

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



Université El Hadj Lakhdar Batna
Faculté des sciences de l'ingénieur
Département de génie civil

MÉMOIRE

Présenté pour obtenir le diplôme de
Magistère en Génie Civil

OPTION : Mécanique des sols

Thème :

ANALYSE NUMÉRIQUE DU FACTEUR N_γ DE LA
CAPACITÉ PORTANTE POUR UNE FONDATION
CONIQUE IMPLANTÉE DANS UN SOL PULVÉREUX

Présenté par :

Nezari Abdel Hakim

Soutenue le : / / 2009

Devant le jury composé de :

Président	: F. HAMMOUD	M.C (classe A)	Université de BATNA
Rapporteur	: K. ABBECHÉ	M.C (classe A)	Université de BATNA
Examineurs	: S. MESSAST	M.C (classe A)	Université de SKIKDA
	: T. KARECHE	M.C (classe A)	Université de BATNA
	: M. BAHEDDI	M.C (classe A)	Université de BATNA

DEDICACES

En signe de respect et de reconnaissance,

Je dédie ce modeste travail à

Mes chers parents pour leur patience et leurs sacrifices.

A mon frère et mes deux sœurs, à

Tous mes amis (es).

Mes collègues de promotion, et à tous

Personne ayant contribué à ce travail de près ou de loin.

REMERCIEMENTS

Je remercie en premier Dieu pour tout.

Je remercie en second mes parents qui ont sacrifiés leur vie pour notre bien.

En fin, mes sincères reconnaissances et gratitude

à tous mes enseignants et en particulier

Le directeur de ce mémoire :

Mr : Kh.ABBECHE Maître de conférences a l'Université de Batna.

*Je remercie également le président et les membres de jury d'avoir accepter
d'examiner mon travail.*

RESUME

L'utilisation de la méthode des éléments finis dans le domaine géotechnique est très courante, pour des grands projets. On peut réaliser des analyses par éléments finis afin de vérifier la stabilité d'un ouvrage en interaction avec son environnement, de contrôler les valeurs de déplacements admissibles et d'aider au dimensionnement des structures.

Notre étude a pour objet l'analyse numérique du facteur de portance N_γ d'une fondation à base conique. Les calculs sont basés sur la théorie des analyses limites en utilisant un modèle de comportement élastique - parfaitement plastique avec le critère d'écoulement de Mohr-Coulomb régi par une loi d'écoulement non associé. Cette étude consiste en la variation de l'angle du cône de la fondation, ainsi que les effets de l'interface et de l'angle de frottement interne du sol.

Mots clefs

Interaction, sol, structure, fondation, PLAXIS, Mohr-Coulomb, capacité portante, analyse numérique, comportement.

ABSTRACT

The use of the finite element method in the geotechnical field is very current, for great projects. One can carry out, finite element analyses in order to check the stability of a work in interaction with his environment, to control the acceptable values of displacements and to contribute to the dimensioning of the structures.

Our study deals with the numerical modelling and analyses of the bearing capacity factor N_γ of foundation with conical base. Calculations are based on the theory of limit analyses using a model with elastic - perfectly plastic behaviour and to obey the Mohr-Coulomb yield criterion. This study consist of the variation of the foundation cone angle, also it consists of the interface effects and the angle of friction of the soil.

Keys words:

Interaction, soil, structure, foundation, PLAXIS, Mohr-Coulomb, bearing capacity, numerical modelling and analyses, behaviour

الخلاصة

استعمال طريقة العناصر المنتهية في الميدان الجيوتقني شائع جداً، خصوصاً في المشاريع الكبرى. نستطيع انجاز تحليل بواسطة العناصر المنتهية لنتحقق من استقرار منشأ في حالة تفاعلية مع وسطه، ومراقبة التقلبات المقبولة والمساعدة على وضع تصميم للهياكل.

الهدف من هذه الدراسة هو التحليل الحسابي لعامل التحمل N_γ لأساس ذو شكل مخروط . الحسابات تركزت على نظرية التحاليل النهائية بالاستعمال نوع ذو تصرف مرن-بلاستيكي كامل مع نموذج موهر كولومب مسير بقانون السيولة الغير مشتركة. هذه الدراسة تعتمد على تغيير زاوية المخروط للأساس مع دراسة تأثيرات كل من السطح البيئي وزاوية الإحتكاك الداخلي للتربة.

الكلمات المفتاح

تفاعلية , هياكل, أساس, موهر كولومب , عامل التحمل , التحليل الحسابي , تربة , تصرف

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION GENERALE	1
------------------------------	----------

Chapitre I :

APERÇU BIBLIOGRAPHIQUE SUR LE COMPORTEMENT DES FONDATION SUPERFICIELLES	3
I.1. La géotechnique	3
I.2. Domaine d’application	3
I.3. Les fondations	3
I.3.1 Introduction	3
I.3.2 Fondations superficielles	5
I.3.3 Fonctionnement des fondations superficielles	6
<i>I.3.3.1 Comportement d'une semelle chargée</i>	6
<i>I.3.3.2 Mécanismes de rupture d'une fondation superficielle</i>	7
I.3.4 Philosophies de conception des fondations	9
<i>I.3.4.1 Méthode de contrainte admissible (utilisation de facteur de sécurité)</i>	9
<i>I.3.4.2 Méthode d'état limite (utilisation du facteur partiel de sécurité)....</i>	9
I.3.5 Estimation des tassements	10
<i>I.3.5.1 Les contraintes sous une fondation</i>	12
<i>I.3.5.2 Détermination du tassement à partir d'essais de laboratoire</i>	18
<i>I.3.5.3 Détermination du tassement à partir d'essais en place</i>	21
I.3.6 Conclusion	21

Chapitre II :

METHODES DE CALCUL DE LA CAPACITE PORTANTE	22
II. 1 Introduction	22
II.2 Problème équivalent	22
II.3 Définition de la capacité portante	23

II.4 Méthodes de calcul de la capacité portante pour le cas d'un chargement vertical .	23
II.4.1 Théorie de Rankine : (les coins de Rankine)	24
II.4.2 Théorie de Prandtl (1920)	26
II.4.3 Théorie de Terzaghi (1943)	28
II.4.4 Détermination de la charge limite selon Caquot et J. Kérisel	29
II.4.4.1 Formule générale	29
II.4.4.2 Détermination des coefficients N_γ , N_q , N_c , selon A. Caquot et J. Kérisel	30
II.5 Méthodes de calcul de la capacité portante pour des cas particulier	35
II.5.1 Charges centrées inclinées	35
II.5.1.1 Milieu pulvérulent	35
II.5.1.2 Milieu cohérent	37
II.5.2 Charge excentrée	38
II.5.3 Fondations sur Talus	39
II.5.4 Fondation à base oblique	43
II.5.5 Fondation isolée	44
II.5.5.1 Les coefficients des formes	44
II.5.5.2 Calcul de la capacité portante par la théorie de l'analyse limite (Michalowski)	46
II.5.5.3 Critiques générales des méthodes classiques	60
II.6 Méthodes numériques	61
II.6.1 Modélisation des fondations superficielles (P. Mesta & M. Prat)	61
II.6.1.1 Interaction entre une fondation, des structures et le sol	61
II.6.1.2 Modélisation du sol et de la fondation sans les structures	62
II.6.1.3 Cas d'une Fondation à la géométrie complexe	62
II.6.1.4 Cas d'une fondation rigide	63
II.6.1.5 Cas d'une fondation souple	63
II.6.1.6 Influence de l'état initial des contraintes	64
II.6.1.7 Conseils pour la réalisation des maillages de fondation superficielle .	64
II.6.1.8 Comportement des sols et modélisation des fondations superficielles .	65
II.7 Solutions numériques existantes	66
II.7.1 Griffiths (1982)	66
II.7.2 Borst et Vermeer (1984)	66
II.7.3 Manoharan et Dasgupta (1995)	67
II.7.4 Frydman et Burd (1997)	67
II.7.5 Hans.L.Erickson et Andrew Drescher (2001)	67

II.7.6 R. S. Merifield, S. W. Sloan et H. S. Yu (1998)	69
II.7.7 J.S. Shiau, A.V. Lyamin, et S.W. Sloan (2003)	70
II.8 Conclusion	70

Chapitre III :

PRATIQUE DES ELEMENTS FINIS EN GEOTECHNIQUE	71
III.1 Bref aperçu sur la méthode des éléments finis	71
III.1.1 Introduction	71
III.1.2 Bref historique	71
III.1.3 Concepts de base	72
III.1.4 Calculs par la MEF	72
III.2 Formulation d'interaction par la MEF	73
III.2.1 Position et formulation locale	73
III.2.2 Formulation variationnelle	74
III.2.3 Discrétisation du domaine Ω	75
III.3 Présentation de PLAXIS	77
III.3.1 Le code éléments finis PLAXIS	78
III.3.2 Options par défaut et solutions approchées [Annexe B]	78
III.4 Les modèles de comportements utilisés dans PLAXIS	80
III.4.1 Introduction	80
III.4.2 Contraintes totales, effectives et pressions interstitielles	81
III.4.3 Comportement élastoplastique	82
III.4.4 Modèle élastique linéaire	83
III.4.5 Modèle de Mohr-Coulomb	84
III.4.6 Modèle de sol avec écrouissage (Hardening Soil Model)	88
III.4.7 Modèle pour sols mous (Soft Soil Model)	92
III.4.8 Modèle pour sols « mous » avec effet du temps (Soft Soil Creep Model)	96
III.4.9 Conclusion	98

Chapitre IV :

POUR UNE FONDATION CONIQUE

IV.1 Introduction	100
IV.2 Définition des données	101
IV.3 Modélisation par éléments finis	101
IV.3.1 Formulation mathématique du problème	101
IV.3.2 Présentation du modèle	103
IV.3.3 Maillage et conditions aux limites	104
IV.4 Définition du problème	106
IV.5 Analyse du facteur de portance $N\gamma$	106
IV.5 .1 Résultats	106
IV.5 .2 Effet de l'angle de frottement ϕ sur $N\gamma$	109
IV.5 .3 Effet de l'angle du cône β sur $N\gamma$	111
IV.5 .4 Validation	114

Chapitre V :

CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS	115
--------------------------------	-----

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	116
-----------------------------	-----

Annexes :

Annexe A : Etudes en laboratoire de l'interaction sol-structures	118
Annexe B : <i>PLAXIS</i> version 8 : Caractéristiques	121
Annexe C : Cas d'étude choisi	126

NOTATIONS ET ABBREVIATIONS

Nous donnons ci-dessous les principales notations utilisées dans ce mémoire

Lettres Grecques

γ_{dry}	: Poids volumique Humide.
γ_{sat}	: Poids volumique saturé.
Γ	: Frontière.
δ	: Déplacement unitaire.
ε_v	: Déformation volumique.
k^*	: Indice de gonflement.
λ^*	: Indice de compression.
μ^*	: Indice de fluage.
ν_u	: Coefficient de Poisson.
ν_u	: Coefficient de Poisson ultime.
ν_{ur}	: Coefficient de Poisson en charge décharge.
σ	: Contrainte.
σ_n	: Contraintes normales
σ_{tension}	: Résistance à la traction.
τ	: Contraintes de cisaillement (tangentielle).
$\bar{\tau}$: Seuil de la contrainte tangentielle.
φ	: Angle de frottement interne du sol.
φ_{cv}	: Angle de frottement à volume constant, au palier.
φ_u	: Angle de frottement ultime.
ψ	: Angle de dilatance du sol.
Ω	: Domaine.
i	: Etat actuel
$i - 1$: Etat précédent
$\underline{\sigma}$: Vecteur contraintes
$\Delta \underline{\sigma}$: Incrément de contraintes
$\underline{\sigma}^{\text{aux}}$: Vecteur contraintes auxiliaires correspondant aux contraintes élastiques
$\dot{\underline{\sigma}}$: Taux de contraintes
\underline{f}	: Vecteur forces de volume
\underline{t}	: Vecteur forces de surface

\underline{u}	: Vecteur déplacements
$\delta \underline{u}$: Variation vecteur déplacements
$\underline{\varepsilon}$: Vecteur déformations
$\delta \underline{\varepsilon}$: Variation vecteur déformations
$\Delta \underline{\varepsilon}$: Incrément de déformations totales
$\Delta \underline{\varepsilon}^p$: Incrément de déformations plastiques
$\dot{\underline{\varepsilon}}$: Taux de déformations
$\Delta \lambda$: Incrément du multiplicateur plastique

Lettres Latines

c	: Cohésion du sol.
d	: Épaisseur équivalente.
D	: Profondeur.
e	: Épaisseur.
E	: Module d'Young.
E_{increment}	: Augmentation de la rigidité.
$\underline{\underline{M}}$: Matrice de rigidité
$\underline{\underline{D}}^e$: Matrice de rigidité élastique
F	: Fonction de la surface de charge
G	: Potentiel de dissipation plastique
T	: Transposé
$\underline{\underline{D}}$: Opérateur différentiel
k	: Coefficient de réaction.
G	: Module de cisaillement effectif
G_u	: Module de cisaillement ultime.
G	: Module de cisaillement.
V	: Force.
f_i	: Force de volume.
EI	: Rigidité de flexion.
EA	: Rigidité normale.
E_{ur}^{ref}	: Module en décharge.
E_{oed}^{ref}	: Module tangent dans un essai oedométrique.

E_{50}^{ref}	: Module sécant dans un essai triaxial.
K_0	: Coefficient des terres au repos.
V_t	: Champ des déplacement cinématiquement admissibles.
Δu_w	: Surpression interstitielle.
ΔU_t	: Déplacements relatifs tangentiels.
ΔU_n	: Déplacements relatifs normal.
ΔU	: Déplacement relatif
U	: Déplacement.
T_i	: Force de surface.
N_c	: Terme de cohésion
N_q	: Terme de profondeur
N_γ	: Terme de surface

Abréviations

HSM : Hardening Soil Model.

LCPC : Laboratoire Central des Ponts et Chaussées.

MEF : Méthode des Eléments Finis.

NGI : Norwegian Geotechnical Institute.

POP : Pre Overburden Pressure (poids des terres de préconsolidation).

SSCM : Soft Soil Creep Model.

SSM : Soft Soil Model.

LISTE DES FIGURES

CHAPITRE I

1.1	Types de fondations	4
1.2	Fondation superficielle	4
1.3	Différents types de fondations superficielles	5
1.4	Chargement d'une semelle superficielle	6
1.5	a) Mécanisme général.	7
	b) mécanisme de cisaillement localisé.	8
1.6	La contrainte effective en un point.	11
1.7	Déformation d'une fondation souple sous une charge de densité uniforme ...	12
1.8	Distribution théorique de Boussinesq des contraintes sous une plaque rigide	13
1.9	Pression de contact.	13
1.10	Influence de la largeur de fondation sur les isocontraintes verticales.	15
1.11	Contrainte due à une charge ponctuelle	15
1.12	Contrainte due à une charge répartie	16
1.13	Charge uniforme verticale sur une surface circulaire.	17
1.14	Charge uniforme vertical sur une surface rectangulaire	17
1.15	Charge uniforme verticale sur une bande de longueur infinie.	18
1.16	Principe de calcul du tassement de consolidation.	20
1.17	Méthode approchée pour le calcul de l'accroissement des contraintes.	21

CHAPITRE II

2.1	problème équivalent	23
2.2	Schématisation de l'évolution des déplacements verticaux sous une fondation superficielle en fonction de l'augmentation de la charge (d'après R.Frank)	23
2.3	Semelle reposant sur un sol (c.φ)	24
2.4	Les coins de Rankine	25
2.5	Mécanisme de rupture d'une fondation de base lisse (Prandtl (1920)).	27
2.6	Mécanisme de rupture d'une fondation de base rugueuse (Terzaghi (1943)).	28

Utilisant l'analyse d'équilibre, Terzaghi a exprimé la capacité portante ultime sous la forme:

2.7	Décomposition de la charge limite	30
2.8	Détermination du terme de surface. (Philipponat G. Hubert B)	32
2.9	Détermination du terme de profondeur.	32
2.11	Schéma de rupture pour une charge inclinée en milieu non pesant.	35
2.12	Fondation sous charge excentrée	38
2.13	Fondation sur un terrain en pente.	39
2.14:	Calcul de la capacité portante dans le cas d'une fondation sur un terrain en pente. (J. Costet. & G. Sanglerat 1983).	40
2.15	Fondation à base oblique chargée normalement	43
2.16	Mécanismes de rupture d'une semelle carrée : (a) pour un grand angle de frottement, (b) pour un petit angle de frottement.	48
2.17	Mécanisme de rupture sous une semelle carrée : (a) mécanisme avec une déformation continue ; (b) section transversale ; (c) hodographe.	50
2.18	Modèle de rupture multi bloc : (a) blocs rigides ; (b) section transversale ; (c) hodographe	51
2.19	La condition d'admissibilité pour des blocs remplacés par des surfaces coniques.	52
2.20	Modèle de rupture : (a), (b) semelle rectangulaire (c) semelle carrée	53
2.21	Variation des facteurs de forme S_c et S_q pour des semelles rectangulaires.	59
2.22	Variation du facteur S_γ pour des semelles rectangulaires	59
2.23.	Schéma de Gorbunov(J. Costet. & G. Sanglerat 1983).	60
2.24	Dimensions conseillées pour le maillage d'une fondation superficielle	65

CHAPITRE III

3.1	Système de deux corps en contact	74
3.2	Discrétisation du domaine Ω et de l'interface Γ_i	75
3.3	Modèle monodimensionnel du comportement élastoplastique	82
3.4	Représentation du comportement élastique parfaitement plastique.	82
3.5	Représentation du comportement élastoplastique avec écrouissage.	82
3.6	Fenêtre des paramètres du modèle élastique linéaire	83
3.7	Fenêtre des paramètres avancés du modèle élastique linéaire	84
3.8	Courbe intrinsèque du modèle de Mohr-Coulomb	84
3.9	Pyramide de Mohr-Coulomb tracée pour $c=0$	85

3.10	Fenêtre des paramètres de Mohr-Coulomb	85
3.11	Définition du module à 50 % de la rupture	86
3.12	Fenêtre des paramètres avancés du module Mohr-Coulomb.	88
3.13	Fenêtre des paramètres du Hardening Soil Model.	88
3.14	Fenêtre des paramètres avancés du Hardening Soil Model.	89
3.15	Représentation du HSM dans le repère contrainte-déformation	90
3.16	Définition du module oedométrique tangent	91
3.17	Définition de l'angle de dilatance.	91
3.18	Forme des surfaces de charge du HSM.	92
3.19	Surface de rupture pour le HSM cas d'un sol non cohérent.	92
3.20	Différentes représentations lors d'un essai oedométrique.	95
3.21	Fenêtre des paramètres du SSM	95
3.22	Fenêtre des paramètres avancés du SSM.	96
3.23	Effet du temps sur les essais oedométriques.	96
3.24	Diagramme des cercles p^{eq} dans le plan p-q.	97
3.25	Fenêtre des paramètres du SSCM.	98
3.26	Fenêtre des paramètres w'ancés du SSCM.	98

CHAPITRE IV

4.1	Présentation du cas étudié	101
4.2	Présentation du model étudié	104
4.3	Position des noeuds et des points de contrainte dans les éléments de sol	105
4.4	Génération du maillage	105
4.5	Variation de N_γ en fonction de ϕ avec $\beta=180^0$	109
4.6	Variation de N_γ en fonction de ϕ avec $\beta=150^0$	109
4.7	Variation de N_γ en fonction de ϕ avec $\beta=120^0$	109

4.8	Variation de N_γ en fonction de φ avec $\beta=90^0$	109
4.9	Variation de N_γ en fonction de φ avec $\beta=60^0$	110
4.10	Variation de N_γ en fonction de φ avec $\beta=30^0$	110
4.11	Variation de N_γ en fonction de β avec $\varphi=5^0$	111
4.12	Variation de N_γ en fonction de β avec $\varphi=10^0$	111
4.13	Variation de N_γ en fonction de β avec $\varphi=15^0$	111
4.14	Variation de N_γ en fonction de β avec $\varphi=20^0$	111
4.15	Variation de N_γ en fonction de β avec $\varphi=25^0$	112
4.16	Variation de N_γ en fonction de β avec $\varphi=30^0$	112
4.17	Variation de N_γ en fonction de β avec $\varphi=35^0$	112
4.18	Variation de N_γ en fonction de β avec $\varphi=40^0$	112
4.19	Variation de N_γ en fonction de β avec $\varphi=45^0$	112
4.20	Variation de N_γ en fonction de β avec $\varphi=50^0$	112
4.21	Comparaison de N_γ pour $\beta=180^0$	114
	avec Cassidy, M. J. & Houlsby, G. T. (2002)	

ANNEXES

A.1	Principe de l'essai de cisaillement direct modifié.	118
A.2	Principe de l'essai de cisaillement simple : type N.G.I.	119
A.3	Principe de l'essai de cisaillement simple : type Uesugi et Kishida.	119
A.4	Principe de l'essai de cisaillement direct axisymétrique.	120
C.1	-a- Courbe chargement-déplacement	
	-b- Déformation du maillage	
	-c- Ligne de rupture principale	
	-d- Ligne de rupture	
	-e- Incréments total	
	-f- Points plastiques	
C.2	-a- Courbe chargement-déplacement	

- b- Déformation du maillage
- c- Ligne de rupture principale
- d- Ligne de rupture
- e- Incréments total
- f- Points plastiques

LISTE DES TABLEAUX

CHAPITRE I

1.1	Valeurs estimées de la capacité portante ou pression admissible 10 d'une fondation (d'après le BS 8004)
1.2	Valeurs du coefficient C_f pour une fondation sur un massif semi-infini. 19 (D'après <i>Giroud (1972)</i>)

CHAPITRE II

2.1	Valeurs des coefficients de capacité portante N_γ , N_q , N_c en fonction de φ 34 (Cernica John N).
2.2	Influence de l'obliquité δ sur la charge portante, valeurs de $i_q(\varphi, \delta)$ 36 (J. Costet. & G. Sanglerat 1983).
2.3	Les facteurs correcteurs de Meyerhof dans le cas d'une charge inclinée 38
2.4	Fondation sur sol cohérent ou non, en pente. Valeurs du coefficient 41 correcteur j_γ pour le terme N_γ d'après T.V. Nhiem, (J. Costet. & G. Sanglerat 1983).
2.5	Fondation sur sol non cohérent, en pente. Valeurs du coefficient 42 correcteur j_q pour le terme N_q . (J. Costet. & G. Sanglerat 1983).
2.6	Fondation superficielle sur sol cohérent en pente. Valeurs du coefficient 42 correcteur j_c pour le terme N_c . (J. Costet. & G. Sanglerat 1983).
2.7	Valeurs des coefficients correcteurs : l_γ , l_q , l_c (d'après T.V. Nhiem). 43 (J. Costet. & G. Sanglerat 1983).
2.8	Coefficients de forme proposés par Terzaghi [1943]..... 45
2.9	Coefficients de forme proposés par Meyerhof [1963].(Cernica John N). 45
2.10	Coefficients de forme proposés par Brinch Hansen [1970]. (J. Costet. & G. Sanglerat 1983). 45
2.11	Coefficients de forme proposés par Vesic [1973]. 46
2.12	Coefficients des formes proposés par l'Eurocode (1997).(Roger Frank). 46
2.13	Les valeurs de N_γ dans le cas d'une semelle filante rugueuse (2D et 3D). ... 55 (Michalowski 2001)

2.14:	Les valeurs des coefficients de portance N_c , N_q et N_γ dans le cas d'une semelle rectangulaire avec $L/B=2$, $\varphi=15^\circ$, (minimum de la borne supérieur),(Michalowski 2001)	56
2.15	Les valeurs des coefficients N_c , N_q et N_γ dans le cas d'une semelle rectangulaire avec $L/B=2$, $\varphi=35^\circ$, (minimum de la borne supérieur), (Michalowski 2001)	56
2.16	Les valeurs des coefficients N_c , N_q ($\gamma = 0$) pour une semelle carrée, (Michalowski 2001)	57
2.17	Valeurs des facteurs N'_c et N'_q ($\gamma = 0$) de la capacité portante des semelles rectangulaires, (Michalowski 2001)	57
2.18	Valeurs du facteur N'_γ et du coefficient de forme S_γ	58
2.19	Facteurs de capacité portante N_γ pour une fondation circulaire.	68
2.20	facteurs de capacité portante N_C ' pour une fondation circulaire	68

CHAPITRE III

3.1	SSM : Valeurs des paramètres de compressibilité et de gonflement λ et κ	93
------------	--	-----------

CHAPITRE IV

4.1	Facteur N_γ pour un cône d'angle $\beta = 180^0$	107
4.2	Facteur N_γ pour un cône d'angle $\beta = 150^0$	107
4.3	Facteur N_γ pour un cône d'angle $\beta = 120^0$	107
4.4	Facteur N_γ pour un cône d'angle $\beta = 90^0$	108
4.5	Facteur N_γ pour un cône d'angle $\beta = 60^0$	108
4.6	Facteur N_γ pour un cône d'angle $\beta = 30^0$	108

INTRODUCTION GENERALE

Fonder une construction est une des plus anciennes activités du bâtiment et des travaux publics, et le problème de géotechnique le plus courant encore aujourd'hui. Selon la capacité du sol ou de la roche à supporter les structures (bâtiments, usines, barrages, ponts etc..) les fondations peuvent être superficielles ou profondes. La détermination de la force portante des fondations est l'un des problèmes les plus importants de la mécanique des sols. On appelle pression admissible la pression ou contrainte maximum qui puisse être appliquée par une structure sur un sol, sans qu'il y ait de tassements excessifs et de risque de rupture du sol.

Les procédures de calcul classiques de la capacité portante basées sur la méthode de l'équilibre limite imposent, d'une part, les directions des plans de ruptures. D'autres part ces théorie supposent que le sol se comporte comme un matériau associé, avec un angle de dilatance ψ égal à l'angle de frottement interne ϕ . Il est bien connu que pour les sols réels, l'angle de dilatance est généralement considéré inférieur à l'angle de frottement interne.

La plupart des méthodes d'estimation de la capacité portante sont basées sur des études effectuées originalement sur une semelle filante, Prandtl(1921) et Reissner(1924) modifiées plus tard afin de les adapter à d'autres conditions comme par exemple la forme de la fondation, l'inclinaison de la charge, l'excentrement de la chargeetc.

Plusieurs études ont permis d'avancer dans la compréhension du comportement des fondations superficielles sous les charges qui leur sont appliquées. Le calcul de la capacité portante des fondations peut s'effectue par les méthodes expérimentales ou par les méthodes théoriques. Ces dernières conduisent à la définition des facteurs N_γ , N_c et N_q en se basant sur des études effectuées sur une semelle filante chargée normalement. Cependant, le calcul du facteur N_γ pour une semelle circulaire a été donné par BOLTON et LAU (1993) en se basant sur la méthode des caractéristiques appliquée à deux interfaces (rugueuse et lisse). La solution donnée par ces auteurs demeure veine face à une fondation conique.

Ce travail est considéré comme une initiation à la recherche dans le domaine de l'analyse numérique pour le calcul du facteur N_γ de la capacité portante pour une fondation conique, en faisant varié l'angle du cône, la rugosité à l'interface ainsi que l'angle de frottement interne du sol. La méthode des éléments finis est utilisée dans la présente étude en se basant sur le logiciel Plaxis V.8.

Le présent mémoire est composé de quatre chapitres, une introduction générale et des conclusions.

- Le premier chapitre est consacré à la recherche bibliographique. La définition des fondations superficielles, leur fonctionnement ainsi que les différents mécanismes de rupture de ces fondations ont été présentés dans ce chapitre.

- Le deuxième chapitre présente les différentes méthodes de calcul de la capacité portante. Les différents cas spécifiques des fondations dépendant de plusieurs paramètres (types de chargement, morphologie des terrains, la forme des fondations....etc.) ont été illustrés dans ce chapitre.

- Le troisième chapitre est consacré à la description générale de l'outil de calcul (Plaxis) ainsi que les modèles de comportement utilisés dans la présente étude. Un aperçu sur la méthode des éléments finis a été donné aussi dans ce chapitre tout en montrant l'importance de celle-ci dans la résolution des problèmes complexes de géotechnique.

- Le quatrième chapitre partie essentielle de ce mémoire présente les contributions apportées à l'analyse numérique du facteur de portance N_γ d'une fondation conique.

- Conception d'un model d'éléments finis en déformations axisymétriques décrivant l'interaction d'une semelle conique avec un sol pulvérulent

- Effet de l'angle de frottement φ sur le facteur de portance N_γ

- Effet de l'angle du cône β sur le facteur de portance N_γ

Enfin les conclusions principales tirées de cette étude ont été présentées à la fin de ce mémoire.

Chapitre 1

APERÇU BIBLIOGRAPHIQUE SUR LE COMPORTEMENT DES FONDATION SUPERFICIELLES

I.1. La géotechnique

La géotechnique est l'ensemble des activités liées aux applications de la mécanique des sols, de la mécanique des roches et de la géologie de l'ingénieur.

La géotechnique s'appuie principalement sur deux sciences :

- La géologie qui retrace l'histoire de la terre, précise la nature et la structure des matériaux et leur évolution dans le temps,
- La mécanique des sols et des roches qui modélise leur comportement en tant que déformabilité et résistance des matériaux.

I.2. Domaine d'application

La géotechnique joue un rôle essentiel dans l'acte de construire pour tous les travaux de bâtiment, de génie civil et d'aménagements. On peut citer :

- les fondations des ouvrages : bâtiments, ponts, usines, silos...
- les ouvrages de soutènement
- la stabilité des pentes naturelles et des talus
- les terrassements : routes, autoroutes, voies ferrées...
- les V.R.D. et chaussées
- les tunnels et travaux souterrains
- les barrages et notamment digues et barrages en terre
- les ouvrages fluviaux, portuaires et maritimes
- l'hydrogéologie et la protection de l'environnement

I.3. Les fondations

I.3.1 Introduction

Fonder une construction est une des plus anciennes activités géotechnique du bâtiment et des travaux publics, et le problème de géotechnique le plus courant encore aujourd'hui. Selon la

capacité du sol ou de la roche à supporter les structures, les fondations peuvent être superficielles ou profondes.

Lorsque le sol de surface n'a pas une résistance suffisante pour supporter l'ouvrage par l'intermédiaire d'une fondation superficielle, des fondations profondes sont mises en place. Ce type de fondation permet de reporter les charges dues à l'ouvrage qu'elles supportent, sur des couches de sol situées à une profondeur variante de quelques mètres à plusieurs dizaines de mètres.

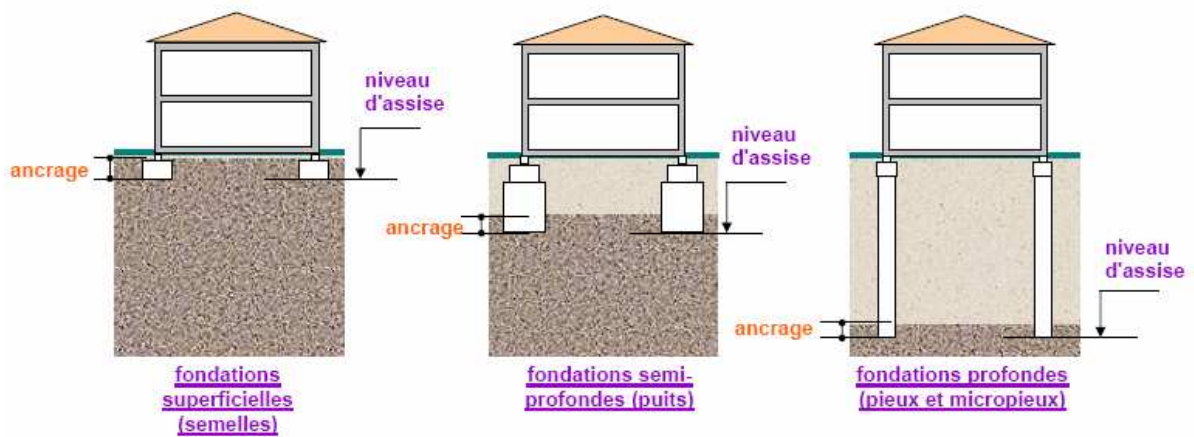


Figure 1.1 : Types de fondations

Les éléments géométriques qui définissent une fondation superficielle sont:

- B, la largeur de la fondation ;
- L, la longueur de la fondation ;
- D, l'encastrement qui est la profondeur de la base de fondation.

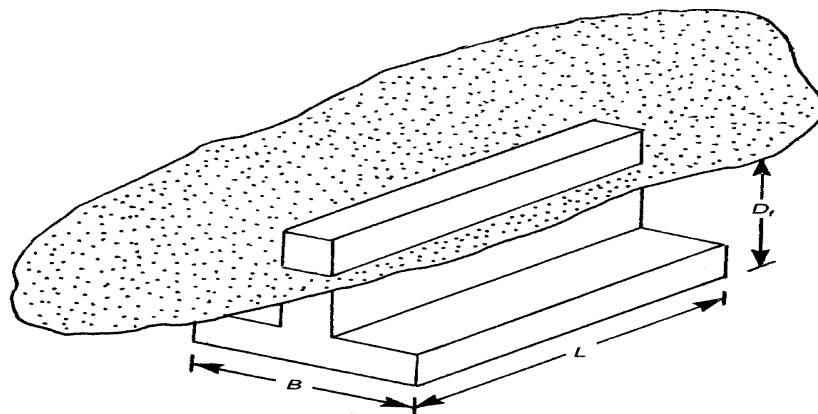


Figure 2 : Fondation superficielle.

I.3.2 Fondations superficielles

Les fondations superficielles sont des fondations faiblement encastrées qui reportent les charges au niveau des couches superficielles de terrains. Les fondations profondes reportent les charges dans les couches profondes, mais aussi dans, les couches superficielles, qu'elles traversent. Pour différencier ces deux types de fondations on est amené à définir la notion de profondeur critique qui est la profondeur au-dessous de laquelle la résistance sous la base de la fondation n'augmente plus. Les fondations superficielles ont leurs bases au-dessus de cette profondeur critique.

Une fondation est dite **superficielle** si $D < 1,5 \cdot B$

- Si $D > 5B$ la fondation est dite profonde ;
- Si $1,5B < D < 5B$ la fondation est semi profonde ;

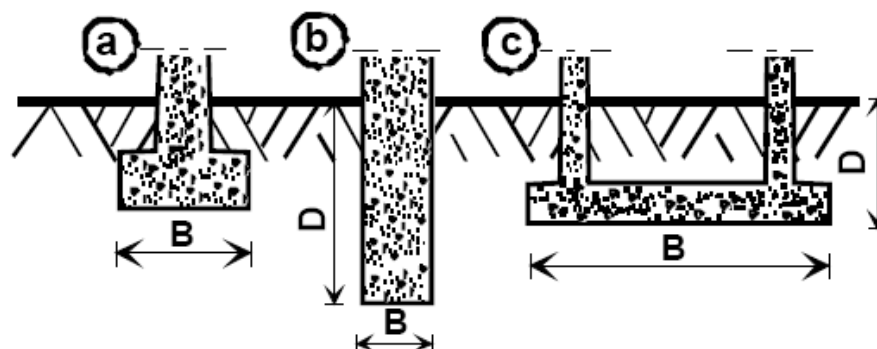
Pour les fondations superficielles, la fondation est appelée

- Radier si la surface totale du bâtiment est la fondation ;
- Semelle si seule une partie de la surface du bâtiment correspond à la fondation.

De plus pour une semelle si

- $L/B > 10$ il s'agit d'une semelle filante (le problème peut être considéré comme bidimensionnel).

Pour des raisons de coût, on cherche souvent à fonder un ouvrage superficiellement. Si cette solution n'est pas satisfaisante du point de vue technique (le sol ne peut pas supporter la charge appliquée ou les tassements sont trop importants) ou économique, une solution en fondation profonde est envisagée.



Figurel.3 : Différents types de fondations superficielles

I.3.3 Fonctionnement des fondations superficielles

I.3.3.1 Comportement d'une semelle chargée

Les tassements qui vont se produire sous une semelle superficielle sont en fonction de l'intensité de la charge appliquée et qui ont l'allure de la **figure (1.4)**.

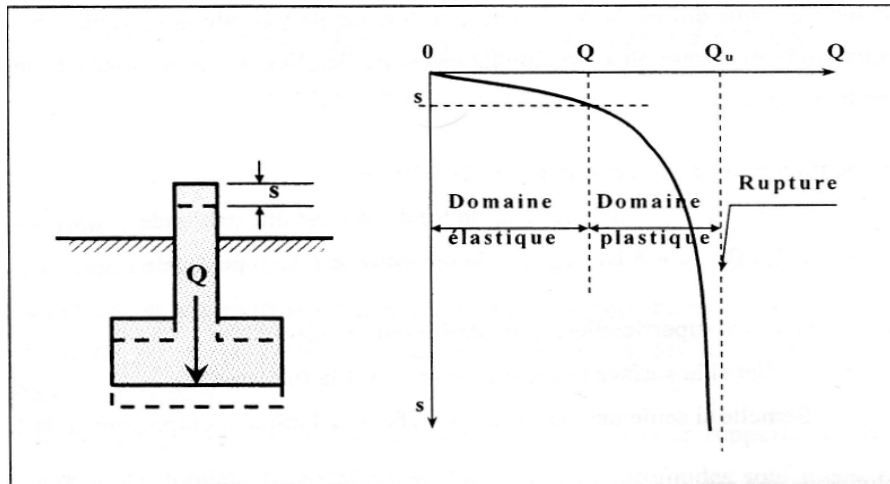


Figure 1.4 : Chargement d'une semelle superficielle.

Q_L est la charge limite de la semelle : c'est la charge maximale que peut supporter celle-ci et qui entraîne la rupture.

Comme cette valeur n'est pas très bien définie, on considère souvent que Q_L est la charge correspondant à un certain enfoncement.

A : l'aire de la semelle, la contrainte de rupture de la semelle est

$$q_r = Q_L / A$$

La contrainte admissible q_a , c'est la valeur de cette contrainte qui permettra au bureau d'étude de dimensionner les fondations.

On constate sur la **figure (1.4)** que q_a devra dépendre de deux conditions

- Un critère de rupture $q_a = Q_L / F_s$

Avec F_s : coefficient de sécurité généralement pris égale à 3

La contrainte admissible devra, en effet, être telle que tout risque de rupture est évité.

- Un critère de déformabilité : la condition précédente étant supposée remplie et la semelle chargée de telle sorte que la contrainte admissible transmise au sol q_a , cette semelle tassera de la valeur S_a (**figure 1.4**).

Il conviendra d'assurer que le tassement est compatible avec le comportement de l'ouvrage. La valeur du tassement admissible dépend donc directement du type de l'ouvrage, elle peut varier du millimètre (antennes spatiales) au mètre (réservoirs de pétrole de très grands diamètres).

Pour toute étude de fondation, et ceci est également vrai pour les fondations profondes, les deux aspects de la stabilité qui se traitent pratiquement d'une façon indépendante devront être examinés.

- Sécurité vis à vis de la rupture, le problème consiste à déterminer la contrainte de rupture q_1 ; tout en considérant qu'un équilibre limite de plasticité est atteint.
- Tassement sous la contrainte de service $q \leq q_a$, la contrainte q est telle que dans la plupart des cas, on peut considérer qu'aucun point du massif de sol dans lequel les fondations sont ancrées, le seuil de plasticité n'est pas atteint. Dans ces conditions, il s'agit d'un problème de déformations élastiques.

1.3.3.2 Mécanismes de rupture d'une fondation superficielle

Les études théoriques relatives à l'état d'équilibre plastique sous les semelles filantes conduisent aux conclusions générales suivantes.

Au cours du passage d'un état à l'autre, la répartition des réactions du sol sur la base de la semelle et l'orientation des contraintes principales dans le sol, subissent des variations. La transition s'opère à partir des bords extérieurs de la fondation et s'étend comme il est indiqué sur la **figure (1.5)** qui s'applique à une semelle continue (ou filante) reposant sur un massif homogène de sable.

Les résultats d'essais sur des semelles rigides montrent qu'il existe trois mécanismes potentiels de rupture mobilisant un volume limité de sol ;

- ***Un mécanisme général*** : caractérisé par la formation d'un coin sous la base de la fondation, qui refoule le sol latéralement selon des lignes de glissement débouchant à la surface. L'enfoncement de la fondation provoque généralement un soulèvement du sol d'autant plus net que la structure est moins déformable. C'est le cas pour les sols relativement résistants (**figure 1.5-a**) ;

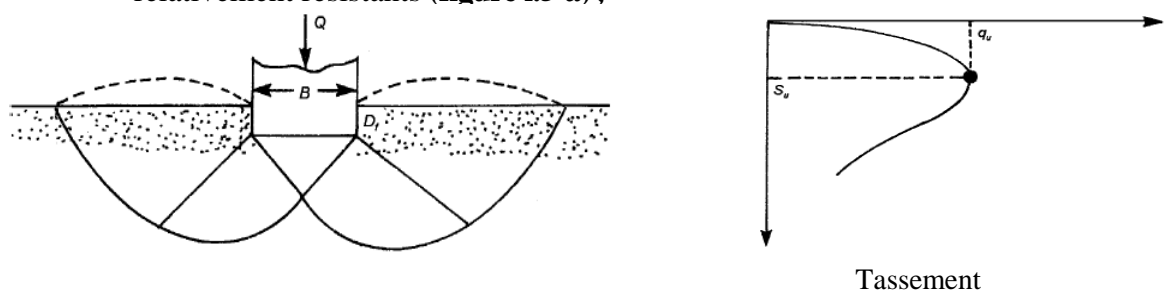
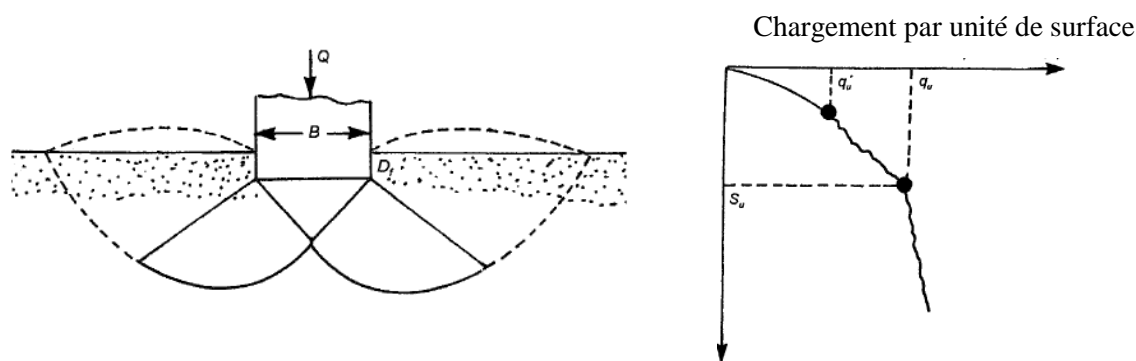


Figure 1.5-a : Mécanisme général.

- **Un mécanisme de cisaillement localisé** : qui ne s'étend qu'au voisinage immédiat de la fondation. Il y a également soulèvement du sol, mais après un enfoncement très important. C'est le cas pour les sols très compressibles, comme des sables lâches (**Figure 1.5-b**);



- **Une rupture par poinçonnement** : La fondation pénètre verticalement dans le massif sans perturber le sol qui n'est pas directement sous la fondation

Pour les sols cohérents, l'application du chargement est accompagnée d'une augmentation de la pression interstitielle. Mais comme la vitesse de chargement est souvent supérieure à la vitesse nécessaire pour la dissipation de ces surpressions, il est raisonnable de supposer que l'enfoncement s'effectue à volume constant (en conditions non drainées). Pour les sols pulvérulents, l'application du chargement entraîne une variation de volume due à la réorganisation des grains (désenchevêtrement ou compaction des grains selon les niveaux de contraintes atteints). La charge de rupture (ou capacité portante) peut être estimée par des calculs relativement simples en supposant que les paramètres de résistance des sols au voisinage de la fondation sont connus. Cependant, de très nombreux facteurs peuvent affecter cette valeur comme :

- Des phénomènes se produisant au cours de la construction (soulèvement du fond de fouille après une excavation, gonflement ou ramollissement des argiles, effets du gel, etc.) ;
- Des interactions avec d'autres constructions à proximité (battage de pieux, vibrations, excavation de tranchée, creusement de galeries, rabattement de la nappe phréatique, etc.).

I.3.4 Philosophies de conception des fondations

I.3.4.1 Méthode de contrainte admissible (utilisation de facteur de sécurité)

Le facteur de sécurité F_s est de l'ordre de 2 à 3 ou plus, il est employé pour s'assurer que les charges des fondations sont de manière significative moins que la résistance au cisaillement du sol de support et que les tassements ne sont pas excessifs.

La valeur relativement élevée du facteur singulier de la sécurité tient compte de

- Incertitudes vis-à-vis les conditions de charge et des variations défavorables de charge
- Incertitudes vis-à-vis l'états de sol ainsi que ses paramètres
- Conséquences de rupture, incertitudes dans les méthodes d'analyse (mode rupture, etc.).

I.3.4.2 Méthode d'état limite (utilisation du facteur partiel de sécurité)

Visé à s'assurer que toutes les conditions d'exécution appropriées sont satisfaites dans toutes les circonstances imaginables:

État Limite ultimeConcerné par l'effondrement et l'endommagement majeur.

État Limite D'utilitéConcerné par l'utilité et l'endommagement mineur.

Les exemples des états de limites incluent:

- Rupture par cisaillement
- Rupture par glissement
- Rupture par renversement
- Tassement ou soulèvement excessif
- Rupture de la structure de l'élément de fondation

Il convient de noter que la portance admissible des fondations superficielles est presque toujours commandée par des critères de tassement et très rarement par des critères de rupture par cisaillement. Cependant, en ce qui concerne la sécurité contre la rupture de cisaillement, la charge structurale permise sur une fondation est calculée par la méthode contrainte admissible.

Lors d'une étude préliminaire ou du contrôle d'un calcul, il est utile de connaître les ordres de grandeur de la capacité portante admissible pour des roches ou des sols types. Il y a une gamme des méthodes empiriques basées sur des résultats d'essai in situ. Le **tableau 1.1** fournit de telles valeurs ; naturellement, celles-ci doivent être prises avec prudence.

Tableau 1.1 - Valeurs estimées de la capacité portante ou pression admissible d'une fondation (d'après le BS 8004)

Catégorie	Types des roches et des sols	Capacité portante admissible en kN/m ²
Sols pulvérulents	Gravier dense ou sable et gravier dense	> 600 kN/m ²
	Gravier dense moyen, ou sable et gravier denses moyens	< 200 à 600 kN/m ²
	Gravier lâche, ou sable et gravier lâches	< 200 kN/m ²
	Sable compact	> 300 kN/m ²
	Sable dense moyen	100 à 300 kN/m ²
	Sable lâche	< 100 kN/m ² dépendent dessus degré de relâchement
Sols cohérents	Argiles plus "bold" très raides et argiles dures	300 à 600 kN/m ²
	Argiles raides	150 à 300 kN/m ²
	Argile ferme	75 à 150 kN/m ²
	Argiles et vases mous	< 75 kN/m ²
	Argile très molle	Non applicable
Tourbe		Non applicable
La terre faite		Non applicable

I.3.5 Estimation des tassements

L'application des charges sur un sol provoque des déformations.

La plupart des surcharges appliquées à un terrain sont verticales et les déplacements les plus importants sont des déplacements verticaux vers le bas. Ces déplacements sont appelés

«tassements» ils peuvent avoir des conséquences non négligeables sur la stabilité des structures supportées par le sol, (**figure 1.6**).

Deux aspects sont à prendre en compte dans le tassement

- Le tassement absolu qui se traduit par un déplacement de l'ensemble d'une structure vers le bas.
- Le tassement différentiel provoqué par la différence de déplacement entre deux points d'une même structure.

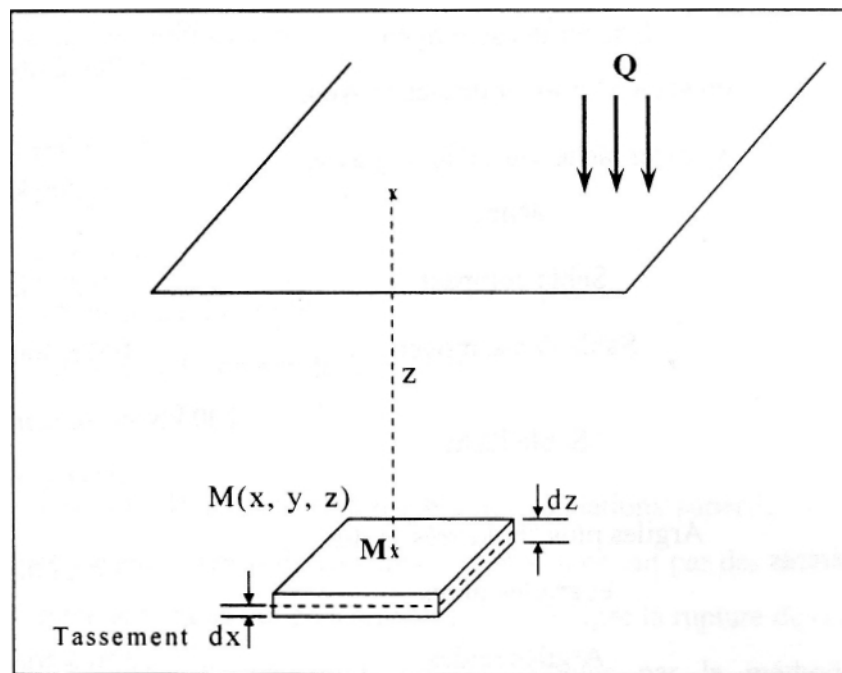


Figure 1.6 : La contrainte effective en un point.

Le calcul du tassement nécessite de connaître la valeur de la contrainte effective en chaque point du milieu, sur un élément de surface horizontale, (**figure 1.6**).

Les étapes successives d'un calcul de tassement sont

- Connaître la surcharge
- Connaître le sol (sondage, essai, pression interstitielle,...)
- Etat initial des contraintes dans le sol : $\sigma = \sigma + u$
- Supplément de contrainte $\Delta\sigma$
- Amplitude totale du tassement S
- Evolution dans le temps du tassement S (t)
- Effet du tassement sur la structure

- Tassement admissible,
- Tassement différentiel.

1.3.5.1 Les contraintes sous une fondation

A- Distribution des contraintes sous une fondation superficielle souple

Lorsqu'on exerce sur une plaque circulaire, posée sur le sol, une pression uniforme, la distribution des contraintes sous la plaque dépend de sa flexibilité.

Si la plaque est très souple et peut suivre toutes les déformations du terrain, la pression de contact sera distribuée uniformément, mais le tassement sera inégalement réparti (**figure 1.7**).

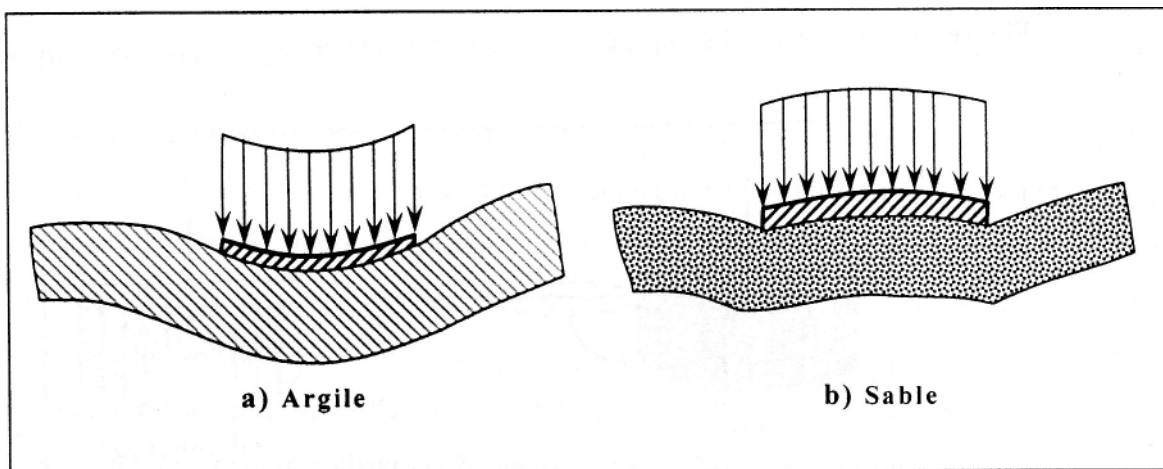


Figure 1.7 : Déformation d'une fondation souple sous une charge de densité uniforme.

B- Distribution des contraintes sous une fondation superficielle rigide

Si la plaque est infiniment rigide le tassement sera uniforme, mais il n'en sera pas de même pour la pression de contact. Dans le cas d'un sol idéal parfaitement élastique Boussinesq a déterminé la répartition théorique de cette pression (**figure 1.8**). Au centre de la plaque la pression de contact est égale à la moitié de la pression moyenne, $\sigma = Q/\pi R^2$, puis elle croit lentement, et vers les bords, elle tend vers l'infini.

Pour les sols réels, il ne peut pas être ainsi, on observe des répartitions d'allure différente suivant que le sol soit cohérent ou granulaire (**figure 1.9**).

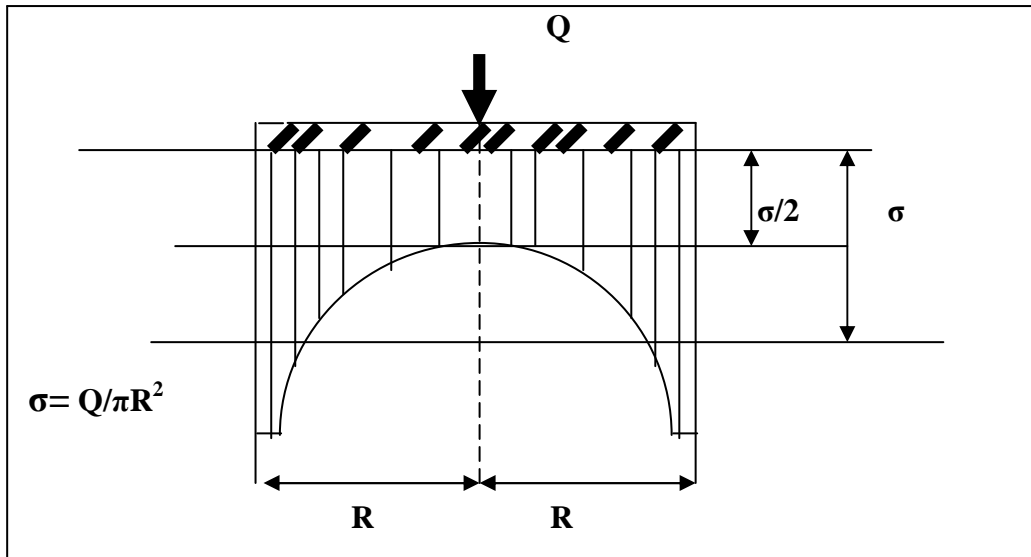


Figure 1.8 : Distribution théorique de Boussinesq des contraintes sous une plaque rigide.

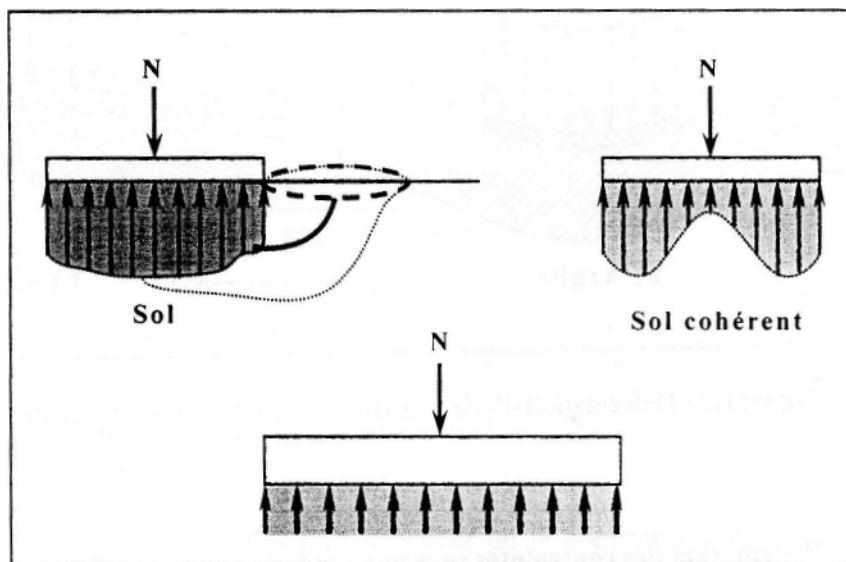


Figure 1.9 : Pression de contact.

B.1 Cas des sols cohérents

Dans le cas d'un sol cohérent (argile, limon, sable à faible perméabilité), l'application d'une charge entraîne l'apparition des surpressions interstitielles qui ne se dissipent que lentement. Il faut donc étudier le comportement du massif à court terme et à long terme : les conditions les plus défavorables sont souvent rencontrées à court terme. L'existence de la cohésion permet au sol de résister, pour une certaine gamme de contrainte, à la plastification due à la pénétration de la fondation, notamment aux bords de celle-ci. La contrainte verticale au contact sol fondation à court terme a une allure parabolique proche de la solution de Boussinesq, bornée par la résistance du sol.

B.2 Cas des sols pulvérulents

Dans le cas d'un sol pulvérulent (sable à forte perméabilité, gravier), le module d'Young croît avec la pression de confinement, la contrainte verticale près des bords de la fondation est donc petite car le confinement est faible et la résistance au cisaillement est due au seul frottement interne (la cohésion est nulle). En revanche, au centre de la fondation, la contrainte verticale au contact est maximale car le confinement est également maximal. Une distribution non linéaire est alors observée.

Les résultats qui précèdent sont corroborés par de très nombreuses expériences de laboratoire. On citera particulièrement les essais très complets effectués par les Allemands Leucine et Schwikert qui utilisent des semelles carrées de 1 m de côté. Des capteurs de contraintes noyés sous la base de la fondation permet de mesurer la pression de contact (J. Costet. & G. Sanglerat 1981).

Dans la réalité, la fondation est plus au moins flexible ou elle peut se trouver dans un cas intermédiaire. La distribution de pression de contact n'est pas uniforme, mais elle n'a pas non plus une allure aussi marquée que dans le cas d'une fondation très rigide. La répartition observée s'adapte à la fois aux caractéristiques de la fondation et du terrain pour que les déformations verticales de l'une soient identiques aux tassements de l'autre. C'est cette interaction du sol et de la fondation qui rend l'étude de la pression de contact si difficile. Une étude numérique peut modéliser cette interface et simplifie le problème.

B.3 Influence de la largeur de la fondation

La largeur de la fondation a également une influence sur la distribution des contraintes dans le sol. En effet, plus la fondation est large, plus le sol est sollicité en profondeur pour une même charge appliquée. **La figure (1.10)** met en évidence ce phénomène en présentant la même isocontrainte verticale dans le sol pour des fondations ne différent que par leurs largeurs. Il apparaît ainsi important de bien reconnaître les différentes couches qui constituent le terrain qui va supporter la structure envisagée, et donc de bien les modéliser. Toutefois, il est admis qu'au-delà d'une profondeur comprise entre B et $2.5B$ (ou B est la largeur de la fondation), la nature du sol n'a pratiquement plus d'influence sur le comportement de la fondation (Mesta .P & Prat M (1999)).

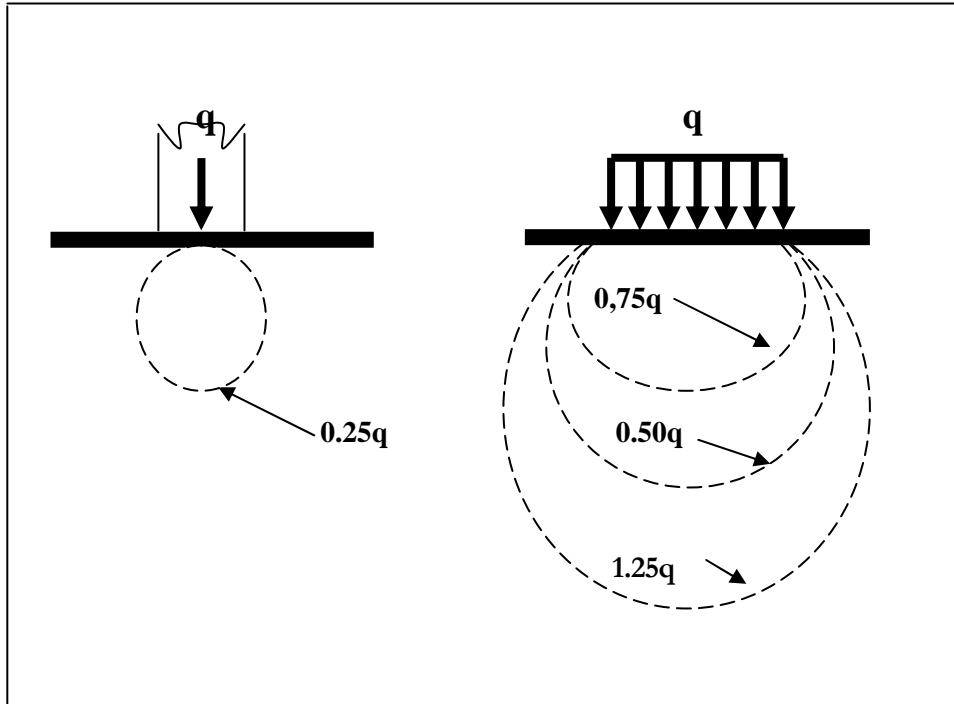


Figure 1.10 : Influence de la largeur de fondation sur les isocontraintes verticales.

C- Détermination des contraintes dues à une surcharge

Problème de Boussinesq

Pour déterminer les contraintes dues à une surcharge, on fait couramment l'hypothèse d'un sol élastique homogène et isotrope. C'est une hypothèse admissible pour la détermination de la composante verticale des contraintes dans le sol.

Les calculs de supplément de contrainte pour un milieu non pesant élastique ont été établis par Boussinesq.

C.1 Charge ponctuelle

Considérons un milieu élastique, non pesant, homogène et isotrope, limité à sa partie supérieure par un plan horizontal illimité et soumis à l'action d'une force verticale isolée P, **figure (1.11)**.

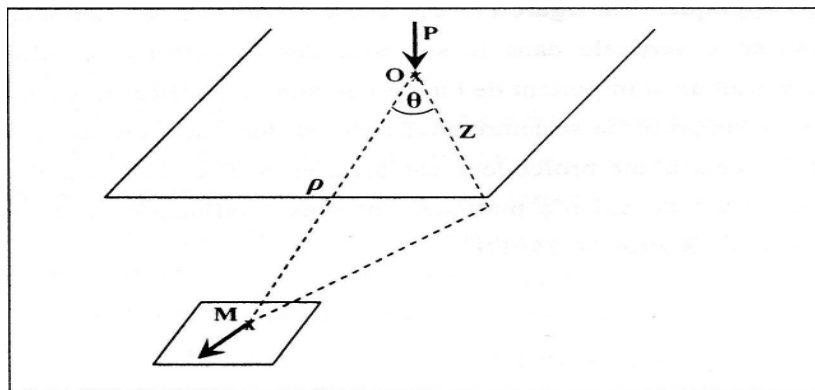


Figure 1.11 : Contrainte due à une charge ponctuelle.

Boussinesq a montré que la contrainte qui s'exerce sur une facette horizontale, centrée en **M**, a pour direction **OM**, (**O** : point d'application de la force P), et que la composante normale à la facette a pour expression :

$$\sigma_z = \frac{3\rho \cos^5(\theta)}{2\pi \cdot z^2} \quad (1.1)$$

Ou
$$\sigma_z = \frac{3 \cdot \rho \cdot z^3}{2\pi \cdot \rho^5} \quad (\rho = \text{OM}) \quad (1.2)$$

On remarque σ_z est indépendante du module d'Young E et du coefficient de poisson ν .

C.2 Charges réparties

Cas général

Dans le cas d'un ensemble de charges, si le milieu est élastique linéaire les effets des forces peuvent être superposés.

Il est donc possible de calculer la contrainte verticale σ résultante d'un ensemble de forces. Dans le cas des charges concentrées, il suffit d'additionner les effets, dans le cas des charges réparties, il faut utiliser le calcul intégral, **figure (1.12)**.

$$d\sigma_z = \frac{3 \cdot q \cdot d \cos^5(\theta)}{2\pi \cdot z^2} \quad (1.3)$$

$$\sigma_z = \frac{3}{2\pi \cdot z^2 \cdot q \cdot \cos^5(\theta) \cdot Da} \quad (1.4)$$

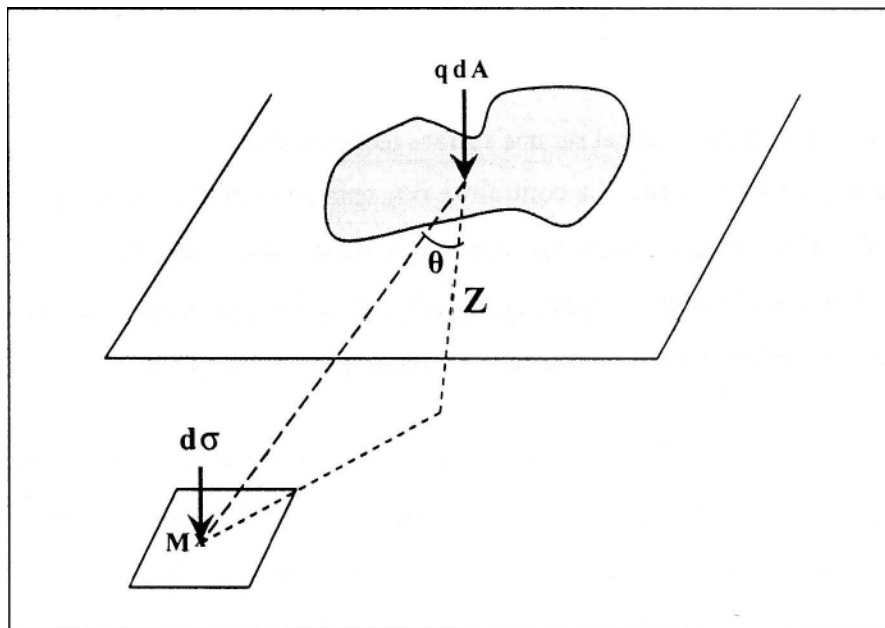


Figure 1.12: Contrainte due à une charge répartie.

C.2.1 Charge uniforme verticale sur une surface circulaire

Pour une surface circulaire de rayon r , chargée uniformément par une contrainte q , comme c'est montré dans la **figure (1.13)**, la surcontrainte dans l'axe de la surcharge est égale à

$$d\sigma_z = q \cdot \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{r}{z}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} \quad (1.5)$$

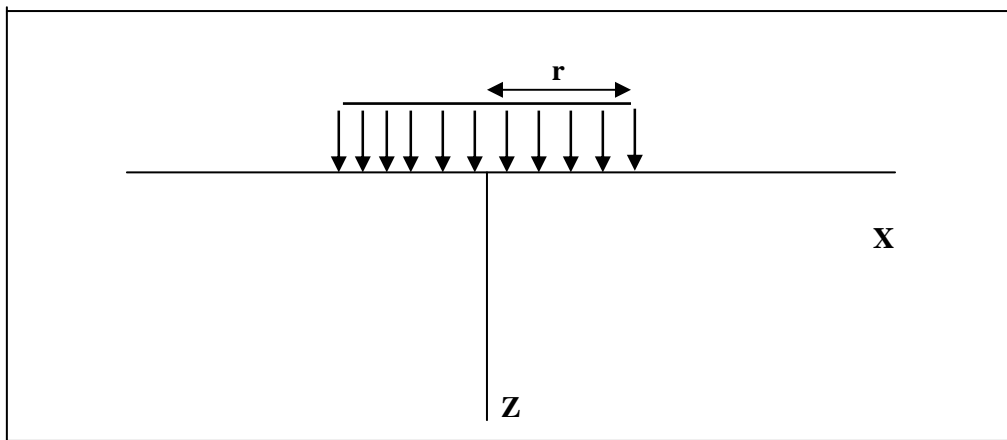


Figure 1.13 : Charge uniforme verticale sur une surface circulaire.

C.2.2 Charge uniforme vertical sur une surface rectangulaire

Pour un rectangle fini ou infini La contrainte $d\sigma_z$, sous le coin d'un rectangle (de longueur a et de largeur b) uniformément chargé par une charge q est : $d\sigma_z = I \cdot q$, **figure (1.14)**. I est donné par des abaques en fonction de a/z et b/z . La contrainte à la verticale d'un point quelconque est obtenue en construisant 4 rectangles ayant chacun un sommet au point considéré.

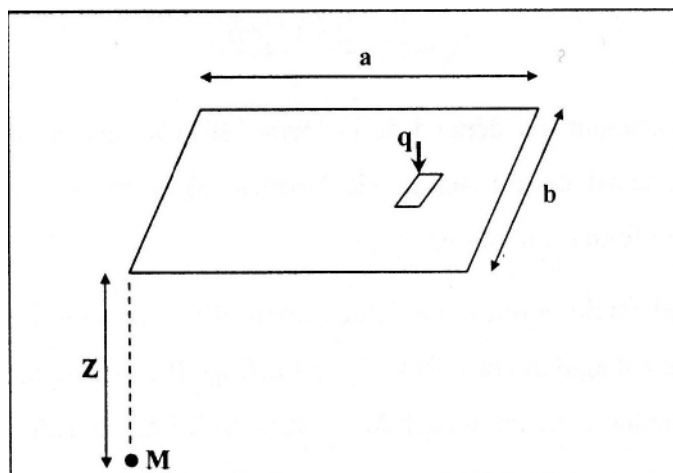


Figure 1.14 : Charge uniforme vertical sur une surface rectangulaire.

C.2.3 Charge uniforme verticale sur une bande de longueur infinie

Pour une semelle filante de largeur $2b$ ($L \gg 20b$; L : longueur), (**figure (1.15)**)

$$d\sigma_z = \frac{q}{\pi} (\alpha + \sin \alpha \cdot \cos(\alpha + 2\delta)) \quad (1.6)$$

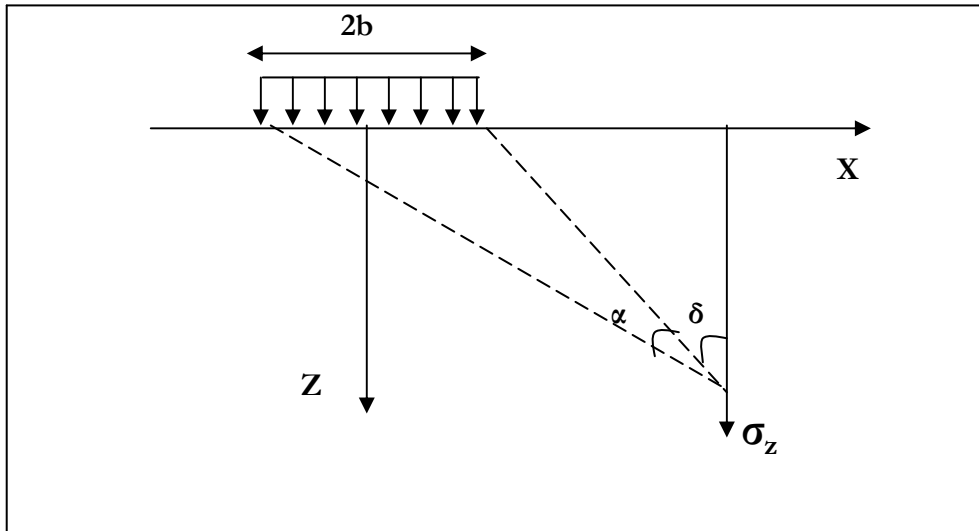


Figure 1.15: Charge uniforme verticale sur une bande de longueur infinie.

I.3.5.2 Détermination du tassement à partir d'essais de laboratoire

Si des résultats de laboratoire sont disponibles, le tassement final de la fondation S_f est calculé comme la somme d'un tassement immédiat S_i et d'un tassement de consolidation S_c . Dans le cas d'une fondation posée en surface sur un sol homogène d'épaisseur infini, et uniformément chargée, le tassement immédiat sous la fondation est fourni par la théorie de l'élasticité ;

$$S_i = C_f \frac{(1-\nu^2)qB}{E} \quad (1.7)$$

Où C_f est un coefficient qui dépend de la forme de la fondation, de manière dont la charge est transmise au massif de sol (nature de l'interface) et de la position du point de calcul (centre ou bords de fondation, par exemple).

La théorie de l'élasticité montre que le tassement d'une semelle filante sur un sol homogène d'épaisseur infinie est également infini (C_f est infini). Il convient alors pour calculer la valeur du tassement immédiat dans un massif de sol semi-infini de considérer les cas suivants :

- Soit le massif de sol est d'épaisseur finie. Dans le cas d'une semelle filante, les valeurs de C_f dépendent du coefficient de Poisson et de l'épaisseur H . Il n'est donc facile d'être exhaustif et de donner des tableaux des valeurs. Il vaut mieux se reporter aux tableaux ou abaques spécialisés [Giroud (1972) , Poulos et Davis (1970)] ;

- Soit le massif de sol d'épaisseur infinie et la fondation est de dimensions finies. Les valeurs du coefficient C_f ne dépendent que des dimensions de la fondation et de la position du point de calcul. On peut également se reporter aux abaques disponibles ou au **tableau 1.2**, qui regroupe les valeurs de C_f au centre et aux bords pour différents types de fondations.

Le module d'Young E et le coefficient de Poisson ν sont déterminés dans un essai à court terme. Dans le cas d'une argile, le module d'Young est le module non drainé E_U et le coefficient de Poisson est égal à 0.5. Pour sa part, le tassement de consolidation est estimé en faisant l'hypothèse d'une déformation unidimensionnelle et en utilisant la courbe de compressibilité oedométrique. Pour une couche homogène d'épaisseur H , le tassement de consolidation vaut :

$$S_c = \frac{HC_s}{1+e_0} \log_{10} \frac{\sigma'_{v0} + \Delta\sigma_{zz}}{\sigma'_{v0}} \quad \text{si } \sigma'_{v0} + \Delta\sigma_{zz} \leq \sigma'_p \quad (1.8)$$

$$S_c = \frac{HC_s}{1+e_0} \log_{10} \frac{\sigma'_p}{\sigma'_{v0}} + \frac{HC_c}{1+e_0} \log_{10} \frac{\sigma'_{v0} + \Delta\sigma_{zz}}{\sigma'_p} \quad \text{si } \sigma'_{v0} + \Delta\sigma_{zz} \geq \sigma'_p \quad (1.9)$$

Où C_c est l'indice de compression ; C_s , l'indice de gonflement ; e_0 , l'indice des vides à l'état initial ; σ'_{v0} , la pression verticale effective initiale des terres au milieu de la couche considérée ; σ'_p , la pression de préconsolidation et $\Delta\sigma'_{zz}$, la surcharge verticale apportée dans le plan méridien de la couche (**figure 1.16**).

Tableau.1.2- Valeurs du coefficient C_f pour une fondation sur un massif semi-infini. (D'après Giroud (1972)).

Forme de la fondation	C_f au centre d'une fondation souple	C_f aux bords d'une fondation souple	C_f sous d'une fondation rigide
Circulaire	1.0	0.64	0.79
Carrée	1.12	0.56	0.88
Rectangulaire (LxB)			
L/B=2	1.53	0.76	1.21
L/B=5	2.10	1.05	1.72
L/B= 10	2.56	1.27	2.13
L/B=20	2.98		2.54

B : largeur de la fondation, L : longueur de la fondation

La surcharge $\Delta\sigma'_{zz}$ est généralement déterminée à partir d'abaques. Dans le cas d'une semelle filante souple chargée à la surface d'un massif semi infini, *Boussinesq* a démontré que la distribution de la contrainte dans le plan est indépendante de la valeur du coefficient de Poisson.

En revanche, lorsque le substratum rigide est situé à une profondeur finie, la distribution de contrainte dépend de la valeur du coefficient de Poisson. Celui-ci a une influence relativement faible sur la contrainte verticale, mais une influence significative sur la contrainte horizontale. En pratique, une formule est souvent utilisée, qui donne une bonne approximation de l'accroissement de la contrainte verticale à une profondeur z, sous une fondation rectangulaire, de largeur B et de longueur L, soumise à une pression uniforme q (**figure 1.17**).

$$\Delta\sigma_{zz} = \frac{qLB}{(L+Z) + (B+Z)} \quad (1.10)$$

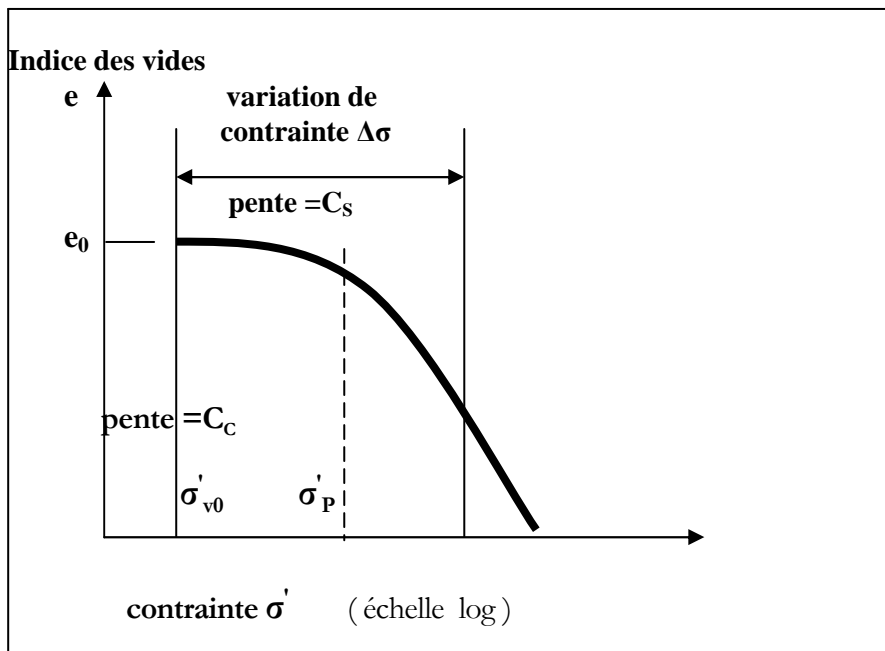


Figure 1.16 : Principe de calcul du tassement de consolidation.

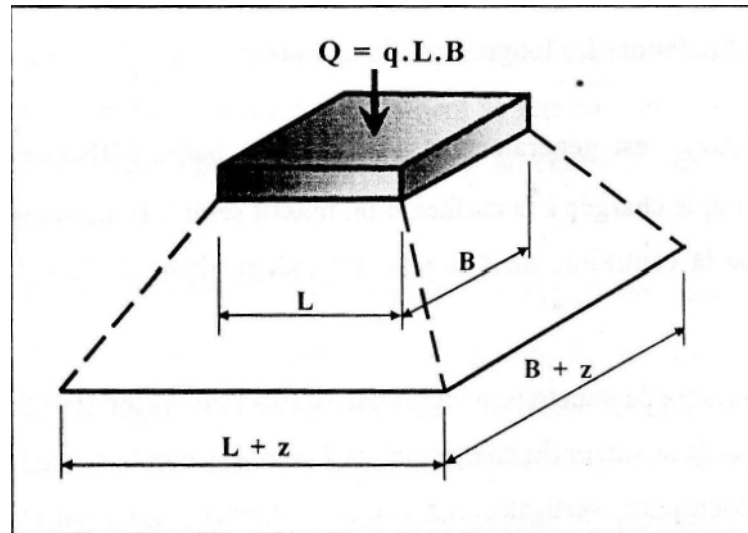


Figure I.17 : Méthode approchée pour le calcul de l'accroissement des contraintes.

Il faut remarquer que le calcul du tassement de consolidation néglige les déformations latérales et l'influence des contraintes horizontales.

1.3.5.3 Détermination du tassement à partir d'essais en place

L'essai pressiométrique permet de calculer le tassement final S_f d'une fondation de largeur B . Ce calcul fait intervenir le module pressiométrique E_M et les pressions limites mesurées en place, la contrainte verticale totale, les coefficients de forme (géométrie de la fondation) et un coefficient rhéologique (nature du sol). Cette méthode de calcul conduit à de bons résultats lorsqu'une comparaison est effectuée avec des mesures sur ouvrage. L'essai au pénétromètre peut également être utilisé, mais les résultats sont à utiliser avec prudence.

1.3.6 Conclusion

Une fondation superficielle et une fondation dont l'encastrement D dans le sol n'excède pas quatre fois la largeur B . Le mécanisme de rupture et la distribution des contraintes sous la fondation dépendent généralement de la nature du sol.

Un projet de fondation superficielle correct doit répondre aux préoccupations suivantes :

- la fondation doit exercer sur le sol des contraintes compatibles avec la résistance à la rupture de celui-ci, c'est le problème de la capacité portante. Le problème de la capacité portante sera traité en détaille dans le chapitre suivant.
- puis le tassement de la fondation doit être limité pour éviter le basculement ou la ruine de l'ensemble et pour empêcher l'apparition de fissures localisées qui rendraient l'ouvrage inutilisable.

Chapitre 2

METHODES DE CALCUL DE LA CAPACITE PORTANTE

II. 1 Introduction :

La détermination de la force portante des fondations est l'un des problèmes les plus importants de la mécanique des sols. On appelle pression admissible la pression ou contrainte maximale qui puisse être appliquée par une structure sur un sol, sans qu'il y ait de tassements excessifs et de risque de rupture du sol.

Deux types d'éléments sont à analyser pour une fondation superficielle

- La capacité portante de la fondation. C'est-à-dire vérifier les terrains (et éventuellement le matériau de fondation qui peuvent effectivement supporter la charge transmise) .
- Le tassement sous les charges de fonctionnement.

La capacité portante est généralement déterminée à partir des propriétés mécaniques des terrains mesurées soit au laboratoire, soit in-situ.

Parfois la détermination de la capacité portante est effectuée à partir d'essai de chargement, mais ceci est très rare pour les fondations superficielles.

Le présent chapitre est consacré aux méthodes de calcul de la capacité portante. Après une présentation des méthodes classiques par ordre chronologique, nous illustrons les différents cas spécifiques des fondations qui dépendent de plusieurs paramètres comme le type de chargement, charge centrée ou inclinée, la morphologie variée des terrains (pentes) et la forme des fondations, qui vont logiquement influencer sur le calcul de la capacité portante. Enfin nous présentons les coefficients correcteurs de formes proposés par différents auteurs.

II.2 Problème équivalent

La fondation ne se pose pas sur la surface du sol, en règle générale elle est placée, après creusement, à une profondeur D . La base de la semelle est alors choisie comme plan de référence sur lequel s'exercent des contraintes de compression égale à Q_u/B à l'emplacement de la semelle et à $q_s = \gamma D$ à l'extérieur.

Ce nouveau schéma résume le problème équivalent qui se substitue au cas réel pour résoudre les problèmes de fondation (**figure 2.1**)

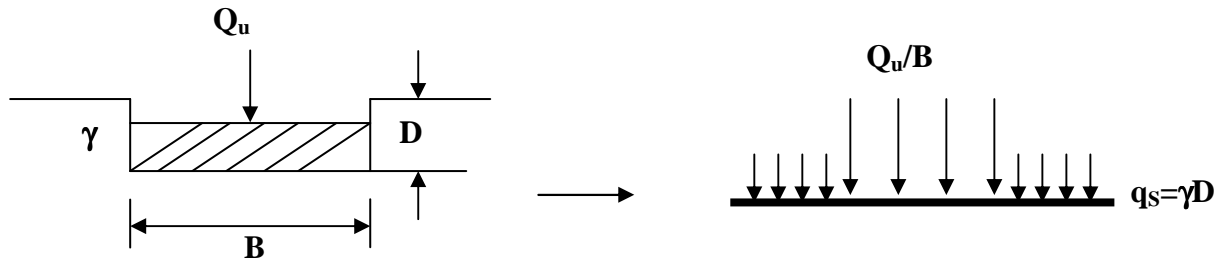


Figure 2.1 problème équivalent

II.3 Définition de la capacité portante

Si on applique une charge Q croissante à une fondation, au début du chargement le comportement est sensiblement linéaire (Les déplacements verticaux croissent proportionnellement à la charge appliquée).

A partir d'une certaine charge Q_d , les déplacements ne sont plus proportionnels à la charge. Enfin, pour une charge Q_L les déplacements deviennent incontrôlables, le sol n'est plus capable de supporter une charge supérieure, **figure (2.2)**. Cette charge est la charge limite ou ultime, ou encore la capacité portante de la fondation.

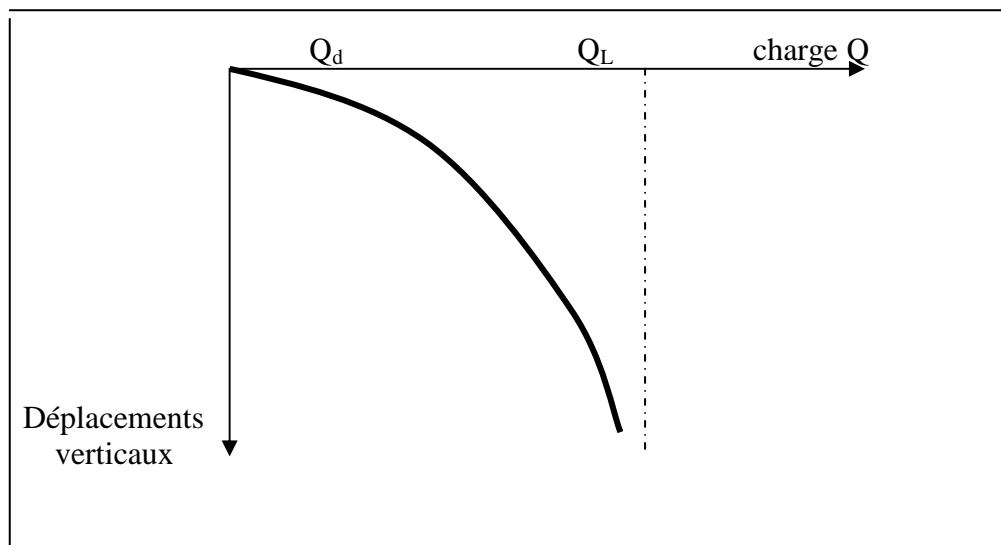


Figure 2.2 : Schématisation de l'évolution des déplacements verticaux sous une fondation superficielle en fonction de l'augmentation de la charge (d'après R.Frank).

II.4 Méthodes de calcul de la capacité portante pour le cas d'un chargement vertical

Aucune solution mathématique rigoureuse ne permet encore d'analyser le phénomène de la rupture. Bien des méthodes ont été proposées, mais toutes admettent quelques approximations simplificatrices quant aux propriétés du sol et aux déplacements qui se produisent, approximations non conformes aux phénomènes observés.

En dépit de ces insuffisances, les comparaisons entre les capacités portantes limites de modèles réduits et de fondations en vraie grandeur montrent que la marge d'erreur est un peu plus grande que pour les problèmes de stabilité avec les autres matériaux.

Les études de stabilité à la rupture (habituellement dénommée cisaillement total) repose sur l'hypothèse que le sol se comporte comme un matériau plastique idéal. Cette hypothèse fut avancée pour la première fois par Prandtl au sujet du poinçonnement des métaux, puis étendue à l'étude des sols par Terzaghi, Meyerhof, Buisman, Caquot & Kérisel et De Beer & Vesic,

Leur approche générale du problème est identique : une fondation de longueur infinie et de largeur B exerce une pression moyenne q_u sur un sol homogène dont le poids spécifique est γ . La charge qui agit sur la fondation est verticale, constante, et s'exerce dans l'axe de la semelle. On se trouve donc en présence d'un problème à deux dimensions.

Pour tous les autres cas (charge inclinée, charge excentrée, fondation isolée, etc.), il a été proposé d'introduire des coefficients correcteurs. Ces coefficients correcteurs sont choisis de manière empirique à partir des résultats d'essais de laboratoire sur modèles réduits, d'essais en centrifugeuse ou d'essais en vraies grandeurs.

II.4.1 Théorie de Rankine : (les coins de Rankine)

La figure (2.3) représente une semelle de rapport (L/B) très grand et un encastrement D , et qui repose sur un sol de cohésion C , avec un angle de frottement φ .

La figure (2.4) représente les coins de Rankine utilisés dans cette analyse.

- Le coin I est un coin actif,
- Le coin II est un coin passif.

Les résistances horizontales ou latérales et qui agissent sur l'interface des deux coins sont désignées par « P » et elles se caractérisent par une même magnitude et deux directions opposées.

Cependant, la force P associée au coin (I) représente la pression active. Tandis que la force P du coin (II) est la pression passive.

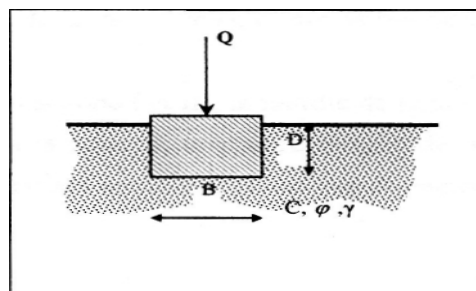


Figure.2.3 : Semelle reposant sur un sol (c,φ)

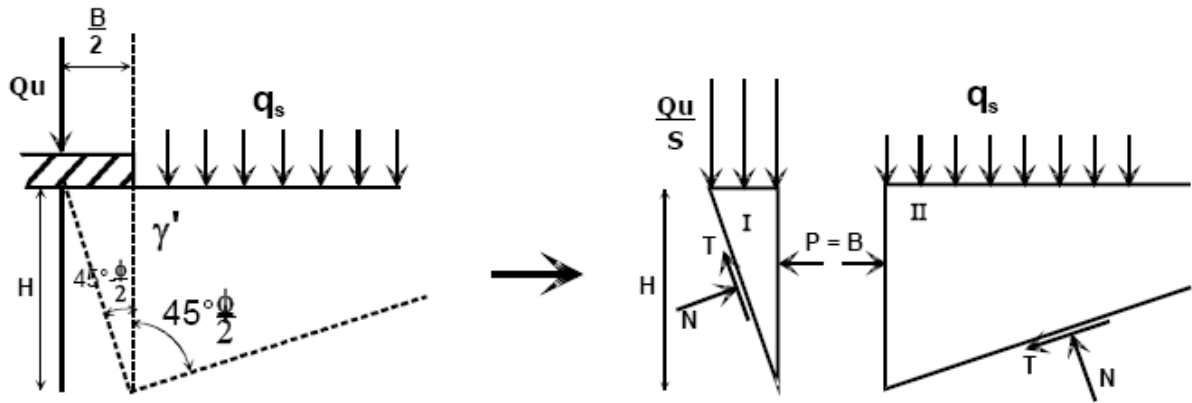


Figure 2.4 : Les coins de Rankine

- Pour le cas passif (coin II) nous avons :

$$P = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot K_p \cdot H^2 + 2 \cdot C \cdot H \cdot \sqrt{K_p} + q \cdot K_p \cdot H \quad (2.1)$$

$$\text{d'où, } K_p = \tan^2 \left(45 + \frac{\phi}{2} \right) \quad (2.2)$$

- Pour le cas actif nous avons :

$$P = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot K_a \cdot H^2 - 2 \cdot C \cdot H \cdot \sqrt{K_a} + q_U \cdot K_a \cdot H \quad (2.3)$$

$$\text{d'où, } K_a = \tan^2 \left(45 - \frac{\phi}{2} \right) \quad (2.4)$$

Les deux résultantes sont supposées avoir une même magnitude, alors on peut écrire :

$$\frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot K_p \cdot H^2 + 2 \cdot C \cdot H \cdot \sqrt{K_p} + q \cdot K_p \cdot H = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot K_a \cdot H^2 - 2 \cdot C \cdot H \cdot \sqrt{K_a} + q_U \cdot K_a \cdot H \quad (2.5)$$

L'expression qui donne la charge maximum que supportera la semelle :

$$q_U = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot H \cdot \left(\frac{1}{K_a} \right) \cdot (K_a - K_p) + \frac{2 \cdot C}{K_a} \cdot (\sqrt{K_p} + \sqrt{K_a}) + q \cdot K_p^2 \quad (2.6)$$

mais, $K_p = \frac{1}{K_a}$; alors d'après la figure (2.4) :

$$H = \frac{B}{2 \cdot \tan\left(45 - \frac{\varphi}{2}\right)} = \frac{B}{2 \cdot \sqrt{K_a}} \quad (2.7)$$

Alors, l'expression de q_U devient :

$$q_U = \frac{1}{4} \cdot \gamma \cdot B \cdot K_P^{3/2} \cdot (K_P - K_P^{-1}) + 2 \cdot C \cdot K_P \cdot (K_P^{1/2} + K_P^{-1/2}) + q \cdot K_P^2 \quad (2.8)$$

Ou bien ;

$$q_U = \frac{1}{4} \cdot \gamma \cdot B \cdot (K_P^{5/2} - K_P^{1/2}) + 2 \cdot C \cdot (K_P^{3/2} + K_P^{1/2}) + q \cdot K_P^2 \quad (2.9)$$

Qui s'écrit sous la forme condensée :

$$\text{La capacité portante :} \quad q_U = C \cdot N_C + q \cdot N_q + \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot B \cdot N_\gamma \quad (2.10)$$

Avec;

$$N_\gamma = \frac{1}{2} \cdot (K_P^{5/2} - K_P^{1/2}) \quad (2.11)$$

$$N_C = 2 \cdot (K_P^{3/2} + K_P^{1/2}) \quad (2.12)$$

$$N_q = K_P^2 \quad (2.13)$$

Le schéma de Rankine n'est qu'une approximation très grossière du véritable comportement du sol. En réalité, les expérimentations sur modèles réduits montrent que sous la fondation se forme un coin, limité par des forces planes inclinées qui s'enfoncent avec la semelle et se conduisent en corps solide. Il exerce une poussée sur le sol adjacent qui réagit en butée avec frottement sol-sur-sol.

II.4.2 Théorie de Prandtl (1920)

D'après Prandtl, le mécanisme de rupture sous la fondation considère que la base de la fondation est lisse, donc un état actif de Rankine est développé dans le coin AA'O (**figure 2.5**).

Le système est formé par trois zones successives .

- La zone I en équilibre de poussée de Rankine.
- La zone II en équilibre de Prandtl.
- La zone III en équilibre de butée de Rankine.

Dans la zone I et III, la famille de lignes de glissement est formée de droites.

Dans la zone II, une autre famille de ligne de glissement est constituée de courbe. Il s'agit donc d'arc spiral logarithmique de centre A.

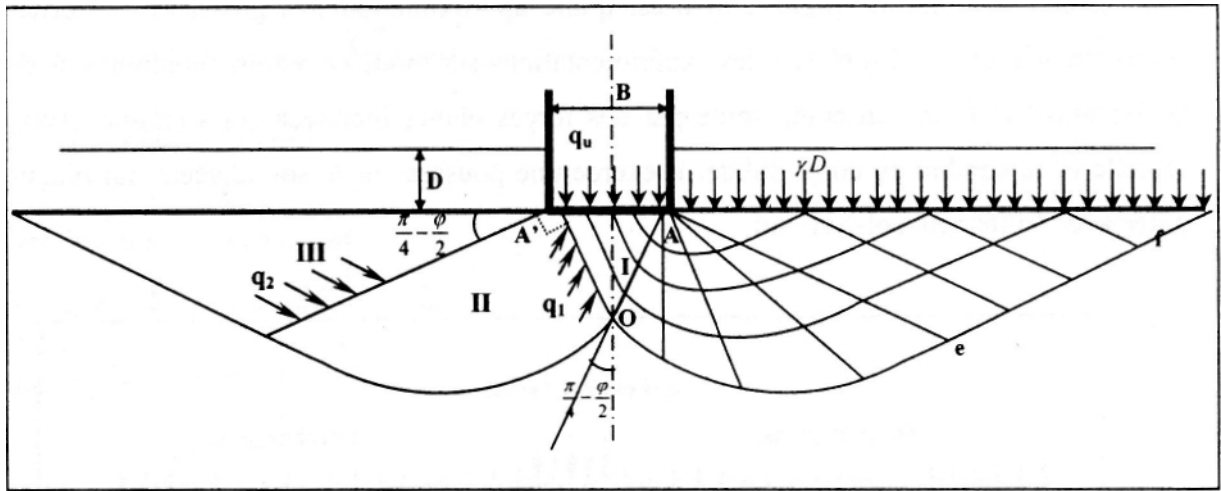


Figure 2.5 : Mécanisme de rupture d'une fondation de base lisse (Prandtl (1920)).

Le problème se ramène à l'étude de l'équilibre du bloc (AOe) en écrivant que le moment en A de l'ensemble des forces est nul.

Le problème bidimensionnel d'un sol pulvérulent non pesant d'angle de frottement interne φ et chargé normalement à sa surface par deux répartitions uniforme, a été résolu pour la première fois par Prandtl [1920].

On notera q_1 et q_2 les intensités des contraintes critiques qui agissent respectivement sur les rayons polaires AO et Ae. L'équilibre de poussée et de buttée de Rankine dans un milieu non pesant donne :

$$q_1 = q_u \cdot \text{tg} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) \quad \text{et} \quad q_2 = \gamma \cdot D \cdot \text{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$$

On peut traduire l'équilibre du bloc AOe en écrivant que le moment en A de l'ensemble des forces appliquées est nul.

$$\text{Soit,} \quad \frac{AO}{2} \cdot AO \cdot q_1 \cdot \tan \varphi - \frac{Ae}{2} \cdot Ae \cdot q_2 \cdot \tan \varphi = 0$$

$$\text{On a alors} \quad \frac{AO}{Ae} = e^{-\varepsilon \text{tg} \varphi}$$

Donc, q_1 et q_2 sont liés par la relation suivante dans l'équilibre de Prandtl :

$$\frac{q_1}{q_2} = \left(\frac{AO}{Ae} \right)^2 = e^{-2 \cdot \varepsilon \cdot \text{tg} \varphi} = e^{-\pi \cdot \text{tg} \varphi} \tag{2.14}$$

Puisque l'angle ε que fait AO et Ae est égale à $\frac{\pi}{2}$

On abouti donc finalement ;

$$q_u = \gamma \cdot D \cdot \text{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \cdot e^{\pi \cdot \text{tg} \varphi} \quad \text{c'est-à-dire :} \quad N_q = \text{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \cdot e^{\pi \cdot \text{tg} \varphi}$$

Cette formule est quelque fois appelée formule de Prandtl Caquot, car ces deux auteurs l'on publiée, indépendamment l'un de l'autre vers [1920].

II.4.3 Théorie de Terzaghi (1943)

Terzaghi était le premier à développer une théorie pour l'évaluation de la capacité portante ultime des fondations superficielles. Sa théorie suppose qu'une fondation est dite superficielle si sa profondeur D est inférieure ou égale à sa largeur B . (Cependant, on suggère plus tard que des fondations avec une profondeur allant de 3 jusqu'à 4 fois leurs largeur pourraient être considérées comme superficielles). Terzaghi a proposé un mécanisme de rupture d'une fondation filante, présentée ci-dessous (**figure 2.6**).

Il a basé sa théorie sur les conditions suivantes :

- Il a assumé que le coin au-dessous de la semelle est en équilibre élastique.
- Terzaghi a assumé que l'angle des surfaces du coin de rupture est α supérieure a $45^\circ + \frac{\varphi}{2}$, qui résulte d'une prétention des coins actifs de Rankine.
- La résistance au cisaillement du sol au-dessus du niveau de fondation D , a été ignorée et contribue seulement comme une surcharge.
- On assume que la semelle est rugueuse.

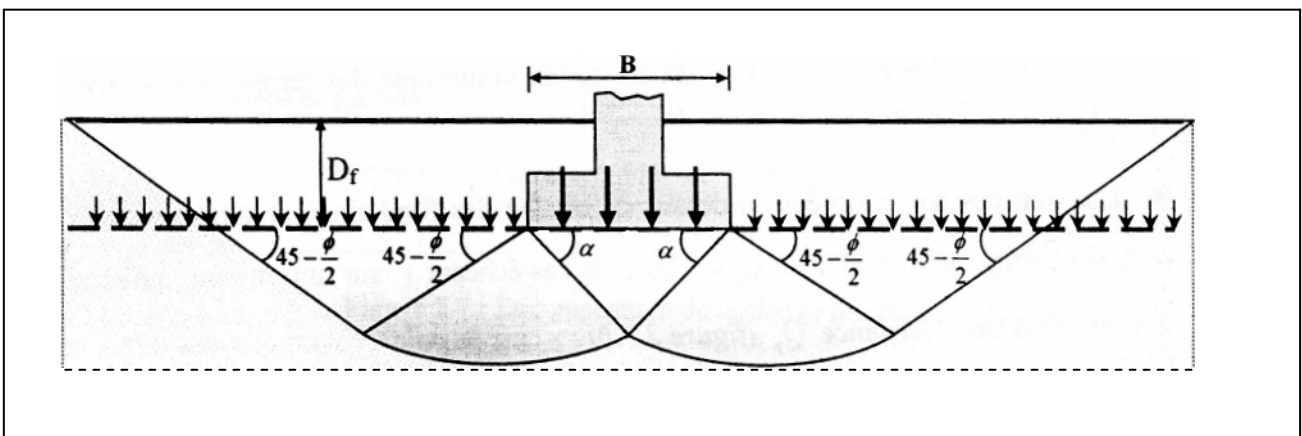


Figure 2.6 : Mécanisme de rupture d'une fondation de base rugueuse (Terzaghi (1943)).

Utilisant l'analyse d'équilibre, Terzaghi a exprimé la capacité portante ultime sous la forme:

$$q_u = c.N_c + q.N_q + \frac{1}{2}.\gamma.B.N_\gamma$$

Là où N_c , N_q , et N_γ sont les facteurs de portance et sont seulement fonction de l'angle de frottement de sol, φ .

$$N_c = \cos \varphi \left[\frac{e^{\left(\frac{3\pi}{4-\varphi/2} \right) \tan \varphi} - 1}{2 \cdot \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)} \right] = \cot \varphi (N_q - 1) \quad (2.15)$$

$$N_q = \frac{e^{\left(\frac{3\pi}{4-\varphi/2} \right) \tan \varphi}}{2 \cdot \cos^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)} \quad (2.16)$$

$$N_\gamma = \frac{1}{2} \left(\frac{K_{\rho\gamma}}{\cos^2 \varphi} - 1 \right) \tan \varphi \quad (2.17)$$

Cette équation, cependant, est soumise aux restrictions suivantes:

- rupture générale
- semelle filante
- semelle de base rugueuse

II.4.4 Détermination de la charge limite selon Caquot et J. Kérisel

II.4.4.1 Formule générale

La charge limite de la fondation est déterminée en superposant trois états de résistance. C'est-à-dire :

- La résistance du sol pulvérulent sous le niveau de la semelle, entraînant une certaine résistance Q_γ (**figure.2.7.a**) ; γ_2 : est les poids volumique des terres sous le niveau de la semelle;
- L'action des terres situées au-dessus du niveau des fondations et supposées agir comme une surcharge $q_0 = \gamma_1.D$ (ou $q'_0 = \gamma'_1.D$, le cas échéant) sur un milieu pulvérulent non pesant, d'où une résistance Q_p , (**figure. 2.7.b**) ; γ_1 est le poids volumique des terres au-dessus du niveau de la semelle ;
- L'action de la cohésion, d'où une résistance Q_c (**figure2.7.c**).

La charge limite de la fondation ou capacité portante sera : $Q_u = Q_\gamma + Q_p + Q_c$,

Et la contrainte de rupture : $q_u = q_\gamma + q_p + q_c$; avec $q_i = \frac{Q_i}{B}$

De nombreux auteurs, ont résolu le problème en faisant des hypothèses différentes sur la rugosité de la semelle et la forme de la zone en équilibre limite, c'est-à-dire sur l'allure des surfaces de glissement. Bien que les valeurs numériques soient parfois assez différentes. Toutes ces études conduisent à la formule générale suivante :

$$q_u = 0,5.S_\gamma.\gamma_2.B.N_\gamma + S_q.q_0.N_q + S_c.C.N_c \quad (2.18)$$

S_γ , S_q , S_c : sont des coefficients dépendant de la forme des fondations.

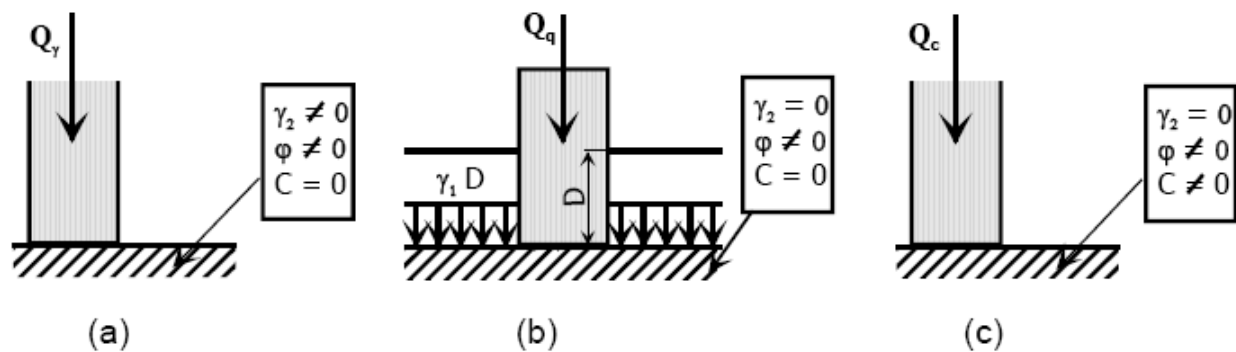


Figure 2.7 : Décomposition de la charge limite.

Les trois termes de cette formule correspondent à ceux définis précédemment :

- Le premier terme est appelé terme de surface : Il est proportionnel à B ;
- Le second est appelé terme de profondeur : Il est proportionnel à D ;
- Le troisième est appelé terme de cohésion : Il est proportionnel à la cohésion C.

N_γ , N_q et N_c : sont des coefficients numériques qui dépendent uniquement de l'angle de frottement interne φ .

II.4.4.2 Détermination des coefficients N_γ , N_q , N_c , selon A. Caquot et J. Kérisel

Le calcul est réalisé pour une semelle continue à base horizontale encastree dans un sol homogène et supportant une charge verticale centrée. Le problème étant à deux dimensions, il est possible de considérer une tranche de longueur unité dans le sens perpendiculaire à B.

Avec ces hypothèses, les coefficients S_γ , S_q et S_c , sont tous égaux à 1 et la formule s'écrit :

$$q_u = 0,5.\gamma_2.B.N_\gamma + q_0.N_q + C.N_c$$

A- Terme de surface N_γ

Le coin AMC (**zone I de la figure 2.8**) est supposé faire un angle au sommet M de $\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)$.

Il est en équilibre surabondant et fait corps avec la fondation.

Le poinçonnement de la fondation dans le milieu pulvérulent se produit lorsque la butée sur les écrans fictifs AM et CM est entièrement mobilisée.

La résultante de la butée sur CM s'écrit : $R = 0,5 \cdot \gamma_2 \cdot B \cdot C^2 \cdot K_p$
(2.19)

S'agissant d'un frottement sol contre sol, le contact est parfaitement rugueux le long de AM et CM et l'angle de frottement φ sur CM est égal à $(-\varphi)$. Par suite, la résultante est inclinée de $(-\varphi)$ sur la normale à l'écran et la valeur de K_p est obtenue à partir des tables de butée de

Caquot et Kérisel pour $\beta=0$, $\delta=-\varphi$ et $\lambda = -\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$ (2.20)

L'ensemble des forces verticales est en équilibre.

Ces forces sont :

- La capacité portante de la fondation par unité de longueur $Q_\gamma = q_\gamma \cdot B$ (2.21)

- Le poids W du coin ACM, $W = \gamma_2 \cdot \left(\frac{B^2}{4}\right) \cdot \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)$ (2.22)

- Les deux composantes verticales des réactions de butée R_p sur AM et CM.

La figure (2.8) montre que la résultante R_p fait avec la verticale d'un angle de $\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$ et que

$$CM = \frac{B}{\left(2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)\right)} \quad (2.23)$$

L'équilibre des forces verticales s'écrit : $Q_\gamma + W = 2 \cdot R \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$ (2.24)

Soit en remplaçant W , R et CM par leurs valeurs :

$$q_\gamma = \frac{Q_\gamma}{B} = \gamma_2 \cdot \frac{B}{4} \cdot \left[K_p \cdot \frac{\cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)}{\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)} - \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \right] \quad (2.25)$$

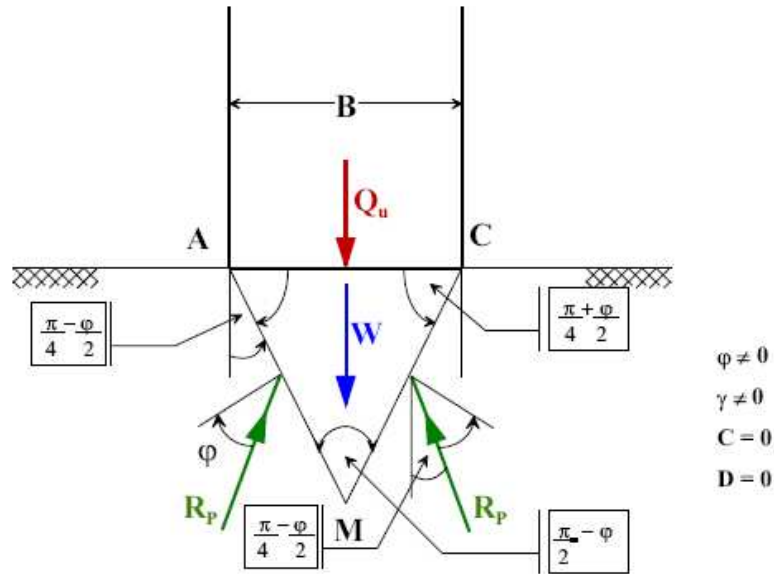


Figure 2.8 : Détermination du terme de surface.

(Philipponat G. Hubert B)

La comparaison avec le terme de surface de la formule générale : $(q_\gamma = 0,5 \cdot \gamma_2 \cdot B \cdot N_\gamma)$ conduit à la formule suivante :

$$N_\gamma = \frac{1}{2} \cdot \left[K_p \cdot \frac{\cos\left(\frac{\pi - \varphi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)}{\cos^2\left(\frac{\pi + \varphi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)} - \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \right] \tag{2.26}$$

B- Terme de profondeur N_q

Dans ce cas, on calcule la capacité portante de la semelle q_u encastrée d'une profondeur D . La surcharge uniformément répartie p de part et d'autre de la semelle AB est égale à $P = \gamma_1 \cdot D$ (figure 2.9).

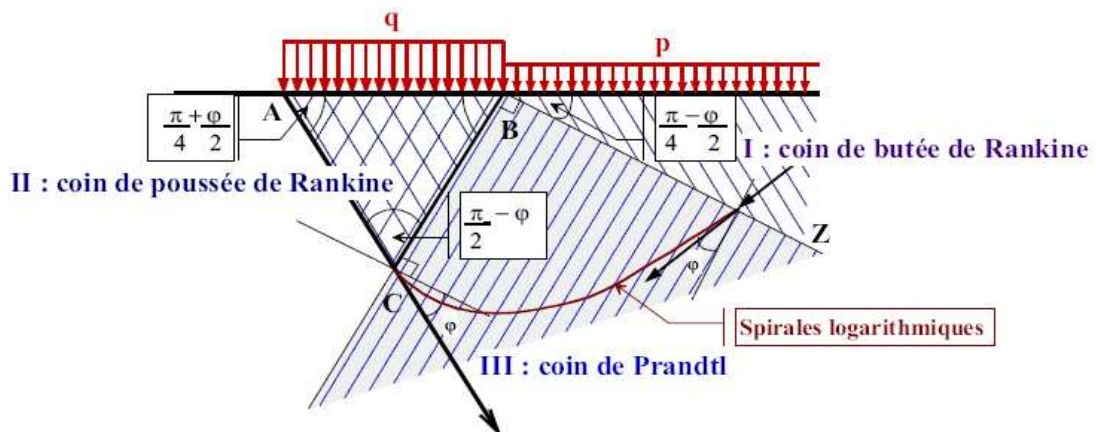


Figure 2.9 : Détermination du terme de profondeur.

Comme dans le cas d'actions du sol sur un écran, on a deux équilibres de Rankine séparé par un équilibre général en spirale logarithmique (**figure 2.9**).

Le calcul donne l'expression suivante de q_u .

$$q_u = P.tg^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)e^{\pi.tg\varphi}$$

Avec $P = \gamma_1.D$

$$q_u = \gamma_1.D.tg^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)e^{\pi.tg\varphi} \quad (2.27)$$

Avec γ_1 : poids volumique du sol au-dessus de la semelle.

En posant $q_u = q_q$ (contrainte ultime de profondeur)

$$q_q = \gamma_1.D.N_q \quad (2.28)$$

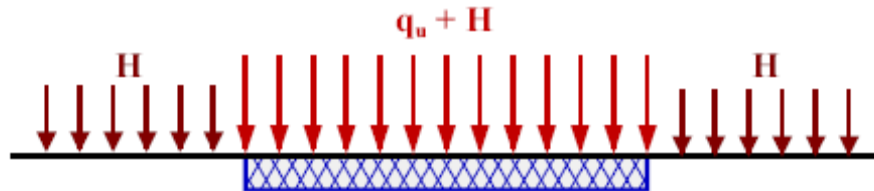
On appellera N_q : terme de profondeur

$$N_q = tg^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)e^{\pi.tg\varphi} \quad (2.29)$$

Avec φ : angle de frottement du sol au-dessous de la semelle.

C- Terme de cohésion N_c

On applique le théorème des états correspondants de CAQUOT. On est ramené au problème précédent en remplaçant $\gamma_1.D$ par $H = C/tg\varphi$ (**figure 2.10**).



(**figure 2.10**).

$$q_u + H = H.tg^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)e^{\pi.tg\varphi}$$

$$q_u = H \left[tg^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)e^{\pi.tg\varphi} - 1 \right]$$

En posant $q_u = q_c$ (contrainte ultime de cohésion)

$$q_c = C.N_c \quad \text{avec}$$

$$N_c = \frac{N_q - 1}{tg\varphi}$$

pour un sol fin saturé cisailé à court terme $\varphi_u = 0$ et $C_u \neq 0$; on fait tendre $\varphi \rightarrow 0$ et on obtient :

$$N_c = \pi + 2$$

(Terzaghi pour une semelle rugueuse a montré $N_c = 5,7$).

Cette formule donne la capacité portante d'une semelle sans encastrement fondée sur un sol fin saturé sous un chargement rapide (phase de chantier, court terme).

On peut étendre cette approche à la construction des remblais sur sol fin saturé en assimilant le remblai à une fondation superficielle.

Le tableau (2.1) représente les valeurs des coefficients de la capacité portante N_γ , N_q , N_c , en fonction de φ .

Tableau.2.1 : Valeurs des coefficients de capacité portante N_γ , N_q , N_c en fonction de φ (Cernica John N).

φ	TERZAGHI			MEYERHOF			HANSEN		
	N_c	N_q	N_γ	N_c	N_q	N_γ	N_c	N_q	N_γ
0	5.70	1.00	0.00	5.10	1.00	0.00	5.10	1.00	0.00
2	6.30	1.22	0.18	5.63	1.20	0.01	5.63	1.20	0.01
4	6.97	1.49	0.38	6.19	1.43	0.04	6.19	1.43	0.05
6	7.73	1.81	0.62	6.81	1.72	0.11	6.81	1.72	0.11
8	8.60	2.21	0.91	7.53	2.06	0.21	7.53	2.06	0.22
10	9.61	2.69	1.25	8.34	2.47	0.37	8.34	2.47	0.39
12	10.76	3.29	1.70	9.28	2.97	0.60	9.28	2.97	0.63
14	12.11	4.02	2.23	10.37	3.59	0.92	10.37	3.59	0.97
16	13.68	4.92	2.94	11.63	4.34	1.37	11.63	4.34	1.43
18	15.52	6.04	3.87	13.10	5.26	2.00	13.10	5.26	2.08
20	11.69	7.44	4.97	14.83	6.40	3.87	14.83	6.40	2.95
22	20.27	9.19	6.91	16.88	7.82	4.07	16.88	7.82	4.13
24	23.36	11.40	8.85	19.32	9.60	5.72	19.32	9.60	5.75
26	27.09	14.21	11.35	22.25	11.85	8	22.25	11.85	7.94
28	31.61	17.81	15.15	25.80	14.72	11.19	25.80	14.72	10.94
30	37.16	22.46	19.73	30.14	18.40	15.67	30.14	18.40	15.07
32	44.04	28.52	27.49	35.49	23.18	22.02	35.49	23.18	20.79
34	52.64	36.51	36.96	42.16	29.44	31.15	42.16	29.44	28.77
36	63.53	47.16	51.70	50.59	37.75	44.43	50.59	37.75	40.05
38	77.50	61.55	73.47	61.35	48.93	64.08	61.35	48.93	56.18
40	95.67	81.27	100.39	75.32	64.20	93.69	75.32	64.20	79.54
42	119.67	108.75	165.69	93.71	85.38	139.32	93.71	85.38	113.96
44	151.95	147.74	248.29	118.37	115.31	211.41	118.37	115.31	165.58
46	196.22	204.20	426.96	152.10	158.51	329.74	152.10	158.51	244.65
48	258.29	287.86	742.61	199.27	222.31	526.47	199.27	222.31	368.68
50	347.52	415.16	1153.15	266.89	319.07	873.89	266.89	319.07	568.59

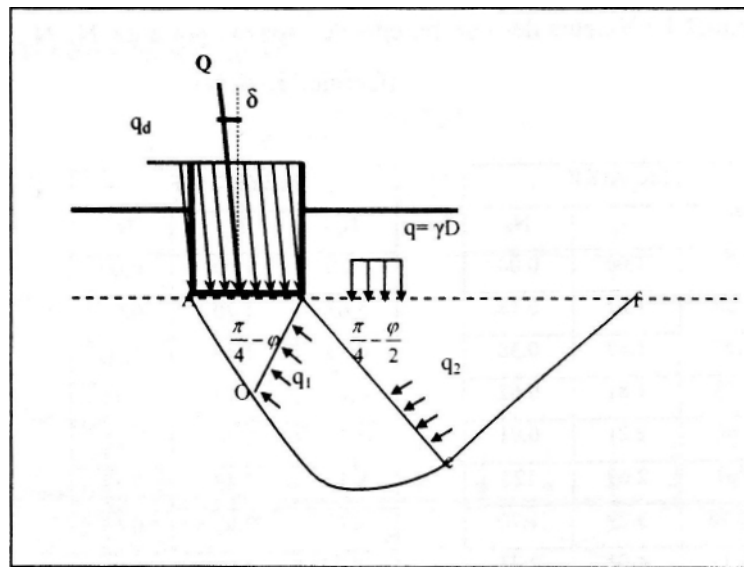
II.5 Méthodes de calcul de la capacité portante pour des cas particulier

II.5.1 Charges centrées inclinées

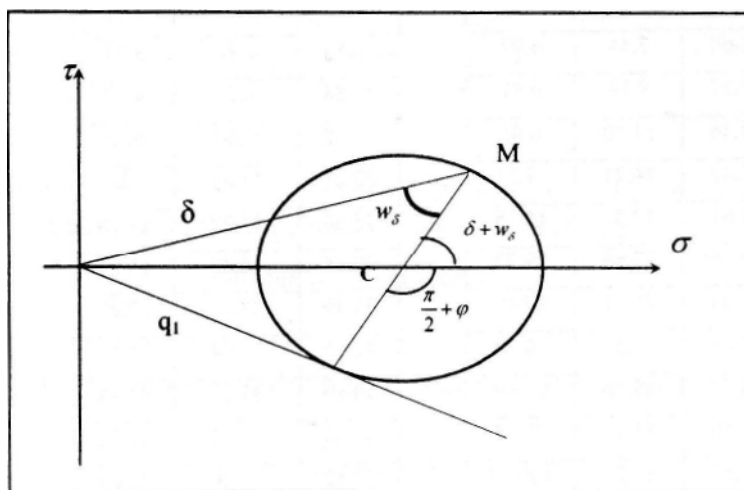
II.5.1.1 Milieu pulvérulent

Afin d'étudier l'influence de l'inclinaison des charges sur la force portante, on supposera d'abord que la charge inclinée est centrée et que le milieu est non pesant, pulvérulent et supporte une charge verticale uniforme : $q = \gamma \cdot D$

Le schéma ci-dessous (**figure 2.11**) représente dans ce cas la forme des différentes lignes de glissement.



(a)



(b)

Figure 2.11: Schéma de rupture pour une charge inclinée en milieu non pesant.

$$q_2 = \gamma.D.tg\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)$$

$$q_1 = q_2.e^{2.\varepsilon.tg\varphi}$$

Or $\sin w_\delta = \frac{\sin \delta}{\sin \varphi}$

Donc, $\varepsilon = \frac{\pi}{2} - \frac{(\varepsilon + w_\delta)}{2}$

$$q_1 = \gamma.D.tg\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right).e^{[\pi-(\delta+w_\delta)].tg\varphi}$$

Enfin d'après la figure (2.11).b

$$q_d = q_1 \cdot \frac{\sin(\delta + w_\delta).tg\varphi}{\sin \delta}$$

Soit ; $q_d = \gamma.D \cdot \frac{\sin(\delta + w_\delta).tg\varphi}{\sin \delta} .tg\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right).e^{[\pi-(\delta+w_\delta)].tg\varphi}$

On transforme cette formule pour faire apparaître la composante verticale : $q_{vd} = q_d \cos \delta$ de

la capacité portante ainsi que le facteur : $N_q = tg^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right).e^{\pi.tg\varphi}$

On obtient tous calculs faits : $q_{vd} = \gamma.D.N_q.i_q(\varphi, \delta)$ (2.30)

Avec : $i_q(\varphi, \delta) = \frac{\cos \delta.(\cos \delta + \cos w_\delta.\sin \varphi)}{1 + \sin \varphi} e^{-(\delta+w_\delta).tg\varphi}$ (2.31)

Et $\sin w_\delta = \frac{\sin \delta}{\sin \varphi}$

L'influence de l'obliquité δ sur la charge portante est montrée dans le tableau (2.2), par les valeurs de $i_q(\varphi, \delta)$

Tableau 2.2 : Influence de l'obliquité δ sur la charge portante, valeurs de $i_q(\varphi, \delta)$ (J. Costet. & G. Sanglerat 1983).

$\delta \backslash \varphi$	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°
$10^\circ \dots$	1	0.87	0.81	-	-	-	-	-	-
$20^\circ \dots$	1	0.88	0.73	0.58	0.33	-	-	-	-
$30^\circ \dots$	1	0.86	0.71	0.56	0.43	0.31	0.15	-	-
$40^\circ \dots$	1	0.82	0.66	0.52	0.39	0.29	0.20	0.13	0.05

II.5.1.2 Milieu cohérent

On étudie maintenant le cas d'un milieu cohérent, en supposant toujours le terrain non pesant et soumis à une charge uniforme verticale $q = \gamma.D$.

Afin d'appliquer le théorème des états correspondants, on doit prendre en compte une surcharge fictive $q' = \gamma.D + C. \cot\varphi$ verticale et une capacité portante fictive :

$$q'_{vd} = q_{vd} + C. \cot\varphi$$

(2.32)

q'_{vd} : est la composante normale d'une contrainte fictive d'obliquité δ' telle que :

$$\operatorname{tg} \delta' = \frac{q_{vd} \operatorname{tg} \delta}{q_{vd} + C. \cot \varphi} \quad (2.33)$$

La relation fournissant la capacité portante donne alors :

$$q'_{vd} = q_{vd} + C. \cot \varphi = (\gamma.D + C. \cot \varphi). N_q . i_q (\varphi, \delta')$$

$$\text{Soit, } q_{vd} = \gamma.D. N_q . i_q (\varphi, \delta') + C. \frac{N_q . i_q (\varphi, \delta')}{\operatorname{tg} \varphi} \quad (2.34)$$

On peut mettre le deuxième terme du second membre sous la forme $N_q . i_c (\varphi, \delta')$ par analogie

avec le premier terme. En se rappelant que : $N_c = \frac{N_q - 1}{\operatorname{tg} \varphi}$

$$\text{on trouve : } i_c (\varphi, \delta') = i_q (\varphi, \delta') - \frac{1 - i_q (\varphi, \delta')}{N_q - 1} \quad (2.35)$$

En définitive la composante verticale de la capacité portante a pour expression :

$$q_{vd} = \gamma.D. N_q . i_q + C. N_c . i_c$$

(2.36)

Les deux coefficients correcteurs i_c et i_q doivent être calculés pour l'obliquité fictive δ' et non pour l'obliquité réelle δ .

Mais précisément, cette obliquité δ' est inconnue puisqu'elle dépend de l'intensité q_{vd} Meyerhof a proposé des coefficients correcteurs pour le cas d'une charge inclinée en fonction de l'angle de frottement (**tableau 2.3**).

Tableau 2.3 : Les facteurs correcteurs de Meyerhof dans le cas d'une charge inclinée.

φ	facteur
Pour n'importe quelle valeur de φ	$i_c = i_q = \left(1 - \frac{\delta}{90}\right)^2$
Pour $\varphi^0 = 0^0$	$i_\gamma = 1$
Pour $\varphi^0 \geq 10^0$	$i_\gamma = \left(1 - \frac{\delta}{\varphi}\right)^2$

II.5.2 Charge excentrée

La capacité portante diminue lorsque la charge appliquée est excentrée, car la surface portante effective est plus faible. Dans le cas d'une charge d'excentrement e parallèle à B , on remplace la largeur B par une valeur réduite B' : $B' = B - 2.e$.

Dans le cas d'une charge d'excentrement \acute{e} parallèle à L , on remplace la largeur L par une valeur réduite $L' = L - 2.\acute{e}$, (**figure 2.12**).

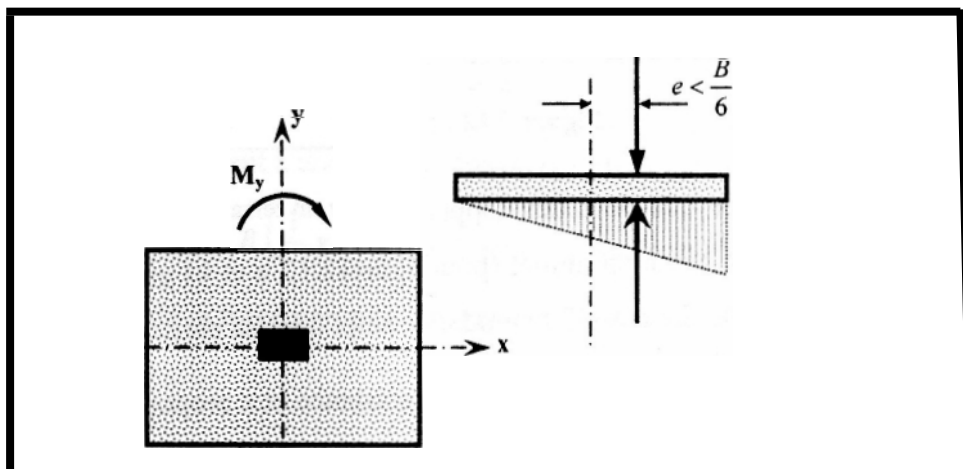
La capacité portante est obtenue par :

$$Q_u = q_u \cdot B' \cdot L' \quad \text{Pour une fondation rectangulaire ou carrée.}$$

$$Q_u = q_u \cdot \pi \cdot B' \cdot \frac{B}{4} \quad \text{Pour une fondation circulaire.}$$

q_u : contrainte de rupture, incluant tous les coefficients correctifs éventuels.

B' : largeur ou diamètre réduit de la fondation.

**Figure 2.12:** Fondation sous charge excentrée.

La charge est appliquée au bord de la fondation. La capacité portante est alors très faible. Cette situation est toujours exclue, pour des raisons de sécurité évidentes.

On met ainsi en évidence deux coefficients correcteurs correspondant à l'excentricité e de la

$$\text{Charge : } \left\{ \begin{array}{ll} (1-2.e) & \text{pour } N_q \text{ et } N_c \\ (1-2.e)^2 & \text{pour } N_\gamma \end{array} \right\}$$

II.5.3 Fondations sur Talus

Il arrive qu'on ne puisse établir les fondations sur un terrain suffisamment plat et que l'on soit obligé de fonder dans la pente d'un talus (**figure.2.13a**), fondation d'un viaduc sur une risberme (**figure.2.13b**) au sommet d'un talus, (**figure.2.13c**) culée d'un pont.

Dans tous ces cas, la force portante de la fondation est plus faible que celle que l'on aurait constatée avec un terrain horizontal.

En effet, lors de la rupture, le coin rigide qui se forme sous la fondation ne trouve pas du côté aval (à gauche, sur **la figure.2.13**).

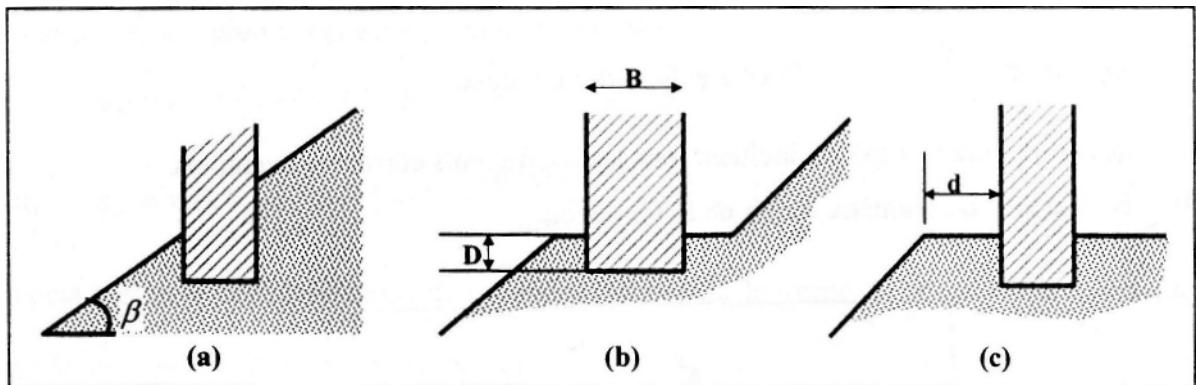


Figure 2.13 : Fondation sur un terrain en pente.

Toute la butée que peut développer un massif horizontal et ce n'est pas l'augmentation éventuelle de la butée en amont (pour les figures 2.13 a et b) qui est susceptible d'avoir une influence notable. Le massif de fondation se rompt dans sa partie la plus faible.

Meyerhof a tenté d'évaluer cette perte de résistance et a proposé, pour la force portante, une formule générale dérivée de la formule classique :

$$Q = B \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \gamma_B \cdot N_{\gamma q} + C \cdot N_{cq} \right) \quad (2.37)$$

qui fait intervenir deux facteurs mixtes de capacité portante $N_{\gamma q}$, N_{cq} . Ces deux facteurs dépendent de ϕ , de l'angle β du talus, des rapports D/B et d/B (d est la distance du bord de la

fondation à l'arête du talus) et aussi de c/γ .

Pour les besoins de la pratique, Meyerhof a donné des abaques permettant le calcul de $N_{\gamma q}$ et $N_{c q}$.

On constate que tout se passe comme si le terrain de fondation était horizontal dès que d/B

dépasse une certaine valeur limite fonction croissante de φ ,

(de l'ordre de 1,5 pour $\varphi = 25^\circ$

de 2 pour $\varphi = 30^\circ$

et de 5 pour $\varphi = 40^\circ$)

On peut prendre de façon classique l'étude complète de ce problème, en utilisant les mêmes méthodes que dans les paragraphes ce qui a été fait par T.V. Nhiem à l'Université de Grenoble.

Comme on l'a remarqué ci-dessus, l'approximation que le coin sous la fondation est symétrique il suffira donc d'étudier sa moitié avale.

Cette hypothèse revient à remplacer le profil réel du talus $xcc'x$ par le profil fictif symétrique $xcc'x'$ (**figure.2.13**).

On voit que cette approximation est dans le sens de la sécurité. Pour étudier l'équilibre du coin, on fera toujours les deux mêmes hypothèses simplificatrices la couche de terre d'épaisseur D est assimilée à une surcharge verticale d'intensité $\gamma \cdot D \cdot \cos \beta$, pour calculer les butées sur les faces du coin, on applique le principe de superposition des états d'équilibre (milieu pulvérulent et non surchargé associé à un milieu cohérent non pesant et surchargé).

On aboutit donc obligatoirement à une relation telle que :

$$Q = B \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot B \cdot N_{\gamma j_\gamma} + \gamma \cdot D \cdot \cos \beta \cdot N_{q j_q} + C \cdot N_{c j_c} \right) \quad (2.38)$$

dans laquelle on a introduit les nouveaux coefficients correcteurs j_γ , j_q et j_c pour tenir compte de la réduction de la force portante due à la pente.

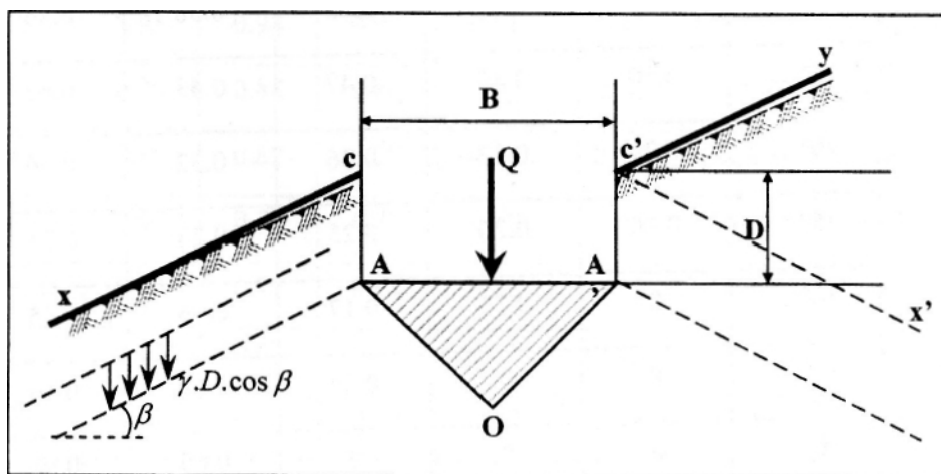


Figure 2.14 : Calcul de la capacité portante dans le cas d'une fondation sur un terrain en pente.

(J. Costet. & G. Sanglerat 1983).

On notera que la surcharge qui est supposée s'exercer à la profondeur D sur le plan incliné, parallèle à la surface libre du talus, est égale à $\gamma.D. \cos \beta$ et non à $\gamma.D$ comme dans le cas du sol horizontal.

Le calcul de j_q et j_c ne représente aucune difficulté théorique, il suffit d'appliquer la théorie de l'équilibre du milieu non pesant. On prendra $\psi = \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$, angle pour lequel le coin est en équilibre de Rankine et pour lequel aussi, les facteurs de capacité portante ont leurs valeurs les plus faibles.

Le calcul de j_γ , est plus laborieux, il nécessite le calcul préalable des coefficients de butée correspondant au cas du sol en pente, que seule une machine aussi puissante qu'un ordinateur permet de mener à bien. On fera varier l'angle ψ , **les tableaux (2.4), (2.5) et (2.6)** présentent les valeurs des coefficients correcteurs j_γ , j_q et j_c respectivement.

Tableau 2.4. Fondation sur sol cohérent ou non, en pente. Valeurs du coefficient correcteur j_γ pour le terme N_γ d'après T.V. Nhiem, (J. Costet. & G. Sanglerat 1983).

$\varphi \backslash \beta$	25°	30°	35°	40°	45°
0° ...	1	1	1	1	1
50 ...	0.79	0.78	0.79	0.77	0.76
10° ...	0.63	0.62	0.62	0.58	0.56
15° ...	0.50	0.49	0.47	0.43	0.42
20° ...	0.39	0.37	0.36	0.32	0.30
25° ...	0.20	0.26	0.25	0.23	0.21
30° ...	0	0.13	0.17	0.16	0.15
35° ...	0	0	0.09	0.10	0.10
40° ...	0	0	0	0.05	0.06
45° ...	0	0	0	0	0.03

Tableau 2.5 : Fondation sur sol non cohérent, en pente. Valeurs du coefficient correcteur j_q pour le terme N_q . (J. Costet. & G. Sanglerat 1983).

$\varphi \backslash \beta$	25°	30°	35°	40°	45°
0° ...	1	1	1	1	1
5° ...	0.86	0.85	0.84	0.82	0.80
10° ...	0.73	0.71	0.69	0.67	0.64
15° ...	0.59	0.58	0.56	0.53	0.50
20° ...	0.45	0.46	0.44	0.42	0.39
25° ...	0.25	0.34	0.34	0.32	0.29
30° ...	0	0.17	0.24	0.23	0.21
35° ...	0	0	0.11	0.16	0.15
40° ...	0	0	0	0.07	0.10
45° ...	0	0	0	0	0.04

Tableau 2.6 : Fondation superficielle sur sol cohérent en pente. Valeurs du coefficient correcteur j_c pour le terme N_c . (J. Costet. & G. Sanglerat 1983).

$\varphi \backslash \beta$	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°
0° ...	1	1	1	1	1	1	1
5° ...	0.95	0.94	0.93	0.91	0.90	0.88	0.86
10° ...	0.90	0.88	0.86	0.83	0.80	0.77	0.74
15° ...	0.85	0.82	0.79	0.76	0.72	0.68	0.64
20° ...	0.80	0.77	0.73	0.69	0.65	0.60	0.55
25° ...	0.76	0.72	0.68	0.63	0.58	0.53	0.47
30° ...	0.72	0.67	0.62	0.57	0.52	0.46	0.40
35° ...	0.67	0.62	0.57	0.52	0.46	0.41	0.35
40° ...	0.63	0.58	0.53	0.47	0.41	0.35	0.30
45° ...	0.59	0.54	0.48	0.43	0.37	0.31	0.25

II.5.4 Fondation à base oblique

Lorsque la fondation chargée normalement est inclinée (**figure.2.15**), le sol étant horizontal, on observe, comme dans les deux cas précédents, que la rupture du sol se produit essentiellement du côté vers lequel la charge est orientée.

De ce fait, la force portante diminue lorsque l'inclinaison ω de la base augmente, mais cet effet est moins important que celui dû à l'inclinaison δ de la charge.

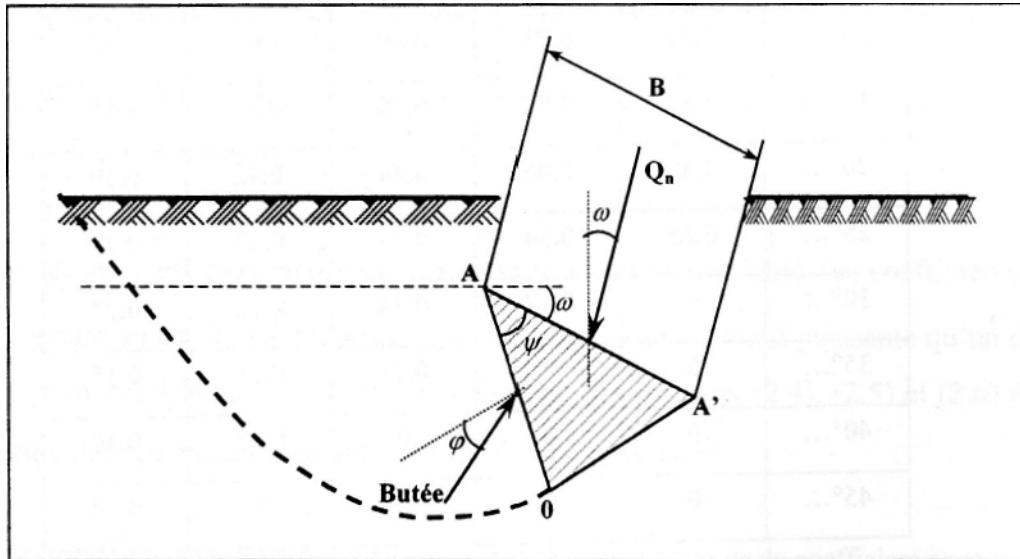


Figure2.15 : Fondation à base oblique chargée normalement.

Tableau 2.7 : Valeurs des coefficients correcteurs : l_γ , l_q , l_c (d'après T.V. Nhiem). (J. Costet. & G. Sanglerat 1983).

ω	φ	10°	20°	25°	30°	35°	40°
10°	l_γ	1	0.89	0.80	0.76	0.73	0.68
	l_q	0.94	0.88	0.85	0.82	0.78	0.74
	l_c	0.90	0.86	0.83	0.80	0.77	0.74
20°	l_γ	1	0.85	0.69	0.61	0.54	0.45
	l_q	0.88	0.77	0.72	0.67	0.61	0.56
	l_c	0.80	0.73	0.69	0.65	0.60	0.55
30°	l_γ	1	0.79	0.59	0.49	0.40	0.31
	l_q	0.83	0.68	0.61	0.54	0.48	0.41
	l_c	0.71	0.62	0.57	0.52	0.46	0.40
40°	l_γ	0.94	0.72	0.50	0.38	0.30	0.21
	l_q	0.78	0.60	0.52	0.45	0.37	0.31
	l_c	0.63	0.53	0.47	0.41	0.35	0.30

On introduit donc les coefficients réducteurs I_γ , I_q et I_c , qui dépendent de φ et de ω , la charge portante prend alors la forme

$$Q_u = B \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot B \cdot N_\gamma \cdot I_\gamma + \gamma \cdot D \cdot N_q \cdot I_q + C \cdot N_c \cdot I_c \right) \quad (2.39)$$

II.5.5 Fondation isolée

Le calcul des semelles isolées est un problème à trois dimensions que l'on sait par traiter, à l'heure de manière théorique satisfaisante (sauf, toutefois, en ce qui concerne les semelles circulaires, en raison de la symétrie de révolution, qu'elles présentent). Faute de mieux, on utilise la formule donnant la capacité de la semelle filante, en affectant chacun des trois facteurs de capacité portante de coefficients correcteurs, choisis de manière empirique, au vu des résultats d'essais de laboratoire et des constatations faites sur la capacité portante des semelles réelles.

II.5.5.1 Les coefficients des formes

Terzaghi, le premier, avait proposé initialement les relations suivantes, dans le cas d'une semelle circulaire de diamètre B et d'une semelle carrée de coté B :

$$q_u = 0,6 \cdot \gamma \cdot \frac{B}{2} \cdot N_\gamma + \gamma \cdot D \cdot N_q + 1,3 \cdot C \cdot N_c \quad \dots\dots\dots \text{Semelle circulaire.}$$

$$q_u = 0,8 \cdot \gamma \cdot \frac{B}{2} \cdot N_\gamma + \gamma \cdot D \cdot N_q + 1,2 \cdot C \cdot N_c \quad \dots\dots\dots \text{Semelle carrée}$$

Des études plus récentes ont montrées qu'il n'y avait pas de différence significative entre la capacité portante des semelles carrées et celle des semelles circulaires.

D'un autre coté, certains auteurs estiment, comme Skempton, que le coefficient correcteur de N_c , est légèrement inférieur à 1,3. Brinch Hansen et Schultze appliqueraient, eux un coefficient correcteur supérieur à 1 au facteur N_q .

Ces quelques divergence ne sont pas étonnante, d'autant plus que l'angle de frottement interne φ doit avoir une légère influence.

On va exposer ci-dessous des valeurs des coefficients correcteurs des formes proposés par des chercheurs et présentées sous forme de tableaux (2.8), (2.9), (2.10), (2.11), (2.12).

Tableau 2.8 : Coefficients de forme proposés par Terzaghi [1943].

Type de fondation	Rectangulaires	Carrées (B /L=1)	Circulaires
S_γ	1-0,2. B/L	0,8	0,6
S_c	1+0,2. B/L	1,2	1,3
S_q	1	1	1

Tableau 2.9 : Coefficients de forme proposés par Meyerhof [1963].
(Cernica John N).

Forme	Facteurs	$\varphi = 0^\circ$	$\varphi \geq 10^\circ$
Rectangulaire	S_γ	1	$1 + 0,1.K_p.(B / L)$
	S_c	$1 + 0,2.K_p.(B / L)$	$1 + 0,2.K_p.(B / L)$
	S_q	1	$1 + 0,1.K_p.(B / L)$
Carrée	S_γ	1	$1 + 0,1.K_p$
	S_c	$1 + 0,2.K_p$	$1 + 0,2.K_p$
	S_q	1	$1 + 0,1.K_p$

D'où $k_p = \text{tg}^2 (45 + \varphi/2)$

Tableau 2.10: Coefficients de forme proposés par Brinch Hansen [1970].
(J. Costet. & G. Sanglerat 1983).

	Carrées (B/L=1)	Rectangulaires
S_γ	$1 - \left(0,1 + \frac{\text{tg}^6 \varphi}{2} \right)$	$1 - \left(0,1 + \frac{\text{tg}^6 \varphi}{2} \right) \cdot \frac{B}{L}$
S_c	$1 - \left(0,2 + \text{tg}^6 \varphi \right)$	$1 - \left(0,2 + \text{tg}^6 \varphi \right) \cdot \frac{B}{L}$

Tableau 2.11 : Coefficients de forme proposés par Vesic [1973].

	Circulaire	Rectangulaire
S_γ	0,6	
S_c	$1 + \frac{N_q}{N_c}$	$1 + \left(\frac{B}{L}\right) \left(\frac{N_q}{N_c}\right)$
S_q	$1 + \text{tg}\varphi$	$1 + \left(\frac{B}{L}\right) \text{tg}\varphi$

Tableau 2.12 : Coefficients des formes proposés par l'Eurocode (1997).
(Roger Frank).

Forme	Conditions non drainés		Conditions drainés	
	rectangulaire	carrée ou circulaire B/L=1	rectangulaire	carrée ou circulaire B/L=1
S_γ	-	-	$1 - 0.3 B/L$	0.7
S_c	$1 + 0.2 B/L$	1.2	$(1 + B/L \sin \varphi') N_{q-1} / N_q - 1$	$(1 + \sin \varphi') N_{q-1} / N_q - 1$
S_q	1	1	$1 + B/L \sin \varphi'$	$1 + \sin \varphi'$

II.5.5.2 Calcul de la capacité portante par la théorie de l'analyse limite (Michalowski)

Dans cette étude, l'approche cinématique de l'analyse limite est utilisée pour obtenir des solutions de la capacité portante des semelles rectangulaires rugueuses. La difficulté primaire de cette approche réside dans la complexité des mécanismes décrivant raisonnablement le processus de rupture. Les solutions rigoureuses antérieures de l'analyse limite tridimensionnelle des problèmes de la capacité portante incluent primordialement les matériaux non frottants pour

lesquels les mécanismes de rupture ne sont pas aussi compliqués que ceux des sols frottants. (e.g. Shield et Drucker. 1953)

A- Présentation du problème

Michalowski (2001) a considéré que le sol obéit au critère de Mohr Coulomb et la déformation est gouvernée par une loi de comportement associé. Le taux de dissipation de travail par unité de volume de sol peut être évalué de la même manière que celle de (Drucker et Prager 1952).

B- Mécanismes de rupture tridimensionnels

Des mécanismes tridimensionnels qualitativement semblables pour un matériau frottant ont été considérés dans le problème de craquage des roches (Michalowski, 1985). Une tentative de remplacer un mécanisme de rupture tridimensionnel avec des surfaces coniques, a été suggérée par Murray et Geddes (1987). Consécutivement Leca et Domineux (1990), ont utilisés des surfaces coniques dans l'analyse limite des tunnels superficiels. Plus récemment, Regenass (1999), utilisa des séries de surfaces coniques pour analyser la force de séparation des couches d'ancrage circulaires. Un nouveau élément est intégré dans cette analyse c'est le champ de déformation continue avec des surfaces coniques courbées et aussi le mécanisme de rupture complexe avec des séries de blocs arrondis avec des séries des cônes similaires.

C- Mécanisme de déformation continue des semelles carrées

La figure (2.16.a et 2.16.b), illustre un mécanisme de rupture avec un champ de déformation continue d'une semelle carrée pour le cas des angles de frottement internes relativement grands et petits respectivement. Le mécanisme se compose d'une pyramide rigide inversée en dessous de la semelle et quatre régions de déformation qui s'étendent des quatre faces de la pyramide. Une partie du mécanisme adjacente au côté de la semelle carrée est montrée dans **la figure (2.17.a)**. Le volume $T'ST''RO_1$ a la forme d'un cône curviligne avec un angle au sommet égale à 2φ . Ce cône est généré par des séries de cônes linéaires avec des directrices circulaires. La surface $A'O_1T'A'$ (et $A''O_1T''A''$) est tangente au cône le long de O_1T' (et O_1T'').

Une coupe verticale de ce mécanisme est représentée dans **la figure (2.17.b)**. Les droites S_2S_3 et R_2R_3 sont les segments de droite de la génératrice du cône linéaire (avec angle au sommet O_3). Ce cône est tangent au cône non linéaire et a une coupe elliptique avec la surface du sol (S_3R_3). Le bloc $A'B'B''A''O_1$ se déplace verticalement vers le bas avec la vitesse v_0 . La surface $A'A''O_1$ représente la discontinuité de la vitesse avec l'intensité du saut de vitesse v_1 **figure (2.17.c)**. La courbe O_1SS_2 (**figure 2.17.b**) est un segment du logarithme spirale.

$$r_1 = r_0 e^{\theta \tan \varphi} \quad (2.40)$$

Alors que O_1RR_2 est le segment du logarithme spirale

$$r_2 = r_0 e^{-\theta \tan \varphi} \quad (2.41)$$

Ou r_0 égale à la distance AO_1 et θ est représenté dans **la figure (2.17.b)**.

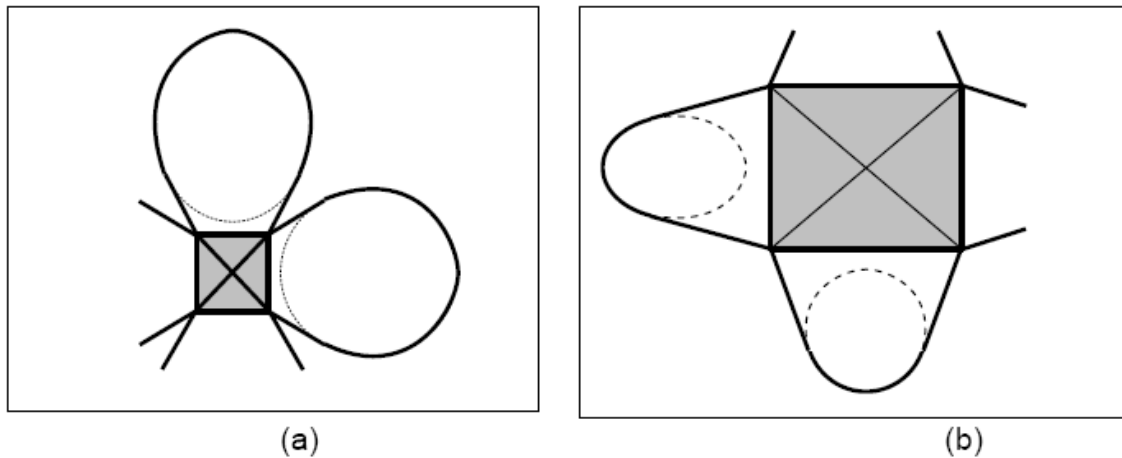


Figure 2.16 : Mécanismes de rupture d'une semelle carrée : (a) pour un grand angle de frottement, (b) pour un petit angle de frottement.

La surface hachurée $RT'ST''$ dans **la figure (2.17.a)**, est une coupe circulaire du cône non linéaire. Elle est aussi une coupe d'un cône linéaire au sommet O_2 égal à 2φ , (**figure 2.17.b**), de sorte qu'un vecteur dirigé le long de l'axe du cône est incliné d'un angle φ par rapport à la génératrice du cône.

Chaque quart de mécanisme est séparé du sol au repos par :

- une partie d'un cône à surface curviligne (dont le sommet est O_2),
- une partie d'un cône de surface linéaire (dont le sommet est O_3),
- Les surfaces générées par les deux rayons lancés au points A' et A'' tangents à ces cônes.

La trace du mécanisme de rupture sur la surface du sol est une partie d'une ellipse et de deux segments droits tangents à cette ellipse (**figure 2.16**).

La déformation dans chaque quart du mécanisme est plane dans le sens qu'il n'y a aucune composante de la vitesse extérieure au plan mais la géométrie du modèle de rupture est tridimensionnelle. Les vecteurs de vitesse sur les surfaces de discontinuité séparant le champ de déformation du matériau sont inclinés d'un angle φ à ces surfaces : donc, elles préservent une admissibilité cinématique du champ de déformation.

D- Mécanisme multi bloc

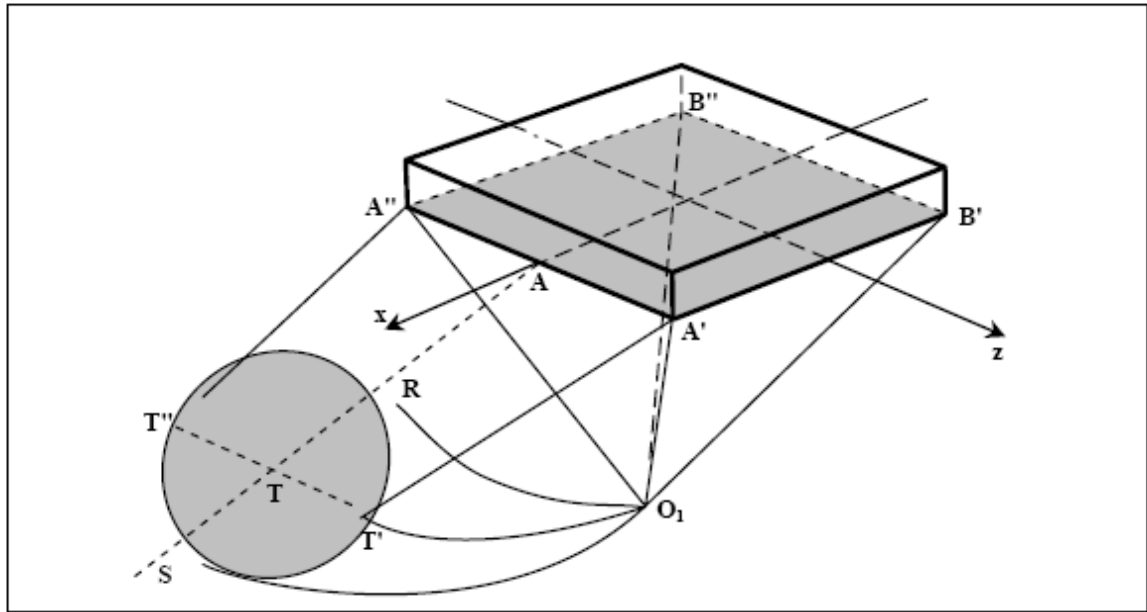
Le mécanisme multi bloc décrit dans cette partie est conceptuellement semblable au mécanisme continu. La région de la déformation continue est maintenant devisée en séries de blocs rigides, une partie du mécanisme composée d'une pyramide et de deux blocs, sont représentés dans **la figure (2.18.a)**. Les blocs en pyramides immédiatement sous la semelle

déplacent verticalement vers le bas. Le bloc adjacent a cette pyramide est un tétraèdre remplacé par un cône dont le sommet est O_1 et avec une directrice elliptique (la petite ellipse, **Fig. 2.17a**), le bloc suivant est un autre tétraèdre remplacé par une surface conique dont le sommet est O_2 , et les blocs en question (non représentés) sont similaires.

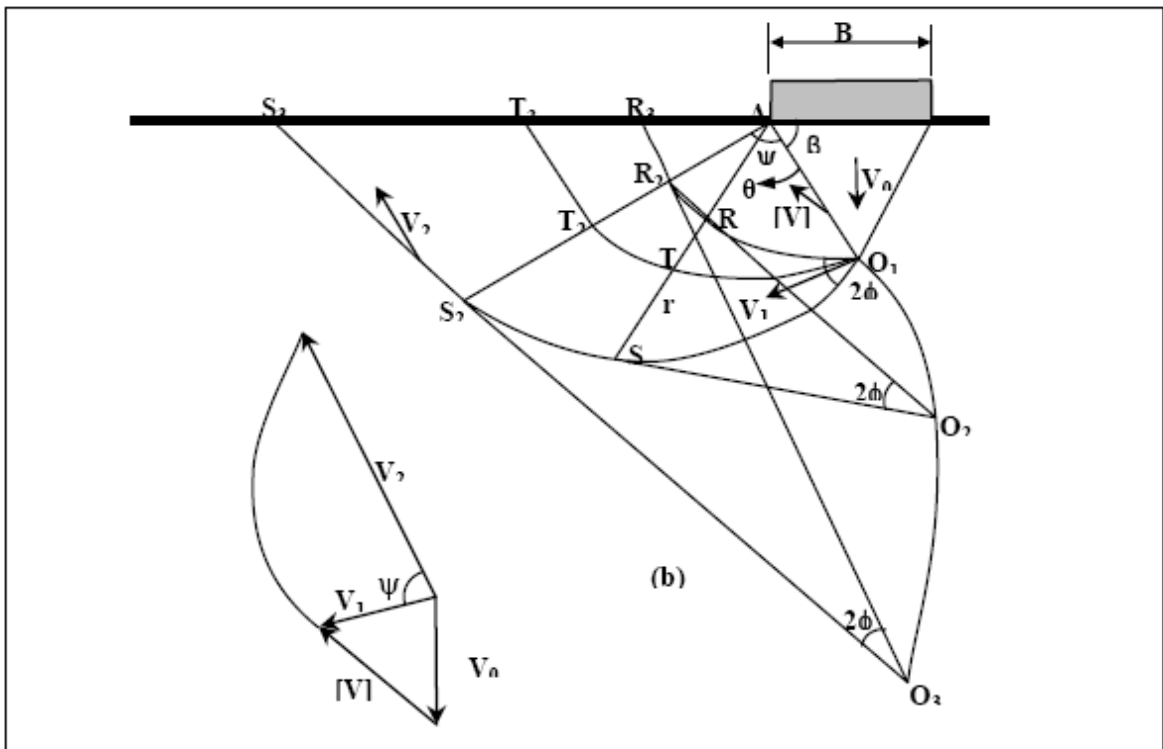
Toutes les surfaces coniques ont un angle au sommet égal à 2φ . La projection de ce mécanisme dans le plan vertical est indiquée sur **la figure (2.18.b)**.

Chaque bloc se déplace comme un corps rigide avec une vitesse déterminée dans l'hodographe (**figure 2.18.c**). La direction de la vitesse pour chaque bloc coïncide avec les axes de son cône respectif. Un bloc typique est séparé du sol au repos avec deux surfaces planes (telle que $A'T_2'T_3'A'$) et un segment d'une surface conique (comme au dessous des points T_2' et T_3' **figure 2.18.a**). Le segment de droite $T_2'T_3'$ représente le lieu géométrique des points où le segment du plan est tangent à la surface conique. Les blocs sont séparés les uns des autres par des surfaces de discontinuité triangulaires remplacées par des ellipses (telles que $A'T_2'S_2T_2''A''$).

Les cônes associés avec deux blocs adjacents coupent le plan qui sépare ces blocs. L'admissibilité cinématique du mécanisme exige que les traces des deux cônes sur le plan d'interface coïncident, ainsi on déduit que la géométrie du mécanisme tridimensionnel est limitée, ceci est indiqué sur **la figure (2.19)**. Une fois que l'orientation du cône au sommet O_1 est choisie, et l'angle β_1 est donné, l'orientation du cône en question (dont le sommet est O_2) est uniquement déterminée. Le sommet O_2 doit être situé sur la droite O_1O_2 , parallèle à la coupe R_2S_2 . Le triangle $R_2O_2S_2$ doit être une image miroir du triangle $R_2O_1S_2$. Ce n'est que dans ce cas que la section transversale elliptique R_2S_2 du cône dont le sommet est O_1 coïncide avec la section transversale ellipsoïdale R_2S_2 du cône au sommet O_2 . Ceci a des conséquences significatives pour l'optimisation du processus de mécanisme, où seulement les angles β_i pour les blocs rigides sont des paramètres variables, là où l'inclinaison des cônes n'est pas variable. Ceci est différent du principe du mécanisme de déformation plane.

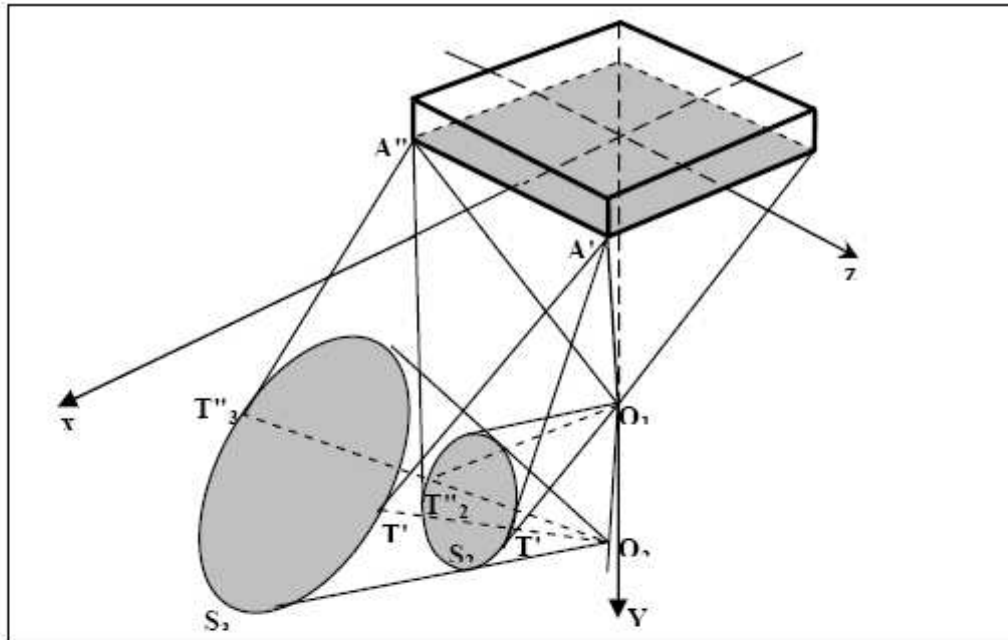


(a)

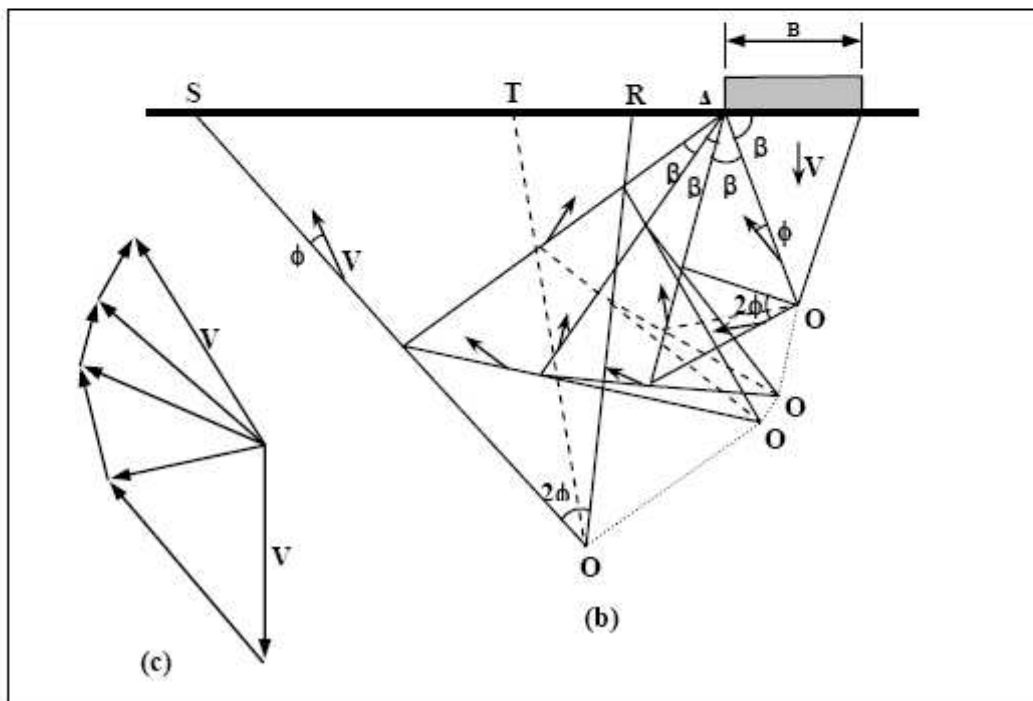


(b)

Figure 2.17 : Mécanisme de rupture sous une semelle carrée : (a) mécanisme avec une déformation continue ; (b) section transversale ; (c) hodographe.



(a)



(b) et (c)

Figure 2.18 : Modèle de rupture multi bloc : (a) blocs rigides ; (b) section transversale ; (c) hodographe

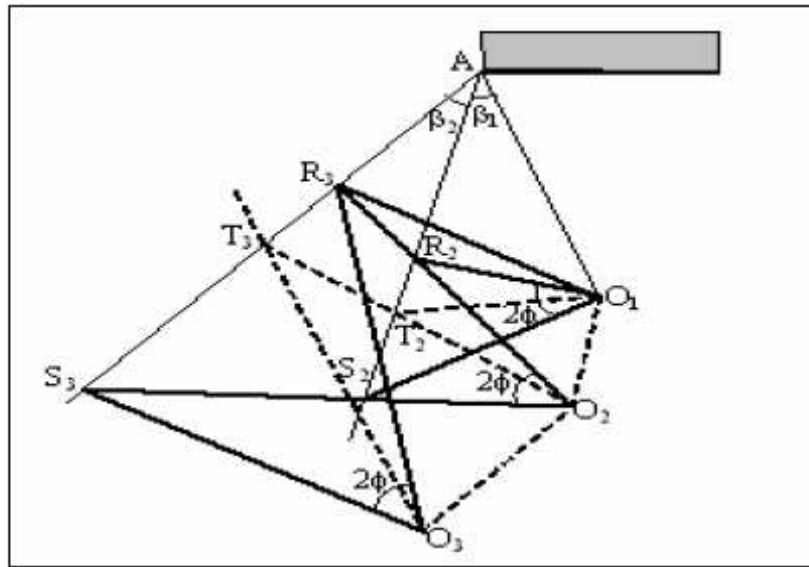


Figure 2.19 : La condition d'admissibilité pour des blocs remplacés par des surfaces coniques.

E- Mécanisme de déformation continue des semelles rectangulaires

Les mécanismes de la semelle carrée considérés dans la section précédente avaient quatre plans de symétrie verticaux. Le modèle du bloc rigide a été généralisé pour des semelles rectangulaires selon le schéma des **figures (2.20.a) et (2.20.b)**, tous les deux avec deux plans de symétrie. Le mécanisme continu n'a pas été généralisé pour des semelles rectangulaires, car les calculs pour des semelles carrées ont indiqué qu'elles ne permettent pas d'évaluer la plus basse limite supérieure de tous les mécanismes considérés.

Le premier mécanisme dans la **figure (2.20)** est une extension directe du mécanisme de la semelle carrée. Le deuxième est semblable au premier, avec une section de déformation plane (de largeur d) insérée dans la partie centrale, comme c'est indiqué sur la **figure (2.20.b)**.

Le bloc sous la semelle dans ce mécanisme a la forme d'une structure de toiture inversée. On a trouvé d'après les calculs que la plus basse limite supérieure est typiquement lié au dernier mécanisme. C'était aussi intéressant de découvrir que même pour des semelles carrées, le modèle dans la **figure (2.20.c)**, conduit à évaluer une charge limite meilleure (plus basse) que le modèle à quatre plans de symétries **figure (2.16)**.

F- Les résultats numériques :

Les calculs pour chaque mécanisme impliquaient l'optimisation de la géométrie de telle sorte que la limite supérieure la plus basse de la capacité portante puisse être évaluée. Les variables

dans la procédure d'optimisation étaient des angles indépendants décrivant la géométrie des mécanismes. Ces angles ont été incrémentés avec un angle minimum de 0.3°.

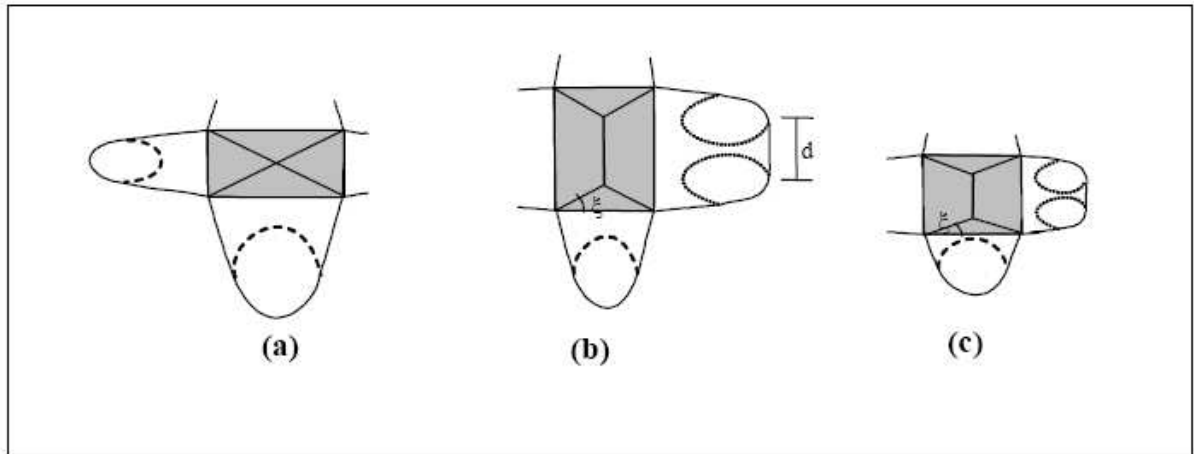


Figure 2.20 : Modèle de rupture : (a), (b) semelle rectangulaire (c) semelle carrée

Les calculs ont été exécutés d'abord pour des semelles sur un sol non pesant. L'intensité de la capacité portante est traditionnellement définie comme la somme des composantes qui dépendent de la cohésion du sol et de la surcharge.

$$p = C N'_c + q N'_q \tag{2.42}$$

Où N'_c et N'_q sont les coefficients de portance pour des semelles rectangulaires.

$$p = C(N'_q - 1) \cot \varphi + q N'_q \tag{2.43}$$

Pour un sol non pesant les coefficients de portance N'_c et N'_q dépendent seulement de l'angle de frottement interne. Ces coefficients peuvent être évalués en fonction des coefficients de portance N_c et N_q , des semelles filantes :

$$N'_c = S_c N_c, \quad N'_q = S_q N_q \tag{2.44}$$

Où N_c et N_q sont les coefficients de portance des semelles filantes et S_c et S_q sont les facteurs de forme. Maintenant en considérant que : $N'_c = (N'_q - 1) \cot \varphi$, le facteur S_c peut être écrit sous la forme suivante :

$$S_c = (S_q N_q - 1)/(N_q - 1) = (S_q N_q - 1)/N_c \tan \varphi \tag{2.45}$$

L'influence du poids du sol sur la capacité portante des semelles rectangulaires est présentée comme un terme supplémentaire dans l'équation (2.42) :

$$p = C N'_c + q N'_q + \gamma B N'_\gamma / 2 \tag{2.46}$$

$$\text{Où : } N'_\gamma = S_\gamma N_\gamma \tag{2.47}$$

N_γ est le coefficient de portance d'une semelle filante. Une solution précise de la plus basse limite supérieure de N_γ a été trouvée récemment par (Michalowski, 1997), (voir tableau 2.13).

Elle peut être évaluée approximativement, aussi :

$$N_\gamma = e^{0.66 + 5.11 \tan \varphi} \tan \varphi \quad (2.48)$$

Pour une semelle filante, la limite supérieure la plus basse peut être évaluée par une solution basée sur un mécanisme tridimensionnel multi bloc, présentée dans la dernière colonne du tableau 2.13 ($L/B = 25$, 12 blocs). Il est plutôt étonnant que le mécanisme tridimensionnel pour une semelle filante donne une solution qui surestime de manière significative ceux de l'analyse de déformation plane. Par conséquent en augmentant le rapport L/B , les résultats donnés par l'analyse basée sur un mécanisme tridimensionnel ne sont pas comparables à ceux du modèle de déformation plane. Pour des raisons de consistance des résultats, N_γ (dernière colonne du tableau 2.13), sera utilisé pour calculer le coefficient S_γ pour les semelles rectangulaires.

F.1- Superposition des termes de la capacité portante

La règle de superposition n'est pas applicable en résolvant les problèmes non linéaires. Les solutions des facteurs de portance dans l'équation (2.46) ne peuvent être calculées séparément à moins que les mécanismes qui permettent d'évaluer les limites supérieures les plus basses pour chaque facteur soient identiques (Michalowski 1997).

Il a été argumenté récemment (Michalowski 2001) qu'en utilisant la loi de correspondance (Caquot.1934), les solutions statiques pour les sols cohérents et frottants peuvent être obtenues en modifiant les solutions pour les sols pulvérulents, seulement si les trajectoires des contraintes principales pour les deux solutions coïncident (sans violer les conditions aux limites). Par conséquent, les facteurs de portance calculés séparément (dépendent de la cohésion, de l'encastrement de la semelle et du poids propre du sol) deviennent additifs (le principe de superposition est valable) seulement quand la trajectoire de la contrainte principale associée à des solutions partielles coïncide. Une étude détaillée de la règle de superposition appliquée à la dissipation du travail dans les analyses limites supérieures pour les matériaux frottants a été présentée récemment par Puzin et Randolph (2001).

Une fois que le poids du sol est ajouté, la forme du mécanisme permet d'évaluer la limite supérieure la plus basse de la capacité portante, devient dépendante non seulement de φ mais également de $c/\gamma B$ et $q/\gamma B$. Cela a été montré avant pour une semelle filante

et il est également valable pour une semelle rectangulaire (Michalowski 1997). Un exemple de facteurs de portance N_γ pour une semelle rectangulaire est donné dans les tableaux 2.14 et 2.15. Les facteurs de portance N'_c et N'_q varient peu avec la variation de $c/\gamma B$ et $q/\gamma B$, par contre N'_γ varie d'une manière significative.

Pour la simplicité de la conception et pour des buts pratiques les coefficients N_γ dans l'équation (2.46) sont typiquement pris seulement en fonctions de ϕ (malgré que cette démarche crée une contradiction avec ce qui a été avancé auparavant. N'_c et N'_q (ou S_c et S_q) sont calculés en supposant que $\gamma = 0$, et N'_γ (ou S_γ) calculé pour $c = 0$ et $q = 0$.

Les facteurs ainsi évalués par la méthode de superposition ne reflètent pas la vraie valeur de la limite supérieure de la capacité portante, par contre ces résultats sont acceptables en pratique.

Tableau 2.13 : Les valeurs de N_γ dans le cas d'une semelle filante rugueuse (2D et 3D). (Michalowski 2001)

ϕ	N_γ (2D)	N_γ (3D)
0	0	0
5	0.181	0.383
10	0.706	1.100
15	1.938	2.702
20	4.468	6.025
25	9.765	13.739
30	21.394	31.617
35	48.681	76.522
40	118.827	206.497
45	322.835	656.613

Tableau 2.14 : Les valeurs des coefficients de portance N_c , N_q et N_γ dans le cas d'une semelle rectangulaire avec $L/B=2$, $\phi=15^\circ$, (minimum de la borne supérieur), (Michalowski 2001)

$q / \gamma B$	$c / \gamma B$	N_c	N_q	N_γ
0	0	-	-	2.654
	1	15.963	-	3.903
	2	16.150	-	4.173
	5	15.669	-	4.655
2	0	-	5.348	3.541
	1	15.988	5.284	4.089
	2	15.878	5.254	4.460
	5	15.688	5.203	4.628

Tableau 2.15 : Les valeurs des coefficients N_c , N_q et N_γ dans le cas d'une semelle rectangulaire avec $L/B=2$, $\phi=35^\circ$, (minimum de la borne supérieur), (Michalowski 2001)

$q / \gamma B$	$c / \gamma B$	N_c	N_q	N_γ
0	0	-	-	134.184
	1	139.606	-	149.004
	2	139.266	-	151.837
	5	140.927	-	161.917
2	0	-	101.126	147.674
	1	139.978	99.014	149.704
	2	137.489	97.271	155.196
	5	136.220	96.382	156.134

F.2- Calcul des semelles carrées

Le calcul de la capacité portante des semelles carrées est exécuté en utilisant les mécanismes dans la **figure (2.17) et (2.18)**, et la **figure (2.20.c)**. Les résultats des facteurs N'_c et N'_q ($\gamma = 0$) sont donnés dans le tableau 2.16.

Tableau 2.16 : Les valeurs des coefficients N_c , N_q ($\gamma = 0$) pour une semelle carrée, (Michalowski 2001)

ϕ	mécanisme continu		mécanisme multi bloc avec quatre plans de symétrie		mécanisme multi bloc avec deux plans de symétrie	
	N_c	N_q	N_c	N_q	N_c	N_q
10^{-3}	6.830	1.000	6.823	1.000	6.561	1.00
5	9.544	1.835	9.270	1.811	8.720	1.762
10	14.365	3.532	13.613	3.400	12.665	3.233
15	22.984	7.158	21.617	6.792	19.514	6.228
20	39.199	15.267	36.844	14.410	31.844	12.590
25	71.379	34.3384	67.432	32.444	55.155	26.719
30	139.337	81.446	132.711	77.621	104.019	61.055
35	294.373	207.122	283.159	199.270	199.052	140.378
40	685.031	575.809	665.051	559.044	501.278	421.622
45	1807.023	1808.023	17773.316	1774.316	1406.519	1407.519

F.3- Calcul des semelles rectangulaires

Les résultats des facteurs N'_c et N'_q ($\gamma = 0$) sont donnés dans le tableau 2.17. Ces coefficients sont naturellement en fonction du rapport L/B avec une forte influence non linéaire particulièrement pour un grand angle de frottement interne, comme c'est indiqué par les facteurs de forme **figure (2.21)**. Ces facteurs de forme sont calculés en utilisant l'équation (2.44), avec les valeurs N_c et N_q obtenues par les calculs d'une semelle $L/B = 25$.

Tableau 2.17 : Valeurs des facteurs N'_c et N'_q ($\gamma = 0$) de la capacité portante des semelles rectangulaires, (Michalowski 2001)

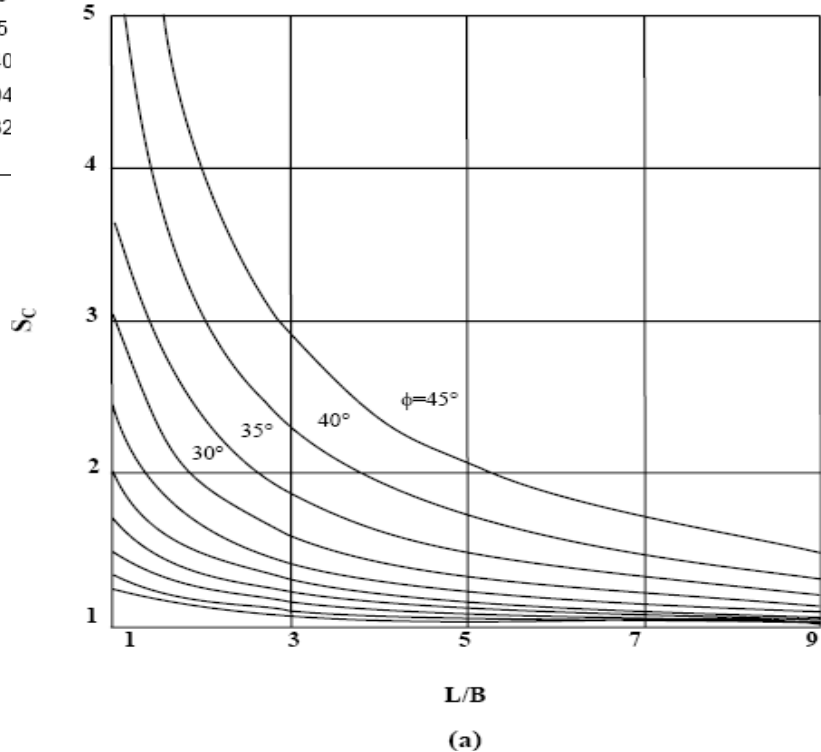
ϕ	L/B = 1.5		L/B = 2.0		L/B = 3.		L/B = 5		L/B = 10	
	N'_c	N'_q	N'_c	N'_q	N'_c	N'_q	N'_c	N'_q	N'_c	N'_q
10^{-3}	6.192	1.000	6.060	1.000	5.638	1.00	5.489	1.00	5.199	1.000
5	8.087	1.707	7.734	1.676	7.403	1.647	7.023	1.614	6.766	1.592
10	11.474	3.023	10.733	2.892	9.074	2.758	9.363	2.651	8.868	2.63
15	16.901	5.528	15.585	5.176	14.147	4.790	12.932	4.465	12.015	4.219
20	26.182	10.592	23.912	9.945	20.766	8.559	18.493	7.730	16.722	7.104
25	43.637	21.348	38.312	18.865	32.477	16.144	28.123	14.114	24.593	12.443
30	78.971	46.594	67.099	39.739	55.109	32.817	45.846	27.469	38.154	23.028
35	159.528	112.703	132.311	93.645	103.868	73.739	82.031	58.439	64.463	46.138
40	364.521	306.870	294.004	247.698	224.037	188.989	166.329	140.567	121.520	102.968
45	989.041	990.041	776.64	777.964	567.491	568.491	399.837	400.837	271.556	272.556

Des calculs séparés ont été effectués pour le cas $\gamma > 0$ (et $c = 0, q = 0$) pour estimer l'influence du poids propre du sol sur la capacité portante des semelles rectangulaires. Comme ζ 'a été indiqué avant, Les facteurs ainsi évalués par la méthode de superposition ne reflètent pas la vraie valeur de la limite supérieure de la capacité portante mais ne fournissent pas une solution précise de la limite supérieure, cette solution est acceptable pour la conception. N'_γ et S_γ sont donnés par le tableau 2.18 et la **figure (2.22)**.

Les résultats obtenus sont pour $\phi > 10$. Le coefficient N'_γ atteint zéro quand ϕ tend vers zéro. Pour un angle de frottement interne élevé, le coefficient S_γ augmente rapidement avec la diminution de L/B , mais pour ϕ inférieur à environ 16° , S_γ diminue jusqu'à des valeurs inférieures à 1 avec la diminution de L/B .

Tableau 2.18 : Valeurs du facteur N'_γ et du coefficient de forme S_γ .

ϕ	L/B = 1		L/B = 1.5		L/B = 2.0		L/B = 3		L/B = 5		L/B = 10	
	N'_γ	S_γ	N'_γ	S_γ	N'_γ	S_γ	N'_γ	S_γ	N'_γ	S_γ	N'_γ	S_γ
10	0.778	0.707	0.923	0.838	0.978	0.888	1.046	0.950	1.076	0.977	1.098	0.998
15	2.560	0.974	2.623	0.970	2.654	0.982	2.679	0.991	2.692	0.996	2.699	0.998
20	7.160	1.188	6.878	1.141	6.641	1.102	6.431	1.067	6.246	1.036	6.111	1.014
25	20.399	5	17.952		17.072		15.972		14.700		4.094	1.025
30	59.895										3.756	1.067
35	189.640										5.140	1.112
40	671.694										34.531	1.135
45	2797.32										37.591	1.199



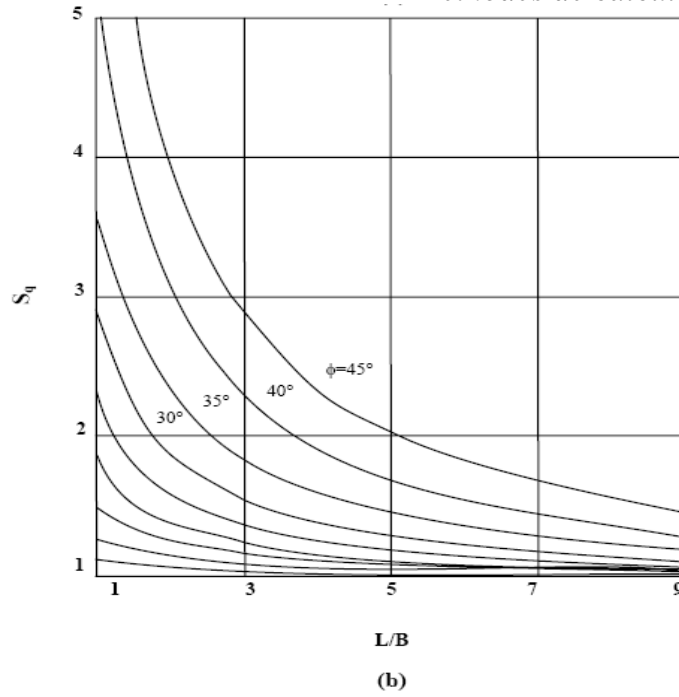


Figure 2.21 : Variation des facteurs de forme S_c et S_q pour des semelles rectangulaires.

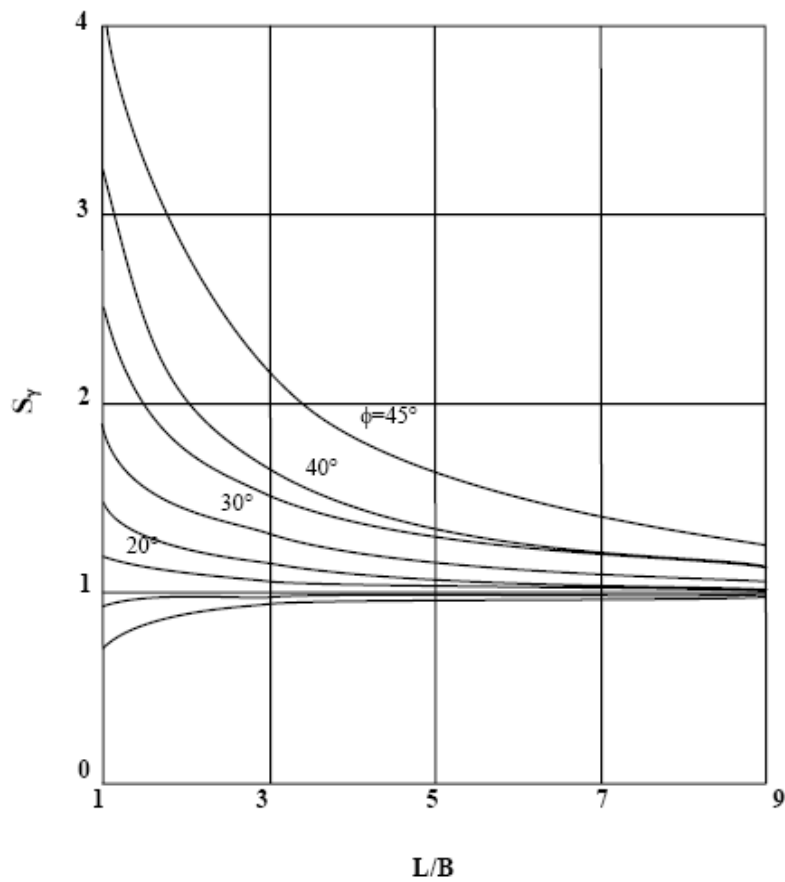


Figure 2.22 : Variation du facteur S_γ pour des semelles rectangulaires

II.5.5.3 Critiques générales des méthodes classiques

Les théories que l'on vient d'exposer et qui conduit à la définition des trois facteurs de capacité portante, soulèvent un certain nombre de critiques :

La première porte sur la forme du coin $OA\hat{A}$. Des expériences minutieuses sur modèle réduit ont montré que les côtés du coin sont loin d'être rectilignes principalement lorsque le rapport B/D est inférieur à 0.5. Pour lever cette difficulté, plusieurs auteurs ont repris l'étude de coin, en adoptant pour OA et $O\hat{A}$ des arcs de lignes de glissement. Biarez a pu montrer, ainsi, que pour les faibles encastremets, il existe certaines formes de coin donnant des résultats plus faibles que pour les coins limités par des droites.

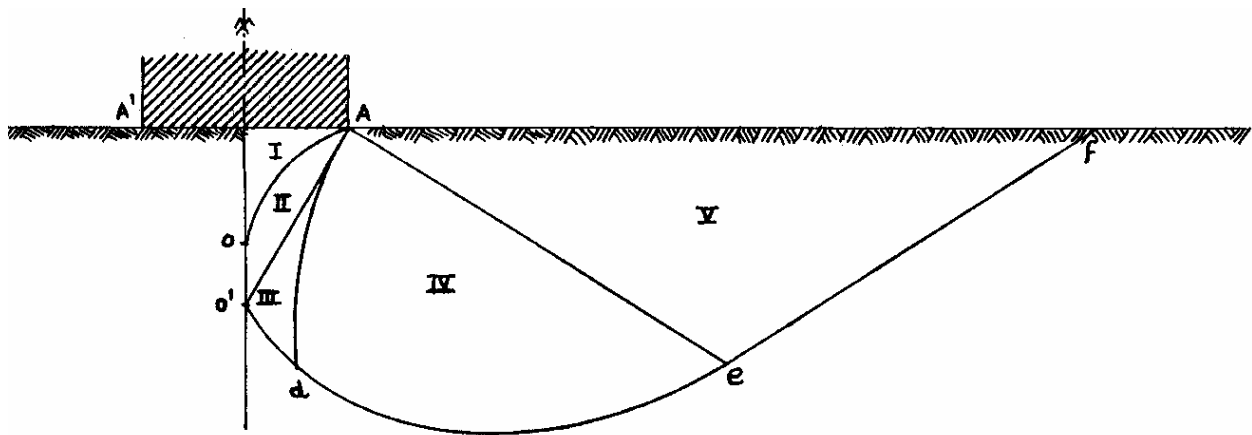


Figure.2.23. Schéma de Gorbunov(J. Costet. & G. Sanglerat 1983).

La figure 2.23 montre, dans le même esprit la solution proposée par Gorbunov. Il discerne cinq zones différentes dans le schéma de rupture :

- le coin $AO\hat{A}$ en équilibre surabondant limité par une courbe OA le long de laquelle l'obliquité des contraintes diffère assez nettement de φ (zone I) ;
- une zone $OA\hat{O}$ en équilibre plastique qui complète le coin et sur la frontière $A\hat{O}$ de laquelle l'obliquité de la contrainte est égale à φ (zone II);
- les zone III, IV et V, enfin, correspondent au problème classique de la butée. La prise en compte de la courbure du coin élastique conduit Gorbunov, à des valeurs de la force portante très nettement supérieur à celles que donne l'application des théories exposées ci-dessus (J. Costet. & G. Sanglerat 1983).

Une autre critique porte sur l'évaluation de la butée. pour calculer son intensité, on a comme dans le cas de la poussée formulé l'hypothèse de la superposition des états d'équilibre. Plus encore que dans le cas de la poussée, cette hypothèse est une approximation assez grossière, car les lignes de glissement des différents équilibres présentent maintenant une courbure notable et sont loin d'être superposables.

Les vérifications expérimentales de la capacité portante montrent que les formules classiques actuelles sont plutôt dans le sens de la sécurité ; c'est la meilleure justification de l'approximation faite qui permet de séparer l'effet du poids du sol de celui de la cohésion et de celui de l'encastrement de la fondation dans le terrain, ce qui simplifie beaucoup les calculs.

Une autre approximation a été admise : on a assimilé à une surcharge le terrain situé audessus du plan horizontal AA' de la base de la fondation. Il est certain que les lignes de glissement au sein du massif, se prolongent au de-là du plan AA' et que cette approximation est d'autant moins bonne que le rapport B/D est grand.

Au-delà des difficultés et des critiques précédentes, les procédures de calcul classiques, basées sur l'équilibre limite, imposent les directions des plans de rupture et c'est une approximation très grossière. D'autre part les théories précédentes supposent que le sol se comporte comme un matériau associé, avec l'angle de dilatation ψ égale à l'angle de frottement ϕ . Il est bien connu que pour les sols réels ψ est généralement considérablement inférieur à ϕ . Quelques solutions ont été effectuées pour les matériaux non associés avec $\psi=0$ telle que les solutions de Davis et Booker (1973), et Zienkiewicz et Al (1975), mais les analyses annoncées de ces études étaient pour des angles de frottement de 30° , et il n'est en aucun cas clair que le même résultat aurait été trouvé pour des angles plus grands.

En définitive, malgré les critiques que l'on peut formuler à l'égard de la théorie de la capacité portante et de l'utilisation des facteurs N_γ , N_q et N_c , ces méthodes restent une approche simple et commode.

II.6 Méthodes numériques :

Les méthodes numériques représentées par la méthode des éléments finis ou la méthode des différences finies sont des outils extrêmement puissants. Elles présentent l'avantage que les hypothèses simplificatrices, surtout pour les terrains naturels stratifiés, sont plus en plus faibles que les méthodes classiques d'équilibre limite. Les méthodes de résolutions numériques discrétisent le sol en mailles et emploient des algorithmes pour assurer les exigences statiques et cinématique simultanément.

Mais ces méthodes souffrent de la possibilité que la discrétisation adaptée peut mener aux erreurs dans la solution. En même temps pour l'évaluation de N_γ , il semble y avoir quelques justifications pour employer cette approche.

II.6.1 Modélisation des fondations superficielles (P. Mesta & M. Prat)

II.6.1.1 Interaction entre une fondation, des structures et le sol

Lorsque des problèmes d'interaction interviennent entre le sol et des structures ou lorsqu'une

fondation doit être construite à proximité d'un ouvrage préexistant, une modélisation en élément finis peut apporter des informations utiles sur le fonctionnement de l'ouvrage, sur les champs de déplacement et de contrainte, et ainsi compléter une étude géotechnique classique. Ces études sont rendues possible parce que, contrairement aux méthodes de dimensionnement classique, la méthode des éléments finis permet de tenir compte de l'état des contraintes en place, des propriétés de l'interface, de géométries parfois complexes et de chargements quelconques. Ainsi, les modélisations de fondations superficielles peuvent être divisées en trois catégories :

- Les modélisations en déformation plane (semelles filantes, radiers parallélépipédiques de grandes dimensions, etc.) ;
- Les modélisations en symétrie de révolution (fondations circulaires, réservoirs cylindrique, etc.) ;
- Les modélisations tridimensionnelles lorsque aucune simplification géométrique n'est possible (forte hétérogénéité des couches de sol, plates-formes pétrolière, fondation de centrale nucléaire, interactions tridimensionnelles avec d'autre ouvrage, etc).

Selon le problème posé et l'étude choisie, il est possible en théorie de modéliser un problème de fondation de trois manières différentes en considérant : soit la fondation et les structures sans le sol, soit le sol et la fondation sans les structures, soit enfin l'ensemble constitué par le massif de sol, la structure et l'interface.

II.6.1.2 Modélisation du sol et de la fondation sans les structures

Dans ce type d'analyse, l'ingénieur s'intéresse essentiellement aux déplacements verticaux et aux tassements différentiels à la surface du massif de sol. Une telle modélisation nécessite la connaissance des conditions de transmission des charges dues aux structures vers la fondation. Plusieurs cas peuvent être envisagés.

II.6.1.3 Cas d'une Fondation à la géométrie complexe

Si la géométrie de la fondation est complexe, il est nécessaire de la représenter par des éléments finis de massif seul ou par un assemblage de coques et de poutres composées avec des éléments de massif, auxquels sont affectées des propriétés mécaniques bien supérieures à celles du sol. Des éléments d'interface peuvent également être pris en compte. L'exemple typique est une fondation tridimensionnelle ou une fondation ancrée dans le sol. La fondation a alors une rigidité finie ; elle n'est ni parfaitement souple, ni parfaitement rigide. Les charges appliquées sont ainsi distribuées à l'interface sol fondation par la loi de comportement du matériau (béton, métal, bois). La technique de construction elle-même est parfois modélisée en plusieurs étapes de calcul (excavation sur plusieurs mètres, mise en place de la fondation, installation d'ancrage, remblaiement, etc.).

II.6.1.4 Cas d'une fondation rigide

Si la fondation est supposée rigide (indéformable), à base de forme simple (carrée, rectangulaire ou circulaire), elle peut être représentée par une condition de déplacement vertical imposé aux noeuds situés à l'interface. De plus, cette interface peut être lisse (le déplacement horizontal à l'interface n'est pas imposé) ou rugueuse (le déplacement horizontal à l'interface est nul).

Beaucoup de structures de génie civil peuvent être de cette façon assimilées à des fondations rigides, la pression mobilisée par un déplacement vertical imposé est alors obtenue par une moyenne sur les contraintes verticales de la première rangée des points d'intégration situés sous les noeuds de l'interface. Pour une semelle filante rigide, le début de la plasticité est localisé sous la fondation et aux bords de la fondation ; ensuite, celle-ci s'étend en profondeur plus que sur les côtés. L'exemple typique est une semelle en béton.

II.6.1.5 Cas d'une fondation souple

Si la fondation est supposée souple (très déformable), elle peut être représentée par une condition de pression uniforme appliquée directement à la surface du sol. Les déplacements horizontaux et verticaux à l'interface ne sont pas imposés. Pour une semelle filante souple, la plasticité commence au-dessous des bords de la fondation et se propage latéralement puis vers la profondeur. L'exemple typique est le réservoir métallique d'hydrocarbures. Toutefois, d'une manière générale, le type de fondation (rigide ou souple) a relativement peu d'influence sur l'allure de la courbe chargement tassement et les valeurs de la charge limite sont proches. En revanche, la distribution des pressions de contact entre la fondation et le sol est très différente.

Note : Dans le cas d'un sol pulvérulent ($c = 0$ kPa), la modélisation d'une fondation souple par une pression uniforme conduit souvent à des difficultés numériques et à des temps de calcul considérables. En effet, de fortes contraintes de cisaillement sont générées aux bords de la fondation ; celles-ci ne peuvent être reprises, en termes de critère plasticité, que par le développement progressif des contraintes, normales, ce qui nécessite de nombreux incréments et itération. Pour cette raison, il est souvent préférable d'avoir recours à des déplacements imposés pour modéliser le chargement, si cela est compatible avec les hypothèses du modèle. L'avantage d'une telle représentation est que les équations d'équilibre et de comportement peuvent toujours être satisfaites, généralement en peu d'itérations, même si la rupture est proche.

Si les déplacements imposés ne conviennent pas pour le modèle, une solution consiste à introduire une petite cohésion dans les calculs ; quelques kilopascals (kpa) arrangent souvent

bien les choses. Mais, il faut prendre garde à une telle opération, car le problème mécanique n'est plus tout à fait le même.

Une dernière solution consiste à remplacer la pression uniforme par une pression trapézoïdale (uniforme sur la plus grande partie de la fondation et triangulaire aux bords). Cette approximation permet de réduire les cisaillements mobilisés aux bords de la fondation.

II.6.1.6 Influence de l'état initial des contraintes

Un autre facteur important pour la modélisation reste souvent inconnu : il s'agit de l'état de contrainte initial qui règne dans le sol avant la construction de la fondation. Cet état initial est important car il conditionne, comme les paramètres mécaniques, la réponse en déplacements du modèle d'éléments finis.

Toutefois, pour mener une étude satisfaisante, il faut surtout connaître l'état de contraintes dans le sol une fois la fondation construite et avant l'application des charges dues à la structure. Cet état peut être approché en simulant la construction (calcul par phase) mais le plus souvent, et notamment dans le cas des fondations superficielles peu encastées, il est raisonnable de supposer que le sol a été peu perturbé par la construction, que l'état de contrainte dans le massif est toujours celui du sol au repos et que ce dernier possède encore ses caractéristiques intactes.

II.6.1.7 Conseils pour la réalisation des maillages de fondation superficielle

L'utilisation de la méthode des éléments finis nécessite la réalisation d'un maillage et la prise en compte de conditions aux limites du domaine étudié. En particulier, des conditions concernant des déplacements ou des contraintes sont imposées aux frontières du maillage.

Celles-ci peuvent se trouver à une distance « finie » (cas d'une liaison rigide, d'un substratum rigide ou d'un obstacle quelconque empêchant un déplacement) ou « infinie » (déplacement nul à l'infini, état de contraintes imposé).

Dans le cas d'une fondation superficielle isolée, placée dans un massif de sol homogène semi-infini, les frontières latérales et inférieures du modèle peuvent être représentées par des éléments finis ou par des éléments " infinis ". Si des éléments finis sont utilisés, pour que les conditions aux limites n'aient pas d'influence sur le comportement du modèle (**figure 2.24**), l'expérience montre qu'il convient de fixer :

- Les limites latérales du maillage (condition $U = 0$) à environ 10 fois la largeur B de la fondation;
- La limite horizontale inférieure (condition $V = 0$ ou $U = V = 0$) à au moins 6 fois la valeur de B sous la base de la fondation.

Un maillage grossier conduit généralement à une réponse charge - tassement trop raide et à

une charge limite trop élevée par rapport à la solution exacte ou par rapport aux résultats fournis par un maillage. De façon plus quantitative, les recommandations suivantes peuvent être précisées :

- Le maillage du massif de sol doit être relativement resserré dans les zones où de forts gradients risquent d'apparaître, c'est-à-dire au voisinage des interfaces entre la fondation et le sol, dans les régions situées à une distance inférieure à $2B$ autour de la base de la fondation ;
- le rapport de forme (rapport de la plus petite dimension d'un élément fini à la plus grande) des éléments proches d'une fondation superficielle devrait être limité à $1/5$;
- la largeur B' (selon la direction horizontale) du premier élément de sol directement adjacent à la fondation doit être au moins telle que $B' = 0.1 B$, pour décrire de manière satisfaisant les variations du cisaillement aux bords de la fondation ;
- lorsque la stratigraphie du sol, la géométrie de la fondation et celle de la structure, les charge et les diverses conditions de liaison possèdent des symétries remarquables, il faut en profiter pour simplifier le maillage.

L'étude pour des charges inclinées exige un maillage complet par rapport aux charges verticales, car une charge inclinée ne présente aucune symétrie particulière. De plus, l'inclinaison entraîne l'apparition de zones en traction dans le sol, d'où la nécessité de prendre en compte des éléments d'interface. La base de la fondation peut alors se décoller du massif de sol sur une certaine longueur.

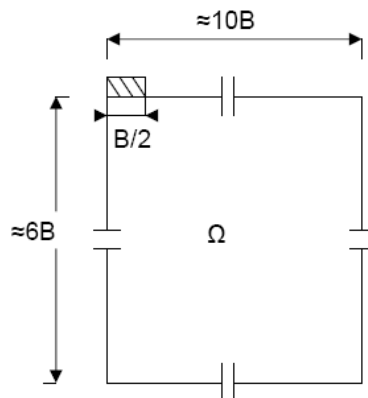


Figure.2.24 Dimensions conseillées pour le maillage d'une fondation superficielle

II.6.1.8 Comportement des sols et modélisation des fondations superficielles

Dans le cas de chargement monotone, de très nombreuses comparaisons ont été menées entre les résultats numériques et les mesures sur ouvrages. Elles permettent de constater aujourd'hui que les lois usuelles de comportement des sols (élastoplasticité parfaite) conduisent à des résultats satisfaisants sous réserve que les autres aspects de la modélisation soient correctement

pris en compte (notamment, l'interaction entre le sol et la fondation) et que les paramètres de comportement sont bien estimés.

Dans le cas des chargements cycliques et dynamiques, les études sont moins nombreuses et restent encore délicates à réaliser en raison de la complexité des lois de comportement des sols lorsque les sollicitations ne sont plus monotones.

II.7 Solutions numériques existantes

Peu d'auteurs ont essayé de discuter l'application des méthodes numériques à l'analyse de la capacité portante des fondations peu profondes, en particulier sur un sol cohésif. Cela semblait être en grande partie dû aux difficultés dans les algorithmes de développement numériques qui sont capable de fournir des solutions précises. Une série de calculs de la capacité portante a été décrite par quelques auteurs.

II.7.1 Griffiths (1982)

Il a employé un algorithme viscoplastique pour obtenir des solutions pour chacun des trois facteurs de la capacité portante N_γ , N_q et N_c .

Griffiths(1982) conclu de cette expérience que :

- Le calcul de N_γ avait généralement exigé un effort considérablement plus fort que les deux autres facteurs.
- La convergence est plus lente quand la valeur de ϕ augmente.
- Les solutions pour une fondation rugueuse sont plus lentes qu'une fondation lisse.
- L'algorithme viscoplastique employé pour ces calculs semble être peu convenable pour l'évaluation de N_γ pour le cas où l'angle de frottement du sol dépasserait 35° .

II.7.2 Borst et Vermeer (1984)

Ils ont décrit une tentative d'employer la méthode des éléments finis pour l'évaluation de la capacité portante pour un angle $\phi = 40^\circ$. L'analyse était tout basé sur un sol cohésif, frottant et n'a pas rapporté les valeurs de N_γ directement.

Une particularité intéressante de ces résultats était que les solutions stables pouvaient être obtenues pour une fondation lisse pour le cas d'un matériau associé, mais l'introduction de l'angle de dilatance (matériau non associé) a tendance à causer des instabilités numériques, et la solution, ne pouvait pas être obtenue pour le cas où l'angle de dilatance égale à zéro ($\psi=0$).

II.7.3 Manoharan et Dasgupta (1995)

Ils ont utilisé des algorithmes numériques similaires à celles de Griffiths pour obtenir des solutions des facteurs de la capacité portante. Ces analyses non plus ne sont pas étendues au sol avec des angles de frottement plus grande que 35° .

Les résultats ont montré qu'une dépendance intéressante des facteurs de la capacité portante sur l'angle de dilatance, où la capacité portante tend à augmenter avec l'accroissement de l'angle de dilatance.

II.7.4 Frydman et Burd (1997)

Ils ont étudié l'influence de l'angle de dilatance sur le facteur de capacité portante N_γ , pour le cas simple, celui d'une semelle filante.

Les études sont faites sur deux types de fondation ; une fondation lisse et une fondation rugueuse, en employant des algorithmes viscoplastiques ou élastoplastiques.

Deux techniques de simulation numérique ont été employées, à savoir : la technique des éléments finis (le code OXFEM) et la technique des différences finis (le code FLAC). Cette étude indique clairement la réduction de la capacité portante avec le décroissement de la valeur de l'angle ψ , mais cette étude a mis en évidence quelques difficultés pour l'analyse numérique surtout dans le cas d'une fondation rugueuse, et ces difficultés augmentent en augmentant l'angle de frottement ϕ .

II.7.5 Hans.L.Erickson et Andrew Drescher (2001)

Ils ont étudié l'influence de la non associativité et de la rugosité de la fondation sur les coefficients de capacité portante \dot{N}_γ et \dot{N}_c , pour une fondation superficielle de forme circulaire, en utilisant le logiciel (FLAC). Ces études sont faites en considérant deux types de fondations : Parfaitement lisse et parfaitement rugueuse et trois valeurs de l'angle de dilatance : $\psi=0$, $\psi=\phi/2$ et $\psi=\phi$.

Les tableaux 2.19 et 2.20 présentent la variation du coefficient \dot{N}_γ et \dot{N}_c en fonction de la rugosité de fondation et l'angle de dilatance ψ d'après Erikson et Andrew Drescher (2001) ;

Ils ont conclu que ces facteurs dépendent énormément de l'angle de dilatance et de la rugosité de la base de fondation. Cette dépendance est significative pour les valeurs élevées de l'angle de frottement par exemple pour $\phi=45^\circ$;

- \dot{N}_γ obtenu pour $\psi=\phi$ est 50% plus élevée que \dot{N}_γ calculé pour $\psi=0$
- \dot{N}_c obtenu pour $\psi=\phi$ est 80% plus élevée que \dot{N}_γ calculé pour $\psi=0$

- Pour $\psi=\varphi$ \dot{N}_γ obtenu pour une fondation rugueuse est 145% plus élevée que \dot{N}_γ calculé

pour une fondation lisse.

Tableau 2.19 Facteurs de capacité portante N_γ pour une fondation circulaire.

Φ		$\Psi=\varphi$	$\Psi=\varphi/2$	$\Psi=0$
20°	L	1.7	1.6	1.5
	R	2.8	2.7	2.5
35°	L	21	20	17
	R	45	42	33
40°	L	58	52	43
	R	130	113	73
45°	L	186	156	124
	R	456	387	198

Tableau 2.20 facteurs de capacité portante N_C' pour une fondation circulaire

Φ		$\Psi=\varphi$	$\Psi=\varphi/2$	$\Psi=0$
20°	L	19.5	19.3	19.0
	R	22.3	22	21.6
35°	L	84	81	77
	R	108	103	88
40°	L	161	153	122
	R	186	165	135
45°	L	320	283	178
	R	380	308	200

II.7.6 R. S. Merifield, S. W. Sloan et H. S. Yu (1998)

Ils ont utilisé des formulations numériques de l'analyse limite pour évaluer la capacité portante d'une semelle filante rigide, reposant sur un bicouche argileux purement cohérent.

Des solutions rigoureuses concernant la résistance ultime sont obtenues en employant la méthode des éléments finis en conjonction avec les théorèmes de l'analyse limite avec détermination des bornes supérieure et inférieure.

Les deux méthodes supposent un modèle de comportement du sol parfaitement plastique (critère de Tresca).

- La solution de la borne inférieure est déterminée en simulant un champ de contrainte statiquement admissible sans violer le critère de rupture, cette approche est effectuée dans le sens de la sécurité et conduit à estimer des bornes inférieures de la charge limite.

- La solution de la borne supérieure est déterminée en simulant un champ de vitesse cinématiquement admissible qui consiste à imaginer des mécanismes de rupture et à écrire que l'instabilité se traduit par une puissance des efforts extérieurs supérieure ou égale à la puissance résistante maximale correspondante.

Dans cette analyse il est plus utile d'écrire l'équation de la capacité portante sous la forme : $N_c' = q_u / C_u1$; où N_c' est fonction des rapport H/B et C_u1/C_u2 .

II.7.7 J.S. Shiau, A.V. Lyamin, et S.W. Sloan (2003)

Ils ont utilisé des formulations d'éléments finis des théorèmes d'analyse limite pour obtenir des solutions rigoureuses en plasticité concernant la capacité portante d'une couche de sable compacté surmontant une couche d'argile molle (cas souvent rencontré dans les problèmes de fondations). Ils se sont basés sur les travaux de Merifield et all. (1999) qui a considéré le problème classique de la capacité portante de deux couches d'argile, pour utiliser les méthodes limites pour intercaler et limiter la solution réelle entre la limite supérieure et la limite inférieure. Les techniques elles même n'ont été développées que récemment et sont discutées en détail par Lyamin et Sloan. Les procédures remplacent les précédentes formulations proposées par Sloan (1988, 1989) et Sloan et Kleeman qui malgré le fait qu'elles donnent des résultats satisfaisants dans un large domaine d'applications pratiques, sont néanmoins moins efficaces.

Si on considère uniquement la capacité portante de la couche de sable, elle dépendra de ϕ' , γ et q , avec d'autres facteurs possibles tels que l'angle de dilatance ψ' et la rugosité de la semelle. La théorie classique par analyse limite suppose une règle d'écoulement associée, avec des déformations plastiques normales à la surface de charge et l'angle de dilatance est pris égal à

l'angle de frottement. En prenant en considération la présence de la couche d'argile et en supposant un écoulement associé avec une semelle parfaitement rigide, la capacité portante ultime du problème de fondation sur deux couches peut être exprimée sous une forme sans dimension :

$$P/\gamma B = f(H/B, C_u/\gamma B, q/\gamma B, \varphi')$$

P : pression limite moyenne.

II.8 Conclusion

On appelle pression admissible la pression ou contrainte maximum qui puisse être appliquée par une structure sur un sol, sans qu'il y ait de tassements excessifs et de risque de rupture du sol.

Le cas général pour un calcul de la capacité portante est celle d'une semelle filante sous charge verticale, on se trouve donc en présence d'un problème à deux dimensions.

Pour tous les autres cas (charge inclinée, charge excentrée, fondation isolée, etc.), il a été proposé d'introduire des coefficients correcteurs. Ces coefficients correcteurs sont choisis de manière empirique à partir des résultats d'essais de laboratoire sur modèles réduits, d'essais en centrifugeuse ou d'essais en vraies grandeurs.

Dans ce chapitre on a présenté quelques méthodes théoriques concernant le calcul bidimensionnel de la capacité portante, cas d'une semelle filante sous chargement vertical centré, aussi nous avons exposés des cas particuliers du calcul des fondations superficielles en s'intéressant beaucoup plus sur les semelles isolées en présentant les coefficients correcteurs des formes qui existent dans la littérature.

Les travaux menés par Michalowski (2001) en utilisant la théorie de l'analyse limite montrent clairement que l'analyse d'une fondation isolée est très compliquée (complexité des mécanismes, des nombres de paramètres,...).

Cette synthèse bibliographique nous a incité à utiliser des outils numériques professionnels qui présentent l'avantage de ne pas imposer des surfaces de rupture.

Chapitre 3

PRATIQUE DES ELEMENTS FINIS EN GEOTECHNIQUE

III.1 Bref aperçu sur la méthode des éléments finis

III.1.1 Introduction

L'évolution de la technologie amène l'ingénieur à réaliser des projets de plus en plus complexes, coûteux et soumis à des contraintes de sécurité de plus en plus sévères. Pour réaliser ces projets et vu la complexité des méthodes analytiques de la résistance des matériaux, l'ingénieur a recours aux méthodes qui lui permettent de simuler le comportement des systèmes physiques complexes. Conditionnée par les progrès effectués dans le domaine informatique et les acquis des mathématiques dans la théorie de l'énergie, des méthodes de projection et des méthodes d'approximation, la méthode des éléments finis est devenue éventuellement la plus performante des méthodes numériques vu son grand champ d'application où elle est utilisée dans de nombreux secteurs de l'industrie : aérospatiale, nucléaire, génie civile, construction navale, mécanique, technique off-shore, ... etc. [IMBE, 79].

La méthode des éléments finis est donc une technique récente à caractère pluridisciplinaire car elle met en œuvre les connaissances de trois disciplines de base :

- La mécanique des structures : élasticité, résistance des matériaux, dynamique, plasticité, ... etc..
- L'analyse numérique : méthodes d'approximations, résolution des systèmes linéaires, des problèmes aux valeurs propres, ... etc..
- L'informatique appliquée : techniques de développement et de maintenance de grands logiciels.

III.1.2 Bref historique

L'histoire de la MEF a commencé en 1819, quand Navier définit une méthode d'étude des systèmes hyperstatiques basés sur l'application des conditions d'équilibre et de compatibilité, puis Maxwell en 1864 et Castigliano en 1878 établissent d'une façon complète les théorèmes de l'énergie. Au début du 20ème siècle, des résultats fondamentaux dans le domaine des méthodes d'approximation ont été établis en effectuant une discrétisation spatiale du domaine tout

en utilisant les méthodes d'approximation variationnelles. En 1955, Argyris présente une approche unifiée des méthodes des déplacements et des forces, l'année suivante Turner et Clough publient une présentation systématique de la méthode des déplacements. Ces deux publications sont particulièrement importantes et représentent véritablement le début de la MEF comme technique de calcul des structures complexes.

III.1.3 Concepts de base

La MEF consiste à remplacer la structure physique à étudier par un nombre finis d'éléments ou de composants discrets qui représentent un maillage. Ces éléments sont liés entre eux par un nombre de points appelés nœuds. On considère d'abord le comportement de chaque partie indépendante, puis on assemble ces parties de telle sorte qu'on assure l'équilibre des forces et la compatibilité des déplacement réel de la structure en tant qu'objet continu.

La MEF est extrêmement puissante puisqu'elle permet d'étudier correctement des structures continues ayant des propriétés géométriques et des conditions de charges compliquées. Elle nécessite un grand nombre de calculs qui, cause de leur nature répétitive, s'adaptent parfaitement à la programmation numérique.

III.1.4 Calculs par la MEF

La méthode aux éléments finis est théoriquement, la plus satisfaisante puisqu'elle permet la modélisation des problèmes géotechniques complexes.

- Elle nécessite :

- La définition de la géométrie du problème, pour que les frontières du calcul n'influence pas sur les résultats.
- Le choix d'une loi de comportement du sol, de type Mohr-Coulomb, Duncan, Cam-Clay, ... etc..
- Les caractéristiques des ouvrages et des éléments d'interface pour introduire l'interaction sol-structures et les conditions hydrauliques.
- Les caractéristiques des butons ou des tirants d'ancrage.
- L'état initial des contraintes et des pressions interstitielles.

- Elle permet :

- d'effectuer les calculs d'écoulement ;
- de simuler toutes les phases de travaux ;
- de prendre en compte les variations des caractéristiques : des ouvrages, des couches de terrain et des lits de butons ou de tirants ;

- de calculer un coefficient de sécurité.
- Les sorties fournissent pour les ouvrages sont :**
- les déplacements des ouvrages ;
 - les sollicitations internes des ouvrages ;
 - les efforts dans les butons ou tirants.
- Et pour le sol :**
- les déplacements du sol ;
 - les déformations du sol ;
 - les contraintes totales et effectives dans le sol ;
 - les pressions interstitielles ;
 - de calculer un coefficient de sécurité.

Et donc la possibilité d'étudier l'interaction de l'exécution d'un écran sur des ouvrages existants.

- Les principaux logiciels utilisés en France, sont :

- **CESAR (LCPC)** : Logiciel 2D ou 3D, spécialement utilisé pour les tunnels.
- **PLAXIS** (logiciel hollandais développé par l'équipe du Pr. Vermeer) : Logiciel 2D dédié à la géotechnique.

Pour notre problème, en utilise PLAXIS.

III.2 Formulation d'interaction par la MEF

Nous présentons ci-dessous un bref rappel de l'écriture de la MEF, sous sa forme la plus simple, lors d'une étape de chargement statique non linéaire ; au demeurant, cette présentation est extrêmement classique.

III.2.1 Position et formulation locale

On considère deux corps en contact, un corps A occupant un domaine Ω_A et de frontière Γ_A et un corps B occupant un domaine Ω_B et de frontière Γ_B . La surface de contact entre les deux corps est Γ_i (**figure 3.1**).

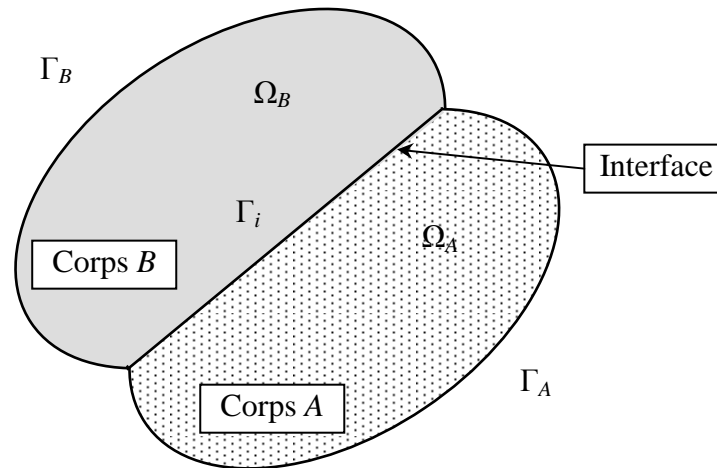


Figure. 3.1 Système de deux corps en contact.

En général, le système des deux corps peut être soumis aux sollicitations et aux conditions suivantes :

- force de volume f_i dans : $\Omega = \Omega_A \cup \Omega_B$;
- force de surface T_i le long de : $\Gamma_T = \Gamma_T^A \cup \Gamma_T^B$;
- déplacement imposé $U_i = \overline{U}_i$ sur : $\Gamma_U = \Gamma_U^A \cup \Gamma_U^B$;
- conditions de contact sur Γ_i ; avec : $\Gamma_U \cup \Gamma_T = \Gamma$ et $\Gamma_U \cap \Gamma_T = \Phi$.

La formulation du problème par la méthode des éléments finis *type déplacement* consiste à former les équations régissant ce problème, à partir des équations locales. Celles-ci sont données par : les équations d'équilibre, les équations de la cinématiques, les conditions aux limites et les conditions sur l'interface.

III.2.2 Formulation variationnelle

L'application du théorème des travaux virtuels implique que pour tout champ de déplacements virtuel, la somme des travaux des forces internes, des forces extérieures et des forces de liaison est égales à zéro.

On considère l'espace V_t des champs de déplacements cinématiquement admissibles. L'application du principe des travaux virtuels donne :

$$\forall V \in V_t : W_e(V) + W_i(V) + W_l(V) = 0 ; \quad (3.1)$$

avec :

W_e : travail des forces extérieures ;

W_i : travail des forces intérieures ;

W_l : travail des forces de liaison.

En remplaçant W_e , W_i et W_1 par leurs expressions, nous obtenons l'équation suivante :

$$\int_{\Omega} \varepsilon_{ij}(V) \sigma_{ij} d\Omega - \int_{\Omega} f_i V_i d\Omega - \int_{\Gamma_T} T_i V_i d\Gamma + \int_{\Gamma_i} \varepsilon^i(V) \sigma^i d\Gamma_i = 0 ; \quad (3.2)$$

où :

ε^i : désigne les déformations ou déplacements relatifs ;

σ^i : étant les contraintes ou forces de liaison à l'interface.

III.2.3 Discrétisation du domaine Ω

On effectue une division du domaine Ω en petits éléments Ω_i , appelés éléments de base, et par conséquent l'interface est divisée en éléments Γ_i^e appelés éléments d'interface (**figure 3.2**).

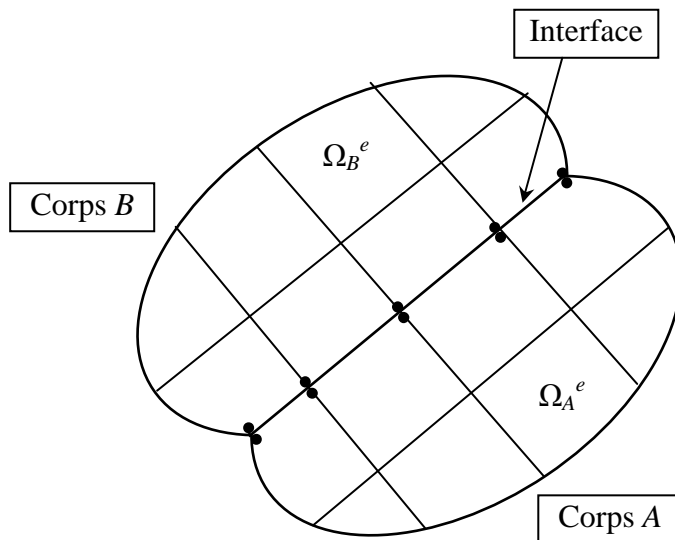


Figure. 3.2 Discrétisation du domaine Ω et de l'interface Γ_i .

Après la discrétisation du domaine Ω et l'approximation du déplacement en un point de Ω^e à l'aide des déplacements des points nodaux du même élément, on aboutit à l'équation suivante :

$$\int_{\Omega} B^T \sigma d\Omega - \int_{\Omega} N^T f d\Omega - \int_{\Gamma_T} N^T T d\Gamma + \int_{\Gamma_i} D^T \sigma^i d\Gamma_i = 0 ; \quad (3.3)$$

où :

B : est la matrice de déformation pour les éléments massifs ;

D : est la matrice de déformation des éléments d'interface ;

N : désigne la matrice des forces d'interpolation.

Après cette discrétisation géométrique, nous proposons de faire intervenir les comportements des corps solides et de l'interface dans la formulation.

De façon générale, les lois de comportement des matériaux constituant les corps et de l'interface s'écrivent sous forme incrémentale de la manière suivante :

$$(3.4) \quad \left. \begin{array}{l} \dot{\sigma} = C \dot{\varepsilon} \\ \dot{\sigma}^i = C^i \dot{\varepsilon}^i \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{pour les corps ;} \\ \text{pour l'interface.} \end{array}$$

où : C et C^i représentent respectivement les matrices de comportement des éléments volumiques et des éléments d'interface.

Etant donné la forme incrémentale des lois de comportement de l'interface et des corps solides (cas d'un sol élastoplastique, par exemple), le système d'équations (3.3 et 3.4) régissant l'interaction entre matériaux solides est non linéaire. La matrice incrémentale de résolution des systèmes non linéaires est la plus appropriée à ce type de problèmes.

La matrice incrémentale consiste à discrétiser les sollicitations en petits incréments. Ainsi, à l'incrément k , les sollicitations s'écrivent :

$$(3.5) \quad \left. \begin{array}{l} f^k = f^{k-1} + \Delta f^k \\ T^k = T^{k-1} + \Delta T^k \\ \bar{U}^k = \bar{U}^{k-1} + \Delta \bar{U}^k \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Dans } \Omega ; \\ \text{Sur } \Gamma_T ; \\ \text{Sur } \Gamma_U. \end{array}$$

Dans ce cas, les déplacements, les contraintes et les déformations à la fin du k ème incrément d'expriment par :

$$(3.6) \quad \left\{ \begin{array}{l} U^k = U^{k-1} + \Delta U^k \\ \sigma^k = \sigma^{k-1} + \Delta \sigma^k \\ \varepsilon^k = \varepsilon^{k-1} + \Delta \varepsilon^k \end{array} \right. \text{ pour les massifs ;}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma^{ik} = \sigma^{i^{k-1}} + \Delta \sigma^{ik} \\ \varepsilon^{ik} = \varepsilon^{i^{k-1}} + \Delta \varepsilon^{ik} \end{array} \right. \text{ pour l'interface.}$$

En reportant les expressions (2.5) et (2.6) dans l'équation (2.3), on obtient :

$$\int_{\Omega} B^T \Delta \sigma^k d\Omega - \int_{\Omega} N^T \Delta f^k d\Omega - \int_{\Gamma_T} N^T \Delta T^k d\Gamma + \int_{\Gamma_i} D^T \Delta \sigma^{ik} d\Gamma_i + FR = 0 ; \quad (3.7)$$

avec :

$$FR = \int_{\Omega} B^T \sigma^{k-1} d\Omega - \int_{\Omega} N^T f^{k-1} d\Omega - \int_{\Gamma_T} N^T T^{k-1} d\Gamma + \int_{\Gamma_i} D^T \sigma^{i^{k-1}} d\Gamma_i .$$

FR : représente les forces non équilibrées des incréments précédents.

Les lois de comportement des matériaux constituant les corps et de l'interface à l'incrément k, s'expriment par :

$$\left. \begin{aligned} \Delta \sigma^k &= CB \Delta U^k \\ \Delta \sigma^{i^k} &= C_i D \Delta U^k \end{aligned} \right\} ; \quad (3.8)$$

En remplaçant $\Delta \sigma^i$ et $\Delta \sigma^{i^k}$ par leur expression dans la relation (3.7), on aboutit à l'équation suivante :

$$R \Delta U^k = \Delta F^k ; \quad (3.9)$$

avec :

$$\begin{aligned} R &= \int_{\Omega} B^T C B d\Omega + \int_{\Gamma_i} D^T C_i d\Gamma_i ; \\ \Delta F^k &= - \int_{\Omega} N^T \Delta f^k d\Omega - \int_{\Gamma_T} N^T \Delta T^k d\Gamma + FR. \end{aligned}$$

R : étant la matrice de rigidité globale du système y compris l'interface.

A l'incrément de charge k, le problème est régi donc par le système (3.9) et par le comportement des milieux continus et de l'interface.

III.3 Présentation de PLAXIS

L'analyse de projets géotechniques est possible grâce à de nombreux codes éléments finis. L'ingénieur ayant de l'expérience en ce domaine sait que le poids des hypothèses permettant le passage de la réalité au modèle est difficile à évaluer. Il sait que le jargon éléments finis est parfois rebutant-il souhaiterait ne pas avoir à intervenir sur la numérotation des noeuds, des éléments, sur certains choix réservés au numéricien. Il voudrait disposer du code sur le PC gérant sa bureautique et sa technique quotidiennes, afin de faire une étude paramétrique des problèmes délicats. Il exige avant tout que ses journées ne soient pas encombrées par de laborieuses entrées de données et interprétations de fichiers [BOU1, 04].

III.3.1 Le code éléments finis PLAXIS

Conçu par des géotechniciens numériques, le code éléments finis PLAXIS représente certainement un optimum actuel sur les plans scientifique et pratique en l'analyse pseudo-statique 2D. Scientifiquement, c'est un outil d'analyse non linéaire en élasto-plasticité non standard (5 paramètres), avec prise en compte des pressions interstitielles (et même consolidation linéaire), doté de méthodes de résolution et d'algorithmes robustes, éprouvés, ainsi que de procédures de choix automatique évitant des choix délicats à l'opérateur peu averti. Bien que très fiable sur le plan numérique, le code fait appel à des éléments de haute précision (triangles à 15 noeuds), ainsi qu'à des processus de pilotage de résolution récents (méthode de longueur d'arc). Du point de vue pratique, le système de menus arborescents à l'écran rend l'utilisation souple et agréable, car l'opérateur ne s'encombre pas l'esprit outre mesure. Le recours aux manuels devenant rare, ceux-ci sont de volumes réduits, faciles à consulter. L'ensemble des options par défaut (condition aux limites) rend la mise en données aisée et rapide. Enfin, les options simplifiées (initiation des contraintes, pressions interstitielles) permettent d'aller droit au but (prévoir le comportement d'un ouvrage), quitte à réaliser ultérieurement, avec le même code et les mêmes données, un calcul affiné [BOU1, 04].

III.3.2 Options par défaut et solutions approchées [Annexe B]

Le système d'options par défaut et de solutions approchées spécifiques, qui est un des fers de lance de l'outil de projet pour la géotechnique, est destiné à faire gagner du temps à l'opérateur, à lui éviter de devoir faire des choix tracassants, et enfin à améliorer la convivialité du logiciel. Ce système est inséparable du traitement à partir d'un menu arborescent. Chaque branche du menu est évidemment figée, car elle réalise une tâche précise, bien définie, mais la diversité des branches en fait globalement un outil extrêmement souple.

Les options par défaut commencent dès le maillage : L'opérateur peut bien entendu spécifier un maillage très détaillé, mais si seules les grandes lignes de celui-ci importent, le détail des éléments, agencé de manière optimale du point de vue numérique, sera entièrement généré par le logiciel à partir d'un petit nombre de noeuds-clé, avec contrôle permanent à l'écran. Le meilleur est d'ailleurs en cours de refonte en vue d'accroître son efficacité.

De même en ce qui concerne les conditions aux limites en déplacements : Si celles-ci sont complexes, l'ingénieur devra en spécifier les subtilités d'une manière précise, face de bloc par face de bloc. Par contre, si elles ont un caractère standard (vecteur déplacement nul à la base du domaine étudié et vecteur déplacement horizontal nul sur ses faces latérales), l'application peut être réalisée automatiquement (par défaut) à partir du menu avec contrôle immédiat du résultat à l'écran.

L'application des contraintes initiales dues au poids des terres peut être réalisée de manière exacte par activation du multiplicateur de chargement relatif au poids propre. Par contre, si comme bien souvent en géotechnique on connaît ou on sait estimer un état K_0 donné, celui-ci peut être spécifié directement. Dans ce cas, le massif est souvent en léger déséquilibre (incompatibilité entre K_0 et les autres caractéristiques mécaniques). Le menu permet alors, par un changement fictif nul, de rééquilibrer le massif, puis de réinitialiser à zéro le champ de déplacement de manière à prendre comme nouvelle origine l'état du matériau après application de la gravité. L'option K_0 est particulièrement intéressante (et réaliste) dans le cas d'un modèle hétérogène de surface libre presque horizontale (paroi moulée dans un sol mou par exemple).

Les pressions interstitielles ont été l'objet d'un soin particulier dans PLAXIS : Pour qui souhaite faire un calcul précis du champ de pressions interstitielles en régimes permanent ou transitoire, c'est possible grâce au module d'écoulements en milieu poreux. Mais bien sûr, cette opération demande du temps (d'opérateur et de machine). Si la nappe phréatique n'est pas trop éloignée de l'horizontale, dans ses états initial et final, on sait que la pression diffère peu de la pression hydrostatique ; si l'on adopte ce champ de pression approchée, les calculs deviennent très simples puisqu'il s'agit seulement de manier les variations de la poussée d'Archimède ; PLAXIS offre cette possibilité qui est souvent très appréciable.

La conduite des calculs non linéaires constitue un autre exemple de la souplesse d'utilisation que procure ce logiciel : L'opérateur peut évidemment faire lui-même ses choix de taille d'étape de chargement, de nombre d'étapes, de rigidité d'interface, de méthode de résolution, ... etc. ; s'il ne désire pas assumer ces choix, le logiciel peut les décider à sa place, compte tenu de l'expérience des numériciens en la matière. Pour les calculs de consolidation, réalisés en différences finies explicites sur le temps, le choix du pas de temps peut également être décidé par l'utilisateur, ou bien calculé dans l'option par défaut, selon les critères numériques connus.

Le coefficient de sécurité est une notation un peu magique en géotechnique, puisqu'il résume en une seule information une quantité considérable de données. L'approche classique évalue généralement ce nombre selon la théorie de l'équilibre limite, supposant une réduction proportionnelle généralisée de la résistance mécanique des matériaux impliqués, ce qui ne constitue manifestement pas un scénario réel de rupture. C'est la même approche, adaptée aux éléments finis élasto-plastiques, qui préside à l'évaluation du coefficient de sécurité dans PLAXIS. Le critère de rupture est ici qualitatif, et laissé à l'appréciation de l'observateur ; en tout état de cause, il est fondé sur le niveau de déplacement d'un point de contrôle lié à l'ouvrage étudié. Le champ de déplacement obtenu est évidemment tout à fait fictif.

Un calcul par élément finis fournit une masse imposante de résultats : Des résultats directement utiles au projeteur : déplacements, contraintes, pressions interstitielles à un stade donné du chargement, et des résultats plus mathématiques concernant le déroulement du processus de calcul proprement dit. L'ensemble de ces résultats est accessible, selon que l'on est intéressé par l'un ou l'autre aspect ; c'est également un système de menu arborescent qui permet de sélectionner les informations souhaitées.

III.4 Les modèles de comportements utilisés dans PLAXIS

III.4.1 Introduction

Les modèles de comportement de sols sont très nombreux : depuis le modèle élasto-plastique de Mohr-Coulomb jusqu'aux lois de comportement les plus sophistiquées permettant de décrire presque tous les aspects du comportement élasto-visco-plastique des sols, aussi bien sous sollicitation monotone que cyclique. Ces modèles ont été développés dans le but d'être intégrés dans des calculs par éléments finis. Dans ce schéma, la modélisation par élément finis permet de résoudre le problème aux limites en tenant compte, par une loi de comportement réaliste, du comportement réel du sol. Deux difficultés majeures ont empêché la réalisation complète de ce schéma : d'une part les lois de comportement qui décrivent bien le comportement des sols sont complexes et demande, pour la détermination des paramètres qu'elles contiennent, des études spécifiques lourdes sortant du cadre des projets d'ingénierie même complexe. La validation des lois de comportement a fait l'objet, dans les années 80 de plusieurs ateliers pour comparer les réponses des différents modèles sur différents chemins de sollicitation. La seconde difficulté a été l'intégration de ces lois de comportement dans des codes par éléments finis, bi ou tridimensionnels. Peu de codes sont opérationnels actuellement, avec des lois sophistiquées. Le coût de ces calculs est généralement important [BOU1, 04].

La démarche suivie dans le développement du code PLAXIS est différente. Un des objectifs de PLAXIS est de fournir à l'utilisateur un code d'éléments finis qui soit à la fois robuste et convivial, permettant de traiter des problèmes géotechniques réels, dans un délais raisonnable en utilisant des modèles de comportement de sols dont les paramètres puissent être déterminés à partir d'une étude géotechnique normale. En ce sens, PLAXIS peut apparaître comme une règle à calcul de l'ingénieur géotechnicien, ou le micro-ordinateur a remplacé la règle. C'est pourquoi les différents modèles de comportement utilisés dans PLAXIS sont des modèles qui peuvent apparaître simple, voire simplistes, mais qui sont efficaces quand ils sont utilisés dans des cas adaptés.

Pour traiter un problème de soutènement (paroi moulée, palplanche, ... etc.), il est tout à fait adapté de considérer le sol comme élastoplastique et le modèle de Mohr-Coulomb sera bien

adapté dans ce cas ; on rejoint ici le calcul des soutènements par les méthodes élastoplastiques de coefficient de raideur. Mais pour traiter d'une construction de remblai sur sols mous, avec chargement par étapes et consolidation, il faut tenir compte de l'écroutissement. Le matériau se consolide et il est plus adapté d'utiliser le Soft Soil Model qui prend en compte cette évolution du matériau. Pour un calcul d'écoulement, il suffit de prendre un matériau élastique, mais on peut avoir à coupler écoulement et déformation ; dans ce cas un modèle élastoplastique peut être justifié.

Les règles d'or dans le domaine de la simulation du comportement d'un ouvrage sont :

- quel est le comportement principal à modéliser ?
- utiliser un modèle qui décrit ce comportement ;
- interpréter les résultats, notamment en fonction des paramètres de la modélisation.

En ce sens, la modélisation numérique ne fournit sous une autre forme que les données du problème posé.

III.4.2 Contraintes totales, effectives et pressions interstitielles

Le comportement des sols est régi par les propriétés du squelette ; il est donc nécessaire d'utiliser des contraintes effectives et d'écrire des lois de comportement en contraintes effectives. La pression interstitielle générée dans les ouvrages est une conséquence de la non variation de volume ; celle ci est elle même dépendante de la perméabilité du sol. Un sable peut être non drainé in situ sous des sollicitations sismiques (rapides) de même qu'une argile est toujours non drainée à court terme. Les variations de volumes empêchées par les perméabilités créent des pressions interstitielles ; en fait, celles ci dépendent des variations de volume ; en élasticité, si les grains de sols sont incompressibles, on démontre que :

$$\Delta u_w = \frac{K_w}{n} \Delta \varepsilon_v ; \quad (3.10)$$

où Δu_w est la surpression interstitielle, n la porosité, K_w le module volumique de l'eau et $\Delta \varepsilon_v$ est un incrément de déformation volumique.

Des calculs en contraintes totales sont possibles. Ils permettent par exemple, des calculs de tassements et de stabilité de remblai après construction. Ces calculs ignorent la génération de pressions interstitielles. Ils présentent l'avantage d'être simples et de se recalculer par rapport à des calculs plus classiques de stabilité à court terme.

Leur inconvénient majeur est d'ignorer les pressions interstitielles, quand on connaît leur rôle majeur sur la stabilité de remblai [BOU1, 04].

III.4.3 Comportement élastoplastique

Le comportement élastoplastique peut être représenté par un modèle monodimensionnel, en série un ressort de raideur K , pour symboliser l'élasticité du matériau, à un patin de seuil S_0 (figure 3.3).

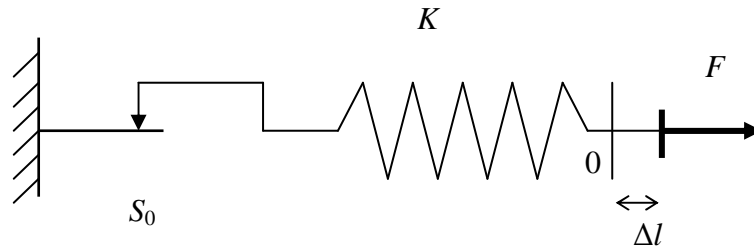


Figure 3.3 : Modèle monodimensionnel du comportement élastoplastique.

La courbe effort-déplacement ou contrainte-déformation que l'on trouve est présentée sur la figure 3.4.

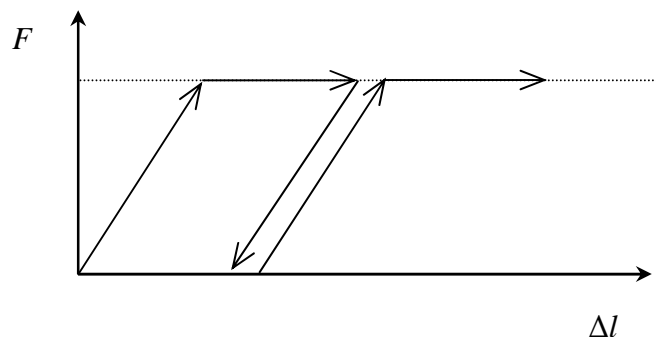


Figure. 3.4 : Représentation du comportement élastique parfaitement plastique.

Lors d'une décharge, le comportement est élastique et réversible. La longueur de la déformation plastique est a priori indéterminée.

Le type de comportement représenté par les figures 3.3 et 3.4 est un comportement élastique-plastique sans écrouissage. La figure 3.5 représente un comportement élastique-plastique avec écrouissage [BRI3, 03].

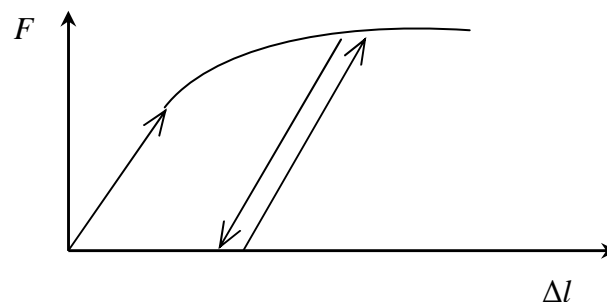


Figure. 3.5 : Représentation du comportement élastoplastique avec écrouissage.

III.4.4 Modèle élastique linéaire

Le modèle élastique linéaire utilisé dans PLAXIS est classique. Les tableaux de rentrée des données demandent le module de cisaillement G et le coefficient de Poisson ν . l'avantage de G est d'être indépendant des conditions de drainage du matériau ($G_u = G'$), ce qui n'est pas le cas des modules d'Young : le module d'Young non drainé est supérieur au module d'Young drainé. Il aurait pu sembler logique, si G est utilisé comme paramètre élastique, d'utiliser K comme second paramètre. D'une part K_u est infini (correspondant à $\nu_u = 0.5$) et il est moins courant d'emploi. G est en fait le module mesuré dans les essais pressiométriques [BRI2, 03].

La relation entre le module d'Young E et les autres modules sont données par les équations :

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} ; \quad (3.11)$$

$$K = \frac{E}{3(1 + \nu)} ; \quad (3.12)$$

$$E_{oed} = \frac{(1 - \nu)E}{(1 - 2\nu)(1 + \nu)} . \quad (3.13)$$

Le modèle élastique linéaire de PLAXIS peut être employé surtout pour modéliser les éléments de structures béton ou métal en interaction avec le sol. Il peut aussi être intéressant pour certains problèmes de mécanique des roches.

Les paramètres de ce modèle sont représentés sur **la figure 3.6** :

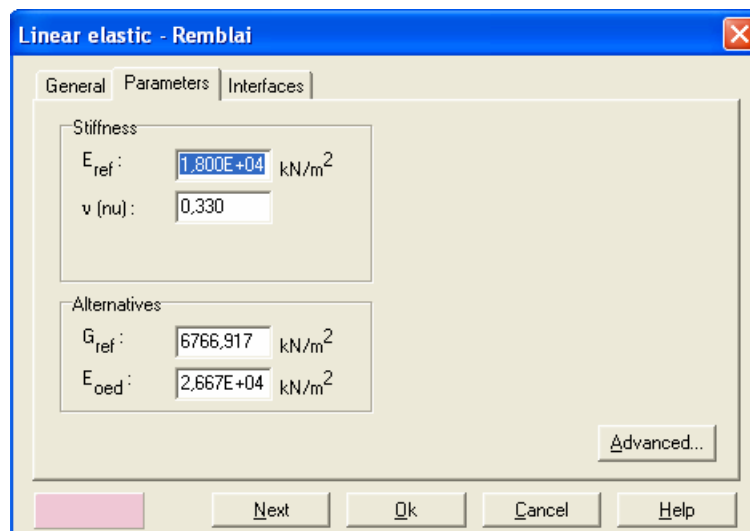


Figure. 3.6 – Fenêtre des paramètres du modèle élastique linéaire.

Et les paramètres avancés sur **la figure 3.7** :

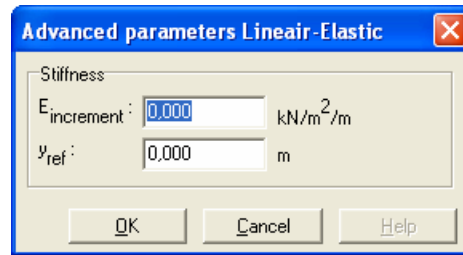


Figure. 3.7 Fenêtre des paramètres avancés du modèle élastique linéaire.

Les paramètres avancés sont reliés par l'équation :

$$E_{actual} = E_{ref} + (y_{ref} - y)E_{increment} \quad \text{avec} \quad y < y_{ref} \quad (3.14)$$

$E_{increment}$: Augmentation de la rigidité [kN/m²/m]

y_{ref} : Unité de profondeur [m]

III.4.5 Modèle de Mohr-Coulomb

Le comportement de Mohr-Coulomb présente un comportement élastique parfaitement plastique sans écoulement. Il a une grande utilisation dans la géotechnique vu les résultats obtenus dans les calculs.

Dans le plan de Mohr, la droite intrinsèque est représentée par :

$$\tau = \sigma_n \tan \phi + c \quad (3.15)$$

où σ_n et τ sont respectivement les contraintes normales et de cisaillement, et c et ϕ respectivement la cohésion et l'angle de frottement du matériau (**figure 3.8**).

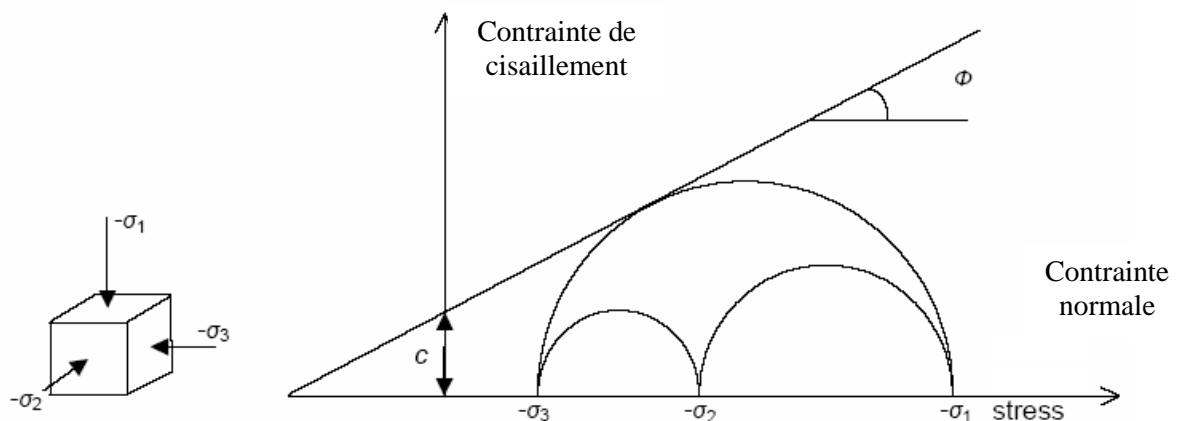


Figure.3.8 Courbe intrinsèque du modèle de Mohr-Coulomb.

Le critère de Coulomb à trois dimensions suppose que la contrainte intermédiaire n'intervient pas. La forme du critère est celle d'une pyramide irrégulière construite autour de la trisectrice (**figure 3.9**) sur l'hexagone irrégulier de Mohr-Coulomb.

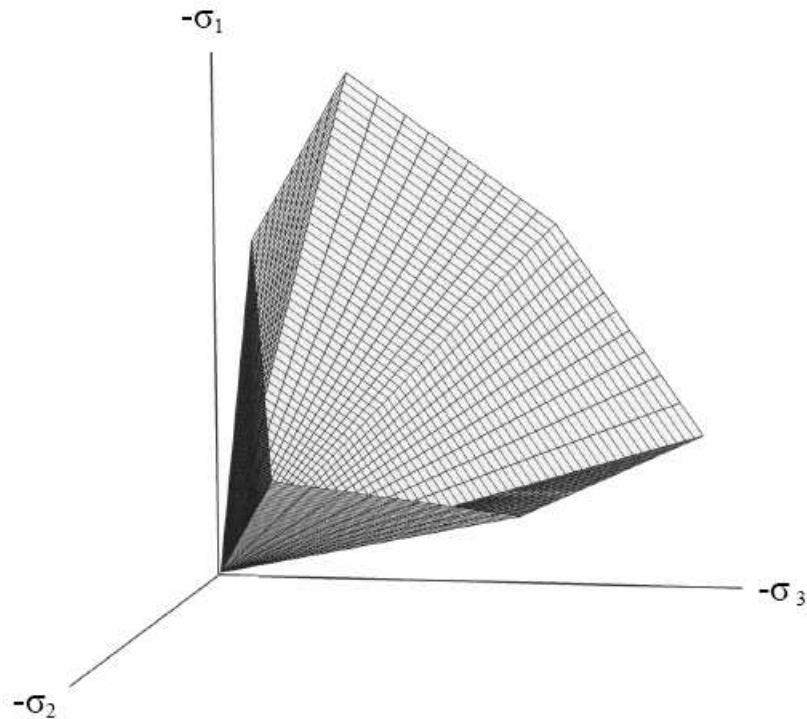


Figure 3.9 Pyramide de Mohr-Coulomb tracée pour $c=0$.

Le modèle demande la détermination de cinq paramètres (**figure 3.10**). Les deux premiers sont E et ν (paramètres d'élasticité). Les deux autres sont c et ϕ , respectivement. Ce sont des paramètres classiques de la géotechnique, certes souvent fournis par des essais de laboratoires, mais nécessaires à des calculs de déformation ou de stabilité.

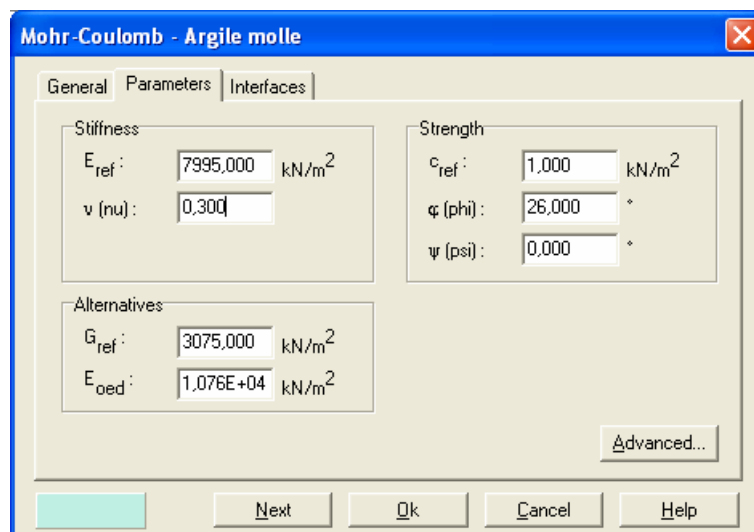


Figure 3.10 Fenêtre des paramètres de Mohr-Coulomb.

a) Module d'Young :

Le choix d'un module de déformation est un des problèmes les plus difficiles en géotechnique. Le module de déformation varie en fonction de la déformation et en fonction de la contrainte moyenne. Dans le modèle de Mohr-Coulomb, le module est constant. Il paraît peu réaliste de considérer un module tangent à l'origine (ce qui correspondait au G_{max} mesuré dans des essais dynamiques ou en très faibles déformations). Ce module nécessite des essais spéciaux. Il est conseillé de prendre un module moyen, par exemple celui correspondant à un niveau de 50 % du déviateur de rupture (**figure 3.11**).

L'utilisateur doit rester conscient de l'importance du choix du module qu'il prendra en compte. Il n'y a là rien d'étonnant et la même question se retrouve par exemple dans tout calcul classique de fondation, par exemple.

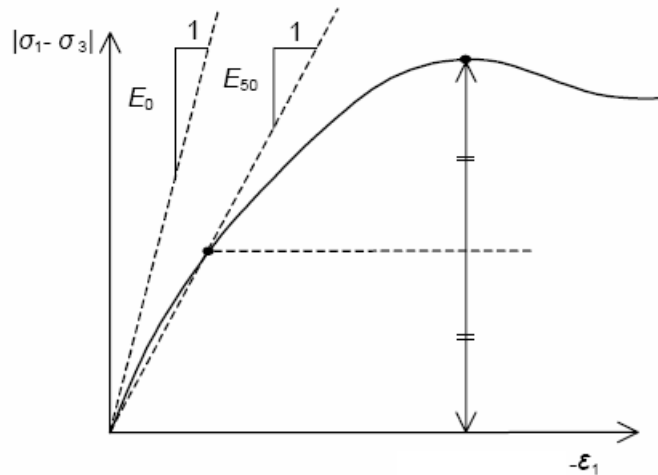


Figure 3.11 Définition du module à 50 % de la rupture.

Dans la boîte de dialogue des paramètres avancés, on peut aussi rentrer un gradient donnant la variation du module avec la profondeur.

b) Coefficient de Poisson :

On conseille une valeur de 0,2 à 0,4 pour le coefficient de Poisson. Celle-ci est réaliste pour l'application du poids propre (procédure K_0 ou chargement gravitaires). Pour certains problèmes, notamment en décharge, on peut utiliser des valeurs plus faibles. Pour des sols incompressibles, le coefficient de Poisson s'approche de 0,5 sans que cette valeur soit utilisable.

c) Angle de frottement :

PLAXIS ne prend pas en compte une variation d'angle de frottement avec la contrainte moyenne. L'angle de frottement à introduire est soit l'angle de frottement de pic soit l'angle de frottement de palier. On attire l'attention sur le fait que des angles de frottement supérieurs à 35° peuvent considérablement allonger les temps de calcul. Il peut être avisé de commencer des

calculs avec des valeurs raisonnables d'angle de frottement, quitte à les augmenter dans la suite. Cette valeur de 35° est compatible avec les angles de frottement φ_{cv} (à volume constant, au palier).

En peut déterminer l'angle de frottement à partir de la courbe intrinsèque du modèle de Mohr-Coulomb (**figure 3.8**).

d) Cohésion :

Il peut être utile d'attribuer, même à des matériaux purement frottants, une très faible cohésion (0,2 à 1 kPa) pour des questions numériques. Pour les analyses en non drainé avec $\varphi_u = 0$, PLAXIS offre l'option de faire varier la cohésion non drainée avec la profondeur : ceci correspond à la croissance linéaire de la cohésion en fonction de la profondeur observée dans des profils au scissomètre ou en résistance de pointe de pénétromètre. Cette option est réalisée avec le paramètre c-depth. Une valeur nulle donne une cohésion constante. Les unités doivent être homogènes avec ce qui a été choisi dans le problèmes (typiquement en kPa/m).

e) Angle de dilatance :

Le dernier paramètre est l'angle de dilatance noté ψ ; c'est le paramètre le moins courant. Il peut cependant être facilement évalué par la règle (grossière) suivante :

$$\psi = \varphi - 30^\circ \quad \text{pour } \varphi > 30^\circ.$$

$$\psi = 0^\circ \quad \text{pour } \varphi < 30^\circ.$$

Le cas où $\psi < 0^\circ$ correspond à des sables très lâches (état souvent dit métastable, ou liquéfaction statique). La valeur $\psi = 0^\circ$ correspond à un matériau élastique parfaitement plastique, ou il n'y a donc pas de dilatance lorsque le matériau atteint la plasticité. C'est souvent le cas pour les argiles ou pour les sables de densité faibles ou moyenne sous contraintes assez fortes.

f) Les contraintes de traction :

La pyramide de Mohr-Coulomb permet des contraintes de traction (**figure 3.9**). Celles-ci sont souvent peu réalistes pour les sols et il est possible de couper ces contraintes de traction (*tension cut-off*) ou de les diminuer (*Tensile strength*).

g) Les paramètres avancés :

Pour tenir compte des variations avec la profondeur, on utilise les paramètres avancés (**figure 3.12**).

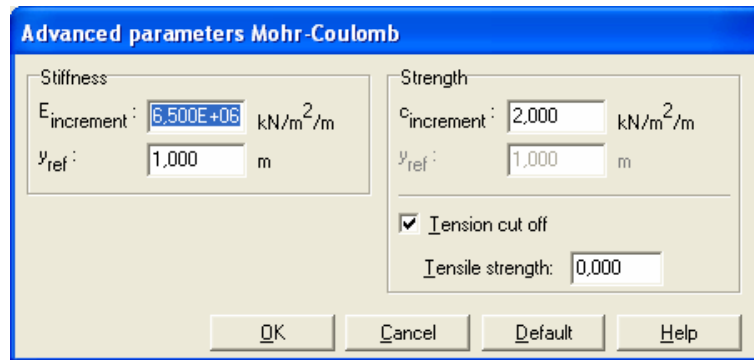


Figure 3.12 Fenêtre des paramètres avancés du module Mohr-Coulomb.

III.4.6 Modèle de sol avec écouissage (*Hardening Soil Model*)

Le modèle HSM a pour objet d'améliorer le modèle de Mohr-Coulomb sur différents points, il s'agit essentiellement :

- de prendre en compte l'évolution du module de déformation lorsque la contrainte augmente : les courbes oedométriques en contrainte-déformation ne sont pas des droites ;
- de prendre en compte l'évolution non linéaire du module lorsque le module de cisaillement augmente : le module E_{50} n'est pas réaliste : il y a une courbure des courbes effort-déformation avant d'atteindre la plasticité ;
- de distinguer entre une charge et une décharge ;
- de tenir compte de la dilatance qui n'est pas indéfinie.

On pourrait dire que ce modèle est un dérivé du modèle hyperbolique de Duncan-Chang car il en reprend et améliorant les formulations hyperboliques des courbes effort-déformation.

a) Les paramètres du HSM :

Les paramètres du HSM sont représentés sur la **figure 3.13** :

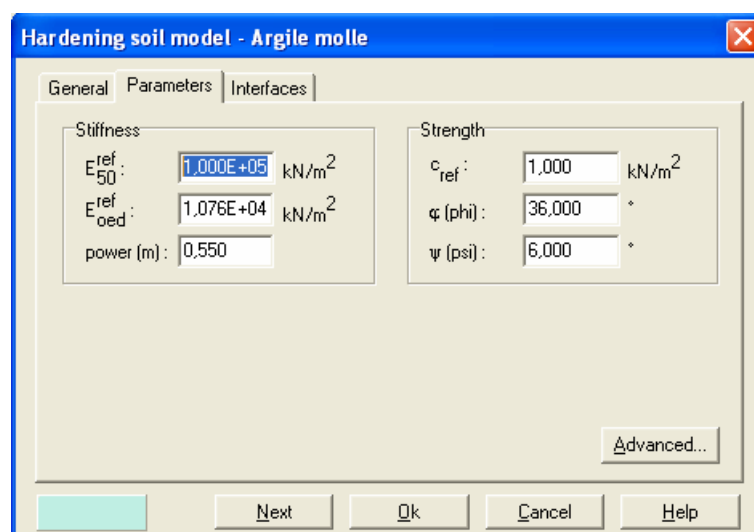


Figure 3.13 Fenêtre des paramètres du Hardening Soil Model.

Paramètres de Mohr-Coulomb :

c	: cohésion (effective) ;	[kN/m ²]
φ	: angle de frottement effectif ;	[°]
ψ	: angle de dilatance.	[°]

Paramètres de rigidité:

E_{50}^{ref}	: module sécant dans un essai triaxial ;	[kN/m ²]
E_{oed}^{ref}	: module tangent dans un essai oedométrique ;	[kN/m ²]
m	: Puissance (environ 0,58 pour les sables)	[-]
	- Janbu (1963) rapporte des valeurs de m autour de 0.5 pour les sables et les silts norvégiens,	
	- Von Soos (1980) rapporte de diverses différentes valeurs dans la gamme $0,5 < m < 1,0$.	

Paramètres avancés :

E_{ur}^{ref}	: module en décharge (par défaut $E_{ur}^{ref} = 3 \text{ à } 4 E_{50}^{ref}$)	[kN/m ²]
ν_{ur}	: Coefficient de Poisson en charge décharge (par défaut $\nu_{ur} = 0,2$)	[-]
p^{ref}	: Contraintes de référence (par défaut $p^{ref} = 100$)	[kN/m ²]
K_0^{NC}	: K_0 -consolidation (par défaut $K_0^{NC} = 1 - \sin\varphi$)	[-]
$c_{increment}$: Cf. modèle de Mohr-Coulomb (par défaut $c_{increment}=0$)	[kN/m ³]
y_{ref}	: Unité de profondeur	[m]
R_f	: Coefficient à la rupture q_f/q_a (par défaut $R_f = 0,9$)	[-]
$\sigma_{tension}$: Résistance à la traction (par défaut $\sigma_{tension} = 0$)	[kN/m ²]

Les paramètres avancés sont représentés sur la figure 2.14 :

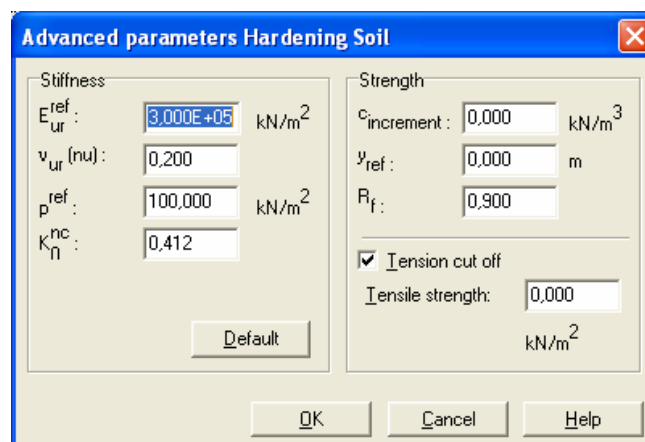


Figure 3.14 Fenêtre des paramètres avancés du Hardening Soil Model.

b) Courbes effort-déformation :

Une idée fondamentale pour la formulation du HSM est le rapport hyperbolique entre la contrainte verticale, ε_1 , et l'effort deviatoric, q , dans le chargement à trois axes primaire. Ici les essais triaxial drainer standard tendent aux courbes de rendement qui peuvent être décrites par :

$$-\varepsilon = \frac{1}{2E_{50}} \frac{q}{1 - q/q_a} \text{ pour } q < q_f ; \quad (3.16)$$

$$\text{Avec : } q_f = (c \cot \varphi - \sigma_3') \frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad \text{et} \quad q = q_f / R_f ;$$

q_a : valeur asymptotique de la résistance au cisaillement. Le paramètre R_f est analogue à celui introduit par Duncan.

c) Les modules :

Le module sécant dans un essai triaxial est déterminé par la formule :

$$E_{50} = E_{50}^{ref} \left(\frac{\sigma_3'}{p^{ref}} \right)^m \quad \text{avec } p^{ref} = 100 \text{ kN/m}^2. \quad (3.17)$$

$$\text{Pour la décharge on prend : } E_{ur} = E_{ur}^{ref} \left(\frac{\sigma_3'}{p^{ref}} \right)^m .$$

(2.18)

La figure 3.15 redonne ces définitions :

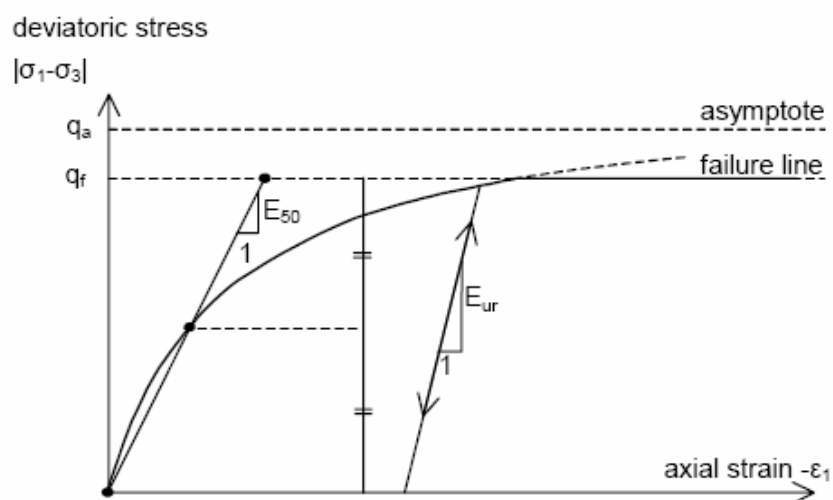


Figure 3.15 Représentation du HSM dans le repère contrainte-déformation.

Le module oedométrique tangent est donné par :

$$E_{oed} = E_{oed}^{ref} \left(\frac{\sigma_1'}{p^{ref}} \right)^m \quad (3.19)$$

La définition du module oedométrique tangent est donnée sur la **figure 3.16** et celle de la dilatance (éventuellement) sur la **figure 3.17**.

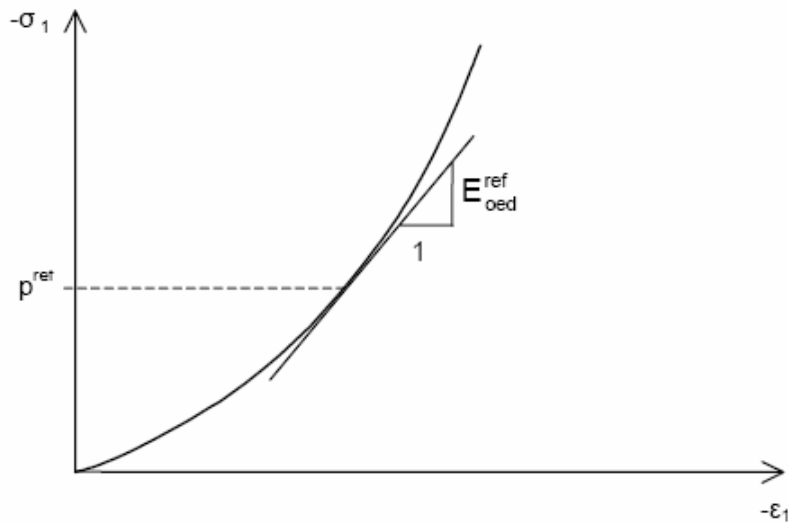


Figure 3.16 Définition du module oedométrique tangent.

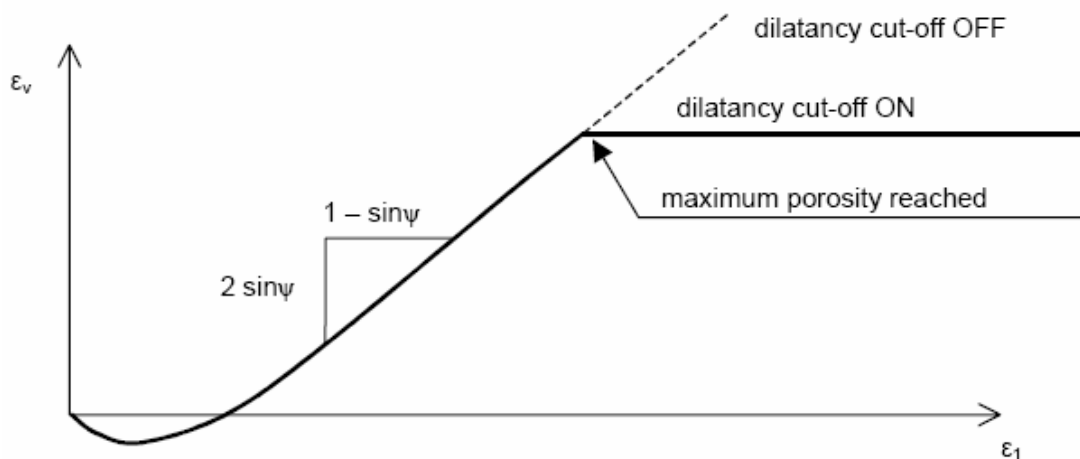


Figure 3.17 Définition de l'angle de dilatance.

d) Surface de charge :

En fonction du paramètre d'écroutissage, on obtient alors dans le plan $q-p$ la forme des surfaces de charge (**figure 3.18**).

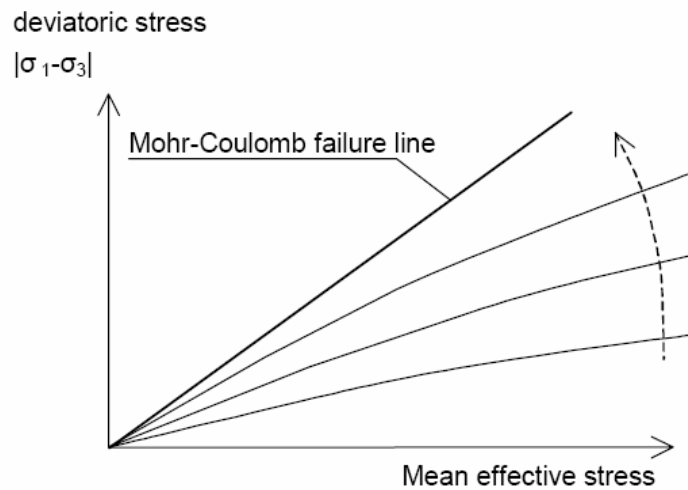


Figure 3.18 Forme des surfaces de charge du HSM.

e) Surface de rupture :

La surface de rupture est présentée sur **la figure 3.19** pour un sol non cohérent.

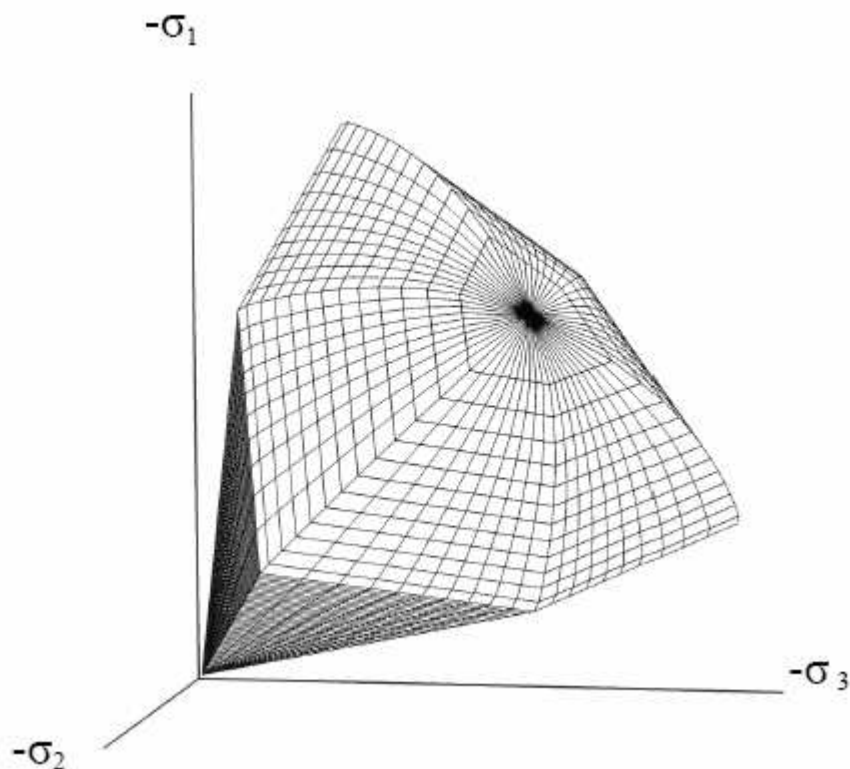


Figure 3.19 Surface de rupture pour le HSM cas d'un sol non cohérent.

III.4.7 Modèle pour sols mous (Soft Soil Model)

Ce modèle (SSM) est un modèle dérivé du Cam-Clay. Historiquement le modèle Cam-Clay a été développé à Cambridge dans les années 60 par Roscoe, Schofield et al.. L'idée de base de ce modèle est de prendre en compte l'effet d'écroutissement que provoque sur les argiles la pression

moyenne. Sous l'effet d'une pression moyenne, la teneur en eau diminue et l'argile devient plus résistante. Il s'agit d'un modèle élasto-plastique avec une surface de charge. Sous la surface de charge, le matériau reste élastique, tandis que si le point représentatif de l'état de contrainte effectif atteint non réversible. Une surface de plasticité, associée, limite l'espace entre les états admissibles et non admissibles.

a) Les paramètres de compressibilité :

Les deux paramètres C_c et C_s décrivent le comportement oedométrique ou isotrope observé dans des essais de laboratoires : ce seront les deux paramètres de base réglant la position des lignes de consolidation vierge ou des lignes de gonflement. L'axe des contraintes est tracé en logarithme naturel, ce qui conduit à modifier la définition de C_c et C_s en λ et κ . dans ce cas, l'axe des ordonnées est l'indice des vides. Il peut être judicieux de remplacer l'indice des vides par la déformation volumique (identique à la déformation axiale dans l'essai oedométrique).

On utilise alors λ^* et κ^* . Dans ce cas, l'indice des vides, variable, apparaît dans les expressions du tableau 3.1. Il peut dans la majorité des cas être pris constant, et égal à la valeur initiale.

Les relations avec les paramètres du modèle de Cam-Clay sont indiquées sur le tableau 3.1 :

Relation avec l'indice des vides	(1) $\lambda^* = \frac{\lambda}{1+e}$	(2) $\kappa^* = \frac{\kappa}{1+e}$
Relation avec les paramètres « Hollondais »	(3) $\lambda^* = \frac{1}{C_p}$	(4) $\kappa^* \approx \frac{1-\nu_{ur}}{1-\nu_{ur}} \frac{3}{C_p}$
Relation avec les indices de compressibilités et de gonflement	(5) $\lambda^* = \frac{C_c}{2,3(1+e)}$	(6) $\kappa^* \approx 1,3 \frac{1-\nu_{ur}}{1-\nu_{ur}} \frac{C_s}{1+e}$

Tableau.3.1 SSM : Valeurs des paramètres de compressibilité et de gonflement λ et κ .

La figure ci-dessous résume les différentes définitions des paramètres :

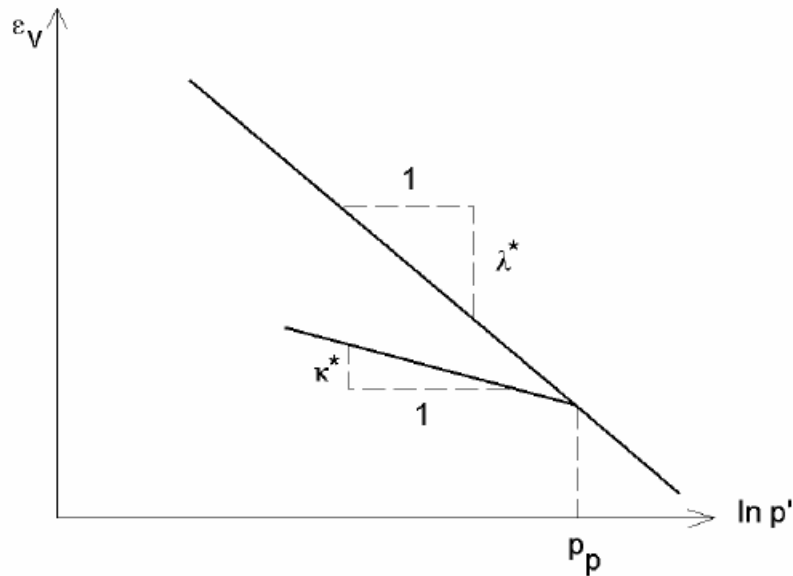


Figure 3.20 Différentes représentations lors d'un essai oedométrique.

En pratique, il suffit de tracer la déformation axiale en fonction du logarithme naturel de la contrainte axiale.

b) Paramètre de contrainte K_0 :

Le paramètre M est calculé à partir de K_0 par la formule ci-dessous :

$$M = 3 \sqrt{\frac{(1 - K_0^{NC})^2}{(1 + 2K_0^{NC})^2} + \frac{(1 - K_0^{NC})(1 - 2\nu_{ur})(\lambda^* / \kappa^* - 1)}{(1 + 2K_0^{NC})(1 - 2\nu_{ur})\lambda^* / \kappa^* - (1 - K_0^{NC})(1 + \nu_{ur})}} ; \quad (3.20)$$

$$M \approx 3,0 - 2,8 K_0^{NC} .$$

Ceci permet de définir la forme de la surface d'écrouissage dans le plan p - q .

c) Coefficient de Poisson :

Dans les modèle Cam-clay et dérivés (dont le SSM), le coefficient de Poisson est un paramètre élastique important. Dans une charge-décharge oedométrique, c'est ce paramètre qui fait que les contraintes horizontales diminuent moins vite que les contraintes verticales. Ce n'est donc pas le coefficient de Poisson qui pourrait être relié à une valeur de K_0 mais une valeur plus faible, typiquement 0,1 ou 0,2.

$$\frac{\nu_{ur}}{1 - \nu_{ur}} = \frac{\Delta \sigma_{xx}}{\Delta \sigma_{yy}} . \quad (3.21)$$

Dans PLAXIS la valeur par défaut de ν_{ur} est de 0,15.

Remarques

- Le SSM n'est pas valable pour des interfaces : il est nécessaire d'utiliser un modèle de Mohr-Coulomb.
- Le SSM ne permet pas des analyses de stabilité par réduction de c et ϕ [BRI2, 03].

d) Prise en compte de la surconsolidation :

PLAXIS calcul la pression de préconsolidation p_c à partir des données. Si un matériau est surconsolidé, il est possible de prendre en compte le degré de surconsolidation (OCR) ou le poids des terres de préconsolidation (POP (Pre Overburden Pressure)).

e) En résumé :

Les paramètres nécessaires au SSM sont les suivants :

λ^*	: indice de compression ;	[-]
κ^*	: indice de gonflement ;	[-]
c	: cohésion ;	[K/m ²]
ϕ	: angle de frottement ;	[°]
ψ	: Angle de dilatance.	[°]

Par défaut, les paramètres avancés sont :

ν_{ur}	: coefficient de Poisson en charge décharge (par défaut = 0,15) ;	[-]
K_0^{NC}	: $\sigma'_{xx} / \sigma'_{yy}$ coefficient K_0 relié à M	[-]
M	: paramètre en fonction de K_0^{NC} .	[-]

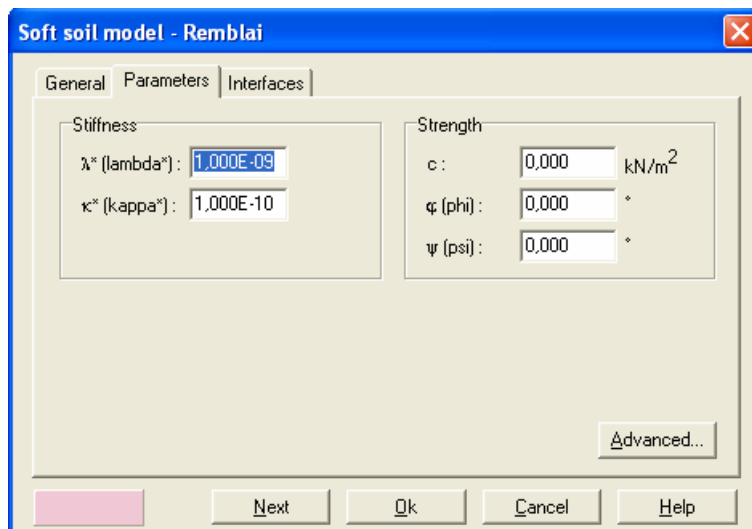


Figure 3.21 Fenêtre des paramètres du SSM.

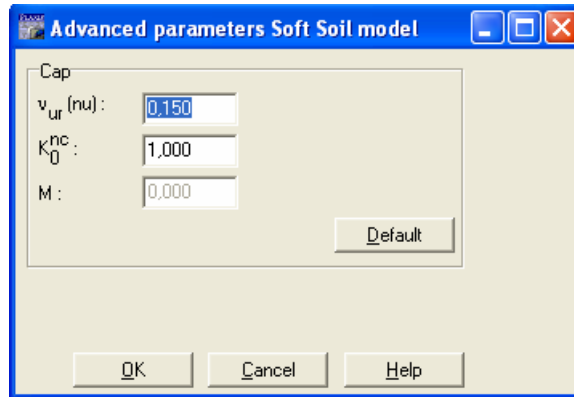


Figure 3.22 Fenêtre des paramètres avancés du SSM.

III.4.8 Modèle pour sols « mous » avec effet du temps (Soft Soil Creep Model)

Le SSCM permet de prendre en compte l'écroûissage des argiles molles mais pas la consolidation secondaire : celle-ci traduit par une évolution de la déformation axiale dans un essai oedométrique en fonction du temps, après la fin de la consolidation primaire. Cette déformation évolue en fonction du logarithme du temps (au moins pour les échelles de temps observables). Elle est caractérisée par le paramètre C_α . Elle génère ce qui est appelé la quasi-préconsolidation dans des sols déposés depuis longtemps.

La figure 3.23 résume ce phénomène. Ces déformations secondaires se rencontrent dans les tassements différés, notamment sur sols argileux mous.

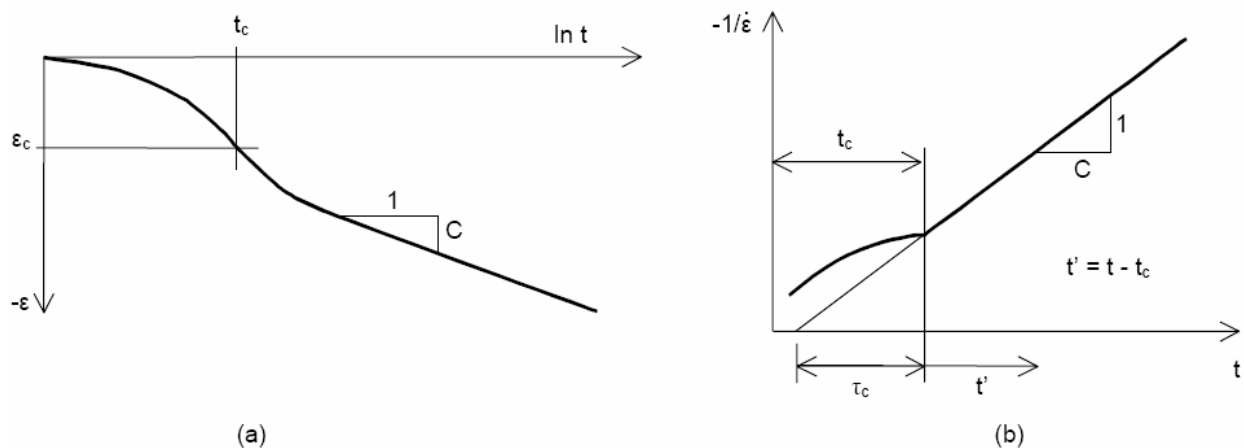


Figure 3.23 Effet du temps sur les essais oedométriques.

Le *Soft Soil Creep Model* élargit ces résultats dans le plan p - q (figure 3.24) en introduisant des surfaces de charges qui s'appuient sur l'évolution observée en consolidation secondaire sur l'axe isotrope.

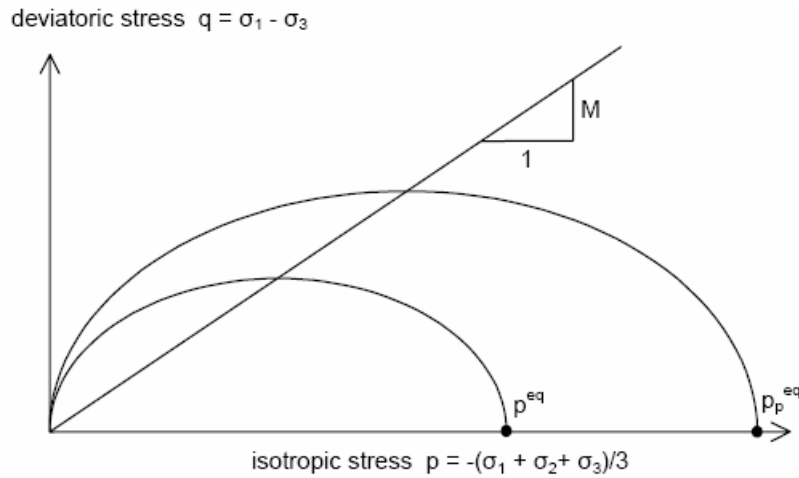


Figure 3.24 Diagramme des cercles p^{eq} dans le plan $p-q$.

Avec les définitions suivantes des paramètres :

$$M = \frac{6 \sin \varphi_{cv}}{3 - \sin \varphi_{cv}} ; \quad (3.22)$$

$$p^{eq} = \sigma' \left[\frac{1 + 2K_0^{NC}}{3} + \frac{3(1 - K_0^{NC})^2}{M^2(1 + 2K_0^{NC})} \right]. \quad (3.23)$$

Les paramètres du SSCM :

Le paramètre de fluage est μ^* défini par :

$$\mu^* = \frac{C\alpha_v}{2,3(1+e)}. \quad (3.24)$$

Paramètre du modèle de Mohr-Coulomb :

c	: cohésion ;	[K/m ²]
φ	: angle de frottement ;	[°]
ψ	: Angle de dilatance.	[°]

Paramètre de consolidation :

κ^*	: indice de gonflement ;	[-]
λ^*	: indice de compression ;	[-]
μ^*	: indice de fluage.	[-]

Les paramètres avancés :

ν_{ur}	: coefficient de Poisson en charge décharge (par défaut = 0,15) ;	[-]
K_0^{NC}	: $\sigma'_{xx} / \sigma'_{yy}$ coefficient K_0 relié à M	[-]
M	: paramètre en fonction de K_0^{NC} .	[-]

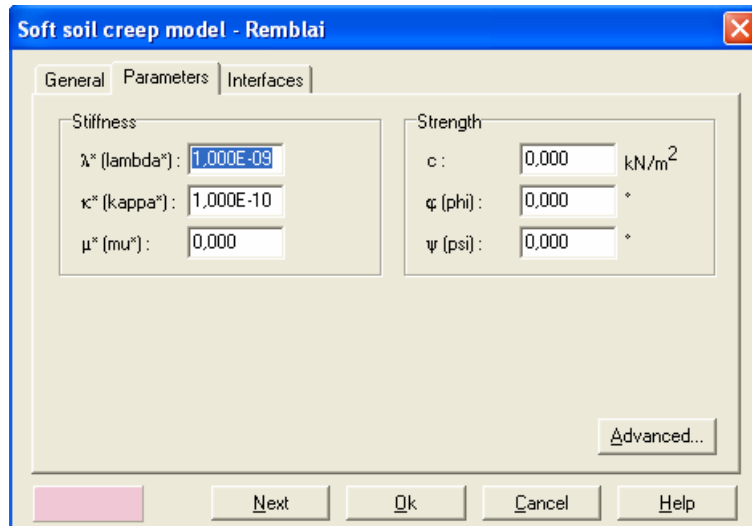


Figure 3.25 Fenêtre des paramètres du SSCM.

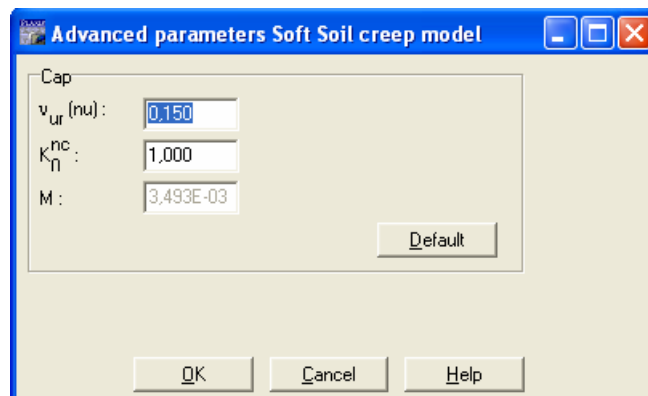


Figure 3.26 Fenêtre des paramètres avancés du SSCM.

III.4.9 Conclusion

Ce rapide tour d'horizon des différents modèles utilisés dans PLAXIS montre qu'il s'agit de modèles suffisamment simples pour qu'il soit possible d'en déterminer les paramètres avec une étude géotechnique classique ou avec des corrélations. Il n'y a dans ces modèles aucun paramètre de calage ou sans signification physique comme on en rencontre souvent dans des

modèles sophistiqués. Souvent la détermination des paramètres nécessite des techniques d'optimisation. Ces modèles appartiennent au domaine de recherche.

L'utilisateur doit se concentrer sur deux choix : l'un est inhérent à la géotechnique en général, l'autre concerne la simulation numérique.

La détermination des paramètres géotechniques à entrer dans PLAXIS n'est pas différente d'un choix de paramètres de calcul manuel pour un calcul de tassement ou de stabilité : à partir d'essais, il est indispensable d'arriver à ce que l'on pourrait appeler un modèle géotechnique de terrain. Certains des paramètres sont différents dans leurs expressions, mais toujours reliés à des paramètres géotechniques classiques. Le paramètre le moins courant est vraisemblablement l'angle de dilatance.

Le choix du modèle de comportement dépend en fait du problème posé : soutènement, tassement de remblai, fondation sur sol en pente, tunnel : quel modèle de comportement utiliser pour quel problème géotechnique ?

La question n'est pas simple car il n'existe pas de modèle universel.

Chapitre 4

ANALYSE NUMERIQUE DU FACTEUR DE PORTANCE N_γ POUR UNE FONDATION CONIQUE

IV.1 Introduction

On appelle pression admissible la pression ou contrainte maximum qui peut être appliquée par une structure sur un sol, sans qu'il y ait de tassement excessif et le risque de rupture du sol. La vérification de la stabilité d'une fondation superficielle consiste à calculer la charge limite supportée par le massif du sol. Ce calcul peut être réalisé soit, à l'aide des résultats d'essais de laboratoire et du calcul d'une charge limite, soit à l'aide des résultats d'essais en place (méthodes expérimentales), comme il peut se faire par les méthodes théoriques.

Plusieurs auteurs ont proposé des valeurs approximatives du facteur de portance N_γ . Cependant, la majorité des méthodes d'estimation du facteur N_γ ont été basées sur des études effectuées sur une semelle filante, appliquées pour une fondation circulaire en utilisant un facteur de forme pris égal à 0,6. La recherche de la charge limite a été d'abord effectuée pour une semelle circulaire de rayon R , et du poids volumique déjaugé du sol γ' , soumise à une charge centrée verticale V , fondée sur un milieu frottant et drainée sur une surface horizontale

$$V = \gamma' N_\gamma \pi R^3 \quad \text{Terzaghi, K. (1943).} \quad (4.1)$$

Théoriquement, la procédure la plus couramment utilisée pour le calcul de N_γ est la méthode des caractéristiques. Houlsby (1982), Houlsby & Wroth (1982), Meyerhof, G. (1981) et Bolton & Lau (1993). Le calcul effectué par ces derniers auteurs a été basé sur deux fondations circulaires l'une lisse et l'autre rugueuse. Cependant, leurs solutions ont été limitées aux fondations plates et ne peuvent pas être appliquées aux semelles coniques. Ce type de fondations largement utilisées dans les ouvrages marins (offshore), destinées à l'exploitation des hydrocarbures et du gaz.

A l'exception de Cassidy, M. J. & Houlsby, G. T. (1999 et 2002) peu de travaux se sont penchés sur l'étude du comportement d'une fondation conique. Ce mémoire a pour objet l'analyse numérique du facteur de portance N_γ pour une fondation conique reposant sur un sol pulvérulent. L'approche utilisée est celle des éléments finis en utilisant le logiciel Plaxis version 8.

IV.2 Définition des données

La coupe géotechnique retenue pour le calcul est présentée sur la figure suivante :

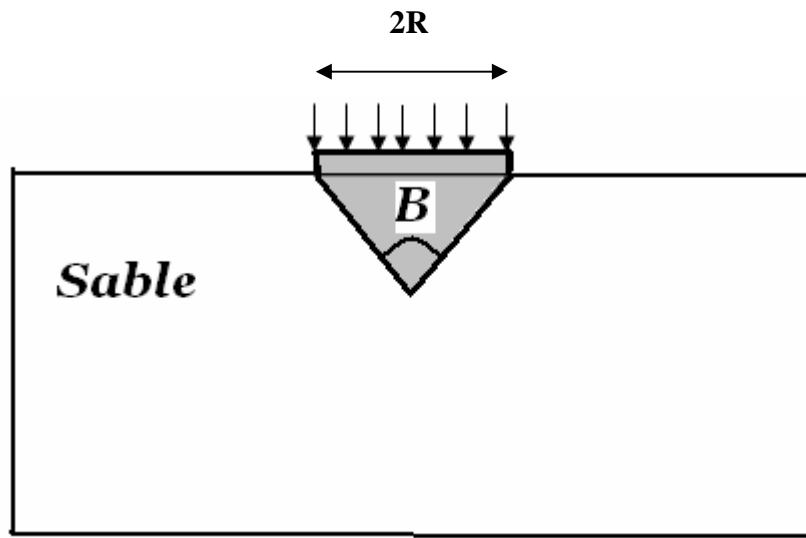


Figure 4.1 Présentation du cas étudié

Notre cas d'étude est composé de :

- une fondation en forme de cône, décrite par un angle β et un rayon $R=1\text{m}$.
- un sol sableux avec les caractéristiques géotechniques suivantes :
 - Module élastique $E = 60000 \text{ KN/m}^2$
 - Coefficient de poisson $\nu = 0.3$
 - Poids volumique déjaugé $\gamma' = 17 \text{ KN/m}^3$
 - Poids volumique saturé $\gamma_{\text{sat}} = 20 \text{ KN/m}^3$
 - Angle de frottement interne φ
 - Cohésion $c = 0$ (sol pulvérulent)
 - Angle de dilatance ψ

IV.3 Modélisation par éléments finis

IV.3.1 Formulation mathématique du problème

La méthode des éléments finis est une méthode mathématique d'intégration numérique des équations aux dérivées partielles mises sous forme variationnelle.

La résolution de tout problème de mécanique d'un milieu continu revient à résoudre l'équation d'équilibre suivante :

$$\underline{\underline{D}}^T \underline{\underline{\sigma}} + \underline{\underline{f}} = \underline{\underline{0}} \quad (4.2)$$

Avec la relation cinématique : $\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{D}}\underline{\underline{u}}$ (4.3)

La relation entre l'équation (4.2) et (4.3) est définie par la loi de comportement du matériau, autrement dit cette relation peut être exprimée par les taux de contrainte et les taux de déformation:

$$\underline{\underline{\dot{\sigma}}} = \underline{\underline{M}} \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} \quad (4.4)$$

La combinaison des trois équations (4.2), (4.3) et (4.4) mène à l'équation différentielle du second ordre des déplacements u .

Cependant, la résolution de l'équation d'équilibre peut être reformulée en sa forme intégrale dite forme faible (Galerkine).

$$\int \delta \underline{\underline{u}}^T (\underline{\underline{D}}^T \underline{\underline{\sigma}} + \underline{\underline{f}}) dV = 0 \quad (4.5)$$

Dans cette relation $\delta \underline{\underline{u}}^T$ représente une variation du déplacement cinématiquement admissible.

L'idée est de faire apparaître dans cette première forme intégrale les termes correspondant aux conditions aux limites sur la frontière en effectuant une intégration par partie, ce qui mène à l'équation des travaux virtuels :

$$\int \delta \underline{\underline{\varepsilon}}^T \underline{\underline{\sigma}} dV = \int \delta \underline{\underline{u}}^T \underline{\underline{f}} dV + \int \delta \underline{\underline{u}}^T \underline{\underline{t}} dS \quad (4.6)$$

Le développement de l'état de contraintes σ peut être représenté par l'introduction d'un processus incrémental soit :

$$\underline{\underline{\sigma}}^i = \underline{\underline{\sigma}}^{i-1} + \Delta \underline{\underline{\sigma}} \quad (4.7)$$

où $\Delta \underline{\underline{\sigma}} = \int \underline{\underline{\dot{\sigma}}} dt$ (4.8)

Si l'équation (4.6) est considérée dans l'état actuel i , les contraintes σ i inconnues peuvent être éliminées en utilisant l'équation (4.7) :

$$\int \delta \underline{\underline{\varepsilon}}^T \Delta \underline{\underline{\sigma}} dV = \int \delta \underline{\underline{u}}^T \underline{\underline{f}} dV + \int \delta \underline{\underline{u}}^T \underline{\underline{t}} dS - \int \delta \underline{\underline{\varepsilon}}^T \underline{\underline{\sigma}}^{i-1} dV \quad (4.9)$$

Pour les problème de plasticité, l'incrément de contrainte $\Delta \sigma$ peut être formulé par:

$$\Delta \underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{D}}^e (\Delta \underline{\underline{\varepsilon}} - \Delta \underline{\underline{\varepsilon}}^p) \quad (4.10)$$

Pour un comportement élastique, l'incrément de déformation plastique $\Delta \underline{\underline{\varepsilon}}^p$ égale a zéro. Pour un comportement plastique l'incrément de déformation plastique peut être écrit en utilisant une intégration implicite :

$$\Delta \underline{\underline{\varepsilon}}^p = \Delta \lambda \left(\frac{\partial G}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \right)^i \quad (4.11)$$

En substituant l'équation (4.11) dans, respectivement, l'équation (4.10) et l'équation (4.7) on aboutit à la relation :

$$\underline{\underline{\sigma}}^i = \underline{\underline{\sigma}}^{Aux} - \Delta \lambda \underline{\underline{D}}^e \left(\frac{\partial G}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \right)^i \quad (4.12)$$

$$\text{Avec} \quad \underline{\underline{\sigma}}^{Aux} = \underline{\underline{\sigma}}^{i-1} + \underline{\underline{D}}^e \Delta \underline{\underline{\varepsilon}} \quad (4.13)$$

Dans cette relation $\underline{\underline{\sigma}}^{Aux}$ est un vecteur de contraintes auxiliaires correspondant aux contraintes élastique qui représente un nouveau état de contraintes tout en considèrent un comportement purement élastique linéaire.

L'incrément multiplicateur plastique $\Delta \lambda$ utilisé dans l'équation (4.11) peut être calculé lorsque le nouveau état de contraintes satisfait la condition de charge suivante :

$$F(\underline{\underline{\sigma}}^i) = 0 \quad (4.14)$$

Pour un modèle élastique parfaitement plastique, l'incrément multiplicateur plastique est donné par :

$$\Delta \lambda = \frac{F(\underline{\underline{\sigma}}^{Aux})}{d} \quad (4.15)$$

$$\text{Où} \quad d = \left(\frac{\partial F}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \right)^{\underline{\underline{\sigma}}^{Aux}} \underline{\underline{D}}^e \left(\frac{\partial G}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \right)^i \quad (4.16)$$

Ainsi le nouveau état de contrainte peut être donné par :

$$\underline{\underline{\sigma}}^i = \underline{\underline{\sigma}}^{Aux} - \frac{\langle F(\underline{\underline{\sigma}}^{Aux}) \rangle}{d} \underline{\underline{D}}^e \left(\frac{\partial G}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \right)^i \quad (4.17)$$

$$\text{où} \quad \langle F(\underline{\underline{\sigma}}^{Aux}) \rangle = 0 \quad \text{pour} \quad F(\underline{\underline{\sigma}}^{Aux}) \leq 0$$

$$\text{et} \quad \langle F(\underline{\underline{\sigma}}^{Aux}) \rangle = F(\underline{\underline{\sigma}}^{Aux}) \quad \text{pour} \quad F(\underline{\underline{\sigma}}^{Aux}) > 0$$

IV.3.2 Présentation du modèle

Plaxis est un logiciel courant de modélisation par éléments finis des problèmes d'interaction sol/ouvrages géotechniques. Il a été utilisé dans la présente étude pour concevoir un modèle axisymétrique décrivant l'interaction d'une semelle conique avec un sol pulvérulent.

Le matériau sol a été supposé suivre une loi de comportement élastique parfaitement plastique caractérisé par un module de déformation E , un coefficient de poisson ν et obéissant au critère de rupture de Mohr-Coulomb régi par une loi d'écoulement non associée.

La fondation en forme de cône, ayant un rayon R , est supposée parfaitement rigide, représentée par une plage d'éléments d'interfaces avec le sol. Pour ce faire, des déplacements uniformes ont été imposés à la fondation où les chargements correspondants sont déduits du calcul par éléments finis.

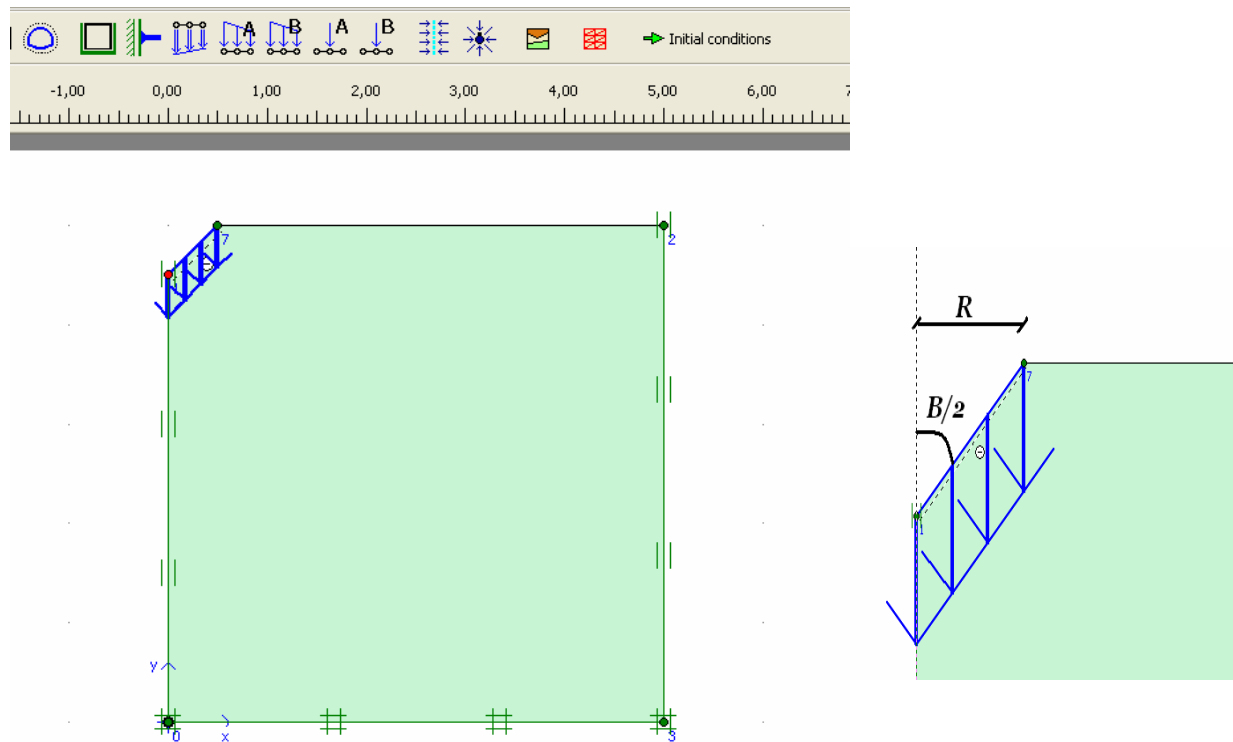


Figure 4.2 Présentation du modèle étudié

IV.3.3 *Maillage et conditions aux limites*

Plaxis offre un choix d'utiliser des éléments triangulaires à 6 ou 15 nœuds (**Figure 4.3**) pour modéliser les couches de sol et autres éléments de volume. L'élément choisi dans cette étude est le triangle à 15 nœuds qui fournit une interpolation du quatrième ordre pour les déplacements et une intégration numérique qui se fait sur douze points de Gauss (points de contrainte).

Le triangle à 15 nœuds est un élément très précis jouissant d'une puissance suffisante qui peut produire des résultats en contraintes de haute qualité sur différents problèmes, comme à titre d'exemple, le calcul de la rupture de sols incompressibles.

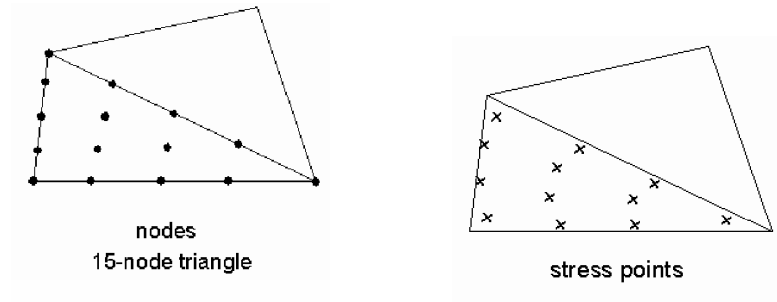


Figure 4.3 Position des noeuds et des points de contrainte dans les éléments de sol

Le maillage de référence (adapté pour cette étude) a été testé sur un cas classique représentant une semelle circulaire sur sol frottant cité dans la littérature [Cassidy, M. J. & Houlsby, G. T. (2002)]. Les dimensions suivantes du maillage ont été ensuite appliquées au cas de la présente étude.

Le maillage est resserré dans les régions situées directement au tour de la fondation où des concentrations de contraintes sont attendues. En dehors de ces zones, des éléments de taille plus importante sont mis en place pour atteindre les frontières extérieures.

La finesse du maillage (global coarseness) est réglée sur medium pour tout le sol, puis on le raffine localement sur la partie près de la fondation et plus fin au dessous de la semelle comme il est indiqué sur la **figure 4.4**

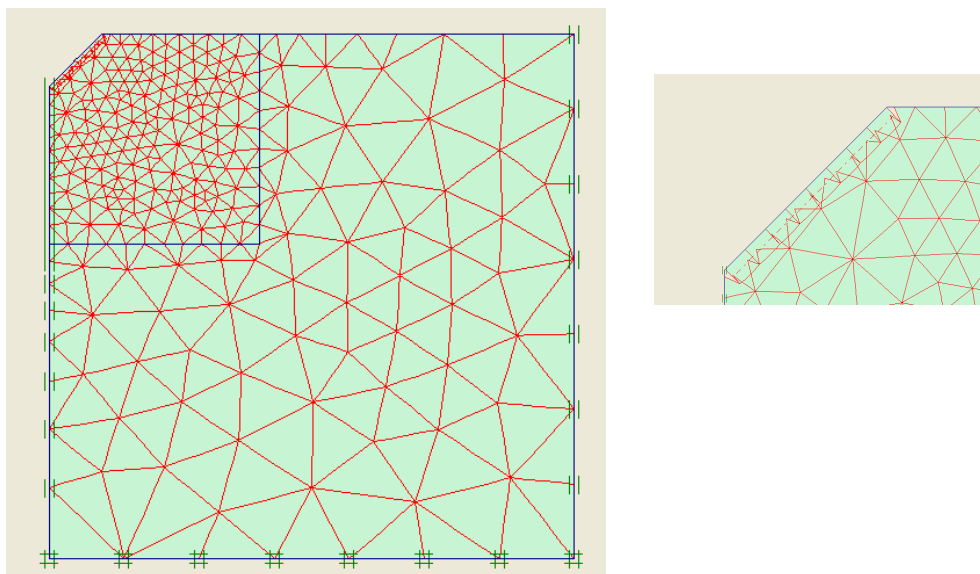


Figure 4.4 Génération du maillage

Les conditions aux limites sont prises en compte en bloquant les déplacements horizontaux et verticaux pour la limite inférieure et les limites éloignées dans la direction x.

IV.4 Définition du problème

La géométrie de la fondation est décrite par l'angle du cône β , rayon de la fondation R, la rugosité est spécifiée par le facteur d'interface α ($\alpha=0$ fondation lisse, tandis que $\alpha=1$ représente une fondation entièrement rugueuse). Un déplacement vertical uniforme est imposé par le cône sur le sol. Les propriétés du sable sont données par l'angle de frottement interne ϕ , la cohésion ($c=0$), γ' Le poids volumique déjaugé du sol, Module élastique E, Module élastique moyen E_{50} , coefficient de Poisson ν et l'angle de dilatance ψ . Pour un sol homogène, N_γ est déterminé à partir de l'équation (4.18) telle que :

$$N_\gamma = \left(\frac{V}{\gamma' \pi R^3} \right) \quad (4.18)$$

Les calculs sont portés sur la variation paramétrique suivante:

- Angle du cône $\beta=30^0$; 60^0 ; 90^0 ; 120^0 ; 150^0 et 180^0 .
- Facteur d'interface (de rugosité) $\alpha= 0 ; 0,2 ; 0,4 ; 0,6 ; 0,8 ; 1$.
- Angle de frottement $\phi=5^0$; 10^0 ; 15^0 ; 20^0 ; 25^0 ; 30^0 ; 35^0 ; 40^0 ; 45^0 et 50^0 .
- Angle de dilatance ψ , qui varie d'après l'équation de VERMEER suivante : $\psi = \phi - 30^0$

En signalant que l'analyse du facteur de portance N_γ est effectuée par la combinaison des paramètres cités ci-dessus.

IV.5 Analyse du facteur de portance N_γ

IV.5.1 Résultats

Les tableaux qui suivent illustrent les valeurs du facteur de portance N_γ en fonction de l'angle de frottement interne ϕ et l'état de rugosité de l'interface α pour chaque angle du cône de la semelle de fondation. Vu le nombre élevé des essais, seuls les cas pour lesquels l'angle de frottement interne du sol et l'interface ont été fixés pour les valeurs respectives de $\phi = 30^0$ et $\alpha=1$ alors que l'angle du cône est choisi pour les angles de 180^0 et 90^0 , ces deux cas sont illustrés dans la partie annexe C.

φ degré	$\alpha=1$	$\alpha=0.8$	$\alpha=0.6$	$\alpha=0.4$	$\alpha=0.2$	$\alpha=0$
5	0,693	0,686	0,666	0,644	0,628	0,614
10	1,271	1,239	1,193	1,13	0,994	0,979
15	2,399	2,332	2,218	2,067	1,873	1,741
20	4,565	4,553	4,355	3,878	3,415	2,789
25	9,25	9,173	8,821	7,848	6,563	4,371
30	19,77	19,493	18,33	15,238	12,7	7,862
35	50,432	47,625	45,973	36,822	25,83	16,457
40	127,827	105,396	83,899	74,537	47,639	33,249
45	529,43	491,912	435,114	353,173	248,834	140,14
50	2040,92	1981,04	2068,79	1312,89	883,817	576,118

Tableau 4.1: Facteur N_γ pour un cône d'angle $\beta = 180^\circ$

φ degré	$\alpha=1$	$\alpha=0.8$	$\alpha=0.6$	$\alpha=0.4$	$\alpha=0.2$	$\alpha=0$
5	0,778	0,759	0,734	0,705	0,672	0,6
10	1,368	1,323	1,255	1,179	0,975	0,94
15	2,507	2,411	2,255	2,053	1,654	1,558
20	4,842	4,527	4,211	3,711	3,181	2,512
25	9,647	9,446	8,479	7,319	5,775	3,585
30	20,63	20,04	18,352	14,693	10,599	5,906
35	48,076	46,298	34,397	31,647	20,718	10,269
40	107,916	102,787	83,873	68,023	58,895	24,257
45	490,993	437,945	401,66	333,725	242,64	88,34
50	1908,59	1846,61	2006,50	1281,37	845,951	244,039

Tableau 4.2: Facteur N_γ pour un cône d'angle $\beta = 150^\circ$

φ degré	$\alpha=1$	$\alpha=0.8$	$\alpha=0.6$	$\alpha=0.4$	$\alpha=0.2$	$\alpha=0$
5	0,921	0,893	0,857	0,819	0,776	0,553
10	1,565	1,496	1,407	1,3102	1,201	0,831
15	2,782	2,619	2,408	2,178	1,937	1,434
20	5,239	4,745	4,16	3,794	3,244	1,917
25	10,097	9,449	8,051	6,691	5,436	3,41
30	21,142	19,838	16,779	13,099	9,999	5,108
35	49,022	45,118	36,452	26,776	19,735	8,381
40	120,665	101,992	82,933	53,552	36,484	20,097
45	480,312	416,436	375,613	264,2	153,63	69,88
50	1860,74	1797,07	1588,17	1189,46	603,93	209,08

Tableau 4.3: Facteur N_γ pour un cône d'angle $\beta = 120^\circ$

φ degré	$\alpha=1$	$\alpha=0.8$	$\alpha=0.6$	$\alpha=0.4$	$\alpha=0.2$	$\alpha=0$
5	1,144	1,101	1,052	0,998	0,938	0,533
10	1,919	1,814	1,69	1,56	1,422	0,776
15	3,378	3,058	2,827	2,518	2,212	1,166
20	5,8	5,251	4,569	3,889	3,25	1,556
25	11,253	10,196	8,512	6,967	5,481	2,142
30	23,139	20,958	16,928	13,986	9,598	3,365
35	53,354	47,959	36,293	26,798	17,493	5,445
40	129,931	104,048	82,006	58,087	35,385	12,839
45	491,43	423,801	327,013	213,081	136,41	50,912
50	1879,04	1806,71	1367,13	834,91	427,99	153,24

Tableau 4.4: Facteur N_γ pour un cône d'angle $\beta = 90^\circ$

φ degré	$\alpha=1$	$\alpha=0.8$	$\alpha=0.6$	$\alpha=0.4$	$\alpha=0.2$	$\alpha=0$
5	1,627	1,551	1,469	1,382	1,29	0,515
10	2,79	2,593	2,381	2,163	1,943	0,744
15	4,933	4,486	3,989	3,481	2,989	1,032
20	8,36	7,733	6,729	5,65	4,707	1,297
25	15,238	14,709	12,312	9,59	7,523	1,572
30	27,778	25,132	22,973	17,024	12,047	2,212
35	60,191	54,813	45,768	32,77	21,886	3,307
40	145,436	117,236	97,76	66,426	38,02	7,383
45	520,43	416,69	291,34	201,34	104,98	26,03
50	2204,67	1938,06	1416,63	713,08	360,67	101,07

Tableau 4.5: Facteur N_γ pour un cône d'angle $\beta = 60^\circ$

φ degré	$\alpha=1$	$\alpha=0.8$	$\alpha=0.6$	$\alpha=0.4$	$\alpha=0.2$	$\alpha=0$
5	3,367	3,153	2,926	2,693	2,457	0,493
10	6,372	5,774	5,152	4,518	3,886	0,703
15	10,271	9,339	9,086	7,623	6,175	0,988
20	20,213	19,328	15,927	12,719	9,693	1,13
25	39,374	34,141	27,235	20,639	14,904	1,491
30	76,452	59,293	45,495	33,154	22,036	1,945
35	139,707	116,78	83,574	58,455	35,635	2,793
40	413,887	369,411	221,409	137,04	78,513	5,192
45	1386,34	1089,61	671,03	400,03	208,73	40,43
50	6088,03	3884,19	2561,89	1334,97	564,09	141,67

Tableau 4.6: Facteur N_γ pour un cône d'angle $\beta = 30^\circ$

IV.5.2 Effet de l'angle de frottement φ sur N_γ

Pour les différents angles du cône β . Les figures suivantes illustrent la variation du facteur de portance N_γ en fonction de l'angle de frottement interne φ .

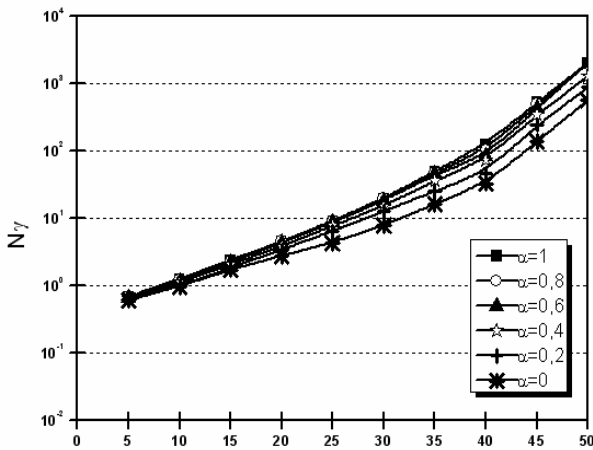


Figure 4.5 .Variation de N_γ en fonction de φ avec $\beta=180^0$.

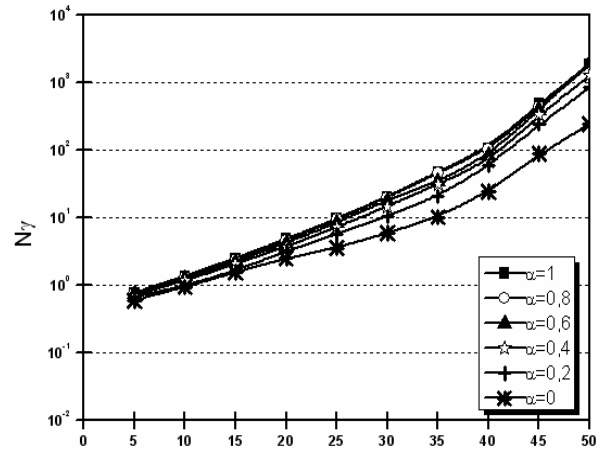


Figure 4.6 .Variation de N_γ en fonction de φ avec $\beta=150^0$

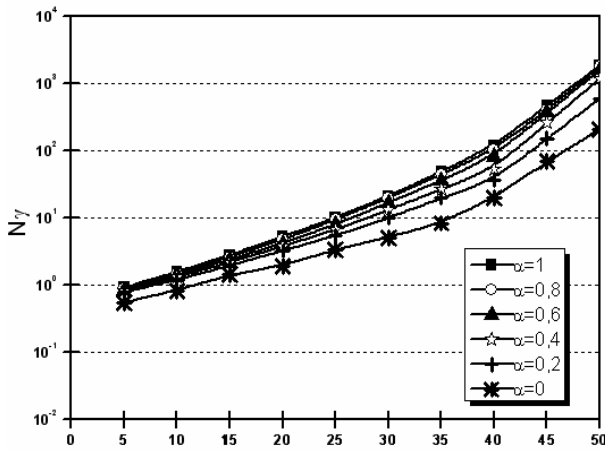


Figure 4.7.Variation de N_γ en fonction de φ avec $\beta=120^0$

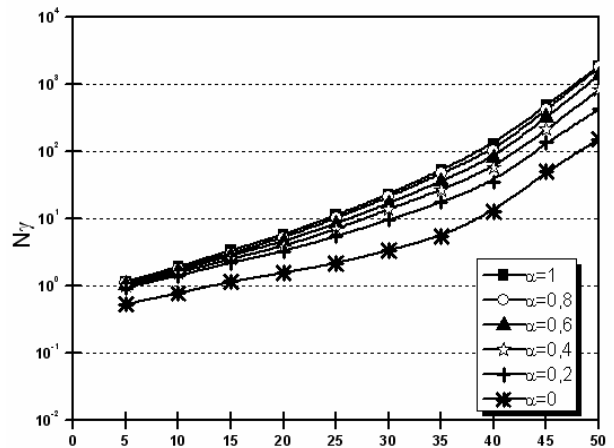


Figure 4.8.Variation de N_γ en fonction de φ avec $\beta=90^0$

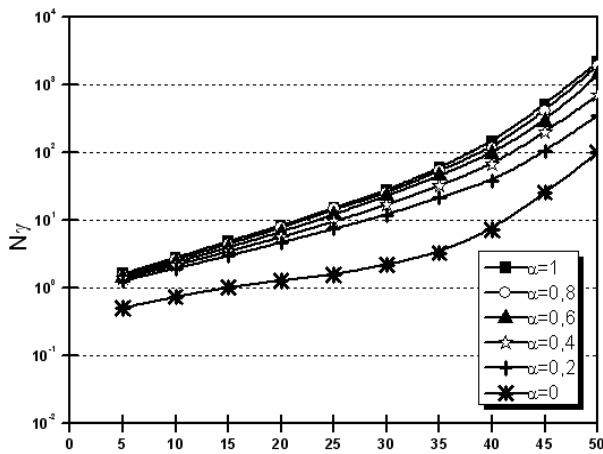


Figure 4.9. Variation de N_γ en fonction de φ avec $\beta=60^\circ$

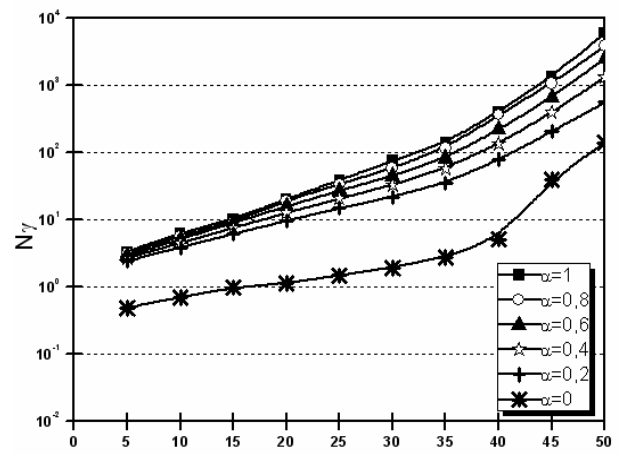


Figure 4.10. Variation de N_γ en fonction de φ avec $\beta=30^\circ$

• Discussion et interprétation des résultats

A l'examen de ces graphes, on constate que l'augmentation du facteur de portance N_γ est proportionnelle à l'augmentation de l'angle de frottement interne φ d'une part et d'une façon analogue à l'interface α d'autre part. Ces résultats concordent énormément avec ceux de Cassidy, M. J. & Houlsby, G. T. (2002), à l'exception pour les angles de frottement interne φ allant de 5° à 15° pour lesquels une légère augmentation par rapport à ceux des auteurs cités précédemment est constatée.

La dernière courbe qui correspond au cas d'une fondation à interface parfaitement lisse ($\alpha=0$), on enregistre un saut par rapport aux autres courbes ($\alpha \neq 0$). D'après les figures (4.5 jusqu'à 4.10), on remarque que la différence entre cette dernière et les autres cas pour lesquels $\alpha \neq 0$ n'est pas monotone. On doit mentionner que ce saut croît avec la décroissance de l'angle du cône β , ce qui n'est pas conforme aux résultats de Cassidy, M. J. & Houlsby, G. T. (2002). Ceci peut être dû à l'effet de pointe.

IV.5.3 Effet de l'angle du cône β sur N_γ

Dans le but d'étudier l'effet de la surface de contact de la fondation avec le sable, on a représenté sur les figures 4.11 jusqu'à 4.20 la variation du facteur de portance N_γ en fonction de l'angle du cône β pour des angles de frottement interne φ allant de 5° à 50° .

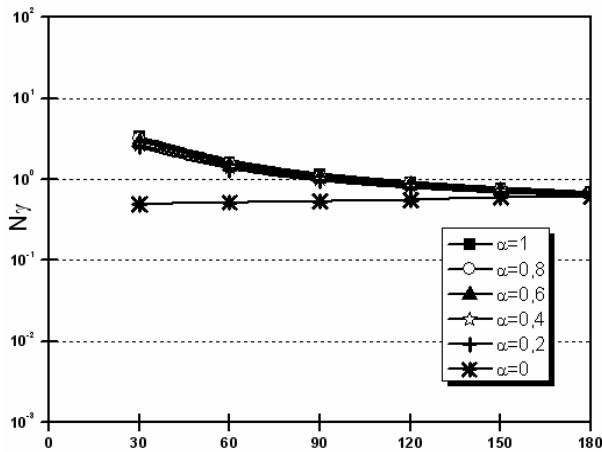


Figure 4.11. Variation de N_γ en fonction de β avec $\varphi = 5^\circ$

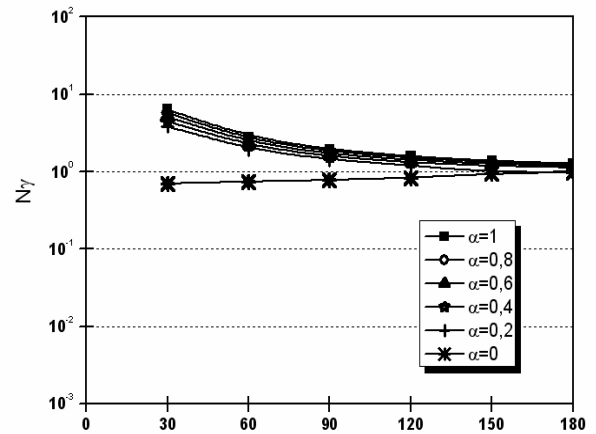


Figure 4.12. Variation de N_γ en fonction de β avec $\varphi = 10^\circ$

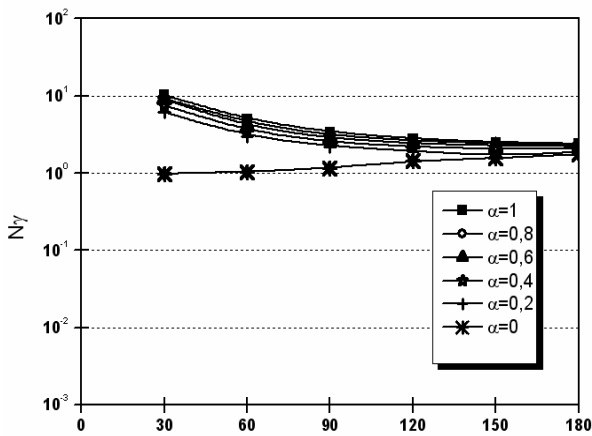


Figure 4.13. Variation de N_γ en fonction de β avec $\varphi = 15^\circ$

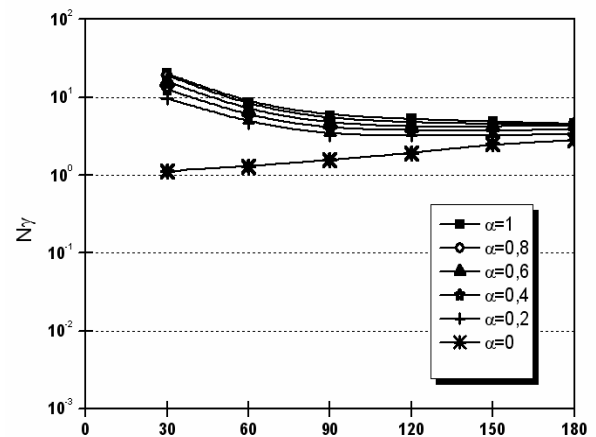


Figure 4.14. Variation de N_γ en fonction de β avec $\varphi = 20^\circ$

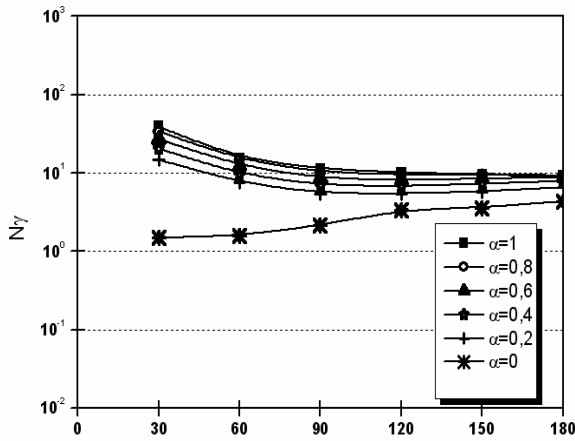


Figure 4.15. Variation de N_γ en fonction de β avec $\varphi = 25^\circ$

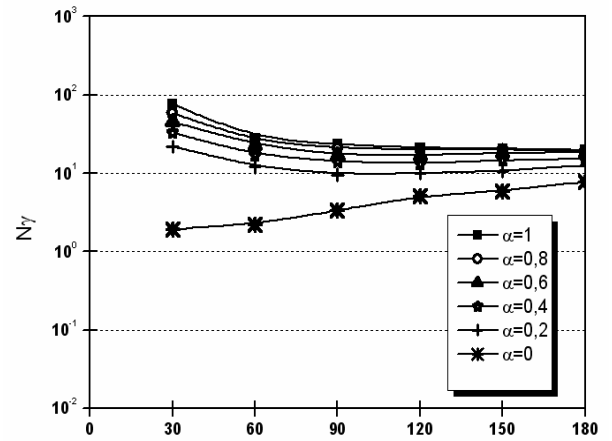


Figure 4.16. Variation de N_γ en fonction de β avec $\varphi = 30^\circ$

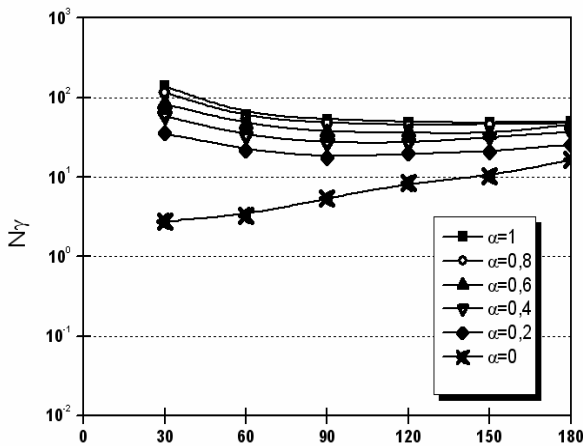


Figure 4.17. Variation de N_γ en fonction de β avec $\varphi = 35^\circ$

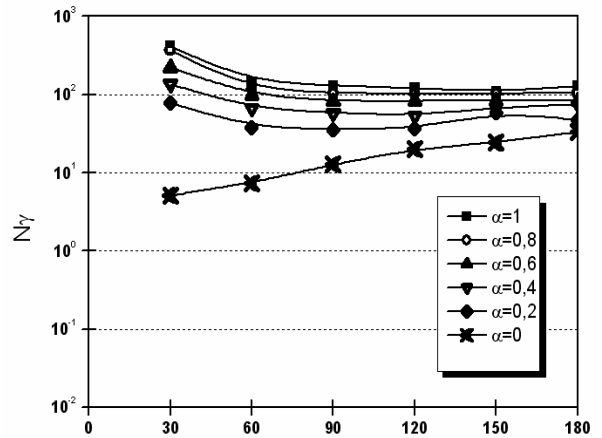


Figure 4.18. Variation de N_γ en fonction de β avec $\varphi = 40^\circ$

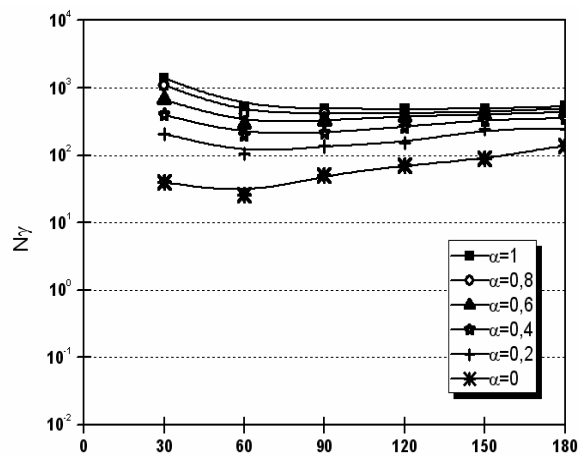


Figure 4.19. Variation de N_γ en fonction de β avec $\varphi = 45^\circ$

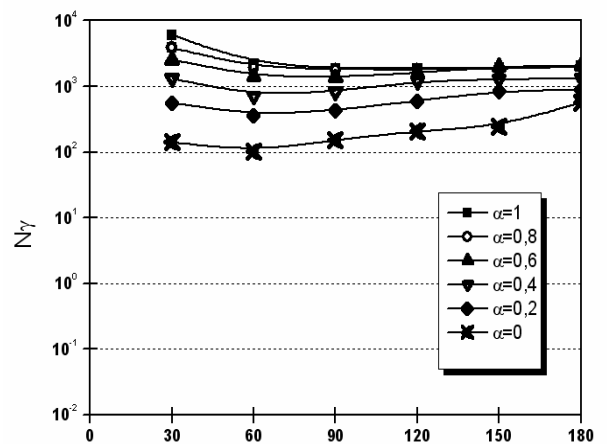


Figure 4.20. Variation de N_γ en fonction de β avec $\varphi = 50^\circ$

• **Discussion et interprétation des résultats**

D'après les graphes des **figures (4.11-4.18)**, on peut déduire que le facteur de portance augmente lorsque β diminue ce qui s'explique par le fait d'une augmentation de la surface de contact, ceci correspond aux cas de $\alpha \neq 0$.

Par contre, pour le cas de $\alpha=0$, on remarque une légère décroissance de N_γ pour les différentes valeurs de β . Cela veut dire que l'augmentation de la surface de contact n'a pas d'effet sur le facteur de portance N_γ lorsque l'interface est nulle. Cette constatation est analogue pour les cas de φ allant de 5° à 50° .

Par ailleurs, les graphes des **figures (4.19 et 4.20)** montrent que N_γ décroît quand β varie de 60° à 180° pour les interfaces ayant une rugosité qui varient de 0 à 0.4, mais pour celles allant de 0.6 à 1, la diminution du facteur de portance N_γ se manifeste pour β variant de 90° à 180° .

Les résultats obtenus montrent que les valeurs de N_γ pour $\beta=30^\circ$, avec des valeurs de α comprises entre 0,6 et 1 sont supérieures aux valeurs de N_γ pour $\beta=180^\circ$ (circulaire). .

Pour les interfaces de 0 à 0,4, on remarque que les valeurs de N_γ pour ($\beta=30^\circ$) sont inférieures au cas de $\beta=180^\circ$. Ce résultat demeure le même pour les angles de frottement qui varient de 45° jusqu'à 50° . Ceci est dû probablement à l'influence de l'angle de frottement ainsi que l'interface.

L'effet de l'interface est bien illustré dans **les figures (4.11-4.20)**. Par conséquent, quelque soit les valeurs des angles de frottement interne ($\varphi=5^\circ$ jusqu'à $\varphi=50^\circ$), l'interface sol/fondation a pratiquement le même effet sur les valeurs du facteur de portance N_γ .

IV.5.4 Comparaison des résultats obtenus avec ceux de la littérature :

Pour valider les résultats obtenus pour les cas extrêmes d'interfaces (parfaitement rugueux et parfaitement lisse), ces derniers ont été comparés avec les travaux de Cassidy, M. J. & Houlsby, G. T. (2002) pour le cas d'une fondation circulaire $\beta=180^\circ$ (figure 4.21).

Il en ressort que les résultats trouvés lors de cette étude est compatible avec ceux des auteurs cités précédemment à l'exception des angles de frottement interne allant de $\varphi=5^\circ$ jusqu'à $\varphi=15^\circ$ où une faible croissance du facteur de portance N_γ a été observée.

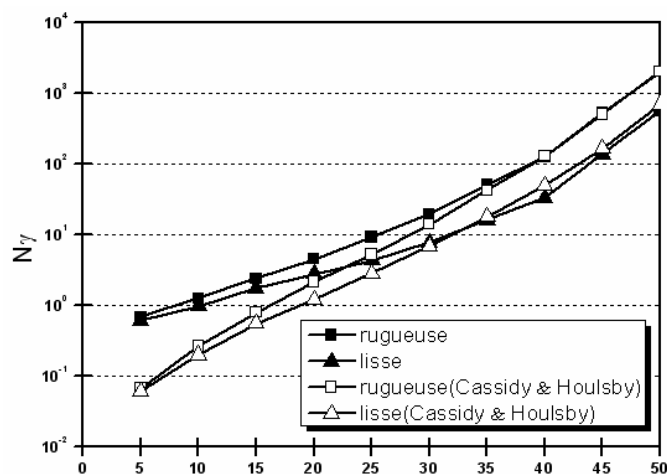


Figure 4.21. Comparaison de N_γ pour $\beta=180^\circ$ avec Cassidy, M. J. & Houlsby, G. T. (2002)

CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS

Les conclusions principales qu'on peut tirer de cette étude sont :

- L'effet de la rugosité de la semelle a été particulièrement mis en évidence. En effet on constate une majoration importante des valeurs du coefficient de portance N_γ entre les cas extrêmes (parfaitement rugueuse et parfaitement lisse), ce qui nous laisse conclure que le facteur de portance N_γ dépend énormément de l'interface sol/fondation.
- Pour des valeurs d'angle de frottement interne ϕ qui varient entre 5° et 40° l'angle du cône à une influence importante sur le facteur de portance N_γ .
- Pour des valeurs d'angles de frottement interne ϕ supérieures à 40° la surface de contact n'a pas une grande influence sur N_γ .
- Pour le cas d'une fondation lisse on recommande d'adopter des fondations circulaires (effet de pointe).

Travaux futurs

- Il serait intéressant de faire le même travail en utilisant le code de calcul FLAC ^{2D}
- Réalisation d'un model expérimental pour la validation des résultats présenté dans cette étude.
- Il serait judicieux d'approfondir cette étude au cas d'une fondation conique reposant sur un bicouche.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- **Bolton, M. D. & Lau, C. K. (1993)** : Vertical bearing capacity factors for circular and strip footings on Mohr-Coulomb soil. *Can. Geotech. J.* 30, 1024-1033.
- **Cassidy, m. J. & Houlsby, G. T (1999)** : On the modeling of foundations for jack-up units on sand, *Proc. 31 st Offshore Technol. Conf.* , Houston, OTC 10995
- **Cassidy, m. J. & Houlsby, G. T (2002)** : Vertical bearing capacity factors for conical footings on sand. *Géotechnique* 52, No. 9, 687-692.
- **Houlsby, G. T. (1982)** : Theoretical analysis of the fall cone test. *Géotechnique* 32, No. 2, 111-118.
- **Houlsby, G. T. & Wroth, C. P. (1982)**: Direct solution of plasticity problems in soils by the method of characteristics. *Proc. 4th Int. Conf. Numer. Methods Geomech.* , Edmonton 3, 1059-1071.
- **Meyerhof, G. (1981)** : The ultimate bearing capacity of foundations. *Géotechnique* 2, No. 4, 301-301-322.
- **Terzaghi, K. (1943)** : Theoretical soil mechanics. New York: John Wiley & Sons.
- **Mesta P** : Maillage d'éléments finis pour les ouvrages de géotechnique. *Bulletin des LCPC* 212, 1997
- **Mesta P. & Prat M.** : Ouvrages en interaction. Hermès science publications, Paris, 1999.
- **Michalowski R.L.** : Estimation de la basse limite supérieure des semelles carrées et rectangulaires *Géotechnique* 51, No. 9, 787-798, 2001.
- **Philipponat G. Hubert B.** : Fondations et ouvrages en terre. Editions Eyrolles 2000.
- **Schlosser F.** : *Éléments de mécanique des sols .Ponts et chaussées .Paris* 1988.
- **Smith I. M. & Griffiths D. V.** : *Programming the finite element method.* Ion Wiley & Sons, 1988.
- **Plumelle. C** : *Géotechnique.* Cnam-Paris. Version 08/01/03
- **Braja M. Das** : *Shallow foundation(Bearing Capacity and Settlement).* Sacramento, California 1999 by CRC Press LLC
- **Brinkgereve R.B.J.et Vermeer P.A.:** *PLAXIS version 8, validation manual,* DELFT University of technology & PLAXIS BV, Pays-Bas, 2003.

ANNEXES

Études en laboratoire de l'interaction sol-structures**A.1 L'essai de cisaillement direct modifié**

L'essai de cisaillement direct modifié pour l'étude des interfaces sol-structures à mettre l'échantillon de sol dans une demi-boîte et à remplacer l'autre demi par une plaque rugueuse (acier, béton, bois, ... etc.), **Figure A. 1**.

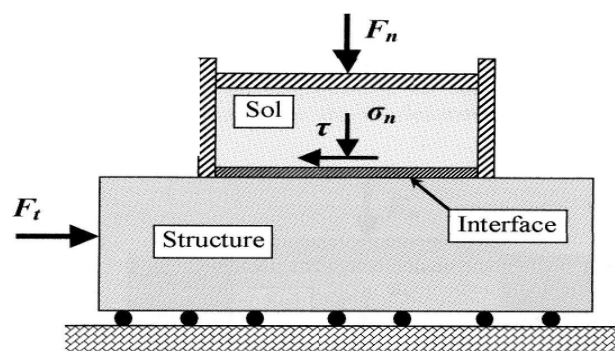


Figure A.1 - Principe de l'essai de cisaillement direct modifié.

A.2 L'essai de cisaillement direct simple

De conception semblable à l'essai de cisaillement direct, à quelques exceptions, cet essai permet à l'échantillon de sol de se déformer librement et uniformément. La différence par rapport au premier type d'essais portes essentiellement sur les conditions aux limites appliquées au sol.

Dans ce cadre, deux types d'appareil ont été utilisés pour l'étude du cisaillement des interfaces sol-structures :

a) L'appareil de cisaillement simple, type NGI (Norwegian Geotechnical Institute)

Conçu au départ par Bjerram et Lambva (1966) pour l'étude du cisaillement dans les sols, il a été modifié par la suite par Budhu (1979) pour l'étude des interfaces (Figure A.2). La partie sol, de forme cylindrique, est enfermée dans une membrane en caoutchouc renforcée par des spirales en acier, empêchant toute déformation radiale de l'échantillon, ce qui permet à toute section horizontale de rester circulaire pendant le cisaillement. L'interface entre le sol et la plaque supérieure demeure ainsi circulaire.

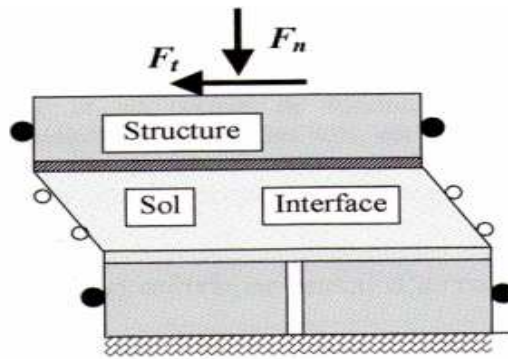


Figure A.2 - Principe de l'essai de cisaillement simple : type NGI.

b) L'appareil de cisaillement simple, type Uesugi et Kishida (Japon):

Dans l'appareil de Uesugi et Kishida, l'échantillon de sol est enfermé dans une demi-boîte rectangulaire. Celle-ci est construite d'un empilement de cadres en aluminium (Figure A.3). Ainsi, le glissement à l'interface est mesuré de la déformation de cisaillement a sein de l'échantillon.

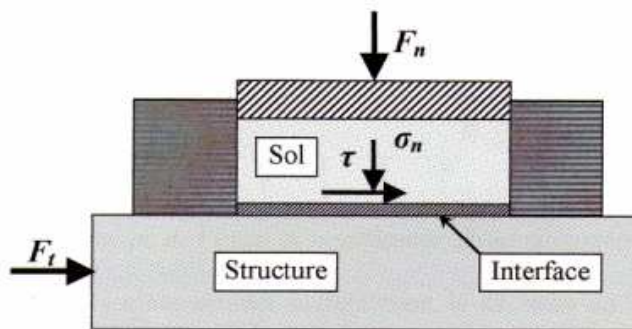


Figure A.3 - Principe de l'essai de cisaillement simple : type Uesugi et Kishida.

A.3 L'essai de cisaillement annulaire par torsion

Une des techniques expérimentales récentes en interaction sol-structures : l'essai de cisaillement par torsion. Cette technique, grâce aux possibilités qu'elle offre et à sa fiabilité, a eu un succès important ces dernières années, comme en témoigne le nombre de prototype qui ont été réalisés.

L'échantillon de sol et la partie structure ont une forme annulaire. Selon les conditions aux limites sur les parois internes et externes de l'échantillon, on distingue deux catégories d'essais :

a) L'essai de cisaillement annulaire

Sans confinement, un modèle type est présenté par Yoshimi et Kishida (1982). Il a été utilisé pour l'étude du comportement de l'interface entre un sable et un anneau métallique. L'échantillon de sol est enfermé dans un cylindre constitué d'un empilement d'anneaux et de

rondelle en aluminium qui peuvent glisser l'un sur l'autre. Cette technique permet de faciliter le cisaillement, et d'assurer l'homogénéité de l'échantillon.

b) L'essai de torsion sur cylindre creux

L'échantillon cylindrique creux, de faible épaisseur, est soumis à : des pression intérieure et extérieure, une force axiale et un couple de torsion. L'intérêt de cet essai, utilisé principalement dans l'étude du cisaillement dans les sols, est de pouvoir imposer, à partir d'un état de contrainte donné, une évolution progressive des contraintes aussi bien en direction qu'en ampleur. De nombreux prototypes ont été proposés (Ishihara, Lade, Kharchafi, Chehade, .. etc.).

A.4 L'essai de cisaillement axisymétrique (essai d'arrachement)

L'essai de cisaillement direct axisymétrique consiste à l'arrachement d'une barre (acier ou béton) dans un massif de sol. La figure A.4 montre le dispositif utilisé par Brumund. L'échantillon de sol de forme cylindrique est placé dans une membrane en caoutchouc confiné par une pression extérieure. La force d'arrachement est appliquée directement à la tige placée le long de l'axe de l'échantillon.

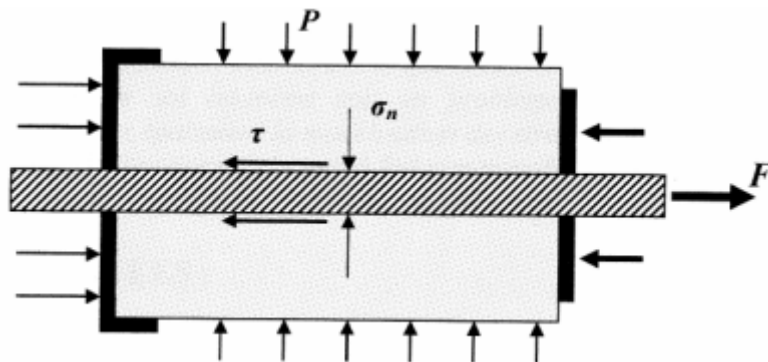


Figure A.4 - Principe de l'essai de cisaillement direct axisymétrique.

Bien que ce dispositif semble simuler correctement la situation de l'arrachement d'une inclusion axiale ancrée dans un massif de sol, il ne permet pas d'accéder aux mesures de contraintes et des déformations à l'interface sol-inclusion.

PLAXIS Version 8 Professionnelle pour Windows

FINITE ELEMENT CODE FOR SOIL AND ROCK ANALYSES

<http://www.plaxis.nl>

CARACTERISTIQUES

PLAXIS V8 est un logiciel géotechnique aux éléments finis spécialement destiné à l'analyse en 2D des déformations et de la stabilité des ouvrages géotechniques. Les applications géotechniques nécessitent des lois de comportement avancées pour la simulation du comportement des sols et/ou des roches, non linéaire, dépendant du temps et anisotropie. De même, le sol étant un matériau polyphasique, des procédures spéciales sont nécessaires pour prendre en compte les pressions interstitielles, que celles-ci soient ou non hydrostatiques. Bien que la modélisation du sol lui-même soit un problème important, beaucoup de projets géotechniques impliquent également la modélisation des structures et de leur interaction avec le sol. PLAXIS est doté de fonctionnalités tout à fait remarquables pour traiter tous les aspects des structures géotechniques complexes. Un résumé des fonctions essentielles est donné ci-dessous

SAISIE DES DONNEES



Définition graphique de la géométrie : La définition des couches de sol, des ouvrages, Input des phases de construction, des chargements et des conditions aux limites s'appuie sur des procédures graphiques pratiques, ce qui permet une description précise de la coupe. Le maillage 2D est généré automatiquement à partir de ce modèle géométrique.



Génération automatique du maillage : PLAXIS offre une génération entièrement automatique de maillages non structurés d'éléments finis, avec des options pour raffiner le maillage, globalement ou localement. Le maillage peut contenir des milliers d'éléments.

Eléments de degré élevé : Des éléments triangulaires quadratiques à 6 noeuds et du 4ème ordre à 15 noeuds sont disponibles pour modéliser les déformations et les contraintes dans le sol.



Coques : Des éléments spécifiques de poutre sont utilisés pour modéliser la flexion des

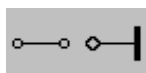
murs de soutènement, des revêtements de tunnel et autres éléments élancés de structures. Ces éléments sont définis par leur rigidité de flexion, leur raideur normale et leur moment fléchissant ultime. Une rotule plastique est introduite dès que le moment ultime est atteint. Ces éléments peuvent être utilisés conjointement avec des éléments d'interface pour conduire des analyses réalistes de tous les ouvrages géotechniques.



Articulations et raideurs à la rotation : Une articulation est une liaison entre éléments de poutre qui permet une rotation au point de jonction. Les articulations peuvent être introduites pour créer des joints là où les rotations sont possibles. Il est également possible de définir une raideur à la rotation lorsque la liaison n'est ni une rotule ni un encastrement.



Interfaces : Ces éléments joints sont nécessaires pour les calculs impliquant l'interaction d'un ouvrage et du sol. Ils peuvent servir à modéliser la zone de matériau très fortement cisailé sous la base des fondations, contre les pieux, les géotextiles ou les murs de soutènement. Ils sont caractérisés par les valeurs de l'angle de frottement et de l'adhérence, qui ne sont pas nécessairement les mêmes que l'angle de frottement et la cohésion du sol encaissant.



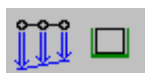
Ancrages : Des éléments de ressort élastoplastique servent à représenter les ancrages et les boutons. Ils sont définis par leur raideur normale et la valeur maximale de l'effort normal. Une option spéciale permet d'analyser les ancrages ou appuis précontraints.



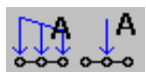
Géotextiles : Les géotextiles ou les géogrilles sont souvent utilisés dans la pratique pour la construction de remblais ou de soutènements en sol renforcé. Ils peuvent être simulés dans PLAXIS par l'emploi d'éléments spéciaux de traction. Il est souvent commode d'associer ceux-ci avec des éléments d'interface pour modéliser l'interaction avec le sol encaissant.



Tunnels : PLAXIS offre une option qui facilite la création des tunnels circulaires ou non circulaires composés d'arcs successifs. Des éléments de poutre et d'interface peuvent être adjoints pour modéliser le revêtement du tunnel et l'interaction avec le sol encaissant. Des éléments isoparamétriques servent à définir les limites curvilignes au sein du maillage. Plusieurs options sont également disponibles pour analyser les déformations provoquées par la construction du tunnel.



Conditions aux limites : Les "fixités" sont des déplacements nuls imposés. Ces conditions peuvent être appliquées aux lignes comme aux points définissant la géométrie du modèle, dans les directions x ou y. D'autre part, il est possible de définir des déplacements imposés non nuls pour certaines frontières du modèle. Une option permet d'appliquer les conditions d'appui standard valables dans la majorité des cas.



Chargements : Deux systèmes de chargement indépendants sont proposés pour appliquer des forces ponctuelles ou des charges réparties. Les forces ponctuelles

peuvent être appliquées à n'importe quel point de la géométrie, les charges réparties sur n'importe quelle ligne de la géométrie, sans se limiter à la seule frontière extérieure. Les valeurs des chargements peuvent être modifiées dans le mode "Construction par étapes" et/ou par l'utilisation des multiplicateurs.

LOIS DE COMPORTEMENT DU SOL



Base de données des matériaux : Les propriétés des matériaux sont regroupées dans une base de données du projet. Toutes les données figurant dans les bases de données de différents projets peuvent être partagées via une base de données globale.

Modèle de Mohr-Coulomb : Ce modèle non-linéaire simple et robuste n'utilise que des paramètres qui sont connus habituellement. Tous les facteurs de non-linéarité ne sont cependant pas couverts par ce modèle. Le modèle de Mohr-Coulomb permet d'estimer de manière réaliste la charge de rupture de fondations circulaires, de pieux courts, ... etc. Il peut également servir à calculer un coefficient de sécurité par une approche de phi-c réduction.

Modèles avancés de sol : PLAXIS offre d'autres modèles de comportement de sol : le Hardening Soil Model (modèle hyperbolique en élastoplasticité) pour les sols raides, comme les argiles surconsolidées et les sables ; le Soft Soil Creep Model (modèle de type Cam-Clay) pour l'analyse du comportement des sols compressibles normalement consolidés. En complément, PLAXIS inclut un modèle pour l'analyse des roches en comportement anisotropique : le Jointed Rock model.

Modèles définis par l'utilisateur : dans PLAXIS 8, l'utilisateur a la possibilité de définir ses propres lois de comportement. Cette option, particulièrement utile en premier lieu pour les chercheurs, dans les universités et les instituts de recherche, peut également se révéler intéressante dans les milieux professionnels. Dans les années à venir, les modèles validés et documentés fournis par les utilisateurs seront mis à disposition sur Internet.



Régime d'écoulement permanent : Des réseaux complexes de pressions interstitielles peuvent être générés par combinaison de lignes phréatiques et de saisie directe de pressions. Les pressions interstitielles peuvent également être générées par un calcul d'écoulement permanent.



Calcul du réseau d'écoulement : Les distributions de pressions interstitielles complexes peuvent être générées à partir d'un calcul d'écoulement à deux dimensions. Des drains et des puits peuvent être modélisés grâce à des éléments spécifiques. Les potentiels aux limites du modèle sont définis comme des niveaux phréatiques.

Suppressions interstitielles : PLAXIS distingue les comportements drainés ou non drainés des sols, pour modéliser les sables perméables comme les argiles quasi-imperméables. Les

surpressions interstitielles sont calculées lorsque des couches de sol non drainé sont soumises à des chargements. Les conditions de chargement non drainé conditionnent souvent la stabilité des ouvrages géotechniques.

FONCTIONS DE CALCUL



Le programme de calcul permet de conduire des analyses en déformation menées par un calcul plastique, un calcul de Consolidation ou un calcul en Grandes déformations. Pour chaque projet, plusieurs phases de calcul peuvent être définies avant le lancement du calcul.

Incrémentation automatique du pas de chargement : Ce mode évite à l'utilisateur d'avoir à choisir par lui-même les pas de chargement adaptés au calcul plastique incrémental, tout en garantissant une procédure de calcul fiable et efficace.

Contrôle de la longueur d'arc : Cette fonction permet un calcul correct des charges et mécanismes de rupture. Dans les calculs à charge contrôlée, la procédure itérative échoue dès que la charge imposée dépasse la valeur de pic. Avec le contrôle de la longueur d'arc, la charge appliquée est automatiquement réduite pour pouvoir examiner le phénomène de pic ainsi que toute évolution éventuelle après ce pic.

Construction par étapes : Il est possible de simuler les phases de construction ou d'excavation, par activation/désactivation de groupes d'éléments, application de chargements ou changement des conditions hydrauliques. Cette procédure permet une estimation réaliste des contraintes et déplacements provoqués par exemple par la construction d'un barrage en terre ou une excavation profonde.

Consolidation : La dissipation des surpressions interstitielles avec le temps peut être simulée par un calcul de consolidation. Une analyse de consolidation nécessite la définition des perméabilités de chacune des couches de sol. Des procédures d'incrémentation automatique du pas de temps rendent l'analyse performante et facile à utiliser. L'option "Construction par étapes" peut être combinée avec une analyse en consolidation.

Analyse en variables de Lagrange actualisées : Avec cette option, le maillage est actualisé en permanence durant le calcul. Dans certaines situations, une analyse classique en petites déformations peut révéler des modifications importantes de la géométrie. Dans ces situations, il est recommandé de procéder à un calcul plus précis par actualisation des variables de Lagrange. Cette option est disponible pour tous les types de calcul.

Coefficients de sécurité : Le coefficient de sécurité est généralement défini comme le rapport de la charge de rupture à la charge de service. Cette définition est adaptée aux fondations, mais non aux remblais ou aux ouvrages de soutènement en palplanches. Dans ces derniers cas, il est plus approprié d'utiliser la définition du coefficient de sécurité de la

mécanique des sols, c'est à dire le rapport entre la résistance au cisaillement mobilisable et la résistance au cisaillement mobilisée à l'équilibre. Dans PLAXIS, le coefficient de sécurité est calculé par une procédure de réduction de c et ϕ .

Gestionnaire de calculs : Dans le gestionnaire de calculs, plusieurs projets peuvent être sélectionnés pour un calcul différé. Cette option permet une utilisation optimale de l'ordinateur en arrière-plan, et est utile dans le cas d'études paramétriques.

ANALYSE DES RESULTATS

Le post-processeur PLAXIS a des fonctions avancées pour restituer les résultats du calcul, sous forme de graphiques et tableaux. Ceux-ci peuvent être envoyés sur n'importe quel imprimante ou copiés dans le presse-papier de Windows pour être exportés vers un autre logiciel.

Déformations : La visualisation des déformations peut se faire sous la forme de maillage déformé, de déplacements ou déformations totaux ou incrémentaux. Tous les graphiques de déplacement ou de déformation peuvent être présentés avec flèches, lignes isovaleurs ou domaines isovaleurs.

Contraintes : La restitution des contraintes peut se faire en contraintes effectives, contraintes totales, pressions interstitielles et surpressions interstitielles. Ces contraintes peuvent être figurées en lignes isovaleurs comme en domaines isovaleurs.

Efforts et déplacements dans les éléments de structure : Des graphiques et tableaux fournissent directement les déplacements, efforts normaux, tranchants, circonférentiels et les moments fléchissant de tous les éléments de structure. Les efforts et déplacements peuvent être tracés par phase, ou sous forme d'enveloppe de toutes les phases précédentes.



Coupes : Cette option très commode est offerte par PLAXIS pour créer des graphiques des sollicitations ou des déplacements selon des coupes sélectionnées dans le modèle.



Générateur de rapports : Un générateur de rapport a été développé pour permettre l'édition d'un rapport des données saisies et des résultats obtenus pour un modèle. Ce rapport peut être édité dans Word.

Animations : Il est possible de générer des animations vidéo pour toutes les sorties graphiques, notamment les déplacements et efforts dans les éléments de structure.



Courbes : Un outil spécifique permet de représenter les courbes charge-déplacement, les chemins de contraintes, les courbes effort-déformation, ou encore l'évolution de tassement avec le temps.

Comme mentionné précédemment les schémas qui suivent concerne les deux cas d'étude suivants :

C.1 1^{er} cas :

$\varphi=30^\circ$, $\alpha=1$ et $\beta=180^\circ$.

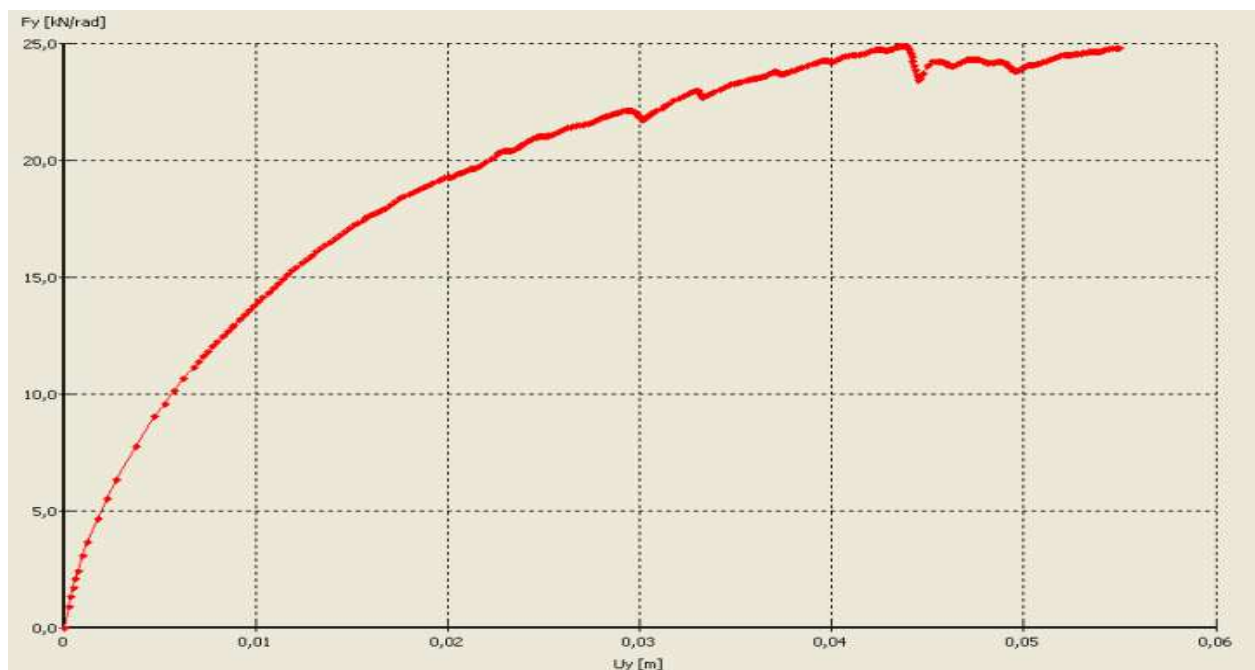


Figure C.1-a- Courbe chargement-deplacement

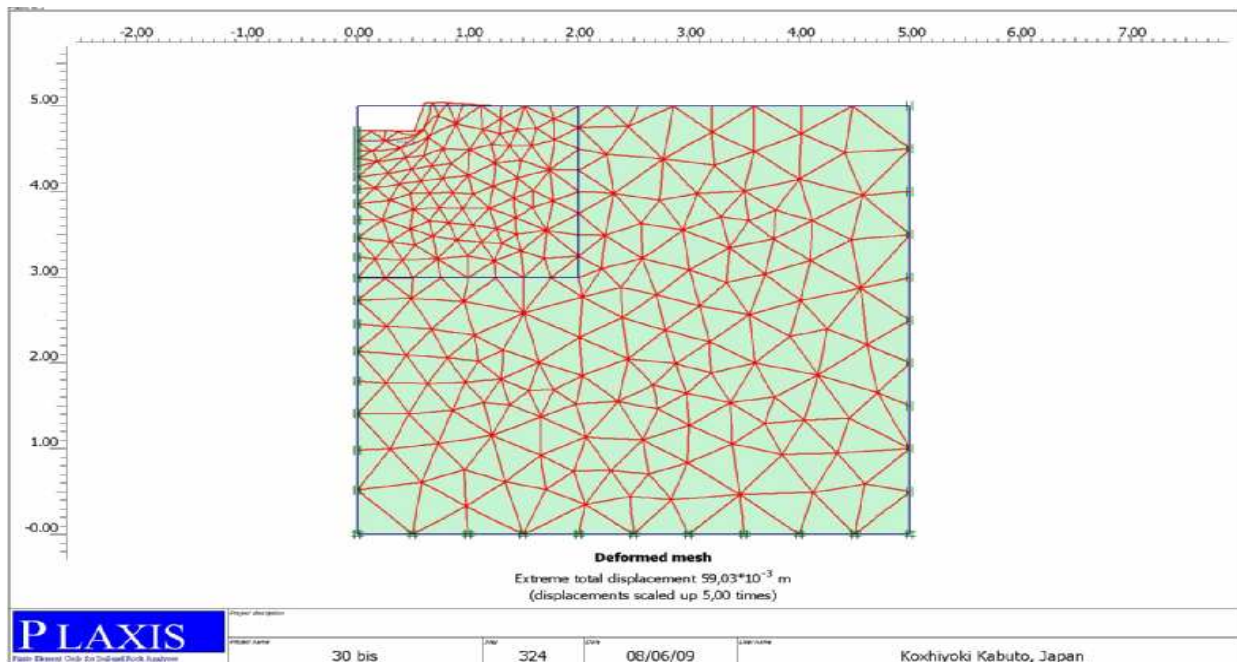


Figure C.1-b – Déformation du maillage

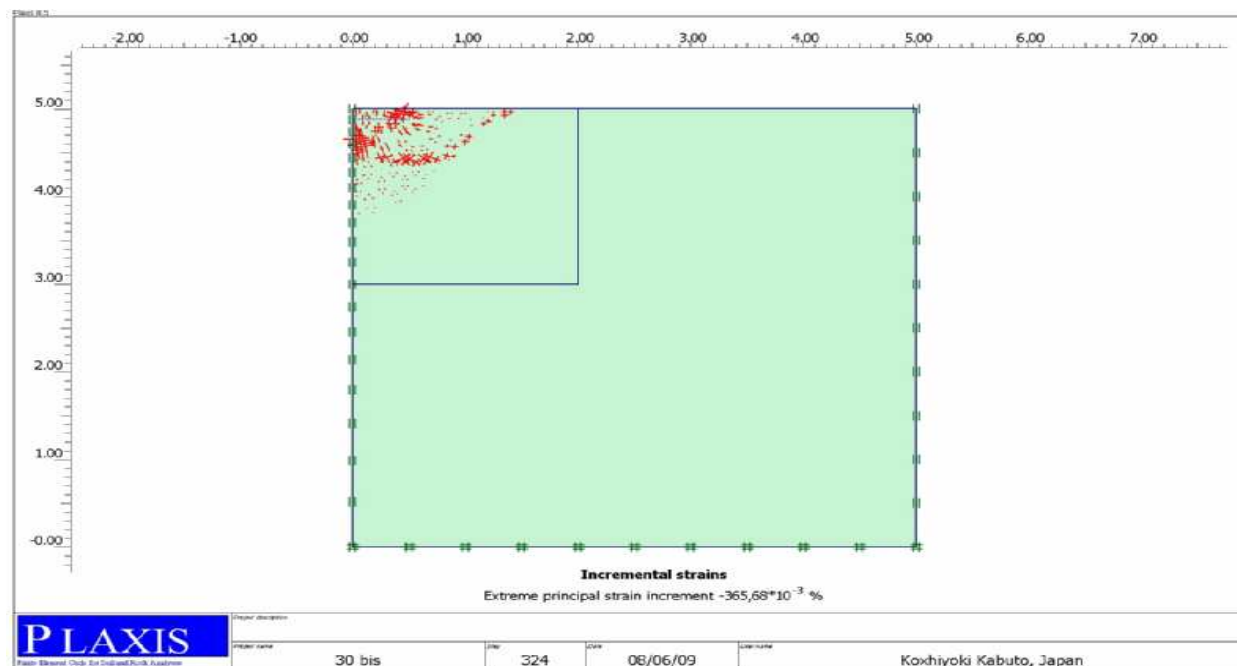


Figure C.1-c – Ligne de rupture principale

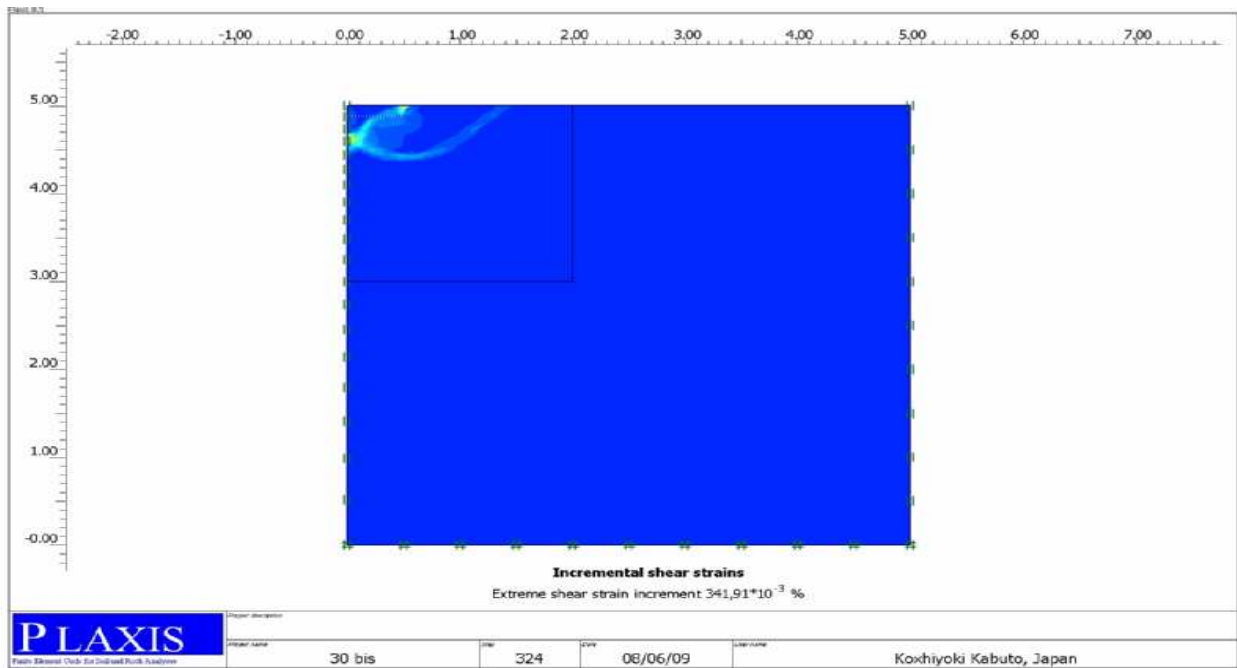


Figure C.1-d - Ligne de rupture

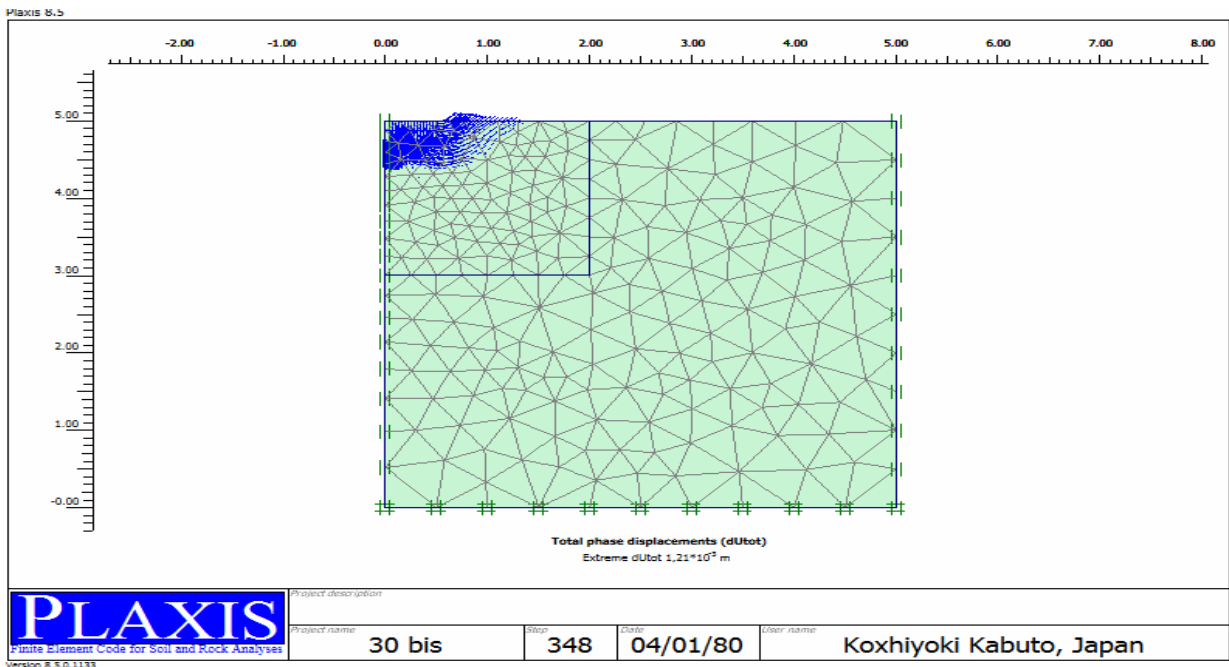


Figure C.1-e - Incréments total

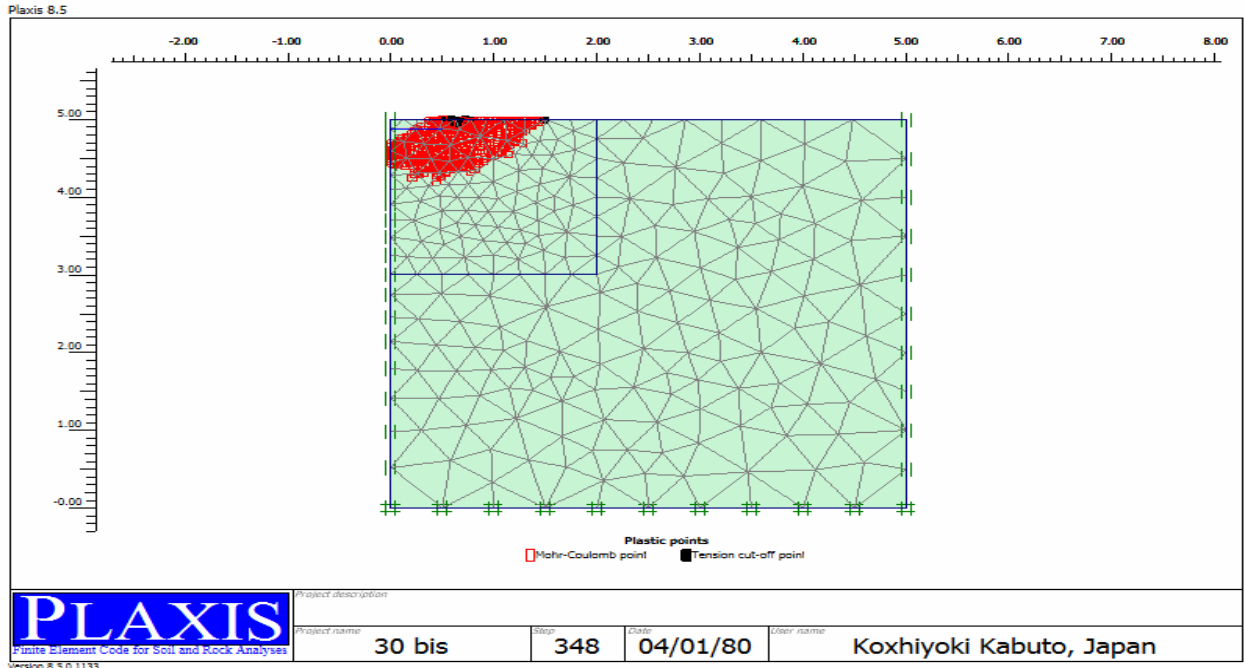


Figure C.1-f –Points plastiques

C.2 2^{eme} cas :

$$\varphi=30^\circ, \alpha=1 \text{ et } \beta=90^\circ.$$

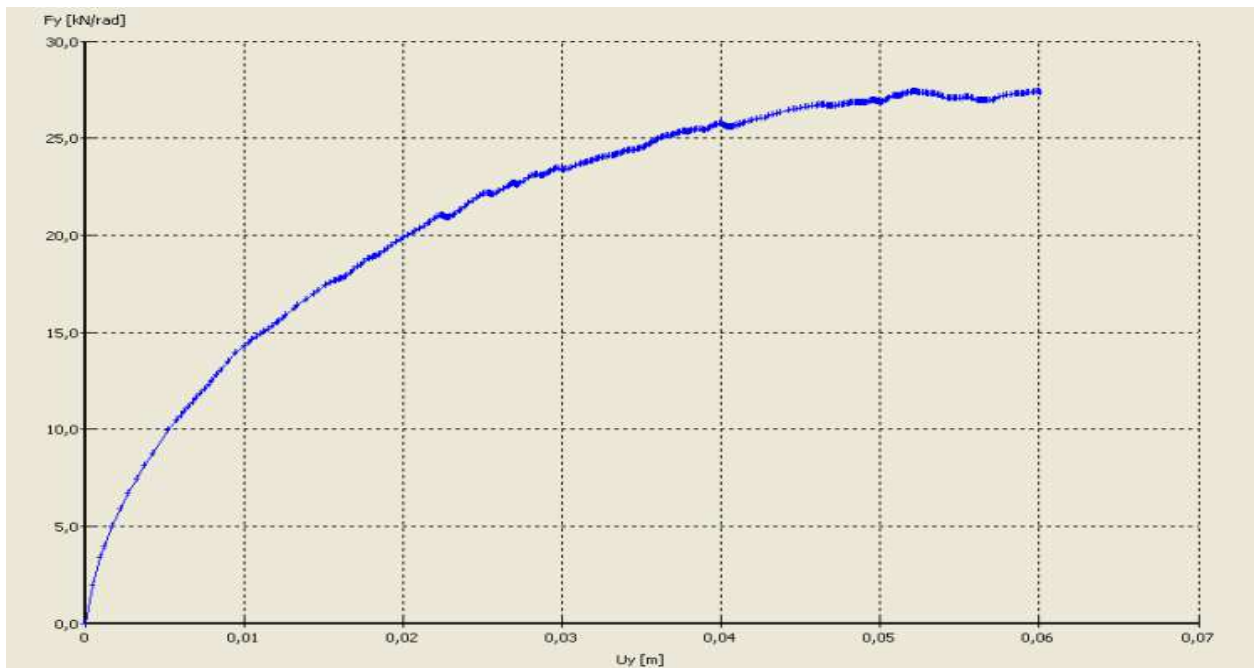


Figure C.2-a- Courbe chargement-déplacement

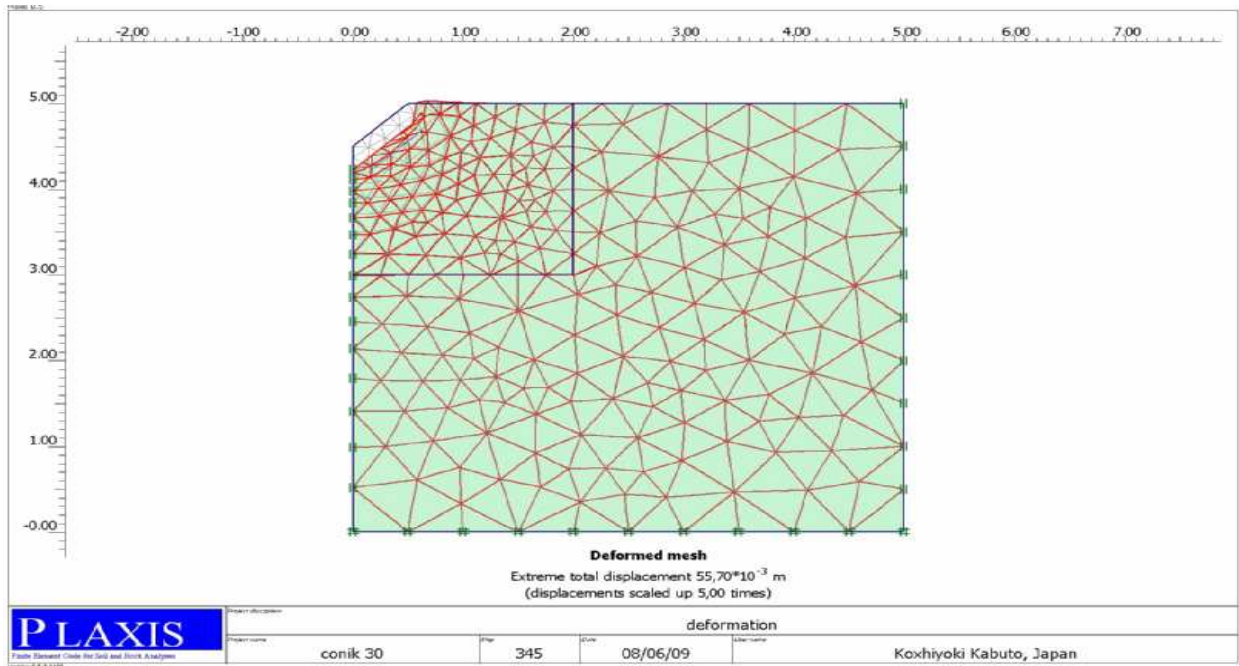


Figure C.2-b – Déformation du maillage

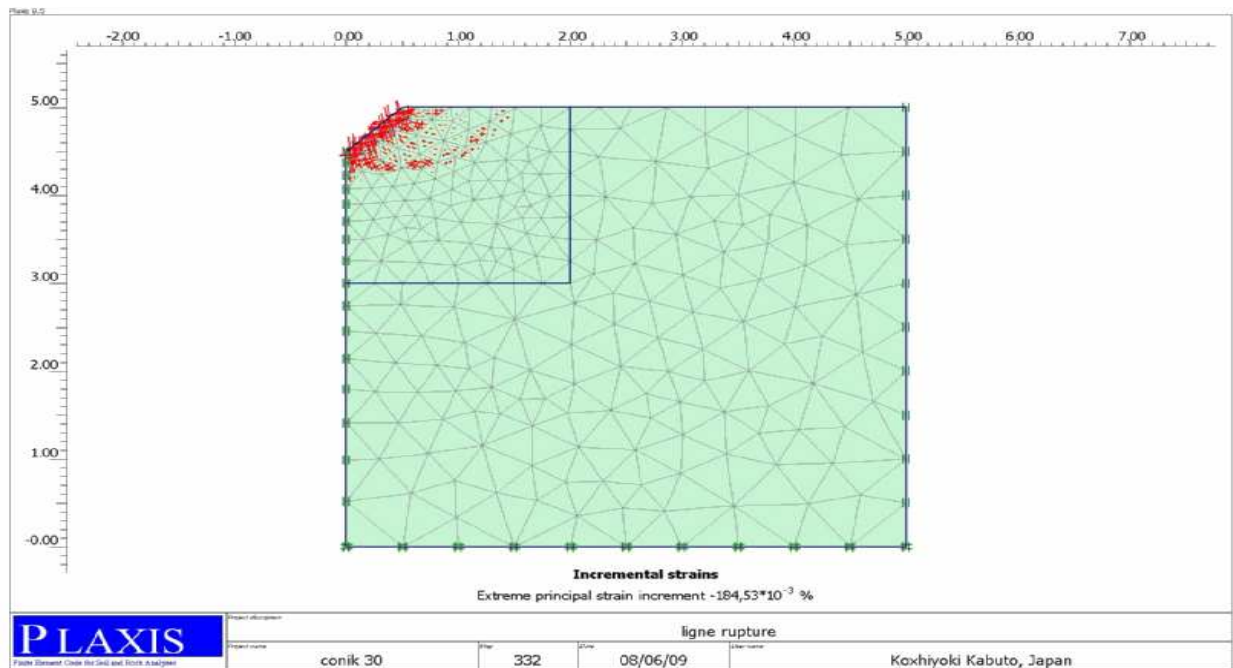


Figure C.2-c – Ligne de rupture principale

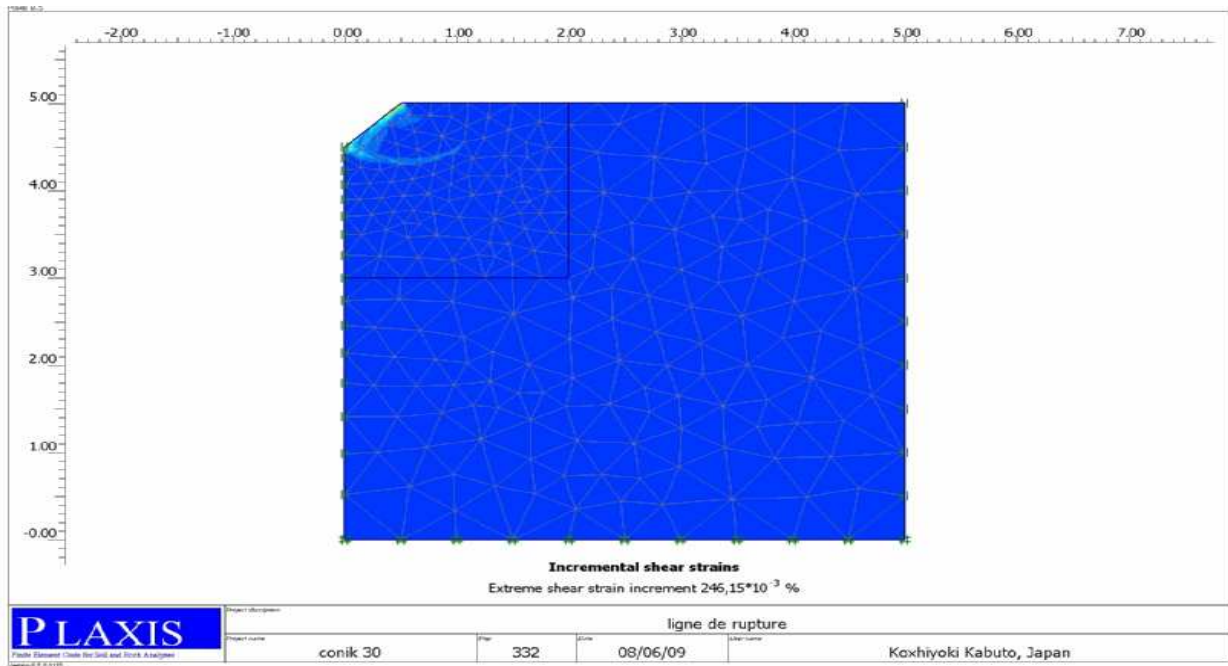


Figure C.2-d –Ligne de rupture

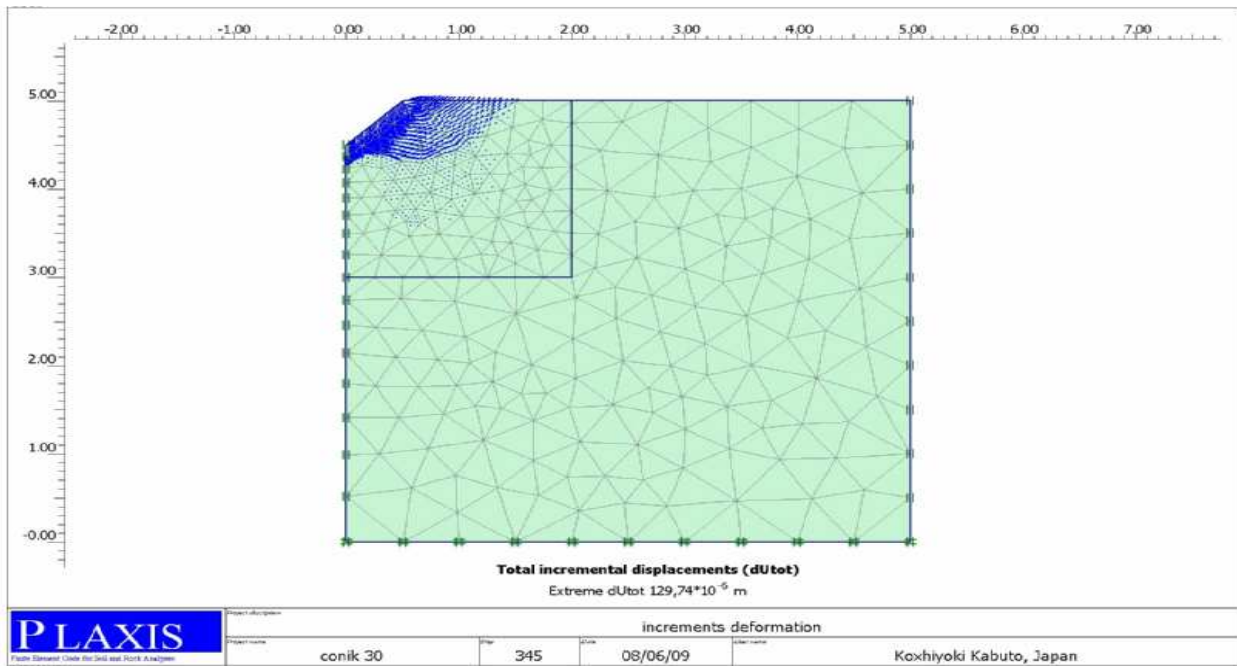


Figure C.1-e - Incréments total

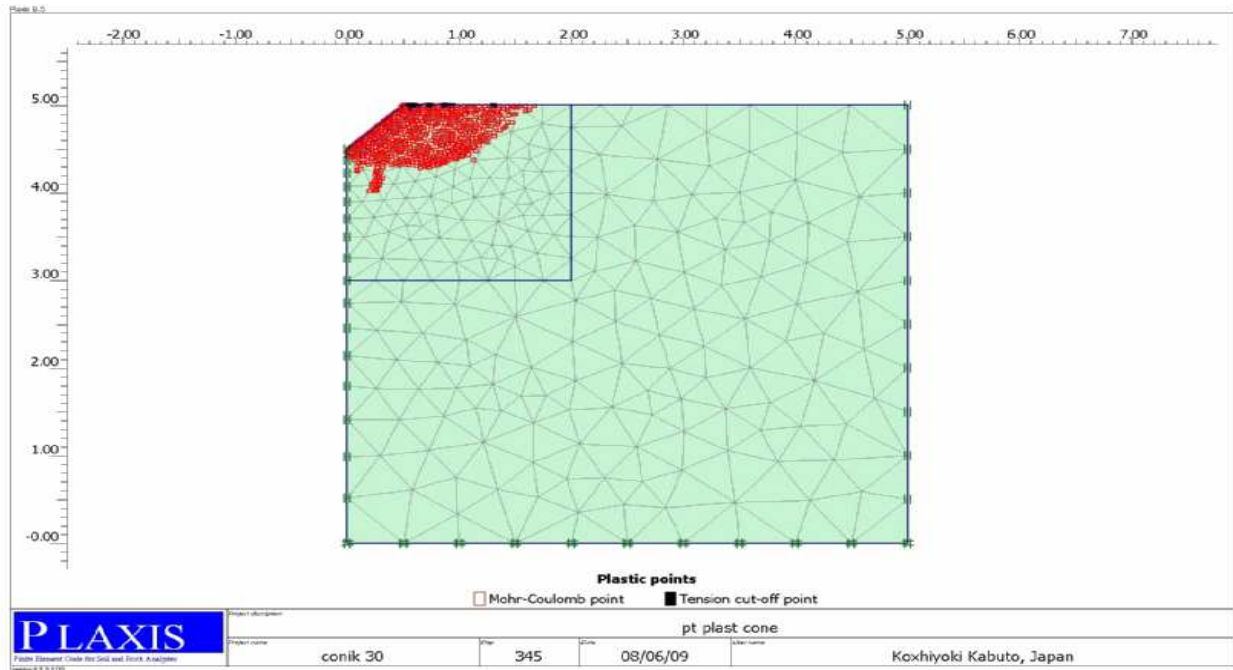


Figure C.2-f –Points plastiques