

# REMERCIEMENT

*Tout d'abord je remercie **ALLAH** le tout puissant qui m'a donné la force et la volonté de réaliser ce travail.*

*Je tiens à exprimer ma gratitude à Mr **DEMAGH KAMEL**, directeur de thèse, pour la qualité de son encadrement, sa disponibilité et son aide continue tout au long des trois années.*

*Je remercie également l'ensemble de jury pour leur disponibilité.*

*Je tiens aussi à remercier tout le personnel du département de Génie Civil qui a contribué, directement ou indirectement au soutien et au suivi de ce travail, et en particulier l'ensemble des enseignants à ma formation d'études de la graduation et de la post graduation.*

*Enfin mes remerciements à tous mes collègues*

# DEDICACE

*Je dédie ce travail à toute ma famille*

# RESUME

*Le présent thème a pour objet la construction des diagrammes d'interaction d'un portique simple sous l'effet des charges verticales et horizontales permettant de vérifier ou de dimensionner une structure en fonction de son mécanisme de rupture.*

*Ces diagrammes d'interaction sont construits en fonction des paramètres censés être les plus influents sur le portique à savoir, le rapport entre le moment plastique du poteau et la poutre qui est  $\beta$ , l'effet des forces axiales en fonction de l'effort réduit  $\eta$  et l'effet de l'effort tranchant dû à l'effet P- $\Delta$ .*

*Puis on a développé ces diagrammes pour les portiques étagés sous effets des mêmes charges et en fonction des mêmes paramètres du portique simple permettant aussi de vérifier ou dimensionner une structure étagé en fonction de son mécanisme de rupture.*

*Les diagrammes montrent soit pour le portique simple ou étagé que la capacité portante augmente avec le rapport entre le moment plastique du poteau et le moment plastique de la poutre : «  $\beta$  ».*

*Et que l'effet du second ordre diminue la capacité portante de la structure en calculant cette diminution pour chaque valeur de  $\eta$  en fonction de la variable  $\beta$  pour les portiques simple et étagés on utilisant les diagrammes d'interaction.*

*Et enfin, il est possible de faire une comparaison entre les diagrammes d'interaction du portique simple et des portiques étagés, on a trouvé qu'on peut faire un passage au diagramme d'interaction d'un portique étagé à partir d'un diagramme d'un portique simple.*

**Mots clés :** *structure, mécanisme de rupture, rotule plastique, moment plastique, diagramme d'interaction*

## ABSTRACT

*This theme was for the construction of interaction diagrams in a simple frame effect of vertical and horizontal loads to verify or to size a structure based on its failure mechanism.*

*These interaction diagrams are constructed according to the parameters expected to be most influential on the porch that is, the ratio of plastic moment of the column and the beam that is  $\beta$ , the effect of axial forces based on the reduced effort  $\eta$  and the effect of shear due to P- $\Delta$  effect.*

*Then we will develop these diagrams storied frame effects under the same charges and according to the same parameters as for simple portal to check a sizing or tiered structure based on its failure mechanism.*

*The diagrams show the frame to be simple or layered as the bearing capacity increases with the ratio of plastic moment of the column and the plastic moment of the beam, " $\beta$ ".*

*And the effect of second order decreases the bearing capacity of the structure we calculate this reduction for each value of  $\eta$  as a function of the variable  $\beta$  for simple frames and stepped on using interaction diagrams.*

*And finally, it is possible to make a comparison between the interaction diagrams of simple frame and storied frames; we found that we can make a transition to the interaction diagram of a stepped frame from a diagram a single portal.*

**Keywords:** *structure, mechanism of failure, plastic hinge, plastic moment, interaction diagram*



# TABLE DES MATIERES

RESUME .....	
TABLE DES MATIERES .....	
LISTE DES NOTATIONS ET ABREVIATIONS .....	
LISTE DES FIGURES .....	

## CHAPITRE 01 : INTRODUCTION

<b>1. Introduction</b> .....	01
<b>1.1. Intérêt du calcul plastique</b> .....	01
<b>1.2. But de mémoire</b> .....	02
<b>1.3. Plan du travail</b> .....	02

## CHAPITRE 02 : CHARGES DE RUINE ET MECANISME DE RUINE POUR DES ELEMENTS DE STRUCTURES SIMPLES

<b>2. Charges de ruine et mécanisme de ruine pour des éléments de structures simples</b> .....	03
<b>2.1. Introduction</b> .....	03
<b>2.2. Méthodes utilisées pour le calcul des charges de ruine pour des éléments structuraux simples</b> .....	03
<b>2.2.1. Introduction</b> .....	03
<b>2.2.2. Calcul de la charge de ruine en utilisant le théorème des moments libres et de réaction</b> .....	04
<b>2.2.3. Calcul de la charge de ruine en utilisant le principe des travaux virtuels</b> .....	04
<b>2.3. Exemples d'application</b> .....	05
<b>2.3.1. Poutre simplement appuyée</b> .....	05
a. Théorème des moments libres et de réactions .....	05
b. Principe des travaux virtuels .....	06
<b>2.3.2. Poutre encastree à une extrémité et appuyée à l'autre ou console retenue</b> .....	06
a. Théorème des moments libres et de réactions .....	06
b. Principe des travaux virtuels .....	08
<b>2.3.3. Poutre doublement encastree</b> .....	08
a. Théorème des moments libres et de réactions .....	08
b. Principe des travaux virtuels .....	09
<b>2.3.4. Poutre continue soumise à un chargement concentré</b> .....	10
a. Théorème des moments libres et de réactions .....	10
b. Principe des travaux virtuels .....	13

## CHAPITRE 03 : CHARGES DE RUINE ET MECANISME DE RUINE POUR DES PORTIQUES SIMPLES ET ETAGES

<b>3. Charges de ruine et mécanisme de ruine pour des portiques simples et étages</b> .....	15
<b>3.1. Sous effets du rapport <math>M_{pc}/M_{pb}</math></b> .....	15
<b>3.1.1. Portique simple composé d'un seul niveau</b> .....	15
3.1.1.1. Introduction .....	15

3.1.1.2.	Mécanisme de poutre . . . . .	15
3.1.1.3.	Mécanisme des poteaux . . . . .	16
3.1.1.4.	Mécanisme de portique . . . . .	17
3.1.1.5.	Construction des diagrammes d'interaction . . . . .	17
3.1.1.6.	Commentaire. . . . .	20
<b>3.1.2.</b>	<b>Portique à un étage composé de deux niveaux.</b> . . . . .	<b>20</b>
3.1.2.1.	Introduction . . . . .	20
3.1.2.2.	Mécanisme N°1 de poutre niveau 1 . . . . .	21
3.1.2.3.	Mécanisme N°2 des poutres niveau 2 . . . . .	22
3.1.2.4.	Mécanisme N°3 des poteaux niveau 1 . . . . .	23
3.1.2.5.	Mécanisme N°4 des poteaux niveau 2 . . . . .	23
3.1.2.6.	Mécanisme N°5 de joint 1 . . . . .	24
3.1.2.7.	Mécanisme N°6 de joint 2 . . . . .	24
3.1.2.8.	Mécanisme N°7=1+3+6 . . . . .	24
3.1.2.9.	Mécanisme N°8=4+3 . . . . .	25
3.1.2.10.	Mécanisme N°9=1+2+8 . . . . .	26
3.1.2.11.	Construction des diagrammes d'interaction . . . . .	26
3.1.2.12.	Commentaire. . . . .	29
<b>3.1.3.</b>	<b>Portique à deux étages composé de trois niveaux</b> . . . . .	<b>29</b>
3.1.3.1.	Introduction . . . . .	29
3.1.3.2.	Mécanisme N°1 de poutre niveau1 . . . . .	30
3.1.3.3.	Mécanisme N° 2 de poutre niveau 2 . . . . .	31
3.1.3.4.	Mécanisme N° 3 de poutre niveau 3 . . . . .	31
3.1.3.5.	Mécanisme N°4 des poteaux niveau 1 . . . . .	31
3.1.3.6.	Mécanisme N°5 des poteaux niveau 2 . . . . .	32
3.1.3.7.	Mécanisme N°6 des poteaux niveau 3 . . . . .	32
3.1.3.8.	Mécanisme N°9 de portique . . . . .	33
3.1.3.9.	Construction des diagrammes d'interaction . . . . .	33
3.1.3.10.	Commentaire . . . . .	36
<b>3.2.</b>	<b>Sous effets des charges axiales</b> . . . . .	<b>36</b>
<b>3.2.1.</b>	<b>Portique simple composé d'un seul niveau.</b> . . . . .	<b>36</b>
3.2.1.1.	Introduction . . . . .	36
3.2.1.2.	Mécanisme de poutre . . . . .	36
3.2.1.3.	Mécanisme de poteau . . . . .	37
3.2.1.4.	Mécanisme de portique . . . . .	37
3.2.1.5.	Construction des diagrammes d'interaction . . . . .	37
3.2.1.6.	Commentaire . . . . .	40
<b>3.2.2.</b>	<b>Portique composé de deux niveaux.</b> . . . . .	<b>45</b>
3.2.2.1.	Introduction . . . . .	45
3.2.2.2.	Mécanisme de poutre niveau 1 . . . . .	4
3.2.2.3.	Mécanisme de poutre niveau 2 . . . . .	4
3.2.2.4.	Mécanisme de poteau niveau 1 . . . . .	4
3.2.2.5.	Mécanisme de poteau niveau 2. . . . .	4

3.2.2.6.	Mécanisme de portique .....	46
3.2.2.7.	Construction des diagrammes d'interaction .....	4
3.2.2.8.	Commentaire .....	
<b>3.2.3.</b>	<b>Portique composé de trois niveaux.</b> .....	<b>5</b>
3.2.3.1.	Introduction .....	5
3.2.3.2.	Mécanisme de poutre 1 .....	5
3.2.3.3.	Mécanisme de poutre 2 .....	5
3.2.3.4.	Mécanisme de poutre 3 .....	5
3.2.3.5.	Mécanisme de poteau 1 .....	55
3.2.3.6.	Mécanisme de poteau 2 .....	5
3.2.3.7.	Mécanisme de poteau 3 .....	56
3.2.3.8.	Mécanisme de portique .....	56
3.2.3.9.	Construction des diagrammes d'interaction .....	5
3.2.3.10.	Commentaire .....	59
<b>3.3</b>	<b>Sous effets de charge latérale fictive (effet P_Δ)</b> .....	<b>66</b>
<b>3.3.1.</b>	<b>Introduction.</b> .....	<b>66</b>
<b>3.3.2</b>	<b>Portique simple composé d'un seul niveau.</b> .....	<b>66</b>
3.3.2.1.	Construction du diagramme d'interaction .....	69
<b>3.3.3</b>	<b>Portique étagé composé de deux niveaux.</b> .....	<b>70</b>

## CHAPITRE 04 : COMPARAISON ENTRE LES DIAGRAMMES D'INTERACTION D'UN PORTIQUE SIMPLE ET DES PORTIQUES ETAGES

<b>4.</b>	<b>COMPARAISON ENTRE LES DIAGRAMMES D'INTERACTION D'UN PORTIQUE SIMPLE ET DES PORTIQUES ÉTAGES.</b> .....	<b>75</b>
<b>4.1.</b>	<b>Construction des diagrammes d'interaction des différents portiques étagés.</b> .....	<b>75</b>
<b>4.2.</b>	<b>calcul et comparaison de la capacité portante des différents portiques étagés.</b> .....	<b>75</b>
<b>4.3.</b>	<b>passage au diagramme d'interaction multi-étagé à partir du diagramme d'un portique simple.</b> .....	<b>76</b>

## CHAPITRE 05 : CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS

<b>5.</b>	<b>CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS</b> .....	<b>77</b>
<b>5.1.</b>	<b>Introduction</b> .....	<b>77</b>
<b>5.2.</b>	<b>Influence du paramètre <math>\beta</math>.</b> .....	<b>77</b>
<b>5.2.1.</b>	<b>Portique simple.</b> .....	<b>77</b>
<b>5.2.2.</b>	<b>Portique étagé.</b> .....	<b>77</b>
5.2.2.1.	Deux niveaux. ....	77
5.2.2.2.	Trois niveaux. ....	78
<b>5.3.</b>	<b>Influence du paramètre <math>\eta</math>.</b> .....	<b>78</b>
<b>5.3.1.</b>	<b>Portique simple.</b> .....	<b>78</b>
<b>5.3.2.</b>	<b>Portique étagé.</b> .....	<b>78</b>



5.3.2.1 Deux niveaux.....	78
5.3.2.2 Trois niveaux.....	79
<b>5.4. Influence de l'effort tranchant dû à l'effet P_Δ.....</b>	<b>79</b>
<b>5.4.1. Portique simple.....</b>	<b>79</b>
<b>5.4.2. Portique étagé.....</b>	<b>79</b>
<b>5.5. Recommandation.....</b>	<b>79</b>
<b>Annexe A.....</b>	<b>80</b>
<b>A.1. Généralité.....</b>	<b>80</b>
<b>A.2. Section doublement symétrique.....</b>	<b>80</b>
<b>A.2.1.Moment et module plastique.....</b>	<b>80</b>
<b>Annexe B.....</b>	<b>83</b>
<b>B.FLEXION PLASTIQUE.....</b>	<b>83</b>
<b>B.1. Introduction.....</b>	<b>83</b>
<b>B.2. Flexion composée.....</b>	<b>83</b>
<b>B.2.1.Section doublement symétrique.....</b>	<b>83</b>
<b>B.2.2.Autres Sections.....</b>	<b>85</b>
<b>B.3. Flexion simple.....</b>	<b>86</b>
<b>B.3.1.Introduction.....</b>	<b>86</b>
<b>B.3.2.Section en I.....</b>	<b>87</b>
<b>B.4. Action simultanée du moment.....</b>	<b>89</b>
<b>B.5. Analyse limite en présence de l'effort tranchant.....</b>	<b>89</b>
<b>Annexe C.....</b>	<b>90</b>
<b>C.5. Validation du mécanisme de portique.....</b>	<b>90</b>
<b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....</b>	<b>91</b>

# LISTE DES NOTATIONS ET ABREVIATIONS

a	Petite portée de la poutre
b	Grande portée de la poutre
C1	La capacité de la résistance de la structure pour $\beta = 1$
C2	La capacité de la résistance de la structure pour $\beta = 1.2$
C3	La capacité de la résistance de la structure pour $\beta = 1.5$
E	Module d'élasticité longitudinale de l'acier ( $E = 210\ 000\ \text{Mpa}$ )
$f_y$	La limite élastique
h	Hauteur d'étage
H	Charge horizontale concentrée
H1	Charge horizontale concentrée du niveau 1
H2	Charge horizontale concentrée du niveau 2
H3	Charge horizontale concentrée du niveau 3
H'	Effort tranchant fictif.
I	Inertie de la barre.
k1	La valeur d'abscisse d'un point sur le diagramme d'interaction sous chargement V1.
K2	La valeur d'abscisse d'un point sur le diagramme d'interaction sous chargement V2.
K3	La valeur d'abscisse d'un point sur le diagramme d'interaction sous chargement V3.
k'1	La valeur d'ordonnée d'un point sur le diagramme d'interaction sous chargement H1.
K'2	La valeur d'ordonnée d'un point sur le diagramme d'interaction sous chargement H2.
K'3	La valeur d'ordonnée d'un point sur le diagramme d'interaction sous chargement H3.
L	Travée de la poutre
Mp	Moment plastique de la section
Mpc	Moment plastique du poteau
Mpb	Moment plastique de la poutre

$M_1, M_2, \dots, M_n$	Moment obtenus après un calcul itératif.
$n$	Nombre de rotule plastique
$P$	Effort normal
$P_y$	Effort normal ultime
$P_c$	Effort normal de plastification
$R$	Rigidité de la barre
$r$	Nombre de redondance ou degré d'hyperstaticité
$r_1$	Le rapport $\beta_2 / \beta_1$
$r_2$	Le rapport $\beta_3 / \beta_2$
$r_3$	Le rapport $\beta_3 / \beta_1$
$S_1$	Surface limitée par le diagramme de mécanisme pour portique à un niveau
$S_2$	Surface limitée par le diagramme de mécanisme pour portique à deux niveaux
$S_3$	Surface limitée par le diagramme de mécanisme pour portique à trois niveaux
$S_{\text{demi}}$	Le moment statique de la demi-section droite par rapport à l'axe neutre
$T_b$	Effort tranchant
$t_1$	Le rapport $\eta_2 / \eta_1$
$t_2$	Le rapport $\eta_3 / \eta_2$
$t_3$	Le rapport $\eta_3 / \eta_1$
$V$	Charge verticale concentrée
$V_1$	Charge verticale concentrée du 1 <sup>er</sup> niveau
$V_2$	Charge verticale concentrée du 2 <sup>eme</sup> niveau
$W$	Module élastique
$Z_p$	Module de résistance plastique
$y$	Distance par rapport à l'axe neutre
$y_e$	Distance de l'interface élastique plastique à l'axe neutre
$\Delta$	Déplacement virtuel horizontal

$\Delta_1$	La déflexion du 1 <sup>er</sup> ordre
$\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$	Les déflexions obtenus après un calcul itératif
$\eta$	Effort normal réduit
$\theta$	Rotation plastique
$\delta$	Déplacement virtuel vertical
$\varphi$	Rotation plastique
$\lambda$	Facteur de charge
$\psi$	La courbure
$\psi_e$	La courbure élastique maximale
$\varepsilon$	La dilatation
$\varepsilon_e$	La dilatation élastique maximale
$\sigma$	La contrainte normale
$\sigma_e$	La limite élastique
$\tau$	La contrainte tangentielle
$\beta$	Le rapport du moment plastique du poteau sur le moment plastique de la poutre
ELU	Etat limite ultime
ELS	Etat limite de service
CS	Cadre simple
CE2	Cadre étagé de deux niveaux
CE3	Cadre étagé de trois niveaux
P- $\Delta$	Effet des charges latérales

# LISTE DES FIGURES

<b>Figure (2-1) :</b>	poutre simplement appuyée .....	05
<b>Figure (2-2) :</b>	poutre encastree d'un cote, et simplement appuyee de l'autre.....	07
<b>Figure (2-3) :</b>	Poutre encastree a ses deux extremités.....	09
<b>Figure (2-4) :</b>	Poutre continue sous charges ponctuelles.....	11
<b>Figure (2-5) :</b>	Mecanisme de ruine des travées extrêmes.....	12
<b>Figure (2-6) :</b>	Mecanisme de ruine pour la travée du milieu.....	13
<b>Figure (3-1) :</b>	Portique simple a un seul niveau.....	15
<b>Figure (3-2) :</b>	mecanisme de poutre.....	16
<b>Figure (3-3) :</b>	mecanisme de poteau.....	16
<b>Figure (3-4) :</b>	mecanisme de portique.....	17
<b>Figure (3-5) :</b>	diagramme d'interaction d'un portique simple pour $\beta=1$ .....	18
<b>Figure (3-6) :</b>	diagramme d'interaction d'un portique simple pour $\beta=1.2$ .....	19
<b>Figure (3-7) :</b>	diagramme d'interaction d'un portique simple pour $\beta=1.5$ .....	19
<b>Figure (3-8) :</b>	Portique a un étage (deux niveaux) .....	21
<b>Figure (3-9) :</b>	mecanisme N°1 de poutre niveau1.....	22
<b>Figure (3-10) :</b>	mecanisme N°2 de poutre niveau2.....	22
<b>Figure (3-11) :</b>	mecanisme N°3 des poteaux du 2 <sup>ème</sup> niveau .....	23
<b>Figure (3-12) :</b>	mecanisme N°4.....	23
<b>Figure (3-13) :</b>	mecanisme N°5.....	24
<b>Figure (3-14) :</b>	mecanisme N°6.....	24
<b>Figure (3-15) :</b>	mecanisme N°7.....	25

<b>Figure (3-16) :</b>	mécanisme N°8.....	25
<b>Figure (3-17) :</b>	mécanisme N°9.....	26
<b>Figure (3-18) :</b>	diagramme d'interaction d'un portique de 2niveaux pour $\beta=1$ .....	27
<b>Figure (3-19) :</b>	diagramme d'interaction d'un portique de 2niveaux pour $\beta=1.2$ .....	28
<b>Figure (3-20) :</b>	diagramme d'interaction d'un portique à deux niveaux pour $\beta=1.5$ .....	28
<b>Figure (3-21) :</b>	Portique à deux étages (trois niveaux) .....	30
<b>Figure (3-22) :</b>	mécanisme N°1 de poutre niveau1.....	31
<b>Figure (3-23) :</b>	mécanisme N°2 de poutre niveau2.....	31
<b>Figure (3-24) :</b>	mécanisme N°3 de poutre niveau3.....	31
<b>Figure (3-25) :</b>	mécanisme N°4.....	32
<b>Figure (3-26) :</b>	mécanisme N°5 des poteaux du 1 <sup>er</sup> niveau.....	32
<b>Figure (3-27) :</b>	mécanisme N°6 des poteaux du 2 <sup>ème</sup> niveau.....	33
<b>Figure (3-28) :</b>	mécanisme N°9.....	33
<b>Figure (3-29) :</b>	diagramme d'interaction d'un portique à trois niveaux pour $\beta=1$ .....	34
<b>Figure (3-30) :</b>	diagramme d'interaction d'un portique à trois niveaux pour $\beta=1.2$ .....	35
<b>Figure (3-31) :</b>	diagramme d'interaction d'un portique à trois niveaux pour $\beta=1.5$ .....	36
<b>Figure (3-32) :</b>	diagramme d'interaction d'un portique simple pour $\beta=1$ $\eta=0.8$ .....	39
<b>Figure (3-33) :</b>	diagramme d'interaction d'un portique simple pour $\beta=1$ $\eta=0.6$ .....	39
<b>Figure (3-34) :</b>	diagramme d'interaction d'un portique simple pour $\beta=1$ $\eta=0.2$ .....	40
<b>Figure (3-35) :</b>	diagramme d'interaction d'un portique simple pour $\beta=1.2$ $\eta=0.8$ .....	41
<b>Figure (3-36) :</b>	diagramme d'interaction d'un portique simple pour $\beta=1.2$ $\eta=0.6$ .....	41
<b>Figure (3-37) :</b>	diagramme d'interaction d'un portique simple pour $\beta=1.2$ $\eta=0.2$ .....	42
<b>Figure (3-38) :</b>	diagramme d'interaction d'un portique simple pour $\beta=1.5$ $\eta=0.8$ .....	42

<b>Figure (3-39) :</b>	diagramme d'interaction d'un portique simple pour $\beta=1.5$ $\eta=0.6$ .....	43
<b>Figure (3-40) :</b>	diagramme d'interaction d'un portique simple pour $\beta=1.5$ $\eta=0.2$ .....	44
<b>Figure (3-41) :</b>	diagramme d'interaction d'un portique à deux niveaux pour $\beta=1$ $\eta=0.8$ .....	47
<b>Figure (3-42) :</b>	diagramme d'interaction d'un portique à deux niveaux pour $\beta=1$ $\eta=0.6$ .....	47
<b>Figure (3-43) :</b>	diagramme d'interaction d'un portique à deux niveaux pour $\beta=1$ $\eta=0.2$ .....	48
<b>Figure (3-44) :</b>	diagramme d'interaction d'un portique à deux niveaux pour $\beta=1.2$ $\eta=0.8$ .....	49
<b>Figure (3-45) :</b>	diagramme d'interaction d'un portique à deux niveaux pour $\beta=1.2$ $\eta=0.6$ .....	50
<b>Figure (3-46) :</b>	diagramme d'interaction d'un portique à deux niveaux pour $\beta=1.2$ $\eta=0.2$ .....	50
<b>Figure (3-47) :</b>	diagramme d'interaction d'un portique à deux niveaux pour $\beta=1.5$ $\eta=0.8$ .....	52
<b>Figure (3-48) :</b>	diagramme d'interaction d'un portique à deux niveaux pour $\beta=1.5$ $\eta=0.6$ .....	53
<b>Figure (3-49) :</b>	diagramme d'interaction d'un portique à deux niveaux pour $\beta=1.5$ $\eta=0.2$ .....	54
<b>Figure (3-50) :</b>	diagramme d'interaction d'un portique à trois niveaux pour $\beta=1$ $\eta=0.8$ .....	57
<b>Figure (3-51) :</b>	diagramme d'interaction d'un portique à trois niveaux pour $\beta=1$ $\eta=0.6$ .....	58
<b>Figure (3-52) :</b>	diagramme d'interaction d'un portique à trois niveaux pour $\beta=1$ $\eta=0.2$ .....	59
<b>Figure (3-53) :</b>	diagramme d'interaction d'un portique à trois niveaux pour $\beta=1.2$ $\eta=0.8$ .....	60
<b>Figure (3-54) :</b>	diagramme d'interaction d'un portique à trois niveaux pour $\beta=1.2$ $\eta=0.6$ .....	61
<b>Figure (3-55) :</b>	diagramme d'interaction d'un portique à trois niveaux pour $\beta=1.2$ $\eta=0.2$ .....	61
<b>Figure (3-56) :</b>	diagramme d'interaction d'un portique à trois niveaux pour $\beta=1.5$ $\eta=0.8$ .....	63
<b>Figure (3-57) :</b>	diagramme d'interaction d'un portique à trois niveaux pour $\beta=1.5$ $\eta=0.6$ .....	64
<b>Figure (3-58) :</b>	diagramme d'interaction d'un portique à trois niveaux pour $\beta=1.5$ $\eta=0.2$ .....	65
<b>Figure (3-59) :</b>	Effet P- $\Delta$ .....	66
<b>Figure (3-60) :</b>	Portique simple à un seul niveau.....	68
<b>Figure (3-61) :</b>	diagramme d'interaction d'un portique pour $\beta=1$ sous effet de P- $\Delta$ .....	69

<b>Figure (3-62) :</b>	Portique d' un seul étage .....	70
<b>Figure (A-1) :</b>	Cinématique en flexion pure .....	80
<b>Figure (A-2) :</b>	Plastification par flexion .....	81
<b>Figure (A-3) :</b>	Section rectangulaire.....	82
<b>Figure (B-1) :</b>	Evolution des contraintes en flexion composée.....	83
<b>Figure (B-2) :</b>	Décomposition des contraintes en flexion composée.....	83
<b>Figure (B-3) :</b>	Section rectangulaire en flexion composée plane .....	85
<b>Figure (B-4) :</b>	Contraintes $\sigma$ et $\tau$ en flexion simple.....	87
<b>Figure (C-1) :</b>	Portique simple à un seul niveau.....	90
<b>Figure (C-2) :</b>	diagramme d'interaction d'un portique simple pour $\beta=1.5$ .....	90



# Chapitre 01

## **INTRODUCTION**

## INTRODUCTION

### 1 1 INTERET DU CALCUL PLASTIQUE

La théorie de la plasticité et de l'analyse limite a été développée intensivement en Grande-Bretagne sous l'impulsion du professeur John Baker (Université de Cambridge), dès 1938 pour être appliquée aux charpentes métalliques. Elle a ensuite trouvé un domaine d'utilisation beaucoup plus vaste (acier, béton armé et précontraint, alliage d'aluminium).

Bien qu'elle donne une vue largement plus réaliste du comportement des structures à la ruine et du degré de sécurité réel que la théorie élastique, bien qu'elle conduise à un dimensionnement plus économique et à des calculs souvent plus simples, elle n'est que peu utilisée par les ingénieurs praticiens. Alors qu'elle convient idéalement à l'acier, c'est encore dans les structures en béton armé et précontraint qu'elle trouve le plus d'applications concrètes et d'adeptes grâce essentiellement au dynamisme des ingénieurs et chercheurs attachés à ce matériau.

La plasticité permet d'évaluer avec sûreté l'état limite d'une construction, au sens de la méthode semi probabiliste de la sécurité.

Rappelons néanmoins que cette vérification ne dispense en aucun cas l'ingénieur d'examiner soigneusement l'état limite de service, dans lequel la structure se comporte généralement élastiquement.

Plasticité et élasticité ne s'excluent donc nullement, mais doivent au contraire se compléter harmonieusement dans l'étude d'une construction.

Une structure correctement calculée et conçue à l'état limite ultime et vérifiée à l'état limite de service présente toutes les garanties d'être en élasticité même après un séisme et ceci est dû à plusieurs paramètres qui ont trait à la marge de sécurité.

Cette dernière pourrait être quantifiée comme étant la différence entre la vraie charge de ruine et la combinaison des charges à l'E.L.U. Les charges à l'E.L.U sont affectées de coefficients de sécurité supérieurs à un, les résistances de calcul sont les résistances caractéristiques (résistances admettant un minimum de risque) divisées par des coefficients de sécurité supérieurs à un. Les structures sont étudiées en plan alors qu'en réalité elles sont dans l'espace (confinement par des plans parallèles et perpendiculaires).

Les méthodes d'analyse plastique sont parmi les méthodes d'études sismiques des structures qui sont actuellement très prisées pour effectuer le dimensionnement à la rupture de tels éléments c'est-à-dire pour vérifier leur sécurité structurale.

Le calcul de ce principe on admet que la ruine d'une structure se produit par déformation des rotules plastiques au droit des sections plastifiées. Ceci engendre une diminution de la rigidité, accompagnée d'une redistribution des efforts internes et finalement un mécanisme de ruine ou une instabilité statique.

La charge correspondant à ce mécanisme de ruine représente alors la résistance ultime de la structure.

## 1.2 BUT DU MEMOIRE

Le but du mémoire est la construction de diagramme d'interaction permettant de vérifier ou de dimensionner une structure en fonction de son mécanisme de rupture.

Ces diagrammes d'interaction sont construits en fonction du paramètre  $\beta$  qui est le rapport entre le moment plastique du poteau et de la poutre, le paramètre  $\eta$  qui est l'effort réduit et l'effort tranchant dû à l'effet P- $\Delta$ .

Dans une première étape on va construire les diagrammes d'interaction pour un cadre simple puis on va développer ces diagrammes en portiques étagés.

## 1.3 PLAN DU TRAVAIL

Le mémoire est constitué de 5 chapitres, le premier chapitre concerne l'introduction qui présente la problématique, le plan du travail et les buts du mémoire, le deuxième chapitre est réservé à la détermination des charges et des mécanismes de ruine pour les éléments simples, le troisième chapitre développe la construction des diagrammes d'interaction concernant le portique simple et étagé, en tenant compte des effets du second ordre, le quatrième chapitre est à propos du cadre étagé où sera une comparaison entre les diagrammes d'un cadre simple et étagé enfin le cinquième chapitre est réservé pour la conclusion et les recommandations.

## Chapitre 02

# **CHARGES DE RUINE ET MECANISMES DE RUINE POUR DES ELEMENTS SIMPLES**

## **CHARGES DE RUINE ET MECANISME DE RUINE POUR DES ELEMENTS DE STRUCTURES SIMPLES**

### **2.1 INTRODUCTION**

Les éléments de structures ou structures en génie civil peuvent être isostatiques ou hyperstatiques. Le traitement des structures hyperstatiques est laborieux et fait appel à des méthodes complexes et difficiles à utiliser manuellement. L'apport ces dernières années de l'outil informatiques a facilité grandement cette opération. Les éléments de structures ou structures sont en général calculés à l'ELU et vérifiés à l'ELS, mais aucun code ne spécifie les charges de ruine (manière de déformation d'une structure sous une combinaison de charges extérieures). Ceci ne peut avoir lieu qu'en laboratoire ou après un séisme sévère (structures ou éléments de structures poussés à l'extrême), la charge de ruine est de facto différente de la charge à l'ELU.

L'objectif primordial de l'étude plastique des structures est de répondre à cette attente. C'est à dire la détermination des vraies charges de ruine et des vrais mécanismes de ruine, leur connaissance donne une idée précise sur la vraie marge de sécurité d'un élément de l'ouvrage ou de l'ouvrage lui-même, donc le raisonnement de calcul à la rupture conduit à surestimer considérablement la valeur du chargement limite effectivement supporté par la structure.

L'analyse plastique des structures hyperstatiques consiste à considérer qu'au fur et à mesure que la charge augmente il y'a apparition des rotules plastiques à chaque fois que le moment dans une section donnée atteint la valeur du moment plastique. Ce dernier est indépendant du chargement ou de sa nature. Il est une caractéristique de la section elle-même et ne dépend que des caractéristiques et mécaniques de celle-ci.

Evidemment si  $r$  rotules plastiques se forment au total, la structure devient un système isostatique ( $r$  étant le degré d'hyperstaticité) elle se transforme en un mécanisme immédiatement avec la naissance ou création ou développement de  $(r+1)^{ième}$  rotule plastique.

### **2.2 METHODES UTILISEES POUR LE CALCUL DES CHARGES DE RUINE POUR DES ELEMENTS STRUCTURAUX OU STRUCTURES SIMPLES**

#### **2.2.1 Introduction**

Il a été annoncé précédemment que la ruine d'une structure se produit par la formation d'un nombre suffisant de rotules plastiques aux endroits des sections critiques (plastifiées), ceci engendre une

diminution de la rigidité accompagnée à chaque fois d'une redistribution des moments, jusqu'à ce que la structure devienne hypostatique. A ce stade le mécanisme de ruine est atteint et la charge devient la charge de ruine. Cette charge est évidemment différente de la charge à l'ELU et la différence représente la vraie marge de sécurité pour la structure.

Les outils théoriques nécessaires pour cette détermination sont le théorème du moment libre et des moments de réaction et la méthode basée sur les travaux virtuels.

### **2.2.2 Calcul de la charge de ruine en utilisant le théorème des moments libres et de réaction**

Il est possible de déterminer le mécanisme de ruine des éléments structuraux ou structures simples et de tracer leurs diagrammes des moments fléchissant à la ruine en utilisant et en exploitant le théorème du moment libre et de réaction et ce sans passer par aucune analyse. Une fois le diagramme des moments est déterminé, on peut vérifier la satisfaction des trois conditions du vrai mécanisme de ruine et calculer facilement la charge de ruine.

Cette méthode est basée sur le principe :

$$M_{p1} + M_{p2} = M_{p3} \quad (2.1)$$

$M_{p1}$  : Moment fléchissant réel au point d'application de la charge

$M_{p2}$ : Moment fléchissant de réaction au point d'application de la charge

$M_{p3}$  : Moment fléchissant libre au point d'application de la charge (moment de la poutre simplement appuyée).

La charge de ruine peut être déterminée facilement à partir de cette relation, étant donné que le moment fléchissant libre au point d'application de la charge,  $M_{p3}$ , est en fonction de cette dernière, l'équation (2.1) peut être réduite à une inconnue.

Ce théorème permet de déterminer les moments fléchissant inconnus c'est-à-dire les moments qui ne sont pas égaux aux moments plastiques, donc il est impératif de décider d'un mécanisme de ruine donc des positions éventuelles des rotules plastiques et d'essayer grâce à ce théorème et à la condition d'équilibre au niveau des nœuds ou joints de déterminer les éventuels moments inconnus.

### **2.2.3 Calcul de la charge de ruine en utilisant le principe des travaux virtuels**

La charge de ruine peut être déterminée par une deuxième méthode, cette dernière basée sur le principe des déplacements virtuels.

Le travail produit par l'effort extérieur,  $P$ , doit être égal au travail produit par l'effort intérieur, c'est à dire au travail accompli au niveau des rotules plastiques.

La charge de ruine produit un déplacement virtuel  $\delta$  et un travail extérieur défini par le produit  $P.\delta$ , le moment  $M_p$  et une rotation virtuelle  $\theta$ , le travail virtuel intérieur est  $M_p.\theta$  au niveau d'une rotule, la charge de ruine des éléments structuraux ou structures simples peut s'obtenir à partir de l'égalité suivante :

$$\sum P_i \delta_i = \sum M_{p,i} \theta \quad (2.2)$$

### 2.3 EXEMPLES D'APPLICATION

#### 2.3.1 Poutre simplement appuyée

##### a) Théorème des moments libre et de réactions

La charge de ruine d'une poutre simplement appuyée soumise à une charge concentrée au milieu de sa portée (figure 2.1) peut être déterminée par cette méthode, le degré d'hyperstaticité de cette dernière est  $r=0$ . Le nombre de rotules pour qu'elle devienne un mécanisme est :  $n=r+1=1$ .

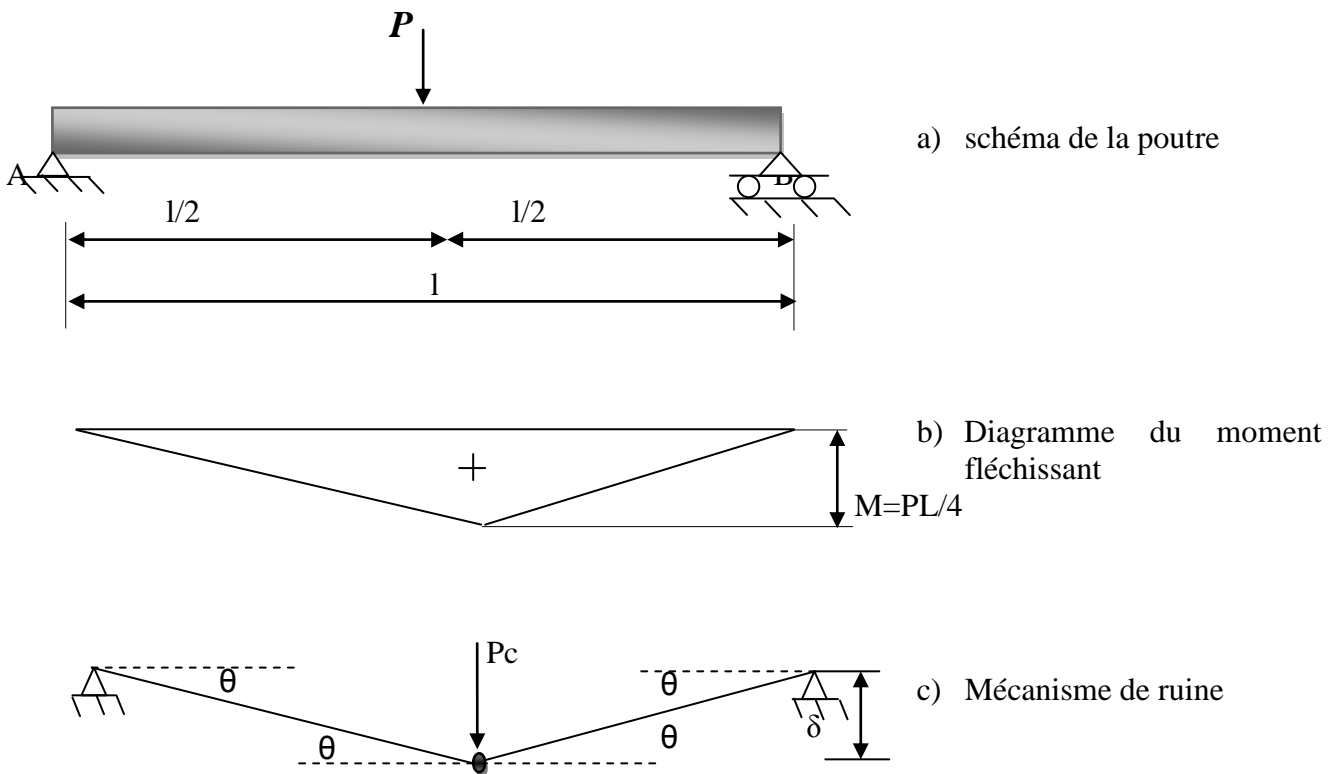


Figure 2.1 : poutre simplement appuyée

La ruine de cette poutre aura lieu lorsqu'une rotule plastique se produit au niveau du point d'application de charge (section critique) ou le moment fléchissant est égal au moment plastique.

On connaît l'allure des moments fléchissant réels au point d'application de la charge lors de la ruine,

$M_p$  le moment fléchissant libre au point d'application de la charge prend la valeur de  $\frac{Pc \cdot l}{4}$  (figure 2.1.b), dans ce cas (poutre isostatique), le moment fléchissant de réaction au point d'application de la charge est nul d'où la relation (2.1) devient :

$$M_p = \frac{Pc \cdot l}{4} \quad (2.3)$$

$$P_c = \frac{4M_p}{l} \quad (2.4)$$

***b) Principe des travaux virtuels***

La charge de ruine de cette poutre isostatique peut être déterminée par le principe des travaux virtuels, le travail produit par l'effort extérieur,  $P_c$  doit être égal au travail produit par l'effort intérieur,  $M_p$ .

La géométrie de la structure (figure 2.1.c), nous permet d'écrire l'équation :

$$P_c \cdot \delta = M_p \cdot 2\theta$$

L'égalité des travaux virtuels, lors de la ruine nous permet d'écrire :

$$P_c \cdot \delta = M_p \cdot 2\theta \quad (2.5)$$

$$P_c \cdot \frac{l}{4} = M_p \cdot 2\theta$$

$$D'où \quad P_c = \frac{4M_p}{l} \quad (2.6)$$

**2.3.2 Poutre encastree à une extrémité et appuyée à l'autre ou console retenue**

***a) Théorème des moments libre et de réactions***

Soit la poutre de section constante, encastree à une extrémité et appuyée librement à l'autre et à laquelle est appliquée une charge concentrée  $P$  (figure 2.2.a) .Il s'agit donc d'une poutre qui présente un (01) degré d'hyperstaticité, elle nécessite alors la formation de deux rotules plastiques pour qu'elle devienne un mécanisme.



Comme le cas précédent, la charge de ruine peut être déterminée à partir du moment libre et du moment de réaction d'où :

$$M_p + X = \text{---}$$

$M_p$  : Moment fléchissant réel au point d'application de la charge

$X$  : Moment fléchissant de réaction au point d'application de la charge

--- : Moment de la poutre comme si elle était simplement appuyée

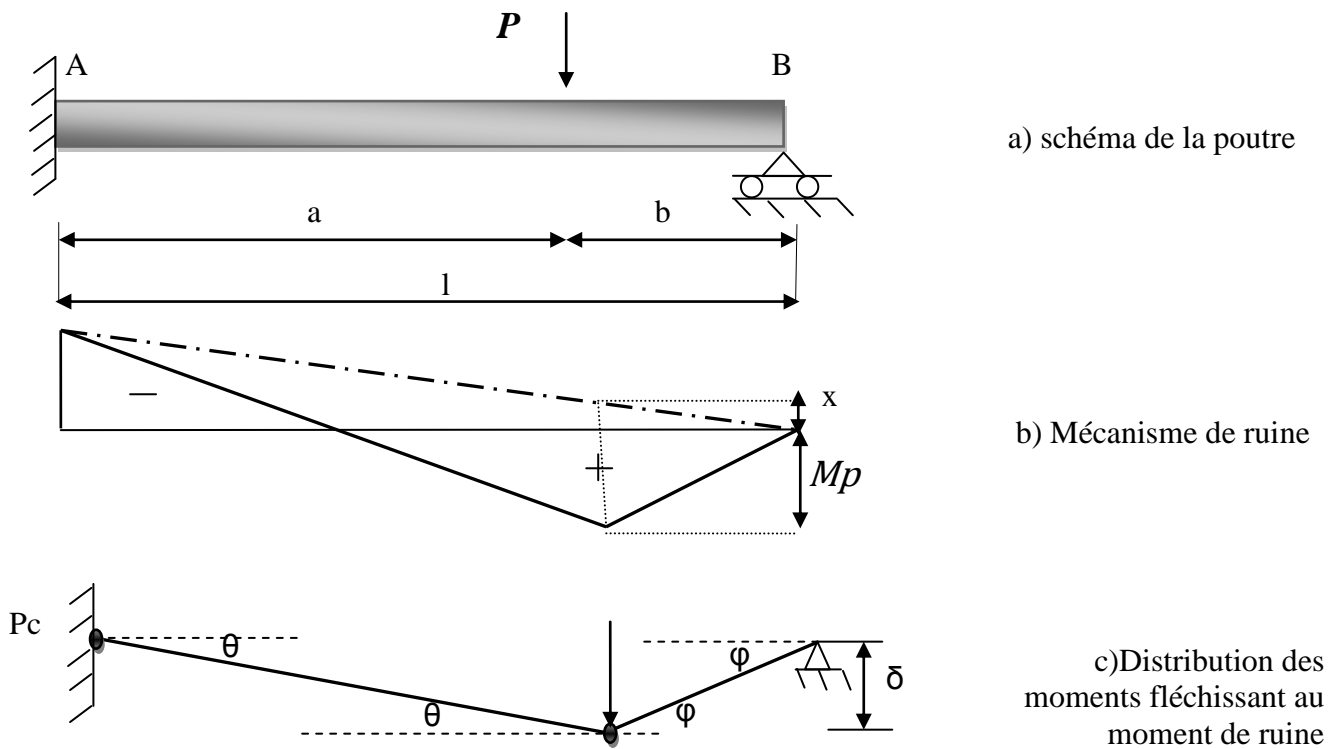


Figure 2.2 : poutre encastree d'un cote, et simplement appuyee de l'autre

Utilisant la règle des triangles semblables on déduit la valeur (figure 2.2.c), où  $X = \text{---}$

$$M_p + \text{---} = \text{---}$$

$$\text{D'où: } P_c = \text{---} \tag{2.7}$$

**b) Principe des travaux virtuels**

Le même principe des travaux virtuels a été utilisé pour déterminer la charge de ruine de la poutre encastrée et appuyée (figure 2.2).

$$\sum P_i \delta_i = \sum M_{pi} \cdot \theta_i$$

La géométrie de la structure (figure 2.2.b), nous permet d'écrire l'équation :

$$\delta = a \cdot \theta = b \cdot \varphi \quad \text{D'où} \quad \varphi = \frac{a}{b} \cdot \theta$$

$$P_c \cdot \delta = M_p \cdot \theta + M_p \cdot (\theta + \varphi) \tag{2.8}$$

$$P_c \cdot a \theta = M_p \cdot \theta + M_p \cdot (\theta + \frac{a}{b} \cdot \theta)$$

$$P_c = \frac{2M_p}{a} \tag{2.9}$$

**2.3.3 Poutre doublement encastrée**

**a) Théorème des moments libre et de réactions**

On étudie une poutre de section constante, parfaitement encastrée à ses extrémités et soumise à une charge concentrée P (figure 2.3.a). Il s'agit donc d'une poutre qui est deux fois hyperstatique, elle nécessite alors la formation de trois rotules plastiques pour qu'elle devienne un mécanisme.

D'après le diagramme des moments fléchissants, les rotules plastiques ne pouvant se former qu'au droit des sections critiques, c'est au niveau de l'application de la charge et au niveau des deux encastresments.

$$M_{pr} + M_p = P_c \cdot a$$

$M_p$  : Moment fléchissant réel au point d'application de la charge

$M_{pr}$  : Moment fléchissant de réaction au point d'application de la charge

$P_c \cdot a$  : Moment fléchissant libre

Donc la charge de ruine est donnée par :

$$P_c = \frac{2M_p}{a} \tag{2.10}$$

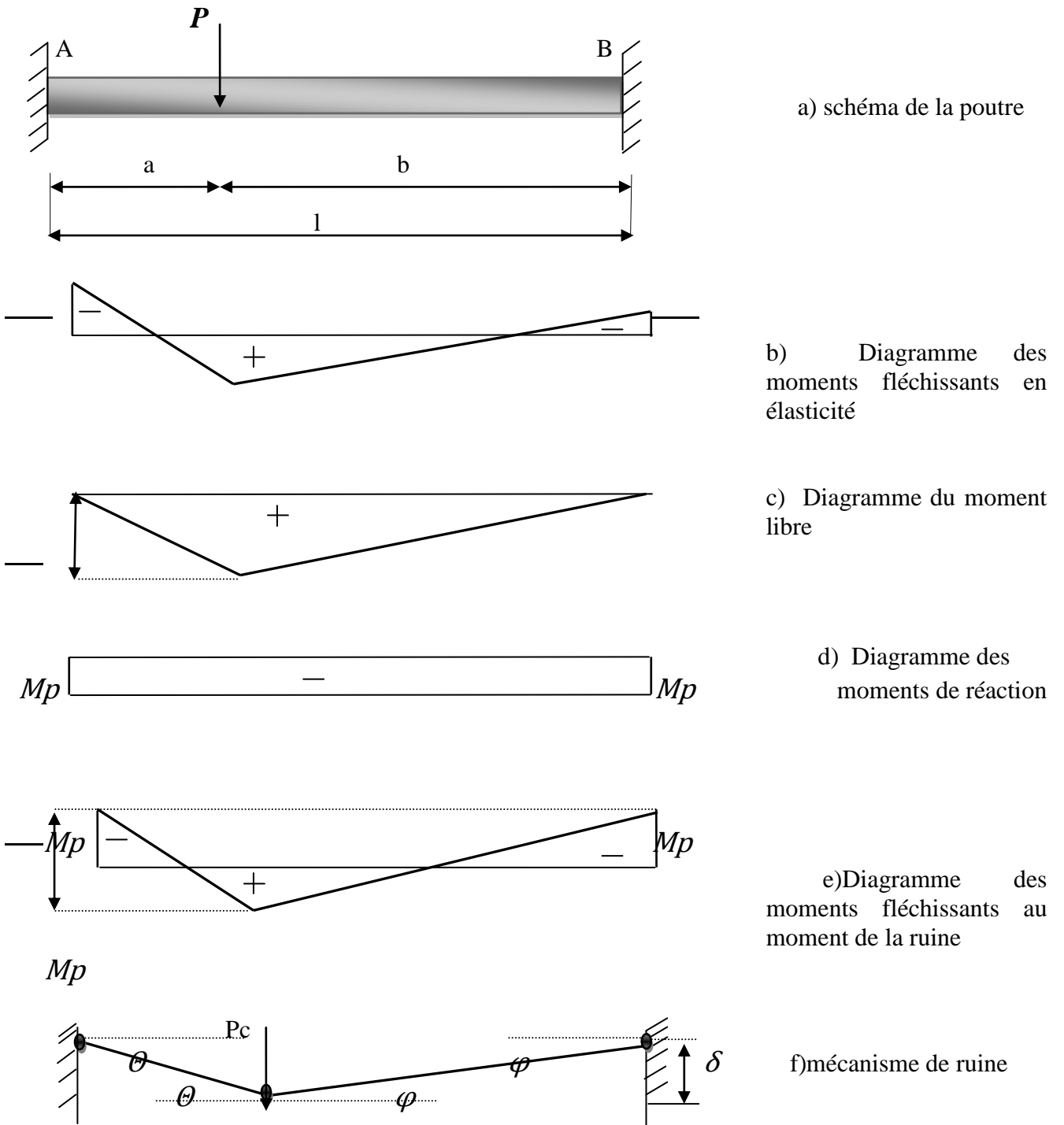


Figure 2.3 : Poutre encastrée à ses deux extrémités

**b) Principe des travaux virtuels**

La charge de ruine de cette poutre (figure 2.3.a), peut être déterminée par la deuxième méthode, cette dernière basée sur le principe des déplacements virtuels.

La charge de ruine  $P_c$  produit un déplacement virtuel  $\delta$ , le moment plastique  $M_p$  produit une rotation virtuelle  $2\theta$  à mi travée de la poutre et une rotation virtuelle  $\theta$  au niveau de l'encastrement gauche et  $\varphi$  au niveau de l'encastrement droit de la poutre.

La géométrie de la structure au moment de la ruine (figure 2.3.f) permet d'écrire l'équation :

$$\delta = a \cdot \theta = b \cdot \varphi \text{ où } \varphi = - \cdot \theta$$

La charge de ruine,  $P_c$  provoque la formation des trois rotules plastiques ainsi que le déplacement virtuel  $\delta$ , le travail extérieur est égal au produit  $P_c \cdot \delta$ , le travail interne est égal à la somme des produits du moment plastique fois les rotations virtuelles.

$$P_c \cdot \delta = M_p \cdot \theta + M_p \cdot \varphi + M_p \cdot (\theta + \varphi) \quad (2.11)$$

$$P_c \cdot a \theta = M_p \cdot \theta + M_p \cdot - \theta + M_p \cdot (\theta + - \cdot \varphi)$$

$$P_c = \frac{3}{2} \cdot M_p \quad (2.12)$$

**NB :** les mêmes résultats théoriques sont obtenus par les deux méthodes

### 2.3.4 Poutre continue soumise à un chargement concentré

#### a) Théorème des moments libres et de réaction

Soit une poutre continue à trois travées, dont le schéma statique et les différentes caractéristiques sont données dans la figure (2.4.a).

L'analyse de ce type de poutre se fait d'une manière similaire que les cas précédemment étudiés, chaque travée devant être étudiée séparément. Il y a lieu à prendre en considération les hypothèses suivantes :

- Au niveau des appuis entre les travées de la poutre, le moment fléchissant est identique à droite et à gauche de l'appui. La rotule plastique se forme dans les membres les plus faibles (c'est-à-dire que le moment plastique à prendre en considération sera le moment le plus faible des deux travées de la poutre considérée à ce niveau).

•

Il est improbable que les travées de la poutre se rompent simultanément, donc chaque travée est à vérifier individuellement. La charge de ruine de la poutre continue est la plus petite des charges de ruine des travées prises séparément. Il s'agit donc d'une ruine partielle de la poutre.

La poutre peut être représentée comme une série de travées indépendantes (figure 2.4.c).

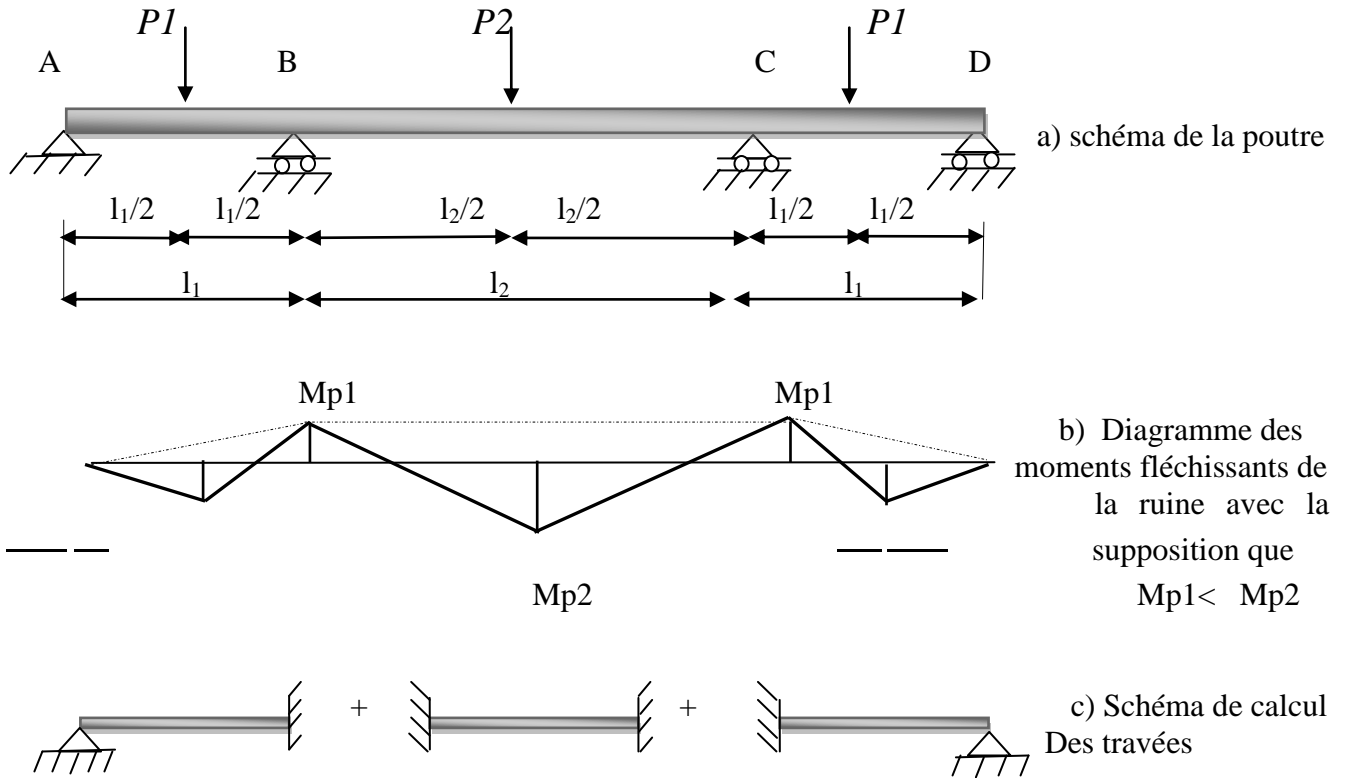


Figure 2.4 : Poutre continue sous charges ponctuelles

**Travées AB, CD :**

Isolant les travées (AB) et (CD), (symétrie du chargement et même portée) le schéma de calcul était celui d'une poutre encastree à une extrémité et simplement appuyée à l'autre (figure 2.4.c), si elles se rompent en premier, le diagramme des moments fléchissants aura la forme donnée sur la figure (2.5.a) avec un mécanisme de ruine représenté sur la figure (2.5.b).

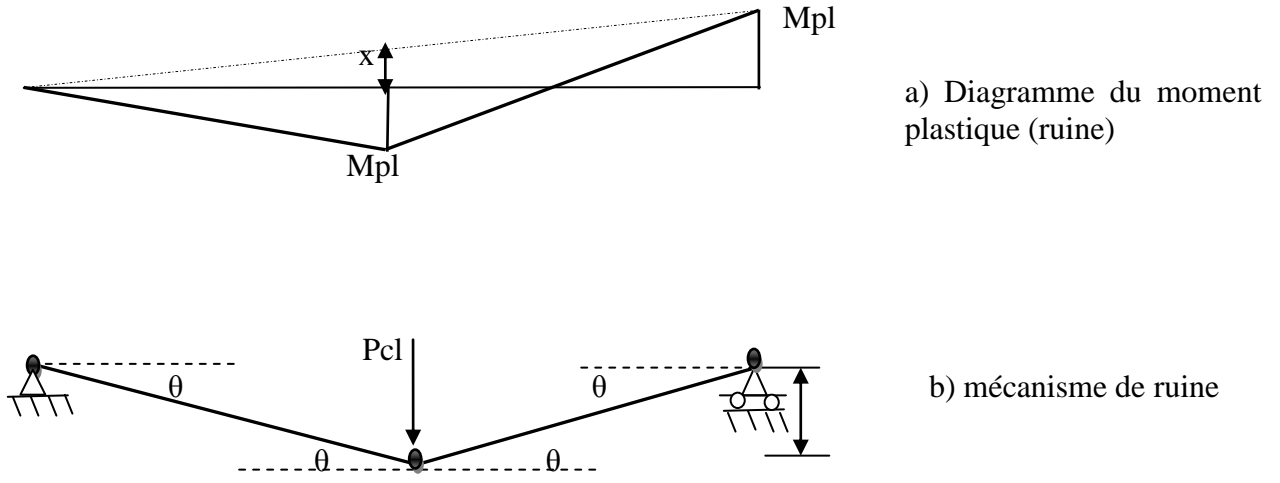


Figure 2.5 : Mécanisme de ruine des travées extrêmes

Utilisant le même principe que pour les exemples précédents pour le calcul de la charge de ruine, on obtient donc :

$$M_{pl} + x = \text{---} \tag{2.13}$$

Des triangles semblables on déduit la valeur de x, d'où  $x = \text{---}$

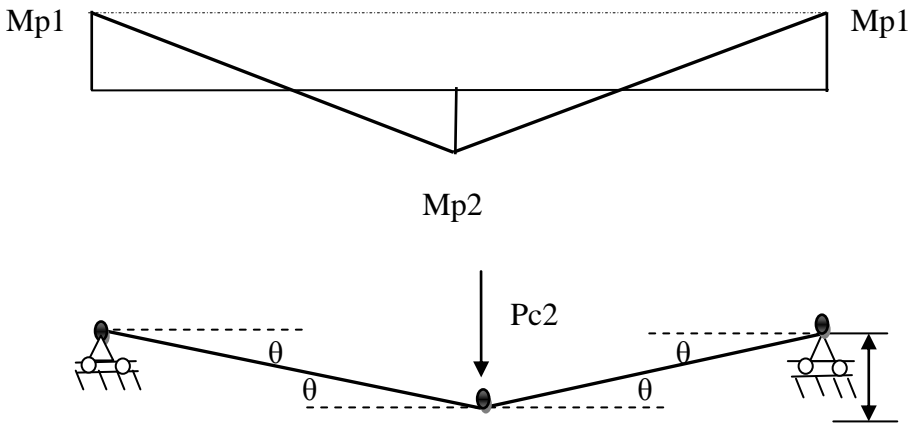
$$M_{pl} + \text{---} = \text{---}$$

La charge de ruine est égale à :

$$P_{cl} = - .M_{pl} \tag{2.14}$$

**Travées BC :**

Ce type de problème est similaire à celui de la poutre encastree à ses deux extrémité ,les rotules plastiques ne pouvant se former qu'au droit des sections critiques ,c'est au niveau de l'application de la charge et au niveau des deux encastrements (figure 2.3) .



a) Diagramme des moments flechissants au moment de la ruine

b) mecanisme de ruine

Figure 2.6 : Mecanisme de ruine pour la travée du milieu

On aura :  $P_{c2} = \frac{2M_{p1}}{L}$  (2.15)

**Conclusion :**

La charge de ruine est égale au min (Pc1, Pc2) donc elle est fonction des valeurs des moments plastiques et des portées .Avec les valeurs littérales, il n'est pas possible de dire quelle est la travée critique.

**b) Principe des travaux virtuels**

La charge de ruine de la poutre continue peut être déterminée par la méthode des travaux virtuels. La ruine de cette dernière peut se produire seulement par un des deux mecanismes représenté dans la figure (2.5.b et 2.6.b) des deux travées AB ou CD et BC, la plus petite valeur des deux charges de ruine Pc1 et Pc2 de ces deux mecanismes est la vraie charge de ruine.

L'équation des travaux virtuels pour chacun des deux mecanismes nous permet d'écrire :

- Travées AB, CD :

$$P_{c1} \cdot L = 2M_p \cdot \theta + M_p \cdot \theta$$

$$P_{c1} = \frac{3}{L} \cdot M_p \quad (2.16)$$

- Travées *BC* :

$$P_{c2} \cdot \theta = M_{p1} \cdot \theta + M_{p2} \cdot 2\theta + M_{p1} \cdot \theta$$

$$P_{c2} = \frac{4M_p}{L} \quad (2.17)$$

Il est donc à noter qu'à chaque fois les deux méthodes donnent exactement la même expression pour les charges de ruine.



## Chapitre 03

# **CHARGES DE RUINE ET MECANISMES DE RUINE POUR DES PORTIQUES SIMPLES ET ETAGES**

## CHARGES DE RUINE ET MECANISME DE RUINE POUR DES PORTIQUES SIMPLES ET ETAGES

### 3.1 SOUS EFFETS DU RAPPORT $M_{pc}/M_{pb}$

#### 3.1.1 Portique simple composé d'un seul niveau

##### 3.1.1.1 Introduction :

Le présent paragraphe a pour objet la détermination des charges de ruine et les mécanismes de ruine et leurs diagrammes d'interaction sous l'effet de  $\beta$  d'un portique simple composé d'un seul niveau (figure 3.1).

Ce portique est trois fois hyperstatique, il ne devient un mécanisme qu'après la formation de quatre rotules plastiques. A cet effet les charges de ruine et les mécanismes de ruine de ce portique sont déterminés par une série de combinaison des mécanismes élémentaires et ce à cause de la complexité de ce dernier comparativement aux poutres doublement encastrees. Le mécanisme et la charge de ruine de chaque combinaison sont obtenus à partir de l'égalité du travail produit par les charges extérieures  $\sum P_i \cdot \delta$  et le travail produit par les efforts internes  $\sum M_p \cdot \theta$  (ce travail est obtenu par rotation des différentes rotules plastiques).

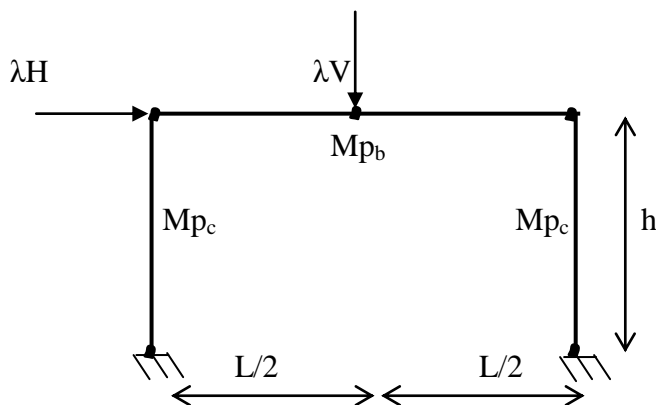


Figure 3.1 : Portique simple à un seul niveau

##### 3.1.1.2 Mécanisme de poutre :

Dans ce cas, la ruine de la structure est causée par la charge concentrée verticale  $V$ , le mécanisme et l'emplacement des rotules sont représentés dans la figure (3.2). Le schéma de calcul était celui d'une poutre encastree aux deux extrémités (les nœuds des portiques sont assimilés à des encastremements parfaits).

La charge concentrée verticale provoque la formation des trois rotules plastiques, ainsi que le déplacement virtuel  $\delta$ , le travail extérieur est égal au produit  $V \cdot \delta$  le travail interne est égal à la somme des produits du moment plastique fois les rotations virtuelles  $\sum Mp \cdot \theta$ .

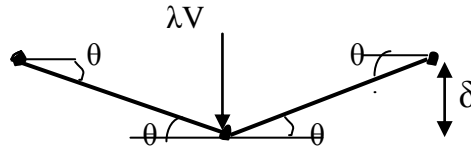


Figure 3.2 : mécanisme de poutre

$$\delta = L/2 \cdot \theta$$

$$\lambda V \cdot -\theta = 4Mpb \cdot \theta$$

$$\lambda V = 8Mpb \tag{3.1}$$

### 3.1.1.3 Mécanisme des poteaux :

L'effort  $\lambda H$  transforme la structure en un mécanisme de panneau ou étage « sway mechanism », suite à la naissance de quatre rotules plastiques au droit des sections critiques (figure3.3)

$$\Delta = h \cdot \theta$$

Avec le même principe des déplacements virtuels, on peut calculer facilement le facteur de charge de ruine de ce mécanisme :

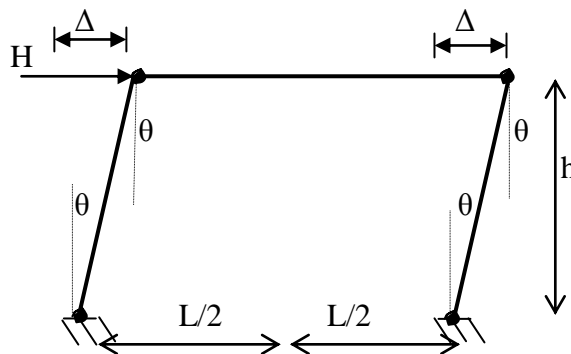


Figure 3.3 : mécanisme de poteau

$$\lambda H \cdot \Delta = 4Mpc \cdot \theta$$

$$\lambda H \cdot h \cdot \theta = 4Mpc \cdot \theta$$

$$\text{---} = \beta \quad \text{tel que } M_{pc} > M_{pb}$$

$$M_{pc} = \beta M_{pb}$$

$$\text{---} = 4\beta \tag{3.2}$$

**3.1.1.4 Mécanisme de portique :**

Le mécanisme représenté dans la figure (3.4) produit par la combinaison des deux mécanismes élémentaires, ces derniers provoquent des déformations du portique dans les deux sens avec naissance de quatre rotules plastiques le facteur de charge peut être calculé à partir :

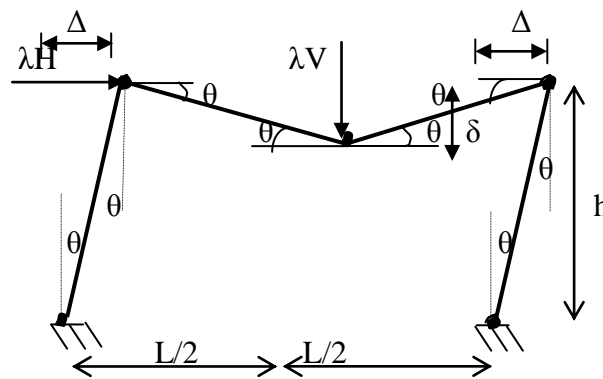


Figure 3.4 : mécanisme de portique

$$\lambda V \cdot \delta + \lambda H \cdot \Delta = 4 M_{pb} \cdot \theta + 4 M_{pc} \cdot \theta - 2 M_{pc} \cdot \theta$$

$$\lambda \text{---} \theta + \lambda H \cdot h \cdot \theta = 4 M_{pb} \cdot \theta + 4 M_{pc} \cdot \theta - 2 M_{pc} \cdot \theta$$

$$\lambda \text{---} + \lambda H \cdot h = 4 M_{pb} + 4 \beta M_{pb} - 2 \beta M_{pb}$$

$$\text{---} + \text{---} = 2(2 + \beta) \tag{3.3}$$

**3.1.1.5 Construction des diagrammes d'interaction :**

Afin d'illustrer le comportement du portique simple représenté dans la figure (3.1) vis-à-vis des combinaisons des charges horizontales et verticales, il est nécessaire de représenter la relation entre

ces deux charges et l'influence de  $\beta$  sur les mécanismes de ruine par les diagrammes d'interaction figures (3.5) (3.6) (3.7).

Après avoir choisi les valeurs de  $\beta$  selon l'intervalle  $[1 ; 1.2 ; 1.5]$  et la valeur de  $\lambda = 1$  on obtient les diagrammes d'interaction suivants :

$2 < \text{---} < 4$  la limite de mécanisme de portique.

$0 < \text{---} < 2$  la limite de mécanisme de poutre.

$4 < \text{---} < 8$  la limite de mécanisme de portique.

$0 < \text{---} < 4$  la limite de mécanisme de poteau.

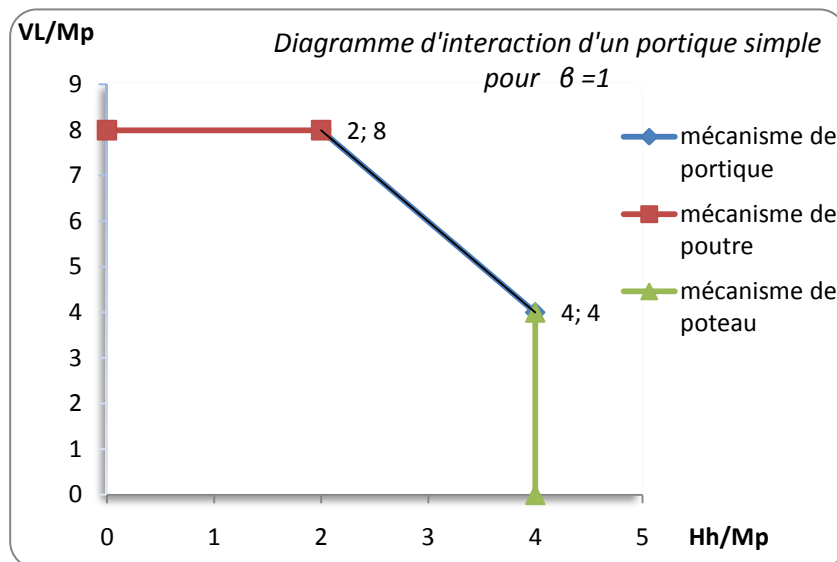


Figure 3.5

$2.4 < \text{---} < 4.8$  la limite de mécanisme de portique.

$0 < \text{---} < 2.4$  la limite de mécanisme de poutre.

$3.2 < \text{---} < 8$  la limite de mécanisme de portique.

$0 < \text{---} < 3.2$  la limite de mécanisme de poteau.

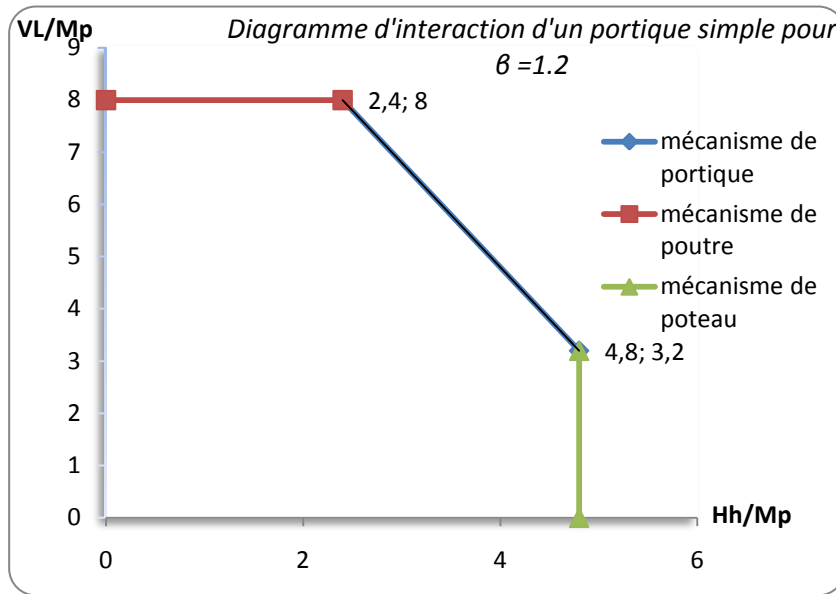


Figure 3.6

$3 < Hh/Mp < 6$  la limite de mécanisme de portique.

$0 < VL/Mp < 3$  la limite de mécanisme de poteau.

$2 < VL/Mp < 8$  la limite de mécanisme de portique.

$0 < Hh/Mp < 2$  la limite de mécanisme de poteau.

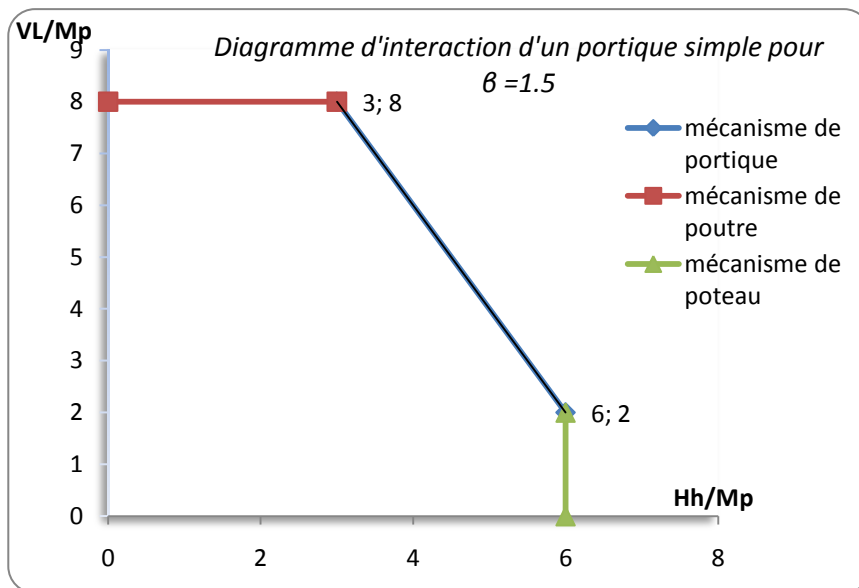


Figure 3.7

### 3.1.1.6 Commentaire :

Afin de déterminer la variation des diagrammes d'interaction par rapport aux valeurs de  $\beta$  montrés sur les figures (3.5) (3.6) (3.7) on calcule la capacité de la structure pour chaque valeur de  $\beta$  et la comparer avec le rapport des valeurs de  $\beta$  on les présente sous la forme :

$$r_1 = \frac{1.20}{1.16} = 1.034 \approx 1.03$$

$$r_2 = \frac{1.25}{1.19} = 1.050 \approx 1.05$$

$$r_3 = \frac{1.50}{1.39} = 1.079 \approx 1.08$$

On constate que la capacité de ce portique simple augmente de 1.16 fois lorsque  $\beta=1.2$  et de 1.39 lorsque  $\beta=1.5$ .

On remarque que plus  $\beta$  augmente plus la capacité portante de la structure augmente aussi.

## 3.1.2 Portique à un étage composé de deux niveaux

### 3.1.2.1 Introduction :

Le présent paragraphe a pour objet la détermination des charges de ruine et les mécanismes de ruine et leurs diagrammes d'interaction sous l'effet de  $\beta$  d'un portique à étage composé de deux niveaux (figure 3.8).

Ce portique est six fois hyperstatique, il ne devient un mécanisme qu'après la formation de sept rotules plastiques. A cet effet les charges de ruine et les mécanismes de ruine de ce portique sont déterminés par une série de combinaison des mécanismes élémentaires et ce à cause de la complexité de ce dernier. Le mécanisme et la charge de ruine de chaque combinaison sont obtenus à partir de l'égalité du travail produit par les charges extérieures  $\sum P_i \cdot \delta$  et le travail produit par les efforts internes  $\sum M_p \cdot \theta$ . (ce travail est obtenu par rotation des différentes rotules plastiques).

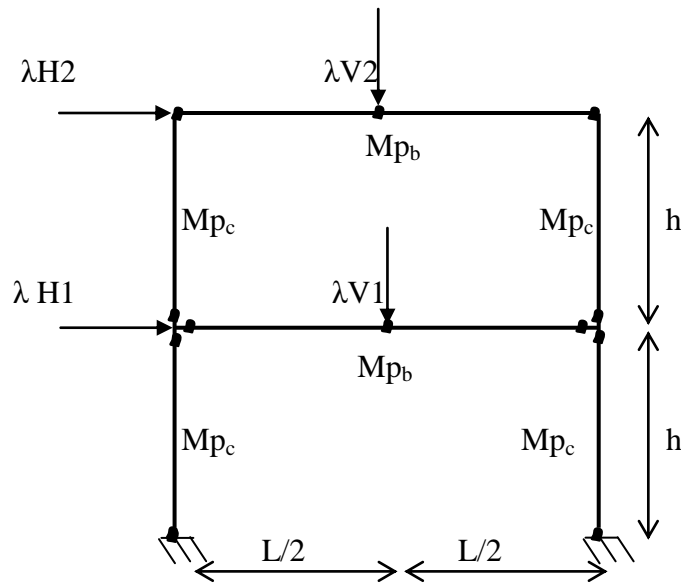


Figure 3.8 : Portique à un étage (deux niveaux)

### 3.1.2.2 Mécanisme N°1 de poutre niveau1 :

Dans ce cas, la ruine de la structure est causée par les charges concentrées verticale  $\lambda V1$  et  $\lambda V2$ , le mécanisme et l'emplacement des rotules sont représentés dans la figure (3.9). Le schéma de calcul était celui des poutres encastées aux deux extrémités (les nœuds des portiques sont assimilés à des encastremets parfaits).

La géométrie de la structure nous permet d'écrire l'équation :

La charge concentrée verticale provoque la formation des trois rotules plastiques, ainsi que le déplacement virtuel  $\delta$ , le travail extérieur est égal au produit  $\lambda V \cdot \delta$  le travail interne est égal à la somme des produits du moment plastique fois les rotations virtuelles  $\sum M_p \cdot \theta$ .

on suppose :

$$H1 + H2 = T_b.$$

$$H2 = 2H1 \Leftrightarrow H1 + 2H1 = T_b.$$

$$3H1 = T_b \Leftrightarrow H1 = T_b / 3 ; H2 = 2/3 T_b.$$

$$L=2h ; T_b = 0.2 V$$



$\beta = \frac{M_{pc}}{M_{pb}}$  tel que  $M_{pc} > M_{pb}$  on aura :

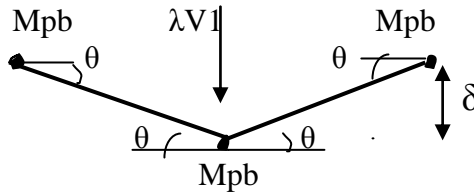


Figure 3.9 : mécanisme N°1 de poutre niveau1

$$\lambda V1 \cdot \frac{L}{2} \cdot \theta = 4M_{pb} \cdot \theta$$

Supposons  $V1=V2=V$

$$\lambda V L = 8M_{pb} \Leftrightarrow \lambda = \frac{8M_{pb}}{VL} \tag{3.4}$$

$$\lambda = \frac{8M_{pb}}{VL} \tag{3.5}$$

**3.1.2.3 Mécanisme N°2 de poutre niveau2 :**

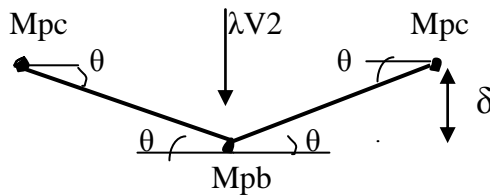


Figure 3.10 : mécanisme N°2 de poutre niveau2

$$\lambda V2 \cdot \frac{L}{2} \cdot \theta = 2M_{pb} \cdot \theta + 2M_{pc} \cdot \theta$$

Supposons  $V1=V2=V$

$$\frac{1}{2} \lambda VL = 2M_{pb} + 2\beta M_{pb}$$

$$\lambda V L = 4(1+\beta) M_{pb} \Leftrightarrow \lambda = \frac{4(1+\beta) M_{pb}}{VL} \tag{3.6}$$

$$\lambda = \frac{4(1+\beta) M_{pb}}{VL} \tag{3.7}$$

3.1.2.4 Mécanisme N°3 des poteaux niveau 1:

Avec le même principe des déplacements virtuels, on peut calculer facilement le facteur de charge de ruine de ce mécanisme :

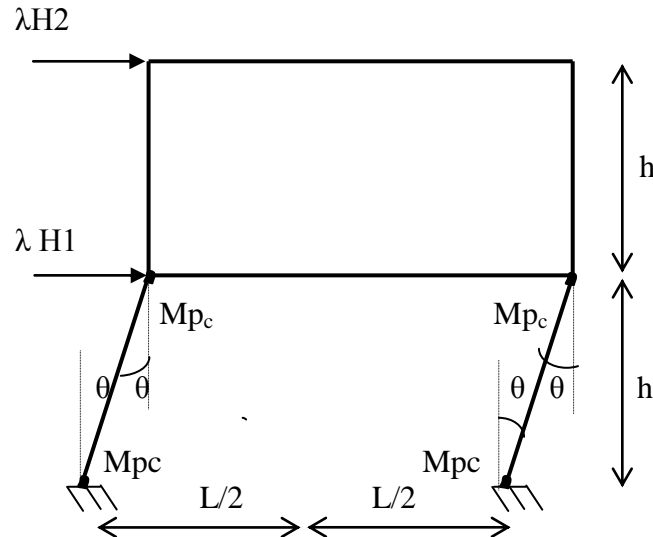


Figure 3.11 : mécanisme N°3 des poteaux du 1<sup>er</sup> niveau

$$\lambda h(H1+H2)\theta = 2(2M_{pc}) \cdot \theta$$

$$\lambda h(H1+H2) = 4\beta M_{pb}$$

$$\text{---} = \text{---} \tag{3.8}$$

$$\lambda = \text{---} \tag{3.9}$$

3.1.2.5 Mécanisme N°4 des poteaux niveau 2:

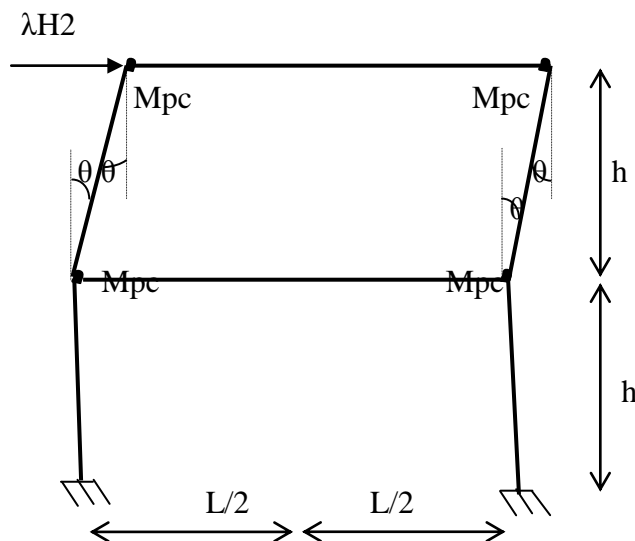


Figure 3.12 : mécanisme N°4 des poteaux du 2<sup>eme</sup> niveau

$$\lambda H_2 h \theta = 2(2M_{pc}) \cdot \theta$$

$$\lambda H_2 h = 4\beta M_{pb}$$

$$\text{---} = \text{---} \qquad \text{---} = \text{---} \qquad (3.10)$$

$$\lambda = \text{---} \qquad (3.11)$$

**3.1.2.6 Mécanisme N°5 de joint 1:**

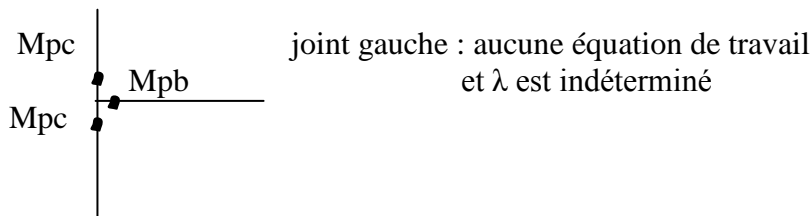


Figure 3.13 : mécanisme N°5

**3.1.2.7 Mécanisme N°6 de joint 2:**

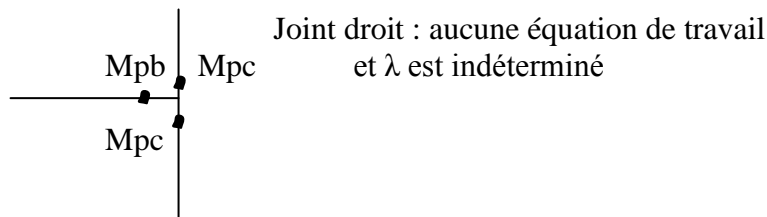


Figure 3.14 : mécanisme N°6

**3.1.2.8 Mécanisme N°7=1+3+6:**

$$\lambda h(H_1 + H_2) + \lambda V_L = 4\beta M_{pb} + 8M_p + \beta M_{pb} - \beta M_{pb} - M_{pb} + 2\beta M_{pb} - M_{pb}$$

$$\lambda (hT_b + V_L) = (6\beta + 6) M_{pb}$$

$$\text{---} + \text{---} = \text{---} \qquad (3.12)$$

$$\lambda = \text{-----} \tag{3.13}$$

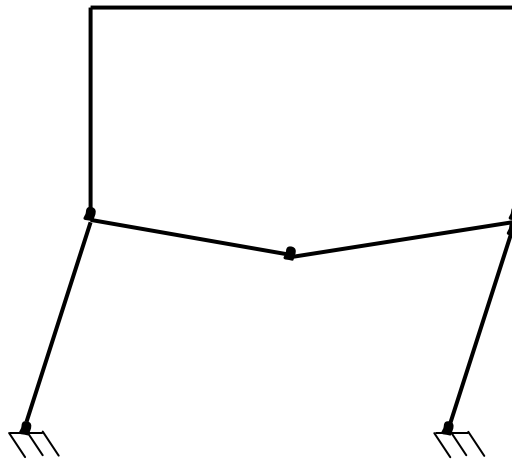


Figure 3.15: mécanisme N°7

3.1.2.9 Mécanisme N°8 = 4+3:

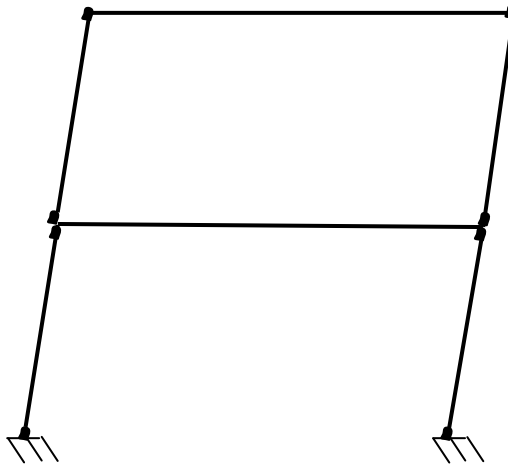


Figure 3.16: mécanisme N°8

$$\lambda h (H_1 + H_2) + \lambda H_2 h = 4\beta M_{pb} + 4\beta M_{pb}$$

$$\lambda h (H_1 + 2 H_2) = 8 \beta M_{pb}$$

$$\lambda h 5H_1 = 8 \beta M_{pb}$$

$$\text{-----} = \text{---} \tag{3.14}$$

$$\lambda = \frac{\dots}{\dots} \tag{3.15}$$

3.1.2.10 Mécanisme N°9 = 1+2+8:

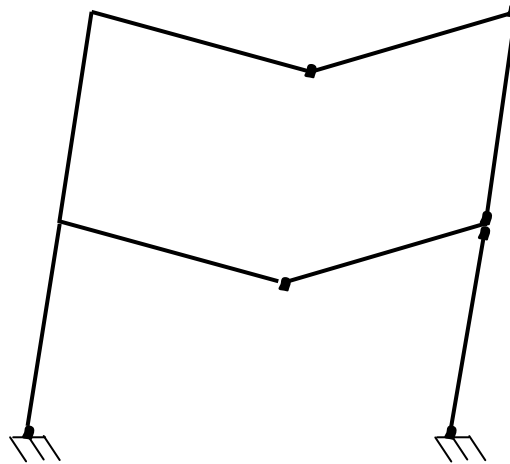


Figure 3.17 : mécanisme N°9

- $5\lambda hH1 + \lambda v1L + \lambda v1L = 4\beta Mpb + 4(1+\beta)Mpb + 8Mpb - Mpb - 2\beta Mpb + \beta Mpb - Mpb + 2\beta Mpb.$
- $\lambda (5H1h + 2 VL) = (9 \beta + 10)Mpb.$

$$\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} \tag{3.16}$$

$$\lambda = \frac{\dots}{\dots} \tag{3.17}$$

Après avoir combiné les différents mécanismes élémentaires de ruine et supposé  $\beta=1$  on obtiendra le plus petit facteur de charge  $\lambda$  qui correspond au mécanisme N°9:

$$\frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} \tag{3.18}$$

3.1.2.11 Construction des diagrammes d'interaction :

Afin d'illustrer le comportement du portique à deux niveaux représenté dans la figure (3.8) vis-à-vis des combinaisons de charges horizontales et verticales, il est nécessaire de représenter la relation entre

ces deux charges et l'influence de  $\beta$  sur les mécanismes de ruine par les diagrammes d'interaction figures (3.18) (3.19) (3.20).

Après avoir choisi les valeurs de  $\beta$  selon l'intervalle [1 ; 1.2 ; 1.5] et la valeur de  $\lambda = 1$  on obtient les diagrammes d'interaction suivants :

1.8 <—< 6 la limite de mécanisme de portique.

0 <—< 1.8 la limite de mécanisme de poutre.

4.5 <—< 8 la limite de mécanisme de poteau2.

0 <—< 4.5 la limite de mécanisme de poteau2.

0 <—< 6.2 la limite de mécanisme de poteau1.

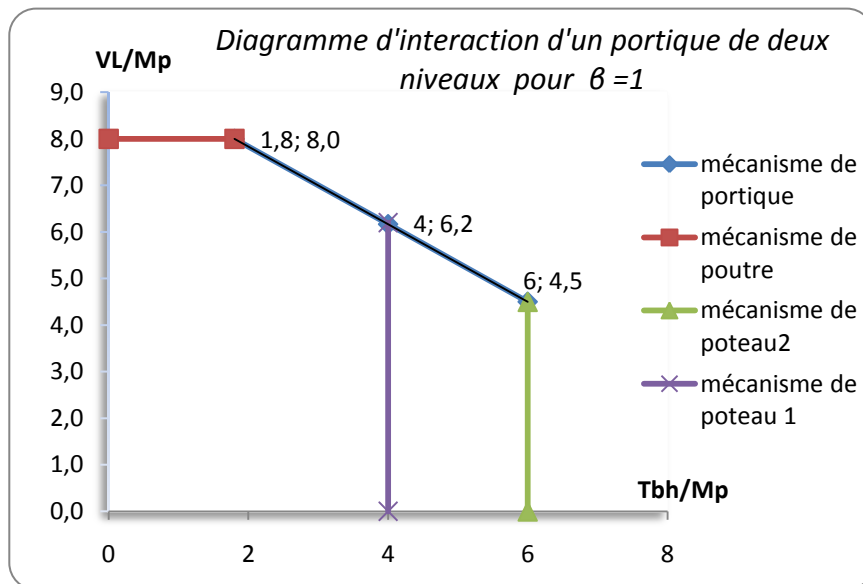


Figure 3.18

1.92 <—< 7.2 la limite de mécanisme de portique.

0 <—< 2.88 la limite de mécanisme de poutre1.

0 <—< 1.92 la limite de mécanisme de poutre2.

4.4 <—< 8.8 la limite de mécanisme de portique.

0 <—< 6.4 la limite de mécanisme de poteau1.

0 <—< 4.4 la limite de mécanisme de poteau2.

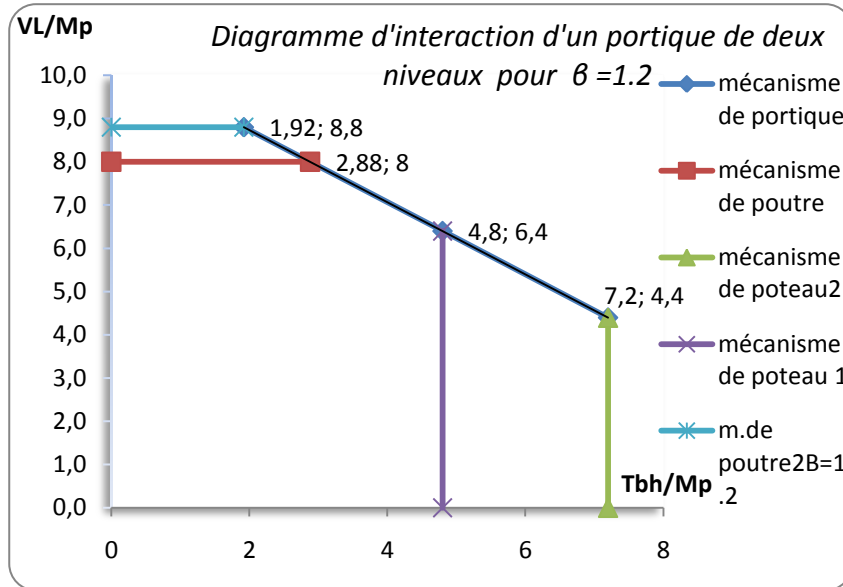


Figure3.19

2.1 <—< 9 la limite de mécanisme de portique.

0 <—< 4.5 la limite de mécanisme de poutre1.

0 <—< 2.1 la limite de mécanisme de poutre2.

4.25 <—< 10 la limite de mécanisme de portique.

0 <—< 6.8 la limite de mécanisme de poteau1.

0 <—< 4.25 la limite de mécanisme de poteau2.

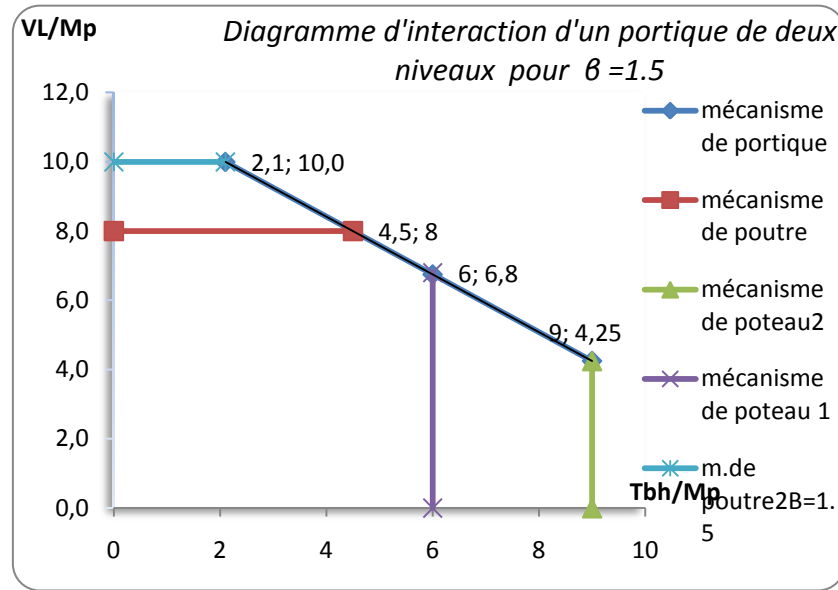


Figure 3.20

3.1.2.12 *Commentaire :*

Afin de déterminer la variation des diagrammes d'interaction par rapport aux valeurs de  $\beta$  montrés sur les figures (3.18) (3.19) (3.20) on calcule la capacité de la structure pour chaque valeur de  $\beta$  et la comparer avec la variation de la valeur de  $\beta$  on les présente sous la forme :

$$r_1 = \frac{1.20}{1.27} = 0.945 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1.27}{1.20} = 1.058$$

$$r_2 = \frac{1.25}{1.36} = 0.919 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1.36}{1.25} = 1.088$$

$$r_3 = \frac{1.50}{1.72} = 0.872 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1.72}{1.50} = 1.147$$

On constate que la capacité de ce portique augmente de 1.27 fois lorsque  $\beta=1.2$  et de 1.72 lorsque  $\beta=1.5$ .

On remarque ainsi que la capacité portante augmente avec  $\beta$ .

3.1.3 Portique à deux étages composés de trois niveaux:



### 3.1.3.1 Introduction :

De la même manière on peut facilement déterminer les mécanismes de ruine de portique à trois niveaux (figure 3.21).

Ce portique est 13 fois hyperstatique, il ne devient un mécanisme qu'après la formation de quatorze rotules plastiques. A cet effet les charges de ruine et les mécanismes de ruine de ce portique sont déterminés par une série de combinaison des mécanismes élémentaires et ce à cause de la complexité de ce dernier. Le mécanisme et la charge de ruine de chaque combinaison sont obtenus à partir de l'égalité du travail produit par les charges extérieures  $\sum P_i \cdot \delta$  et le travail produit par les efforts internes  $\sum M_p \cdot \theta$ . (ce travail est obtenu par rotation des différentes rotules plastiques).

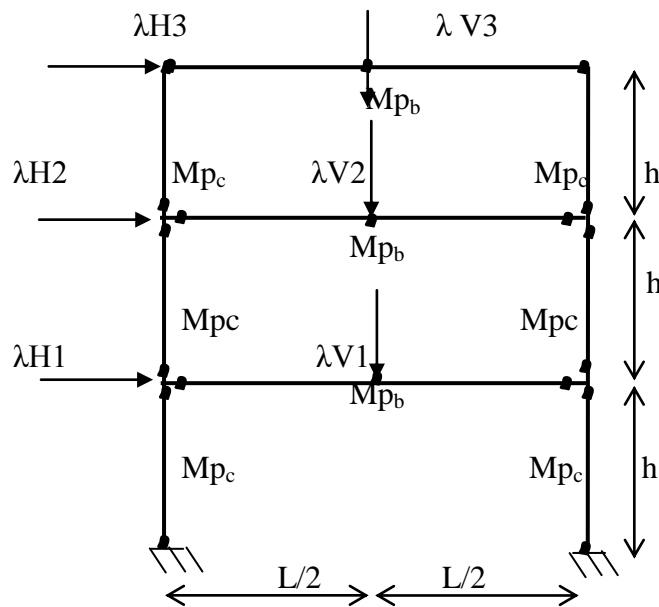


Figure 3.21 : Portique à deux étages (trois niveaux)

### 3.1.3.2 Mécanisme N°1 de poutre niveau1 :

Dans ce cas, la ruine de la structure est causée par les charges concentrées verticale  $\lambda V_1$ ,  $\lambda V_2$  et  $\lambda V_3$ , le mécanisme et l'emplacement des rotules sont représentés dans la figure (3.22). Le schéma de calcul était celui des poutres encastées aux deux extrémités (les nœuds des portiques sont assimilés à des encastremements parfaits).

La géométrie de la structure nous permet d'écrire l'équation :

La charge concentrée verticale provoque la formation des trois rotules plastiques, ainsi que le déplacement virtuel  $\delta$ , le travail extérieur est égal au produit  $\lambda V \cdot \delta$ . Le travail interne est égal à la somme des produits du moment plastique fois les rotations virtuelles  $\sum M_p \cdot \theta$ .

on suppose :

$$H_1 + H_2 + H_3 = T_b$$

$$H_2 = 2H_1 \Leftrightarrow H_3 = 3H_1$$

$$H_1 + 2H_1 + 3H_1 = T_b \Leftrightarrow 6H_1 = T_b$$

$$H_1 = \frac{T_b}{6}, H_2 = \frac{T_b}{3}, H_3 = \frac{T_b}{2}$$

$$V_1 = V_2 = V_3 = V$$

$$L = 2h ; T_b = 0.2 V$$

$\beta = \frac{M_{pc}}{M_{pb}}$  tel que  $M_{pc} > M_{pb}$  on aura :

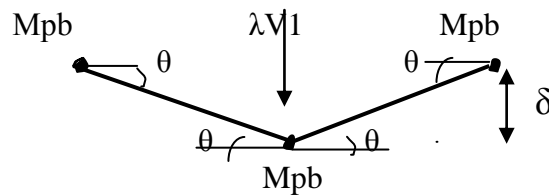


Figure 3.22 : mécanisme N°1 de poutre niveau1

$$\lambda V_1 \delta = 8 M_{pb} \theta \tag{3.19}$$

$$V L = 8 M_{pb} \tag{3.20}$$

**3.1.3.3 Mécanisme N°2 de poutre niveau2 :**

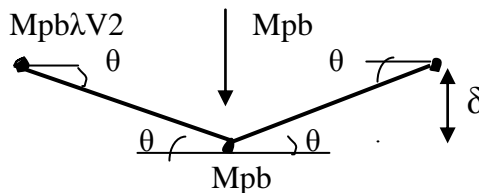


Figure 3.23 : mécanisme N°2 de poutre niveau2

$$\lambda V_2 \delta = 8 M_{pb} \theta \tag{3.21}$$

**3.1.3.4 Mécanisme N°3 de poutre niveau3 :**

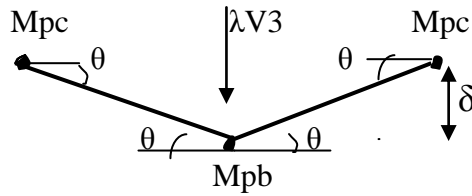


Figure 3.24 : mécanisme N°3 de poutre niveau3

$$\text{---} = \tag{3.22}$$

**3.1.3.5 Mécanisme N°4 des poteaux niveau 1:**

Avec le même principe des déplacements virtuels, on peut calculer facilement le facteur de charge de ruine de ce mécanisme :

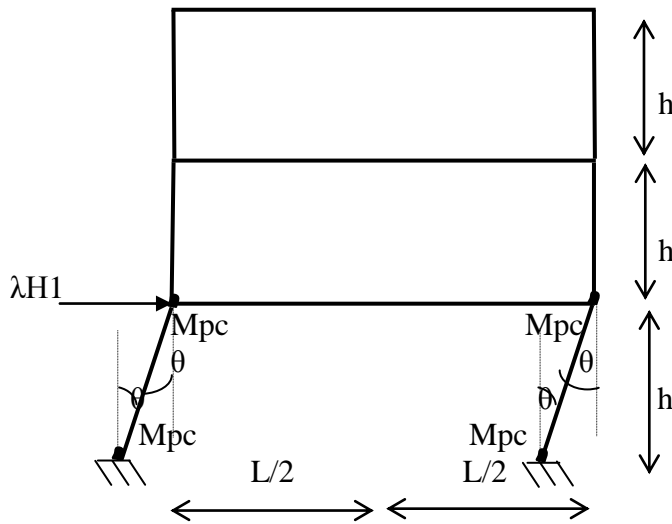


Figure 3.25 : mécanisme N°4 des poteaux du 1<sup>er</sup> niveau

$$\text{---} = \tag{3.23}$$

**3.1.3.6 Mécanisme N°5 des poteaux niveau 2:**

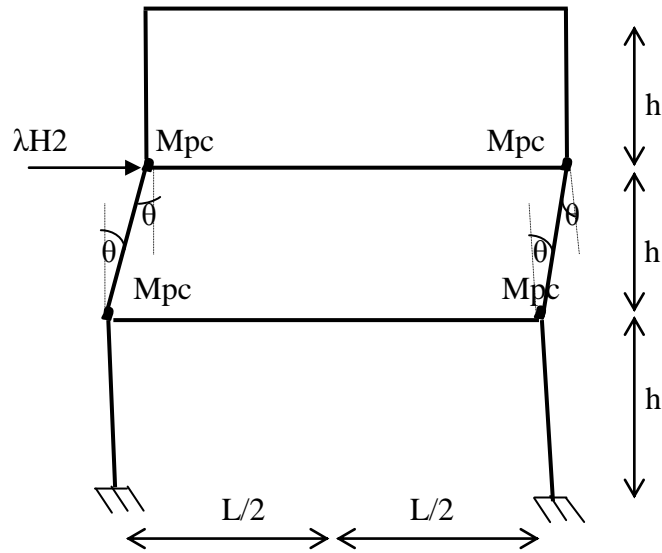


Figure 3.26 : mécanisme N°5 des poteaux du 2eme niveau

$$\text{---} =$$

(3.24)

3.1.3.7 Mécanisme N°6 des poteaux niveau 3:

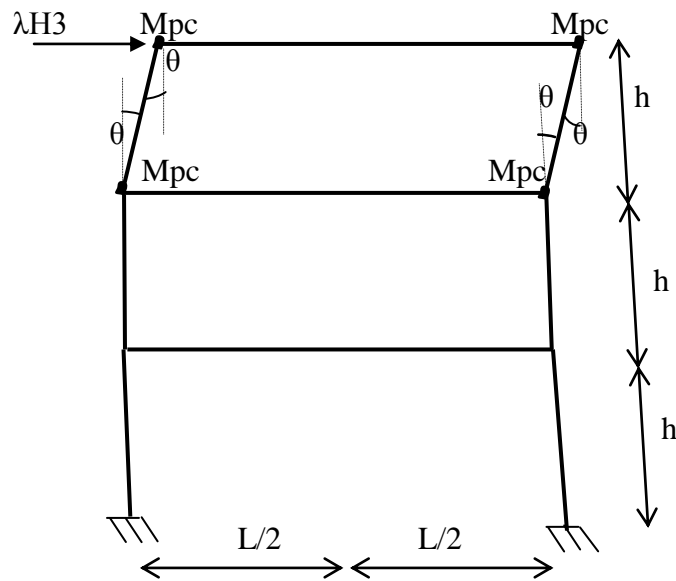


Figure 3.27 : mécanisme N°6 des poteaux du 3eme niveau

$$\text{---} =$$

(3.25)

3.1.3.8 Mécanisme N°9 de portique :

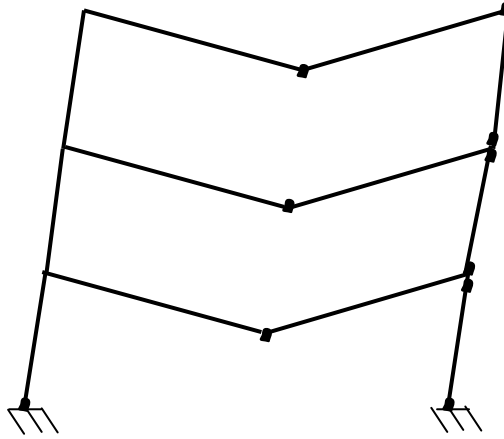


Figure 3.28 : mécanisme N°9

Après avoir combiner les différents mécanismes élémentaires de ruine et supposer  $\beta=1$  on obtiendra le plus petit facteur de charge  $\lambda$  qui correspond au mécanisme N°9:

$$\text{---} / \text{---} = 17\beta + 15 \quad (3.26)$$

### 3.1.3.9 Construction des diagrammes d'interaction :

Afin d'illustrer le comportement du portique à trois niveaux représenté dans la figure (3.21) vis-à-vis des combinaisons de charge horizontale et verticale, il est nécessaire de représenter la relation entre ces deux charges et l'influence de  $\beta$  sur les mécanismes de ruine par les diagrammes d'interaction figures (3.29) (3.30) (3.31)

Après avoir choisi les valeurs de  $\beta$  selon l'intervalle [1 ; 1.2 ; 1.5] et la valeur de  $\lambda = 1$  on obtient les diagrammes d'interaction suivants :

3.43 <—< 8 la limite de mécanisme de portique.

0 <—< 3.43 la limite de mécanisme de poutre.

4.44 <—< 8 la limite de mécanisme de portique.

0 <—< 7.56 la limite de mécanisme de poteau 1.

0 <—< 6.93 la limite de mécanisme de poteau 2.

0 <—< 4.44 la limite de mécanisme de poteau 3.

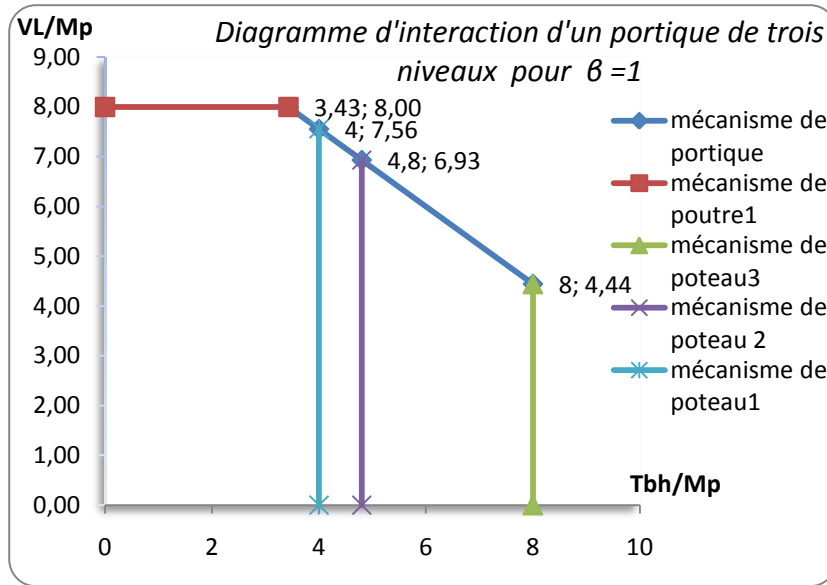


Figure 3.29

3.77 <—< 9.6 la limite de mécanisme de portique.

0 <—< 3.77 la limite de mécanisme de poutre 1.

0 <—< 4 la limite de mécanisme de poutre 2.

4.27 <—< 8.8 la limite de mécanisme de portique.

0 <—< 8 la limite de mécanisme de poteau 1.

0 <—< 7.25 la limite de mécanisme de poteau 2.

0 <—< 4.27 la limite de mécanisme de poteau 3.

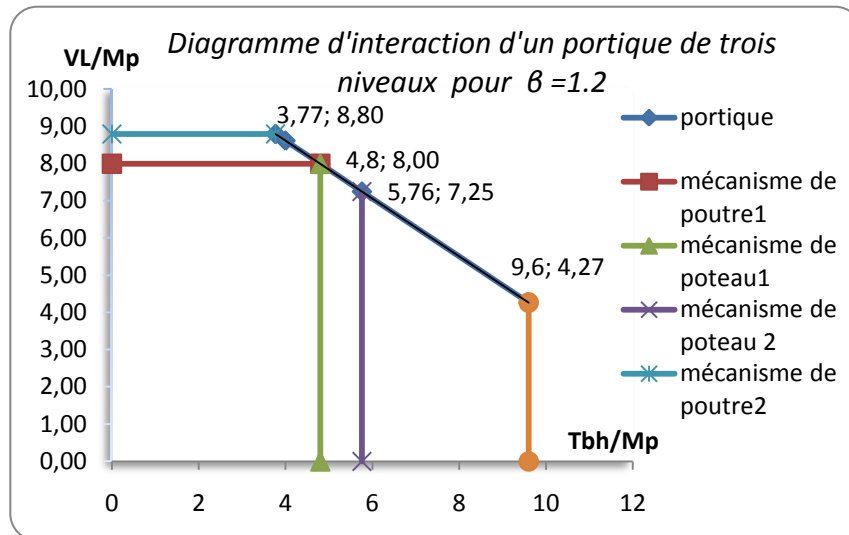


Figure 3.30

4.29 <—< 12 la limite de mécanisme de portique.

0 <—< 7.73 la limite de mécanisme de poutre 1.

0 <—< 6 la limite de mécanisme de poutre 2.

4 <—< 10 la limite de mécanisme de portique.

0 <—< 8 la limite de mécanisme de poteau 1.

0 <—< 7.73 la limite de mécanisme de poteau 2.

0 <—< 4 la limite de mécanisme de poteau 3.

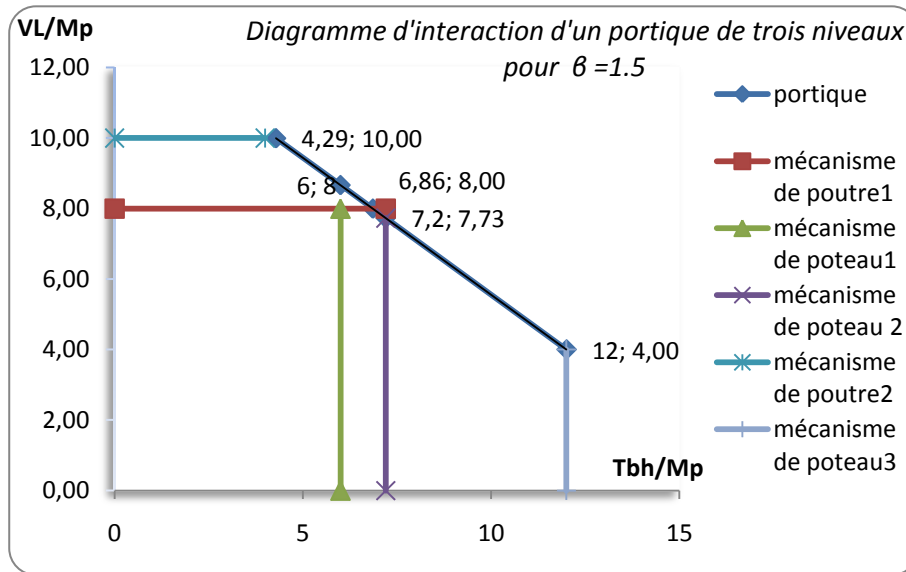


Figure 3.31

3.1.3.10 *Commentaire :*

Afin de déterminer la variation des diagrammes d'interaction par rapport aux valeurs de  $\beta$  montrés sur les figures (3.29) (3.30) (3.31) on calcule la capacité de la structure pour chaque valeur de  $\beta$  et la comparer avec le rapport des valeurs de  $\beta$  on les présente sous la forme :

$$r_1 = \frac{1.20}{1.5} = 0.8 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1.34}{1.5} = 0.893$$

$$r_2 = \frac{1.25}{1.5} = 0.833 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1.29}{1.5} = 0.86$$

$$r_3 = \frac{1.50}{1.5} = 1.0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1.73}{1.5} = 1.153$$

On constate que la capacité portante de ce portique augmente de 1.34 lorsque  $\beta=1.2$  et de 1.73 fois lorsque  $\beta=1.5$ .

On remarque que la capacité portante du portique à trois niveaux augmente en augmentant  $\beta$ .

3.2 SOUS EFFETS DES CHARGES AXIALES  $\eta$

3.2.1 Portique simple composé d'un seul niveau



**3.2.1.1 Introduction :**

Le présent paragraphe a pour objet la détermination des charges de ruine et les mécanismes de ruine et leurs diagrammes d'interaction sous l'effet des charges axiales en fonction de  $\beta$  d'un portique simple composé d'un seul niveau (figure 3.1).

Le moment plastique est réduit :

Section strong axis :

$$M_{pc} = M_p \quad \text{si} \quad 0 < \beta < 0.15$$

$$M_{pc} = 1.18 (1 - \beta) M_p \quad \text{si} \quad 0.15 < \beta < 1.0$$

**3.2.1.2 Mécanisme de poutre :**

$$\beta = 8 \tag{3.27}$$

**3.2.1.3 Mécanisme de poteau :**

$$H_h = 4M_{pc}$$

$$H_h = 4 [1.18 (1 - \beta)] M_{pc}$$

$$H_h = 4.72 (1 - \beta) \beta M_{pb}$$

$$H_h = 4.72 (1 - \eta) \beta M_{pb}, \text{ tel que } \eta = \beta$$

$$\beta = 4.72 (1 - \eta) \tag{3.28}$$

**3.2.1.4 Mécanisme de portique :**

$$\beta + H_h = 4M_{pb} + 4M_{pc} - 2 M_{pc}$$

$$H_h + H_h = 4M_{pb} + 2 M_{pc}$$

$$H_h + H_h = 4M_{pb} + 2[1.18 (1 - \eta) M_{pc}]$$

$$H_h + H_h = 4M_{pb} + 2.36 (1 - \eta) \beta M_{pb}$$

$$H_h + H_h = 4 + 2.36 (1 - \eta) \beta \tag{3.29}$$

**3.2.1.5 Construction des diagrammes d'interaction:**

Après avoir choisi les valeurs de  $\beta$  selon l'intervalle [1 ; 1.2 ; 1.5] et la valeur de  $\lambda = 1$  en variant  $\eta$  selon l'intervalle [0.8, 0.6, 0.2] on obtient les diagrammes d'interaction suivants :

$0.47 < H_h < 0.94$  la limite de mécanisme de portique.

$0 < H_h < 0.47$  la limite de mécanisme de poutre.

$7.06 < H_h < 8$  la limite de mécanisme de portique.

$0 < H_h < 7.06$  la limite de mécanisme de poteau.

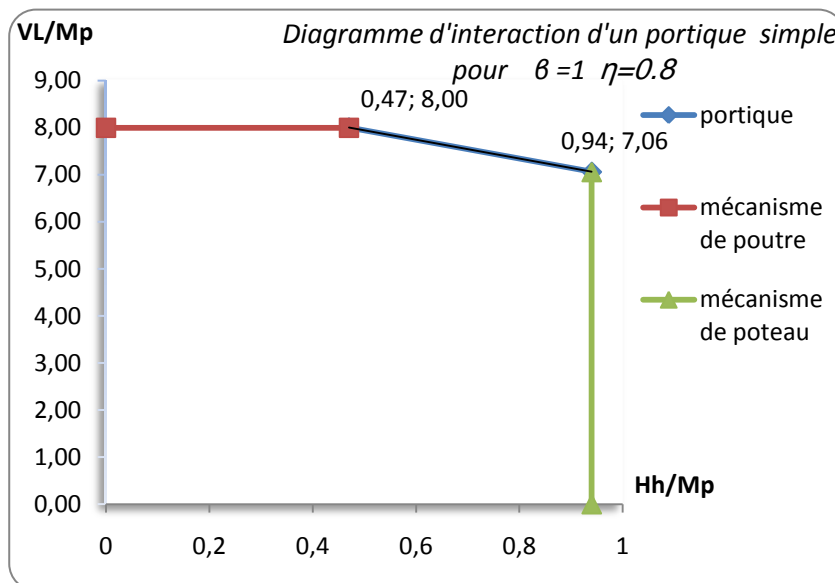


Figure 3.32

$0.94 < \dots < 1.89$  la limite de mécanisme de portique.

$0 < \dots < 0.94$  la limite de mécanisme de poutre.

$6.11 < \dots < 8$  la limite de mécanisme de portique.

$0 < \dots < 6.11$  la limite de mécanisme de poteau.

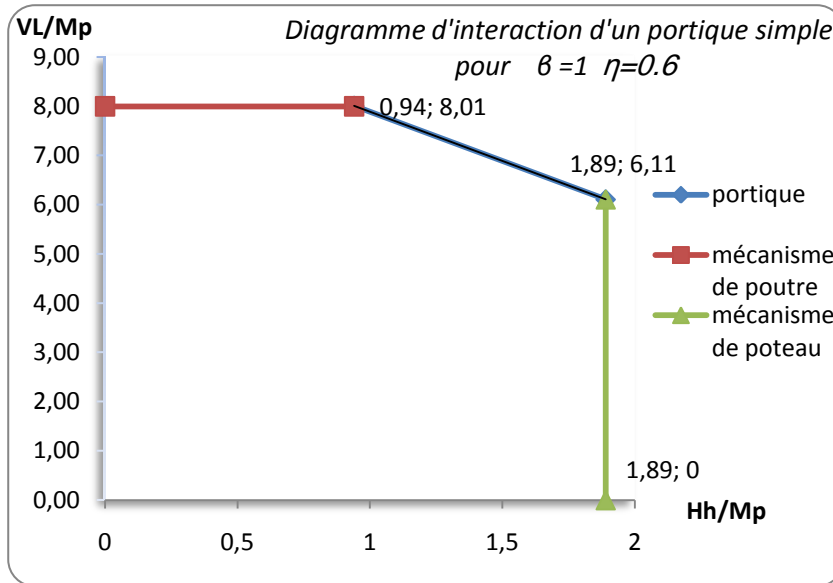


Figure 3.33

$1.89 < \dots < 3.77$  la limite de mécanisme de portique.

$0 < \dots < 1.89$  la limite de mécanisme de poutre.

$4.24 < \dots < 8$  la limite de mécanisme de portique.

$0 < \dots < 4.24$  la limite de mécanisme de poteau.

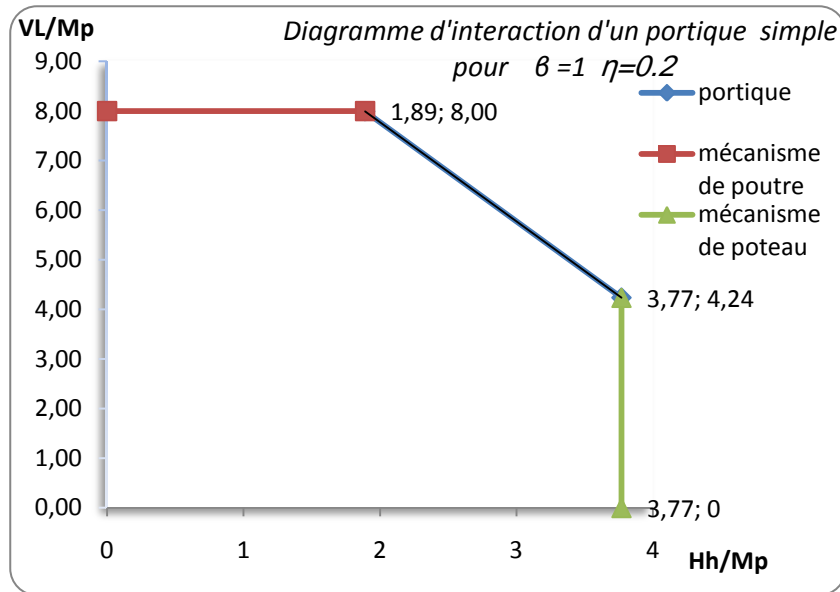


Figure 3.34

$0.57 < \dots < 1.13$  la limite de mécanisme de portique.

$0 < \dots < 0.57$  la limite de mécanisme de poutre.

$6.87 < \dots < 8$  la limite de mécanisme de portique.

$0 < \dots < 6.87$  la limite de mécanisme de poteau.

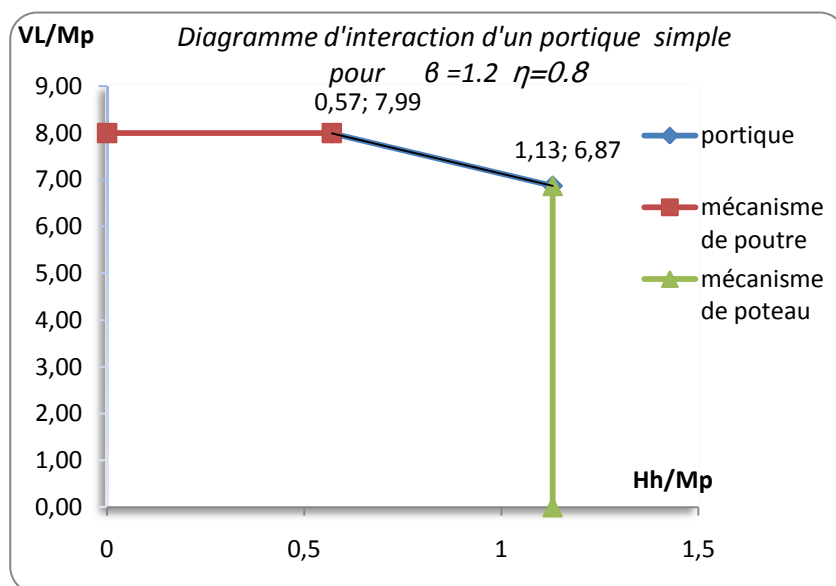


Figure 3.35

$1.13 < \dots < 2.26$  la limite de mécanisme de portique.

$0 < \dots < 1.13$  la limite de mécanisme de poutre.

$5.75 < \dots < 8$  la limite de mécanisme de portique.

$0 < \dots < 5.75$  la limite de mécanisme de poteau.

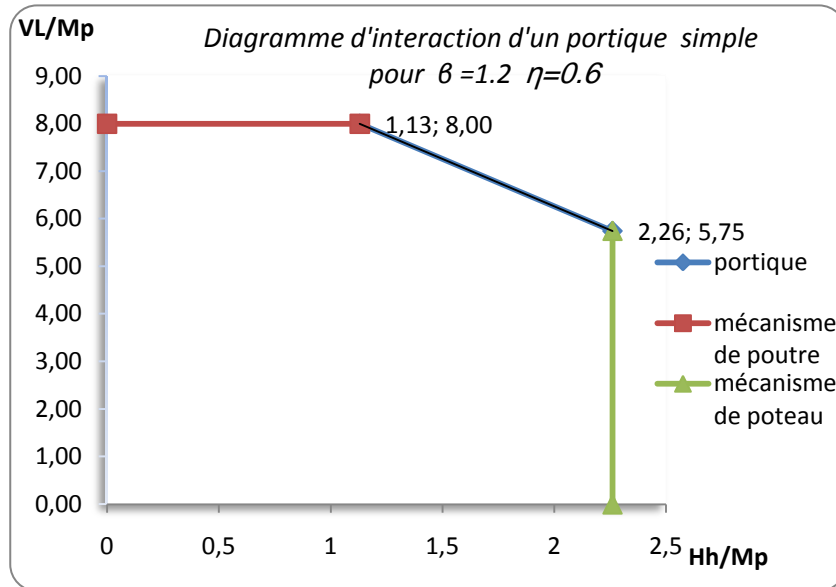


Figure 3.36

$2.27 < \dots < 4.53$  la limite de mécanisme de portique.

$0 < \dots < 2.27$  la limite de mécanisme de poutre.

$3.47 < \dots < 8$  la limite de mécanisme de portique.

$0 < \dots < 3.47$  la limite de mécanisme de poteau.

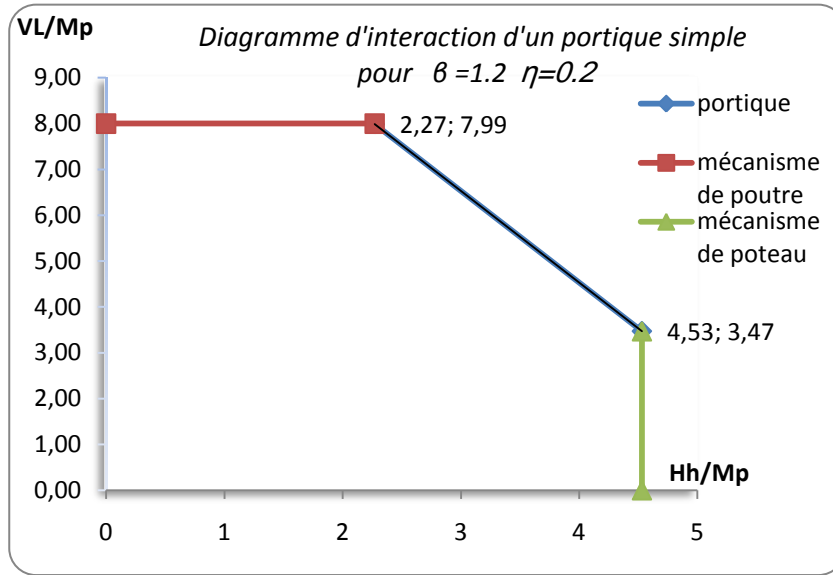


Figure 3.37

$0.71 < \dots < 1.41$  la limite de mécanisme de portique.

$0 < \dots < 0.71$  la limite de mécanisme de poutre.

$6.6 < \dots < 8$  la limite de mécanisme de portique.

$0 < \dots < 6.6$  la limite de mécanisme de poteau.

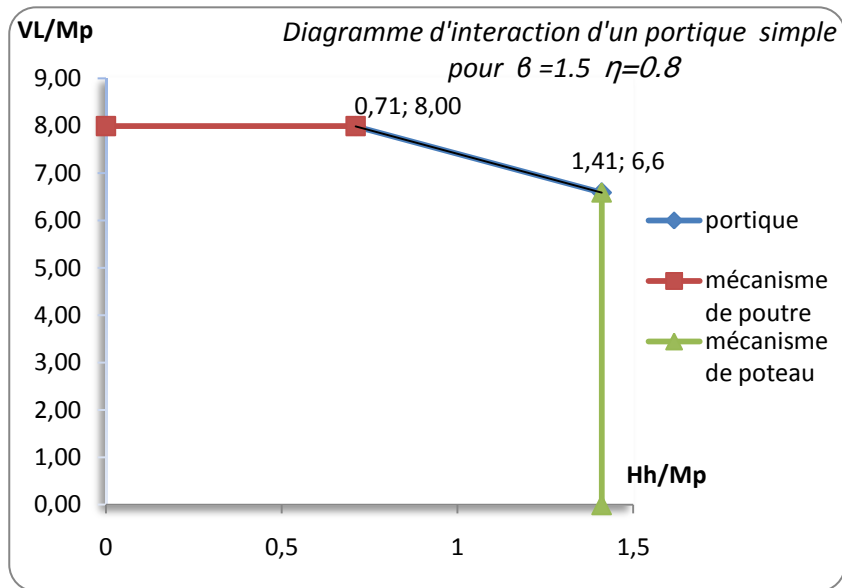


Figure 3.38

1.42 <—< 2.83 la limite de mécanisme de portique.

0 <—< 1.42 la limite de mécanisme de poutre.

5.17 <—< 8 la limite de mécanisme de portique.

0 <—< 5.17 la limite de mécanisme de poteau.

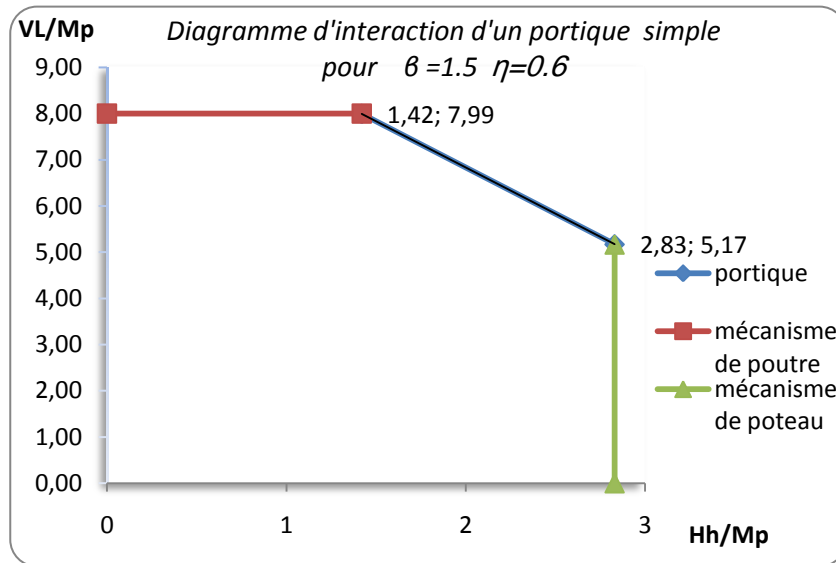


Figure 3.39

2.83 <—< 5.66 la limite de mécanisme de portique.

0 <—< 2.83 la limite de mécanisme de poutre.

2.34 <—< 8 la limite de mécanisme de portique.

0 <—< 2.34 la limite de mécanisme de poteau.

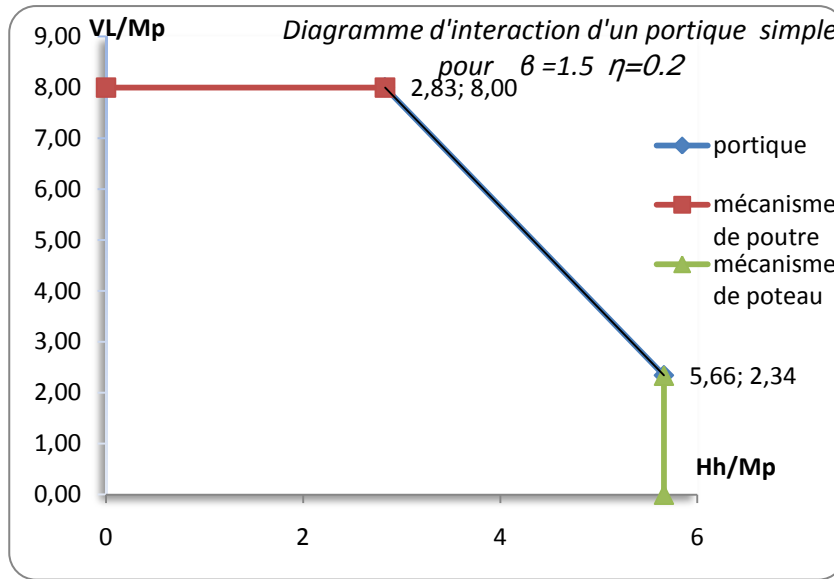


Figure 3.40

3.2.1.6 *Commentaire :*

Afin de déterminer la variation des diagrammes d’interaction par rapport aux valeurs de  $\eta$  pour  $\beta=1$  montrés sur les figures (3.32) (3.33) (3.34) on calcule la capacité de la structure pour chaque valeur de  $\eta$  on la présente sous la forme :

$$t_1 = \dots = 0.75 \Leftrightarrow \dots = 1.95$$

$$t_2 = \dots = 0.33 \Leftrightarrow \dots = 1.87$$

$$t_3 = \dots = 0.25 \Leftrightarrow \dots = 3.64$$

On remarque que la capacité portante de ce portique diminue de 1.95 lorsque  $\eta$  augmente de 0.6 à 0.8 et de 1.87 lorsqu’on augmente  $\eta$  de 0.2 à 0.6.

Pour les valeurs de  $\eta$  pour  $\beta=1.2$  montrés sur les figures (3.35) (3.36) (3.37) on calcule la capacité de la structure pour chaque valeur de  $\eta$  on la présente sous la forme :

$$t_1 = \dots = 0.75 \Leftrightarrow \dots = 1.93$$

$$t_2 = \dots = 0.33 \Leftrightarrow \dots = 1.85$$

$$t_3 = \dots = 0.25 \Leftrightarrow \dots = 3.57$$



On remarque que la capacité portante de ce portique diminue de 1.93fois lorsque nous avons un rapport de  $\eta = 0.75$  et de 1.85 lorsque le rapport de  $\eta = 0.33$  et de 3.57 lorsque le rapport de  $\eta = 0.25$ .

Pour les valeurs de  $\eta$  pour  $\beta = 1.5$  montrés sur les figures (3.38) (3.39) (3.40) on calcule la capacité de la structure pour chaque valeur de  $\eta$  on la présente sous la forme :

$$t_1 = \frac{M_{pc}}{M_p} = 0.75 \quad \Leftrightarrow \frac{M_{pc}}{M_p} = 1.91$$

$$t_2 = \frac{M_{pc}}{M_p} = 0.33 \quad \Leftrightarrow \frac{M_{pc}}{M_p} = 1.80$$

$$t_3 = \frac{M_{pc}}{M_p} = 0.25 \quad \Leftrightarrow \frac{M_{pc}}{M_p} = 3.45$$

On remarque que la capacité portante de ce portique diminue de 1.91fois lorsque nous avons un rapport de  $\eta = 0.75$  et de 1.80 lorsque le rapport de  $\eta = 0.33$  et de 3.45 lorsque le rapport de  $\eta = 0.25$ .

Donc on peut dire que la capacité de résistance diminue en augmentant la valeur de  $\eta$ .

### 3.2.2 Portique composé de deux niveaux

#### 3.2.2.1 Introduction :

Le présent paragraphe a pour objet la détermination des charges de ruine et les mécanismes de ruine et leurs diagrammes d'interaction sous l'effet des charges axiales en fonction de  $\beta$  d'un portique composé de deux niveaux (figure 3.8).

Le moment plastique est réduit :

Section strong axis :

$$M_{pc} = M_p \dots \dots \dots \text{si } 0 < \beta < 0.15$$

$$M_{pc} = 1.18 (1 - \beta) M_p \dots \dots \text{si } 0.15 < \beta < 1.0$$

#### 3.2.2.2 Mécanisme de poutre 1:

$$\lambda V_1 = 4M_{pb}$$

$$\dots = 8 \tag{3.30}$$

**3.2.2.3 Mécanisme de poutre 2:**

$$\lambda V_2 - = 2M_{pb} + 2M_{pc}$$

$$V_L = 4M_{pb} + 4 \times 1.18 (1 - \dots) \beta M_{pb}$$

On prend  $\eta = \dots$  on obtient :

$$\dots = 4 + 4.72 (1 - \eta) \beta \tag{3.31}$$

**3.2.2.4 Mécanisme de poteau 1 :**

$$h(H_1 + H_2) = 4M_{pc} < = > T_b h = 4 \times 1.18 (1 - \dots) M_{pc}$$

$$T_b h = 4.72 (1 - \dots) \beta M_{pc}$$

$$\dots = 4.72 (1 - \eta) \beta \tag{3.32}$$

**3.2.2.5 Mécanisme de poteau 2 :**

$$T_b h = 6 M_{pc}$$

$$T_b h = 6 \times 1.18 (1 - \dots) \beta M_{pc}$$

$$\dots = 7.08 (1 - \eta) \beta \tag{3.33}$$

**3.2.2.6 Mécanisme de portique :**

$$-T_b h + 2V_L = 9M_{pc} + 10M_{pb}$$

$$-T_b h + 2V_L = 9 \times 1.18 (1 - \dots) \beta M_{pb} + 10M_{pb}$$

$$\dots + \dots = 10.62 (1 - \eta) \beta + 10 \tag{3.34}$$

3.2.2.7 Construction des diagrammes d'interaction :

0.94 <—< 4.94 la limite de mécanisme de portique.

0 <—< 0.94 la limite de mécanisme de poutre.

4.94 <—< 5.13 la limite de mécanisme de portique.

0 <—< 5.13 la limite de mécanisme de poteau 1.

0 <—< 4.94 la limite de mécanisme de poteau 2.

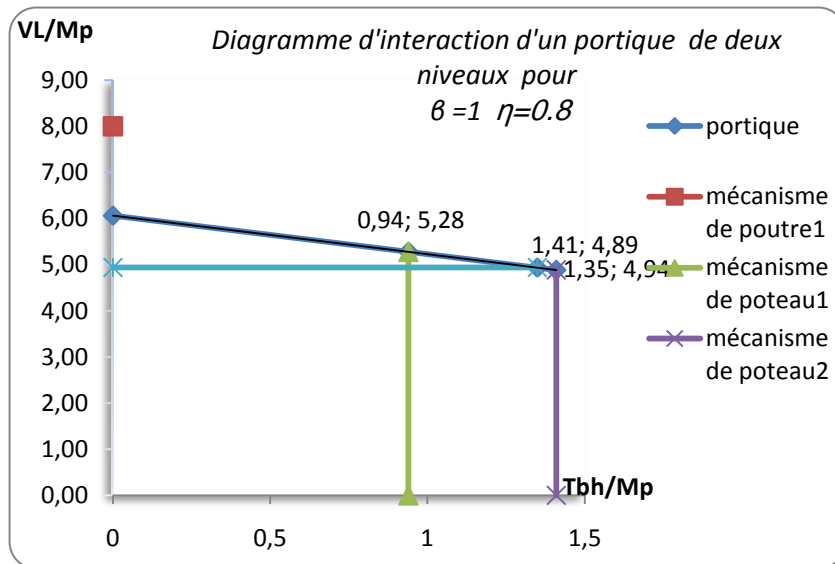


Figure 3.41

1.69 <—< 2.83 la limite de mécanisme de portique.

0 <—< 1.69 la limite de mécanisme de poutre.

4.97 <—< 5.92 la limite de mécanisme de portique.

0 <—< 5.92 la limite de mécanisme de poteau 1.

0 <—< 4.97 la limite de mécanisme de poteau 2.

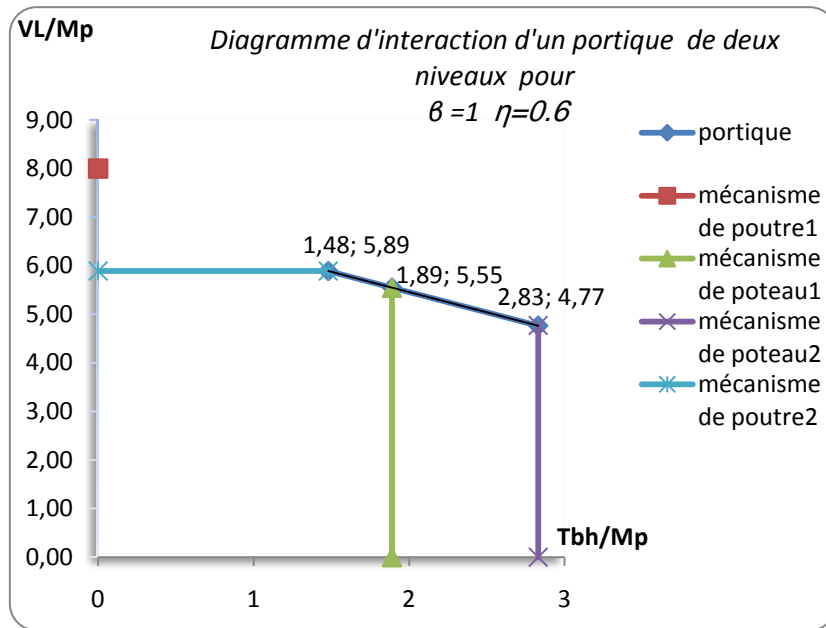


Figure 3.42

2.6 <—< 5.66 la limite de mécanisme de portique.

0 <—< 2.87 la limite de mécanisme de poutre 1.

0 <—< 2.6 la limite de mécanisme de poutre 2.

5.45 <—< 8 la limite de mécanisme de portique.

0 <—< 7.02 la limite de mécanisme de poteau 1.

0 <—< 5.45 la limite de mécanisme de poteau 2.

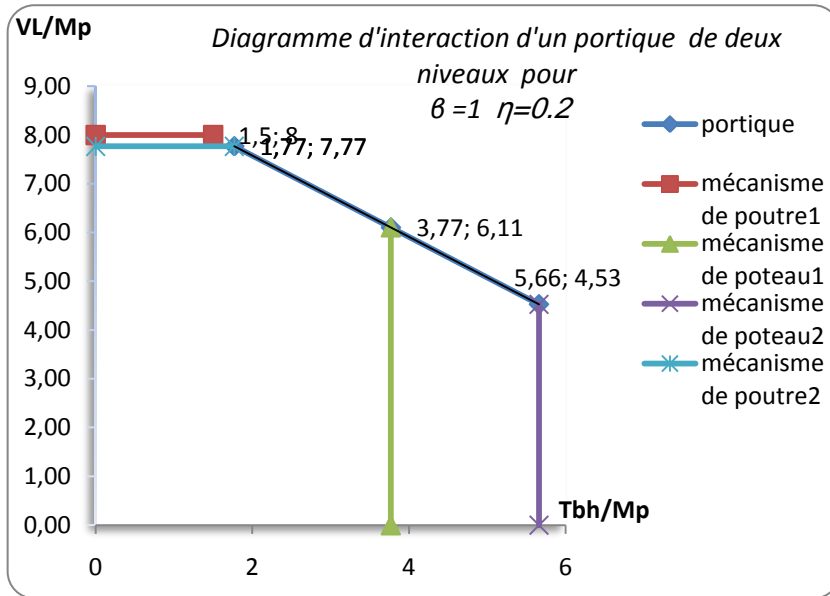


Figure3.43

1.28 <—< 1.7 la limite de mécanisme de portique.

0 <—< 1.28 la limite de mécanisme de poutre 1.

4.78 <—< 5.13 la limite de mécanisme de portique.

0 <—< 5.13 la limite de mécanisme de poteau 1.

0 <—< 4.78 la limite de mécanisme de poteau 2.

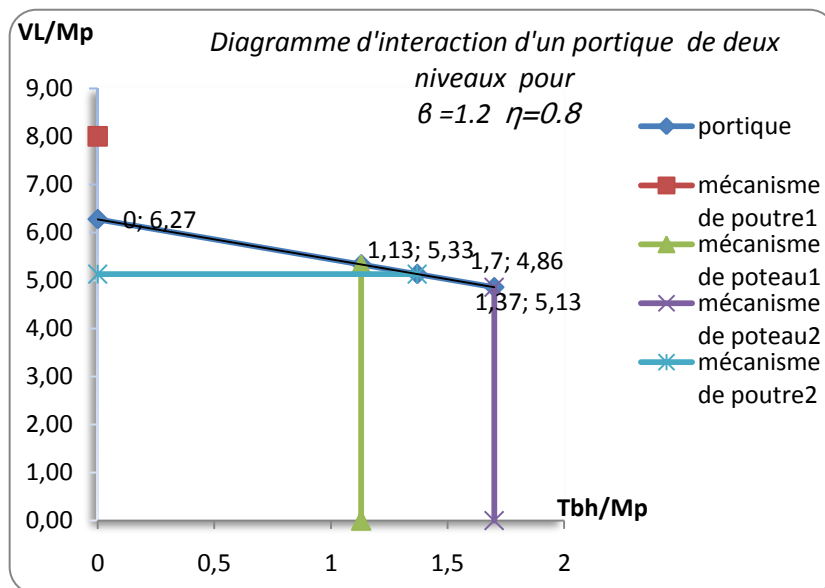


Figure3.44

1.97 <—< 3.4 la limite de mécanisme de portique.

0 <—< 1.97 la limite de mécanisme de poutre 1.

5.07 <—< 6.26 la limite de mécanisme de portique.

0 <—< 6.06 la limite de mécanisme de poteau 1.

0 <—< 5.07 la limite de mécanisme de poteau 2.

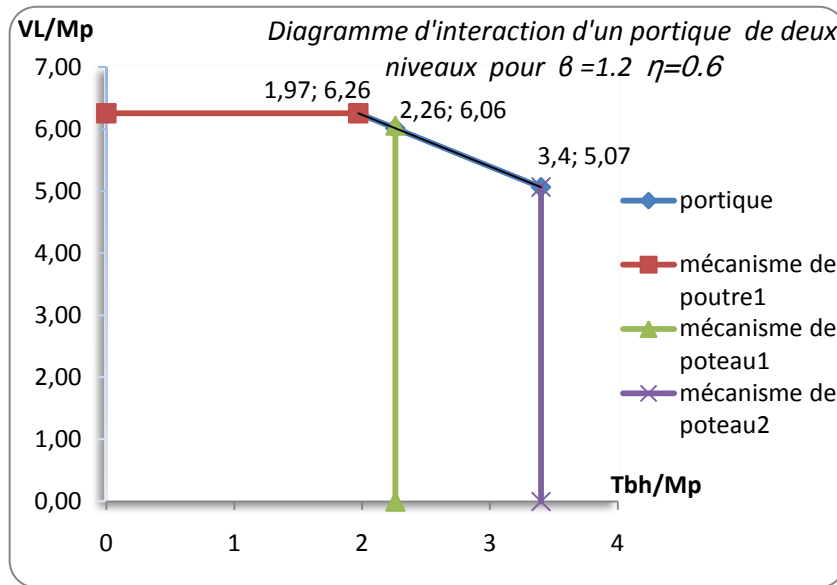


Figure 3.45

3.32 <—< 6.8 la limite de mécanisme de portique.

0 <—< 3.96 la limite de mécanisme de poutre 1.

0 <—< 3.32 la limite de mécanisme de poutre 2.

5.63 <—< 8.53 la limite de mécanisme de portique.

0 <—< 7.52 la limite de mécanisme de poteau 1.

0 <—< 5.63 la limite de mécanisme de poteau 2.

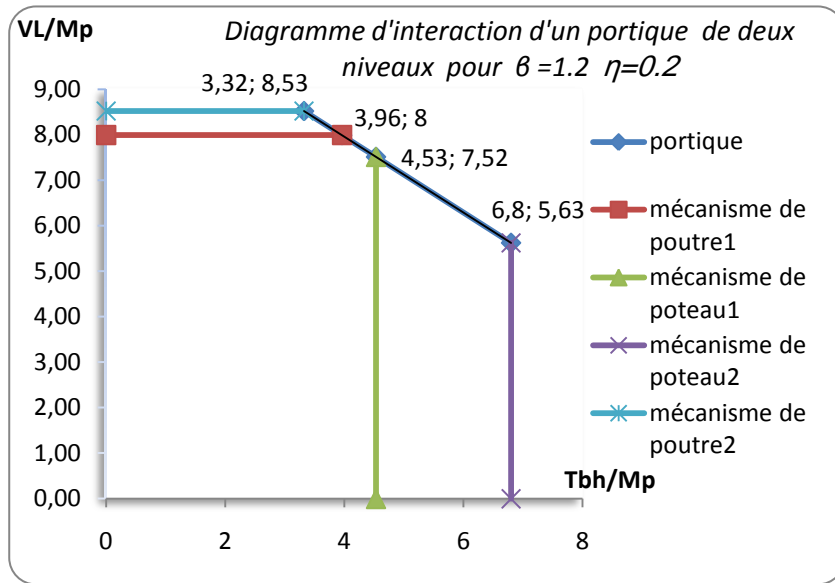


Figure 3.46

1.41 <—< 2.12 la limite de mécanisme de portique.

0 <—< 1.41 la limite de mécanisme de poutre 1.

4.86 <—< 5.45 la limite de mécanisme de portique.

0 <—< 5.45 la limite de mécanisme de poteau 1.

0 <—< 4.86 la limite de mécanisme de poteau 2.

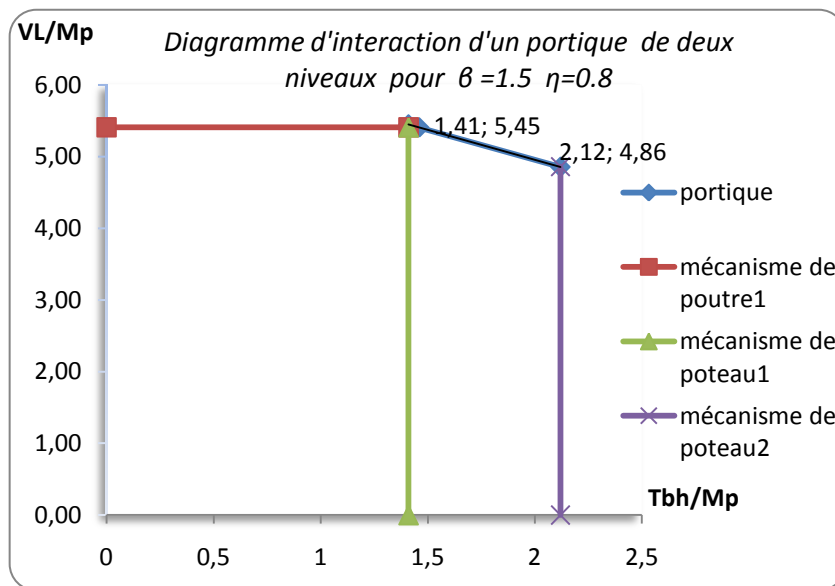


Figure 3.47

$0.9 < \dots < 4.25$  la limite de mécanisme de portique.

$0 < \dots < 0.9$  la limite de mécanisme de poutre 1.

$0 < \dots < 2.3$  la limite de mécanisme de poutre 2.

$5.21 < \dots < 8$  la limite de mécanisme de portique.

$0 < \dots < 6.83$  la limite de mécanisme de poteau 1.

$0 < \dots < 5.21$  la limite de mécanisme de poteau 2.

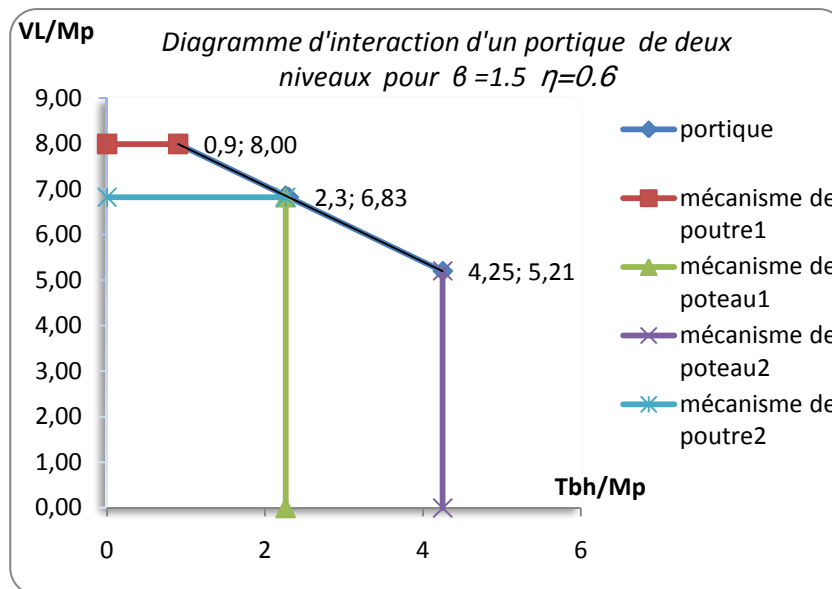


Figure 3.48

$4 < \dots < 8.5$  la limite de mécanisme de portique.

$0 < \dots < 5.66$  la limite de mécanisme de poutre 1.

$0 < \dots < 4$  la limite de mécanisme de poutre 2.

$5.91 < \dots < 9.66$  la limite de mécanisme de portique.

$0 < \dots < 8$  la limite de mécanisme de poteau 1.

$0 < \dots < 5.91$  la limite de mécanisme de poteau 2.



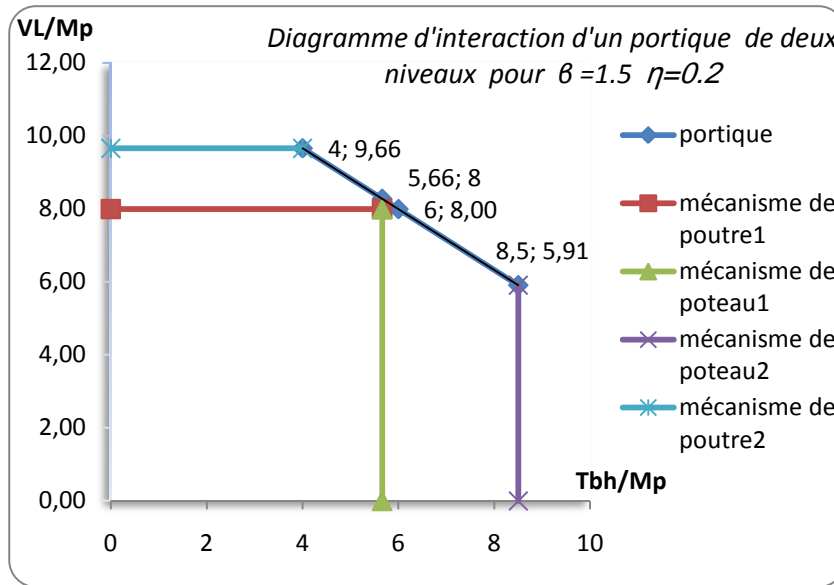


Figure 3.49

**3.2.2.8 Commentaire :**

Afin de déterminer la variation des diagrammes d'interaction par rapport aux valeurs de  $\eta$  pour  $\beta=1$  montrés sur les figures (3.41) (3.42) (3.43) on calcule la capacité de la structure pour chaque valeur de  $\eta$  on la présente sous la forme :

$t_1 = \dots = 0.75 \quad \Leftrightarrow \dots = 2.14$

$t_2 = \dots = 0.33 \quad \Leftrightarrow \dots = 2.39$

$t_3 = \dots = 0.25 \quad \Leftrightarrow \dots = 5.13$

On remarque que la capacité portante de ce portique diminue de 2.38 fois lorsque nous avons un rapport de  $\eta=0.75$  et de 2.26 lorsque le rapport de  $\eta=0.33$  et de 5.38 lorsque le rapport de  $\eta=0.25$ . Par rapport aux valeurs de  $\eta$  pour  $\beta=1.2$  montrés sur les figures (3.44) (3.45) (3.46) on calcule la capacité de la structure pour chaque valeur de  $\eta$  on la présente sous la forme :

$t_1 = \dots = 0.75 \quad \Leftrightarrow \dots = 2.37$

$t_2 = \dots = 0.33 \quad \Leftrightarrow \dots = 2.59$

$$t_3 = \dots = \dots = 0.25 \iff \dots = \dots = 6.14$$

On remarque que la capacité portante de ce portique diminue de 2.37fois lorsque nous avons un rapport de  $\eta = 0.75$  et de 2.59 lorsque le rapport de  $\eta = 0.33$  et de 6.14 lorsque le rapport de  $\eta = 0.25$ . Par rapport aux valeurs de  $\eta$  pour  $\beta = 1.5$  montrés sur les figures (3.47) (3.48) (3.49) on calcule la capacité de la structure pour chaque valeur de  $\eta$  on la présente sous la forme :

$$t_1 = \dots = \dots = 0.75 \iff \dots = \dots = 2.59$$

$$t_2 = \dots = \dots = 0.33 \iff \dots = \dots = 2.51$$

$$t_3 = \dots = \dots = 0.25 \iff \dots = \dots = 6.50$$

On remarque que la capacité portante de ce portique diminue de 2.59fois lorsque nous avons un rapport de  $\eta = 0.75$  et de 2.51 lorsque le rapport de  $\eta = 0.33$  et de 6.50 lorsque le rapport de  $\eta = 0.25$ .

Donc on peut dire que la capacité de résistance diminue en augmentant la valeur de  $\eta$ .

### 3.2.3 Portique composé de trois niveaux:

#### 3.2.3.1 Introduction :

Le présent paragraphe a pour objet la détermination des charges de ruine et les mécanismes de ruine et leurs diagrammes d'interaction sous l'effet des charges axiales en fonction de  $\beta$  d'un portique composé de trois niveaux (figure 3.21).

Le moment plastique est réduit :

Section strong axis :

$$M_{pc} = M_p \dots \dots \dots \text{si } 0 < \dots < 0.15$$

$$M_{pc} = 1.18 (1 - \dots) M_p \dots \dots \text{si } 0.15 < \dots < 1.0$$

3.2.3.2 Mécanisme de poutre 1:

$$\lambda V = 4Mpb \quad \lambda = 8 \quad (3.35)$$

3.2.3.3 Mécanisme de poutre 2:

$$\lambda V = 4Mpb \quad \lambda = 8 \quad (3.36)$$

3.2.3.4 Mécanisme de poutre 3:

$$V_L = 4Mpb + 4Mpc$$

$$V_L = 4Mpb + 4 \times 1.18 (1 - \eta) \beta Mpb$$

On prend  $\eta = \dots$  on obtient :  $\lambda = 4 + 4.72 (1 - \eta) \beta \quad (3.36)$

3.2.3.5 Mécanisme de poteau 1 :

$$h (H_1 + H_2 + H_3) = 4Mpc \quad \Leftrightarrow T_b h = 4 \times 1.18 (1 - \eta) Mpc$$

$$T_b h = 4.72 (1 - \eta) \beta Mpc$$

$$\lambda = 4.72 (1 - \eta) \beta \quad (3.37)$$

3.2.3.6 Mécanisme de poteau 2 :

$$H (H_2 + H_3) = 4 Mpc$$

$$\lambda = 4 \times 1.18 (1 - \eta) \beta Mpc$$

$$\text{---} = 5.66 (1-\eta) \beta \quad (3.38)$$

### 3.2.3.7 Mécanisme de poteau3 :

$$h H_3 = 4 M_{pc}$$

$$h H_3 = 4 \times 1.18 (1-\text{---}) M_{pc}$$

$$\text{---} = 4.72 (1-\text{---}) \beta$$

$$\text{---} = 9.44 (1-\eta) \beta \quad (3.39)$$

### 3.2.3.8 Mécanisme de portique :

$$h (H_1 + 4H_1 + 9H_1) + 3VL = 17M_{pc} + 15M_{pb}$$

$$14H_1 h + 3VL = 17 \times 1.18 (1-\text{---}) \beta M_{pb} + 15 M_{pb}$$

$$- \text{---} + \text{---} = 20.06 (1-\eta) \beta + 15 \quad (3.40)$$

### 3.2.3.9 Construction des diagrammes d'interaction :

$0 < \text{---} < 1.7$  la limite de mécanisme de portique.

$0 < \text{---} < 1.7$  la limite de mécanisme de poutre 1.

$5.27 < \text{---} < 6.59$  la limite de mécanisme de portique.

$0 < \text{---} < 5.86$  la limite de mécanisme de poteau 1.

$0 < \text{---} < 5.71$  la limite de mécanisme de poteau 2.

$0 < \text{---} < 5.27$  la limite de mécanisme de poteau 3.

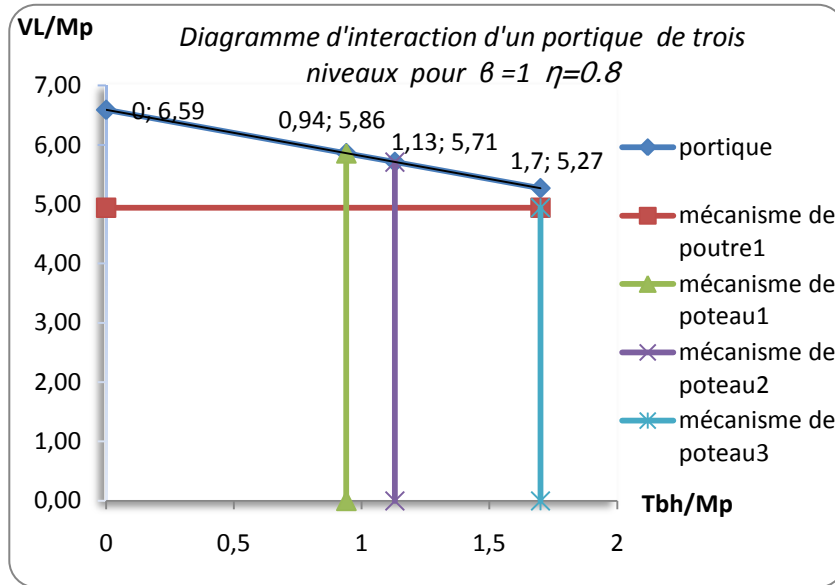


Figure 3.50

2.26 <—< 3.73 la limite de mécanisme de portique.

0 <—< 2.26 la limite de mécanisme de poutre.

4.95 <—< 5.89 la limite de mécanisme de portique.

0 <—< 5.89 la limite de mécanisme de poteau 1.

0 <—< 5.89 la limite de mécanisme de poteau 2.

0 <—< 4.95 la limite de mécanisme de poteau 3.

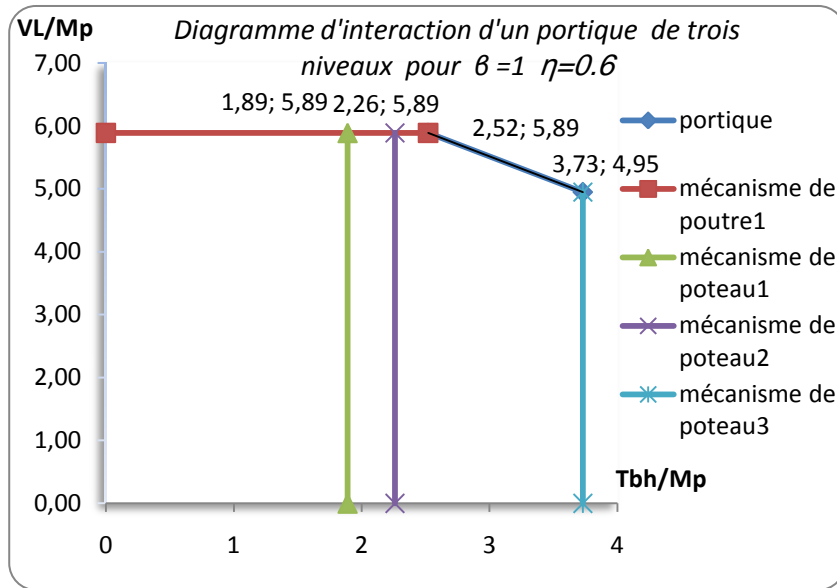


Figure 3.51

3.04 <—< 7.55 la limite de mécanisme de portique.

0 <—< 3.04 la limite de mécanisme de poutre 1.

0 <—< 3.33 la limite de mécanisme de poutre 2.

4.5 <—< 8 la limite de mécanisme de portique.

0 <—< 7.47 la limite de mécanisme de poteau 1.

0 <—< 6.84 la limite de mécanisme de poteau 2.

0 <—< 4.50 la limite de mécanisme de poteau 3.

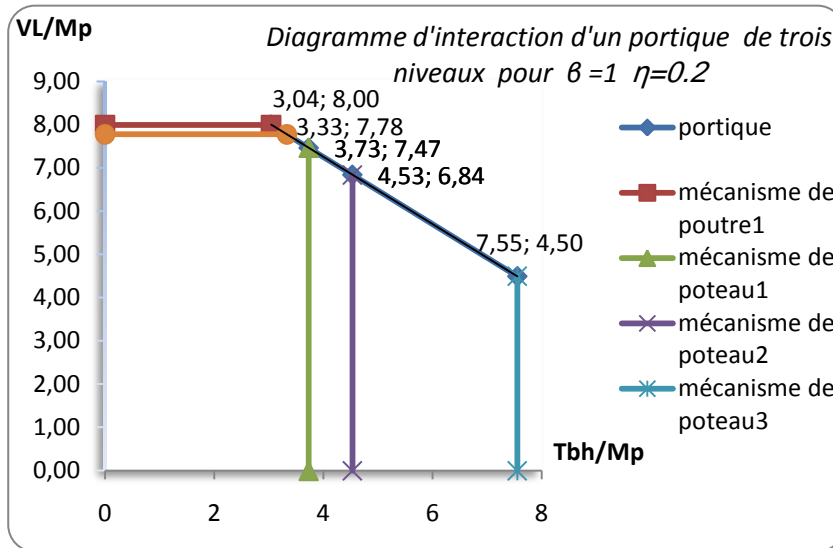


Figure 3.52

$0 < Tbh < 2.25$  la limite de mécanisme de portique.

$0 < Tbh < 2.25$  la limite de mécanisme de poutre.

$5.09 < Tbh < 6.84$  la limite de mécanisme de portique.

$0 < Tbh < 5.96$  la limite de mécanisme de poteau 1.

$0 < Tbh < 5.79$  la limite de mécanisme de poteau 2.

$0 < Tbh < 5.09$  la limite de mécanisme de poteau 3.

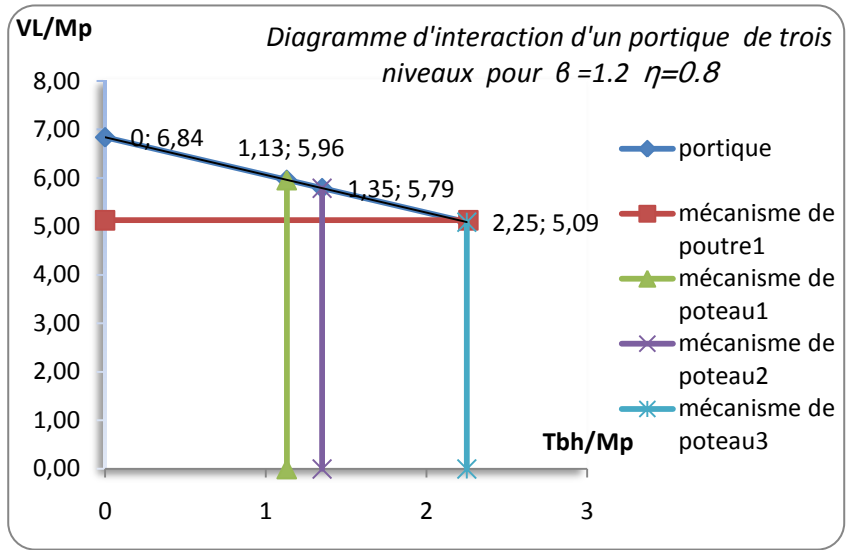


Figure 3.53

0.46 <—< 4.53 la limite de mécanisme de portique.

0 <—< 2.72 la limite de mécanisme de poutre 1.

0 <—< 0.46 la limite de mécanisme de poutre 2.

4.83 <—< 8 la limite de mécanisme de portique.

0 <—< 6.6 la limite de mécanisme de poteau 1.

0 <—< 6.24 la limite de mécanisme de poteau 2.

0 <—< 4.83 la limite de mécanisme de poteau 3.



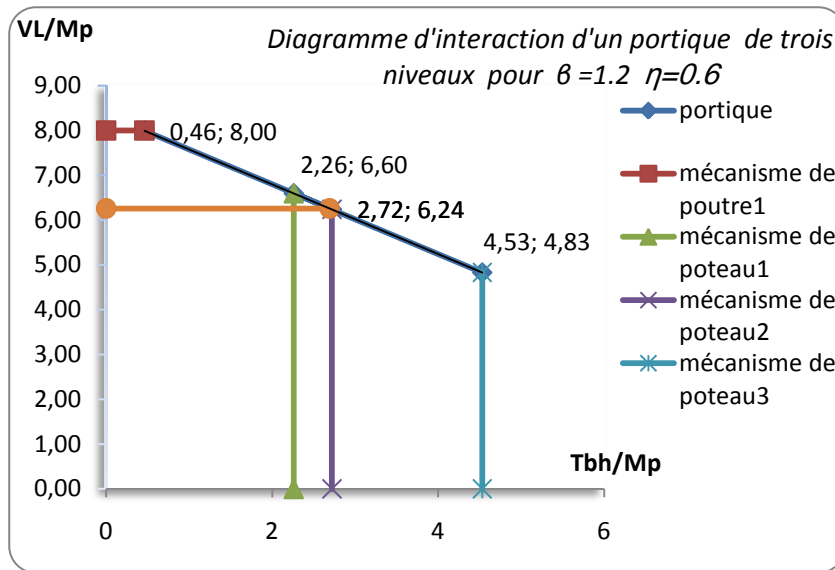


Figure 3.54

0 <—< 9.06 la limite de mécanisme de portique.

4.33 <—< 11.37 la limite de mécanisme de portique.

0 <—< 7.85 la limite de mécanisme de poteau 1.

0 <—< 7.15 la limite de mécanisme de poteau 2.

0 <—< 4.33 la limite de mécanisme de poteau 3.

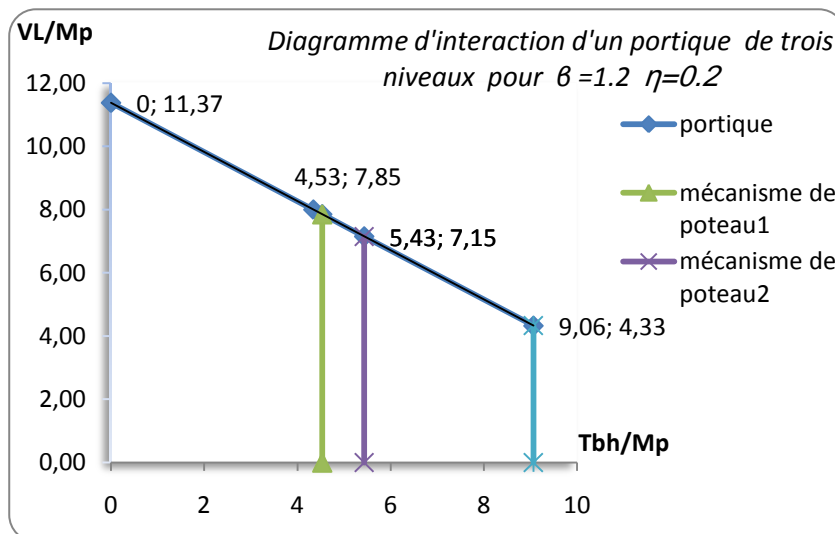


Figure 3.55

$0 < \dots < 2.33$  la limite de mécanisme de portique.

$0 < \dots < 2.33$  la limite de mécanisme de poutre.

$5.02 < \dots < 5.41$  la limite de mécanisme de portique.

$0 < \dots < 5.41$  la limite de mécanisme de poteau 1.

$0 < \dots < 5.41$  la limite de mécanisme de poteau 2.

$0 < \dots < 5.02$  la limite de mécanisme de poteau 3.

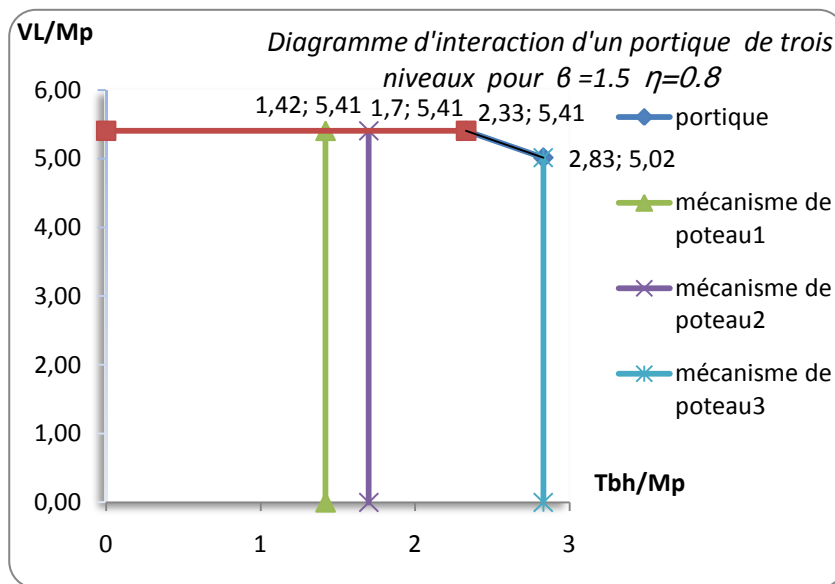


Figure 3.56

$1.43 < \dots < 5.66$  la limite de mécanisme de portique.

$0 < \dots < 2.83$  la limite de mécanisme de poutre 1.

$0 < \dots < 1.43$  la limite de mécanisme de poutre 2.

$4.71 < \dots < 8$  la limite de mécanisme de portique.

$0 < \dots < 6.91$  la limite de mécanisme de poteau 1.

$0 < T < 6.46$  la limite de mécanisme de poteau 2.

$0 < T < 4.71$  la limite de mécanisme de poteau 3.

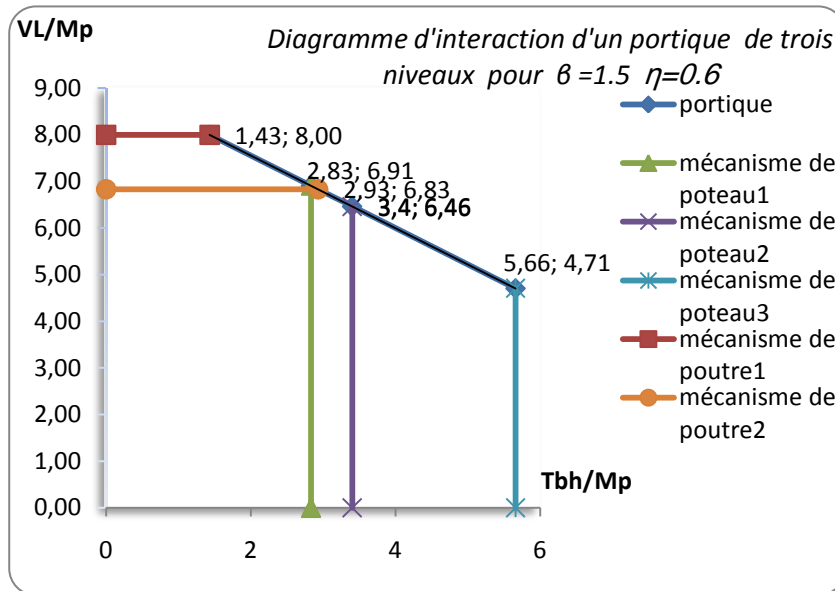


Figure 3.57

$4.22 < T < 11.32$  la limite de mécanisme de portique.

$0 < T < 5.66$  la limite de mécanisme de poutre 1.

$0 < T < 4.22$  la limite de mécanisme de poutre 2.

$4.08 < T < 9.6$  la limite de mécanisme de portique.

$0 < T < 8$  la limite de mécanisme de poteau 1.

$0 < T < 7.6$  la limite de mécanisme de poteau 2.

$0 < T < 4.08$  la limite de mécanisme de poteau 3.

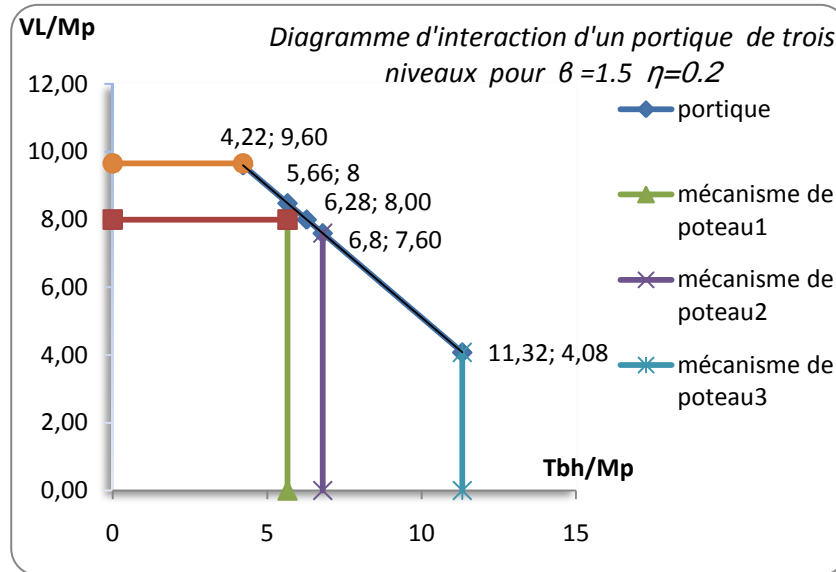


Figure 3.58

3.2.3.10 Commentaire :

Afin de déterminer la variation des diagrammes d'interaction par rapport aux valeurs de  $\eta$  pour  $\beta=1$  montrés sur les figures (3.50) (3.51) (3.52) on calcule la capacité de la structure pour chaque valeur de  $\eta$  on la présente sous la forme :

$t_1 = \dots = 0.75 \quad \Leftrightarrow \dots = 1.97$

$t_2 = \dots = 0.33 \quad \Leftrightarrow \dots = 1.45$

$t_3 = \dots = 0.25 \quad \Leftrightarrow \dots = 2.86$

On remarque que la capacité portante de ce portique diminue de 2.12fois lorsque nous avons un rapport de  $\eta = 0.75$  et de 2.45 lorsque le rapport de  $\eta = 0.33$  et de 5.21 lorsque le rapport de  $\eta = 0.25$ . Pour les valeurs de  $\eta$  et  $\beta = 1.2$  montrés sur les figures (3.53) (3.54) (3.55) on calcule la capacité de la structure pour chaque valeur de  $\eta$  on la présente sous la forme :

$t_1 = \dots = 0.75 \quad \Leftrightarrow \dots = 2.40$

$$t_2 = \frac{M}{Hh} = \frac{M}{Hh} = 0.33 \quad \Leftrightarrow \frac{M}{Hh} = \frac{M}{Hh} = 2.42$$

$$t_3 = \frac{M}{Hh} = \frac{M}{Hh} = 0.25 \quad \Leftrightarrow \frac{M}{Hh} = \frac{M}{Hh} = 5.30$$

On remarque que la capacité portante de ce portique diminue de 2.40fois lorsque nous avons un rapport de  $\eta = 0.75$  et de 2.42 lorsque le rapport de  $\eta = 0.33$  et de 5.30 lorsque le rapport de  $\eta = 0.25$ .

Pour les valeurs de  $\eta$  et  $\beta = 1.5$  montrés sur les figures (3.56) (3.57) (3.58) on calcule la capacité de la structure pour chaque valeur de  $\eta$  on la présente sous la forme :

$$t_1 = \frac{M}{Hh} = \frac{M}{Hh} = 0.75 \quad \Leftrightarrow \frac{M}{Hh} = \frac{M}{Hh} = 2.52$$

$$t_2 = \frac{M}{Hh} = \frac{M}{Hh} = 0.33 \quad \Leftrightarrow \frac{M}{Hh} = \frac{M}{Hh} = 2.32$$

$$t_3 = \frac{M}{Hh} = \frac{M}{Hh} = 0.25 \quad \Leftrightarrow \frac{M}{Hh} = \frac{M}{Hh} = 5.85$$

On remarque que la capacité portante de ce portique diminue de 2.52 fois lorsque nous avons un rapport de  $\eta = 0.75$  et de 2.32 lorsque le rapport de  $\eta = 0.33$  et de 5.85 lorsque le rapport de  $\eta = 0.25$ .

Donc on peut dire que la capacité de résistance diminue en augmentant la valeur de  $\eta$ .

### 3.3 SOUS EFFETS DE CHARGE LATÉRALE FICTIVE (EFFET P- $\Delta$ )

#### 3.3.1 Introduction:

$$M = Hh + P\Delta = Hh + (H')h = (H + H')h$$

$H' = \frac{M}{h}$  est l'effort tranchant fictif ou équivalent.

On fait un calcul itératif, car la déflexion  $\Delta$  n'est pas connue d'avance. La procédure commence avec calcul 1<sup>er</sup> ordre, la déflexion obtenue est utilisée pour calculer l'effort tranchant fictif, celui-ci est appliqué avec les charges réelles puis le cadre est ré analysé avec 1<sup>er</sup> ordre. Le processus est répété jusqu'à ce que les moments obtenus dans deux analyses ne varient pas de façon significative.

3.3.2 Portique simple composé d'un seul niveau:

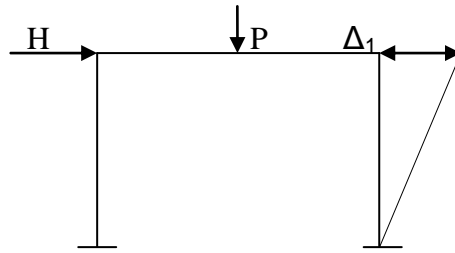


Figure 3.59 : effet P-Δ

On a  $\Delta_1 = - \frac{Ph}{2R}$ ,  $R = \frac{3EI}{h}$

Donc  $\Delta_1 = \frac{Ph^2}{6EI}$  (3.41)

Et  $H' = H + P\Delta_1/h = H + \frac{Ph^2}{6EI} \cdot \frac{P}{h} = H + \frac{P^2h}{6EI}$

$M_1 = H'h = Hh + P/2 \Delta_1 = Hh + \frac{P^2h^3}{12EI}$

donc  $M_1 = Hh [1 + \frac{Ph^2}{6EI}]$  (3.42)

$M_2 = H_1h + P/2 \Delta_2$  et  $\Delta_2 = \frac{Ph^2}{6EI}$

On a:  $H_1 = H + \frac{P^2h}{6EI} = Hh [1 + \frac{Ph^2}{6EI}]$

On obtient:  $\Delta_2 = \frac{Ph^2}{6EI} [1 + \frac{Ph^2}{6EI}]$  (3.43)

$M_2 = Hh [1 + \frac{Ph^2}{6EI}] + \frac{P^2h^3}{12EI} [1 + \frac{Ph^2}{6EI}]$

On obtient:  $M_2 = Hh [1 + \frac{Ph^2}{6EI}]^2$  (3.44)

$$M_3 = H_2h + P/2 \Delta_3 \quad \text{et} \quad \Delta_3 = \text{---}$$

On a:  $H_2 = H_1 + H_1' = H + \text{---} + \text{---}$

Donc:  $H_2 = H [1 + \text{---}] + \text{---} [1 + \text{---}]$

On obtient:  $H_2 = H [1 + \text{---}]^2$  (3.45)

$$\Delta_3 = \text{---} [1 + \text{---}]^2$$
 (3.46)

Donc:  $M_3 = Hh [1 + \text{---}]^2 + \text{---} [1 + \text{---}]^2$

On obtient:  $M_3 = Hh [1 + \text{---}]^3$  (3.47)

De la même façon on obtient:  $\Delta_4 = \text{---} [1 + \text{---}]^3$  (3.48)

$$M_4 = Hh [1 + \text{---}]^4$$
 (3.49)

$$\Delta_5 = \text{---} [1 + \text{---}]^4$$
 (3.50)

$$M_5 = Hh [1 + \text{---}]^5$$
 (3.51)

Jusqu'à:  $\Delta_n = \text{---} [1 + \text{---}]^{n-1}$  (3.52)

$$M_n = Hh [1 + \text{---}]^n$$
 (3.53)

On va choisir le moment  $M_4$  et le calculer à partir d'un exemple réel en choisissant le portique suivant :

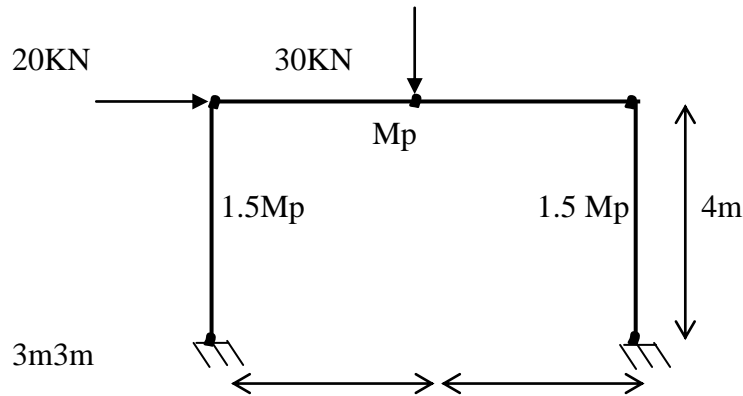


Figure 3.60 : Portique simple à un seul niveau

Soit le portique :

$$L=6m ; h=4m$$

$$P =30kN ; H=20kN ;$$

$$M_{pc}=1.5M_p ; M_{pb}=M_p$$

$$\beta = \frac{M_{pc}}{M_{pb}} = 1.5$$

$$\frac{1}{2} PL + H.h = 2 ( 2 + \beta ) M_p$$

$$\frac{1}{2} \times 30 \times 6 + 20 \times 4 = 2(2+1.5)M_p \Leftrightarrow M_p = 24.28 \text{ KN} \cdot \text{m}$$

$$M_p = Z_p / f_y \text{ pour une nuance d'acier S235}$$

$$Z_p = M_p / f_y = 2428 / 23.5 = 103.3 \text{ cm}^3$$

À partir du tableau des profilés on obtient un IPE A160 son inertie est :  $I = 54.42 \text{ cm}^4$ .

$$E = 210\,000 \text{ MPa}$$

$$\text{Donc: } M_4 = Hh [ 1 + \frac{h^2}{4L^2} ]^4 = Hh [ 1 + \frac{4^2}{4 \times 6^2} ]^4 = Hh \times 1.0035$$

On refait le calcul du mécanisme avec le nouveau moment on aura les résultats suivants :



- Mécanisme de poutre :

$$\text{---} = 8$$

- Mécanisme de poteau :

$$\text{---} \times 1.0035 = 4\beta \text{ si on prend } \beta = 1 \text{ on aura :}$$

$$\text{---} = 3.98$$

- Mécanisme de portique :

$$\text{---} + \text{---} (1.0035) = 2(2+\beta)$$

3.3.2.1 Construction du diagramme d'interaction :

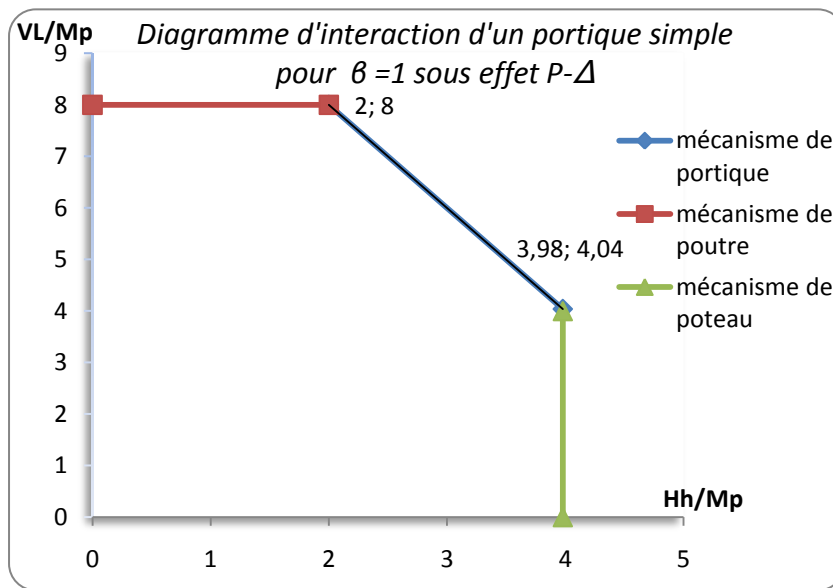


Figure 3.61

- **Remarque :**

On remarque que l'effet  $P-\Delta$  diminue la capacité portante de la structure avec une très faible valeur pour les portiques de faible hauteur, donc son influence est négligeable tant que le portique n'atteint pas une certaine hauteur.

3.3.3 Portique étagé composé de deux niveaux:

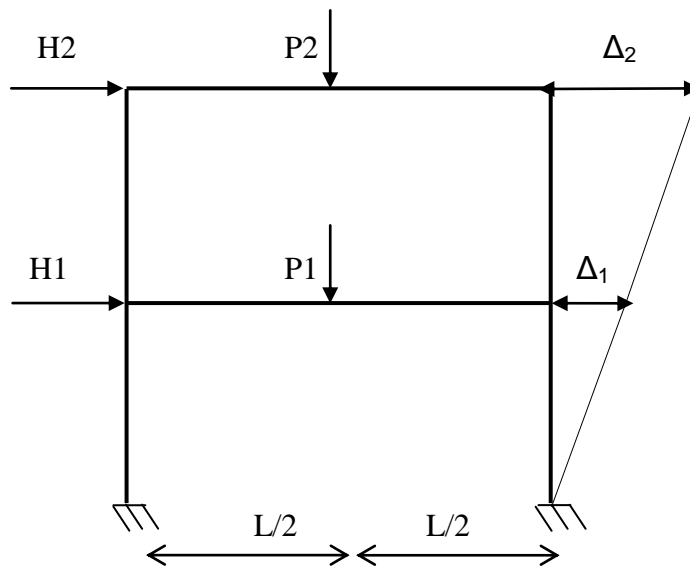


Figure 3.62 : Portique à un étage (deux niveaux)

3.3.3.1 Calcul du moment sous effet du second ordre:

$$H_{11} = H_1; \quad H_{21} = H_2$$

$$\begin{cases} H_{12} = H_1 + H_1' \\ H_{22} = H_2 + H_2' \end{cases}$$

On a

$$\begin{cases} \Delta_{11} = \Delta_1 = \frac{H_1 h_1}{EI} = \frac{H_1 h_1^3}{6EI} \\ \Delta_{21} = \Delta_2 = \frac{H_2 h_2}{EI} = \frac{H_2 h_2^3}{6EI} \end{cases} \quad (3.53)$$

$$\begin{cases} H_1' = \frac{P_1 h_1}{EI} = \frac{P_1 h_1^3}{6EI} \\ H_2' = \frac{P_2 h_2}{EI} = \frac{P_2 h_2^3}{6EI} \end{cases}$$

On suppose  $I_1 = I_2 = I$  ;  $h_1 = h_2 = h$

On aura donc

$$\begin{cases} H_1' = \frac{P_1 h^3}{6EI} \\ H_2' = \frac{P_2 h^3}{6EI} \end{cases}$$

Et

$$\left\{ \begin{array}{l} H_{12} = H_1 + H_1' = H_1 [1 - \dots] \\ H_{22} = H_2 + H_2' = H_2 [1 - \dots] \end{array} \right. \quad (3.55)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} H_{13} = H_{12} + H_{12}' \\ H_{23} = H_{22} + H_{22}' \end{array} \right. \quad (3.56)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} H_{12}' = \dots \\ H_{22}' = \dots \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} H_{12}' = \dots \\ H_{22}' = \dots \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} H_{13} = H_1 \dots \\ H_{23} = H_2 \dots \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} H_{13} = H_1 \dots \quad (3.57) \\ H_{23} = H_2 \dots \quad (3.58) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} H_{14} = H_{13} + H_{13}' \\ H_{24} = H_{23} + H_{23}' \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} H_{13}' = \dots \\ H_{23}' = \dots \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} H_{13}' = \dots \\ H_{23}' = \dots \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} H_{14} = H_1 \\ H_{24} = H_2 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} H_{14} = H_1 \end{array} \right. \quad (3.59)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} H_{24} = H_2 \end{array} \right. \quad (3.60)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} H_{15} = H_1 \end{array} \right. \quad (3.61)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} H_{25} = H_2 \end{array} \right. \quad (3.62)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} H_{1n} = H_1 \end{array} \right. \quad (3.63)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} H_{2n} = H_2 \end{array} \right. \quad (3.64)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{15} = H_{15} h + (H_{15} + H_{25}) \\ M_{25} = H_{25} h + H_{25} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{15} = H_1 h + [(1 - \dots)^4 H_1 + (1 - \dots)^4 H_2] \\ M_{25} = H_2 h + \dots H_2 \end{array} \right.$$

supposant :  $P_1 = P_2 = P$  et  $H_1 = H_2 = H$

Après un calcul itératif on obtient ce moment.

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{15} = (1 - \dots)^4 H h (1 + \dots) \end{array} \right. \quad (3.64)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{25} = (1 - \dots)^4 H h (1 + \dots) \end{array} \right. \quad (3.65)$$

**3.3.3.2 Différence entre le moment sans effet du second ordre et le moment avec effet du second ordre:**

On suppose que  $M$  : est le moment sans effet du second ordre.

$M''$  : est le moment sous effet du second ordre.

Tel que :  $M = Hh$

- Pour le portique d'un seul niveau :

$$M'' = \frac{P}{4} \frac{h^2}{l}$$

$$\frac{M''}{M} = \frac{P}{4} \frac{h^2}{l} \frac{1}{Hh} = \frac{Ph}{4Hl}$$

Supposant :  $P=30\text{KN}; h=4\text{m}; E=21000\text{ MPa}; I=54.42\text{cm}^4$

Remplaçant ces valeurs dans la relation :

$$\frac{M''}{M} = \frac{30 \times 4}{4 \times 21000 \times 54.42 \times 10^{-8}} = 0.9999652$$

- Pour le portique à deux niveaux :

On va prendre le maximum des moments :  $M'' = Hh (1 - \frac{Ph}{4Hl})^4 (1 + \frac{Ph}{4Hl})$

$$\frac{M''}{M} = \frac{Hh (1 - \frac{Ph}{4Hl})^4 (1 + \frac{Ph}{4Hl})}{Hh}$$

Supposant :  $P=30\text{KN}; h=4\text{m}; E=21000\text{ MPa}; I=54.42\text{cm}^4$

Remplaçant ces valeurs dans la relation :

$$\frac{M''}{M} = \frac{30 \times 4 (1 - \frac{30 \times 4}{4 \times 21000 \times 54.42 \times 10^{-8}})^4 (1 + \frac{30 \times 4}{4 \times 21000 \times 54.42 \times 10^{-8}})}{30 \times 4}$$

$$\frac{M''}{M} = 1.0000261$$

De cet exemple on remarque que la différence entre les deux moments est négligeable ; et il est remarquable qu'elle augmente avec le nombre des étages.

## Chapitre 04

# **COMPARAISON ENTRE LES DIAGRAMMES D'INTERACTION DU PORTIQUE SIMPLE ET DES PORTIQUES ETAGES**

## COMPARAISON ENTRE LES DIAGRAMMES D'INTERACTION D'UN PORTIQUE SIMPLE ET DES PORTIQUES ETAGES

### 4.1 CONSTRUCTION DES DIAGRAMMES D'INTERACTION DES QUATRES PORTIQUES

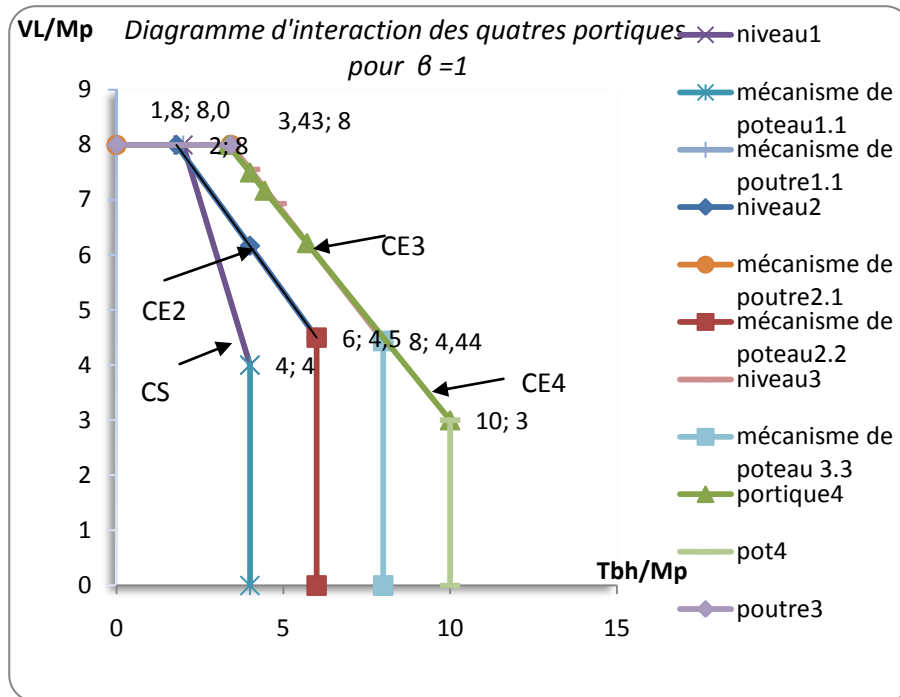


Figure 4.1

Tel que :

CS : cadre simple

CE2 : cadre étagé de deux niveaux

CE3 : cadre étagé de trois niveaux

CE4 : cadre étagé de quatre niveaux

### 4.2 CALCUL ET COMPARAISON DE LA CAPACITE PORTANTE DES DIFFERENTS PORTIQUES ETAGES

On calcule la capacité portante de structure pour chaque cadre qui est présentée par les surfaces limitées par le mécanisme des portiques on suppose :

C1 la capacité portante du cadre simple.

C2 la capacité portante du cadre étagé de deux niveaux.



C3 lacapacité portante ducadre étagé de trois niveaux

C4 lacapacité portante ducadre étagé de quatreniveaux

$$C1 = 28 , C2 = 40.65 , C3 = 55.86 , C4 = 63.57$$

On trouve que  $C1 < C2 < C3 < C4$  et que :

$$C1/C2 = 0.69 , C2/C3 = 0.73 , C3/C4 = 0.88$$

On remarque que chaque fois qu'on ajoute un étage la capacité portante se converge de plus en plus.

### **4.3 PASSAGE AU DIAGRAMME D'INTERACTION MULTI-ETAGE A PARTIR DU DIAGRAMME D'UN PORTIQUE SIMPLE**

On trouve la relation du diagramme d'interaction du cadre étagé de trois niveaux à partir du cadre étagé de deux niveaux, et la relation du diagramme d'interaction du cadre étagé de quatre niveaux à partir du cadre de trois niveaux :

CE3 :

Poteau :

$$X3 = 2X2$$

$$Y3 = Y2$$

Poutre :

$$X3 = 1.7 X2$$

$$Y3 = Y3$$

CE4 :

Poteau :

$$X4 = 2X3$$

$$Y4 = 1.48Y3$$

Poutre :

$$X4 = X3$$

$$Y4 = Y3$$

- A partir du diagramme d'interaction du cadre de quatre étages on peut construire le diagramme d'interaction du cadre de n étages.

CE<sub>n</sub> :

Poteau :

$$X_n = 2X_{n-1}$$

$$Y_n = 1.48Y_{n-1}$$

Poutre :

$$X_n = X_{n-1}$$

$$Y_n = Y_{n-1}$$

## Chapitre 05

# **CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS**

## CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS

### 5.1 INTRODUCTION

Le présent mémoire concerne en premier lieu la détermination des mécanismes de ruine et la construction des diagrammes d'interaction d'un portique simple en mettant en exergue les effets des paramètres admis pour être les plus influents en particulier le rapport entre les moments plastiques du poteau et de la poutre :  $\beta$ , l'effet des forces axiales en fonction de l'effort réduit  $\eta$  et l'effet du second ordre P- $\Delta$ .

### 5.2 INFLUENCE DU PARAMETRE $\beta$

#### 5.2.1 Portique simple

\* Après l'analyse du portique et la construction des diagrammes d'interaction on est arrivé à conclure que plus  $\beta$  augmente plus la capacité de résistance de portique augmente, c'est-à-dire la zone de sécurité est plus étendue ;

\* si  $\beta=1.2$  la capacité portante augmente de 1.16,

\*  $\beta =1.5$  elle augmente de 1.39,

Ce qui montre l'influence du paramètre  $\beta$ , on peut estimer l'augmentation de la capacité portante comme étant égale à  $0.95 * \beta$ .

#### 5.2.2 Portique étagé

##### 5.2.2.1 Deux niveaux

\* Après l'analyse du portique et la construction des diagrammes d'interaction on est arrivé à conclure que plus  $\beta$  augmente plus la capacité de résistance de portique augmente, c'est-à-dire la zone de sécurité est plus étendue ;

\* si  $\beta=1.2$  la capacité portante augmente de 1.28,

\* si  $\beta =1.5$  elle augmente de 1.79,

Ce qui montre l'influence du paramètre  $\beta$ , on peut estimer l'augmentation de la capacité portante comme étant égale à  $1.10 * \beta$ .

### 5.2.2.2 Trois niveaux

Après l'analyse du portique et la construction des diagrammes d'interaction on est arrivé à conclure que plus  $\beta$  augmente plus la capacité de résistance de portique augmente, c'est-à-dire la zone de sécurité est plus étendue ;

\* si  $\beta=1.2$  la capacité portante augmente de 1.34,

\* si  $\beta =1.5$  elle augmente de 1.73,

Ce qui montre l'influence du paramètre  $\beta$ , on peut estimer l'augmentation de la capacité portante comme étant égale à  $1.12 * \beta$ .

## 5.3 INFLUENCE DU PARAMETRE $\eta$

### 5.3.1 Portique simple

\* Après l'analyse du portique et la construction des diagrammes d'interaction on est arrivé à conclure que la capacité portante de portique simple augmente en diminuant la valeur de  $\eta$ ;

\* si  $\eta=0.75$  la capacité portante augmente de 1.95,

\* si  $\eta=0.33$  la capacité portante augmente de 1.39,

Ce qui montre l'influence du paramètre  $\eta$ , on peut estimer l'augmentation de la capacité portante comme étant égale à  $2.6 * \eta$

### 5.3.2 Portique étagé

#### 5.3.2.1 Deux niveaux

\* Après l'analyse du portique et la construction des diagrammes d'interaction on est arrivé à conclure que la capacité portante de portique de deux niveaux augmente en diminuant la valeur de  $\eta$ ;

\* si  $\eta=0.75$  la capacité portante augmente de 2.14,

\* si  $\eta=0.33$  la capacité portante augmente de 2.39,

Ce qui montre l'influence du paramètre  $\eta$ , on peut estimer l'augmentation de la capacité portante comme étant égale à  $2.85 * \eta$ .

### 5.3.2.2 Trois niveaux

\* Après l'analyse du portique et la construction des diagrammes d'interaction on est arrivé à conclure que la capacité portante de portique de deux niveaux augmente en diminuant la valeur de  $\eta$ ;

\* si  $\eta=0.75$  la capacité portante augmente de 1.97,

\* si  $\eta=0.33$  la capacité portante augmente de 1.45,

Ce qui montre l'influence du paramètre  $\eta$ , on peut estimer l'augmentation de la capacité portante comme étant égale à  $2.63*\eta$ .

On conclusion on peut admettre que les effets des charges axiales ont une grande influence sur les mécanismes de ruine des portiques soit simple ou étagé.

## 5.4 INFLUENCE DE L'EFFORT TRANCHANT DU A L'EFFET P-Δ

### 5.4.1 Portique simple

On peut dire que l'effet de l'effort tranchant dû à l'effet P-Δ sur le portique simple est presque négligeable.

### 5.4.2 Portique étagé

On peut dire que l'effort tranchant dû à l'effet P-Δ a un effet sur le portique étagé dès que ce dernier atteindra un certain nombre de niveau.

## 5.5 RECOMMANDATION

Il est recommandé d'utiliser les diagrammes d'interaction afin de déterminer le mode de ruine au préalable en gardant les valeurs de  $\beta$  et  $\eta$  comme indiqué sur l'euro code :

$\beta \geq 1.3$  et  $\eta < 0.5$  et c'est le bon choix pour avoir une capacité portante suffisante pour la structure.

# ANNEXE A

## **FLEXION PLASTIQUE PLANE**

## FLEXION PLASTIQUE PLANE

### A.1 GENERALITES

On va étudier la flexion plastique plane des poutres faites d'un matériau élastique parfaitement plastique. Les facteurs particuliers influençant le comportement des poutres fléchies, tels que l'effort normal et l'effort tranchant. On développe donc la théorie dans le cas où le moment de flexion est constant (flexion pure) et on l'applique provisoirement à tous les cas de flexion simple et flexion composée.

La loi de conservation des sections planes de Bernoulli reste d'application (loi cinématique) ; elle se traduit par la relation connue

$$\varepsilon = -\psi y$$

où, pour rappel la grecque  $\psi$  désigne la courbure  $1/r$  (fig.A-1). Ainsi, les dilatations des fibres restent distribuées linéairement sur la section droite.

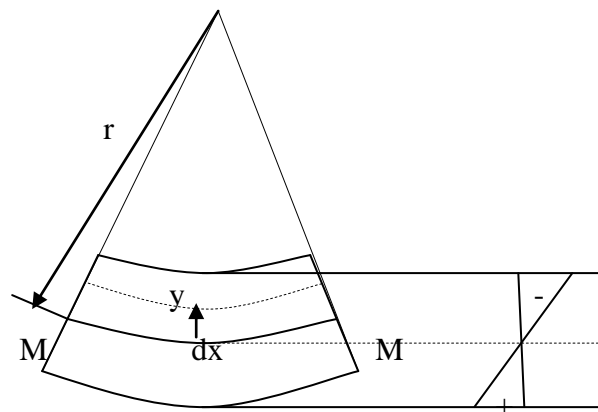


Figure A.1 : Cinématique en flexion pure

### A.2 SECTION DOUBLEMENT SYMETRIQUES

#### A.2.1 Moment et module plastiques

En théorie élastique, l'axe neutre passe par le centre géométrique situé à mi-hauteur de la section.

Le moment élastique maximal  $M_e$  est réalisé à l'instant où la contrainte dans les fibres extrêmes atteint la limite d'élasticité  $\sigma_e$  (fig.A.2)

$$M_e W \sigma_e = \sigma_e \quad (A.1)$$

La courbure correspondante est la courbure élastique maximale

$$\psi_e = \frac{\sigma_e}{E r} \quad (A.2)$$

Lorsqu'on dépasse le moment  $M_e$ , les fibres supérieures et inférieures de la poutre se plastifient ; au fur et à mesure que le moment augmente, les zones plastifiées se propagent vers l'axe de la pièce comme le montre la figure A.2. La condition d'équivalence de translation (effort normal nul) s'écrit :

et, vu la symétrie de la section droite, cette condition exige que l'axe neutre reste à mi-hauteur de section droite.

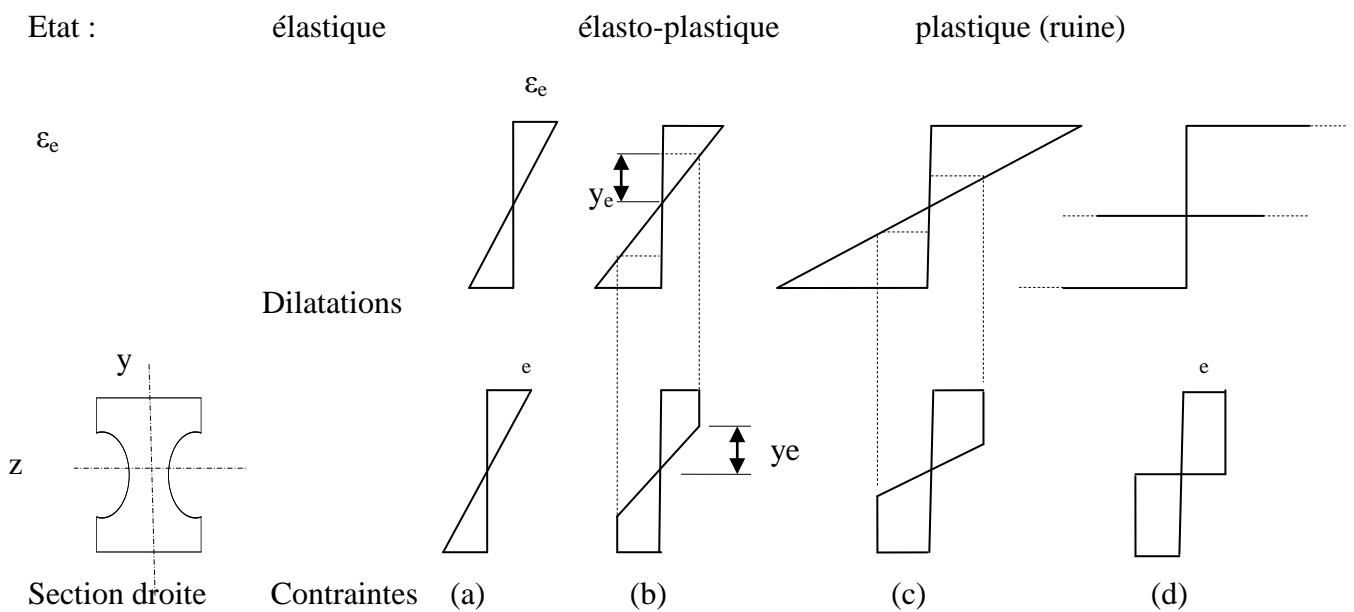


Figure A.2 : Plastification par flexion

Durant cet état élasto-plastique (fig.A.2b et A.2c), la hauteur de la partie centrale de la pièce, qui reste seule, diminue toujours davantage ; la distance  $y_e$  de l'interface élastique plastique à l'axe neutre est donnée par ,où  $\epsilon_e = \sigma_e / E$  est la dilatation élastique maximale.

$$y_e = - \frac{M}{\sigma_e S} \quad (A.3)$$

et décroît donc en raison inverse de la courbure  $\psi$  de l'axe.

Théoriquement, pour une courbure infinie,  $y_e = 0$  et on tend vers le diagramme bi rectangulaire des contraintes (figA.2d) ; la section droite est entièrement plastifiée et on atteint donc l'état plastique (ruine). Le moment fléchissant correspondant est le plus grand moment que peut supporter la poutre et s'appelle **moment plastique**  $M_{pl}$ . On a (principe d'équivalence)

$$M_{pl} = -$$



Où  $\sigma = -\sigma_e$  du côté des  $y > 0$  et  $\sigma = \sigma_e$  du côté des  $y < 0$  ; alors

$$M_{pl} = \sigma_e \int y dS = 2\sigma_e S_{demi} = 2S_{demi} \sigma_e = Z\sigma_e \quad (A.4)$$

Le moment plastique est proportionnel à une quantité géométrique, fonction de la forme de la section droite, appelée **module plastique** et égale à deux fois le moment statique de la demi section droite par rapport à l'axe neutre

$$Z = 2S_{demi} \quad ([cm^3] \text{ par exemple}) \quad (A.5)$$

**Application**

Pour une section rectangulaire (fig A.3), on a

- $W = bh^2/6$
- $S_{demi} = b(h/2)(h/4) = bh^2/8 \Rightarrow Z = bh^2/4$

D'où

- Moment élastique maximal

$$M_e = \frac{bh^2}{6} \sigma_e$$

- Moment plastique

$$M_{pl} = \frac{bh^2}{4} \sigma_e \quad (A.6)$$

Le gain de résistance dû à la plastification vaut

$$\frac{M_{pl}}{M_e} = \frac{1.5}{1} = 1.5 \quad (A.7)$$

Soit 50%.

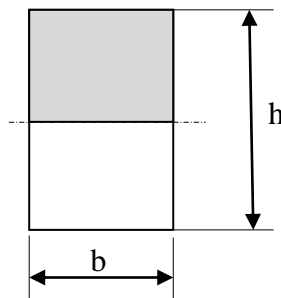


Figure A.3 : Section rectangulaire

ANNEXE B

**FLEXION PLASTIQUE COMPOSEE  
ET PLANE**

## FLEXION PLASTIQUE COMPOSÉE ET SIMPLE

### B.1 INTRODUCTION

Dans cette partie on va étudier en détail l'influence de l'effort normal et de l'effort tranchant sur la valeur du moment plastique.

### B.2 FLEXION COMPOSÉE

#### B.2.1 Section doublement symétrique

Lorsque, dans une section droite, l'effort normal  $N$  et le moment  $M$  augmentent proportionnellement, la distribution des contraintes évolue à l'image de la figure B.1. La plastification progressive de la

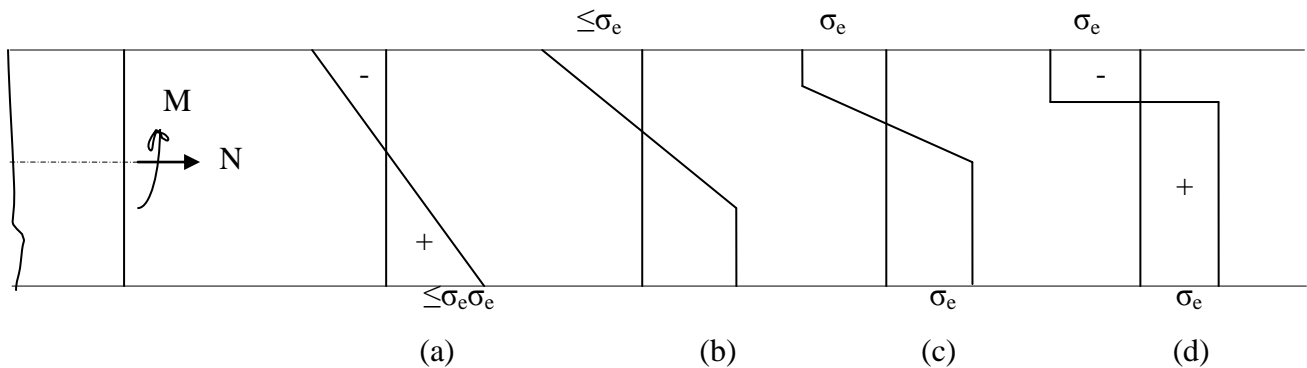


Figure B.1 : Evolution des contraintes en flexion composée : (a) état élastique ; (b) et (c) états élasto-plastique ; état plastique

Section est obtenue en faisant croître dilatation axiale et courbure ; finalement, le diagramme des contraintes tend vers la distribution bi rectangulaire non symétrique de la figure B.1(d) ; il y correspond un couple de valeurs ( $M, N$ ) du moment et de l'effort normal formant par leur ensemble **la sollicitation plastique** ou limite de la section.

On détermine aisément ces deux valeurs en décomposant le diagramme des contraintes en deux parties, l'une symétrique et l'autre anti métrique par rapport à l'axe de symétrie de la section, comme le montre la figure B.2

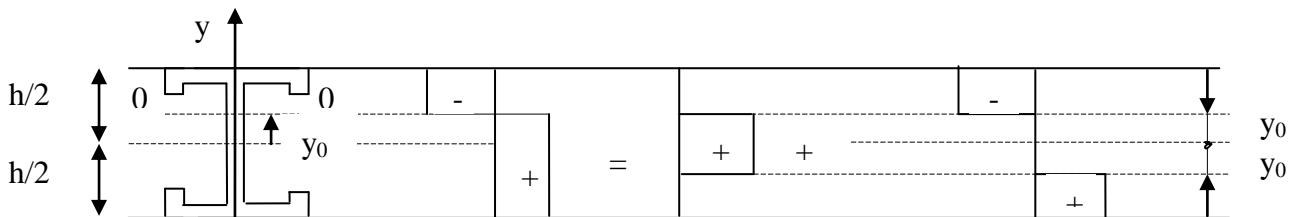


Figure B.2 : Décomposition des contraintes en flexion composée

La zone symétrique contribue à l'effort normal, mais non au moment, tandis que la zone anti métrique produit un moment sans effort normal. Par suite

$$N = A_0 \sigma_e \tag{B.1}$$

$$M = (Z - Z_0) \sigma_e \tag{B.2}$$

Où  $A_0$  est l'aire contribuant à la transmission de l'effort normal, c'est-à-dire l'aire de la portion centrale de la poutre de hauteur  $2y_0$  (où  $y_0$  est l'ordonnée de la ligne de contrainte nulle), et  $Z_0$  est le module plastique de cette même portion.

Divisant (B.1) par l'effort normal plastique et (B.2) par le moment plastique, on obtient

$$\frac{N}{N_{pl}} = \frac{A_0}{A} \tag{B.3}$$

$$\frac{M}{M_{pl}} = 1 - \frac{Z_0}{Z} \tag{B.4}$$

Connaissant  $N$ , on en déduit  $A_0$  par (B.1) ou (B.3) ; on calcul alors  $y_0$  et  $Z_0$ , d'où l'on tire  $M$  par (B.2) ou (B.4). Pour chaque forme de section droite, il existe une liaison entre les caractéristiques géométriques  $A_0$ ,  $y_0$  et  $Z_0$ , et donc aussi entre les grandeurs statiques  $M$  et  $N$ . On l'écrit

$$f\left(\frac{N}{N_{pl}}, \frac{M}{M_{pl}}\right) = 0 \tag{B.5}$$

elle s'appelle formule d'interaction.

Les relations précédentes montrent que, les sections doublement symétriques, la présence de l'effort normal est de réduire la capacité de la section à transmettre un moment ( $M \leq M_{pl}$ ). On appelle moment plastique réduit le moment correspondant, calculé par (B.5). Cette réduction reste faible et négligeable tant que  $N/N_{pl}$  est petit ( $N/N_{pl} \leq 0.15$  environ), parce que la portion  $A_0$  de la section équilibrant  $N$  étant centrée,  $Z_0$  reste très petit.

**Application : section rectangulaire**

On a (fig.B3a)

$$A_0 = 2y_0 b \quad Z_0 = y_0^2 b$$

D'où

$$\frac{N}{N_{pl}} = \frac{2y_0 b}{A} = 1 - \frac{Z_0}{Z}$$

Et par suite

$$\frac{M}{M_{pl}} = 1 - \left(\frac{N}{N_{pl}}\right)^2 \tag{B.6}$$

Dans un système d'axes ( $M / M_{pl}$ ,  $N / N_{pl}$ ), la formule d'interaction (B.6) est une parabole à axe horizontal (fig.B.3b). Selon la méthode de dimensionnement élastique, la formule écrite sous la forme

$$N/A + M/W = \sigma_e, \tag{B.7}$$

est représentée par la droite en trait interrompu de la figure ; la différence avec la parabole montre le gain dû à la plastification de la section droite.  $N/N_{pl}$

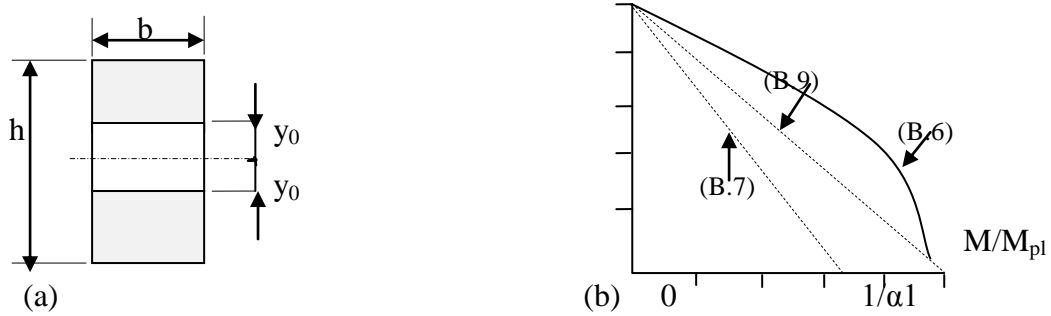


Figure B.3 : Section rectangulaire en flexion composée plane : (a) section ; (b) courbe d'interaction (trait plein)

**B.2.2 Autres sections**

On traiterait de manière analogue une section droite simplement symétrique (en T par exemple) ; les calculs correspondants sont fastidieux. De plus, selon les proportions géométriques et les valeurs de M et N, on peut aboutir tant à une réduction qu'à une augmentation du moment transmissible en présence de l'effort normal.

Tout effort normal N peut être repris par une distribution de contraintes

$$\sigma = \sigma_e$$

et tout moment de flexion M par

$$\sigma = \sigma_e$$

Par conséquent, la distribution cumulée

$$\sigma = \sigma_e + \sigma_e \tag{B.8}$$

équilibre toute sollicitation (M,N).Le respect de la loi constitutive exige alors  $\sigma \leq \sigma_e$ , c'est-à-dire

$$\sigma_e + \sigma_e \leq \sigma_e$$

On en déduit que toute sollicitation (M, N) qui respecte la condition

$$\sigma_e + \sigma_e \leq 1 \tag{B.9}$$

est forcément du côté de la sécurité. Cette relation, interprétée en loi d'interaction, représente la droite joignant les points (1,0) et (0,1) dans le diagramme d'interaction  $(M/M_{pl}, N/N_{pl})$ . Puisque cette droite est une borne inférieure, toute courbe d'interaction est nécessairement convexe (fig.B3b).

### B.3 FLEXION SIMPLE

#### B.3.1 Introduction

Il est tentant de rechercher, par analogie avec ce qui précède, une formule d'interaction du genre

$$f\left(\frac{M}{M_{pl}}, \frac{H}{H_{pl}}\right) = 0 \quad (\text{B.10})$$

permettant de déterminer l'influence de l'effort tranchant  $H$  sur la valeur du moment plastique. En fait, énoncé ainsi, le problème est incorrectement posé ; en effet, l'effort tranchant étant la dérivée du moment (au signe près), les variables  $M$  et  $H$  ne sont pas indépendantes. Il n'existe donc aucune formule d'interaction unique ; chaque problème particulier (conditions d'appui, chargement, section) a sa solution propre. Une console section rectangulaire uniformément chargée aura une autre solution que la même console soumise à une force concentrée.

Jusqu'à présent, aucune solution théorique exacte n'a été trouvée en flexion simple plastique, l'effet de l'effort tranchant est généralement faible, et l'on peut se contenter d'utiliser des solutions donnant des bornes inférieures approximatives.

Ces solutions approximatives ne satisfont le plus souvent que

- La loi constitutive, et
- Le principe d'équivalence.

Dans la seule section droite où agissent simultanément  $M$  et  $H$ . Au reste, l'équilibre est violé, de sorte que ces solutions ne présentent ni une borne inférieure, ni une borne supérieure. On vérifie néanmoins qu'elles sont voisines des solutions statiques plus rigoureuses d'une part, et concordantes avec l'expérience d'autre part.

puisque l'état de contrainte est bidimensionnel  $(\sigma, \tau)$ , respecter la loi constitutive revient à satisfaire au critère de Von Mises.

$$\sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = \sigma_e$$

Selon lequel la limite d'élasticité en cisaillement pur  $\tau_e$  est donnée par

$$\tau_e = \frac{\sigma_e}{\sqrt{3}}$$

En pratique, l'effet de l'effort tranchant dans les sections massives est totalement négligeable ; seule la section en I mérite quelque attention.

**B.3.2 SECTION EN I**

On choisit un diagramme de contraintes tangentielles  $\tau_w$  uniforme sur la hauteur  $h_w$  de l'âme, et une répartition des contraintes normales d'allure bi rectangulaire, mais avec une contrainte réduite dans l'âme (fig.B.4). On va en déduire une relation d'interaction de la forme (B.10), bien que ces contraintes ne correspondent pas, rappelons le, à un vrai champ de contrainte licite.

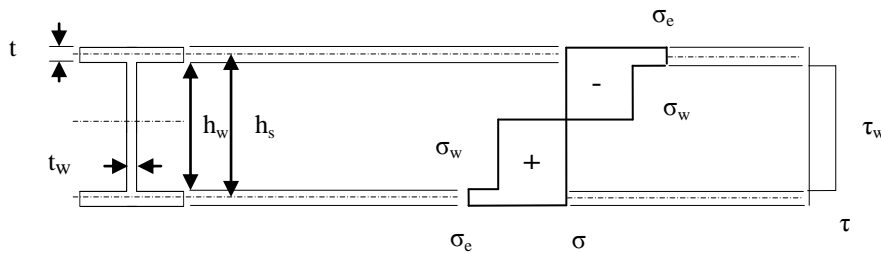


Figure B.4 : Contraintes  $\sigma$  et  $\tau$  en flexion simple.

On définit

$$M_s = Z_s \sigma_e \quad \text{avec} \quad Z_s = b t h_s \quad (B.11)$$

$$M_w = Z_w \sigma_w \quad \text{avec} \quad Z_w = \frac{t_w h_w^2}{2} \quad (B.12)$$

$$H_{pl} = A_w \tau_e = t_w h_w \tau_e \quad \text{avec} \quad A_w = t_w h_w \quad (B.13)$$

Où  $M_s$  est le moment plastique des semelles seules,  $M_w$  celui de l'âme seule (avec  $M_{pl} = M_s + M_w$ ) et  $H_{pl}$  l'effort tranchant plastique. De la répartition des  $\sigma$  (fig B.4), on déduit

$$M = M_s + M'_w = M_s + \frac{1}{2} M_w = M_{pl} - \left(1 - \frac{1}{2}\right) M_w \quad (B.14)$$

Où la part du moment transmise par l'âme vaut  $M'_w = Z_w \sigma_w$  et peut s'écrire

$$M'_w = Z_w \sigma_w = \frac{1}{2} M_w$$

Du diagramme des  $\tau$  (fig B.4), on tire  $H = A_w \tau_w$ , d'où

$$\tau_w = \frac{H}{A_w} = \frac{H_{pl}}{A_w} = \tau_e$$

De Von Mises,  $\sigma_w + 3\tau_w^2 = \sigma_e^2$ , on obtient aisément, avec la valeur précédente de  $\tau_w$ ,

$$\sigma_w = \sigma_e \sqrt{1 - \frac{3}{4} \left( \frac{M_w}{M_{pl}} \right)^2}$$

La relation d'interaction cherchée (ou, rappelons-le,  $M_w$  est le moment plastique de l'âme) s'obtient en introduisant la valeur précédente de  $\sigma_w$  dans (B.14)

$$M = M_{pl} \left( 1 - \frac{3}{4} \left( \frac{M_w}{M_{pl}} \right)^2 \right) \quad (B.15)$$

On voit que, si  $H = 0$ ,  $M = M_{pl}$ , et si  $H = H_{pl}$ ,  $M = M_{pl} - M_w = M_s$ ; donc, au pire, le moment plastique est amputé de la contribution de l'âme, ce qui est toujours assez faible. Par exemple, pour un profilé HEB 400,  $M_w = 0.16 M_{pl}$ , si  $H = 0.5 H_{pl}$ , alors  $M = 0.98 M_{pl}$ ; si  $H = 0.8 H_{pl}$ , alors  $M = 0.93 M_{pl}$ . En bref,

- *L'effort tranchant ne doit pas dépasser la valeur*

$$H_{pl} = A_w \sigma_e \quad (B.16)$$

*Sinon l'âme se déforme par cisaillement pur plastique avant que les rotules plastiques de flexion ne se développent ;*

- *La réduction du moment est négligeable tant que  $H/H_{pl}$  est petit ( $\leq 0.5$ ) et ne devient sensible que l'effort tranchant atteint la valeur plastique (B.16).*

Des essais sur profilés laminés en acier, formant poutres simples et continues, ont été faits pour vérifier les prédictions théoriques ci-dessus. Ils montrent tous que l'effet de l'effort tranchant est négligeable tant qu'on n'atteint pas la valeur plastique  $H_{pl}$  (B.16)

En conclusion,

- *Dans les poutres âme semelles, effort tranchant n'a pratiquement pas d'influence sur le moment plastique tant qu'il satisfait à*

$$H < H_{pl} = 0.577 A_w \sigma_e \quad (B.17)$$

- *On calcule la charge limite de la structure sans se préoccuper de l'effet de l'effort tranchant, et on vérifie après coup que l'inégalité (B.17) est bien remplie partout.*



**Remarque**

Certaines normes vont même jusqu'à admettre, pour l'effort tranchant plastique, la formule

$$H_{pl} = 0.6 A_w \sigma_e \quad (B.18)$$

plus favorable que (B.15), simplement parce que l'âme, plus mince que les semelles, a toujours une limite d'élasticité réelle supérieure à celle des semelles et à celle utilisée pour le calcul.

**B.4 ACTION SIMULTANEE DU MOMENT DE FLEXION, DE L'EFFORT NORMAL ET DE L'EFFORT TRANCHANT**

Ici également, l'influence de l'effort tranchant est négligeable tant que  $H$  n'atteint pas  $H_{pl}$  (B.15).

Il faut donc, avant tout, se préoccuper de l'effet de  $N$  sur  $M$ .

**B.5 ANALYSE LIMITE EN PRESENCE DE L'EFFORT NORMAL ET DE L'EFFORT TRANCHANT**

Les effets de  $N$  et surtout  $H$  sont généralement faibles sur le calcul de la charge limite. On calcule donc, d'abord cette dernière en les ignorant. Connaissant les valeurs de  $N$  et  $H$  aux rotules, on peut alors en déduire les valeurs des moments plastiques réduits, puis la nouvelle charge limite. On peut en tirer les nouvelles valeurs de  $N$  et  $H$ , et répéter le calcul, mais les corrections sont ordinairement négligeables.

Si  $N$  est grand, il est avantageux d'estimer les réductions dès le départ. Si en plus  $N$  est une compression, les effets d'instabilité deviennent prépondérants et diminuent beaucoup plus les charges limites que les formules d'interaction précédentes.

# ANNEXE C

## **APPLICATIONS NUMERIQUES**

C. Validation du mécanisme de portique simple:

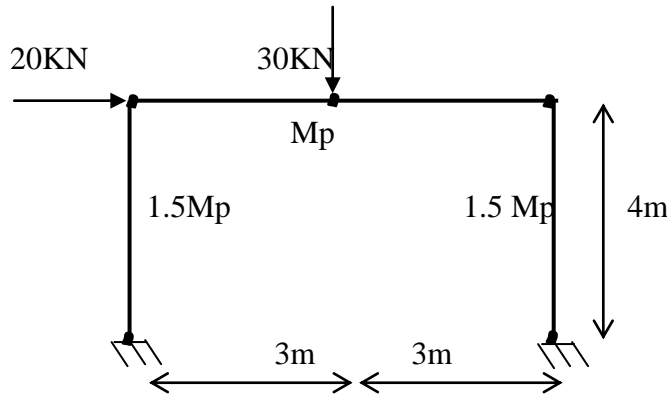


Figure C.1 : Portique simple à un seul niveau

Soit le portique :

$L=6m ; h=4m$

$V=30kN ; H=20kN ;$

$M_{pc}=1.5M_p ; M_{pb}=M_p$

$\beta = \frac{H \cdot h}{V \cdot L} = 1.5$

$\frac{1}{2} V L + H \cdot h = 2 ( 2 + \beta ) M_p$

$\frac{1}{2} \times 30 \times 6 + 20 \times 4 = 2(2+1.5)M_p \Leftrightarrow M_p=24.28 \text{ kN} \cdot m$

$k = \frac{H \cdot h}{M_p} = 7.41$

$k' = \frac{V \cdot L}{M_p} = 3.29$

D’après le diagramme figure (C.1),les valeurs des coordonnées (k,k’) vérifient l’équilibre de la structure , et assurent la sécurité de portique,

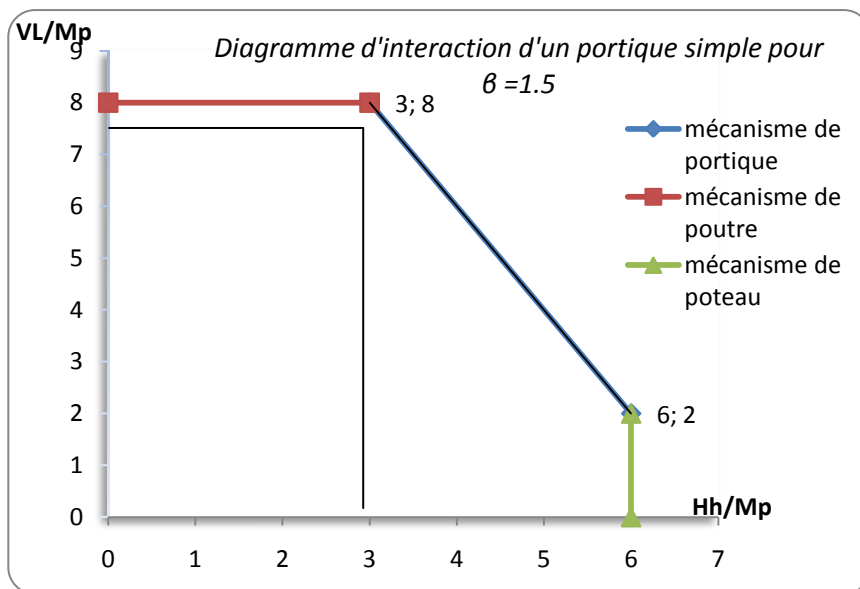


Figure C.2

## **REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES**

- [1] Plastic analysis and design of steel structure .M.Bill Wong
- [2] Plasticité appliquée au calcul des structures (1976) .JEAN COURBON .
- [3] Ms .Ling Zhu for the civil 510 (2003).
- [4] Case studies using elastic and plastic analysis .
- [5] Eurocode8
- [6] Eurocode 3
- [7] ” Comportement de structures en portiques après la rupture d’un poteau de base”Thèse de magister .Université de Constantine
- [8] Analyse des structures et milieux continus:mécanique des structures .FRANÇOIS FREY .  
Volume 2
- [9] stability design of steel frames.W.F.Chen E.M.Lui