

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



Université El Hadj Lakhdar Batna  
Faculté des sciences de l'ingénieur  
Département de génie civil



## **MÉMOIRE**

*Présenté pour obtenir le diplôme de*  
Magistère en Génie Civil

**OPTION : Géotechnique**

*Présenté par :*

**HELIS RIMA**

**ANALYSE NUMERIQUE DE LA CAPACITE PORTANTE  
D'UNE FONDATION FILANTE IMPLANTEE SUR UN  
BICOUCHE GRANULEUX**

**Sous la direction du Pr K. ABBECHE**

*Soutenu le : 17/06/2012*

*Devant le jury composé de :*

<b>Dr T. KARECHE</b>	<b>M.C (classe A)</b>	<b>président</b>	<b>Université de Batna</b>
<b>Pr. K. ABBECHE</b>	<b>Professeur</b>	<b>Rapporteur</b>	<b>Université de Batna</b>
<b>Dr M. BAHADI</b>	<b>M.C (classe A)</b>	<b>Examineur</b>	<b>Université de Batna</b>
<b>Dr S. MESSAST</b>	<b>M.C (classe A)</b>	<b>Examineur</b>	<b>Université de Skikda</b>

---

## *DEDICACES*

---

*En signe de respect et de reconnaissance,*

*Je dédie ce modeste travail à ceux qui sont toujours présents dans mon*

*Coeur,*

*Mes chers parents pour leur patience et leurs sacrifices,*

*A mon frère, mes deux soeurs et ma grande famille ;*

*Mes amis (es)*

*Mes collègues de promotion ; et à tous personnes ayant contribué à ce*

*Travail de près ou de loin.*

---

---

## **REMERCIEMENTS**

---

*Je remercie en premier Dieu pour tout.*

*Je remercie en second mes parents qui ont sacrifié leur vie pour notre bien*

*En fin, mes sincères reconnaissances et gratitude*

*à tous mes enseignants et en particulier*

*Le directeur de ce mémoire :*

*Mr : Kh.ABBECHE Professeur à l'Université de Batna.*

*Je remercie également le président et les membres de jury d'avoir accepter*

*d'examiner mon travail.*

---

## Résumé

Ce mémoire présente une étude numérique au moyen d'analyse en éléments finis sur la capacité portante d'une fondation filante reposant sur deux couches granulaires. Les calculs ont été effectués en utilisant le code éléments finis Plaxis. Le sol est représenté par le modèle non linéaire de sol avec écrouissage (Hardening Soil Model) qui est un modèle contrainte – déformation elasto-plastique et hyperbolique, cette étude consiste en la variation de la largeur  $B$  de la semelle, l'épaisseur de la première couche d'une part ainsi que la variation des caractéristiques mécaniques des deux couches.

Les résultats obtenus montrent clairement que la capacité portante d'une semelle filante dépend des caractéristiques mécaniques (l'angle de frottement interne  $\phi$ ) des deux couches d'une part et de la largeur de la semelle d'autre part, après interprétation des résultats obtenus avec ceux de la littérature on déclare que ces derniers se convergent énormément avec ceux de la présente étude.

**Mots clés :** Capacité portante, analyse par éléments finis, fondation filante, Hardening Soil Model, couches granulaires, Plaxis.

## Abstract

This report presents a numerical study by means of finite element analyses on the bearing capacity of strip foundations supported by two granular layers.

Calculations were carried out by using finite element code Plaxis. The soil is represented by non-linear model (hardening soil model) which is a model stress-strain elasto-plastic and hyperbolic, this study is the change of the width  $B$  of the strip, the thickness of the first layer on the one hand and the variation of mechanical properties of the two layers. The results obtained clearly show that the bearing capacity of strip footing depends on the mechanical properties (internal friction angle  $\phi$ ) of the two layers on one hand and the width of the strip on the other hand, after interpreting of results those obtained with the literature it is stated that these latter converge with those obtained from the present study.

**Key words:** bearing capacity, finite element analysis, strip footing, hardening soil model, granular layers, plaxis.

## م ا ل ف ص

هذه المذكرة تقدم دراسة باستعمال طريقة العناصر المنتهية حول قوة التحمل القصوى للقواعد الموضوعة على طبقتين من التربة الرملية ، العمليات الحسابية تمت باستعمال برنامج العناصر المنتهية بلاكسيس. بحيث يتم تمثيل التربة بنموذج غير خطي مع تصلب التربة (نموذج التربة المتصلبة)، وهو نموذج الإجهاد و التشوه من النوع المرن البلاستيكي و القطعي. هذه الدراسة تعتمد على تغيير في عرض القاعدة، و سمك الطبقة الأولى من الرمل، ومن جهة أخرى تغيير في الخصائص الميكانيكية لطبقتي الرمل. النتائج المتحصل عليها تبين بوضوح أن قوة التحمل القصوى للقواعد تتعلق بالخصائص الميكانيكية (زاوية الاحتكاك الداخلي للتربة) لطبقتي الرمل من جهة و عرض القاعدة من جهة أخرى . فبعد تحليل النتائج المتحصل عليها و مقارنة مع دراسات العلماء يتضح أن هذه الأخيرة تتقارب بانسجام مع هذه الدراسة.

### الكلمات المفتاحية

قوة التحمل القصوى ، التحليل بالعناصر المنتهية ، القواعد ، الطبقة الرملية ، بلاكسيس

# SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE.....	1
----------------------------	---

## Chapitre I :

### APERÇU BIBLIOGRAPHIQUE SUR LE COMPORTEMENT DES FONDATIONS SUPERFICIELLES

I.1. Les fondations .....	4
I.1.1 Introduction .....	4
I.1.2 Fondations superficielles .....	5
I.1.3 Principaux types de fondations superficielles.....	5
I.2 Fonctionnement des fondations superficielles .....	7
I.2.1 Comportement d'une semelle chargée .....	7
I.2.2 Mode de rupture d'une fondation superficielle.....	8
I.3 Philosophies de conception des fondations .....	13
I.3.1 Méthode de contrainte admissible (utilisation de facteur de sécurité).....	13
I.3.2 Méthode d'état limite (utilisation du facteur partiel de sécurité).....	13
I.4 Conclusion .....	15

## Chapitre II :

### METHODES DE CALCUL DE LA CAPACITE PORTANTE

II. 1 Introduction .....	17
II.2 Problème équivalent .....	17
II.3 Définition de la capacité portante .....	18
II.4 Méthodes de calcul de la capacité portante pour le cas d'un chargement vertical.....	18
II.4.1 Théorie de Rankine : (les coins de Rankine) .....	19
II.4.2 Théorie de Prandtl (1920) .....	21

II.4.3 Théorie de Terzaghi (1943) .....	23
II.4.4 Détermination de la charge limite selon Caquot et J. Kérisel .....	28
II.4.4.1 Formule générale.....	28
II.4.4.2 Détermination des coefficients $N_\gamma$ , $N_q$ , $N_c$ , selon A. Caquot et J. Kérisel .....	30
II.5 Méthodes de calcul de la capacité portante pour des cas particuliers .....	33
II.5 .1 fondations supportées par une couche de sol au dessus d'une base rigide.....	33
II-5-2 fondation sur une couche de sol raide surmontant un sol mou.....	39
II-5-3 capacité portante d'une couche de sable dense sur argile molle saturé.....	43
II-5-4 Fondation sur la surface d'un talus .....	46
II-5-5 Fondation au sommet d'un talus .....	48
II.6 Critiques générales des méthodes classiques .....	50
II.7 Méthodes numériques .....	52
II.7.1 Modélisation des fondations superficielles (P. Mesta & M. Prat) .....	52
II.7.1.1 Modélisation du sol et de la fondation sans les structures.....	53
II.7.1.1.1 Cas d'une Fondation à la géométrie complexe .....	54
II.7.1.1.2 Cas d'une fondation rigide.....	54
II.7.1.1.3 Cas d'une fondation souple .....	54
II.7.1.2 Modélisation du sol, de la fondation, et des structures.....	55
II.7.2 Influence de l'état initial des contraintes .....	56
II.7.3 Conseils pour la réalisation des maillages de fondation superficielle.....	56
II.7.4 Comportement des sols et modélisation des fondations superficielles .....	57
II.8 Solutions numériques existantes .....	58
II.8.1 Griffiths (1982) .....	58
II.8.2 Borst et Vermeer (1984) .....	58
II.8.3 Manoharan et Dasgupta (1995) .....	59
II.8.4 Frydman et Burd (1997) .....	59
II.8.5 Hans.L.Erickson et Andrew Drescher (2001) .....	59

II.8.6 R. S. Merifield, S. W. Sloan et H. S. Yu (1998) .....	61
II.8.7 J.S. Shiau, A.V. Lyamin, et S.W. Sloan (2003) .....	61
II.9 Conclusion .....	62

### Chapitre III :

#### Aperçu sur l’outil numérique utilisé

III.1 Introduction.....	64
III.2 Bref aperçu sur la méthode des éléments finis .....	64
III.2.1 Bref historique .....	64
III.2.2 Concepts de base .....	65
III.2.3 Calculs par la MEF .....	65
III.3 Présentation de PLAXIS .....	67
III.3.1 Le code éléments finis PLAXIS .....	67
III.3.2 Options par défaut et solutions approchées .....	67
III.4 Les modèles de comportements utilisés dans PLAXIS .....	69
III.4.1 Introduction .....	69
III.4.2 Contraintes totales, effectives et pressions interstitielles .....	71
III.4.3 Comportement élastoplastique .....	71
III.4.4 Modèle élastique linéaire .....	73
III.4.5 Modèle de Mohr-Coulomb .....	74
III.4.6 Modèle de sol avec écrouissage (Hardening Soil Model) .....	77
III.4.7 Modèle pour sols mous (Soft Soil Model) .....	82
III.4.8 Modèle pour sols « mous » avec effet du temps (Soft Soil Creep Model) .....	86
III.4.9 Conclusion .....	90

## **Chapitre IV :**

### **ANALYSE ET DISCUSSION DES RESULTATS OBTENUS**

<b>IV.1 Introduction .....</b>	<b>92</b>
<b>IV.2 procédure de la simulation numérique.....</b>	<b>92</b>
<b>IV.2. 1 Coupe géotechnique et géométrie de l'ouvrage :.....</b>	<b>92</b>
<b>IV.2. 2 Caractéristiques géotechniques des matériaux.....</b>	<b>93</b>
<b>IV.2.3 Maillage et conditions aux limites .....</b>	<b>95</b>
<b>IV.3 programme d'essais .....</b>	<b>96</b>
<b>IV.4 Résultats et interprétations :.....</b>	<b>97</b>
<b>IV.4 .1 L'effet de l'épaisseur de la première couche du sable (<math>h_1</math>).....</b>	<b>107</b>
<b>IV.4 .2 L'effet de la largeur du la semelle:.....</b>	<b>113</b>
<b>CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS.....</b>	<b>116</b>
<b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....</b>	<b>118</b>

# LISTE DES FIGURES

## CHAPITRE I

I.1	Types de fondations .....	4
I.2	Fondation superficielle .....	5
I.3	Fondation filante .....	6
I.4	Fondation isolée .....	6
I.5	Fondation de type radier .....	7
I.6	Chargement d'une semelle superficielle. ....	7
I.7	Rupture par cisaillement généralisé .....	9
I.8	Rupture par cisaillement localisé .....	10
I.9	Rupture par poinçonnement .....	11
I.10	Nature de rupture dans un sable en fonction de la densité relative $D_r$ et $D_f/R$ .....	13

## CHAPITRE II

II.1	Problème équivalent .....	17
II.2	Schématisation de l'évolution des déplacements verticaux sous une fondation superficielle en fonction de l'augmentation de la charge (d'après R. Frank).....	18
II.3	Semelle reposant sur un sol ( $c, \varphi$ ) .....	19
II.4	Les coins de Rankine .....	20
II.5	Mécanisme de rupture d'une fondation de base lisse (Prandtl (1920)).....	22
II.6	La surface de rupture dans le sol à charge ultime qui a supposé par Terzaghi .....	24
II.7	<i>Les forces passives agissant sur la face bc du triangle abc.....</i>	25
II.8	<i>Surface de rupture modifiée dans sol supportant une fondation superficielle à.....</i> <i>chargement ultime</i>	28
II.9	Décomposition de la charge limite.....	29
II.10	Détermination du terme de surface.(Philipponat G. Hubert B) .....	31
II.11	Détermination du terme de profondeur.....	31
II.13	<i>Surface de rupture sous une fondation continue rigide.....</i>	34
II.14	Variation de $D/B$ avec l'angle de frottement du sol pour ( $N_c$ et $N_q$ ).....	35
II.15	<i>Variation de <math>D/B</math> avec l'angle de frottement (pour <math>N_\gamma</math>).....</i>	35
II.16	Facteur de la capacité portante de Mandel et Salencon $N^*_c$ [eq (2-43)].....	36

<b>II.17</b>	Facteur de la capacité portante de Mandel et Salencon $N^*_q$ [eq (2-43)] .....	<b>36</b>
<b>II.18</b>	Facteur de la capacité portante de Mandel et Salencon $N^*_\gamma$ [eq (2-43)].....	<b>37</b>
<b>II.19</b>	Variation de $m_1$ (valeurs de Meyerhof) pour l'utilisation dans l'équation du facteur de forme modifié [eq (2-45)] .....	<b>38</b>
<b>II-20</b>	Variation de $m_2$ (valeurs de Meyerhof) pour l'utilisation dans l'équation du facteur de forme modifié [eq (2-46)] .....	<b>38</b>
<b>II-21</b>	Comparaison entre les valeurs expérimentales et théoriques de $N^*_\gamma$ .....	<b>39</b>
	( $\Phi=43^\circ$ , $c=0$ ).	
<b>II-22</b>	Fondation filante rigide sur une couche de sol dense surmontant argile molle .....	<b>39</b>
<b>II-23</b>	La théorie de variation de $K_s$ avec $\Phi_1$ et $q_2/q_1$ de Meyerhof et Hanna .....	<b>41</b>
<b>II-24</b>	Fondation filante rigide sur bi-couche de sol ( $H/B$ est relativement petite) .....	<b>41</b>
<b>II-25</b>	la surface de rupture sous une fondation filante supportée par une couche du sol granulaire dense surmontant une argile molle .....	<b>43</b>
<b>II-26</b>	Analyse de variation de $\delta/\Phi_1$ avec $q_2/q_1$ et $\Phi_1$ de Meyerhof et Hanna .....	<b>44</b>
	(pour sable dense sur argile molle)	
<b>II-27</b>	Analyse du coefficient de cisaillement local du sable dense sur argile molle de Meyerhof et Hanna a) $\Phi_1 = 50^\circ$ , b) $\Phi_1 = 45^\circ$ , c) $\Phi_1 = 40^\circ$ .....	<b>45</b>
<b>II.28</b>	Nature de la zone plastique sous une fondation filante Rugueuse située sur une pente .....	<b>46</b>
<b>II.29</b>	Variation du facteur de la capacité portante de Meyerhof $N_{cq}$ pour Un sol purement cohérent (fondation sur une pente).....	<b>47</b>
<b>II.30</b>	Variation du facteur de la capacité portante de Meyerhof $N_{\gamma q}$ pour le sol grenu, (fondation sur une pente).....	<b>48</b>
<b>II.31</b>	Fondation filante au sommet d'un talus .....	<b>48</b>
<b>II.32</b>	Variation du facteur de la capacité portante de Meyerhof $N_{cq}$ pour un sol purement cohérent (fondation sur une pente).....	<b>49</b>
<b>II.33</b>	Facteur de la capacité portante de Meyerhof $N_{\gamma q}$ , pour le sol grenu, (fondation sur une pente) .....	<b>50</b>
<b>II.34</b>	Schéma de Gorbunov(J. Costet. & G. Sanglerat 1983).....	<b>51</b>
<b>II.35</b>	Dimensions conseillées pour le maillage d'une fondation superficielle.....	<b>57</b>

### CHAPITRE III

<b>III.1</b>	Modèle monodimensionnel du comportement élastoplastique ... ..	<b>72</b>
<b>III.2</b>	Représentation du comportement élastique parfaitement plastique. ....	<b>72</b>

<b>III.3</b>	Représentation du comportement élastoplastique avec écrouissage. ....	<b>72</b>
<b>III.4</b>	Fenêtre des paramètres du modèle élastique linéaire .....	<b>73</b>
<b>III.5</b>	Fenêtre des paramètres avancés du modèle élastique linéaire .....	<b>74</b>
<b>III.6</b>	Surface de rupture de Mohr-Coulomb dans l'espace des contraintes .....	<b>75</b>
	principales sans cohésion	
<b>III.7</b>	Essai de compression triaxiale avec le modèle de Mohr-coulomb.....	<b>76</b>
<b>III.8</b>	Fenêtre des paramètres du Hardening Soil Model. ....	<b>78</b>
<b>III.9</b>	Fenêtre des paramètres avancés du Hardening Soil Model. ....	<b>79</b>
<b>III.10</b>	Représentation du HSM dans le repère contrainte-déformation ...	<b>80</b>
<b>III.11</b>	Définition du module oedométrique tangent .....	<b>81</b>
<b>III.12</b>	Définition de l'angle de dilatance. ....	<b>81</b>
<b>III.13</b>	Forme des surfaces de charge du HSM. ....	<b>82</b>
<b>III.14</b>	Surface de rupture pour le HSM cas d'un sol non cohérent. ....	<b>82</b>
<b>III.15</b>	Différentes représentations lors d'un essai oedométrique. ....	<b>84</b>
<b>III.16</b>	Fenêtre des paramètres du SSM .....	<b>86</b>
<b>III.17</b>	Fenêtre des paramètres avancés du SSM. ....	<b>86</b>
<b>III.18</b>	Effet du temps sur les essais oedométriques. ....	<b>87</b>
<b>III.19</b>	Diagramme des cercles $p^{eq}$ dans le plan p-q. ....	<b>87</b>
<b>III.20</b>	Fenêtre des paramètres du SSCM. ....	<b>89</b>
<b>III.21</b>	Fenêtre des paramètres avancés du SSCM. ....	<b>89</b>

## CHAPITRE IV

<b>IV.1</b>	Présentation du cas étudié .....	<b>92</b>
<b>IV.2</b>	Présentation du model étudié ....	<b>94</b>
<b>IV.3</b>	Position des noeuds et des points de contrainte dans les éléments de sol.....	<b>95</b>
<b>IV.4</b>	Génération du maillage .....	<b>96</b>
<b>IV.5</b>	Maillage déformé.....	<b>97</b>
<b>IV.6</b>	Déplacements totaux.....	<b>97</b>
<b>IV.7</b>	Déplacements horizontaux.....	<b>98</b>
<b>IV.8</b>	Déplacements verticaux.....	<b>98</b>
<b>IV.9</b>	Incrément total.....	<b>99</b>
<b>IV.10</b>	Maillage déformé.....	<b>99</b>
<b>IV.11</b>	Déplacements totaux.....	<b>100</b>
<b>IV.12</b>	Déplacements horizontaux.....	<b>100</b>

<b>IV.13</b>	Déplacements verticaux.....	<b>101</b>
<b>IV.14</b>	Incrément total.....	<b>101</b>
<b>IV.15</b>	Maillage déformé.....	<b>102</b>
<b>IV.16</b>	Déplacements totaux.....	<b>102</b>
<b>IV.17</b>	Déplacements horizontaux.....	<b>103</b>
<b>IV.18</b>	Déplacements verticaux.....	<b>103</b>
<b>IV.19</b>	Incrément total.....	<b>104</b>
<b>IV .20</b>	Variation de $q_{ult}$ en fonction de $h_1/B$ avec $\varphi_1 = 30$ et $\varphi_2 = 33$ .....	<b>107</b>
<b>IV .21</b>	Variation de $q_{ult}$ en fonction de $h_1/B$ avec $\varphi_1 = 30$ et $\varphi_2 = 33$ .....	<b>107</b>
<b>IV .22</b>	Variation de $q_{ult}$ en fonction de $h_1/B$ avec $\varphi_1 = 30$ et $\varphi_2 = 33$ .....	<b>108</b>
<b>IV .23</b>	Variation de $q_{ult}$ en fonction de $h_1/B$ avec $\varphi_1 = 34$ et $\varphi_2 = 37$ .....	<b>108</b>
<b>IV .24</b>	Variation de $q_{ult}$ en fonction de $h_1/B$ avec $\varphi_1 = 34$ et $\varphi_2 = 37$ .....	<b>108</b>
<b>IV .25</b>	Variation de $q_{ult}$ en fonction de $h_1/B$ avec $\varphi_1 = 34$ et $\varphi_2 = 37$ .....	<b>109</b>
<b>IV .26</b>	Variation de $q_{ult}$ en fonction de $h_1/B$ avec $\varphi_1 = 39$ et $\varphi_2 = 42$ .....	<b>109</b>
<b>IV .27</b>	Variation de $q_{ult}$ en fonction de $h_1/B$ avec $\varphi_1 = 39$ et $\varphi_2 = 42$ .....	<b>109</b>
<b>IV .28</b>	Variation de $q_{ult}$ en fonction de $h_1/B$ avec $\varphi_1 = 39$ et $\varphi_2 = 42$ .....	<b>110</b>
<b>IV .29</b>	Variation de $q_{ult}$ en fonction de $h_1/B$ avec $\varphi_1 = 34$ et $\varphi_2 = 31$ .....	<b>110</b>
<b>IV .30</b>	Variation de $q_{ult}$ en fonction de $h_1/B$ avec $\varphi_1 = 34$ et $\varphi_2 = 31$ .....	<b>111</b>
<b>IV .31</b>	Variation de $q_{ult}$ en fonction de $h_1/B$ avec $\varphi_1 = 34$ et $\varphi_2 = 31$ .....	<b>111</b>
<b>IV .32</b>	Variation de $q_{ult}$ en fonction de $h_1/B$ avec $\varphi_1 = 39$ et $\varphi_2 = 36$ .....	<b>111</b>
<b>IV .33</b>	Variation de $q_{ult}$ en fonction de $h_1/B$ avec $\varphi_1 = 39$ et $\varphi_2 = 36$ .....	<b>112</b>
<b>IV .34</b>	Variation de $q_{ult}$ en fonction de $h_1/B$ avec $\varphi_1 = 39$ et $\varphi_2 = 36$ .....	<b>112</b>
<b>IV .35</b>	Variation de $q_{ult}$ en fonction de $h_1/B$ avec $\varphi_1 = 30$ et $\varphi_2 = 33$ .....	<b>113</b>
<b>IV .36</b>	Variation de $q_{ult}$ en fonction de $h_1/B$ avec $\varphi_1 = 34$ et $\varphi_2 = 37$ .....	<b>113</b>
<b>IV .37</b>	Variation de $q_{ult}$ en fonction de $h_1/B$ avec $\varphi_1 = 39$ et $\varphi_2 = 42$ .....	<b>114</b>
<b>IV .38</b>	Variation de $q_{ult}$ en fonction de $h_1/B$ avec $\varphi_1 = 34$ et $\varphi_2 = 31$ .....	<b>114</b>
<b>IV .39</b>	Variation de $q_{ult}$ en fonction de $h_1/B$ avec $\varphi_1 = 39$ et $\varphi_2 = 36$ .....	<b>114</b>

# ***LISTE DES TABLEAUX***

## **CHAPITRE I**

<b>I.1</b>	Résultats à partir d'essais in situ .....	<b>14</b>
------------	---	-----------

## **CHAPITRE II**

<b>II.1</b>	Facteur de la capacité portante suivant terzaghi .....	<b>26</b>
<b>II.2</b>	Facteurs de la capacité portante modifiés (terzaghi).....	<b>28</b>
<b>II.3</b>	Résumé des facteurs de formes.....	<b>44</b>
<b>II.4</b>	Facteurs de capacité portante $N_\gamma$ pour une fondation circulaire.....	<b>60</b>
<b>II.5</b>	Facteurs de capacité portante $N_c$ pour une fondation circulaire.....	<b>60</b>

## **CHAPITRE III**

<b>III.1</b>	SSM : Valeurs des paramètres de compressibilité et de gonflement $\lambda$ et $\kappa$ .....	<b>83</b>
--------------	--	-----------

## **CHAPITRE IV**

<b>IV -1</b>	Paramètres géométriques .....	<b>93</b>
<b>IV -2</b>	Paramètres physiques du sol .....	<b>93</b>
<b>IV -3</b>	Paramètres de la rigidité du sol .....	<b>94</b>
<b>IV -4</b>	Programme d'essais sur le modèle .....	<b>96</b>
<b>IV-5</b>	Capacité portante $q_{ult}$ pour l'angle de frottement $\varphi_1=30$ ; $\varphi_2=33$ .....	<b>104</b>
<b>IV-6</b>	Capacité portante $q_{ult}$ pour l'angle de frottement $\varphi_1=34$ ; $\varphi_2=37$ .....	<b>105</b>
<b>IV -7</b>	Capacité portante $q_{ult}$ pour l'angle de frottement $\varphi_1=39$ ; $\varphi_2=42$ .....	<b>105</b>
<b>IV-8</b>	Capacité portante $q_{ult}$ pour l'angle de frottement $\varphi_1=34$ ; $\varphi_2=31$ .....	<b>105</b>
<b>IV-9</b>	Capacité portante $q_{ult}$ pour l'angle de frottement $\varphi_1=39$ ; $\varphi_2=36$ .....	<b>105</b>

# Principales notations

## Lettres latines

B	Largeur de la fondation.
C	Cohésion du sol
D	Encastrement de la fondation.
H	Épaisseur de couche de sol.
L	Longueur de la fondation.
Q	charge
Qu	capacité portante ultime.
$q_{adm}$	capacité portante admissible.
$F_s$	Coefficient de sécurité.
$D_r$	Densité relative.
E	Module d'Young.
$G'$	Module de cisaillement effectif
$G_u$	Module de cisaillement ultime
G	Module de cisaillement
$E_{ur}^{ref}$	Module en décharge
$E_{oed}^{ref}$	Module tangent dans un essai oedométrique
$E_{50}^{ref}$	Module sécant dans un essai triaxial.
$K_0$	Coefficient des terres au repos
U	Déplacement
$N_c$	Terme de cohésion
$N_q$	Terme de profondeur.
$N_\gamma$	Terme de surface.
$\Lambda$	facteur de forme
R	rayon hydraulique.
M	Puissance.
$\Delta u_w$	Surpression interstitielle.
N	la porosité
$K_w$	le module volumique de l'eau.
$K_s$	le coefficient de cisaillement perforé

## Lettres grecques

$\Gamma$	Poids volumique du sol.
$\gamma_{\text{sat}}$	Poids volumique saturé
$\delta$	Déplacement unitaire
$\varepsilon_v$	Déformation volumique
<b>T</b>	Contrainte de cisaillement (tangentielle).
<b>N</b>	Coefficient de Poisson.
$\nu_u$	Coefficient de Poisson ultime
$\nu_{ur}$	Coefficient de Poisson en charge décharge
$\sigma$	Contrainte
$\sigma_n$	Contraintes normales
$\sigma_{\text{tension}}$	Résistance à la traction
$\Phi$	Angle de frottement interne du sol
$\varphi_u$	Angle de frottement ultime
$\Psi$	Angle de dilatance du sol
$\Delta$	tassement différentiel
<b>S</b>	tassement
$k^*$	Indice de gonflement
$\lambda^*$	Indice de compression
$\mu^*$	Indice de fluage
$\Delta\varepsilon_v$	incrément de déformation volumique.

## ***INTRODUCTION GENERALE***

La capacité portante a toujours été l'un des sujets les plus intéressants en mécanique des sols et des fondations. On appelle pression admissible la pression ou contrainte maximum qui puisse être appliquée par une structure sur un sol, sans qu'il y ait de tassements excessifs et de risque de rupture du sol. En pratique l'incertitude sur ce problème fait introduire un coefficient de sécurité ( $F_s$ ) entre 3 et 4.

Il existe une littérature étendue traitant le calcul de la capacité portante des fondations, par les deux méthodes expérimentales et théoriques. Une liste des principales contributions de ce sujet peut être trouvées dans Vesic (1973), Chen et McCarron (1991) et Tan et Craig (1995).

Les procédures de calcul classiques de la capacité portante basées sur la méthode de l'équilibre limite imposent, d'une part, les directions des plans de rupture, représentent une approximation très grossière. D'autres parts ces théories supposent que le sol se comporte comme un matériau associé, avec un angle de dilatance  $\psi$  égal à l'angle de frottement interne  $\phi$ . Il est bien connu que pour les sols réels, l'angle de dilatance est généralement considéré inférieur à l'angle de frottement interne.

La plupart des méthodes d'estimation de la capacité portante sont basées sur des études effectuées originalement sur une semelle filante, Prandtl (1921) et Reissner (1924) modifiées plus tard afin de les adapter à d'autres conditions comme par exemple la forme de la fondation, l'inclinaison de la charge, l'excentrement de la charge ....etc.

Dans la littérature traitant le calcul de la capacité portante des fondations superficielles et précisément les fondations filantes, on remarque d'une part que la majorité des cas étudiés ont été basés soit sur une semelle reposant sur un sol à surface libre Kumar J, Ghosh P (2007) soit sur une surface libre d'un talus d'autre part. Cependant, peu de travaux ont été consacrés au cas d'une semelle filante reposant sur une bicouche granuleuse.

Ce travail est considéré comme une initiation à la recherche dans le domaine de l'analyse numérique pour le calcul de la capacité portante d'une semelle filante, en faisant varier la largeur  $B$  de la semelle, l'épaisseur de la première couche ainsi que les caractéristiques mécaniques des deux couches. La méthode des éléments finis est utilisée dans la présente étude en se basant sur le logiciel Plaxis V.8.

Le présent mémoire est composé de quatre chapitres, une introduction générale et des conclusions.

- Le premier chapitre est consacré à la recherche bibliographique. La définition des fondations superficielles, leur fonctionnement ainsi que les différents mécanismes de rupture de ces fondations ont été présentés dans ce chapitre.

- Le deuxième chapitre présente les différentes méthodes de calcul de la capacité portante, des cas particuliers des fondations dépendant de plusieurs paramètres (caractéristiques mécaniques, morphologie des terrains...etc.)

- Le troisième chapitre est consacré à la description générale de l'outil de calcul (Plaxis) ainsi que les modèles de comportement utilisés dans la présente étude. Un aperçu sur la méthode des éléments finis a été donné aussi dans ce chapitre tout en montrant l'importance de celle-ci dans la résolution des problèmes complexes de géotechnique.

- Le quatrième chapitre, le modèle géotechnique établi pour cette étude est présenté. Les résultats obtenus sont également présentés et analysés dans ce chapitre. L'interprétation des résultats fait également appel aux résultats obtenus par divers chercheurs avec lesquels les résultats numériques obtenus dans le cadre de ce mémoire sont comparés.

Enfin les conclusions principales tirées de cette étude ont été présentées à la fin de ce mémoire.

# **Chapitre I**

## ***APERÇU BIBLIOGRAPHIQUE SUR LE COMPORTEMENT DES FONDATIONS SUPERFICIELLES***

## I.1 Les fondations

### I.1.1 Introduction

La partie inférieure d'une structure qui transmet les charges au sol est désignée par le terme de « Fondations ». Les fondations peuvent être classées en deux majeures catégories, ce sont les *fondations superficielles* et les *fondations profondes*.

Quand le sol sous-jacent à la structure (fondations) ne peut pas supporter la charge appliquée ou les tassements sont trop importants, les charges provenant de la structure sont transmis au moyen de pieux et puits à de grandes profondeurs sur des couches plus résistantes ; ces types de fondations sont désignés par le terme « *fondations profondes* ».

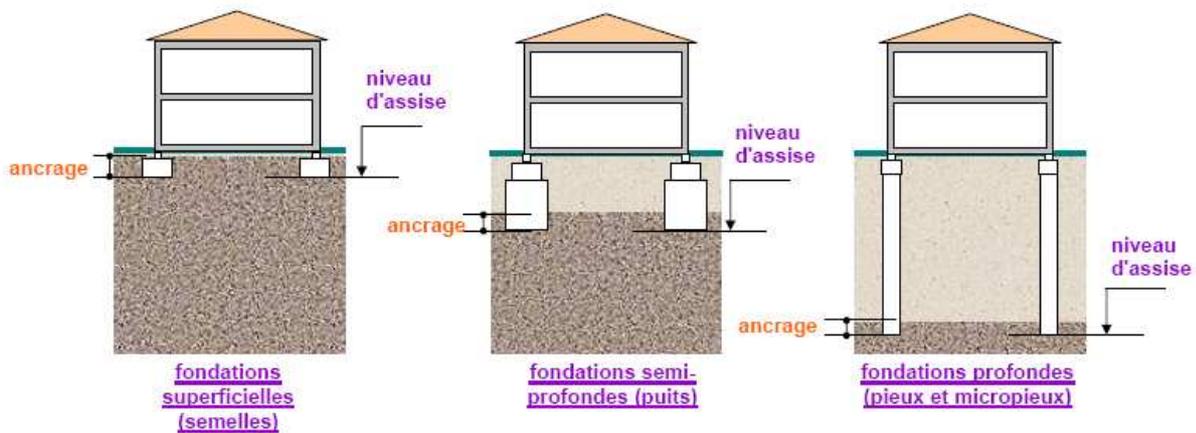
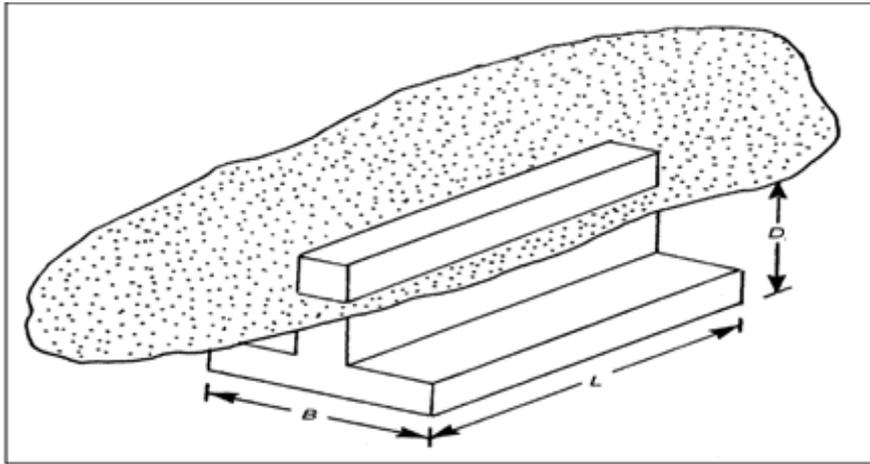


Figure I.1: Types de fondations

Les éléments géométriques qui définissent une fondation superficielle sont:

- B, la largeur de la fondation ;
- L, la longueur de la fondation ;
- D, l'encastrement qui est la profondeur de la base de fondation.



**Figure I.2** Fondation superficielle.

### I.1.2 Fondations superficielles

Les fondations superficielles sont des fondations faiblement encastrées qui reportent les charges au niveau des couches superficielles de terrains. Les fondations profondes reportent les charges dans les couches profondes, mais aussi dans, les couches superficielles, qu'elles traversent. Pour différencier ces deux types de fondations on est amené à définir la notion de profondeur critique qui est la profondeur au-dessous de laquelle la résistance sous la base de la fondation n'augmente plus. Les fondations superficielles ont leurs bases au-dessus de cette profondeur critique.

Une fondation est dite **superficielle** si  $D < 1,5 B$

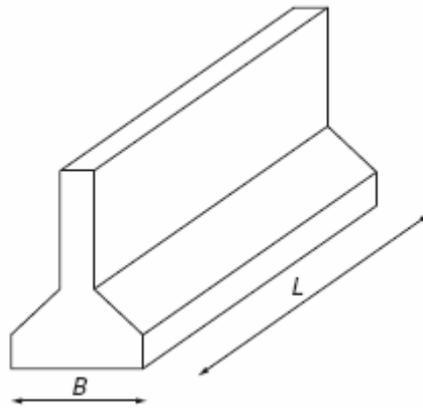
- Si  $D > 5B$  la fondation est dite profonde ;
- Si  $1,5B < D < 5B$  la fondation est semi profonde ;

### I.1.3 Principaux types de fondations superficielles

On distingue trois types de fondations superficielles : les fondations filantes, les fondations isolées et les radiers ou dallages.

#### A Les fondations filantes

Lorsque la descente de charges n'est plus concentrée (sous un mur classique), on met logiquement en oeuvre une fondation de type filante, c'est à dire continue sous l'objet fondé. Les fondations filantes, généralement de largeur  $B$  modeste (au plus quelques mètres) et de grande longueur  $L$  ( $L/B > 10$  pour fixer les idées) ;



**Figure I.3** Fondation filante

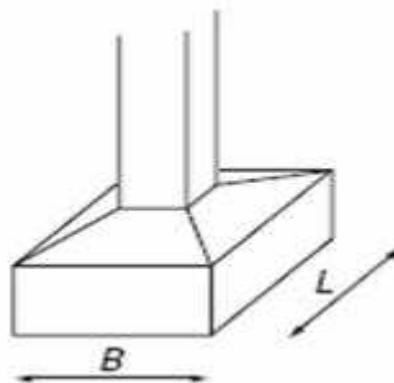
### **B Les fondations isolées**

On entend par isolée, une fondation présentant une géométrie proche du carré (ou du rond).

Ce type de fondation est mis en oeuvre dans le cadre d'un bâtiment présentant des descentes de charges concentrées (poteaux, longrines sous murs).

- Exemple : Une semelle sous un poteau.

Les fondations isolées, dont les dimensions en plan B et L sont toutes deux au plus de quelques mètres ; cette catégorie inclut les semelles carrées ( $B/L = 1$ ) et les semelles circulaires (de diamètre B) ;



**Figure I.4** Fondation isolée

### **C Les radiers ou dallages**

Les radiers ou dallages ont des dimensions B et L importantes ; cette catégorie inclut les radiers généraux.

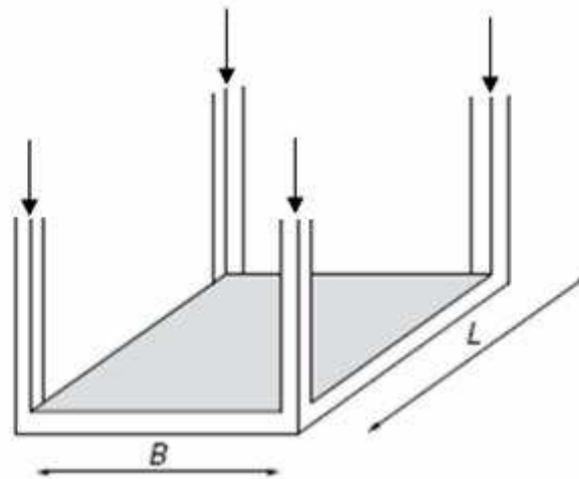


Figure I.5 Fondation de type radier

Pour des raisons de coût, on cherche souvent à fonder un ouvrage superficiellement. Si cette solution n'est pas satisfaisante d'un point de vue technique ou économique, une solution en fondation profonde est envisagée.

## I.2 Fonctionnement Des Fondations Superficielles

### I.2.1 Comportement d'une semelle chargée

Les tassements qui vont se produire sous une semelle superficielle sont en fonction de l'intensité de la charge appliquée et qui ont l'allure de la Figure (I.6).

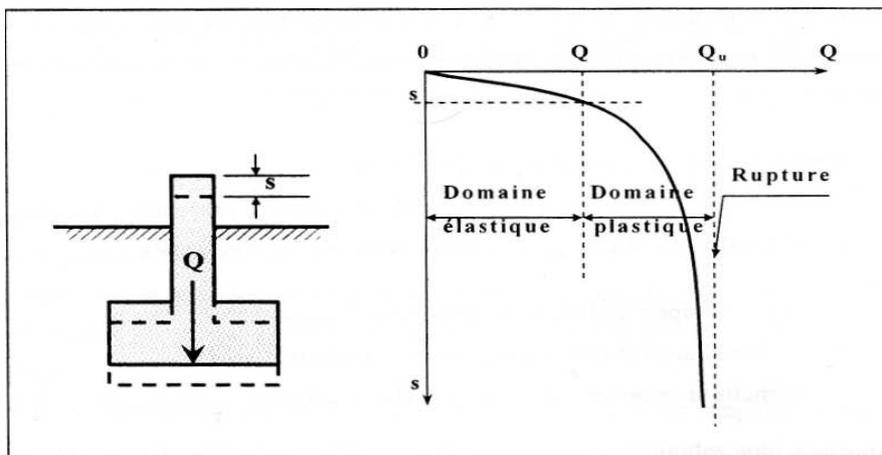


Figure I.6: Chargement d'une semelle superficielle.

$Q_L$  est la charge limite de la semelle : c'est la charge maximale que peut supporter celle-ci et qui entraîne la rupture.

Comme cette valeur n'est pas très bien définie, on considère souvent que  $Q_L$  est la charge correspondant à un certain enfoncement.

A : l'aire de la semelle, la contrainte de rupture de la semelle est :

$$q_I = Q_L / A$$

La contrainte admissible  $q_a$ , c'est la valeur de cette contrainte qui permettra au bureau d'étude de dimensionner les fondations.

On constate sur la **Figure (I.6)** que  $q_a$  devra dépendre de deux conditions :

- Un critère de rupture  $q_a = Q_L / F_S$

Avec  $F_S$  : coefficient de sécurité généralement pris égale à 3

La contrainte admissible devra, en effet, être telle que tout risque de rupture est évité.

- Un critère de déformabilité : la condition précédente étant supposée remplie et la semelle chargée de telle sorte que la contrainte admissible transmise au sol  $q_a$ , cette semelle tassera de la valeur **S (Figure I.6)**.

Il conviendra d'assurer que le tassement est compatible avec le comportement de l'ouvrage. La valeur du tassement admissible dépend donc directement du type de l'ouvrage, elle peut varier du millimètre (antennes spatiales) au mètre (réservoirs de pétrole de très grands diamètres).

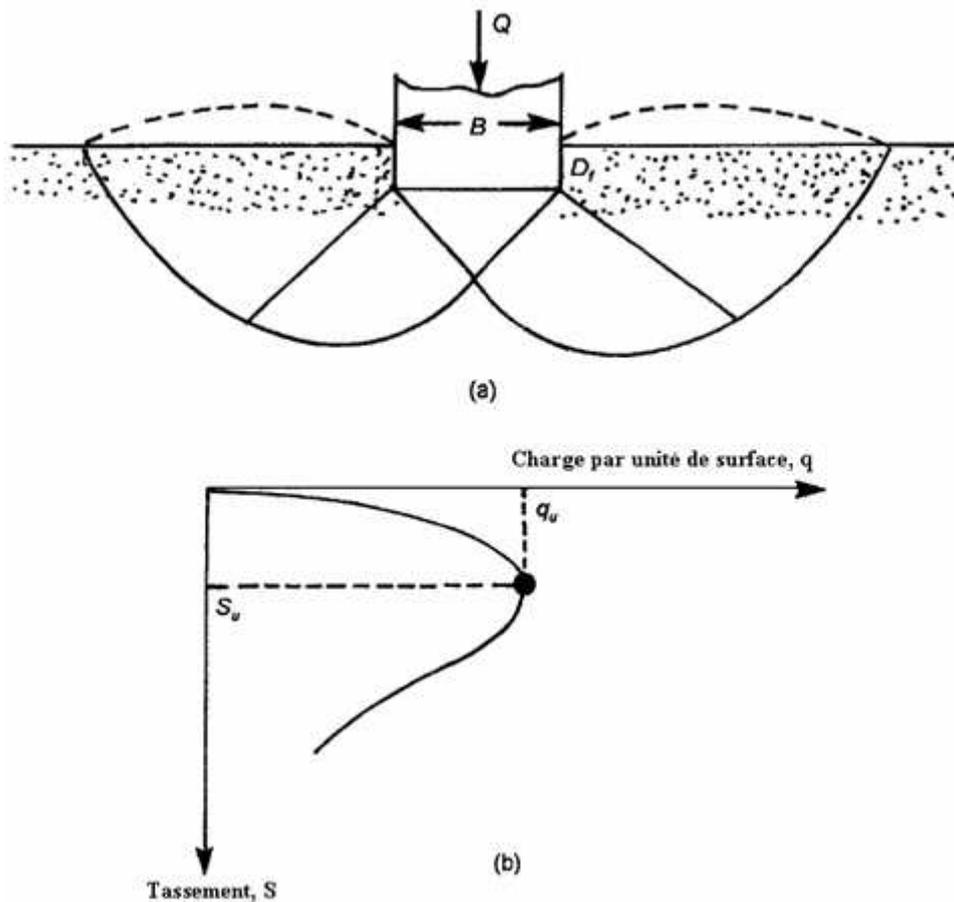
Pour toute étude de fondation, et ceci est également vrai pour les fondations profondes, les deux aspects de la stabilité qui se traitent pratiquement d'une façon indépendante devront être examinés.

- Sécurité vis à vis de la rupture, le problème consiste à déterminer la contrainte de rupture  $q_I$  ; tout en considérant qu'un équilibre limite de plasticité est atteint.
- Tassement sous la contrainte de service  $q \leq q_a$ , la contrainte  $q$  est telle que  
 Dans la plupart des cas, on peut considérer qu'aucun point du massif de sol  
 Dans lequel les fondations sont ancrées, le seuil de plasticité n'est pas atteint.  
 Dans ces Conditions, il s'agit d'un problème de déformations élastiques.

### 1.2.2 Mode de rupture d'une fondation superficielle

Soit une fondation superficielle de largeur B dont la base se trouvant à une profondeur  $D_f$  au-dessous de la surface du sol. Si cette fondation est soumise à une charge  $Q$  qui est graduellement augmentée, la charge par unité de surface,  $q = Q / A$  (A: surface de la fondation),

augmentera et la fondation subira un tassement. Au début du chargement, la déformation du sol sous la semelle augmente approximativement en fonction de la charge, il s'agit donc d'un équilibre pseudo élastique, puis la déformation prend des valeurs nettement plus grandes. Si le sol sous la base de la fondation est formé d'un sol ferme, tel qu'un sable dense où une argile raide, on appliquant la charge, il y a formation d'un coin sous la base de la Fondation, qui refoule le sol latéralement selon des lignes de glissement débouchant à la surface. L'enfoncement de la fondation provoque généralement un soulèvement du sol d'autant plus net que la structure est moins déformable. C'est le cas pour les sols relativement résistants.

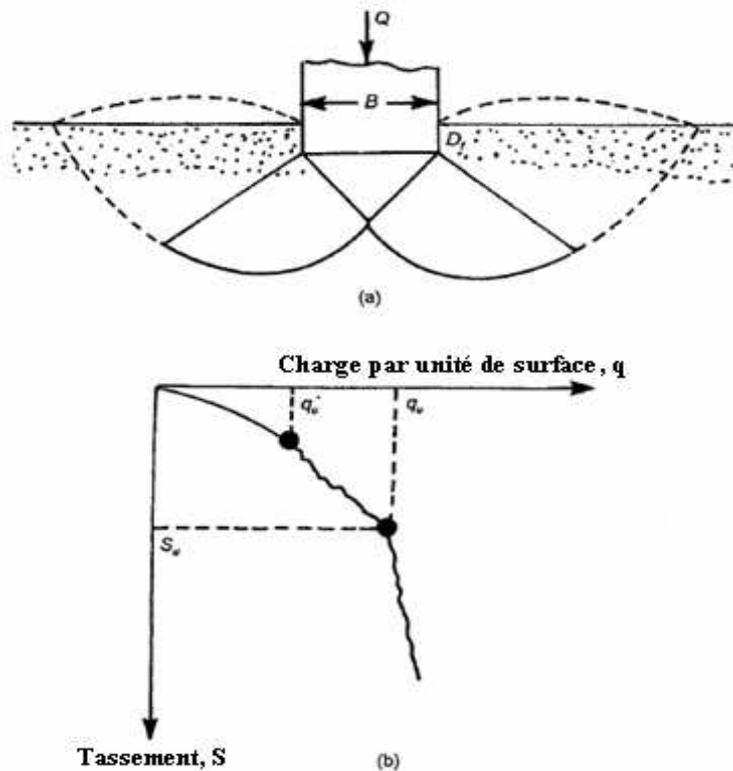


**Figure I.7** Rupture par cisaillement généralisé

Dans ce cas, on observe un tassement qui croît jusqu'à une valeur limite ( $q = q_u$ ) à partir de laquelle le tassement continue sans qu'il y ait accroissement dans l'effort, le sol subit alors une rupture brusque par cisaillement.

La surface de rupture dans le sol est représentée dans la figure **I.7.a** et la courbe chargement-tassement est représentée dans la figure **I.7.b**. Ce type de rupture s'appelle rupture par cisaillement généralisé,  $q_u$  est la capacité portante ultime. La valeur de la charge maximale  $q \equiv q_u$  est clairement définie dans la courbe chargement-tassement (figure **I.7.b**).

Si le sol supportant la fondation est constitué d'un sable moyennement dense ou un sol argileux d'une consistance moyenne figure (**I.8.a**), la courbe chargement tassement sera comme indiquée dans la figure (**I.8.b**).



**Figure I.8** Rupture par cisaillement localisé

On remarque que la valeur de  $q$  augmente avec le tassement jusqu'à  $q \equiv q_u$ , qui est habituellement appelée la première charge de rupture. A ce moment, la surface de rupture développée dans la masse du sol sera comme celle montrée par la courbe continue dans la figure (**I.8.a**). Si la charge appliquée par la fondation est encore augmentée, la courbe chargement-tassement devient raide et irrégulière et la surface de rupture se prolonge suivant la courbe représentée en trait discontinu dans la figure (**I.8.b**). Quand  $q$  devient égal à  $q_u$  (capacité portante ultime), la surface de rupture atteint la surface du terrain. Au delà, la courbe

chargement-tassement prend presque une forme linéaire, et une charge maximale n'est jamais observée. Ce type de rupture est appelé rupture par cisaillement localisé.

La figure (I.9.a) montre la même fondation, mais cette dernière surmonte un sable lâche ou un sol argileux. Pour ce cas, la courbe de chargement-tassement sera comme celle montrée dans la figure (I.9.b). La fondation pénètre verticalement dans le massif sans perturber le sol qui n'est pas directement sous la fondation. Une valeur maximale de charge par unité de surface,  $q$ , n'est jamais observée. La capacité portante ultime ( $q_u$ ) est définie comme le point où le rapport  $\Delta S/\Delta q$  devient le plus grand et à peu près constant. Ce type de rupture dans le sol est appelé rupture par poinçonnement. Dans ce cas, la surface de rupture ne s'étend jamais à la surface du terrain.

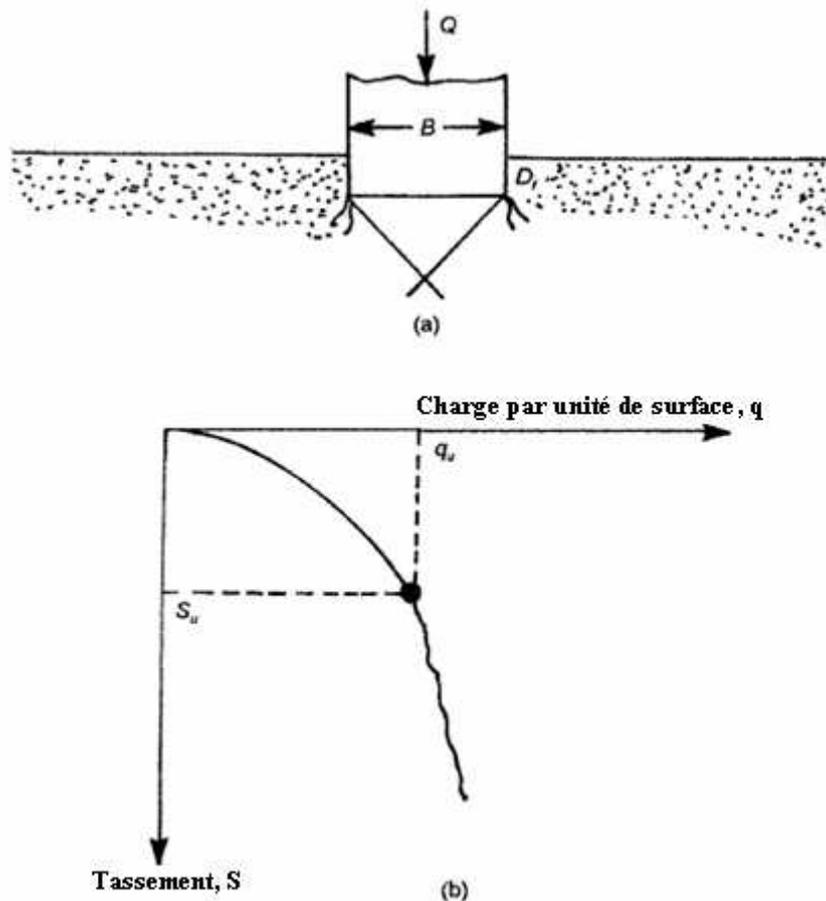


Figure I.9 Rupture par poinçonnement

Pour les sols cohérents, l'application du chargement est accompagnée d'une augmentation de la pression interstitielle. Mais comme la vitesse de chargement est souvent supérieure à la vitesse nécessaire pour la dissipation de ces surpressions, il est raisonnable de supposer que l'enfoncement s'effectue à volume constant (en conditions non drainées). Pour les sols pulvérulents, l'application du chargement entraîne une variation de volume due à la réorganisation des grains (dés enchevêtrement ou compaction des grains selon les niveaux de contraintes atteints). La charge de rupture (ou capacité portante) peut être estimée par des calculs relativement simples en supposant que les paramètres de résistance des sols au voisinage de la fondation sont connus. Cependant, de très nombreux facteurs peuvent affecter cette valeur comme :

- Des phénomènes se produisant au cours de la construction (soulèvement du fond de fouille après une excavation, gonflement ou ramollissement des argiles, effets du gel, etc.) ;
- Des interactions avec d'autres constructions à proximité (battage de pieux, vibrations, excavation de tranchée, creusement de galeries, rabattement de la nappe phréatique, etc.).

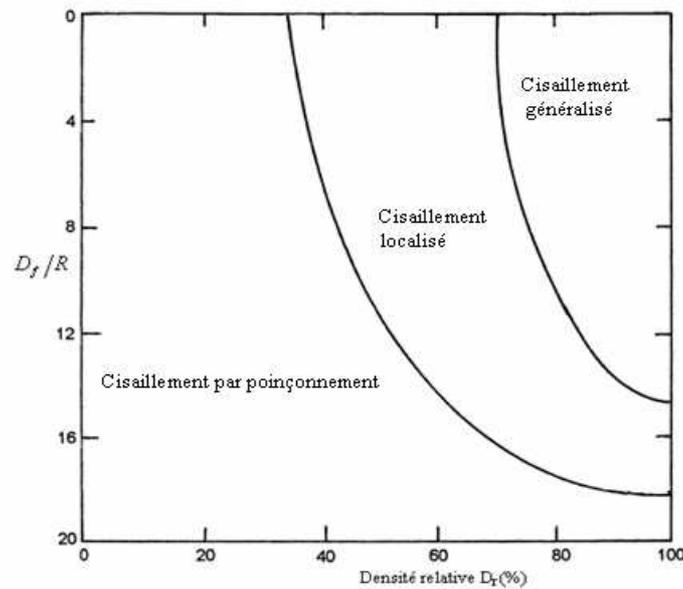
La nature de rupture dans le sol à la charge ultime est en fonction de plusieurs facteurs tels que la rigidité et la compressibilité relative du sol, la profondeur d'encastrement de la fondation  $D_f$  par rapport à sa largeur  $B$ , et le rapport de la largeur à la longueur  $B/L$  de la fondation. Ceci a été clairement expliqué par Vesic (1973) qui a conduit plusieurs essais réalisés sur modèles réduits au laboratoire dans le cas d'un sable. La conclusion de ses résultats est montrée dans la **Figure (I.10)**. Dans cette figure,  $D_r$  est la densité relative du sable, et  $R$  est le rayon hydraulique de la fondation qui est défini comme suit :  $R = A/P$

Ou :

$A$  : Surface de la fondation =  $B.L$

$P$  : Périmètre de la fondation =  $2. (B+L)$ .

On remarque dans la figure **(I.10)**, pour  $D_f / R \geq 18$ , la rupture par poinçonnage se traduit quelle que soit la valeur de la densité relative du sable.



**Figure I.10:** Nature de rupture dans un sable en fonction de la densité relative  $D_r$  et  $D_f/R$ .

### I.3 Philosophies de conception des fondations

#### I.3.1 Méthode de contrainte admissible (utilisation de facteur de sécurité)

Le facteur de sécurité  $F_s$  est de l'ordre de 2 à 3 ou plus, il est employé pour s'assurer que les charges des fondations sont de manière significative moins que la résistance au cisaillement du sol de support et que les tassements ne sont pas excessifs.

La valeur relativement élevée du facteur singulier de la sécurité tient compte de :

- Incertitudes vis-à-vis les conditions de charge et des variations défavorables de charge.
- Incertitudes vis-à-vis l'état de sol ainsi que ses paramètres.
- Conséquences de rupture, incertitudes dans les méthodes d'analyse (mode rupture, etc.).

#### I.3.2 Méthode d'état limite (utilisation du facteur partiel de sécurité)

Vise à s'assurer que toutes les conditions d'exécution appropriées sont satisfaites dans toutes les circonstances imaginables:

**État Limite ultime** .....Concerné par l'effondrement et l'endommagement majeur.

**État Limite D'utilité** .....Concerné par l'utilité et l'endommagement mineur.

Les exemples des états de limites incluent:

- Rupture par cisaillement.
- Rupture par glissement.
- Rupture par renversement.
- Tassement ou soulèvement excessif.
- Rupture de la structure de l'élément de fondation.

Il convient de noter que la portance admissible des fondations superficielles est presque toujours commandée par des critères de tassement et très rarement par des critères de rupture par cisaillement. Cependant, en ce qui concerne la sécurité contre la rupture de cisaillement, la charge structurale permise sur une fondation est calculée par la méthode contrainte admissible.

Lors d'une étude préliminaire ou du contrôle d'un calcul, il est utile de connaître les ordres de grandeur de la capacité portante admissible pour des roches ou des sols types. Il y a une gamme des méthodes empiriques basées sur des résultats d'essai in situ. **Tableau (I.1).** Fournit de telles valeurs ; naturellement, celles-ci doivent être prises avec prudence.

**Tableau I.1** Résultats à partir d'essais in situ

Catégorie	Types des roches et des sols	Capacité portante admissible
Sols pulvérulents	Gravier dense ou sable et gravier dense	> 600 kN/m <sup>2</sup>
//	Gravier dense moyen, ou sable et gravier denses moyens	< 200 à 600 kN/m <sup>2</sup>
//	Gravier lâche, ou sable et gravier lâches	< 200 kN/m <sup>2</sup>
//	Sable compact	> 300 kN/m <sup>2</sup>
//	Sable dense moyen	100 à 300 kN/m <sup>2</sup>
//	Sable lâche	< 100 kN/m <sup>2</sup> dépendent dessus degré de relâchement
Sols cohérents	Argiles plus "bold" très raides et argiles dures	300 à 600 kN/m <sup>2</sup>
//	Argiles raides	150 à 300 kN/m <sup>2</sup>
//	Argiles et vases molles	< 75 kN/m <sup>2</sup>
//	Argile ferme	75 à 150 kN/m <sup>2</sup>

**I.4 Conclusion**

Une fondation superficielle est une fondation dont l'encastrement  $D$  dans le sol n'excède pas quatre fois la largeur  $B$ . Le mécanisme de rupture et la distribution des contraintes sous la fondation dépendent généralement de la nature du sol. Plus le sol est compact et présente une bonne résistance au cisaillement, plus il aura de portance, et donc, plus la semelle aura des dimensions réduites.

Un projet de fondation superficielle correct doit répondre aux préoccupations suivantes :

La fondation doit exercer sur le sol des contraintes compatibles avec la résistance à la rupture de celui-ci, c'est le problème de la capacité portante.

Le tassement de la fondation doit être limité pour éviter le basculement ou la ruine de l'ensemble et pour empêcher l'apparition de fissures localisées qui rendraient l'ouvrage inutilisable.

## **Chapitre II**

### ***METHODES DE CALCUL DE LA CAPACITE PORTANTE***

## II. 1 Introduction :

La détermination de la force portante des fondations est l'un des problèmes les plus importants de la mécanique des sols. On appelle pression admissible la pression ou contrainte maximale qui puisse être appliquée par une structure sur un sol, sans qu'il y ait de tassements excessifs et de risque de rupture du sol.

Deux types d'éléments sont à analyser pour une fondation superficielle

- La capacité portante de la fondation. C'est-à-dire vérifier les terrains (et éventuellement le matériau de fondation qui peuvent effectivement supporter la charge transmise).
- Le tassement sous les charges de fonctionnement.

La capacité portante est généralement déterminée à partir des propriétés mécaniques des terrains mesurées soit au laboratoire, soit in-situ.

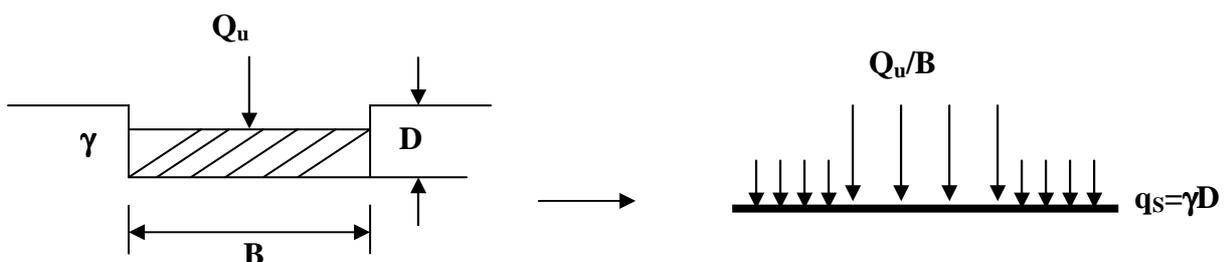
Parfois la détermination de la capacité portante est effectuée à partir d'essai de chargement, mais ceci est très rare pour les fondations superficielles.

Le présent chapitre est consacré aux méthodes de calcul de la capacité portante. Après une Présentation des méthodes classiques par ordre chronologique, nous illustrons les différents cas particuliers des fondations qui dépendent de plusieurs paramètres comme (caractéristiques mécaniques, morphologie des terrains....etc.)

## II.2 Problème équivalent

La fondation ne se pose pas sur la surface du sol, en règle générale elle est placée, après Creusement, à une profondeur  $D$ . La base de la semelle est alors choisie comme plan de référence sur lequel s'exercent des contraintes de compression égale à  $Q_u/B$  à l'emplacement de la semelle et à  $q_s = \gamma D$  à l'extérieur.

Ce nouveau schéma résume le problème équivalent qui se substitue au cas réel pour résoudre les problèmes de fondation (**figure II.1**)

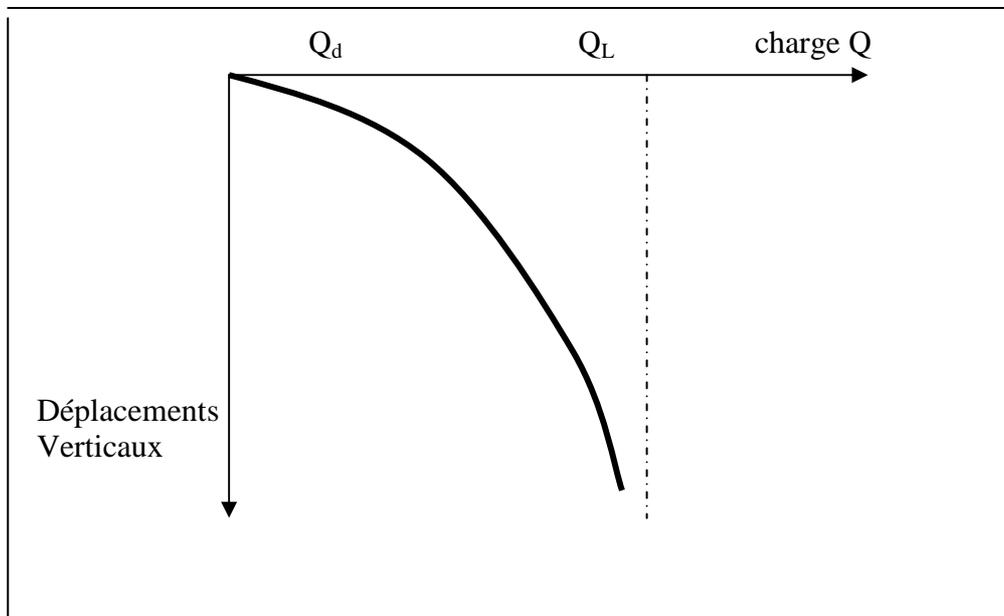


**Figure II.1** problème équivalent

### II.3 Définition de la capacité portante

Si on applique une charge  $Q$  croissante à une fondation, au début du chargement le comportement est sensiblement linéaire (Les déplacements verticaux croissent proportionnellement à la charge appliquée).

A partir d'une certaine charge  $Q_d$ , les déplacements ne sont plus proportionnels à la charge. Enfin, pour une charge  $Q_L$  les déplacements deviennent incontrôlables, le sol n'est plus capable de supporter une charge supérieure, **figure (II.2)**. Cette charge est la charge limite ou ultime, ou encore la capacité portante de la fondation.



**Figure II.2** : Schématisation de l'évolution des déplacements verticaux

Sous une fondation superficielle en fonction de l'augmentation de la charge (d'après R.Frank).

### II.4 Méthodes de calcul de la capacité portante pour le cas d'un chargement vertical

Aucune solution mathématique rigoureuse ne permet encore d'analyser le phénomène de la rupture. Bien des méthodes ont été proposées, mais toutes admettent quelques approximations simplificatrices quant aux propriétés du sol et aux déplacements qui se produisent, approximations non conformes aux phénomènes observés.

En dépit de ces insuffisances, les comparaisons entre les capacités portantes limites de modèles réduits et de fondations en vraie grandeur montrent que la marge d'erreur est un peu plus grande que pour les problèmes de stabilité avec les autres matériaux.

Les études de stabilité à la rupture (habituellement dénommée cisaillement total) reposent sur l'hypothèse que le sol se comporte comme un matériau plastique idéal. Cette hypothèse fut avancée pour la première fois par Prandtl au sujet du poinçonnement des métaux, puis étendue à l'étude des sols par Terzaghi, Meyerhof, Buisman, Caquot & Kérisel et De Beer & Vesic,

Leur approche générale du problème est identique : une fondation de longueur infinie et de largeur  $B$  exerce une pression moyenne  $q_u$  sur un sol homogène dont le poids spécifique est  $\gamma$ . La charge qui agit sur la fondation est verticale, constante, et s'exerce dans l'axe de la semelle. On se trouve donc en présence d'un problème à deux dimensions.

#### II.4.1 Théorie de Rankine : (les coins de Rankine)

La figure (II.3) représente une semelle de rapport  $(L/B)$  très grand et un encastrement  $D$ , et qui repose sur un sol de cohésion  $C$ , avec un angle de frottement  $\varphi$ .

La figure (II.4) représente les coins de Rankine utilisés dans cette analyse.

- Le coin I est un coin actif,
- Le coin II est un coin passif.

Les résistances horizontales ou latérales et qui agissent sur l'interface des deux coins sont désignées par «  $P$  » et elles se caractérisent par une même magnitude et deux directions opposées.

Cependant, la force  $P$  associée au coin (I) représente la pression active. Tandis que la force  $P$  du coin (II) est la pression passive.

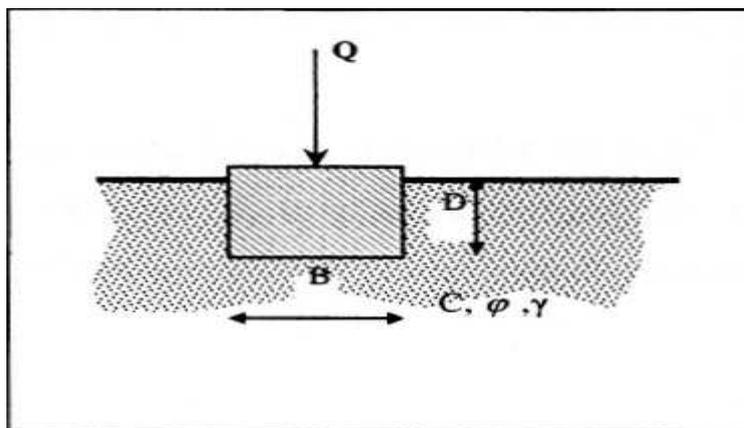


Figure.II.3 : Semelle reposant sur un sol (c,φ)

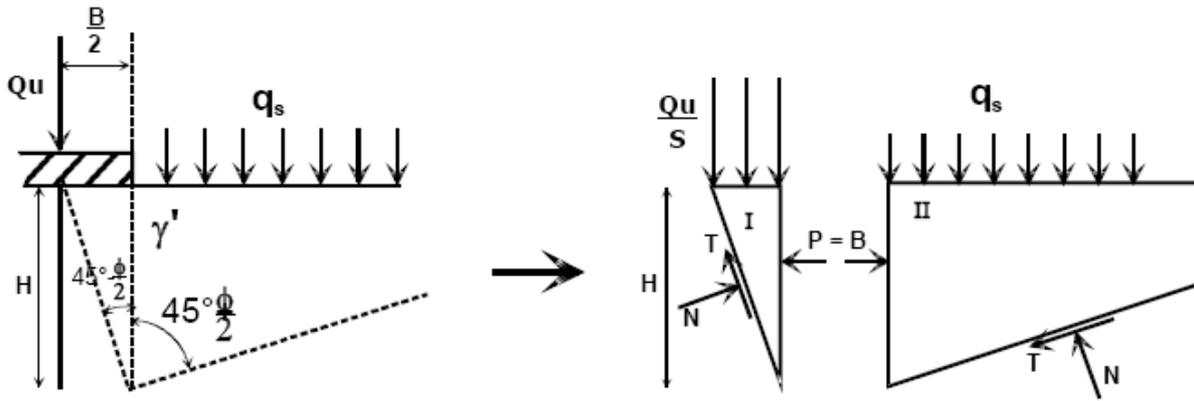


Figure II.4 : Les coins de Rankine

- Pour le cas passif (coin II) nous avons :

$$P = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot K_p \cdot H^2 + 2 \cdot C \cdot H \cdot \sqrt{K_p} + q \cdot K_p \cdot H \quad (2.1)$$

$$\text{D'où, } K_p = \tan^2 \left( 45 + \frac{\phi}{2} \right) \quad (2.2)$$

- Pour le cas actif nous avons :

$$P = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot K_a \cdot H^2 - 2 \cdot C \cdot H \cdot \sqrt{K_a} + q_u \cdot K_a \cdot H \quad (2.3)$$

$$\text{d'où, } K_a = \tan^2 \left( 45 - \frac{\phi}{2} \right) \quad (2.4)$$

Les deux résultantes sont supposées avoir une même magnitude, alors on peut écrire :

$$\frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot K_p \cdot H^2 + 2 \cdot C \cdot H \cdot \sqrt{K_p} + q \cdot K_p \cdot H = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot K_a \cdot H^2 - 2 \cdot C \cdot H \cdot \sqrt{K_a} + q_u \cdot K_a \cdot H \quad (2.5)$$

L'expression qui donne la charge maximum que supportera la semelle :

$$q_u = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot H \cdot \left( \frac{1}{K_a} \right) \cdot (K_a - K_p) + \frac{2 \cdot C}{K_a} \cdot (\sqrt{K_p} + \sqrt{K_a}) + q \cdot K_p \quad (2.6)$$

Mais,  $K_p = \frac{1}{K_a}$  ; alors d'après la figure (II.4) :

$$H = \frac{B}{2 \cdot \tan\left(45 - \frac{\varphi}{2}\right)} = \frac{B}{2 \cdot \sqrt{K_a}} \quad (2.7)$$

Alors, l'expression de  $q_U$  devient :

$$q_U = \frac{1}{4} \cdot \gamma \cdot B \cdot K_P^{3/2} \cdot (K_P - K_P^{-1}) + 2 \cdot C \cdot K_P \cdot (K_P^{1/2} + K_P^{-1/2}) + q \cdot K_P^2 \quad (2.8)$$

Ou bien ;

$$q_U = \frac{1}{4} \cdot \gamma \cdot B \cdot (K_P^{5/2} - K_P^{1/2}) + 2 \cdot C \cdot (K_P^{3/2} + K_P^{1/2}) + q \cdot K_P^2 \quad (2.9)$$

Qui s'écrit sous la forme condensée :

**La capacité portante :**

$$q_U = C \cdot N_C + q \cdot N_q + \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot B \cdot N_\gamma \quad (2.10)$$

Avec;

$$N_\gamma = \frac{1}{2} \cdot (K_P^{5/2} - K_P^{1/2}) \quad (2.11)$$

$$N_C = 2 \cdot (K_P^{3/2} + K_P^{1/2}) \quad (2.12)$$

$$N_q = K_P^2 \quad (2.13)$$

Où :

$N_\gamma$  : est le facteur de surface

$N_C$  : est le facteur de cohésion

$N_q$  : est le facteur de profondeur

Le schéma de Rankine n'est qu'une approximation très grossière du véritable comportement du sol. En réalité, les expérimentations sur modèles réduits montrent que sous la fondation se forme un coin, limité par des forces planes inclinées qui s'enfoncent avec la semelle et se conduisent en corps solide. Il exerce une poussée sur le sol adjacent qui réagit en butée avec frottement sol- sur- sol.

#### II.4.2 Théorie de Prandtl (1920)

D'après Prandtl, le mécanisme de rupture sous la fondation considère que la base de la fondation est lisse, donc un état actif de Rankine est développé dans le coin AA'O (**figure II.5**).

Le système est formé par trois zones successives.

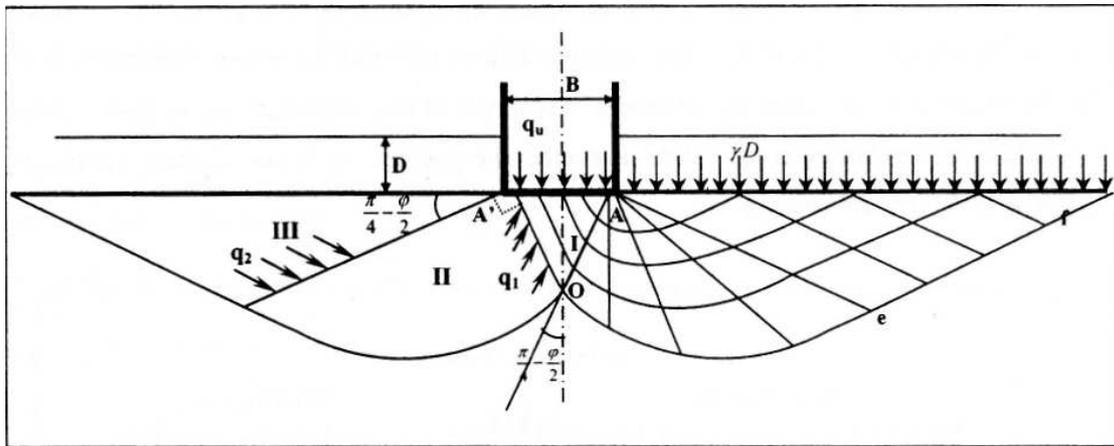
- La zone I en équilibre de poussée de Rankine.
- La zone II en équilibre de Prandtl.
- La zone III en équilibre de buttée de Rankine.

Dans la zone I et III, la famille de lignes de glissement est formée de droites.

Dans la zone II, une famille de ligne de glissement est constituée de courbe. Il s'agit de lignes de glissement appartenant à cette même famille et qui sont homothétiques entre elles et forment des spirales logarithmiques. L'autre famille des lignes de glissement est formée de droites, faisant un angle de  $\varphi$  avec la normale aux points d'intersection avec les spirales, et ayant toutes un point de rebroussement à l'intersection des deux surcharges.

Il est à noter que les spirales logarithmiques peuvent s'écrire sous la forme, en coordonnées polaires, de :

$$(r = r_0 \cdot e^{\theta \tan \Phi})$$



**Figure II.5 :** Mécanisme de rupture d'une fondation de base lisse (Prandtl (1920)).

Le problème se ramène à l'étude de l'équilibre du bloc (AOe) en écrivant que le moment en A de l'ensemble des forces est nul.

Le problème bidimensionnel d'un sol pulvérulent non pesant d'angle de frottement interne  $\varphi$  et chargé normalement à sa surface par deux répartitions uniforme, a été résolu pour la première fois par Prandtl [1920].

On notera  $q_1$  et  $q_2$  les intensités des contraintes critiques qui agissent respectivement sur les

rayons polaires AO et Ae. L'équilibre de poussée et de buttée de Rankine dans un milieu non pesant donne :

$$q_1 = q_u \cdot tg \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) \quad \text{et} \quad q_2 = \gamma \cdot D \cdot tg \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$$

On peut traduire l'équilibre du bloc AOe en écrivant que le moment en A de l'ensemble des forces appliquées est nul.

$$\text{Soit,} \quad \frac{AO}{2} \cdot AO \cdot q_1 \cdot \tan \varphi - \frac{Ae}{2} \cdot Ae \cdot q_2 \cdot \tan \varphi = 0$$

$$\text{On a alors} \quad \frac{AO}{Ae} = e^{-\varepsilon \cdot tg \varphi}$$

Donc,  $q_1$  et  $q_2$  sont liés par la relation suivante dans l'équilibre de Prandtl :

$$\frac{q_1}{q_2} = \left( \frac{AO}{Ae} \right)^2 = e^{-2 \cdot \varepsilon \cdot tg \varphi} = e^{-\pi \cdot tg \varphi} \quad (2.14)$$

Puisque l'angle  $\varepsilon$  que fait AO et Ae est égale à  $\frac{\pi}{2}$

On abouti donc finalement ;

$$q_u = \gamma \cdot D \cdot tg^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \cdot e^{\pi \cdot tg \varphi} \quad \text{C'est-à-dire :} \quad N_q = tg^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \cdot e^{\pi \cdot tg \varphi}$$

Cette formule est quelque fois appelée formule de Prandtl Caquot, car ces deux auteurs l'on publiée, indépendamment l'un de l'autre vers [1920].

### II.4.3 Théorie de Terzaghi (1943)

En 1948, Terzaghi propose une théorie assez bien conçue pour déterminer la capacité portante ultime pour une fondation superficielle (rigide, continue, et avec une base rugueuse) supportée par un sol homogène d'assez grande profondeur ; Terzaghi défini les paramètres géométriques de la fondation superficielle comme suite :  $B \leq D_f$  ( $B$  : Largeur de la semelle),  $D_f$  Profondeur de l'ancrage. La surface de rupture dans le sol provoquée par la charge ultime ( $q_u$ ) ; la surface de rupture du sol sous la fondation peut être divisé en trois (03) majeures zones. Ce sont :

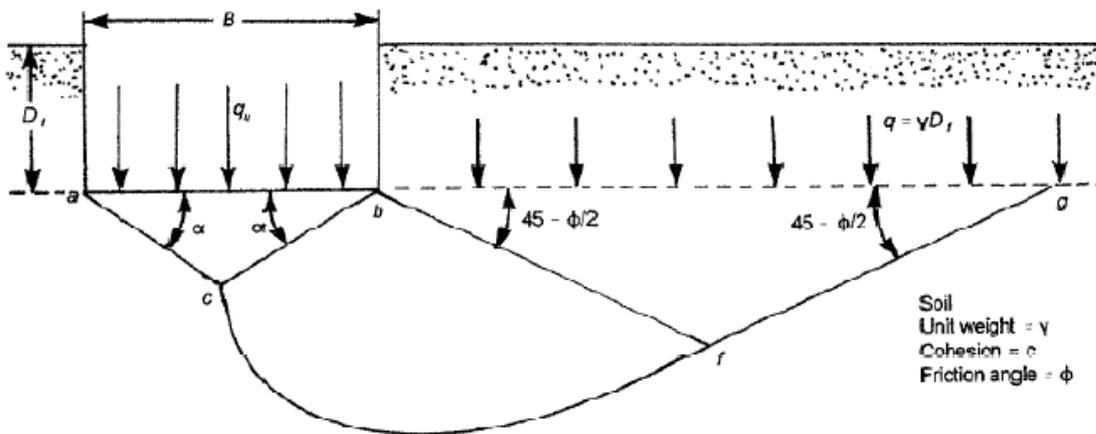
Zone abc : c'est zone triangulaire élastique située immédiatement sous la fondation.

L'inclinaison des faces  $ac$  et  $bc$  avec l'horizontale est l'angle  $\alpha = \Phi$  (angle de frottement du sol).

Zone  $bcf$ . Cette zone est dite zone de cisaillement radial de Prandtl.

Zone *bfg*. c'est la zone passive de Rankine. Les lignes inclinées dans cette zone font un angle de  $\pm (45-\Phi/2)$  avec l'horizontale. Il est à noter que la zone de cisaillement radial '2', et la zone passive de Rankine '3' existe aussi à gauche du triangle élastique zone *abc*, cependant ils ne sont pas montrés. La ligne *cf* est un arc spiral logarithmique définie par l'équation  $(r = r_0 \cdot e^{\theta \tan \Phi})$

Les lignes *bf* et *fg* sont des lignes rectilignes. En principe, la droite *fg* continue jusqu'à la surface du sol, mais Terzaghi a supposé que le sol au dessus du niveau de la base de la semelle est remplacé par une surcharge  $= \gamma D_f$ .



**Figure II.6** surface de rupture du sol sous une charge ultime d'une semelle filante rigide d'après Terzaghi

La contrainte de cisaillement dans le sol est donnée par :

$$\tau = \sigma' \tan\phi + c \tag{2.15}$$

Où  $\sigma'$  est la contrainte effective normale

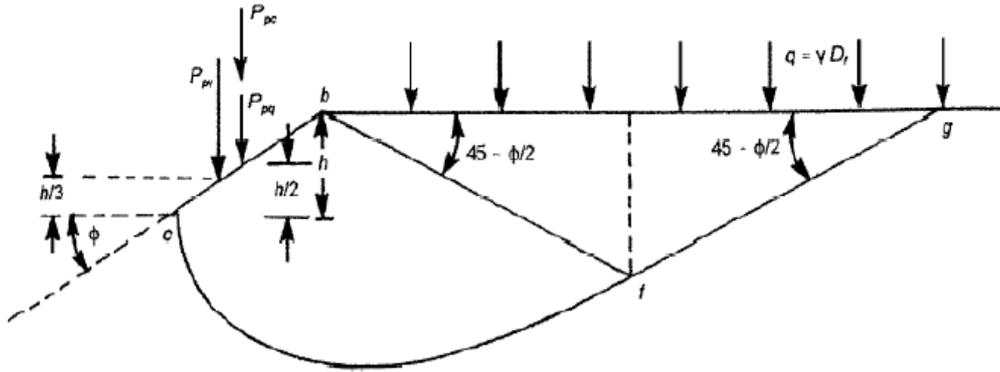
et  $c$  : cohésion

La capacité portante ultime,  $qu$ , de la fondation peut être déterminée en considérant les faces *ac* et *bc* du triangle *abc* et en déterminant les forces passives sur chaque face provoquant la rupture. Il est à noter que la force passive  $P_p$  est une fonction de la surcharge  $q = \gamma \cdot D_f$ , cohésion  $c$ , poids volumique  $\gamma$ , et de l'angle de frottement interne  $\Phi$  du sol.

D'après la **Figure, II.7** la force passive  $P_p$  sur la face *bc* par unité de longueur de la fondation est:

$$P_p = P_{pq} + P_{pc} + P_{p\gamma} \tag{2.16}$$

Avec :  $P_{pq}$ ,  $P_{pc}$  et  $P_{p\gamma}$  composantes de la force passive dues respectivement à  $q$ ,  $c$ , et  $\gamma$



**Figure II.7** les forces passives agissant sur la face bc du triangle abc.

Par ailleurs il est important de noter que les directions  $P_{pq}$ ,  $P_{pc}$ , et  $P_{py}$  sont verticales, et puis la face  $bc$  fait un angle  $\Phi$  avec l'horizontale, et  $P_{pq}$ ,  $P_{pc}$ , et  $P_{py}$  doivent faire un angle  $\Phi$  avec la normale de  $bc$ , pour obtenir les valeurs de  $P_{pq}$ ,  $P_{pc}$ , et  $P_{py}$  la méthode de superposition peut être utilisée, mais ce n'est pas une solution exacte.

Ainsi il a été démontré que

$$q_q(BX1) = 2P_{pq}$$

$$q_q = \frac{2P_{pq}}{B} = q \underbrace{\left[ \frac{e^{2\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\phi}{2}\right)\tan\phi}}{2\cos^2\left(45 + \frac{\phi}{2}\right)} \right]}_{N_q} = qN_q \quad (2.17)$$

Pareillement l'expression des termes  $q_c$  et  $q_\gamma$  ont été démontré :

$$q_c = c \cot\phi \underbrace{\left[ \frac{e^{2\left(\frac{3\pi}{4} - \frac{\phi}{2}\right)\tan\phi}}{2\cos^2\left(45 + \frac{\phi}{2}\right)} - 1 \right]}_{N_c} = cN_c = c \cot\phi (N_q - 1) \quad (2.18)$$

$$q_\gamma = \frac{1}{B} \left( \frac{1}{4} \gamma B^2 K_{py} \tan^2\phi - \frac{B^2}{4} \gamma \tan\phi \right) = \frac{1}{2} \gamma B \underbrace{\left( \frac{1}{2} K_{py} \tan^2\phi - \frac{\tan\phi}{2} \right)}_{N_\gamma} = \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma \quad (2.19)$$

Avec  $k_{py}$  = coefficient de poussé des terres (passive)

La charge ultime par unité de surface de la fondation (c'est-à-dire la capacité portante ultime  $q_u$ ) pour un sol avec cohésion  $c$ , et un poids spécifique  $\gamma$  peut s'écrire d'onc :

$$q_u = q_q + q_c + q_\gamma \quad (2.20)$$

en remplaçant  $q_u$ ,  $q_\gamma$  et  $q_c$  par leurs expressions trouvées précédemment, on aura comme expression de la capacité portante :

$$q_u = c.N_c + q.N_q + \frac{1}{2}.\gamma.B.N_\gamma \quad (2.21)$$

Où  $N_c$ ,  $N_q$ , et  $N_\gamma$  sont les facteurs de la capacité portante

$$N_c = \cos\phi \left[ \frac{e^{2\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\phi}{2}\right)\tan\phi}}{2.\cos^2\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\phi}{2}\right)} - 1 \right] = \cot\phi(N_q - 1) \quad (2.22)$$

$$N_q = \frac{e^{2\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\phi}{2}\right)\tan\phi}}{2.\cos^2\left(45+\frac{\phi}{2}\right)} \quad (2.23)$$

$$N_\gamma = \frac{1}{2} \left( \frac{K_{\rho\gamma}}{\cos^2\phi} - 1 \right) \tan\phi \quad (2.24)$$

Les valeurs des facteurs sont présentées sur le tableau II.1, les valeurs de  $N_\gamma$  sont obtenues par **Kumbhojbar (1993)**

**TABLEAU II.1 : FACTEUR DE LA CAPACITE PORTANTE SUIVANT TERZAGHI**

$\phi$	$N_c$	$N_q$	$N_\gamma$	$\phi$	$N_c$	$N_q$	$N_\gamma$	$\phi$	$N_c$	$N_q$	$N_\gamma$
0	5.70	1.00	0.00	17	14.60	5.45	2.18	34	52.64	36.50	38.04
1	6.00	1.1	0.01	18	15.12	6.04	2.59	35	57.75	41.44	45.41
2	6.30	1.22	0.04	19	16.57	6.70	3.07	36	63.53	47.16	54.36
3	6.62	1.35	0.06	20	17.69	7.44	3.64	37	70.01	53.80	65.27
4	6.97	1.49	0.10	21	18.92	8.26	4.31	38	77.50	61.55	78.61
5	7.34	1.64	0.14	22	20.27	9.19	5.09	39	85.97	70.61	95.03
6	7.73	1.81	0.20	23	21.75	10.23	6.00	40	95.66	81.27	115.31
7	8.15	2.00	0.27	24	23.36	11.40	7.08	41	106.81	93.85	140.51
8	8.60	2.21	0.35	25	25.13	12.72	8.34	42	119.67	108.75	171.99
9	9.09	2.44	0.44	26	27.09	14.21	9.84	43	134.58	126.50	211.56
10	9.61	2.69	0.56	27	29.24	15.90	11.60	44	151.95	147.74	261.60
11	10.16	2.98	0.69	28	31.61	17.81	13.70	45	172.28	173.28	325.34
12	10.76	3.29	0.85	29	34.24	19.98	16.18	46	196.22	204.19	407.11
13	11.41	3.63	1.04	30	37.16	22.46	19.13	47	224.55	241.80	512.84
14	12.11	4.02	1.26	31	40.41	25.28	22.65	48	258.28	287.85	650.87
15	12.86	4.45	1.52	32	44.04	28.52	26.87	49	298.71	344.63	831.99
16	13.68	4.92	1.82	33	48.09	32.23	31.94	50	347.50	415.14	1072.80

Pour les fondations rectangulaires ou circulaires, la condition (en déformation plane) dans le sol à charge ultime n'existe pas. Par conséquent, Terzaghi (1943) propose les expressions suivantes

$$q_u = 1.3.c.N'_c + q'.N'_q + 0.4.\gamma.B.N'_\gamma \quad (\text{Semelle carrée } B \times B) \quad (2.25)$$

$$q_u = 1.3.c.N'_c + q'.N'_q + 0.3.\gamma.B.N'_\gamma \quad (\text{Semelle circulaire diamètre } B) \quad (2.26)$$

Depuis les travaux de Terzaghi, de nombreuses études expérimentales pour l'estimation de la capacité portante ultime des fondations superficielles ont été accomplies. En se basant sur ces études, il apparaît que les hypothèses de Terzaghi concernant la surface de rupture dans le sol sont dans l'ensemble correctes.

Pendant, l'angle  $\alpha$  que font les faces  $ac$  et  $bc$  du triangle ( $abc$ ) (**fig.II.6**) avec l'horizontal est inférieur à  $45+\Phi/2$  et non à  $\Phi$  comme proposé par Terzaghi.

Dans ce cas, l'allure de la surface de rupture dans le sol sera comme indiqué sur la **Figure II.8**.

### Cas d'un cisaillement partiel :

En ce qui concerne la rupture par cisaillement partiel, Terzaghi (1943) propose les relations suivantes:

Fondation continue ( $B/L=0$ ,  $L$  = longueur de la fondation)

$$q_u = c'.N'_c + q'.N'_q + \frac{1}{2}.\gamma.B.N'_\gamma \quad (2.27)$$

Fondation carrée ( $B=L$ )

$$q_u = 1.3.c'.N'_c + q'.N'_q + 0.4.\gamma.B.N'_\gamma \quad (2.28)$$

Fondation circulaire ( $B$ = diamètre)

$$q_u = 1.3.c'.N'_c + q'.N'_q + 0.3.\gamma.B.N'_\gamma \quad (2.29)$$

Avec  $N'_c$ ,  $N'_q$ , et  $N'_\gamma$  sont les facteurs de la capacité portante modifiés.

Et  $c' = 2c/3$

Les paramètres de la capacité portante peuvent être obtenus en substituons par  $\Phi' = \tan^{-1}(0.67 \tan\Phi)$  la valeur  $\Phi$  dans les équations (2.22), (2.23), et (2.24).

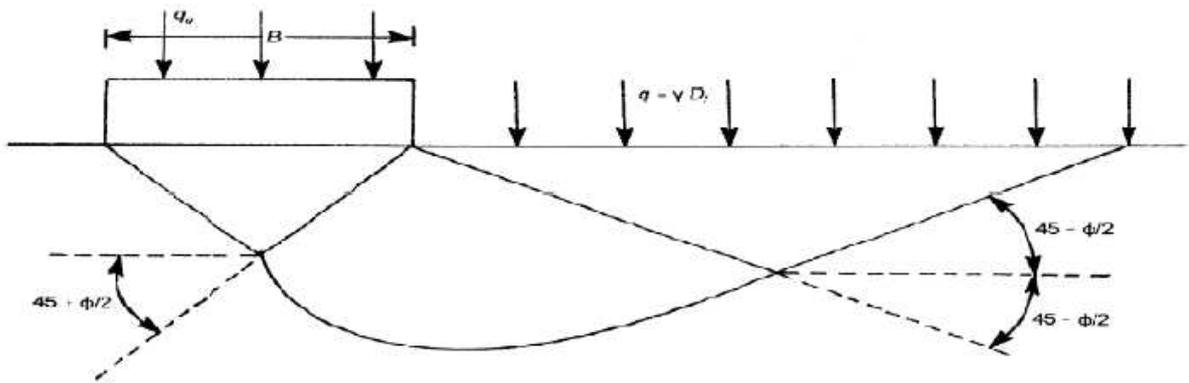


Figure II.8 : surface de rupture modifiée dans sol supportant une fondation superficielle à chargement ultime

Pour les valeurs  $N'_c$ ,  $N'_q$ , et  $N'_\gamma$  sont reportées sur le tableau II.2

TABLEAU II.2 : FACTEURS DE LA CAPACITE PORTANTE MODIFIES (TERZAGHI).

$\phi$	$N'_c$	$N'_q$	$N'_\gamma$	$\phi$	$N'_c$	$N'_q$	$N'_\gamma$	$\phi$	$N'_c$	$N'_q$	$N'_\gamma$
0	5.70	1.00	0.00	17	10.47	3.13	0.76	34	23.72	11.67	7.22
1	5.90	1.07	0.005	18	10.90	3.36	0.88	35	25.18	12.75	8.35
2	6.10	1.14	0.02	19	11.36	3.61	1.03	36	26.77	13.97	9.41
3	6.30	1.22	0.04	20	11.85	3.88	1.12	37	28.51	15.32	10.90
4	6.51	1.30	0.055	21	12.37	4.17	1.35	38	30.43	16.85	12.75
5	6.74	1.39	0.074	22	12.92	4.48	1.55	39	32.53	18.56	14.71
6	6.97	1.49	0.10	23	13.51	4.82	1.74	40	34.87	20.50	17.22
7	7.22	1.59	0.128	24	14.14	5.20	1.97	41	37.45	22.70	19.75
8	7.47	1.70	0.16	25	14.80	5.60	2.25	42	40.33	25.21	22.50
9	7.74	1.82	0.20	26	15.53	6.05	2.59	43	43.54	28.06	26.25
10	8.02	1.94	0.24	27	16.03	6.54	2.88	44	47.13	31.34	30.40
11	8.32	2.08	0.30	28	17.13	7.07	3.29	45	51.17	35.11	36.00
12	8.63	2.22	0.35	29	18.03	7.66	3.76	46	55.73	39.48	41.70
13	8.96	2.38	0.42	30	18.99	8.31	4.39	47	60.91	44.54	49.30
14	9.31	2.55	0.48	31	20.03	9.03	4.83	48	66.80	50.46	59.25
15	9.67	2.73	0.57	32	21.16	9.82	5.51	49	73.55	57.41	71.45
16	10.06	2.92	0.67	33	22.39	10.69	6.32	50	81.31	65.60	85.75

#### II.4.4 Détermination de la charge limite selon Caquot et J. Kérisel

##### II.4.4.1 Formule générale

La charge limite de la fondation est déterminée en superposant trois états de résistance. C'est-à-dire :

- La résistance du sol pulvérulent sous le niveau de la semelle, entraînant une certaine résistance  $Q_\gamma$  (**figure.II.9.a**) ;  $\gamma_2$  : est les poids volumique des terres sous le niveau de la semelle;
- L'action des terres situées au-dessus du niveau des fondations et supposées agir comme une surcharge  $q_0 = \gamma_1 \cdot D$  ( ou  $q'_0 = \gamma'_1 \cdot D$ , le cas échéant) sur un milieu pulvérulent non pesant, d'où une résistance  $Q_p$ , (**figure. II.9.b**) :  $\gamma_1$  est le poids volumique des terres au-dessus du niveau de la semelle ;
- L'action de la cohésion, d'où une résistance  $Q_c$  (**figure II.9.c**).

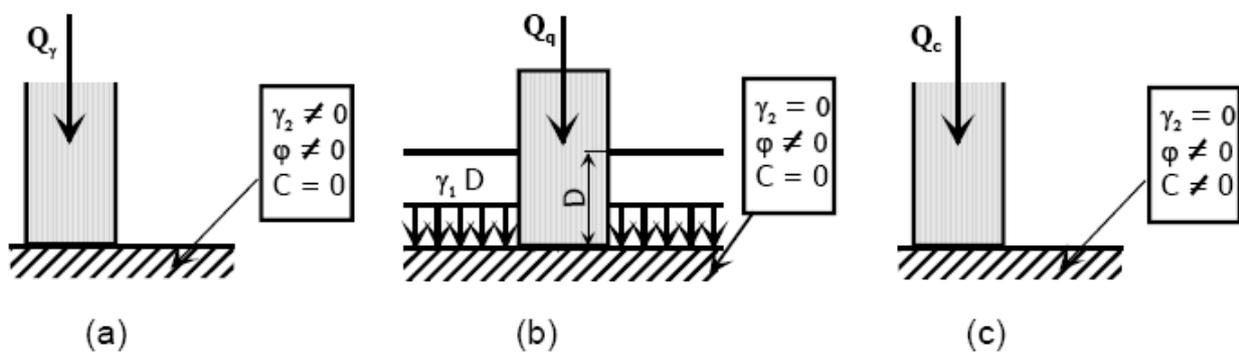
La charge limite de la fondation ou capacité portante sera :  $Q_u = Q_\gamma + Q_p + Q_c$ ,

Et la contrainte de rupture :  $q_u = q_\gamma + q_p + q_c$  ; avec  $q_i = \frac{Q_i}{B}$

De nombreux auteurs, ont résolu le problème en faisant des hypothèses différentes sur la rugosité de la semelle et la forme de la zone en équilibre limite, c'est-à-dire sur l'allure des surfaces de glissement. Bien que les valeurs numériques soient parfois assez différentes. Toutes ces études conduisent à la formule générale suivante :

$$q_u = 0,5 \cdot S_\gamma \cdot \gamma_2 \cdot B \cdot N_\gamma + S_q \cdot q_0 \cdot N_q + S_c \cdot C \cdot N_c \quad (2.30)$$

$S_\gamma, S_q, S_c$  : sont des coefficients dépendant de la forme des fondations.



**Figure II.9** : Décomposition de la charge limite.

Les trois termes de cette formule correspondent à ceux définis précédemment :

- Le premier terme est appelé terme de surface : Il est proportionnel à  $B$  ;
- Le second est appelé terme de profondeur : Il est proportionnel à  $D$  ;
- Le troisième est appelé terme de cohésion : Il est proportionnel à la cohésion  $C$ .

$N_\gamma, N_q$  et  $N_c$  : sont des coefficients numériques qui dépendent uniquement de l'angle de frottement interne  $\phi$ .

### II.4.4.2 Détermination des coefficients $N_\gamma$ , $N_q$ , $N_c$ selon A. Caquot et J. Kérisel

Le calcul est réalisé pour une semelle continue à base horizontale encastrée dans un sol homogène et supportant une charge verticale centrée. Le problème étant à deux dimensions, il est possible de considérer une tranche de longueur unité dans le sens perpendiculaire à B.

Avec ces hypothèses, les coefficients  $S_\gamma$ ,  $S_q$  et  $S_c$ , sont tous égaux à 1 et la formule s'écrit :

$$q_u = 0,5 \cdot \gamma_2 \cdot B \cdot N_\gamma + q_0 \cdot N_q + C \cdot N_c$$

**A-** Terme de surface  $N_\gamma$

Le coin AMC (**zone I de la figure II.10**) est supposé faire un angle au sommet M de  $\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)$ .

Il est en équilibre surabondant et fait corps avec la fondation.

Le poinçonnement de la fondation dans le milieu pulvérulent se produit lorsque la butée sur les écrans fictifs AM et CM est entièrement mobilisée.

La résultante de la butée sur CM s'écrit :

$$R = 0,5 \cdot \gamma_2 \cdot B \cdot C^2 \cdot K_p \quad (2.31)$$

S'agissant d'un frottement sol contre sol, le contact est parfaitement rugueux le long de AM et CM et l'angle de frottement  $\varphi$  sur CM est égal à  $(-\varphi)$ . Par suite, la résultante est inclinée de  $(-\varphi)$  sur la normale à l'écran et la valeur de  $K_p$  est obtenue à partir des tables de butée de

$$\text{Caquot et Kérisel (1953) pour } \beta=0, \quad \delta=-\varphi \text{ et } \lambda = -\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \quad (2.32)$$

L'ensemble des forces verticales est en équilibre. Ces forces sont :

- La capacité portante de la fondation par unité de longueur  $Q_\gamma = q_\gamma \cdot B$  (2.33)

- Le poids W du coin ACM,  $W = \gamma_2 \cdot \left(\frac{B^2}{4}\right) \cdot \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)$  (2.34)

- Les deux composantes verticales des réactions de butée  $R_p$  sur AM et CM.

La figure (II.10) montre que la résultante  $R_p$  fait avec la verticale d'un angle de  $\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$  et que

$$CM = \frac{B}{\left(2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)\right)} \quad (2.35)$$

L'équilibre des forces verticales s'écrit :  $Q_\gamma + W = 2 \cdot R \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$  (2.36)

Soit en remplaçant W, R et CM par leurs valeurs :



Comme dans le cas d'actions du sol sur un écran, on a deux équilibres de Rankine séparé par un équilibre général en spirale logarithmique (**figure II.11**).

Le calcul donne l'expression suivante de  $q_u$ .

$$q_u = P.tg^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)e^{\pi.tg\varphi}$$

Avec  $P = \gamma_1.D$

$$q_u = \gamma_1.D.tg^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)e^{\pi.tg\varphi} \quad (2.39)$$

Avec  $\gamma_1$  : poids volumique du sol au-dessus de la semelle.

En posant  $q_u = q_q$  (contrainte ultime de profondeur)

$$q_q = \gamma_1.D.N_q \quad (2.40)$$

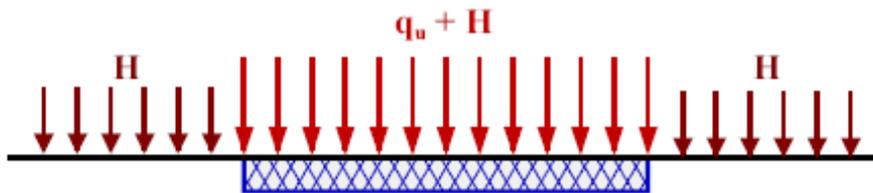
On appellera  $N_q$  : terme de profondeur

$$N_q = tg^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)e^{\pi.tg\varphi} \quad (2.41)$$

Avec  $\varphi$  : angle de frottement du sol au-dessous de la semelle.

**C-** Terme de cohésion  $N_c$

On applique le théorème des états correspondants de CAQUOT. On est ramené au problème précédent en remplaçant  $\gamma_1.D$  par  $H = C/tg\varphi$  (**figure II.12**).



(Figure II.12).

$$q_u + H = H.tg^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)e^{\pi.tg\varphi}$$

$$q_u = H \left[ tg^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)e^{\pi.tg\varphi} - 1 \right]$$

En posant  $q_u = q_c$  (contrainte ultime de cohésion)

$$q_c = C.N_c \quad \text{avec}$$

$$N_c = \frac{N_q - 1}{\operatorname{tg} \varphi}$$

pour un sol fin saturé cisailé à court terme  $\varphi_u = 0$  et  $C_u \neq 0$  ; on fait tendre  $\varphi \rightarrow 0$  et on obtient :

$$N_c = \pi + 2$$

(Terzaghi pour une semelle rugueuse a montré  $N_c = 5,7$ ).

Cette formule donne la capacité portante d'une semelle sans encastrement fondée sur un sol fin saturé sous un chargement rapide (phase de chantier, court terme).

On peut étendre cette approche à la construction des remblais sur sol fin saturé en assimilant le remblai à une fondation superficielle.

## II.5 Méthodes de calcul de la capacité portante pour des cas particuliers

Le problème de la capacité portante exposé précédemment suppose que le sol supportant la fondation est homogène et s'étend sur une grande profondeur sous de la fondation, et on suppose aussi que la surface du sol est horizontale, cependant ceci n'est vrai pour tous les cas.

Il est possible de rencontrer une couche rigide à faible profondeur, ou un sol stratifié avec des couches de caractéristiques mécaniques différentes, où qu'il soit nécessaire de construire une fondation sur ou près d'un talus. C'est le problème de la capacité portante de ces cas que nous essayons d'aborder dans cette section.

### II.5 .1 Fondations supportées par une couche de sol au dessus d'une base rigide

La Fig. **II.13.a** : montre une semelle continue rigide à base rugueuse supportée par une couche de sol qui s'étend sur une grande profondeur. La capacité portante ultime de cette fondation peut être exprimée (en négligeons le facteur de profondeur)

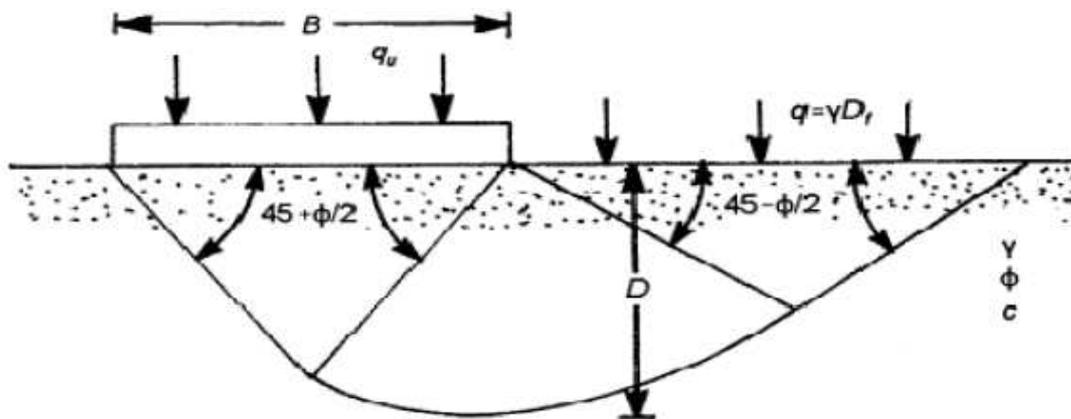
$$q_u = cN_c + qN_q + \frac{1}{2}\gamma BN_\gamma \quad (2.42)$$

La profondeur de la zone de rupture dans le sol due à la charge ultime  $q_u$  est égale à  $D$ . La valeur de  $D$  obtenue pendant l'évaluation du facteur de la capacité portante  $N_c$  et  $N_q$  par Meyerhof est donné sous une forme non dimensionnelle dans la figure. (**II.14**). De la même façon, la magnitude de  $D$  obtenue par Lundgren et Mortensen (1953) pendant l'évaluation de  $N_\gamma$  est donné dans Figure (**II.15**).

Maintenant si une base rugueuse rigide est localisée à une profondeur  $H < D$  au-dessous de la base de fondation, un développement complet de la surface de rupture dans le sol sera limité.

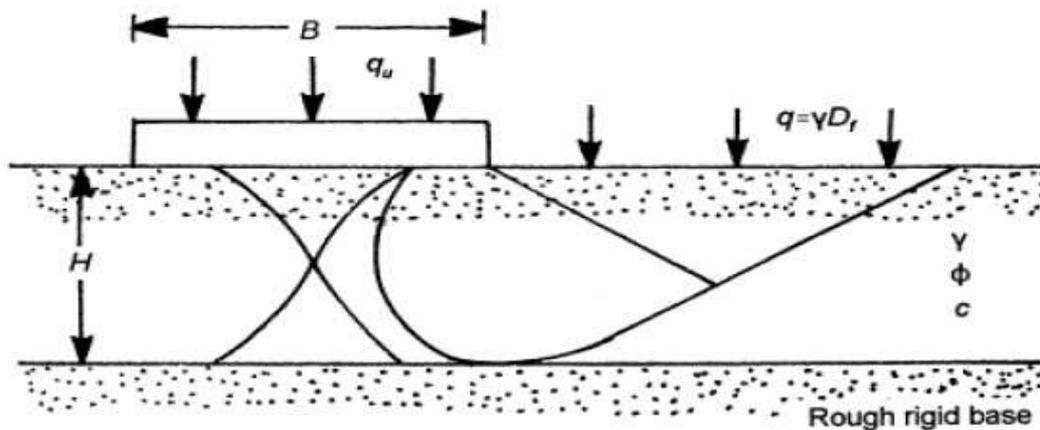
Dans un tel cas, la zone de rupture du sol et le développement des lignes de glissement à la charge ultime sera comme indiqué dans la figure. **(II.13.b)**. Mandel et Salencon (1972) ont déterminés les facteurs de la capacité portante pour un tel cas par intégration numérique en utilisant la théorie de plasticité. La capacité portante ultime d'une fondation continue rugueuse avec une base rugueuse rigide localisée à une petite profondeur peut être donnée par la relation

$$q_u = cN_c^* + qN_q^* + \frac{1}{2}\gamma BN_\gamma^* \quad (2-43)$$



(a)

Sol homogène s'étendant à une grande profondeur



(b)

**Figure II.13** : surface de rupture sous une fondation continue rigide

Base rigide et rugueuse à faible profondeur

Notons que, pour  $H \geq D$ ,  $N_c^* = N_c$ ,  $N_q^* = N_q$ , et  $N_\gamma^* = N_\gamma$  (Lundgren et Mortensen 1953). Les variations de  $N_c^*$ ,  $N_q^*$ , et  $N_\gamma^*$  avec  $H/B$  et l'angle du frottement du sol  $\Phi$  sont donnés dans les figures. (II .16), (II .17), et (II .18), respectivement.

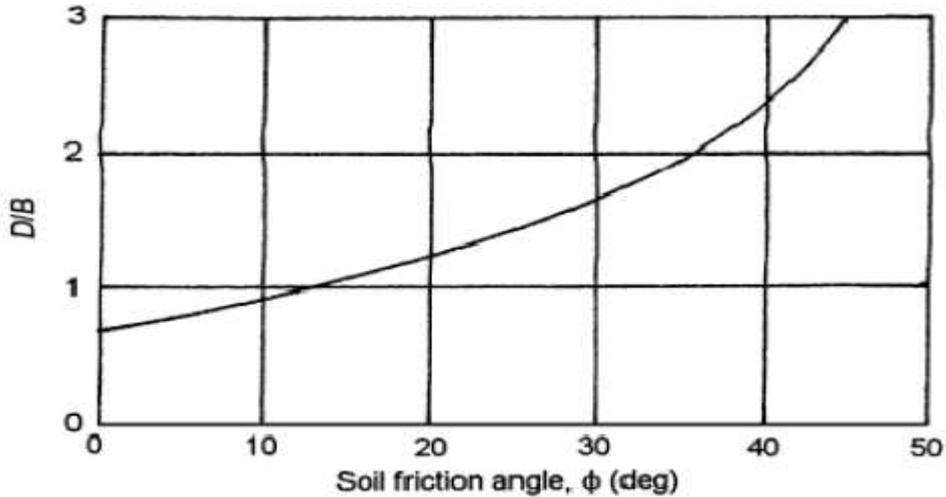


Figure II.14 : variation de D/B avec l'angle de frottement du sol pour ( $N_c$  et  $N_q$ )

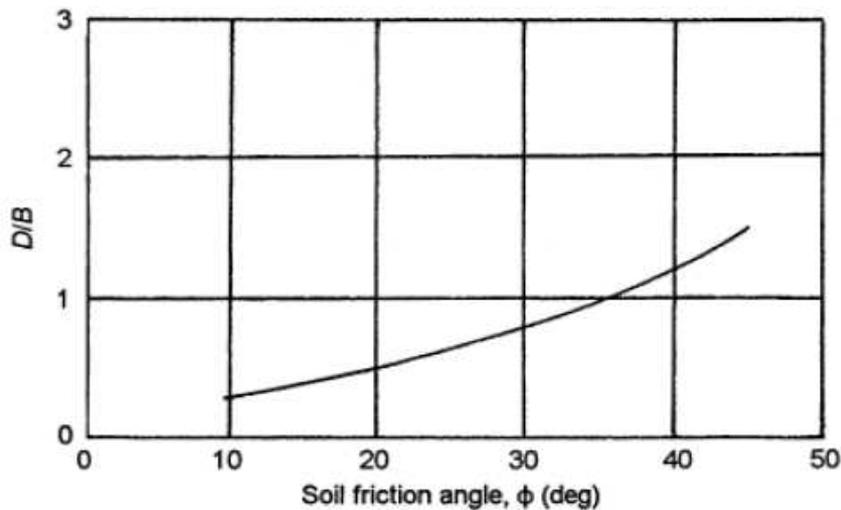


Figure II .15 variation de D/B avec l'angle de frottement (pour  $N_\gamma$ ).

En négligeant les facteurs de la profondeur, la capacité portante ultime des fondations circulaires et rectangulaires rugueuses sur une couche du sable ( $c = 0$ ) avec une base rigide rugueuse localisée à une petite profondeur peut être donnée comme

$$q_{ul} = qN_q^* \lambda_{qs}^* + \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma^* \lambda_{\gamma s}^* \tag{2-44}$$

Les facteurs de forme cités ci-dessus varient en fonction de H/B et  $\Phi$ . Basés sur le travail de Meyerhof et Chaplin (1953) et avec l'hypothèse simplificatrice qui, dans les plans radiaux, les contraintes et les zones du cisaillement sont identiques à ceux dans les plans transversaux, Meyerhof (1974) a évalué les valeurs approximatives de  $\lambda_{qs}^*$  et  $\lambda_{\gamma s}^*$  comme

$$\lambda_{qs}^* = 1 - m_1 \left( \frac{B}{L} \right) \tag{2-45}$$

$$\lambda_{\gamma s}^* = 1 - m_2 \left( \frac{B}{L} \right) \tag{2-46}$$

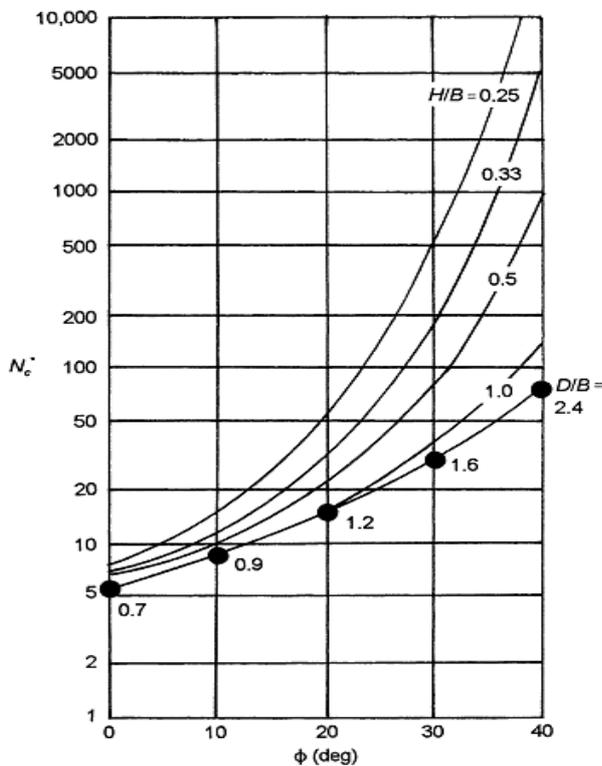


Figure II .16: facteur de la capacité portante de

Mandel et Salencon  $N_c^*$  [eq (2-43)]

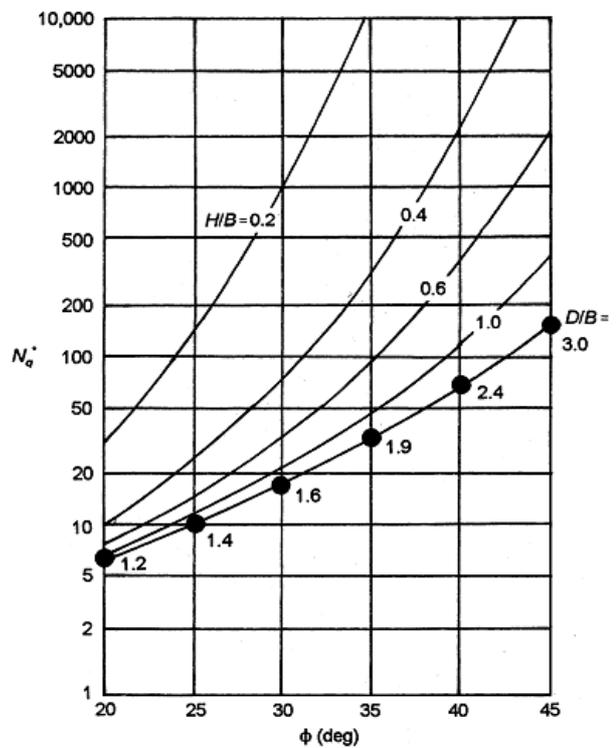


Figure II .17: facteur de la capacité portante de

Mandel et Salencon  $N_q^*$  [eq (2-43)]

La variation de  $m_1$  et  $m_2$  avec H/B et  $\Phi$  est donnée dans les figures (II-19) et (II-20)

Pfeifle et Das (1979) ont dirigés des essais de laboratoire pour vérifier la théorie de Mandel et Salencon (1972). La figure (II-21) représente la comparaison de l'évaluation expérimentale de  $N_{\gamma}^*$  pour une fondation de surface rugueuse ( $D_f = 0$ ) sur une couche du sable avec théorie.

L'angle de frottement du sable utilisé pour ces essais était  $35^\circ$  figure (II-21). Les conclusions suivantes peuvent être tirées

- 1- La valeur de  $N\gamma^*$  pour une fondation donné augmente avec la diminution de  $H/B$ .
- 2- La grandeur  $H/B \geq D/B$  ; la présence d'une base rugueuse rigide n'a aucune influence sur  $N\gamma^*$  la valeur d'une fondation est approximativement 50-75% plus que celle prédit par la théorie.
- 3- Pour  $H/B$  entre 0.6 et presque 1.9, les valeurs expérimentales de  $N\gamma^*$  sont plus grandes que celles donnée par la théorie
- 4- Pour  $H/B <$  presque 0.6, les valeurs expérimentales de  $N\gamma^*$  sont considérablement inférieures à celles qui sont prédit par la théorie. Il peut être dû à deux facteurs: (a) l'écrasement des grains du sable à telles hautes valeurs de charge ultime, et (b) la nature curviligne de l'enveloppe de rupture réel de sol à hauts niveaux des contraintes normales.

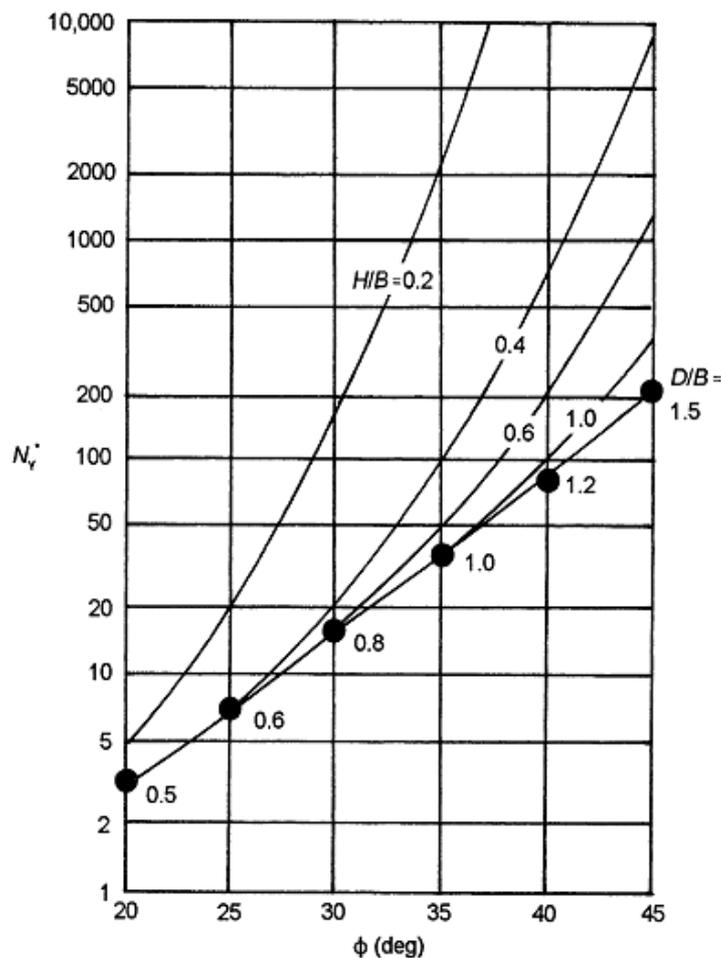


Figure II .18 : facteur de la capacité portante de Mandel et Salencon  $N_{\gamma}^*$  [eq (2-43)]

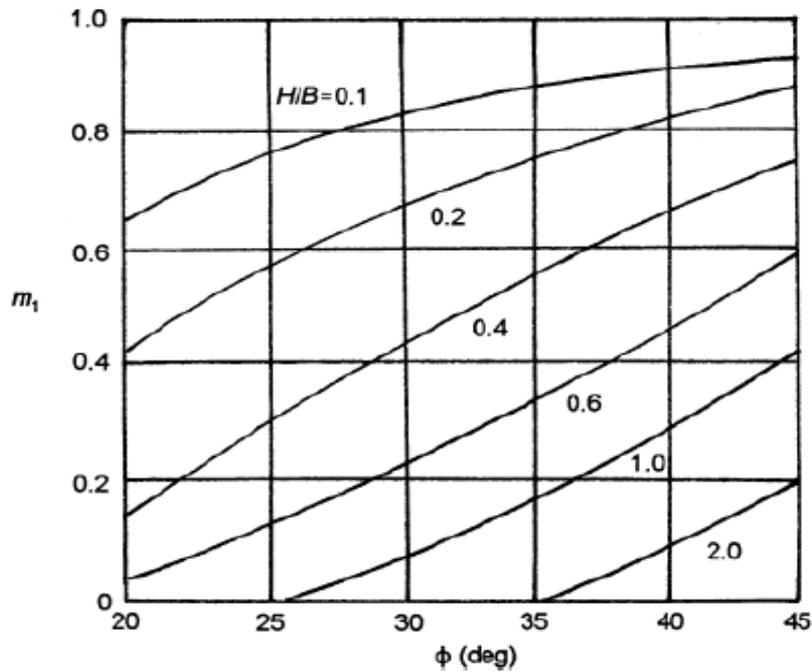


Figure II .19 : variation de  $m_1$  (valeurs de Meyerhof) pour l'utilisation dans l'équation du facteur de forme modifié [eq (2-45)]

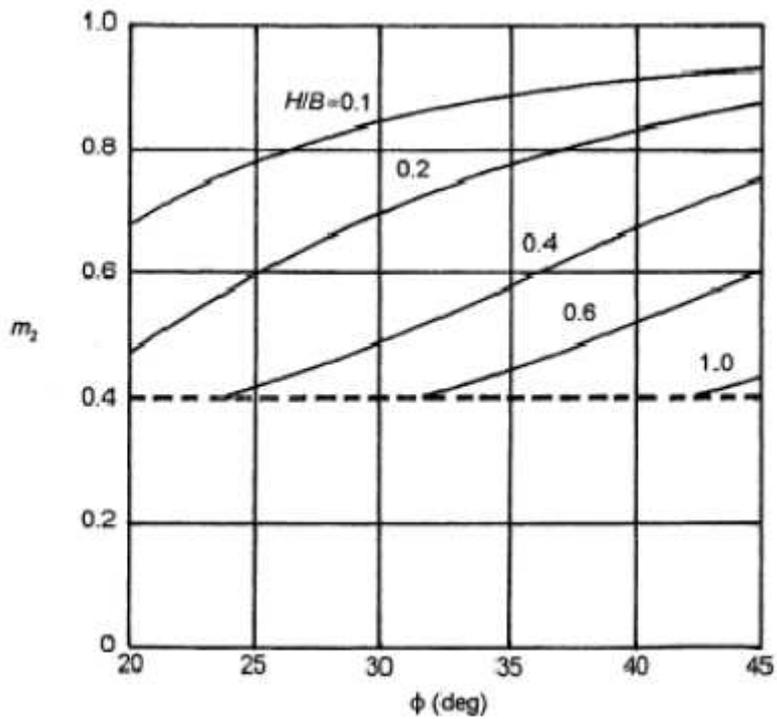
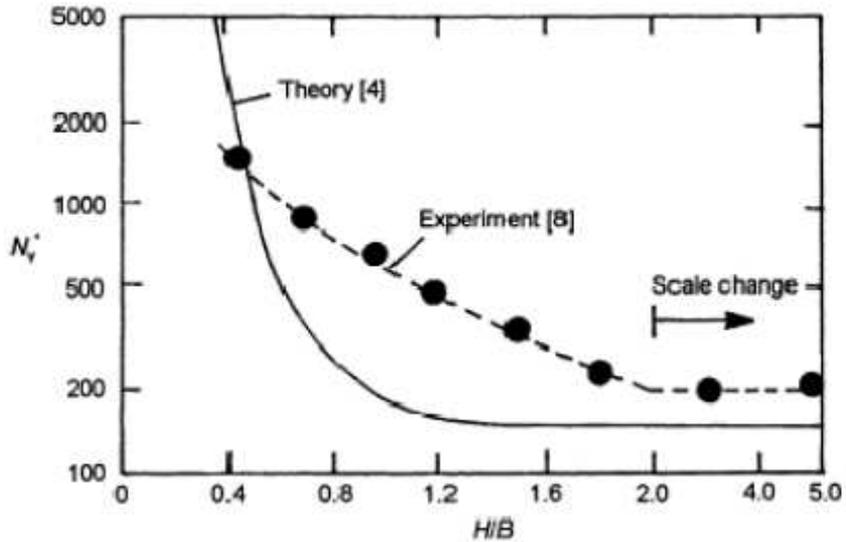


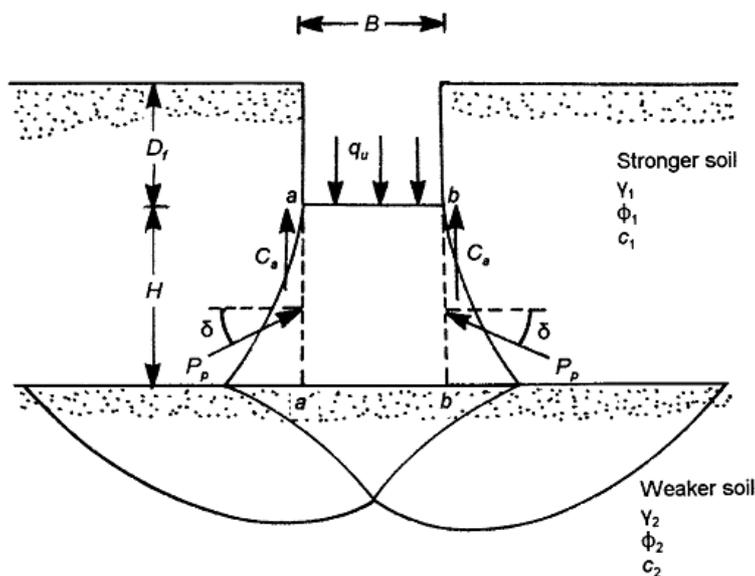
Figure II-20 : variation de  $m_2$  (valeurs de Meyerhof) pour l'utilisation dans l'équation du facteur de forme modifié [eq (2-46)]



**Figure II-21** : Comparaison entre les valeurs expérimentales et théoriques de  $N^*_\gamma$  ( $\Phi=43^\circ, c=0$ ).

**II-5-2 Fondation sur une couche de sol raide surmontant un sol mou**

Meyerhof et Hanna (1978) ont développés une théorie pour estimer la capacité portante ultime d'une fondation filante rigide sur une couche de sol raide surmontant une couche de sol mou fig (II-22). D'après leur théorie, à une charge ultime par unité de surface,  $q_u$ , la surface de rupture dans le sol sera comme celle de la figure (II-22).



**Figure II-22** : fondation filante rigide sur une couche de sol dense surmontant argile molle

Si le rapport H/B est relativement petit, une rupture du cisaillement local se produira dans la couche du sol raide suivie par une rupture de cisaillement général dans la couche de sol mou. En considérant la longueur unitaire de la fondation continue, la capacité portante ultime peut être donnée par :

$$q_u = q_b + \frac{2(C_a + P_p \sin \delta)}{B} - \gamma_1 H \quad (2-47)$$

Avec B = largeur de la semelle

$\gamma_1$  = Densité de sol ferme

$C_a$  = force d'adhésion le long de  $aa'$  et  $bb'$

$P_p$  = force passive sur les faces  $aa'$  et  $b$

$q_b$  = la capacité portante au bas de la couche

$\delta$  = angle de la force passive PP avec l'horizontale.

Notons que dans l'équation (2-47)

$$C_a = c_a H \quad \text{Ou } c_a = \text{unité d'adhésion} \quad (2-48)$$

$$P_p = \frac{1}{2} \gamma_1 H^2 \left( \frac{K_{pH}}{\cos \delta} \right) (\gamma_1 D_f)(H) \left( \frac{K_{pH}}{\cos \delta} \right) = \frac{1}{2} \gamma_1 H^2 \left( 1 + \frac{D_f}{H} \right) \left( \frac{K_{pH}}{\cos \delta} \right) \quad (2-49)$$

Où  $K_{pH}$  = composante horizontale du coefficient de poussée des terres.

$$q_b = c_2 N_{c(2)} + \gamma_1 (D_f + H) N_{q(2)} + \frac{1}{2} \gamma_2 B N_{\gamma(2)} \quad (2-50)$$

$N_{c(2)}$ ,  $N_{q(2)}$ ,  $N_{\gamma(2)}$  = les facteurs de la capacité portante de la couche du sol inférieure (c'est, en ce qui concerne l'angle du frottement de la couche du sol inférieure,  $\Phi_2$ )

La combinaison des équations (2-47), (2-48) et (2-49) entraîne l'équation suivante

$$\begin{aligned} q_u &= q_b + \frac{2c_a H}{B} + 2 \left[ \frac{1}{2} \gamma_1 H^2 \left( 1 + \frac{2D_f}{H} \right) \right] \left( \frac{K_{pH}}{\cos \delta} \right) \left( \frac{\sin \delta}{B} \right) - \gamma_1 H \\ &= q_b + \frac{2c_a H}{B} + \gamma_1 H^2 \left[ 1 + \frac{2D_f}{H} \right] \frac{K_{pH} \tan \delta}{B} - \gamma_1 H \end{aligned} \quad (251)$$

Où :

$$K_{pH} \tan \delta = K_s \tan \phi_1 \quad (2-52)$$

Avec :  $K_s$  = le coefficient de cisaillement perforé

Alors :

$$q_u = q_b + \frac{2c_a H}{B} + \gamma_1 H^2 \left[ 1 + \frac{2D_f}{H} \right] \frac{K_s \tan \phi_1}{B} - \gamma_1 H \quad (2-53)$$

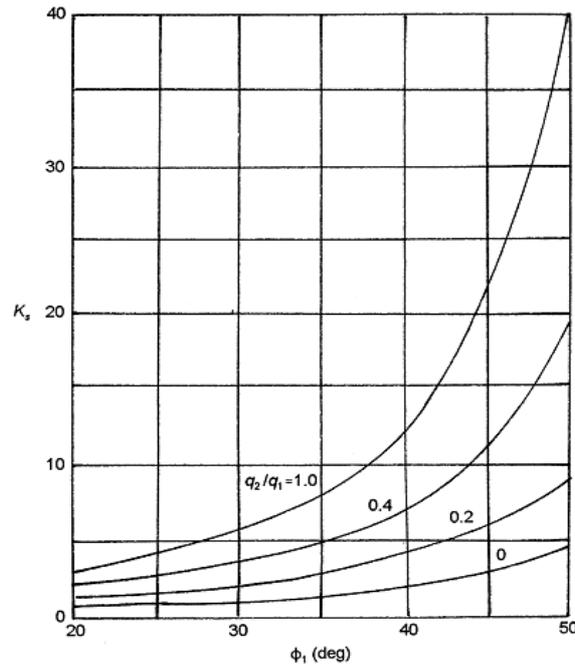


Figure II-23 : La théorie de variation de  $K_s$  avec  $\Phi_1$  et  $q_2/q_1$  de Meyerhof et Hanna

Le coefficient de cisaillement local peut être déterminé en utilisant les tableaux du coefficient de la pression du sol passif proposé par Caquot et Kerisel (1949). La figure (II-23) donne la variation de  $K_s$  avec  $q_2/q_1$  et  $\Phi_1$ . On notera que  $q_1$  et  $q_2$  sont les capacités portantes ultimes d'une fondation de la surface continue de largeur  $B$  sous charge verticale sur couches homogènes des sols supérieurs et inférieurs, respectivement, ou

$$q_1 = c_1 N_{c(1)} + \frac{1}{2} \gamma_1 B N_{\gamma(1)} \tag{2-54}$$

Où :  $N_{c(1)}$ ,  $N_{\gamma(1)}$  = les facteurs de la capacité portante correspondant à l'angle de frottement du sol  $\Phi_1$

$$q_2 = c_2 N_{c(2)} + \frac{1}{2} \gamma_2 B N_{\gamma(2)} \tag{2-55}$$

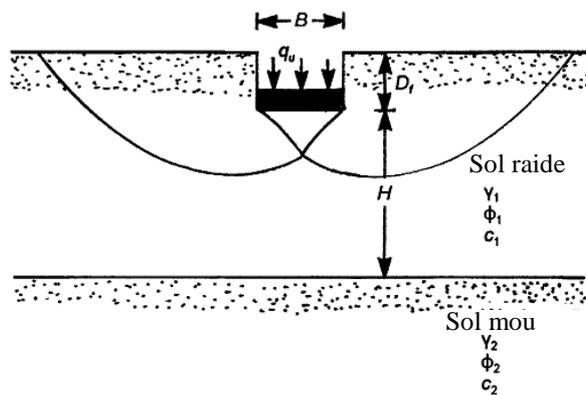


Figure II-24 : fondation filante rigide sur bi-couche de sol ( $H/B$  est relativement petite)

Si la hauteur  $H$  est grande comparée avec la largeur  $B$ , alors la surface de rupture sera complètement localisée dans la couche de sol raide supérieure comme la figure (II-24). Dans tel cas, la limite supérieure pour  $q_u$  sera de la forme suivante :

$$q_u = q_1 = c_1 N_{c(1)} + q N_{q(1)} + \frac{1}{2} \gamma_1 B N_{\gamma(1)} \quad (2-56)$$

D'où, en combinant les équations 53 et 56 :

$$q_u = q_b + \frac{2c_a H}{B} + \gamma_1 H^2 \left[ 1 + \frac{2D_f}{H} \right] \frac{K_s \tan \phi_1}{B} - \gamma_1 H \leq q_c \quad (2-57)$$

Pour la fondation rectangulaire, l'équation précédant peut être modifiée comme :

$$q_u = q_b + \left( 1 + \frac{B}{L} \right) \left( \frac{2c_a H}{B} \right) \lambda_{cs} + \left( 1 + \frac{B}{L} \right) \gamma_1 H^2 \left( 1 + \frac{2D_f}{H} \right) \left( \frac{K_s \tan \phi_1}{B} \right) \lambda_s - \gamma_1 H \leq q_c \quad (2-58)$$

Où :  $\lambda_a, \lambda_s$  : facteurs de forme

$$q_b = c_2 N_{c(2)} \lambda_{cs(2)} + \gamma_1 (D_f + H) N_{q(2)} \lambda_{qs(2)} + \frac{1}{2} \gamma_2 B N_{\gamma(2)} \lambda_{\gamma s(2)} \quad (2-59)$$

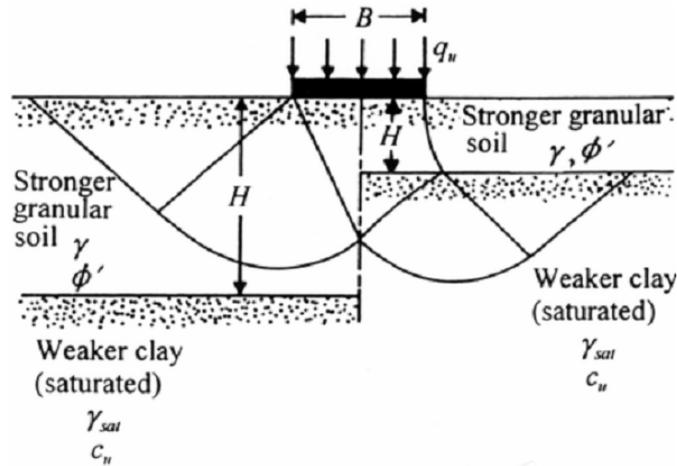
$$q_c = c_1 N_{c(1)} \lambda_{cs(1)} + \gamma_1 D_f N_{q(1)} \lambda_{qs(1)} + \frac{1}{2} \gamma_1 B N_{\gamma(1)} \lambda_{\gamma s(1)} \quad (2-60)$$

$\lambda_{cs(1)}, \lambda_{qs(1)}, \lambda_{\gamma s(1)}$  = facteurs de forme pour la couche de sol supérieur (l'angle de frottement  $\Phi_1$  ; voir le tableau II-3 )

$\lambda_{cs(2)}, \lambda_{qs(2)}, \lambda_{\gamma s(2)}$  = facteurs de forme pour la couche de sol inférieur (l'angle de frottement  $\Phi_2$  ; voir le tableau II -3 )

Basé sur les équations générales [(2-58), (2-59) et (2-60)] ; on prend un cas spécial en considérant la couche supérieur comme sable dense et la couche inférieur comme argile molle.

**II-5-3 Capacité portante d'une couche de sable dense sur argile molle saturé**



**Figure II-25 : la surface de rupture sous une fondation filante supportée par une couche du sol granulaire dense surmontant une argile molle**

Dans ce cas :  $c_1 = 0$  et d'où  $c_a = 0$  aussi pour  $\Phi_2 = 0$  ;  $N_{c(2)} = 5.14$  ;  $N_{\gamma(2)} = 0$  ;  $N_{q(2)} = 1$  ;

$\lambda_{cs} = 1 + 0.2 (B/L)$  ;  $\lambda_{qs} = 1$  (les facteurs de forme sont des valeurs de Meyerhof comme

Présenté dans le tableau II-3)

$$q_{us} = 5.14c_2 \left[ 1 + 0.2 \left( \frac{B}{L} \right) \right] + \left( 1 + \frac{B}{L} \right) \gamma_1 H^2 \left( 1 + \frac{2D_f}{H} \right) \frac{K_s \tan \phi_1}{B} \lambda_s + \gamma_1 D_f \leq q_r \tag{2-61}$$

Où :

$$q_r = \gamma_1 D_f N_{q(1)} \left[ 1 + 0.1 \left( \frac{B}{L} \right) \tan^2 \left( 45 + \frac{\phi_1}{2} \right) \right] + \frac{1}{2} \gamma_1 B N_{\gamma(1)} \left[ 1 + 0.1 \left( \frac{B}{L} \right) \tan^2 \left( 45 + \frac{\phi_1}{2} \right) \right] \tag{2-62}$$

Dans l'équation (2-62) les relations pour les facteurs de forme  $\lambda_{qs}$ , et  $\lambda_{\gamma s}$  sont celles données par Meyerhof (1963) comme présenté dans le tableau II-3. Noter ce  $K_s$  est la fonction de  $q_2/q_1$  [équations (2-54) et (2-55)] pour ce cas

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{c_2 N_{c(2)}}{\frac{1}{2} \gamma_1 B N_{\gamma(1)}} = \frac{5.14 c_2}{0.5 \gamma_1 B N_{\gamma(1)}} \tag{2-63}$$

Tableau II-3 résumé des facteurs de formes

Facteur	Relation	Référence
forme	Pour $\phi = 0^\circ$ : $\lambda_{cs} = 1 + 0.2 \left(\frac{B}{L}\right)$ $\lambda_{qs} = 1$ $\lambda_{\gamma s} = 1$ pour $\phi \geq 10^\circ$ : $\lambda_{cs} = 1 + 0.2 \left(\frac{B}{L}\right) \tan^{2\left(45 + \frac{\phi}{2}\right)}$ $\lambda_{qs} = \lambda_{\gamma s} = 1 + 0.1 \left(\frac{B}{L}\right) \tan^{2\left(45 + \frac{\phi}{2}\right)}$	MEYERHOF 1974

Une fois  $q_2/q_1$  est connue, la grandeur K peut être obtenue de la figure (II-23) qui, par la suite, peut être utilisé dans l'équation. (2-61) pour détermine la capacité portante ultime de  $q_u$  de la fondation. La valeur du facteur de forme  $K_s$  pour une fondation filante peut être pris comme un. Pour les fondations carrés ou circulaires, d'après le travail expérimental de Meyerhof et Hanna (1978), la valeur de  $\lambda_s$  paraît varier entre 1.1 et 1.27. Pour un calcul conservateur il peut être pris égale à un.

Basé sur ce concept, Hanna et Meyerhof (1978) ont développés des courbes alternatives pour déterminer les coefficients de cisaillement local  $K_s$ , et ces courbes sont montrées dans les figures (II-26) et (II-27). Pour utiliser ces courbes, il est recommandé de suivre les étapes suivantes:

- 1- Déterminer  $q_2/q_1$
- 2- Avec les valeurs connus de  $\Phi_1$  et  $q_2/q_1$ , déterminer la valeur de  $\delta/\Phi_1$  de la figure (II-26)
- 3- Avec les valeurs connus de  $\Phi_1$  et  $q_2/q_1$  et  $c_2$ , déterminer  $K_s$  de la figure (II-27)

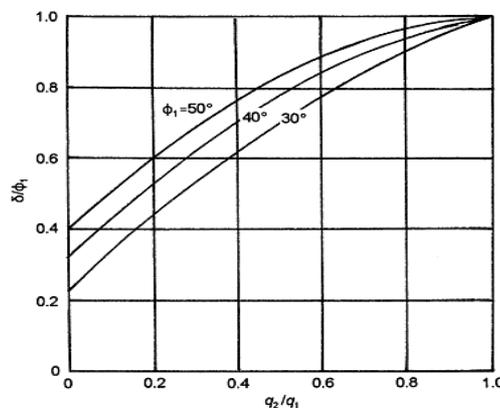


Figure II-26 : analyse de variation de  $\delta/\Phi_1$  avec  $q_2/q_1$  et  $\Phi_1$  de Meyerhof et Hanna (pour sable dense sur argile molle)

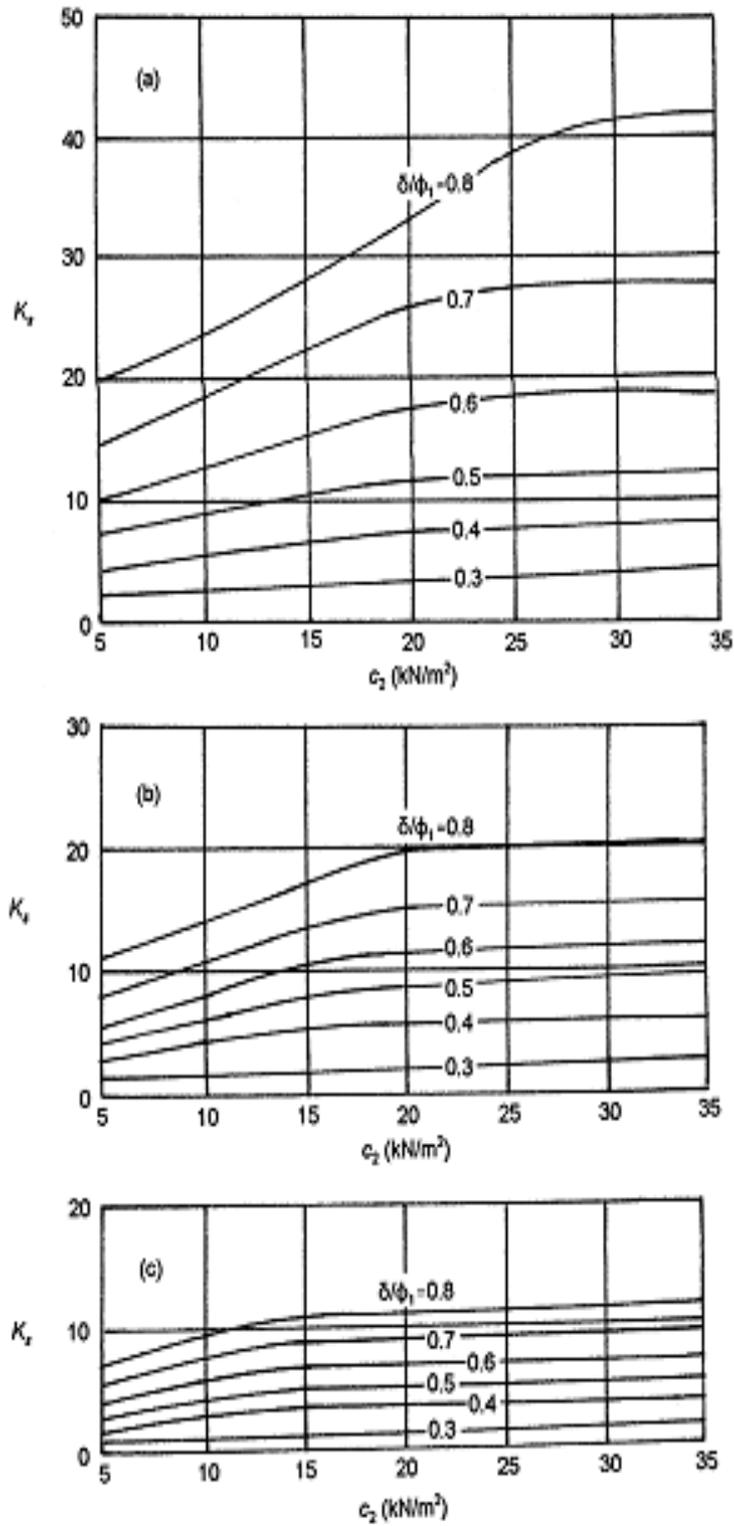
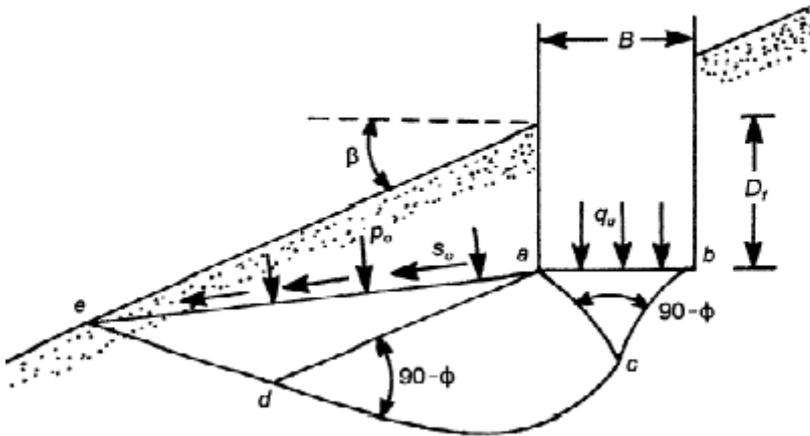


Figure II-27 : analyse du coefficient de cisailment local du sable dense sur argile molle de Meyerhof et Hanna :  
 a)  $\Phi_1 = 50^\circ$ , b)  $\Phi_1 = 45^\circ$ , c)  $\Phi_1 = 40^\circ$

### II-5-4 Fondation sur la surface d'un talus

en 1957, Meyerhof à proposer une théorie pour déterminer la capacité portante ultime d'une fondation superficielle située sur la surface d'un talus. La **Figure (II.28)** montre la nature de la zone plastique développée dans le sol.



**Figure II.28:** Nature de la zone plastique sous une fondation filante Rugueuse située sur une pente.

Sous la fondation filante rugueuse de largeur **B** située sur un talus Meyerhof à proposer trois zones :

**abc** : est une zone élastique. La zone **acd** présente un cisaillement radial et **ade** présente une zone de cisaillement.

Les efforts normaux et de cisaillement sur le plan **ae** sont **P<sub>0</sub>** et **S<sub>0</sub>** respectivement.

On note aussi que le talus fait un angle  $\beta$  avec l'horizontale. Les paramètres de résistance au cisaillement du sol sont **C** et  $\phi$  ; et son poids spécifique est  $\gamma$

La portance finale peut être exprimée comme suit:

$$q_u = cN_c + P_0N_c + \frac{1}{2}\gamma BN_\gamma \quad (2-64)$$

La relation peut également être exprimée comme suit :

$$q_u = cN_{cq} + \frac{1}{2}\gamma BN_{\gamma q} \quad (2-65)$$

Avec :  $N_{cq}$ ,  $N_{\gamma q}$  sont les facteurs de la capacité portante.

Pour le sol purement cohérent (c'est-à-dire  $\phi = 0$ ) :

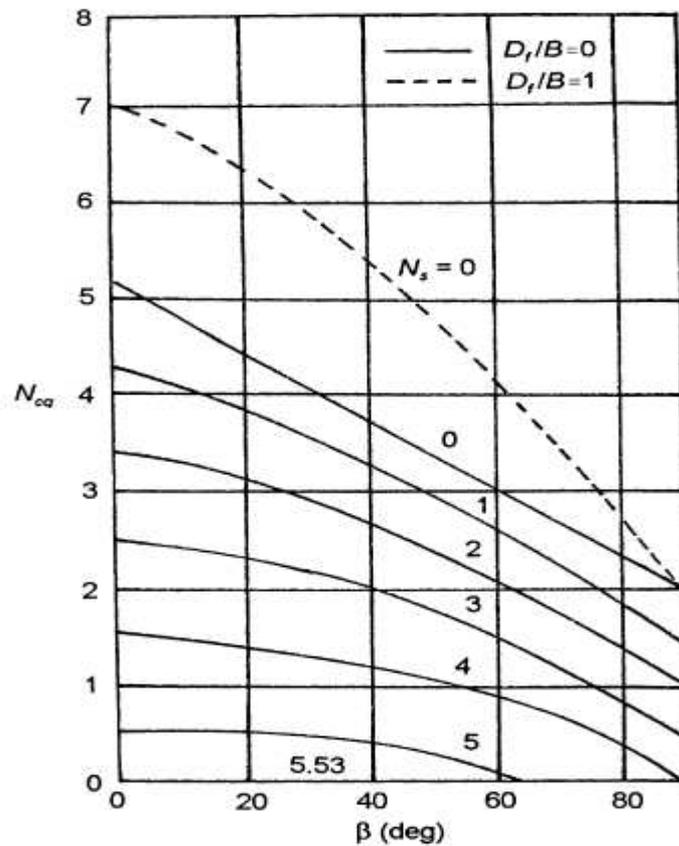
$$q_u = cN_{cq} \quad (2-66)$$

La **Figure (II.29)** montre la variation de  $N_{cq}$  avec l'angle  $\beta$  du talus et le nombre de la stabilité du talus  $N_s$ .

On note que :

$$N_s = \frac{\gamma \cdot H}{c} \tag{2-67}$$

Avec H : hauteur du talus.

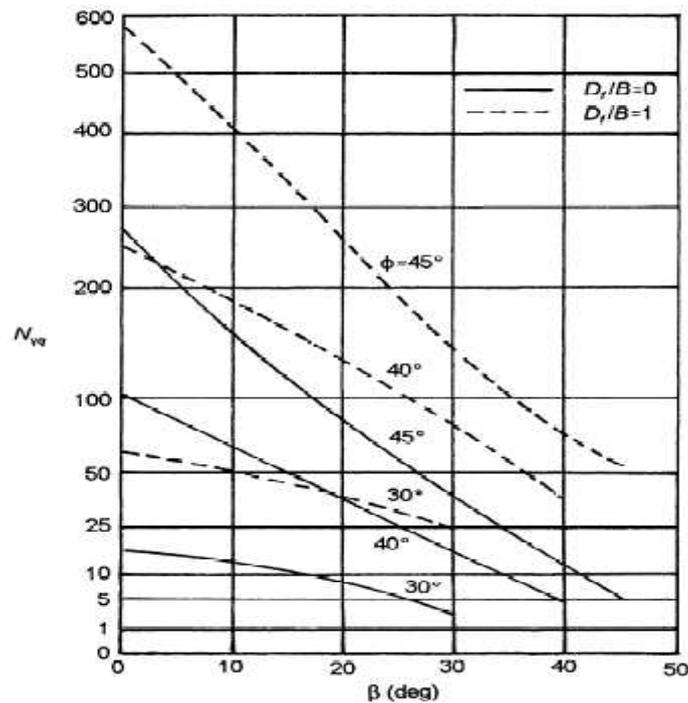


**Figure II.29:** Variation du facteur de la capacité portante de Meyerhof  $N_{cq}$  pour Un sol purement cohérent (fondation sur une pente).

D'une façon semblable pour le sol granulaire ( $c = 0$ )

$$q_u = \frac{1}{2} \gamma B N_{\gamma q} \tag{2-68}$$

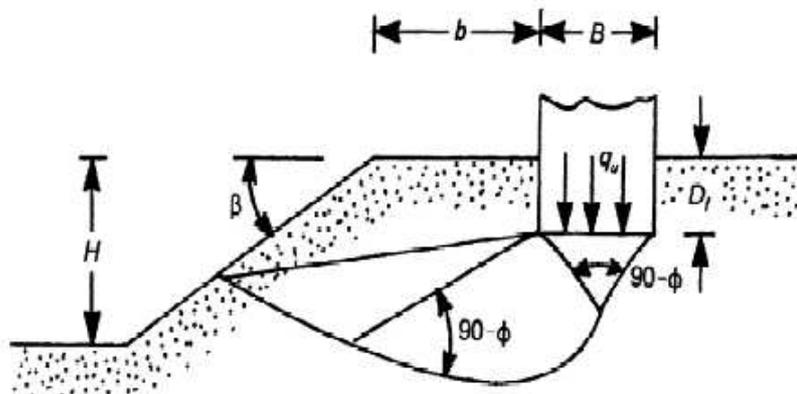
La **Figure (II.30)** montre la variation de  $N_{\gamma q}$  avec l'angle  $\beta$  du talus et le nombre de la stabilité du talus  $N_s$  ;



**Figure II.30:** Variation du facteur de la capacité portante de Meyerhof  $N_{\gamma q}$  pour le sol grenu, (fondation sur une pente).

**II-5-5 Fondation au sommet d'un talus**

La solution de Meyerhof **Figure (II.31)** nous montre une fondation filante rugueuse de largeur  $B$  située au dessus d'une pente, de hauteur  $H$ . La fondation est placée à une distance  $b$  à partir de la crête (bord) de la pente.



**Figure II.31 :** Fondation filante au sommet d'un talus. La capacité portante ultime de la fondation peut être exprimée par l'équation : (2.65)

$$q_u = c N_c q + 1/2 \gamma B N_{\gamma q}$$

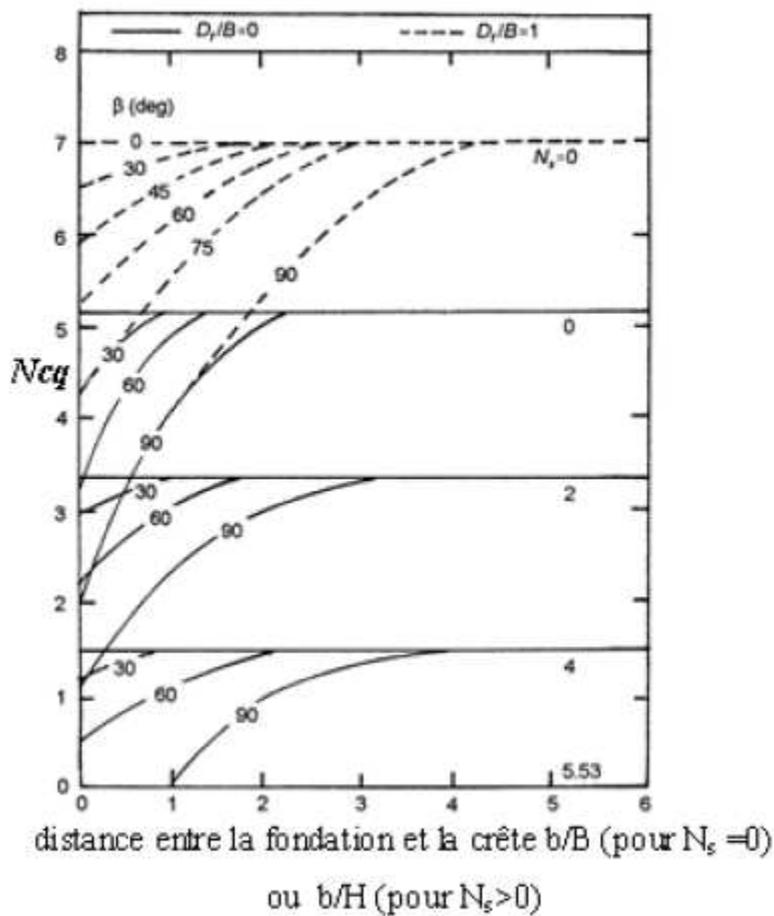
Meyerhof (1957) à développé les variations théoriques du facteur  $N_{cq}$  pour les sols purement cohésif ( $\phi = 0$ ) et  $N_{\gamma q}$  pour les sols grenues ( $C = 0$ ). Ces variations sont montrées sur les **Figure (II.32)** et **Figure (II.33)** respectivement

On note aussi :

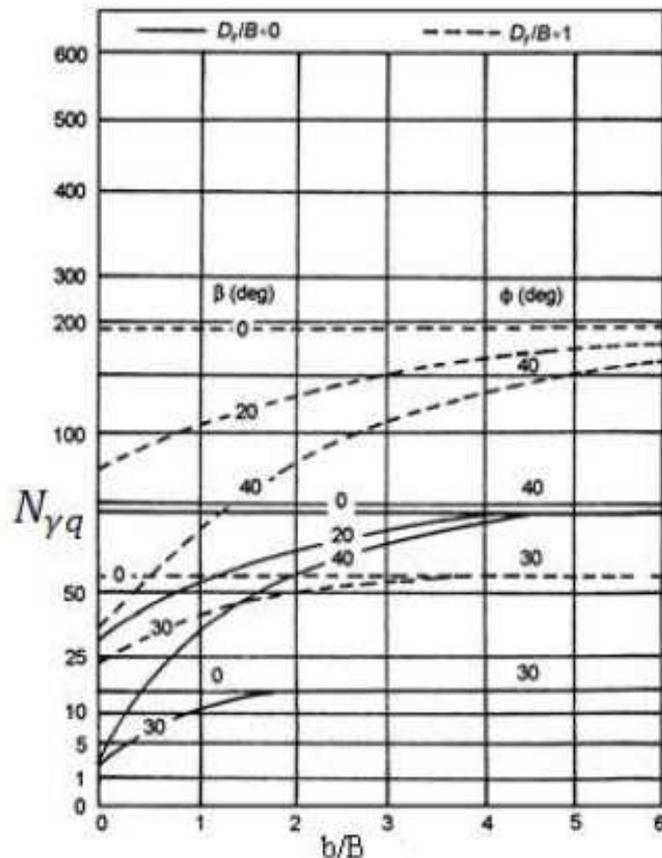
$$q_u = cN_{cq} \quad \text{Pour le sol purement cohérent } (\phi = 0)$$

D'une façon semblable

$$q_u = \frac{1}{2} \gamma B N_{\gamma q} \quad \text{Pour le sol granulaire } (c = 0).$$



**Figure II.32:** Variation du facteur de la capacité portante de Meyerhof  $N_{cq}$  pour un sol purement cohérent (fondation sur une pente).



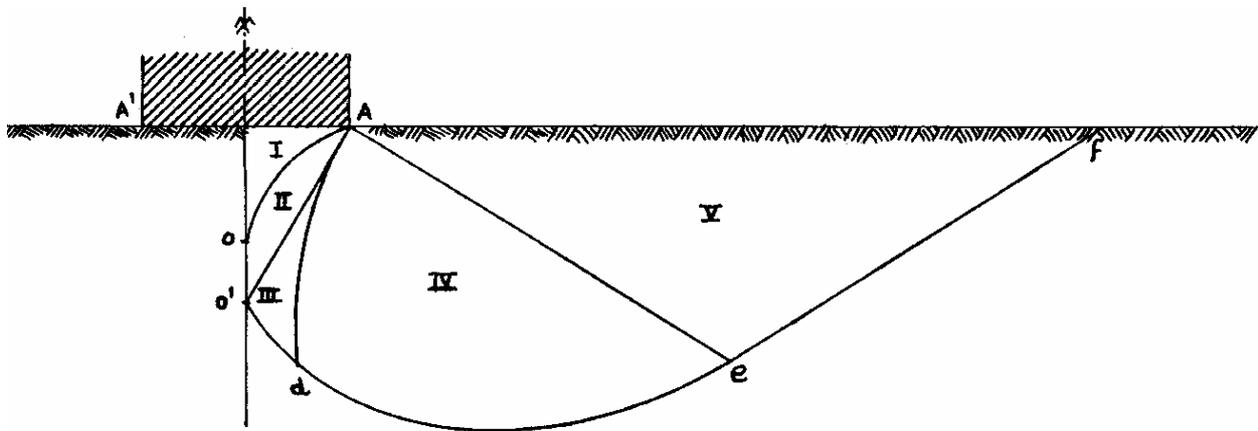
**Figure II.33:** Facteur de la capacité portante de Meyerhof  $N_{\gamma q}$ , pour le sol grenu, (fondation sur une pente).

En utilisant la **Figure (II.32)** le nombre  $N_s$  de la stabilité devrait être pris en tant que zéro quand :  $B < H$  et Si  $B > H$ , la courbe pour le nombre de la stabilité réel  $N_s$  doit être utilisé.

## II.6 Critiques générales des méthodes classiques

Les théories que l'on vient d'exposer et qui conduit à la définition des trois facteurs de capacité portante, soulèvent un certain nombre de critiques :

La première porte sur la forme du coin  $OA\hat{A}$ . Des expériences minutieuses sur modèle réduit ont montré que les côtés du coin sont loin d'être rectilignes principalement lorsque le rapport  $B/D$  est inférieur à 0.5. Pour lever cette difficulté, plusieurs auteurs ont repris l'étude de coin, en adoptant pour  $OA$  et  $O\hat{A}$  des arcs de lignes de glissement. Biarez a pu montrer, ainsi, que pour les faibles encastremets, il existe certaines formes de coin donnant des résultats plus faibles que pour les coins limités par des droites.



**Figure.II.34.** Schéma de Gorbunov(J. Costet. & G. Sanglerat 1983).

La **figure II.34** montre, dans le même esprit la solution proposée par Gorbunov. Il discerne cinq zones différentes dans le schéma de rupture :

- le coin AOÀ en équilibre surabondant limité par une courbe OA le long de laquelle l'obliquité des contraintes diffère assez nettement de  $\varphi$  (zone I) ;
- une zone OAÒ en équilibre plastique qui complète le coin et sur la frontière AÒ de laquelle l'obliquité de la contrainte est égale à  $\varphi$  (zone II) ;
- les zones III, IV et V, enfin, correspondent au problème classique de la butée. La prise en compte de la courbure du coin élastique conduit Gorbunov, à des valeurs de la force portante très nettement supérieures à celles que donne l'application des théories exposées ci-dessus (J. Costet. & G. Sanglerat 1983).

Une autre critique porte sur l'évaluation de la butée. Pour calculer son intensité, on a comme dans le cas de la poussée formulé l'hypothèse de la superposition des états d'équilibre. Plus encore que dans le cas de la poussée, cette hypothèse est une approximation assez grossière, car les lignes de glissement des différents équilibres présentent maintenant une courbure notable et sont loin d'être superposables.

Les vérifications expérimentales de la capacité portante montrent que les formules classiques actuelles sont plutôt dans le sens de la sécurité ; c'est la meilleure justification de l'approximation faite qui permet de séparer l'effet du poids du sol de celui de la cohésion et de celui de l'encastrement de la fondation dans le terrain, ce qui simplifie beaucoup les calculs.

Une autre approximation a été admise : on a assimilé à une surcharge le terrain situé audessus du plan horizontal AA' de la base de la fondation. Il est certain que les lignes de glissement au

sein du massif, se prolongent au de-là du plan AA' et que cette approximation est d'autant moins bonne que le rapport B/D est grand.

Au-delà des difficultés et des critiques précédentes, les procédures de calcul classiques, basées sur l'équilibre limite, imposent les directions des plans de rupture et c'est une approximation très grossière. D'autre part les théories précédentes supposent que le sol se comporte comme un matériau associé, avec l'angle de dilatation  $\psi$  égale à l'angle de frottement  $\phi$ . Il est bien connu que pour les sols réels  $\psi$  est généralement considérablement inférieur à  $\phi$ . Quelques solutions ont été effectuées pour les matériaux non associés avec  $\psi=0$  telle que les solutions de Davis et Booker (1973), et Zienkiewicz et Al (1975), mais les analyses annoncées de ces études étaient pour des angles de frottement de  $30^\circ$ , et il n'est en aucun cas clair que le même résultat aurait été trouvé pour des angles plus grands.

En définitive, malgré les critiques que l'on peut formuler à l'égard de la théorie de la capacité portante et de l'utilisation des facteurs  $N_\gamma$ ,  $N_q$  et  $N_c$ , ces méthodes restent une approche simple et commode.

## II.7 Méthodes numériques :

Les méthodes numériques représentées par la méthode des éléments finis ou la méthode des différences finies sont des outils extrêmement puissants. Elles présentent l'avantage que les hypothèses simplificatrices, surtout pour les terrains naturels stratifiés, sont plus en plus faibles que les méthodes classiques d'équilibre limite. Les méthodes de résolutions numériques discrétisent le sol en mailles et emploient des algorithmes pour assurer les exigences statiques et cinématique simultanément.

Mais ces méthodes souffrent de la possibilité que la discrétisation adaptée peut mener aux erreurs dans la solution.

### II.7.1 Modélisation des fondations superficielles (P. Mesta & M. Prat)

Bien que les méthodes de calcul traditionnelles, notamment la méthode pressiométrique, sont bien adaptées au dimensionnement des fondations courantes, il n'est pas usuelles de les généraliser aux ouvrages importants tels une centrale nucléaire, réservoir de grande capacité, un barrage, une plate forme marine ou bien encore des bâtiments complexes, dont le calcul par les éléments finis s'impose. Pour ces ouvrages, l'étude de la déformabilité du massif de sol et l'analyse des tassements différentiels doivent être considérées, notamment lorsque le massif est hétérogène ou que les charges appliquées sont complexes.

Lorsque des problèmes d'interaction interviennent entre le sol et des structures ou lorsqu'une fondation doit être construite à proximité d'un ouvrage préexistant, une modélisation en élément finis peut apporter des informations utiles sur le fonctionnement de l'ouvrage, sur les champs de déplacement et de contrainte, et ainsi compléter une étude géotechnique classique. Ces études sont rendues possible parce que, contrairement aux méthodes de dimensionnement classique, la méthode des éléments finis permet de tenir compte de l'état des contraintes en place, des propriétés de l'interface, de géométries parfois complexes et de chargements quelconques. Ainsi, les modélisations de fondations superficielles peuvent être divisées en trois catégories :

- Les modélisations en déformation plane (semelles filantes, radiers parallélépipédiques de grandes dimensions, etc.)
- Les modélisations en symétrie de révolution ou axisymétrique (fondations circulaires, réservoirs cylindrique, etc.)
- Les modélisations tridimensionnelles lorsque aucune simplification géométrique n'est possible (forte hétérogénéité des couches de sol, plates-formes pétrolière, fondation de centrale nucléaire, interactions tridimensionnelles avec d'autre ouvrage, etc).

Selon le problème posé et l'étude choisie, il est possible en théorie de modéliser un problème de fondation de trois manières différentes en considérant : soit la fondation et les structures sans le sol, soit le sol et la fondation sans les structures, soit enfin l'ensemble constitué par le massif de sol, la structure et l'interface.

Dans ce type d'analyse, l'ingénieur étudie l'effet de la réaction du sol sur la fondation et éventuellement sur les structures. La réaction du sol est représentée par des ressorts linéaires ou non linéaires, dont le comportement est caractérisé par une proportionnalité entre le déplacement vertical et la contrainte verticale. Le coefficient de proportionnalité est appelé module de réaction ou coefficient de raideur ( $N/m^3$ ). Si ce coefficient est constant, la réaction du sol est linéaire. D'une manière générale, cette approche est critiquable, car elle ne considère qu'une interaction unidimensionnelle et ignore les interactions entre colonnes de sol et la nature de l'interface sol-fondation.

### **II.7.1.1 Modélisation du sol et de la fondation sans les structures**

Dans ce type d'analyse, l'ingénieur s'intéresse essentiellement aux déplacements verticaux et aux tassements différentiels à la surface du massif de sol. Une telle modélisation nécessite la connaissance des conditions de transmission des charges dues aux structures vers la fondation. Plusieurs cas peuvent être envisagés.

### **II.7.1.1.1 Cas d'une Fondation à la géométrie complexe**

Si la géométrie de la fondation est complexe, il est nécessaire de la représenter par des éléments finis de massif seul ou par un assemblage de coques et de poutres composées avec des éléments de massif, auxquels sont affectées des propriétés mécaniques bien supérieures à celles du sol. Des éléments d'interface peuvent également être pris en compte. L'exemple typique est une fondation tridimensionnelle ou une fondation ancrée dans le sol. La fondation a alors une rigidité finie ; elle n'est ni parfaitement souple, ni parfaitement rigide. Les charges appliquées sont ainsi distribuées à l'interface sol fondation par la loi de comportement du matériau (béton, métal, bois). La technique de construction elle-même est parfois modélisée en plusieurs étapes de calcul (excavation sur plusieurs mètres, mise en place de la fondation, installation d'ancrage, remblaiement, etc.).

### **II.7.1.1.2 Cas d'une fondation rigide**

Si la fondation est supposée rigide (indéformable), à base de forme simple (carrée, rectangulaire ou circulaire), elle peut être représentée par une condition de déplacement vertical imposé aux noeuds situés à l'interface. De plus, cette interface peut être lisse (le déplacement horizontal à l'interface n'est pas imposé) ou rugueuse (le déplacement horizontal à l'interface est nul).

Beaucoup de structures de génie civil peuvent être de cette façon assimilées à des fondations rigides, la pression mobilisée par un déplacement vertical imposé est alors obtenue par une moyenne sur les contraintes verticales de la première rangée des points d'intégration situés sous les noeuds de l'interface. Pour une semelle filante rigide, le début de la plasticité est localisé sous la fondation et aux bords de la fondation ; ensuite, celle-ci s'étend en profondeur plus que sur les côtés. L'exemple typique est une semelle en béton.

### **II.7.1.1.3 Cas d'une fondation souple**

Si la fondation est supposée souple (très déformable), elle peut être représentée par une condition de pression uniforme appliquée directement à la surface du sol. Les déplacements horizontaux et verticaux à l'interface ne sont pas imposés. Pour une semelle filante souple, la plasticité commence au-dessous des bords de la fondation et se propage latéralement puis vers la profondeur. L'exemple typique est le réservoir métallique d'hydrocarbures. Toutefois, d'une

manière générale, le type de fondation (rigide ou souple) a relativement peu d'influence sur l'allure de la courbe chargement tassement et les valeurs de la charge limite sont proches.

En revanche, la distribution des pressions de contact entre la fondation et le sol est très différente.

**Note :** Dans le cas d'un sol pulvérulent ( $c = 0$  kPa), la modélisation d'une fondation souple par une pression uniforme conduit souvent à des difficultés numériques et à des temps de calcul considérables. En effet, de fortes contraintes de cisaillement sont générées aux bords de la fondation ; celles-ci ne peuvent être reprises, en termes de critère plasticité, que par le développement progressif des contraintes, normales, ce qui nécessite de nombreux incréments et itération. Pour cette raison, il est souvent préférable d'avoir recours à des déplacements imposés pour modéliser le chargement, si cela est compatible avec les hypothèses du modèle. L'avantage d'une telle représentation est que les équations d'équilibre et de comportement peuvent toujours être satisfaites, généralement en peu d'itérations, même si la rupture est proche.

Si les déplacements imposés ne conviennent pas pour le modèle, une solution consiste à introduire une petite cohésion dans les calculs ; quelques kilopascals (kpa) arrangent souvent bien les choses. Mais, il faut prendre garde à une telle opération, car le problème mécanique n'est plus tout à fait le même.

Une dernière solution consiste à remplacer la pression uniforme par une pression trapézoïdale (uniforme sur la plus grande partie de la fondation et triangulaire aux bords). Cette approximation permet de réduire les cisaillements mobilisés aux bords de la fondation.

### **II.7.1.2 modélisation du sol, de la fondation, et des structures**

Le véritable calcul d'interaction sol-structure réside dans la modélisation de l'ensemble des rigidités du sol, de la fondation et des structures, et de leur influence mutuelle par l'intermédiaire de véritables éléments d'interface entre les divers matériaux. Il peut s'agir des cas très complexes pour lesquels la raideur de la structure est importante ou pour lesquels les simplifications ne sont plus évidentes. L'interaction entre le sol, la fondation et les structures recouvre les modes suivants :

- interactions avec le sol environnant
- effet des mouvements du sol sur le comportement des structures
- effet du renforcement de la fondation ou massif de sol.

### II.7.2 Influence de l'état initial des contraintes

Un autre facteur important pour la modélisation reste souvent inconnu : il s'agit de l'état de contrainte initial qui règne dans le sol avant la construction de la fondation. Cet état initial est important car il conditionne, comme les paramètres mécaniques, la réponse en déplacements du modèle d'éléments finis.

Toutefois, pour mener une étude satisfaisante, il faut surtout connaître l'état de contraintes dans le sol une fois la fondation construite et avant l'application des charges dues à la structure. Cet état peut être approché en simulant la construction (calcul par phase) mais le plus souvent, et notamment dans le cas des fondations superficielles peu encastrées, il est raisonnable de supposer que le sol a été peu perturbé par la construction, que l'état de contrainte dans le massif est toujours celui du sol au repos et que ce dernier possède encore ses caractéristiques intactes.

### II.7.3 Conseils pour la réalisation des maillages de fondation superficielle

L'utilisation de la méthode des éléments finis nécessite la réalisation d'un maillage et la prise en compte de conditions aux limites du domaine étudié. En particulier, des conditions concernant des déplacements ou des contraintes sont imposées aux frontières du maillage.

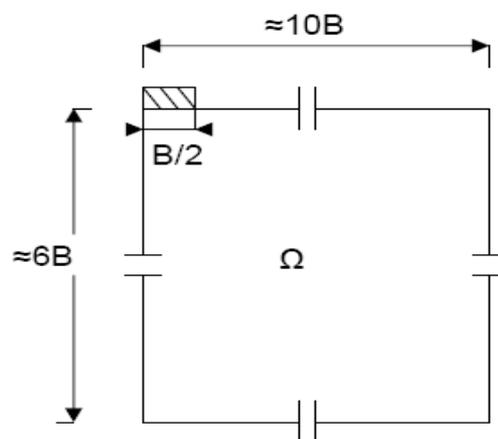
Celles-ci peuvent se trouver à une distance « finie » (cas d'une liaison rigide, d'un substratum rigide ou d'un obstacle quelconque empêchant un déplacement) ou « infinie » (déplacement nul à l'infini, état de contraintes imposé).

Dans le cas d'une fondation superficielle isolée, placée dans un massif de sol homogène semi-infini, les frontières latérales et inférieures du modèle peuvent être représentées par des éléments finis ou par des éléments " infinis ". Si des éléments finis sont utilisés, pour que les conditions aux limites n'aient pas d'influence sur le comportement du modèle (**figure II.35**), l'expérience montre qu'il convient de fixer :

- Les limites latérales du maillage (condition  $U = 0$ ) à environ 10 fois la largeur  $B$  de la fondation;
- La limite horizontale inférieure (condition  $V = 0$  ou  $U = V = 0$ ) à au moins 6 fois la Valeur de  $B$  sous la base de la fondation.

Un maillage grossier conduit généralement à une réponse charge - tassement trop raide et à une charge limite trop élevée par rapport à la solution exacte ou par rapport aux résultats fournis par un maillage. De façon plus quantitative, les recommandations suivantes peuvent être précisées :

- Le maillage du massif de sol doit être relativement resserré dans les zones où de forts gradients risquent d'apparaître, c'est-à-dire au voisinage des interfaces entre la fondation et le sol, dans les régions situées à une distance inférieure à  $2B$  autour de la base de la fondation ;
  - le rapport de forme (rapport de la plus petite dimension d'un élément fini à la plus grande) des éléments proches d'une fondation superficielle devrait être limité à  $1/5$  ;
  - la largeur  $B'$  (selon la direction horizontale) du premier élément de sol directement adjacent à la fondation doit être au moins telle que  $B' = 0.1 B$ , pour décrire de manière satisfaisant les variations du cisaillement aux bords de la fondation ;
  - lorsque la stratigraphie du sol, la géométrie de la fondation et celle de la structure, les charge et les diverses conditions de liaison possèdent des symétries remarquables, il faut en profiter pour simplifier le maillage.
- L'étude pour des charges inclinées exige un maillage complet par rapport aux charges verticales, car une charge inclinée ne présente aucune symétrie particulière. De plus, l'inclinaison entraîne l'apparition de zones en traction dans le sol, d'où la nécessité de prendre en compte des éléments d'interface. La base de la fondation peut alors se décoller du massif de sol sur une certaine longueur.



**Figure.II.35** Dimensions conseillées pour le maillage d'une fondation superficielle

#### II.7.4 Comportement des sols et modélisation des fondations superficielles

Dans le cas de chargement monotone, de très nombreuses comparaisons ont été menées entre les résultats numériques et les mesures sur ouvrages. Elles permettent de constater aujourd'hui que les lois usuelles de comportement des sols (élastoplasticité parfaite) conduisent à des résultats satisfaisants sous réserve que les autres aspects de la modélisation soient correctement

pris en compte (notamment, l'interaction entre le sol et la fondation) et que les paramètres de comportement sont bien estimés.

Dans le cas des chargements cycliques et dynamiques, les études sont moins nombreuses et restent encore délicates à réaliser en raison de la complexité des lois de comportement des sols lorsque les sollicitations ne sont plus monotones.

## II.8 Solutions numériques existantes

Peu d'auteurs ont essayé de discuter l'application des méthodes numériques à l'analyse de la capacité portante des fondations peu profondes, en particulier sur un sol cohésif. Cela semblait être en grande partie dû aux difficultés dans les algorithmes de développement numériques qui sont capable de fournir des solutions précises. Une série de calculs de la capacité portante a été décrite par quelques auteurs.

### II.8.1 Griffiths (1982)

Il a employé un algorithme viscoplastique pour obtenir des solutions pour chacun des trois facteurs de la capacité portante  $N_\gamma$ ,  $N_q$  et  $N_c$ .

Griffiths(1982) conclu de cette expérience que :

- Le calcul de  $N_\gamma$  avait généralement exigé un effort considérablement plus fort que les deux autres facteurs.
- La convergence est plus lente quand la valeur de  $\phi$  augmente.
- Les solutions pour une fondation rugueuse sont plus lentes qu'une fondation lisse.
- L'algorithme viscoplastique employé pour ces calculs semble être peu convenable pour l'évaluation de  $N_\gamma$  pour le cas où l'angle de frottement du sol dépasserait  $35^\circ$ .

### II.8.2 Borst et Vermeer (1984)

Ils ont décrit une tentative d'employer la méthode des éléments finis pour l'évaluation de la capacité portante pour un angle  $\phi = 40^\circ$ . L'analyse était tout basé sur un sol cohésif, frottant et n'a pas rapporté les valeurs de  $N_\gamma$  directement.

Une particularité intéressante de ces résultats était que les solutions stables pouvaient être obtenues pour une fondation lisse pour le cas d'un matériau associé, mais l'introduction de l'angle de dilatance (matériau non associé) a tendance à causer des instabilités numériques, et la solution, ne pouvait pas être obtenue pour le cas où l'angle de dilatance égale à zéro ( $\psi=0$ ).

### **II.8.3 Manoharan et Dasgupta (1995)**

Ils ont utilisé des algorithmes numériques similaires à celles de Griffiths pour obtenir des solutions des facteurs de la capacité portante. Ces analyses non plus ne sont pas étendues au sol avec des angles de frottement plus grande que  $35^\circ$ .

Les résultats ont montré qu'une dépendance intéressante des facteurs de la capacité portante sur l'angle de dilatance, où la capacité portante tend à augmenter avec l'accroissement de l'angle de dilatance.

### **II.8.4 Frydman et Burd (1997)**

Ils ont étudié l'influence de l'angle de dilatance sur le facteur de capacité portante  $N_\gamma$ , pour le cas simple, celui 'une semelle filante.

Les études sont faites sur deux types de fondation ; une fondation lisse et une fondation rugueuse, en employant des algorithmes viscoplastiques ou élastoplastiques.

Deux techniques de simulation numérique ont été employées, à savoir : la technique des éléments finis (le code OXFEM) et la technique des différences finis (le code FLAC). Cette étude indique clairement la réduction de la capacité portante avec le décroissement de la valeur de l'angle  $\psi$ , mais cette étude a mis en évidence quelques difficultés pour l'analyse numérique surtout dans le cas d'une fondation rugueuse, et ces difficultés augmentent en augmentant l'angle de frottement  $\phi$ .

### **II.8.5 Hans.L.Erickson et Andrew Drescher (2001)**

Ils ont étudié l'influence de la non associativité et de la rugosité de la fondation sur les coefficients de capacité portante  $\dot{N}_\gamma$  et  $\dot{N}_c$ , pour une fondation superficielle de forme circulaire, en utilisant le logiciel (FLAC). Ces études sont faites en considérant deux types de fondations : Parfaitement lisse et parfaitement rugueuse et trois valeurs de l'angle de dilatance :  $\psi=0$ ,  $\psi= \phi/2$  et  $\psi=\phi$ .

Les tableaux II.4 et II.5 présentent la variation du coefficient  $\dot{N}_\gamma$  et  $\dot{N}_c$  en fonction de la rugosité de fondation et l'angle de dilatance  $\psi$  d'après Erikson et Andrew Drescher (2001) ;

Ils ont conclu que ces facteurs dépendent énormément de l'angle de dilatance et de la rugosité de la base de fondation. Cette dépendance est significative pour les valeurs élevées de l'angle de frottement par exemple pour  $\phi=45^\circ$  ;

-  $\dot{N}_\gamma$  obtenu pour  $\psi=\phi$  est 50% plus élevée que  $\dot{N}_\gamma$  calculé pour  $\psi=0$

- $\dot{N}_c$  obtenu pour  $\psi=\phi$  est 80% plus élevée que  $\dot{N}_\gamma$  calculé pour  $\psi=0$ 
  - Pour  $\psi=\phi$   $\dot{N}_\gamma$  obtenu pour une fondation rugueuse est 145% plus élevée que  $\dot{N}_\gamma$  calculé pour une fondation lisse.

**Tableau II.4** Facteurs de capacité portante  $N_\gamma$  pour une fondation circulaire.

$\phi$		$\Psi=\phi$	$\Psi=\phi/2$	$\Psi=0$
20°	L	1.7	1.6	1.5
	R	2.8	2.7	2.5
35°	L	21	20	17
	R	45	42	33
40°	L	58	52	43
	R	130	113	73
45°	L	186	156	124
	R	456	387	198

**Tableau II.5** facteurs de capacité portante  $N_c'$  pour une fondation circulaire

$\phi$		$\Psi=\phi$	$\Psi=\phi/2$	$\Psi=0$
20°	L	19.5	19.3	19.0
	R	22.3	22	21.6
35°	L	84	81	77
	R	108	103	88
40°	L	161	153	122
	R	186	165	135
45°	L	320	283	178
	R	380	308	200

### II.8.6 R. S. Merifield, S. W. Sloan et H. S. Yu (1998)

Ils ont utilisé des formulations numériques de l'analyse limite pour évaluer la capacité portante d'une semelle filante rigide, reposant sur une bicouche argileuse purement cohérente.

Des solutions rigoureuses concernant la résistance ultime sont obtenues en employant la méthode des éléments finis en conjonction avec les théorèmes de l'analyse limite avec détermination des bornes supérieure et inférieure.

Les deux méthodes supposent un modèle de comportement du sol parfaitement plastique (Critère de Tresca).

- La solution de la borne inférieure est déterminée en simulant un champ de contrainte Statiquement admissible sans violer le critère de rupture, cette approche est effectuée Dans le sens de la sécurité et conduit à estimer des bornes inférieures de la charge limite.
- La solution de la borne supérieure est déterminée en simulant un champ de vitesse Cinématiquement admissible qui consiste à imaginer des mécanismes de rupture et à Écrire que l'instabilité se traduit par une puissance des efforts extérieurs supérieure ou Égale à la puissance résistante maximale correspondante.

Dans cette analyse Il est plus utile d'écrire l'équation de la capacité portante sous la forme :  $N_c' = q_u/C_u1$  ; où  $N_c'$  est fonction des rapports  $H/B$  et  $C_u1/C_u2$ .

### II.8.7 J.S. Shiau, A.V. Lyamin, et S.W. Sloan (2003)

Ils ont utilisé des formulations d'éléments finis des théorèmes d'analyse limite pour obtenir des solutions rigoureuses en plasticité concernant la capacité portante d'une couche de sable compacté surmontant une couche d'argile molle (cas souvent rencontré dans les problèmes de fondations). Ils se sont basés sur les travaux de Merifield et all. (1999) qui a considéré le problème classique de la capacité portante de deux couches d'argile, pour utiliser les méthodes limites pour intercaler et limiter la solution réelle entre la limite supérieure et la limite inférieure. Les techniques elles même n'ont été développées que récemment et sont discutées en détail par Lyamin et Sloan. Les procédures remplacent les précédentes formulations proposées par Sloan (1988, 1989) et Sloan et Kleeman qui malgré le fait qu'elles donnent des résultats satisfaisants dans un large domaine d'applications pratiques, sont néanmoins moins efficaces.

Si on considère uniquement la capacité portante de la couche de sable, elle dépendra de  $\phi'$ ,  $\gamma$  et  $q$ , avec d'autres facteurs possibles tels que l'angle de dilatance  $\psi'$  et la rugosité de la semelle.

La théorie classique par analyse limite suppose une règle d'écoulement associée, avec des déformations plastiques normales à la surface de charge et l'angle de dilatance est pris égal à l'angle de frottement. En prenant en considération la présence de la couche d'argile et en supposant un écoulement associé avec une semelle parfaitement rigide, la capacité portante ultime du problème de fondation sur deux couches peut être exprimée sous une forme sans dimension :

$$P/\gamma B = f(H/B, C_u/\gamma B, q/\gamma B, \varphi')$$

P : pression limite moyenne.

## II.9 Conclusion

La détermination de la force portante des fondations est l'un des problèmes les plus importants de la mécanique des sols. On appelle pression admissible la pression ou contrainte maximum qui puisse être appliquée par une structure sur un sol, sans qu'il y ait de tassements excessifs et de risque de rupture du sol.

Quelques solutions numérique ont résolu le problème de la capacité portante en tenant compte l'influence de la rugosité de la non associativité et qui n'impose pas la direction des plan de rupture, au contraire, ces méthodes permettent de vérifier le mécanisme de rupture sous la fondation. Elles sont d'un emploi peu courant à cause de leur complexité de mise en œuvre, elles sont cependant en train de généraliser.

Cette synthèse bibliographique nous a incité à utilise des outils numérique professionnels pressentent l'avantage de ne pas imposer des surfaces de rupture.

# **Chapitre III**

Aperçu sur l'outil numérique utilisé

### III.1 Introduction

L'évolution de la technologie amène l'ingénieur à réaliser des projets de plus en plus complexes, coûteux et soumis à des contraintes de sécurité de plus en plus sévères. Pour réaliser ces projets et vu la complexité des méthodes analytiques de la résistance des matériaux, l'ingénieur a recours aux méthodes qui lui permettent de simuler le comportement des systèmes physiques complexes. Conditionnée par les progrès effectués dans le domaine informatique et les acquis des mathématiques dans la théorie de l'énergie, des méthodes de projection et des méthodes d'approximation, la méthode des éléments finis est devenue éventuellement la plus performante des méthodes numériques vu son grand champ d'application où elle est utilisée dans de nombreux secteurs de l'industrie : aérospatiale, nucléaire, génie civile, construction navale, mécanique, technique off-shore, ... etc.

### III.2 Bref aperçu sur la méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis est donc une technique récente à caractère pluridisciplinaire car elle met en œuvre les connaissances de trois disciplines de base :

- La mécanique des structures : élasticité, résistance des matériaux, dynamique, plasticité, ... etc.
- L'analyse numérique : méthodes d'approximations, résolution des systèmes linéaires, des problèmes aux valeurs propres, ... etc.
- L'informatique appliquée : techniques de développement et de maintenance de grands logiciels.

#### III.2.1 Bref historique

L'histoire de la MEF a commencé en 1819, quand Navier définit une méthode d'étude des systèmes hyperstatiques basés sur l'application des conditions d'équilibre et de compatibilité, puis Maxwell en 1864 et Castigliano en 1878 établissent d'une façon complète les théorèmes de l'énergie. Au début du 20ème siècle, des résultats fondamentaux dans le domaine des méthodes d'approximation ont été établis en effectuant une discrétisation spatiale du domaine tout en utilisant les méthodes d'approximation variationnelles. En 1955, Argyris présente une

approche unifiée des méthodes des déplacements et des forces, l'année suivante Turner et Clough publient une présentation systématique de la méthode des déplacements.

Ces deux publications sont particulièrement importantes et représentent véritablement le début de la MEF comme technique de calcul des structures complexes.

### III.2.2 Concepts de base

La MEF consiste à remplacer la structure physique à étudier par un nombre finis d'éléments ou de composants discrets qui représentent un maillage. Ces éléments sont liés entre eux par un nombre de points appelés nœuds. On considère d'abord le comportement de chaque partie indépendante, puis on assemble ces parties de telle sorte qu'on assure l'équilibre des forces et la compatibilité des déplacements réels de la structure en tant qu'objet continu.

La MEF est extrêmement puissante puisqu'elle permet d'étudier correctement des structures continues ayant des propriétés géométriques et des conditions de charges compliquées. Elle nécessite un grand nombre de calculs qui, à cause de leur nature répétitive, s'adaptent parfaitement à la programmation numérique.

### III.2.3 Calculs par la MEF

La méthode aux éléments finis est théoriquement, la plus satisfaisante puisqu'elle permet la modélisation des problèmes géotechniques complexes.

#### - Elle nécessite :

- La définition de la géométrie du problème, pour que les frontières du calcul n'influencent pas sur les résultats.
- Le choix d'une loi de comportement du sol, de type Mohr-Coulomb, Duncan, Cam-Clay, ... etc.
- Les caractéristiques des ouvrages et des éléments d'interface pour introduire l'interaction sol-structures et les conditions hydrauliques.
- Les caractéristiques des butons ou des tirants d'ancrage.
- L'état initial des contraintes et des pressions interstitielles.

**- Elle permet :**

- d'effectuer les calculs d'écoulement ;
- de simuler toutes les phases de travaux ;
- de prendre en compte les variations des caractéristiques : des ouvrages, des couches de terrain et des lits de butons ou de tirants ;
- de calculer un coefficient de sécurité.

**- Les sorties fournis pour les ouvrages sont :**

- les déplacements des ouvrages ;
- les sollicitations internes des ouvrages ;
- les efforts dans les butons ou tirants.

**- Et pour le sol :**

- les déplacements du sol ;
- les déformations du sol ;
- les contraintes totales et effectives dans le sol ;
- les pressions interstitielles ;
- de calculer un coefficient de sécurité.

**- Les principaux logiciels utilisés en France, sont :**

- **CESAR (LCPC)** : Logiciel 2D ou 3D, spécialement utilisé pour les tunnels.
- **PLAXIS** (logiciel hollandais développé par l'équipe du Pr. Vermeer) : Logiciel 2D dédié

à la géotechnique.

Pour notre problème, en utilise PLAXIS.

### **III.3 Présentation de PLAXIS**

L'analyse de projets géotechniques est possible grâce à de nombreux codes éléments finis. L'ingénieur ayant de l'expérience en ce domaine sait que le poids des hypothèses permettent le passage de la réalité au modèle est difficile à évaluer. Il sait que le jargon éléments finis est parfois rebutant-il souhaiterait ne pas avoir à intervenir sur la numérotation des noeuds, des éléments, sur certains choix réservés au numéricien. Il voudrait disposer du code sur le PC gérant sa bureautique et sa technique quotidiennes, afin de faire une étude paramétrique des problèmes délicats. Il exige avant tout que ses journées ne soient pas encombrées par de laborieuses entrées de données et interprétations des fichiers.

#### **III.3.1 Le code éléments finis PLAXIS**

Conçu par des géotechniciens numériciens, le code éléments finis PLAXIS représente certainement un optimum actuel sur les plans scientifique et pratique en l'analyse pseudo-statique 2D. Scientifiquement, c'est un outil d'analyse non linéaire en élasto-plasticité non standard (5 paramètres), avec prise en compte des pressions interstitielles (et même consolidation linéaire), doté de méthodes de résolution et d'algorithmes robustes, éprouvés, ainsi que de procédures de choix automatique évitant des choix délicats à l'opérateur peu averti. Bien que très fiable sur le plan numérique, le code fait appel à des éléments de haute précision (triangles à 15 noeuds), ainsi qu'à des processus de pilotage de résolution récents (méthode de longueur d'arc). Du point de vue pratique, le système de menus arborescents à l'écran rend l'utilisation souple et agréable, car l'opérateur ne s'encombre pas l'esprit outre mesure. Le recours aux manuels devenant rare, ceux-ci sont de volumes réduits, faciles à consulter. L'ensemble des options par défaut (condition aux limites) rend la mise en données aisée et rapide. Enfin, les options simplifiées (initiation des contraintes, pressions interstitielles) permettent d'aller droit au but (prévoir le comportement d'un ouvrage), quitte à réaliser ultérieurement, avec le même code et les mêmes données, un calcul affiné.

#### **III.3.2 Options par défaut et solutions approchées**

Le système d'options par défaut et de solutions approchées spécifiques, qui sont un des fers de lance de l'outil de projet pour la géotechnique, est destiné à faire gagner du temps à l'opérateur, à lui éviter de devoir faire des choix tracassant, et enfin à améliorer la convivialité du logiciel. Ce

Système est inséparable du traitement à partir d'un menu arborescent. Chaque branche du menu est évidemment figée, car elle réalise une tâche précise, bien définie, mais la diversité des branches en fait globalement un outil extrêmement souple.

Les options par défaut commencent dès le maillage : L'opérateur peut bien entendu spécifier un maillage très détaillé, mais si seules les grandes lignes de celui-ci importe, le détail des éléments, agencé de manière optimale du point de vue numérique, sera entièrement généré par le logiciel à partir d'un petit nombre de noeuds-clé, avec contrôle permanent à l'écran. Le meilleur est d'ailleurs en cours de refonte en vue d'accroître son efficacité.

De même en ce qui concerne les conditions aux limites en déplacements : Si celles-ci sont complexes, l'ingénieur devra en spécifier les subtilités d'une manière précise, face de bloc par face de bloc. Par contre, si elles ont un caractère standard (vecteur déplacement nul à la base du domaine étudié et vecteur déplacement horizontal nul sur ses faces latérales), l'application peut être réalisée automatiquement (par défaut) à partir du menu avec contrôle immédiat du résultat à l'écran.

L'application des contraintes initiales dues au poids des terres peut être réalisée de manière exacte par activation du multiplicateur de chargement relatif au poids propre. Par contre, si comme bien souvent en géotechnique on connaît ou on sait estimer un état  $K_0$  donné, celui-ci peut être spécifié directement. Dans ce cas, le massif est souvent en léger déséquilibre (incompatibilité entre  $K_0$  et les autres caractéristiques mécaniques). Le menu permet alors, par un changement fictif nul, de rééquilibrer le massif, puis de réinitialiser à zéro le champ de déplacement de manière à prendre comme nouvelle origine l'état du matériau après application de la gravité. L'option  $K_0$  est particulièrement intéressante (et réaliste) dans le cas d'un modèle hétérogène de surface libre presque horizontale (paroi moulée dans un sol mou par exemple).

Les pressions interstitielles ont été l'objet d'un soin particulier dans PLAXIS : Pour qui souhaite faire un calcul précis du champ de pressions interstitielles en régimes permanent ou transitoire, c'est possible grâce au module d'écoulements en milieu poreux. Mais bien sûr, cette opération demande du temps (d'opérateur et de machine). Si la nappe phréatique n'est pas trop éloignée de l'horizontale, dans ses états initial et final, on sait que la pression diffère peu de la pression hydrostatique ; si l'on adopte ce champ de pression approchée, les calculs deviennent très simples puisqu'il s'agit seulement de manier les variations de la poussée d'Archimède ; PLAXIS offre cette possibilité qui est souvent très appréciable.

La conduite des calculs non linéaires constitue un autre exemple de la souplesse d'utilisation que procure ce logiciel : L'opérateur peut évidemment faire lui-même ses choix de taille d'étape de chargement, de nombre d'étapes, de rigidité d'interface, de méthode de résolution, ... etc. ; s'il ne désire pas assumer ces choix, le logiciel peut les décider à sa place, compte tenu de l'expérience des numériciens en la matière. Pour les calculs de consolidation, réalisés en différences finies explicites sur le temps, le choix du pas de temps peut également être décidé par l'utilisateur, ou bien calculé dans l'option par défaut, selon les critères numériques connus.

Le coefficient de sécurité est une notation un peu magique en géotechnique, puisqu'il résume en une seule information une quantité considérable de données. L'approche classique évalue généralement ce nombre selon la théorie de l'équilibre limite, supposant une réduction Proportionnelle généralisée de la résistance mécanique des matériaux impliqués, ce qui ne constitue manifestement pas un scénario réel de rupture. C'est la même approche, adaptée aux éléments finis élasto-plastiques, qui préside à l'évaluation du coefficient de sécurité dans PLAXIS. Le critère de rupture est ici qualitatif, et laissé à l'appréciation de l'observateur ; en tout état de cause, il est fondé sur le niveau de déplacement d'un point de contrôle lié à l'ouvrage étudié. Le champ de déplacement obtenu est évidemment tout à fait fictif.

Un calcul par élément finis fournit une masse imposante de résultats : Des résultats directement utiles au projeteur : déplacements, contraintes, pressions interstitielles à un stade donné du chargement, et des résultats plus mathématiques concernant le déroulement du processus de calcul proprement dit. L'ensemble de ces résultats est accessible, selon que l'on est intéressé par l'un ou l'autre aspect ; c'est également un système de menu arborescent qui permet de sélectionner les informations souhaitées.

### **III.4 Les modèles de comportements utilisés dans PLAXIS**

#### **III.4.1 Introduction**

Les modèles de comportement de sols sont très nombreux : depuis le modèle élasto-plastique de Mohr-Coulomb jusqu'aux lois de comportement les plus sophistiquées permettant de décrire presque tous les aspects du comportement élasto-visco-plastique des sols, aussi bien sous sollicitation monotone que cyclique. Ces modèles ont été développés dans le but d'être intégrés dans des calculs par éléments finis. Dans ce schéma, la modélisation par élément finis permet de résoudre le problème aux limites en tenant compte, par une loi de comportement

réaliste, du comportement réel du sol. Deux difficultés majeures ont empêché la réalisation complète de ce schéma : d'une part les lois de comportement qui décrivent bien le comportement des sols sont complexes et demande, pour la détermination des paramètres qu'elles contiennent, des études spécifiques lourdes sortant du cadre des projets d'ingénierie même complexe. La validation des lois de comportement a fait l'objet, dans les années 80 de plusieurs ateliers pour comparer les réponses des différents modèles sur différents chemins de sollicitation. La seconde difficulté a été l'intégration de ces lois de comportement dans des codes par éléments finis, bi ou tridimensionnels. Peu de codes sont opérationnels actuellement, avec des lois sophistiquées. Le coût de ces calculs est généralement important.

La démarche suivie dans le développement du code PLAXIS est différente. Un des objectifs de PLAXIS est de fournir à l'utilisateur un code d'éléments finis qui soit à la fois robuste et convivial, permettant de traiter des problèmes géotechniques réels, dans un délais raisonnable en utilisant des modèles de comportement de sols dont les paramètres puissent être déterminés à partir d'une étude géotechnique normale. En ce sens, PLAXIS peut apparaître comme une règle à calcul de l'ingénieur géotechnicien, ou le micro-ordinateur a remplacé la règle. C'est pourquoi les différents modèles de comportement utilisés dans PLAXIS sont des modèles qui peuvent apparaître simple, voire simplistes, mais qui sont efficaces quand ils sont utilisés dans des cas adaptés.

Pour traiter un problème de soutènement (paroi moulée, palplanche, ... etc.), il est tout à fait adapté de considérer le sol comme élastoplastique et le modèle de Mohr-Coulomb sera bien adapté dans ce cas ; on rejoint ici le calcul des soutènements par les méthodes élastoplastiques de coefficient de raideur. Mais pour traiter d'une construction de remblai sur sols mous, avec chargement par étapes et consolidation, il faut tenir compte de l'écrouissage. Le matériau se consolide et il est plus adapté d'utiliser le Soft Soil Model qui prend en compte cette évolution du matériau. Pour un calcul d'écoulement, il suffit de prendre un matériau élastique, mais on peut avoir à coupler écoulement et déformation ; dans ce cas un modèle élastoplastique peut être justifié.

Les règles d'or dans le domaine de la simulation du comportement d'un ouvrage sont :

- quel est le comportement principal à modéliser ?
- utiliser un modèle qui décrit ce comportement ;

- interpréter les résultats, notamment en fonction des paramètres de la modélisation.

En ce sens, la modélisation numérique ne fournit sous une autre forme que les données du problème posé.

### III.4.2 Contraintes totales, effectives et pressions interstitielles

Le comportement des sols est régi par les propriétés du squelette ; il est donc nécessaire d'utiliser des contraintes effectives et d'écrire des lois de comportement en contraintes effectives. La pression interstitielle générée dans les ouvrages est une conséquence de la non variation de volume ; celle ci est elle même dépendante de la perméabilité du sol. Un sable peut être non drainé in situ sous des sollicitations sismiques (rapides) de même qu'une argile est toujours non drainée à court terme. Les variations de volumes empêchées par les perméabilités créent des pressions interstitielles ; en fait, celles ci dépendent des variations de volume ; en élasticité, si les grains de sols sont incompressibles, on démontre que :

$$\Delta u_w = \frac{K_w}{n} \Delta \varepsilon_v ; \quad (3-1)$$

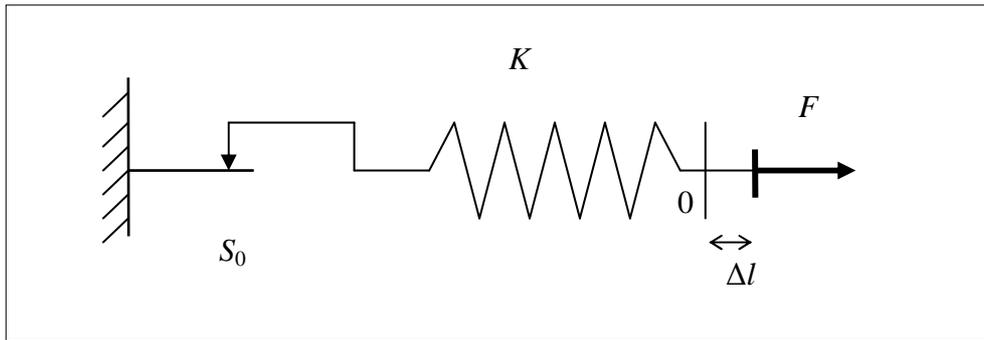
où  $\Delta u_w$  est la surpression interstitielle,  $n$  la porosité,  $K_w$  le module volumique de l'eau et  $\Delta \varepsilon_v$  est un incrément de déformation volumique.

Des calculs en contraintes totales sont possibles. Ils permettent par exemple, des calculs de tassements et de stabilité de remblai après construction. Ces calculs ignorent la génération de pressions interstitielles. Ils présentent l'avantage d'être simples et de se recaler par rapport à des calculs plus classiques de stabilité à court terme.

Leur inconvénient majeur est d'ignorer les pressions interstitielles, quand on connaît leur rôle majeur sur la stabilité de remblai.

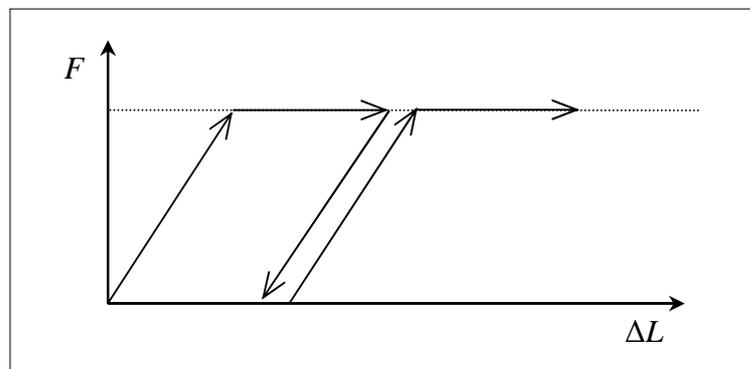
### III.4.3 Comportement élastoplastique

Le comportement élastoplastique peut être représenté par un modèle monodimensionnel, en série un ressort de raideur  $K$ , pour symboliser l'élasticité du matériau, à un patin de seuil  $S_0$  (figure 3.1).



**Figure 3.1** Modèle monodimensionnel du comportement élastoplastique.

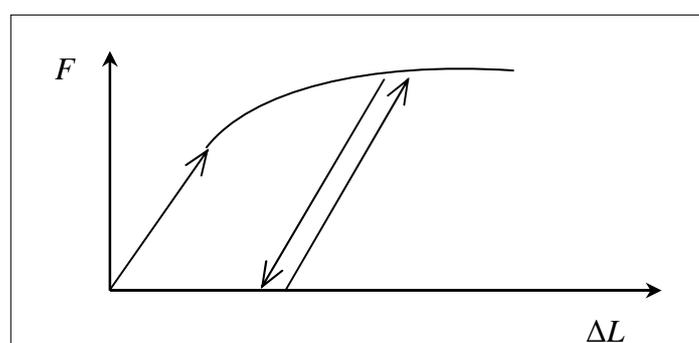
La courbe effort-déplacement ou contrainte-déformation que l'on trouve est présentée sur la **figure 3.2**.



**Figure 3.2** Représentation du comportement élastique parfaitement plastique.

Lors d'une décharge, le comportement est élastique et réversible. La longueur de la déformation plastique est a priori indéterminée.

Le type de comportement représenté par les **figures 3.1 et 3.2** est un comportement élastique-plastique sans écrouissage. La **figure 3.3** représente un comportement élastique-plastique avec écrouissage.



**Figure 3.3** Représentation du comportement élastoplastique avec écrouissage.

### III.4.4 Modèle élastique linéaire

Le modèle élastique linéaire utilisé dans PLAXIS est classique. Les tableaux de rentrée des données demandent le module de cisaillement  $G$  et le coefficient de Poisson  $\nu$ . l'avantage de  $G$  est d'être indépendant des conditions de drainage du matériau ( $G_u = G'$ ), ce qui n'est pas le cas des modules d'Young : le module d'Young non drainé est supérieur au module d'Young drainé. Il aurait pu sembler logique, si  $G$  est utilisé comme paramètre élastique, d'utiliser  $K$  comme second paramètre. D'une part  $K_u$  est infini (correspondant à  $\nu_u = 0.5$ ) et il est moins courant d'emploi.  $G$  est en fait le module mesuré dans les essais pressiométriques.

La relation entre le module d'Young  $E$  et les autres modules sont données par les équations :

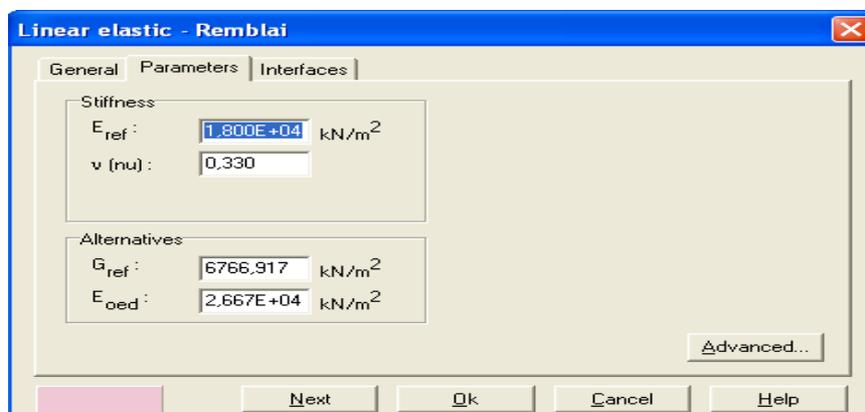
$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} ; \quad (3-2)$$

$$K = \frac{E}{3(1 + \nu)} ; \quad (3-3)$$

$$E_{oed} = \frac{(1 - \nu)E}{(1 - 2\nu)(1 + \nu)} . \quad (3-4)$$

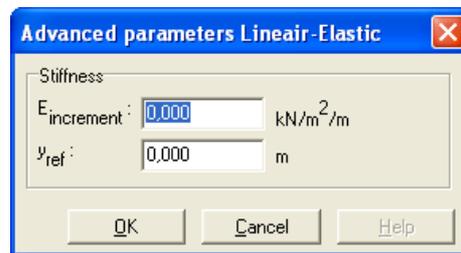
Le modèle élastique linéaire de PLAXIS peut être employé surtout pour modéliser les éléments de structures béton ou métal en interaction avec le sol. Il peut aussi être intéressant pour certains problèmes de mécanique des roches.

Les paramètres de ce modèle sont représentés sur la **figure 3.4** :



**Figure 3.4** Fenêtre des paramètres du modèle élastique linéaire.

Et les paramètres avancés sur la **figure 3.5** :



**Figure 3.5** Fenêtre des paramètres avancés du modèle élastique linéaire.

Les paramètres avancés sont reliés par l'équation :

$$E_{actual} = E_{ref} + (y_{ref} - y)E_{increment} \quad \text{avec} \quad y < y_{ref} \quad (3-5)$$

$E_{increment}$  : Augmentation de la rigidité [kN/m<sup>2</sup>/m]

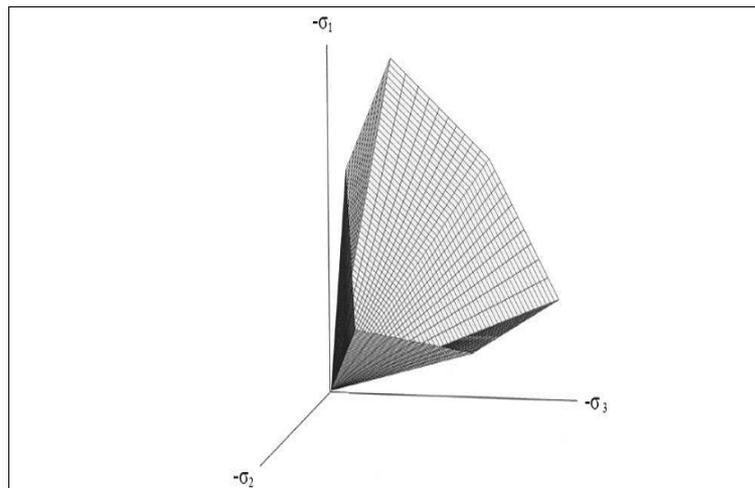
$y_{ref}$  : Unité de profondeur [m]

### III.4.5 Modèle de Mohr-Coulomb

Le modèle de Mohr-Coulomb est un modèle souvent utilisé pour représenter la rupture par cisaillement dans les sols et les roches tendres. Cette loi se caractérise par une élasticité linéaire isotrope de Hooke, une surface de charge et un potentiel plastique. Les règles d'écoulement sont non associées. La fonction de charge est confondue avec le critère de rupture. A l'intérieur de la surface de rupture, le comportement du matériau est supposé élastique linéaire isotrope ou anisotrope. Sur la surface de rupture, le comportement est considéré comme parfaitement plastique. Dans l'espace des contraintes principales ( $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ), la surface de rupture est une pyramide de section hexagonale d'équation

$$F(\sigma_{ij}) = |\sigma_1 - \sigma_3| - (\sigma_1 - \sigma_3) \sin\phi - 2c \cos\phi = 0 \quad (3-6)$$

Où  $\sigma_1$  et  $\sigma_3$  représentent les contraintes extrêmes ( $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ ). Cette pyramide est centrée autour de la trisectrice de l'espace des contraintes principales (1<sup>er</sup> invariant des contraintes) comme illustré :



**Figure 3.6** surface de rupture de Mohr-Coulomb dans l'espace des contraintes principales sans cohésion.

Le modèle de Mohr-Coulomb nécessite cinq paramètres fondamentaux :

- deux paramètres élastiques : le module d'Young  $E$  et le coefficient de Poisson  $\nu$ ,
- deux paramètres relatifs aux conditions à la rupture : la cohésion  $c$  et l'angle de frottement  $\varphi$ ,
- un paramètre relatif à la règle d'écoulement plastique, l'angle de dilatance  $\psi$ .

Ces paramètres sont facilement identifiables à partir d'essais de laboratoire, essais oedométriques ou triaxiaux, comme le montre la **figure (3.7)**.

Le comportement du sol n'étant pas linéaire, les conditions géostatiques jouent un rôle important. Aux paramètres de Mohr-Coulomb, le coefficient de terres au repos  $K_0$  est ajouté. Il est lié de façon univoque, en conditions oedométriques, au coefficient de Poisson comme suit :

$$K_0 = \nu / (1 - \nu) \quad (3-7)$$

Cependant, dans certains logiciels comme Plaxis, la valeur de  $K_0$  peut être imposée de façon indépendante pour notamment tenir compte de la surconsolidation.

Plusieurs études ont été réalisées concernant l'influence de divers facteurs sur ces paramètres. La valeur de l'angle de frottement  $\varphi$  est couramment comprise entre 15 et 45°. Les valeurs inférieures ou autour de 30° sont typiques des argiles, tandis que des valeurs supérieures, entre 25 et 45°, caractérisent les sables. A compacité donnée, l'angle de frottement est pratiquement indépendant de la teneur en eau du sol, mais il augmente avec le diamètre moyen des grains.

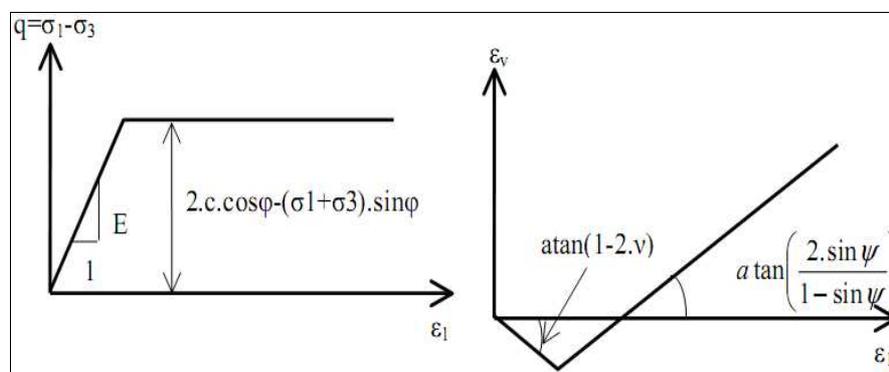
L'angle de frottement dépend également de la forme et de l'état de surface des grains.

Les sols pulvérulents n'ont pratiquement pas de cohésion,  $0 < c < \text{quelques kiloPascals}$ . On parle de cohésion capillaire ou de cimentation en place. Les sols cohérents ont une cohésion comprise entre quelques kiloPascals et plusieurs centaines de kiloPascals.

L'angle de dilatance  $\psi$  est quant à lui généralement compris entre  $0$  et  $15^\circ$ . Les sables lâches et les argiles ont des valeurs de dilatance très faibles, quelques degrés à peine voire zéro. D'une manière générale, l'angle de frottement est pratiquement toujours supérieur à l'angle de dilatance. La valeur de  $\psi$  peut être simplement déterminée à partir de la pente de dilatance observée dans les essais triaxiaux (**figure 3.7**). Il existe également une relation empirique simple, généralement bien vérifiée pour les sables denses, reliant l'angle de dilatance et l'angle de frottement interne :

$$\psi = \varphi - 30 \quad (3-8)$$

Cette expression est utilisée par défaut dans Plaxis. Notons que dans le cas de matériaux fortement contractants, l'estimation de l'angle de dilatance peut conduire à des valeurs négatives.



**Figure 3.7** Essai de compression triaxiale avec le modèle de Mohr-coulomb .

Le modèle de Mohr-Coulomb utilisé dans Plaxis est un modèle de comportement simple et robuste. Il peut être considéré comme une approximation au premier ordre du comportement réel d'un sol.

Selon Nova, un modèle élastique parfaitement plastique concorde avec les résultats expérimentaux bien qu'en conditions tridimensionnelles des contraintes, l'adoption du critère de plasticité de Mohr-Coulomb peut poser quelques problèmes. Le gradient de la fonction de plasticité n'est pas défini de manière univoque sur les arêtes de la pyramide caractérisant la surface de rupture du matériau.

Le modèle de Mohr-Coulomb constitue une approche acceptable pour analyser la rupture des sols dans les problèmes de fondation, stabilité de pentes, de tunnel et de soutènement. Cependant, ce modèle suppose une rigidité constante pendant la phase de chargement alors qu'en réalité elle dépend à la fois du niveau de contrainte et du niveau de déformation du sol. De plus, expérimentalement il est possible d'observer des déformations irréversibles même pour des chemins de contraintes qui n'atteignent jamais la rupture. Or, un tel modèle n'est pas capable de reproduire ce phénomène.

Pour bien suivre les déformations au cours de la sollicitation, il est préférable d'adopter un modèle élasto-plastique plus complexe qui tienne compte de l'irréversibilité du comportement des sols. Dans Plaxis, il existe plusieurs types de modèles élasto-plastiques. Ici, nous nous sommes uniquement intéressés au modèle élasto-plastique avec écrouissage appelé Hardening Soil Model (HSM).

#### **III.4.6 Modèle de sol avec écrouissage (Hardening Soil Model)**

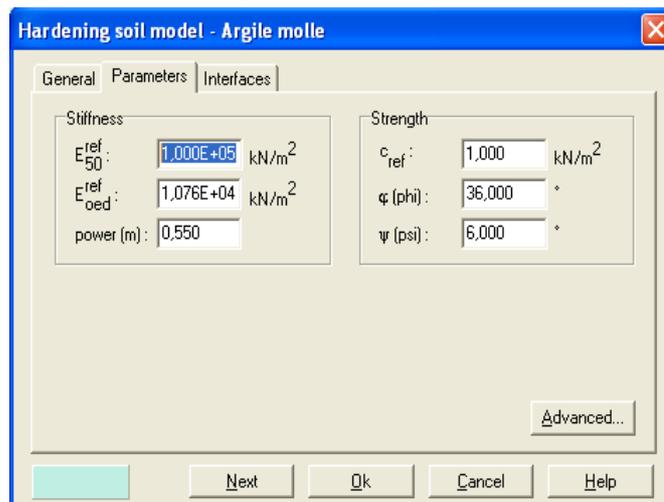
Le modèle HSM a pour objet d'améliorer le modèle de Mohr-Coulomb sur différents points, il s'agit essentiellement :

- de prendre en compte l'évolution du module de déformation lorsque la contrainte augmente : les courbes oedométriques en contrainte-déformation ne sont pas des droites ;
- de prendre en compte l'évolution non linéaire du module lorsque le module de cisaillement augmente : le module  $E_{50}$  n'est pas réaliste : il y a une courbure des courbes effort-déformation avant d'atteindre la plasticité ;
  - de distinguer entre une charge et une décharge ;
  - de tenir compte de la dilatance qui n'est pas indéfinie.

On pourrait dire que ce modèle est un dérivé du modèle hyperbolique de Duncan-Chang car il reprend et améliorant les formulations hyperboliques des courbes effort-déformation.

##### **a) Les paramètres du HSM :**

Les paramètres du HSM sont représentés sur la **figure 3.8** :



**Figure 3.8** Fenêtre des paramètres du Hardening Soil Model.

Paramètres de Mohr-Coulomb :

$c$	: cohésion (effective) ;	[kN/m <sup>2</sup> ]
$\phi$	: angle de frottement effectif ;	[°]
$\psi$	: angle de dilatance.	[°]

Paramètres de rigidité:

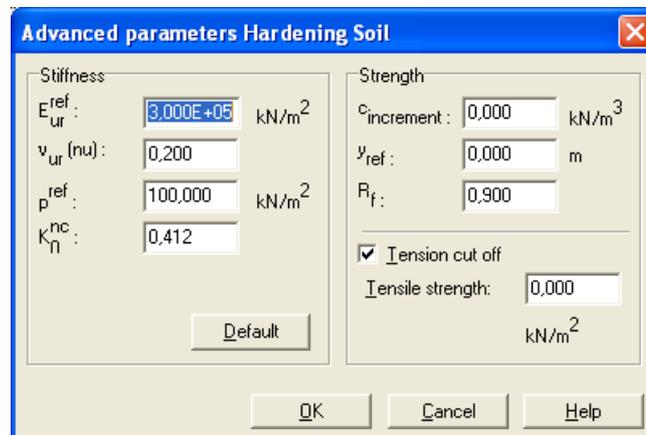
$E_{50}^{ref}$	: module sécant dans un essai triaxial ;	[kN/m <sup>2</sup> ]
$E_{oed}^{ref}$	: module tangent dans un essai oedométrique ;	[kN/m <sup>2</sup> ]
$m$	: Puissance (environ 0,58 pour les sables)	[-]

- Janbu (1963) rapporte des valeurs de  $m$  autour de 0.5 pour les sables et les silts norvégiens,
- Von Soos (1980) rapporte des valeurs dans la gamme  $0,5 < m < 1,0$ .

Paramètres avancés :

$E_{ur}^{ref}$	: module en décharge (par défaut $E_{ur}^{ref} = 3 \text{ à } 4 E_{50}^{ref}$ )	[kN/m <sup>2</sup> ]
$\nu_{ur}$	: Coefficient de Poisson en charge décharge (par défaut $\nu_{ur} = 0,2$ )	[-]
$p^{ref}$	: Contraintes de référence (par défaut $p^{ref} = 100$ )	[kN/m <sup>2</sup> ]
$K_0^{NC}$	: $K_0$ -consolidation (par défaut $K_0^{NC} = 1 - \sin\phi$ )	[-]
$c_{increment}$	: Cf. modèle de Mohr-Coulomb (par défaut $c_{increment}=0$ )	[kN/m <sup>3</sup> ]
$y_{ref}$	: Unité de profondeur	[m]
$R_f$	: Coefficient à la rupture $q_f/q_a$ (par défaut $R_f = 0,9$ )	[-]
$\sigma_{tension}$	: Résistance à la traction (par défaut $\sigma_{tension} = 0$ )	[kN/m <sup>2</sup> ]

Les paramètres avancés sont représentés sur la **figure 3.9** :



**Figure 3.9** Fenêtre des paramètres avancés du Hardening Soil Model.

### b) Courbes effort-déformation :

Une idée fondamentale pour la formulation du HSM est le rapport hyperbolique entre la contrainte verticale,  $\varepsilon_1$ , et l'effort deviatoric,  $q$ , dans le chargement à trois axes primaire. Ici les essais triaxial drainer standard tendent aux courbes de rendement qui peuvent être décrites par :

$$-\varepsilon = \frac{1}{2E_{50}} \frac{q}{1 - q/q_a} \text{ pour } q < q_f ; \quad (3-9)$$

$$\text{Avec : } q_f = (c \cot \varphi - \sigma_3') \frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad \text{et} \quad q = q_f / R_f ;$$

$q_a$  : valeur asymptotique de la résistance au cisaillement. Le paramètre  $R_f$  est analogue à celui introduit par Duncan.

**c) Les modules :**

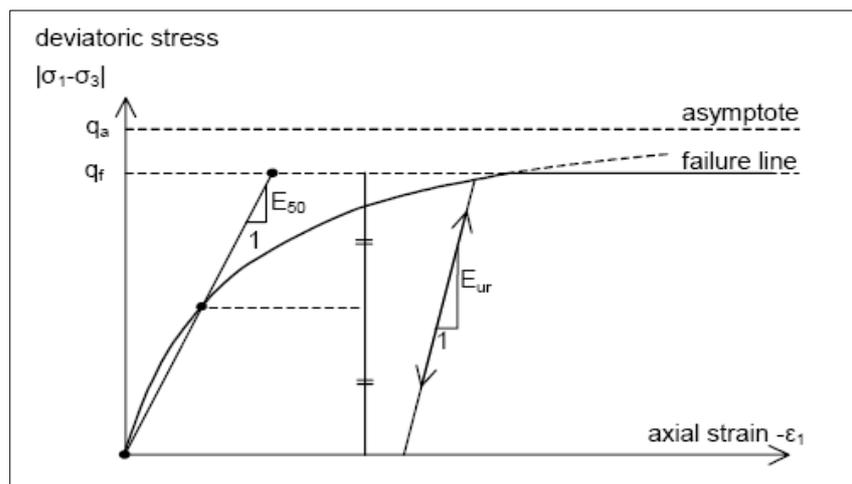
Le module sécant dans un essai triaxial est déterminé par la formule :

$$E_{50} = E_{50}^{ref} \left( \frac{\sigma_3'}{p^{ref}} \right)^m \quad \text{avec } p^{ref} = 100 \text{ kN/m}^2. \quad (3-10)$$

Pour la décharge on prend :

$$E_{ur} = E_{ur}^{ref} \left( \frac{\sigma_3'}{p^{ref}} \right)^m. \quad (3-11)$$

La figure 3.10 redonne ces définitions :

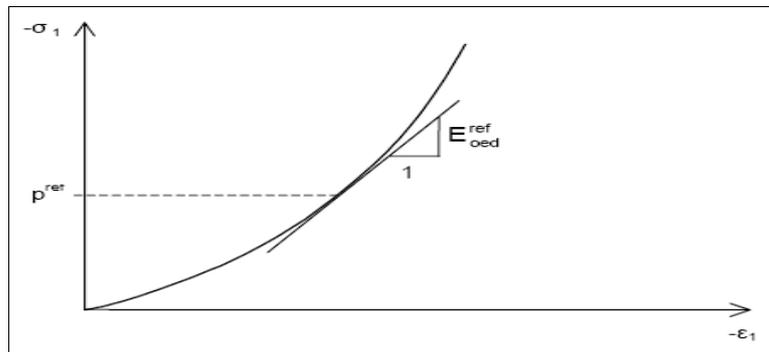


**Figure 3.10** Représentation du HSM dans le repère contrainte-déformation.

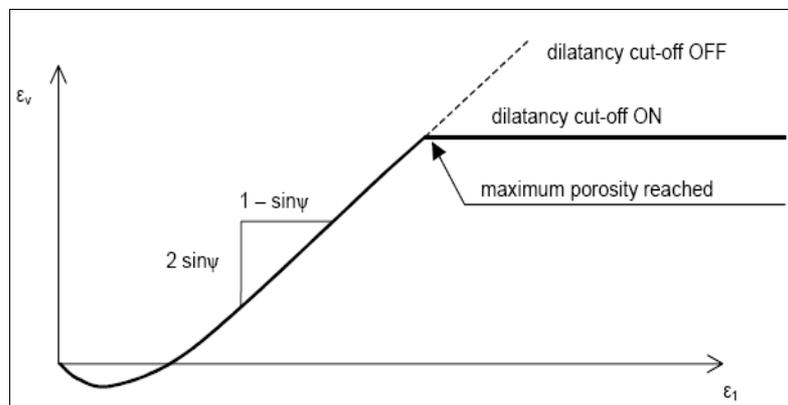
Le module oedométrique tangent est donné par :

$$E_{oed} = E_{oed}^{ref} \left( \frac{\sigma_1'}{p^{ref}} \right)^m \quad (3-12)$$

La définition du module oedométrique tangent est donnée sur la **figure 3.11** et celle de la dilatance (éventuellement) sur la **figure 3.12**.



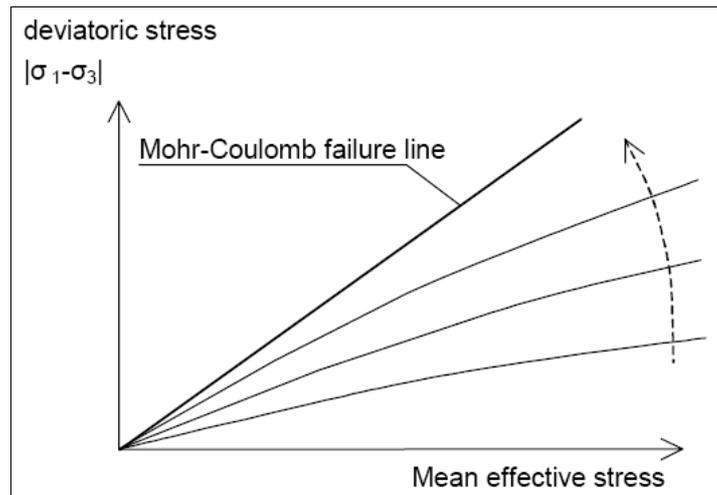
**Figure 3.11** Définition du module oedométrique tangent.



**Figure 3.12** Définition de l'angle de dilatance.

#### d) Surface de charge :

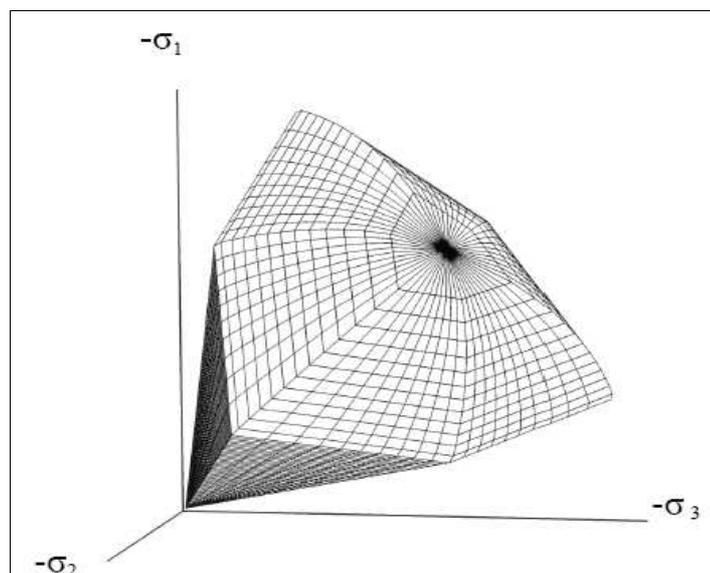
En fonction du paramètre d'écroutissage, on obtient alors dans le plan  $q$ - $p$  la forme des surfaces de charge (**figure 3.13**).



**Figure 3.13** Forme des surfaces de charge du HSM.

**e) Surface de rupture :**

La surface de rupture est présentée sur **la figure 3.14** pour un sol non cohérent.



**Figure 3.14** surface de rupture pour le HSM cas d'un sol non cohérent.

**IV.4.7 Modèle pour sols mous (soft soil model)**

Ce modèle (SSM) est un modèle dérivé du Cam-Clay. Historiquement le modèle Cam-Clay a été développé à Cambridge dans les années 60 par Roscoe, Schofield et al.. L'idée de base de ce modèle est de prendre en compte l'effet d'écrouissage que provoque sur les argiles la pression moyenne.

Sous l'effet d'une pression moyenne, la teneur en eau diminue et l'argile devient plus résistante. Il s'agit d'un modèle élasto-plastique avec une surface de charge. Sous la surface de charge, le matériau reste élastique, tandis que si le point représentatif de l'état de contrainte effectif atteint non réversible. Une surface de plasticité, associée, limite l'espace entre les états admissibles et non admissibles.

#### a) Les paramètres de compressibilité :

Les deux paramètres  $C_c$  et  $C_s$  décrivent le comportement oedométrique ou isotrope observé dans des essais de laboratoires : ce seront les deux paramètres de base réglant la position des lignes de consolidation vierge ou des lignes de gonflement. L'axe des contraintes est tracé en logarithme naturel, ce qui conduit à modifier la définition de  $C_c$  et  $C_s$  en  $\lambda$  et  $\kappa$ . dans ce cas, l'axe des ordonnées est l'indice des vides. Il peut être judicieux de remplacer l'indice des vides par la déformation volumique (identique à la déformation axiale dans l'essai oedométrique).

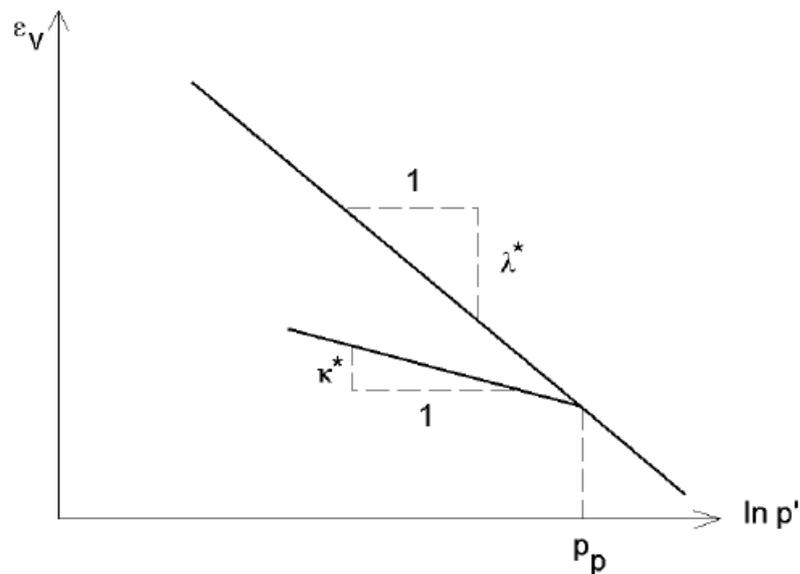
On utilise alors  $\lambda^*$  et  $\kappa^*$ . Dans ce cas, l'indice des vides, variable, apparaît dans les expressions du tableau 3.1. Il peut dans la majorité des cas être pris constant, et égal à la valeur initiale.

Les relations avec les paramètres du modèle de Cam-Clay sont indiquées sur le tableau III.1 :

Relation avec l'indice des vides	(1) $\lambda^* = \frac{\lambda}{1+e}$	(2) $\kappa^* = \frac{\kappa}{1+e}$
Relation avec les paramètres « Hollondais »	(3) $\lambda^* = \frac{1}{C_p}$	(4) $\kappa^* \approx \frac{1-\nu_{ur}}{1-\nu_{ur}} \frac{3}{C_p}$
Relation avec les indices de compressibilités et de gonflement	(5) $\lambda^* = \frac{C_c}{2,3(1+e)}$	(6) $\kappa^* \approx 1,3 \frac{1-\nu_{ur}}{1-\nu_{ur}} \frac{C_s}{1+e}$

**Tableau III.1** SSM : Valeurs des paramètres de compressibilité et de gonflement  $\lambda$  et  $\kappa$ .

La figure ci-dessous résume les différentes définitions des paramètres :



**Figure 3.15** Différentes représentations lors d'un essai oedométrique.

En pratique, il suffit de tracer la déformation axiale en fonction du logarithme naturel de la contrainte axiale.

**b) Paramètre de contrainte  $K_0$  :**

Le paramètre  $M$  est calculé à partir de  $K_0$  par la formule ci-dessous :

$$M = 3 \sqrt{\frac{(1 - K_0^{NC})^2}{(1 + 2K_0^{NC})^2} + \frac{(1 - K_0^{NC})(1 - 2\nu_{ur})(\lambda^* / \kappa^* - 1)}{(1 + 2K_0^{NC})(1 - 2\nu_{ur})\lambda^* / \kappa^* - (1 - K_0^{NC})(1 + \nu_{ur})}} ; \quad (3.13)$$

$$M \approx 3,0 - 2,8 K_0^{NC} .$$

Ceci permet de définir la forme de la surface d'écroûissage dans le plan  $p$ - $q$ .

**c) Coefficient de Poisson :**

Dans les modèle Cam-clay et dérivés (dont le SSM), le coefficient de Poisson est un paramètre élastique important. Dans une charge-décharge oedométrique, c'est ce paramètre qui fait que les contraintes horizontales diminuent moins vite que les contraintes verticales. Ce n'est donc pas le coefficient de Poisson qui pourrait être relié à une valeur de  $K_0$  mais une valeur plus faible, typiquement 0,1 ou 0,2.

$$\frac{\nu_{ur}}{1 - \nu_{ur}} = \frac{\Delta\sigma_{xx}}{\Delta\sigma_{yy}}. \quad (3.14)$$

Dans PLAXIS la valeur par défaut de  $\nu_{ur}$  est de 0,15.

### **Remarques**

- Le SSM n'est pas valable pour des interfaces : il est nécessaire d'utiliser un modèle de Mohr-Coulomb.
- Le SSM ne permet pas des analyses de stabilité par réduction de  $c$  et  $\varphi$

### **d) Prise en compte de la surconsolidation :**

PLAXIS calcul la pression de préconsolidation  $p_c$  à partir des données. Si un matériau est surconsolidé, il est possible de prendre en compte le degré de surconsolidation (OCR) ou le poids des terres de préconsolidation (POP (Pre Overburden Pressure)).

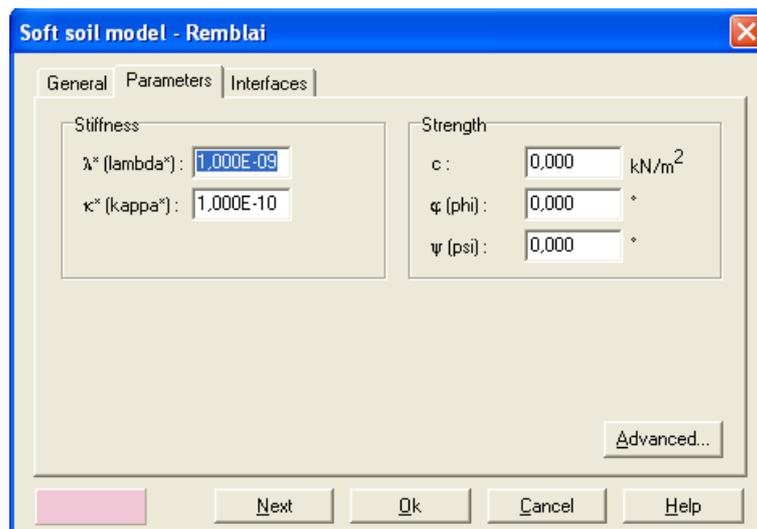
### **e) En résumé :**

Les paramètres nécessaires au SSM sont les suivants :

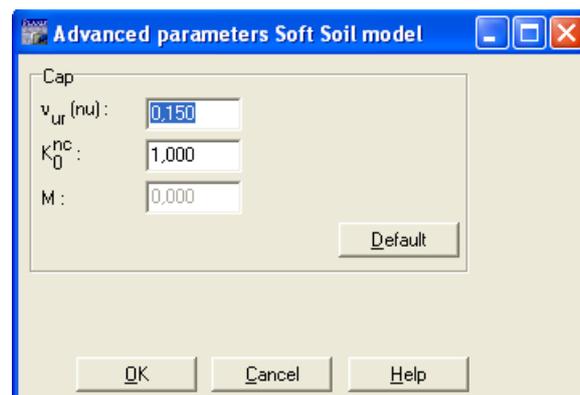
$\lambda^*$	: indice de compression ;	[-]
$\kappa^*$	: indice de gonflement ;	[-]
$c$	: cohésion ;	[K/m <sup>2</sup> ]
$\varphi$	: angle de frottement ;	[°]
$\psi$	: Angle de dilatance.	[°]

Par défaut, les paramètres avancés sont :

$\nu_{ur}$	: coefficient de Poisson en charge décharge (par défaut = 0,15) ;	[-]
$K_0^{NC}$	: $\sigma'_{xx} / \sigma'_{yy}$ coefficient $K_0$ relié à $M$	[-]
$M$	: paramètre en fonction de $K_0^{NC}$ .	[-]



**Figure 3.16** Fenêtre des paramètres du SSM.



**Figure 3.17** Fenêtre des paramètres avancés du SSM.

#### ***III.4.8 Modèle pour sols « mous » avec effet du temps (Soft Soil Creep Model)***

Le SSCM permet de prendre en compte l'érouissage des argiles molles mais pas la consolidation secondaire : celle-ci traduit par une évolution de la déformation axiale dans un essai oedométrique en fonction du temps, après la fin de la consolidation primaire. Cette déformation évolue en fonction du logarithme du temps (au moins pour les échelles de temps observables). Elle est caractérisée par le paramètre  $C_\alpha$ . Elle génère ce qui est appelé la quasi-préconsolidation dans des sols déposés depuis longtemps.

La figure 3.18 résume ce phénomène. Ces déformations secondaires se rencontrent dans les tassements différés, notamment sur sols argileux mous.

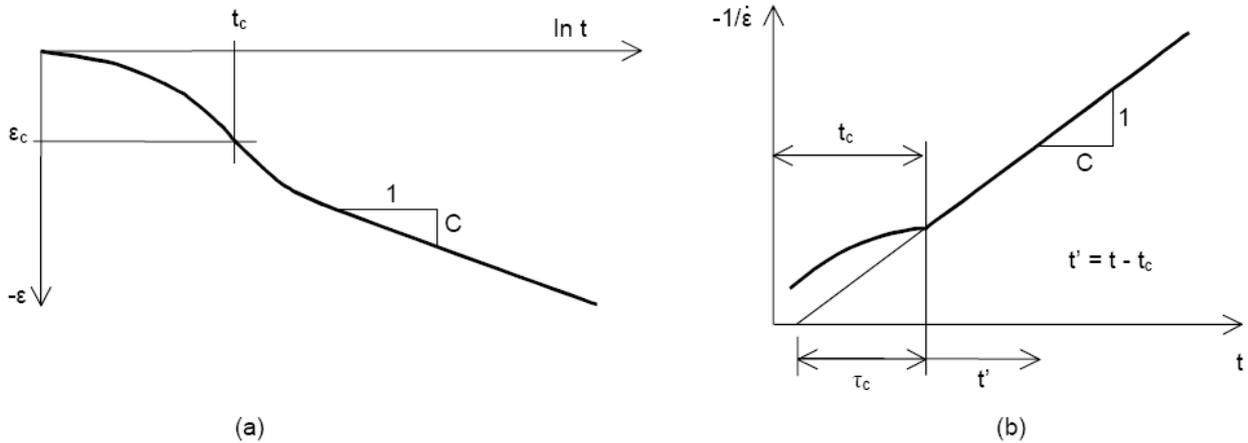


Figure 3.18 Effet du temps sur les essais oedométriques.

Le *Soft Soil Creep Model* élargit ces résultats dans le plan  $p$ - $q$  (figure 3.19) en introduisant des surfaces de charges qui s'appuient sur l'évolution observée en consolidation secondaire sur l'axe isotrope.

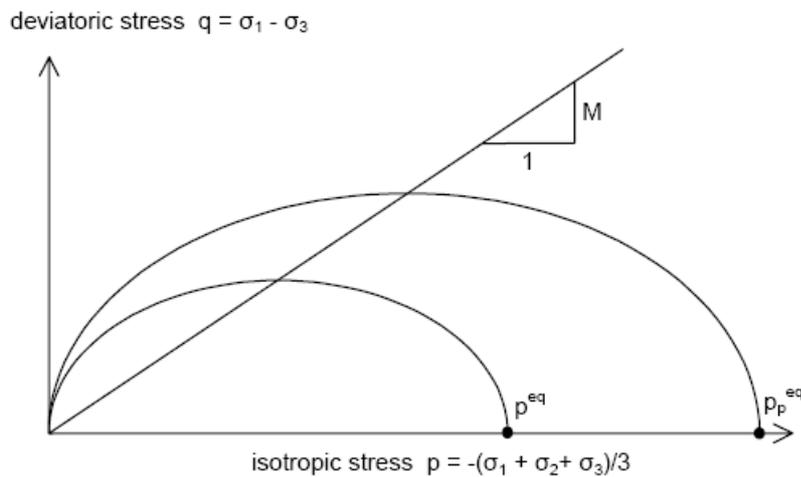


Figure 3.19 Diagramme des cercles  $p^{eq}$  dans le plan  $p$ - $q$ .

Avec les définitions suivantes des paramètres :

$$M = \frac{6 \sin \varphi_{cv}}{3 - \sin \varphi_{cv}} ; \quad (3.15)$$

$$p^{eq} = \sigma' \left[ \frac{1 + 2K_0^{NC}}{3} + \frac{3(1 - K_0^{NC})^2}{M^2(1 + 2K_0^{NC})} \right]. \quad (3.16)$$

### Les paramètres du SSCM :

Le paramètre de fluage est  $\mu^*$  défini par :

$$\mu^* = \frac{C\alpha_v}{2,3(1 + e)}. \quad (3.17)$$

Paramètre du modèle de Mohr-Coulomb :

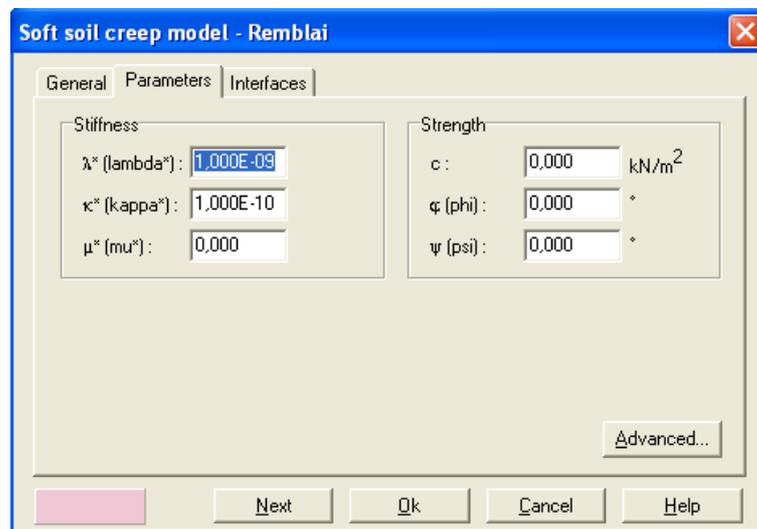
$c$	: cohésion ;	[K/m <sup>2</sup> ]
$\varphi$	: angle de frottement ;	[°]
$\psi$	: Angle de dilatance.	[°]

Paramètre de consolidation :

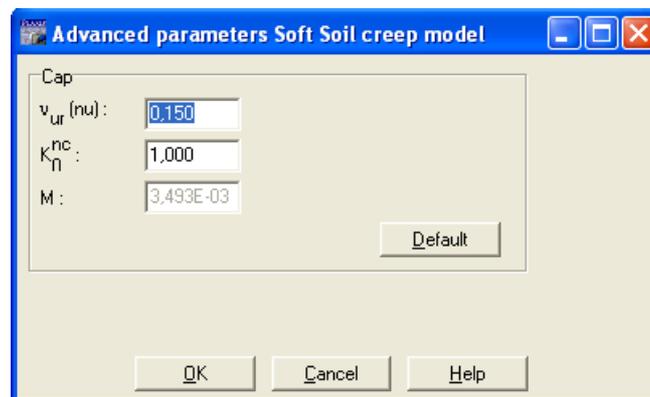
$\kappa^*$	: indice de gonflement ;	[-]
$\lambda^*$	: indice de compression ;	[-]
$\mu^*$	: indice de fluage.	[-]

Les paramètres avancés :

$\nu_{ur}$	: coefficient de Poisson en charge décharge (par défaut = 0,15) ;	[-]
$K_0^{NC}$	: $\sigma'_{xx} / \sigma'_{yy}$ coefficient $K_0$ relié à $M$	[-]
$M$	: paramètre en fonction de $K_0^{NC}$ .	[-]



**Figure 3.20** Fenêtre des paramètres du SSCM.



**Figure 3.21** Fenêtre des paramètres avancés du SSCM.

### III.5 Conclusion

Ce rapide tour d'horizon des différents modèles utilisés dans PLAXIS montre qu'il s'agit de modèles suffisamment simples pour qu'il soit possible d'en déterminer les paramètres avec une étude géotechnique classique ou avec des corrélations. Il n'y a dans ces modèles aucun paramètre de calage ou sans signification physique comme on en rencontre souvent dans des modèles sophistiqués. Souvent la détermination des paramètres nécessite des techniques d'optimisation. Ces modèles appartiennent au domaine de recherche.

L'utilisateur doit se concentrer sur deux choix : l'un est inhérent à la géotechnique en général, l'autre concerne la simulation numérique.

La détermination des paramètres géotechniques à entrer dans PLAXIS n'est pas différente d'un choix de paramètres de calcul manuel pour un calcul de tassement ou de stabilité : à partir d'essais, il est indispensable d'arriver à ce que l'on pourrait appeler un modèle géotechnique de terrain. Certains des paramètres sont différents dans leurs expressions, mais toujours reliés à des paramètres géotechniques classiques. Le paramètre le moins courant est vraisemblablement l'angle de dilatance.

Le choix du modèle de comportement dépend en fait du problème posé : soutènement, tassement de remblai, fondation sur sol en pente, tunnel : quel modèle de comportement utiliser pour quel problème géotechnique ?

La question n'est pas simple car il n'existe pas de modèle universel.

# ***CHAPITRE IV***

## ***ANALYSE ET DISCUSSION DES RESULTATS***

### ***OBTENUS***

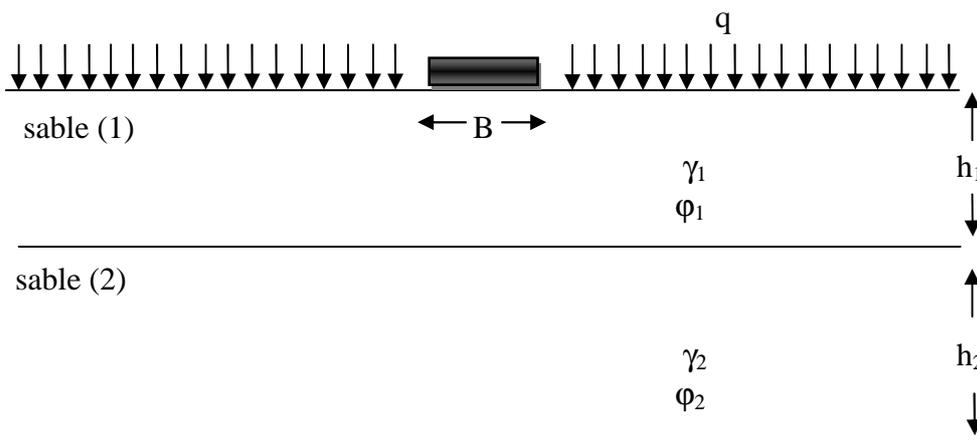
#### IV.1 INTRODUCTION:

Les travaux de recherches menés dans le cadre de ce mémoire, concernent l'étude numérique du comportement d'une semelle filante reposant sur deux couches granulaires. L'étude portera sur la détermination de la capacité portante  $q_{ult}$  de cette semelle en tenant compte de la variation de la largeur  $B$  de la semelle, de l'épaisseur de la première couche d'une part ainsi que de la variation des caractéristiques mécaniques des deux couches.

#### IV.2 PROCEDURE DE LA SIMULATION NUMERIQUE :

##### IV.2.1 Coupe géotechnique et géométrie de l'ouvrage :

On considère une semelle filante de largeur  $B$  reposant sur un bicouche granuleux et une surcharge  $q$ . la fondation est rigide (alors on impose un déplacement uniforme en surface), Le modèle suppose un comportement en état de déformations planes (plane strain). La coupe géotechnique retenue pour le calcul est présentée sur la figure suivante (Figure IV.1).



**Figure IV.1** Présentation du cas étudié

- $h_1$  l'épaisseur de La première couche de sable
- $h_2$  l'épaisseur de la deuxième couche de sable
- $\gamma_1$  Poids volumique de La première couche de sable
- $\gamma_2$  Poids volumique de La deuxième couche de sable
- $\phi_1$  l'angle de frottement interne de La première couche de sable
- $\phi_2$  l'angle de frottement interne de La deuxième couche de sable

Les paramètres géométriques de l'étude sont représentés au Tableau (IV -1)

B largeur de fondation (m)	q Surcharge (KN/m <sup>2</sup> )	h <sub>1</sub> /B
1	10	Varie de 0.25 à 2 pour incrément de 0.25
2	17.5	
3	25	

**Tableau IV -1** : paramètres géométriques

#### IV.2. 2 Caractéristiques géotechniques des matériaux

Le modèle utilisé est le modèle de sol avec érouissage (Hardening Soil Model) inclu dans Plaxis.

Les tableaux (IV-2), (IV-3) résument les paramètres d'entrée pour modéliser les couches du sol.

À cet effet, on a considéré 8 cas pour le choix des caractéristiques physiques et mécaniques des deux couches.

- Poids volumique saturé  $\gamma_{\text{sat}}=22 \text{ KN/m}^3$
- Cohesion  $c = 0$  (sol pulvérulent)

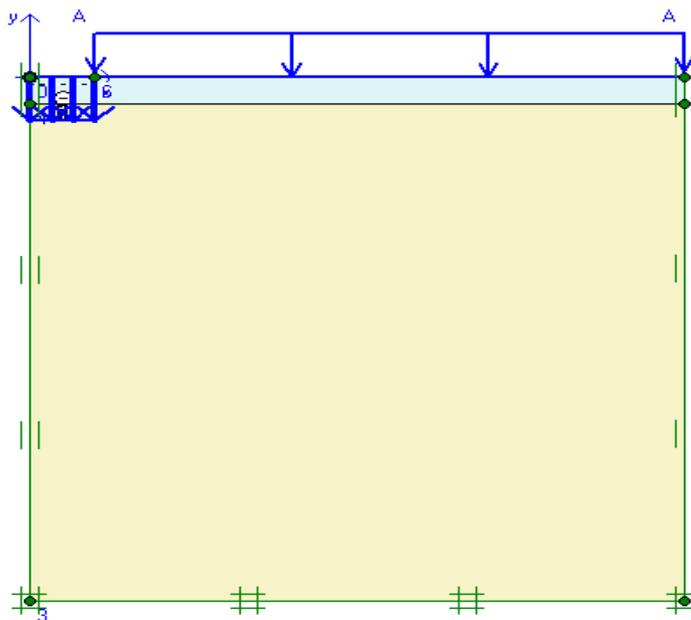
**Tableau IV -2** : paramètres physiques du sol

cas	Angle de frottement $\varphi$ (°)	Angle de dilatance $\psi$ (°)	Poids volumique $\gamma$ (KN/m <sup>3</sup> )	Coefficient de Poisson
1	30	3.4	19	0.333
2	31	4.2	19.3	0.327
3	33	5.8	19.9	0.313
4	34	6.4	20.1	0.306
5	36	8	20.5	0.291
6	37	8.8	20.7	0.285
7	39	10	20.9	0.27
8	42	11.5	21.1	0.249

**Tableau IV -3** : Paramètres de la rigidité du sol

Paramètres	Sable	Unité
$E_{50}$	10000	KN/m <sup>2</sup>
$E_{eod}^{ref}$	10000	KN/m <sup>2</sup>
$E_{ur}^{ref}$	30000	KN/m <sup>2</sup>
Puissance $m$	0.55	-
Coefficient à la rupture $R_f$	0.9	-
Résistance a la traction	0	KN/m <sup>2</sup>
$K_{nc}$	0.62	-
Coef de réduction $R_{int}$	1	-
la pression à référence $P^{ref}$	100	KN/m <sup>2</sup>

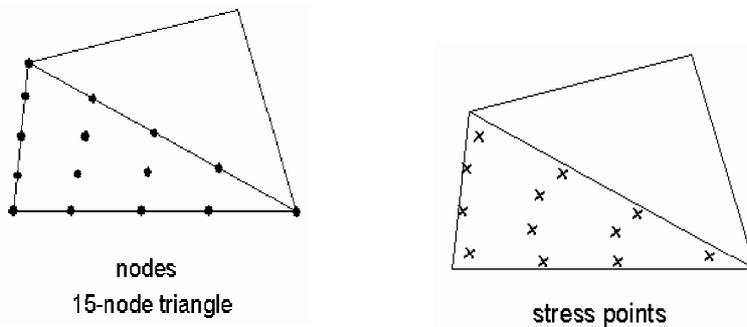
La fondation filante utilisée ayant une largeur  $B$ , est supposée parfaitement rigide, représentée par une interface avec le sol ( $R_{inter}=1$ ). Pour ce faire, des déplacements uniformes ont été imposés à la fondation où les chargements correspondants sont déduits du calcul par éléments finis.

**Figure IV.2** Présentation du model étudié

### IV.2.3 Maillage et conditions aux limites

Plaxis offre un choix d'utiliser des éléments triangulaires à 6 ou 15 nœuds **Figure (IV.3)** pour modéliser les couches de sol et autres éléments de volume. L'élément choisi dans cette étude est le triangle à 15 nœuds qui fournit une interpolation du quatrième ordre pour les déplacements et une intégration numérique qui se fait sur douze points de Gauss (points de contrainte).

Le triangle à 15 nœuds est un élément très précis qui a produit des résultats en contraintes de haute qualité sur différents problèmes, comme par exemple le calcul de la rupture de sols incompressibles. L'utilisation des triangles à 15 nœuds implique une consommation de mémoire assez élevée, et les calculs et la manipulation sont donc un peu ralentis. C'est pour cela qu'un type d'éléments plus simple est également disponible.



**Figure IV.3** Position des nœuds et des points de contrainte dans les éléments de sol

Le maillage doit être resserré dans les régions situées directement au tour de la fondation où des concentrations de contraintes sont attendues. En dehors de ces zones, des éléments de taille plus importante sont mis en place pour atteindre les frontières extérieures.

La finesse du maillage (global coarseness) est réglée sur medium pour tout le sol, puis on le raffine localement sur la partie près de la fondation et plus fin au dessous de la semelle comme il est indiqué sur la **figure IV.4**

Les conditions aux limites sont prises en compte en bloquant les déplacements horizontaux sur les faces verticales et en bloquant les déplacements horizontaux et verticaux pour la limite inférieure.

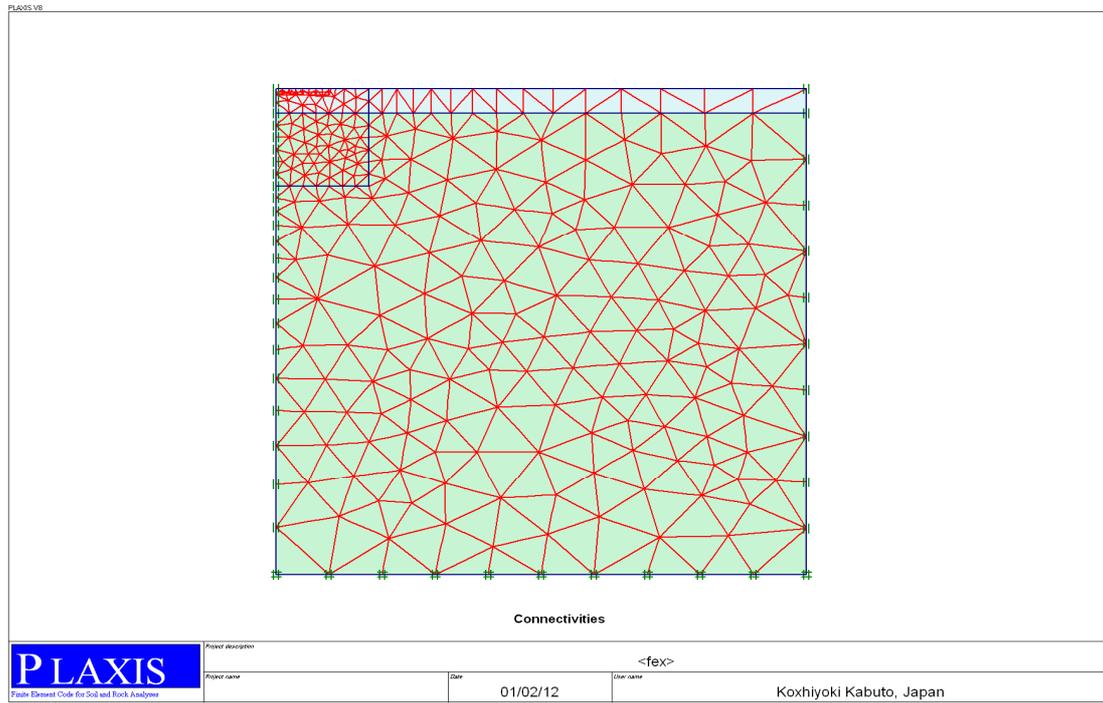


Figure IV.4 Génération du maillage

**IV.3 PROGRAMME D’ESSAIS :**

La série de calcul à effectuer pour l’étude paramétrique comporte 105 essais dont le détail est reporté sur le tableau IV.4

Tableau IV -4 : programme d'essais sur le modèle

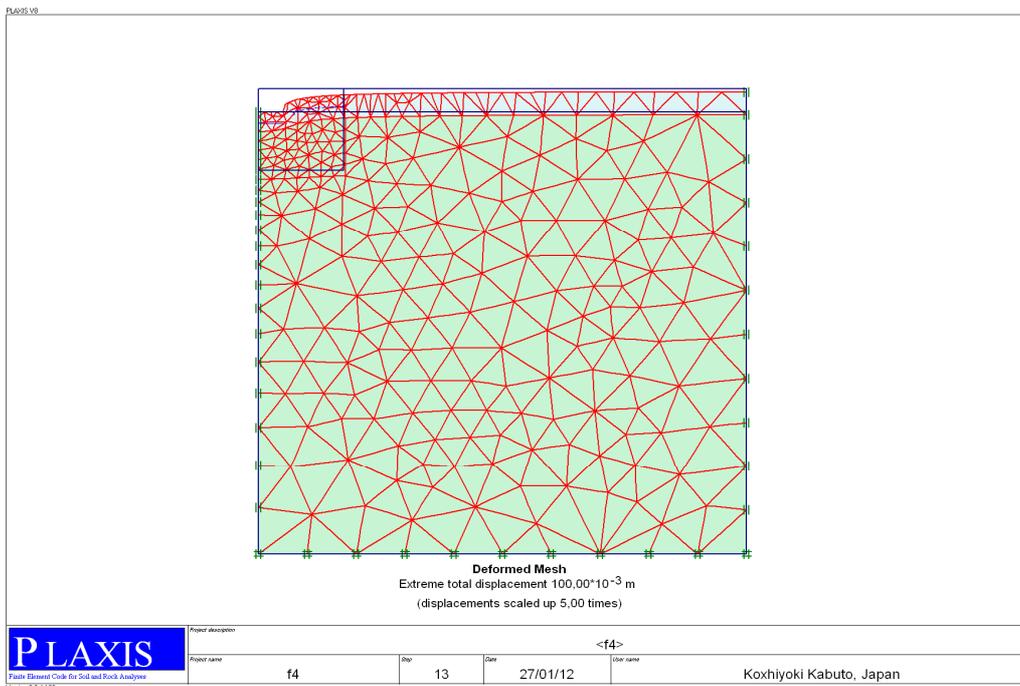
Séries	Paramètres constants	Paramètres variables
1	B=1m ; $\Phi_1=30$ ; $\Phi_2=33$	h1= 0.25 ; 0.5 ; 0.75 ; 1 ; 1.25 ; 1.5 ; 1.75
2	B=2m ; $\Phi_1=30$ ; $\Phi_2=33$	h1= 0.5 ; 1 ; 1.5 ; 2 ; 2.5 ; 3 ; 3.5
3	B=3m ; $\Phi_1=30$ ; $\Phi_2=33$	h1= 0.75 ; 1.5 ; 2.25 ; 3 ; 3.75 ; 4.5 ; 5.25
4	B=1m ; $\Phi_1=34$ ; $\Phi_2=37$	h1= 0.25 ; 0.5 ; 0.75 ; 1 ; 1.25 ; 1.5 ; 1.75
5	B=2m ; $\Phi_1=34$ ; $\Phi_2=37$	h1= 0.5 ; 1 ; 1.5 ; 2 ; 2.5 ; 3 ; 3.5
6	B=3m ; $\Phi_1=34$ ; $\Phi_2=37$	h1= 0.75 ; 1.5 ; 2.25 ; 3 ; 3.75 ; 4.5 ; 5.25
7	B=1m ; $\Phi_1=39$ ; $\Phi_2=42$	h1= 0.25 ; 0.5 ; 0.75 ; 1 ; 1.25 ; 1.5 ; 1.75
8	B=2m ; $\Phi_1=39$ ; $\Phi_2=42$	h1= 0.5 ; 1 ; 1.5 ; 2 ; 2.5 ; 3 ; 3.5
9	B=3m ; $\Phi_1=39$ ; $\Phi_2=42$	h1= 0.75 ; 1.5 ; 2.25 ; 3 ; 3.75 ; 4.5 ; 5.25
10	B=1m ; $\Phi_1=34$ ; $\Phi_2=31$	h1= 0.25 ; 0.5 ; 0.75 ; 1 ; 1.25 ; 1.5 ; 1.75
11	B=2m ; $\Phi_1=34$ ; $\Phi_2=31$	h1= 0.5 ; 1 ; 1.5 ; 2 ; 2.5 ; 3 ; 3.5
12	B=3m ; $\Phi_1=34$ ; $\Phi_2=31$	h1= 0.75 ; 1.5 ; 2.25 ; 3 ; 3.75 ; 4.5 ; 5.25
13	B=1m ; $\Phi_1=39$ ; $\Phi_2=36$	h1= 0.25 ; 0.5 ; 0.75 ; 1 ; 1.25 ; 1.5 ; 1.75
14	B=2m ; $\Phi_1=39$ ; $\Phi_2=36$	h1= 0.5 ; 1 ; 1.5 ; 2 ; 2.5 ; 3 ; 3.5
15	B=3m ; $\Phi_1=39$ ; $\Phi_2=36$	h1= 0.75 ; 1.5 ; 2.25 ; 3 ; 3.75 ; 4.5 ; 5.25

**IV.4 Résultats et interprétations :**

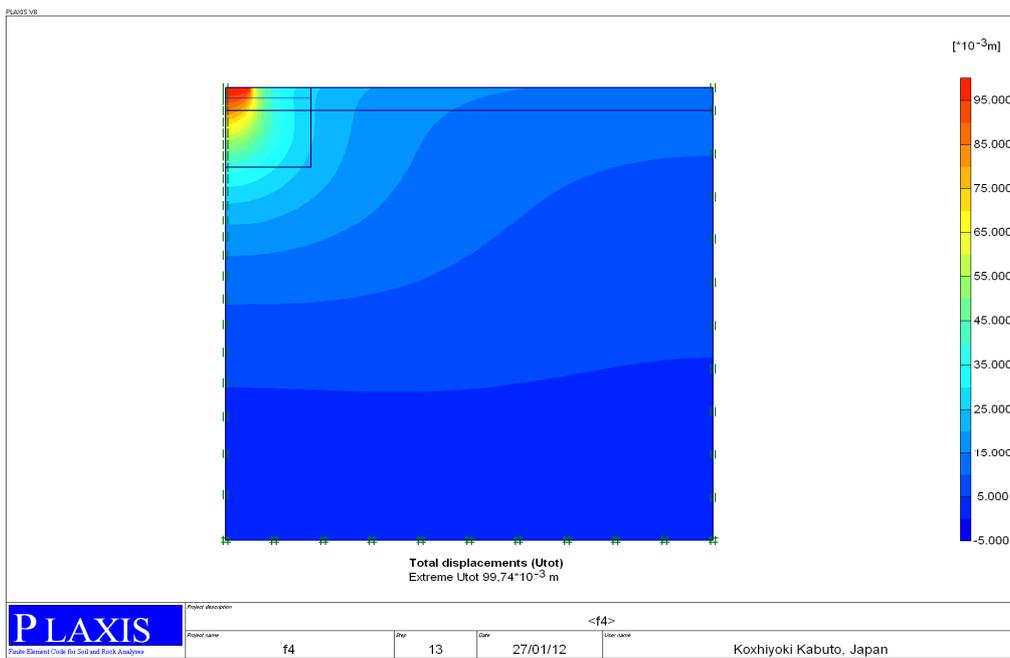
Les principaux résultats d'un calcul d'éléments finis sont les maillages déformés et les déplacements.

On présente ci-dessous quelques résultats typiques pour notre étude;

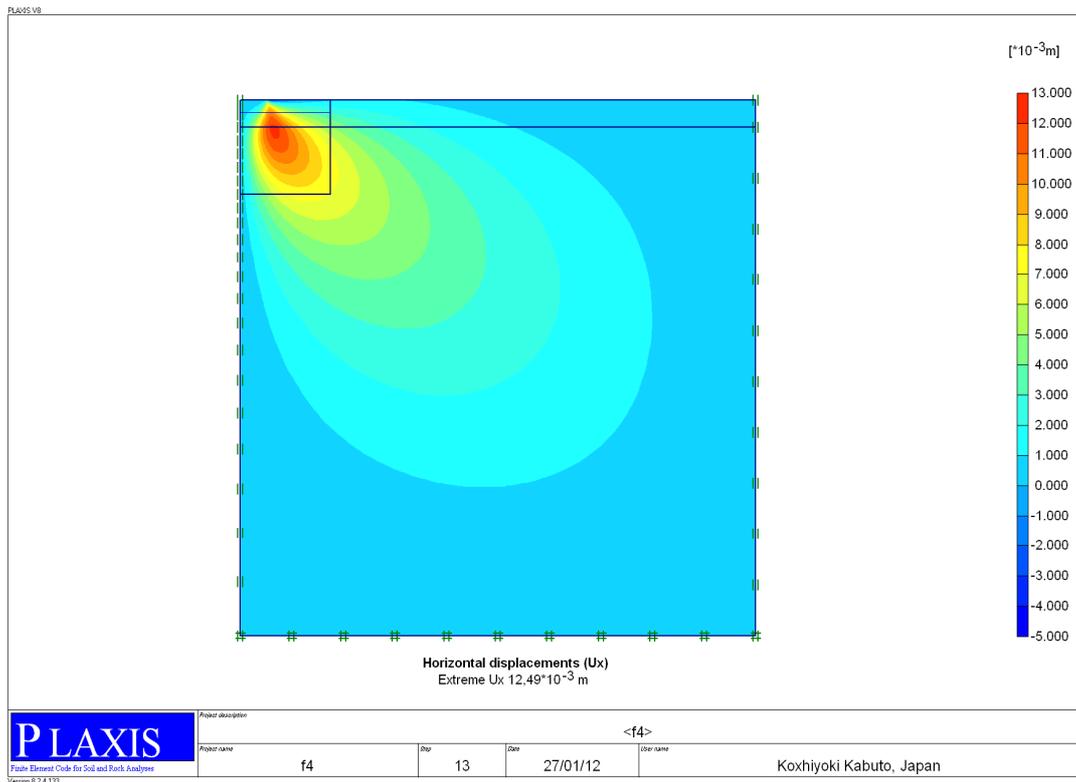
Pour  $B=1\text{m}$   $\varphi_1=34$  et  $\varphi_2=31$



**Figure IV.5** Maillage déformé.



**Figure IV.6** Déplacements totaux



IV.7 Déplacements horizontaux.

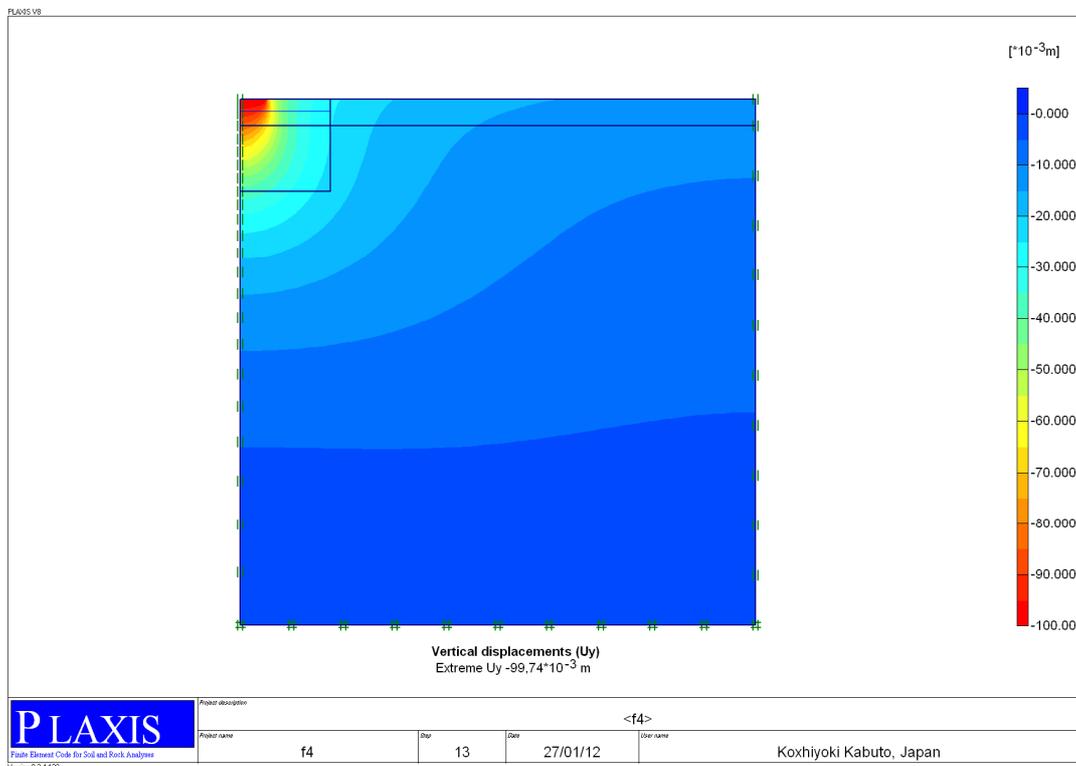
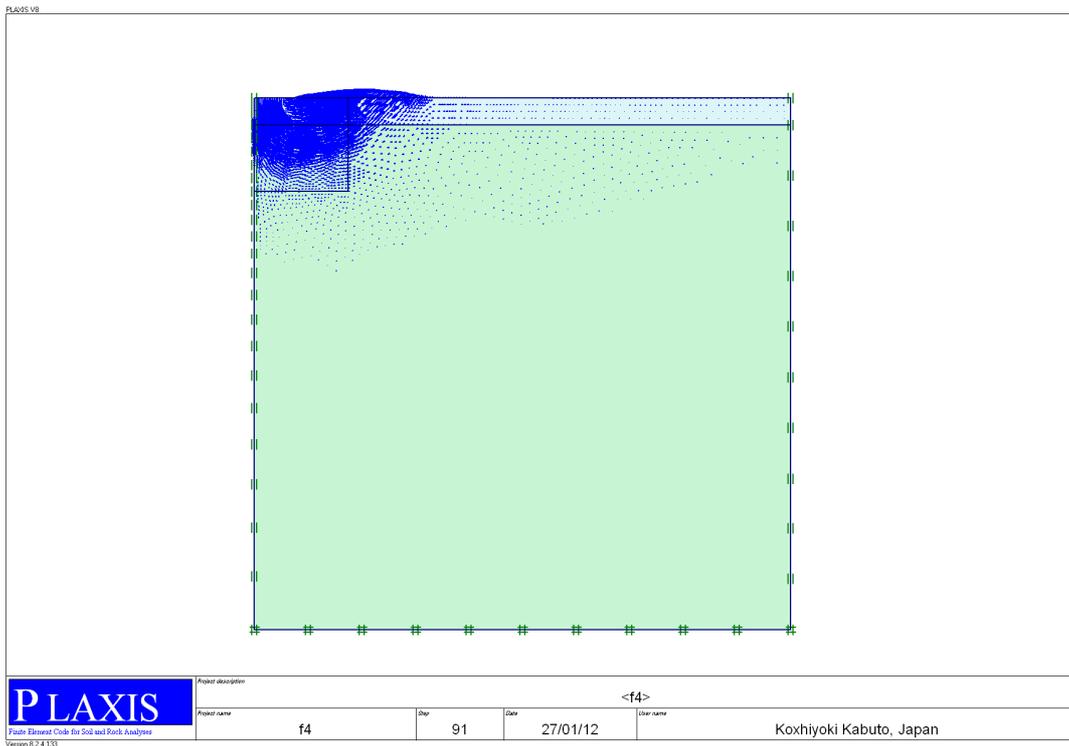
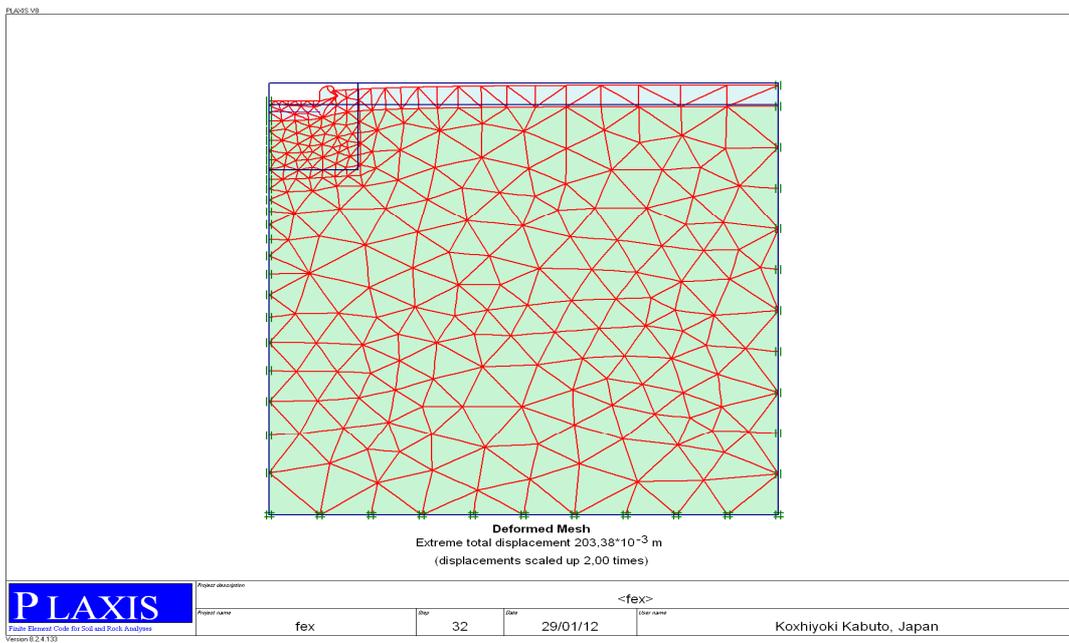


Figure IV.8 Déplacements verticaux.



**Figure IV.9** Incrément total.

Pour  $B=2m$   $\varphi_1=34$  et  $\varphi_2=37$



**Figure IV.10** Maillage déformé.

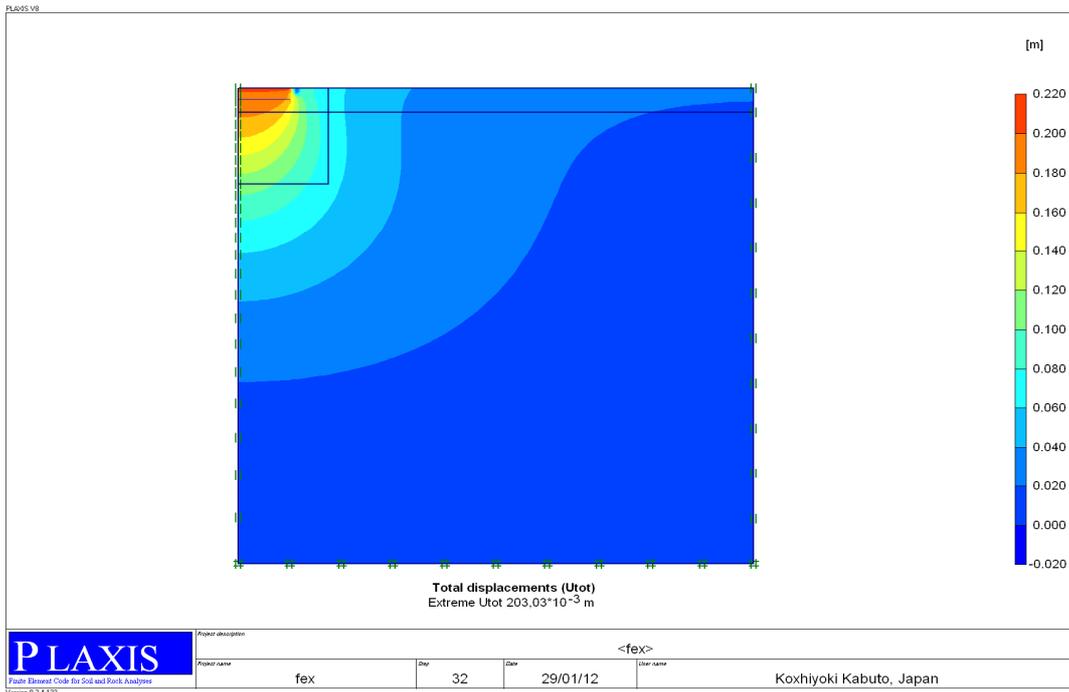


Figure IV.11 Déplacements totaux

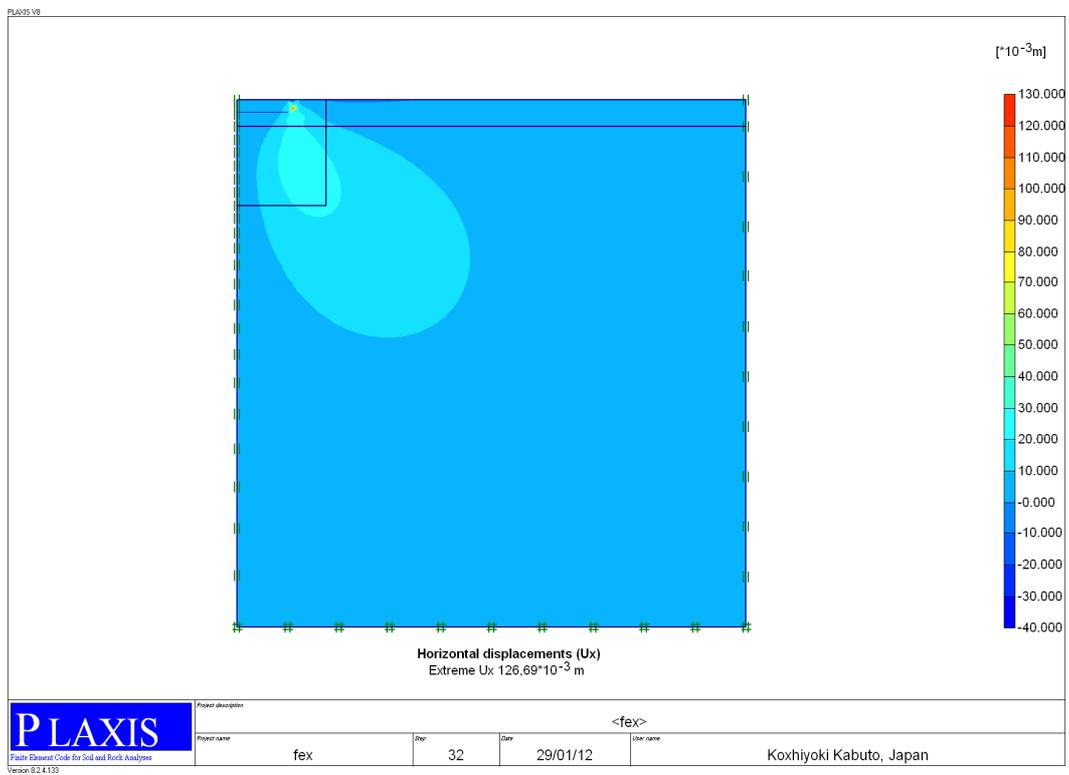


Figure IV.12 Déplacements horizontaux

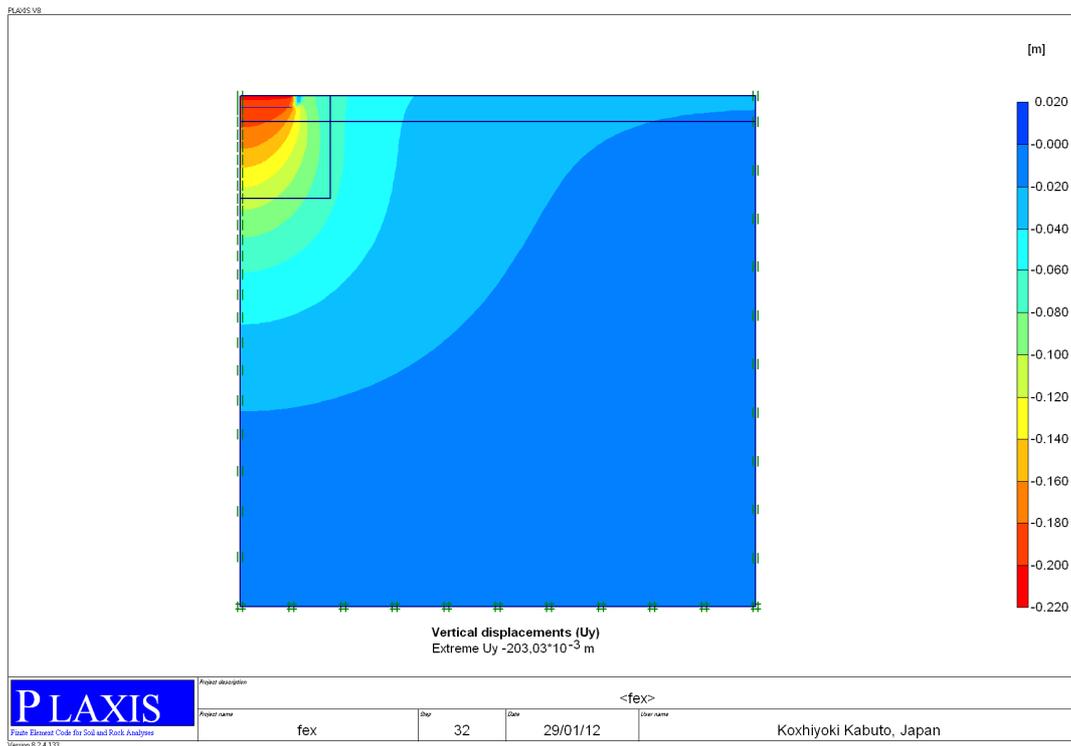


Figure IV.13 Déplacements verticaux.

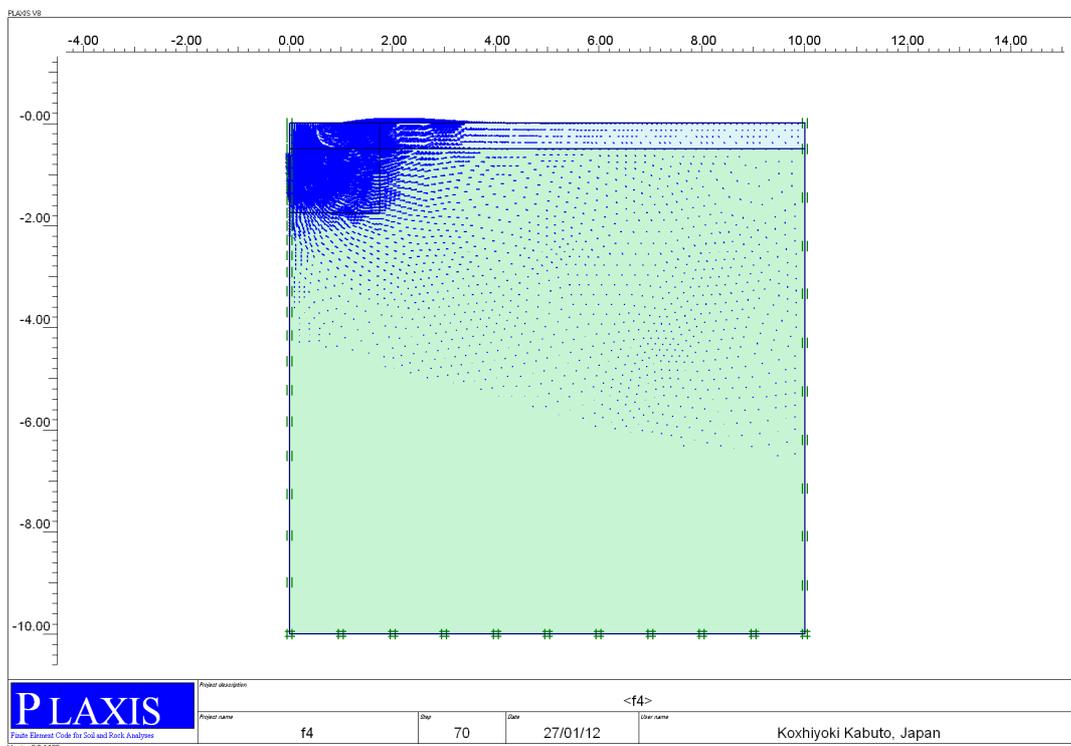


Figure IV.14 Incrément total.

Pour  $B=1m$   $\varphi_1= 34$  et  $\varphi_2= 37$

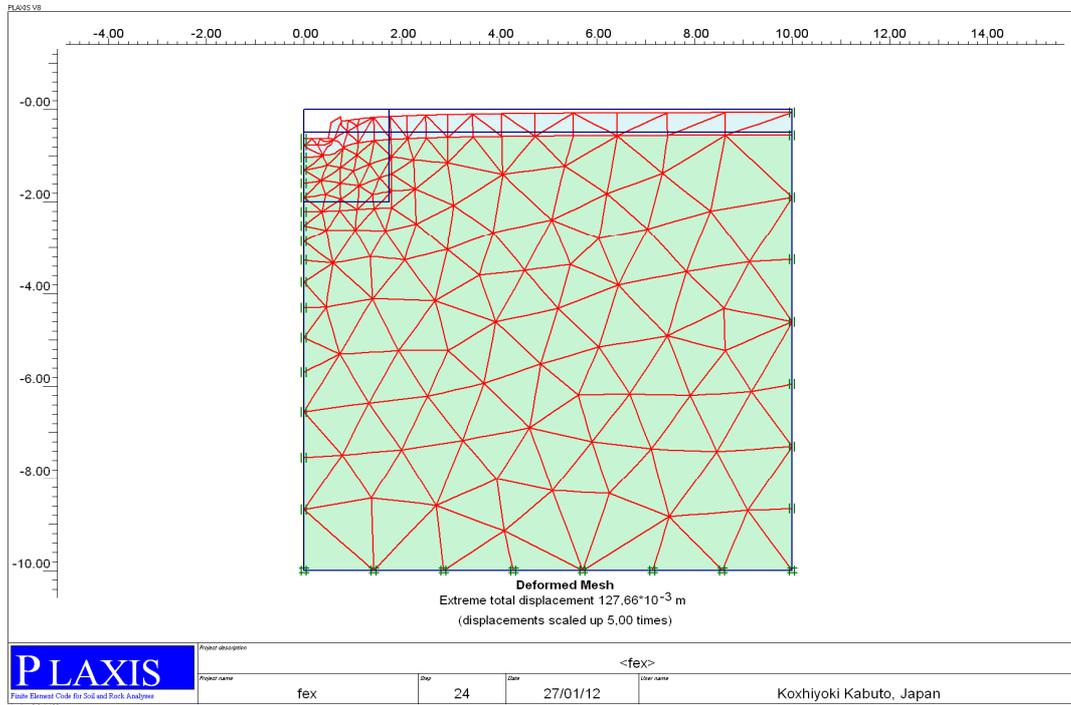


Figure IV.15 Maillage déformé.

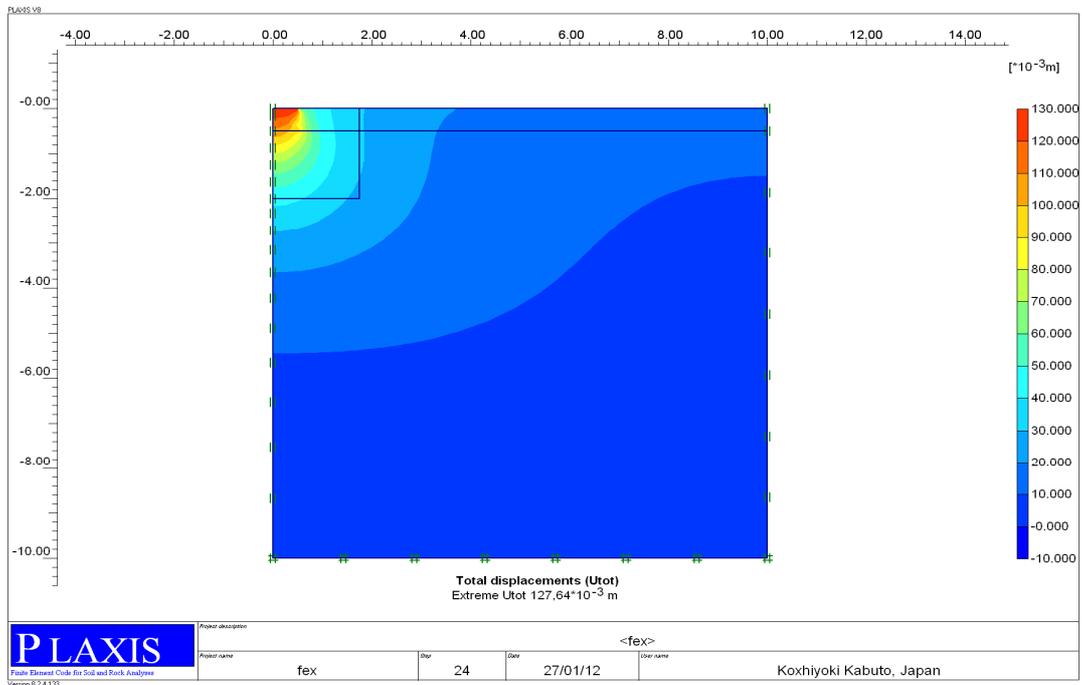


Figure IV.16 Déplacements totaux

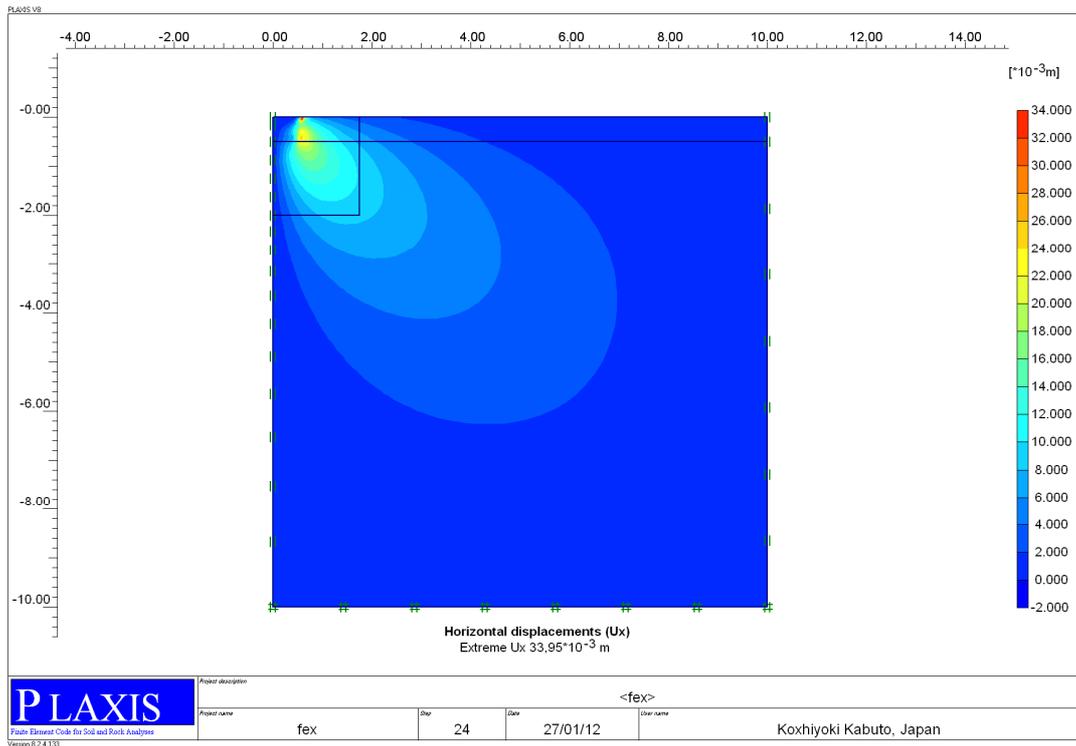


Figure IV.17 Déplacements horizontaux.

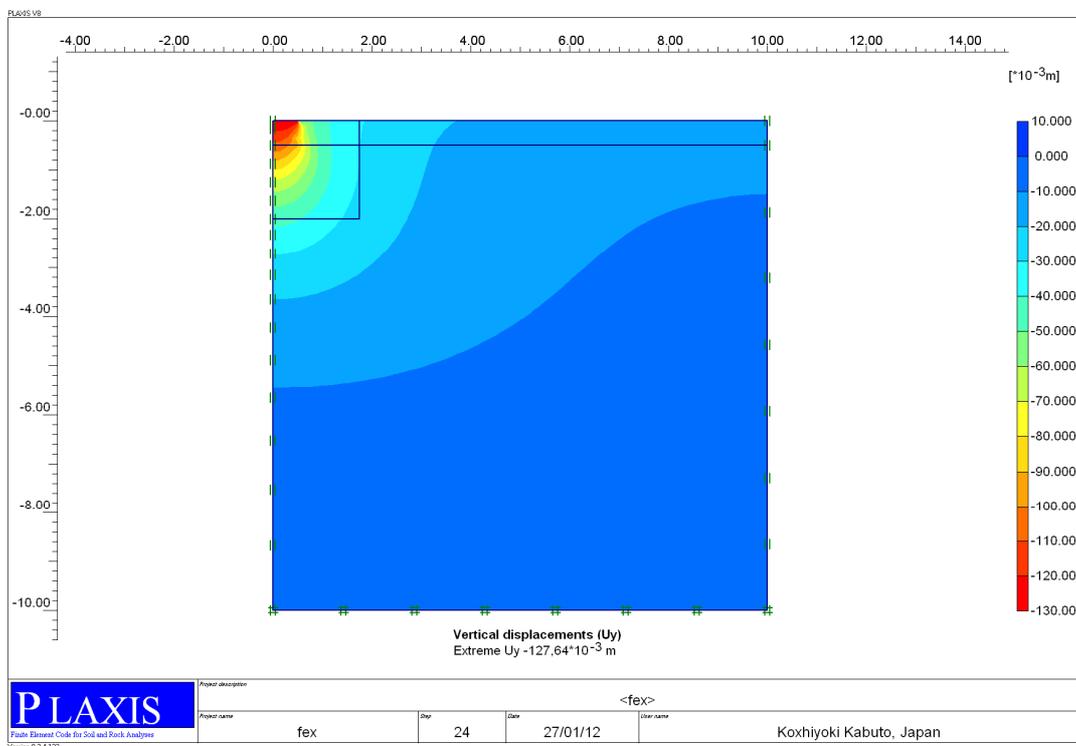
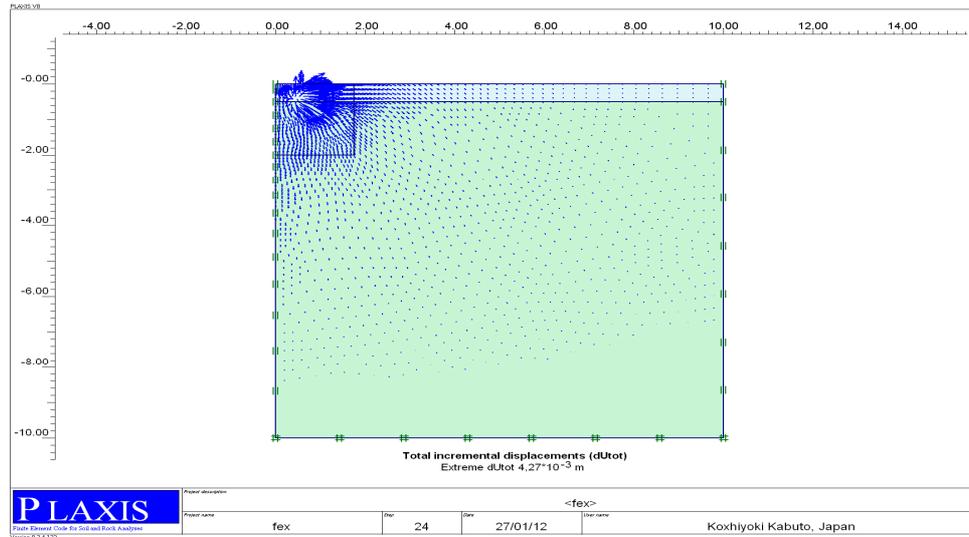


Figure IV.18 Déplacements verticaux.



**Figure IV.19** Incrément total.

Les tableaux qui suivent illustrent les valeurs de la capacité portante  $q_{ult}$  en fonction de la largeur  $B$  de la semelle et l'épaisseur  $h_1$  de la première couche et de la variation des caractéristiques mécaniques des deux couches.

**Tableau IV-5:** capacité portante  $q_{ult}$  pour l'angle de frottement  $\phi_1=30$  ;  $\phi_2=33$

B (m)	$h_1/B$	$h_1$ (m)	$q_{ult}$ num KN/m <sup>2</sup>
1	0.25	0.25	486
	0.5	0.5	434
	0.75	0.75	410
	1	1	386
	1.25	1.25	372
	1.5	1.5	328
	1.75	1.75	320
	2	2	320
2	0.25	0.5	966
	0.5	1	874
	0.75	1.5	817
	1	2	783
	1.25	2.5	723
	1.5	3	631
	1.75	3.5	615
	2	4	615
3	0.25	0.75	1346
	0.5	1.5	1243
	0.75	2.25	1153
	1	3	1042
	1.25	3.75	1024
	1.5	4.5	915
	1.75	5.25	906
	2	6	906

**Tableau IV-6:** capacité portante  $q_{ult}$  pour l'angle de frottement  $\phi_1=34$  ;  $\phi_2=37$ 

B (m)	$h_1/B$	$h_1$ (m)	$q_{ult}$ num KN/m <sup>2</sup>
1	0.25	0.25	882
	0.5	0.5	832
	0.75	0.75	792
	1	1	774
	1.25	1.25	710
	1.5	1.5	676
	1.75	1.75	636
	2	2	636
2	0.25	0.5	1754
	0.5	1	1537
	0.75	1.5	1508
	1	2	1462
	1.25	2.5	1396
	1.5	3	1328
	1.75	3.5	1255
	2	4	1255
3	0.25	0.75	2477
	0.5	1.5	2388
	0.75	2.25	2287
	1	3	2208
	1.25	3.75	2156
	1.5	4.5	2135
	1.75	5.25	2079
	2	6	2079

**Tableau IV -7:** capacité portante  $q_{ult}$  pour l'angle de frottement  $\phi_1=39$  ;  $\phi_2=42$ 

B (m)	$h_1/B$	$h_1$ (m)	$q_{ult}$ num KN/m <sup>2</sup>
1	0.25	0.25	2088
	0.5	0.5	1836
	0.75	0.75	1788
	1	1	1714
	1.25	1.25	1646
	1.5	1.5	1584
	1.75	1.75	1508
	2	2	1468
2	0.25	0.5	3604
	0.5	1	3572
	0.75	1.5	3354
	1	2	3275
	1.25	2.5	2744
	1.5	3	2685
	1.75	3.5	2535
	2	4	2478
3	0.25	0.75	5352
	0.5	1.5	5228
	0.75	2.25	4989
	1	3	4777
	1.25	3.75	4682
	1.5	4.5	4643
	1.75	5.25	4589
	2	6	4582

**Tableau IV-8:** capacité portante  $q_{ult}$  pour l'angle de frottement  $\phi_1=34$  ;  $\phi_2=31$ 

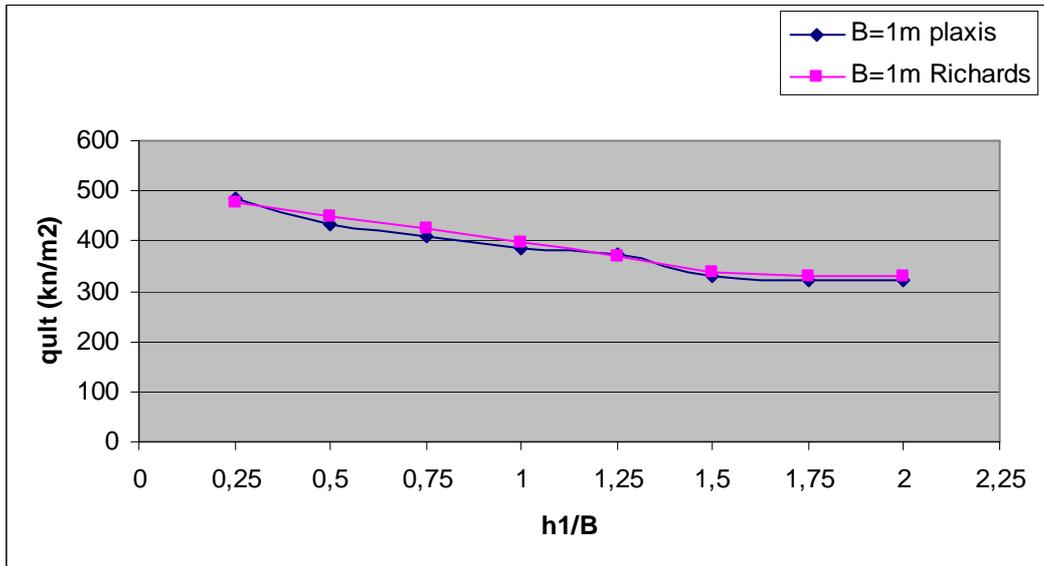
B (m)	$h_1/B$	$h_1$ (m)	$q_{ult}$ num KN/m <sup>2</sup>
1	0.25	0.25	446
	0.5	0.5	488
	0.75	0.75	502
	1	1	518
	1.25	1.25	542
	1.5	1.5	554
	1.75	1.75	564
	2	2	564
2	0.25	0.5	895
	0.5	1	968
	0.75	1.5	984
	1	2	1035
	1.25	2.5	1061
	1.5	3	1099
	1.75	3.5	1124
	2	4	1126
3	0.25	0.75	1173
	0.5	1.5	1247
	0.75	2.25	1282
	1	3	1312
	1.25	3.75	1327
	1.5	4.5	1403
	1.75	5.25	1408
	2	6	1468

**Tableau IV-9:** capacité portante  $q_{ult}$  pour l'angle de frottement  $\phi_1=39$  ;  $\phi_2=36$ 

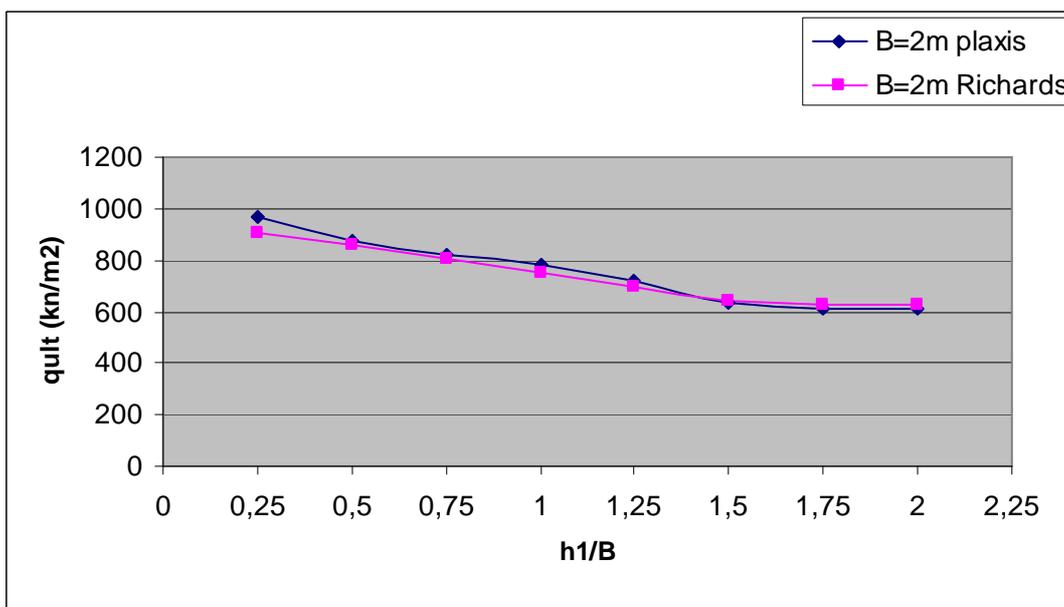
B (m)	$h_1/B$	$h_1$ (m)	$q_{ult}$ num KN/m <sup>2</sup>
1	0.25	0.25	950
	0.5	0.5	1010
	0.75	0.75	1052
	1	1	1080
	1.25	1.25	1148
	1.5	1.5	1192
	1.75	1.75	1216
	2	2	1218
2	0.25	0.5	1714
	0.5	1	1842
	0.75	1.5	1859
	1	2	1921
	1.25	2.5	2005
	1.5	3	2068
	1.75	3.5	2135
	2	4	2147
3	0.25	0.75	2423
	0.5	1.5	2544
	0.75	2.25	2653
	1	3	2754
	1.25	3.75	2863
	1.5	4.5	2953
	1.75	5.25	2993
	2	6	3010

**IV.4 .1 L'effet de l'épaisseur de la première couche du sable ( $h_1$ ):**

Pour pouvoir distinguer L'influence de l'épaisseur de la première couche du sable  $h_1$  sur la capacité portante on a tracé une série de courbes  $q_{ult}=f(h_1/B)$  qui sont représentées sur les figures (IV.20 à IV.28).



**Figure IV.20** Variation de  $q_{ult}$  en fonction de  $h_1/B$  avec  $\varphi_1 = 30$  et  $\varphi_2 = 33$



**Figure IV .21** Variation de  $q_{ult}$  en fonction de  $h_1/B$  avec  $\varphi_1 = 30$  et  $\varphi_2 = 33$

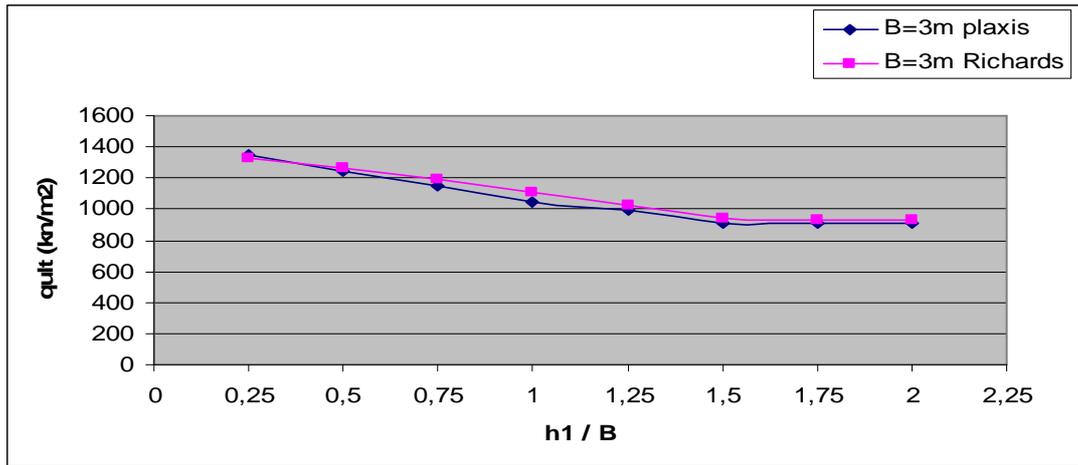


Figure IV .22 Variation de  $q_{ult}$  en fonction de  $h_1/B$  avec  $\phi_1 = 30$  et  $\phi_2 = 33$

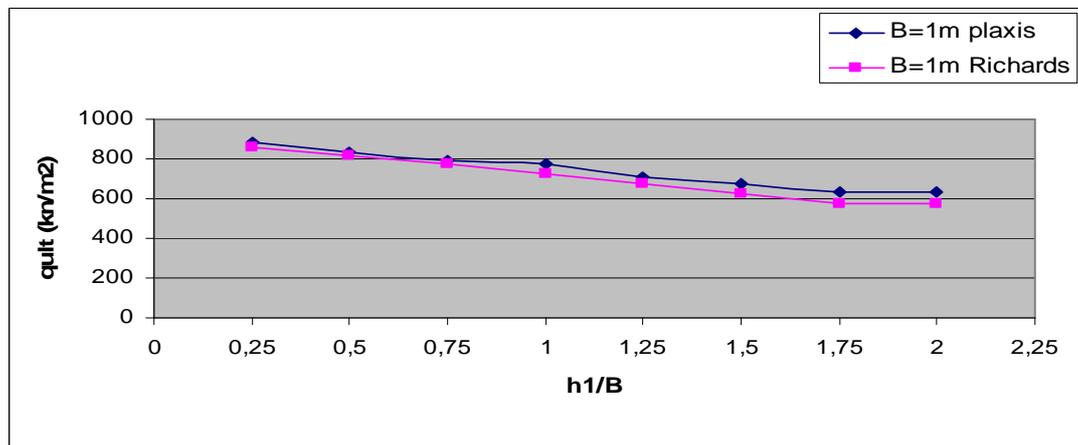


Figure IV .23 Variation de  $q_{ult}$  en fonction de  $h_1/B$  avec  $\phi_1 = 34$  et  $\phi_2 = 37$

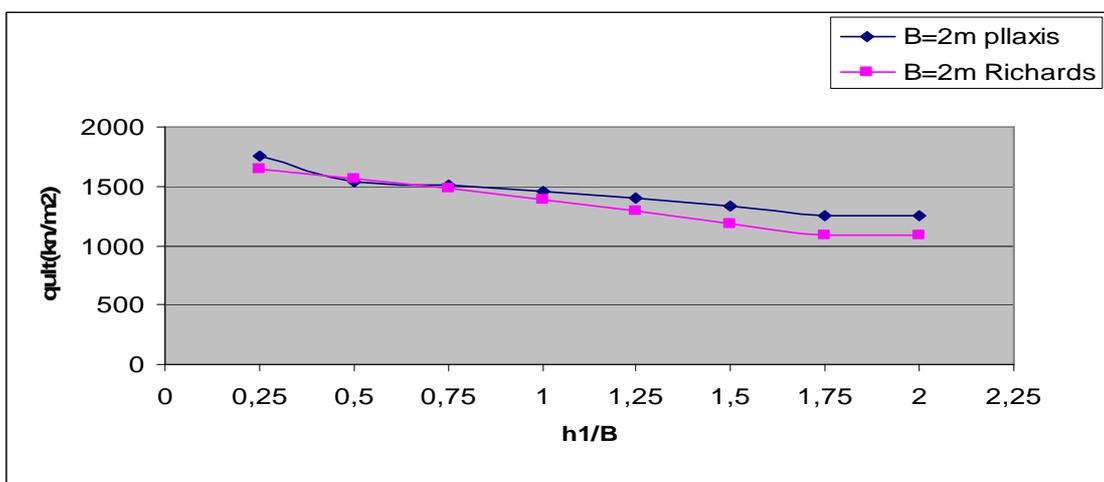


Figure IV .24 Variation de  $q_{ult}$  en fonction de  $h_1/B$  avec  $\phi_1 = 34$  et  $\phi_2 = 37$

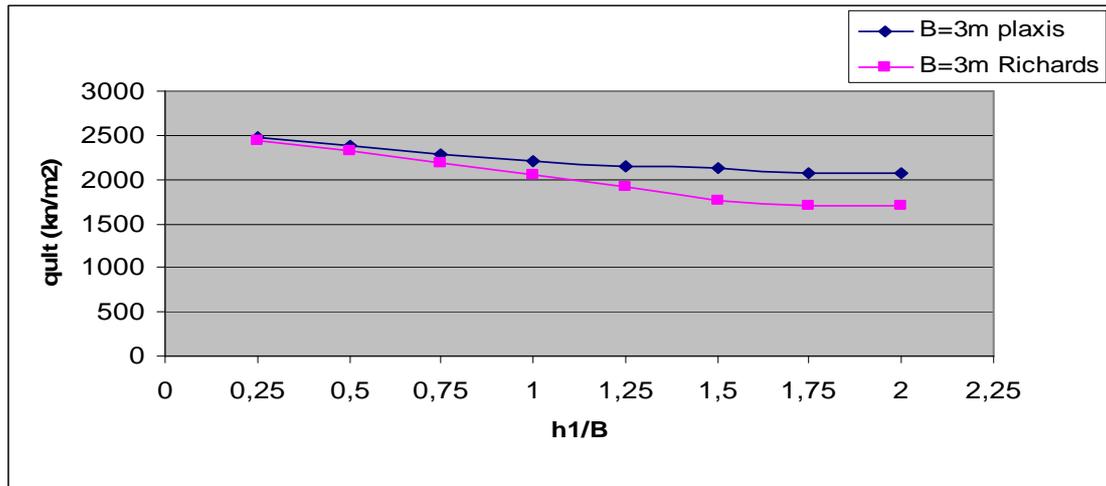


Figure IV .25 Variation de  $q_{ult}$  en fonction de  $h_1/B$  avec  $\phi_1 = 34$  et  $\phi_2 = 37$

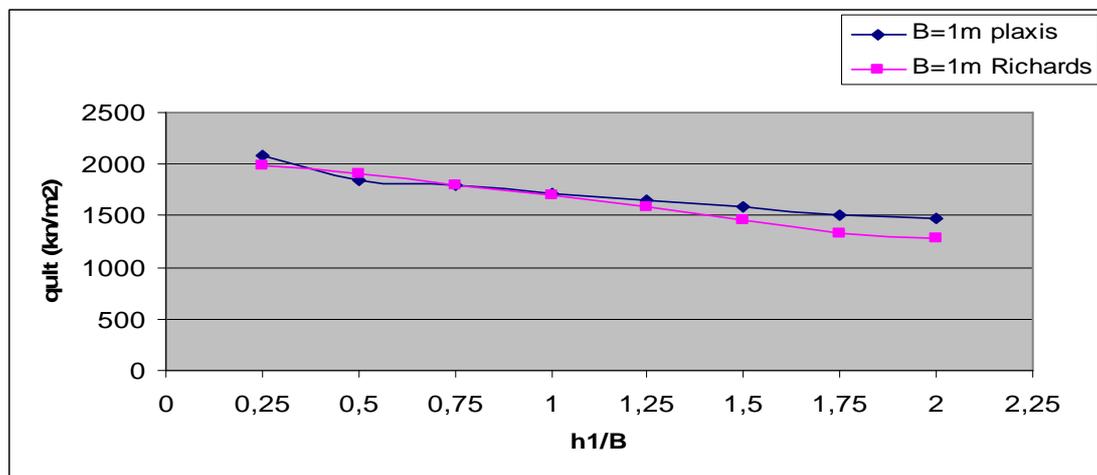


Figure IV .26 Variation de  $q_{ult}$  en fonction de  $h_1/B$  avec  $\phi_1 = 39$  et  $\phi_2 = 42$

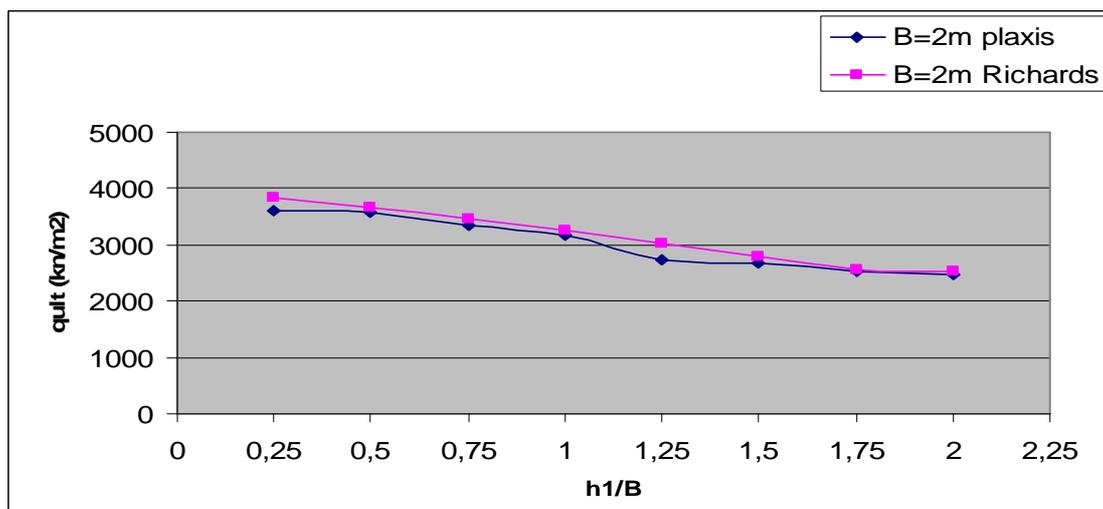


Figure IV .27 Variation de  $q_{ult}$  en fonction de  $h_1/B$  avec  $\phi_1 = 39$  et  $\phi_2 = 42$

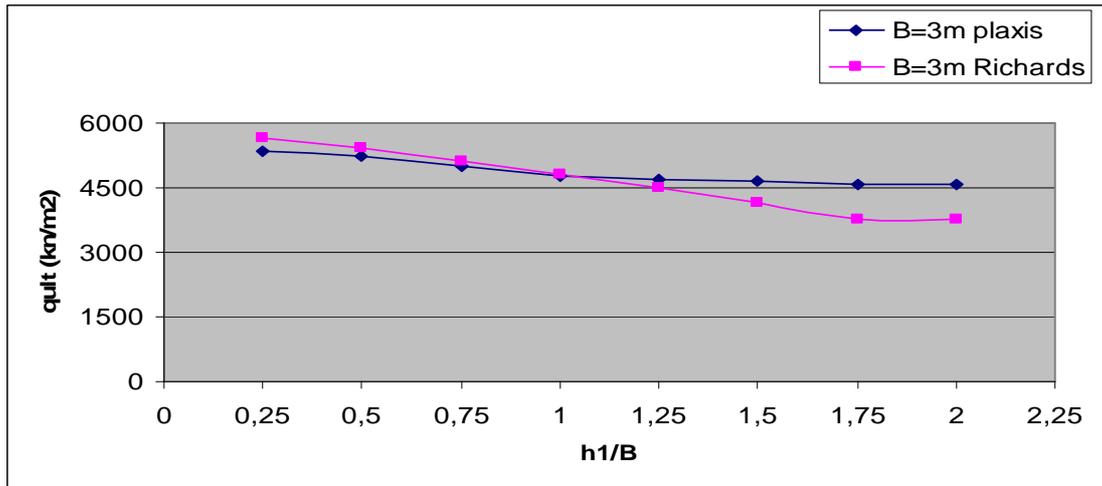


Figure IV .28 Variation de  $q_{ult}$  en fonction de  $h_1/B$  avec  $\phi_1 = 39$  et  $\phi_2 = 42$

D'après les graphes des figures (IV .20 à IV.28), et quand la première couche dont l'épaisseur est ( $h_1$ ) a un angle de frottement interne  $\phi$  inférieur à celui de la deuxième couche ( $\phi_1 < \phi_2$ ) on remarque que la capacité portante  $q_{ult}$  décroît quand l'épaisseur ( $h_1$ ) augmente. Par ailleurs, il est clair d'après ces mêmes figures que la capacité portante devient importante lorsque le rapport de  $h_1/B = 0.25$ . L'effet de l'angle de frottement interne des deux couches sur la capacité portante est bien illustré dans ces figures, on constate que la capacité portante est proportionnelle à l'angle de frottement interne  $\phi$  des deux couches.

La simulation numérique montre qu'à partir la valeur de  $h_1/B = 1.75$  la capacité portante  $q_{ult}$  est constante pour les figures (IV .20 à IV .25), à l'exception pour les figures (IV .26 à IV .28) la capacité portante  $q_{ult}$  converge et continuer à être constante.

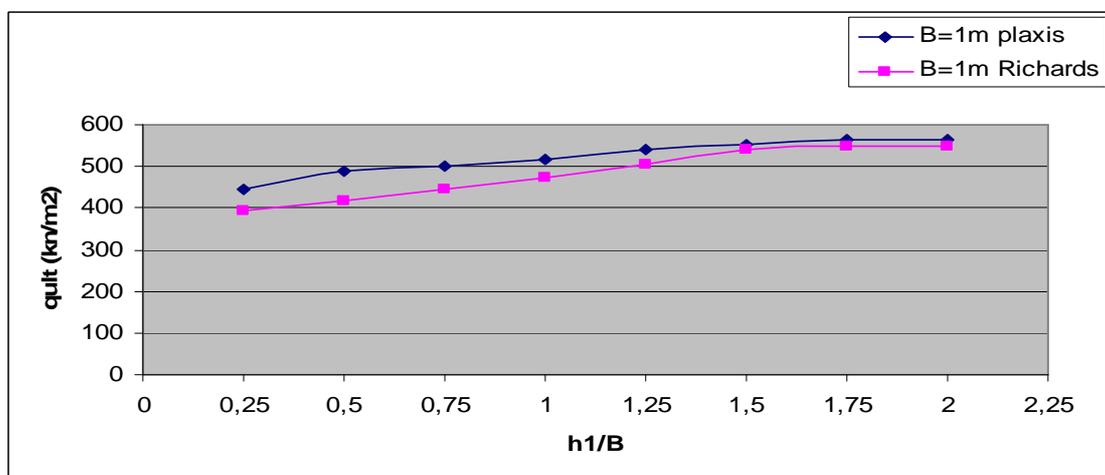


Figure IV .29 Variation de  $q_{ult}$  en fonction de  $h_1/B$  avec  $\phi_1 = 34$  et  $\phi_2 = 31$

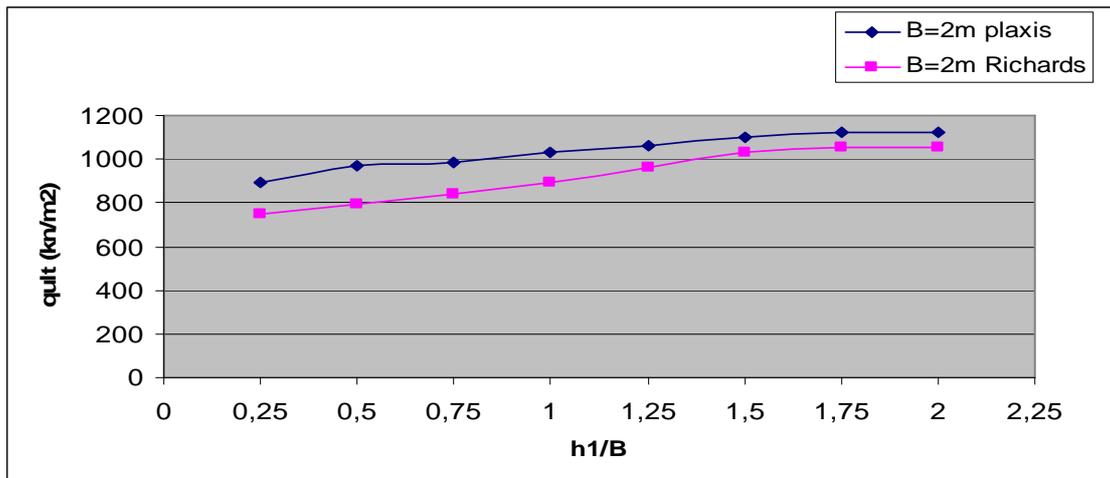


Figure IV. 30 Variation de  $q_{ult}$  en fonction de  $h_1/B$  avec  $\varphi_1 = 34$  et  $\varphi_2 = 31$

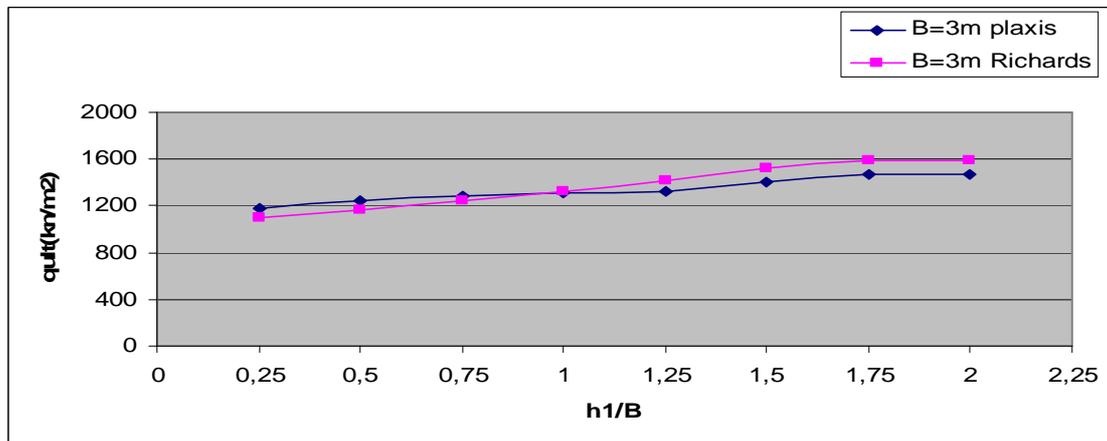


Figure IV .31 Variation de  $q_{ult}$  en fonction de  $h_1/B$  avec  $\varphi_1 = 34$  et  $\varphi_2 = 31$

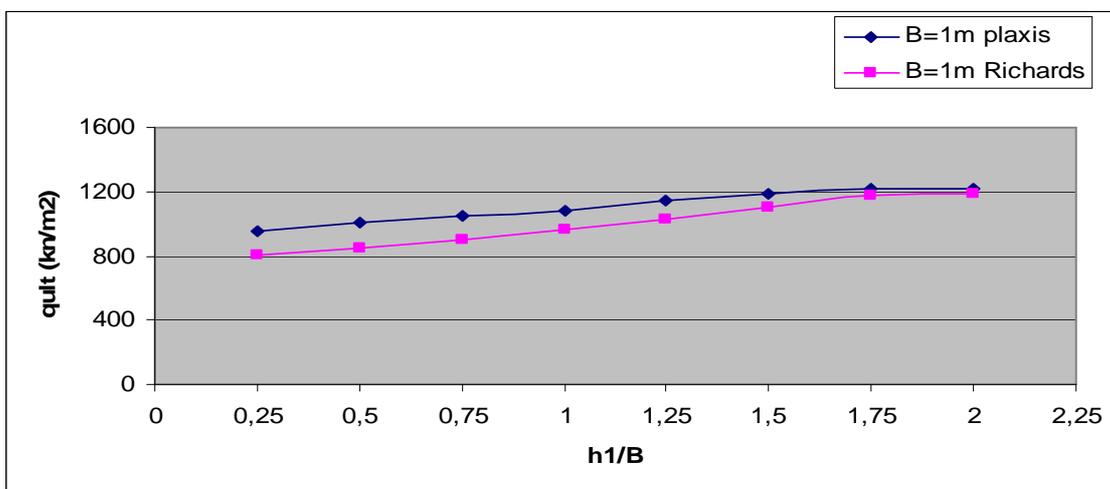
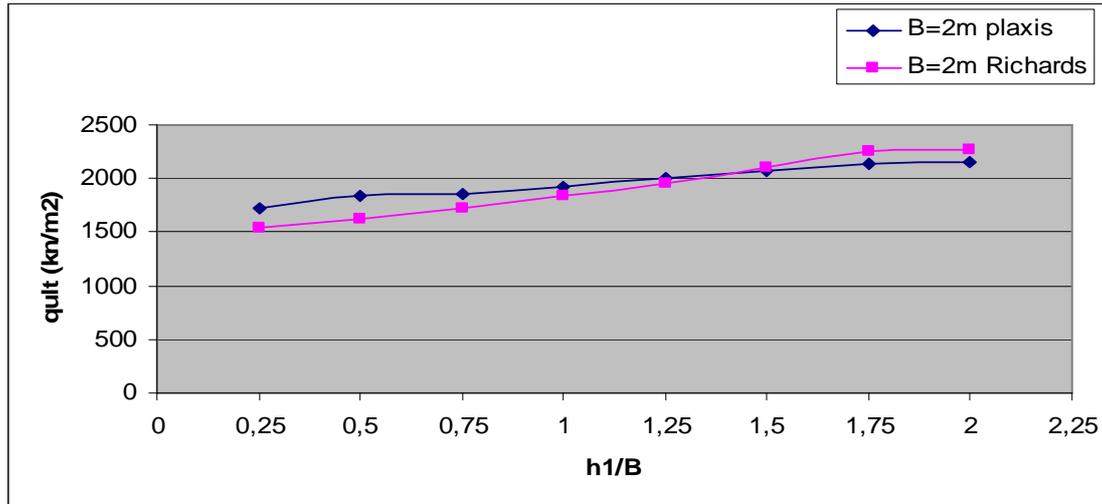
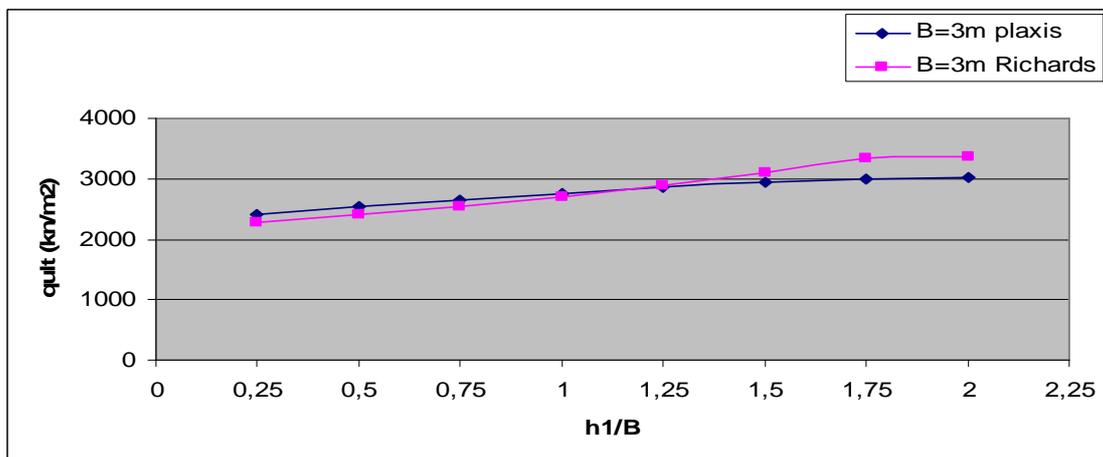


Figure IV .32 Variation de  $q_{ult}$  en fonction de  $h_1/B$  avec  $\varphi_1 = 39$  et  $\varphi_2 = 36$



**Figure IV .33** Variation de  $q_{ult}$  en fonction de  $h_1/B$  avec  $\varphi_1 = 39$  et  $\varphi_2 = 36$



**Figure IV .34** Variation de  $q_{ult}$  en fonction de  $h_1/B$  avec  $\varphi_1 = 39$  et  $\varphi_2 = 36$

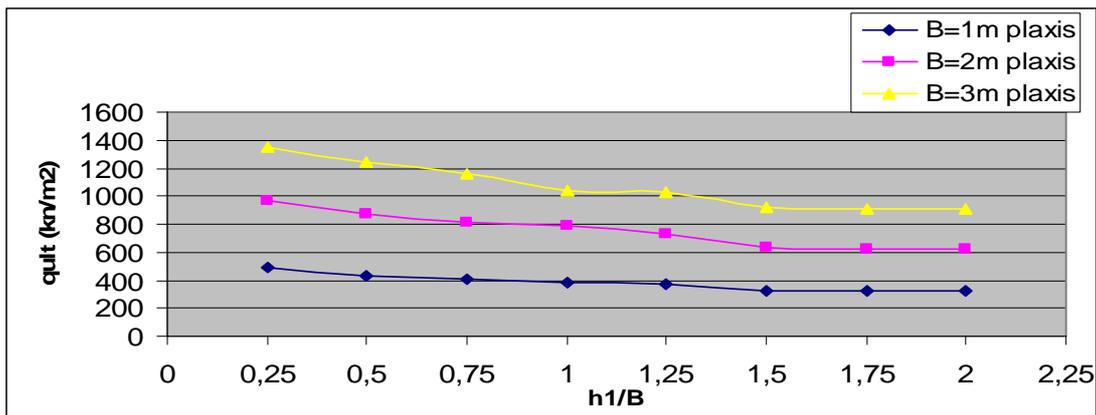
A l'examen de ces graphes, on constate que l'augmentation de la capacité portante  $q_{ult}$  est proportionnelle à l'augmentation de l'épaisseur de la première couche du sable  $h_1$  lorsque l'angle de frottement interne  $\varphi$  de la première couche est supérieur que celui de la deuxième couche, voir figures (IV .29 jusqu'à IV .34). D'après ces mêmes figures on constate que la valeur maximale de la capacité portante est obtenue lorsque le rapport de  $h_1/B = 2$ . Ces figures montrent clairement qu'à partir de la valeur de  $h_1/B = 1.75$  la capacité portante prend des valeurs presque égales. Ces figures illustrent clairement que la capacité portante de la semelle augmente avec l'augmentation de  $h_1/B$  quand ( $\varphi_1 > \varphi_2$ ). Mais elle diminue avec l'augmentation de  $h_1/B$  lorsque ( $\varphi_1 < \varphi_2$ ). ce qui montre l'influence de la deuxième couche sur la capacité portante de la semelle. Ainsi que celle de l'épaisseur de la première couche.

Lorsque  $\varphi_2 > \varphi_1$  l'effet de la deuxième couche sur la capacité portante est presque négligeable puisque les valeurs de la capacité portante obtenus deviennent inférieur à celles obtenus quand  $\varphi_1 > \varphi_2$ . Cependant quand on augmente l'angle de frottement interne  $\varphi_2$  et devienne  $\varphi_1$  de la première couche constant on remarque que la capacité portante augmente.

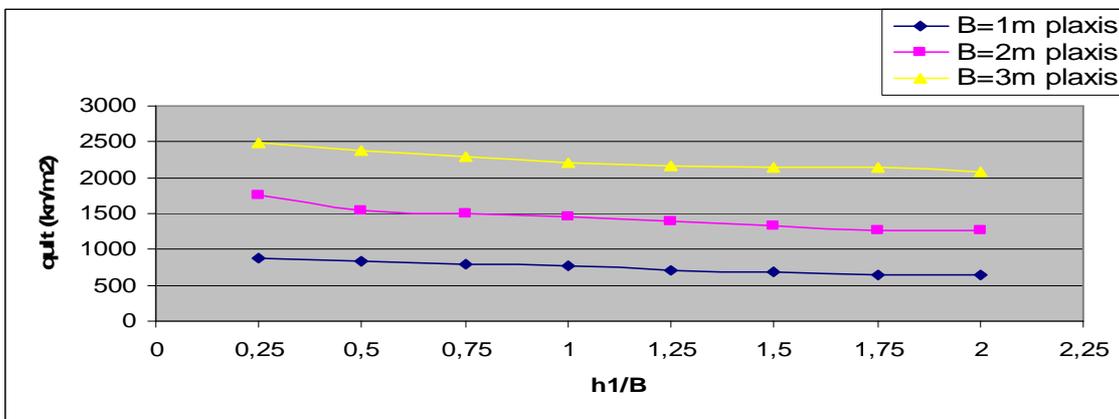
**IV.4 .2 L'effet de la largeur du la semelle:**

Dans le but d'étudier l'effet de la largeur de la semelle sur la capacité portante du sol, trois cas ont été étudiés pour les valeurs de « **B = 1m ; 2m et 3m** »

On a fixé B à (1m-2m et 3m) respectivement et en faisant varier  $h_1/B$  ainsi que les caractéristiques mécaniques des deux couches. On a tracé une série de courbes qui sont regroupés sur les figures (IV.35 à IV.39) représentant les variations de la capacité portante en fonction de  $h_1/B$ .



**Figure IV .35** Variation de  $q_{ult}$  en fonction de  $h_1/B$  avec  $\varphi_1 = 30$  et  $\varphi_2 = 33$



**Figure IV .36** Variation de  $q_{ult}$  en fonction de  $h_1/B$  avec  $\varphi_1 = 34$  et  $\varphi_2 = 37$

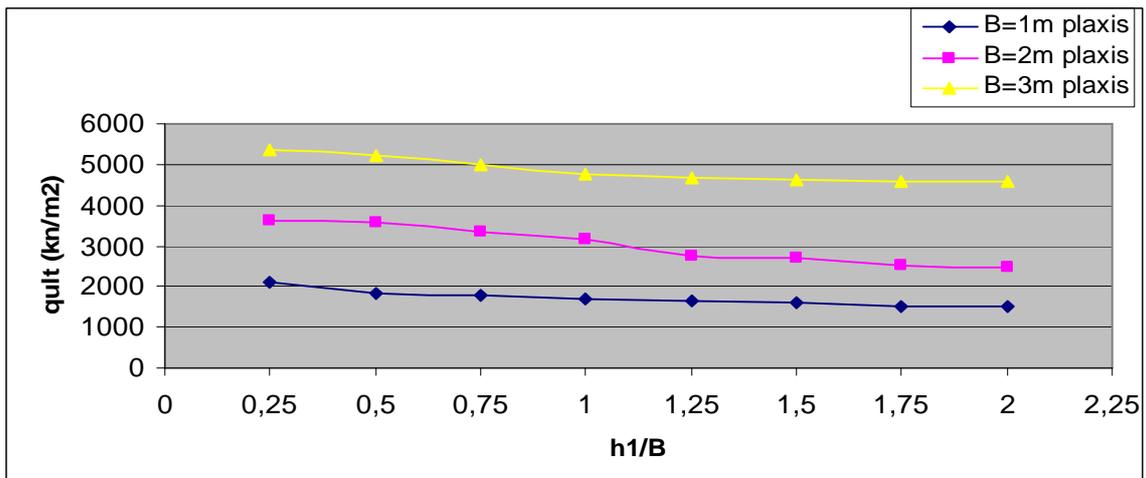


Figure IV .37 Variation de  $q_{ult}$  en fonction de  $h_1/B$  avec  $\phi_1 = 39$  et  $\phi_2 = 42$

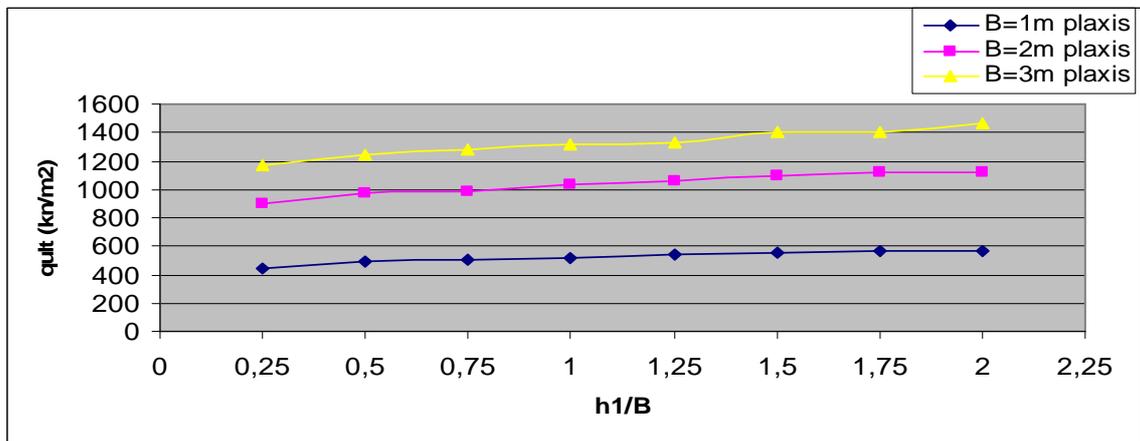


Figure IV .38 Variation de  $q_{ult}$  en fonction de  $h_1/B$  avec  $\phi_1 = 34$  et  $\phi_2 = 31$

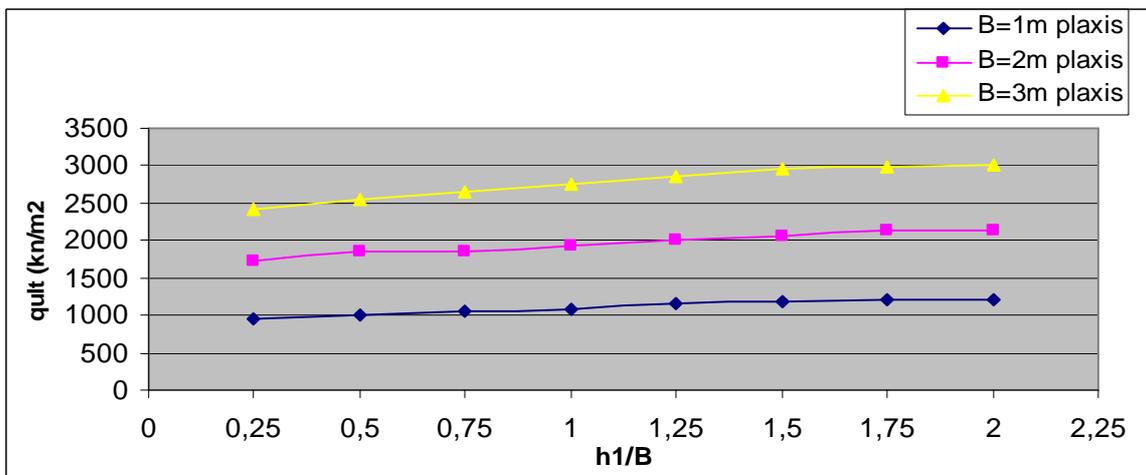


Figure IV .39 Variation de  $q_{ult}$  en fonction de  $h_1/B$  avec  $\phi_1 = 39$  et  $\phi_2 = 36$

D'après les **figures (IV .35 jusqu'à IV .39)**, on peut déduire que la capacité portante augmente lorsque la largeur de la fondation filante  $B$  augmente. Les résultats obtenus illustrent que la capacité portante du sol est importante lorsque l'angle de frottement interne croît pour les différentes valeurs de  $B$  par exemple pour une largeur de semelle  $B = 3$  m avec des valeurs de l'angle de frottement ( $\varphi_1 = 39$  et  $\varphi_2 = 36$ ) la capacité portante est plus grande que celle du sol dont les valeurs de ( $\varphi_1 = 34$  et  $\varphi_2 = 31$ ) d'une part ; d'autre part on remarque que lorsque l'angle de frottement interne de la deuxième couche est inférieur à celui de la première couche ( $\varphi_2 < \varphi_1$ ) Pour les valeurs de ( $\varphi_1 = 34$  et  $\varphi_2 = 31$ ) la capacité portante devient assez importante que celle du sol Pour un angle de frottement dont les valeurs de ( $\varphi_1 = 34$  et  $\varphi_2 = 37$ ) ou ( $\varphi_2 > \varphi_1$ ) voir les **figures (IV .36 et IV .38)**.

Enfin on remarque que les résultats obtenus numériquement se convergent énormément avec ceux de la littérature (Richards et al 1993); ce qui justifie le choix de notre modèle ainsi que le programme des tests adoptés dans la présente étude.

## ***CONCLUSIONS Et RECOMMANDATIONS***

Les résultats obtenus à partir de la présente étude nous ont permis de tirer les conclusions principales suivantes :

- ✚ On a pu montrer l'influence de l'épaisseur de la première couche du sable sur la capacité portante de la semelle. à cet effet  $q_{ult}$  augmente avec l'augmentation de  $h_1$  lorsque  $\varphi_1 > \varphi_2$  et elle diminue quand  $\varphi_1 < \varphi_2$ .
- ✚ L'effet de la largeur de la semelle est bien illustré dans la présente étude sachant que  $q_{ult}$  croit lorsque B augmente quelque soit les valeurs de  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$ .
- ✚ la capacité portante du sol est importante quand l'angle de frottement interne croit pour les différentes valeurs de B
- ✚ Les résultats obtenus ont montré que L'effet de la deuxième couche sur la capacité portante est négligeable lorsque  $\varphi_1 < \varphi_2$ .
- ✚ Pour améliorer la capacité portante d'une semelle filante implantée sur une bicouche granuleuse il est recommandé de faire augmenter l'angle de frottement de la première couche à celle de la deuxième couche.
- ✚ lorsque  $\varphi_1 > \varphi_2$  et en faisant augmenté  $\varphi_2$  tels que  $\varphi_1$  devienne constant on remarque que la capacité portante augmente.
- ✚ D'après Les résultats obtenus il est possible de réduire les dimensions de la semelle filante à 50% lorsque l'angle de frottement interne  $\varphi_2$  de la deuxième couche devient important par rapport à celui de la première couche avec  $\varphi_1$  est constante.
- ✚ Les résultats obtenus montrent que la simulation numérique en utilisant le code éléments finis (Plaxis) donne des résultats concordant de manière satisfaisante avec les résultats de la littérature.

## ***RECOMMANDATIONS***

- ❖ L'Etude du comportement des fondations filantes reposant sur un sol cohérent.
- ❖ Il est recommandé de faire une étude expérimentale dans le même sujet pour comparer les résultats numériques avec les résultats expérimentaux.
- ❖ Il serait intéressant de faire le même travail en utilisant le code de calcul FLAC <sup>2D</sup>.
- ❖ L'Etude du comportement des fondations filantes par l'introduction d'un système de renforcement du sol.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Vesic, A.S., 1973. "Analysis of ultimate loads of shallow foundations." *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, ASCE, Vol. 99, No.SM1, pp. 45-73.
- Terzaghi, K., Theoretical Soil Mechanics. Wiley, New York, 1943.
- Kumbhojkar, A. S., Numerical evaluation of Terzaghi's  $g N$ , *J. Geotech. Eng.*, ASCE, 119(3), 598, 1993.
- Meyerhof, G. (1981): The ultimate bearing capacity of foundations. *Géotechnique* 2, No. 4, 301-301-322.
- Mesta P : Maillage d'éléments finis pour les ouvrages de géotechnique. Bulletin des LCPC212, 1997
- Mesta P. & Prat M. : Ouvrages en interaction. Hermes science publications, Paris, 1999.
- Smith I. M. & Griffiths D. V. : Programming the finite element method. Ion Wiley & Sons, 1988.
- Prandtl, L., Uber die eindringungs-festigkeit plastischer baustoffe und die festigkeit von schneiden, *Z. Ang. Math. Mech.*, 1(1), 15, 1921.
- Caquot, A., and Kerisel, J., Tables for the Calculation of Passive Pressure, Active Pressure, and Bearing Capacity of Foundations. Gauthier-Villars, Paris, 1949.
- Vesic, A. S., Bearing capacity of shallow foundations, in *Foundation Engineering Handbook*, Winterkorn, H. F., and Fang, H. Y., Eds., Van Nostrand Reinhold Co., 1975, 121.
- Caquot, A., and Kerisel, J., Sue le terme de surface dans le calcul des fondations en milieu pulverulent, in *Proc., III Intl. Conf. Soil Mech. Found. Eng.*, Zurich, Switzerland, 1, 1953, 336.
- Philipponat G. Hubert B. : Fondations et ouvrages en terre. Editions Eyrolles 2000.
- Braja M. Das: Shallow foundation (Bearing Capacity and Settlement). Sacramento, California 1999 by CRC Press LLC
- Brinkgereve R.B.J.et Vermeer P.A.: PLAXIS version 8, validation manual, DELFT University of technology & PLAXIS BV, Pays-Bas, 2003.
- Meyerhof, G. G., Some recent research on the bearing capacity of foundations, *Canadian Geotech. J.*, 1(1), 16, 1963
- Lundgren, H., and Mortensen, K., Determination by the theory of plasticity of the bearing capacity of continuous footings on sand, in *Proc., III Intl. Conf. Mech. Found. Eng.*, Zurich, Switzerland, 1, 1953, 409.
- Mandel, J., and Salencon, J., Force portante d'un sol sur une assise rigide (étude theorizue), *Geotechnique*, 22(1), 79, 1972.

- Pfeifle, T.W., and Das, B. M., Bearing capacity of surface footings on sand layer resting on rigid rough base. *Soils and Foundations*, 19(1), 1979, 1.
- Buisman, A. S. K., *Grondmechanica*, Waltman, Delft, 1940.
- DeBeer, E. E., Analysis of shallow foundations, in *Geotechnical Modeling and Applications*, Sayed, S. M., Ed., Gulf Publishing Co., 1975, 212.
- inclined load, *Canadian Geotech. J.*, 15(4), 565, 1978.
- Pfeifle, T.W., and Das, B.M., 1979. "Model tests for bearing capacity in sand." *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, Vol. 105, pp. 1112-1116.
- Hanna, A. M., and Meyerhof, G. G., Design charts for ultimate bearing capacity for sands overlying clays, *Canadian Geotech. J.*, 17(2), 300, 1980.
- Hanna, A.M., and Meyerhof, G.G., 1979. "Ultimate bearing capacity of foundations on a threelayer soil, with special reference to layered sand." *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 16, No.2, pp. 412-414.
- Hijiaj M, Lyamine AV, Sloan SW. Numerical limit analysis solutions for the bearing capacity factor  $N_\gamma$  *International Journal of Solids and Structures* 2005; 42(5):1681-1704.
- Meyerhof, G. G., The ultimate bearing capacity of foundations on slopes, in *Proc., IV Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng.*, London England, 1, 1957, 384.
- Richards R Jr, Elms DG, M (1993) Seismic bearing capacity and settlements of foundations. *J Geotech Eng*, ASCE119(4):662-674