REPUBIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE EL-HADJ LAKHDHER BATNA FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR DEPARTEMENT DE GENIE CIVIL LABORATOIRE D'AMENAGEMENT ET DES RISQUES NATURELS DES TERRITOIRES

MEMOIRE

Présenté Pour L'obtention Du Diplôme De Magister En Génie Civil

Stabilité d'un remblai sur sol compressible renforcé par drains de sable

Présenté par :

M^r. GOURDACHE GHANI

Mr BAHEDDI MOHAMEDMaitre De Conférence –A-Président De Jury Université de BatnaMr AABACHE KHLIFAMaitre De Conférence –A-Examinateur Université de BatnaMr BEROUAL AHMEDMaitre De Conférence –A-Examinateur Université de ConstantineMr KARECH TOUFIKMaitre De Conférence –A-Rapporteur Université de Batna

Dédicaces

Je dédié ce travail à :

La mémoire de mon père Mohamed que dieu ait son âme

Ma mère qui m'a beaucoup aidée par ses prières

Mon épouse pour avoir supportée au quotidien les contraintes professionnelles imposées par ce mémoire

Ma fille MONA NESRINE soleil de ma vie

Mes beaux parents pour leurs soutiens

Mes frères et mes sœurs, beaux frères et belles sœurs pour leurs encouragements

Et une spéciale dédicace à ma bien aimée : L'ALGERIE

REMERCIEMENTS

Je souhaite remercier ici tous ceux qui, par leur aide et leurs encouragements, m'ont permis de réaliser ce travail.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à Monsieur Toufik KARECH pour la confiance qu'il m'a accordée en acceptant la direction de mon mémoire, son dévouement, sa disponibilité et ces conseils.

Je voudrais aussi remercier plus particulièrement Monsieur Mohamed BAHEDDI d'avoir accepter de présider le jury, Monsieur Khlifa AABACHE, Monsieur Ahmed BEROUAL d'avoir accepter d'examiner ce mémoire ainsi que Monsieur Djamel GHARBI RAHAL pour l'aide qu'il m'a apporté.

Je tiens également à remercier tous les responsables de l'université EL-HADJ LAKHDHAR pour m'avoir offert cette agréable opportunité d'intégrer l'univers de la recherche scientifique et d'y faire mes premiers pas.

Enfin, je souhaite une bonne continuation pour toute la promotion du Magister Génie Civil.

RÈSUMÈ

La construction d'ouvrages sur les sols argileux saturés présente diverses difficultés : -les ouvrages subissent de forts tassements provoqués par la forte compressibilité des sols -les sols argileux saturés très compressibles ont une faible résistance, il est donc difficile d'assurer la stabilité des fondations et des ouvrages construits sur des sols de ce type. -le tassement des ouvrages se produit pendant un temps très long, souvent de l'ordre de plusieurs années. Ceci est dû au processus d'expulsion de l'eau. Pour diminuer ce temps, des solutions sont proposées pour accélérer la consolidation.

Le but principal de ce travail est de déterminer l'évolution des pressions interstitielles en fonction du temps dans une couche d'argile saturée renforcé par des drains reposant sur une couche imperméable et incompressible sous chargement progressif

Le premier problème avait pour objet de déterminer l'évolution de la surpression et le degré de consolidation, le second l'évolution de la surpression, des déplacements et des contraintes, pour cela, il fallait établir des modèles mathématiques avec des conditions aux limites qui reflètent aux mieux la réalité et ensuite choisir des algorithmes de résolutions conditionnant la qualité des solutions numériques.

Les résultats obtenus indiquent que le choix de caractéristiques physiques et mécaniques du sable utilisé pour les drains, leurs diamètres, leurs nombres et surtout leurs positionnements sont indispensables pour pouvoir réduire le phénomène de tassement des sols

Mots clés :

Sol compressible, consolidation, renforcement, stabilité, argile, drains, modélisation

ABSTRACT

The construction of structures on saturated clay soil introduces various difficulties: -The structures are subjected to important settlement caused by the compressibility of soils -The very compressible saturated clay soils have constructions hilts on soils of this type The settlement structure occurs during a long time, often in the order of several years. This is due to the process of expulsion of water. To diminish this time, solutions are offered to speed up consolidation.

The main purpose against this work is to determine the progress of interstitial pressures with to respect in a layer of saturated clay reinforced by drains resting on a waterproof and incompressible under progressive load.

The first problem aimed to determine the evolution of high pressure and the degree of consolidation, second the evolution of high pressure, of displacements and stresses, for this purpose, it was necessary to establish mathematical models with initial conditions which reflect in the best way the reality and then to choose algorithms of resolutions conditioning the quality of numerical solutions

The obtained results show that the choice of physical and mechanical characteristics of the sand used for drains, their diameters, their numbers and specially their positioning are necessary in order to reduce the soil settlement phenomenon.

Keys Words:

Compressible soil, consolidation, renforcement, stability, clay, drains pipes, modeling

LISTE DE NOTATIONS

A- Aire d'une surface

a_{oz}-coefficient de compressibilité verticale

 C_h - coefficient de consolidation horizontale

 C_r - coefficient de consolidation radiale

 C_{v} - coefficient de consolidation verticale

d-diamètre de drain

D-diamètre de la zone d'influence du drain

E-énergie totale par unité de volume

e-dilatation du solide

e-indice des vides

E-module d'élasticité

E'-module de YOUNG

F-force

 F_{ii} -composante suivant x_i de la force totale agissant sur la surface totale de la section

 F_{si} -composante suivant x_i de la force totale agissant uniquement sur la phase solide de la section

 F_{wi} -composante suivant x_i de la force totale agissant uniquement sur la phase fluide de la section

 F_x, F_y -force de volume

g-accélération de la pesanteur

G-module de cisaillement

H-épaisseur d'une couche d'argile

h-hauteur piézométrique

i-gradient hydraulique

k-perméabilité du sol

 k_x - perméabilité horizontale

k_r- perméabilité radiale

 k_{v} - perméabilité verticale

L-épaisseur du massif

 m_v -coefficient de compressibilité volumique

n-porosité effective p_0 -charge *p*-pression Q-débit q-débit volumique du fluide échangé par unité de volume du système r_0 -rayon du drain S-surface d'une section t-temps T_{v} -facteur temps U_{v} -degré de consolidation u-composante de déplacement en x *u*-pression u_w -pression du fluide *u*-pression interstitielle v-composante de déplacement en y v-vitesse V-volume total *V*₀-volume initial V_p -volume des pores V_s -volume des pores V_s -volume du solide V_{ν} -volume des vides *x_i*-coordonnées z-niveau du centre de gravité du fluide par rapport au niveau de référence *w*-poids volumique de l'eau *ii*-symbole de Kronecker x, y, z-déformation -déformation relative -porosité effective '-coefficient de LAME μ '-module de cisaillement μ -viscosité dynamique du fluide

- viscosité dynamique du fluide

-coefficient de POISSON

- -densité (masse volumique)
- s-compressibilité des particules solides
- -compressibilité totale
- *x*, *y*-contraintes normales
- *ij*-contrainte totale
- $\overline{\sigma}_{ii}$ -contrainte grain-à-grain
- *xy*-contrainte tangentielle
- *h* perte de charge
 - '- variation de contrainte totale
- V- variation de volume total
- V_p variation de volume des pores
- V_s variation de volume des vides
- n-variation de la porosité
- *u* surpression interstitielle
- *e* variation de l'indice des vides
- *x* -intervalle selon x
- y- intervalle selon y

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION GENERALE

1 Généralités	1
2 Objectif de l'étude	2
3 Présentation du travail	3

CHAPITRE I THEORIE DE LA CONSOLIDATION

1.1	1.1 Définition du sol en tant que domaine d'écoulement		
	1.1.1	Milieu Poreux	4
	1.1.2	Hauteur Piézométrique	4
	1.1.3	Equation de contrainte en milieu poreux	5
	1.1.4	Loi de Darcy	6
1.2	Relati	on de Terzaghi	8
	1.2.1	Concept de contrainte effective	8
	1.2.2	Consolidation suivant Terzaghi	10
	1.2.3	Coefficient de consolidation	14
	1.2.4	Degré de consolidation	15
1.3 Théorie de Biot		ie de Biot	15
	1.3.1	Hypothèses	15
	1.3.2	Définitions et conventions	16
	1.3.3	Théorie générale	17
1.4	Comp	ortement hydromécanique des sols	20
	1.4.1	Généralités	20
	1.4.2	Comportement des sols suivant leur degré de saturation	21
	1.4.3	Comportement des sols en fonction de leur viscosité	22
	1.4.4	Comportement des sols saturés. Principe des contraintes effectiv	ves.
		Postulat de Karl Terzaghi	22
	1.4.5	Comportement d'un sol grenu saturé	22
	1.4.6	Comportement d'un sol fin saturé	24

CHAPITRE II CONSOLIDATION D'UNE COUCHE MOLLE PAR DRAINS DE SABLE

2.1	Méthodes de calculs des drains verticaux		
2.2	Solution analytique de la consolidation		
	2.2.1 Consolidation unidimensionnelle		
	2.2.1.1 Théorie de Terzaghi282.2.1.2 Théorie de Davis et Raymond30		
	2.2.2 Consolidation bidimensionnelle		
	2.2.3 Consolidation tridimensionnelle		
	2.2.3.1 Méthodes de		
	L.Rendulic		
	2.2.3.2 Théorie de		
	N.Carillo		
2.3	Solutions des différentes théories de consolidation		
	2.3.1 Les solutions de R.Barron		
	2.3.2 Méthode de W.Kjellman		
	2.3.3 Méthode d'A.M Rustejka40		
2.4	Calcul des drains verticaux en tenant compte du gradient de charge initial et de la		
résistance structurelle des sols à la compression (cas des déformations			
	libres)43		
	2.4.1 Hypothèse principales et conditions aux limites43		
	2.4.2La méthode de calcul		
CHAPITR	E III ETUDE NUMERIOUE PAR PLAXIS		
3.1	Modélisation du comportement d'un sol		
	3.1.1 Paramètres de base du modèle en relation avec le comportement réel du		
	sol65		
3.2	Jeux de données pour les sols et les interfaces		
3.2.1 Les modèles des matériaux			
	3.2.1.1 Modèle de Mohr-Coulomb		

3.2.2 Les types de comportement des matériaux (Material type)67				
3.2.2.1	Comportement drainé (Drained behaviour)67			
3.2.2.2	Comportement non drainé (Undrained behaviour)67			

	3.2.3	Poids volumique saturé et non saturé (sat et unsat)	68
	3.2.4	Perméabilités (k _x et k _y)	69
	3.2.5	Propriétés générales avancées (Advanced general properties)	70
	3.2.6	Variation de la perméabilité (C _k)	70
	3.2.7	Indice des vides (e _{init} , e _{min} , e _{max})	70
	3.2.8	Le module d'Young (E)	71
	3.2.9 3.2.10	Le coefficient de Poisson ()	72 73
	3.2.11 3.2.12 3.2.13	L'angle de frottement () L'angle de dilatance () Rigide (Rigid)	73 74 74
3.3	Générati	ion du maillage	74
	3.3.1	Recommandations pour la génération d'un maillage	75
	3.3.2	Conditions initiales	76
	3.3.3	Conditions hydrauliques	76
	3.3.4	Poids volumique de l'eau	77
	3.3.5	Nappes phréatiques	77
	3.3.6	Nappe phréatique générale	78
3.4	Généra	ation des pressions hydrauliques	79
	3.4.1	Génération à partir de la nappe phréatique	80
	3.4.2	Génération à partir d'un calcul d'écoulement	80
	3.4.3	Génération des contraintes initiales (procedure k ₀)	81
	3.4.4	Début des calculs	81
3.5	Calcul		82
	3.5.1	Le programme de calcul	83
	3.5.2	Définition d'une phase de calcul	83
	3.5.3	Insertion et suppression de phases de calcul	84
	3.5.4	Caractéristiques générales des calculs	85
	3.5.5	Identification et ordre des phases	86
	3.5.6	Types de calculs	87
	3.5.7	L'analyse de la consolidation	87
36	Procédu	res d'application du chargement	87
3.7	Paramètres de contrôle du calcul		

3.7.1 Les pas additionnels (Additional steps)			
3.7.2	Construction par étapes	89	
3.7.3	Activation ou modification des chargements	83	
Exécuti	on de la procédure de calcul	90	
9 Résultats affiches pendant les calculs			
Sélection de phases de calcul pour les résultats (output)			
Résultats			
3.11.1	Le programme de résultats (output)	91	
3.11.2	Le menu des résultats	.92	
Courb	es charge-déplacement et chemins de contrainte	92	
3 Le programme courbe (curves)			
	3.7.1 3.7.2 3.7.3 Exécuti Résultat Sélect Résult 3.11.1 3.11.2 Courb Le progr	 3.7.1 Les pas additionnels (Additional steps)	

CHAPITRE IV ETABLISSEMENT D'UN MODELE DE REFERENCE D'UN REMBLAI SUR SOL MOU

4.1 4.2	Introduction
4.3	Paramètres de sol95
4.4	Le maillage96
4.5	Conditions initiales
4.6	Première phase de chargement98
4.7	Phase de consolidation101
4.8	Second cycle de chargement et consolidation102
4.9	Courbes
4.10	Cas d'une couche molle de 10m de profondeur renforcé par de deux drains de
sable	sur différentes positions105
	4.10.1 Cas d'une couche molle de 10m de profondeur renforcé par de deux drains
	de sable au milieu105
	4.10.2 Cas d'une couche molle de 10m de profondeur renforcé par de deux drains
	de sable au centre106
	4.10.3 Cas d'une couche molle de 10m de profondeur renforcé par de deux drains
	de sable au rive106
	4.10.4 Interprétation des graphes107
4.11	Cas d'une couche molle de 20m de profondeur renforcé par quatre drains de sable
sur di	fférentes positions108

		4.11.1 Cas d'une couche molle de 20m de profondeur renforcé par quatre dra		
		de sable (milieu+centre)109		
	4.11.2 Cas d'une couche molle de 20m de profondeur renforcé par quatre dra	ains		
		de sable (milieu+rive)109		
		4.11.3 Cas d'une couche molle de 20m de profondeur renforcé par quatre dra	ains	
		de sable (centre+rive)110		
		4.11.4 Interprétation des graphes1	11	
	4.12	Cas d'une couche molle de 20m de profondeur renforcé par six drains de sab	le	
	(rive+	+milieu+centre)1	11	
	4.13	Validation d'un modèle de référence1	13	

CHAPITRE V MODE DE REALISATION DES DRAINS DE SABLE

5.1	Introduction1		
5.2	Objectif du traitement des sols par les drains de sable		
5.3	Mode	opératoire	114
	5.3.1	Drains de sable par voie humide	115
	5.3.2	Drains de sable par voie sèche	116
5.4	Dispo	sitions constructives	116
	5.4.1	Diamètre des drains de sable	116
	5.4.2	Disposition des drains de sable	117
	5.4.3	Coefficient réducteur sur les volumes de matériaux incorporés	117
5.5	Moye	ns mis en œuvre	118
5.6	Différ	entes étapes de réalisation des travaux	118
	5.6.1	Etape 1	118
	5.6.2	Etape 2	118
	5.6.3	Etape 3	119
5.7	Essai	de chargement	119
5.8	Const	atations	120
	~~~		

#### LISTE DES FIGURES

Figure.1.1 Analogie de Terzaghi pour la consolidation d'une couche de sol saturé

Figure.1.2. Remblai sur massif d'argile saturée

Figure.1.3 Illustration de la notion de contrainte effective dans un massif de gravier saturé

Figure.1.4 Illustration de la notion de contrainte effective dans un massif d'argile saturé

Figure 2.1 Schéma de calcul d'un drain vertical

Figure.2.2 Abaque de Terzaghi

Figure.2.3 Abaques des solutions de K. Terzaghi et L. Rendulic

Figure 3.1 Résultats d'essais triaxiaux standards (a) et modèle élasto-plastique (b)

Figure 3.2 Définition de E₀ et de E₅₀

Figure4.1 Géométrie du problème

Figure 4.2 Fenêtre des caractéristiques générales relatives à la couche de sol mou

Figure 4.3 Maillage du problème

Figure 4.4 Répartition des pressions interstitielles

Figure 4.5 Coupe verticale des pressions interstitielles

Figure 4.6 Définition des charges pour une couche de 10m de profondeur

Figure 4.7 Représentation du maillage déformé pour une couche de 10m de profondeur

Figure4.8 Représentation des incréments de déplacement totaux pour une couche de 10m de profondeur

Figure 4.9 Représentation des surpressions interstitielles pour une couche de 10m de profondeur

Figure4.10 Maillage déformé après consolidation pour une couche de 10m de profondeur

Figure4.11 Surpressions interstitielles après la première consolidation pour une couche de 10m de profondeur

Figure4.12 Représentation des vecteurs déplacements, en fin de phasage pour une couche de 10m de profondeur

Figure4.13 Courbes déplacement en fonction du temps pour le point A(10,8) pour une couche de 10m de profondeur

Figure4.14 Pression interstitielle vers 9m de profondeur pour une couche de 10m de profondeur

Figure4.15 Cas d'une couche molle de 10m de profondeur renforcé par de deux drains de sable au milieu (axe de symétrie)

Figure 4.16 Cas d'une couche molle de 10m de profondeur renforcé

par de deux drains de sable au centre (par rapport à la mi-distance de l(axe de symétrie)

- Figure4.17 Cas d'une couche molle de 10m de profondeur renforcé par de deux drains de sable au rive
- Figure 4.18 Comparaison des résultats des calculs de consolidation par différentes positions des deux drains
- Figure4.19 Définition des charges pour une couche molle de 20m de profondeur
- Figure4.20 Définition des charges pour une couche molle de 20m de profondeur (Drains centre+milieu)
- Figure4.21 Définition des charges pour une couche molle de 20m de profondeur (Drains au milieu+rive)
- Figure4.22 Définition des charges pour une couche molle de 20m de profondeur (Drains au centre+rive)
- Figure 4.23 Comparaison des résultats des calculs de consolidation par différentes positions des quatre drains
- Figure4.24 Définition des charges pour une couche molle de 20m de profondeur (Drains au rive+milieu+centre)
- Figure 4.25 Comparaison des résultats des calculs de consolidation par différentes positions des quatre drains
- Figure4.26 Définition des charges, drains de sable et tapis de sable (Cas de drains de 30cm de diamètre et 7m de hauteur)
- Figure 4.27 Comparaison des résultats des calculs de consolidation par différentes méthodes + données numériques
- 5.1 Schéma de réalisation des drains de sables par voie humide
- 5.2 Schéma de réalisation des drains de sables par voie sèche
- 5.3Moyens mis en œuvre
- 5.4 Différentes étapes de réalisation des drains de sable
- 5.5 Essai de chargement à la plaque

#### LISTE DES TABLEAUX

- Tableau 2.1 Les valeurs de la première racine de l'équation (2.64) (d'après Bagart et L.I.Loginov)
- Tableau4.1 Valeurs des différents paramètres de la couche molle de 10m de profondeur
- Tableau4.2 Valeurs des différents paramètres de la couche molle de 10m de profondeur et de deux drains de sable
- Tableau4.3 Valeurs des différents paramètres d'une couche molle de 20m de profondeur et de quatre drains de sable
- Tableau4.4 Valeurs des différents paramètres d'une couche molle de 20m de profondeur et de six drains de sable

#### **INTRODUCTION GENERALE**

#### 1 Généralités

L'analyse du comportement d'un sol saturé comportant des matériaux peu drainant (supportant un ouvrage) dépend essentiellement du facteur temps, en raison de développements et dissipations de l'eau dans le sol. On sait que dans un sol saturé, les pressions interstitielles ont une influence à la fois sur le champ de contraintes totales et sur le champ de contraintes effectives. Il est donc nécessaire de faire une analyse en déformations planes pour étudier l'évolution de ces pressions.

La construction d'ouvrages sur les sols argileux saturés présente diverses difficultés : -les ouvrages subissent de forts tassements provoqués par la forte compressibilité des sols -les sols argileux saturés très compressibles ont une faible résistance, il est donc difficile d'assurer la stabilité des fondations et des ouvrages construits sur des sols de ce type. -le tassement des ouvrages se produit pendant un temps très long, souvent de l'ordre de plusieurs années. Ceci est dû au processus d'expulsion de l'eau.

La connaissance exacte des matériaux sur lesquels sera fondé l'ouvrage est absolument indispensable. Si la fondation est constituée de matériaux doués de cohésion ou la pression interstitielle influe la résistance au glissement, il faut prévoir des drains pour faciliter l'évacuation de l'eau et limiter l'intensité de la vitesse de construction, de manière à laisser à l'eau mise en charge de temps de s'évacuer.

Le temps est bien sur un élément essentiel mais parfois on est dans l'obligation de limiter l'intensité de la vitesse de la construction de sorte que la plus grande partie du tassement des remblais se produise pendant la construction et par conséquent d'améliorer la résistance du sol au cisaillement. C'est l'objet de ce travail qui consiste à surcharger le remblai d'une manière progressive.

Lorsqu'un sol est saturé est chargé par un ouvrage, les contraintes de compressions diminuent le volume des vides et l'eau interstitielles est expulsée dans le sol perméable, le phénomène est progressif. Avant la diminution du volume des vides, la surpression interstitielle est égale à la contrainte de compression. Après dissipation de la surpression interstitielle, cette contrainte est transférée par le squelette du sol.

De nombreux chercheurs ont tentés de résoudre le problème de la consolidation bidimensionnelle sous chargement progressif.

1

Le problème de la consolidation bidimensionnelle sous chargement progressif à l'instar du problème de la consolidation de chargement instantané sont régis par des équations aux dérivées partielles de types paraboliques et peuvent être traités par les différentes techniques de résolution.

- Méthodes analytiques
- Méthodes numériques.

A partir des relations mathématiques représentant ces problème, on peut concevoir des modèles numériques approchés permettant la résolution des cas concrets en tenant compte des particularités des domaines (conditions géométriques), la pression des modèles dépend de plusieurs facteurs dont la méthode numérique utilisée et le schéma de résolution adopté.

#### 2 Objectif de l'étude

Le but principal de ce travail est de déterminer l'évolution des pressions interstitielles en fonction du temps dans une couche d'argile saturée renforcé par des drains reposant sur une couche imperméable et incompressible sous chargement progressif

#### 3 Présentation du travail

La technique de renforcement par colonnes permet une amélioration des sols médiocres et peut être réalisée avec plusieurs procédés à savoir les colonnes ballastées, ou pieux de sable, ou traitement par liants en profondeur (deep mixing) pratiquées généralement pour les argiles molles.

Cependant pour les sables lâches on pratique souvent le vibrocompactage. Le renforcement par colonnes permet d'atteindre généralement les buts suivants :

- L'augmentation de la capacité portante;
- La réduction du tassement;
- L'accélération de la consolidation;
- L'élimination du risque de liquéfaction

C'est grâce à ces avantages pratiques que le renforcement par colonnes est devenu une préoccupation permanente pour la conception et la vérification des ouvrages de géotechnique.

2

L'étude qui sera proposée dans ce mémoire à caractère théorique et numérique, concernera la modélisation et la mise en œuvre pour le calcul à la rupture de la stabilité d'un remblai sur sol renforcé.

#### **CHAPITRE I**

# LOIS DE COMPORTEMENT DES SOLS. COUPLAGE HYDRO-MECANIQUE. POSTULAT DE TERZAGHI.

#### 1.4Définition du sol en tant que domaine d'écoulement :

#### 1.1.1 Milieu Poreux

Un milieu poreux est défini comme une portion d'espace occupée par une phase solide et par des vides remplis par une ou plusieurs phases fluides. La proportion de ces vides est chiffrée par la porosité totale (n) définie par le rapport :

$\frac{V_V}{V}$	avec :	$V_{\rm V}$	volume des vides
	et :	V	volume total

Les écoulements de fluide à travers les pores du milieu ne peuvent avoir lieu dans tout le volume des espaces poreux. Il se peut qu'il ait des pores non connectés et d'autre part l'eau de rétention occupe une partie de ce volume. La porosité efficace  $(n_e)$  est la porosité réellement utilisable par des écoulements de fluide.

Dans le cas de terrains sableux, la porosité efficace  $n_e$  est grande, car la rétention de fluide est faible ; Par contre, dans les terrains argileux ( $n_e$ ) est faible, car la rétention est importante.

#### 1.1.2 Hauteur Piézométrique

L'énergie totale par unité de volume de fluide est la somme de trois termes correspondant aux énergies cinétiques gravitationnelles et de pression :

$$E = \frac{1}{2} \quad {}^{2} + gz + u \qquad (1.1)$$

Avec : E énergie totale par unité de volume

densité (masse par unité de volume)

vitesse

g accélération de la pesanteur

z niveau de centre de gravité du fluide par rapport au niveau de référence

u pression

En devisant (1.1) par .g, on obtient l'équation de Bernoulli :

$$\frac{E}{\rho g} = \frac{v^2}{2g} + z + \frac{u}{\rho g}$$
(1.2)

Dans cette équation, tous les termes sont exprimés en énergie par unité de poids. Ce sont de Joules /Newtons ou des mètres. La somme des trois termes d'énergie représente l'énergie mécanique totale par unité de poids, connue sous le nom de potentiel hydraulique h.

L'équation (1.2) peut s'écrire :

$$h = \frac{v^2}{2g} + z + \frac{u}{\rho g}$$
(1.3)

Les vitesses des écoulements souterrains en milieux poreux étant très faibles sous les gradients naturels. Le terme d'énergie cinématique peut être négligé en écoulement souterrain car il est beaucoup plus petit que les autres termes.

En supprimant  $^{2}/2g$  de l'équation (1.3), on obtient la hauteur piézométrique h par la formule :

$$h = z + \frac{u}{\rho g} \tag{1.4}$$

#### **1.1.3 Equation de contrainte en milieu poreux :**

En hydraulique, l'équation de conservation de la masse s'exprime sous la forme :

$$div(\rho \vec{v}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \qquad (1.5)$$

Avec :  $\vec{v} = \vec{v}(x, y, z, t) = (v_x, v_y, v_z)$  vecteur vitesse défini en chaque point du fluide masse volumique de fluide supposé newtonien t temps

Cette équation (1.5) résulte du bilan de masse de fluide pour un volume infinitésimal fermé (la somme des flux massiques traversant la surface délimitant l'élément est égale à la variation de masse du fluide contenu dans cet élément).

Pour transposer cette équation à un milieu poreux, un élément infinitésimal mais suffisamment grand par rapport à la taille des grains doit être choisi

L'équation (1.5) s'écrit alors :

$$div(\rho \vec{v}) + \frac{\partial}{\partial t}((\rho . n) = 0$$
 (1.6)

Avec :  $\vec{v}$  vecteur vitesse de filtration obtenu conformément à la formule d'Ostrogradski par intégration sur la surface délimitant l'élément de volume

n porosité ponctuelle = porosité effective moyenne dans l'élément de volume Si on considère un échange volumique de fluide avec l'extérieur, l'équation (1.6) devient :

$$div(\rho \vec{v}) + \frac{\partial}{\partial t}((\rho . n) + \rho \cdot q = 0 \quad (1.7)$$

Avec : q débit volumique du fluide échangé par unité de volume du système

$$div(\rho \vec{v}) = \frac{\partial \rho v_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho v_y}{\partial y} + \frac{\partial \rho v_z}{\partial z}$$

#### 1.1.4 Loi de Darcy :

Dés 1856, Darcy établit expiré mentalement que le débit d'eau s »écoulant à travers un massif de sable peut s'exprimer par :

$$Q = K.A.\frac{\Delta h}{L}$$
(1.8)

Où : A section du massif sableux

 $\Delta h$  Perte de charge

K constante dépendant du milieu poreux appelée coefficient de perméabilité

L épaisseur du massif sableux

Si on note  $i=\frac{\Delta h}{L}$ , le gradient hydraulique ou la perte de charge par unité de longueur de milieux poreux traversé, on peut écrire :

$$\nu = \frac{Q}{A} = K \cdot i \tag{1.9}$$

Sous la forme générale, pour un fluide compressible et un milieu isotrope, cette équation peut être écrite par intégration des équations de Navier-Stokes en considérant que les véritables causes du déplacement du fluide en milieu poreux sont les gradients de pression et les forces extérieures (la gravité) :

$$\vec{v} = -\frac{K}{\mu} (\overrightarrow{grad} u + \rho g \ \overrightarrow{grad} z)$$
 (1.10)

Avec  $\overrightarrow{grad} = (\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z})$ 

K perméabilités intrinsèque du milieu, indépendante des caractéristiques du fluide  $\mu$  viscosité dynamique du fluide

 $\overrightarrow{grad}$  z= (0, 0,1) vecteur unitaire vertical

Dans le cas d'un fluide incompressible,  $\rho$  est constante et on obtient :

$$\overrightarrow{grad}$$
 u=  $\rho$  g  $\overrightarrow{grad}$   $\left(\frac{u}{\rho g}\right)$  (1.11)

Par l'équation de Bernoulli (1.4), on trouve :

$$\overrightarrow{grad} u = \rho g \overrightarrow{grad} \left( \frac{u}{\rho g} \right)$$

La loi de Darcy (1.10) s'exprime alors :

$$\vec{v} = -\frac{k \cdot \rho \cdot g}{\mu} \overrightarrow{grad} \mathbf{h} = -k \overrightarrow{grad} \mathbf{h}$$

Avec : k =  $\frac{k \cdot \rho \cdot g}{\mu}$  coefficient de perméabilité qui dépend par  $\mu$  et  $\rho$  de la nature du fluide

#### **1.2 Relation de Terzaghi :**

La théorie de la consolidation est présentée ici en insistant tout particulièrement sur le principe des contraintes effectives établi par Terzaghi.

#### **1.2.1 Concept de contrainte effective :**

Le milieu poreux est constitué d'un assemblage de particules meubles. Les pores du milieu sont remplis par un fluide homogène et de faible compressibilité (le plus souvent négligée par rapport à la compressibilité du solide). Les forces sont transmises de grain à grain via des contacts isolés entre ces grains

La notion de contrainte dans le cas théorique d'un corps continu et homogène peut s'écrire comme suit :

$$S = Lim \frac{F}{A}$$

 $A \rightarrow 0$ 

Avec : F force appliquée à la surface A

Dans les milieux poreux, ce passage à la limite conduit à des champs de contraintes très variables et impossibles à déterminer de façon précise. Dans les terrains saturés, les sollicitations normales extérieures F appliquées à une section A sont transmises simultanément par les grains et le liquide. Le tenseur des contraintes totales dans le milieu poreux (considérées en moyenne sur un nombre suffisant de particules) est noté _{ij} et la pression du fluide est notée u.

La contrainte totale peut être décomposée en une partie correspondant aux forces grain à grain et en une autre reprenant la pression due au fluide u _{ij}. On peut donc écrire :

$$\sigma_{ij} = \ddot{\sigma}_{ij} + u \delta_{ij} \tag{1.12}$$

Où :  $\ddot{\sigma}_{ii}$  est appelée contrainte grain à grain

Dans cette relation, la pression u est considérée comme agissant directement ou indirectement (via les grains) sur surface totale de la section étudiée. Les contraintes grains à grains aux points de contact s'ajoutent à cette pression. Ces contraintes  $\ddot{\sigma}_{ij}$  définies à l'équation (1.12) sont considérée comme principales responsable des déformations du matériau.

Si les particules (grains) composant le matériau sont peu compressible (c'est souvent le cas), les principaux mécanismes de la déformation d'un matériau granulaire sont régis par des glissements et réarrangement des grains provoquant un changement de porosité.

D'autre part, la compressibilité totale d'un matériau peut être définie comme suit :

$$V = -$$
 . . V (1.13)

Avec : V variation du volume totale

variation de contrainte totale

V volume total initial

compressibilité totale

Dans la suite, il est pratique d'utiliser le concept de contrainte effective introduit par Terzaghi. Le tenseur contrainte effective  $\operatorname{est} \sigma'_{ij}$  définie de telle façon que les déformations du squelette soient totalement déterminées à partir de ces contraintes.

Terzaghi a admis le principe que c'était le cas en posant :

$$\boldsymbol{\sigma}_{ij} = \boldsymbol{\sigma}'_{ij} + (1 - ) u \delta_{ij} \tag{1.14}$$

Avec:  $=\frac{\beta_s}{\beta}$ 

Où :  $\beta_{s}$  compressibilité des particules solides

 $\beta$  compressibilité de l'ensemble.

Dans la plupart des sols naturels, la valeur est très petite et la contrainte effective  $\sigma'_{ij}$ peut être identifiée à la contrainte grain à grain  $\sigma_{ij}$ 

Dans de nombreuses applications de mécanique de sols, la compressibilité des grains  $\beta_s$  peut être négligeable.

#### 1.2.2Consolidation suivant Terzaghi :

Lorsque des terrains peu perméables et saturés d'eau sont chargés, le tassement obtenu au bout d'un temps peut être considérable. Ce phénomène de tassement dans le temps se manifeste surtout dans le cas de terrains argileux et appelé consolidation

Terzaghi a démontré que la consolidation s'explique par l'écoulement hors de système de l'eau interstitielle contenue par le matériau, comme le montre l'analogie représentée à la Figure 1.1

S'il n'y a pas d'eau, le tassement est instantané et élastique, la surcharge appliquée est encaissée entièrement par le ressort. Par contre, avec de l'eau, si les trous des pistons sont suffisamment petits, la surcharge correspond au départ à une augmentation de la pression de l'eau (sans tassement, l'eau étant considérée comme incompressible), ensuite cette eau s'échappera peu à peu du système et les ressorts reprendront petit à petit la surcharge



Figure.1.1 Analogie de Terzaghi pour la consolidation d'une couche de sol saturé

La théorie de consolidation de Terzaghi implique les hypothèses suivantes :

 L'échantillon est saturé par un fluide incompressible dont les écoulements suivant la loi de Darcy

2) Pour l'intervalle de consolidation envisagé, la perméabilité K du terrain ne varie pas (approximation parfois importante de la réalité)

3) Les grains solides du matériau sont incompressibles ; Une compression correspond donc à une diminution de la porosité.

4) La consolidation s'effectue sans fluage, sans consolidation secondaire

5) Le terrain se consolide élastiquement (approximation notable de réalité) ; Il existe une relation linéaire entre la variation de contrainte effective du sol  $\Delta\sigma'$  et la diminution du volume du sol.

10

Le but de la théorie est d'établir une équation mettant en relation la consolidation et la variation de contrainte effective ou la variation de pression de fluide avec caractérisation du matériau par un coefficient de perméabilité.

En reprenant le cas de la figure 1.1, les conditions initiales sont les suivantes :

$$\begin{cases} t = t_0 \\ \Delta u(t_0, z) = \Delta \sigma_0 \\ \Delta \sigma'(t_0, z) = 0 \end{cases}$$
(1.15)

Au départ, la variation de contrainte totale  $\Delta \sigma_0$  est supportée uniquement par l'eau qui, étant de ce fait en suppression, va commencer à s'évacuer

Durant la consolidation, des contraintes intermédiaires sont décrites par :

$$\begin{bmatrix} t = t_i \\ 0 & \Delta u(t_i, z_j) \leq \Delta \sigma_0 \\ \Delta \sigma'(t_i, z_j) = \Delta \sigma_0 - \Delta u(t_i, z_j) \end{bmatrix}$$
(1.16)

A l'état final, on obtient :

$$\begin{aligned} t = t_{\infty} \\ \Delta u(t_{\infty}, z) = 0 \\ \Delta \sigma'(t_{i}, z) = 0 \end{aligned}$$
(1.17)

$$-\frac{\Delta V}{V} = m_{\nu} \Delta \sigma' \tag{1.18}$$

 $\mathcal{m}_{\nu}$  -coefficient de compressibilité volumétrique

L'indice des vides *e* est défini par la relation :

$$e = \frac{\mathcal{V}_p}{\mathcal{V}_s}$$

Avec  $V_n$  volume des pores

 $\mathcal{V}_s$  volume du solide

La variation de la porosité durant la consolidation peut s'écrire

$$\Delta n = \frac{(\mathcal{V}_s + \mathcal{V}_p)\Delta \mathcal{V}_p}{\left(\mathcal{V}_s + \mathcal{V}_p\right)^2}$$

 $\operatorname{Car} \qquad n = \frac{\mathcal{V}_p}{(\mathcal{V}_s + \mathcal{V}_p)}$ 

$$\Delta n = \frac{\mathcal{V}_s}{V^2} \Delta \mathcal{V}_p$$

$$\Delta n = \frac{(1-n)\Delta v}{V} \tag{1.19}$$

 $\operatorname{Car} \quad \Delta_{\mathcal{V}_p} = \Delta V$ 

 $(1-n) = \frac{\mathcal{V}_s}{V}$ 

Durant la consolidation, la contrainte totale est constante (=0 et  $\Delta \sigma' = -\Delta u$ ) et en utilisant la relation (1.19), l'équation (1.18) devient :

$$m_{\nu}\Delta\sigma' = -m_{\nu}\Delta u = \frac{-\Delta n}{(n-1)} = -\frac{\Delta e}{(1+e)} \qquad (1.20)$$

De cette relation (1.20) on peut déduire la définition du coefficient  $m_v$  en fonction de l'indice des vides à tout moment de la consolidation :

$$m_{\nu} = \frac{+\Delta e}{(1+e)\Delta u} \tag{1.21}$$

Ce coefficient varie constamment durant la consolidation du matériau.

A partir du temps initial  $t_0$ , la variation de la déformation relative par rapport au temps s'écrit :

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{\partial V}{V_0 \partial t} = \frac{1}{1 + e_0} \frac{\partial e}{\partial t} = \frac{\partial n}{\partial t}$$
(1.22)

Avec  $V_0$ -volume total au temps  $t_0$ 

D'après la relation (1.20), on obtient :

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{1 + e_0} \frac{\partial e}{\partial t} = -m_v \frac{\partial u}{\partial t}$$
(1.23)

Pour écrire l'équation de consolidation de Terzaghi couplée à l'équation de diffusivité en milieu poreux, il faut :

a)L'équation de continuité :

$$div(\rho.\vec{v}) + \frac{\partial}{\partial t}(\rho.n) + \rho.q = 0$$
(1.24)

Avec : - vecteur vitesse filtration

n-porosité effective dans l'élément de volume

-masse volumique de fluide

t-temps

q-débit volumique du fluide échangé par unité de volume de système

#### b) la loi de DARCY :

$$\vec{v} = \frac{K}{\rho g} (\overrightarrow{gardu} + \rho g \overrightarrow{gradz})$$
(1.25)

Avec : K-coefficient de perméabilité

-masse volumique de liquide

#### c) l'incompressibilité supposé de l'eau :

d) la relation (1.23) :

En combinant ces équations, on obtient :

(1.24) et (1.26) 
$$\rightarrow \quad div\vec{v} + \frac{\partial n}{\partial t} + q = 0$$
 (1.27)

(1.27) et (1.23) 
$$\rightarrow \quad div\vec{v} = m_v \frac{\partial u}{\partial t} + q'$$
 (1.28)

Enfin

(1.28) et (1.25) 
$$\rightarrow \quad div'(K \overrightarrow{gradu}) = \rho g m_v \frac{\partial u}{\partial t} + \rho g q' \quad (1.29)$$

Car g étant constant,  $div(\overrightarrow{gradz}) = 0$ 

Si la perméabilité est considérée comme isotrope et constante (hypothèse 2), on trouve :

$$div(\overrightarrow{gradu}) = \frac{\rho g \, m_v}{k} \frac{\partial u}{\partial t} \tag{1.30}$$

En considérant le débit extérieur q' nul

#### **1.2.3** Coefficient de consolidation :

Si l'écoulement est limité à un écoulement purement vertical, l'équation (1.30) s'écrit :

$$(\frac{k_z}{\rho g m_v}) div(\overrightarrow{gradu}) = \frac{\partial u}{\partial t}$$
(1.31)

Où

$$C_{v} = \frac{k_{z}}{\rho g m_{v}}$$
(1.32)

#### 1.2.4 Degré de consolidation :

Pour exprimer le pourcentage de déformation, on utilise le degré de consolidation U défini a un temps quelconque *t*, par :

$$U(\boldsymbol{t}_{i}) = \int_{0}^{H} \frac{\Delta \boldsymbol{\sigma}_{0} - \Delta u(\boldsymbol{t}_{i}, \boldsymbol{t}_{j})}{\Delta \boldsymbol{\sigma}_{0}}$$
(1.33)

H-hauteur totale du matériau concerné

#### 1.3 Théorie de Biot :

Depuis 1941, Biot [1] a établit les équations de comportement d'un milieu poreux élastique.

#### 1.3.1 Hypothèses :

La théorie est basée sur les hypothèses fondamentales suivantes :

 Le milieu diphasique comprend un matériau solide formant la structure et une distribution statistique de petits pores interconnectés entre eux, remplis d'un fluide newtonien, compressible ou incompressible.

2) Le milieu dans sa totalité est supposé homogène à une échelle microscopique

3) Les déformations du solide et du fluide sont supposées réversibles avec un squelette solide élastique linéaire et subissant de petites déformations.

4) Le fluide est supposé suivre la loi de Darcy

5) Les contraintes sont supposées être reprises en partie par la matrice solide et en partie par le fluide (concept de Terzaghi)

6) Les effets d'inertie sont négligés.

#### **1.3.2** Définitions et conventions :

La porosité *n* du matériau élastique est définie comme le rapport du volume des pores au volume total. L'hypothèse d'homogénéité permet d'écrire qu'elle est égale au rapport de la surface des vides à la surface totale d'une section quelconque du milieu.

En posant,

 $F_{ii}$  - la composante suivant  $x_i$  de la force totale agissant sur la surface (S) totale de la section dans un milieu poreux saturé par un fluide.

 $F_{si}$  –la composante suivant  $x_i$  de la force agissant uniquement sur la phase solide de la section ( $S_s$ )

 $F_{wi}$ -la composante suivant  $x_i$  de la force agissant uniquement sur la phase fluide de la section ( $S_w$ )

$$F_{ii} = F_{si} + F_{wi}$$

Biot a décomposé la contrainte totale  $\sigma_{ij}$  en deux contraintes, relatives strictement aux proportions surfaciques respectives du solide et du liquide de la section étudié. Il écrit :

$$\boldsymbol{\sigma}_{ij} = (1-n) \widetilde{\boldsymbol{\sigma}}'_{ij} - nu \delta_{ij} \tag{1.34}$$

Avec-  $\sigma_{ij} = \frac{F_{ii}}{S}$  contrainte totale moyenne sur la section  $\widetilde{\sigma}'_{ij} = \frac{F_{si}}{S_s}$  contrainte réelle effective grain à grain  $u = \frac{F_{wi}}{S_w}$  pression transmise par le fluide uniquement -nu= Ces définitions sont différentes, des notations de Terzaghi [2].

Ensuite, les déplacements du solide et du fluide sont introduits :  $u_i$  et  $U_i$ 

Les composantes moyennes des petites déformations  $e_{ij}$  pour le solide et  $\mathcal{E}_{ij}$  pour le fluide sont exprimées de manière habituelle (en élasticité) par les relations

$$\boldsymbol{e}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \boldsymbol{u'}_i}{\partial \boldsymbol{\chi}_j} + \frac{\partial \boldsymbol{u'}_j}{\partial \boldsymbol{\chi}_i} \right)$$
(1.35)

$$\boldsymbol{\mathcal{E}}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \boldsymbol{U}_i}{\partial \boldsymbol{\chi}_j} + \frac{\partial \boldsymbol{U}_j}{\partial \boldsymbol{\chi}_i} \right)$$
(1.36)

 $(x_i - \text{normale extérieure à la facette et perpendiculaire à } x_j)$ 

#### 1.3.3 Théorie générale :

Les dilatations du solide e et du fluide  $\varepsilon$  sont obtenues par (1.35) et (1.36)

$$e = \frac{\partial \boldsymbol{u'}_i}{\partial \boldsymbol{\chi}_i} \tag{1.37}$$

$$\varepsilon = \frac{\partial U_i}{\partial \chi_i} \tag{1.38}$$

Une mesure des déformations du fluide et du solide est également introduite par le paramètre  $\xi = n(e - \varepsilon)$  qui représente l'incrément de qualité de fluide dans le matériau poreux durant la déformation.

Biot a introduit plusieurs formes de la relation entre, les sept composantes de contrainte et les sept composantes de déformation. La plus générale peut s'écrire comme suit s'écrire comme suit :

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma}_{xx} \\ \boldsymbol{\sigma}_{yy} \\ \boldsymbol{\sigma}_{zz} \\ \boldsymbol{\sigma}_{xz} \\ \boldsymbol{\sigma}_{yz} \\ \boldsymbol{\sigma}_{yz} \\ \boldsymbol{\sigma}_{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & c_{16} & c_{17} \\ & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} & c_{26} & c_{27} \\ & & c_{33} & c_{34} & c_{35} & c_{36} & c_{37} \\ & & c_{44} & c_{45} & c_{46} & c_{47} \\ & & & c_{55} & c_{56} & c_{57} \\ & & & & c_{66} & c_{67} \\ & & & & & c_{77} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{e}_{xx} \\ \boldsymbol{e}_{yy} \\ \boldsymbol{e}_{zz} \\ \boldsymbol{2} \\ \boldsymbol{e}_{xz} \\ \boldsymbol{2} \\ \boldsymbol{e}_{xy} \\ \boldsymbol{\varepsilon} \end{bmatrix}$$
(1.39)

Cette matrice est symétrique en postulant l'existence d'une énergie potentielle interne :

$$V = \frac{1}{2} (\boldsymbol{\sigma}_{ij} \boldsymbol{e}_{ij} + \boldsymbol{\sigma}.\boldsymbol{\varepsilon})$$
(1.40)

Le travail produit pendant la déformation est supposé être emmagasiné dans l'élément sous forme de cette énergie potentielle

Pour un matériau poreux isotrope, il a été monté par Biot [3] que seulement quatre coefficients de la matrice sont indépendants.

Différentes formes de relations contrainte-déformation ont été exposées par Biot. La première à la forme suivante Biot [4,5,6] et WILIS [7]

$$(n-1)\widetilde{\sigma}'_{ij} = 2N e_{ij} + (Ae + Q\varepsilon) \delta_{ij}$$
(1.41)

$$\sigma = Qe + R\varepsilon \tag{1.42}$$

Les paramètres N, A Q et R dépendent du matériau poreux et élastique, ils ont été introduits en relation avec des propriétés des terrains déterminées par l'étude de propagation d'ondes.

Une autre forme exprimée en contrainte totale, s'écrit Biot [8] Biot et WILIS [7] :

$$\boldsymbol{\sigma}_{ij} = 2\dot{\mu} \boldsymbol{e}_{ij} + \left[ (\dot{\lambda} + \boldsymbol{\alpha}^2 M) \boldsymbol{e} - \boldsymbol{\alpha} M \boldsymbol{\xi} \right] \boldsymbol{\delta}_{ij}$$
(1.43)

$$u = -\alpha M e + M \xi \tag{1.44}$$

Avec

$$\dot{\lambda} = A - \frac{Q^2}{R} \tag{1.45}$$

$$M = \frac{R}{n^2}$$

 $\dot{\mu} = N$ 

$$\alpha = \left[\frac{Q+R}{R}\right]n$$

Cette dernière forme est mieux adaptée Biot et WILIS [7] aux problèmes ou tout effet d'inertie peut être négligé.

Les coefficients  $\dot{\mu}$  et  $\dot{\lambda}$  sont les coefficients Lamé pouvant s'exprimer en fonction du module d'élasticité *E* et du coefficient de Poisson du solide :

$$\dot{\lambda} = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$$
 (1.46)

$$\dot{\mu} = G = \frac{E}{2(1+\nu)} \tag{1.47}$$

Avec  $\dot{\mu}$  -module de cisaillement du squelette du solide.

En utilisant les équations (1.41) et (1.42) et en exprimant l'équilibre des contraintes  $\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial \chi_{i}} = 0, \text{ on obtient l'équation d'équilibre :}$ 

$$N\frac{\partial^2}{\partial \chi_i \partial \chi_j} \boldsymbol{\mu'}_j + (N+Q+A)\frac{\partial e}{\partial \chi_j} + (Q+R)\frac{\partial \varepsilon}{\partial \chi_j} = 0$$
(1.48)

Cette équation est analogue aux équations d'élasticité de Navier.

Jusqu'à présent, sept composantes des contraintes, sept composantes des déformations et six composantes des déplacements sont inconnues. D'autre part, sept relations contraintes déformation (1.35 et 1.36) et trois relations d'équilibre (1.48) sont exprimées. Les trois autres relations nécessaires à la résolution du système sont tirées de l'expression de la loi de Darcy dans les trois directions :

$$\boldsymbol{q}_{i} = -\frac{k}{\eta} \frac{\partial u}{\partial \chi_{i}} \tag{1.49}$$

Avec  $-\eta$ -viscosité dynamique du fluide - k -perméabilité intrinsèque

Considérant que la phase solide se déplace également (u'), les débits q s'écrivent :

$$q_{i} = \frac{\partial}{\partial t} (U_{i} - u'_{i})$$
(1.50)

#### 1.4 Comportement hydromécanique des sols :

#### 1.4.1 Généralités :

L'étude des déformations et des contraintes nous pousse de connaître les relations entre les deux et plus généralement les lois de comportement des sols soumis à des forces extérieures quel que soit l'état du sol et la vitesse de chargement.

Nous illustrerons dans cette partie la construction des remblais sur des massifs d'argile molle. L'exemple choisi est forcément simplifié, il représente un remblai limoneux non saturé reposant sur une argile compressible saturée (Fig.1.2).


Fig.1.2. Remblai sur massif d'argile saturée

Les problèmes posés au géotechnicien sont :

- Le massif argileux saturé est-il assez résistant pour supporter le poids du remblai ?
- Quels vont être les déplacements du massif argileux, à l'exécution du remblai, et plusieurs années après ?
- > Quels va être l'évolution des déplacements dans le temps ?
- La pente du remblai non saturé est-elle compatible avec sa stabilité ? Que devient cette stabilité si le degré de saturation augmente ?

C'est à toutes ces questions que le constructeur doit répondre. Il a donc besoin de lois capables de prédire avec une réalité suffisante le comportement des sols avec les outils habituels de l'ingénieur que sont les essais de laboratoire, les essais in situ ainsi que les méthodes de calcul accompagnées des moyens informatiques.

## 1.4.2 Comportement des sols suivant leur degré de saturation :

Suivant leur degré de saturation, sec, non saturé et saturé les sols ont des comportements différents. In situ on rencontre rarement des sols secs. Toutefois les sols à faible surface spécifique tels que les graviers et jusqu'aux sables moyens peuvent atteindre quasiment cet état dans la nature. A l'autre extrême les sols sous la nappe sont saturés y compris généralement les argiles. Entre les deux on a les sols non saturés, particulièrement répandus dans les pays arides, on les rencontre aussi dans les pays tempérés au-dessus de la nappe pour les sols naturels et dans les digues, barrages, remblais, pour les sols rapportés. Ce sont les sols fins non saturés qui présentent les comportements les plus complexes.

#### 1.4.3 Comportement des sols en fonction de leur viscosité :

Comme tous les matériaux le sol est visqueux, pour certains types de sol il sera nécessaire de prendre en compte sa viscosité qui peut être un paramètre important vis à vis des contraintes et des déplacements et déformations.

## 1.4 4 Comportement des sols saturés. Principe des contraintes effectives. Postulat de Karl Terzaghi :

On considère un sol totalement saturé (Sr = 100%) constitué donc de 2 phases : solide (squelette de grains ou de particules) et eau. Le sol est sous la nappe, la pression interstitielle *u* est positive (convention de la mécanique des sols). Le comportement d'un sol saturé dépend à la fois de sa perméabilité et de la vitesse de chargement. Il est donc nécessaire de distinguer les sols à forte perméabilité k (m/s), comme les sols grenus, des sols à faible perméabilité k (m/s), comme les sols fins et de tenir compte de la durée d'application des charges : très courte, en phase de chantier par exemple, très longue, en phase de service de l'ouvrage, plusieurs années après sa construction, par exemple.

#### 1.4.5 Comportement d'un sol grenu saturé :

Quand on applique une contrainte sur un sol grenu quelle que soit la durée de chargement, sa perméabilité k est assez grande pour que l'eau en surpression s'évacue pratiquement instantanément. La contrainte est transmise immédiatement aux grains (contrainte intergranulaire ') et l'eau n'est pas mise en surpression. Le tassement se produit instantanément. On peut illustrer le comportement d'un sol grenu part l'exemple de la figure 1.3



#### Etat final

Fig.1.3 Illustration de la notion de contrainte effective dans un massif de gravier saturé

A l'état initial on a une couche de gravier d'épaisseur h, reposant sur un substratum incompressible; la nappe est affleurante. On suppose que la couche de sol est semi-infinie et que la charge à laquelle il sera soumis est également semi-infinie. Dans ces conditions oedométriques, pour lesquelles les déformations latérales sont nulles, le sol aura un comportement unidimensionnel, il ne subit que des déformations verticales. On peut représenter, dans ces conditions, le sol saturé dans un cylindre à paroi infiniment rigide (pas de déplacement latéral) fermé par un piston percé d'un orifice important représentatif d'une très forte perméabilité k du gravier. Le sol est modélisé par un ressort simulant la raideur du squelette des grains en simplifiant dans un premier temps le comportement du squelette du sol. Ce ressort sera d'autant plus raide que le sol sera compact. Le cylindre est entièrement rempli d'eau puisque le sol est saturé (Fig.1.3). Au milieu de la couche de gravier, à l'état initial la pression interstitielle est  $u_0$  et la contrainte du ressort  $v_0$ . Si on place un capteur de pression interstitielle au milieu de la couche de gravier le manomètre affichera  $u_f=u_0=5_w$ . On met en place un réservoir, de très grand diamètre par rapport à l'épaisseur de sol, rempli de 10m d'eau qui transmet donc une contrainte verticale de L'analogie concernant le modèle consiste à mettre un poids apportant sur le piston. On comprend facilement que le poids est immédiatement une contrainte équilibré par le ressort qui se comprime et se raccourcit. L'orifice du piston est assez grand pour permettre à l'eau qui a tendance à être en surpression, (puisque le squelette de sol se comprime), de s'évacuer immédiatement ; la pression interstitielle ne varie donc pas la pression interstitielle finale est égale à la pression interstitielle initiale,  $u_f = u_0$ . La couche de gravier saturé est immédiatement drainée. On a instantanément un état stable. Sur le chantier on constatera que la

23

pression au manomètre est restée constante et que la couche de gravier a tassé instantanément, dès qu'on a mis en place le réservoir rempli d'eau (Fig.1.3).

En conclusion, dans le cas des sols grenus, la contrainte extérieure qu'on appellera totale est immédiatement équilibrée par les contraintes entre les grains de gravier, qu'on appellera contrainte inter-granulaire ' et plus généralement effective.

#### 1.4.6 Comportement d'un sol fin saturé :

Quand on applique une contrainte sur un sol fin, parfaitement saturé, sans bulles d'air, de faible perméabilité, également dans des conditions oedométriques, on doit distinguer 2 cas.

- Si la durée de chargement est courte, ou si on est au début du chargement, l'eau ne peut pas s'évacuer instantanément, le module de l'eau étant généralement beaucoup plus grand (Kw = 2000 MPa) que le module du squelette du sol, surtout si c'est une argile molle (Ks 1MPa). L'eau se met en surpression et reprend la contrainte appliquée. Il n'y a pas de tassement instantané. Le comportement du sol fin saturé fait intervenir à la fois le comportement de l'eau et du squelette (phase de chantier rapide). Ce comportement sera qualifié de court terme, non drainé.
- Si la vitesse de chargement est très lente, ou si la durée de chargement est longue, c'est à dire si on attend assez longtemps après l'application du chargement pour que l'eau en surpression se soit évacuée (ce peut être des années pour l'argile), la contrainte, comme pour les sols grenus, est transmise aux particules solides. Ce comportement sera qualifié de long terme, drainé.

On peut également illustrer le comportement d'un sol fin par l'exemple de la figure 1.3. A l'état initial on a une couche d'argile de d'épaisseur H sous la nappe affleurante. Avec les mêmes hypothèses que le cas précédent on considère qu'on est en conditions oedométriques. On peut reprendre le même modèle analogique avec les remarques suivantes :

La raideur du ressort peut être très faible (argile molle), l'orifice du piston, représentant la perméabilité de l'argile k sera infiniment petit, 5 à 8 ordres de grandeur plus petit que celui du gravier.



Fig.1.4 Illustration de la notion de contrainte effective dans un massif d'argile saturé

Au milieu de la couche d'argile, à l'état initial la pression interstitielle est  $u_0$  et la contrainte du ressort  $v_0$ . Si on place un capteur de pression interstitielle au milieu de la couche d'argile le manomètre affichera  $u_0$ 

Quand on place le réservoir d'eau sur la couche d'argile ou le poids sur le piston du modèle on ne constate pas de tassement mais par contre une brusque augmentation de la pression interstitielle. L'orifice du piston est trop petit pour permettre à l'eau qui a tendance à être en surpression, (puisque le squelette de sol se comprime), de s'évacuer immédiatement (Fig.1.4). Cette augmentation transitoire de la pression interstitielle est nommée surpression interstitielle

 $u_i$ . Cet état du squelette et de l'eau sera qualifié de comportement ou d'état à court terme, non drainé. La pression interstitielle est passée instantanément de  $u_0$  à la pression interstitielle initiale,  $u_i = u_0 + u_i$ .

Cet état va évoluer ensuite puisqu'on observe une phase transitoire, souvent très longue, de consolidation, en cours de drainage. Au cours de cette phase l'eau en surpression va s'évacuer très lentement par l'orifice du piston. Durant la consolidation on constate une diminution de la surpression interstitielle en même temps qu'un tassement de l'argile (Fig.1.4).

Au bout d'un certain temps, qui peut être très long, la surpression interstitielle se sera dissipée, le tassement final sera atteint, le réservoir ou le poids sur le piston seront entièrement repris par le ressort donc par le squelette de l'argile. Ce nouvel état d'équilibre, stable, du squelette et de l'eau sera qualifié d'état ou de comportement à long terme, drainé

En conclusion la contrainte extérieure totale (le poids, le réservoir plein d'eau) étant évidemment constante, elle se répartit entre les 2 phases : la phase solide, le squelette et la phase liquide, l'eau. A la mise en place du réservoir l'eau étant beaucoup moins compressible que l'argile molle (module de compressibilité Kw de l'eau : 2000 MPa, module de compressibilité Ks d'un sol mou environ 1 MPa) toute la contrainte passe pratiquement sur l'eau qui se met en surpression u. Ensuite au cours de la consolidation, qui peut durer des années, voire des dizaines d'année, la contrainte extérieure totale se répartit à la fois sur l'eau, qui reste partiellement en surpression u et sur le squelette qui subit des contraintes effectives et tasse. Enfin quand la consolidation est terminée la contrainte extérieure totale est intégralement reprise par les contraintes effectives du squelette, qui a terminé de tasser (dans cet exemple de 1m) la pression interstitielle est revenue à l'état initial, l'argile est consolidée (Fig.1.4).

#### **CHAPITRE II**

### **CONSOLIDATION D'UNE COUCHE MOLLE PAR DRAINS DE SABLE**

#### 2.1 Méthodes de calculs des drains verticaux :

Tous les calculs actuels des fondations sur drains verticaux sont fondés sur la théorie de consolidation par drainage. Ces calculs consistent à déterminer la valeur de degré de consolidation des sols de fondation en tout instant quand leur applique une charge extérieure

Pour cela, on admet que les drains verticaux travaillent de la façon suivante :

Les drains sont disposés aux sommets des triangles équilatéraux de la couche de sol argileux saturé. Sous l'effet de la charge extérieure l'eau est expulsée horizontalement du sol argileux vers le drain et le sol se compacte.

Dans le cas où un tapis de sable est mis en place au dessus des drains, l'eau est expulsée simultanément vers les drains et le tapis de sable.

Dans le calcul, on considère le travail d'un seul drain. Pour cela, on découpe dans le sol, à l'aide des plans qui séparent les sphères d'action des drains voisins, un bloc prismatique de sol argileux dont le drain occupe l'axe vertical (Figure 2.1)



a) disposition des drains de sable

b) section du cylindre de sol utilisé par le calcul avec le drain sur son axe

Figure 2.1 schéma de calcul d'un drain vertical

Ainsi, lorsque l'on étudie le problème de l'accélération de la consolidation qui résulte de la mise en place des drains verticaux et un tapis de sable, on doit résoudre simultanément deux problèmes :

 Le problème de la consolidation par écoulement de l'eau expulsée verticalement vers le tapis de sable et

2) Le problème de la consolidation par écoulement axisymétrique de l'eau vers le drain de sable

#### 2.3 Solution analytique de la consolidation :

#### 2.3.1 Consolidation unidimensionnelle :

#### 2.2.1.1 Théorie de Terzaghi

Les problèmes de la consolidation d'une couche de sol saturé par déplacement de l'eau verticalement (problème de la consolidation unidimensionnelle) ont été étudiés par K. Terzaghi. L'équation fondamentale a la forme suivante :

$$C_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial u}{\partial t}$$
(2.1)

Ou u –excès de pression dans l'eau interstitielle (au dessus de la pression hydrostatique) ou pression interstitielle

t –temps de consolidation

 $C_z$  -coefficient de consolidation dans le cas ou l'eau n'est expulsée que verticalement

$$c_z = \frac{k_z}{\gamma_w a_{0z}}$$

Ou  $k_z$ -coefficient de perméabilité du sol dans la direction verticale

 $a_{0z}$ -coefficient de compressibilité verticale

$$a_{0z} = \frac{\partial e}{\partial \sigma_z} \frac{1}{1 + e_0}$$

 $\gamma_{w}$ -poids volumique de l'eau

 $e_0$ -indice des vides initial

Les conditions aux limites (cas d'une couche drainée aux deux extrémités)

$$u(t,0) = (t,2H) = 0 \tag{C.2.1}$$

La condition initiale

$$u(0,z) = \boldsymbol{\sigma}_c \tag{C.2.2}$$

Cette équation a été résolue sous forme adimensionnelle  $U = f(T_v)$  pour différentes distributions initiales des surpressions interstitielle (uniformes, triangulaires, sinusoïdales) Figure2.2



Figure.2.2 Abaque de Terzaghi

Diverses valeurs de la fonction  $U = f(T_v)$  sont données sous formes de tableau.

Brinch Hasen ont donné une expression algébrique approchée valable pour toutes les valeurs du facteur temps :

$$U = \sqrt[6]{\frac{T_v^3}{T_v^3 + 0.5}}$$
 (2.2)

Cette équation ne conduit pas à des erreurs supérieures à 1%

#### 2.2.1.3 Théorie de Davis et Raymond :

La théorie de Davis et Raymond [8] ne diffère de celle de Terzaghi que par la forme de la loi de compressibilité oédométrique, supposée semi-logarithmique et non linéaire. L'équation différentielle de base, qui s'écrit en déformation et non plus en surpression interstitielle, a la même forme que celle de Terzaghi.

La solution de Davis et Raymond est présenté sous forme d'abaques

#### 2.2.4 Consolidation bidimensionnelle :

L'équation de la consolidation bidimensionnelle :

$$C_V \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + C_h \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial t}$$
(2.3)

Caractérise le comportement d'une couche de sol homogène dont les déformations sont uniquement verticales alors que les surpressions interstitielles peuvent se dissipées à la fois dans les directions verticale et horizontale.

La solution de cette équation a été obtenue sous forme adimensionnelle par les ingénieurs de la société Mécasol (résolution par analogie électrique). Les abaques correspondants donnent la valeur du degré de consolidation *U* en fonction du facteur temps

$$T = \frac{C_V t}{H^2}$$

Les abaques de Mécasol ont été publiés au congrès de mécanique des sols de Brighton (1979), [9]

#### 2.2.5 **Consolidation tridimensionnelle :**

#### 2.3.3.1 Méthodes de L.Rendulic :

En 1934 L.Rendulic [10] a étudie le problème de la consolidation tridimensionnelle à symétrie axiale dans le cas de l'écoulement radial de l'eau expulsée vers un drain vertical de rayon  $r_0$  situé au centre d'un cylindre de sol de rayon R. L'équation a été écrite sous la forme :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = C_r \left( \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \right)$$
(2.4)

Avec r-rayon variable

 $C_r$ -coefficient de consolidation dans le cas ou l'eau est expulsée radialement (horizontalement).

$$c_r = \frac{k_r}{\gamma_w a_{0r}}$$

 $k_r$ -coefficient de perméabilité horizontale du sol

 $q_{0x}$ -coefficient de compressibilité horizontale du sol

Lors de la résolution de cette équation, les conditions aux limites sont

1) L'eau ne s'écoule pas à travers la surface latérale du cylindre du sol, c'est-à-dire :

$$\frac{\partial u}{\partial r} = 0 \qquad \text{pour } r = R$$

2) le drain vertical est totalement perméable, c'est-à-dire que u=0 pour  $r \leq \gamma_0$ 

La résolution de cette équation a été réalisée par analogie avec la résolution de l'équation de la chaleur, en utilisant des fonctions de Bessel.

La solution générale proposée par L.Rendulic est de la forme :

$$U = \sum_{i=1}^{\infty} \boldsymbol{B}_i \boldsymbol{e}^{-c \boldsymbol{n}^2 \boldsymbol{i}_i^t} \boldsymbol{U}_0(n,r)$$

Avec  $B_i$ -coefficient de la série de Fourier

n-racine de l'équation

$$J_1(nR) y_0(nr_0) - J_0(nr_0) y_1(nr) = 0$$

 $J_0(n_{\gamma_0}), J_1(nR), y_0(n_{\gamma_0}), y_1(nR)$  désignent ici les fonctions de Bessel et de

Neumann d'ordre 0 et 1  $\mu_0(n,r)$  est une fonction de fonctions de Bessel et de Neumann

La solution présentée permet de déterminer la pression interstitielle en tout point du massif du sol et en tout instant. Par la suite, l'utilisateur pratique de cette solution a été rendu Plus facile par la réalisation d'abaques pour différentes valeurs du rapport  $\frac{R}{r_0}$  (Figure2.3)



Fig.2.3 abaques des solutions de K. Terzaghi et L. Rendulic

#### 2.3.3.2 Théorie de N.Carillo :

En 1942 N. Carillo [11] a démontré le théorème suivant :

Si la fonction  $u_1 = f_1(r,t)$  est solution de l'équation d l'écoulement radial symétrique :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = C \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right)$$
(2.5)

Et si la fonction  $u_2 = f_2(z,t)$  est la solution de l'équation de l'écoulement unidimensionnelle :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = C \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

Alors la fonction  $\mu = \mu_1 \mu_2$  est la solution de l'équation décrivant l'écoulement tridimensionnel à symétrie par rapport à l'axe des z :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = C \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$
(2.6)

Pour le problème de la consolidation axisymétrique d'un cylindre de sol saturé de longueur finie, N. Carillo a démontré un second théorème selon lequel la solution du problème peut être mise sous forme :

$$\frac{u}{u_{\text{initial}}} = \varphi_1(r,t)\varphi_2(z,t) = \frac{u_1}{u_{\text{initial}}} \cdot \frac{u_2}{u_{\text{initial}}}$$
(2.7)

Ou u désigne la pression interstitielle au point (r, t) du sol au temps t.

Dans ce cas l'eau est chassée vers le drain et ders les bases drainantes du cylindre.

A l'instant t=0,  $\frac{u}{u_{initial}} = 1$  en tout point du cylindre de sol (sauf dans le drain et les surfaces drainantes). Sur les surfaces perméables drainantes on a :

$$\frac{\mathcal{U}}{\mathcal{U}_{initial}} = 0 \qquad \text{pour} \quad t \succ 0$$

Ainsi, sur la base des théorèmes de N. Carillo on peut considérer le degré de consolidation en tout point du cylindre du sol (défini comme le rapport de la pression interstitielle à l'instant *t* à sa valeur initiale) comme le produit de deux rapport : le rapport de la pression interstitielle déterminée seulement par l'écoulement radial à la valeur initiale d la pression interstitielle et le rapport de la pression interstitielle déterminée seulement par l'écoulement radial à la valeur initiale d la pression interstitielle et le rapport de la pression interstitielle déterminée seulement par l'écoulement vertical à la valeur de la pression interstitielle.

Les théorèmes de N. Carillo ont simplifié l'étude de la consolidation tridimensionnelle lors de la construction de drains verticaux. On étudie séparément le problème de la consolidation unidimensionnelle (écoulement vertical de l'eau interstitielle) et le problème de la consolidation axisymétrique (écoulement horizontal de l'eau interstitielle en direction du drain). Les solutions obtenues peuvent être combinées, conformément aux théorèmes de N. Carillo

$$1 - V^{2} = (1 - V_{z})(1 - V_{r})$$
(2.8)

Avec V-degré de consolidation (rapport du tassement à l'instant *t* au tassement final) lorsque l'eau expulsée se déplace à la fois horizontalement et verticalement.

 $V_z$  –degré de consolidation lorsque l'eau expulsée se déplace uniquement dans la direction verticale

 $V_r$  - degré de consolidation lorsque l'eau expulsée se déplace uniquement dans la direction horizontale

#### 2.4 Solutions des différentes théories de consolidation :

#### 2.3.2 Les solutions de R.Barron :

En 1947 R.Barron [12], utilisant la méthode de calcul proposé par L. Rendulic, a donné la solution du problème de la consolidation des sols avec drains verticaux dans différents cas :

1/en tenant compte de l'influence des zones de remaniement du sol qui se forment lors du fonçage des tubages au contact de la surface latérale du tube.

2/en tenant compte de l'influence de la résistance hydraulique des matériaux drainant. R.Barron a donné également la solution pour un drain de sable idéal vertical dans le cas ou la surface du sol se déforme librement (déformations libres) et quand la surface du massif de sol consolidé subit un tassement uniforme (cas des déformations verticales uniformes).

Dans son étude R.Barron répète intégralement le calcul de L. Rendulic et de K. Terzaghi. Il obtient des tables de calcul analogues et donne des abaques complémentaires.

A la base du travail de R.Barron on trouve les hypothèses suivantes :

1- l'écoulement de l'eau expulsée se produit conformément à la loi de Darcy :

$$v = ki$$

- 2- la zone d'influence d'un drain a une forme cylindrique
- **3-** à l'instant t = 0 toute la charge extérieure est supportée par l'eau interstitielle.
- 4- le sol ne se déforme que dans la direction verticale.
- 5- la charge est appliquée instantanément et est distribuée uniformément sur toute la surface d'influence du drain.

En d'autres termes, on étudie la consolidation axisymétrique d'un cylindre de sol sur l'axe vertical duquel se trouve un drain.

Lors de l'étude du cas de déformations libres pour un drain vertical idéal, R.Barron met la solution de L. Rendulic sous forme d'abaques donnant la valeur moyenne de la pression interstitielle sur le diamètre du cylindre .Les courbes  $u_r$ , qui correspondent uniquement à l'écoulement radial et dépendent du rapport n du diamètre du drain  $d_0$  au diamètre de la zone

d'influence *D* et d'un facteur temps  $T_r = \frac{k(1+e)t}{\gamma_w a D^2}$  analogue au critère de Fourrier dans les

problèmes de conduction de chaleur, ainsi que la courbe de pression interstitielle moyenne

 $\overline{U}_z$  dans le cas de l'écoulement vertical (solution de K. Terzaghi) en fonction du facteur temps  $T_z = \frac{k(1+e)t}{\gamma_w a H^2}$  ont été présentées sur la figure 2 3.

La pression interstitielle moyenne totale  $\overline{u}_{r,z}$  dans cas de l'action simultanée d'écoulements radial et vertical se détermine à l'instant t à l'aide de la formule de N.Carillo :

$$\frac{-}{u_{r,z}} = \frac{\overline{u_r} \times \overline{u_z}}{u_{initial}}$$
(2.9)

Dans le cas des déformations verticales uniformes c'est-à-dire lorsque le tassement de tous les points de la surface a la même valeur, la solution pour  $u_r$  a l'allure suivante :

$$u_{r} = \frac{4\bar{u}}{D^{2}F(n)} \left( R^{2} \ln \frac{r}{r_{0}} - \frac{r^{2} - r_{0}^{2}}{2} \right)$$
(2.10)

Avec les notations :

 $\vec{u} = u_{initial} \cdot e^{\lambda}$  valuer moyenne de la pression interstitielle  $\lambda = \frac{8tr}{f(n)} ; \qquad F(n) = \frac{n^2}{n^2 - 1} \ln(n) - \frac{3n^2 - 1}{4n^2}$ 

*n* est le rapport  $\frac{r_0}{D}$ 

 $T_r$  est le facteur temps pour l'écoulement radial.

L'influence de la zone de remaniement c'est-à-dire de rupture et en partie aussi de compactage du sol) situés au voisinage immédiat du drain est prise en compte de la façon suivante : on considère que le drain est entouré de deux cylindres ceux de sol, l'un des cylindres est constitué de sol remanié qui possède des caractéristiques de perméabilité et de déformabilité différentes de celles du reste du sol. Le second cylindre de sol est situé à l'extérieure du premier, qu'il enserre sans laisser de vide. La consolidation du sol du second cylindre est compliquée par le fait que l'eau expulsée doit vaincre une résistance

supplémentaire à la traversée du premier cylindre. Pour simplifier l'étude, R.Barron suppose que la zone remaniée a des propriétés uniformes et que sa consolidation se produit instantanément.

La solution de ce problème se ramène à l'étude de la consolidation de deux cylindres creux séparés constitués de sols de caractéristiques différentes puis à la combinaison des solutions de ces deux problèmes. R.Barron a donné la solution dans les deux cas des déformations libres et des déformations uniformes.

Dans le cas déformations libres, la solution est la suivante :

$$\overline{u}_{r} = u_{0} \sum_{\alpha=1}^{\infty} \frac{U_{1}^{2}(\alpha S) e^{\mu}}{\alpha^{2}(n^{2} - S^{2}) \left[ \frac{4}{\prod^{2} \alpha^{2} S^{2}} - U_{0}(\alpha S) - U_{1}^{2}(\alpha S) \right]}$$
(2.11)

Avec les notations :

 $U_0(\alpha S)$  et  $U_1(\alpha S)$ -combinaison linéaires de fonctions Bessel d'ordre 0 et 1

$$\alpha_{1}, \alpha_{2}, \alpha_{3} \qquad \text{-racines de l'équation } \frac{k_{s} U_{0}(\alpha S)}{k_{r} \alpha S \ln(S)} - U_{1}(\alpha S) = 0$$

$$\mu^{*} = -4n^{2} \alpha^{2} T_{r}$$

$$S = \frac{r_{s}}{r_{0}}$$

$$r_{s} \text{ est le rayon de la zone de sol remanié}$$

 $r_0$  est le rayon du drain vertical

Dans le cas des déformations verticales uniformes, R.Barron présente la solution sous la forme :

$$u = u_0 e^{\xi} \frac{\left[\ln \frac{r}{r_s} - \frac{r^2 - r_s^2}{2R^2} + \frac{k_r}{k_s} \left(\frac{n^2 - S^2}{n^2}\right) \ln S\right]}{\left[\frac{n^2}{n^2 - S^2} \ln \frac{n}{S} - \frac{3}{4} + \frac{S^2}{4n^2} + \frac{k_r}{k_s} \left(\frac{n^2 - S^2}{n^2}\right) \ln S\right]}$$
(2.12)

Avec :

$$\xi = -\frac{8T_r}{\left[\frac{n^2}{n^2 - S^2} \ln \frac{n}{S} - \frac{3}{4} + \frac{S^2}{4n^2} + \frac{k_r}{k_s} \left(\frac{n^2 - S^2}{n^2}\right) \ln S\right]}$$

*R* - rayon d'action du drain.

La solution dans le cas ou l'on tient compte de la résistance hydraulique de matériau du drain a été donnée dans le cas des déformations verticales uniformes. Quand on tient compte à la fois de la zone de remaniement et de la résistance du drain, la solution générale est de la forme :

$$u_{r,z} = \frac{1}{u_z} \left\{ \frac{f(z)}{\theta} \left[ \ln \frac{r}{r_s} - \frac{r^2 - r_s^2}{2R^2} + \frac{k_r}{k_s} \left( \frac{n^2 - S^2}{n^2} \right) \ln S \right] + 1 - f(z) \right\}$$
(2.13)

Avec les notations :

 $\overline{u}_z = u_0 \cdot e^{\xi \cdot f(z)}$  valeur moyenne de la pression interstitielle entre *R* et  $r_{\underline{s}}$ , à la profondeur *z* 

$$f(z) = \frac{e^{\beta(z-2H)} + e^{-\beta z}}{1 + e^{-2\beta z}} \qquad \text{où} \qquad \beta = \sqrt{\frac{2k_r(n^2 - S^2)}{k_d R^2 \theta}}$$

 $k_d$  coefficient de perméabilité du matériau du drain

$$\theta = \left[\frac{n^2}{n^2 - S^2} \ln \frac{n}{S} - \frac{3}{4} + \frac{S^2}{4n^2} + \frac{k_r}{k_s} \left(\frac{n^2}{n^2 - S^2}\right) \ln S\right]$$

$$\xi = -\frac{8T_r}{\theta}$$

#### 2.3.2 Méthode de W.Kjellman :

En 1948 W.Kjellman [13] a présenté une méthode de calcul pour l'espacement des drains de carton. Dans ce cas les drains travaillent sans tapis de sable horizontal et l'eau expulsée se déplace seulement horizontalement vers le drain.

Pour la consolidation dans le cas des déformations verticales uniformes, W.Kjellman propose la méthode de calcul suivante :

- **1-** calcul du tassement total.
- 2- Détermination de degré de consolidation à l'instant t par la formule :

$$v = 1 - e^{-\frac{t}{g}}$$
 (2.14)

Dans laquelle :

$$g = \frac{m}{C_r}$$
;  $m = \frac{L^2}{2\Pi} \left( \ln \frac{L}{r_0 \sqrt{\Pi}} - \frac{3}{4} \right)$ 

 $C_r$  désigne le coefficient de consolidation du sol

*L* est la distance entre les drains

 $r_0$  est le rayon du drain vertical

Pour la détermination du rayon r₀ du drain et de la distance L entre les drains, W.Kjellman propose les abaques qu'il a établis

Indépendamment des approximations grossières faites par W.Kjellman pour établir la formule (2.14) (il a par exemple remplacé la surface d'un carré par celle d'un cercle), l'expérience a montré que les calculs par cette méthode sont en bon accord avec les données expérimentales. On n'observe des divergences qu'à long terme : dans la majorité des cas, le tassement se stabilise plus rapidement et est plus facile que ce que prévoit le calcul.

39

## 2.3.3 Méthode d'A.M Rustejka :

Etudiant l'utilisation de pieux de sable pour le drainage des sols de fondation, A.M Rustejka étudie la résolution de l'équation de la consolidation tridimensionnelle de la théorie générale de la consolidation de V.A Florin [14]

Cette équation s'écrit :

$$\frac{\partial H}{\partial t} - \frac{1}{3\gamma_x} \cdot \frac{\partial \theta^*}{\partial t} = -\frac{1}{\gamma_w} \cdot \frac{1 + e_m}{3\frac{\partial e}{\partial \theta}} div(kgradH)$$
(2.15)

Avec les notations :

 $H = \frac{u}{\gamma_{w}} - \text{charge hydraulique}$ 

U

a

-pression interstitielle à l'instant t

-somme des contraintes principales dans le squelette du sol en supposant que les déformations sont instantanées.

-somme des contraintes principales dans le squelette du sol à l'instant t

$$(=$$
 *-  $3u)$  (contrainte effective)

w -poids volumique de l'eau.

*K* -coefficient de perméabilité

$$\frac{\partial e}{\partial \theta} = -\frac{1}{1+2\xi}a$$

-coefficient de compressibilité

-coefficient de pression latérale.

La résolution de cette équation par la méthode des différences finies avec les conditions aux limites de L. Rendulic et K. Terzaghi a permis à A.M Rustejka de mettre en évidence l'influence de la construction progressive des ouvrages (la charge étant appliquée progressivement pendant le temps  $t_l$ ) et de prendre en compte l'hétérogénéité du sol de fondation.

Le problème de la consolidation d'un sol à l'aide de drains de sable est considéré par A.M Rustejka comme un cas particulier de la solution du problème de la consolidation tridimensionnelle par la méthode des différences finies. Dans cette solution on impose des valeurs nulles à la pression interstitielle aux nœuds du maillage qui se trouvent dans le drain et le tapis de sable.

A.M Rustejka n'étudie le problème que dans le cas des déformations libres. Pour simplifier les calculs, il a préparé 58 tables et un abaque spécial.

Ces dernières années, Yu.K. Zaretsky, N.A. Tsytovich et Z.G. Ter.Martirosyan ont obtenu des solutions pour des problèmes de consolidation à symétrie axiale. Dans ces solutions, on prend en compte la consolidation secondaire des sols, la compressibilité de l'eau interstitielle et la variation des caractéristiques de compressibilités du sol au cours de la consolidation.

Il faut remarquer que toutes les méthodes de calcul existantes ont été obtenus su la base de la théorie de la consolidation pour drainage des sols remaniés. Dans toutes ces solutions, on suppose que l'écoulement de l'eau interstitielle expulsée du sol argileux saturé lors de la consolidation se produit conformément à la loi de Darcy.

Les recherches effectuées ont montré que lors de la consolidation de la majorité des sols argileux très compressibles se manifestent un gradient de charge initial. L'impasse faite sur la valeur finale du phénomène conduit .à des erreurs importantes sur la valeur finale du tassement et les temps de la consolidation calculés. Ainsi, les sols de structure naturels se déforment autrement, pour les faibles valeurs de la charge, que «les masse de sol» (pates de sol remanié).Il est évident que pour les sols de fondation de structure naturelle, qui se caractérisent par des valeurs élevées de la résistance structurelle à la compression, les calculs par la théorie de la consolidation par drainage conduisent à des erreurs importantes, en particulier dans les cas ou la différence entre la valeur de la pression appliquée et la résistance structurelle à la compression est faible.

Dans les calculs de drains verticaux mis au point par K.Terzaghi, L.Rendulic et R.Barron, on introduit dans l'équation de la consolidation la valeur initiale de l'indice des vides. Ainsi qu'on le montre dans les travaux de V.A Florin, l'utilisation de la valeur initiale de l'indice des vides est erronée et il faut introduire dans l'équation de la consolidation la valeur moyenne de l'indice des vides pendant la période de consolidation comme dans la formule de N. Carillo l'indice des vides intervient deux fois dans le calcul des drains, l'erreur atteint des valeurs importantes.

41

On propose plus loin des méthodes de calcul de la consolidation des sols de fondation qui tiennent compte de la résistance structurelle à la compression, du gradient de charge initial, de la zone de remaniement du sol autour du drain et d'autres facteurs.

Lors du calcul des drains verticaux et des tranchées drainantes on considère deux schémas de calcul : le cas des déformations libres et le cas des déformations uniformes.

Dans le cas des déformations libres on admet que le tapis drainant horizontal généralement en sable) mis en place au dessus des drains verticaux et des tranchées drainantes ainsi que l'édifice construit sur ce tapis drainant sont absolument souples et qu'ils ne redistribuent pas les contraintes lorsque le tassement de la surface du sol de fondation n'est pas uniforme. Dans ce schéma de calcul, les tassements se produiront plus rapidement au voisinage des drains verticaux et des tranchées drainantes que loin des surfaces drainantes

En pratique, ce schéma correspond surtout au fonctionnement des pistes d'aérodromes, des revêtements routiers (sans remblais), etc, lorsque les distances entre les drains ou les tranchées drainantes sont importantes.

Dans le cas des déformations uniformes, on admet que le tapis de sable (et souvent le remblai de surchargement ou la digue) mis en place au dessus des drains verticaux et des tranchées drainantes égalise de façon sensible les déformations non uniformes et fonctionne comme une dalle (une plaque rigide), redistribuant les contraintes sans le sol de fondation argileux saturé très compressible. Dans ce cas on observe pendant la consolidation un tassement pratiquement uniforme du tapis drainant horizontal, c'est-à-dire des déformations uniformes de la surface du sol de fondation

Le schéma de calcul du cas des déformations uniformes s'approche surtout du travail des sols de fondation argileux saturés très compressible sur lesquels on élève des remblais de grande hauteur ou des revêtements rigides de grande épaisseur et lorsque les distances des drains verticaux ou des tranchées drainantes sont faibles. Des expériences in situ ont montré que lorsque le tapis de sable drainant horizontal est épais, le sol de fondation travaille conformément au schéma des déformations uniformes.

Il faut remarque que le tapis drainant horizontal mis en place au dessus des drains et des tranchées permet une évacuation uniforme de l'eau des sols de la partie supérieure de la couche plus compact dans laquelle la diminution de la pression interstitielle ne dépend pas de la distance du point observée au drain de sable. Cette couche, dont les propriétés peuvent différer sensiblement des propriétés des sols d'origine, joue également un rôle de dalle qui

42

égalise de façon sensible les déformations (en particulier dans la couche supérieure des sols de fondation).

Bien que la méthode de calcul selon le schéma des «déformations libres» donne la variation des contraintes effectives auteur des drains pour des profondeurs déjà importantes, il faut calculer la consolidation des couches de profondeur supérieure à 6m (ou des couches situées à une profondeur de 2à3 fois supérieure à la distance des drains) selon le schéma des «déformations uniformes». Ceci s'explique par le fait que la couche supérieure des sols joue le rôle de « dalle rigide » pour les couches de sol situées en dessous.

# 2.4 Calcul des drains verticaux en tenant compte du gradient de charge initial et de la résistance structurelle des sols à la compression (cas des déformations libres) :

#### 2.4.1 Hypothèse principales et conditions aux limites :

Pour les calculs de la consolidation_par drainage dans le cas considéré, on prend comme conditions initiales et aux limites celles des théories classiques de la consolidation par drainage (K.Terzaghi, N.M Gersevanov) et celles qui se déduisent des recherches sur les propriétés des sols argileux saturés très compressibles qui ont été décrites au chapitre I. de plus, on a fait dans le calcul les hypothèses suivantes :

1/pour les sols argileux saturés très compressible auxquels on applique instantanément une charge constante q, la pression interstitielle initiale à t=0 est égale à :

$$u_{t=0} = q - \rho_{str}$$

C'est-à-dire qu'une partie de la charge égale à la résistance structurelle à la compression  $p_{str}$  est immédiatement reprise par le squelette du sol.

2/les sols de fondation ne se déforment que verticalement sous la charge constante appliquée. Cette hypothèse permet d'écrire l'équation fondamentale de la consolidation

tridimensionnelle des sols doués de propriétés différentes dans les directions horizontale et verticale sous la forme :

$$\frac{k_r}{\gamma_w} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + \frac{k_r}{\gamma_w} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{a_z}{1 + e_m} \cdot \frac{\partial u}{\partial t}$$
(2.16)

Avec les notations :

 $k_z$  et  $k_r$  coefficients de perméabilité verticale et horizontale du sol.

 $a_z$  coefficient de compressibilité verticale du sol

 $e_m$  valeur moyenne de l'indice des vides au cours de la consolidation

3/la zone d'influence de chaque drain est un cylindre dont la section est égale à la surface de base du prisme formé par les plans verticaux qui séparent les zones d'influence des drains dans le sol. Si les drains verticaux sont disposés dans le plan en quinconce aux sommets de triangles équilatéraux de cotés égaux à (b), le diamètre de la base du cylindre est égale à :

$$D = \sqrt{\frac{2\sqrt{3}}{\pi}} \cdot b = 1.05b$$

Si par contre, les drains verticaux sont disposés aux sommets de carrés de coté (b), le diamètre de la base est égale à :

$$D = \sqrt{\frac{4}{\pi}} \cdot b = 1.128b$$

4/La charge est supposée uniformément répartie sur la surface du cercle. On suppose de plus que la charge est appliquée instantanément et qu'elle reste constante pendant toute la consolidation.

5/ l'écoulement de l'eau expulsée du sol argileux saturés très compressible vers le drain ne suit pas la loi de Darcy (il apparaît un gradient de charge initial  $i_0$ ) :

$$v = k \left( \frac{1}{\gamma_{w}} \cdot \frac{\partial u}{\partial r} - \dot{l}_{0} \right)$$
(2.17)

Pour la résolution nous supposons que la valeur du gradient de charge initial reste constante pendant toute la consolidation et qu'elle est égale à la valeur moyenne des gradients de charge initiaux avant et après la consolidation.

6/On suppose que différence des compressibilités du matériau du drain et du sol qui l'entoure ne provoque pas de redistribution des contraintes dans la fondation.

7/Le tapis de sable horizontal mis en place au dessus des drains verticaux et supposé absolument flexible et ne redistribuant pas les contraintes qui peuvent apparaître du fait des tassements inégaux des points de la surface du massif de sol. On suppose de plus que les déformations de cisaillement qui apparaissent dans le sol lors des tassements différentiels n'ont pas d'influence sur le déroulement de la consolidation.

Pour la résolution du problème on a adopté les conditions aux limites et initiales suivante :
1- la pression interstitielle initiale u_{initial} est la même en tous les points du sol à l'instant t= 0 (après l'application de la charge).

2- Pour *t*>0 la pression interstitielle est nulle à la surface du drain vertical de rayon  $r_0$ .

**3-** Par suite à la symétrie des écoulements l'eau ne traverse pas la surface extérieure cylindrique de la zone d'influence du drain (rayon R), c'est-à-dire que :

$$\frac{\partial u}{\partial r} = 0 \qquad \text{pour } r = R$$

Il faut remarquer que cette dernière hypothèse n'est valable que lorsque le gradient de charge sur la surface cylindrique de la zone d'influence du drain est supérieur au gradient de la charge initial du sol considéré. Dans le cas contraire la condition à la limite devient indéterminée dans la mesure ou l'on ne sait pas si c'est à cause de la symétrie ou à cause du gradient de charge initial que l'eau ne traverse pas la surface de zone d'influence du drain. De plus il se peut que pour des valeurs déterminées du gradient de charge initial il n'y ait pas non plus d'écoulement jusqu'à une surface une surface cylindrique interne à la zone d'influence du drain et de rayon  $R_e$ . Dans ce cas nous proposons de pendre comme condition à la limite que, à la distance

$$R_e = \frac{q - \rho_{str}}{\gamma_w i_0}$$

Où le gradient de charge initial est égal au gradient hydraulique du à la pression appliquée, la vitesse d'écoulement *v* est nulle, soit.

$$\frac{\partial u}{\partial r} {\gamma}_{w} \dot{t}_{0}$$

**4-** la pression interstitielle sur la surface horizontale du massif de sol (z=o) est égale à zéro pour *t*> 0.

5- La surface horizontale inférieure du massif de sol (z = H) est imperméable ou bien, lorsque la hauteur de la couche est 2H l'eau s'écoule simultanément vers les surfaces drainantes supérieures et inferieures et du fait de la symétrie de l'écoulement de l'eau il n'ya pas de mouvement d'eau à travers la surface z = H, c'est-à-dire que :

$$\frac{\partial u}{\partial z} = 0$$
 pour  $z = H$ 

Afin de simplifier la détermination de la pression interstitielle  $u_{rz}$  dans le cas ou l'eau se déplace à la fois verticalement et horizontalement (vers le tapis drainant horizontal et vers le drain) on détermine séparément conformément au théorème de N. Carillo, la valeur de  $u_r$ lorsque l'eau ne s'écoule que vers le drain et la valeur de  $u_z$  lorsque l'eau ne s'écoule que vers le tapis drainant horizontal. La pression interstitielle due à l'écoulement simultané de l'eau vers le drain et vers le tapis drainant horizontal est donnée de façon approchée par la formule : CHAPITRE II

$$u_{r,z} = \frac{u_r \cdot u_z}{u_{initial}}$$
(2.18)

### 2.4.2 La méthode de calcul :

L'équation différentielle générale de la consolidation tridimensionnelle, qui relie la vitesse d'écoulement de l'eau hors du sol et le temps lors de la consolidation des sols saturés, peut s'écrire :

$$\frac{\partial \boldsymbol{\mathcal{V}}_x}{\partial x} + \frac{\partial \boldsymbol{\mathcal{V}}_y}{\partial y} + \frac{\partial \boldsymbol{\mathcal{V}}_z}{\partial z} = -\frac{1}{1+\boldsymbol{\varrho}_m} \cdot \frac{\partial \boldsymbol{\varrho}}{\partial t}$$
(2.19)

Pour la résolution de ce problème, nous prendrons une relation linéaire entre l'indice des vides et la pression :

$$\frac{\partial e}{\partial \sigma} = 0 \tag{2.20}$$

Nous supposons sue lors de la consolidation des sols saturés tés compressible, l'écoulement de l'eau ne suit pas la loi de Darcy. Mais nous prenons une valeur constante du gradient de charge initial i₀ égale à la moyenne des valeurs des gradients de charge initial au cours de la consolidation.

Si l'on sépare par des plans verticaux les zones d'influence des drains dans le massif de sol (figure 2.1), le massif se trouve divisé en blocs prismatique au centre desquels se trouvent les drains.

A l'intérieur de chaque bloc l'expulsion de l'eau se produit exactement comme si les cotées verticaux des blocs était recouvertes de membranes imperméable, ca l'eau classée du sol saturé se déplace en direction des drains c'est-à-dire dans la direction opposée à celle des plans séparant les zones d'influence. On peut remplace sans grosse erreur les blocs prismatique par des cylindres de même volume dont le drain occupe l'axe.

Dans ce cas la consolidation tridimensionnelle se réduit à une consolidation à symétrie axiale. Pour résoudre ce problème, il est recommandé d'utiliser un système de coordonnées cylindrique.

L'équation (3-19) s'écrit quand on remplace x et y par r.cos et r.sin :

$$\frac{v}{r} + \frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{1}{1 + \boldsymbol{e}_m} \cdot \frac{\partial \boldsymbol{e}}{\partial t}$$
(2.21)

Conformément à l'hypothèse fondamentale que nous avons adoptée la somme de la pression interstitielle et de la contrainte effective dans le sol à tout instant t est égale à la charge extérieure q:

$$u_t + \sigma'_t = q$$

La combinaison des équations (2.20) et (2.21) donne :

$$\frac{\partial e}{\partial t} = \frac{\partial e}{\partial \sigma'} \cdot \frac{\partial \sigma'}{\partial t} = a \frac{\partial \sigma'}{\partial t} = -a \frac{\partial u}{\partial t}$$
(2.22)

Etudions le cas où le mouvement de l'eau ne se produit que dans la direction horizontale, vers le drain vertical. Ce cas se présente lorsque l'on construit des verticaux sans tapis de sable horizontal continu (par exemple lors de la construction de barrages hydrostatiques).

Lorsque l'eau se déplace horizontalement, la loi d'écoulement prend la forme suivante :

$$v_r = k_r \left( \frac{1}{\gamma_w} \cdot \frac{\partial u}{\partial r} - \dot{i}_0 \right)$$
(2.23)

En tenant compte de ce que  $u_t + \sigma'_t = q$  et en introduisant les expressions (2.22) et (2.23) dans l'équation (2.21), on obtient :

$$\frac{k_r}{r\gamma_w} \cdot \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{k_r i_0}{r} + \frac{k_r}{\gamma_w} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} = \frac{a}{1 + e_m} \cdot \frac{\partial u}{\partial t}$$

ou :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{k_r (1 + e_m)}{\gamma_w a} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{\dot{t}_0 \gamma_w}{r} \right)$$
(2.24)

L'expression  $\frac{k(1+e_m)}{\gamma_w a} = c$  est connue en mécanique des sols [9] comme le

coefficient de consolidation. Avec cette notation, l'équation de la consolidation axisymétrique s'écrit :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{\gamma_w \dot{\boldsymbol{i}}_0}{r} \right)$$
(2.25)

Sur le plan mathématique, le problème consiste à intégrer l'équation différentielle linéaire non homogène :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u}{\partial r} \right) - \frac{c \, \dot{\boldsymbol{i}}_0 \, \boldsymbol{\gamma}_w}{r} \tag{2.25'}$$

Avec les conditions initiales et aux limites :

$$\begin{cases} u(\boldsymbol{\gamma}_{0},t) = 0 \rightarrow a) \\ v(r=R) = 0i.e \frac{\partial u}{\partial r} (r=R) = \boldsymbol{\gamma}_{w} \boldsymbol{i}_{0} \rightarrow b) \\ u(r,0) = \boldsymbol{\mu}_{0} = q - \boldsymbol{\rho}_{str} \end{cases}$$
(2.26)

Si la distance entre les drains est telle que le rayon R du bloc de sol cylindrique au

centre duquel se trouve le drain inférieur à  $R_e = \frac{q - \rho_{str}}{\gamma_w i_0}$ , on peut prendre comme condition à la limite sur la surface extérieure du cylindre de sol que la vitesse d'écoulement à travers cette surface est nulle, c'est-à-dire :

$$V\Big|_{r=R} = 0$$
 ou  $\frac{\partial u}{\partial r}(r=R,t) = \gamma_w \dot{t}_0$ 

Ceci s'explique par le fait que la surface du cylindre est équidistance des drains, ce qui provoque l'apparition d'un écoulement d'eau symétrique de la surface du cylindre vers les drains. L.Rendulic et R.Barron ont fait donc leurs travaux une hypothèse analogue.

Si le rayon du cylindre de sol R est supérieur à  $R_e$  il n'y aura pas d'écoulement aux points situés à une distance de l'axe du drain égale ou supérieur à  $R_e$ . Dans ce cas, la condition à la limite doit être déterminée sur la surface cylindrique de rayon  $R_e$  sur laquelle la vitesse d'écoulement est nulle :

$$v(r = \mathbf{R}_e) = 0$$
 ou  $\frac{\partial u}{\partial r}(r = \mathbf{R}_e, t) = \gamma_w \mathbf{i}_0$ 

Il s'avère dans ce cas que, dans la zone du cylindre de sol où  $R_e \prec r \prec R$ , il n'y 'a pas d'écoulement dans les sols, que l'eau ne se déplace pas vers les drains et que ces drains verticaux sont donc inefficace.

Il faut donc disposer les drains verticaux de façon que  $R \le R_{e}$ 

Nous allons chercher u(r,t) sous forme d'une somme de deux fonctions

$$u(r,t) = U(r) + W(r,t)$$
(2.27)

En imposant à la fonction U(r) de satisfaire l'équation différentielle ordinaire :

$$\frac{d^2U}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dU}{dr} - \gamma_w \frac{\dot{\boldsymbol{l}}_0}{r} = 0$$
(2.28)

Avec les conditions aux limites :

$$\begin{cases} U(\gamma_0) = 0 \to a) \\ \frac{dU}{dr}(R) = \gamma_w \dot{i}_0 \to b) \end{cases}$$
(2.29)

Nous cherchons la fonction W(r,t) de façon à ce qu'elle vérifie l'équation différentielle

$$\frac{\partial W}{\partial t} = c \left( \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial w}{\partial r} \right)$$
(2.30)

Avec les conditions initiales et aussi limites

$$\begin{cases} W(\boldsymbol{r}_{0},t) = 0 \rightarrow a) \\ \frac{\partial w}{\partial r}(r,t) = 0 \rightarrow b) \\ W(r,0) = \boldsymbol{\mu}_{0} - U(r) = f(r) \rightarrow c) \end{cases}$$
(2.31)

On peut montrer que la somme (2.27) des fonctions définies de cette façon satisfera toutes les conditions de problème (2.26). En effet on a identiquement :

$$\frac{\partial}{\partial t}(W+U) = \frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial t} = c\left(\frac{\partial^2 W}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial W}{\partial r}\right) + c\left(\frac{d^2 U}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dU}{dr} - \frac{\gamma_w}{r}i_0\right)$$
$$U(r_0, t) = U(r_0) + W(r_0, t) = 0$$
$$\frac{\partial U}{\partial r}(R) = \gamma_w i_0$$
$$U(r, 0) = U(r) + W(r, 0) = \mathcal{U}_0$$

Passons à la résolution du premier problème auxiliaire (2.28)

Si l'on remplace dans cette équation  $\frac{dU}{dr}$  par (b), on obtient la solution sous la forme :

$$U(r) = \gamma_{w} \boldsymbol{i}_{0} (r - \boldsymbol{r}_{0})$$
(2.32)

Nous résoudrons l'équation (2.30) avec les conditions initiales et aux limites (2.31) par la méthode de séparation des variables de Fourier

Cherchons la solution de cette équation sous forme du produit :

$$W(r,t) = \rho(r) \times \theta(t)$$

Dans lequel ne dépend que de *t*. En remplaçant cette expression dans l'équation (2.30), on obtient :

$$\rho^{\theta'} = c(\rho''\theta + \frac{1}{r}\rho'\theta)$$

Soit :

$$\frac{\theta'}{\theta} = \frac{c\left(\rho'' - \frac{1}{r}\rho'\right)}{\rho}$$
(2.33)

Comme le premier membre de cette équation dépend seulement de *t* tandis que le second membre dépend seulement de *r*, l'égalité n'est possible que si ces deux membres ont la même valeur constante. L'analyse physique du problème montre que ce nombre constant ne peut être positif car dans ce cas la valeur de la pression interstitielle *u* augmenterait au cours du temps et pourrait devenir supérieur à toute valeur fixée à l'avance, ce qui est impossible. Par conséquent, ce nombre de l'équation (2.33) la valeur constante négative  $-cn^2$ , nous obtenons les deux équations :

$$\frac{\theta}{\theta'} = -cn^2 \quad \text{d'où}: \quad \theta = D e^{-cn^2 t}$$
 (2.34)

Et :

$$\rho'' + \frac{1}{r}\rho' + n^2\rho = 0 \tag{2.35}$$

Cette dernière équation est une équation de Bessel d'ordre zéro dont la solution générale est de la forme :

$$\rho = A \boldsymbol{J}_0(nr) + B \boldsymbol{Y}_0(nr) \tag{2.35}$$

L'équation (2.30) a donc pour solution :

$$W(r,t) = D e^{-cn^{2}t} \left[ A J_{0}(nr) + B Y_{0}(nr) \right]$$
(2.36)

Avec les notations :

 $J_0(nr)et Y_0(nr)$  fonctions de Bessel et de Neumann d'ordre zéro En différenciant (3.36) par rapport à *r*, nous obtenons :

$$\frac{\partial W(r,t)}{\partial r} = -D e^{-cn^2 t} \left[ A \boldsymbol{J}_1(nr) + B \boldsymbol{Y}_1(nr) \right]$$
(2.37)

Où  $J_1(nr)et Y_1(nr)$  désignent les fonctions de Bessel et de Neumann d'ordre un

L'équation (2.37) a été obtenue en utilisant les propriétés suivantes des fonctions de Bessel :

$$\frac{d \boldsymbol{J}_0(nr)}{dr} = \frac{d \boldsymbol{J}_0(nr) \cdot d(nr)}{d(nr) \cdot dr} = n \boldsymbol{J'}_0(nr) = -n \boldsymbol{J}_1(nr)$$

$$\frac{dY_0(nr)}{dr} = nY'_0(nr) = -nY_1(nr)$$

En faisant  $r=r_0$  dans (2.36) et r=R dans (2.37) et en utilisant les conditions aux limites (2.31, a et b), on obtient :

$$\begin{cases} A \boldsymbol{J}_{0}(n \boldsymbol{r}_{0}) + B \boldsymbol{Y}_{0}(n \boldsymbol{r}_{0}) = 0\\ A \boldsymbol{J}_{1}(nR) + B \boldsymbol{Y}_{1}(nR) = 0 \end{cases}$$
(2.38)

Pour que ce système de deux équations linaires homogènes en A et B ait des solutions non triviales, le déterminant du système doit être nul.

$$\frac{J_{0}(n r_{0}) Y_{0}(n r_{0})}{J_{1}(nR) Y_{1}(nR)} = 0$$

On en déduit l'équation caractéristique suivante qui permet de déterminer les valeurs propres  $n_i$ 

$$J_{1}(nR)Y_{0}(n_{r_{0}}) - J_{0}(n_{r_{0}})Y_{1}(nR) = 0$$
(2.39)

Cette équation admet une infinité de racines réelles positives  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_3$ ,...auxquelles correspondent une infinité de solutions du type :

$$W_{i}(r,t) = D_{i}e^{-cn_{i}^{2}t} [A_{i}J_{0}(n_{i}r) + B_{i}Y_{0}(n_{i}r)]$$
(2.40)

Si, dans cette expression, on remplace Bi par sa valeur (2.38) soit :

$$B_i = -\frac{A_i J_0(n_i r_0)}{Y_0(n_i r_i)}$$

On obtient :

$$W_{i}(r,t) = C_{i}e^{-cn_{i}^{2}t}U_{0}(n_{i}r)$$
(2.41)

Avec :

$$C_{i} \frac{D_{i} A_{i}}{Y_{0}(n_{i} r_{0})}$$

$$U_{0}(n_{0} r) = J_{0}(n_{0} r) Y_{0}(n_{0} r_{0}) - J_{0}(n_{i} r_{0}) Y_{0}(n_{i} r)$$
(2.42)

Nous allons chercher la solution de l'équation (2.30) sous forme d'une série infinie dont les termes seront des fonctions  $W_i(r,t)$  CHAPITRE II

$$W(r,t) = \sum_{i} W_{i}(r,t) = \sum_{i=1}^{\infty} C_{i}^{-c n_{i}^{2} t} U_{0}(n_{i}r)$$
(2.43)

Pour déterminer les coefficients  $C_i$  de ce développement nous utiliserons la condition initiale ((2.31), c). En faisant t=0 dans l'équation (2.43), on obtient :

$$f(r) = u_0 - U(r) = \sum_{i=1}^{\infty} C_i U_0(n_i r)$$
(2.44)

En multipliant les deux membres de l'équation (2.44) par  $rU_0(nkr)$  et en intégrant entre  $r_0$  et R, on obtient (en supposant que l'on puisse intégrer la série) :

$$\int_{r_0}^{R} rf(r) U_0(nkr) dr = \sum_{i=1}^{\infty} C_i \int_{r_0}^{R} r U_0(n_i r) U_0(nkr) dr$$
(2.45)

Montrons que le système des fonctions de Bessel  $U_0(n_i r)$  est orthogonal de poids r dans l'intervalle  $[r_0, R]$ , c'est-à-dire que :

$$\int_{r_0}^{R} r U_0(n_i r) U_0(nkr) dr = 0 pour : n_i \neq nk$$

En effet :

$$\int_{r_0}^{R} r U_0(n_i r) U_0(nkr) dr = \frac{1}{n^2 k - n_i^2} \left[ nkR U_0(n_i r) U_1(nkR) - n_i R U_0(nkR) U_1(n_i R) - nk r_0 U_0(n_i r_0) U_1(nk r_0) + n_i r_0 U_0(nk r_0) U_1(n_i r_0) \right]$$
(2.46)

Avec :

$$U_{0}(nr) = J_{0}(nr)Y_{0}(nr_{0}) + J_{0}(nr_{0})Y_{0}(nr)$$
(2.47)

$$U_{1}(nr) = J_{1}(nr)Y_{0}(nr_{0}) - J_{0}(nr_{0})Y_{1}(nr)$$
(2.48)

Si  $n_i$  et nk sont racines de l'équation caractéristique (2.39), on a :

$$U_{1}(n_{i}R) = U_{1}(nkR) = 0$$
(2.49)

Quand on fait  $r=r_o$  dans (2.48) on obtient identiquement

$$U_0(\boldsymbol{n}_i\boldsymbol{r}_0) = U_1(nk\boldsymbol{r}_0) = 0$$

Pour tout couple de valeurs  $i \neq k$ , la formule (2.45) donne donc :

$$\int_{r_0}^{R} r U_0(n_i r) U_0(nk r_0) = 0$$
 (2.50)

Ce qui signifie que le système des fonctions :

$$U_0(n_1r), U_0(n_2r), U_0(n_3r), \dots$$

est orthogonal de poids r dans l'intervalle  $[r_0, R]$ .

Comme tous les termes de la série (2.45) s'annulent à l'espacement de celui qui correspond à i=k, cette équation peut s'écrire sous la forme :

$$\int_{r_0}^{R} rf(r) U_0(nkr) dr = Ck \int_{r_0}^{R} r U_0^2(nkr) dr$$
(2.51)

Conformément à la théorie des fonctions de Bessel :
CHAPITRE II

$$\int x U_0^2(\alpha x) dx = \frac{x^2}{2} \left[ U_0^2(\alpha x) + U_1^2(\alpha x) \right] + C$$
(2.52)

En tenant compte des relations (3.51) et (3.52), on obtient :

$$\int_{r_0}^{R} rf(r) U_0(nkr) dr = \frac{Ck}{2} \left[ \mathbf{R}^2 U_0^2(nkr) - \mathbf{r}_0^2 U_1^2(nkr) \right]$$
(2.53)

Transformons le second membre de cette dernière équation en fonction de Bessel de premier type. Pour calculer  $U_1$  ( $nkr_0$ ) nous ferons  $r=r_0$  dans l'expression (2.47) et nous utiliserons la formule :

$$J_{1}(x)Y_{0}(x) - J_{0}(x)Y_{1}(x) = \frac{2}{\pi x}$$
(2.54)

Il vient :

$$U_{1}(nk r_{0}) = J_{1}(nk r_{0}) Y_{0}(nk r_{0}) - J_{0}(nk r_{0}) Y_{1}(nk r_{0}) = \frac{2}{\pi nk r_{0}}$$
(2.55)

Pour trouver  $U_0(nkR)$ , nous remarquons que, d'après l'équation caractéristique (2.35)

$$Y_{0}(n r_{0}) = \frac{J_{0}(n r_{0})Y_{1}(nR)}{J_{1}(nR)}$$
(2.56)

Et que, par conséquent :

$$\boldsymbol{U}_{1}(n\boldsymbol{k}\boldsymbol{R}) = \boldsymbol{J}_{0}(n\boldsymbol{k}\boldsymbol{R})\boldsymbol{Y}_{0}(n\boldsymbol{k}\boldsymbol{\gamma}_{0}) - \boldsymbol{J}_{0}(n\boldsymbol{k}\boldsymbol{\gamma}_{0})\boldsymbol{Y}_{0}(n\boldsymbol{k}\boldsymbol{R}) =$$
$$\boldsymbol{I}_{0}(n\boldsymbol{k}\boldsymbol{\gamma}_{0})\boldsymbol{r}$$

$$\frac{J_0(nk r_0)}{J_1(nkR)} \Big[ J_0(nkR) \cdot Y_1(nkR) - J_1(nkR) \cdot Y_0(nkR) \Big]$$

En utilisant la formule (2.55) nous trouvons :

$$U_{0}(nkR) = -\frac{J_{0}(nkr_{0})}{J_{1}(nkR)} \cdot \frac{2}{\pi nkR}$$
(2.57)

En reportant les expressions (2.55) et (2.57) dans (2.53), nous obtenons :

$$Ck = \frac{\pi^{2} n^{2} J_{1}^{2}(nkR) \int_{r_{0}}^{R} nf(r) U_{0}(nkr) dr}{2 [J_{0}^{2}(nkr_{0}) - J_{1}^{2}(nkR)]}$$
(2.58)

Finalement, la solution de l'équation (2.30) est donnée par la série (2.43) qui s'écrit :

$$W(r,t) = \frac{\pi^2}{2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{n_i^2 J_1^2(n_i R) \int_{r_0}^{R} rf(r) U_0(n_i r) dr}{J_0^2(n_i r_0) - J_1^2(n_i R)} \times e^{-c n_i^2 t} U_0(n_i r)$$
(2.59)

D'après (2.31) et (2.32)

$$f(r) = \boldsymbol{\mu}_0 - U(r) = \boldsymbol{\mu}_0 - \boldsymbol{\gamma}_w \boldsymbol{i}_0 (r - \boldsymbol{r}_0)$$

Pour calculer l'intégrale de l'expression (2.58)

$$F_{i} = \int_{r_{0}}^{R} r(\boldsymbol{u}_{0} - U(r)) \boldsymbol{U}_{0}(\boldsymbol{n}_{i}r) dr$$

En utiliserons la formule de l'intégration par partie en posant :

$$W = \boldsymbol{\mu}_0 - \boldsymbol{\gamma}_w \boldsymbol{i}_0 (\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}_0)$$

$$dV = r U_0(n_i r) dr$$

D'où :

$$dW = -\gamma_{w} i_{0} dr$$
$$V = \frac{r}{n_{i}} U_{1}(n_{i}r)$$

Et par conséquent :

$$F_{i} = u_{0} - \gamma_{w} i_{0} (r - r_{0}) \frac{r}{n_{i}} U_{1}(n_{i}r) \bigg|_{r_{0}}^{R} - \frac{\gamma_{w} i_{0}}{n_{i}} \int_{r_{0}}^{R} r U_{1}(n_{i}r) dr \qquad (2.60)$$

Pour calculer  $\int_{r_0}^{R} r U_1(n_i r) dr$ , nous opérerons également par intégration par parties. On

trouve :

$$\int_{r_0}^{R} r U_1(n_i r) dr = -\frac{R}{n_i} U_0(n_i R) + \frac{1}{n_i} \int_{r_0}^{R} U_0(n_i r) dr$$
(2.61)

En reportant cette expression dans (2.60), nous obtenons :

$$F_{i} = \left[ u_{0} - \gamma_{w} i_{0} (r - r_{0}) \right] \frac{r}{n_{i}} U_{1}(n_{i}r) \bigg|_{r_{0}}^{R} + \frac{\gamma_{w}}{n_{i}^{2}} i_{0} R U_{0}(n_{i}R) + \frac{i_{0} \gamma_{w}}{n_{i}^{2}} \int_{r_{0}}^{R} U_{0}(n_{i}r) dr =$$
$$= \gamma_{w} \frac{i_{0}}{n_{i}^{2}} \int_{r_{0}}^{R} U_{0}(n_{i}r) dr - u_{0} \frac{r_{0}}{n_{i}} U_{1}(n_{i}r_{0}) - \gamma_{w} \frac{i_{0}R}{n_{i}^{2}} U_{0}(n_{i}R)$$
(2.62)

Nous calculons la valeur de l'intégrale  $\int_{r_0}^{R} U_0(n_i r) dr$  en utilisant la formule du trapèze

avec un pas  $h = \frac{R - \gamma_0}{10}$ . Dans ce cas :

CHAPITRE II

$$\int_{r_0}^{R} \phi(r) \cong h \left[ \frac{\phi(r_0) + \phi(R)}{2} + \phi(r_1) + \phi(r_2) + \dots + \phi(r_9) \right]$$

En remplaçant la valeur calculée de l'expression (2.62) dans (2.59) et en faisant la somme des fonctions (2.32) et (2.59), on obtient la solution finale du problème (2.25)

$$u(r,t) = U(r) + W(r,t) = \gamma_{w} i_{0}(r - r_{0}) + \frac{\pi^{2}}{2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{n_{i}^{2} J_{1}^{2}(n_{i}R) F_{1}}{J_{0}^{2}(n_{i}r_{0}) - J_{1}^{2}(n_{i}R)} e^{-cn_{1}^{2}t} U_{0}(n_{i}r) (2.63)$$

Si l'on introduit les notations

$$X_{i} = n_{i}r_{0}; k = \frac{R}{r_{0}}; x = nr; F_{0} = \frac{ct}{r_{0}^{2}};$$

Les équations caractéristiques s'écrit :

$$J_{0}(x) \cdot Y_{1}(kx) - J_{1}(kx) \cdot Y_{0}(x) = 0$$
(2.64)

Pour pouvoir utiliser en pratique les solutions (2.59) et (2.63), il faut connaître les racines de l'équation (2.64) pour différentes valeurs de k

Les racines de cette équation ont été obtenues sous forme de séries par Sasahi (1914) puis par L.I.Dinnik.

De nombreuses tables et abaques ont été publiés à ce jour pour déterminer les valeurs des racines de cette équation. Mais dans toutes ces tables les racines de l'équation (2.64) sont calculées pour une gamme peu étendue de valeurs de k proches de l'unité.

Comme c'est la valeur de la pression interstitielle u(r, t) à long terme qui nous intéresse et comme la fonction exponentielle décroit très vite pour les grandes valeurs de

60

l'exposant, nous pouvons nous contenter du premier terme du développement en série. Dans ce cas la solution de l'équation (2.25) peut s'écrire :

$$u(r,t) = \gamma_{w} i_{0} (r - r_{0}) + \frac{\pi^{2}}{2} \cdot \frac{J_{0}^{2}(k \chi_{1})}{J_{0}^{2}(\chi_{1}) - J_{1}^{2}(k \chi_{1})} \cdot \frac{\chi_{1}^{2}}{r_{0}^{2}} \cdot F_{1} \cdot e^{-\chi_{1}^{2}F_{0}} U_{0} \left(\frac{r}{r_{0}} \chi_{1}\right)$$
(2.65)

Avec

$$F_{1} = \frac{\gamma_{w} \dot{i}_{0}}{n_{i}^{2}} \int_{r_{0}}^{R} U_{0} \left(\frac{r}{r_{0}} x_{1}\right) dr - u_{0} \frac{r_{0}}{n_{i}} U_{1}(x_{1}) - \frac{\gamma_{w} \dot{i}_{0}^{R}}{n_{i}^{2}} U_{0}(k x_{1})$$
(2.66)

Par conséquent, nous sommes intéressés par la première racine de l'équation (2.64). Les valeurs de cette racine ont été calculées d'après les travaux de Bagart (pour  $k \le 10$ ) et de L.I.Loginov (pour  $k \ge 10$ ). Elles sont présentées dans le tableau 2.1

K	Х	K	Х	K	Х	K	Х	K	Х
1	-	19	0,0493	48	0,0165	77	0,0096	106	0,00672
1,1	15,4060	20	0,0161	49	0,0161	78	0,0095	107	0,00663
1,2	7,5670	21	0,0158	50	0,0158	79	0,0093	108	0,00656
1,25	6,0030	22	0,0414	51	0,0154	80	0,0092	109	0,00649
1,3	4,9617	23	0,0392	52	0,0151	81	0,0091	110	0,00642
1,4	3,6646	24	0,0373	53	0,0148	82	0,0090	111	0,00636
1,5	2,8899	25	0,0356	54	0,0145	83	0,0089	112	0,00630
1,6	2,3761	26	0,0340	55	0,0142	84	0,0088	113	0,00624
1,7	2,0110	27	0,0325	56	0,0139	85	0,0087	114	0,00618
1,8	1,7388	28	0,0311	57	0,0136	86	0,0086	115	0,00612
1,9	1,5282	29	0,0298	58	0,0133	87	0,0085	116	0,00606
2	1,3608	30	0,0286	59	0,0130	88	0,0084	117	0,00600
2,1	1,2245	31	0,0275	60	0,0128	89	0,0083	118	0,00594
3	0,6255	32	0,0265	61	0,0125	90	0,0082	119	0,00588
4	0,3935	33	0,0255	62	0,0123	91	0,0080	120	0,00583
5	0,2824	34	0,0246	63	0,0121	92	0,0079	121	0,00578
6	0,2181	35	0,0237	64	0,0119	93	0,0078	122	0,00573
7	0,1756	36	0,0230	65	0,0116	94	0,00769	123	0,00568
8	0,1476	37	0,0223	66	0,0114	95	0,0076	124	0,00563
9	0,1264	38	0,0216	67	0,0112	96	0,00751	125	0,00558
10	0,1108	39	0,0209	68	0,0111	97	0,00742	126	0,00553
11	0,0977	40	0,0203	69	0,0100	98	0,00733	127	0,00548

12	0,0875	41	0,0198	70	0,0107	99	0,00724	128	0,00543
13	0,0794	42	0,0193	71	0,0105	100	0,00716	129	0,00538
14	0,0720	43	0,0188	72	0,0104	101	0,00708	130	0,00533
15	0,0662	44	0,0183	73	0,0102	102	0,0070	131	-
16	0,0603	45	0,0178	74	0,0100	103	0,00692	132	-
17	0,0563	46	0,0173	75	0,0099	104	0,00684		
18	0,0527	47	0,0169	76	0,0097	105	0,00677		

Tableau 2.1 Les valeurs de la première racine de l'équation (2.64) (d'après Bagart et L.I.Loginov)

La solution que nous avons obtenue est plus générale que la solution de K.Terzaghi et L.Rendulic [10]. La solution de L.Rendulic, par exemple, se déduit facilement de la formule (3.63) en remplaçant sous l'intégrale f(r) par la charge extérieure q. dans ce cas, l'intégrale a pour valeur :

$$F_{i} = \int_{r_{\circ}}^{R} rf(r) U_{0}(n_{i}r_{0}) dr = \int_{r_{\circ}}^{R} qr U_{0}(n_{i}r) dr = q \int_{r_{\circ}}^{R} r U_{0}(n_{i}r_{0}) dr = \frac{q}{n_{i}} r U_{1}(n_{i}r) \Big|_{r_{0}}^{R} = -\frac{q}{n_{i}} r_{0} U_{1}(n_{i}r) \Big|_{r_{0}}^{R}$$

Car, d'après (2.50)  $U_0(n_i R) = 0$ 

En faisant apparaître  $U_0(n_i R)$  dans (2.63) nous obtenons la solution développée par L.Rendulic et K.Terzaghi :

$$u(r,t) = \frac{\pi^2}{2} \sum_{i=1}^{\infty} B_i e^{-c n_i^2 t} U_0(n_i r)$$

Avec

$$\boldsymbol{B}_{i} = \frac{q \, \boldsymbol{n}_{i} \, \boldsymbol{J}_{0}^{2}(\boldsymbol{n}_{i} \, R) U(\boldsymbol{n}_{i} \, R)}{\boldsymbol{Y}_{0}^{2}(\boldsymbol{n}_{i} \, r) - \boldsymbol{J}_{1}^{2}(\boldsymbol{n}_{i} \, R)}$$

On peut obtenir de façon analogue la solution de R.Barron [12]

Pour les calculs pratiques de consolidation, on a souvent besoin de connaître non pas la valeur de la pression interstitielle en tout point du massif de sol qui entoure le drain mais la valeur moyenne de la pression interstitielle a l'instant t

On peut calculer cette valeur moyenne dans le sol compris entre les cylindres de rayons  $r_0$  et R en intégrant la solution (2.65) et en divisant par la surface de cylindre :

$$\bar{u}(t) = \int_{r_0}^{R} \frac{2\pi r u(r,t)}{\pi \left(\mathbf{R}^2 - \mathbf{r}_0^2\right)} dr$$
(2.67)

En reportant dans cette expression la valeur u(r,t) tirée de (2.65) On obtient :

$$\bar{u}(t) = \frac{2}{R^2 - r_0^2} \int_{r_0}^{R} \left\{ i_0 \gamma_w (r - r_0) + A U_0 \left( \frac{r}{r_0} x_1 \right) \right\} dr$$
(2.68)

Avec la notation :

$$A = \frac{\pi^2}{2} \cdot \frac{J_0^2(h_{X_1})}{J_0^2(x_1) - J_1^2(h_{X_1})} \cdot \frac{x_1^2}{r_0^2} \cdot F_1 \cdot e^{-x_1^2 F_0}$$
(2.69)

La valeur de  $F_1$  se détermine par la formule (2.66) et  $F_0 = \frac{ct}{r_0^2}$ 

Après intégration et compte tenue de ce que :

$$\int_{r_0}^{R} r U_0\left(\frac{r}{r_0} x_1\right) dr = \frac{r_0^2}{x_1} U_1\left(\frac{r}{r_0} x_1\right)$$

On obtient :

$$\bar{u}(t) = \frac{2}{R^2 + r_0^2} \left[ \gamma_w \cdot i_0 \left( \frac{R^3}{3} - \frac{r_0 R^2}{2} - \frac{r_0^3}{6} \right) - \frac{A r_0^2}{X_1} U_1(X_1) \right]$$
(2.70)

Comme la solution d notre problème demande le calcul des valeurs numériques de fonctions de Bessel d'ordre entier et qu'il existe des tables de valeurs de ces fonctions très complètes, on peut considérer la résolution comme terminée

# **CHAPITRE III**

# **ETUDE NUMERIQUE PAR PLAXIS**

# 3.1 Modélisation du comportement d'un sol :

Les sols et les roches tendent à se comporter d'une manière fortement non linéaire sous l'effet d'un chargement. Ce comportement non linéaire en contraintes-déformations peut être modélisé suivant différents niveaux de sophistication. Mais le nombre de paramètres à introduire dans les modèles augmente avec ce degré de sophistication.

Le modèle bien connu de Mohr-Coulomb peut être considéré comme une approximation au premier ordre du comportement réel du sol. Ce modèle, élastique parfaitement plastique, nécessite cinq paramètres fondamentaux qui sont : le module d'Young, *E*, le coefficient de Poisson, , la cohésion, *c*, l'angle de frottement, , et l'angle de dilatance, . Comme les ingénieurs géotechniciens sont habitués à utiliser ces cinq paramètres, et qu'ils disposent rarement d'autres données, une attention particulière sera portée à ce modèle classique de comportement. PLAXIS contient également des modèles de sols plus avancés ; ces modèles et leurs paramètres sont décrits dans le manuel *Material Models* 



Figure 3.1 Résultats d'essais triaxiaux standards (a) et modèle élasto-plastique (b)

# 3.1.1 Paramètres de base du modèle en relation avec le comportement réel du sol

Afin de comprendre la signification des cinq paramètres fondamentaux du modèle, considérons des courbes contraintes-déformations classiques comme celles obtenues à partir d'essais triaxiaux drainés. (Voir Figure 3.1) Le matériau a subi une compression isotrope jusqu'à une contrainte de confinement ₃. Après quoi, la contrainte axiale ₁ est augmentée alors que la contrainte radiale reste constante. Au cours de cette seconde étape de chargement, les géomatériaux tendent à donner des courbes comme celles de la Figure 3.1.a. L'accroissement du volume (ou déformation volumique) est courant pour les sables et est aussi fréquemment observé pour les roches. La Figure 3.1 b montre ces mêmes résultats sous une forme idéalisée selon le modèle de Mohr-Coulomb. La figure donne une indication sur la signification et l'influence des cinq paramètres fondamentaux du modèle. Remarquons que l'angle de dilatance est nécessaire pour modéliser l'irréversibilité de l'accroissement volumique.

#### 3.3 Jeux de données pour les sols et les interfaces :

Les propriétés et paramètres associés aux éléments de sol sont saisis sous la forme de jeux de données. Les propriétés des interfaces sont reliées aux propriétés de sol et sont saisies dans les mêmes jeux de données que ces dernières. Un jeu de données pour un sol et des interfaces représente généralement une couche de sol donnée et peut être affecté aux éléments (clusters) correspondants dans le modèle géométrique. Le nom du jeu de données est indiqué dans la fenêtre de propriétés de la couche. Les interfaces présentes à l'intérieur ou autour de cette couche se voient attribuer le même jeu de données. Ceci est indiqué dans la fenêtre de propriétés de l'interface sous le libellé <Cluster material>.

Plusieurs jeux de données peuvent être créés pour différencier différentes couches de sol. L'utilisateur peut spécifier n'importe quel nom d'identification pour un jeu de données. Il est conseillé d'utiliser un nom significatif, étant donné que le jeu de donnée va apparaître sous ce nom dans l'arborescence de la base de données des matériaux.

Pour faciliter l'identification des matériaux dans le modèle géométrique, une couleur est attribuée à chaque jeu de données. Cette couleur apparaît dans l'arborescence de la base de données. PLAXIS sélectionne une couleur par défaut unique pour chaque jeu de données, mais cette couleur peut être modifiée par l'utilisateur, en cliquant sur la case de couleur en bas à gauche de la fenêtre des propriétés du jeu de données. Les propriétés de chaque jeu de données sont présentées en trois onglets: General, Parameters et Interfaces. L'onglet General contient le type de modèle du sol, le type de comportement du sol et des propriétés générales comme les poids volumiques. L'onglet Parameters contient les paramètres définissant la raideur et la résistance du modèle de sol choisi. Enfin, l'onglet Interfaces contient les paramètres qui relient les propriétés de l'interface aux propriétés du sol.

#### 3.3.1 Les modèles des matériaux :

PLAXIS propose différents modèles qui permettent de simuler le comportement d'un sol. Les modèles et leurs différents paramètres sont décrits en détail dans le manuel Material Models. Parmi ces modèles, on a :

#### 3.2.1.1 Modèle de Mohr-Coulomb:

Ce modèle bien connu est utilisé généralement comme une première approximation du comportement d'un sol. Ce modèle comporte cinq paramètres : le module d'Young, E, le coefficient de Poisson, la cohésion, c, l'angle de frottement, et l'angle de dilatance .

# 3.3.2 Les types de comportement des matériaux (Material type)

En principe, dans PLAXIS, tous les paramètres de modélisation sont sensés représenter les caractéristiques effectives du sol, c'est-à-dire la relation entre les contraintes et les déformations pour le squelette solide. Une caractéristique importante des sols est la présence d'eau interstitielle. Les pressions interstitielles influencent significativement la réponse du sol.

Pour permettre la prise en compte des interactions squelette solide-eau dans la réponse du sol, PLAXIS offre le choix entre trois types de comportements pour chaque modèle de sol:

#### 3.2.2.1 **Comportement drainé (Drained behaviour):**

Avec cette option, aucune surpression interstitielle n'est générée. C'est évidemment le cas pour des sols secs et pour des sols totalement drainés du fait de leur forte perméabilité (comme les sables) et/ou à cause d'un faible accroissement du chargement. Cette option peut aussi être utilisée pour simuler le comportement du sol à long terme sans avoir besoin de modéliser l'histoire précise du chargement non drainé et de la consolidation.

#### 3.2.2.2 **Comportement non drainé (Undrained behaviour):**

Cette option est utilisée pour permettre la génération complète des surpressions interstitielles. L'écoulement de l'eau interstitielle peut parfois être négligé du fait des faibles perméabilités (pour les argiles) et/ou à cause d'une vitesse de chargement élevée. Toutes les couches considérées comme non drainées se comporteront ainsi, même si la couche ou une partie de celle-ci se trouve au-dessus de la nappe phréatique. Remarquons que les paramètres de modélisation à entrer sont les paramètres effectifs, i.e. E',  $\nu'$ , ', ' et non pas  $E_u$ ,  $_u, c_u(s_u)$ ,  $_u$ . En plus de la raideur et de la résistance du squelette du sol, PLAXIS ajoute automatiquement un module de compressibilité pour l'eau et distingue les contraintes totales, les contraintes effectives et les surpressions interstitielles

## **3.2.2.3** Le comportement non poreux (Non-porous behaviour):

En utilisant cette option pour une couche de sol, aucune pression ni surpression interstitielle ne sera prise en compte dans cette couche. Cela peut s'appliquer à la modélisation du béton et des roches ou au comportement des structures. Le comportement non poreux (*Non-porous*) est souvent utilisé en combinaison avec le modèle élastique linéaire (*Linear elastic*). Il n'est pas nécessaire de fournir un poids volumique saturé ni des perméabilités pour les matériaux non poreux.

La caractéristique "non poreux" (*Non-porous*) peut aussi être appliquée à des interfaces. Pour empêcher tout écoulement à travers un écran de palplanches ou d'autres structures imperméables, on peut affecter aux interfaces placées autour un jeu de données spécifique où le type de matériau est choisi comme *Non-porous*.

# 3.3.3 Poids volumique saturé et non saturé ( sat et unsat) :

Les poids volumiques saturé et non saturé se réfèrent au poids volumique total du sol incluant le fluide interstitiel. Le poids volumique non saturé _{unsat} s'applique à tous les matériaux au-dessus de la nappe phréatique et le poids volumique saturé _{sat} à tous les matériaux situés sous la nappe. L'unité des poids est une force par unité de volume. Pour les matériaux non poreux, seul le poids non saturé est significatif, et il correspond exactement au poids total unitaire.Pour des sols poreux, le poids volumique non saturé est évidemment inférieur au poids volumique saturé. Pour les sables, par exemple, le poids volumique saturé est généralement de 20 kN/m³ environ, alors que le poids volumique non saturé peut-être beaucoup plus faible, en fonction du degré de saturation. Remarquons que dans la pratique, les sols ne sont jamais complètement secs. Par conséquent, il est conseillé de ne pas entrer le

poids volumique correspondant à un sol totalement sec pour _{unsat}. Par exemple, au-dessus de la nappe phréatique, les argiles peuvent être presque totalement saturées à cause des forces capillaires. D'autres zones au-dessus de la nappe phréatique peuvent être partiellement saturées.

Néanmoins, les pressions interstitielles au-dessus de la nappe phréatique sont toujours nulles. Les contraintes de traction dues à la capillarité ne sont donc pas prises en compte.Les poids sont activés au moyen du paramètre *Mweight* durant la génération des contraintes initiales (*procédure K*₀) ou au moyen du chargement gravitaire dans le programme de calcul.

# 3.3.4 Perméabilités (k_x et k_y) :

Les perméabilités ont la dimension d'une vitesse (unité de longueur par unité de temps). La donnée des perméabilités n'est nécessaire que pour des analyses de consolidation et des calculs d'écoulement. Dans ce cas, il faut spécifier les perméabilités de chaque couche, même pour les couches supposées imperméables. PLAXIS distingue une perméabilité horizontale  $k_x$ , et une perméabilité verticale  $k_y$ , puisque dans certains types de sols (par exemple les tourbes), il peut y avoir une différence significative entre ces deux perméabilités.

Dans les sols, la différence entre les perméabilités des différentes couches peut être assez importante. Toutefois, il faut être prudent lorsqu'apparaissent simultanément au sein du même modèle aux éléments finis des perméabilités très fortes et très faibles; cette situation pourrait conduire à un mauvais conditionnement de la matrice d'écoulement. Pour obtenir des résultats précis, le rapport entre la perméabilité la plus forte et la perméabilité la plus faible ne devra pas dépasser  $10^5$ .

Pour simuler un matériau quasiment imperméable (par exemple du béton ou du rocher sain), l'utilisateur devra saisir une perméabilité inférieure à celle des sols voisins au lieu de donner la perméabilité réelle. En général, un facteur de contraste de 1000 avec les autres couches est suffisant pour obtenir des résultats satisfaisants.

# 3.3.5 Propriétés générales avancées (Advanced general properties) :

Le bouton Advanced de l'onglet General peut être cliqué pour entrer des paramètres additionnels pour des modélisations de sols avancées. Une des caractéristiques avancées permet la variation de la perméabilité durant une analyse de la consolidation. Ceci est obtenu en entrant une valeur adéquate pour le Paramètre  $C_k$  et pour l'indice des vides.

## 3.3.6 Variation de la perméabilité (C_k) :

Par défaut, la valeur de  $C_k$  dans le groupe *Change of permeability* est égale à 10¹⁵, ce qui signifie qu'aucune variation de la perméabilité n'est prise en compte. En entrant une valeur réelle, la perméabilité changera selon la formule:

$$\log\left(\frac{k}{k_0}\right) = \frac{\Delta e}{C_k}$$

e est la variation de l'indice des vides, k est la perméabilité de calcul et  $k_0$  est la Où valeur saisie pour la perméabilité dans les données ( $=k_x$  et  $k_y$ ). Il est recommandé de n'utiliser l'évolution de la perméabilité qu'avec le modèle de sols mous (avec fluage) (Soft Soil (creep) *model*). Dans ce cas, la valeur de  $C_k$  est généralement du même ordre de grandeur que l'indice de compression  $C_c$ .Pour tous les autres modèles, la valeur de  $C_k$  devrait être laissée à sa valeur par défaut de 10¹⁵.

# 3.3.7 Indice des vides (e_{init}, e_{min}, e_{max}) :

L'indice des vides e est lié à la porosité n (e = n / (1-n)). Cette quantité est utilisée dans certaines options particulières. La valeur initiale einit, est la valeur dans les conditions initiales. L'indice des vides réel est calculé à chaque pas de calcul à partir de la valeur initiale et de la déformation volumique v. En plus de  $e_{init}$ , une valeur minimale  $e_{min}$  et une valeur maximale  $e_{max}$  peuvent être entrées. Ces valeurs sont reliées aux densités minimum et maximum qui peuvent être atteintes par le sol. Quand le modèle de sol avec écrouissage (Hardening Soil) est employé avec une certaine valeur (positive) pour la dilatance, la dilatance mobilisée est mise à zéro dès que l'indice des vides maximum est atteint (arrêt de la dilatance). Pour les autres modèles, cette option n'est pas disponible. Cependant, pour éviter l'arrêt de la dilatance dans le modèle de sol avec écrouissage, l'option peut être désactivée dans la fenêtre de propriétés générales avancées (Advanced general properties).

# 3.3.8 Le module d'Young (E) :

PLAXIS utilise le module d'Young comme module de déformation de référence dans le modèle élastique et le modèle de Mohr-Coulomb, mais d'autres modules de déformation sont également considérés. Un module de déformation a la dimension d'une contrainte (force par unité de surface). Les valeurs de raideur adoptées dans un calcul demandent une attention particulière parce que la plupart des géomatériaux présentent un comportement non linéaire dès le début du chargement.

En mécanique des sols, la pente initiale est appelée  $E_0$  et le module sécant à 50% de la résistance en compression est noté  $E_{50}$ . Pour des argiles très surconsolidées et quelques roches avec un large domaine élastique, il est réaliste d'utiliser  $E_0$  alors que pour les sables et les argiles normalement consolidées, il est préférable de prendre  $E_{50}$ .



Figure 3.2 Définition de  $E_0$  et de  $E_{50}$ 

Pour les sols, le module initial et le module sécant tendent à augmenter avec la pression de confinement. Par conséquent, les couches de sol en profondeur ont souvent une raideur plus élevée que les couches en surface. De plus, la raideur apparente dépend du chemin de contrainte suivi. La raideur durant les cycles charge-décharge est supérieure à celle durant un chargement primaire. En outre, la raideur observée pour un sol en termes de module d'Young est généralement plus petite pour des compressions drainées que pour du cisaillement. Donc, en choisissant un module de déformation constant pour représenter le comportement du sol, l'utilisateur devra retenir une valeur qui prenne à la fois en compte le niveau de contrainte et le chemin de contrainte. Remarquons que des comportements de sols dépendant des contraintes sont pris en compte dans les modèles avancés de PLAXIS, ceux-ci sont décrits dans le manuel Material Models. Dans le modèle de Mohr-Coulomb, PLAXIS propose une option spéciale pour définir une rigidité variable avec la profondeur

#### **3.2.9** Le coefficient de Poisson ():

Des essais triaxiaux standards drainés peuvent montrer une diminution significative de volume au tout début du chargement et révéler ainsi une faible valeur du coefficient de Poisson ₀

Dans certains cas, comme des problèmes de déchargement particuliers, il peut être réaliste d'employer une valeur initiale aussi faible, mais en général, pour le modèle de Mohr-Coulomb, l'utilisation d'une valeur plus élevée est recommandée.Le choix d'une valeur pour le coefficient de Poisson est particulièrement simple dans le cas du modèle élastique ou du modèle de Mohr-Coulomb avec un chargement gravitaire (accroissement de *Mweight* de 0 à 1 au cours du calcul plastique). Dans ces types de chargement, PLAXIS devrait fournir des valeurs réalistes pour le rapport :

$$k_0 = \frac{\sigma_h}{\sigma_{\nu}}$$

Comme les deux modèles donneront le rapport bien connu de :

$$\frac{\boldsymbol{\sigma}_h}{\boldsymbol{\sigma}_v} = \frac{v}{(1-v)}$$

pour une compression unidimensionnelle, il est facile de choisir un coefficient de Poisson qui donne une valeur réaliste pour  $K_0$ . Ainsi, est évalué par l'intermédiaire de  $K_0$ . Dans la plupart des cas, les valeurs de seront comprises entre 0,3 et 0,4. En général, de telles valeurs peuvent être aussi utilisées pour des conditions de chargement autres que la compression unidimensionnelle.

Dans le cas d'un comportement non drainé, il est conseillé d'entrer une valeur effective

pour le coefficient de Poisson et de sélectionner Undrained comme type de comportement. De cette façon, PLAXIS ajoutera automatiquement un module de compressibilité pour le fluide interstitiel, basé sur un coefficient de Poisson non drainé implicite de 0,495. Dans ce cas, le coefficient de Poisson effectif devra être inférieur à 0.35. Utiliser des valeurs plus élevées du coefficient de Poisson impliquerait que l'eau ne soit pas suffisamment raide par rapport au squelette du sol pour simuler un comportement non drainé.

# **3.2.11 cohésion (c) :**

La cohésion a la dimension d'une contrainte. PLAXIS peut manipuler des sables sans cohésion (c = 0), mais certaines options ne fonctionneront pas bien. Pour éviter les complications, il est conseillé aux utilisateurs peu expérimentés d'entrer au moins une valeur c > 0.2 kPa). PLAXIS propose une option spéciale pour les couches dans faible (prendre lesquelles la cohésion croît avec la profondeur.

#### 3.2.11 L'angle de frottement ( ):

L'angle de frottement j (phi) est entré en degrés. Des angles de frottement élevés, obtenus parfois pour des sables denses, augmenteront de manière substantielle la difficulté numérique des calculs plastiques.

Le temps de calcul varie exponentiellement avec de l'angle de frottement. Par conséquent, les angles de frottement élevés devraient être évités lors des calculs préliminaires pour un projet. Le temps de calcul deviendra important si des angles de frottement supérieurs à 35 degrés sont utilisés. L'angle de frottement conditionne la résistance au cisaillement au moyen des cercles de contrainte de Mohr.

#### 3.2.12 L'angle de dilatance ( ):

(psi), est donné en degrés. Sauf pour les couches très L'angle de dilatance surconsolidées, les sols argileux ne présentent aucune dilatance (= 0). La dilatance d'un sable dépend de sa densité et de son angle de frottement. Pour des sables siliceux, un ordre de grandeur est  $= -30^{\circ}$ . Dans la plupart des cas toutefois, l'angle de dilatance est nul pour des valeurs de inférieures à 30°. Une valeur négative faible pour n'est réaliste que pour des sables extrêmement lâches

# 3.2.13 Rigide (Rigid):

Cette option est utilisée pour que l'interface n'influence pas la résistance du sol avoisinant. Par exemple, les interfaces s'étendant autour des angles d'un élément de structure ne sont pas significatives des interactions sol-structure et ne doivent donc pas subir de réduction de leurs caractéristiques. Ces interfaces doivent être déclarées *Rigid* (ce qui correspond à *Rinter* = 1.0). Ainsi, les propriétés de l'interface, y compris l'angle de dilatance

yi, sont identiques aux propriétés du sol excepté le coefficient de Poisson ni

#### **3.3** Génération du maillage :

Lorsqu'un modèle géométrique est entièrement défini et que les propriétés des matériaux sont assignées à toutes les couches et à tous les éléments de structure, la géométrie doit être divisée en éléments finis afin de réaliser le calcul par éléments finis. Une composition d'éléments finis s'appelle un maillage d'éléments finis. Les éléments fondamentaux sont des éléments triangulaires à 15 nœuds ou des éléments triangulaires à 6 nœuds. En plus de ces éléments, il y a des éléments particuliers pour le comportement des structures. PLAXIS permet une génération automatique des maillages d'éléments finis. Le générateur de maillage est une version spéciale du générateur de maillage Triangle développé par Sepra¹. La génération du maillage est basée sur une procédure robuste de triangulation, ce qui se traduit par des maillages non structurés.

Ces maillages peuvent paraître désordonnés, mais les performances numériques de tels maillages sont généralement meilleures que celles de maillages (structurés) réguliers. La donnée nécessaire au générateur de maillage est le modèle géométrique composé de points, de lignes et de couches (surface délimitée par des lignes) ; ces dernières sont générées automatiquement pendant la création du modèle géométrique. Les lignes et les points de la géométrie peuvent permettre d'influencer la position et la distribution des éléments. La génération du maillage est lancée en cliquant sur le bouton de génération du maillage situé dans la barre d'outils ou en sélectionnant l'option *Generate* depuis le menu *Mesh*. La génération est aussi activée directement après la sélection d'une option d'affinage dans le menu *Mesh*.

Après la génération du maillage, le programme de résultats (*Output*) est lancé et une représentation du maillage est affichée. Bien que les éléments d'interface aient une épaisseur nulle, les interfaces sont dessinées avec une certaine épaisseur dans le maillage, afin de permettre de voir les jonctions entre les éléments du sol et les interfaces. Cette représentation des jonctions (*Connectivity plot*) est aussi disponible comme option de résultats. Le facteur d'échelle peut être utilisé pour réduire l'épaisseur graphique des interfaces. Pour retourner au programme Input, il faut cliquer sur le bouton *Update*.

#### 3.3.2 Recommandations pour la génération d'un maillage :

Afin de réaliser des calculs efficaces avec les éléments finis, une analyse préliminaire doit être menée avec un maillage grossier. Cette analyse permet de vérifier si le modèle géométrique est suffisamment grand et de voir où apparaissent les concentrations importantes de contraintes et les gradients élevés de déformations. Ces informations permettront de créer un modèle aux éléments finis raffiné.

Pour créer efficacement un maillage détaillé d'éléments finis, il est préférable de choisir la finesse globale adéquate (*Global coarseness*) depuis le menu (*Mesh*). Ensuite, si des raffinements locaux sont souhaités, il vaut mieux commencer par raffiner les couches, les lignes puis les points. Si nécessaire, des coefficients locaux de taille des éléments peuvent être définis directement pour des points.

#### **3.3.2** Conditions initiales :

Une fois le modèle géométrique créé et le maillage d'éléments finis généré, l'état de contraintes initiales et la configuration initiale doivent être spécifiés. Cela se fait dans la partie traitant des conditions initiales du programme d'entrée des données. Les conditions initiales

sont constituées de deux modes différents, l'un pour générer les pressions interstitielles initiales (mode des conditions hydrauliques) et l'autre pour spécifier la configuration géométrique initiale et générer le champ des contraintes effectives initiales (mode de configuration géométrique). La commutation entre ces deux modes se fait au moyen du bouton "bascule" dans la barre d'outils. Les conditions initiales permettent un retour au mode géométrique, mais cette opération est à déconseiller puisque des informations relatives aux conditions initiales seront perdues.

#### **3.3.3** Conditions hydrauliques :

PLAXIS est généralement utilisé pour des analyses en contraintes effectives dans lesquelles une distinction claire est faite entre les pressions interstitielles  $p_{active}$  et les contraintes effectives '. Les pressions interstitielles sont elles-mêmes décomposées en deux parties: les pressions interstitielles permanentes  $p_{steady}$  et les surpressions interstitielles  $p_{excess}$ 

$$p_{active} = p_{steady} + p_{excess}$$

Les surpressions interstitielles apparaissent à cause du chargement de couches dont le matériau a été défini comme non drainé (*Undrained*). Dans un calcul plastique, les surpressions interstitielles ne peuvent être créées que dans ces matériaux non drainés. Une analyse en consolidation peut permettre de calculer la dissipation de ces surpressions en fonction du temps. Au cours de ces calculs, le développement des surpressions est déterminé par les paramètres de perméabilité (*Permeability*) plutôt que par le type de comportement du matériau.

Les pressions interstitielles permanentes proviennent d'une situation hydraulique en équilibre. Un tel état est obtenu quand les conditions hydrauliques extérieures restent constantes au cours d'une longue période. Afin d'obtenir un état d'équilibre, il n'est pas nécessaire que les pressions interstitielles soient par elles-mêmes en équilibre statique (i.e. une nappe phréatique horizontale) puisque des situations avec écoulement ou suintement peuvent conduire à un régime d'équilibre permanent. Les pressions interstitielles permanentes et les pressions hydrauliques externes (appelées water pressures'') sont générées dans le mode des conditions hydrauliques (*Water conditions mode*). Cette génération est facile, à partir de nappes phréatiques (calcul hydrostatique) ; il est également possible (autre alternative) d'effectuer un calcul d'écoulement en régime permanent. Celui-ci nécessite la donnée des conditions aux limites pour l'écoulement, qui sont déduites, par défaut, du niveau général de la nappe phréatique. Les pressions d'eau peuvent également être obtenues à partir du programme PLAXIS séparé pour les écoulements non saturés et transitoires (PLAXFLOW). Ce programme est disponible en tant qu'extension de la Version 8. Bien que les écoulements transitoires ne donnent généralement pas de pressions interstitielles permanentes, les pressions interstitielles obtenues avec ce programme sont traitées comme si elles étaient permanentes dans une analyse en déformations.

Le mode des conditions hydrauliques peut être ignoré dans des projets qui n'impliquent pas de pressions d'eau. Dans ce cas, le toit de la nappe phréatique est placé en bas du modèle géométrique et les pressions interstitielles et pressions hydrauliques externes sont prises nulles.

#### 3.3.4 Poids volumique de l'eau :

Dans des projets qui incluent des pressions interstitielles, la saisie d'un poids volumique pour l'eau est nécessaire pour faire la distinction entre les contraintes effectives et les pressions interstitielles. Lorsque l'utilisateur entre pour la première fois dans le mode des conditions hydrauliques d'un projet, une fenêtre apparaît dans laquelle le poids volumique de l'eau peut être modifié. Ce poids volumique peut aussi être saisi en sélectionnant l'option Water weight depuis le menu Geometry. Par défaut, le poids volumique de l'eau vaut 9,8  $kN/m^{3}$  (ou 0,062 klb/ft³).

#### 3.3.5 Nappes phréatiques :

Les pressions interstitielles et les pressions hydrauliques extérieures peuvent être générées à partir de nappes phréatiques. Une nappe phréatique représente des points où la pression de l'eau est égale à la pression atmosphérique. En utilisant une nappe phréatique, la pression de l'eau augmentera linéairement avec la profondeur en fonction du poids volumique de l'eau (c'est-à-dire que la variation de pression est hydrostatique). Avant d'entrer un niveau

de nappe phréatique, l'utilisateur doit saisir le poids volumique de l'eau. L'option qui permet de générer des nappes phréatiques peut être sélectionnée à partir du menu *Geometry* ou en cliquant sur le bouton correspondant de la barre d'outils. La saisie d'une nappe phréatique est semblable à la création d'une ligne géométrique Les nappes phréatiques sont définies par deux points ou plus. Ces points peuvent être saisis de la gauche vers la droite (sens des *x* croissants) ou vice-versa (sens des *x* décroissants). Les points et les lignes sont superposés au modèle géométrique, mais ils n'interagissent pas avec le modèle géométrique. L'intersection entre une nappe phréatique et une ligne géométrique existante ne crée pas de point géométrique supplémentaire.

Si une ligne phréatique ne couvre pas toute l'échelle des *x* du modèle géométrique, la nappe phréatique est considérée comme s'étendant horizontalement du point le plus à gauche jusqu'à moins l'infini et du point le plus à droite jusqu'à plus l'infini. Au-dessus de la nappe, les pressions interstitielles seront nulles, et en dessous, il y aura une distribution hydrostatique des pressions interstitielles, tout au moins lorsque la pression d'eau est générée à partir des niveaux phréatiques. La génération de ces pressions est réalisée en sélectionnant l'option *Generate water pressures* 

## 3.3.6 Nappe phréatique générale :

Si aucune couche n'est sélectionnée et qu'une nappe phréatique est dessinée, celle-ci sera considérée comme la nappe phréatique générale (*General phreatic level*). Par défaut, la nappe phréatique générale est située en bas du modèle géométrique ; lors de la définition d'une nouvelle nappe, l'ancienne nappe phréatique est remplacée. La nappe phréatique générale permet de générer une distribution hydrostatique des pressions interstitielles pour l'ensemble de la géométrie. La nappe phréatique générale est, par défaut, assignée à toutes les couches de la géométrie.

Si la nappe phréatique générale est en dehors du modèle géométrique et que la limite correspondante est une frontière ouverte, les pressions hydrauliques extérieures seront générées à partir de cette nappe. Ceci s'applique également dans le cas des frontières ouvertes créées par l'excavation (désactivation) d'une couche de sol dans le cadre d'une construction par étapes (*Staged construction*). Le programme de calcul considérera les pressions hydrauliques extérieures comme des charges réparties qui seront prises en compte en plus du

poids du sol et des pressions interstitielles sous le contrôle du coefficient *Mweight*. Les pressions hydrauliques extérieures sont calculées de manière à ce que l'équilibre des pressions hydrauliques soit respecté de part et d'autre de la limite. Toutefois, si la nappe phréatique ne croise pas la limite géométrique en un point existant, les pressions hydrauliques extérieures ne pourront pas être calculées précisément. Ceci s'explique parce que la valeur de la pression hydraulique extérieure n'est définie qu'aux deux extrémités de la ligne géométrique et que celle-ci ne peut varier que linéairement le long de cette ligne géométrique. Ainsi, pour calculer les pressions hydrauliques extérieures précisément, la nappe phréatique générale ne devra croiser les limites géométriques qu'en des points définis de la géométrie. Cette condition devra être prise en compte dès la création du modèle géométrique. Si nécessaire, un point additionnel peut être introduit dans ce but sur la limite géométrique. La nappe phréatique générale peut également être utilisée pour créer une condition limite pour l'écoulement dans le cas où les pressions interstitielles sont calculées à partir d'un calcul d'écoulement.

#### Génération des pressions hydrauliques 3.4

Après la saisie des nappes phréatiques ou la saisie de conditions aux limites pour un calcul d'écoulement, les pressions hydrauliques peuvent être générées. Ceci s'effectue en cliquant sur le bouton de génération des pressions hydrauliques (Generate water pressures) (croix bleues) situé dans la barre d'outils ou en sélectionnant l'option Water pressures depuis le menu Generate. Une fenêtre apparaît alors dans laquelle l'utilisateur doit spécifier s'il veut générer les pressions hydrauliques à partir de la nappe phréatique ou au moyen d'un calcul d'écoulement. La première option est rapide et directe alors que la seconde peut être plus réaliste mais requiert la saisie de plus de données et prend plus de temps.

# 3.4.1 Génération à partir de la nappe phréatique :

La génération au moyen de nappes phréatiques (Phreatic levels) est basée sur la saisie

d'une nappe phréatique générale, des nappes phréatiques de couche et des autres options. Cette génération est directe et rapide. Lorsque les pressions hydrauliques sont générées à partir de nappes phréatiques et que des couches ont été désactivées dans la configuration géométrique initiale, aucune distinction n'est faite entre couches actives et couches inactives. Cela signifie

que les pressions interstitielles en régime permanent sont générées aussi bien pour les couches actives que pour les couches inactives, en fonction du niveau de la nappe phréatique correspondante. Si l'utilisateur décide d'éliminer les pressions hydrauliques dans certaines couches, l'option *Cluster dry* doit être sélectionnée ou alors une nappe phréatique doit être définie sous la couche.

#### 3.4.2 Génération à partir d'un calcul d'écoulement :

PLAXIS comprend un module de calcul d'écoulement permanent. La génération des pressions hydrauliques en utilisant un calcul d'écoulement (*Groundwater calculation*) est basée sur un calcul aux éléments finis utilisant le maillage généré, les perméabilités des couches de sol et les conditions aux limite de l'écoulement (potentiel hydraulique imposé et limites d'écoulement fermées ; paragraphe 3.8.3). Cette génération est plus complexe et prend donc plus de temps qu'une génération à partir de la nappe phréatique, mais les résultats sont plus réalistes, à condition que les données supplémentaires soient correctement choisies.

Quand des couches ont été désactivées dans le mode de configuration de la géométrie (*Geometry configuration mode*), les couches inactives ne sont pas prises en compte dans le calcul d'écoulement lui-même, mais la pression interstitielle aux points de contrainte situés dans les couches inactives est déterminée après à partir de la nappe phréatique générale (*General phreatic level*). Par conséquent, si des couches inactives sont situées (en partie) sous la nappe phréatique générale, il y aura une distribution de pressions hydrostatiques en-dessous de la nappe phréatique générale, alors que la pression hydraulique au-dessus de la nappe phréatique générale sera nulle dans ces couches. La fenêtre de génération des pressions hydrauliques (*Water pressure window*) permet de basculer directement dans le mode de configuration géométrique (*Geometry configuration mode*) pour activer ou désactiver des couches de sol. Cela peut être fait en cliquant sur le bouton de changement de configuration (*Change configuration*). Après que la sélection voulue a été effectuée, l'utilisateur peut

retourner au mode de génération des pressions hydrauliques en cliquant sur le bouton *Continue* de la barre d'outils).

Lorsque l'option *Groundwater calculation* est sélectionnée, il est nécessaire de choisir les valeurs des paramètres de contrôle de la procédure itérative. En général, les réglages standards (*Standard settings*) peuvent être utilisés.

#### 3.4.4 Génération des contraintes initiales (procedure k₀) :

Les contraintes initiales dans un sol sont influencées par le poids du matériau et par l'histoire de sa formation. Cet état de contraintes est caractérisé généralement par une contrainte effective verticale initiale ',₀. La contrainte effective horizontale initiale ',_n est liée à la contrainte effective verticale initiale par le coefficient de pression des terres au repos  $K_0$ . (',_n)⁼ $K_0$  ',_v,0). Dans PLAXIS, les contraintes initiales peuvent être générées en spécifiant  $K_0$  ou en utilisant

le chargement gravitaire (*Gravity loading*). La génération des contraintes initiales à partir de la donnée de  $K_0$  peut être effectuée en cliquant sur le bouton *Generate initial stresses* (croix rouges) dans la barre d'outils, ou en sélectionnant l'option *Initial stresses* depuis le menu *Generate*. Une fenêtre apparaîtra alors et les valeurs de  $K_0$ , ainsi que d'autres paramètres, pourront être saisies dans un tableau

#### **3.4.4 Début des calculs :**

Après la génération des contraintes initiales, la création de la situation initiale du modèle est terminée. En cliquant sur le bouton *Calculate* de la barre d'outils, une boîte de dialogue apparaît dans laquelle l'utilisateur peut sauvegarder les données. Ceci peut être réalisé en utilisant le nom de fichier existant (en appuyant sur *<Yes>*) ou en utilisant un nouveau nom (en appuyant sur *<Save as>*). Cette dernière option peut aussi permettre de créer une copie du modèle généré auparavant. Le gestionnaire de fichiers apparaît alors, et un nouveau nom peut y être spécifié. Si un nouveau modèle est créé (qui n'a jamais été sauvé), un nom de fichier doit être donné dans les deux cas. En appuyant sur le bouton *<No>*, les données ne seront pas sauvées ; par conséquent, toutes les données saisies depuis la

sauvegarde précédente (ou la création du modèle) seront perdues. En appuyant sur le bouton *Cancel*, la boîte de dialogue sera fermée et le menu des conditions initiales du programme Input réapparaîtra. Dans tous les autres cas (*<Save>,<Save as>* et *<No>*), le programme de saisie des données est fermé et le programme *Calculation* est lancé.

#### 3.6 Calcul :

Après la définition d'un modèle aux éléments finis, les calculs proprement dits peuvent être effectués. Il est toutefois nécessaire de définir au préalable le type des calculs à réaliser ainsi que les cas de chargement ou les étapes de construction qui seront à appliquer. On opère grâce au programme de calcul (*Calculation*). PLAXIS permet d'effectuer différents types de calculs aux éléments finis. Le calcul des écoulements a été abordé au chapitre précédent en relation avec le programme d'entrée des données, puisqu'il est employé pour générer la distribution des pressions interstitielles qui constitue une donnée initiale d'une analyse en déformations. Le programme de calcul ne traite que de l'analyse des déformations et permet de réaliser un calcul plastique (Plastic calculation), une analyse de consolidation (Consolidation analysis), un calcul de coefficients de sécurité (Phi-c reduction) ou un calcul dynamique (Dynamic calculation). Cette dernière option requiert le module dynamique de PLAXIS (PLAXIS Dynamic module), qui est une extension de la Version 8. Les trois premiers types de calcul (plastique, consolidation, Phi-c réduction) permettent en option de prendre en compte les effets des grands déplacements. Cette option s'appelle Updated mesh (mise à jour du maillage) et est disponible comme option avancée. Dans la pratique, un projet peut se décomposer en plusieurs phases. De même, le processus de calcul de PLAXIS est aussi divisé en étapes de calcul. L'activation d'un cas de charge prédéfini, la simulation d'étapes de construction, l'introduction d'une période de consolidation, le calcul d'un coefficient de sécurité sont des exemples de phases de calcul. Chaque phase de calcul est couramment divisée en plusieurs pas de calcul. Cela est dû au fait que le comportement non linéaire du sol nécessite l'application des charges par paliers (incréments de charge). Cependant, dans la plupart des cas, il suffit de préciser l'état à obtenir à la fin de la phase de calcul. Dans PLAXIS, des procédures automatiques et robustes d'incrémentation des pas de chargement assurent un choix approprié des pas de calcul.

#### 3.6.1 Le programme de calcul :

Cette icône représente le programme de calcul (*Calculations*). Celui-ci contient tous les éléments pour définir et amorcer un calcul par la méthode des éléments finis. Au début du programme de calcul, l'utilisateur doit choisir le projet pour lequel les calculs vont être définis. La fenêtre de sélection permet un choix rapide entre les quatre projets les plus récents. Si le projet choisi n'apparaît pas dans cette liste, il faut utiliser l'option <<<*More files>>>*. Dans ce cas, le gestionnaire de fichiers apparaît, ce qui permet à l'utilisateur d'avoir un aperçu de tous les répertoires accessibles et de choisir le fichier de projet PLAXIS souhaité (*.plx). Il n'est pas nécessaire de choisir un projet quand on clique sur le bouton *Calculate* depuis la fenêtre des conditions initiales du programme d'entrée des données. Dans ce cas, le projet en cours est automatiquement sélectionné dans le programme de calcul. Après la sélection (automatique) d'un projet, la fenêtre principale du programme de calcul apparaît.

# **3.5.2 Définition d'une phase de calcul :**

Considérons un nouveau projet pour lequel aucune phase de calcul n'a encore été définie. Dans ce cas, la liste des calculs ne contient qu'une seule ligne référencée phase initiale (*Initial phase*) pour laquelle le numéro de phase est 0. Cette ligne représente la situation initiale du projet telle que définie par les conditions initiales du programme *Input*. La phase initiale est le point de départ pour les calculs ultérieurs. Pour introduire la première phase de calcul du projet en cours, il suffit d'appuyer sur le bouton *Next* situé au-dessus de la liste des phases ; une nouvelle ligne apparaît alors. L'option *Next phase* peut également être sélectionnée à partir du menu *Edit*. Lorsque le programme de calcul a été lancé à partir du menu des conditions initiales dans le programme d'entrée des données en cliquant sur le bouton *Calculate*, la première phase de calcul, non définie, a été automatiquement introduite.

Lorsqu'une nouvelle phase de calcul est introduite, celle-ci doit être définie. Les onglets

*General, Parameters* et *Multipliers* dans la partie supérieure de la fenêtre principale, sont prévus à cet effet. En appuyant sur les touches *Enter* ou *Tab* du clavier après l'entrée de chaque paramètre, l'utilisateur est guidé vers chacun des autres paramètres.La plupart d'entre eux ont une valeur par défaut, ce qui simplifie l'entrée des données. En général, seuls quelques paramètres doivent être définis pour une phase de calcul. On trouvera plus de détails sur les différents paramètres dans les sections qui suivent. Quand tous les paramètres ont été définis, l'utilisateur peut choisir de définir une autre phase de calcul ou de lancer le processus de calcul. L'introduction et la définition d'une autre phase de calcul se fait de la même manière que précédemment. Le processus de calcul se lance en cliquant sur le bouton *Calculate* de la barre d'outils ou en sélectionnant l'option *Current project* du menu *Calculate*. Il n'est pas nécessaire de définir toutes les phases de calcul avant le début du processus de calcul puisque le programme permet de définir de nouvelles phases de calcul après que les précédentes ont été calculées.

## **3.5.3** Insertion et suppression de phases de calcul :

Lors de l'insertion ou de la suppression de phases de calcul, il ne faut pas oublier que la condition de départ pour les phases suivantes changera et devra être modifiée manuellement si nécessaire. De façon générale, une nouvelle phase de calcul est définie à la fin de la liste des phases grâce au bouton *Next*. Il est toutefois possible d'insérer une nouvelle phase de calcul entre deux phases existantes. Cela se fait en appuyant sur le bouton *Insert*. Par défaut, la nouvelle phase démarrera des résultats de la phase qui précède dans la liste, comme indiqué par le compteur *Start from*. Cela signifie que les états des couches actives, des éléments de structure, des charges, des conditions hydrauliques et des multiplicateurs sont celles de la phase précédente.

L'utilisateur doit définir de nouvelles caractéristiques pour la phase insérée de la même manière qu'il le fait pour une nouvelle phase à la fin de la liste. La phase suivant la phase insérée gardera l'indication *Start from* antérieure et ne commencera pas automatiquement à partir de la phase insérée. Si l'on veut que la phase suivante débute à partir de la phase insérée, il faudra l'indiquer manuellement en changeant le paramètre *Start from phase* dans l'onglet *General*. Dans ce cas, il faut que cette phase suivante soit redéfinie complètement car les conditions initiales ont changé. Cela peut également avoir des conséquences sur les autres phases suivantes.

En outre, il est aussi possible de supprimer des phases. Ceci se fait en sélectionnant la phase à supprimer puis en cliquant sur le bouton *Delete*. Avant de supprimer une phase, il faut vérifier qu'aucune phase ultérieure ne se réfère à celle-ci dans la colonne *Start from*.

Après confirmation de la suppression, toutes les phases dont l'indication *Start from* se reportait à la phase supprimée, seront modifiées automatiquement de manière à ce que celle-ci se réfère à la phase précédant la phase supprimée. Néanmoins, il est nécessaire de redéfinir précisément ces phases puisque les conditions de départ ont changé.

# **3.5.4 Caractéristiques générales des calculs :**

Les données introduites à l'aide de l'onglet *General* permettent de définir les caractéristiques générales d'une phase de calcul

#### Phase:

Les divers éléments du groupe *Phase* peuvent être utilisés pour identifier une phase de calcul et pour déterminer l'ordre des phases de calcul en sélectionnant celle qui sera prise comme point de départ pour chaque étape de calcul

#### Calculation type:

Les choix faits dans les deux cases du groupe *Calculation type* déterminent le type de calcul utilisé

#### Comments et log info:

La case *Log info* affiche les messages générés pendant le calcul aux éléments finis. La case *Comments* permet de stocker les informations relatives à une phase de calcul en particulier.

# **3.5.5** Identification et ordre des phases :

La case *Phase* de l'onglet *General* indique le numéro de la phase et un texte d'identification pour la phase de calcul en cours. PLAXIS assigne automatiquement un numéro, qui ne peut pas être changé par l'utilisateur, à chaque phase de calcul. Par défaut, le texte d'identification est <Phase #>, où # est le numéro de la phase en cours ; toutefois, ce texte peut être changé par l'utilisateur pour donner un nom plus explicite. Le texte d'identification et le numéro de la phase apparaissent dans la liste de calcul dans la partie inférieure de la fenêtre. De plus, le paramètre *Start from phase* doit être choisi dans le menu déroulant de la case *Phase*. Ce paramètre se reporte à la phase de calcul à partir de laquelle la phase en cours débute (c'est la phase de référence). Par défaut, c'est la phase précédente qui est sélectionnée, mais si d'autres phases de calcul ont déjà été définies, la phase de référence peut être toute phase antérieure. Il n'est pas possible de sélectionner une phase qui apparaît après la phase courante dans la liste de calcul.

Lorsqu'une seule phase de calcul a été définie, il est évident que les calculs démarreront de l'état généré par les conditions initiales du programme d'entrée des données. Cependant, les phases de calcul ultérieures pourront également commencer à partir de la phase initiale. C'est le cas si différents chargements ou séquences de chargement sont à considérer séparément pour un projet (solutions variantes par exemple). Un autre exemple de phasage complexe est le cas de plusieurs étapes de construction intermédiaires pour lesquelles on veut analyser la sécurité. Dans PLAXIS, ces analyses sont basées sur la méthode de réduction des caractéristiques mécaniques (*Phi-c* 

*Reduction*), jusqu'à obtenir la rupture. Quand le processus de construction est poursuivi, la nouvelle étape devra commencer à partir de l'étape précédente de construction proprement dite plutôt qu'à partir des résultats obtenus lors de l'analyse de sécurité. Une alternative à ce phasage consiste à réaliser toutes les analyses de sécurité pour les différentes étapes de construction à la fin du processus de calcul. Dans ce cas, le paramètre *Start from phase* devra correspondre aux diverses étapes de construction.

# **3.5.6** Types de calculs :

Le type de calcul d'une phase (*Calculation type*) est d'abord défini dans le menu déroulant en haut à droite de l'onglet *General*. Il y a trois types de types de calcul fondamentaux distincts : un calcul plastique (*Plastic*), une analyse de consolidation (*Consolidation*) et un calcul de coefficient de sécurité (*Phi-c reduction*). Un calcul dynamique (*Dynamic*) est disponible en option dans le menu déroulant, mais il requiert le module PLAXIS Dynamics, qui est une extension de la Version 8.

#### 3.5.7 L'analyse de la consolidation :

Une analyse de la consolidation (*Consolidation*) doit être choisie dès qu'il est nécessaire de suivre le développement et la dissipation des pressions interstitielles au cours du temps dans des sols saturés de type argileux. PLAXIS permet de vraies analyses de consolidation élasto-plastiques. En général, une analyse de la consolidation sans chargement supplémentaire est menée après un calcul plastique réalisé en condition non drainée. Il est aussi possible d'appliquer des charges pendant l'analyse de la consolidation. Cependant, il faut être vigilant lorsque l'on approche de la rupture, puisque le processus itératif peut ne pas converger dans de tels cas. Notons que certaines des limitations de PLAXIS Version 7 quant aux analyses de consolidation ont été améliorées dans cette version. Par exemple, il est maintenant possible d'appliquer des étapes de construction dans le temps dans une analyse de consolidation. De plus, les analyses de consolidation peuvent être réalisées dans le cadre des grandes déformations. Veuillez vous reporter au manuel scientifique (*Scientific Manual*) pour plus de détails sur la formulation théorique.

## **36 Procédures d'application du chargement :**

Quand la plasticité du sol est prise en compte dans un calcul aux éléments finis, les équations ne sont plus linéaires, ce qui signifie que chaque phase de calcul doit être résolue de manière itérative, par l'application de plusieurs pas de chargement. Un élément important de la procédure de résolution non linéaire est le choix de la taille des pas et du type d'algorithme à utiliser.

Pour chaque pas de chargement, les erreurs d'équilibre dans la solution sont réduites successivement par une série d'itérations. La procédure d'itération est basée sur une méthode des contraintes initiales accélérée. Si le pas de calcul est de taille adéquate, le nombre d'itérations qu'il faudra pour obtenir l'équilibre sera relativement petit, environ cinq à dix en général. Si la taille du pas de calcul est trop faible, il faudra plus de pas pour atteindre le niveau de chargement souhaité et cela pourra prendre beaucoup de temps. A l'inverse, si le pas de calcul est trop grand, soit le nombre d'itérations pour atteindre l'équilibre sera très important, soit la procédure divergera. Dans PLAXIS, plusieurs procédures sont disponibles pour la résolution des problèmes de plasticité non-linéaire. Toutes les procédures sont basées sur une sélection automatique de la taille des pas de calcul. Les procedures suivantes sont disponibles : *Load advancement ultimate level, Load advancement number of steps* et *Automatic time stepping*. Les utilisateurs ne doivent pas s'inquiéter quant à la sélection de la bonne procédure, puisque PLAXIS utilisera automatiquement la procédure la plus appropriée pour garantir une performance optimale. Les procédures d'application du chargement sont contrôlées par un certain nombre de paramètres de contrôle du calcul.

# **3.7** Paramètres de contrôle du calcul :

L'onglet *Parameters* est employé pour définir les paramètres de contrôle d'une phase de calcul et de la procédure de résolution correspondante.

## **3.7.2** Les pas additionnels (Additional steps)

Ce paramètre précise le nombre maximum de pas de calcul (pas de chargements) réalisés dans une phase de calcul. Si le type de calcul sélectionné est un calcul plastique (*Plastic*) ou une analyse de consolidation (*Consolidation*) et que le paramètre *Loading input* est fixé sur *Staged construction*, *Total multipliers* ou *Minimum pore pressure*, alors le nombre de pas additionnels (*Additional steps*) est une limite supérieure du nombre de pas de calculs qui seront exécutés. En général, il est souhaité qu'un tel calcul soit terminé pour un nombre de pas de calculs inférieur au nombre de pas additionnels et s'arrête selon le premier ou le troisième critère décrit dans (*Prescribed ultimate state reached* ou *Soil body collapses*). Si un tel calcul atteint le nombre maximal de pas additionnels, cela signifie en général que le niveau final n'a pas été atteint.

Par défaut, le paramètre *Additional steps* est fixé à 250, ce qui est généralement suffisant pour réaliser une phase de calcul. Cependant, ce nombre peut être changé dans l'intervalle 1 à 1000.

# **3.7.2** Construction par étapes :

La construction par étapes (Staged construction) est le type de chargement (Loading *input*) le plus important. Grâce à cette fonctionnalité spéciale de Plaxis, il est possible de changer la géométrie et la configuration de chargement en désactivant ou réactivant les charges, les couches de sol ou les éléments de structure créés lors de la définition du modèle géométrique. La construction par étapes permet une simulation précise et réaliste de différents processus de chargement, construction et excavation. Cette option peut également être utilisée pour réassigner des jeux de caractéristiques des matériaux ou pour changer les distributions de pressions hydrauliques dans la géométrie. Pour mener un calcul de construction par étapes, il est d'abord nécessaire de créer un modèle géométrique qui inclut tous les objets utiles au calcul. Les objets qui ne sont pas nécessaires au début du calcul seront désactivés dans la configuration géométrique initiale à la fin du programme Input. L'analyse d'une construction par étapes peut être effectuée au cours d'un calcul plastique aussi bien que pour une analyse de consolidation. Dans l'onglet Parameters, l'option Staged construction peut être sélectionnée dans la case Loading input. En double-cliquant sur le bouton Define, le programme *Input* est lancé et la fenêtre de construction par étapes apparaît. Cette fenêtre est semblable à la fenêtre des conditions initiales, mis à part le fait que les options qui n'ont de sens que pour les conditions initiales (comme la *procédure*  $K_0$ ) ne peuvent être sélectionnées. Il est aussi impossible d'accéder à la fenêtre géométrie du programme Input à partir de la fenêtre de construction par étapes. D'autre part, des options spécifiques au mode de construction par étape sont disponibles.

#### **3.7.3** Activation ou modification des chargements :

Les charges créées pendant la définition de la géométrie sont désactivées dans la situation initiale, mais elles peuvent être réactivées en utilisant un processus de construction par étapes. Comme pour les éléments de structure, les chargements peuvent être activés ou désactivés en cliquant une fois dessus dans le modèle géométrique. Les charges actives sont dessinées dans leur couleur d'origine, alors que les charges désactivées sont dessinées en gris.

Lors de l'activation de charges, la valeur réelle du chargement appliqué durant le calcul est déterminée par la donnée du chargement et le multiplicateur de chargement correspondant (*SMloadA* ou *SMloadB*).

# **3.8 Exécution de la procédure de calcul :**

Lorsque les phases de calcul ont été définies et les points pour les courbes sélectionnés, la procédure de calcul peut être exécutée. Avant de la lancer, il est cependant préférable de vérifier la liste des phases de calcul. En principe, toutes les phases de calcul signalées par une flèche bleue seront exécutées dans la procédure de calcul. Par défaut, si l'on définit une phase de calcul, celle-ci sera automatiquement sélectionnée pour les calculs. Une phase de calcul précédemment exécutée est marquée d'une coche verte si le calcul est parvenu à son terme, sinon elle est indiquée par une croix rouge. Pour sélectionner ou désélectionner une phase de calcul à exécuter, il faudra soit double-cliquer sur la ligne correspondante, soit appuyer sur le bouton droit de la souris au niveau de la ligne correspondante puis sélectionner l'option *Mark calculate* ou l'option *Unmark calculate* dans le menu du curseur.

# **3.9** Résultats affiches pendant les calculs :

Pendant une analyse en déformations par éléments finis, les informations à propos du processus itératif sont présentées dans une fenêtre séparée. Ces informations comprennent les valeurs courantes des facteurs multiplicateurs totaux de chargement ainsi que d'autres paramètres pour la phase en cours de calcul.

## **3.10** Sélection de phases de calcul pour les résultats (output)

Lorsque le processus de calcul est achevé, la liste de calcul est remise à jour. Les phases de calcul achevées sont marquées d'une coche verte, alors que celles qui ont échoué sont indiquées par une croix rouge. De plus, les messages apparus dans les calculs sont affichés dans la boîte *Log info* de l'onglet *General*.

Lorsqu'une phase de calcul sélectionnée a été achevée, la barre d'outils propose le bouton *Output*. En choisissant une phase de calcul terminée puis en cliquant sur le bouton

*Output*, les résultats de la phase sélectionnée sont directement affichés à l'aide du programme de résultats (*Output*). L'utilisateur peut choisir plusieurs phases de calcul en maintenant appuyé le bouton *Shift* du clavier pendant qu'il sélectionne les phases. En cliquant ensuite sur le bouton *Output*, les résultats de toutes les phases sélectionnées sont affichés dans des fenêtres séparées du programme Output. De cette manière, les résultats des différentes phases de calcul pourront être facilement comparés.

## **3.11 Résultats :**

Les principaux résultats d'un calcul d'éléments finis sont les déplacements aux nœuds et les contraintes aux points de contraintes. De plus, lorsqu'un modèle d'éléments finis inclut des éléments de structure, des efforts sont calculés dans ces éléments. Une vaste gamme d'outils est offerte par PLAXIS pour afficher les résultats d'une analyse aux éléments finis. L'ensemble des outils qui peuvent être sélectionnés depuis le programme de résultats est décrit dans ce chapitre.

# **3.11.1** Le programme de résultats (output) :

Cette icône représente le programme de résultats (*Output*). Celui-ci contient tous les éléments qui permettent de visualiser les résultats des calculs aux éléments finis. Au lancement du programme de résultats, l'utilisateur doit choisir le modèle et la phase de calcul approprié ou le numéro du pas pour lequel les résultats seront affichés. Après cette sélection, une première fenêtre de résultats est ouverte ; celle-ci affiche le maillage déformé.

## 3.11.2 Le menu des résultats :

Le menu principal du programme *Output* contient des menus déroulants qui couvrent la plupart des options pour manipuler des fichiers, transférer des données, et voir des graphiques et des tableaux. Les principaux types de résultats d'un calcul aux éléments finis sont les contraintes et les déformations. Par conséquent, ces deux aspects constituent la majeure partie du menu des résultats. Lorsqu'un modèle géométrique complet est affiché, le menu principal est constitué de différents menus: *File, Edit, View,Geometry, Deformations, Stresses, Window* et *Help*. Selon le type de données présentées dans une forme de résultats, le menu changera.

## 3.12 Courbes charge-déplacement et chemins de contrainte :

Le programme des courbes (*Curves*) peut être utilisé pour dessiner des courbes charge ou temps-déplacements, des courbes contraintes-déformations, des chemins de contrainte ou de déformation pour des points choisis dans la géométrie. Ces courbes représentent les évolutions au cours des différentes phases de calcul, et cela donne un aperçu du comportement global et local du sol. Les points au niveau desquels les courbes sont générées doivent être choisis avec l'option *Select points for curves* dans le programme de calcul avant de lancer le processus de calcul. La distinction est faite entre les nœuds et les points de contrainte.

En général, les nœuds sont utilisés pour générer les courbes charge-déplacement alors que les points de contrainte servent pour les courbes contraintes-déformations et les chemins de contrainte. Un maximum de 10 nœuds et 10 points de contrainte peuvent être sélectionnés. Pendant les calculs, les résultats relatifs à ces points sont stockés dans les fichiers de données des courbes ; ces informations sont utilisées ensuite pour générer les courbes. Il n'est pas possible de générer des courbes pour des points qui n'ont pas été sélectionnés puisque les informations requises ne sont pas disponibles dans les fichiers de données des courbes.

## **3.13** Le programme courbe (curves)

Cette icône représente le programme *Curves*. Ce programme contient toutes les options nécessaires pour générer des courbes charge-déplacement, des chemins de contrainte et des courbes contraintes-déformations. Au début du programme *Curves*, il faut choisir entre ouvrir une courbe existante et en créer une nouvelle. Si *New chart* est sélectionné, la fenêtre *Curve generation* apparaît, dans laquelle les paramètres de génération de courbes sont réglés. En sélectionnant *Existing chart*, la fenêtre de sélection permet un choix rapide de l'une des quatre courbes les plus récentes. Si le graphique à sélectionner n'apparaît pas dans la liste,
l'option <<<More files>>> peut être utilisée.

Le gestionnaire de fichiers général apparaît alors, ce qui permet à l'utilisateur d'avoir un aperçu de tous les répertoires disponibles et de choisir le fichier graphique de PLAXIS souhaité (*.G## où ## est un numéro compris entre 00 et 99). Après la sélection d'un projet existant, le graphique correspondant apparaît dans la fenêtre principale.

## **CHAPITRE IV**

#### ETABLISSEMENT D'UN MODELE DE REFERENCE D'UN REMBLAI SUR SOL MOU

#### 4.1 Introduction:

Le renforcement des sols compressibles par drains de sables est une technique alternative qui permet de réduire et d'homogénéiser les tassements des voies ferrés, de remblai routier et des bâtiments industriels. On s'intéresse ci au tassement d'un remblai sur sol mou problème du tassement. Ce remblai est construit en deux étapes de construction. La première étape correspond à un chargement équivalent de 15KPa et la seconde à un nouveau chargement de 20KPa, ceci correspond donc à un remblai de deux mètres de hauteur. Dans un but de simplifier, on a choisi de remplacer ici le remblai (et les caractéristiques mécaniques du remblai) uniquement par une contrainte verticale équivalente à son poids propre.

Dans la première phase de construction, rapide, le sol sera supposé non drainé. Les surpressions interstitielles pourront ensuite se dissiper jusqu'à ce que la valeur de la surpression interstitielle soit inférieure à 1KPa. C'est alors que l'on appliquera la seconde étape de chargement suivie de sa consolidation. Ce processus de chargement est couramment utilisé dans la construction de remblai sur sols mous.

#### 4.2 Saisie des données :

On choisit un nom (10m sans drain), en déformation plane avec triangles à 6 nœuds. On suppose une couche de sol de 10m d'épaisseur et de 50m de large. On obtient donc un rectangle de 10x50m²

Les conditions aux limites sont prises par défaut. On choisit le chargement *A* (*load system A*) et on applique de x=15m à x=35m en définissant des points pour x=20 et x=30, tel que dessiné ce chargement est uniforme entre les points 4 à 7. Pour tenir compte de la pente de remblai, cliquer 2fois entre le point 4 et 5, une fenêtre de dialogue apparaît, celle-ci permet d'appliquer une charge nulle au point 4, en choisissant de modifier le chargement (*load*). En répétant l'opération pour le point 7, on annule le chargement au point 7

#### On obtient alors la figure4.1



Figure4.1 Géométrie du problème

#### 4.3 Paramètres de sol :

On définit un nouveau type de sol en choisissant *(new)* dans la base de données des matériaux. On utilisera un modèle de Mohr-Coulomb et on précisera que le sol est non drainé *(undrained)*. Les paramètres du sol sont donnés dans la tableau4.1

Paramètre	Valeur
$\gamma_{unsat} = \gamma_{sat}$	18KN/m ³
$K_x = K_y$	8,600E-03
<i>E'</i>	3000KPa
V	0,25
<i>C</i> ′	50KPa
φ	5°
Ψ	0°

Tableau4.1 Valeurs des différents paramètres de la couche molle de 10m de profondeur

General Parameters	Interfaces			
Stiffness E _{ref} : 1.30 v (nu) : 0.30	0E+04 kN/m ²	Strength ^C ref [:] φ (phi) : ψ (psi) :	1.000 31.000 0.000	kN/m ² •
Alternatives G _{ref} : 5000 E _{oed} : 1.75	0.000 kN/m ²			
				<u>A</u> dvanced

Figure4.2 fenêtre des caractéristiques générales relatives à la couche de sol mou

#### Le maillage : 4.4

On peut alors lancer la génération automatique du maillage (Figure4.3)



Figure 4.3 Maillage du problème

**Nota :** dans ce problème symétrique, on a ici générer volontairement un maillage non symétrique avec des tailles d'éléments différents, les résultats ne seront pas parfaitement identiques, (on a conservé le maillage par défaut à gauche, et on a choisit le menu *Mesh* puis l'option *Refine cluster* après avoir sélectionné le cluster de droite).

#### 4.5 Conditions initiales :

Valider le poids volumique de l'eau et ensuite placer une nappe à 1m de profondeur, elle est définie par deux points sur le coté du massif.

On doit maintenant définir les conditions aux limites pour la consolidation, seule la face supérieure sera supposée drainante, utiliser pour cela les limites de consolidation fermées (closed consolidation boundary) sur les 3autres frontières du modèle (traits orange).

On peut ensuite calculer les pressions interstitielles initiales (croix bleu, option : *phreatic level*), il n'y'a pas d'écoulement. La valeur maximale obtenue est de -89,93KPa ; en effet, les pressions sont négatives (convention de la mécanique des milieux continus) et 88,5 est la valeur calculée au point de Gauss et non au fond de la boite (elle vaudrait 90KPa résultat que donne une coupe verticale)

L'initialisation des contraintes de ce sol peut se faire en conditions  $K_0$ . PLAXIS propose par défaut un  $K_0$  selon la formule de Jaky que l'opérateur peut modifier. La valeur maximale est de -89,93KPa.



Figure 4.4 Répartition des pressions interstitielles



Figure 4.5 Coupe verticale des pressions interstitielles

#### 4.6 Première phase de chargement :

Dans la fenêtre calcul, on choisit pour la première phase les options et dans l'onglet

Parameters, on prend l'option «construction par étapes» puis on clique sur le bouton Define. On obtient alors une vu de massif avec en grisé les charges que l'on va activer en cliquant dessus et régler les valeurs de la charge aux différents points à 15KPa (Figure4.6)



Figure 4.6 Définition des charges pour une couche de 10m de profondeur

Il est nécessaire de choisir les points où l'on veut visualiser les données, tant en déplacement (des nœuds) qu'en contraintes (des points de Gauss). On propose un point au centre du remblai et un sur le bord. Pour les contraintes, on suppose que l'on a placé une cellule de pression à la cote -8m pour suivre la consolidation.

On peut alors lancer le calcul...

Le résultat obtenu donne un tassement de 4,53mm au centre et une remontée du sol sur les cotés, le sol est effectivement non drainé et le volume reste constant.

Les incréments de déformations donnent bien l'allure des ruptures observés en remblai sur sol mous (Figure 4.7 et 4.8)



Figure 4.7 Représentation du maillage déformé pour une couche de 10m de profondeur



## Figure4.8 Représentation des incréments de déplacement totaux pour une couche de 10m de profondeur

En choisissant excess pore pressure dans le menu Stress, on obtient une surpression

maximale de presque -1KPa correspond au chargement (Figure4.9)



Figure4.9 Représentation des surpressions interstitielles pour une couche de 10m de profondeur

#### 4.7 Phase de consolidation :

On revient dans le menu calcul, et on clique sur «*Next*» pour créer la phase suivante. On choisit cette fois l'option *consolidation* dans l'onglet *General*. On accepte les valeurs par défaut et l'on souhaite arrêter le calcul lorsque la surpression interstitielle sera inférieure à 1KPa (option *Minimum pore pressure* dans l'onglet *Parameters*).

On lance le calcul. L'observation du maillage déformé permet de voir que le tassement est passé de 4,5mm à 196,40mm. Il n'y a plus de remontée latérale du sol (Figure4.10).

On constate également sur le figure4.11 que les surpressions interstitielles ont bien été toutes dissipées (valeur maxi inférieure à 1KPa, attention a l'échelle trompeuse de représentation).



Figure4.10 Maillage déformé après consolidation pour une couche de 10m de profondeur



## Figure4.11 Surpressions interstitielles après la première consolidation pour une couche de 10m de profondeur

#### 4.8 Second cycle de chargement et consolidation :

On répète le même scénario en faisant un nouveau chargement de 15 à 35KPa en conditions non drainées (le sol l'est de nouveau car les données d'entrée restent inchangées). Le tassement au centre du remblai est de 63mm, puis en faisant une consolidation sous le deuxième chargement, on obtient un tassement final de 197,93mm (Figure 4.12)



Figure 4.12 Représentation des vecteurs déplacements, en fin de phasage pour une couche de 10m de profondeur

#### 4.9 **Courbes :**

Deux courbes apparaissent intéressantes, tracer le tassement au centre et la pression interstitielle à 8m de profondeur en fonction du temps.

On va dans le programme Curves pour visualiser les tassements du point A (centre du remblai) (Figure4.14).



Figure4.13 Courbes déplacement en fonction du temps pour le point A(10,8) pour une couche de 10m de profondeur

On peut aussi visualiser la pression interstitielle au point en profondeur (Figure4.14)



## Figure4.14 Pression interstitielle vers 9m de profondeur pour une couche de 10m de profondeur

On note la génération de pression de chargement puis la dissipation progressive pendant 30 jours lors de chaque phase de consolidation ; le coefficient de consolidation  $C_V$ 

étant le même, les deux phases de dissipation ont la même durée en accord avec la théorie de Terzaghi.

## 4.10 Cas d'une couche molle de 10m de profondeur renforcé par de deux drains de sable sur différentes positions :

## 4.10.1 Cas d'une couche molle de 10m de profondeur renforcé par de deux drains de sable au milieu :

Les propriétés générales du sol mou et du sable utilisé sont présentés dans le tableau suivant :

Paramètre du sol mou	Paramètre du sable
$\gamma_{unsat} = \gamma_{sat} = 18 \text{KN/m}^3$	$\gamma_{unsat} = 17 \text{KN/m}^3$ , $\gamma_{sat} = 18 \text{KN/m}^3$
$K_{x} = K_{y}_{=8,60\text{E-}03}$	$K_{x} = K_{y}_{=50}$
Е'=3000КРа	<i>E</i> ′=1,000E+05KPa
V=0,25	V=0,30
C' =50KPa	С′ =10КРа
$\varphi_{=5^{\circ}}$	$\varphi_{=25^{\circ}}$
$\psi_{=0^{\circ}}$	Ψ _{=0°}

Tableau4.2 Valeurs des différents paramètres de la couche molle de 10m de profondeur et de deux drains de sable



Figure4.15 Cas d'une couche molle de 10m de profondeur renforcé par de deux drains de sable au milieu(axe de symétrie)

#### 4.10.2 Cas d'une couche molle de 10m de profondeur renforcé par de deux drains de sable au centre :

Les propriétés générales du sol mou et du sable utilisé restent inchangées



Figure4.16 Cas d'une couche molle de 10m de profondeur renforcé

par de deux drains de sable au centre(par rapport à la mi-distance de l(axe de symétrie)

#### 4.10.3 Cas d'une couche molle de 10m de profondeur renforcé par de deux drains de sable au rive :

Les propriétés générales du sol mou et du sable utilisé restent inchangées









#### 4.10.4 Interprétation des graphes :

*Nous observons que la meilleure position des drains c'est celle de milieu (par rapport à l'axe de symétrie), après la position du centre (par rapport à la mi-distance de l'axe de symétrie) et puis celle de rive

*La consolidation se fait rapidement dans le cas où les drains sont placés au milieu *A un temps court, on remarque une augmentation de la pression interstitielle U et une dissipation se fait en fonction du temps jusqu'à la consolidation finale pour chaque modèle *Plus qu'on a des drains plus que le temps de consolidation diminue

*Le paramètre de la cohésion du sol C prise égale à 50KPa pour une couche de sol d'épaisseur H de 10m, (plus qu'on augmente la profondeur de la couche de sol, plus que la valeur de la cohésion C augmente.) *Le diamètre du drain doit être bien choisi pour que le temps de consolidation soit important *Le choix des paramètres du sol mou et du sable est très important pour que les calculs PLAXIS donnent des résultats satisfaisants

# 4.11 Cas d'une couche molle de 20m de profondeur renforcé par quatre drains de sable sur différentes positions :

Les propriétés générales du sol mou et du sable utilisé sont présentés dans le tableau suivant :

Paramètre du sol mou	Paramètre du sable
$\gamma_{unsat} = \gamma_{sat} = 18 \text{KN/m}^3$	$\gamma_{unsat} = 17 \text{KN/m}^3$ , $\gamma_{sat} = 18 \text{KN/m}^3$
$K_{x} = K_{y=8,60\text{E-}03}$	$K_{x} = K_{y=50}$
<i>E'</i> =3000KPa	<i>E'</i> =1,000E+05KPa
V=0,25	V=0,30
<i>C</i> ′ _{=70KPa}	С′ =10КРа
$\varphi_{=5^{\circ}}$	$\varphi_{=25^{\circ}}$
Ψ _{=0°}	$\psi_{=0^{\circ}}$

Tableau4.3 Valeurs des différents paramètres d'une couche molle de 20m de profondeur et de quatre drains de sable



Figure4.19 Définition des charges pour une couche molle de 20m de profondeur

# 4.11.1 Cas d'une couche molle de 20m de profondeur renforcé par quatre drains de sable (milieu+centre) :



Figure4.20 Définition des charges pour une couche molle de 20m de profondeur (Drains centre+milieu)

# 4.11.2 Cas d'une couche molle de 20m de profondeur renforcé par quatre drains de sable (milieu+rive) :



Figure4.21 Définition des charges pour une couche molle de 20m de profondeur (Drains au milieu+rive)

4.11.3 Cas d'une couche molle de 20m de profondeur renforcé par quatre drains de sable (centre+rive) :



Figure4.22 Définition des charges pour une couche molle de 20m de profondeur (Drains au centre+rive)



Figure 4.23 Comparaison des résultats des calculs de consolidation par différentes positions des quatre drains

#### 4.11.4 Interprétation des graphes :

On constate les mêmes remarques que pour le cas de deux drains de sable, avec : *Le paramètre de la cohésion du sol C prise égale à 70KPa pour une couche de sol d'épaisseur de 20m

## 4.12 Cas d'une couche molle de 20m de profondeur renforcé par six drains de sable (rive+milieu+centre):

Les propriétés générales du sol mou et du sable utilisé sont présentés dans le tableau suivant :

Paramètre du sol mou	Paramètre du sable
$\gamma_{unsat} = \gamma_{sat} = 18 \text{KN/m}^3$	$\gamma_{unsat} = 17 \text{KN/m}^3, \gamma_{sat} = 18 \text{KN/m}^3$

$K_{x} = K_{y} = 8,60 \text{E-} 03$	$K_{x} = K_{y=50}$
Е'=3000КРа	E'=1,000E+05KPa
V=0,25	V=0,30
C' =100KPa	<i>C</i> ′ _{=10KPa}
$\varphi_{=5^{\circ}}$	$\varphi_{=25^{\circ}}$
<i>₩</i> =0°	$\psi_{=0^{\circ}}$

Tableau4.4 Valeurs des différents paramètres d'une couche molle de 20m de profondeur et de six drains de sable



Figure4.24 Définition des charges pour une couche molle de 20m de profondeur (Drains au rive+milieu+centre)



Figure 4.25 Comparaison des résultats des calculs de consolidation par différentes positions des quatre drains

#### 4.13 Validation d'un modèle de référence :

Pour valider un modèle de référence quelconque on s'est inespéré d'un exemple déjà étudié par les méthodes analytiques et comparés par des mesures in-situ. On a modélisé cet exemple, les résultats numériques obtenus sont proche des résultats analytique et expérimental.



Figure4.26 Définition des charges, drains de sable et tapis de sable (Cas de drains de 30cm de diamètre et 7m de hauteur)



Figure 4.27 Comparaison des résultats des calculs de consolidation par différentes méthodes + données numériques

### **CHAPITRE V**

#### MODE DE REALISATION DES DRAINS DE SABLE

#### 5.2 Introduction :

Les drains de sable sont des colonnes constituées de sable à des propriétés générales comme les poids volumiques et la perméabilité bien définies, ainsi que des paramètres définissant la raideur et la résistance. Ces paramètres qui relient les propriétés de l'interface aux propriétés du sol. Ces colonnes ne comportent en particulier aucun liant sur leur hauteur. Elles peuvent être réalisées en maillages réguliers ou variables, en lignes, en groupes ou même de manière isolée. Leur dimensionnement tient compte du type d'ouvrage, de la nature des charges, des tassements absolus et différentiels ainsi que de la nature du sol à traiter.

#### 5.2 Objectif du traitement des sols par les drains de sable:

L'amélioration de sol par drains de sable consiste à mettre en œuvre un maillage de drains constitués de sable bien défini, amenant une densification des couches compressibles et les rendant aptes à reprendre des charges issues de fondations.

Le traitement d'un sol par drains de sable conjugue les actions suivantes : *Augmenter la capacité portante du sol ;

*Diminuer les tassements totaux et différentiels ;

*Diminuer le temps de consolidation par création d'éléments drainant ;

*Diminuer les risques induits par les phénomènes de liquéfaction lors des séismes

#### 5.3 Mode opératoire :

La réalisation des drains de sable se fait soit :

- > **Par voie sèche :** On utilise le lançage à l'air.
- > **Par voie humide :** On utilise le lançage à l'eau.

Le choix de l'outil, de ses caractéristiques et de la méthode de réalisation dépend étroitement :

- a. De la nature et de l'état de saturation du sol.
- b. Du but recherché.
- c. Des caractéristiques des matériaux d'apport.

Le sable doit être de qualité et de granulométries contrôlées et les plus homogènes possibles. La traversée des couches compactes ou d'obstacles peut être facilitée par un forage préalable, avec ou sans extraction de terrain. Tout volume excavé est rempli et compacté par le sable.

#### 5.3.1 Drains de sable par voie humide :

Afin de réaliser le drain de sable, le vibreur avec les tubes prolongateurs est placé au dessus du point projeté. Après démarrage du moteur, le vibreur est descendu lentement. Dès le début de l'opération, le sol est saturé en eau et les vibrations de l'outil génèrent un phénomène local et temporaire de liquéfaction du sol. - Le vibreur, avec les tubes de rallonge, descend alors rapidement dans le sol sous l'effet de son propre poids. Lorsque la profondeur de traitement requise est atteinte, le lançage à eau est réduit, de telle façon que l'espace annulaire autour du vibreur et ses extensions reste ouvert grâce à la pression hydrostatique. Le sable est alors introduit dans le trou pendant que l'alimentation permanente en eau assure que le sable atteint bien la base du vibreur et que les particules fines du sol en place soient bien évacuées hors du trou. En remontant et redescendant le vibreur de façon contrôlée par passes successives jusqu'à la surface, le sable est expansé et compacté dans le sol en place pour former le drain de sable.



5.1Schéma de réalisation des drains de sables par voie humide

#### 5.3.2 Drains de sable par voie sèche :

La machine est mise en station au dessus du point de fonçage, et stabilisée sur ses vérins. Un chargeur à godet assure l'approvisionnement en sable. Le contenu de la benne est vidé dans le sas. Après sa fermeture, l'air comprimé permet de maintenir un flux continu de sable jusqu'à l'orifice de sortie. Le vibreur descend, en refoulant latéralement le sol, jusqu'à la profondeur prévue, grâce à l'insufflation d'air comprimé et à la poussée sur l'outil. Lorsque la profondeur finale est atteinte, le vibreur est légèrement remonté et le sable se met en place dans l'espace ainsi formé. Puis le vibreur est redescendu pour ex panser le sable latéralement dans le sol et le compacter. Le drain est exécuté ainsi, par passes successives, jusqu'au niveau prévu.



5.2 Schéma de réalisation des drains de sables par voie sèche

#### **5.4 Dispositions constructives :**

#### 5.4.1 Diamètre des drains de sable :

Le diamètre des drains de sable dépend :

- 1) De l'outil utilisé et son adéquation au terrain rencontré.
- Des caractéristiques des terrains rencontrés (le diamètre peut varier sur la hauteur du drain en fonction des résistances des couches traitées.).
- 3) De l'énergie totale dépensée.

Le diamètre de la colonne par voie humide est plus important que par voie sèche (les diamètres usuels par voie humide varis de 80 à 120 cm alors que par voie sèche ils sont compris entre 50 et 80 cm).

#### 5.4.2 Disposition des drains de sable:

- Pour les ouvrages à charges réparties uniformes, les drains sont disposées selon un maillage régulier carré ou triangulaire.
- Sauf justification particulières et hors zone sismique, les drains ne sont pas disposés à l'extérieur de l'emprise de l'ouvrage concerné.
- Pour les semelles filantes et isolées, le maillage résulte du critère le plus défavorable : contrainte admissible et tassement admissible après traitement du sol.
- En l'absence de vérification adaptée, le débord de la semelle vis-à-vis de la position théorique du nu extérieur des drains doit être au moins égal à la tolérance d'exécution.

#### 5.4.3 Coefficient réducteur sur les volumes de matériaux incorporés :

Généralement, on admet les rapports suivants du volume approvisionné au volume théorique :

- ✓ Drains vibrés avec alimentation en tête, sous l'eau 1.3 à 1.5
- ✓ Drains avec incorporation en pied, à l'air 1.2

#### 5.5 Moyens mis en oeuvre :



5.3Moyens mis en œuvre

#### 5.6 Différentes étapes de réalisation des travaux :

#### 5.6.1 Etape 1 :

- Le vibreur est placé au dessus du point projeté ;
- Lançage à eau en cours.

# re

#### 5.6.2 Etape 2 :

• Le vibreur descend sous l'effet de son poids propre et génère un phénomène temporaire de liquéfaction de sol

#### 5.6.3 Etape 3 :

- Evacuation des particules fines du sol en place ;
- Introduction des matériaux d'apport qui seront compactés par passes successives pour former le drain.



5.4 Différentes étapes de réalisation des drains de sable

#### 5.7 Essai de chargement :

L'essai de chargement que représente la photo ci-dessous a pour objectif d'observer le tassement en grandeur nature d'un drain de sable afin de mettre en évidence son comportement en matière de déformation sous une charge verticale pour valider les hypothèses de dimensionnement. Le dispositif de mise en charge est constitué par un vérin hydraulique double effet dont la force et le déplacement doivent être compatibles avec la charge finale de l'essai et l'enfoncement maximal prévisible du drain. Il est intercalé entre le système de réaction (grue) et une plaque de répartition circulaire d'un diamètre proche de celui du drain de sable (environ 80 cm) et d'épaisseur 10 cm. Les tassements sont mesurés en 4 points de la plaque à l'aide de comparateurs (indicateurs de précision au 100^{me} de millimètre) dont la course est compatible avec les tassements à mesurer, disposés entre la plaque et des poutrelles métalliques indépendants servant de référence « zéro » qui reposent sur le sol par l'intermédiaire de cales à bonne distance du drain chargée. Chaque palier de chargement est contrôlé au moyen d'un manomètre à pression d'huile. Grâce à une pompe hydraulique reliée directement au manomètre, on assure une charge constante pour chaque palier



5.5 Essai de chargement à la plaque

#### 5.8 Constatations :

La solution qui consiste à renforcer le sol par des drains de sable a permis de : *Supprimer le risque de liquéfaction de sol ;

*Garantir une contrainte admissible ELS de 0,3 MPA sous les massifs de gros béton ;

*Garantir des tassements admissibles ;

*Economiser les frais et les dépenses;

*Réduire le délai d'exécution des travaux

#### **CONCLUSION GENERALE**

Dans ce travail les problèmes d'évolution des pressions interstitielles dans une couche d'argile saturée et drainée sous chargement progressif et l'évolution des pressions interstitielles, des déplacements horizontaux et verticaux, des contraintes horizontales, verticales et tangentielles dans la même couche sont traités.

Le premier problème avait pour objet de déterminer l'évolution de la surpression et le degré de consolidation, le second l'évolution de la surpression, des déplacements et des contraintes, pour cela, il fallait établir des modèles mathématiques avec des conditions aux limites qui reflètent aux mieux la réalité et ensuite choisir des algorithmes de résolutions conditionnant la qualité des solutions numériques.

Pour cela la méthode numérique à l'aide de PLAXIS est appliquée

Quant aux résultats obtenus :

*Nous observons que la meilleure position des drains c'est celle de milieu. La consolidation se fait rapidement dans un temps minime,

*Le choix des paramètres du sol mou et du sable est très important pour que les calculs PLAXIS donnent des résultats satisfaisants,

*Le diamètre du drain doit être bien choisi pour que le temps de consolidation soit réduit, *Le bon choix de la position des drains influe directement sur le temps de consolidation, *plus le nombre de drains augmente plus le temps de consolidation diminue,

*Le paramètre de la cohésion du sol C dépend de l'épaisseur de la couche. Dans le cas d'une couche de 10m d'épaisseur la cohésion est prise égale à 50KPa, (la cohésion augmente avec l'épaisseur de la couche de sol),

* A un temps court, on remarque une augmentation de la pression interstitielle U et une dissipation se fait en fonction du temps jusqu'à la consolidation finale pour chaque modèle *Pour valider un modèle de référence, on a choisit un exemple étudié par les différents cas (d'après L.Rendulic, selon le schéma des déformations uniformes, selon le schéma des déformations libres, d'après les données expérimentales et d'après les données numériques), le modèle a été analyser numériquement dont les résultats sont présentés dans le graphe (Figure 5.26). On remarque dans les courbes que la dissipation de la pression en fonction du temps ont la même allure. L'évolution actuelle de la théorie de la consolidation permet de calculer la surpression interstitielle, les déplacements et les contraintes en tenant compte des différents facteurs : élasticité, plasticité et propriétés rhéologiques des sols et les propriétés de la perméabilité.

La prise en compte de tous ces facteurs exige la substitution de problèmes mathématiques très compliqués et d'élaborer des méthodes et des algorithmes correspondant à leurs solutions, mais dans la plupart des cas de la construction on peut opter pour des schémas de calculs simples et l'utilisation des modèles simplifiés de la théorie de consolidation par lesquels on peut obtenir des résultats suffisamment proche de la réalité.

## RÈSUMÈ

La construction d'ouvrages sur les sols argileux saturés présente diverses difficultés : -les ouvrages subissent de forts tassements provoqués par la forte compressibilité des sols -les sols argileux saturés très compressibles ont une faible résistance, il est donc difficile d'assurer la stabilité des fondations et des ouvrages construits sur des sols de ce type. -le tassement des ouvrages se produit pendant un temps très long, souvent de l'ordre de plusieurs années. Ceci est dû au processus d'expulsion de l'eau. Pour diminuer ce temps, des solutions sont proposées pour accélérer la consolidation.

Le but principal de ce travail est de déterminer l'évolution des pressions interstitielles en fonction du temps dans une couche d'argile saturée renforcé par des drains reposant sur une couche imperméable et incompressible sous chargement progressif

Le premier problème avait pour objet de déterminer l'évolution de la surpression et le degré de consolidation, le second l'évolution de la surpression, des déplacements et des contraintes, pour cela, il fallait établir des modèles mathématiques avec des conditions aux limites qui reflètent aux mieux la réalité et ensuite choisir des algorithmes de résolutions conditionnant la qualité des solutions numériques.

Les résultats obtenus indiquent que le choix de caractéristiques physiques et mécaniques du sable utilisé pour les drains, leurs diamètres, leurs nombres et surtout leurs positionnements sont indispensables pour pouvoir réduire le phénomène de tassement des sols

#### Mots clés :

Sol compressible, consolidation, renforcement, stabilité, argile, drains, modélisation

## ABSTRACT

The construction of structures on saturated clay soil introduces various difficulties: -The structures are subjected to important settlement caused by the compressibility of soils -The very compressible saturated clay soils have constructions hilts on soils of this type The settlement structure occurs during a long time, often in the order of several years. This is due to the process of expulsion of water. To diminish this time, solutions are offered to speed up consolidation.

The main purpose against this work is to determine the progress of interstitial pressures with to respect in a layer of saturated clay reinforced by drains resting on a waterproof and incompressible under progressive load.

The first problem aimed to determine the evolution of high pressure and the degree of consolidation, second the evolution of high pressure, of displacements and stresses, for this purpose, it was necessary to establish mathematical models with initial conditions which reflect in the best way the reality and then to choose algorithms of resolutions conditioning the quality of numerical solutions

The obtained results show that the choice of physical and mechanical characteristics of the sand used for drains, their diameters, their numbers and specially their positioning are necessary in order to reduce the soil settlement phenomenon.

#### **Keys Words:**

Compressible soil, consolidation, renforcement, stability, clay, drains pipes, modeling