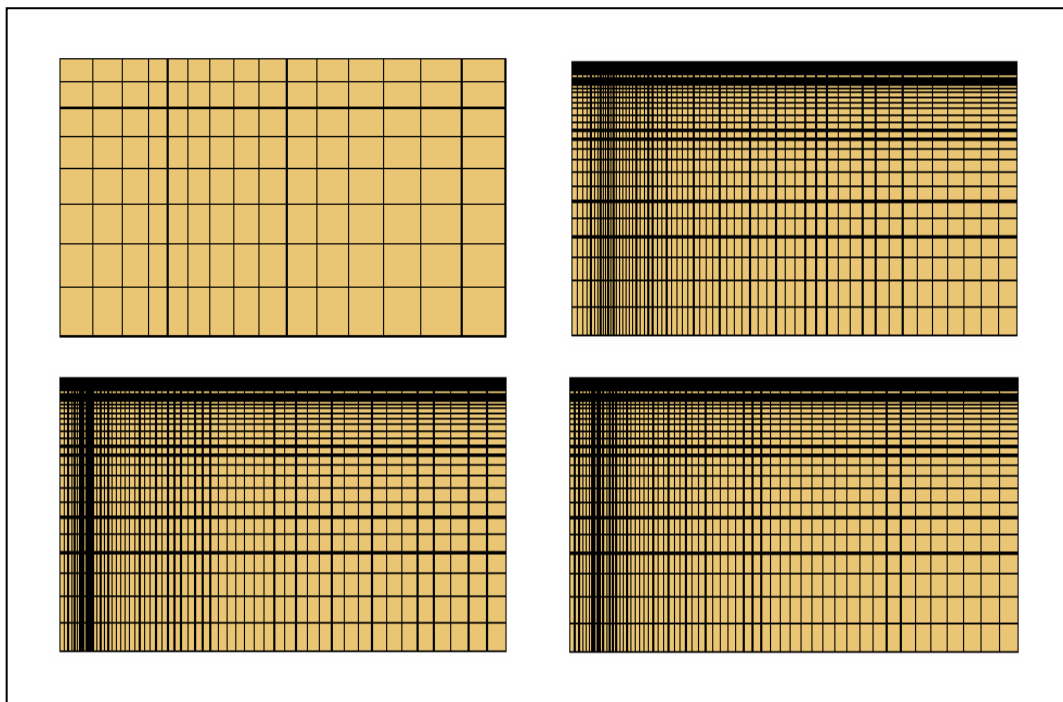


Figure 4.6 : Différent maillages utilisés pour les tests de validation

Les résultats de cette analyse sont montrés dans les tableaux (4.1) et (4.2) où N_e est le nombre d'élément sous la fondation, et les valeurs de N_c et N_γ qui correspondent sont représentées dans la colonne 5 des tableaux.

Tableau 4.1 : Influence du maillage sur le calcul de N_c , pour une fondation rugueuse ($\phi=\psi=20$)

test	Taille (m)	maillage	N_e	N_c
M1	15 x1 x8	15 x1 x8	3 x1=3	16.89
M2	40 x1 x15	60 x3 x30	9 x3=27	15.66
M3	40 x1 x15	60 x4 x30	12 x4=48	15.58
M4	40 x1 x15	60 x5 x30	15 x5=75	15.52

Tableau 4.2 : Influence du maillage sur le calcul de N_γ , pour une fondation rugueuse ($\phi=\psi=20$)

test	Taille (m)	maillage	N_e	N_γ
M1	15 x1 x8	15 x1 x8	3 x1=3	3.98
M2	40 x1 x15	60 x3 x30	9 x3=27	3.69
M3	40 x1 x15	60 x4 x30	12 x4=48	3.60
M4	40 x1 x15	60 x5 x30	15 x5=75	3.53

Discussions :

Les résultats donnés dans les tableaux (4.1) et (4.2) montrent la sensibilité des calculs de N_c et de N_γ par la nature de discrétisation. Pour les deux tests M1 et M4 par exemple la valeur de N_c varie de 16.89 à 15.52 avec une réduction de facteur de presque de 8.11%. Il est bien remarqué que les valeurs de N_γ calculées sont plus proches les unes des autres que celles du facteur N_c .

4.3.3 Influence de la vitesse de déplacement

Afin de montrer l'influence de la vitesse de déplacement dans notre analyse, on a utilisé le maillage M3, en variant la vitesse chaque fois. La figure (4.7), (4.8) et le tableau (4.3) montrent les résultats de cinq analyses.

Tableau 4.3 : Influence de la vitesse de déplacement sur le calcul de N_c et N_γ

Vitesse	N_c	N_γ
10^{-4}	15.75	5.91
10^{-5}	15.67	4.21
10^{-6}	15.49	3.71
10^{-7}	15.28	3.57
10^{-8}	15.19	3.51

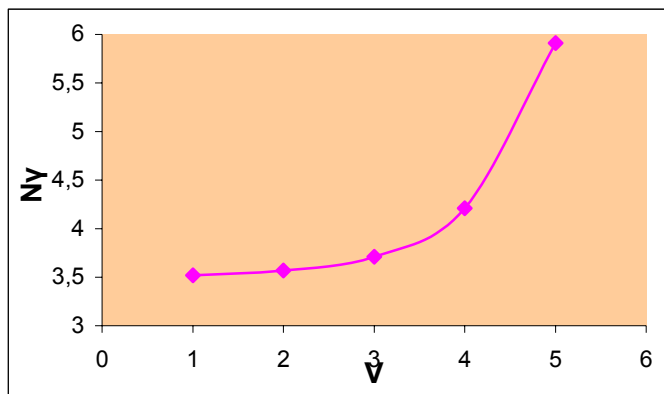


Figure 4.7 : Variation de N_γ en fonction de la vitesse de déplacement

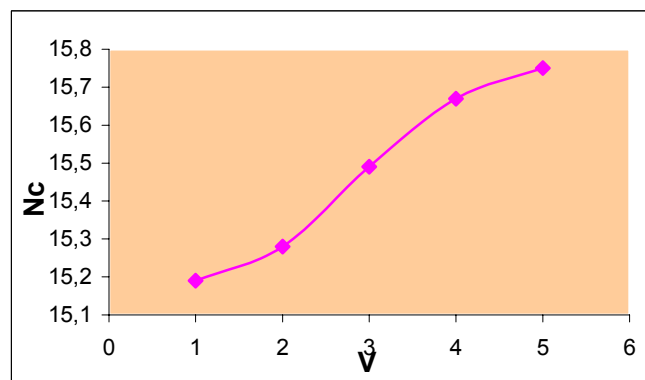


Figure 4.8 : Variation de N_c en fonction de la vitesse de déplacement

Discussions :

On remarque que le choix de la vitesse a une influence remarquable sur l'évaluation de N_γ , par exemple N_γ calculé pour une vitesse de 10^{-4} m/pas (5.91) et celui obtenu pour une vitesse de 10^{-8} m/pas (3.51). On remarque aussi que le plus petit résultat est obtenu avec la plus petite vitesse. Donc pour avoir un bon résultat il faut diminuer la vitesse de déplacement, mais avec une faible vitesse il nous faut un temps d'exécution très considérable. Dans ce cas, une vitesse de 10^{-8} m/pas demande plus 4000000 pas et plus de 10 jours, sur un ordinateur P III, pour donner un résultat. Alors pour notre étude on va essayer d'adopter la vitesse idéale

Par contre l'influence de la vitesse sur le calcul de N_c est presque négligeable ou on note entre les deux valeurs extrêmes une différence de 3.5 % seulement.

4.3.4 Influence du paramètre de l'élasticité G :

Le maillage M1 est utilisé pour étudier l'influence du paramètre de l'élasticité dans le cas particulier de $\phi = 0, \psi=0, \gamma =0, C_u =100$ MPA, la figure (4.9) montre les résultats de trois valeurs de G.

On observe que le module de cisailment influe sur la pente initiale de la courbe charge – déplacement mais pas sur la charge limite.

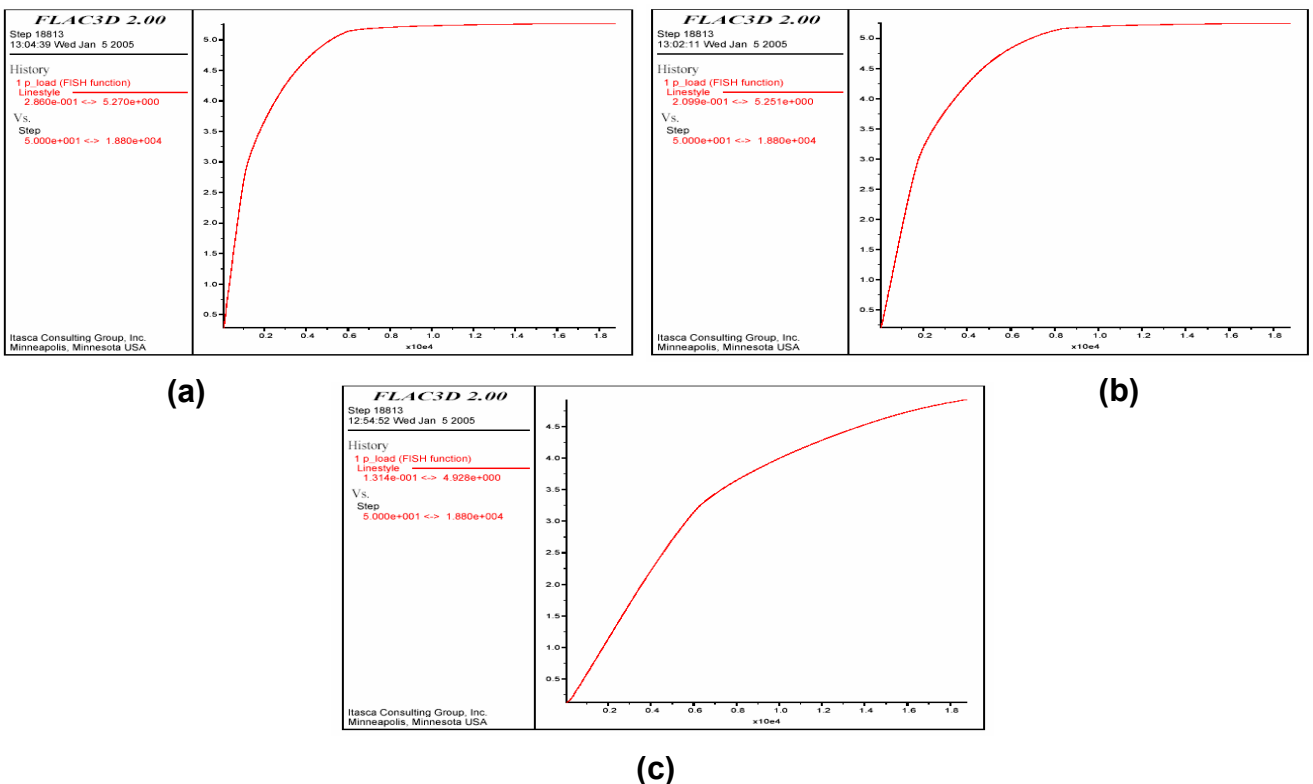


Figure 4.9 : Effet du module de cisailment sur la courbe charge - déplacement :

(a) G=0.1GPA, (b) G=0.05GPA, (c) G=0.01GPA.

4.4 Calcul en 3D des coefficients N_c pour une fondation filante

Dans cette analyse, les solutions ont été calculées pour des rapports de H/B qui varient de 0.2 à 2 et de C_{u1}/C_{u2} qui varient de 0.25 à 5. Ceci couvre la plus part des problèmes d'intérêt pratique

Les tableaux (4.4) et (4.5) montrent une comparaison des valeurs du coefficient de portance N_c trouvées, dans le cas d'une semelle filante parfaitement rugueuse, puis parfaitement lisse en utilisant le code FLAC^{3D} et celles trouvées par plusieurs auteurs dans le cas d'un sol stratifié purement cohérent.

Tableau 4.4 : Valeurs de N_c , pour une semelle filante parfaitement rugueuse

H/B	C1/C2	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	2	2.5	3	4	5
0.2	Flac3D	14.45	9.41	6.745	5.29	4.358	3.724	2.915	2.42	2.087	1.654	1.387
	Lim.inf	5.99	5.99	5.67	4.86	4.06	3.57	2.90	2.46	2.15	1.75	1.48
	Lim.sup	6.52	6.52	6.34	5.32	4.57	4.02	3.24	2.77	2.44	2.00	1.73
0.25	Lim.sup.Chen	7.61	7.61	6.94	5.53	4.69	4.14	3.40	2.92	2.58	2.12	1.82
	(A) + (B)	-	6.00	5.62	5.14	5.14	4.61	3.42	3.04	2.15	1.70	1.42
0.5	Flac3D	7.047	7.047	6.322	5.280	4.523	3.978	3.248	2.783	2.461	2.023	1.725
	Lim.inf	4.98	4.98	4.98	4.94	4.42	4.07	3.52	3.13	2.84	2.44	2.16
	Lim.sup	5.49	5.49	5.49	5.32	4.94	4.48	3.89	3.47	3.16	2.74	2.44
	Lim.sup.Chen	5.78	5.78	5.78	5.53	4.93	4.52	3.94	3.54	3.25	2.83	2.55
	(A) + (B)	-	5.43	5.28	5.14	5.10	4.41	3.51	2.97	2.59	2.11	1.82
1	Flac3D	5.661	5.661	5.652	5.280	4.779	4.359	3.741	3.282	2.913	2.430	2.133
	Lim.inf (MEF)	4.94	4.94	4.94	4.94	4.87	4.77	4.44	4.14	3.89	3.46	3.10
	Lim.sup (MEF)	5.30	5.30	5.30	5.32	5.30	5.18	4.82	4.50	4.24	3.83	3.54
	Lim.sup.Chen	5.53	5.53	5.53	5.53	5.53	5.53	5.11	4.77	4.52	4.14	3.87
	(A) + (B)	-	5.14	5.14	5.14	5.14	5.14	4.46	3.87	3.47	2.94	2.62
1.5	Flac3D	5.353	5.353	5.352	5.280	5.014	4.707	4.111	3.609	3.251	2.80	2.525
	Lim.inf	4.94	4.94	4.94	4.94	4.87	4.87	4.87	4.84	4.69	4.24	3.89
	Lim.sup	5.30	5.30	5.30	5.32	5.27	5.31	5.31	5.32	5.15	4.84	4.56
	Lim.sup.Chen	5.53	5.53	5.53	5.53	5.53	5.53	5.53	5.53	5.53	5.46	5.18
	(A) + (B)	-	5.14	5.14	5.14	5.14	5.14	5.14	4.78	4.35	3.77	3.41
2	Flac3D	5.291	5.291	5.290	5.292	5.20	5.018	4.372	3.90	3.581	3.165	2.912
	Lim.inf	4.94	4.94	4.94	4.94	4.81	4.81	4.81	4.81	4.81	4.81	4.61
	Lim.sup	5.30	5.30	5.30	5.32	5.26	5.26	5.27	5.27	5.27	5.32	5.32
	Lim.sup.Chen	5.53	5.53	5.53	5.53	5.53	5.53	5.53	5.53	5.53	5.53	5.53
	(A) + (B)	-	5.14	5.14	5.14	5.14	5.14	5.14	5.14	5.14	4.60	4.20

Note : (A) valeurs semi empiriques données par Meyerhof&Hanna pour $C_{u1}/C_{u2} > 1$

(B) valeurs empiriques données par Brown & Meyerhof pour $C_{u1}/C_{u2} < 1$

Tableau 4.5 : Valeurs de N_c , pour une semelle filante parfaitement lisse

H/B	C1/C2	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	2	2.5	3	4	5
0.2	Flac3D	7.914	7.907	6.394	5.146	4.301	3.697	2.900	2.411	2.081	1.650	1.385
	Lim.inf	5.44	5.44		4.86	4.06	3.57	2.90	2.46	2.15	1.75	1.48
	Lim.sup	5.89	5.89		5.32	4.57	4.02	3.24	2.77	2.44	2.00	1.73
0.5	Flac3D	5.652	5.651	5.627	5.140	4.482	3.952	3.233	2.774	2.453	2.017	1.722
	Lim.inf	4.86	4.86		4.86	4.42	4.07	3.52	3.13	2.84	2.44	2.16
	Lim.sup	5.31	5.31		5.32	4.94	4.48	3.89	3.47	3.16	2.74	2.44
1	Flac3D	5.215	5.215	5.214	5.143	4.736	4.331	3.721	3.264	2.900	2.420	2.127
	Lim.inf	4.94	4.94		4.94	4.87	4.77	4.44	4.14	3.89	3.46	3.10
	Lim.sup	5.30	5.30		5.30	5.30	5.18	4.82	4.50	4.24	3.83	3.54
1.5	Flac3D	5.153	5.152	5.151	5.145	4.966	4.674	4.086	3.574	3.238	2.789	2.515
	Lim.inf	4.94	4.94		4.74	4.87	4.87	4.87	4.84	4.69	4.24	3.89
	Lim.sup	5.30	5.30		5.30	5.27	5.31	5.31	5.32	5.15	4.84	4.56
2	Flac3D	5.139	5.139	5.138	5.135	5.111	4.971	4.353	3.884	3.566	3.152	2.899
	Lim.inf											
	Lim.sup											

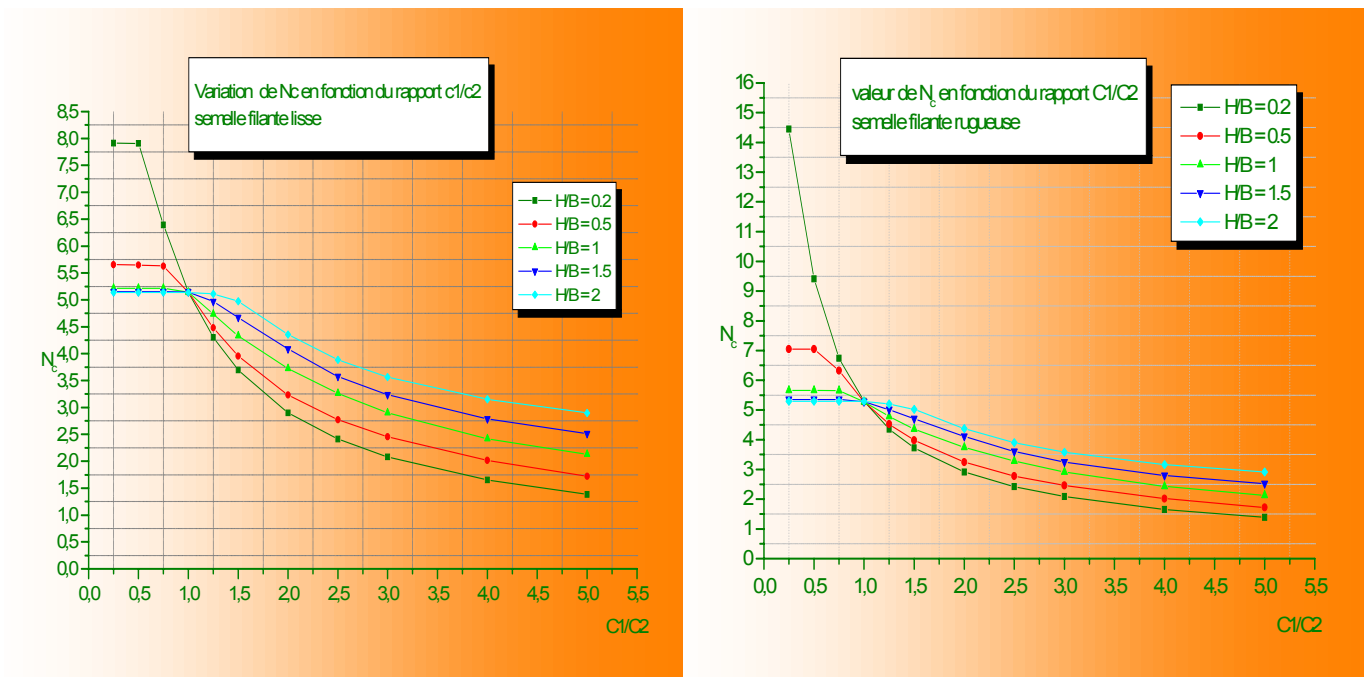


Figure 4.10 : Variation de N_c en fonction du rapport C_{u1}/C_{u2} pour une semelle filante parfaitement lisse et parfaitement rugueuse.

Discussion et interprétation des résultats

Les tableaux 4.4 et 4.5 ainsi que la figure 4.10 montrent la variation de N_c en fonction du rapport C_{u1}/C_{u2} et du rapport H/B . L'interprétation des valeurs obtenues en utilisant le code de calcul FLAC^{3D}, la solution théorique de la limite inférieure et de la limite supérieure de l'analyse limite et la limite supérieure de Chen, est nécessaire.

Charge limite

Semelle sur une argile résistante surmontant une argile molle ($C_{u1}/C_{u2} \geq 1$)

Une certaine convergence des résultats trouvés en utilisant le code FLAC^{3D}, ceux de la limite supérieure analytique obtenus par Chen (1975) qui a assumé un mécanisme de rupture circulaire simple et ceux obtenus par l'analyse limite en éléments finis est constatée dans les cas suivants :

- Pour toutes les valeurs de H/B avec $C_{u1}/C_{u2} \leq 1.25$ elle est de l'ordre de 13% au maximum.
- Dans le cas du sol homogène ($C_{u1}/C_{u2} = 1$), les trois solutions donnent de bons résultats.
- Dans les autres cas, il y a des divergences qui peuvent être causées par l'introduction de la troisième dimension dans l'analyse en utilisant le code FLAC^{3D}. Elle est croissante avec l'augmentation du rapport de H/B.

Les résultats de l'analyse limite en éléments finis indiquent clairement que le mécanisme de rupture donnant la meilleure limite supérieure, pénètre profondément dans la couche inférieure molle.

- Les résultats de Meyerhof & Hanna (1978), indiquent qu'en diminuant la résistance relative de la deuxième couche d'argile on constate pour les conditions suivantes :
Si $H/B = 1$, que l'effet est prépondérant sur la charge limite.
Si $H/B > 1$, que cet effet est retardé.
- La comparaison des résultats du code FLAC^{3D} avec ceux des solutions semi empiriques de Meyerhof & Hanna (1978), indique clairement une convergence des résultats, elle est constatée dans les cas suivants :
- Pour $H/B \geq 1$ avec $C_{u1}/C_{u2} \leq 1.25$ elle est de l'ordre de 8% au maximum.
- Pour $H/B < 1$ avec $C_{u1}/C_{u2} \geq 3$ elle est de l'ordre de 6% au maximum

La divergence dans les autres cas ne peut être expliquée que par leur hypothèse qu'un seul type de mécanisme de rupture existe.

2) Semelle sur une argile molle surmontant une argile résistante ($C_{u1}/C_{u2} < 1$)

Les résultats obtenus par FLAC^{3D} et ceux de la limite supérieure et la limite inférieure de l'analyse limite indiquent clairement que :

- Pour $H/B \leq 0.5$, la valeur du coefficient N_c augmente avec la résistance relative de la couche inférieure.
- Pour $H/B > 0.5$, La charge limite diminue avec l'augmentation de H/B et elle est indépendante de la résistance de la couche inférieure.

Les valeurs trouvées en utilisant le code FLAC^{3D} sont :

- De 6 à 29% pour $H/B \leq 1$ et de 1% pour $H/B > 1$, supérieures aux solutions de la borne supérieure de l'analyse limite (1998).
- De 2 à 18% supérieures pour $H/B \leq 1$ et de 3 à 5% inférieures pour $H/B > 1$ aux solutions de la limite supérieure de Chen (1975).
- De 9 à 23% pour $H/B \leq 1$ et de 3 à 4% pour $H/B > 1$, supérieures aux solutions empiriques de Brown et Meyerhof (1969)

Le mécanisme de rupture.

Les résultats obtenus par FLAC^{3D} et ceux de la limite supérieure et la limite inférieure indiquent clairement qu'une relation complexe existe entre la rupture par cisaillement, le rapport des cohésions C_{u1}/C_{u2} et le rapport H/B alors qu'elle est simple dans l'analyse de Chen (1975) qui a assumé un mécanisme de rupture circulaire simple.

La rupture, généralement se produit, par cisaillement par poinçonnement complet ou partiel à travers la couche supérieure suivi d'un affaissement de la couche inférieure.

Le cisaillement par poinçonnement complet est caractérisé par une séparation verticale complète de la couche supérieure qui ensuite agit effectivement comme sol rigide qui poinçonne la couche inférieure. Par contre seulement une petite séparation verticale de la couche supérieure est évidente dans le cas d'un cisaillement par poinçonnement partiel, avec en même temps des déformations locales (verticales et latérales) de la colonne du sol au dessous de la semelle.

L'importance et la forme de l'affaissement au sein de la couche inférieure dépendent en même temps de la profondeur et de la résistance relative à la couche supérieure qui la surmonte, ceci est mieux illustré par les diagrammes des vecteurs déplacement montrés ci-dessous fig.4.14.

Semelle sur une argile résistante surmontant une argile molle ($C_{u1}/C_{u2} \geq 1$)

Le cisaillement par poinçonnement complet se produit typiquement pour $H/B \leq 0.5$ et il est indépendant du rapport C_{u1}/C_{u2} . Pour $H/B > 0.5$, la séparation entre poinçonnement complet et partiel se produit et dépend du rapport $C_{u1}/C_{u2} \leq 2$, (cas modérément résistant).

Dans le cas où la couche supérieure devient très résistante par rapport à la couche inférieure $C_{u1}/C_{u2} > 2$, le poinçonnement complet à travers la première couche se produit quelque soit la valeur du rapport H/B . La couche supérieure très résistante, sert alors pour limiter de manière importante le mouvement latéral et vertical du sol contenu dans la couche molle sous-jacente. Cela résulte en la formation d'une zone profonde de cisaillement

plastique dans la couche inférieure fig.4.16, et pour tous les cas de H/B , une zone élastique locale est formée immédiatement dans la couche supérieure adjacente à la fondation.

Le phénomène de zone de plasticité

Pour les conditions suivantes :

- $H/B \leq 0.5$ et $C_{u1}/C_{u2} \geq 4$
- $H/B = 1$ et $C_{u1}/C_{u2} > 2,5$
- $H/B = 1.5; 2$ et $C_{u1}/C_{u2} = 2$

Les soulèvements au sein de la couche inférieure sont empêchés, entraînant ainsi une augmentation dans le degré de la zone de plasticité fig.4.14.

La couche supérieure devient très résistante par rapport à la couche inférieure. Elle est considérée comme étant élastique, avec une zone de plasticité se situant à la limite inférieure du massif. On peut dire qu'elle se comporte comme étant un corps rigide, élastique et solidaire à la semelle.

Semelle sur une argile molle surmontant une argile résistante ($C_{u1}/C_{u2} < 1$)

- Pour $H/B \leq 0.5$, Pour tous ces cas, la proportion d'affaissement au sein de la couche inférieure diminue lorsque la résistance augmente.

- Pour $H/B > 0.5$, le mécanisme de rupture est complètement contenu dans la couche supérieure, ceci est illustré dans la figure 4.11. Quand le mécanisme de rupture est contenu dans la couche supérieure, la rupture se produit par confinement latéral et le mécanisme de rupture locale n'est pas par conséquent un mécanisme de glissement circulaire ($C_{u1}/C_{u2} \leq 0.5$ et $H/B \leq 1$).

- Pour $H/B = 0.5$ et $C_{u1}/C_{u2} \leq 0.5$ la rupture est complètement contenue dans la première couche, l'effet de l'augmentation de la résistance de la deuxième couche est prédominant.

- Pour tous les cas ou $H/B > 0.5$, la rupture se produit entièrement dans la couche supérieure,

Effet de la rugosité de la semelle

Les résultats obtenus par FLAC^{3D} montrent que l'effet de la variation de la rugosité sur l'évaluation approximative du facteur N_c , quand la semelle est prise comme lisse au lieu de rugueuse, est :

- Pour $H/B \geq 1$, il est de l'ordre de 8% au maximum et il est indépendant de la résistance de la couche inférieure.

- Pour $H/B < 1$ et $C_{u1}/C_{u2} < 1$, il est de l'ordre de 5% à 45%.

Le mécanisme de rupture, quand la semelle est prise comme lisse au lieu de rugueuse, est moins large et moins profond.

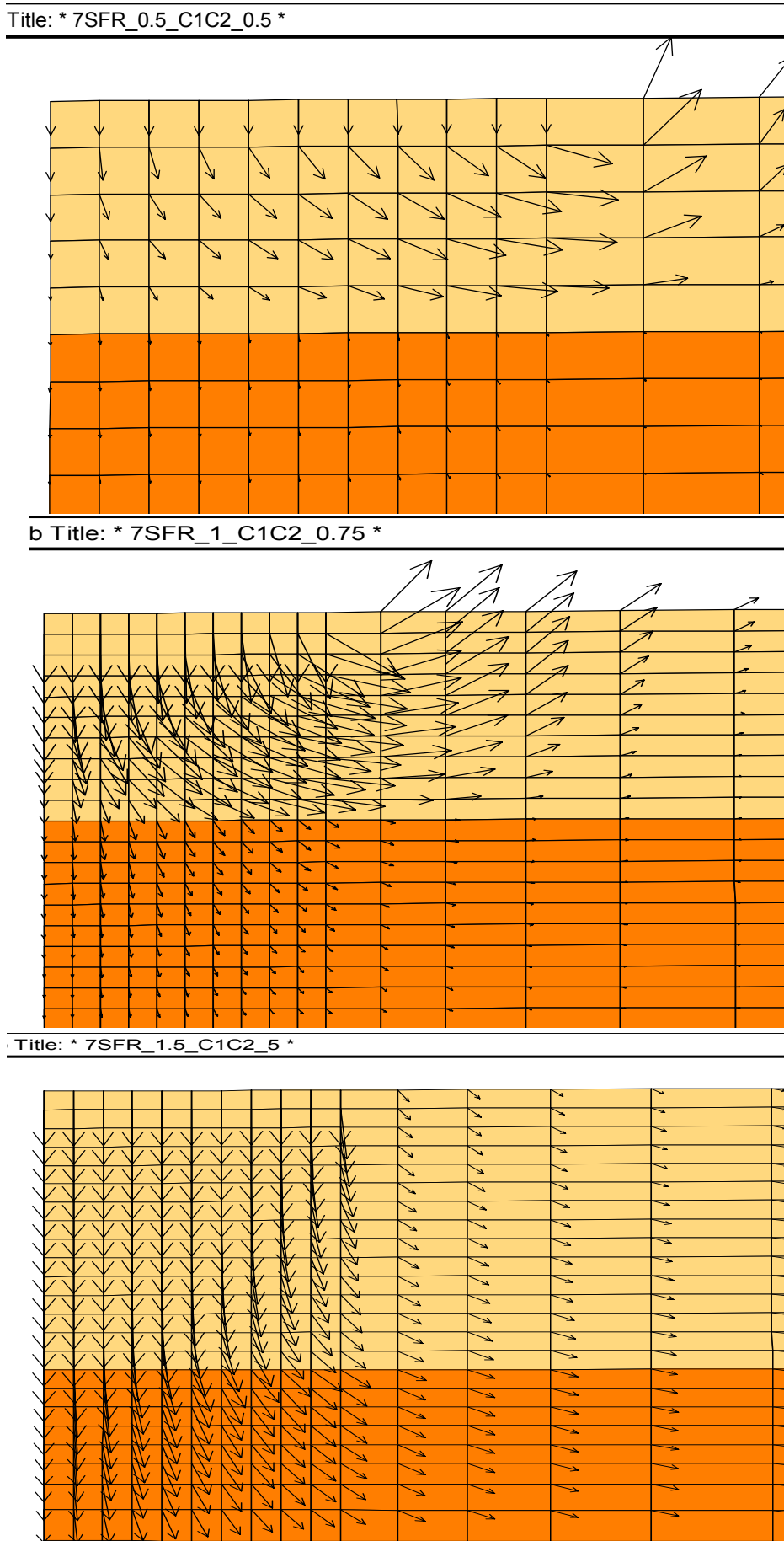


Fig. 4.11 Influence de H/B, C_{u1}/C_{u2} et de l'interface sur le mécanisme de rupture

4.5 Calcul en 3D des coefficients N_γ pour une semelle filante

En utilisant le code de calcul FLAC^{3D}, les tableaux (4.6), (4.7), (4.8) et (4.9), montrent la variation des valeurs des coefficients de portance N_γ trouvées, dans les cas d'une semelle filante, parfaitement lisse et parfaitement rugueuse, reposant sur une couche de sable dont l'angle de frottement interne ϕ égal à 30° et 40° , surmontant une couche d'argile purement cohérente ; en prenant en considération l'influence du rapport $c_u/\gamma B$, H/B et de ϕ .

Tableau 4.6 : Valeurs de N_γ , pour une semelle filante parfaitement lisse $\phi = 30^\circ$

H/B \ $c_u/\gamma B$	2	3	4	5
0.2	17.37	24.79	31.90	38.73
0.5	15.91	20.72	24.46	27.28
1	16.98	19.13	19.14	19.18
1.5	18.94	18.99	18.99	18.99
2	18.99	19.00	19.00	19.00

Tableau 4.7 : Valeurs de N_γ , pour une semelle filante parfaitement lisse $\phi = 40^\circ$

H/B \ $c_u/\gamma B$	2	3	4	5
0.2	20.24	29.75	39.15	48.45
0.5	21.66	30.95	39.73	48.18
1	25.86	35.52	44.40	52.62
1.5	32.17	42.80	52.35	61.00
2	40.10	52.03	62.62	72.21

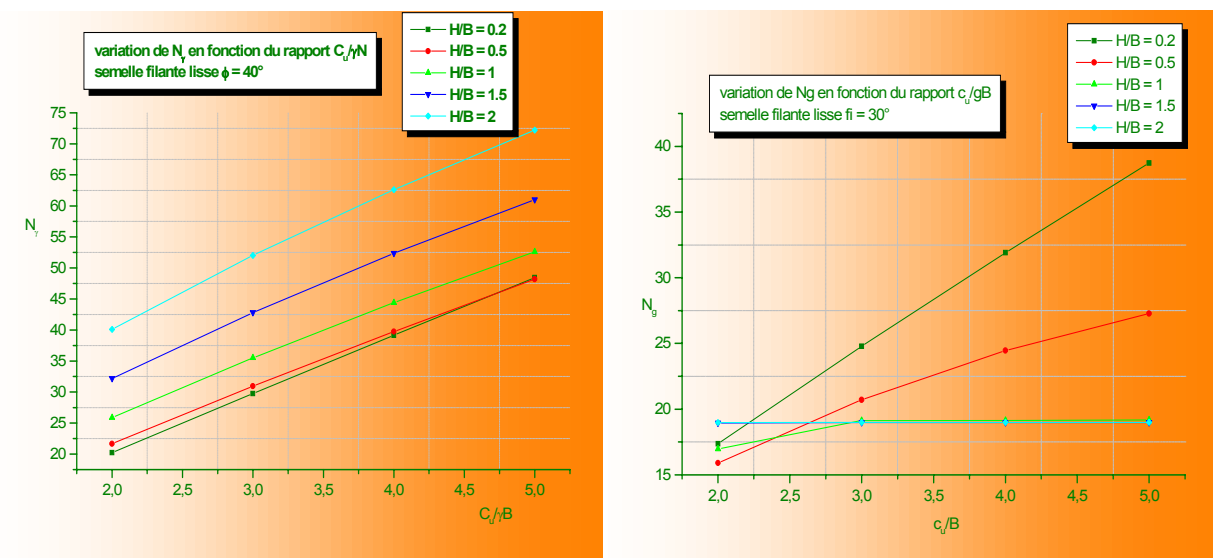


Fig. 4.12 Variation de N_γ en fonction de $c_u/\gamma B$ semelle parfaitement lisse

Tableau 4.8 : Valeurs de N_γ , pour une semelle filante parfaitement rugueuse $\phi = 30^\circ$

$H/B \backslash c_u/\gamma B$	2	3	4	5
0.2	20.05	29.66	39.03	48.27
0.5	19.09	27.00	34.40	41.40
1	20.06	26.76	32.50	37.51
1.5	22.81	29.05	34.02	37.88
2	26.90	33.19	37.41	38.78

Tableau 4.9 : Valeurs de N_γ , pour une semelle filante parfaitement rugueuse $\phi = 40^\circ$

$H/B \backslash c_u/\gamma B$	2	3	4	5
0.2	21.13	31.43	41.62	51.72
0.5	22.37	32.55	42.47	52.17
1	26.57	37.09	47.10	56.71
1.5	32.79	44.16	54.73	64.69
2	40.65	53.29	64.82	76.30

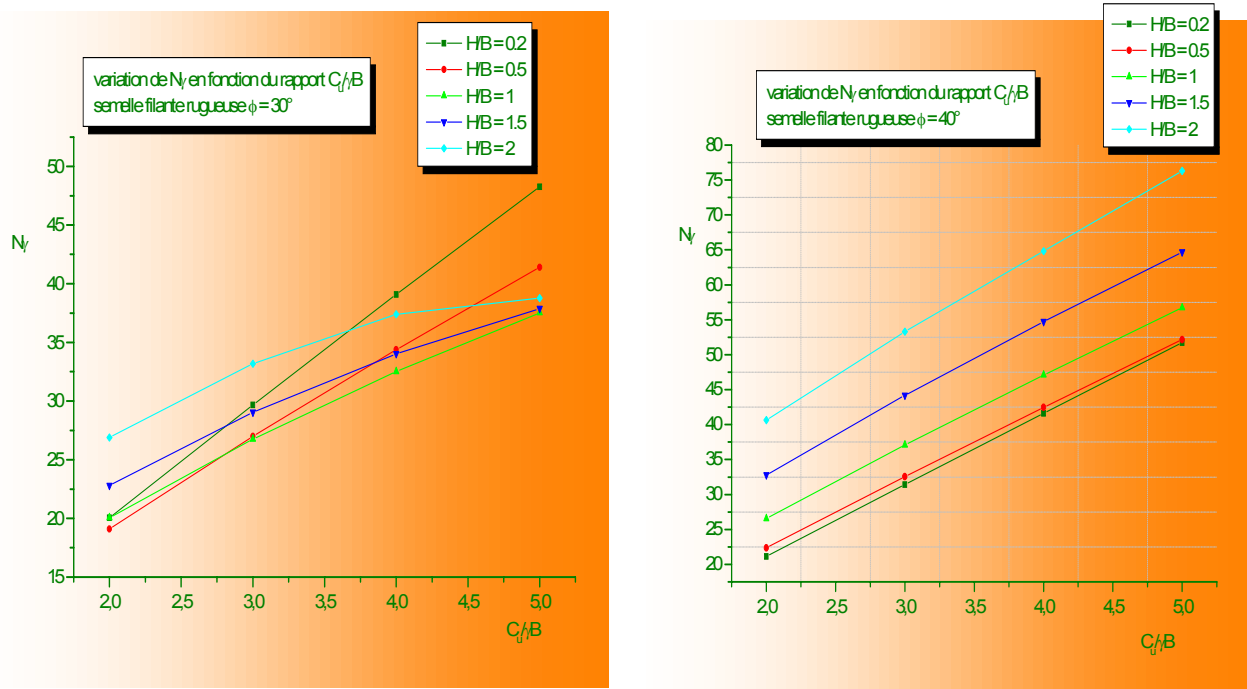


Fig. 4.13 Variation de N_γ en fonction de $c_u/\gamma B$ semelle parfaitement rugueuse

Tableau 4.10 : Valeurs de $N_\gamma/2$, pour une semelle filante parfaitement rugueuse $\phi = 40^\circ$, $H/B=1$

$c_u/\gamma B$	Flac ^{3D}	Borne Inf. (2003)	Burd&Frydman (1996)	Borne Sup. (2003)	Michalowski & Shi (1995)
2	13.287	14.58	15	16.58	17.50
3	18.95	19	20.08	21.83	22.92
4	23.55	22.75	25.08	26.25	28.42
5	28.355	26.17	29	30.25	33.08

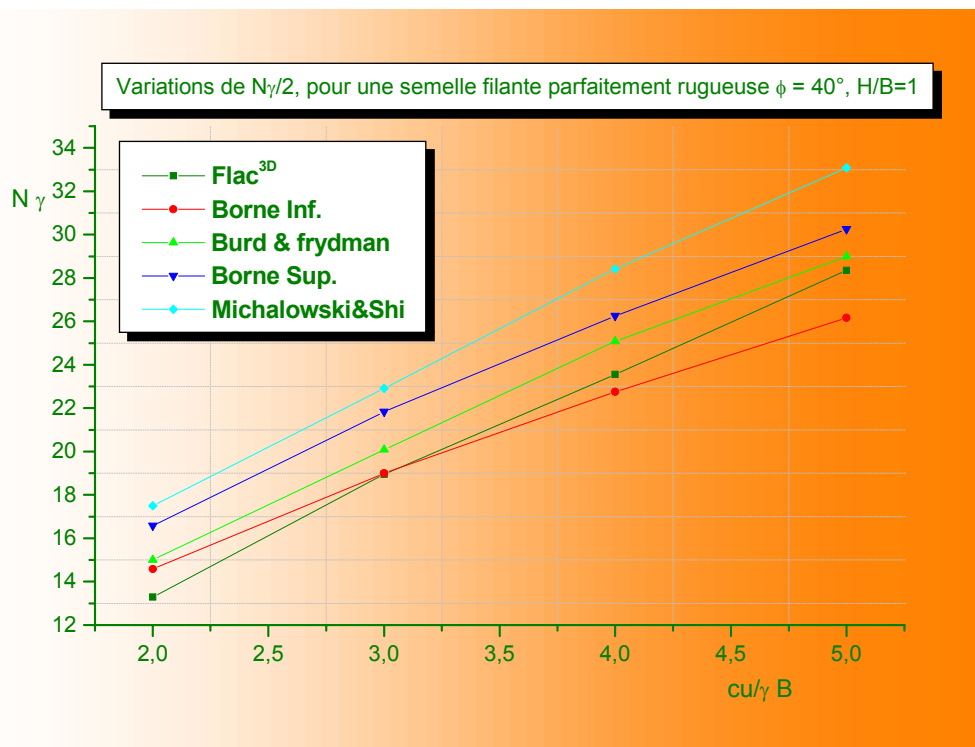


Fig. 4.14 Variation de $N_\gamma/2$ en fonction de $c_u/\gamma B$ semelle parfaitement rugueuse

Résultats et discussion

Les tableaux (4.6), (4.7), (4.8) et (4.9), ainsi que les figures 4.12 et 4.13, montrent une comparaison des valeurs des coefficients N_γ en utilisant le code FLAC^{3D} et celles déduites de la courbe (fig. 4.14), dans le cas d'une semelle filante, parfaitement lisse et parfaitement rugueuse, reposant sur une couche de sable surmontant une couche d'argileux purement cohérente. On suppose que :

- Les couches de sol obéissent à une loi d'écoulement associée.
- En prenant une variation de gamme de paramètres, à savoir : la profondeur et l'angle de frottement ϕ de la couche de sable, la cohésion de la couche d'argile non drainée et l'influence de la rugosité de l'interface.

Les évaluations de N_γ sont comparées avec la solution de la méthode des déplacements des éléments finie de Burd et Frydman (1996), la prédiction de l'analyse cinématique de Michalowski et Shi (1995) et enfin les techniques avancées de la limite supérieure et inférieure de la capacité portante de J. S. Shiao, A. V. Lyamin et S. W. Sloan. Ces comparaisons sont dressées dans la figure 4.14, et sont pour le cas où $\phi=40$ et $H/B=1$

Charge limite

Les résultats trouvés en utilisant le code FLAC^{3D} sont :

- De 2 à 13% inférieurs aux résultats numériques rapportés par Burd et Frydman (1996), qui représentent des valeurs moyennes obtenues par la méthode des déplacements des

éléments finis et l'analyse en différence finies, leurs prédictions de N_γ se trouvent près de la moyenne des évaluations de la borne supérieure et la borne inférieure de l'analyse limite.

-De 0 à 8% inférieur aux solutions de la borne supérieure de l'analyse limite.

L'augmentation de la hauteur de la couche de sable n'influe pas sur N_γ dans le cas où $\varphi=30^\circ$, alors qu'elle est visible pour $\varphi=40^\circ$, par contre, l'influence est prédominante lorsque la cohésion de la couche d'argile augmente.

L'influence de l'angle de frottement interne sur la valeur de N_γ est importante, ce dernier augmente par un facteur allant de 1.05 à 1.97 lorsque φ augmente de 30° à 40° .

Comme attendu, la résistance de la couche de sable, ainsi que la résistance au cisaillement de la couche d'argile ont une grande influence sur le facteur N_γ , son augmentation est linéairement proportionnelle au rapport de $C_u/\gamma B$, ceci est illustré sur la figure 4.13.

Le mécanisme de rupture.

Les figures 4.15, montrent les diagrammes des vecteurs de déplacement pour différentes valeurs de H/B , φ , et $C_u/\gamma B$.

- L'affaissement de la semelle associé d'un mouvement ascendant de sable se produit typiquement pour tous les cas étudiés, il est indépendant de $C_u/\gamma B$ et H/B .

- Pour $\varphi=30^\circ$, La séparation entre poinçonnement complet et partiel du mécanisme de rupture n'est pas visible

- Pour $H/B \leq 1$ le mécanisme de rupture est complètement contenu dans la deuxième couche, il devient moins profond et moins large lorsque $C_u/\gamma B$ augmente.

- Pour $H/B > 1$ et $C_u/\gamma B \geq 4$ Le mécanisme de rupture est complètement contenu dans la première couche et la charge limite varie de 8% au plus avec la variation de H/B .

- L'influence de la cohésion de la couche d'argile a un grand effet sur l'allure et la profondeur du mécanisme de rupture.

Ces diagrammes montrent clairement l'amélioration de N_γ qui résulte de l'augmentation de la cohésion de la couche d'argile, cependant on note qu'une fois le rapport $H/B \geq 2$ (profondeur critique), le mécanisme de rupture est complètement contenu dans la première couche (couche de sable), et N_γ devient indépendant de la résistance au cisaillement de la couche d'argile, l'existence de cette profondeur critique est clairement évidente sur la figure 4.13 où l'angle de frottement interne $\varphi=30^\circ$ dans le cas d'une interface rugueuse. Par contre lorsque la semelle est parfaitement lisse, cette profondeur critique est égale à 1.5

Effet de la rugosité de la semelle

L'évaluation approximative du facteur N_γ est réduite par un facteur allant de 1.15 à 2 quand la semelle est prise comme lisse au lieu de rugueuse dans le cas où l'angle de frottement interne $\varphi'=30^\circ$, par contre lorsque l'angle de frottement interne $\varphi'=40^\circ$, le facteur N_γ est réduit par un facteur allant de 1.01 à 1.08. Cela veut dire que l'augmentation de l'angle de frottement interne n'influe pas sur la valeur de N_γ quand la semelle est prise comme lisse, le mécanisme de rupture dans ce cas devient plus profond et plus large.

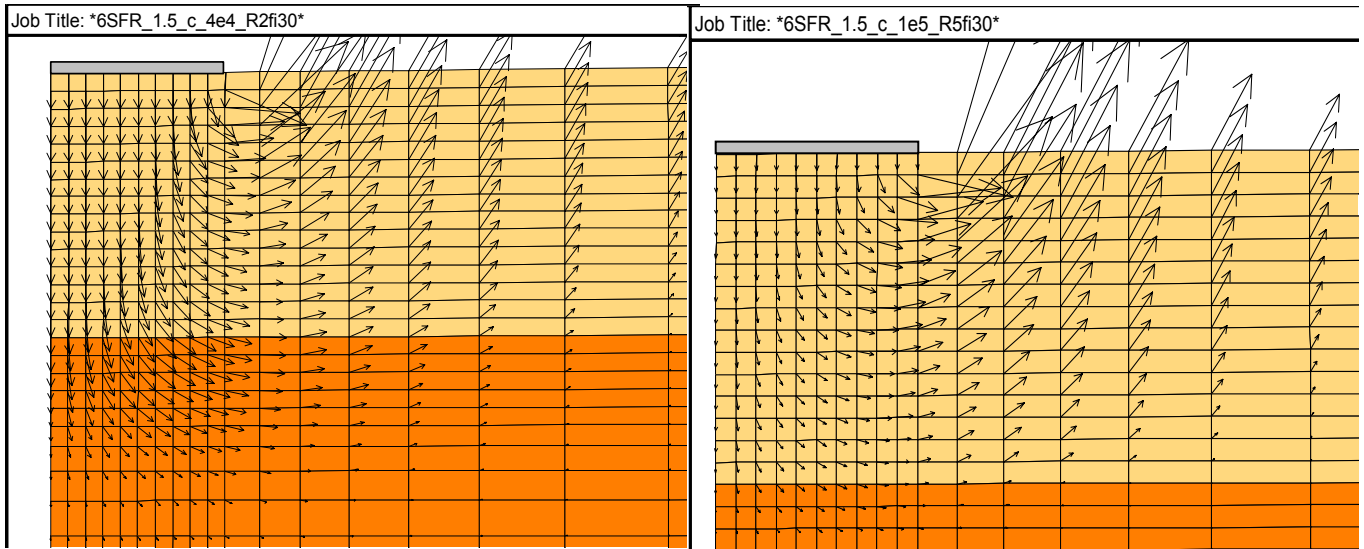
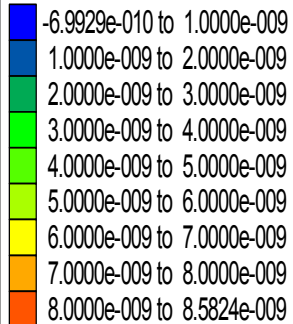


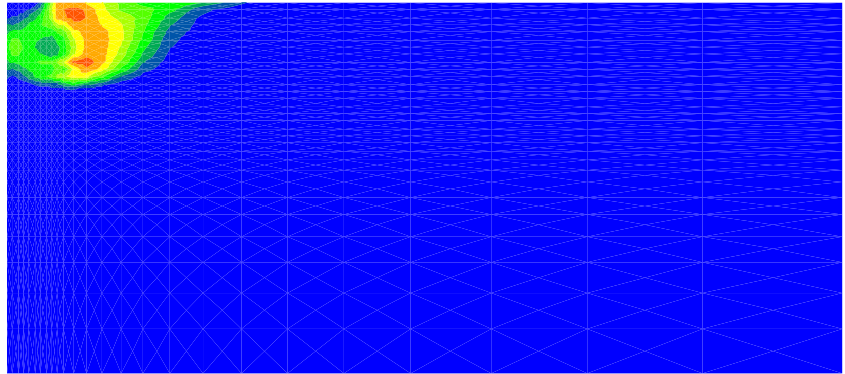
Fig. 4.15 Influence de H/B , $C_u/\gamma B$ et de l'interface sur le mécanisme de rupture

Contour of Shear Strain Rate

Gradient Calculation

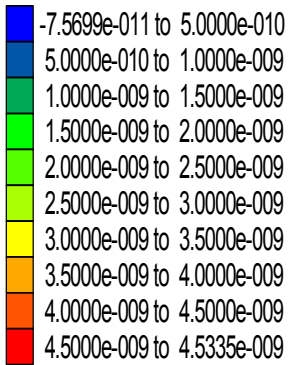


Interval = 1.0e-009

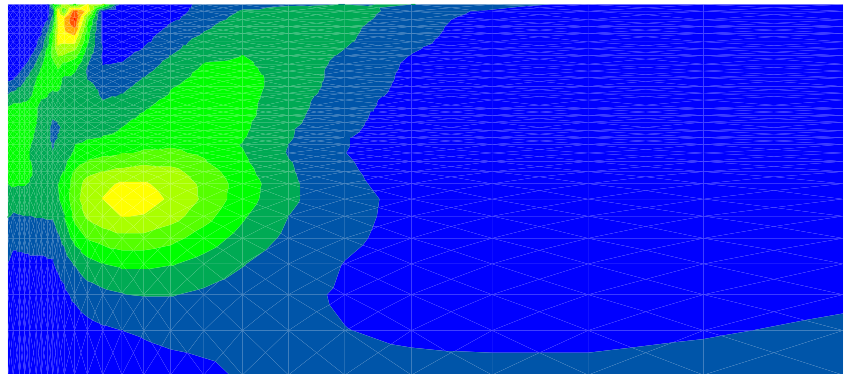


Contour of Shear Strain Rate

Gradient Calculation

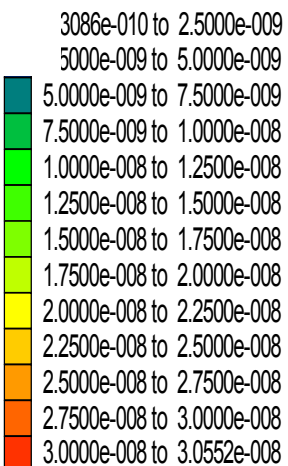


Interval = 5.0e-010



Contour of Shear Strain Rate

Gradient Calculation



Interval = 2.5e-009

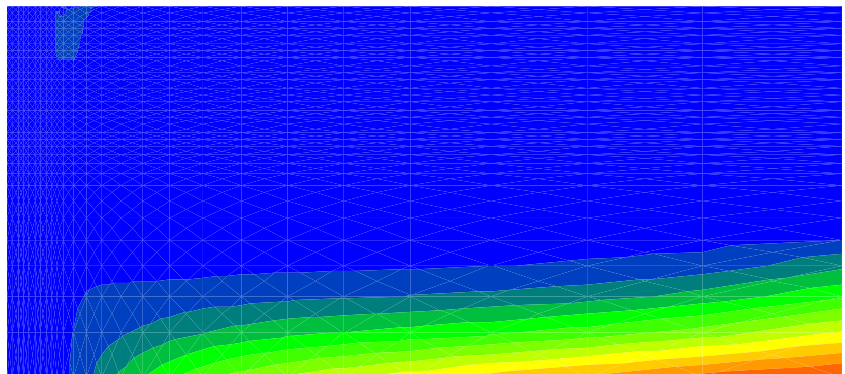


Figure 4.16 : Distribution des déformations maximales de cisaillement pour une semelle filante.

4.6 - Calcul en 3D des coefficients N_c^* pour une semelle carrée

N_c^* est déterminé dans le cas d'une semelle carrée reposant sur un sol stratifié purement cohérent en prenant en considération l'influence du rapport des cohésions C_{u1} / C_{u2} qui varie de 0.2 à 2 et du rapport de la distance de la première couche d'argile à la base de la fondation H/B qui varie de 0.25 à 5.

Les tableaux (4.10_a et b) montrent la variation des valeurs du coefficient de portance N_c^* trouvées dans le cas d'une semelle carrée soit parfaitement rugueuse, soit parfaitement lisse en utilisant le code FLAC^{3D}.

Tableaux 4.10 : Valeurs des coefficients « N_c^* » pour une semelle carrée

a/ Interface parfaitement lisse :

H/B	C_{u1}/C_{u2}	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	2	2.5	3	4	5
0.2	FLAC ^{3D}	6.919	6.816	6.344	5.519	4.864	4.349	3.599	3.088	2.725	2.239	1.927
0.5	,,	5.600	5.600	5.601	5.516	5.281	4.969	4.377	3.924	3.571	3.057	2.708
1	,,	5.517	5.517	5.518	5.516	5.511	5.491	5.265	4.893	4.566	4.064	3.74
1.5	,,	5.516	5.516	5.516	5.516	5.515	5.514	5.509	5.468	5.311	4.913	4.598
2	,,	5.516	5.516	5.516	5.516	5.516	5.515	5.515	5.513	5.511	5.481	5.353

b/ Interface parfaitement rugueuse :

H/B	$C1/C2$	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	2	2.5	3	4	5
0.2	FLAC3D	10.80	9.189	7.206	5.947	5.085	4.406	3.625	3.096	2.729	2.240	1.927
0.5	,,	6.50	6.496	6.415	5.947	5.466	5.049	4.404	3.934	3.577	3.059	2.708
1	,,	5.966	5.966	5.965	5.947	5.859	5.714	5.325	4.922	4.584	4.073	3.721
1.5	,,	5.950	5.949	5.948	5.947	5.945	5.933	5.833	5.608	5.359	4.935	4.611
2	,,	5.948	5.948	5.948	5.947	5.946	5.945	5.936	5.912	5.852	5.639	5.404

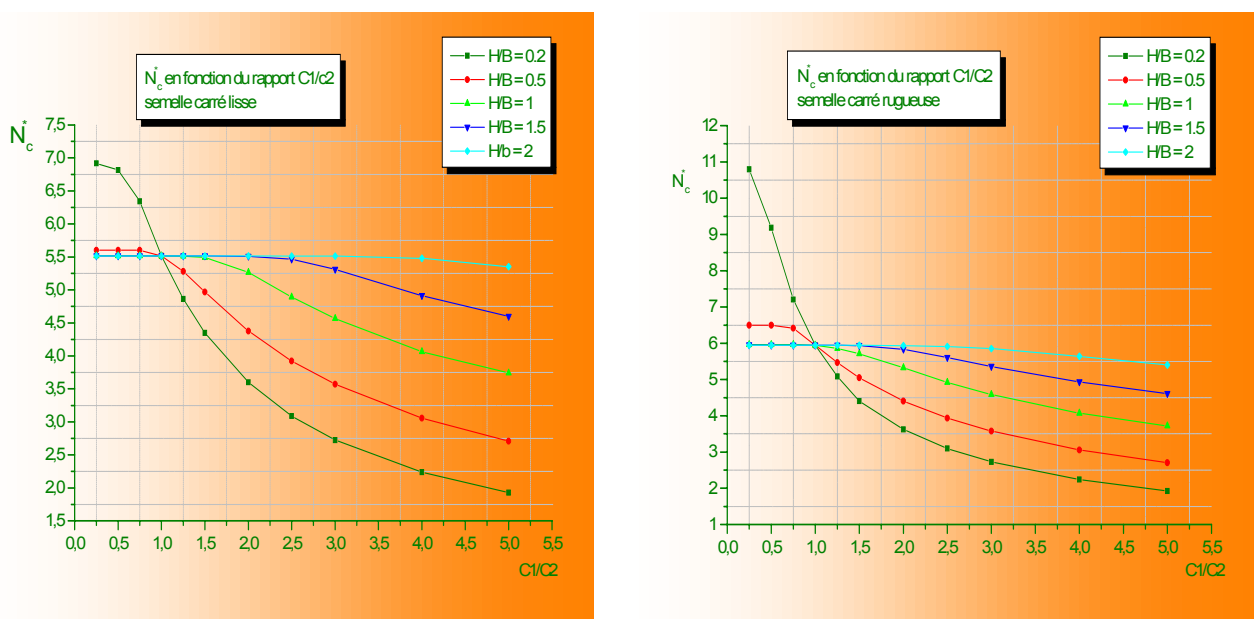


Fig. 4.15 - Courbes des coefficients N_c^* pour une fondation carrée

4.6.1 - Etude du coefficient S_c

Dans le but de mettre en évidence la sensibilité du facteur de forme S_c à :

- La nature de l'interface entre la fondation et le sol,
- Le rapport des cohésions C_{u1}/C_{u2}
- Le rapport de la distance de la première couche d'argile à la base de la fondation H/B ,

Les tableaux 4.11 : (a), (b) donnent les valeurs du coefficient S_c calculées par le logiciel FLAC^{3D} pour les deux cas d'interface, parfaitement rugueuse et parfaitement lisse.

Tableaux 4.11 : Valeurs des coefficients « S_c » pour une semelle carrée

a/ Interface lisse :

H/B	C1/C2	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	2	2.5	3	4	5
0.2	S. carrée	6.919	6.816	6.344	5.519	4.864	4.349	3.599	3.088	2.725	2.239	1.927
	S. filante	7.914	7.907	6.394	5.146	4.301	3.697	2.900	2.411	2.081	1.650	1.385
	S_c	0.87	0.86	0.99	1.07	1.13	1.18	1.24	1.28	1.31	1.36	1.39
0.5	S. carrée	5.600	5.600	5.601	5.516	5.281	4.969	4.377	3.924	3.571	3.057	2.708
	S. filante	5.652	5.651	5.627	5.146	4.482	3.952	3.233	2.774	2.453	2.017	1.722
	S_c	0.99	0.99	0.995	1.07	1.18	1.26	1.35	1.42	1.46	1.52	1.57
1	S. carrée	5.517	5.517	5.518	5.516	5.511	5.491	5.265	4.893	4.566	4.064	3.74
	S. filante	5.215	5.215	5.214	5.146	4.736	4.331	3.721	3.264	2.900	2.420	2.127
	S_c	1.06	1.06	1.06	1.07	1.16	1.27	1.42	1.5	1.57	1.68	1.76
1.5	S. carrée	5.516	5.516	5.516	5.516	5.515	5.514	5.509	5.468	5.311	4.913	4.598
	S. filante	5.153	5.152	5.151	5.145	4.966	4.674	4.086	3.574	3.238	2.789	2.515
	S_c	1.07	1.07	1.07	1.07	1.11	1.18	1.35	1.53	1.64	1.76	1.83
2	S. carrée	5.516	5.516	5.516	5.516	5.516	5.515	5.515	5.513	5.511	5.481	5.353
	S. filante	5.139	5.139	5.138	5.135	5.111	4.971	4.353	3.884	3.566	3.152	2.899
	S_c	1.07	1.07	1.07	1.07	1.08	1.11	1.27	1.42	1.56	1.74	1.85

b/ Interface rugueuse :

H/B	C1/C2	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	2	2.5	3	4	5
0.2	S. carrée	10.80	9.189	7.206	5.947	5.085	4.406	3.625	3.096	2.729	2.240	1.927
	S. filante	14.45	9.41	6.745	5.29	4.358	3.724	2.915	2.42	2.087	1.654	1.387
	S_c	0.75	0.89	1.07	1.12	1.17	1.18	1.24	1.28	1.31	1.35	1.39
0.5	S. carrée	6.50	6.496	6.415	5.947	5.466	5.049	4.404	3.934	3.577	3.059	2.708
	S. filante	7.047	7.047	6.322	5.280	4.523	3.978	3.248	2.783	2.461	2.023	1.725
	S_c	0.92	0.92	1.02	1.13	1.21	1.27	1.36	1.41	1.45	1.51	1.57
1	S. carrée	5.966	5.966	5.965	5.947	5.859	5.714	5.325	4.922	4.584	4.073	3.721
	S. filante	5.661	5.661	5.652	5.280	4.779	4.359	3.741	3.282	2.913	2.430	2.133
	S_c	1.05	1.05	1.06	1.13	1.23	1.31	1.42	1.50	1.57	1.68	1.75
1.5	S. carrée	5.950	5.949	5.948	5.947	5.945	5.933	5.833	5.608	5.359	4.935	4.611
	S. filante	5.353	5.353	5.352	5.280	5.014	4.707	4.111	3.609	3.251	2.80	2.525
	S_c	1.11	1.11	1.11	1.13	1.19	1.26	1.42	1.55	1.65	1.76	1.83
2	S. carrée	5.948	5.948	5.948	5.947	5.946	5.945	5.936	5.912	5.852	5.639	5.404
	S. filante	5.291	5.291	5.290	5.292	5.20	5.018	4.372	3.90	3.581	3.165	2.912
	S_c	1.12	1.12	1.12	1.12	1.14	1.19	1.36	1.52	1.63	1.78	1.86

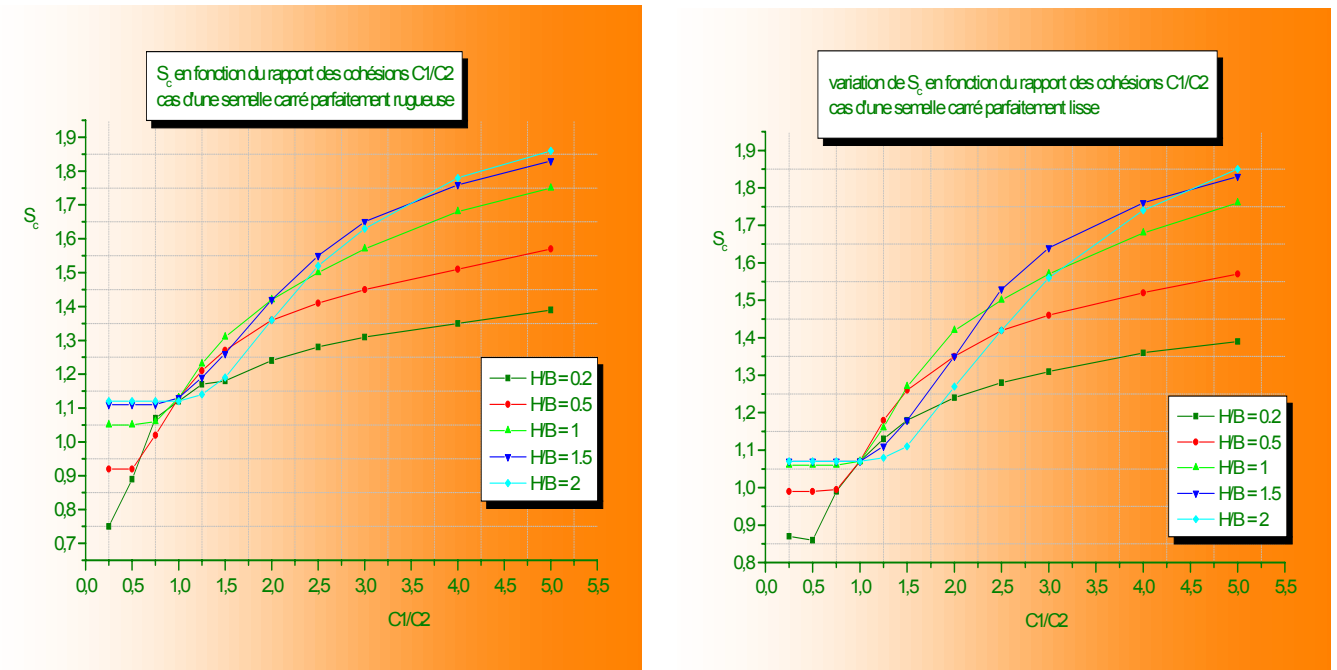


Fig.4.16 - Variation de S_c en fonction du rapport C_{u1}/C_{u2}

4.6.2 - Discussion et interprétation des résultats

Le tableau 4.10 ainsi que la figure 4.15 montrent la variation du coefficient N_c^* , dans le cas d'une semelle carrée, en fonction du rapport C_{u1}/C_{u2} ainsi que le rapport H/B . On discutera cette variation en fonction de la profondeur de la première couche, du rapport des cohésions des deux couches d'argile et de la nature de l'interface.

Charge limite

Semelle sur une argile molle surmontant une argile résistante ($C_{u1}/C_{u2} < 1$)

-Pour le cas de la couche supérieure mince ($H/B=0.2$), les valeurs du coefficient N_c^* diminuent avec l'augmentation du rapport C_{u1}/C_{u2} , à un rapport de $H/B=0.5$, N_c^* reste constant quelque soit les valeurs du rapport C_{u1}/C_{u2} .

-Pour des valeurs plus grandes de ($H/B>0.5$), les valeurs du coefficient N_c^* restent toujours constantes mais légèrement inférieures au cas précédent quelque soit le rapport C_{u1}/C_{u2} , dans ce cas on peut dire que la hauteur de la première couche d'argile molle n'a aucune influence sur la valeur de N_c^* , et cette première couche d'argile molle ne fait que transmettre les efforts à la deuxième couche, tous les efforts sont repris par la deuxième couche d'argile plus résistante.

Semelle sur une argile résistante surmontant une argile molle ($C_{u1}/C_{u2} > 1$)

Dans ce cas, les valeurs du coefficient N_c^* diminuent avec l'augmentation du rapport C_{u1}/C_{u2} et H/B , la dispersion est plus large que celle déterminée dans le cas d'une semelle filante.

Pour $H/B > 2$, Les valeurs du coefficient N_c^* tendent vers une valeur constante, dans ce cas, *ni la stratification du sol ni la résistance de la deuxième couche ont un effet sur la valeur de N_c^* .*

Mécanisme de rupture

Semelle sur une argile molle surmontant une argile résistante ($C_{u1}/C_{u2} < 1$)

Pour tous les cas des valeurs du rapport H/B , la rupture généralement se produit par cisaillement par poinçonnement partiel, *la proportion d'affaissement au sein de la couche inférieure diminue lorsque la résistance augmente.*

Le mécanisme de rupture est complètement contenu dans la couche supérieure, ceci est illustré dans la figure 4.17. *Quand le mécanisme de rupture est contenu dans la couche supérieure, la rupture se produit par confinement latéral et le mécanisme de rupture local n'est pas par conséquent un mécanisme de glissement circulaire ($C_{u1}/C_{u2} < 0.25$ et $H/B < 1$).*

Le phénomène de zone de plasticité

Dans ces conditions, la zone où *les déformations sont plastiques est moins large et moins profonde, la deuxième couche se comporte comme un substratum* fig.4.21.

Semelle sur une argile résistante surmontant une argile molle ($C_{u1}/C_{u2} \geq 1$)

- Le cisaillement par poinçonnement complet se produit typiquement pour $H/B \leq 0.5$ et il est indépendant du rapport C_{u1}/C_{u2} .

- Pour $H/B > 0.5$, la séparation entre le cisaillement par poinçonnement complet et partiel se produit et dépend du rapport $C_{u1}/C_{u2} \leq 1.5$, (cas modérément résistant) le mécanisme de rupture prend la forme d'un cercle et devient plus large et plus profond.

- Dans le cas où la couche supérieure devient très résistante par rapport à la couche inférieure $C_{u1}/C_{u2} > 1.5$, le poinçonnement complet à travers la première couche se produit quelque soit la valeur du rapport H/B .

- La couche supérieure très résistante, sert alors pour limiter de manière importante le mouvement latéral et vertical du sol contenu dans la couche molle sous-jacente. Cela résulte en la formation d'une zone profonde de cisaillement plastique dans la couche inférieure fig.4.16, et pour tous les cas de H/B , une zone élastique locale est formée immédiatement dans la couche supérieure adjacente à la fondation.

Le phénomène de zone de plasticité

Le développement de la zone plastifiée est fonction de la résistance relative de la deuxième couche d'argile.

Les soulèvements au sein de la couche inférieure sont empêchés, entraînant ainsi une augmentation dans le degré de la zone de plasticité fig.4.21.

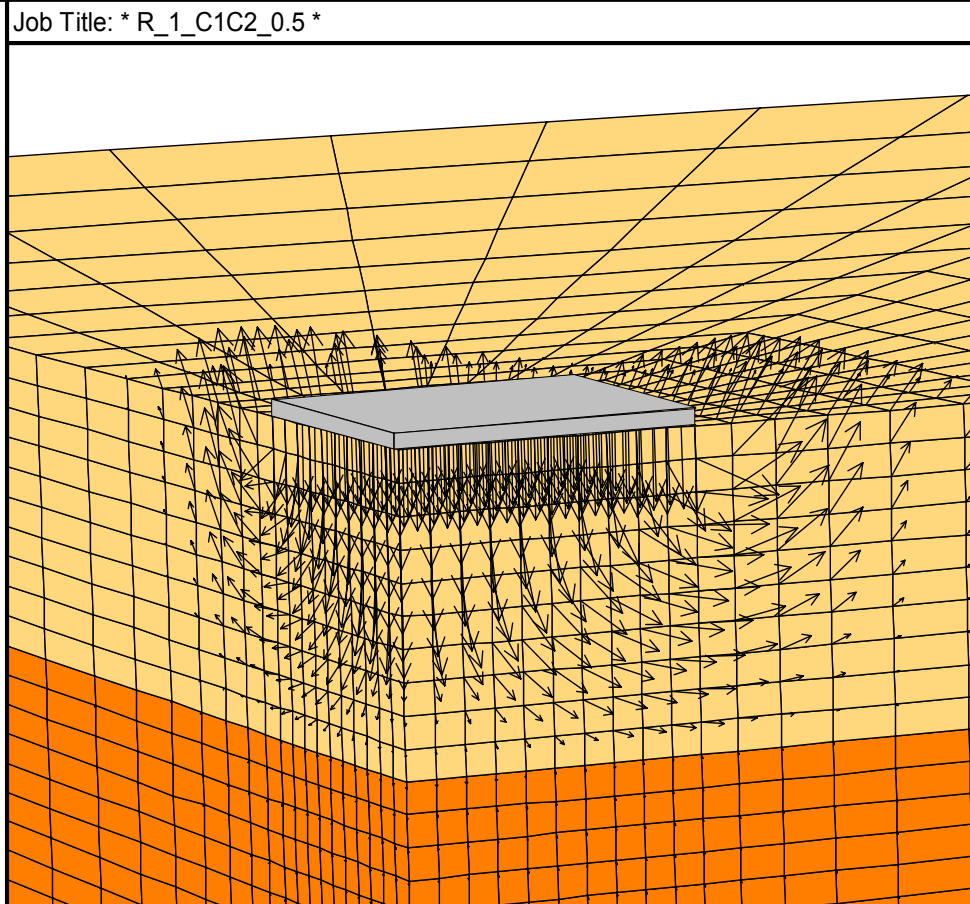


Fig.4.17 - Cisaillement par poinçonnement partiel

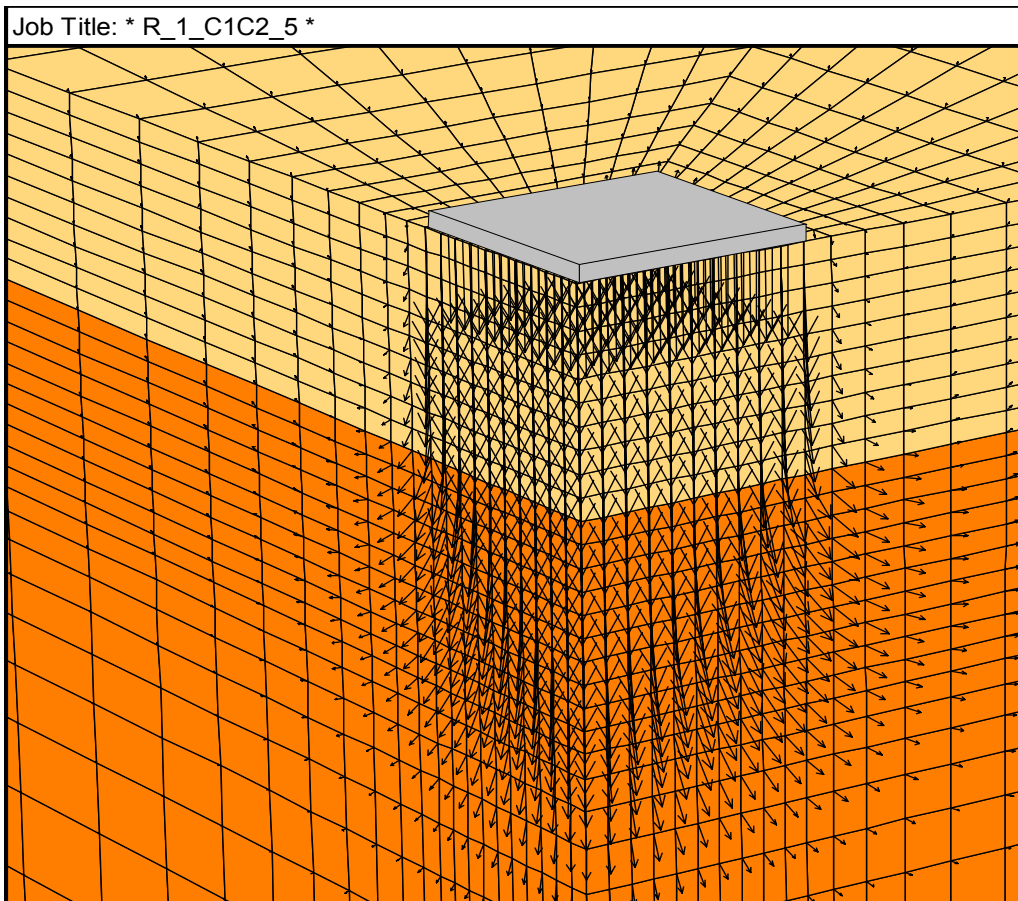


Fig.4.17 - Cisaillement par poinçonnement complet

4.6.3 - Etude du coefficient de portance N_γ^* et du facteur de forme S_γ

Dans le but de mettre en évidence la dépendance du coefficient de portance N_γ^* et du facteur de forme S_γ avec ϕ et $C_u/\gamma B$ les calculs ont été faits pour une semelle carrée parfaitement rugueuse et lisse reposant sur une couche de sable, dont l'angle de frottement ϕ est de 30° et 40° , surmontant une couche d'argile purement cohérente. Le tableau (4.12_a et b) montrent la variation des valeurs du coefficient de portance N_γ^* et du facteur de forme S_γ en utilisant le code de calcul FLAC^{3D}.

On suppose que les couches de sol obéissent à une loi d'écoulement associée (l'angle de dilataance $\psi = \phi$).

Tableaux 4.12 - Valeurs des coefficients « N_γ^* » et « S_γ » pour une semelle carrée

a/ Interface parfaitement lisse :

H/B		$C_u/\gamma B$ ϕ	2	3	4	5
0.2	N_γ^*	30	15.79	21.46	26.60	31.06
	N_γ	30	17.37	24.79	31.90	38.73
	S_γ		0.91	0.87	0.83	0.80
	N_γ^*	40	21.41	30.67	39.74	48.78
	N_γ	40	20.24	29.75	39.15	48.45
	S_γ		1.06	1.03	1.02	1.01
0.5	N_γ^*	30	13.98	16.50	18.04	18.91
	N_γ	30	15.91	20.72	24.46	27.28
	S_γ		0.88	0.80	0.74	0.70
	N_γ^*	40	25.33	34.35	42.33	49.68
	N_γ	40	21.66	30.95	39.73	48.18
	S_γ		1.17	1.11	1.07	1.03
1	N_γ^*	30	16.27	16.37	16.37	16.37
	N_γ	30	16.98	19.13	19.14	19.18
	S_γ		0.96	0.86	0.86	0.85
	N_γ^*	40	38.09	47.92	56.46	63.38
	N_γ	40	25.86	35.52	44.40	52.62
	S_γ		1.47	1.35	1.27	1.20
1.5	N_γ^*	30	16.37	16.3	16.37	16.37
	N_γ	30	18.94	18.99	18.99	18.99
	S_γ		0.86	0.86	0.86	0.86
	N_γ^*	40	58.77	70.55	80.14	88.04
	N_γ	40	32.17	42.80	52.35	61.00
	S_γ		1.83	1.65	1.53	1.44
2	N_γ^*	30	16.37	16.37	16.37	16.37
	N_γ	30	18.99	19.00	19.00	19.00
	S_γ		0.86	0.86	0.86	0.86
	N_γ^*	40	86.93	101.2	109.6	111.0
	N_γ	40	40.10	52.03	62.62	72.21
	S_γ		2.17	1.95	1.75	1.54

b/ Interface parfaitement rugueuse :

H/B		$C_u/\gamma B$ ϕ	2	3	4	5
0.2	N_γ^*	30	21.34	30.91	40.04	49.46
	N_γ	30	20.05	29.66	39.09	48.27
	S_γ		1.06	1.04	1.02	1.02
	N_γ^*	40	23.70	35.01	46.15	57.61
	N_γ	40	21.13	31.43	41.62	51.72
	S_γ		1.12	1.11	1.11	1.11
0.5	N_γ^*	30	19.29	25.92	31.35	36.82
	N_γ	30	19.09	27.00	34.40	41.40
	S_γ		1.01	0.96	0.91	0.89
	N_γ^*	40	27.23	38.82	48.90	58.95
	N_γ	40	22.37	32.55	42.47	52.17
	S_γ		1.22	1.19	1.15	1.13
1	N_γ^*	30	22.90	28.10	31.88	34.10
	N_γ	30	20.06	26.76	32.50	37.51
	S_γ		1.14	1.05	0.98	0.91
	N_γ^*	40	40.15	52.20	63.28	73.28
	N_γ	40	26.57	37.09	47.10	56.71
	S_γ		1.51	1.41	1.34	1.29
1.5	N_γ^*	30	29.91	34.85	37.58	37.93
	N_γ	30	22.81	29.05	34.02	37.88
	S_γ		1.31	1.20	1.11	1.00
	N_γ^*	40	62.68	76.99	90.15	102.0
	N_γ	40	32.79	44.16	54.73	64.69
	S_γ		1.91	1.74	1.65	1.58
2	N_γ^*	30	37.96	38.07	38.14	38.23
	N_γ	30	26.90	33.19	37.41	38.78
	S_γ		1.41	1.15	1.02	0.99
	N_γ^*	40	93.13	111.8	127.3	140.6
	N_γ	40	40.65	53.29	64.82	76.30
	S_γ		2.29	2.10	1.96	1.84

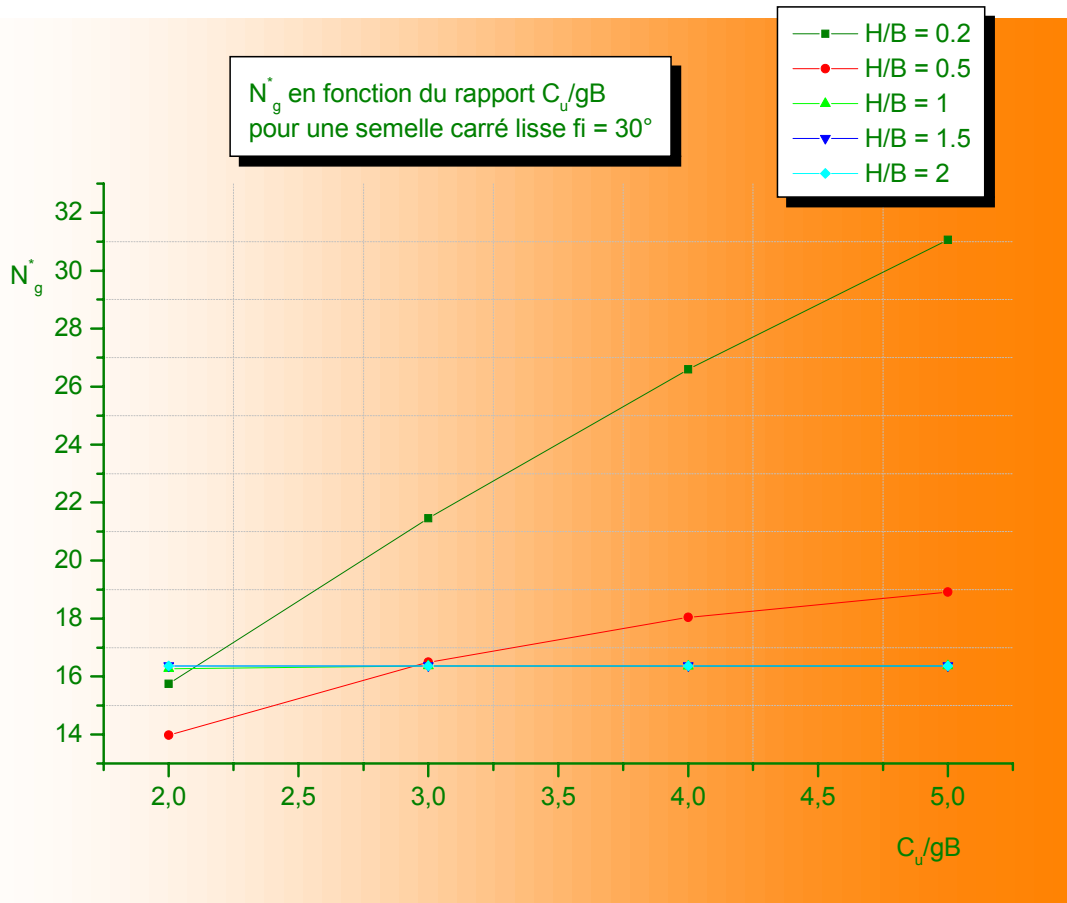
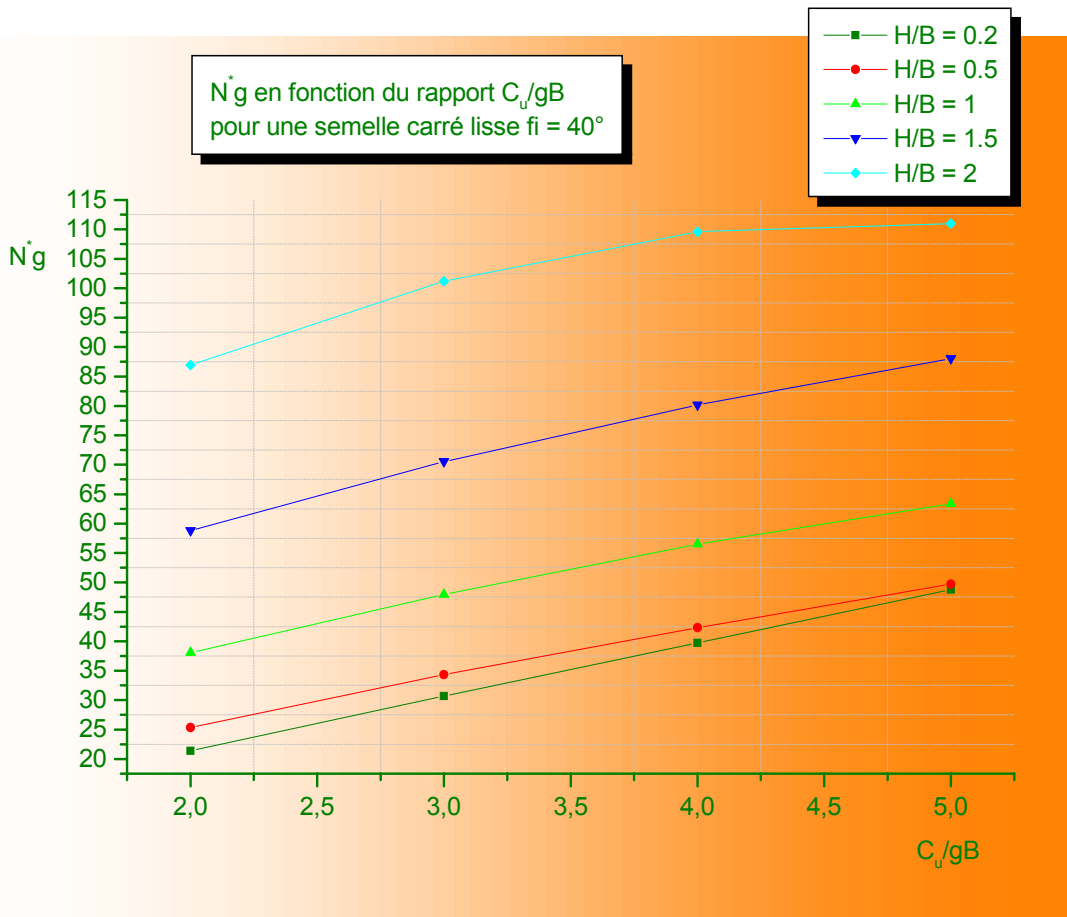


Fig.4.17 - N_g^* en fonction du rapport $C_u/\gamma B$ - semelle carrée lisse

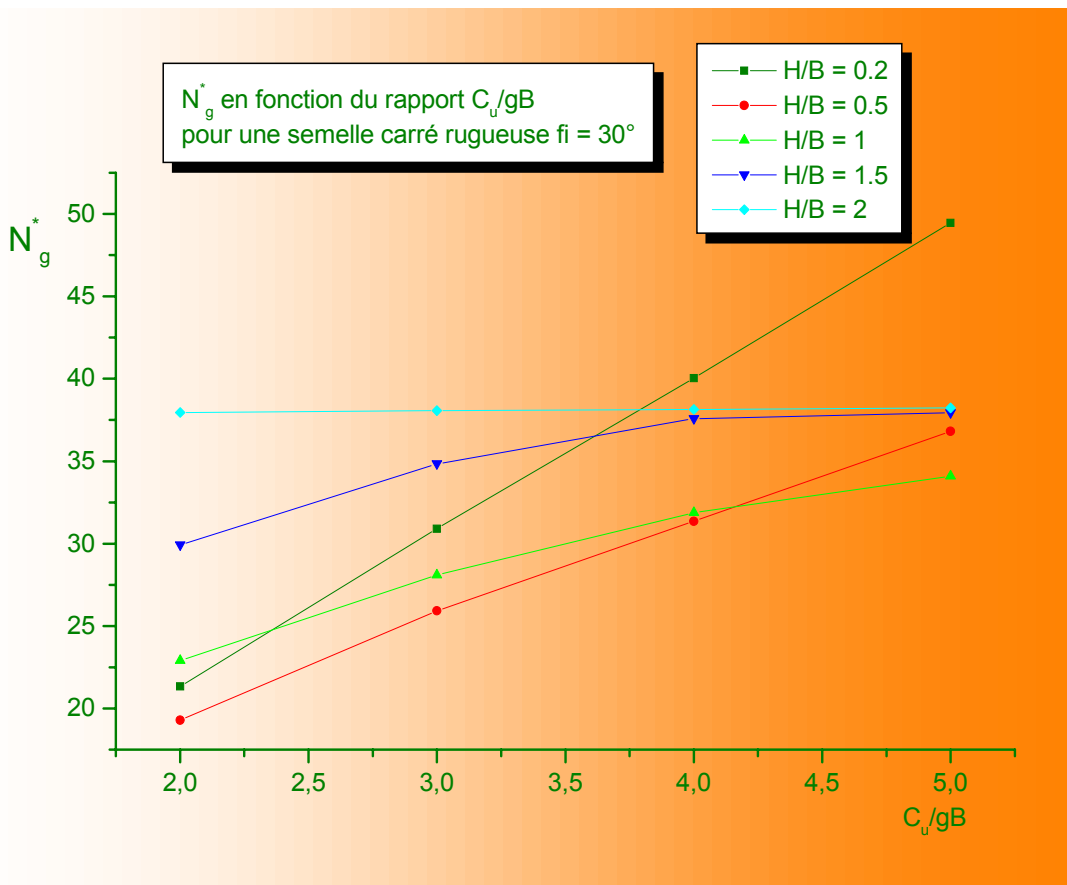
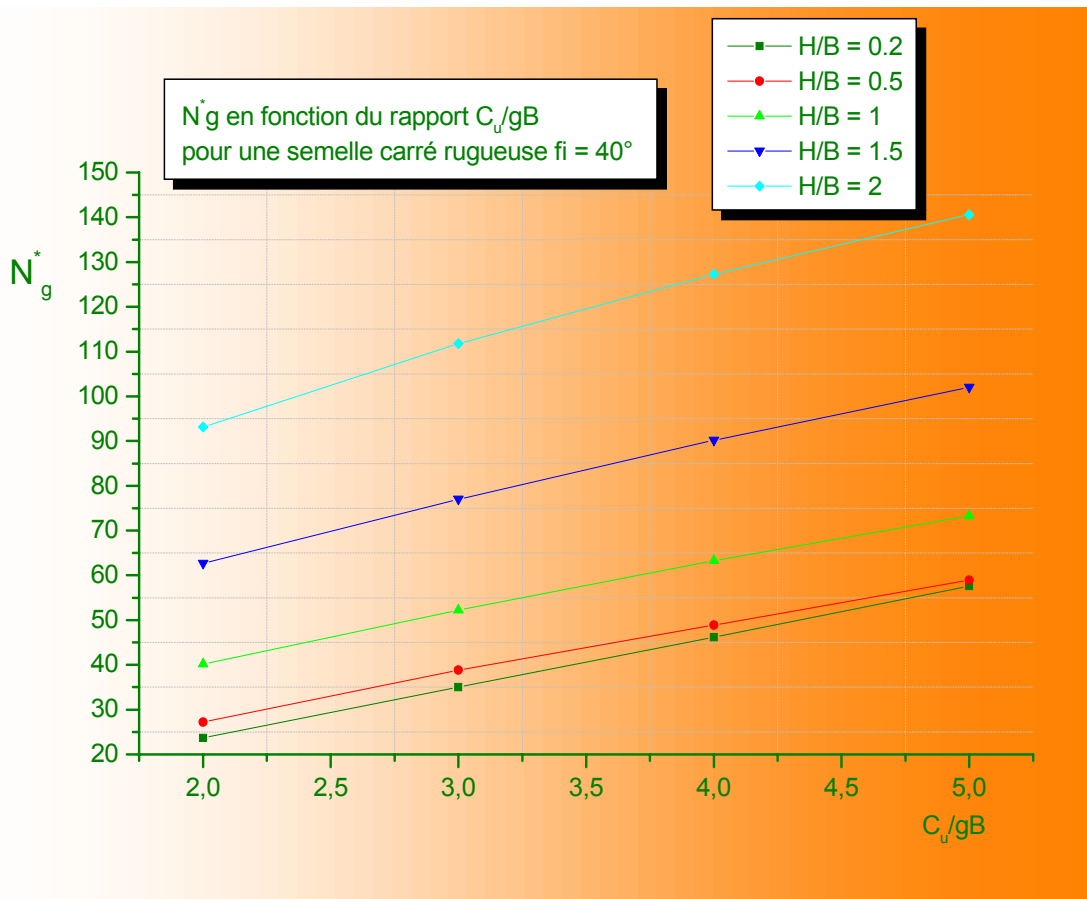


Fig.4.18 - N_{γ}^* en fonction du rapport $C_u/\gamma B$ – semelle carrée rugueuse

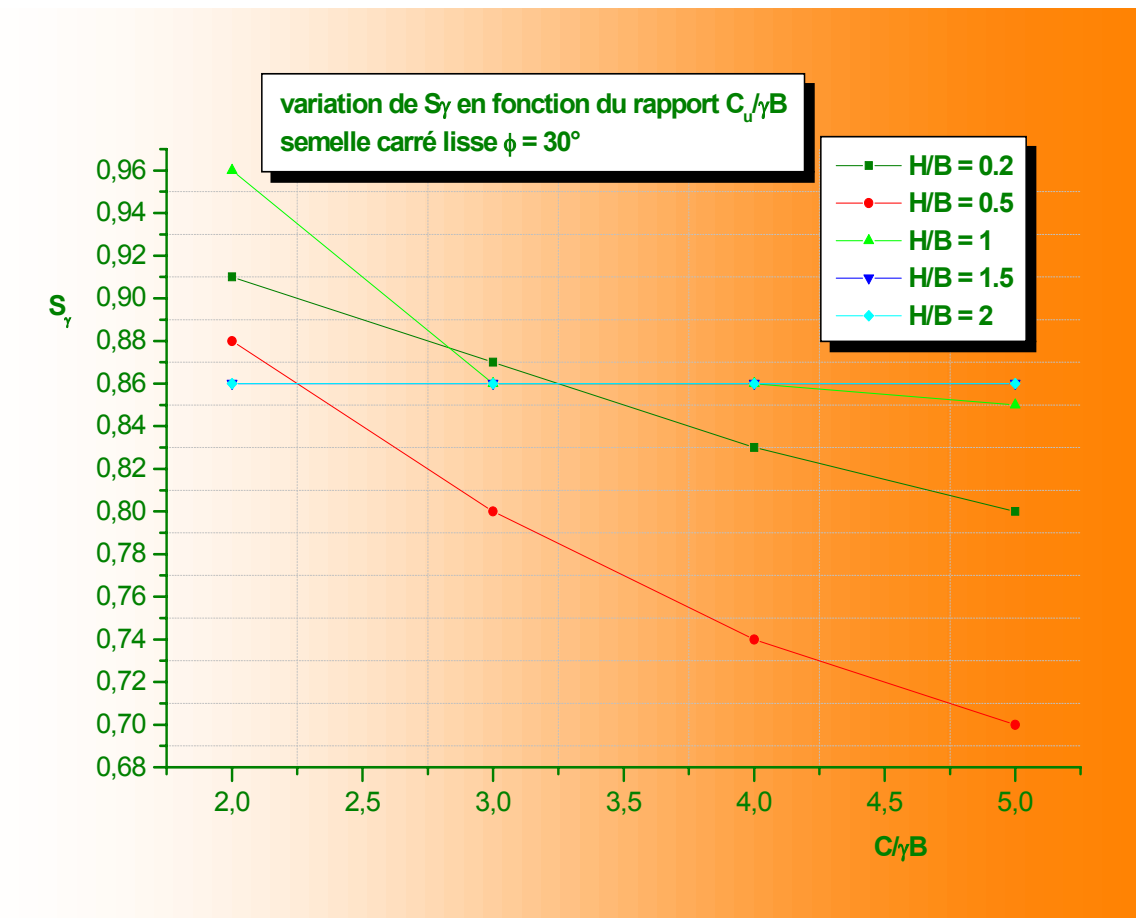
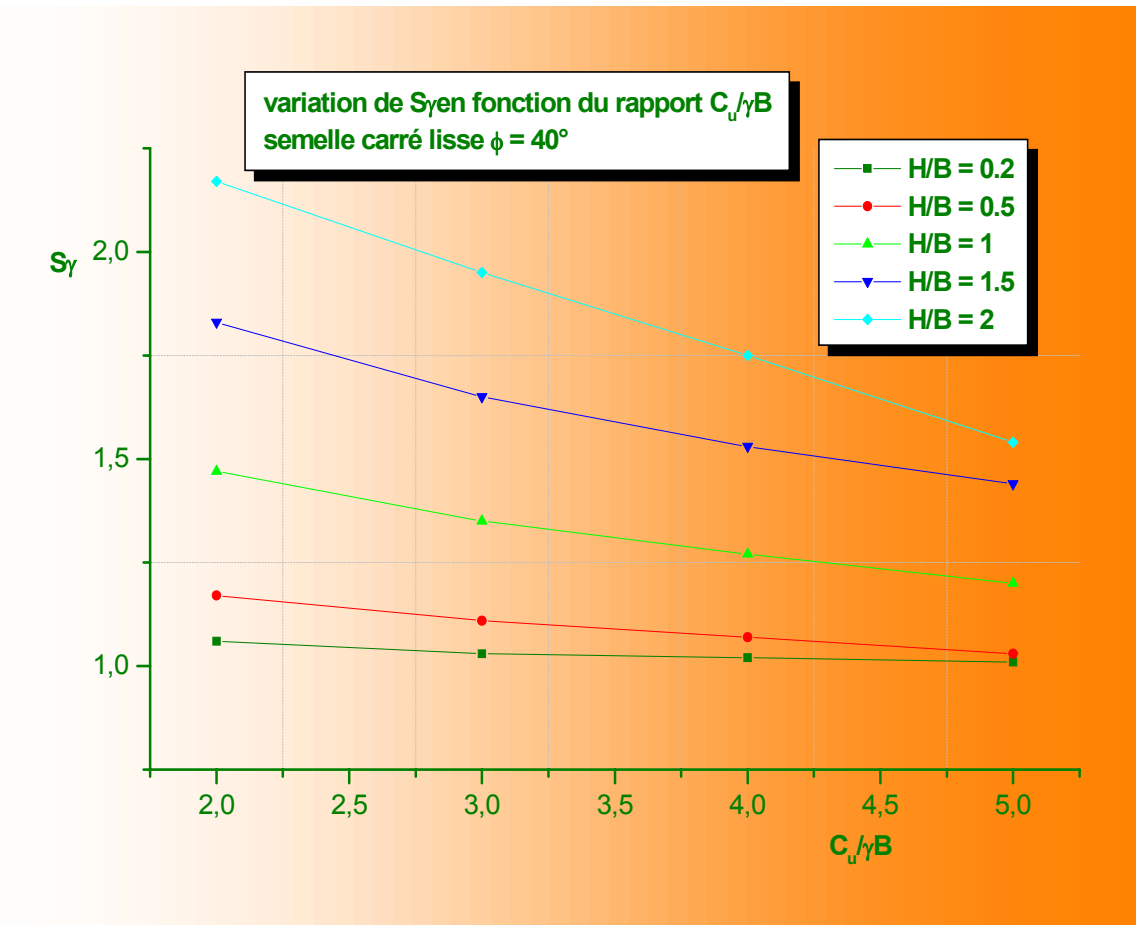


Fig.4.19 - S_γ^* en fonction du rapport $C_u/\gamma B$ – semelle carrée Lisse

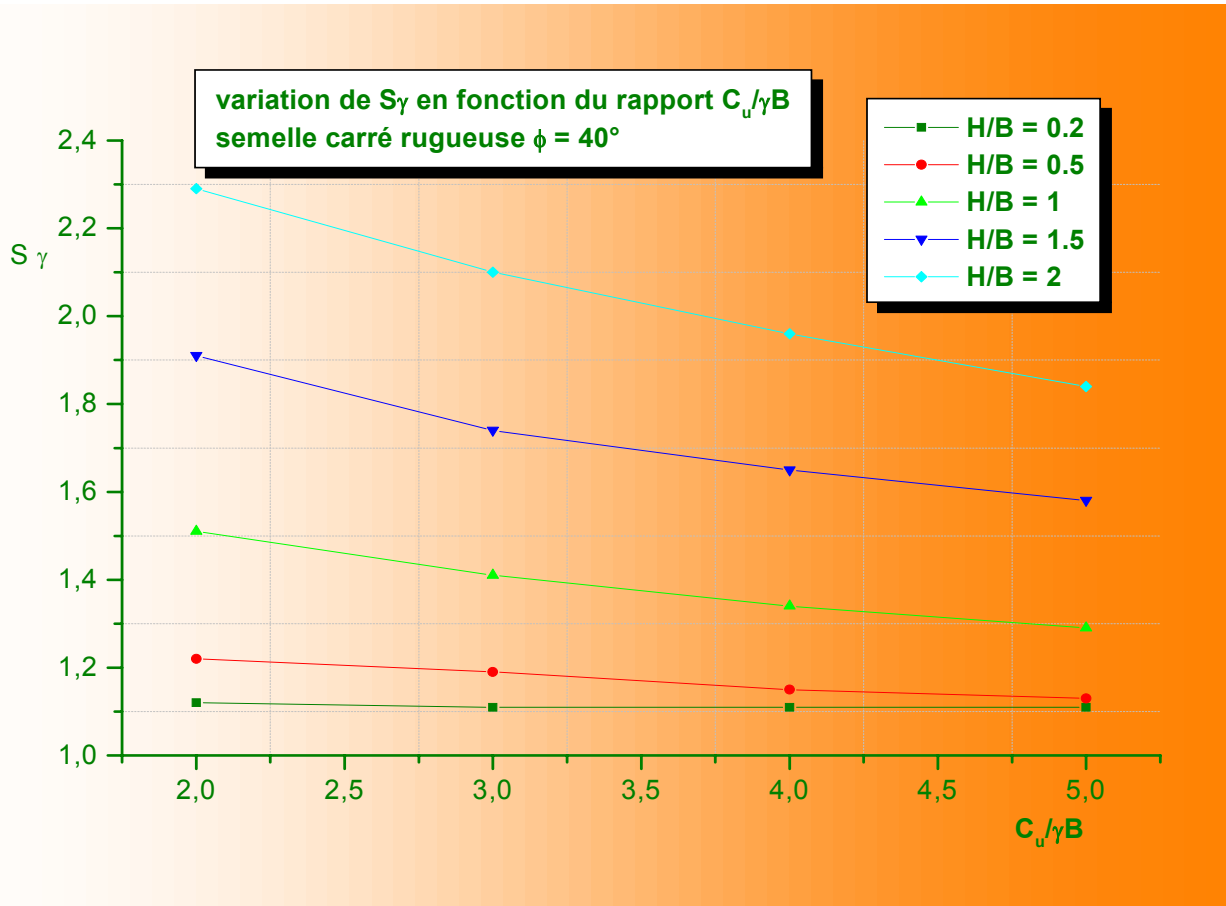
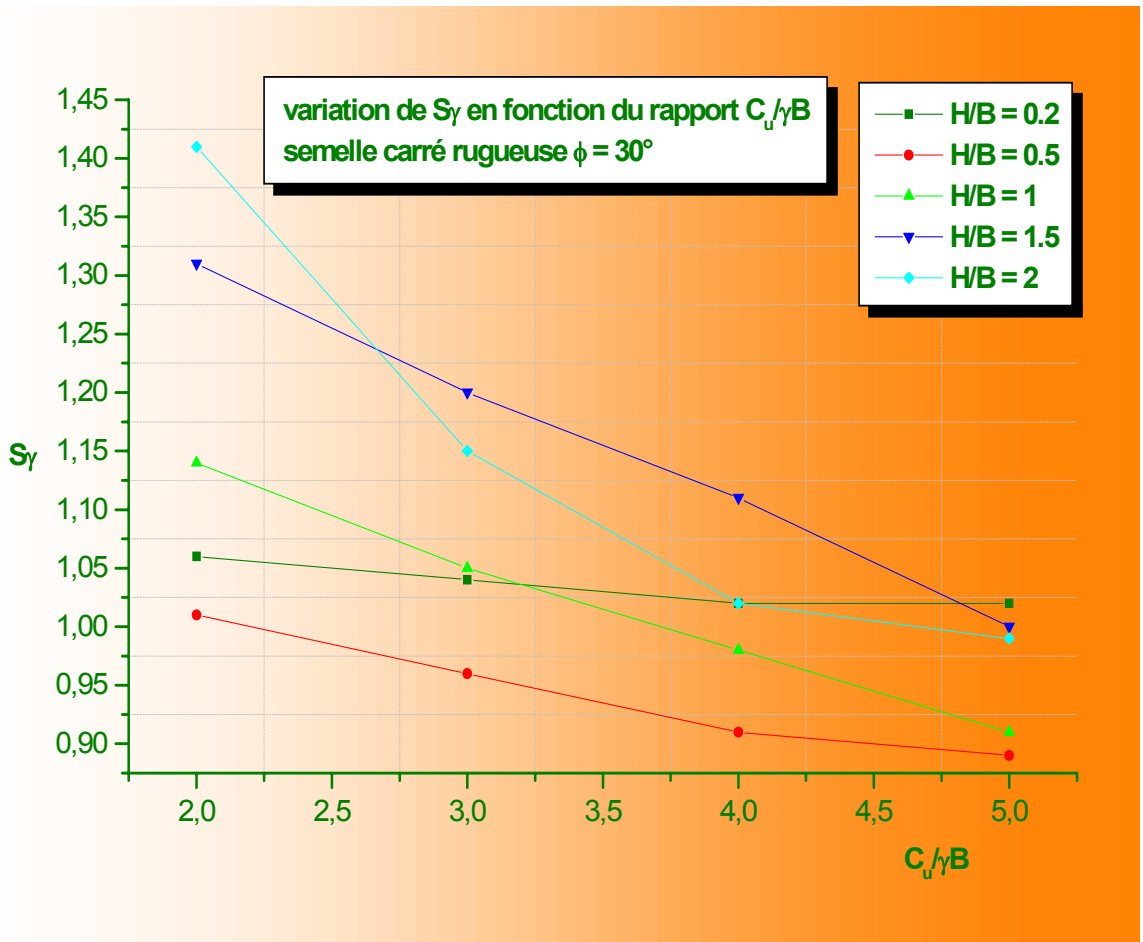


Fig.4.20 - S_γ^* en fonction du rapport $C_u/\gamma B$ – semelle carrée rugueuse

4.6.4 Discussion et interprétation des résultats

Des solutions rigoureuses pour évaluer les coefficients de portance N_γ^* et des facteurs de forme S_γ et S_c ont été trouvées. Ces coefficients dépendent fortement de φ , $C_u/\gamma B$ et de H/B .

Charge limite et mécanismes de rupture

Semelle parfaitement rugueuse, $\varphi=30^\circ$.

- Pour $H/B \leq 1$ les valeurs de N_γ^* sont *croissantes* et indépendantes du rapport $C_u/\gamma B$.
- Pour $H/B=1.5$ et $C_u/\gamma B=4$, les valeurs de N_γ^* sont *constantes*, l'augmentation de la résistance relative de la couche inférieure au-delà de 4 n'a aucun effet sur les valeurs de N_γ^* .
- En ce qui concerne le mécanisme de rupture, on a un cisaillement par poinçonnement complet suivi d'un mouvement ascendant du sable ainsi qu'une concentration de la zone plastique au bord de la semelle qui se produit typiquement pour le rapport $H/B \leq 1$ et, quelque soit la valeur du rapport $C_u/\gamma B$.
- La séparation entre poinçonnement complet et partiel se produit pour le rapport $H/B > 1$.

Semelle parfaitement rugueuse, $\varphi=40^\circ$.

Les valeurs de N_γ^* sont *croissantes* et indépendantes du rapport $C_u/\gamma B$. Le mécanisme de rupture se situe toujours dans la deuxième couche : on a un cisaillement par poinçonnement complet.

Les facteurs de forme

Bien que les résultats trouvés en utilisant le code de calcul FLAC^{3D} sont d'une certaine logique, mais diffèrent cependant de ceux proposés dans la littérature :

- Terzaghi en 1943, proposa, dans le cas d'une semelle carrée, les valeurs suivantes : $S_c=1.2$ et $S_\gamma=0.8$. Ces valeurs ont été déduites des tests de Golder (1941), et des données additionnelles non publiées.
- Le coefficient $S_c=1.2$, semble être déduit des tests sur des semelles carrées reposant sur de l'argile, (calculé comme le rapport de la charge ultime d'une semelle carrée de dimension $76 \times 76 \text{ cm}^2$ à la charge ultime d'une semelle rectangulaire de dimension $457 \times 76 \text{ cm}^2$).
- Le coefficient $S_\gamma=0.8$, semble être déduit des tests de Golder d'une semelle filante de largeur 152mm avec un taux de 1 à 5 de L/B . La zone de dispersion des résultats a été large dans le cas des tests faits sur une semelle carrée. Terzaghi semble avoir ignoré cette dispersion et a pris seulement en considération les résultats des tests dans des conditions défavorables pour établir une équation provisoire, ignorant ainsi l'influence de l'angle de frottement interne φ sur les facteurs de formes.

Golder (1941), a conclu que la largeur de la semelle n'influe pas sur la charge limite, (la pression maximale sur une semelle carrée reposant sur du sable est égale à celle d'une semelle filante de même largeur), ce qui est contradictoire avec les résultats trouvés en utilisant le code de calcul FLAC^{3D}. C'est raisonnable de conclure qu'en utilisant des tests à petite échelle pour étudier l'influence du poids du sol sur la capacité portante que les résultats ne reflètent pas ceux des tests sur des prototypes réels (à moins qu'une centrifugeuse soit utilisée).

- Meyerhof en 1963, proposa, dans le cas d'une semelle carrée, les valeurs suivantes : $S_c=1.6$ et 1.9 pour $\phi=30^\circ$ et 40° respectivement, par contre $S_\gamma=1.3$ et 1.5 pour $\phi=30^\circ$ et 40° respectivement. Ces valeurs sont *surestimées* comparées à celles proposées par Terzaghi et celles trouvées en utilisant le code de calcul FLAC^{3D}.

- Brinch Hancen en 1970, proposa, dans le cas d'une semelle carrée, les valeurs suivantes : $S_c=0.76$ et 0.45 pour $\phi=30^\circ$ et 40° respectivement, par contre $S_\gamma=0.88$ et 0.73 pour $\phi=30^\circ$ et 40° respectivement. Ces valeurs sont *sous estimées* comparées à celles proposées par Terzaghi, Meyerhof et celles trouvées en utilisant le code de calcul FLAC^{3D}.

- Vesic en 1973, proposa, dans le cas d'une semelle carrée, les valeurs suivantes : $S_c=1.61$ et $S_\gamma=0.6$. Ces valeurs sont *sous estimées* comparées à celles proposées par Terzaghi, Meyerhof et celles trouvées en utilisant le code de calcul FLAC^{3D}.

- Lancellotta en 1995, proposa, dans le cas d'une semelle carrée, les valeurs suivantes : $S_c=1.2$, et $S_\gamma=0.7$. Ces valeurs sont *égales* aux valeurs proposées par Terzaghi, *inférieures* aux valeurs proposées Meyerhof et celles trouvées en utilisant le code de calcul FLAC^{3D}.

Meyerhof et Brinch Hancen, tous deux reconnaissent l'influence de l'angle de frottement interne ϕ sur les facteurs de formes, par contre Terzaghi, Vesic et Lancellotta l'ignorent.

Effet de la rugosité de la semelle

L'évaluation approximative du facteur N_γ^* est réduite d'un facteur allant de 1.35 à 2.34 quand la semelle est prise comme lisse au lieu de rugueuse dans le cas où l'angle de frottement interne $\phi'=30^\circ$, par contre lorsque l'angle de frottement interne $\phi'=40^\circ$, le facteur N_γ est réduite par un facteur allant de 1.05 à 1.27. Cela veut dire que l'augmentation de l'angle de frottement interne n'influe pas sur la valeur de N_γ quand la semelle est prise comme lisse au lieu de rugueuse, alors que le mécanisme de rupture devient plus profond et plus large.

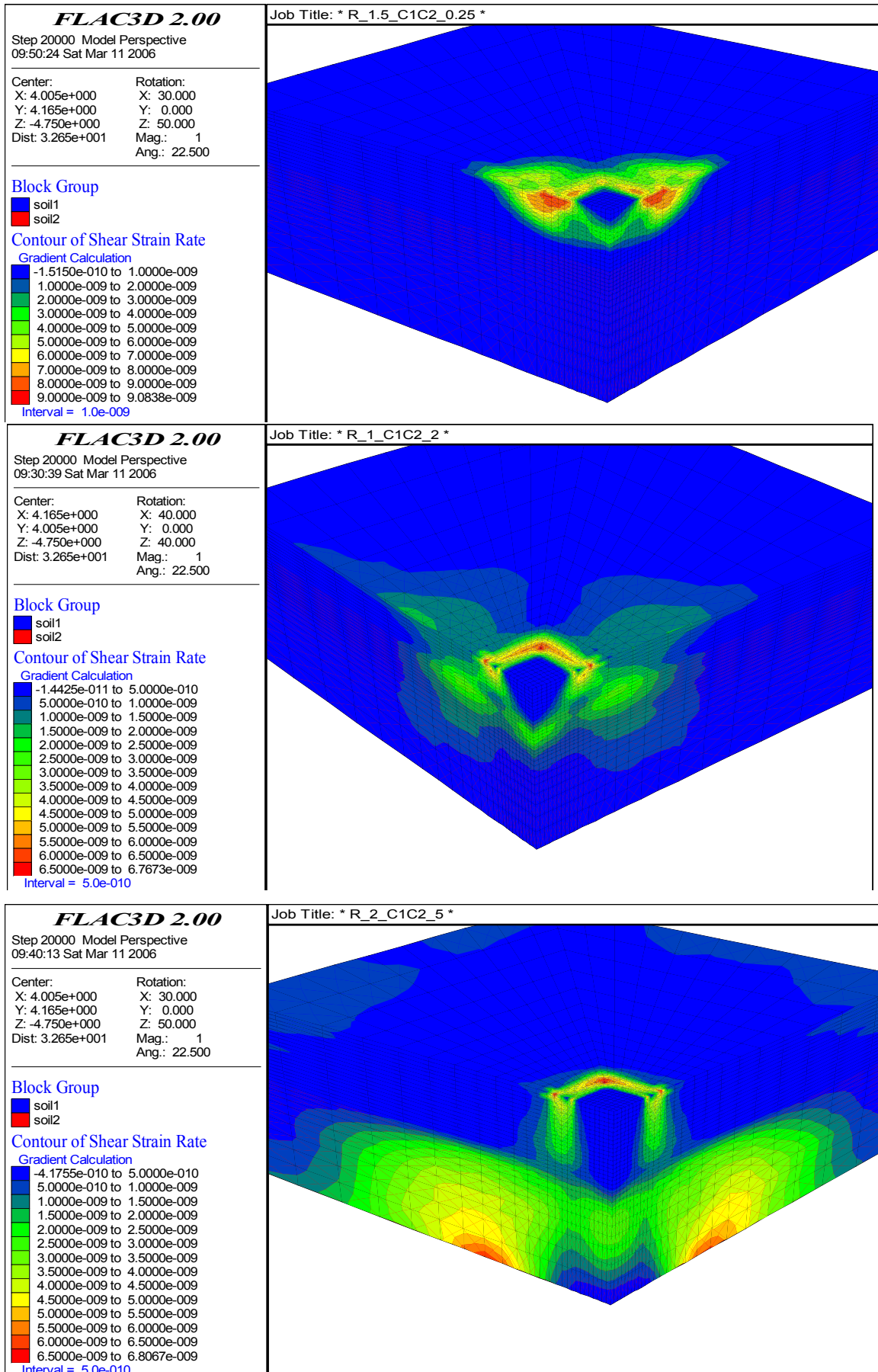


Fig.4.21 – Distribution des déformations maximales de cisaillement

4.7 – Conclusion générale

La capacité portante non drainée d'une semelle filante et d'une semelle carrée, reposant sur un profil d'argile en bicouche a été évaluée en utilisant un code de calcul tridimensionnel en différences finies $FLAC^{3D}$. Les résultats trouvés ont été comparés à ceux calculés par les formulations numériques récentes du théorème de l'analyse limite des bornes supérieures et inférieures.

Les résultats obtenus ont été présentés en termes de coefficient de portance de la capacité portante N_c^* et N_c sous forme de tableaux et courbes pour faciliter leur utilisation dans la résolution des problèmes pratiques.

Les conclusions suivantes peuvent être avancées sur la base des résultats obtenus par $FLAC^{3D}$.

- Pour un sol bicouche, purement cohérent, différents mécanismes de rupture existent, qui sont fonction de l'épaisseur de la couche et de sa résistance relative à la couche la moins résistante. La supposition de l'existence d'une seule surface de rupture dans les solutions des méthodes de l'analyse limite, de l'équilibre limite et empirique, ne permet pas de modeler réellement le mécanisme de rupture possible sur une grande gamme de problèmes géométriques. *Le code $FLAC^{3D}$ nous permet de simuler numériquement la surface de rupture et nous donne une idée réelle des déformations dans les différentes couches du sol sous la variation de différents paramètres.*
- L'effet de la rugosité de la semelle a été particulièrement mis en évidence. En effet on constate *une majoration importante des valeurs des coefficients de portance et des facteurs de forme* entre les cas extrêmes (parfaitement rugueuse et parfaitement lisse), ce qui n'a pas été suffisamment montré par les différents auteurs cités.
- L'effet d'un sol bicouche sur les valeurs des facteurs de forme est clairement démontré en particulier la tendance est sensiblement accentuée lorsque l'épaisseur de la couche de fondation devient importante.
- L'élément brique de $FLAC^{3D}$ a donné des résultats très appréciables tant pour les simulations 3D que 2D.

Avec cette approche de $FLAC^{3D}$, les résultats obtenus, en général, surestiment comparativement ceux des solutions (analyse limite, équilibre limite et empiriques) dans le cas d'étude d'une semelle filante reposant sur un sol bicouche purement cohérent. En ce qui concerne une semelle carrée, on n'a pas pu disposer de résultats suffisants pour pouvoir faire une étude comparative des résultats.

4.8 – Travaux futurs

- Il serait intéressant de faire une étude comparative avec ces méthodes pour des semelles de forme et dimension autres (rectangulaires...etc).
- Il serait judicieux d'approfondir cette étude au cas d'une fondation superficielle avec activation des éléments d'interface proposés par FLAC^{3D} au lieu des cas extrêmes étudiés (parfaitement lisse et parfaitement rugueuse) et de faire une étude paramétrique en faisant varier les paramètres de résistance de l'interface (principalement la cohésion et l'angle de frottement).

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- **Bouafia A.**, “ Mécanique des sols appliquée, problèmes résolus ”, office des publications universitaires, édition - 2000.
- **Benmebarek N.**, “Contribution à la modélisation numérique de l’effet de l’écoulement sur la stabilité des écrans”. Thèse de doctorat d’état. Université de Biskra. pp210/ 2003.
- **Burd H. J. & Frydman S.** “Bearing capacity of plane- strain footing on layered soils”. Canadian geotechnical journal. Vol34, pp. 241 - 253 / 1997.
- **Budhu M.**, “Soil mechanics & foundation”, John Wiley & sons, Inc 2000.
- **Cernica John N.** “Soil mechanics”, John Wiley & sons, Inc 2000.
- **Cordrary D.** “Mécanique des sols”. Lovoisie – tec & Doc., 1994
- **Costet. J. & Sanglerat G.** “ Cours pratique de mécanique des sol. Tome 2. Calcul des ouvrages”. Troisième édition, Dunod, Paris, 1983.
- **Costet. J. & Sanglerat G.** “ Cours pratique de mécanique des sol. Tome 1. Plasticité et calcul des tassement”. Troisième édition, Dunod, Paris, 1983.
- **DIAS, Daniel** “Renforcement du front de taille des tunnels par boulonnage”, Thèse de doctorat, Institut national des sciences appliquées de Lyon, 1999
- “Eléments de géotechnique”, Par une réunion d’enseignants .Ecole des mines de Nancy 2002.
- **Fascicule N° 62.** “ Règles techniques de conception et de calcul des fondation des ouvrages de génie civil”. Editions Eyrolls 1999.
- **Hans L. Erickson and Andrew Dresher, M. Acse.** “Bearing capacity of circular footings”. Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering. Vol 128, pp 38-43 January 1, 2002.
- **Itasca consulting Group, Inc.** “FLAC^{2D} manuel Version 4.00”, Minneapolis, Minnesota, 2002.**Itasca consulting Group, Inc.** “FLAC^{3D} manuel Version 2.1”, Minneapolis, Minnesota, 2002.**John Atkinson.** “An introduction to the mechanics of soils and foundations”. McGraw-hill Book Company, 1993.
- **Mesta P. & Prat M.** “Ouvrages en interaction”. Hermes science publications, Paris, 1999.
- **Michalowski R .L.** “Estimation de la basse limite supérieure des semelles carrées et rectangulaires” Géotechnique 51, No. 9, 787-798, 2001.
- **Philipponat G. Hubert B.**, “ Fondations et ouvrages en terre”. Editions Eyrolles 2000.
- **Pierre Habib.** “ Génie géotechnique Application de la mécanique des sols et des roches ”. Edition Marketing / Ellips-1997.
- **Schlosser F.** “Eléments de mécanique des sols” .Ponts et chaussées .Paris 1988.
- **Smith I. M. & Griffiths D. V.** “Programming the finite element method”. Ion Wiley & Sons, 1988.