



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

Université Batna II

Faculté de Technologie

Département Génie Industriel

Laboratoire d'Automatique et Productique (LAP)



Mémoire de magister

Présenté au Laboratoire d'Automatique et Productique

En vue de l'obtention du diplôme de Magistère En génie industriel

Option : Génie des Systèmes Industriels

Par : MAMMERY Walid

Ingénieur d'état en informatique

THÈME

Problème de planification intégrée de la production et de la distribution avec véhicules pleins (Full truckload)

Devant le Jury :

MOUSS Mohamed Djamel	Professeur	Université Batna 2	Président
BENHARZALLAH Saber	MCA	Université de Biskra	Examineur
MELAKHESSOU Hayet	MCA	Université Batna 2	Examineur
EL HADJ KHALEF Redouane	MCA	ENP Alger	Examineur
MOUSS Kinza Nadia	Professeur	Université Batna 2	Encadreur
SENOUSSI Ahmed	MAA	Université Batna 2	Co-encadreur

2015/2016

*“Le succès est la somme de petits efforts,
répétés jour après jour”*

Leo Robert Collier

Dédicaces

Je dédie ce travail

À mes parents

*À celle qui m'a toujours soutenu et était
toujours là pour moi, ma femme*

*À ceux qui m'ont redonné espoir,
chandelles de ma vie, mes enfants*

Khaled et Saja

À toute ma famille

À Mes amis

À mes enseignants

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Dieu le tout puissant, qui m'a donné la force et la patience d'accomplir ce modeste travail.

Toute notre gratitude, notre reconnaissance et nos plus sincères remerciements vont à l'encadreur Pr. K. Nadia MOUSS non seulement pour avoir acceptée de nous encadrer, mais surtout pour ses conseils judicieux, son aide pratique et effectif son dévouement sincère et loyal, et ces remarques pertinentes.

Je tiens à remercier mon Co-Encadreur Monsieur Ahmed SENDOUSSI, pour ses précieux conseils et son aide durant toute la période du travail. Merci pour toutes les heures de travail qu'on a passées ensemble.

Mes remerciements s'adressent également à Pr. MOUSS Mohamed Djamel, Dr. BENHARZALLAH Saber, Dr. MELAKHESSOU Hayet et Dr. EL HADJ KHALEF Redouane pour leur participation au jury.

Que ceux qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de ce travail acceptent toute ma gratitude.

Sommaire

Liste des figures	III
Liste des tableaux	III
Liste des abréviations	III
Introduction générale	IV

Chapitre 1: Généralités sur la chaîne logistique

1.1. Introduction	2
1.2. La logistique	2
1.2.1. Définitions	2
1.2.2. Types de logistique	3
1.3. La chaîne logistique :	3
1.3.1. Classifications des entités de la chaîne logistique	4
1.3.2. Flux d'une chaîne logistique	5
1.4. Gestion de la chaîne logistique	6
1.4.1. Définitions :	6
1.4.2. Approches découplées de la gestion de la chaîne logistique	6
1.4.2.1. La production	6
1.4.2.2. Le stockage	7
1.4.2.3. Le transport	7
1.4.3. Approches couplées	8
1.4.3.1. Production - Stockage	8
1.4.3.2. Production - Transport	8
1.4.3.3. Transport - Stockage	8
1.4.4. Méthodes de résolutions	9
1.5. État de l'art	10
1.6. Conclusion	13

Chapitre 2 : Présentation et résolution du problème par une méthode exacte

2.1. Introduction	15
2.2. Description du problème	15
2.2.1. Notations	16
2.3. Développement des inégalités valides	19
2.3.1. L'inégalité pour déterminer le nombre maximal de véhicules.	20
2.3.2. Les inégalités d'élimination de la symétrie.	20

2.4.	Résultats numériques	20
2.5.	Interprétation des résultats	22
2.6.	Conclusion.....	25

Chapitre 3: Résolution du problème par les algorithmes génétiques

3.1.	Introduction	27
3.2.	Les Algorithmes Génétiques :	27
3.2.1.	Définition	27
3.2.2.	Terminologie et éléments de base.....	28
3.2.3.	Principe de fonctionnement.....	28
3.2.4.	Codage	29
3.2.5.	Évaluation : fitness.....	29
3.2.6.	Critère d'arrêt	30
3.2.7.	Sélection	30
3.2.8.	Croisement.....	31
3.2.9.	Mutation	32
3.2.10.	Valeurs des paramètres	32
3.2.11.	Récapitulatif de l'algorithme génétique	33
3.3.	Application de l'algorithme génétique pour la résolution du problème considéré:	34
3.3.1.	La représentation de la solution.....	34
3.3.2.	Génération de la population initiale.....	34
3.3.3.	Procédure de décodage.....	39
3.3.4.	Évaluation du Fitness	42
3.3.5.	La sélection.....	42
3.3.6.	Les opérateurs génétiques	42
3.3.7.	Récapitulatif de l'approche de résolution	44
3.3.8.	Procédure d'amélioration	46
3.4.	Résultats numériques	47
3.5.	Interprétation des résultats	49
3.6.	Conclusion.....	56
	Conclusion générale	57
	Références bibliographique	58
	Annexes	62

Liste des figures

<i>Figure 1.1</i> : Représentation possible de la chaîne logistique	..4
<i>Figure.1.2</i> : Modélisation des flux d'une chaîne logistique...	.5
<i>Figure 1.3</i> : Classification des méthodes de résolution	..9
<i>Figure 2.1</i> : Description du problème	..15
<i>Figure 3.1</i> : Représentation d'un individu	28
<i>Figure 3.2</i> : Schéma général d'un algorithme génétique	.33
<i>Figure 3.3</i> : Exemple de décodage	.40
<i>Figure 3.4</i> : Récapitulatif de l'approche de résolution	44
<i>Figure 3.5</i> : l'effet de variation de T pour $pm=0.1$..50
<i>Figure 3.6</i> : l'effet de variation de T pour $pm=0.3$...50
<i>Figure 3.7</i> : l'effet de variation de N pour $pm=0.1$...51
<i>Figure 3.8</i> : l'effet de variation de N pour $pm=0.3$..52
<i>Figure 3.9</i> : l'effet de variation de K pour $pm=0.1$...53
<i>Figure 3.10</i> : l'effet de variation de K pour $pm=0.3$.54
<i>Figure 3.11</i> : l'effet de variation de pm sur le Gap moyen	55

Liste des tableaux

<i>Tableau 2.1</i> : Paramètres pour les problèmes générés	21
<i>Tableau 2.2</i> : Les instances et les résultats du solveur CPLEX	..22
<i>Tableau 3.1</i> : Les différentes valeurs du Gap obtenues pour $pm=0.3$...47
<i>Tableau 3.2</i> : Les différentes valeurs du Gap obtenues pour $pm=0.1$..48

Liste des abréviations

AG :	algorithmes génétiques
GAMS :	General Algebraic Modeling System
Lot Sizing :	Dimensionnement des lots de production
PLNE :	Programmation Linéaire en Nombre Entier

Introduction générale

Initialement, les applications du terme logistique se limitaient au contexte militaire et ce n'est qu'au cours des années 1960 qu'on a vu son apparition dans la réalité de l'entreprise. Au cours des années 1950, des organisations se sont intéressées aux coûts de transport et comment les réduire. Dans les années 1960, le terme logistique a été intégré dans le vocabulaire des entreprises; son application étant alors souvent limitée au transport de la marchandise. Au fil des ans, les ramifications de la logistique se sont élargies pour traiter le mouvement de la matière dans l'entreprise. Au début des années 1980, le concept de chaîne logistique (*supply chain*) est apparu, il est alors devenu évident que la performance de l'entreprise était dépendante des actions se déroulant en amont (fournisseurs) ou en aval (réseaux de distribution) de la production. Avec les années, la gestion de la chaîne logistique dépassa le simple mouvement de la marchandise pour prendre en considération les activités pouvant avoir un impact sur la disponibilité d'un produit répondant aux besoins d'un client. Aujourd'hui, la chaîne est le point de jonction des pratiques provenant de multiples horizons comme la gestion de la qualité, la conception des produits, le service à la clientèle ou la gestion des données [38].

La mondialisation des échanges marchands, la diversification des sources d'approvisionnement, la spécialisation des sites de production, les transferts de flux inter-usines, les délais de livraison de plus en plus courts, sont autant de facteurs qui rendent stratégiques l'optimisation globale des activités de la chaîne logistique en termes de flux échangés et en termes de décisions à court, moyen et à long termes. En effet, la délocalisation des centres de production par exemple dans des pays où le coût de la main d'œuvre est moins cher, a fait augmenter sensiblement les coûts liés aux opérations de stockage et de transport puisque la création de zones de stockage intermédiaires a été nécessaire. Les exigences des

clients en termes de coûts et de délais étant en constante augmentation, l'optimisation des activités de production, de transport et de stockage simultanément est devenue un facteur clef dans la réussite d'une entreprise d'une manière particulière, et de toute la chaîne logistique d'une manière plus générale.

Notre étude se situe dans le domaine de la recherche opérationnelle. Au cours de cette recherche nous allons résoudre le problème de planification intégrée de la production et de la distribution avec véhicules pleins, notre objectif consiste à optimiser le coût total de la chaîne constitué d'un coût de production, coût de stockage et coût de transport.

Ce mémoire est constitué de trois chapitres. Dans le premier chapitre, on présente quelques définitions des concepts de base sur le problème de lot sizing, en commençant par la chaîne logistique et la gestion de la production, passant par les classifications et les méthodes de résolution du problème de lot sizing. On termine avec une formulation mathématique du problème de lot sizing de base.

Le second chapitre présente la modélisation de la structure étudiée par PLNE et la proposition d'une solution à l'aide du solveur CPLEX.

Le dernier chapitre contient la description de la résolution du problème par un algorithme génétique. Aussi on compare les résultats obtenus avec la méthode exacte du chapitre précédent.

On termine par une conclusion générale et des perspectives.

Chapitre 1

Généralités sur la chaîne logistique

Dans ce chapitre nous présentons quelques généralités et définitions utilisées par la communauté scientifique travaillant dans le domaine de la chaîne logistique. Il est ainsi scindé en deux grandes parties, l'une traitant de la chaîne logistique et l'autre de la gestion de la chaîne logistique. Nous citons des classifications des différents problèmes de la chaîne logistique, et les méthodes de résolutions.

1.1. Introduction

La maîtrise de la chaîne logistique est un des enjeux clés pour les entreprises. En pleine mutation, suite aux développements technologiques, qui ont amélioré la façon de travailler, et à la mondialisation, ce domaine connaît une forte croissance. La logistique consiste à concevoir, piloter et gérer le cheminement optimal des produits depuis les lieux d'approvisionnement à ceux de leur distribution, en passant par les échanges de production[1].

Si un client a besoin d'une quantité bien déterminée d'un produit, et dans des dates bien déterminées sur un horizon de temps fini, le producteur doit respecter ces dates, et les conditions imposées par le client. Une synchronisation doit se faire tout au long de la chaîne logistique de la production au transport.

Dans ce chapitre nous présentons les concepts de base de la chaîne logistique et plus précisément le *lot sizing* et nous présentons un état de l'art sur les différents travaux de recherche en relation avec notre problème.

1.2. La logistique

Le terme logistique vient du mot grec "logistike" qui signifie l'art du raisonnement et du calcul. Initialement, la logistique est issue du domaine militaire où elle définit l'ensemble des techniques mises en œuvre pour assurer l'approvisionnement, et le maintien en conditions opérationnelles des troupes armées en temps de guerre. Le concept de logistique d'entreprise est apparu en Europe après la seconde guerre mondiale avec la reconversion des spécialistes militaires en logistique dans les entreprises.

1.2.1. Définitions

Avec l'évolution du marché, la définition de la logistique a également évolué et recouvre des interprétations très diverses. De nos jours, la logistique s'avère être une problématique en soi et joue le rôle d'une science interdisciplinaire combinant ingénierie, micro-économie et théorie d'organisation.

Dans la définition officielle de la norme AFNOR (norme X 50-600), la logistique est une fonction "dont la finalité est la satisfaction des besoins exprimés ou latents, aux

meilleures conditions économiques pour l'entreprise et pour un niveau de service déterminé. Les besoins sont de nature interne (approvisionnement de biens et de services pour assurer le fonctionnement de l'entreprise) ou externe (satisfaction des clients).

1.2.2. Types de logistique

Les différents types de logistique peuvent être résumés selon le domaine d'applications [2] :

- Logistique d'approvisionnement : achat et recherche de nouveaux fournisseurs.
- Logistique de production : conception et optimisation de la production.
- Logistique de soutien : prévision, entretien et réparations des produits.
- Logistique de distribution : transport et dispatching.
- Logistique inverse : recyclage, et retour des produits.
- Logistique de service : postes et télécommunications, systèmes bancaires.
- Logistique hospitalière : transport de produits sanguins, achats et approvisionnement de produits médicaux.
- Logistique de transport de personnes.
- Etc.

L'objectif commun à toutes ces logistiques est d'atteindre une haute performance du système concerné, en assurant une meilleure qualité des produits, une meilleure disponibilité à moindre coût et une plus grande flexibilité lui permettant de s'adapter aux fluctuations éventuelles du marché.

1.3. La chaîne logistique :

De nombreuses définitions de la chaîne logistique (ou *Supply Chain* en terminologie anglo-saxonne) ont été proposées dans la littérature. Selon [3] "la chaîne logistique est un réseau composé de fournisseurs, de producteurs (manufacturiers), de distributeurs et de clients entre lesquels s'échangent des flux physiques dans le sens des fournisseurs, et des flux d'information dans les deux sens". La chaîne logistique correspond à "un réseau d'installation où sont assurées les fonctions d'approvisionnement en matières premières, le transport de ces matières premières aux centres de production, la transformation de celles-ci en composants

puis en produits finis, la distribution du produit fini chez le client ainsi que le service après vente, le recyclage ou la mise au rebut des produits en fin de vie" (Figure 1.1).

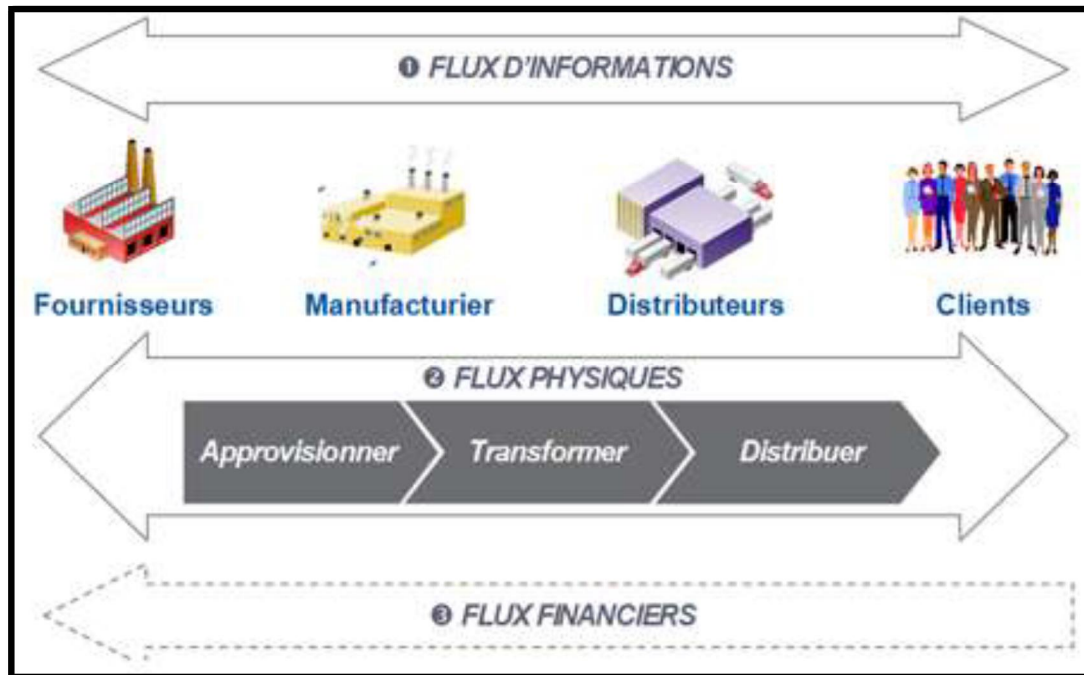


Figure 1.1 : Représentation possible de la chaîne logistique

1.3.1. Classifications des entités de la chaîne logistique

Les entités d'une même chaîne logistique peuvent être classifiées selon trois critères : physique, organisationnel et fonctionnel.

- 1. Classification physique :** Trois types d'entités physiques sont présentes dans une chaîne logistique :
 - **Les sites :** Ils peuvent être des sites de production ou de stockage.
 - **Les marchandises :** qui peuvent être de la matière première, des produits finis ou des produits semi-finis qui s'échangent entre les sites par des moyens de transports.
 - **Les moyens de transport :** ils comportent les différents types de transporteurs (flotte de camions, véhicules, ...) qui assurent la circulation des marchandises entre les différents sites de la chaîne logistique.
- 2. Classification fonctionnelle :** Les entités d'une même chaîne logistique peuvent être identifiées selon la fonction qu'elles assurent au sein de la chaîne. Les activités majeures au sein d'une chaîne logistique sont : le transport, le stockage et la production.

3. Classification organisationnelle : Cette classification est généralement utilisée si la chaîne logistique est définie par rapport à une entreprise donnée. Elle consiste à identifier chaque acteur de la chaîne selon sa relation avec cette entreprise. Trois maillons essentiels sont alors distingués :

- **Achat et approvisionnement :** Ce maillon consiste à alimenter un système d'exploitation, tel qu'une ligne de fabrication ou un entrepôt par exemple, par de la matière première. C'est donc l'ensemble des entités qui viennent en amont de l'entreprise.
- **Production :** Ce maillon est constitué des entités qui interviennent dans les différentes étapes de fabrication d'un produit donné. Il s'agit généralement des différents services de l'entreprise principale.
- **Distribution :** C'est l'ensemble des entités situées en aval de l'entreprise. et qui assure le transport des produits n'ayant plus besoin d'une transformation ultérieure, vers les clients.

Les entreprises appartenant à une même chaîne logistique sont reliées entre elles par plusieurs flux qui les traversent.

1.3.2. Flux d'une chaîne logistique

On distingue trois types de flux échangés entre les membres d'une même chaîne logistique : le flux d'information, le flux financier et le flux physique (*Figure 1.2*)

1. **Flux d'information :** Ce flux est composé d'un flux de donnée et d'un flux de décision qui sont essentiels au bon fonctionnement d'une chaîne logistique. En effet, c'est par la connaissance du fonctionnement des autres maillons de la chaîne qu'un gestionnaire peut prendre les meilleures décisions pour le fonctionnement de sa propre entreprise ou service. [4].

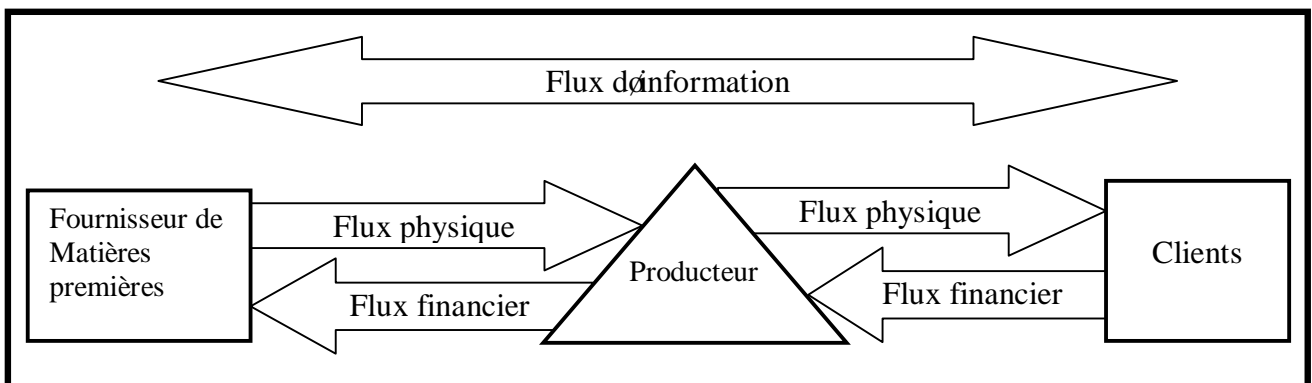


Figure.1.2 : Modélisation des flux d'une chaîne logistique

2. **Flux financier** : Les flux financiers constituent les échanges des valeurs monétaires. Ces flux sont créés avec les différentes activités que subissent les flux physiques, tel que la production, le transport, le stockage, le recyclage, etc. Ils sont également utilisés comme un indicateur de performance du fonctionnement de ces activités [20].
3. **Flux physique** : Appelés également flux de produit, les flux physiques décrivent les matières qui circulent entre les différents maillons de la chaîne. Ces matières peuvent être des composants, des produits semi-finis, des produits finis ou des pièces de rechange. Ces flux constituent le coeur d'une chaîne logistique, sans lesquels les autres flux n'existeraient pas [20].

1.4. Gestion de la chaîne logistique

Le terme "gestion de la chaîne logistique" est apparu au début des années 80 où il se limitait à la gestion des flux de produits à l'intérieur d'une entreprise. Il a été très souvent assimilé avec le terme logistique. Des extensions ont été apportées par la suite afin de ne pas se limiter aux frontières de l'entreprise en incluant les chaînes de production en amont et les systèmes de distribution en aval [3].

1.4.1. Définitions :

De même que pour les termes "logistique" et "chaîne logistique", la communauté scientifique a proposé une définition de la gestion de la chaîne logistique.

"c'est la coordination systémique et stratégique des fonctions opérationnelles classiques et de leurs tactiques respectives à l'intérieur d'une même entreprise, et entre partenaires au sein de la chaîne logistique. Le but est d'améliorer les performances à long terme de chaque entreprise membre et de l'ensemble de la chaîne" [20].

1.4.2. Approches découplées de la gestion de la chaîne logistique

Si on s'intéresse aux sous-problèmes de production, de stockage et de transport séparément, la littérature est très riche en modèles et méthodes d'optimisation.

1.4.2.1. La production

Le service de production assure la transformation respectivement de la matière première ou des produits semi finis en produits finis ou produits semi finis. Trois critères doivent être vérifiés, qualité coût et délais.

Afin d'arriver à réaliser et concrétiser le maximum de condition de production et de satisfaire les commandes clients, et à moindre coût, il faut prévoir une bonne planification de la production. [5].

1.4.2.2. Le stockage

Le stock dans un système de production a pour but de compenser les écarts entre la prévision et la réalité, minimiser les délais d'attente chez le client, éviter la hausse des prix de la matière première et éviter l'accident de retard de production. Ainsi quatre types de stocks sont définis [3]:

- Stock de marchandise
- Stock de matière première
- Stock de produit en cours de fabrication
- Stock de produit fini.

La classification ABC est l'une des méthodes les plus répandues pour la gestion des stocks. Basée sur la loi des 20/80 de paréto, elle consiste à établir une hiérarchie des produits nécessaires à une activité donnée en fonction de leurs prix. Trois classes sont distinguées

- Classe A : Produits très chers, rares ou qui nécessitent des délais de livraisons très long.
- Classe B : Produits moyennement chers ou dont la disponibilité est aléatoire.
- Classe C : Produits courants ou peu chers.

L'optimisation des stocks est une problématique importante au sein d'une chaîne logistique car chaque produit stocké engendre un coût. Plusieurs chercheurs se sont penchés sur la problématique et plusieurs techniques ont été développées pour optimiser les coûts de stockage.

1.4.2.3. Le transport

Dans une chaîne logistique, le transport en général et celui des marchandises (appelé également le fret) en particulier, est un domaine très vaste dont l'optimisation n'est jamais

aisé. Il constitue une phase importante de tout processus logistique en étant l'interface entre la phase de production et le marché. Plusieurs problèmes de transport de marchandises ont été identifiés et largement étudiés dans la littérature qui les classifie en deux grandes catégories [3]:

- Les problèmes de tourné de véhicule : On peut citer le problème du voyageur de commerce (TSP), et le Vehicle Routing Problem (VRP).
- Les problèmes modélisables par flux : Consiste à modéliser l'approvisionnement en produit depuis un ensemble de fournisseurs vers un ensemble de clients.

1.4.3. Approches couplées

Les approches couplées d'optimisation consistent à considérer deux activités ou plus en même temps dans le but de minimiser le coût global engendré par ces activités.

1.4.3.1. Production - Stockage

Il est difficile d'envisager une gestion efficace de la production sans tenir compte des niveaux de stocks en cours. Les stocks à considérer sont les stocks de matières premières et les stocks de produits finis.

1.4.3.2. Production - Transport

Afin de réduire leurs coûts de production, les grandes firmes ont été amenées à délocaliser leurs centres de productions dans des pays où la main d'œuvre est beaucoup moins chère. Cependant, cette politique de délocalisation a engendré des coûts de transport qui s'avèrent extrêmement onéreux. L'intégration simultanée des activités de production et de transport a été alors prise de plus en plus sérieusement et plusieurs chercheurs se sont penchés sur cette problématique. La plupart des travaux rencontrés dans la littérature interviennent sur deux niveaux décisionnels différents : à un niveau stratégique pour le transport (localisation des clients, ouverture / fermeture des dépôts, etc) et à un niveau opérationnel pour la production (quand, quelle quantité, etc) [3].

1.4.3.3. Transport - Stockage

La délocalisation des centres de production a engendré également, en plus des coûts de transport, des coûts de stockage supplémentaires dûs à l'utilisation des plateformes logistiques intermédiaires. Ces coûts supplémentaires ont poussé les gestionnaires des chaînes logistiques à une prise en considération plus détaillée des réseaux de distribution. Dans une telle approche, les coûts engendrés par la production sont considérés négligeables [5].

1.4.4. Méthodes de résolutions

Les méthodes de résolution des problèmes de chaînes logistiques d'une manière particulière, et des problèmes d'optimisation d'une manière générale appartiennent à deux grandes catégories bien distinctes.

- D'une part, on trouve les méthodes exactes qui proposent de trouver la solution optimale du problème d'une manière certaine en considérant l'ensemble des solutions possibles.
- D'autre part les méthodes de résolutions approchées, appelées heuristiques qui se contentent de trouver une bonne solution du problème. Ces dernières sont utilisées pour résoudre des problème NP-difficiles dont la résolution avec une méthode exacte ne s'effectue pas en un temps polynomial. Elles permettent ainsi d'assurer un compromis entre la qualité de la solution retenue et le temps nécessaire de calcul (*Figure 1.3*).

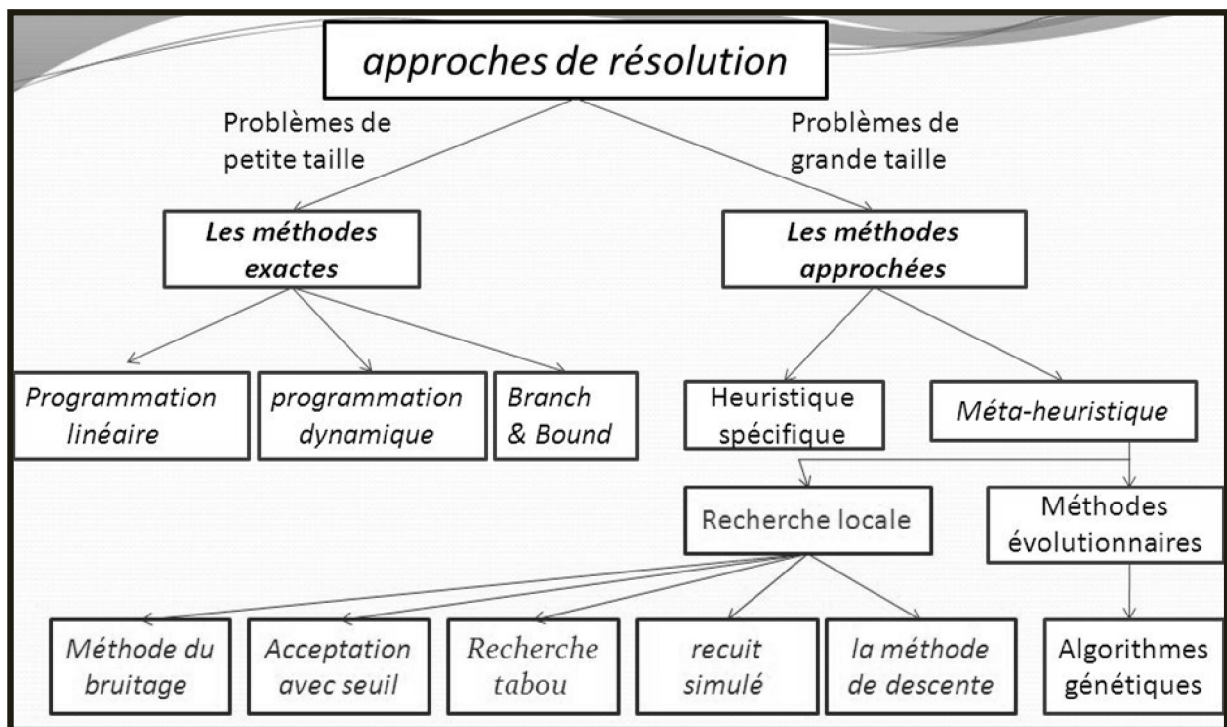


Figure 1.3 : Classification des méthodes de résolution

1.5. État de l'art

Le problème considéré dans ce travail est l'intégration de deux problèmes de la chaîne logistique : la production et la distribution. Le problème de production est un problème de dimensionnement du lot (PDL) ou *lot sizing problem* (LSP) dans la littérature anglo-saxon.

Le LSP de base cherche à déterminer la taille optimale des lots de production d'un produit, de manière à trouver un compromis entre le coût de production et le coût de stockage. En effet il est souvent trop coûteux de lancer la production d'un produit donné à chaque période à cause des setup, cependant en lançant la production moins fréquemment et produisant de grandes quantités générera des coûts de stockage élevés.

Le problème du *lot-sizing* à une seule référence a reçu une attention particulière en raison de sa simplicité et de son importance comme étant un sous-problème de problèmes de *lot-sizing* plus complexes.

Dans le cas où la capacité de production est limitée, on appelle ce problème le problème de dimensionnement de lots avec capacité ou *Capacitated Lot Sizing Problem* (CLSP). Ce problème est fréquemment rencontré dans la pratique. Bitran et Yanasse [6] ont démontré que ce problème est NP-difficile. Mais le CLSP peut être résolu d'une manière polynomiale dans des cas particuliers. Par exemple, si la capacité de production est constante, le problème peut être résolu par un algorithme en $O(T^4)$ comme l'a démontré Florian et Klein [21] qui est ensuite amélioré en $O(T^3)$ par Van Hoesel et Wagelmans [7]. Pochet [22] a proposé une formulation étendue compacte avec $O(T^3)$ variables et contraintes pour ce problème. Lorsque la capacité de production varie et est non décroissante avec le temps, la fonction de coût est non spéculative et le coût de setup est non décroissant, le problème est aussi polynomiale. Pochet et Wolsey [23] ont proposé une reformulation compacte mixte en nombres entiers dont la relaxation linéaire résout ce problème.

Le problème avec des capacités de production générales (variables) est beaucoup plus difficile. Les méthodes exactes de résolution de ce problème, selon [24], sont la programmation dynamique ([25] et [26]), la séparation et évaluation ou branch & bound ([27] et [28]) et les méthodes de coupes ([29], [30] et [31]). Ces méthodes sont souvent développées pour des problèmes faciles ou pour résoudre des problèmes difficiles de petites tailles afin de générer des benchmarks pour des méthodes heuristiques. Elles ont pour objectif l'amélioration des formulations du problème et la description de l'enveloppe convexe de

l'ensemble des solutions réalisables en utilisant les reformulations et les inégalités valides de sorte que les solveurs commerciaux comme CPLEX ou XPRESS-MP soient capables de résoudre des instances réelles.

Pour le PRP qui est un problème qui est très proche du notre, la livraison des détaillants ce fait par des tournées effectuées par une flottes de véhicules ; chaque véhicule peut visiter plusieurs détaillants dans une tournée. Le PRP est une intégration de deux problèmes classiques qui sont le problème de *lot sizing* est le problème de tournées de véhicules ou *Vehicle Routing Problem* (VRP).

Ce problème a attiré l'attention de plusieurs auteurs ces dernières années. Chandra and Fisher [15] étaient les premiers à discuter de la possibilité d'intégrer le *lot sizing* avec le VRP. Ils montrent le gain de la coordination entre la production et la distribution. Ils comparent deux approches. La première est la résolution séparée des problèmes de production et de distribution. La deuxième est la résolution des deux problèmes en un seul modèle.

Fumero et Vercellis [16] considèrent le même problème que celui de Chandra et Fischer [15]. Ils utilisent la relaxation lagrangienne pour résoudre le problème, mais seulement pour de petites instances.

Lei et al. [17] proposent une approche de résolution en deux phases avec plusieurs producteurs et une flotte hétérogène. Dans la première phase, le problème PLNE est résolu en réduisant les contraintes de routage à des livraisons directes. Dans la deuxième phase, une heuristique de routage pour consolider les affectations des véhicules peu remplis (*less-than transporter loads* LTL) pour obtenir un programme de livraison efficace.

Bertazzi et al. [18] considèrent un problème sans capacité de production, un coût fixe pour chaque véhicule utilisé dans tous l'horizon de production et la quantité à livrer à chaque client est déterminée selon deux politiques : *order-up-to level policy* (si un client est livré, on remplit son stock au maximum) et *full-fill-dump policy* (on remplit le stock de chaque client livré au maximum sauf le dernier client reçoit la quantité résiduelle dans le véhicule). Ils ont développé une heuristique basée sur la décomposition du problème en un problème de production et un problème de distribution.

Archetti et al. [32] comparent la première politique de Bertazzi et al [18] et la politique de livraison d'une quantité inférieure ou égale à la capacité de stockage du client, appelée

maximum level policy (ML). Ils proposent une heuristique basée sur un PLNE pour résoudre le problème avec capacité de production illimitée.

Boudia et Prins [33] ont élaboré et appliqué un algorithme dit *Memetic Algorithm with Population Management* (MA/PM). Un algorithme mémétique est une modification de l'algorithme génétique qui utilise une certaine forme de recherche locale pour améliorer les solutions. Dans ce travail, une solution initiale est générée par une heuristique simple qui fixe au préalable un plan de production dans chaque période égale à la demande totale. Puis, une heuristique est utilisée pour générer le plan de livraison et le plan de production est ajusté par l'algorithme Wagner-Whitin. Ensuite, l'algorithme utilise le croisement pour générer de nouveaux individus. Dans l'étape suivante, les auteurs ont adopté la recherche locale de Boudia et al. [34] pour améliorer les individus générés, ils ont appliqué la méthode de gestion de la population pour la sélection où les nouveaux individus ne sont acceptés que s'ils améliorent la solution actuelle avec un certain seuil. Cet algorithme est évalué sur les mêmes instances que [34]. Les résultats montrent un gain de 23% de l'approche intégrée par rapport à l'approche découplée.

Adulyasak et al. [35] ont comparé les performances de deux formulations. La première est la formulation sans indice de véhicule. Les auteurs ont également développé des inégalités pour renforcer la partie routage de la formulation. La deuxième est la formulation ayant un indice de véhicule. Cette formulation est améliorée grâce à l'ajout des inégalités pour éliminer la symétrie qui peut être créée en raison du fait que les véhicules sont identiques. Les deux formulations sont aussi améliorées par les inégalités valides de Archetti et al. [32].

Brahimi et Aouam [36] considèrent un PRP avec *backordering* et plusieurs produits. Pour la formulation, Ils proposent deux modèles PLNE. Une heuristique de *relax-and-fix* combinée avec une heuristique de recherche locale est utilisée pour la résolution du problème. Les résultats de cette heuristique d'hybridation sont meilleurs que ceux obtenus par un solveur commercial, en terme de qualité et en temps d'exécution.

Pour une revue de la littérature récente sur le PRP, voir Adulyasak et al. [35] et Diaz-Madronero et al. [37].

Dans ce travail, nous considérons une chaîne logistique composée d'un producteur et plusieurs détaillants concentrés dans une région. Un seul produit est fabriqué et distribuer par une flotte de véhicules homogènes. L'objectif est de minimiser le coût total composé d'un

coût de setup au producteur, un coût de stockage au producteur, un coût fixe d'utilisation de chaque véhicule, et le coût de setup et de stockage aux clients. A la différence des travaux réalisés, la particularité de ce travail est l'utilisation des véhicules pleins (Full truckload).

A. Senoussi et al. [19] ont étudié un problème similaire à notre problème sans l'utilisation des véhicules pleins. Donc à notre connaissance, il n'existe pas de travail à ce jour traitant un problème d'intégration production-stockage-distribution avec véhicules pleins sous les mêmes hypothèses considérées dans notre problème.

1.6. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les éléments de base de la chaîne logistique et de sa gestion afin de bien assimiler ce vaste domaine. Nous avons mis en évidence quelques travaux rencontrés dans la littérature et qui peuvent être considérés comme étant le contexte général de notre travail. Dans le chapitre suivant nous présentons la modélisation mathématique de notre problème et nous proposons une solution exacte en utilisant le solveur CPLEX.

Chapitre 2 :

Présentation et résolution du problème par une méthode exacte

L'objectif de ce chapitre est de présenter le problème de : « Planification Intégrée de la production et de la distribution avec véhicules pleins (Full truckload) ». Dans cette étude, nous considérons l'intégration de la production, du stockage et de la distribution dans une chaîne logistique composée d'une unité de production (fournisseur) et de plusieurs détaillants situés dans la même région géographique. Nous donnons la description, la modélisation de la structure et nous présentons les résultats de la résolution du problème en utilisant le solveur CPLEX.

2.1. Introduction

Les activités de production et de distribution sont deux fonctions clés de la chaîne logistique. Pour atteindre les performances optimales dans une chaîne logistique, il a été démontré qu'il faut intégrer ces deux fonctions et de faire une planification conjointe et coordonnée. Cette coordination réduit considérablement les coûts et améliore le niveau de service à la clientèle dans de nombreuses situations.

Nous présentons dans ce chapitre, en premier, la description du problème considéré puis sa modélisation mathématique en programmation linéaire en nombre entier (PLNE) et par la suite sa résolution avec le logiciel GAMS. A la différence des travaux réalisés, la particularité de ce travail est l'utilisation des véhicules pleins (Full truckload), l'objectif est d'étudier l'impact de cette hypothèse en termes de coût et de temps de calcul sur la formulation du problème.

2.2. Description du problème

Dans ce travail, nous considérons une chaîne logistique composée d'un producteur qui produit un seul type de produit et d'une flotte homogène de véhicules assurant la distribution du produit à un ensemble de détaillants concentrés dans la même région géographique. Un véhicule ne peut commencer sa livraison avant d'être plein, ce qui fait la particularité de notre problème. Soit T l'horizon de temps, N est le nombre des détaillants, et soit d_{jt} la demande du détaillant j au temps t , $j = 1, 2, \dots, N$, $t = 1, 2, \dots, T$. Toute demande doit être satisfaite à la fin de l'horizon T . La *Figure 2.1* décrit le problème en détail.

Le problème est une extension du problème « OWMR » (One-Warehouse Multi-Retailer Problem) un seul entrepôt et plusieurs détaillant avec des contraintes plus réalistes et il est un cas particulier du problème de routage de production (PRP) où aucune des décisions de routage ne doit être prise. Cela rend le problème très pratique et supprime la complexité des décisions de routage rencontrées dans le PRP. L'ajout des inégalités valides pour les formulations réduit considérablement le temps CPU de résolution des grandes instances du problème.

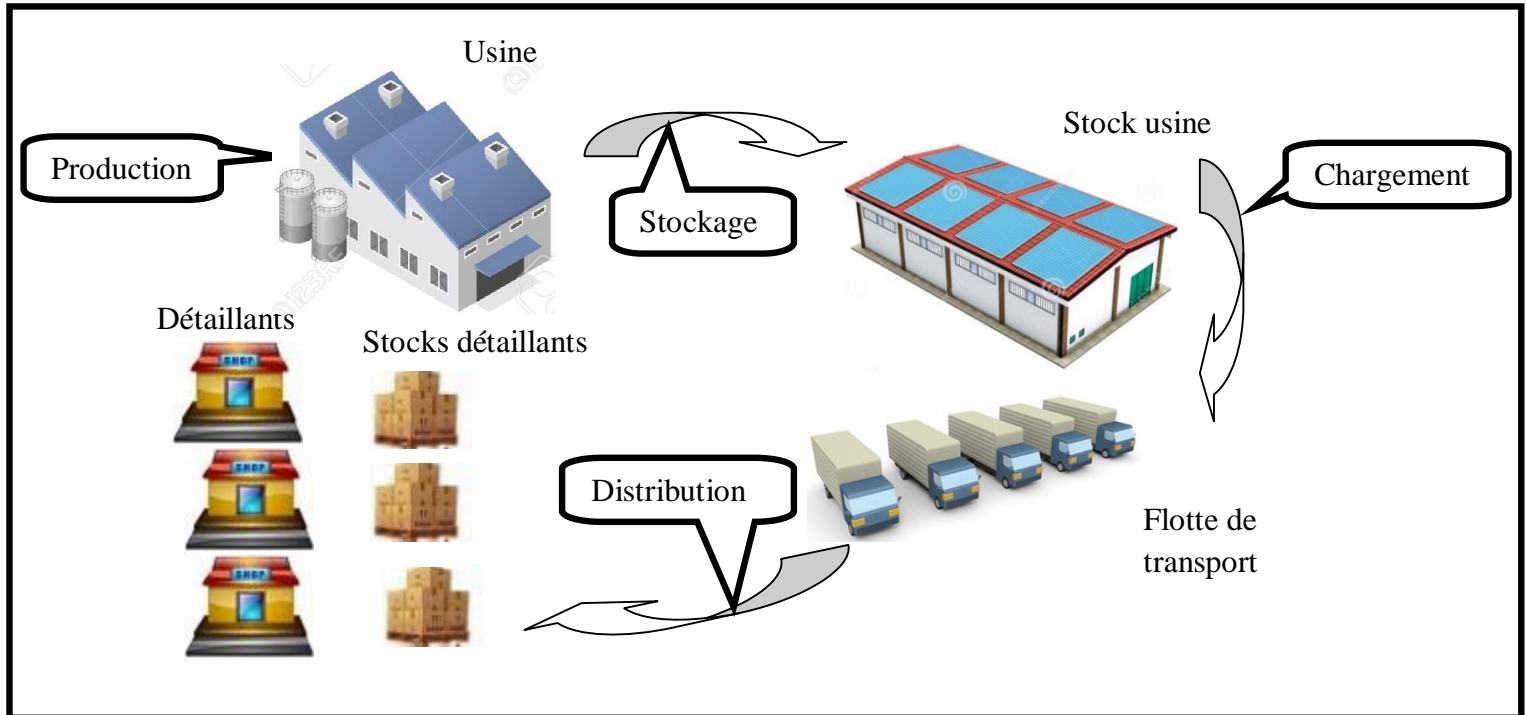


Figure 2.1 : Description du problème

Nous supposons que les paramètres de coûts de transport et d'inventaire sont fixes. On appelle R le coût de l'envoi d'un camion de l'entrepôt au détaillant j , et h_j le coût de stockage par unité chez le détaillant j à la fin de chaque période, et h^P le coût de stockage par unité effectuée à l'entrepôt, Tous les camions sont identiques avec une capacité de chargement W .

Les différents coûts :

- 1) Coûts de stockage : 1. Usine
2. client
- 2) Coûts de production : 1. Coût de setup
2. Coût unitaire de production (constant)
- 3) Coûts de transport : 1. Coût fixe d'utilisation d'un véhicule
2. Coût unitaire de transport (constant)
3. Coût de service clients

2.2.1. Notations

Les notations utilisées dans la modélisation mathématique en programmation linéaire en nombre entier (PLNE) sont les suivants :

a) Les indices

t : indice de périodes $t = 1, 2, \dots, T$

j : indice clients : $j = 1, 2, \dots, N$

v : indice véhicule : $v = 1, 2, \dots, V$

b) Les paramètres

h^P : coût unitaire du stock usine

h_j : coût unitaire du stock client j

c^P : coût de setup de production

R : coût fixe de transport

s_j^0 : coût de service du client j

Q : capacité de production

W : capacité d'un véhicule

d_{jt} : demande du client j à la période t

s_j^{\max} : capacité maximum du stock du client j

c) Variables de décision

q_t : quantité produite à t

$$y_t : \begin{cases} 1 & \text{si } q_t > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

s_t^P : niveau de stock à l'usine à t

x_{vt} : quantité transportée par le véhicule v à la période t

x_{jvt} : quantité livrée au client j par le véhicule v à la période t

s_{jt} : niveau de stock du client j à la période t

$$x_{jvt} : \begin{cases} 1 & \text{si } x_{jvt} > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$z_{vt} : \begin{cases} 1 & \text{si } z_{vt} > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

d) La fonction objectif

La fonction objectif (1) consiste à minimiser le coût total composé du coût de production, du coût de stockage et du coût de distribution.

$$\min \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I p_i^t \times x_i^t + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I h_i^t \times s_i^t + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J c_{ij}^t \times x_{ij}^t + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J d_{ij}^t \times x_{ij}^t \dots \dots \dots (1)$$

e) Les contraintes

$$s_i^t = s_i^{t-1} + x_i^t - \sum_{j=1}^J x_{ij}^t \quad t = 1, \dots, T \dots \dots \dots (2)$$

$$s_{ij}^t = s_{ij}^{t-1} + x_{ij}^t - d_{ij}^t \quad t = 1, \dots, T \quad j = 1, \dots, J \dots \dots \dots (3)$$

$$x_i^t \leq C_i \times x_{ij}^t \quad t = 1, \dots, T \dots \dots \dots (4)$$

$$x_{ij}^t = C_{ij} \times x_{ij}^t \quad t = 1, \dots, T \quad j = 1, \dots, J \dots \dots \dots (5)$$

$$x_{ij}^t \leq \min(C_{ij}, C_i) \times x_{ij}^t \quad t = 1, \dots, T, \quad j = 1, \dots, J, \quad i = 1, \dots, I \dots \dots \dots (6)$$

$$s_{ij}^t \leq 1 \quad t = 1, \dots, T, \quad j = 1, \dots, J \dots \dots \dots (7)$$

$$s_{ij}^t \leq C_{ij} \quad t = 1, \dots, T, \quad j = 1, \dots, J \dots \dots \dots (8)$$

$$x_i^t, x_{ij}^t, s_i^t, s_{ij}^t \geq 0; x_i^t, x_{ij}^t, s_i^t \in \mathbb{Z}, 1 \forall t = 1, \dots, T, \quad j = 1, \dots, J, \quad i = 1, \dots, I \dots \dots \dots (9)$$

La fonction objectif (1) minimise le coût total de production, de transport et de stockage. La contrainte (2) représente l'équilibre du stock à l'usine, le stock à une période donnée t est égale au stock jusqu'à t-1 plus la quantité produite à cette période moins la cumule des quantités à livrer à tous les clients dans cette même période. Pour la contrainte (3), représente l'équilibre des stocks clients, le stock du client à la période t est égal au stock jusqu'à t-1 plus la quantité à livrer aux clients à cette période moins la demande du client dans la même période. Les contraintes (4), (5) et (6) représentent les contraintes de respect de capacité, la contrainte (8) vérifie le niveau de stock du client à la période t qui ne doit pas dépasser la capacité de stockage maximum de ce stock.

Il faut remarquer que pour la contrainte (4), la quantité à produire ne doit pas dépasser la capacité de production, et pour la contrainte (5) la quantité à transporter est égale à la capacité du véhicule.

dans une première étape nous présentons la résolution de notre système pour une méthode exacte en utilisant le solveur CPLEX (référence au langage C et à l'algorithme du SIMPLEX) du langage GAMS (General Algebraic Modeling System) pour résoudre le modèle mathématique du problème.

2.3. Développement des inégalités valides

Les modèles PLNE sont résolus d'une manière exacte par des algorithmes de programmation linéaire (tel que le Simplex) combinés avec des méthodes de branch & bound. L'efficacité de ces algorithmes implémentés dans les solveurs commerciaux dépend essentiellement de la qualité des bornes calculées au niveau des nœuds de l'arbre de recherche. Les chercheurs se sont intéressés aux méthodes polyédrales (les coupes), qui permettent d'améliorer les bornes calculées par les algorithmes de programmation linéaire.

Le principe de ces méthodes est d'ajouter de l'information au modèle dans le but de l'améliorer. L'amélioration du modèle se traduit par l'ajout de contraintes linéaires (inégalités valides) qui sont redondantes dans le modèle original, mais qui permettent d'améliorer les bornes par la réduction de l'espace des solutions de la relaxation linéaire de la formulation originale tout en n'éliminant aucune solution réalisable du problème entier. La difficulté majeure de l'approche polyédrale réside dans l'identification des ensembles (ou familles) des inégalités valides. Plusieurs études polyédrales ont été effectuées sur des problèmes difficiles connus dans la littérature; ainsi, des résultats théoriques et des familles d'inégalités valides pour des problèmes spécifiques ont été proposées. Ces familles d'inégalités valides ont été utilisées pour développer des algorithmes pour le problème initial. Elles ont été également adaptées pour d'autres formulations.

La première inégalité valide détermine le nombre maximal de véhicules qui peuvent être utilisés dans une période. La deuxième inégalité valide élimine la symétrie.

2.3.1. L'inégalité pour déterminer le nombre maximal de véhicules.

Si nous supposons que dans une période t tous les détaillants sont visités, que le stock initial est nul et que le stock de clôture est au maximum. Le nombre maximal de véhicules nécessaires dans cette période est donné par l'inégalité valide suivante:

$$\sum_{j \in J} \frac{q_j}{Q} \leq \sum_{k \in K} \left(\frac{Q_k}{Q} + \frac{q_{j^*}}{Q} \right) / \sum_{k \in K} \frac{Q_k}{Q} \quad \forall t \in T$$

2.3.2. Les inégalités d'élimination de la symétrie.

L'objectif de ces inégalités est d'éviter de résoudre le même sous-problème dans l'arborescence branch and bound. L'existence de la symétrie dans notre problème est due au fait que les véhicules sont identiques (flotte homogène).

Nous supposons que les véhicules sont indexés de 1 à K et que ce véhicule k doit être utilisé avant le véhicule $k + 1$. Ceci est donné par les inégalités valides suivantes :

$$x_{k+1} \leq x_k \quad \forall k \in K$$

2.4. Résultats numériques

Toutes les instances générées sont résolues en utilisant le système de modélisation GAMS CPLEX 12 sur un PC avec processeur Intel(R) Core(TM) i3-3217U CPU @ 1.80GHz (4 CPUs), ~1.8GHz et 4 Go de RAM. La configuration par défaut de CPLEX n'a pas été modifiée pendant tous les essais.

L'exécution du programme est arrêté lorsque l'optimum est trouvé ou après un temps d'exécution de 3600 secondes.

Les simulations numériques du problème ont été effectuées sur les paramètres suivants :

- Nombre de périodes (T)
- Nombre de détaillants (J)
- Nombre de véhicules (K)
- Capacité de production (Q)
- Capacité de véhicule (W)

Pour chaque paramètre, nous avons considéré les valeurs indiquées dans le *tableau 2.1*. Nous obtenons un total de 144 combinaisons. Pour chaque combinaison, trois problèmes

sont générés aléatoirement par l'élaboration des paramètres suivants à partir des distributions uniformes U (S1; S2) entre une valeur minimale de S1 et S2 une valeur maximale comme suit:

Demande des détaillants : $d_{jt} = U [5; 25]$.

Coût de stockage pour les détaillants : $h_j = U[1; 5]$.

La capacité d'inventaire : $Q_{jt} = d^* \times U[2; 6]$; où $d^* = (\sum_{j \in J} \sum_{t \in T} Q_{jt} / |J| \times |T|)$ est la demande moyenne.

Coût fixe de service pour chaque détaillant j est : $F_j = U [100; 500]$.

Coût de stockage pour le producteur: $h^P = 1$.

Coût de setup de production : $c^P = 2000$.

Coût fixe de l'utilisation d'un véhicule : $R = 1000$.

paramètre	Les valeurs possibles
T	3, 6, 9
J	5, 10, 15, 20
K	2, 3, 4
Q	2, 1.5 (= $\sum_{j \in J} \sum_{t \in T} Q_{jt} / J $)
W	2, 1.5 (= $\sum_{j \in J} \sum_{t \in T} Q_{jt} / J $)

Tableau 2.1 : Paramètres pour les problèmes générés

Un total de 144 combinaisons possibles ont été considérés où trois cas ont été générés pour chaque combinaison, soit un ensemble de données de 432 problèmes (tableau 1 et tableau 2 annexes). Les deux formulations MILP présentées sont comparées avec et sans ajout d'inégalités valides. Le tableau 2.2 est le récapitulatif des résultats présentés dans les deux tableaux annexes 1 et 2.

Calcul du Gap

Le Gap est l'écart entre la solution trouvée et la solution optimale. Plus la valeur du Gap est proche de zéro plus la solution est proche de l'optimum.

		Temps d'exécution avec Inégalités valides				Temps d'exécution sans Inégalités valides			
		Temps min	Temps moy	Temps max	Gap	Temps min	Temps moy	Temps max	Gap
T	3	1.80	12.92	30.58	0.00	13.63	78.70	171.16	0.00
	6	879.44	1218.59	1624.86	0.13	886.31	1215.07	1603.38	0.17
	9	1951.48	2395.81	2771.79	0.74	2118.25	2406.25	2667.73	0.83
J	5	300.50	596.71	842.72	0.33	265.53	481.72	714.28	0.41
	10	903.72	1117.58	1328.32	0.39	879.37	979.87	1101.22	0.38
	15	1148.09	1479.62	1803.00	0.26	1167.00	1495.04	1788.80	0.29
	20	1424.66	1642.52	1928.94	0.18	1524.10	1772.97	2107.62	0.25
K	2	114.42	312.96	573.51	0.01	130.69	291.96	503.41	0.02
	3	995.71	1344.65	1669.78	0.24	1029.05	1317.64	1576.89	0.23
	4	1722.59	1969.71	2183.94	0.62	1772.76	1998.19	2269.25	0.75
Q	1.5*	942.94	1179.81	1439.31	0.26	1014.11	1240.32	1510.91	0.30
	2*	945.54	1238.41	1512.18	0.33	917.30	1141.26	1364.15	0.37
W	1.5*	1250.68	1503.99	1776.59	0.44	1240.85	1505.66	1780.10	0.49
	2*	637.81	914.23	1174.90	0.15	670.76	853.17	1070.50	0.18
Moyenne		944.24	1209.11	1475.75	0.29	995.40	1233.27	1468.73	0.33

Tableau 2.2 : Les instances et les résultats du solveur CPLEX.

Où :

$$\left(= \sum_{p \in P} \sum_{v \in V} \frac{Q_{pv}}{|P|} \right) ; \left(= \sum_{p \in P} \sum_{v \in V} \frac{Q_{pv}}{|P|} \right)$$

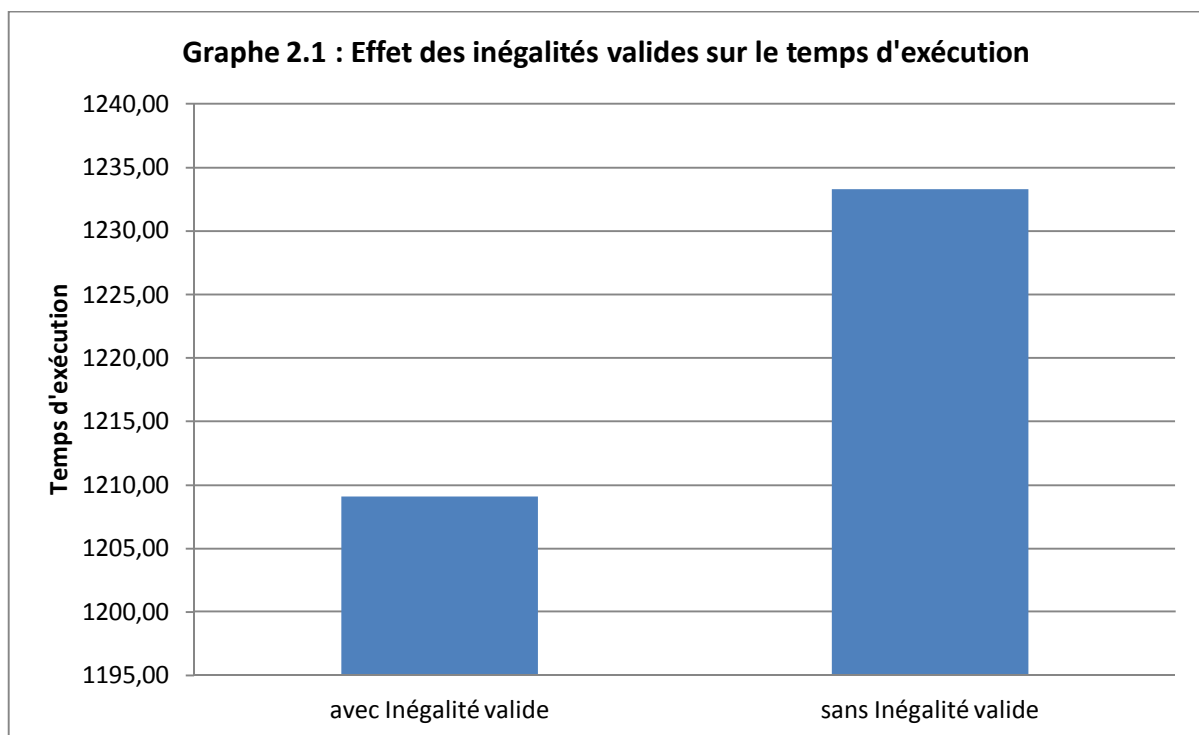
2.5. Interprétation des résultats

Le Tableau 2.2 présente le temps moyen d'exécution en fonction des (T, J, K, Q, W) avec et sans ajout d'inégalités valides. On remarque que le temps de calcul augmente dans les deux cas (on prend le cas avec l'ajout des inégalité valides): en fonction du nombre de période (le temps moyen d'exécution augmente de 12.92s vers 2395.81s quand T varie entre 3 et 9 périodes), en fonction du nombre de client (le temps moyen d'exécution augmente de 596.71s vers 1642.52s quand J varie entre 5 et 20 clients), en fonction du nombre de véhicules (le temps moyen d'exécution augmente de 312.96s vers 1969.71s quand K varie entre 2 et 4 véhicules). Ce qui indique que ces trois valeurs ont une grande influence sur le temps de calcul. Avec les grandes instances le calcul devient très lent voir impossible d'exécuter le programme sur une machine ordinaire.

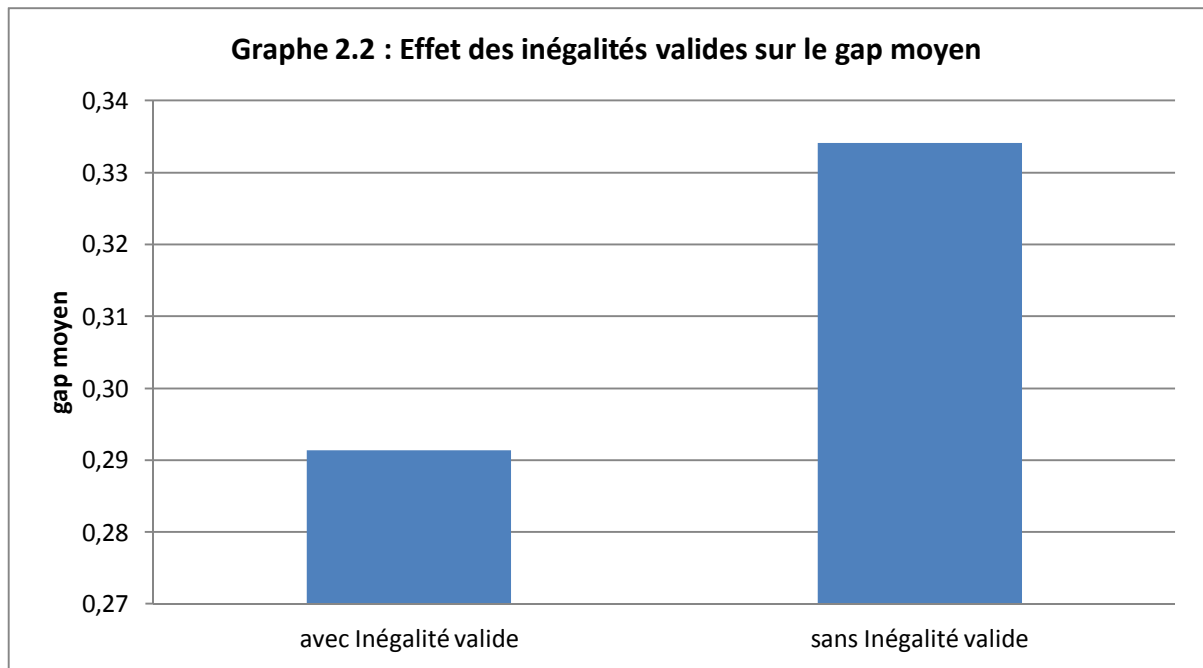
Pour voir l'influence de la capacité de production et la capacité de véhicule, on fixe (T, J, K) (tableau 2.2). On voit que le temps moyen de calcul en fonction de la capacité de production augmente de 1179.81s vers 1238.41s quand Q varie entre $1.5 \times \alpha$ et $2 \times \alpha$, par contre le temps moyen de calcul en fonction de la capacité de véhicule diminue de 1503.99s à 914.23s quand W varie entre $1.5 \times \beta$ et $2 \times \beta$ (tableau 2.2). Cela indique que la capacité de production n'a pas une grande influence sur le temps de calcul, par contre le temps de calcul est inversement proportionnel à l'augmentation de la capacité de véhicule. On remarque que dès que le nombre de variables augmente, le système devient de plus en plus lent il peut même arriver à des heures de calcul, ce qui n'est pas pratique pour les grands systèmes.

La comparaison est basée sur le temps d'exécution, et le Gap moyen.

Les deux graphes suivants montrent l'effet des inégalités valides sur le temps d'exécution et sur le Gap moyen :



Dans le graphe 2.1 nous pouvons constater l'effet des inégalités valides sur le temps moyen d'exécution où l'ajout des inégalités valides sur les formulations diminue d'une façon considérable le temps moyen d'exécution.



Dans le graphe 2.2 nous pouvons constater l'effet des inégalités valides sur le Gap moyen où l'ajout des inégalités valides sur les formulations diminue d'une façon considérable le Gap moyen.

2.6. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons décrit et modélisé le problème de : « *planification intégrée de la production et de la distribution avec véhicules pleins (Full truckload)* ». Les inégalités valides ont été proposées afin de minimiser le temps de résolution du problème en utilisant un solveur *CPLEX*. Les résultats des simulations obtenus ont été testés sur des instances de petites et de tailles moyennes, nous constatons que le temps d'exécution varie proportionnellement en fonction de la taille de l'instance.

Dans le troisième chapitre nous allons utiliser une méthode approchée basée sur l'algorithme génétique pour résoudre le problème avec les mêmes instances. Les résultats des simulations sont comparés avec ceux trouvés par la méthode exacte pour valider l'approche.

Chapitre 3

Résolution du problème par les algorithmes génétiques

Ce chapitre présente une approche de résolution du problème par les algorithmes génétiques. Nous commençons d'abord par les terminologies et le principe des algorithmes génétiques, nous décrivons ensuite le codage réel de la solution initiale. Aussi nous introduisons un algorithme d'amélioration pour améliorer le résultat final de la solution. Nous implémentons et nous simulons des exécutions avec des valeurs arbitraires des paramètres, ce qui rend notre approche valable pour toutes les chaînes logistiques de ce genre. Pour vérifier le degré de validité de notre approche, nous comparons les résultats obtenus par notre approche avec ceux obtenus par la méthode exacte élaborée au chapitre 2. Nous concluons par une interprétation des résultats.

3.1. Introduction

L'objectif principal d'une approche intégrée est de minimiser le coût total généré tout au long de la chaîne logistique. Dans ce chapitre, qui présente le noyau de notre étude, nous allons expliciter la démarche suivie pour résoudre le problème de planification intégrée de la production et de la distribution avec véhicules pleins (Full truckload).

Nous proposons l'algorithme génétique à codage réel comme méta heuristique pour la résolution de notre problème. Les algorithmes génétiques sont les mieux adaptés à ce type de problèmes. Pour donner une chronologie à cette approche, nous présentons, dans ce chapitre en premier lieu, la terminologie et le principe des algorithmes génétiques. Par la suite, on utilise le PLNE (Modélisation mathématique) du chapitre 2 pour implémenter l'algorithme génétique. Nous terminons par une simulation et une comparaison des résultats de notre approche avec ceux du CPLEX.

3.2. Les Algorithmes Génétiques :

3.2.1. Définition

Les algorithmes génétiques (AGs) sont basés sur la théorie de l'évolution des espèces dans leur milieu naturel, soit une transposition artificielle des concepts basiques de la génétique et des lois de survie énoncées par *Charles Darwin* : les individus les plus adaptés survivent et se reproduisent. Selon *Darwin*, les mécanismes à l'origine de l'évolution naturelle des êtres vivants reposent sur la compétition qui sélectionne les individus les plus adaptés à l'environnement actuel au détriment des autres. Ces algorithmes font partie de la classe des algorithmes dits stochastiques. En effet une grande partie de leur fonctionnement est basée sur le hasard. Bien qu'utilisant le hasard, les AGs ne sont pas purement aléatoires. Ils exploitent efficacement l'information obtenue précédemment pour spéculer sur la position de nouveaux points à explorer, avec l'espoir d'améliorer la performance [39].

L'AG peut résoudre, avec fiabilité, des fonctions réputées très difficiles, autrement dit, les fonctions qui présentent plusieurs optima locaux, des fonctions discontinues ou des fonctions à plusieurs dimensions où les méthodes ordinaires ne peuvent pas prendre en compte l'effet d'interaction entre tous les paramètres.

3.2.2. Terminologie et éléments de base

Un algorithme génétique recherche les extrêmes d'une fonction définie sur un espace de données appelé *population*. Par analogie avec la génétique, chaque *individu* de cette population est un chromosome et chaque *caractéristique* de l'individu est un *gène*. Dans un cas simple, un gène sera représenté par un bit (0 ou 1), un chromosome par une chaîne de bits. Chaque gène représente une partie élémentaire du problème, il peut être assimilé à une variable et peut prendre des valeurs différentes appelées *allèles*. La position du gène dans le chromosome se nomme *locus* [39].

On parle également de *génotype* et de *phénotype*. Le génotype (ensemble des valeurs des gènes) représente l'ensemble des valeurs des gènes du chromosome alors que le phénotype (évaluation d'un génotype) représente la solution réelle après transformation du chromosome. Lors de la génération d'une nouvelle population, des opérateurs génétiques tels que la sélection, le croisement et la mutation sont nécessaires pour la manipulation des chromosomes [39].

3.2.3. Principe de fonctionnement

L'AG est une méthode de recherche itérative. Le but est d'optimiser une fonction définie par l'utilisateur appelée *fonction objectif* ou *fonction d'adéquation*. Pour atteindre cet objectif, l'algorithme travaille en parallèle sur une population de points candidats, *individus* ou *chromosomes* (solution particulière), chaque individu est constitué d'un ensemble d'éléments appelés *gènes* notés X_n (*Figure 3.1.a.*)

Dans l'algorithme génétique de base, tel qu'il a été fondé par Holland, les gènes sont formés de 1 et 0. Dans ce cas, chaque valeur réelle X_n (paramètres à optimiser) est codée par son équivalent en binaire et l'individu obtenu est représenté par une chaîne codée de plusieurs gènes représentant une solution particulière pour la fonction objectif (*Figure 3.1.b.*)

Individu	X_1	X_2	X_3	X_n	(1.a)
Individu	0001	1011	1001	1100	(1.b)

Figure 3.1 : Représentation d'un individu : codage réel (1.a), codage binaire (1.b)

Ainsi, le fonctionnement d'un AG se résume par un cycle de quatre étapes :

1. création d'une population de chromosomes ;
2. évaluation de chaque chromosome : évaluer la qualité des chromosomes à l'aide de la fonction d'évaluation : fitness ;
3. sélection des meilleurs chromosomes ;
4. manipulation génétique, pour créer une nouvelle population de chromosomes.

Note :

De nouvelles versions d'algorithme génétique sont apparues. Elles ne se basent plus sur le codage binaire mais elles travaillent directement sur les paramètres réels.

A chaque itération, appelée génération, est générée une nouvelle population avec, toujours, le même nombre d'individus au total (n). Cette population est mieux adaptée à l'environnement tel qu'il est représenté par la fonction objectif et les critères de l'optimisation (maximisation, minimisation, \dots). Plus on progresse dans les générations, plus les individus vont devoir tendre vers l'optimum de la fonction objectif. A la fin du cycle, une nouvelle population est acquise ouvrant ainsi la voie pour une nouvelle génération et par conséquent un nouveau cycle.

3.2.4. Codage

Le codage est une modélisation d'une solution d'un problème, il consiste à choisir le contenu des gènes qui facilite la description du problème et respecte ses contraintes. La littérature définit deux types de codage : binaire et réel. (*Figure 3.1.a et 3.1.b*)

3.2.5. Évaluation : fitness

L'opérateur d'évaluation n'est pas anodin. Il est utilisé par l'opérateur de sélection pour faire son choix des individus à conserver. Ainsi, pour mesurer les performances de chaque individu qui correspond à une solution donnée du problème à résoudre, on introduit une fonction d'évaluation. Elle permet de quantifier la capacité d'un individu à survivre en lui affectant un poids couramment appelé *fitness*. La force de chaque chromosome de la population est calculée afin que les plus forts soient retenus (étape de sélection) puis modifiés (croisement et mutation). La complexité de la fonction d'évaluation dépend essentiellement du problème et de ses contraintes.

Ces deux derniers éléments, *codage et évaluation*, sont les seuls éléments spécifiques au problème à résoudre. Une fois qu'ils sont fixés, l'algorithme génétique que l'on appliquera sera toujours le même.

3.2.6. Critère d'arrêt

Déterminer l'arrêt d'un processus génétique est l'une des difficultés majeures de l'approche génétique. En effet, si l'on excepte le cas des problèmes artificiels, on ne sait jamais si l'on a trouvé l'optimum. Dans la pratique, l'utilisateur déclare un nombre de générations maximum.

La recherche peut également être stoppée lorsque tous les individus d'une même population sont des copies d'un même individu. On dit alors qu'il y a une perte de diversité génétique.

Les critères d'arrêt se résument alors en :

1. Arrêt après un nombre de générations fixé à priori.
2. Arrêt lorsque la population cesse d'évoluer ou en présence d'une population homogène.

3.2.7. Sélection

L'opérateur de sélection est chargé de favoriser les meilleurs individus. Plus formellement, l'opérateur de sélection va générer à partir de la population courante une nouvelle population par copie des individus choisis de la population courante. La copie des chaînes s'effectue en fonction des valeurs de la fonction d'adaptation. Ce procédé permet de donner aux meilleures chaînes, une probabilité élevée de contribuer à la génération suivante. Cet opérateur est bien entendu une version artificielle de la sélection naturelle, la survie darwinienne des chaînes les plus adaptées.

Il existe de nombreuses techniques de sélection, les plus courantes seront évoquées dans la section suivante.

- ✓ **La sélection par classement** : elle consiste à ranger les individus de la population dans un ordre croissant (ou décroissant selon l'objectif) et à retenir un nombre fixé de génotypes. Ainsi, seuls les individus les plus forts sont conservés. L'inconvénient majeur de cette méthode est la convergence prématurée de

l'algorithme génétique. Il est parfois nécessaire de garder quelques individus jugés faibles pour créer la diversité au niveau de la population. Une autre difficulté consiste à fixer une limite à la sélection ce qui empêche parfois de garder des bons candidats pour les futures générations.

✓ **La sélection par la roulette** : elle consiste à créer une roue de loterie biaisée pour laquelle chaque individu de la population occupe une section de la roue proportionnelle à sa valeur d'évaluation. Ainsi, même les individus les plus faibles ont une chance de survivre. Si la population d'individus est de taille égale à N , alors la probabilité de sélection d'un individu x_i notée $p(x_i)$ est égale à :

$$P(x_i) = \frac{F(x_i)}{\sum_{k=1}^N F(x_k)}$$

En pratique, on calcule pour chaque individu x_i sa probabilité cumulée

$$q_i = \sum_{j=1}^i p(x_j) \text{ et on choisit aléatoirement un nombre } r \text{ compris entre } 0 \text{ et } 1.$$

L'individu retenu est x_1 si $q_1 \geq r$ ou x_i ($2 \leq i \leq N$) si $q_{i-1} < r \leq q_i$. Ce processus est répété N fois. Avec une telle sélection, un individu fort peut être choisi plusieurs fois. Par contre, un individu faible a moins de chance d'être sélectionné.

✓ **La sélection par tournoi** : elle consiste à choisir aléatoirement deux ou plusieurs individus et à sélectionner le plus fort. Ce processus est répété plusieurs fois jusqu'à l'obtention de N individus. L'avantage d'une telle sélection est d'éviter qu'un individu très fort soit sélectionné plusieurs fois.

3.2.8. Croisement

La naissance d'un nouvel individu, nécessite la prise aléatoire d'une partie des gènes de chacun des deux parents. Ce phénomène, issu de la nature est appelé croisement (crossover). Il s'agit d'un processus essentiel pour explorer l'espace des solutions possibles. Une fois la sélection terminée, les individus sont aléatoirement répartis en couples. Les chromosomes parents sont alors copiés et recombinaison afin de produire chacun deux descendants ayant des caractéristiques issues des deux parents. Dans le but de garder quelques

individus parents dans la prochaine population, on associe à l'algorithme génétique une probabilité de croisement, qui permet de décider si les parents seront croisés entre eux ou s'ils seront tout simplement copiés dans la population suivante.

3.2.9. Mutation

La mutation est définie comme étant la modification aléatoire d'une partie d'un chromosome. Elle constitue une exploration aléatoire de l'espace des chaînes. Chaque gène des individus de la population peut subir une mutation avec une probabilité fixée. L'opérateur de mutation agit donc en modifiant aléatoirement un ou plusieurs gènes d'un individu. La valeur du gène muté est remplacée par une autre appartenant au même domaine de variation.

3.2.10. Valeurs des paramètres

Les paramètres qui conditionnent la convergence d'un algorithme génétique sont :

- ✓ la taille de la population d'individus ;
- ✓ le nombre maximal de générations ;
- ✓ la probabilité de croisement ;
- ✓ la probabilité de mutation.

Les valeurs de tels paramètres dépendent fortement de la problématique étudiée. Ainsi il n'existe pas de paramètres qui soient adaptés à la résolution de tous les problèmes qui peuvent être posés à un algorithme génétique. Cependant, certaines valeurs sont souvent utilisées (définies dans la littérature) et peuvent être de bons points de départ pour démarrer une recherche de solutions à l'aide d'un AG. A titre d'exemple, en pratique, on arrive à une solution acceptable en prenant pour les valeurs de P_c et P_m respectivement 0.7 et 0.005.

3.2.11. Récapitulatif de l'algorithme génétique

Nous résumerons l'ensemble des étapes permettant d'effectuer une optimisation avec l'algorithme génétique (Figure 3.2).

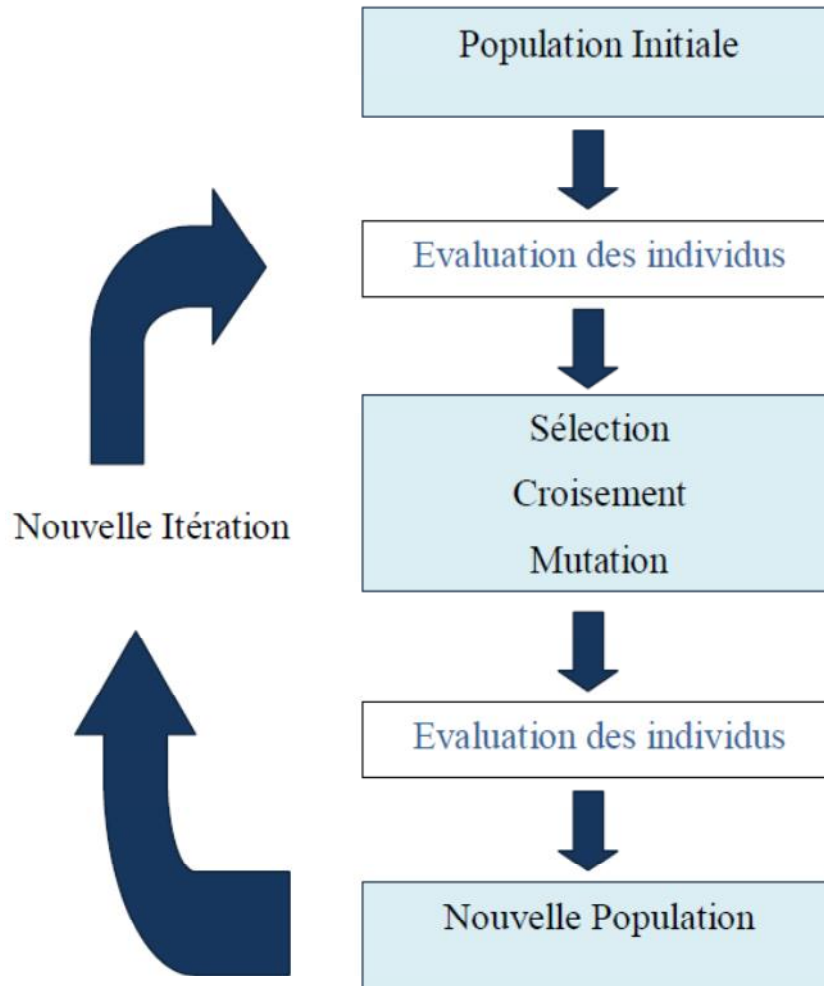


Figure 3.2 : Schéma général d'un algorithme génétique

3.3. Application de l'algorithme génétique pour la résolution du problème considéré:

3.3.1. La représentation de la solution

Lors de la conception d'un algorithme génétique pour résoudre un problème, il faut tout d'abord donner un codage (représentation) pour l'espace de décision (espace des variables de décision) du problème, et la qualité de codage de la solution détermine le succès des algorithmes génétiques. Dans le cas de notre problème, une solution à celui-ci consiste à déterminer les quantités à produire à chaque période, les quantités qui doivent être transportés par chaque véhicule, l'ensemble des détaillants à visiter par chaque véhicule et les quantités à livrer pour chaque client. L'idée principale, dans notre cas, est de coder la solution par une matrice S de deux dimensions ($N \times T$), où N représente le nombre de détaillants et T représente le nombre de périodes (voir l'exemple ci-dessous). La matrice S (solution) représente le chromosome dans l'algorithme génétique.

$$S = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & \dots & T \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ \dots \\ N \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 3 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 & 3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Exemple d'un chromosome

La valeur de chaque élément S_{jt} représente le numéro de véhicule utilisé pour livrer le détaillant j à la période t . A partir de cette matrice on peut déterminer toutes les variables de décision selon la procédure de décodage qui sera présentée ultérieurement.

3.3.2. Génération de la population initiale

Dans notre problème où les véhicules sont pleins, la génération des individus de la population initiale faisable est très difficile, pour cette raison nous avons utilisé une matrice *popini* ($T \times P$) (matrice initiale), où T représente le nombre de périodes et P représente la taille de la population.

Le chromosome S_p est généré à partir de la ligne p de la matrice *popini*.

$$Popini = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & \dots & T \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ p \end{matrix} & \left\{ \begin{matrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{matrix} \right\} \end{matrix}$$

Exemple de la matrice initiale

L'élément $popini(p,t)$ représente le nombre de véhicules utilisés à la période t . la somme des éléments de la ligne p est égale au nombre de véhicules utilisés NV , sur tout l'horizon, qui est identique pour toutes les lignes, sachant que NV est donné par la formule suivante :

$$NV = \sum_{t=1}^T d_{jt} = \sum_{j=1}^N \sum_{t=1}^T d_{jt}$$

NV : nombre de véhicules utilisés.

d_{jt} : la demande du détaillant j à la période t

W : capacité de véhicule.

L'intérêt d'utilisation de la matrice $popini$ pour générer la population (les chromosomes) est :

- De garantir la diversité des solutions (S) ;
- De garantir l'utilisation du même nombre de véhicules par tous les chromosomes ;
- D'augmenter la chance pour obtenir une solution faisable.
- D'assurer le respect du nombre de véhicules utilisés par rapport à la demande pour chaque période ;

Exemple : $T=6, N=5, K=3, W=60$, taille de population ($popsiz$)=15

Soit la matrice d (matrice des demandes) :

		Périodes							
		1	2	3	4	5	6		
$d =$	1	11	18	3	10	18	13	}	Détailants
	2	10	21	7	16	18	8		
	3	10	8	11	22	21	9		
	4	20	11	22	5	4	18		
	5	15	24	17	24	4	22		
		↓	↓	↓	↓	↓	↓		
		66	82	60	77	65	70		

$$VU_7 = \frac{420}{60} = 7.$$

Donc le nombre de véhicules à utiliser dans tout l'horizon T est : 7 véhicules.

Nous donnons les formules générales de calcul du nombre maximal de véhicules utilisés à chaque période comme suit :

$VU_t = [0, VU_t]$: est le nombre de véhicules utilisés qui sera généré à partir des deux valeurs 0 et VU_t .

VU_t : est le nombre maximal de véhicules qui peut être utilisés à chaque période t.

$$VU_t = \frac{W}{60}$$

$$VU_t = \frac{W}{60} - VU_{t-1} \quad t = 2, \dots, T - 1$$

$$VU_t < VU_t$$

$$VU_t = VU_t$$

$VU_6 = 70/60 = 1$, le reste (6) = 10 (surplus de la demande par rapport à W).

Alors,

$VU_6 = 1$: est le nombre maximal de véhicules qui peut être utilisés à la période 6, d'où le nombre de véhicules utilisés à la période 6 : $VU_6 = [0, 1]$.

Cas où $VU_6 = 1$

$$VU_5 = (65+70) / W - VU_6 = (65+70)/60 - 1 = 135/60 - 1 = 2 - 1 = 1, \text{ le reste(5) = 15}$$

d'où le nombre de véhicules utilisés à la période 5 : $VU_5 = [0, 1]$.

Cas où $VU_6 = 0$

$$VU_5 = (65+70) / W - VU_6 = (65+70)/60 - 0 = 135/60 - 0 = 2 - 0 = 2, \text{ le reste(5) = 15}$$

d'où le nombre de véhicules utilisés à la période 5 : $VU_5 = [0, 1, 2]$.

De la même manière on calcule $maxv_4$, $maxv_3$, $maxv_2$ et $maxv_1$

Le nombre total de véhicules utilisés dans tout l'horizon est donné par la formule suivante :

$$\sum_{p=1}^P \sum_{i=1}^6 popini_{p,i} = \frac{420}{60} = 7 = \sum_{i=1}^6 \sum_{p=1}^P popini_{p,i}$$

Génération de la matrice *popini* :

Périodes

	Périodes					
	1	2	3	4	5	6
1	2	1	1	2	0	1
2	3	1	0	1	2	0
3	2	1	1	2	1	0
4	2	1	1	2	0	1
5	3	1	0	1	2	0
6	2	2	0	2	0	1
7	3	1	2	1	0	0
8	2	1	2	1	0	1
9	3	1	2	1	0	0
10	3	1	2	1	0	0
11	3	1	2	1	0	0
12	3	1	2	1	0	0
13	3	1	2	1	0	0
14	2	1	2	0	1	1
15	2	1	2	2	0	0

popini =

} ligne *p*

A partir d'une ligne 2 de la matrice *popini* nous pouvons générer un chromosome S_2

$popini_2 =$

3	1	0	1	2	0
---	---	---	---	---	---

↓

A partir de $popini(2,1)=3$ nous avons généré aléatoirement la première colonne de S_2 sachant que le nombre de véhicules utilisés ne dépasse pas les 3 véhicules.

$S_2 =$

	1	2	3	4	5	6
1	3	1	0	1	2	0
2	2	1	0	0	1	0
3	1	0	0	1	1	0
4	1	1	0	1	2	0
5	1	1	0	0	1	0

Algorithme III.1 : génération de la population initiale

Début

Entrée : *popini* (matrice initiale)

Sortie : *pop* (population)

Pour $p=1$ à $popsiz$ **faire**

Pour $t=1$ à T **faire**

$test=0$

Si $popini(p,t) = 0$ **alors**

$Veh1(:,t)=0$

Fin si

Tant que $popini(p,t) <> test$ **faire**

Si $t=1$ **alors**

$Veh2 = randint(N,1,[1,popini(p,t)])$ / la première colonne ne prend pas des 0

Sinon

$Veh2 = randint(N,1,[0,popini(p,t)])$ /génération aléatoire de numéro des véhicules

Fin si

$Veh1(:,t)= Veh2$

$test = sum(histc(Veh1(:,t),unique(Veh1(:,t))))>0)$

$nn=0$

Si $max(Veh1(:,t)=0)$ **alors**

$nn=nn+1$

Fin si

$test = test - nn$

} Calcul du nombre de véhicules

Fin tant que

Fin faire

$pop(:,p)= Veh1$

Fin faire

Fin

3.3.3. Procédure de décodage

A partir de la matrice S nous déterminent la matrice X et la matrice V :

La matrice X : est une matrice binaire à trois dimensions ($N \times K \times T$) où N représente le nombre de détaillants, T le nombre de périodes et K le nombre de véhicules.

$$X_{jkt} = \begin{cases} 1 & : \text{signifie que le véhicule } k \text{ a visité le détaillant } j \text{ à la période } t \\ 0 & : \text{sinon} \end{cases}$$

La matrice X est calculée à partir de la matrice S par l'algorithme III.2.

Algorithme III.2 : Calcul de la matrice X

Début

Entrée : *pop* (population)

Sortie : X

```

Pour  $p=1$  à  $popsize$  faire
    Pour  $j=1$  à  $N$  faire
        Pour  $t=1$  à  $T$  faire
            Si  $pop(j,t,p) <> 0$  alors
                 $k = pop(j,t,p)$ 
                 $X(j,k,t,p) = 1$ 
            Fin si
        Fin faire
    Fin faire
Fin faire
Fin
    
```

La matrice V : est une matrice binaire de deux dimensions ($K \times T$) calculée à partir de la matrice X par l'algorithme III.3.

$$V_{kt} = \begin{cases} 1 & : \text{signifie que le véhicule } k \text{ est utilisé à la période } t \\ 0 & : \text{sinon} \end{cases}$$

Algorithme III.3 : Calcul de la matrice V

Début

Entrée : X

Sortie : V

```

Pour  $p=1$  à  $popsize$  faire
  Pour  $t=1$  à  $T$  faire
    Pour  $k=1$  à  $K$  faire
      Pour  $j=1$  à  $N$  faire
        Si  $X(j,k,t,p) <> 0$  alors
           $V(k,t,p)=1$ 
          break
        Fin si
      Fin faire
    Fin faire
  Fin faire
Fin faire
Fin

```

Les variables X et V sont envoyées au solveur (CPLEX) pour déduire le reste des variables : les quantités à livrer, les quantités à produire et les stocks correspondants, par la résolution d'un programme linéaire en nombres entiers **SP1** (définit ultérieurement). Un exemple de décodage est représenté dans la (*Figure 3.3*)

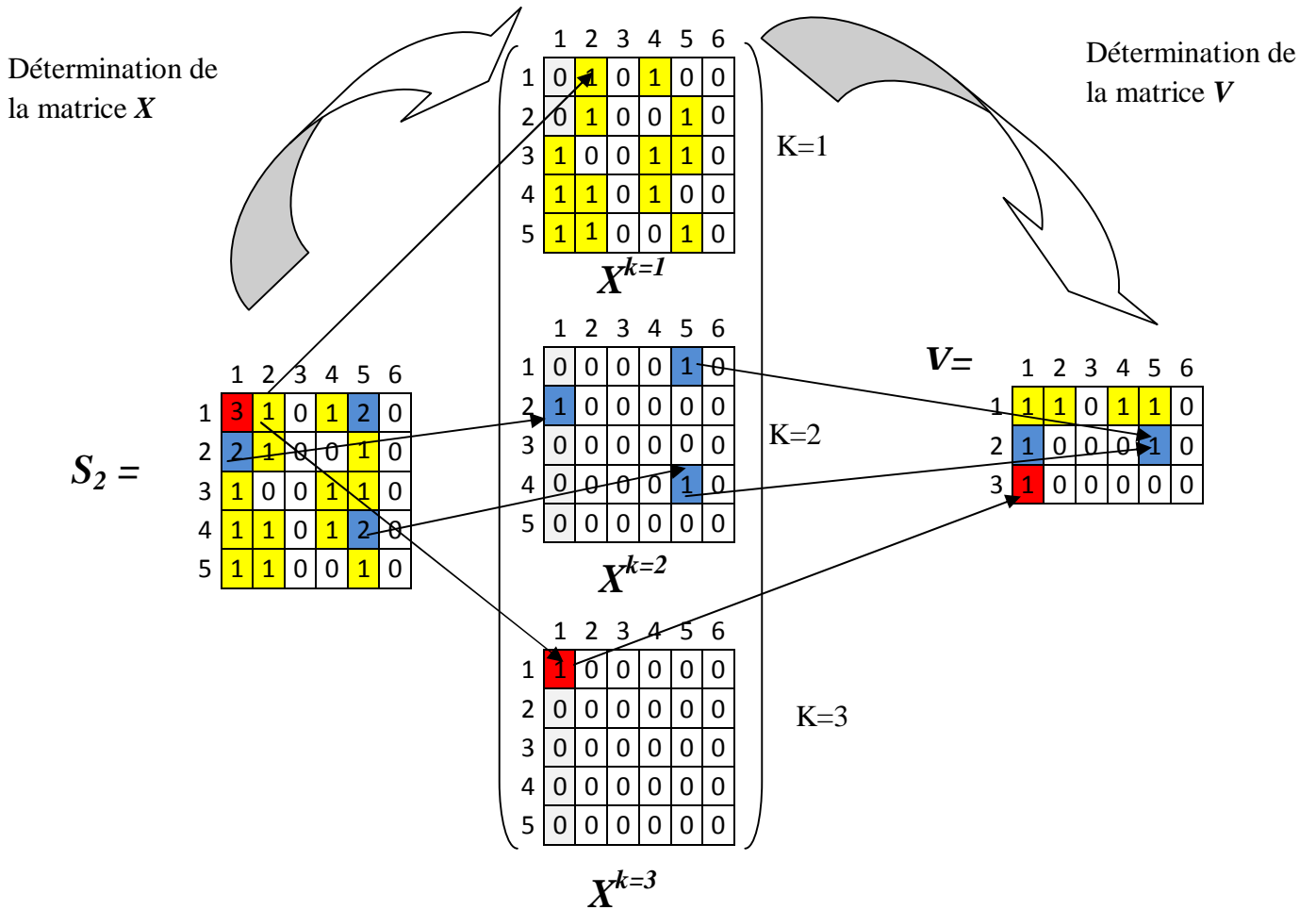


Figure 3.3: Exemple de décodage

Formulation du problème SP1 :

Le problème **SP1** est un problème PLNE avec une seule variable binaire y (vecteur de production), qui peut être résolu en un temps d'exécution très réduit, par un solveur commercial (CPLEX). Dans ce modèle X et V sont considérés comme des paramètres, le reste des variables sont des réelles (z_1, z_2, z_3, z_4, z_5).

Le problème **SP1** est formulé comme suit :

La fonction objectif

$$\min z_1 \times z_2 + z_2 \times z_3 + z_3 \times z_4 + z_4 \times z_5 + \dots \quad (1)$$

Les contraintes

$$z_{1j}^g = z_{1j}^{g-1} + \alpha_j - \alpha_j \times \frac{z_{1j}^{g-1}}{z_{1j}^{g-1}} \quad j = 1, \dots, n \dots \dots \dots (2)$$

$$z_{2j}^g = z_{2j}^{g-1} + \alpha_j \frac{z_{2j}^{g-1}}{z_{2j}^{g-1}} - \alpha_j \frac{z_{2j}^{g-1}}{z_{2j}^{g-1}} \quad j = 1, \dots, n \quad j = 1, \dots, n \dots \dots \dots (3)$$

$$z_{3j} \leq \alpha_j \times z_{2j} \quad j = 1, \dots, n \dots \dots \dots (4)$$

$$z_{4j}^g = \alpha_j \times z_{3j} \quad j = 1, \dots, n \quad j = 1, \dots, n \dots \dots \dots (5)$$

$$z_{5j}^g \leq \min\{z_{3j}^g + \alpha_j \frac{z_{5j}^{g-1}}{z_{5j}^{g-1}}, \alpha_j \times z_{4j}^g\} \quad j = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n \dots \dots \dots (6)$$

$$\frac{z_{5j}^g}{z_{5j}^g} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n \dots \dots \dots (7)$$

$$z_{5j}^g \leq \alpha_j \frac{z_{5j}^{g-1}}{z_{5j}^{g-1}} \quad j = 1, \dots, n \quad j = 1, \dots, n \dots \dots \dots (8)$$

$$z_{1j}^g, z_{2j}^g, z_{3j}^g, z_{4j}^g, z_{5j}^g \geq 0; \alpha_j \in [0,1] \forall j = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n \dots \dots \dots (9)$$

3.3.4. Évaluation du Fitness

Nous évaluons le Fitness pour chaque solution (individu S_i) de la population à l'aide de la valeur de la fonction objectif Z_i (coût). Dans le cas où S_i est faisable la valeur Z_i est calculée sans pénalité, dans le cas où S_i n'est pas faisable nous affectons une valeur très élevée à Z_i . Une solution avec le minimum de coûts représente la meilleure solution. Après que tous les individus sont évalués, nous mettons à jour la meilleure solution.

3.3.5. La sélection

Nous employons la *roulette wheel* (Roue de la Fortune) pour le processus de sélection, afin de sélectionner les individus et nous mettons à jour la matrice *popini* qui correspond aux individus sélectionnés. Ce qui va donner la nouvelle génération qui subit les évolutions des opérateurs génétiques.

3.3.6. Les opérateurs génétiques

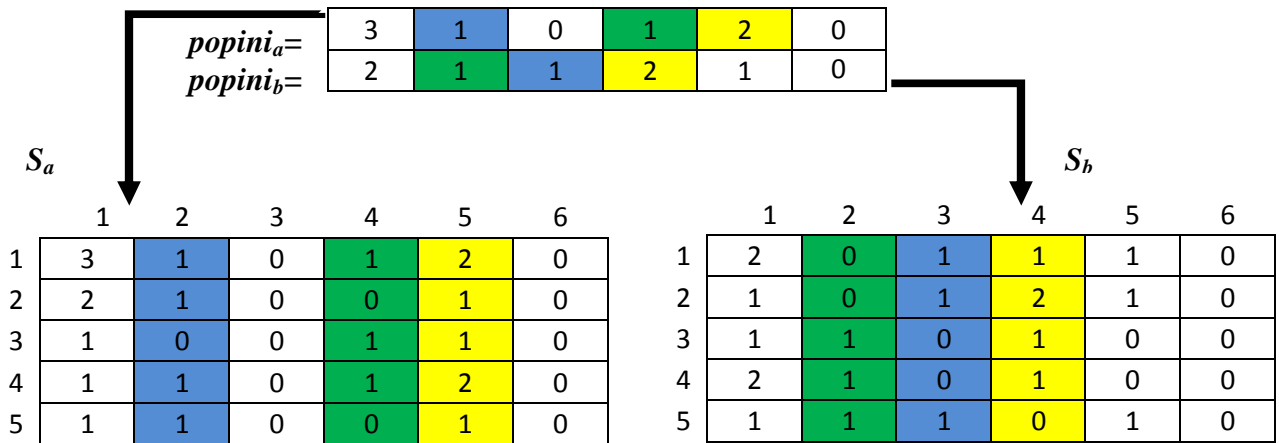
a) Croisement

Nous avons utilisé une méthode de croisement spécifique à notre problème, que nous expliquons comme suit :

- Sélection de deux parents S_a et S_b par une probabilité de croisement $PC=0.8$
- Parcourir la ligne (a) de la matrice *popini* et la ligne (b) de la même matrice pour permuter toutes les colonnes de S_a et de S_b qui ont le même nombre de véhicules dans la matrice *popini*.

Remarque : Nous rappelons que le choix de la colonne de S_b est choisi aléatoirement parmi les colonnes qui ont le même nombre de véhicules.

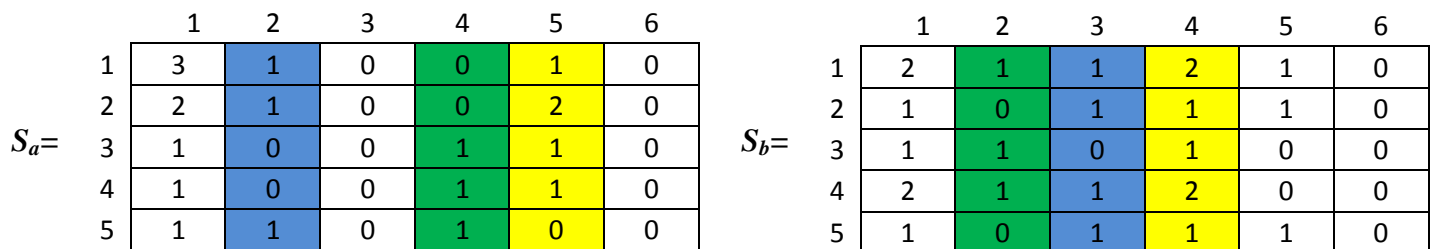
Exemple :



Les colonnes à croisé sont :

- $popini_a(2)$ avec $popini_b(3)$
- $popini_a(4)$ avec $popini_b(2)$
- $popini_a(5)$ avec $popini_b(4)$

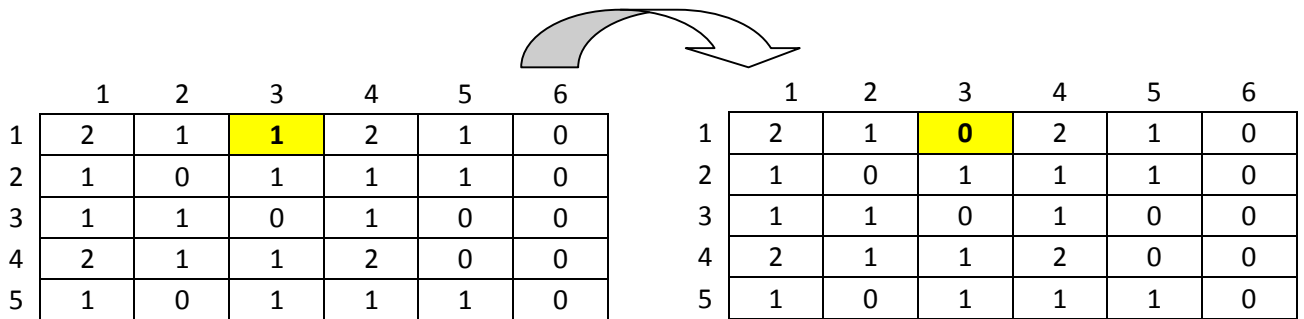
Alors les deux solutions S_a et S_b deviennent :



b) Mutation

La mutation est la dernière opération de la procédure, elle a pour objectif de modifier les gènes des parents. La méthode de mutation utilisée est spécifique à notre problème Cette opération consiste à changer la valeur d'un élément d'une matrice de la population, par une autre valeur qui existe dans la colonne (une valeur de 0 à K) (pour objectif, ne dépasse pas le nombre de véhicules à utiliser sur l'horizon T), sauf les valeurs de la première colonne prennent les valeurs de 1 à K. Cette opération est aussi basée sur la probabilité pm pour choisir les individus à muter. Sans cette opération la population ne peut jamais avoir de nouveaux individus pour évoluer. La mutation peut nuire à la faisabilité d'un individu.

Exemple :



3.3.7. Récapitulatif de l'approche de résolution

La figure 3.4 résume les différentes étapes de l'approche de résolution.

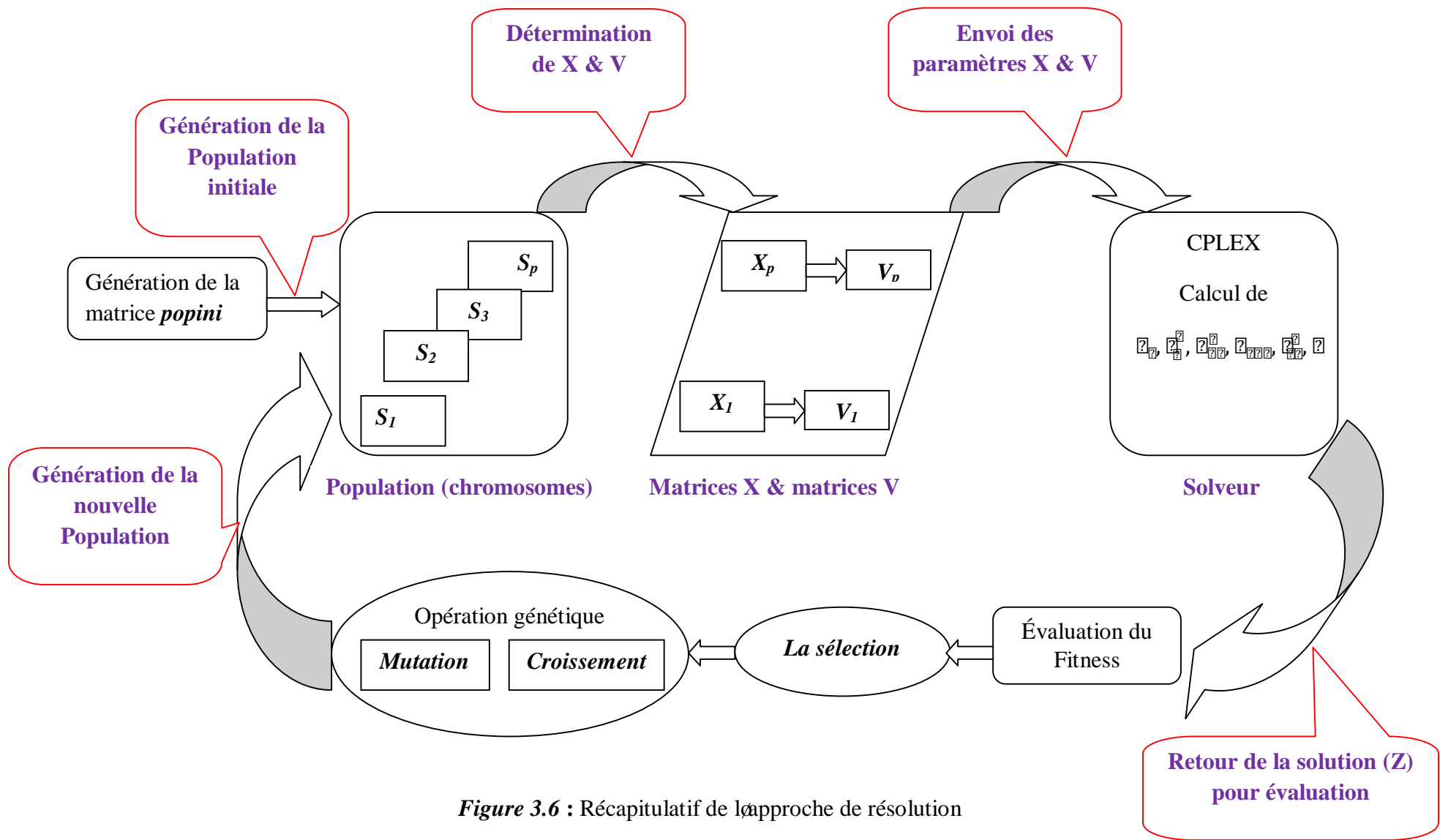


Figure 3.6 : Récapitulatif de l'approche de résolution

3.3.8. Procédure d'amélioration

Après que la résolution du problème soit faite par l'approche génétique, nous améliorons la solution finale trouvée, par la procédure d'amélioration (Algorithme III.4).

La procédure d'amélioration consiste à minimiser le nombre de livraisons possibles, ce qui va minimiser le coût de service.

Algorithme III.4 : Procédure d'amélioration

Début

Entrée : *bestpop*

Sortie : *bestpop*

Pour *jpop=2* à *T* **faire**

Pour *ipop=1* à *N* **faire**

pop2=bestpop /la meilleur solution trouvée

Si *pop(ipop,jpop) <> 0* **alors**

pop2(ipop,jpop)=0

Calcul de la matrice X

Calcul de la matrice V

Appeler solveur CPLEX

Si *la solution est faisable* **alors**

bestpop=pop2

Fin si

Fin si

Fin faire

Fin faire

Fin

3.4. Résultats numériques

Pour valider l'approche proposée de résolution du problème : « Planification Intégrée de la production et de la distribution avec véhicules pleins », nous avons appliqué l'approche proposée aux mêmes instances que le chapitre 2, les résultats sont présentés dans ce qui suit.

3.4.1. Description des instances

Afin de résoudre le problème nous avons utilisé le solveur « GAMS CPLEX 12 » et le langage « MATLAB version 9. 2011 » sur un PC à un processeur Intel(R) Core (TM) i3-3217U CPU @ 1.80GHz (4 CPUs), ~1.8GHz et 4 Go de RAM. La configuration par défaut de CPLEX n'a pas été modifiée pendant tous les essais.

a) Les résultats numériques obtenus sont calculés à partir des paramètres suivants :

Taille de la population $P = 15$

Probabilité de mutation $pm = 0.3$

Probabilité de croisement $pc = 0.8$

Le reste des paramètres est identique à ceux utilisés au deuxième chapitre.

Les différentes valeurs du Gap obtenues par les simulations au bout de 50, 100, 150, 200, 250 et 300 secondes, pour une probabilité de mutation $pm=0.3$, sont présentes dans le tableau 3.1 :

N°	Instances			Coût optimal	La valeur du Gap						Après l'amélioration	
	T	N	K		50s	100s	150s	200s	250s	300s		
1	3	5	2	6323.86	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2	3	5	3	6132.49	0.14	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
3	3	5	4	6353.54	4.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
4	6	5	2	10900.31	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
5	6	5	3	10441.34	6.89	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00	4.00
6	6	5	4	10694.18	10.54	9.22	4.56	4.56	4.56	4.56	4.56	4.56
7	9	5	2	16732.13	2.01	2.01	2.01	2.01	2.01	2.01	2.01	2.01
8	9	5	3	16322.25	5.21	5.21	5.21	5.21	5.21	5.21	5.21	3.85
9	9	5	4	16731.5	14.17	10.99	10.52	9.40	9.40	9.40	9.40	8.04
10	3	10	2	9168.74	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
11	3	10	3	9515.8	12.92	12.20	12.20	10.59	10.59	10.59	10.59	10.59
12	3	10	4	9247.78	3.34	3.04	3.04	3.04	3.04	3.04	3.04	3.04
13	6	10	2	18503.99	7.37	6.15	5.56	5.38	5.38	5.38	5.38	4.40
14	6	10	3	17203.18	17.07	16.82	16.25	13.89	13.89	12.73	12.73	7.18
15	6	10	4	17456.87	17.38	17.38	16.75	16.75	16.75	16.75	16.75	13.30
16	9	10	2	24171.65	16.44	14.31	12.33	12.33	10.35	8.01	8.01	6.47

17	9	10	3	23930.55	23.92	23.17	22.64	22.64	22.64	22.64	14.65
18	9	10	4	24009.57	25.45	25.45	25.45	25.45	25.45	25.45	17.99
19	3	15	2	11253.85	2.22	2.22	2.22	2.22	2.22	2.22	2.22
20	3	15	3	12128.55	3.81	3.81	3.81	1.83	1.83	1.83	1.83
21	3	15	4	11440.87	6.32	6.32	6.32	6.32	6.32	4.80	3.02
22	6	15	2	22733.26	11.51	10.62	9.48	9.48	9.48	9.00	8.20
23	6	15	3	22172.96	13.58	13.58	13.58	13.58	13.58	13.58	10.40
24	6	15	4	21540.9	23.85	23.60	23.60	23.60	23.60	23.60	17.19
25	9	15	2	31828.01	17.19	17.19	17.19	17.19	17.19	17.19	7.02
26	9	15	3	30730.58	20.24	18.77	18.77	18.77	18.77	18.77	10.79
27	9	15	4	30699.48	36.06	36.06	36.06	36.06	36.06	36.06	19.27
28	3	20	2	14876.45	2.72	2.72	2.72	0.00	0.00	0.00	0.00
29	3	20	3	15508.15	6.06	4.95	2.76	2.76	2.76	2.76	2.76
30	3	20	4	14353.89	7.41	7.41	7.41	7.41	7.03	7.03	4.79
31	6	20	2	27125.41	11.80	11.80	11.80	11.80	11.80	11.80	7.74
32	6	20	3	27521.47	17.97	17.97	17.97	17.56	17.56	17.56	14.18
33	6	20	4	26722.69	27.56	27.56	27.56	27.56	27.56	27.56	18.81
34	9	20	2	38307.9	19.07	19.07	19.07	19.07	19.07	19.07	13.33
35	9	20	3	37296.7	32.68	32.68	32.68	32.68	32.68	32.68	14.70
36	9	20	4	37526.54	30.12	24.99	24.99	24.93	24.93	24.93	14.78
Les Moyennes					12.70	11.98	11.63	11.34	11.27	11.12	7.53

Tableau 3.1 : Les différentes valeurs du Gap obtenues pour une probabilité de mutation $pm=0.3$

Les différentes valeurs du Gap obtenues par les simulations au bout de 50, 100, 150, 200, 250 et 300 secondes, pour une probabilité de mutation $pm=0.1$, sont présentes dans le tableau 3.2 :

N°	Instances			Coût optimal	La valeur du Gap						Après l'amélioration
	T	N	K		50s	100s	150s	200s	250s	300s	
1	3	5	2	6323.86	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2	3	5	3	6132.49	1.58	1.58	1.58	1.58	1.58	1.58	1.58
3	3	5	4	6353.54	1.54	0.23	0.23	0.23	0.23	0.17	0.17
4	6	5	2	10900.31	0.08	0.08	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
5	6	5	3	10441.34	9.82	7.65	6.31	6.31	6.31	6.29	6.29
6	6	5	4	10694.18	12.47	10.06	10.06	8.78	8.78	7.67	6.41
7	9	5	2	16732.13	6.07	6.07	5.14	4.39	4.39	4.39	2.53
8	9	5	3	16322.25	11.55	6.44	4.97	2.60	2.60	2.60	2.60
9	9	5	4	16731.5	16.32	14.13	12.47	11.55	11.27	11.27	9.18
10	3	10	2	9168.74	2.69	2.69	2.02	2.02	2.02	2.02	2.02
11	3	10	3	9515.8	13.56	13.56	13.56	11.83	9.81	9.81	9.81
12	3	10	4	9247.78	11.60	11.60	9.95	9.95	9.95	9.95	9.95
13	6	10	2	18503.99	5.52	4.55	4.55	4.55	3.85	3.85	3.85
14	6	10	3	17203.18	17.35	15.21	15.21	13.40	12.61	12.61	11.33
15	6	10	4	17456.87	20.68	18.78	16.73	16.73	16.73	14.78	14.78
16	9	10	2	24171.65	14.61	11.30	10.48	10.48	10.48	10.48	6.18
17	9	10	3	23930.55	30.15	27.85	26.90	24.72	24.72	22.52	12.86

18	9	10	4	24009.57	22.35	22.35	22.35	22.35	22.35	22.35	15.48
19	3	15	2	11253.85	4.72	4.72	4.72	4.72	4.72	4.72	4.72
20	3	15	3	12128.55	6.56	4.68	2.93	2.93	2.93	2.93	2.93
21	3	15	4	11440.87	6.37	6.37	3.77	3.77	3.77	3.77	3.77
22	6	15	2	22733.26	10.61	9.86	9.86	9.59	9.59	9.59	9.05
23	6	15	3	22172.96	18.41	14.98	12.65	11.61	10.62	10.29	9.50
24	6	15	4	21540.9	28.27	25.92	25.57	25.57	25.21	25.21	22.55
25	9	15	2	31828.01	20.18	19.40	17.88	17.88	17.88	17.52	6.98
26	9	15	3	30730.58	19.92	19.92	19.92	19.24	19.24	19.24	12.43
27	9	15	4	30699.48	36.21	31.35	29.98	28.62	28.62	28.62	17.16
28	3	20	2	14876.45	3.68	3.68	3.68	3.68	3.65	3.65	3.65
29	3	20	3	15508.15	5.27	3.33	0.53	0.53	0.53	0.53	0.53
30	3	20	4	14353.89	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56	3.56
31	6	20	2	27125.41	11.85	11.85	11.85	11.85	10.19	10.19	6.94
32	6	20	3	27521.47	17.79	17.79	17.79	17.79	17.79	16.47	13.33
33	6	20	4	26722.69	28.46	25.69	25.69	25.69	25.69	25.69	19.16
34	9	20	2	38307.9	14.62	14.62	14.62	14.62	14.62	14.62	7.18
35	9	20	3	37296.7	31.44	31.44	31.44	28.64	28.64	28.64	19.70
36	9	20	4	37526.54	30.39	28.00	28.00	28.00	26.70	26.70	20.16
Les Moyennes					13.78	12.54	11.86	11.38	11.16	10.95	8.29

Tableau 3.2 : Les différentes valeurs du Gap obtenues pour une probabilité de mutation

$$pm=0.1$$

3.5. Interprétation des résultats

Pour donner une interprétation objective aux résultats numériques obtenus, par l'algorithme génétique, nous allons faire l'analyse des résultats selon la variation des 36 instances.

N prend les valeurs : 5, 10, 15, 20 ;

K prend les valeurs : 2, 3, 4 ;

T prend les valeurs : 3, 6, 9.

3.5.1. L'effet de variation de T sur le Gap moyen

✓ La variation du Gap moyen en fonction du temps d'exécution pour différentes valeurs de T ($T= 3, 6, 9$) et pour une probabilité de mutation $pm=0.1$ (tableau 3.2) est présentée sur la figure 3.5.

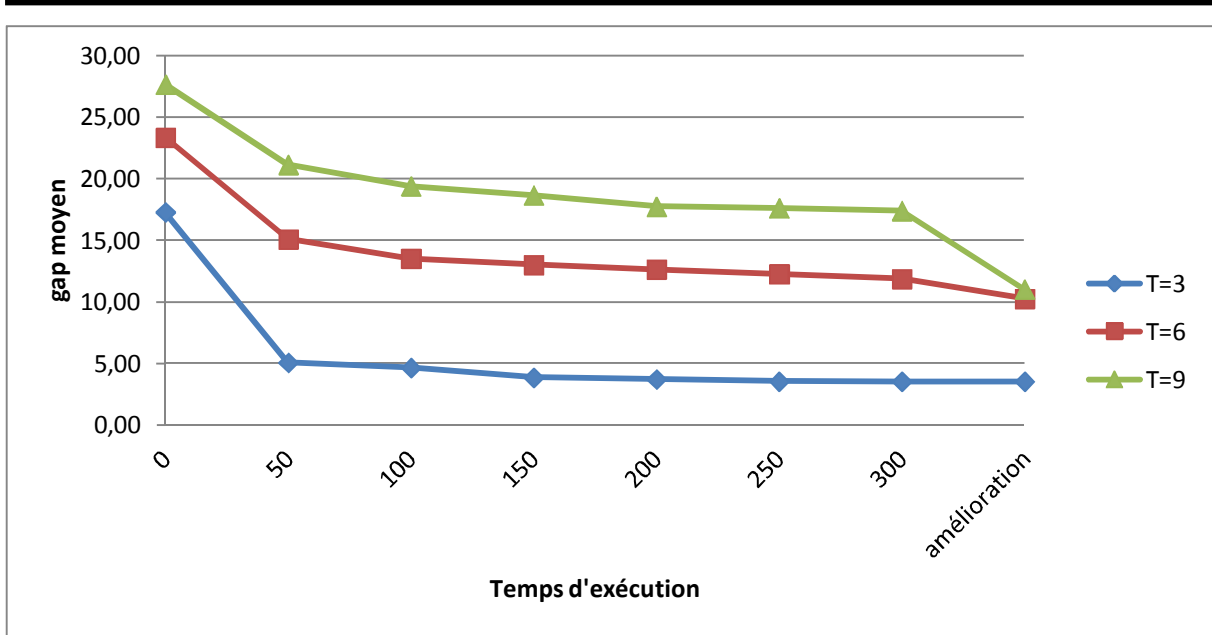


Figure 3.5: l'effet de variation de T pour $pm=0.1$

✓ La variation du Gap moyen en fonction du temps d'exécution pour différentes valeurs de T ($T= 3, 6, 9$) et pour une probabilité de mutation $pm=0.3$ (tableau 3.1) est présentée sur la figure 3.6.

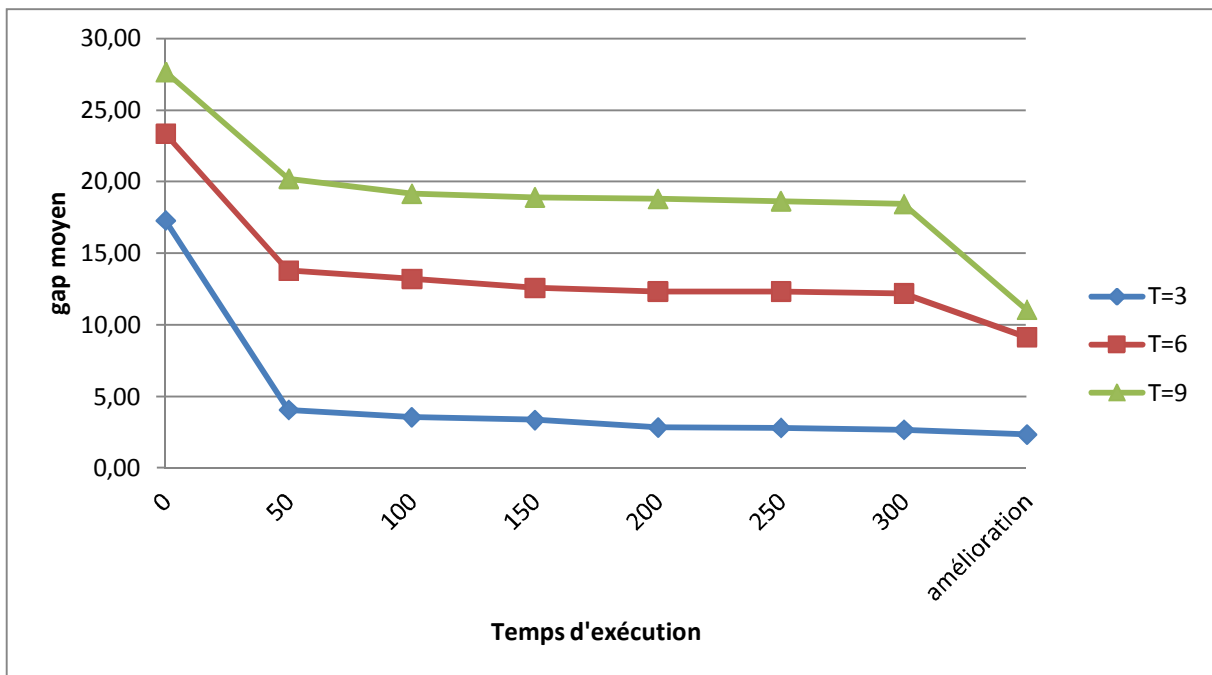


Figure 3.6: l'effet de variation de T pour $pm=0.3$

3.5.1.1. Analyse et interprétation des résultats

Les deux graphes précédents montrent l'effet de variation du nombre de périodes T sur le Gap moyen :

Après 50 secondes d'exécution la valeur du Gap moyen pour les trois valeurs de T , le Gap moyen a fait un pique important.

De 50 secondes à 300 secondes nous constatons une stagnation dans la valeur du Gap moyen, pour les trois valeurs de T .

Après 300 secondes d'exécution et lors de l'exécution de la procédure d'amélioration, les deux valeurs du Gap moyen ont diminué pour $T=6$ et $T=9$ et a stagné pour $T=3$.

Pour conclure nous pouvons dire que le Gap moyen est sensible à la variation de T .

3.5.2. L'effet de variation de N sur le Gap moyen

✓ La variation du Gap moyen en fonction du temps d'exécution pour différentes valeurs de N ($N= 5, 10, 15, 20$) et pour une probabilité de mutation $pm=0.1$ (tableau 3.2) est présentée sur la figure 3.7.

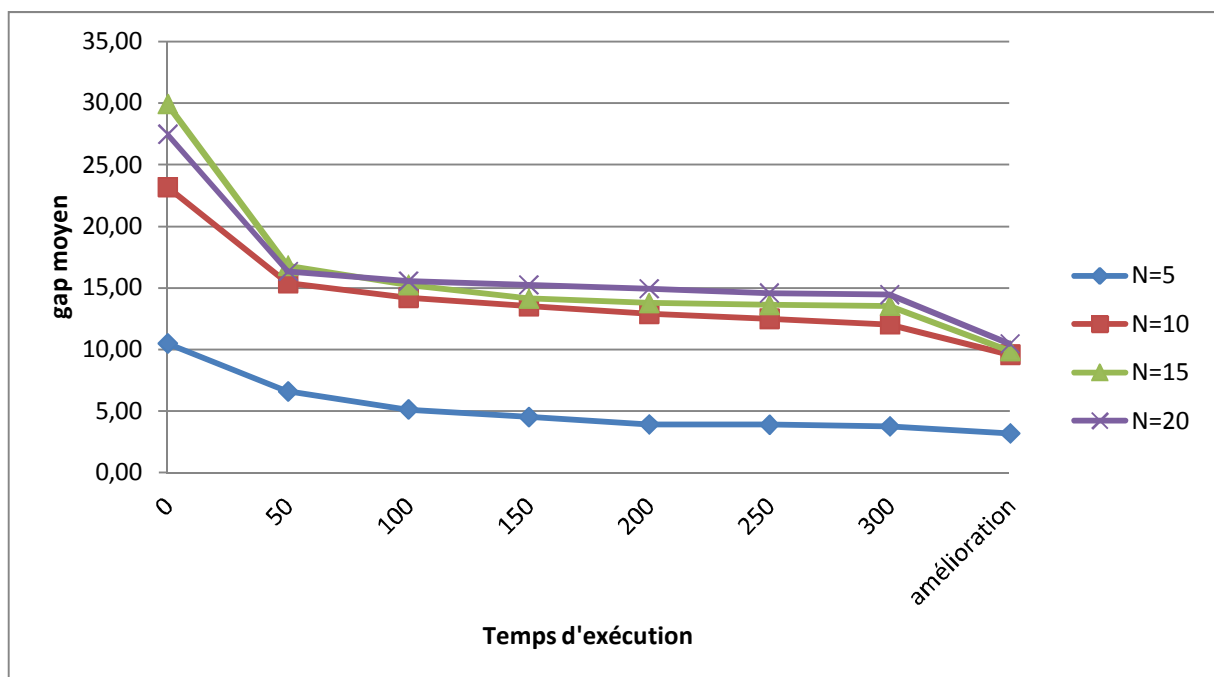


Figure 3.7: l'effet de variation de N pour $pm=0.1$

✓ La variation du Gap moyen en fonction du temps d'exécution pour différentes valeurs de N ($N= 5, 10, 15, 20$) et pour une probabilité de mutation $pm=0.3$ (tableau 3.1) est présentée sur la figure 3.8.

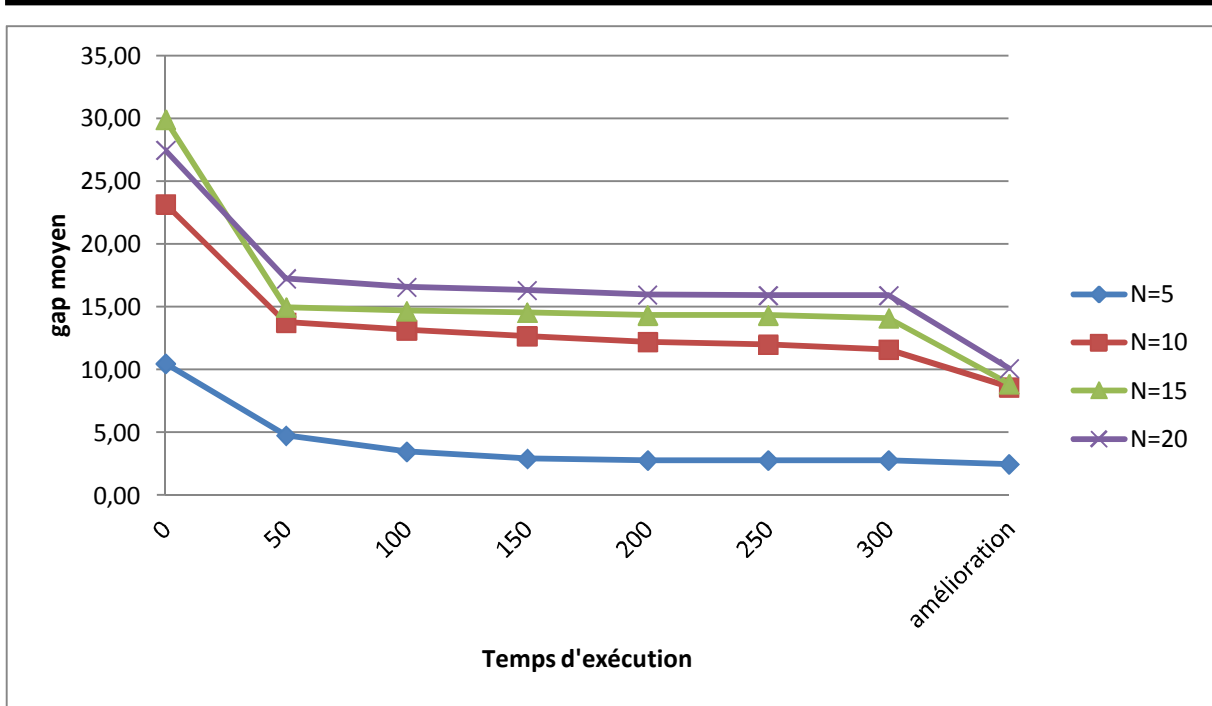


Figure 3.8: l'effet de variation de N pour $pm=0.3$

3.5.2.1. Analyse et interprétation des résultats

Les deux graphes précédents montrent l'effet de variation du nombre de détaillants N sur le Gap moyen :

Après 50 secondes d'exécution la valeur du Gap moyen pour les trois valeurs de N , le Gap moyen a fait un pique important.

De 50 secondes à 300 secondes nous constatons un léger changement sur la valeur du Gap moyen, pour les quatre valeurs de N .

Après 300 secondes d'exécution, lors de l'exécution de la procédure d'amélioration, les trois valeurs du Gap moyen ont diminué pour $N=10$, $N=15$ et $N=20$ et a stagné pour $N=5$.

Pour conclure nous pouvons dire que le Gap moyen est très sensible à la variation de N pour $N=5$ et $N=10$. Alors que la valeur du Gap moyen est moins sensible à la variation de N pour $N=10$ et $N=20$

3.5.3. L'effet de variation de K sur le Gap moyen

✓ La variation du Gap moyen en fonction du temps d'exécution pour différentes valeurs de K ($K= 2, 3, 4$) et pour une probabilité de mutation $pm=0.1$ (tableau 3.2) est présentée sur la figure 3.9.

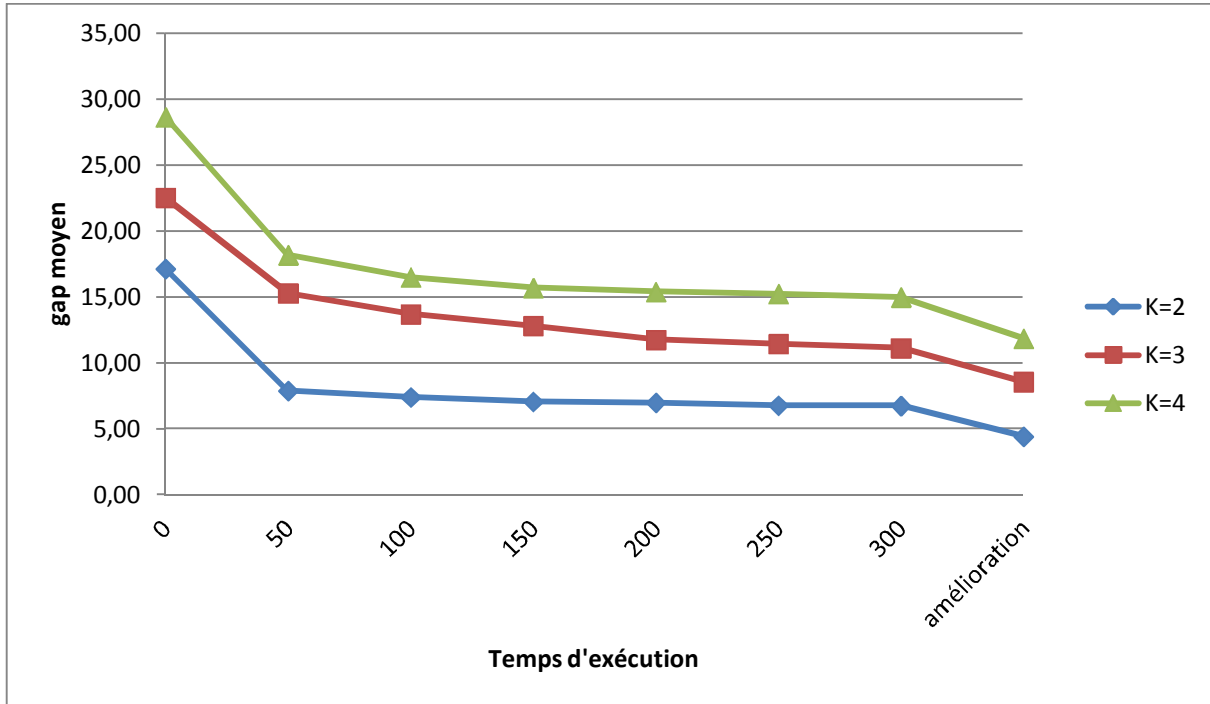


Figure 3.9: l'effet de variation de K pour $pm=0.1$

✓ La variation du Gap moyen en fonction du temps d'exécution pour différentes valeurs de K ($K= 2, 3, 4$) et pour une probabilité de mutation $pm=0.3$ (tableau 3.1) est présentée sur la figure 3.10.

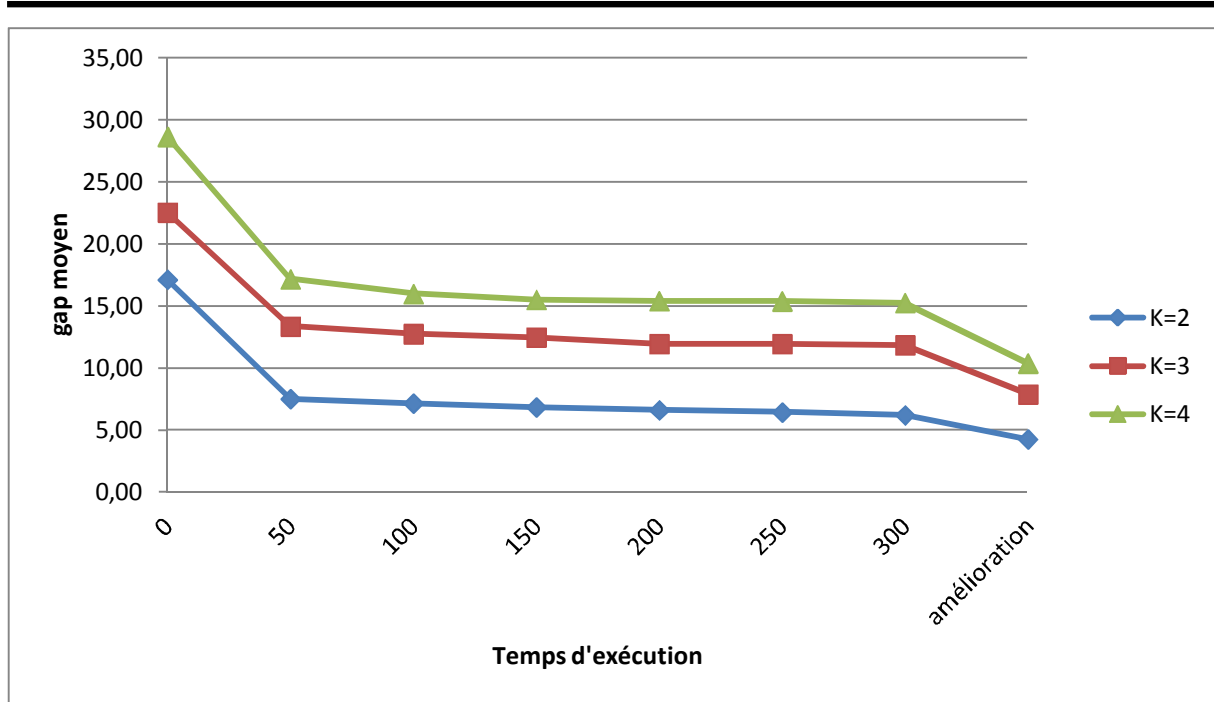


Figure 3.10: l'effet de variation de K pour $pm=0.3$

3.5.3.1. Analyse et interprétation des résultats

Les deux graphes précédents montrent l'effet de variation du nombre de périodes K sur le Gap moyen :

Après 50 secondes d'exécution la valeur du Gap moyen pour les trois valeurs de K , le Gap moyen a fait un pique important.

De 50 secondes à 300 secondes nous constatons une stagnation dans la valeur du Gap moyen, pour les trois valeurs de K .

Après 300 secondes d'exécution et lors de l'exécution de la procédure d'amélioration, les deux valeurs du Gap moyen ont diminué pour $K=3$ et $K=4$ et pour $K=2$ nous constatons un changement minime sur la valeur du Gap moyen.

Pour conclure nous pouvons dire que le Gap moyen est aussi sensible à la variation de K .

3.5.4. L'effet de variation de pm sur le Gap moyen

- ✓ La variation du Gap moyen en fonction du temps d'exécution pour différentes valeurs de T ($T=3, 6, 9$), N ($N= 5, 10, 15, 20$), K ($K= 2, 3, 4$) et pour deux valeurs de probabilité de mutation $pm=0.1$ et $pm=0.3$ (tableau 3.1 et tableau 3.2) est présentée sur la figure 3.11.

Chaque courbe du graphe représente l'effet de variation du Gap moyen en fonction du temps d'exécution pour différentes valeurs de T , N , K et pour une valeur de pm .

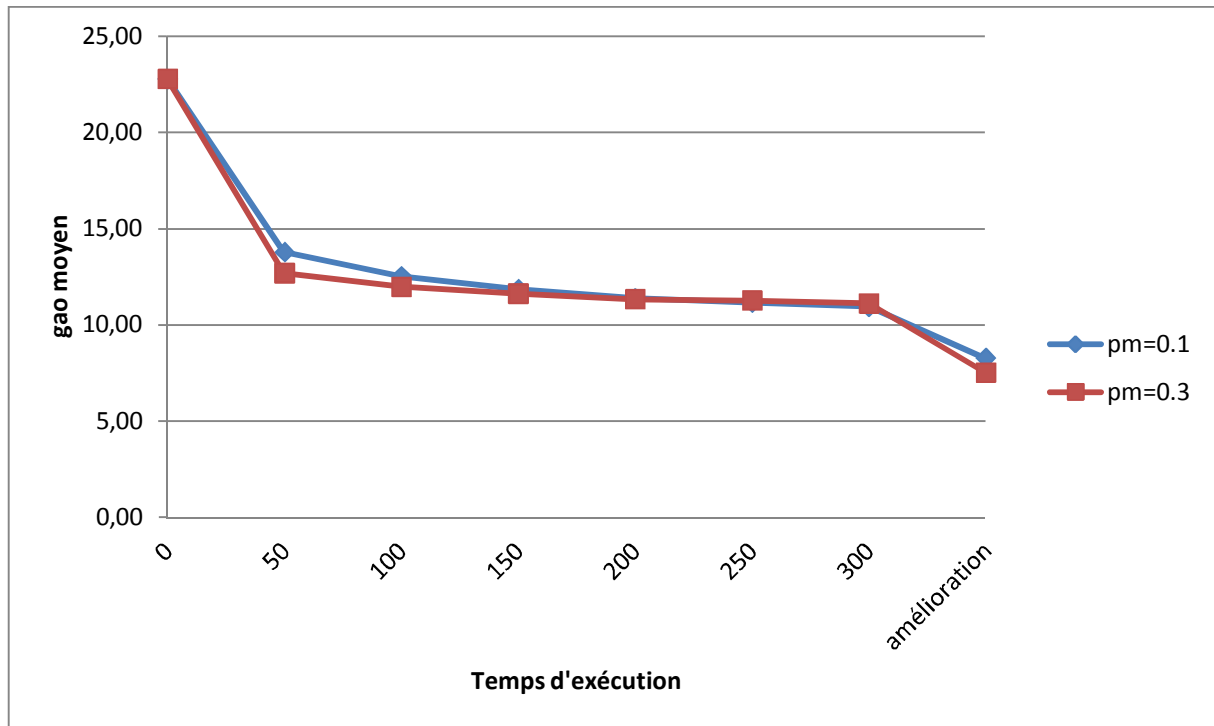


Figure 3.11: l'effet de variation de pm sur le Gap moyen

3.5.4.1. Analyse et interprétation des résultats

A partir des variations du Gap moyen en fonction du temps d'exécution pour deux valeurs de pm ($pm = 0.1$ et $pm = 0.3$), nous pouvons constater que :

Après une (01) seconde d'exécution le Gap moyen prend la valeur de 22.77, c'est à dire la valeur du Gap pour la solution initiale, qui représente le point de départ pour les deux variantes de pm .

Après 50 secondes d'exécution la valeur du Gap moyen pour $pm=0.3$ est meilleure que celle pour $pm=0.1$ et le Gap moyen pour les deux valeurs de pm a fait un pique important, vers la valeur de 12.

De 50 secondes à 150 secondes la valeur du Gap moyen pour $pm=0.3$ est meilleure que celle pour $pm=0.1$, mais sans changement significatif.

De 150 secondes à 300 secondes nous constatons une stagnation dans la valeur du Gap moyen, pour les deux valeurs de pm , qui est égale à 11%.

Après 300 secondes d'exécution, et lors de l'exécution de la procédure d'amélioration, nous constatons un changement important sur la valeur du Gap moyen et ce pour les deux valeurs de pm , qui est de l'ordre de 8.29% pour $pm=0.1$ et de 7.53% pour $pm=0.3$.

3.6. Conclusion

Nous avons appliqué une approche à base d'un algorithme génétique à codage réel des chromosomes pour résoudre notre problème. L'approche consiste à faire une inter-opération entre l'algorithme génétique et une programmation mathématique, de telle sorte que, l'algorithme génétique génère une population et envoie cette population à un solveur commercial (CPLEX), pour chaque individu de la population, le solveur détermine le reste des variables de décision par la résolution d'un sous-problème dérivé de la formulation originale qui contient une seule variable binaire.

Nous avons testé l'algorithme sur 36 instances, les résultats des simulations fournis montrent que la solution converge rapidement au début ensuite elle stagne et lorsque nous appliquons l'algorithme d'amélioration la solution converge de nouveau.

Conclusion générale

L'objectif de notre mémoire est l'étude du problème de « *Planification Intégrée de la production et de la distribution avec véhicules pleins (Full truckload)* ». Dans cette étude, nous considérons l'intégration de la production, du stockage et de la distribution dans une chaîne logistique composée d'une unité de production (producteur) produisant un seul type de produit et d'une flotte de véhicules homogène chargée de distribuer le produit à un ensemble de détaillants situés dans la même région géographique. Un véhicule ne peut commencer la distribution avant qu'il ne soit plein.

Pour résoudre le problème nous avons utilisé le solveur commercial CPLEX et après l'introduction des inégalités valides, nous avons constaté une amélioration significative dans le temps d'exécution.

Dans la deuxième phase de résolution nous avons utilisé une méta-heuristique basée sur les algorithmes génétiques, jumelée avec une méthode de résolution exacte, les résultats des simulations obtenus n'étaient pas satisfaisants, ce qui nous a obligé à avoir recours à une procédure d'amélioration, qui a permis d'avoir des résultats encourageant.

Plusieurs perspectives peuvent être envisagées pour notre travail.

Nous envisageons en premier lieu d'améliorer les performances de notre formulation en la testant sur d'autres inégalités valides pour le même type de problèmes.

Nous envisageons aussi de tester l'approche basée sur les algorithmes génétiques avec des instances plus importantes et faire des hybridations avec d'autres méta-heuristiques.

Références bibliographique

- [1] **Tayur S., Ganeshan R. And Magazine M.:** Quantitative models for supply chain management. *Kluwer Academic Publishers*, 1999.
- [2] **Ahuja R.K., Magnanti T. L. and Orlin J. B :** Network flows: theory, algorithms, and application. Edition Perntice-Hall, 1993.
- [3] **S.E.Merzoug .** « Problème de dimensionnement de lot de livraison: application au cas d'une chaîne logistique ». Thèse de doctorat de l'université de Technologie de Belfort-Montbeliard et de l'Université de Franche-Comte, 2007.
- [4] **E. Desgrippes:** Coordination entre la production et la distribution dans une chaîne logistique. *Thèse de doctorat obtenue à l'institut National de polytechnique de Grenoble.* 30 septembre 2005.
- [5] **E. Despontin-Monsarrat:** Aide à la décision pour une coopération inter-entreprises dans le cadre de la production à la commande. *Thèse de doctorat de l'Université de Toulouse III ó Paul Sabatier.* Soutenue le 10 décembre 2004.
- [6] **G.R. Bitran and H.H. Yanasse.** Computational complexity of the capacitated lot size problem. *Management Science*, 28(10):1174-1186, 1982.
- [7] **C.P.M. van Hoesel and A.P.M. Wagelmans.** An $O(T^3)$ algorithm for the economic lot-sizing problem with constant capacities. *Management Science*, 42(1):142-150, 1996.
- [8] **N. Brahim, S. Dauzere-Pérès, N.M. Najid, and A. Nordli.** Single item lot sizing problems. *European Journal of Operational Research*, 168(1):1-16, 2006.
- [9] **S. Anily and M. Tzur.** Shipping multiple items by capacitated vehicles. *Transportation Science*, 39(2):233-248, 2005.
- [10] **J.H. Kang and Y.D. Kim.** Coordination of inventory and transportation managements in a two-level supply chain. *International Journal of Production Economics*, 123(1):137-145, 2010.
- [11] **C.Y. Lee, S. Cetinkaya, and W. Jaruphongsa.** A dynamic model for inventory lot sizing and outbound shipment scheduling at a third-party warehouse. *Operations Research*, 51(5):735-747, 2003.

- [12] **S. van Hoesel, H.E. Romeijn, D.R. Morales, and A.P.M. Wagelmans.** Integrated lot sizing in serial supply chains with production capacities. *Management Science*, 51(11):1706-1719, 2005.
- [13] **W. Jaruphongsa, S. Cetinkaya, and C.-Y. Lee.** Outbound shipment mode considerations for integrated inventory and delivery lot-sizing decisions. *Operations Research Letters*, 35(6):813-822, 2007.
- [14] **Y.Z. Zhang, R.Z. Yan, and W. Gao.** An dynamic lot-sizing model with multi-mode shipments. In *The Eighth International Symposium on Operations Research and Its Applications (ISORA'09)*, volume 10, 2009.
- [15] **P. Chandra and M.L. Fischer.** Coordination of production and distribution planning. *European Journal of Operational Research*, 72(3):503-517, 1994.
- [16] **F. Fumero and C. Vercellis.** Synchronized development of production, inventory, and distribution schedules. *Transportation Science*, 33(3):330-340,1999.
- [17] **L. Lei, Q. Wang, and C. Fan.** Optimal business policies for a supplier-transporter-buyer channel with a price-sensitive demand. *Journal of the Operational Research Society*, 57:281-289, 2006.
- [18] **L. Bertazzi, G. Paletta, and M.G. Speranza.** Minimizing the total cost in an integrated vendor-managed inventory system. *Journal of Heuristics*, 11:393-419, 2005.
- [19] **A. Senoussi, N. K. Mouss, B. Penz, N. Brahimi and S. D. Pérès.** Modeling and solving a one-supplier multi-vehicle production-inventory-distribution problem with clustered retailers. *Int J Adv Manuf Technol*, DOI 10.1007/s00170-015-7966-5
- [20] **M. Julien Francois.** Planification des chaînes logistiques : Modélisation du système décisionnel et performance. *Thèse présentée à l'université bordeaux 1 école doctorale des sciences physiques et de l'ingénieur, Soutenue le 17 décembre 2007.*
- [21] **M. Florian and M. Klein.** Deterministic production planning with concave costs and capacity constraints. *Management Science*, 18 :18-20, 1971.
- [22] **Pochet Y.** Valid inequalities and separation for capacitated economic lot-sizing. *Operations Research Letters*, 7 :109-116, 1988.

- [23] **Y. Pochet and L. A. Wolsey.** Single item lot-sizing with non-decreasing capacities. *Mathematical Programming*, 121(1) :123-143, 2010.
- [24] **N. Brahimi.** Planification de la production : modèles et algorithmes pour les problèmes de dimensionnement de lots. *PhD thesis, Ecole des mines de Nantes*, 2004.
- [25] **H.D. Chen, D. Hearn, and C.Y. Lee.** A new dynamic programming algorithm for the single item capacitated dynamic lot size model. *Journal of Global Optimization*, 4 :285-300, 1994.
- [26] **D.X. Shaw and A.P. Wagelmans.** An algorithm for single-item capacitated economic lot sizing with piecewise linear production costs and general holding costs. *Management Science*, 44(6) :831-838, 1998.
- [27] **K.R. Baker, P. Dixon, M.J. Magazine, and E.A. Silver.** An algorithm for the dynamic lot-size problem with time-varying production capacity constraints. *Management Science*, 24 :1710-1720, 1978.
- [28] **V. Lot and Y.S. Yoon.** An algorithm for the single-item capacitated lot-sizing problem with concave production and holding costs. *Journal of Operational Research Society*, 45(8):934-941, 1994.
- [29] **J. Leung, T. Magnanti, and R. Vachani.** Facets and algorithms for the capacitated lot sizing. *Mathematical programming*, 45 :331-359, 1989.
- [30] **M. Loparic, H. Marchand, and L.A. Wolsey.** Dynamic knapsack sets and capacitated lotsizing. *Mathematical Programming*, 95(1) :53-69, 2003.
- [31] **A.J. Miller, G.L. Nemhauser, and M.W. Savelsbergh.** On the capacitated lot-sizing and continuous 0-1 knapsack polyhedra. *European Journal of Operational Research*, 125(2):298-315, 2000.
- [32] **C. Archetti, L. Bertazzi, G. Paletta, and M.G. Speranza.** Analysis of the maximum level policy in a production-distribution system. *Computers & Operations Research*, 38(12):1731-1746, 2011.
- [33] **M. Boudia and C. Prins.** A memetic algorithm with dynamic population management for an integrated production-distribution problem. *European Journal of Operational Research*, 195(3):703-715, 2009.

- [34] **M. Boudia, M.A. Ould Louly, and C. Prins.** A reactive GRASP and path relinking for a combined production-distribution problem. *Computers & Operations Research*, 34(11):3402-3419, 2007.
- [35] **Y. Adulyasak, J. F. Cordeau, and J. Jans.** The production routing problem : A review of formulations and solution algorithms. *Computers & Operations Research*, 55 :141-152, 2015.
- [36] **N. Brahimi and T. Aouam.** Multi-item production routing problem with backordering: a MILP approach. *International Journal of Production Research*, 54(4):1076-1093, 2016.
- [37] **M. Diaz-Madronero, D. Peidro, and J. Mula.** A review of tactical optimization models for integrated production and transport routing planning decisions. *Computers & Industrial Engineering*, 88 :5186535, 2015.
- [38] **M. BEAULIEU, J. ROY.** Optimisation de la chaîne logistique et productivité des entreprises. *Centre sur la productivité et la prospérité, HEC Montréal*, Septembre 2009.
- [39] **A. LAGGOUN** Développement d'une approche pour la résolution d'un problème de lot sizing avec transport. *Mémoire de magister de l'université de Hadj-Lakhdhar ó Batna*. Soutenue l'année 2013.

Annexes

1. Tableau 1 présent le temps moyen d'exécution en fonction des (T, J, K, Q, W) sans ajout d'inégalités valides

T	J	K	Q	W	Temps (min)	t moy	t max	Gap
3	5	2	1,5* α	1,5* β	0.059	0.06	0.15	0.26
6	5	2	1,5* α	1,5* β	0.393	0.39	1.17	2.47
9	5	2	1,5* α	1,5* β	12.81	12.81	14.67	15.79
3	10	2	1,5* α	1,5* β	0.238	0.24	0.28	0.34
6	10	2	1,5* α	1,5* β	1.874	1.87	4.31	6.00
9	10	2	1,5* α	1,5* β	33.984	33.98	344.55	501.48
3	15	2	1,5* α	1,5* β	0.118	0.12	0.20	0.28
6	15	2	1,5* α	1,5* β	8.73	8.73	67.48	183.14
9	15	2	1,5* α	1,5* β	57.792	57.79	1289.64	3599.99
3	20	2	1,5* α	1,5* β	0.263	0.26	43.59	129.64
6	20	2	1,5* α	1,5* β	9.926	9.93	1286.77	3600.03
9	20	2	1,5* α	1,5* β	1081.745	1081.75	2002.02	3600.06
3	5	3	1,5* α	1,5* β	0.213	0.21	0.29	0.41
6	5	3	1,5* α	1,5* β	14.755	14.76	38.31	70.58
9	5	3	1,5* α	1,5* β	517.351	517.35	2572.50	3600.12
3	10	3	1,5* α	1,5* β	1.499	1.50	1.90	2.13
6	10	3	1,5* α	1,5* β	461.963	461.96	530.49	639.84
9	10	3	1,5* α	1,5* β	3600.042	3600.04	3600.08	3600.13
3	15	3	1,5* α	1,5* β	1.707	1.71	4.94	7.82
6	15	3	1,5* α	1,5* β	1075.172	1075.17	2683.37	3600.09
9	15	3	1,5* α	1,5* β	3600.027	3600.03	3600.05	3600.09
3	20	3	1,5* α	1,5* β	14.327	14.33	99.61	144.21
6	20	3	1,5* α	1,5* β	3600.029	3600.03	3600.03	3600.04
9	20	3	1,5* α	1,5* β	3600.035	3600.04	3600.05	3600.07
3	5	4	1,5* α	1,5* β	0.424	0.42	1.79	3.38
6	5	4	1,5* α	1,5* β	18.999	19.00	1409.90	3600.12
9	5	4	1,5* α	1,5* β	3600.023	3600.02	3600.03	3600.03
3	10	4	1,5* α	1,5* β	13.811	13.81	42.96	97.56
6	10	4	1,5* α	1,5* β	3600.026	3600.03	3600.03	3600.03
9	10	4	1,5* α	1,5* β	3600.046	3600.05	3600.08	3600.12
3	15	4	1,5* α	1,5* β	10.933	10.93	124.26	269.53
6	15	4	1,5* α	1,5* β	3600.032	3600.03	3600.05	3600.07
9	15	4	1,5* α	1,5* β	3600.036	3600.04	3600.08	3600.13

Annexes

3	20	4	1,5* α	1,5* β	546.524	546.52	2063.40	3600.05
6	20	4	1,5* α	1,5* β	3600.031	3600.03	3600.03	3600.04
9	20	4	1,5* α	1,5* β	3600.04	3600.04	3600.08	3600.13
3	5	2	2* α	1,5* β	0.184	0.18	0.21	0.25
6	5	2	2* α	1,5* β	0.633	0.63	0.77	0.98
9	5	2	2* α	1,5* β	29.175	29.18	173.51	341.17
3	10	2	2* α	1,5* β	0.196	0.20	0.25	0.33
6	10	2	2* α	1,5* β	6.256	6.26	13.24	19.09
9	10	2	2* α	1,5* β	393.192	393.19	912.39	1797.26
3	15	2	2* α	1,5* β	0.237	0.24	0.40	0.56
6	15	2	2* α	1,5* β	20.218	20.22	45.95	62.92
9	15	2	2* α	1,5* β	388.026	388.03	2529.39	3600.11
3	20	2	2* α	1,5* β	0.512	0.51	0.76	1.05
6	20	2	2* α	1,5* β	21.756	21.76	120.89	217.03
9	20	2	2* α	1,5* β	3600	3600.00	3600.00	3600.00
3	5	3	2* α	1,5* β	0.189	0.19	0.79	1.91
6	5	3	2* α	1,5* β	27.669	27.67	42.51	69.06
9	5	3	2* α	1,5* β	891.72	891.72	2697.29	3600.12
3	10	3	2* α	1,5* β	1.616	1.62	1.73	1.83
6	10	3	2* α	1,5* β	77.987	77.99	404.38	976.07
9	10	3	2* α	1,5* β	3600.035	3600.04	3600.07	3600.12
3	15	3	2* α	1,5* β	1.125	1.13	3.75	8.03
6	15	3	2* α	1,5* β	3600.031	3600.03	3600.05	3600.06
9	15	3	2* α	1,5* β	3600.034	3600.03	3600.05	3600.09
3	20	3	2* α	1,5* β	1.608	1.61	4.07	8.49
6	20	3	2* α	1,5* β	585.406	585.41	2595.19	3600.11
9	20	3	2* α	1,5* β	3600.033	3600.03	3600.07	3600.11
3	5	4	2* α	1,5* β	2.131	2.13	2.85	3.39
6	5	4	2* α	1,5* β	176.234	176.23	1335.56	3600.03
9	5	4	2* α	1,5* β	3600.032	3600.03	3600.06	3600.07
3	10	4	2* α	1,5* β	10.18	10.18	20.99	30.42
6	10	4	2* α	1,5* β	3600.035	3600.04	3600.07	3600.11
9	10	4	2* α	1,5* β	3600.037	3600.04	3600.05	3600.07
3	15	4	2* α	1,5* β	7.665	7.67	29.54	70.97
6	15	4	2* α	1,5* β	3600.027	3600.03	3600.03	3600.04
9	15	4	2* α	1,5* β	3600.036	3600.04	3600.07	3600.09
3	20	4	2* α	1,5* β	11.022	11.02	41.32	78.56
6	20	4	2* α	1,5* β	3600.036	3600.04	3600.06	3600.09
9	20	4	2* α	1,5* β	3600.042	3600.04	3600.06	3600.10

Annexes

3	5	2	1,5* α	2* β	0.076	0.08	0.17	0.30
6	5	2	1,5* α	2* β	0.168	0.17	0.36	0.55
9	5	2	1,5* α	2* β	4.111	4.11	10.32	16.02
3	10	2	1,5* α	2* β	0.125	0.13	0.25	0.34
6	10	2	1,5* α	2* β	0.787	0.79	2.77	3.99
9	10	2	1,5* α	2* β	24.148	24.15	91.83	199.22
3	15	2	1,5* α	2* β	0.252	0.25	0.29	0.32
6	15	2	1,5* α	2* β	8.16	8.16	8.79	9.17
9	15	2	1,5* α	2* β	97.537	97.54	330.85	523.71
3	20	2	1,5* α	2* β	0.285	0.29	0.32	0.40
6	20	2	1,5* α	2* β	11.53	11.53	18.91	26.22
9	20	2	1,5* α	2* β	240.459	240.459	1383.577	3600.039
3	5	3	1,5* α	2* β	0.227	0.23	0.28	0.31
6	5	3	1,5* α	2* β	0.632	0.63	9.63	25.84
9	5	3	1,5* α	2* β	12.681	12.68	24.11	33.71
3	10	3	1,5* α	2* β	0.305	0.31	0.57	0.78
6	10	3	1,5* α	2* β	36.238	36.24	78.02	149.97
9	10	3	1,5* α	2* β	2436.085	2436.09	3212.06	3600.05
3	15	3	1,5* α	2* β	1.28	1.28	2.47	3.31
6	15	3	1,5* α	2* β	80.331	80.33	490.71	1227.71
9	15	3	1,5* α	2* β	3600.03	3600.03	3600.04	3600.04
3	20	3	1,5* α	2* β	3.525	3.53	21.79	52.10
6	20	3	1,5* α	2* β	191.598	191.60	261.43	398.84
9	20	3	1,5* α	2* β	3599.753	3599.75	3599.89	3600.04
3	5	4	1,5* α	2* β	0.302	0.30	0.39	0.50
6	5	4	1,5* α	2* β	16.849	16.85	86.89	202.21
9	5	4	1,5* α	2* β	1081.396	1081.396	2760.487	3600.033
3	10	4	1,5* α	2* β	1.624	1.62	1.86	2.09
6	10	4	1,5* α	2* β	886.333	886.33	2026.15	3600.09
9	10	4	1,5* α	2* β	3600.033	3600.03	3600.07	3600.14
3	15	4	1,5* α	2* β	2.351	2.35	5.16	9.32
6	15	4	1,5* α	2* β	2081.135	2081.14	3093.74	3600.06
9	15	4	1,5* α	2* β	3600.031	3600.03	3600.06	3600.09
3	20	4	1,5* α	2* β	3.355	3.36	1212.97	3600.03
6	20	4	1,5* α	2* β	3600.03	3600.03	3600.04	3600.04
9	20	4	1,5* α	2* β	3600.032	3600.03	3600.06	3600.08
3	5	2	2* α	2* β	0.076	0.08	0.12	0.16
6	5	2	2* α	2* β	0.593	0.59	0.60	0.62
9	5	2	2* α	2* β	6.794	6.79	18.94	26.39

Annexes

3	10	2	2* α	2* β	0.127	0.13	0.19	0.26
6	10	2	2* α	2* β	2.629	2.63	3.81	6.03
9	10	2	2* α	2* β	43.269	43.27	71.03	100.39
3	15	2	2* α	2* β	0.246	0.25	0.31	0.38
6	15	2	2* α	2* β	11.246	11.25	15.66	21.14
9	15	2	2* α	2* β	62.763	62.76	306.12	788.69
3	20	2	2* α	2* β	0.35	0.35	0.36	0.37
6	20	2	2* α	2* β	8.313	8.31	16.78	22.64
9	20	2	2* α	2* β	190.512	190.51	370.68	632.81
3	5	3	2* α	2* β	0.21	0.21	0.33	0.53
6	5	3	2* α	2* β	1.197	1.20	8.91	19.37
9	5	3	2* α	2* β	59.661	59.66	648.80	1733.34
3	10	3	2* α	2* β	0.363	0.36	0.94	1.30
6	10	3	2* α	2* β	42.015	42.02	55.51	81.25
9	10	3	2* α	2* β	584.697	584.70	2594.95	3600.08
3	15	3	2* α	2* β	1.571	1.57	2.80	5.12
6	15	3	2* α	2* β	24.326	24.33	1293.52	3600.04
9	15	3	2* α	2* β	1940.887	1940.89	3047.03	3600.13
3	20	3	2* α	2* β	3.537	3.54	20.85	48.17
6	20	3	2* α	2* β	254.013	254.01	1467.85	3600.10
9	20	3	2* α	2* β	3600.083	3600.08	3600.11	3600.13
3	5	4	2* α	2* β	0.179	0.18	1.25	3.37
6	5	4	2* α	2* β	31.291	31.29	75.07	112.02
9	5	4	2* α	2* β	2879.548	2879.55	3359.86	3600.025
3	10	4	2* α	2* β	2.006	2.01	7.47	16.47
6	10	4	2* α	2* β	219.36	219.36	285.33	406.07
9	10	4	2* α	2* β	3600.034	3600.03	3600.07	3600.11
3	15	4	2* α	2* β	2.028	2.03	2.60	3.45
6	15	4	2* α	2* β	125.71	125.71	2441.95	3600.10
9	15	4	2* α	2* β	3600.027	3600.03	3600.06	3600.08
3	20	4	2* α	2* β	3.219	3.22	3.77	4.86
6	20	4	2* α	2* β	3600.068	3600.07	3600.08	3600.10
9	20	4	2* α	2* β	3600.042	3600.04	3600.06	3600.08

2. Tableau 2 présent le temps moyen d'exécution en fonction des (T, J, K, Q, W) avec l'ajout de d'inégalités valides

T	J	K	Q	W	Temps (min)	tmoy	tmax	Gap
3	5	2	1,5*	1,5*	0.06	0.09	0.15	0.00
6	5	2	1,5*	1,5*	0.36	1.07	1.62	0.00
9	5	2	1,5*	1,5*	5.44	10.43	20.43	0.00
3	10	2	1,5*	1,5*	0.14	0.15	0.16	0.00
6	10	2	1,5*	1,5*	2.20	4.43	7.67	0.00
9	10	2	1,5*	1,5*	45.13	489.54	1028.93	0.00
3	15	2	1,5*	1,5*	0.01	0.08	0.14	0.00
6	15	2	1,5*	1,5*	6.40	16.46	35.11	0.00
9	15	2	1,5*	1,5*	29.42	1248.07	3600.06	0.09
3	20	2	1,5*	1,5*	0.25	0.80	1.53	0.00
6	20	2	1,5*	1,5*	11.97	1215.96	3600.10	0.02
9	20	2	1,5*	1,5*	667.24	1687.00	3600.04	0.03
3	5	3	1,5*	1,5*	0.21	0.33	0.47	0.00
6	5	3	1,5*	1,5*	8.45	67.35	173.22	0.00
9	5	3	1,5*	1,5*	333.29	2482.66	3600.11	0.52
3	10	3	1,5*	1,5*	0.52	1.48	2.84	0.00
6	10	3	1,5*	1,5*	96.76	255.86	507.73	0.00
9	10	3	1,5*	1,5*	3600.04	3600.09	3600.11	1.39
3	15	3	1,5*	1,5*	0.54	10.73	30.02	0.00
6	15	3	1,5*	1,5*	2716.83	3305.69	3600.15	0.16
9	15	3	1,5*	1,5*	3600.04	3600.04	3600.05	0.90
3	20	3	1,5*	1,5*	1.80	9.99	23.29	0.00
6	20	3	1,5*	1,5*	3600.05	3600.09	3600.12	0.17
9	20	3	1,5*	1,5*	3600.03	3600.08	3600.12	0.56
3	5	4	1,5*	1,5*	1.12	1.54	2.08	0.00
6	5	4	1,5*	1,5*	49.60	1466.19	3600.10	0.18
9	5	4	1,5*	1,5*	3600.02	3600.07	3600.10	2.50
3	10	4	1,5*	1,5*	10.20	25.10	52.32	0.00
6	10	4	1,5*	1,5*	3600.04	3600.05	3600.06	1.23
9	10	4	1,5*	1,5*	3600.12	3600.13	3600.13	3.09
3	15	4	1,5*	1,5*	3.07	11.64	18.60	0.00
6	15	4	1,5*	1,5*	3600.05	3600.06	3600.07	0.71
9	15	4	1,5*	1,5*	3600.03	3600.04	3600.06	1.56
3	20	4	1,5*	1,5*	18.92	440.49	1138.94	0.00
6	20	4	1,5*	1,5*	3600.03	3600.06	3600.08	0.47

Annexes

9	20	4	1,5*	1,5*	3600.03	3600.04	3600.04	0.97
3	5	2	2*	1,5*	0.19	0.22	0.28	0.00
6	5	2	2*	1,5*	0.67	1.41	2.49	0.00
9	5	2	2*	1,5*	25.93	94.43	162.85	0.00
3	10	2	2*	1,5*	0.16	0.19	0.24	0.00
6	10	2	2*	1,5*	6.23	18.80	36.34	0.00
9	10	2	2*	1,5*	251.28	1762.76	2583.85	0.00
3	15	2	2*	1,5*	0.28	0.33	0.36	0.00
6	15	2	2*	1,5*	11.23	34.44	53.23	0.00
9	15	2	2*	1,5*	325.20	2508.48	3600.12	0.22
3	20	2	2*	1,5*	0.46	0.72	1.01	0.00
6	20	2	2*	1,5*	22.51	155.17	385.14	0.00
9	20	2	2*	1,5*	3600.07	3600.09	3600.10	0.07
3	5	3	2*	1,5*	0.19	0.89	2.28	0.00
6	5	3	2*	1,5*	23.54	78.45	150.03	0.00
9	5	3	2*	1,5*	1153.64	2784.59	3600.09	2.17
3	10	3	2*	1,5*	1.47	2.13	2.59	0.00
6	10	3	2*	1,5*	256.50	1374.24	3600.11	0.11
9	10	3	2*	1,5*	3600.06	3600.08	3600.12	1.55
3	15	3	2*	1,5*	1.13	2.46	4.02	0.00
6	15	3	2*	1,5*	3600.04	3600.05	3600.06	0.47
9	15	3	2*	1,5*	3600.07	3600.11	3600.14	0.93
3	20	3	2*	1,5*	1.98	2.93	4.59	0.00
6	20	3	2*	1,5*	535.06	2578.39	3600.08	0.10
9	20	3	2*	1,5*	3600.03	3600.06	3600.10	0.63
3	5	4	2*	1,5*	2.03	2.64	3.00	0.00
6	5	4	2*	1,5*	591.25	1262.64	2559.14	0.00
9	5	4	2*	1,5*	3600.06	3600.10	3600.12	3.32
3	10	4	2*	1,5*	13.51	42.69	80.18	0.00
6	10	4	2*	1,5*	3600.07	3600.13	3600.19	0.88
9	10	4	2*	1,5*	3600.08	3600.11	3600.12	2.70
3	15	4	2*	1,5*	5.94	9.82	13.05	0.00
6	15	4	2*	1,5*	3600.03	3600.08	3600.13	0.71
9	15	4	2*	1,5*	3600.03	3600.06	3600.10	1.51
3	20	4	2*	1,5*	7.30	13.30	21.62	0.00
6	20	4	2*	1,5*	3600.04	3600.07	3600.10	0.42
9	20	4	2*	1,5*	3600.04	3600.09	3600.12	1.10
3	5	2	1,5*	2*	0.09	0.09	0.11	0.00
6	5	2	1,5*	2*	0.24	0.32	0.37	0.00

Annexes

9	5	2	1,5*	2*	1.03	8.04	16.26	0.00
3	10	2	1,5*	2*	0.06	0.09	0.10	0.00
6	10	2	1,5*	2*	0.64	0.89	1.04	0.00
9	10	2	1,5*	2*	9.30	51.11	121.49	0.00
3	15	2	1,5*	2*	0.11	0.20	0.24	0.00
6	15	2	1,5*	2*	2.81	3.93	5.76	0.00
9	15	2	1,5*	2*	95.29	135.71	166.59	0.00
3	20	2	1,5*	2*	0.16	0.18	0.23	0.00
6	20	2	1,5*	2*	7.76	8.88	9.57	0.00
9	20	2	1,5*	2*	143.78	621.51	1426.98	0.00
3	5	3	1,5*	2*	0.06	0.13	0.24	0.00
6	5	3	1,5*	2*	0.41	8.11	23.50	0.00
9	5	3	1,5*	2*	8.22	12.44	20.83	0.00
3	10	3	1,5*	2*	0.14	0.51	0.91	0.00
6	10	3	1,5*	2*	13.61	83.77	181.70	0.00
9	10	3	1,5*	2*	1662.31	2954.18	3600.11	0.45
3	15	3	1,5*	2*	1.04	1.78	2.24	0.00
6	15	3	1,5*	2*	54.46	510.67	1269.71	0.00
9	15	3	1,5*	2*	3600.00	3600.00	3600.00	0.17
3	20	3	1,5*	2*	1.63	8.06	11.97	0.00
6	20	3	1,5*	2*	78.76	442.12	869.40	0.00
9	20	3	1,5*	2*	2623.37	3274.49	3600.06	0.10
3	5	4	1,5*	2*	0.26	0.27	0.27	0.00
6	5	4	1,5*	2*	5.13	35.81	97.13	0.00
9	5	4	1,5*	2*	363.67	2521.28	3600.12	0.74
3	10	4	1,5*	2*	0.33	0.67	1.05	0.00
6	10	4	1,5*	2*	25.14	1109.25	2746.05	0.00
9	10	4	1,5*	2*	3600.07	3600.08	3600.08	1.03
3	15	4	1,5*	2*	0.78	0.86	0.97	0.00
6	15	4	1,5*	2*	1180.10	2793.40	3600.06	0.20
9	15	4	1,5*	2*	3600.04	3600.08	3600.15	0.59
3	20	4	1,5*	2*	0.48	3.10	7.79	0.00
6	20	4	1,5*	2*	3600.04	3600.07	3600.12	0.16
9	20	4	1,5*	2*	3600.03	3600.09	3600.21	0.54
3	5	2	2*	2*	0.06	0.09	0.11	0.00
6	5	2	2*	2*	0.36	0.45	0.55	0.00
9	5	2	2*	2*	3.92	9.95	13.89	0.00
3	10	2	2*	2*	0.13	0.14	0.14	0.00
6	10	2	2*	2*	2.41	4.00	5.58	0.00

Annexes

9	10	2	2*	2*	25.88	67.50	116.31	0.00
3	15	2	2*	2*	0.12	0.14	0.16	0.00
6	15	2	2*	2*	13.37	14.55	16.49	0.00
9	15	2	2*	2*	24.27	883.74	2594.21	0.00
3	20	2	2*	2*	0.15	0.20	0.27	0.00
6	20	2	2*	2*	9.74	22.12	35.46	0.00
9	20	2	2*	2*	137.66	337.11	674.87	0.00
3	5	3	2*	2*	0.25	0.29	0.36	0.00
6	5	3	2*	2*	2.13	7.46	14.99	0.00
9	5	3	2*	2*	31.90	607.24	1691.19	0.00
3	10	3	2*	2*	0.20	0.60	0.97	0.00
6	10	3	2*	2*	21.67	35.57	46.23	0.00
9	10	3	2*	2*	1212.82	2804.31	3600.08	0.31
3	15	3	2*	2*	0.92	2.16	3.29	0.00
6	15	3	2*	2*	26.18	1215.89	3088.87	0.00
9	15	3	2*	2*	707.43	2111.34	3600.07	0.57
3	20	3	2*	2*	2.17	11.32	19.92	0.00
6	20	3	2*	2*	212.31	1491.76	3600.03	0.03
9	20	3	2*	2*	3600.05	3600.23	3600.36	0.33
3	5	4	2*	2*	0.21	1.21	3.08	0.00
6	5	4	2*	2*	21.29	85.70	176.38	0.00
9	5	4	2*	2*	982.61	2727.58	3600.10	2.56
3	10	4	2*	2*	1.87	2.49	2.88	0.00
6	10	4	2*	2*	72.77	339.62	690.98	0.00
9	10	4	2*	2*	3600.03	3600.04	3600.04	1.31
3	15	4	2*	2*	1.98	2.63	3.64	0.00
6	15	4	2*	2*	121.88	2440.65	3600.04	0.11
9	15	4	2*	2*	3600.04	3600.08	3600.12	0.61
3	20	4	2*	2*	1.82	2.36	3.04	0.00
6	20	4	2*	2*	3600.03	3600.17	3600.44	0.14
9	20	4	2*	2*	3600.10	3601.54	3604.04	0.58