

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



UNIVERSITE DE BATNA2
Faculté de Technologie
Département d'électrotechnique



Thèse
THÈSE DE DOCTORAT EN SCIENCES

Présentée par :

YAKHLEF Malika

Ingénieur d'état en Electrotechnique de l'Université de Batna, Algérie, 1991

Magister en Electrotechnique de l'Université de Batna, Algérie, 1997

Thème :

**Développement d'un Code de Calcul des Phénomènes
Electromagnétiques par la Méthode des Eléments Finis dans les
Structures Electrotechniques**

**- L'hystérésis Magnétique Sous l'Effet des Contraintes
Magnétique et Mécanique.**

Soutenue le, 12/05/2016

Devant le Jury composé de :

ABDESSEMED Rachid	Professeur	Université de Batna	Président
CHABANE Mabrouk	Professeur	Université de Batna	Rapporteur
BOUKHTACHE Sebti	Professeur	Université de Batna	Co-Rapporteur
RAHEM Djamel	Professeur	Université d'O.E.B	Examineur
BENAKCHA Abdelhamid	Professeur	Université de Biskra	Examineur
DIB Abderrahmane	MCA	Université d'O.E.B	Examineur

Remerciements

Le temps est venu pour mettre un point final à ce travail de plusieurs années, en rendant hommage à tous ceux dont la présence a influé sur la trajectoire de mon travail de recherche.

Je remercie monsieur Mabrouk CHABANE Professeur à l'université de Batna2, qui a encadré ce travail. Ses encouragements et ses conseils m'ont été d'une grande utilité. Il m'a fait bénéficier de son expérience, tout en me laissant une liberté d'initiative et qui m'a toujours soutenu dans les moments difficiles.

Mes remerciements profonds s'adressent également,

Au Professeur Sebti BOUKHTACHE enseignant à l'université de Batna2, pour le sujet qu'il m'a proposé pour son suivi, ces conseils, ainsi que pour le lancement de cette thèse et pour son temps consacré au suivi du travail. Pour la confiance qu'il m'a accordée. Il m'a aidé à terminer ce travail avec une grande générosité.

Je remercie vivement Professeur Rachid ABDESSEMED enseignant à l'université de Batna2, pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant la présidence de mon jury de thèse.

J'adresse mes vifs remerciements au Professeur Abdelhamid BENAKCHA enseignant à l'université de BISKRA ainsi, qu'au Professeur Djamel RAHEM et au Dr Abderrahmane Dib enseignants à l'université de Oum El-Bouaghi pour l'intérêt qui ont bien voulu apporter à mon travail de recherche et de m'honorer par leur présence en acceptant d'être membre de mon jury de thèse et la lourde tâche de rédaction du rapport sur ma thèse malgré leurs emplois du temps chargés.

Je témoigne ma sincère reconnaissance au Professeur N. LOUAI de l'intérêt qu'elle n'a cessé d'apporter à mon travail de thèse ainsi, pour son soutien moral.

Un grand merci s'adresse également au Professeur C. GHANNAI, au Professeur M. ARROUF, au Dr. A. CHIKHI et au Dr. A. Bendjrad, pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail et qui m'ont toujours encouragé.

Cette thèse m'a permis de travailler avec Dr. S. HAMADA, Dr. N. BENBOUZA et avec Dr F. BENABID, je tiens à leurs témoigner mes profonds remerciements. Je salue également celles et ceux avec qui j'ai partagé des discussions animées au cours des moments de travail.

Je remercie aussi tout le personnel du département d'électrotechnique de l'université de Batna2.

Je remercie également mes camarades qui m'ont toujours soutenu au cours de cette thèse.

Enfin, ma petite famille, à qui je dédie ce travail, ...merci pour tout. Je les remercie et les félicite de leur courage pour m'avoir supporté toutes les années de travail.

Que ceux qui ne s'y retrouvent pas, me pardonnent.

Dédicaces

A la mémoire de mon père

A ma très chère mère

A mon mari

A mes petits enfants YOUNES et ROSTOM AKRAM

A la mémoire des collègues et des amies que notre département a perdu au cours de ces dernières années.

En particulier : mon amie Mme CHAFEI Saliha

Table des Matières

Table des Matières.....	I
Table des Figures.....	VI
Liste des Tables.....	IX
Liste des Symboles.....	X
Introduction Générale.....	1
Chapitre 1	Notions Générales Sur Le Magnétisme et la Magnétostriction
1.1 Introduction.....	5
1.2 Physique des matériaux magnétiques.....	5
1.2.1 Les grandeurs magnétiques.....	5
1.2.2 Types des matériaux magnétiques.....	6
1.2.2.1 Matériaux diamagnétiques.....	7
1.2.2.2 Matériaux paramagnétiques.....	7
1.2.2.3 Matériaux ferromagnétiques.....	7
1.3 Principaux types de matériaux ferromagnétiques doux usuels.....	8
1.4 Intérêt et utilisation des tôles d'acier ferromagnétiques dans le domaine du Génie électrique	10
1.4.1 Alliages métalliques.....	10
1.4.1.1 Alliage de fer silicium.....	10
* Tôles à grains orientés.....	11
* Tôles à grains non-orientés.....	11
1.4.1.2 Présentation du matériau principal d'étude.....	12
1.4.1.3 Alliages fer-nickel (Fe-Ni).....	13
1.4.1.4 Alliages fer cobalt (FeCo).....	14
1.4.1.5 Matériaux ferromagnétiques amorphes.....	14
1.5 Aimantation des matériaux ferromagnétiques.....	14
1.5.1 Théorie de Pierre Weiss.....	14
1.5.1.1 Energie d'échange.....	16
1.5.1.2 Energie d'anisotropie magnéto-cristalline.....	16
1.5.1.3 Energie magnétostatique.....	17

1.5.1.4	Energie magnétostrictive.....	18
1.5.2	Comportement magnétique et cycle d'hystérésis.....	18
1.5.3	Effet de la fréquence sur le comportement du cycle d'hystérésis.....	20
1.6	Phénomènes magnétoélastique et magnétostriction.....	21
1.6.1	Définitions.....	21
1.7	Magnétostriction.....	21
1.7.1	Généralités.....	21
1.7.2	Origine physique de la magnétostriction.....	22
1.7.3	Types de magnétostriction	23
1.7.3.1	Magnétostriction anisotrope.....	23
1.7.3.2	Magnétostriction de Volume.....	24
1.7.3.3	Magnétostriction forcée.....	24
1.8	Conclusion.....	24
 Chapitre 2 Formulation et Résolution du Modèle Magnétodynamique		
Par la MEF		
2.1	Introduction.....	25
2.2	Formulation du problème électromagnétique.....	25
2.2.1	Equations de Maxwell.....	25
2.2.2	Comportement magnétique des matériaux.....	26
2.2.3	Hypothèses simplificatrices.....	27
2.3	Formulation en champ magnétique H du modèle.....	27
2.3.1	Equation à résoudre dans le plan bidimensionnel.....	28
2.3.2	Introduction des conditions aux limites.....	29
2.4	Méthodes de résolution numériques.....	29
2.4.1	Généralités.....	29
2.4.2	Formulation en éléments finis du modèle.....	30
2.4.3	Méthode des résidus pondérés.....	30
2.4.4	Discretisation par éléments finis.....	31
2.5	Discretisation temporelle	34
2.6	Technique d'assemblage.....	35
2.7	Conclusion.....	36

Chapitre 3	Modèles de Calcul des Pertes Fer dans les Matériaux Ferromagnétiques	
3.1	Introduction.....	37
3.2	Expression générale des pertes.....	38
3.3	Modèles déterministes des pertes fer.....	38
3.3.1	Approches empiriques basées sur l'équation de Steinmetz (1892).....	39
3.3.2	Principe de Séparation Des Pertes: Modèle De Bertotti (1988).....	40
3.3.2.1	Pertes quasi-statiques ou pertes par hystérésis.....	41
3.3.2.2	Pertes par courants de Foucault.....	42
3.3.2.3	Pertes en excès.....	43
3.4	Approches basées sur les modèles d'hystérésis.....	45
3.4.1	Généralités.....	45
3.4.2	Modèle d'hystérésis de Jiles-Atherton en quasi-statique.....	46
3.4.3	Etablissement du modèle.....	46
3.4.3.1	Loi de comportement anhystérétique	46
3.4.3.2	Aimantation Initiale.....	48
3.4.3.3	Processus d'aimantation irréversible.....	48
3.4.3.4	Processus d'aimantation réversible.....	49
3.4.3.5	Aimantation totale.....	49
3.5	Effet des paramètres du modèle de J-A sur l'évolution du cycle d'hystérésis.....	50
3.5.1	Détermination des susceptibilités à partir des mesures expérimenta.....	51
3.5.1.1	Susceptibilité de la courbe initiale.....	51
3.5.1.2	Susceptibilité anhystérétique.....	51
3.5.1.3	Susceptibilité au point coercitif.....	51
3.5.1.4	Susceptibilité au point rémanent.....	51
3.5.1.5	Susceptibilité au point maximum.....	52
3.5.2	Détermination des paramètres à partir des susceptibilités mesurées.....	54
3.5.2.1	Au point coercitif.....	54
3.5.2.2	Au point rémanent	54
3.6	Modèle de Jiles en régime dynamique pour les matériaux magnétiques Conducteurs.....	53
3.7	Modèle inverse de Jiles $M(B)$	55

3.8 Conclusion.....	56
---------------------	----

**Chapitre 4 Modélisation Numérique du Comportement Magnétique
des Tôles Fe-Si 3% NO**

4.1 Introduction.....	57
4.2 caractéristiques de l'échantillon d'essai.....	57
4.3 Modélisation numérique du champ magnétique dans la tôle.....	58
4.3.1 Discrétisation de section de la tôle en 2D.....	59
4.3.2 Implantation du modèle de calcul du champ magnétique H dans le code E...	60
4.4 Identification des Paramètres physiques du modèle de Jiles Atherton	63
4.5 Banc de mesure et de caractérisation magnétique de la tôle	65
4.6 Exploitation et interprétation des résultats de simulation.....	66
4.6.1 Modélisation du champ magnétique à fréquence constante.....	66
4.6.2 Modélisation du champ magnétique à fréquence variable.....	68
4.6.2.1 Modélisation du champ avec pertes supplémentaires négligeables.....	68
4.6.2.2 Modélisation du champ en présence des pertes supplémentaires.....	70
4.6.2.3 Identification du champ magnétique H_0	71
4.7 Interprétation des résultats.....	73
4.8 Conclusion.....	74

**Chapitre 5 Modélisation du Comportement Magnéto-Mécanique
des Tôles Fe-Si 3% à Grains Non Orientés**

5.1 Introduction.....	75
5.2 Comportement magnétique de la tôle sous contraintes.....	76
5.2.1 Formulation de la loi de magnétostriction à partir de l'énergie interne.....	76
5.3 Modèle magnéto-mécanique étendu de Jiles Atherton Sablik.....	81
5.4 Modélisation de l'effet du couplage magnéto-mécanique sur le comportement magnétique de la tôle.....	82
5.4.1 Modèle dynamique de l'hystérésis.....	83
5.4.1.1 Modèle de la susceptibilité différentielle dM/dH modifié.....	83
5.4.1.2 Modèle du champ effectif H_e modifié.....	84
5.4.1.3 Détermination du paramètre α modifié.....	84
5.5 Modélisation de l'échantillon d'étude.....	86

5.5.1 Optimisation des paramètres du modèle de Jiles-Atherton.....	86
5.6 Résultats de modélisation de l'effet des contraintes sur l'hystérésis Magnétique.	87
5.6.1 Effet des contraintes élastiques sur l'aimantation.....	87
5.6.1.1 Résultats avec le facteur D_σ négligé.....	87
5.6.1.2 Résultats en présence du paramètre D_σ	90
5.6.3 Interprétation et comparaison des résultats	92
5.6.4 Comportement magnétostrictif des polycristaux.....	95
5.8 Conclusion.....	100
Conclusion Générale.....	102
Annexes.....	104
Bibliographie.....	111

Fig. 1.1 Classification des principaux types de matériaux.....	9
Fig.1.2 Schéma de la texture GOSS.....	11
Fig.1.3 Applications de l'alliage Fe-Si en génie électrique.....	14
Fig.1.4 Domaines magnétiques dans des cristaux de fer-silicium.....	15
Fig.1.5a Domaines magnétiques d'un échantillon : Domaines de Weiss. Couche de transition.....	16
Fig.1.5b Rotation des moments magnétiques dans une paroi de Bloch à 180°	16
Fig.1.6 Monocristal de Fer : courbes d'aimantation $\mu_0 M(H)$, de magnétorésistance $\Delta\rho/\rho$ et de magnétostriction $\lambda(M)$ dans les directions $\langle 100 \rangle$ et $\langle 111 \rangle$	17
Fig.1.7 Courbe de première aimantation (OA) et le cycle d'hystérésis.....	20
(ABCDEF) d'un matériau ferromagnétique.....	20
Fig.1.6 Gonflement du cycle d'hystérésis en régime dynamique.....	21
Fig.1.7 Déformation magnétostrictif.....	22
Fig. 2.1 Illustration des conditions aux limites sur le domaine d'étude.....	30
Fig. 3.1 Décomposition des pertes totales par cycle.....	42
Fig. 3.2 Apparition de courants induits locaux lors du déplacement de parois.....	43
Fig. 3.3 Courants de Foucault dans un noyau magnétique.....	44
Fig. 4.1 Tôle Fe-Si à grains non orientés dans le rotor d'un moteur électrique.....	57
Fig. 4.2 Géométrie de la tôle d'étude.....	58
Fig. 4.3 Description de l'organigramme global.....	61
Fig. 4.4 Maillage d'un quart de la section de la tôle.....	62
Fig. 4.5 Organigramme de la MEF intégrant le modèle de JA.....	64
Fig. 4.6 Implémentation numérique de la méthode de J-A dynamique.....	65
Fig. 4.7 Courbes expérimentales à (0.5Hz) pour la tôle Fe-Si 3% NO.....	67
(a) Cycle d'Hystérésis BH, (b) Courbe de première aimantation.....	67
Fig. 4.8 (a), (b) respectivement Schéma illustratif et photo du cadre d'Epstein.....	68
c) joint de recouvrement.....	68
Fig. 4.10 Evolution du champ magnétique $H_4(t)$ et champ de source $H_s(t)$	69
Fig. 4.11 Tracé numérique de $H(t)$	70
Fig. 4.12 Inductions magnétiques $B_{moy}(t)$ $B_4(t)$	71
Fig. 4.13 Hystérésis $B_{moy}(H)$ et $B_4(H)$	71
Fig. 4.14 Cycles d'hystérésis, simulé et mesuré, d'une tôle non orientée Pour une Fréquenc de 0,5 Hz.....	72
Fig. 4.15 Cycles d'hystérésis, simulé et mesuré, d'une tôle non orientée pour une	

fréquence de 50Hz sans la prise en compte des pertes supplémentaires.....	72
Fig. 4.16 Cycles d'hystérésis, simulé et mesuré, d'une tôle non orientée pour une	
fréquence de 200 Hz sans la prise en compte des pertes supplémentaires.....	73
Fig. 4.17 Cycles d'hystérésis, simulé et mesuré, d'une tôle non orientée pour une	
fréquence de 500Hz sans la prise en compte des pertes supplémentaires.....	73
Fig. 4.18 Cycles d'hystérésis, simulé et mesuré, d'une tôle non orientée pour une	
fréquence de 50Hz avec la prise en compte des pertes supplémentaires.....	75
Fig. 4.19 Cycles d'hystérésis, simulé et mesuré, d'une tôle non orientée pour une	
fréquence de 200Hz avec la prise en compte des pertes supplémentaires.....	75
Fig. 4.20 Cycles d'hystérésis, simulé et mesuré, d'une tôle non orientée pour une	
fréquence de 500Hz avec la prise en compte des pertes supplémentaires.....	76
Fig. 4.21 Variation du champ coercitif $H_c(A/m)$ en fonction de la fréquence.....	77
Fig. 5.1 Tôle d'essai sous l'effet d'un champ magnétique et d'une contrainte	
uniaxiale externe.....	89
Fig. 5.2A Cycles d'hystérésis obtenus par modélisation de la tôle sous l'effet des	
contraintes externes avec $D_\sigma=0$	91
Fig. 5.2B (a), (b) et (c) : Cycles d'hystérésis obtenus par modélisation de la tôle.	
Sous l'effet des contraintes externes avec $D_\sigma=0$	91
Fig. 5.3A Courbes d'hystérésis obtenues par modélisation pour un acier polycristallin	
sous contraintes : [A] (a) -275 MPa, (b) 0 MPa et (c) +275MPa,.....	92
Fig. 5.3B Courbes d'aimantations obtenues par modélisation pour Permalloy 68	
(magnétostriction positive) et Nickel (magnétostriction négative).....	93
Fig. 5.4a Variation de l'induction rémanente B_r avec D_σ non nul.....	94
Fig. 5.4b Variation du champ coercitif H_C en présence de D_σ	94
Fig. 5.5 Effet des contraintes élastiques de traction ou de compression sur la structure	
en domaines magnétiques :	
(a) Cas d'un monocristal de fer de λ_{100} positive, (b) d'un fer polycristallin.....	95
Fig. 5.6 Aimantation d'un matériau ferromagnétique.....	96
Fig. 5.7 Effet des contraintes de traction sur les courbes d'aimantation de fer	
Polycristallin.....	97
Fig. 5.8 Effet d'une contrainte mécanique sur l'aimantation du matériau	
Ferromagnétique Fe-Si 3% NO obtenus par modélisation.....	98
Fig. 5.9 Première courbe de magnétostriction et le cycle de Magnétostriction de la	

Tôle (a) Le terme D_σ est introduit dans le modèle. (b) Le terme D_σ est négligé.....	99
Fig. 5.10a Cycle de Magnétostriction de la tôle (traction).....	100
Fig. 5.10b Cycle de Magnétostriction de la tôle (compression).....	100
Fig. 5.11 Susceptibilité magnétique de la tôle du Fe-Si 3% NO.....	101
(a) Le terme D_σ est introduit dans le modèle. (b) Le terme D_σ négligé.....	101
Fig. 5.12 Susceptibilité magnétique de la tôle Fe-Si 3% NO.....	102
(a) Le terme D_σ est introduit dans le modèle. (b) Le terme D_σ est négligé...	102

Liste des Tables

Table 1.1. Classification des matériaux magnétiques.....	7
Table 1.2 Principales caractéristiques des alliages Fe- Si 3% par rapport au Fe pur...	13
Table 1.3 Domaines d'utilisation des alliages du Fe.....	13
Table 4.2 Paramètres de la tôle Fe-Si 3% NO.....	65
Table 4.3 Comparaisons des résultats de modélisation à ceux de la mesure du champ coercitif Pour une tôle non orientée à des fréquences d'excitation différentes.....	73
Table 5.1 Principales caractéristiques magnéto-élastiques de la tôle (FeSi 3%).....	86
Table 5.2 Paramètres optimisés de la tôle.....	87
Table 5.3 Effet du Paramètre D_σ sur les Propriétés Magnétiques de la tôle.....	91

Liste des Symboles

\vec{E}	Champ électrique (Volt/m)
\vec{B}	Densité de flux magnétique B (Webber/m ²)
\vec{J}	Densité de courant
\vec{D}	Densité de flux électrique D (Coulomb/m ²)
\vec{H}	Champ magnétique H (Ampère/m)
μ	Perméabilité du matériau ferromagnétique (Henry/m)
μ_r	Perméabilité relative du matériau
μ_0	Perméabilité du vide ($4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$)
ρ	Densité de charge volumique
σ	Conductivité électrique (Siemens/m)
Γ	Contour (mm)
[T]	Matrice de conduction
[S]	Matrice de raideur
{P}	Vecteur de conditions aux limites
M	Aimantation totale (A/m)
χ	Susceptibilité magnétique du matériau
B_r	Induction rémanente (T)
H_c	Champ coercitif (A/m)
M_{an}	Aimantation anystérétique (A/m)
H_e	L'intensité du champ effectif (A/m)
M_{rev}	Aimantation réversible (A/m)
M_{irr}	Aimantation irréversible (A/m)
α	Coefficient de couplage inter-domaine (sans unité)
a	Paramètre de forme pour M_{an} (A/m)
k	Champ nécessaire pour libérer la parois du site d'encrage (A/m)
c	Coefficient de réversibilité (sans unité)
M_s	Aimantation à saturation (A/m)
χ_{in}	Susceptibilité initiale

χ_c	Susceptibilité au point coercitif
χ_r	Susceptibilité au point rémanent
χ_m	Susceptibilité différentielle
H_σ	Champ démagnétisant de contrainte (A/m)
H_a	Champ magnétique appliqué (A/m)
H_d	Champ démagnétisant (A/m)
ϕ_{mag}	Densité d'énergie magnétique;
U_{mag}	Densité d'énergie thermodynamique interne;
ϕ_{hys}	Densité d'énergie hystérétique
ν	Rapport de Poisson
D_σ	Facteur démagnétisant de contrainte (MPa)
Y	Module de Young [Pa]
σ	Contrainte mécanique (MPa)
L	Longueur de la tôle (mm)
λ	Magnétostriction: $\lambda = \Delta L / L$;
λ_s	Magnétostriction à Saturation
H_{exc}	Champ en excès
P_{hys}	Pertes par hystérésis
P_c	Pertes classiques
P_{exc}	Pertes supplémentaires
E_{el}	Densité d'énergie élastique
E_{me}	Densité d'énergie magnéto-élastique
b	Constante de couplage magnéto-élastique (kN/m ²)
K_1	Constante d'anisotropie magnéto cristalline (kJ/m ³)
λ_{100} et λ_{111}	Magnétostrictions à saturation dans les directions <100> et <111>.
C_{11} et C_{12}	Représentent les constantes d'élasticité exprimées en (kN/cm ²)

Abréviations

2D	Deux dimensions.
Fe-Si	Fer Silicium.
GNO	Grains Non Orientés.
GO	Grains Orientés.
J-A	Modèle d'Hystérésis de Jiles-Atherton.
S-J-A	Modèle hystérétique de Sablik-Jiles-Atherton.
MEF	Méthode des Eléments Finis.
OM	Objet magnétique.
FDC	Facteur démagnétisant de contrainte.

Introduction Générale

Introduction

Les machines électriques ont été utilisées en électrotechnique de façon de plus en plus intensive au cours du vingtième siècle. Cette tendance semble loin de s'inverser. Leur domaine est extrêmement vaste puisqu'elles permettent la génération, la transmission et l'utilisation de l'énergie électrique. La quantité et la diversité de ces applications associées à des besoins énergétiques en forte augmentation à travers le monde, expliquent l'intérêt suscité par les machines électriques.

L'un des rêves du concepteur est de connaître le fonctionnement de la machine qu'il a imaginée avant de l'avoir réalisée. L'un des rêves du modélisateur est de comprendre des phénomènes physiques complexes et d'en rendre compte avec un outil spécifique suffisamment prédictif pour ne pas avoir recours à des essais réels. Le rêve le plus insensé du concepteur et du modélisateur est que le modèle réussisse à évaluer quantitativement avec précision les performances de la machine non encore réalisée

Concevoir un produit destiné à être un moteur électrique nécessite un dimensionnement qui dépasse la seule prise en compte des phénomènes purement magnétiques ou thermique. En service, les tôles constituant le noyau magnétique des machines sont soumises à des contraintes (fretage, assemblage, forces de Laplace...). Parallèlement, un matériau ferromagnétique soumis à un champ magnétique se déforme [1]. On parle alors de la déformation de magnétostriction. Cet aspect du couplage magnéto mécanique n'est pas à négliger. En effet, cette déformation est à l'origine, dans certaines conditions, des nuisances sonores importantes désagréables pour l'utilisateur, voire néfastes pour l'intégrité du système électrique. L'ensemble des phénomènes suscités perturbe les performances énergétiques du système électrique. Par conséquent, on est amené à en tenir compte dans la conception et la modélisation.

Habituellement, les tôles sont fabriquées d'un alliage en Fer- Silicium. Bien que moins performants que le Fer pur en champs d'excitation intenses, les aciers Fer-Silicium sont préférés dans les conditions usuelles d'utilisation. Un premier avantage réside dans l'augmentation de leur résistivité électrique, ce qui conduit donc à une diminution de l'intensité des courants de Foucault induit par la variation de la fréquence et des pertes d'énergie dynamiques. L'addition du Silicium en faible pourcentage (jusqu'à 5%) entraîne également une diminution sensible de l'anisotropie magnéto-cristalline, favorisant ainsi la rotation des moments. Utilisées en faible épaisseur pour éviter les courants de Foucault, ces tôles magnétiques constituent les rotors ou stators de moteurs électriques pour les nuances à

grains Non Orientés (NO) ou les noyaux de transformateurs pour les nuances à Grains Orientés (GO).

Dans le cadre de l'étude de l'effet des contraintes sur le comportement magnétique des alliages ferromagnétiques, il existe très peu de travaux offrant une description complète du comportement magnétique, à la fois dans le domaine de déformations magnéto-élastiques. De plus, la méthodologie expérimentale connaît des différences d'une étude à l'autre, provenant surtout des conditions expérimentales caractérisant la mesure magnétique [1, 2].

Parmi les premiers résultats trouvés sont ceux publiés par Bozorth (1951) [3], concernant quelques matériaux comme le Nickel, le Permalloy 68 et le Fer. Il s'agit de la variation de la valeur d'induction magnétique B , mesurée pour un niveau donné du champ d'excitation H en fonction de la contrainte mécanique uniaxiale appliquée. Le Fer montre une amélioration du comportement magnétique sous contrainte de traction au départ, poursuit d'une détérioration. Alors que dans le Nickel, le comportement magnétique est fortement détérioré dès les plus faibles valeurs du champ. Ce qui donne une distinction claire entre les mesures sous charge et à l'état déchargé de ces matériaux. Cependant, bien que ces résultats soient très intéressants, ils offrent seulement une tendance générale du comportement magnétique de ces matériaux.

On retrouve ensuite certaines publications dont les travaux réalisés s'étaient sur le développement des modèles théoriques sur le comportement magnéto-mécanique dans les matériaux ferromagnétiques. Ces modèles se sont concentrés sur la description des courbes d'hystérésis qui résultent de l'application des contraintes constantes [Craik et de Wood (1970), Birss de Faunce et d'Isaac (1971), Schneider et Charlesworth (1985)]. D'après ces auteurs la variation de l'aimantation devrait être indépendante du signe de la contrainte, ce qui est contraire aux résultats expérimentaux de Jiles et Devine (1994) [7]. Ces résultats ont été obtenus en appliquant différentes contraintes sur divers matériaux magnétiques polycristallins en présence d'un faible champ magnétique constant. Jiles et Devine ont montré que l'aimantation ne change pas de la même manière sous tension et sous compression. D'autres chercheurs ont présenté des travaux théoriques sur le comportement magnéto-mécanique à savoir : Jiles et Atherton (1986), Sablik et Burkhardt et Kwun et Jiles (1988), Jiles et Thoenke et Devine (1992). Sablik et Rubin et Riley Jiles et Kaminski et Biner (1993). Les résultats obtenus étaient complexes et différents et n'ont pas aboutit à une loi de comportement bien définie.

Les travaux de recherche se sont poursuivis et des études se sont concentrés sur le comportement des tôles ferromagnétiques faiblement magnétostrictives (FeSi, FeCo,...),

([Gourdin et al., 1998]) d'une part, et les matériaux à magnétostriction géante ([15, 16]) d'autre part. Un autre axe de recherche est en cours de développement, sur la prise en compte d'un état de contraintes multiaxiales ([17, 18]) sur le comportement magnétique.

Les phénomènes de couplage magnéto-élastique sont présents au sein de tous les matériaux ferromagnétiques. Plus ou moins prononcés, ces phénomènes concernent les métaux purs tels que le Fer (Fe), le Nickel (Ni) et le Cobalt (Co) ainsi que leurs alliages. Pour ces matériaux, la déformation de magnétostriction reste en général faible. Dans les dispositifs construits avec ce type de matériaux, le phénomène de magnétostriction est souvent la cause de nuisances sonores et de vibrations. En revanche, la magnétostriction peut aussi être exploitée. On trouve les matériaux magnétostrictifs dans divers secteurs allant du domaine médical à celui de l'automobile en passant par la robotique, ainsi que dans le secteur militaire.

Cadre de l'étude

L'objectif assigné à ce travail portera sur une modélisation des comportements magnétiques et magnéto-mécanique des matériaux ferromagnétiques. Notre attention sera focalisée sur les tôles en Fer-Silicium à grains non orientés (Fe-Si 3%). Par conséquent, Ce travail sera réalisé suivant deux principaux axes:

1. Développement et formulation d'un problème magnétodynamique non linéaire exprimé en champ magnétique H . La méthode numérique appliquée est celle la plus couramment utilisée en électrotechnique et qui est la méthode des éléments finis sous les environnements, visuel Fortran et Matlab. La formulation en H est associée au modèle de Jiles-Atherton qui est appliqué pour reproduire les cycles d'hystérésis $M(H)$ et $B(H)$ en différents points de la tôle et de modéliser l'effet de la fréquence sur le comportement magnétique de l'échantillon d'essai.
2. Le modèle du champ effectif posé par Sablik-Jiles-Atherton [19, 20] pour décrire le comportement magnéto-mécanique des matériaux ferromagnétiques sera étendu par conséquent, établissement d'un nouveau modèle qui tiendra en compte l'effet du champ démagnétisant de contrainte.

En se référant à la problématique suscitée, le document sera subdivisé en cinq chapitres:

- * Le chapitre introductif vise tout d'abord à préciser le cadre dans lequel s'inscrit ce travail et les restrictions qui y sont associées.

- * Dans le premier chapitre, on proposera d'introduire le sujet à l'aide d'un bref historique et notions générales sur les phénomènes du magnétisme et de la magnétostriction,

avec la prise en compte du type de matériau dans la conversion d'énergie. On décrira aussi les particularités des tôles Fer-Silicium à grains non orientés.

* Le chapitre deux examinera les théories principales pour établir des modèles magnétiques et électriques basés sur les équations de Maxwell, et à leur intégration dans des formulations électromagnétiques. La formulation en \mathbf{H} obtenue sera traitée par la méthode des éléments finis.

* Dans le troisième chapitre, on présentera quelques modèles qui permettent de reproduire le comportement magnétique du matériau (en absence des contraintes mécaniques). On précisera notre analyse à travers l'application du modèle de Jiles-Atherton [20].

* Le chapitre quatre sera consacré à l'étude de l'effet de la fréquence (pertes supplémentaires) sur le comportement magnétique de la tôle. Le modèle adapté est intégré dans un code EF. Le travail présenté dans ce chapitre constituera un premier axe de travail de cette thèse.

* Le but du cinquième chapitre sera consacré au deuxième axe de la thèse. Le travail de la première partie de ce chapitre sera concentrée sur le développement d'un modèle magnéto-mécanique dont il est incluse l'effet des contraintes mécaniques sur les comportements magnétique et magnétostrictif de la tôle. L'étude sera poursuivie d'une discussion complète appropriée à l'introduction du facteur de démagnétisation de contrainte dans le modèle estimé. La deuxième partie de ce chapitre sera réservée à la discussion des résultats de modélisation obtenus.

* Dans la conclusion générale, on conclura sur : succès, échecs et perspectives pouvant être développées dans de futurs travaux.

Chapitre 1

Notions Générales Sur le Magnétisme Et la Magnétostriction

1.1 Introduction

L'intérêt pour l'étude du magnétisme et des matériaux magnétiques est allé croissant pour leurs applications dans le domaine du génie électrique. En effet, on les rencontre dans de nombreuses applications allant de l'industrie lourde aux technologies du quotidien. La recherche d'efficacité énergétique dans ces dispositifs requiert l'utilisation de matériaux de plus en plus performants pouvant être décrits à l'aide de modèles alliant précision, rapidité et facilité de mise en œuvre. De nombreux travaux ont porté sur la représentation déterministe de la loi de comportement magnétique, mais peu qui se sont intéressés aux sources de nuisance sur les caractéristiques physiques de ces matériaux et à leur impact sur les dispositifs électriques.

L'objectif de ce chapitre est de rappeler les différentes notions et définitions liées aux propriétés magnétiques des matériaux. La première partie de ce chapitre est consacrée à la physique des matériaux magnétiques, notamment la définition des différentes grandeurs et notions nécessaires pour la suite du mémoire. La seconde partie portera sur les différents types des matériaux ferromagnétiques en précisant l'étude sur les alliages Fe-Si et leurs intérêts dans le domaine de l'électrotechnique. Finalement, la deuxième partie portera sur la définition du phénomène de la magnéto-élasticité et magnétostriction. Cette section nous permettra entre autre de situer l'intérêt pour le développement du modèle de la loi de comportement magnétique des tôles Fe-Si sous l'effet des contraintes magnétiques et mécaniques, qui fera un objet de travail de thèse par la suite.

1.2 Physique des matériaux magnétiques

1.2.1 Les grandeurs magnétiques

A l'échelle microscopique, un matériau est constitué d'un ensemble d'atomes auxquels sont associés des moments magnétiques issus du mouvement des électrons autour de l'atome. Chaque atome possède alors un moment magnétique qui est la contribution d'un moment magnétique orbital et d'un moment magnétique de spin. Le moment magnétique orbital d'un atome résulte de la rotation de ses électrons autour du noyau et le moment magnétique de spin de la rotation de ses électrons sur eux-mêmes. On définit ainsi le moment magnétique d'un atome comme la somme vectorielle de ces deux moments. A l'échelle macroscopique, l'aimantation M [A/m] d'un matériau est donnée par :

$$M = \frac{\partial m}{\partial v} \quad 1.1$$

\mathbf{m} est la somme vectorielle des moments magnétiques atomiques et $\mathbf{d}\mathbf{v}$ l'élément de volume considéré. L'aimantation est spécifique à tout matériau et traduit la réaction de celui-ci au champ magnétique. D'une manière générale, l'aimantation est induite dans les matériaux lorsqu'il est soumis à un champ magnétique, et elle disparaît après retrait de celui-ci. On note toutefois la présence d'une aimantation spontanée dans certains types de matériaux, même en l'absence d'un champ d'excitation magnétique. C'est le cas notamment des matériaux ferromagnétiques, auxquels nous nous intéresserons plus loin. La connaissance de l'aimantation en tout point permet de définir l'état magnétique du matériau à l'échelle macroscopique.

La grandeur polarisation magnétique \mathbf{J} [T] est souvent utilisée par les fabricants de matériaux à la place de l'aimantation. Elle est définie par la relation :

$$\mathbf{J} = \mu_0 \times \mathbf{M} \quad 1.2$$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ [H/m] est la perméabilité magnétique du vide.

La susceptibilité magnétique d'un matériau est définie par le rapport entre l'aimantation du matériau et un champ magnétique \mathbf{H} [A/m] qui lui est appliqué, et son expression est donnée par :

$$\chi = \frac{dM}{dH} \quad 1.3$$

χ dépend alors de \mathbf{H} . Lorsqu'un matériau magnétique est plongé dans un champ magnétique extérieur \mathbf{H} . L'induction magnétique \mathbf{B} [T] s'écrit:

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}) \quad 1.4$$

A partir des relations (1.3) et (1.4), l'expression de l'induction magnétique en fonction de la susceptibilité magnétique donne:

$$\mathbf{B} = \mu_0(1 + \chi)\mathbf{H} \quad 1.5$$

En première approximation, on peut supposer χ constant, ce qui n'est pas vrai en pratique. On définit la perméabilité relative telle que :

$$\mu_r = (1 + \chi) \quad 1.6$$

1.2.2 Types des matériaux magnétiques

Selon la valeur de leur susceptibilité magnétique χ et de leur structure atomique, on retrouve trois grandes classes de matériaux magnétiques (table 1.1).

Table 1.1. Classification des matériaux magnétiques

Types de matériau	Susceptibilité magnétique	Exemples
Diamagnétique	-1×10^{-6}	Cu, Au
Ferromagnétiques	50 à 10^{+4}	Fe, Ni, Co
Paramagnétiques	10^{-6} à 10^{-3}	Al, Pt

1.2.2.1 Matériaux diamagnétiques.

Le comportement de ce type de matériau à l'échelle atomique équivaut à des électrons en mouvement autour du noyau, se comportant comme des spires de courant et qui, plongées dans un champ magnétique vont ; sous l'action de la loi de Lenz, générer un flux opposé à la variation de flux occasionné par l'application du champ H . Ces matériaux ont alors une susceptibilité magnétique négative indépendante de la température. Dans le domaine d'application de la conversion d'énergie, ces matériaux peuvent être considérés en général comme des matériaux ne présentant pas de réaction lorsqu'ils sont soumis à un champ magnétique. Dans le domaine du génie électrique, la loi de comportement d'un tel matériau est linéaire et peut être assimilée à celle du vide.

1.2.2.2 Matériaux paramagnétiques

Au niveau microscopique, les atomes de ce type de matériau possèdent un moment magnétique permanent M qui, placé dans un champ magnétique H tend à s'aligner dans la direction du champ appliqué. Toutefois, l'agitation thermique vient perturber cet alignement et ce d'autant plus que les atomes se comportent en membres isolés. Ces matériaux magnétiques présentent une susceptibilité magnétique faible mais positive. Dans le domaine d'application de la conversion d'énergie, la loi de comportement de ces matériaux est linéaire et peut être assimilée à celle du vide. De ce fait, son utilisation offre peu de possibilités d'applications pratiques en génie électrique.

1.2.2.3 Matériaux ferromagnétiques

Les matériaux de type ferromagnétiques (Fe, Ni, Co) présentent des distances interatomiques suffisamment petites pour que ceux-ci interagissent. Ainsi, ils présentent à l'échelle microscopique, une aimantation même en absence du champ magnétique extérieur;

aimantation qualifiée et spontanée. Celle-ci est due au fait que les moments atomiques ont tendance à s'aligner spontanément et parallèlement les uns aux autres, donnant une structuration ordonnée que l'on peut comparer à la mise en ordre géométrique caractéristique de l'état solide (cet alignement peut être considéré comme la conséquence de forces de rappel entre les moments magnétiques exerçant une interaction mutuelle). L'énergie associée à ce phénomène est l'énergie d'échange. Cet alignement peut être perturbé par l'augmentation de la température qui conduit à la destruction progressive de cet ordre directionnel. L'aimantation spontanée disparaît alors totalement à la température de Curie T_c . Ainsi, au-delà de T_c on observe un comportement de type paramagnétique, appelé paramagnétisme de Curie-Weiss (T_c est spécifique à chaque matériau). La susceptibilité magnétique de ce type de matériau est fonction du champ magnétique extérieur appliqué, et la loi de comportement associée présente une forte non linéarité.

L'induction magnétique équivalente à la relation (1.7) pour un matériau linéaire, homogène et isotrope est donnée par:

$$B = \mu_0 \mu_r H \quad 1.7$$

Pour les matériaux ferromagnétiques, on a $\mu_r \gg 1$ ce qui permet d'amplifier la valeur de l'induction B pour une valeur de H donnée. Cette propriété est très utile dans les dispositifs de conversion électromagnétique de l'énergie.

La relation (1.7) permet de remarquer que l'induction pour un champ magnétique donné est d'autant plus grande que la perméabilité relative est élevée. Cette propriété est recherchée et exploitée lors de la réalisation du circuit magnétique d'une machine électrique. Lorsque la perméabilité du matériau augmente, la force d'attraction des lignes de champ dans le matériau augmente et concentre le champ. Pour cela, seul le matériau ferromagnétique peut canaliser les lignes du champ grâce à sa perméabilité relative. Les matériaux ferromagnétiques doux peuvent être aimantés à l'aide de champs magnétiques faibles. Ils sont utilisés dans les différents dispositifs électriques (transformateurs, inductances, électroaimants, relais).

1.3 Principaux types de matériaux ferromagnétiques doux usuels

Il existe deux principaux types de matériaux ferromagnétiques doux permettant de limiter les courants de Foucault dans les applications où l'induction est variable. Les matériaux faits de tôles isolées et les matériaux faits de poudre de Fer dont les particules sont isolées. Les premiers sont les plus répandus dans les applications à basse fréquence qui représentent la plus grande partie du marché en termes de tonnage. Ils sont généralement à

base de Fer, de Nickel et de Cobalt (plus d'autres éléments additionnels, dans la réalisation des alliages afin d'être économiques et performants) qui sont les trois principaux éléments simples ferromagnétiques à l'état naturel. Les seconds sont les plus utilisés aux fréquences élevées. Dans les filtres des étages continus et dans les culasses de rotor à aimants, les matériaux massifs peuvent être utilisés (généralement des aciers faiblement alliés) [25].

Les matériaux doux se distinguent des matériaux durs par un faible champ coercitif, en général inférieur à 1000 A/m. Ce sont ceux qui sont situés au bas de la figure 1.1. Par ailleurs, ils sont aussi caractérisés par une haute perméabilité, une induction à saturation élevée et une faible surface du cycle d'hystérésis (faibles pertes). On les utilise pour canaliser le flux magnétique dans les machines tournantes.

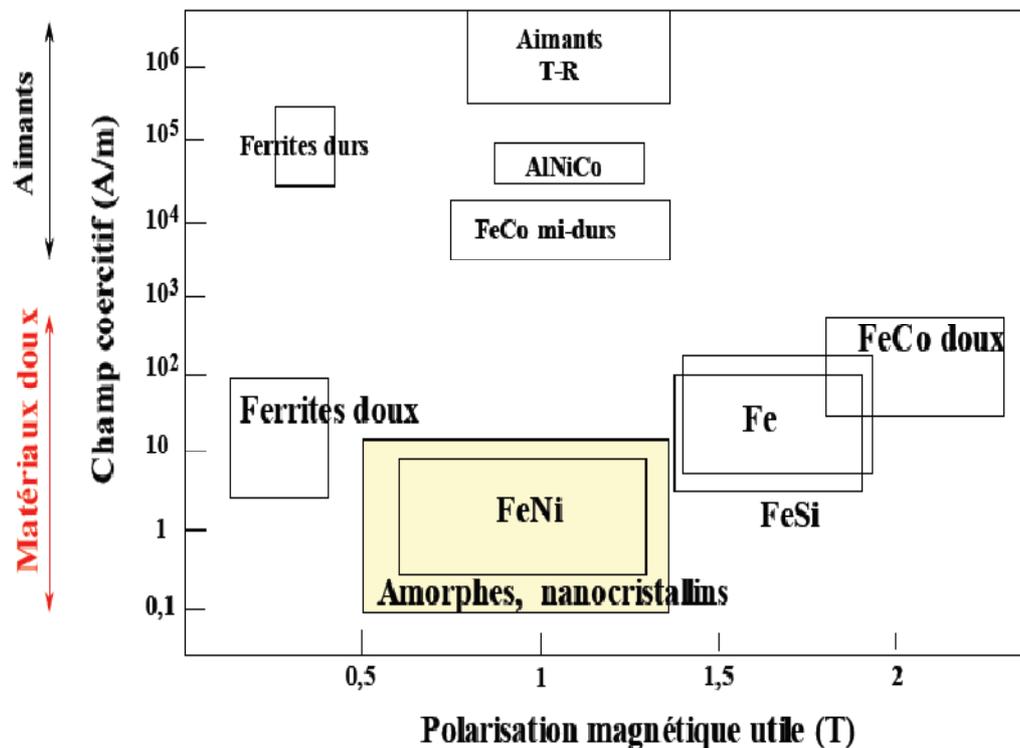


Fig. 1.1 Classification des principaux types de matériaux [25].

1.4 Intérêt et utilisation des tôles d'acier ferromagnétiques dans le domaine du génie électrique

Les matériaux ferromagnétiques doux tels que les alliages de Fer-Silicium sont utilisés pour la construction des circuits magnétiques des machines électriques permettant la génération, la transmission et l'utilisation de l'énergie électrique dans un domaine fréquentiel de l'ordre de la centaine de Hertz. Ces machines électriques vont du simple moteur aux

énormes alternateurs convertissant l'énergie dans les centrales électriques, en passant par les moteurs à courant continu (ventilateurs, moteurs d'outillage à main), ou par les transformateurs (alimentation d'appareillages ménagers, transformateurs EDF). L'ampleur de l'utilisation des tôles magnétiques, quelques 200000 tonnes/an, justifie les nombreuses recherches entreprises sur ces matériaux. Ces recherches portent sur l'amélioration de leurs caractéristiques électromagnétiques, mécaniques et thermiques [18].

1.4.1 Alliages métalliques

1.4.1.1 Alliages de Fer-Silicium

Les tôles magnétiques en alliage de Fer-Silicium jouent un rôle de premier plan dans la construction des machines électriques grâce à l'excellent compromis qu'elles réalisent entre qualités techniques et coût. Le Fer élément de base, assure une aimantation à saturation élevée ; le Silicium ajouté en faible quantité (0 à 6% en masse) diminue légèrement cette aimantation mais améliore de façon significative les propriétés connexes (résistivité électrique plus élevée, découpe plus facile et traitements thermiques simplifiés). Le contrôle de la composition chimique et surtout de la texture des alliages de Fer-Silicium permet d'accéder à une large gamme de propriétés adaptées à la très grande diversité des machines. Les alliages Fer-Silicium sont utilisés sous forme de tôles très minces (épaisseur inférieure au millimètre) afin de limiter le développement des courants de Foucault en régime dynamique [26, 28]. Les circuits magnétiques des machines électriques sont alors constitués d'empilements de tôles préalablement découpées aux dimensions du circuit magnétique.

La texture des alliages Fe-Si atteint maintenant un degré de perfection inégalé dans l'ensemble des produits industriels, et atteint les qualités les plus performantes [4]. Il en résulte une direction de facile aimantation parallèle à la direction de laminage très fortement privilégiée. La structure en domaines comprend de nombreuses parois de Bloch sensiblement parallèles à la direction de laminage, ce qui entraîne des mécanismes d'aimantation facile et de faibles pertes.

Des alliages enrichis en Silicium notamment l'alliage Fe-Si 6,5% sont rapidement apparus et sont aujourd'hui largement utilisés dans la production, le transport et l'utilisation de l'énergie électrique. Ceci permet de miniaturiser et d'alléger les dispositifs et systèmes électriques tout en préservant les performances et tout en augmentant les fréquences de fonctionnement [11, 26, 27]. Deux grandes catégories de tôles existent.

➤ Tôles à grains orientés

Les tôles à grains orientés correspondent à une texture très précise (texture GOSS) qui optimise les propriétés magnétiques dans la direction de laminage (excellente perméabilité, faibles pertes par hystérésis) au détriment des propriétés dans les autres directions. Ces tôles sont utilisées dans les dispositifs où les sollicitations magnétiques sont essentiellement unidirectionnelles et pour lesquels il est possible par construction de faire coïncider la direction de laminage et la direction du flux principal. C'est le cas des transformateurs de moyenne et forte puissance, mais aussi des stators de très gros alternateurs.

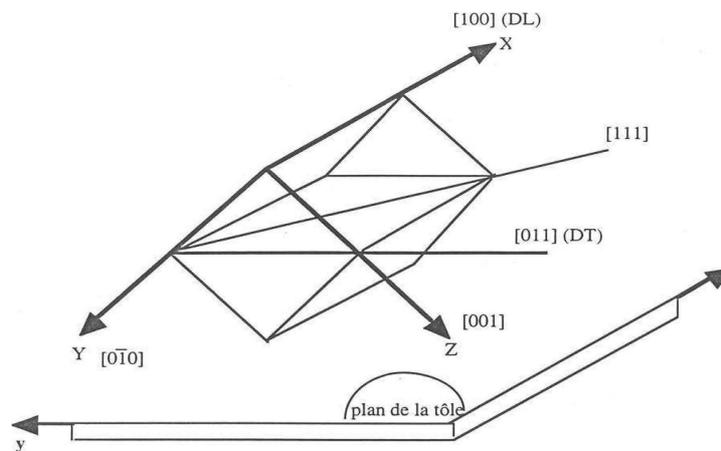


Fig.1.2 Schéma de la texture GOSS

Pour ces tôles, l'amélioration de la perméabilité, la baisse des pertes magnétiques et l'augmentation du coût de production vont de pair, de sorte que le critère de choix est essentiellement un compromis économique.

Les tôles Fer-Silicium (GO) n'ont jamais cessé, de progresser sur le plan des performances magnétiques et font figurer aujourd'hui, de matériaux nobles. Dans ces tôles, les cristaux qui sont assez gros, ont pratiquement tous la même orientation [24].

Le choix de l'épaisseur des tôles ou des bandes est conditionné par la fréquence de travail et le niveau de pertes désiré. Les épaisseurs des tôles Fe-Si GO varient de 0.3 mm à 0.23mm dans les applications à basse fréquence et jusqu'à 0.05mm dans les applications à moyenne fréquence. L'épaisseur la plus courante est 0.1mm qui convient particulièrement à une utilisation dans la gamme de fréquence 400Hz [4].

➤ Tôles à grains non-orientés

La deuxième grande catégorie de tôles est constituée des tôles à grains non orientés (NO). Ces tôles sont utilisées dans les machines tournantes courantes de petite ou moyenne

dimension. Dans ces applications, on a besoin de bonnes propriétés magnétiques dans toutes les directions, ce qui est rendu difficile par la très grande anisotropie magnéto-cristalline du Fer. Dans ce type de tôles, il n'est pas possible d'optimiser simultanément la perméabilité et les pertes dans toutes les directions du plan de la tôle. Les métallurgistes proposent donc des nuances de tôles pour lesquelles l'une ou l'autre de ces caractéristiques est privilégiée. On aboutit ainsi à des compromis "forte perméabilité et pertes élevées" ou au contraire "perméabilité moyenne et pertes réduites" et le choix est fait selon les contraintes propres à chaque application.

Dans les petites machines, les pertes ne posent pas de problème particulier car les puissances mises en jeu sont faibles et les calories sont facilement évacuées (bon rapport (surface/volume) [28]. On privilégie donc la perméabilité, ce qui permet de diminuer le courant d'alimentation et donc de réduire les pertes par effet Joule dans les bobinages. Au contraire, dans les grosses machines, l'évacuation de la chaleur provoquée par les pertes magnétiques devient difficile et peut conduire à des échauffements locaux entraînant un vieillissement précoce de l'appareil. On recherche alors des rendements aussi bons que possible et un niveau de pertes faible devient le critère prépondérant lors du choix du matériau.

1.4.1.2 Présentation du matériau principal d'étude

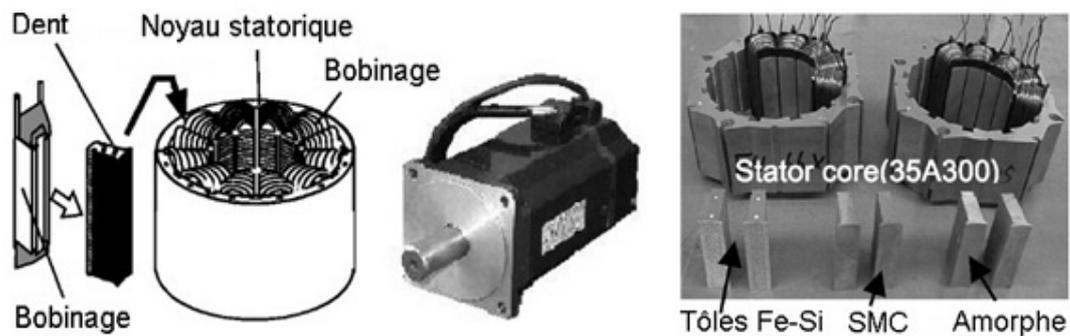
La structure du Fe-3%Si est monophasée de ferrite cubique centrée, de paramètre de maille 0,287 nm. Les atomes de Silicium occupent des sites cristallins répartis au hasard dans le réseau du Fer. Comme le soluté n'est pas porteur de moment magnétique, la population des moments est appauvrie par dilution. La conséquence immédiate est une diminution de la polarisation à saturation, qui décroît linéairement avec les concentrations en éléments d'alliage [18]. Un premier avantage réside dans l'augmentation de leur résistivité électrique, ce qui conduit donc à une diminution de l'intensité des courants de Foucault et des pertes d'énergie dynamiques. L'addition du Silicium entraîne également une diminution sensible de l'anisotropie magnéto cristalline, favorisant ainsi la rotation des moments. La constante d'anisotropie K_1 , égale à 4.8×10^4 J/m³ pour le Fer pur, est diminuée à une valeur de 3.5×10^4 J/m³ pour une concentration pondérale en Si de 3 %. Les pertes statiques par hystérésis sont également réduites. La stabilité de la phase ferritique est assurée pour une concentration pondérale en Silicium suffisante (concentration de Si supérieure à 2,4% et concentration de C inférieure à 0,05%), les traitements thermiques étant facilités. De même, le pourcentage de 3% de Si améliore le comportement à la découpe, entraînant un durcissement du métal.

Table 1.2 Principales caractéristiques des alliages Fe- Si 3%.

Grains non orientés	Silicium [%]	Epaisseur [mm]	Pertes fer en W/kg à 50Hz et à 1.5T	Principales applications
Qualité supérieure	2.5 à 3.2	0.35 à 0.5	1 à 2.5 en 0.5mm	Grosses machines tournantes

Table 1.3 Domaines d'utilisation des alliages du Fer

Taux de pourcentage de Si ou d'Al épaisseur 0.35 à 1 mm	Fer et Fe-Si fully process	Fer et Fe-Si semi process
- de 0 à 2.5 % Si - de 0 à 0.8 % Al	- Machine tournante - Petit transformateur - Appareillage électrique - Critères de choix techniques	- Machine de faible puissance - Electroménager - Automobile - Critères de choix économiques

**Fig 1.3** Applications de l'alliage Fe-Si en génie électrique.

1.4.1.3 Alliages Fer-Nickel (Fe-Ni)

Alors que le Fer-Silicium se présente habituellement comme un produit sidérurgique de grande consommation, les alliages Fer-Nickel sont des produits plus délicats, élaborés avec

les plus grands soins à tous les stades de la fabrication. Ils trouvent leurs applications essentielles dans les champs magnétiques faibles ou moyens. Tous les alliages Fer-Nickel utilisés ont donc, une concentration en Nickel comprise entre 30 et 80%. Ces alliages sont très malléables et on peut les laminier jusqu'à de très faibles épaisseurs allant de 5 à 10 μ m. En modifiant la composition de l'alliage et en jouant sur la texture de recristallisation, on peut ainsi obtenir tout un éventail de propriétés magnétiques intéressantes [4, 20].

1.4.1.4 Alliages Fer-Cobalt (Fe-Co)

Entre 30 et 50% de Cobalt, ces alliages possèdent une aimantation spontanée, à température ambiante, supérieure ou égale à 2.4 T qui représente le record absolu de tous les alliages ferromagnétiques. Ces alliages sont particulièrement utilisés dans la réalisation de transformateurs à haute puissance spécifiques.

1.4.1.5 Matériaux ferromagnétiques amorphes

Les amorphes métalliques sont définis comme des solides ne présentant pas d'ordre topologique à longue distance contrairement aux solides cristallins. Une structure amorphe peut néanmoins présenter un ordre à courte distance (préférence des atomes pour ses premiers voisins) qui ne persiste pas à longue distance (quelques angströms) [5]. A partir d'un alliage liquide considéré comme homogène, une structure cristallisée est obtenue par un refroidissement lent. Cette lente descente en température permet aux atomes de s'organiser en structure cristalline. En revanche, si le refroidissement est très rapide, une hypertrempe, la cristallisation peut ne pas se produire. Les règles permettant de repousser l'étape de cristallisation, donc d'obtenir une grande aptitude à former un amorphe, suivent principalement deux critères :

- * Suppression de la germination en augmentant l'énergie d'interface liquide-solide
- * Suppression de la croissance cristalline en rendant difficile les réorganisations structurales à longue distance (diffusion) [29].

1.5 Aimantation des matériaux ferromagnétiques

1.5.1 Théorie de Pierre Weiss

Dès 1907, la théorie de Pierre Weiss stipule que: Afin de minimiser son énergie globale, un échantillon ferromagnétique se subdivise spontanément en petits volumes élémentaires dits domaines magnétiques ou domaines de Weiss (figure 1.4) dont le volume est environ de 10^{-2} à 10^{-6} cm³. Chaque domaine est aimanté à saturation dans une direction de

facile aimantation qui diffère de celle des domaines voisins, si bien que l'aimantation résultante du matériau peut être nulle. Deux domaines adjacents sont séparés par une couche de transition appelée paroi de Bloch, à l'intérieur de laquelle l'aimantation tourne progressivement de la direction facile aimantation du premier domaine vers celle du deuxième domaine (figure 1.5). Dans les structures cubiques comme le Fer, les directions faciles imposent des parois à 180° et à 90° . En outre, l'existence de cette aimantation spontanée confère à ce type de matériau des qualités très intéressantes pour les applications en génie électrique, essentiellement pour l'amplification des effets du champ magnétique [28].

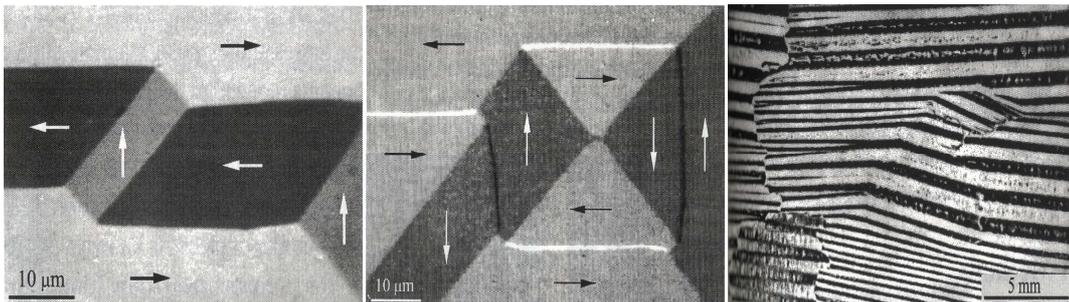


Fig.1.4 Domaines magnétiques dans des cristaux de Fer-Silicium d'après [31].

Chacun de ces domaines présente une aimantation uniforme, de norme M_s , caractéristique du matériau. D'un domaine à l'autre, la norme de l'aimantation ne varie pas, mais sa direction en revanche change. Les zones de transition entre deux domaines, où la direction de l'aimantation varie progressivement sur quelques dizaines de distances interatomiques sont appelées parois magnétiques.

Les domaines sont séparés par des parois magnétiques, zones de transition où la direction de l'aimantation évolue progressivement sur quelques centaines de mailles cristallines (figures 1.5a et 1.5b).

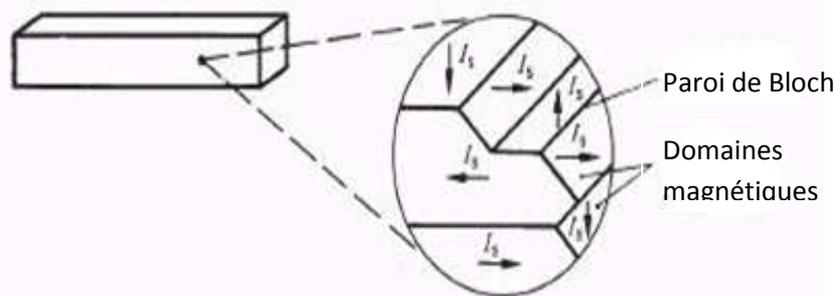


Fig 1.5a Domaines magnétiques d'un échantillon : Domaines de Weiss.

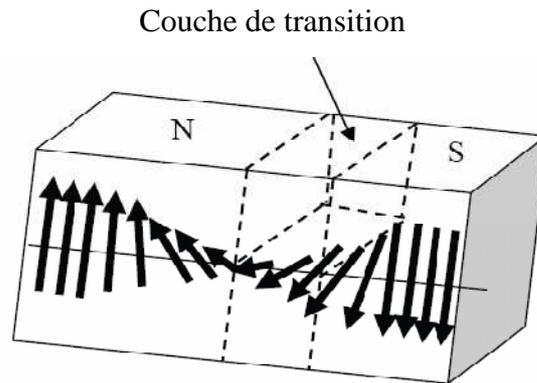


Fig 1.5b Rotation des moments magnétiques dans une paroi de Bloch à 180°

- Le domaine de Weiss est caractérisé par des parois de Bloch qui se déplacent d'une manière irrégulière et aléatoire même à basse fréquence (sauts de Barkhausen) ;
- Les Parois sont déformables et leur nombre varie avec l'induction B et la fréquence d'excitation f . Ainsi, leur comportement est non linéaire et irréversible.
- Le déplacement des Parois engendre des courants induits et par conséquent, des pertes magnétiques.

La formation des domaines de Weiss s'explique par la compétition de ces différents types d'énergies, à savoir :

1.5.1.1 Energie d'échange: c'est l'énergie qui résulte de l'interaction entre deux atomes voisins. L'interaction d'échange conduit à un arrangement des moments magnétiques parallèles les uns aux autres. Cette énergie est minimale si les moments magnétiques de deux atomes voisins pointent dans la même direction.

1.5.1.2 Energie d'anisotropie magnéto-cristalline: Elle correspond à l'énergie qui tend à aligner l'aimantation suivant certaines directions particulières dites directions de facile aimantation. Ces directions faciles sont principalement liées à la structure cristallographique du matériau. Dans le cas d'un matériau à structure cristallographique cubique, l'énergie d'anisotropie magnéto cristalline dépend du premier et du deuxième paramètre d'anisotropie K_1 et K_2 et peut être évaluée ([Hubert et Schäfer, 1998]) de la manière suivante :

$$E_{ani} = K_1 (\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2 + \alpha_3^2 \alpha_1^2) + K_2 (\alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_3^2) \quad 1.8$$

Où $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ sont les cosinus directeurs de l'aimantation par rapport aux axes cubiques.

Les constantes d'anisotropie ont les unités d'une densité d'énergie et représentent la force de l'anisotropie dans le matériau.

Par exemple, pour le Nickel $K_1 = -5.9 \times 10^3 \text{ (J/m}^3\text{)}$, et la densité d'énergie d'anisotropie cristalline le long les directions $\langle 111 \rangle$ est de $-2 \times 10^3 \text{ J/m}^3$, et l'énergie d'anisotropie cristalline le long les directions $\langle 100 \rangle$ est nulle.

Pour le Fer, $K_1 = 4.7 \times 10^4 \text{ (J/m}^3\text{)}$ le long les directions $\langle 111 \rangle$ et nulle suivant les directions $\langle 100 \rangle$. Dans le cristal, l'aimantation préfère s'aligner le long les axes suivant lesquelles l'énergie est minimale. Donc, pour le Nickel, les directions d'orientation sont suivant $\langle 111 \rangle$. Pour, un monocristal de Fer (système cubique centré), s'aimante plus facilement dans la direction $\langle 100 \rangle$ et plus difficilement dans la direction $\langle 111 \rangle$ (figure 1.6) [32].

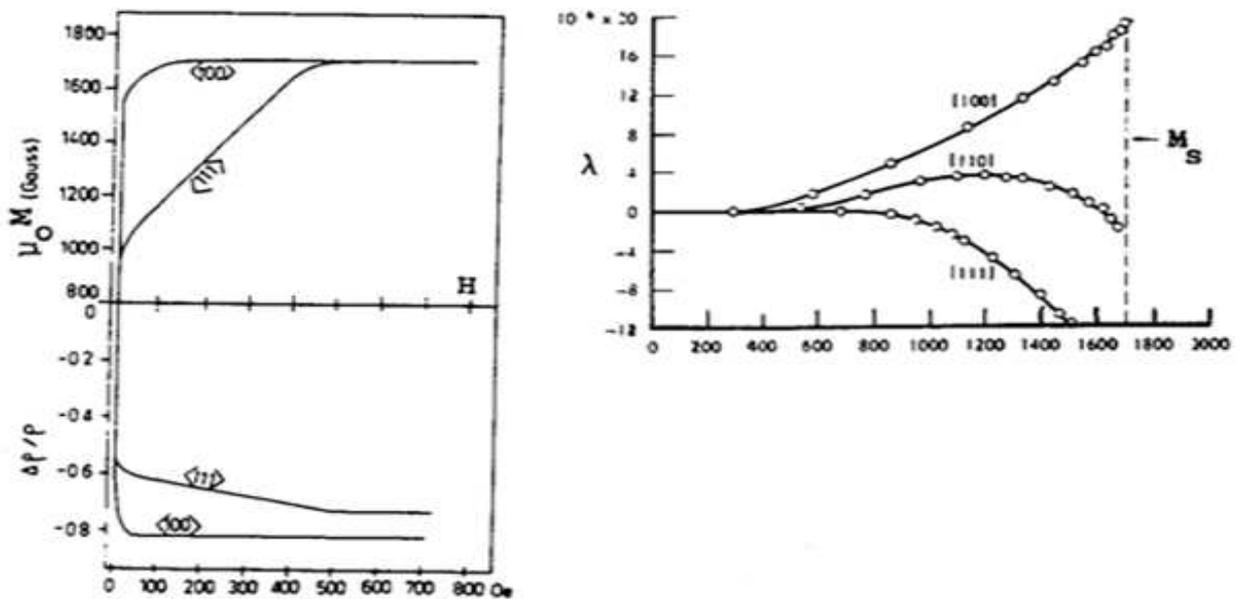


Fig.1.6 Monocristal de Fer : courbes d'aimantation $\mu_0 M(H)$, de Magnétostriction $\Delta \rho / \rho$ et de magnétostriction $\lambda(M)$ dans les directions $\langle 100 \rangle$ et $\langle 111 \rangle$ (d'après [32]).

1.5.1.3 Energie magnétostatique: C'est l'énergie qui résulte des interactions magnétiques à longue distance entre les moments magnétiques, puisque chaque moment magnétique est en fait soumis à un champ local créé par l'ensemble des autres moments magnétiques. Cette énergie favorise le désalignement de ces derniers.

L'énergie magnétostatique se divise en deux contributions [34, 35] :

1/ L'énergie associée au champ magnétique appliqué H_a , ou énergie de Zeeman :

$$E_z = - \mu_0 H_a M \quad 1.9$$

Ce terme énergétique tend à aligner la direction de l'aimantation avec celle du champ appliqué. Il est minimum quand l'aimantation est parallèle à H_a et de même sens.

2/ Par ailleurs, les variations spatiales d'aimantation provoquent un champ dit démagnétisant H_d auquel est associée une énergie qui s'écrit :

$$E_d = - (1/2) \mu_0 H_d M \quad 1.10$$

Ce champ démagnétisant s'oppose à l'effet du champ magnétique appliqué H_a et vérifie: $\text{div}H_d = - \text{div}M$. L'énergie magnétostatique s'écrit donc :

$$E_{\text{mag}} = - \mu_0 H_a M - (1/2) \mu_0 H_d M = - \mu_0 H^{\text{eff}} M \quad 1.11$$

$$H^{\text{eff}} = H_a + (1/2) H_d \quad 1.12$$

1.5.1.4 Energie magnétostrictive: Correspond à l'énergie élastique associée aux déformations et aux contraintes que les domaines exercent les uns sur les autres. Le cristal peut s'allonger ou se contracter selon la direction de la polarisation par rapport à la déformation [32].

1.5.2 Comportement magnétique et cycle d'hystérésis

Un matériau ferromagnétique est un matériau qui, à l'échelle macroscopique, acquiert une forte aimantation sous l'action d'un champ faible et qui possède, à l'échelle microscopique, un moment magnétique spontané et cela même en absence du champ magnétique appliqué. Les propriétés ferromagnétiques dépendent de la température. Expérimentalement, on mesure la valeur de l'induction rémanente d'un matériau en fonction de la température. On note alors qu'elle s'annule à partir d'une certaine température dite température de Curie.

Dans un matériau isotrope et en absence du champ extérieur, les aimantations des domaines sont orientées dans les directions de facile aimantation. A l'échelle macroscopique, l'aimantation moyenne est nulle, et ce cas correspond à un état désaimanté. L'application d'un champ magnétique permet d'induire une anisotropie dans le sens du champ appliqué [29].

Parois de Bloch rencontrent, au cours de leurs déplacements, de nombreuses imperfections (défauts) qui agissent comme des parois d'encrage. Ces imperfections sont entre autre, dues à des impuretés non magnétiques (carbures, nitrures,...) et ferromagnétiques (cémentite) ainsi qu'aux contraintes de dislocation, de joints de grains et de traitement métallurgique. Ces points particuliers constituent des sites d'encrage et donc, d'un point de vue énergétique, des puits de potentiels pour les parois.

Ce phénomène d'accrochage des parois contribue majoritairement au processus d'aimantation hystérétique. On définit par $M(H)$ la loi de comportement hystérétique du matériau qui va décrire la première courbe d'aimantation tant que le champ H sera croissant. Au fur et à mesure que le champ augmente, les parois de Bloch ont d'abord un mouvement dit élastique réversible. L'énergie est insuffisante pour franchir la barrière du potentiel créée par le défaut. Le matériau peut donc retourner à son état magnétique initial si le champ appliqué est annulé. Lorsque l'énergie du système devient suffisante pour franchir la première barrière de potentiel, le mouvement des parois devient irréversible. Le matériau ne peut donc pas retourner à son état magnétique initial même si on annule le champ appliqué.

L'aimantation résiduelle est dite aimantation rémanente M_r due au fait que les domaines ne peuvent revenir à leurs positions initiales. Pour annuler cette aimantation, il faudrait donc fournir une énergie pour forcer les domaines de retourner à leurs positions initiales et cela en appliquant un champ magnétique de sens inverse à celui qui a engendré l'aimantation rémanente, ce champ est dit champ coercitif H_c . Tous les moments spontanés de tous les domaines sont orientés dans le même sens, comme si le matériau n'est qu'un seul domaine. Cependant l'aimantation globale du matériau n'est pas colinéaire avec le champ appliqué. Enfin, en appliquant un champ très intense, les moments magnétiques des derniers domaines s'orientent parallèlement au champ : c'est la saturation magnétique à laquelle correspond l'aimantation à saturation M_s . Cependant, il est très difficile de faire disparaître ces derniers domaines qui s'accrochent aux joints de grains, aux limites de l'échantillon, aux impuretés et tous les défauts de réseau cristallin. L'approche à la saturation est donc très lente et pratiquement réversible. En réalité, on ne peut atteindre la saturation que pour des champs magnétiques accessibles seulement au niveau de laboratoire de recherche mais non pas dans les machines industrielles. En absence du phénomène d'hystérésis, donc dans un matériau idéal sans impuretés, le déplacement des parois de Bloch est réversible (sans pertes), cela correspond au phénomène anhystérétique. Un exemple de cycle d'hystérésis est représenté sur la figure 1.7. La courbe de première aimantation est également représentée sur cette même figure. On note les points remarquables du cycle:

- **Aimantation à saturation M_s** : spécifique à tout matériau, et correspond à l'état où il n'existe plus de structure en domaines dans le système
- **Champ coercitif H_c** : point correspondant au champ d'excitation pour lequel l'aimantation s'annule.
- **Aimantation rémanente M_r** : aimantation qui subsiste après suppression du champ magnétique extérieur H .

1.6 Phénomènes magnéto-élastique et magnétostriction

1.6.1 Définitions

- ✓ La magnéto-élasticité est un résultat des changements du module élastique d'un matériau provoqué par l'application d'un champ magnétique. Une contrainte appliquée peut créer une énergie supplémentaire en raison de l'accouplement entre l'aimantation et la contrainte appliquée. L'énergie magnéto-élastique est donnée par [32]:

$$E_{\sigma} = -\frac{3}{2}\sigma\lambda_{100}\sum_{i+j}^3\alpha_i^2\gamma_j^2 - 3\sigma\lambda_{111}\sum_{i+j}^3\alpha_i\gamma_i\alpha_j\gamma_j \quad 1.13$$

λ_{100} , λ_{111} sont des constantes de magnétostriction. σ est la contrainte mécanique appliquée.

α_i sont les cosinus directeurs de l'aimantation. γ_i sont les cosinus directeurs de la contrainte mécanique appliquée.

- ✓ L'effet ΔE est souvent vu comme une perte apparente de linéarité dans le comportement élastique d'un échantillon désaimanté E_0 . Il peut aussi être interprété comme la conséquence de l'état de contraintes sur la déformation de magnétostriction. En effet, l'application d'une contrainte induit une réorganisation de la distribution en domaines du matériau, l'équilibre magnétique du matériau est par conséquent modifié. Il en résulte une déformation de magnétostriction (figure 1.9) [32, 37].

$$\Delta E = E_{\sigma} - E_0 \quad 1.14$$

E_0 : représente le comportement élastique du matériau correspondant à un état aimanté.

1.7 Magnétostriction

1.7.1 Généralités

Comme mentionné ci-dessus (§1.6), les premières études sur la magnétostriction remontent au milieu des 19^{ème} siècle où Joule (1847) a étudié l'influence des champs magnétiques sur les dimensions d'une barre d'acier. Après, Kittel (1949) offre une introduction approfondie et des définitions détaillées. Spécifiquement, la magnétostriction est une propriété des matériaux ferromagnétiques et des alliages. Elle a été analysée intensivement par la suite par Bozorth (1951) Lee (1955) et Kikuchi (1968) [37, 38].

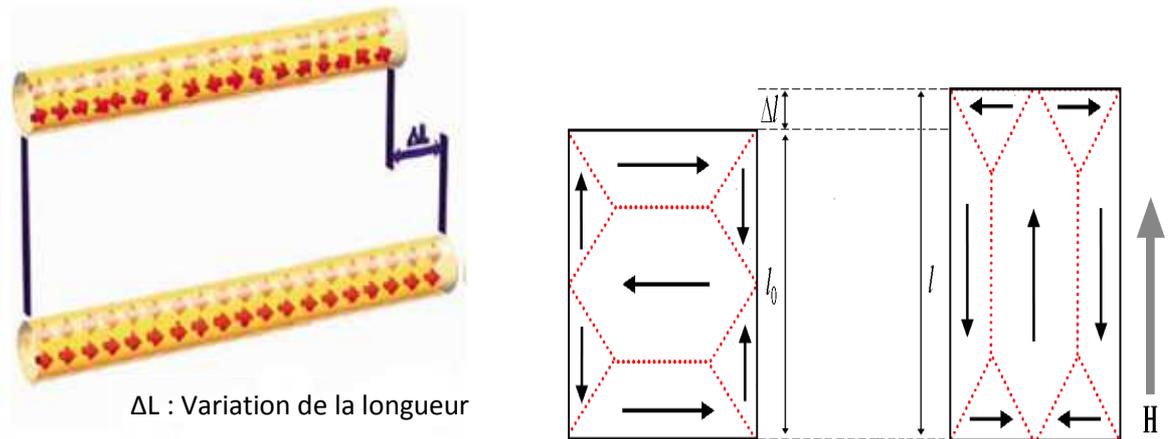


Fig.1.9 Déformation magnétostrictive

En fait, un matériau ferromagnétique est le siège d'un couplage magnéto-mécanique où on peut distinguer deux principaux phénomènes :

- ✚ L'effet Joule où la magnétostriction est la réponse d'un solide à un changement de son aimantation. Cette déformation induite non-linéaire dite de Joule ([39, 40]), ne dépend que de l'état magnétique du matériau [41]. Elle correspond à un couplage local d'état, il est donc possible de lui adjoindre une loi de comportement. La magnétostriction peut avoir une valeur positive ($\lambda_s > 0$), une valeur négative ($\lambda_s < 0$) ou encore changer de signe au cours du processus d'aimantation.
- ✚ L'effet Villari est l'effet inverse de celui de Joule. En effet, il correspond à l'influence des contraintes mécaniques sur l'état magnétique du matériau.

1.7.2 Origine physique de la magnétostriction

La magnétostriction est principalement due au couplage spin-orbite. Le couplage spin-orbite se réfère à un type d'interaction entre le mouvement orbital et de spin de chaque électron. Lorsqu'un champ magnétique est appliqué à la matière et un spin de l'électron tente de s'aligner avec lui, l'orbite de cet électron a aussi tendance à être réorienté. Mais puisque l'orbite est fortement couplé au réseau cristallin, il résiste à tenter de faire pivoter l'axe de rotation. Ainsi, l'énergie requise pour faire tourner le système de spin d'un domaine loin de ses orientations préférées est l'énergie nécessaire pour vaincre le couplage spin-orbite. Le couplage spin-orbite est faible dans la plupart des matériaux ferromagnétiques, la preuve est qu'un champ modérée de quelques milliers de kilo-ampères par mètre suffit pour faire tourner les spins. Les métaux des terres rares cependant, ont un fort couplage spin-orbite, quand un

champ magnétique tourne les spins les orbites aussi tournent et des distorsions considérables se produisent ce qui implique une déformation de magnétostriction [42].

1.7.3 Types de magnétostriction

L'origine de la magnétostriction est liée à l'énergie d'anisotropie et varie avec la distance interatomique. Autrement dit, Le réseau cristallin doit se déformer pour réduire au minimum l'énergie d'anisotropie du matériau. En fonction de la déformation du réseau cristallin, on peut distinguer trois types de magnétostriction à savoir : magnétostriction anisotrope, magnétostriction de volume et magnétostriction forcée.

1.7.3.1 Magnétostriction anisotrope

C'est la conséquence d'une distorsion spontanée d'un domaine magnétique dans le réseau cristallin dû à l'interaction des moments magnétiques. Par conséquent, tous les domaines produisent un changement global des dimensions du matériau mais il conserve son volume.

Le changement des dimensions du matériau le long de la direction du champ appliqué est désigné sous le nom de la magnétostriction longitudinale, alors qu'un changement des dimensions suivant la direction perpendiculaire à la direction du champ appliqué est désigné sous le nom de la magnétostriction transversale.

Pour les matériaux cubiques anisotropes, la magnétostriction est donnée comme suit [32]:

$$\lambda_1 = \frac{3}{2}\lambda_{100} \left(\alpha_1^2 \beta_1^2 + \alpha_2^2 \beta_2^2 + \alpha_3^2 \beta_3^2 - \frac{1}{3} \right) + 3\lambda_{111} (\alpha_1 \alpha_2 \beta_1 \beta_2 + \alpha_2 \alpha_3 \beta_2 \beta_3 + \alpha_3 \alpha_1 \beta_3 \beta_1) \quad 1.15$$

Les α_i sont les cosinus directeurs de l'aimantation. β_i sont les cosinus directeurs des directions de mesure qui sont habituellement parallèle à la direction du champ. Les coefficients de magnétostriction λ_{100} , λ_{111} , désignent respectivement l'élongation partielle le long les axes $\langle 100 \rangle$ et $\langle 111 \rangle$. Le coefficient de magnétostriction de saturation λ_s , désigne l'allongement du matériau le long d'une direction donnée.

Pour un matériau isotrope : $\lambda_{111} = \lambda_{100} = \lambda_s$

Les coefficients de magnétostriction sont caractéristiques du matériau et changent seulement si les interactions responsables de l'état magnétique du matériau changent. La température, composition et cristallographie [32, 34].

1.7.3.2 Magnétostriction de Volume

Bien que l'effet Joule se manifeste sans changement de volume, il existe des phénomènes magnétostrictifs de variation de volume (ΔV) dans les matériaux ferromagnétiques. On distingue plusieurs types d'effets de volume d'origine différente. Le principal effet de volume se produit pour des champs très importants (de l'ordre de 10^5 A/m). La variation de volume ($\Delta V/V$) est alors après saturation ; une fonction linéaire du champ : c'est la magnétostriction forcée. Pour la plupart des métaux ou alliages magnétostrictifs, cette dernière variation reste faible cependant, des effets de volumes plus importants ont été mesurés dans des composés de terres rares [37].

1.7.3.3 Magnétostriction forcée

Est aussi magnétostriction de l'effet de volume. Si le ferromagnétique est aimanté au delà de la saturation (à 0K), l'alignement des moments dans le domaine est augmenté et la magnétostriction observée est principalement un changement forcé du volume du matériau. Également, le changement de déformation est égal dans toutes les directions en raison de la rotation des vecteurs de domaines magnétiques et la magnétostriction spontanée [32, 37].

1.8 Conclusion

Ce chapitre, vise à rappeler les différentes notions des phénomènes de l'électromagnétisme et de la magnétostriction, et à présenter les bases nécessaires pour la compréhension des mécanismes physiques d'aimantation des matériaux ferromagnétique. La notion d'hystérésis a été explicitée en séparant celle qui est statique de celle qui est dynamique, en proposant des descriptions théoriques trouvées dans la littérature. Les domaines et les parois sont et seront toujours à l'origine des propriétés magnétiques des matériaux les plus performants. Notamment, les performances du phénomène magnéto-élastique ont été brièvement exposées où, on a donné les éléments essentiels concernant l'aspect général et l'intérêt de la magnétostriction en génie électrique.

Chapitre 2

Formulation et Résolution du Modèle Magnétodynamique Par la MEF

2.1 Introduction

Les phénomènes électriques et magnétiques ont tout d'abord été étudiés séparément par plusieurs physiciens, dont les principaux sont: Franklin (1700-1790), Coulomb (1736-1806), Osted (1775-1851), Ampère (1775-1836), Gauss (1777-1855) et Faraday (1791-1867). C'est cependant, à Maxwell que l'on doit la formulation la plus complète des relations liant entre les grandeurs électriques et magnétiques par un système de quatre équations fondamentales, les équations de Maxwell spécifiant toute variation spatiale d'un champ électrique sont dues à l'existence, ou à la variation matérielle d'un autre champ au même point de l'espace. Il s'agit là de leur forme locale, ou encore différentielle.

Les matériaux ont un rôle majeur dans les avancées technologiques. Ils permettent d'aboutir à des dispositifs plus performants ou à des structures innovantes tirant partie de leurs propriétés. L'étude des problèmes physiques résulte alors fréquemment de la résolution de systèmes d'équations aux dérivées partielles, qui ne peuvent être résolus analytiquement en raison de la complexité des dispositifs étudiés. En partant d'une présentation des équations fondamentales de Maxwell gouvernant l'ensemble des problèmes électromagnétiques, on propose dans ce chapitre, d'établir l'équation du modèle magnétodynamique. Parmi les différentes formulations existantes, la formulation en \mathbf{H} a été choisie.

Pour une étude fine des dispositifs, des méthodes numériques doivent alors être utilisées pour résoudre les problèmes. La méthode des éléments finis est une méthode adéquate pour traiter ce type de problème.

2.2 Formulation du problème électromagnétique

2.2.1 Équations de Maxwell

Les équations qui régissent l'ensemble des phénomènes électromagnétiques peuvent être exprimées sous la forme différentielle suivante :

- Loi de Faraday : $\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ 2.1

- Loi d'Ampère : $\overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ 2.2

- Loi de Gauss : $\text{div}(\vec{D}) = \rho$ 2.3

- Loi de conservation de flux : $\text{div}(\vec{B}) = 0$ 2.4

Avec :

\vec{E} : Champ électrique en (V/m).

\vec{B} : Induction magnétique en (T).

\vec{H} : Champ magnétique en (A/m).

\vec{J} : Densité de courant en (A/m²).

\vec{D} : Induction électrique en (C/m²).

ρ : Densité de charge volumique en (C/m³).

$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$: Densité de courant de déplacement en (A/m²).

- Les deux premières équations (2.1) et (2.2) expriment le couplage et l'évolution des grandeurs électriques et magnétiques alors que l'équation (2.4) assure la conservation du flux magnétique.
- A partir des équations (2.1) et (2.3) on obtient la loi de conservation de la charge électrique

$$\operatorname{div}(\vec{J}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad 2.5$$

2.2.2 Comportement magnétique des matériaux

Les équations de Maxwell sont générales et s'appliquent à tous les milieux. Pour prévoir le comportement des phénomènes électromagnétiques, il faut ajouter à ces équations des relations particulières aux milieux considérés. Ces relations se formulent de la façon suivante :

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad 2.6$$

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \quad 2.7$$

ε : représente la permittivité en (F/m).

μ_0 : Perméabilité du vide [H/m]

M : Aimantation du matériau [A/m]

En plus de ces relations, on a l'expression de la densité de courant électrique

$$\vec{J} = \sigma (\vec{E} + \vec{v}_d \wedge \vec{B}) + \vec{J}_s \quad 2.8$$

σ : Conductivité électrique (s/m, 1/Ω.m)

v_d : vitesse de déplacement des charges (μm)

J_s : Densité de courant de la source en (A/m²).

Avec $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$, et $\mu = \mu_0 \mu_r$.

Ces différentes propriétés ne sont pas nécessairement constantes et peuvent varier en fonction de divers paramètres tels que la température par exemple ou le champ magnétique.

2.2.3 Hypothèses simplificatrices

Les travaux accomplis jusqu'à présent dans le domaine de calcul des champs et des courants induits pour les systèmes électromagnétiques, sont fondés sur les hypothèses suivantes :

- La densité volumique de charge est considérée comme nulle ($\rho=0$), ce qui est le cas presque de tous les dispositifs classiques à induction.
- En absence de mouvement, on aura ($\vec{v}_d \wedge \vec{B} = 0$).
- Si on considère que les phénomènes étudiés relèvent du domaine quasi statique ou magnétodynamique à des fréquences inférieures à 10^{12} Hz, les courants de déplacement sont négligeables devant les courants de conduction. Ceci se traduit par [21]:

$$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \ll \vec{J}$$

Par conséquent, la loi d'ampère s'écrira alors :

$$\overrightarrow{rot} \vec{H} = \vec{J} \quad 2.9$$

Dans le cadre des systèmes étudiés, on peut considérer que les charges volumiques sont négligées. Ainsi, la loi de Gauss deviendra:

$$div(\vec{D}) = 0 \quad 2.10$$

On considère aussi que le terme $\sigma (\vec{v}_d \wedge \vec{B})$ est négligeable car la vitesse de déplacement des charges est nulle. L'équation (2.8) s'écrira comme suit :

$$\vec{J} = \sigma (\vec{E}) + \vec{J}_s \quad 2.11$$

2.3 Formulation en champ magnétique H du modèle

La formulation mathématique d'un phénomène électromagnétique dépend du problème étudié. Parmi les modèles existants on cite les modèles : électrostatique, magnétostatique, magnétodynamique, électromagnétique, etc. Ce dernier modèle s'applique aux dispositifs dans lesquels les sources de courant ou de tension varient en fonction du temps $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ n'est pas nul. Les équations de Maxwell qui sont favorables à être utilisés sont:

$$\overrightarrow{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad 2.12$$

Le rotationnel de la relation (2.9) donne:

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{H}) = \overrightarrow{\text{rot}} \vec{j} \quad 2.13$$

Sachant que :

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad 2.14$$

En substituant (2.14) dans (2.13), on obtient :

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{H}) = \overrightarrow{\text{rot}}(\sigma \vec{E}) = \sigma \overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} \quad 2.15$$

A partir du système d'équations $\begin{cases} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \sigma \overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = \overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{H}) \end{cases}; \quad 2.16$

On trouve que:

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{H}) = -\sigma \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad 2.17$$

Ou encore :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \vec{H}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \vec{H}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \vec{H}}{\partial z} \right) = -\sigma \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad 2.18$$

La relation (2.18) représente le modèle mathématique d'un problème magnétodynamique formulé en champ magnétique \vec{H} .

2.3.1 Equation à résoudre dans le plan bidimensionnel

Pour un problème magnétodynamique et dans un système de coordonnées cartésiennes, le champ magnétique et l'induction magnétique évoluent dans le plan (x, y).

Donc, la solution de l'équation (2.18) s'écrira sous la forme:

$$\vec{H} = H_z(x, y, t) \vec{K} \quad 2.19$$

Cette solution vérifie automatiquement la condition suivante:

$$\text{div}(\vec{H}) = \frac{\partial H_z(x, y, t)}{\partial z} = 0 \quad 2.20$$

D'après les relations (2.18) et (2.19), l'équation finale à résoudre en 2D est définie par :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{H_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{H_z}{\partial y} \right) = -\sigma \frac{\partial B}{\partial t} \quad 2.21$$

La relation (2.21) représente l'équation de diffusion ayant la forme finale:

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} = -\sigma \frac{\partial (\mu H_z)}{\partial t} \quad 2.22$$

2.3.2 Introduction des conditions aux limites

Pour résoudre un problème dans un domaine Ω , il faut déterminer à la fois, l'équation adaptée au problème considéré, les relations liées à l'état du milieu et les conditions imposées à la grandeur inconnue sur les limites de ce domaine tel que :

$$\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2 \text{ (Figure 2.1).}$$

Si la grandeur inconnue est le champ magnétique \mathbf{H} , alors la condition de Dirichlet $\mathbf{H}_{\Gamma_1} = 0$ se rencontre lorsque la partie Γ_1 de la frontière se trouve à une distance infinie des sources de courant. Cette distance pourra être d'autant plus faible que le flux sera mieux canalisé à l'intérieur du dispositif en question.

- La condition de Dirichlet donnée sur les frontières du domaine à étudier:

$$H = H_{\Gamma_1} \tag{2.23}$$

- La condition de Newman q_{Γ_2} ($q_{\Gamma_2} = q_0$) est une constante et représente la variation de \mathbf{H} suivant la direction normale à la surface. \vec{n} est le vecteur unitaire normal aux contours du domaine d'étude. La condition de Newman est imposée sur les plans de symétrie géométrique et magnétique.

$$\frac{\partial H}{\partial n} = q_{\Gamma_2} \tag{2.24}$$

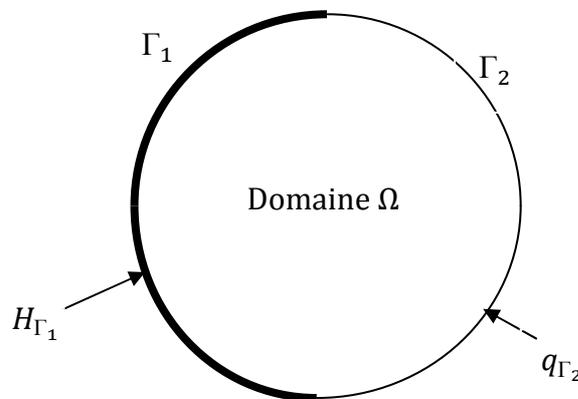


Fig.2.1 Illustration des conditions aux limites sur le domaine d'étude

2.4 Méthodes de résolution numérique

2.4.1 Généralités

La modélisation des structures magnétiques associées aux circuits électriques fait appel d'une part, aux méthodes de résolution des équations aux dérivées partielles et d'autre part, aux méthodes d'intégration des équations différentielles. Aux problèmes liés à la résolution des équations de types à priori différents, s'ajoutent les difficultés de prise en compte des non linéarités dues aux caractéristiques des matériaux.

Accompagnant l'évolution de l'informatique, de nouvelles méthodes de calcul sont apparues permettant de traiter les géométries les plus complexes, ainsi que les fortes variations de perméabilité entre milieux. Ces méthodes prennent en compte également les courants de Foucault induits dans les conducteurs soumis à un flux variable. Entre autres, on cite les techniques de résolutions par différence finies DF, par volumes finis VF ou par éléments finis EF dont le principe de base consiste en un découpage du domaine en petits éléments.

La technique de résolution par élément finis autorise l'emploi des éléments de toutes formes, à l'intérieur desquels la fonction cherchée est approchée par une interpolation polynomiale N en fonction des valeurs de l'inconnue en chacun des sommets de cet élément.

2.4.2 Formulation en éléments finis du modèle

La résolution par la méthode des éléments finis ramène, soit à la minimisation d'une fonctionnelle liée à l'énergie emmagasinée dans les éléments (méthode vibrationnelle), soit par la méthode des résidus pondérés. Ces deux méthodes sont équivalentes et conduisent à la même solution du problème étudié. Dans le cadre de notre étude, on appliquera la méthode des résidus pondérés.

2.4.3 Méthode des résidus pondérés

La méthode des résidus pondérés (RP) est l'une des méthodes qui permettent de résoudre un système d'équations aux dérivées partielles en approximant la solution exacte \mathbf{H}_{ex} , par une solution approchée \mathbf{H} .

Soit un système d'équations différentielles de la forme:

$$L(H_{ex}) = F_v \text{ Sur } \Omega \quad 2.25$$

Dans (2.25), on remplace \mathbf{H}_{ex} par \mathbf{H} . L'erreur commise entre les deux grandeurs est appelée résidu \mathbf{R} est définie par :

$$R(H) = L(H) - F_v \neq 0 \quad 2.26$$

Le résidu \mathbf{R} est égal à zéro pour la solution exacte \mathbf{H}_{ex} , en tous les points de Ω mais pas pour \mathbf{H} . A l'aide des fonctions de pondérations \mathbf{H}' bien choisies, nous imposons à l'intégrale du résidu de s'annuler en n point de Ω :

$$W = \iint H' R(H) d\Omega = 0 \quad 2.27$$

Les fonctions de pondération (ou d'interpolation) \mathbf{H}' sont indépendantes et leurs nombre doit être égale au nombre de paramètres de l'approximation.

$$R(H) = \left(\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} \right) - \sigma \frac{\partial B}{\partial t} \quad 2.28$$

En remplaçant $\mathbf{R}(\mathbf{H})$ par son expression de (2.27), on obtient :

$$W = \iint_{\Omega} H' \left[\left(\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} \right) - \sigma \frac{\partial B}{\partial t} \right] d\Omega = 0 \quad 2.29$$

Après une intégration par parties, on aboutit au résultat:

$$W = \iint_{\Omega} \left(\frac{\partial H'}{\partial x} \frac{\partial H_z}{\partial x} + \frac{\partial H'}{\partial y} \frac{\partial H_z}{\partial y} \right) d\Omega - \iint_{\Omega} H' \sigma \frac{\partial B}{\partial t} d\Omega + \oint_{\Gamma} H' \frac{\partial H_z}{\partial n} d\Gamma = 0 \quad 2.30$$

Où : $\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2$.

L'expression (2.30) fait intervenir deux termes d'intégration; l'un sur le domaine d'étude Ω , l'autre sur le contour correspondant à ce domaine.

Pour la limite Γ séparant deux milieux, l'intégrale est calculée sur le contour fermé entourant chaque sous domaine. Ainsi, nous aurons:

$$\int_{\Gamma} H' \frac{\partial H_z}{\partial n} d\Gamma = \int_{\Gamma_1} H' \left(\frac{\partial H_z}{\partial n} \right)_1 d\Gamma + \int_{\Gamma_2} H' \left(\frac{\partial H_z}{\partial n} \right)_2 d\Gamma \quad 2.31$$

Sur la frontière Γ_2 on a la condition de Newman (figure 2.1).

$$\int_{\Gamma_2} H' \left(\frac{\partial H_z}{\partial n} \right)_2 d\Gamma = \int_{\Gamma_2} H' q_{\Gamma_2} d\Gamma \quad 2.32$$

Par la suite, on posera $\mathbf{H}_z = \mathbf{H}$.

Sur la partie du contour Γ_1 apparait la condition de Dirichlet : $\mathbf{H} = \mathbf{0}$.

La condition de continuité de la composante normale de \mathbf{H} fait donc annuler le terme:

$$\int_{\Gamma_1} H' \left(\frac{\partial H}{\partial n} \right)_1 = 0 \quad 2.33$$

Finalement, l'équation (2.30) se réduit à:

$$W = \iint_{\Omega} \left(\frac{\partial H'}{\partial x} \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H'}{\partial y} \frac{\partial H}{\partial y} \right) d\Omega - \iint_{\Omega} H' \sigma \frac{\partial B}{\partial t} d\Omega + \int_{\Gamma_2} H' q_{\Gamma_2} d\Gamma = 0 \quad 2.34$$

2.4.4 Discrétisation par éléments finis

La subdivision du domaine d'étude Ω engendrera des sous domaines Ω^e .

Si W^e est la valeur de l'intégrale sur un élément e , on a alors:

$$\begin{aligned}
W = \sum_e W^e = \sum_e \iint_{\Omega^e} & \left[\left(\frac{\partial H^e}{\partial x} \frac{\partial H^e}{\partial x} + \frac{\partial H^e}{\partial y} \frac{\partial H^e}{\partial y} \right) d\Omega^e \right. \\
& \left. + \iint_{\Omega^e} H'^e \sigma \frac{\partial B^e}{\partial t} d\Omega^e - \int_{\Gamma_2^e} H'^e q_0 d\Gamma^e \right] = 0
\end{aligned} \tag{2.35}$$

L'élément e est triangulaire de surface plane Ω^e , donc on peut exprimer le champ magnétique en fonction des valeurs nodales sur l'élément e par l'équation (2.35). Si les fonctions de pondérations sont choisies égales aux fonctions d'interpolations, on est en présence de la méthode de GALERKIN. Cette dernière est l'une des techniques numériques les plus utilisées dans la résolution des problèmes du champ électromagnétique. $H'^e = N^e$.

Le champ magnétique \vec{H} s'exprime en fonction des valeurs nodales sur l'élément e :

$$H^e(x, y, t) = \sum_{i=1}^{ne} N_i^{eT}(x, y) H_i^e(t) = (N_1^e, N_2^e, N_3^e) \begin{pmatrix} H_1^e \\ H_2^e \\ H_3^e \end{pmatrix} \tag{2.36}$$

$$\text{Où :} \quad N^{eT} = [N_1^e \quad N_2^e \quad \dots \quad N_{ne}^e] \tag{2.37}$$

$$H^e(t) = [H_1(t) \quad H_2(t) \quad \dots \quad H_{ne}(t)]^T$$

ne : Le nombre de nœuds de l'élément ;

H_i : La valeur de \mathbf{H} au nœud i ;

H_i^e : La valeur de \mathbf{H} aux nœuds i de l'élément e ,

N_{ij}^{eT} : La fonction d'interpolation qui doit vérifier la relation:

$$N_i^{eT}(x_j, y_j) = \begin{cases} 0 & \text{si } i \neq j \\ 1 & \text{si } i = j \end{cases} \tag{2.38}$$

(x, y) Représentent les coordonnées du nœud i (j ou le nœud k).

Les indices i et j varient de 1 à nn , où nn est le nombre de nœuds total du maillage. \mathbf{H} est le vecteur inconnu donnant les valeurs du champ magnétique aux nœuds de la section maillée.

$N_i^e(i, j)$: Fonctions d'interpolation polynomiales aux nœuds de chaque élément e du maillage.

Ω^e représente la surface de l'élément e .

$$W^e = \iint_{\Omega^e} \left(\frac{\partial N_i^e}{\partial x} \frac{\partial N_i^{eT}}{\partial x} + \frac{\partial N_i^e}{\partial y} \frac{\partial N_i^{eT}}{\partial y} \right) H^e d\Omega^e + \iint_{\Omega^e} N_i^e \sigma \frac{\partial B^e}{\partial t} d\Omega^e - \int_{\Gamma_2^e} N_i^e q_{\Gamma_2} d\Gamma^e = 0 \tag{2.39}$$

Les matrices élémentaires s'écrivent sous la forme suivante:

$$W^e = S^e H^e + T^e - P^e = 0 \quad 2.40$$

$$S_{ij}^e = \iint_{\Omega^e} \left(\frac{\partial N_i^e}{\partial x} \frac{\partial N_j^e}{\partial x} + \frac{\partial N_i^e}{\partial y} \frac{\partial N_j^e}{\partial y} \right) d\Omega^e \quad 2.41$$

$$T_{ij}^e = \left\{ \frac{\partial B^e}{\partial t} \right\} \iint_{\Omega^e} \sigma(N_i^e N_j^e) d\Omega^e \quad 2.42$$

$$P_i^e = \int_{\Gamma^e} N_i^e q_0 d\Gamma^e \quad 2.43$$

L'équation globale (2.40) sur tous le domaine Ω s'exprime par:

$$[S]\{H\} + [T] = \{P\} \Rightarrow [S]\{H\} + [T] = \{P\} \quad 2.44$$

$[S]$ et $[T]$ représentent respectivement les matrices de raideur et de conduction. $\{P\}$ est le terme source (conditions aux limites, etc.). Le vecteur $\{H\}$ est constitué des valeurs nodales du champ magnétique. De plus, les matrices $[S]$ et $[T]$ sont symétriques.

Si on suppose que la condition : $q_0 = 0 \Rightarrow \{P\} = 0$.

Donc l'équation (2.45) se réduit à :

$$[S]\{H\} + [T] = 0 \quad 2.45$$

Les matrices élémentaires s'écrivant sous la forme suivante :

$$[T^e] = \frac{\sigma \Delta_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad 2.46$$

$$[S^e] = \frac{1}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} S_{ii} & S_{ij} & S_{ik} \\ sym & S_{jj} & S_{jk} \\ sym & sym & S_{kk} \end{bmatrix} \quad 2.47$$

$$[S^e] = \frac{1}{4\Delta_e} \begin{bmatrix} b_i b_i + c_i c_i & b_i b_j + c_i c_j & b_i b_k + c_i c_k \\ sym & b_j b_j + c_j c_j & b_j b_k + c_j c_k \\ sym & sym & b_k b_k + c_k c_k \end{bmatrix} \quad 2.48$$

Δ_e Représente l'aire de l'élément triangulaire e . Les éléments de la matrice $[S^e]$ sont définis comme suit :

$$S_{ji} = S_{ij} \quad , \quad S_{ki} = S_{ik} \quad \text{et} \quad S_{kj} = S_{jk} ;$$

$$b_i = y_j - y_k ; \quad c_i = x_j - x_k$$

$$b_j = y_k - y_i ; \quad c_j = x_k - x_i$$

$$b_k = y_i - y_j ; \quad c_k = x_i - x_j$$

$$a_i = x_j y_k - x_k y_j$$

$$a_j = x_k y_j - x_i y_k$$

$$a_k = x_i y_j - x_j y_i$$

2.5 Discrétisation temporelle

Pour sa résolution, l'équation (2.41) nécessite une discrétisation dans le temps.

La méthode la plus utilisée est celle dite de Crank Nicolson. Cette méthode est inconditionnellement stable pour $\beta \geq 0.5$. Et se comporte d'une manière précise pour $\beta = 0.5$ (algorithme d'Euler semi implicite) et assure la stabilité, en permettant une excellente précision [19]. Δt étant le pas du temps.

Soit :

$$\begin{cases} \frac{U_{(t+\Delta t)} - U_t}{\Delta t} = \frac{\partial U}{\partial t} \Big|_{t+(1-\beta)\Delta t} \\ \frac{U_{(t+\Delta t)} - U_t}{\Delta t} = \beta \frac{\partial U}{\partial t} \Big|_t + (1-\beta) \frac{\partial U}{\partial t} \Big|_{t+\Delta t} \end{cases} \quad 2.49$$

Ce qui correspond à :

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\{B\}_{t+\Delta t} - \{B\}_t}{\Delta t} = \beta \frac{\partial B}{\partial t} \Big|_t + (1-\beta) \frac{\partial B}{\partial t} \Big|_{t+\Delta t} \quad 2.50$$

$$U|_{t+(1-\beta)\Delta t} = \beta U_t + (1-\beta)U_{t+\Delta t} \quad 2.51$$

Soit :

$$T_i^e = \frac{B_{t+\Delta t} - B_t}{\Delta t} \int_{\Omega^e} \sigma N_i^e d\Omega^e \quad 2.52$$

$$T_i^e = \frac{B_{t+\Delta t}}{\Delta t} \int_{\Omega^e} \sigma N_i^e d\Omega^e - \frac{B_t}{\Delta t} \int_{\Omega^e} \sigma N_i^e d\Omega^e \quad 2.53$$

Alors :

$$T_i^e = T_i^e|_{t+\Delta t} - T_i^e|_t \quad 2.54$$

D'autre part, et en utilisant la relation (2.51) on aura :

$$H^e|_{t+(1-\beta)\Delta t} = \beta H^e|_t + (1-\beta)H^e|_{t+\Delta t} \quad 2.55$$

En substituant (2.54) et (2.55) dans (2.40) on obtient:

$$(1-\beta) S^e H^e|_{t+\Delta t} + T_i^e|_{t+\Delta t} + \beta S^e H^e|_t - T_i^e|_t - P^e = 0 \quad 2.56$$

On a: $B = \mu H$. Sachant que la perméabilité $\mu = \mu(H)$, donc :

$$[T] = [Y]\left(\frac{\mu}{\Delta t}\right)\{H\} \quad 2.57$$

2.6 Technique d'assemblage

L'assemblage consiste à regrouper les matrices et les vecteurs élémentaires dans une matrice globale et un vecteur global. La technique d'assemblage la plus utilisée est la méthode appelée par expansion. Cette technique comporte deux étapes:

- Construction de la matrice $[K^e]_g$ et du vecteur $[L^e]_g$ étendus successivement de $[K^e]$ et $[L^e]$.
- Addition des matrices $[K^e]_g$ et des vecteurs étendus $[L^e]_g$ pour $(e=1 : nnt)$ (annexe1).

De manière à standardiser les opérations d'assemblage, on définit pour chaque élément la table de localisation élémentaire *node* qui donne la position de chaque terme de $[K^e]$ dans $[K]_g$. Après assemblage, il s'en suit :

$$\left((1 - \beta)[S] + [Y]\left(\frac{\mu}{\Delta t}\right) \right) \{H\}^{t+\Delta t} = [Y]\left(\frac{\mu}{\Delta t}\right)\{H\}^t \quad 2.58$$

L'équation (2.58) s'écrira sous la forme :

$$[K][X] = [L] \quad 2.59$$

$$[K] = \left((1 - \beta)[S] + [Y]\left(\frac{\mu}{\Delta t}\right) \right) \quad 2.60$$

$$[X] = \{H\}^{t+\Delta t} \quad 2.61$$

$$[L] = [Y]\left(\frac{\mu}{\Delta t}\right)\{H\}^t \quad 2.62$$

Pour assurer la convergence du calcul de la distribution du champ magnétique à chaque pas de temps, on a appliqué l'algorithme de Newton Raphson. Dans ce cas, l'équation (2.63) représentera le vecteur résidu R . Son développement en série de Taylor au voisinage de H^{i-1} , limité à l'ordre 1, donne :

$$R(H^{i-1} + \Delta H^i) + \left. \frac{\partial R}{\partial H} \right|_{i-1} \Delta H^i = 0 \quad 2.63$$

H^{i-1} est la valeur du vecteur champ à l'itération $(i-1)$, ΔH^i est sa variation à l'itération i .

L'équation (2.63) peut se mettre sous la forme suivante :

$$-\frac{\partial R}{\partial H}\Big|_{i-1} \Delta H^i = R(H^{i-1}) \quad 2.64$$

La résolution de cette équation permet d'avoir ΔH^i . La valeur du vecteur champ H^i à l'itération i est obtenue par : $H^i = H^{i-1} + \Delta H^i$.

1.7 Conclusion

A travers l'étude présentée dans ce chapitre, on est arrivé à formuler l'équation du modèle magnétodynamique exprimé en champ magnétique H . Le modèle obtenu est mis sous forme matricielle. Chaque élément des matrices constituant l'équation globale étant le résultat d'une discrétisation spatiale de type éléments finis et temporelle.

La résolution numérique du modèle établi sera présentée dans le chapitre quatre.

Chapitre 3

Modèles de Calcul des Pertes Fer dans les Matériaux Ferromagnétiques

3.1 Introduction

La puissance dissipée dans le circuit magnétique des machines électriques fait l'objet de beaucoup de recherches de longue date. Cependant, elle reste toujours difficile à modéliser à cause de la complexité des phénomènes mis en jeu et qui l'associent tels que : non-linéarité, anisotropie et hystérésis. La difficulté principale est la représentation des phénomènes microscopiques comme le mouvement des parois et la rotation des moments du processus de magnétisation [36]. Cette énergie apparaît le plus souvent sous forme de chaleur et n'est généralement pas récupérable, d'où l'expression de pertes magnétiques utilisée pour désigner le phénomène. Ces pertes sont appelées aussi pertes fer. Ce terme (pertes fer) englobe généralement toutes les pertes intervenant dans les pièces ferromagnétiques des organes magnétiques des dispositifs électrotechniques [43, 44].

Les pertes fer dépendent de plusieurs facteurs propres à la tôle, tels que la taille des grains, le taux d'impureté, l'épaisseur ou encore le taux de Silicium ajouté (ou autres). Ces facteurs expliquent que chaque qualité de tôle possède ses propres caractéristiques de pertes fer. Outre les caractéristiques intrinsèques au matériau, les pertes fer sont en liaison directe avec la géométrie du circuit magnétique. Taille et méthode d'assemblage sont aussi des paramètres impactant la répartition de l'induction, et donc les pertes fer [45].

Les matériaux ferromagnétiques doivent être nécessairement utilisés sous forme de tôles minces ou rubans, d'autant plus minces que la fréquence de travail est plus élevée. Ces matériaux sont le siège de pertes volumiques d'autant plus importantes que leur conductibilité électrique est plus grande. On comprend relativement bien l'origine physique des pertes magnétiques même si on ne sait pas les prédéterminer avec précision. Des modèles macroscopiques sont étudiés et exploités pour la compréhension et la modélisation des pertes magnétiques dans les tôles utilisées dans les machines électriques par beaucoup d'auteurs. Les modèles analytiques, fondés sur certaines hypothèses simplificatrices, sont relativement faciles à mettre en œuvre mais, ils ne sont en général pas suffisamment précis. Les modèles d'hystérésis dynamiques, ayant une meilleure précision, qui prennent en compte les phénomènes physiques locaux, nécessitent un temps de calcul assez conséquent. De point de vue électromagnétique, la conception de machines performantes requiert donc une approche plus fine dans la description des phénomènes mis en jeu, et notamment les pertes fer. Il existe néanmoins des difficultés dans l'estimation de ces pertes : la finesse du modèle de pertes qui sera employé, l'incertitude relative à la caractérisation des matériaux, les incertitudes

introduites par la discrétisation du système et aussi la dégradation des propriétés magnétiques des tôles lors du processus de fabrication.

Dans ce chapitre et dans un premier temps, on rappellera les modèles déterministes des pertes fer où, les mécanismes à l'origine de ces pertes seront décrits à partir de la théorie statistique de Bertotti [46, 47, 48]. Par la suite, on présentera les modèles d'hystérésis existants et les plus rencontrés dans la littérature, bien qu'ils ne soient pas utilisés dans cette thèse. En dernière partie, nous précisons notre étude sur le modèle de Jiles-Atherton (J-A) qu'on appliquera par la suite pour modéliser les tôles Fe-Si objet d'essai de notre travail.

3.2 Expression générale des pertes

Lors d'un parcours complet du cycle d'hystérésis, l'énergie fournie au noyau pour les champs magnétiques H croissants est plus importante que l'énergie récupérée pour H décroissants. Cette différence constitue les pertes par hystérésis. Ainsi, sur un cycle complet, le milieu extérieur fournit par unité de volume de la matière, le travail [36, 45, 50] :

$$W = \oint H dB \quad 3.1$$

Ce travail représente les pertes totales volumiques par cycle et est converti en chaleur par les processus d'aimantation. Sous l'action d'un champ extérieur périodique de fréquence f , la puissance moyenne totale dissipée par le processus hystérique est donc:

$$P_{hys} = f \oint H dB \quad 3.2$$

Le terme $\oint H dB$ dépend aussi de la fréquence. Par conséquent, la forme du cycle peut fortement évoluer en régime dynamique.

Ainsi, il est important de noter que l'expression des pertes classiques néglige la réaction des courants induits dans la distribution du champ magnétique, c'est-à-dire qu'elle suppose une induction uniforme dans la section de la tôle, cela est approximativement correct quand la tôle est mince. Quand la fréquence augmente ou les tôles sont plus épaisses, des erreurs peuvent se produire. Ceci peut expliquer la différence entre les résultats prédits et ceux mesurés et étudiés [35].

On décrira dans les paragraphes qui suivent, l'origine physique de ces pertes en distinguant le régime statique du régime dynamique.

3.3 Modèles déterministes des pertes fer

On distingue deux phénomènes physiques principaux à l'origine de ces pertes :

Les pertes par hystérésis (déplacement de parois) et les pertes par courants de Foucault. Il faut toutefois noter que les pertes ont souvent la même origine, à savoir des courants induits mais à des échelles différentes (microscopique et macroscopique). En effet, les déplacements de parois entraînent l'apparition de courants induits microscopiques localisés alors que les courants de Foucault sont plutôt liés au fonctionnement en régime dynamique et se développent à l'échelle macroscopique [35].

En se basant sur ce qui a été donné dans la littérature, on distingue trois méthodes qui permettent de prédire les pertes magnétiques. Ces méthodes sont toutes basées sur les modèles suivants : les méthodes empiriques, le principe de séparation de pertes et les modèles d'hystérésis.

3.3.1 Approches empiriques basées sur l'équation de Steinmetz (1892)

Steinmetz propose une équation caractéristique des pertes fer en fonction de l'induction magnétique B et de la fréquence f . Il s'agit alors d'une relation déterminée de manière purement empirique sans lien avec une quelconque explication physique (les processus microscopiques étaient en effet à l'époque inobservables) [33, 35, 51]. L'équation de Steinmetz est donnée par :

$$P = k_h B_m^n f \quad 3.3$$

Où f est la fréquence du champ magnétique extérieur, B_m est l'induction magnétique maximale, k_h et n sont des coefficients qui dépendent du matériau laminé, de l'épaisseur, de la conductivité et d'autres facteurs. L'exposant n est égal à **2** dans le cas des tôles Fer Silicium et égal à **1,6** dans le cas des tôles Fer ordinaires.

La formule de Steinmetz est applicable dans le cas de l'hystérésis statique, sous une induction magnétique inférieure ou égale à **1T**.

Les modèles d'hystérésis et le principe de séparation de pertes, certes performants, restent compliqués à mettre en œuvre et très long en temps de calcul. Par contre, l'approche empirique nous permet la détermination des pertes en utilisant une expression facile et des données fournies par le constructeur. Actuellement, l'équation de Steinmetz est généralement utilisée dans la conception des composants magnétiques.

Quand l'induction magnétique dépasse **1T** et la fréquence commence à augmenter, on trouve une grande contradiction entre les calculs basés sur l'expression (3.3) et les résultats

expérimentaux. Pour cela, divers modèles utilisant la théorie des domaines magnétiques se basant sur la théorie de séparation de pertes pour expliquer les pertes en excès, ont été proposés pour la correction de la formule (3.3).

3.3.2 Principe de Séparation Des Pertes : Modèle De Bertotti (1988)

Le modèle de pertes fer le plus utilisé actuellement dans le dimensionnement de la machine est le modèle de Bertotti grâce à sa simplicité et à sa rapidité de calcul. Le premier modèle proposé en 1988 [48], donne de très bons résultats pour une excitation en induction sinusoïdale. Il fournit des résultats cohérents à condition de respecter l'hypothèse selon laquelle \mathbf{B} doit être homogène dans l'épaisseur de la tôle [45]. Il faut donc que la fréquence soit suffisamment basse. Ce modèle permet d'interpréter à partir de considérations physiques, l'évolution en régime sinusoïdal des pertes en fonction de la fréquence et de prédéterminer de manière cohérente le comportement scalaire et dynamique des pertes magnétiques en prenant en compte la structure microscopique du matériau et les phénomènes physiques responsables des mécanismes d'aimantation. Cependant, l'identification du modèle nécessite des essais nombreux et délicats qu'il faut renouveler pour chaque type de matériau [45].

Le principe de séparation des pertes est un excellent outil pour évaluer des mécanismes de pertes des matériaux ferromagnétiques et l'optimisation des machines électriques et leur modélisation. Les pertes magnétiques sont alors expliquées à l'aide d'une étude statistique de pertes locales par courants induits microscopiques autour des divers objets magnétiques (OM) en mouvement tels que les parois de Bloch. Un lien est alors établi entre la contribution purement empirique du modèle de Steinmetz (1892) et la physique microscopique des matériaux magnétiques [36]. La forme et les dépendances de dissipations sont alors explicitées et exprimées en fonction de paramètres physiques qu'il est alors possible d'identifier par de simples corrélations et d'utiliser dans la compréhension, la métallurgie des matériaux.

Selon le principe de décomposition des pertes introduit par Bertotti, et en présence d'un champ magnétique uniforme, on peut séparer les pertes totales en trois contributions [BER-85][46] (figure 3.1):

$$P_{tot} = P_{hys} + P_c + P_{exc} \quad 3.4$$

- P_{hys} : pertes par hystérésis. Elles sont obtenues à partir des pertes mesurées en quasi

statique. Elles dépendent de l'induction crête.

- P_c : pertes classiques par courants induits calculées dans un milieu magnétique homogène, isotrope et linéaire.
- P_{exc} : pertes supplémentaires ou pertes en excès. Elles représentent l'écart entre les pertes mesurées et la somme des deux termes précédents.

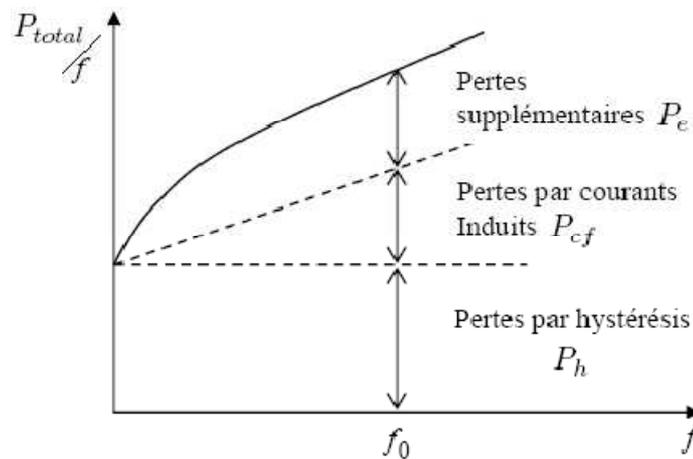


Fig 3.1 Décomposition des pertes totales par cycle

Pour déterminer les pertes par excès, Bertotti décompose également le champ appliqué H_{tot} en trois termes :

$$H_{tot} = H_{hys} + H_c + H_{exc} \quad 3.5$$

H_{exc} : (champ en excès) constitue une composante du champ appliqué qui agit sur les objets magnétiques (OM) actifs. H_{exc} se comporte comme une pression magnétique sur les régions non actives afin de les rendre actives [45].

Un objet magnétique (OM) étant un ensemble de parois voisines qui évoluent en parfaite corrélation.

3.3.2.1 Pertes quasi-statiques ou pertes par hystérésis

La contribution dite quasi-statique ne dépend pas de la fréquence. En effet, cette contribution est obtenue en mesurant une seule fois l'aire du cycle parcouru à très basse fréquence (pratiquement au-dessous de **1Hz**).

On parle du régime statique en absence des phénomènes dynamiques qui sont dus à l'apparition des courants de Foucault lorsque le matériau est soumis à une excitation fortement variable dans le temps. Les pertes par hystérésis sont donc uniquement liées aux propriétés

physiques du matériau et à sa géométrie. Le phénomène d'hystérésis peut être expliqué par la présence d'impuretés et de défauts au sein du matériau magnétique et par l'existence d'un champ démagnétisant dû à la présence des dipôles magnétique voisins et le champ extérieur. Ce dernier s'oppose au champ extérieur et c'est ainsi qu'apparait le retard d'aimantation M par rapport au champ magnétique d'excitation H . En effet, il y'a une énergie d'interaction mise en jeu entre la paroi en mouvement et chacun des défauts du matériau, si bien qu'en arrivant sur chacun d'eux, la paroi se bloque pour surmonter l'action de ces défauts; la paroi doit recevoir une énergie suffisamment grande à partir du champ extérieur qui doit être supérieur au champ de blocage. Les déplacements réversibles puis irréversibles et discontinus de parois d'un site d'accrochage à un autre (sauts de Barkhausen), jusqu'à l'obtention d'une structure mono-domaine pour des valeurs de H suffisantes, entraînent des pertes ayant pour origine les courants induits microscopiques localisées.

Le domaine 2 dans la figure (3.2), et dont l'aimantation est dans le même sens que le champ extérieur gagne en volume par saut brusque de la paroi et il y'a apparition de courants induits locaux qui s'opposent à la variation brutale de l'aimantation.

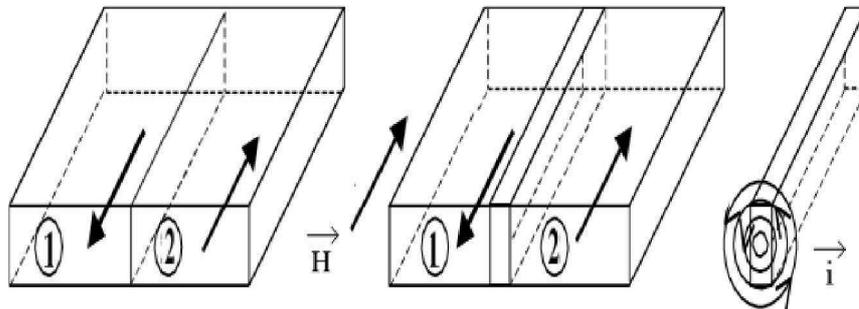


Fig.3.2 Apparition de courants induits locaux lors du déplacement de parois [35].

3.3.2.2 Pertes par courants de Foucault

En régime dynamique, en plus des pertes qui trouvent leurs origines dans le processus statique et les courants induits microscopiques, il existe aussi des courants macroscopiques qui se développent dans l'ensemble du système et qui sont directement liés à la conductivité du matériau considéré. En régime d'induction variable, le matériau magnétique est le siège de courants induits qui circulent autour des lignes de flux magnétique. La circulation de ces courants qui se fait selon des sections droites, s'oppose à la pénétration du flux et génère des pertes appelées pertes par courants de Foucault.

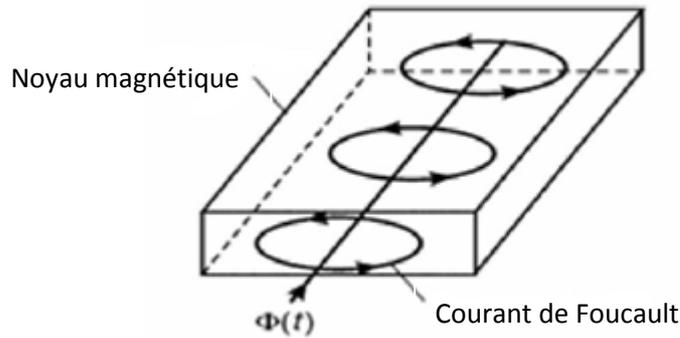


Fig. 3.3 Courants de Foucault dans un noyau magnétique.

En augmentant la fréquence d'utilisation, l'aire des cycles grossit et les pertes augmentent. Selon la théorie statistique de Bertotti. Dans le cas d'une tôle d'épaisseur d et dans la gamme de fréquence où l'épaisseur de peau est négligeable, les pertes dynamiques sont égales aux pertes classiques.

$$P_c = P_{dyn} = \frac{\pi^2}{6} \sigma d^2 f^2 B_{max}^2 \quad 3.6$$

d : l'épaisseur de la tôle. σ est la conductivité électrique.

L'utilisation de matériaux magnétiques à résistivité très élevée, permet de réduire les pertes par courants de Foucault. Pour les matériaux ferromagnétiques, l'addition de quelques pourcentages de Silicium est efficace pour obtenir une augmentation de la résistivité électrique du matériau. Aussi, l'utilisation de ces matériaux sous forme de tôles minces a pour effet de limiter les courants induits macroscopiques dans le matériau [35].

3.3.2.3 Pertes en excès

On appelle pertes en excès, la différence entre les pertes totales mesurées et la somme des deux contributions précédentes (P_{hys} et P_c). Elles peuvent être modélisées et expliquées à l'aide de considérations sur les processus microscopiques dissipatifs réels d'aimantation dynamique. Le mécanisme physique de base régissant les pertes en excès dans les matériaux magnétiques doux, est identifié par la concurrence entre le champ magnétique extérieur appliqué uniformément à l'échantillon et le champ résistant local fortement inhomogène dû aux courants induits microscopiques.

- ✚ Pour les tôles Fer-Silicium à grains non orientés les pertes supplémentaires sont données par l'expression suivante [47, 48]:

$$P_{exc} = 8B_{max}f \sqrt{2 \sigma s^2 G \langle B_S \rangle f H_{hys}} \quad 3.7$$

- G : coefficient d'amortissement d'une paroi ($G = 0,01364$ pour une induction sinusoïdale).
- $\langle B_s \rangle$ est la valeur de l'induction moyenne macroscopique à saturation, quand tous les moments sont orientés chacun suivant son axe de facile aimantation.
- B_{max} est l'induction magnétique maximale du cycle.

Pour calculer H_{exc} à une fréquence donnée f , Bertotti applique la relation suivante :

$$H_{exc} = \frac{P_{exc}}{4fB_{max}} \quad 3.8$$

D'autre part, on a:

$$H_{hys} = \frac{H_0 S B_{max}}{2s^2 \langle B_s \rangle} \quad 3.9$$

- s et S représentent respectivement, la taille moyenne du grain et la section de la tôle.
- Le rapport ($\bar{n} = S/s^2$) représente le nombre total d'OM présent dans la section S .

Une augmentation du champ excessif moyen H_{exc} ou global mène à une augmentation du nombre d'OM simultanément actifs.

- H_0 est un Paramètre constant lié à la microstructure du matériau, de même dimension qu'un champ. Il caractérise l'augmentation de \bar{n} avec la fréquence. Le champ H_0 est directement relié au champ coercitif quasi-statique et macroscopique.

$H_{hys} \cong H_c$ du matériau [BER 1988][48]. De (3.9) on déduit que

$$H_0 = \frac{2s^2 H_c \langle B_s \rangle}{S B_{max}} \quad 3.10$$

En introduisant l'expression (3.9) dans (3.7), on obtient l'équation qui caractérise les pertes supplémentaires dans les tôles Fer Silicium à grains NO:

$$P_{exc} = 8B_{max}f(\sqrt{\sigma S G H_0 B_{max} f}) \quad 3.11$$

En se référant à (3.4), (3.6) et à (3.11) les pertes volumiques totales (P_{tot} (w/m³)) peuvent être calculées en régime sinusoïdal, par l'expression suivante :

$$P_{tot} = P_{hys} + \frac{\pi^2}{6} \sigma d^2 f^2 B_{max}^2 + 8\sqrt{\sigma S G H_0} (f B_{max})^{3/2} \quad 3.12$$

A une excitation sinusoïdale, avec une fréquence f et une induction magnétique B_{max} , les pertes totales par cycle et par unité de masse volumique m_v seront égales à:

$$P_{\text{tot}}/m_v = \frac{1}{m_v} P_{\text{hys}} + \left(\frac{(\pi d)^2}{6m_v} \sigma f^2 B_{\text{max}}^2 + \frac{8}{m_v} \sqrt{\sigma S G H_0} (f B_{\text{max}})^{3/2} \right) \quad 3.13$$

Les pertes totales, par unité de masse seront alors données comme suit:

$$P_{\text{tot}}/m_v = C_0 B_{\text{max}}^2 f + \frac{\pi^2 d^2 \sigma}{6m_v} (B_{\text{max}} f)^2 + C_1 B_{\text{max}}^\alpha f^\beta \quad 3.14$$

Les exposants α et β dépendent de la nature du matériau et valent **1,5** pour les tôles fer silicium.

C_0 et C_1 sont des constantes qui caractérisent le matériau et sont les seules inconnues dans l'équation (3.14). La connaissance de deux points expérimentaux est suffisante pour déterminer leurs valeurs, par conséquent de prédire la dépendance de P_{tot}/m_v en fonction de f et B_{max} [45, 46, 47, 52].

Les deux premiers termes dans l'équation (3.14) correspondent respectivement: aux pertes quasi-statiques par hystérésis et aux pertes par courants induits classiques macroscopiques. Par contre, le troisième terme correspond aux pertes en excès liées aux courants induits microscopiques. En effet, cette équation montre que les pertes par courants induits sont dominantes en hautes fréquences.

3.4 Approches basées sur les modèles d'hystérésis

3.4.1 Généralités

L'hystérésis est un phénomène lié à des processus irréversibles et sa modélisation apparaît donc très délicate. Le fond du problème est que le comportement du matériau ne dépend pas seulement de ses propriétés intrinsèques et des conditions de départ, mais aussi de son «histoire magnétique», c'est-à-dire de toutes les valeurs du champ \mathbf{H} vues depuis sa création. Ceci est dû à la structuration du matériau en domaines dont il existe un grand nombre de combinaisons possibles pour une valeur d'aimantation donnée.

Pour obtenir une exactitude plus élevée pour la prédiction des pertes fer, les modèles mathématiques d'hystérésis peuvent être utilisés si les cycles d'hystérésis ou même les paramètres du matériau à étudier sont disponibles. de nombreux modèles ont été entrepris pour expliquer et modéliser les pertes fer : modèle de Rayleigh (1887), modèle de Langevin modifié par Weiss (1907), Preisach (1935), modèle de Williams (1937), Néel (1950, 1955), Brown et Aharoni (1959), modèle de Chikazumi (1964), Brauer (1975), Rivas & al.(1981), Ising, Stoner-Wohlfarth. En général, ces modèles exigent une série de mesures et des données sur le matériau de la tôle.

Parmi les modèles les plus utilisés dans la modélisation des tôles magnétiques, on cite le modèle de Preisach et le modèle de Jiles-Atherton.

3.4.2 Modèle d'hystérésis de Jiles-Atherton en quasi-statique

Le modèle de J-A (1983) [85] a été développé pour décrire le processus de variation de l'aimantation, à partir d'un équilibre dynamique d'énergie d'échange dans un matériau magnétique. Ce modèle est basé sur les études de Weber (1852), Maxwell (1873), Wiedemann (1886), Ewing (1880), Langevin (1905), Weiss (1907-1916), Kersten (1938-1943) et Becker (1939). Ainsi, Jiles et Atherton publiaient leur modèle en 1983.

Contrairement aux autres modèles, le modèle de J-A décrit l'origine du phénomène d'hystérésis dans les matériaux ferromagnétiques à partir d'une approche physique. Cette description est essentiellement basée sur des considérations énergétiques liées aux déplacements de parois au sein du système magnétique. La théorie de J-A prend en compte l'accrochage des parois dans les sites d'encrage. La position des parois est prise en compte dans le cas du gonflement (courbure) et dans le cas de translation. En d'autres termes, les composantes réversible et irréversible de l'aimantation sont introduites dans le modèle. Ils considèrent aussi l'expression de l'aimantation à l'équilibre thermodynamique. Il s'agit en fait de l'expression de l'aimantation anhystérétique. De même pour le processus réversible de rotation des moments magnétiques lorsqu'on s'approche de la saturation. Le modèle de Jiles-Atherton permet de prendre en compte globalement et de manière macroscopique ces caractéristiques importantes. Les résultats obtenus avec ce modèle sont vérifiés expérimentalement [2, 3, 35].

On présentera ci dessous, la formulation du modèle de Jiles-Atherton dans le cadre de l'étude en régime statique et dynamique des matériaux ferromagnétiques isotropes.

3.4.3 Etablissement du modèle

3.4.3.1 Loi de comportement anhystérétique

L'aimantation anhystérétique représente l'état de l'énergie magnétique minimale d'un matériau ferromagnétique sans hystérésis. Son expression dans le modèle de **J-A** est le résultat de la théorie de Langevin pour les matériaux paramagnétique et de la correction de Weiss [88] pour les matériaux ferromagnétiques. L'expression thermodynamique ou anhystérétique est obtenue en considérant que le matériau est composé d'un ensemble de domaines magnétiques avec des parois fixes ou rigides. Ce qui permet de garder les variations anhystérétiques

réversibles, et de prendre l'interaction entre les moments magnétiques en considération. Donc, l'hypothèse de base résulte de l'interaction entre moments magnétiques en donnant lieu à un champ magnétique \mathbf{H}_m dont l'effet s'ajoute à celui du champ extérieur \mathbf{H} . En effet, le modèle de Langevin a été corrigé par Weiss en rajoutant le champ d'interaction (champ moléculaire) au champ d'excitation. De plus, on suppose que \mathbf{H}_m est proportionnel à l'aimantation M ($H_m = \alpha M$), de sorte que le champ vu par un moment magnétique étant égal à \mathbf{H}_e . Le champ total résultant est appelé champ effectif \mathbf{H}_e [36].

$$H_e = H + \alpha M \quad 3.15$$

α est un paramètre réel "paramètre du champ moléculaire". L'énergie potentielle d'un moment magnétique dans un tel système devient:

$$W_{ferro} = -mB_e = -m\mu_0(H + \alpha M) \quad 3.16$$

Par conséquent, l'énergie totale fournie au matériau ferromagnétique peut être exprimée par deux termes : l'énergie dissipée dans le site d'épinglage (pertes par hystérésis) et la variation de l'énergie causée par la variation de l'aimantation du solide qui peut être considérée comme réversible. En présence des pertes par hystérésis alors [36, 85]:

$$\int f(x) dB_e = \int M dB_e + \int k dB_e \quad 3.17$$

$f(x)$ est la fonction de Langevin.

Dans le modèle de Langevin, le champ \mathbf{H} est remplacé par le champ effectif \mathbf{H}_e . On obtient donc : $x = [(m\mu_0(H + \alpha M)/kT)]$;

$$x = (H + \alpha M)/a \quad 3.18$$

$a = (k_B T / \mu_0 m)(A/m)$: est un paramètre qui caractérise la forme de l'aimantation anhystérétique. Ainsi, l'expression de l'aimantation suivante:

$$M(H_e) = M_S f(H_e) \quad 3.19$$

Par hypothèse, la fonction f dans (3.19) s'annule pour $\mathbf{H}_e = \mathbf{0}$ et tend vers 1 pour \mathbf{H}_e . On remarque que cette équation est auto cohérente (c.-à-d. que \mathbf{M} apparaît dans les deux membres de l'égalité). Il est aussi à noter que le système ferromagnétique a été considéré parfait, donc la courbe $\mathbf{M}(\mathbf{H})$ tracée à l'aide de l'équation (3.19) est la même que \mathbf{H} soit croissant ou décroissant. Une telle loi de comportement est appelée courbe anhystérétique et sera notée

M_{an} . La fonction M_{an} d'un matériau isotrope sous l'action d'un champ effectif H_e est exprimée d'une manière générale par [36]:

$$M_{an}(H_e) = M_s \left[\coth\left(\frac{H_e}{a}\right) - \left(\frac{a}{H_e}\right) \right] \quad 3.20$$

Cette loi (3.20) décrit le comportement d'un matériau ferromagnétique en absence du phénomène d'hystérésis. Le choix de l'équation qui décrit au mieux ce type de comportement est très délicat, puisque les matériaux étudiés présentent une grande variété dans leurs caractéristiques magnétiques (structure en domaines, couplage inter-domaines, nature des atomes ou molécules magnétiques, etc..).

3.4.3.2 Aimantation initiale

Considérons le travail total par unité de volume effectué par le champ magnétique :

$$W_H = \int H dB = \frac{1}{\mu_0} \int B dB - \int M dB \quad 3.21$$

En absence du phénomène d'épinglage; les parois se déplacent sous l'effet de la pression du champ magnétique jusqu'à ce que l'équilibre où l'aimantation totale du matériau est égale à sa valeur anhystérétique. En utilisant le champ effectif de Weiss il vient :

$$\int M dB_e = \int M_{an} dB_e \quad 3.22$$

3.4.3.3 Processus d'aimantation irréversible

L'aimantation irréversible est due essentiellement au déplacement des parois. En absence du phénomène d'hystérésis, l'énergie magnétisante dans un matériau ferromagnétique est obtenue en soustrayant les pertes dues à l'hystérésis, à l'énergie qu'on a eu dans un cas idéal et qui représente l'énergie associée au comportement anhystérétique ce qui nous permet d'avoir l'expression de l'énergie suivante [13]:

$$\int M_{irr}(H_e) dB_e = \int M_{an}(H_e) dB_e - k' \int \frac{dM_{irr}}{dB_e} dB_e \quad 3.23$$

$\int M_{an}(H_e) dB_e$: L'énergie qui sera obtenue dans le cas idéal ou sans pertes

En effet, l'équation (3.23) est équivalente à:

$$M_{irr} = M_{an} - \delta k \left(\frac{dM_{irr}}{dB_e} \right) \quad 3.24$$

C'est l'équation différentielle du modèle de l'hystérésis. δ est un paramètre réel assurant que le pinning s'oppose aux variations de l'aimantation.

* $\delta = +1$ quand le champ magnétique H croît dans la direction positive ($dH/dt > 0$).

* $\delta = -1$ quand le champ magnétique H croît dans la direction négative ($dH/dt < 0$).

Sachant que : $dB_e = \mu_0 d(H + \alpha M)$ et en supposant que ($M \approx M_{irr}$), l'équation (3.24) peut être réarrangée comme suit:

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{M_{an}(H) - M_{irr}(H)}{\frac{\delta k}{\mu_0} - \alpha(M_{an}(H) - M_{irr}(H))} \quad 3.25$$

* La constante k est lié à la densité d'énergie moyenne d'ancrage des parois. Pour les matériaux magnétiques à haute perméabilité ; $k \approx H_C$.

$$dM_{irr} = \frac{M_{an}(H) - M_{irr}(H)}{\frac{\delta k}{\mu_0} - \alpha(M_{an}(H) - M_{irr}(H))} dH \quad 3.26$$

L'aimantation irréversible M_{irr} peut être obtenue par intégration numérique de (3.26).

3.4.3.4 Processus d'aimantation réversible

La composante réversible représente la translation réversible des parois et la rotation réversible des moments. Par contre, la composante irréversible représente le déplacement irréversible des parois. Dans un processus d'aimantation et en absence des pertes par hystérésis, la variation d'énergie magnétique doit être égale à l'énergie totale fournie au matériau. D'où :

$$M_{rev} = c(M_{an} - M_{irr}) \quad 3.27$$

$c = \frac{\chi_{in}}{\chi_{an}}$: est un coefficient de réversibilité tel que $c \in [0,1]$.

Il est déterminé expérimentalement par le biais du rapport des susceptibilités : initiale et anhystérique de la courbe $M(H)$.

3.4.3.5 Aimantation totale

L'aimantation totale M est définie par la somme de deux composantes : l'une réversible notée M_{rev} et l'autre irréversible notée M_{irr} [7, 8].

$$M = M_{rev} + M_{irr} \quad 3.28$$

La dérivation de (3.27) donne la variation de la composante réversible :

$$\frac{dM_{rev}}{dH} = c \left(\frac{dM_{an}}{dH} - \frac{dM_{irr}}{dH} \right) \quad 3.29$$

La différentiation de (3.28) permet d'avoir :

$$\frac{dM}{dH} = \frac{dM_{rev}}{dH} + \frac{dM_{irr}}{dH} \quad 3.30$$

En introduisant les équations (3.25) et (3.29) dans (3.30) on trouve :

$$\frac{dM}{dH} = c \frac{dM_{an}}{dH} + (1 - c) \frac{M_{an} - M_{irr}}{\frac{\delta k}{\mu_0} - \alpha(M_{an} - M_{irr})} \quad 3.31$$

La relation (3.31) représente la susceptibilité magnétique cette équation fait intervenir les paramètres M_s , α , a , k et c . de J-A.

3.5 Effet des paramètres du modèle de J-A sur l'évolution du cycle

d'hystérésis

En résumé, le modèle d'hystérésis de Jiles-Atherton est décrit par l'équation de Langevin modifiée (3.15) pour l'aimantation anhystérétique. L'équation (3.27) représente la partie réversible et l'équation (3.26) décrit la composante irréversible. L'équation (3.28) décrit le comportement de l'aimantation totale. Ainsi, le modèle sera identifié par cinq paramètres qui sont:

1. M_s (A/m) : aimantation spontanée à saturation du matériau (généralement fournie par le constructeur).
2. a (A/m) : paramètre caractérisant la variation de M_{an} en fonction de H_e
3. α (sans unité) : facteur de correction de Weiss représentant le couplage entre les moments magnétiques
4. k (Am) : coefficient représentant la densité des sites d'ancrage des parois et caractérisant la largeur du cycle
5. c (sans unité) : facteur de réversibilité caractérisant la composante réversible de l'aimantation

La génération des cycles d'hystérésis nécessite une résolution de l'équation (3.31). La résolution de l'équation finale passe par la détermination de $M_{an}(H_e)$ qui sera calculée de façon implicite dans l'algorithme de résolution. L'application d'un tel algorithme suppose la connaissance des différents paramètres (M_s , α , a , k , c). La difficulté majeure du modèle de JA réside dans l'identification de ces cinq paramètres.

La procédure d'identification est d'autant plus difficile que le nombre de paramètres à identifier est important. Compte tenu des exigences demandées en termes de précision, il est nécessaire de disposer d'outils de calcul robustes qui permettent de remonter facilement au jeu de paramètres, apte à reproduire fidèlement le comportement magnétique des matériaux.

3.5.1 Détermination des susceptibilités à partir des mesures expérimentales

Les différents paramètres (α , a , k , c) du modèle de J-A peuvent être déterminés à partir des susceptibilités différentielles χ_{in} , χ_r , χ_m , χ_c , et χ_{an} qui sont calculés à partir des essais expérimentaux [56]:

3.5.1.1 Susceptibilité de la courbe initiale

On détermine le premier point correspondant à ($H = 0$ et $M = 0$):

$$\chi_{in} = \lim_{\substack{H \rightarrow 0, \\ M \rightarrow 0}} \left(\frac{dM}{dH} \right) = c \frac{M_s}{3a} \quad 3.32$$

3.5.1.2 Susceptibilité anhystérétique

L'expression générale de l'aimantation anhystérétique n'existe pas. Jiles utilise la fonction de Langevin puisque elle donne de bons résultats. Soit donc :

$$M_{an} = M_s \left[\coth \left(\frac{H + \alpha M}{a} \right) - \left(\frac{a}{H + \alpha M} \right) \right] \quad 3.33$$

Au voisinage de l'origine, on effectue un développement de fourier de la fonction de Langevin, d'où la susceptibilité anhystérétique à l'origine :

$$\chi_{an} = \frac{dM_{an}}{dH} = c \frac{M_s}{3a - \alpha M_s} \quad 3.34$$

3.5.1.3 Susceptibilité au point coercitif

La susceptibilité magnétique au point coercitif correspond à la pente maximale de la courbe $M(H)$. D'où $\chi_{H_c} = \chi_{max}$

$$\chi_{an} = \left. \frac{dM}{dH} \right|_{\substack{M=0, \\ H=H_c}} = c \left(\frac{dM_{an}(H_c)}{dH} - \frac{dM_{irr}}{dH} \right) + \frac{M_{an}((H_c) - M_{irr})}{k\delta - \alpha(M_{an}((H_c) - M_{irr}))} \quad 3.35$$

3.5.1.4 Susceptibilité au point rémanent

$$\chi_r = \left. \frac{dM}{dH} \right|_{\substack{M=M_r, \\ H=0}} = c \left(\frac{dM_{an}(M_r)}{dH} - \frac{dM_{irr}}{dH} \right) + \frac{M_{an}((M_r) - M_{irr})}{k\delta - \alpha(M_{an}((M_r) - M_{irr}))} \quad 3.36$$

3.5.1.5 Susceptibilité au point maximum

Pour calculer a et α il est souvent utile d'utiliser les coordonnées H_m et M_m du point maximum de fermeture du cycle d'hystérésis et la pente de la courbe d'aimantation initiale en ce même point. Considérons donc, la susceptibilité différentielle de l'équation (3.37) au point de fermeture du cycle avec $\delta = 1$. Si la fermeture est suffisamment proche de la saturation, la susceptibilité maximum χ_m de la courbe d'aimantation en ce point est égale à celle de la courbe anhystérétique.

$$\chi_m = \left. \frac{dM}{dH} \right|_{\substack{M=M_m \\ H=H_m}} = \frac{M_{an}((H_m)-M_m)}{k - \alpha(M_{an}((H_m)-M_m))} \quad 3.37$$

3.5.2 Détermination des paramètres à partir des susceptibilités mesurées

3.5.2.1 Au point coercitif :

La coercivité est déterminée par l'intensité d'épinglage et par conséquent, par le paramètre k .

Pour les matériaux magnétiques doux, on trouve que $k \approx H_c$

Au point coercitif $H=H_c$ et $M = 0$ et $\delta = 1$.

$$k = \frac{M_{an}(H_c)}{1-c} \left[\alpha + \frac{1}{\frac{\chi_{max}}{1-c} - \left(\frac{c}{1-c}\right) \frac{dM_{an}(H_c)}{dH}} \right] \quad 3.38$$

3.5.2.2 Au point rémanent :

la susceptibilité différentielle χ_r au point de rémanence ($H = 0$, $M = M_r$ et $\delta = -1$),

La rémanence est utilisée pour déterminer le paramètre α . Alors :

$$M_r = M_{an}(r) + \frac{k}{\frac{\alpha}{(1-c)} + \frac{1}{\chi_r - c \chi_{an}(r)}} \quad 3.39$$

$$\alpha = \frac{(1-c)k}{M_r - M_{an}(M_r)} - \frac{1}{\frac{\chi_r}{1-c} - \left(\frac{c}{1-c}\right) \frac{dM_{an}(M_r)}{dH}} \quad 3.40$$

La susceptibilité anhystérétique lie les paramètres a et α par une relation qui dépend de la forme de la fonction de l'aimantation anhystérétique choisie.

La fonction de Langevin modifiée a été utilisée avec succès pour modéliser l'aimantation anhystérétique.

$$\chi_{an} = \lim_{\substack{H \rightarrow 0 \\ M \rightarrow 0}} \left(\frac{dM_{an}(H)}{dH} \right) = \frac{M_S}{3a - M_S \alpha} \quad 3.41$$

$$a = \frac{M_S}{3} \left(\frac{1}{\chi_{an}} + \alpha \right) \quad 3.42$$

On remarque que la relation qui lie les paramètres physiques k , α , a , c est non linéaire. En effet, le calcul de ces paramètres revient à résoudre un système physique non linéaire formé de quatre équations, ce qui rend le processus de calcul très difficile ; par conséquent, peut engendrer une certaine imprécision qui est sûrement indésirable.

3.6 Modèle de Jiles en régime dynamique pour les matériaux magnétiques

Conducteurs

Une extension en dynamique du modèle statique de Jiles-Atherton [8] a été réalisée, en réécrivant l'équation du bilan énergétique avec les contributions des pertes supplémentaires qui apparaissent en régime dynamique. Pour des raisons de simplicité, on suppose que le champ magnétique pénètre entièrement dans la section du matériau et d'une façon uniforme (cas d'une tôle mince) [55].

Les pertes de puissances dans les systèmes électrotechniques sont séparées en trois types (principe de séparation des pertes de Bertotti) : pertes par hystérésis dE_{hys}/dt , les pertes par courants induits dE_{cl}/dt et les pertes supplémentaires ou d'anomalie dE_{exc}/dt . Les pertes par courants induits sont obtenues en résolvant l'équation de Maxwell :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = - \frac{d\vec{B}}{dt} \quad 3.43$$

Les pertes instantanées de puissance classiques résultantes des courants induits par unité de volume sont proportionnelles au carré de la variation de l'aimantation :

$$\frac{dE_{cl}}{dt} = \frac{d^2}{2\rho\beta} \left(\frac{dB}{dt} \right)^2 = \frac{\mu_0^2 d^2}{2\rho\beta} \left(\frac{dM}{dt} \right)^2 \quad 3.44$$

$\rho(\Omega m)$ est la résistivité, $d(m)$ est la dimension de section (épaisseur pour les tôles et diamètre pour les formes cylindriques ou bien sphériques). β est un facteur géométrique qui est égal à : $\beta=6$ pour les tôles, $\beta=16$ pour les cylindres et $\beta=20$ pour les sphères.

Sous l'effet d'une induction magnétique sinusoïdale B à des fréquences f faibles (ce qui permet de supposer que le flux magnétique pénètre complètement dans la section), les pertes par courants induits et par unité de volume sont exprimées par :

$$\frac{dE_{cl}}{dt} = \frac{\pi^2 B_{max}^2 d^2 f^2}{\rho\beta} \quad 3.45$$

B_{max} est la valeur maximale de la densité de flux magnétique.

Les pertes d'anomalie résultent de la variation de la configuration en domaines magnétiques durant le processus d'aimantation. Cette composante de pertes est exprimée d'après Bertotti, par :

$$\frac{dE_{exc}}{dt} = \left(\frac{GdwH_0}{\rho} \right)^{1/2} \left(\frac{dB}{dt} \right)^{3/2} \quad 3.46$$

$w(m)$ est la largeur de la tôle. H_0 est un paramètre exprimé en (A/m) représentant le potentiel interne supporté par les parois.

Introduisons le mécanisme des pertes par courants induits dans le modèle d'hystérésis quasi-statique.

Soit :

$$M_{irr} = M_{an} - k\delta \frac{dM_{irr}}{dH_e} \quad 3.47$$

$$M_{rev} = c(M_{an} - M_{irr}) \quad 3.48$$

On a : $M = M_{rev} + M_{irr}$. L'équation (3.47) est multipliée par c . Il s'ensuit que :

$$M_{an} = M + k\delta(1 - c) \frac{dM_{irr}}{dH_e} \quad 3.49$$

Par conséquent, l'équation de l'énergie de l'hystérésis devient :

$$\mu_0 \int M_{an} dH_e = \mu_0 \int M dH_e + \mu_0 k\delta(1 - c) \int dM_{irr} \quad 3.50$$

Le membre de gauche présente l'énergie d'entrée, et les termes de droite représentent la variation de l'énergie magnétostatique et celle perdue au niveau de l'encrage des parois (pertes par hystérésis).

Sachant que : $M_{irr} = (1/(1 - c))(M - cM_{an})$. En introduisant les expressions des pertes dans (3.50) on obtient l'équation d'énergie suivante :

$$\begin{aligned} \mu_0 \int M_{an} dH_e &= \mu_0 \int M dH_e + \mu_0 k\delta \int \frac{dM}{dH_e} dH_e - \mu_0 k\delta c \int \frac{dM_{an}}{dH_e} dH_e + \\ &\int \frac{\mu_0^2 d^2}{2\rho\beta} \left(\frac{dM}{dt} \right)^2 dt + \int \left(\frac{GdwH_0}{\rho} \right)^{1/2} \left(\frac{\mu_0 dM}{dt} \right)^{3/2} dt \end{aligned} \quad 3.51$$

Dans (3.51), on remplace :

$$\left(\frac{dM}{dt} \right)^2 dt \quad \text{Par : } \left(\frac{dM}{dt} \right) \left(\frac{dM}{dH_e} \right) dH_e$$

$$\text{Et : } \left(\frac{dM}{dt} \right)^{3/2} dt \quad \text{Par : } \left(\frac{dM}{dt} \right)^{1/2} \left(\frac{dM}{dH_e} \right) dH_e$$

Après différentiation de (3.51), il en résulte :

$$M_{an} = M + k\delta \frac{dM}{dH_e} - k\delta c \frac{dM_{an}}{dH_e} + \frac{\mu_0^2 d^2}{2\rho\beta} \left(\frac{dM}{dt}\right) \left(\frac{dM}{dH_e}\right) + \left(\frac{GdwH_0}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{dM}{dt}\right)^{1/2} \left(\frac{dM}{dH_e}\right) \quad 3.52$$

Cette équation est équivalente à celle de l'hystérésis quasi-statique, mais qui inclue l'effet des pertes par courants induits.

Exprimons l'équation (3.52) en termes de susceptibilité magnétique dM/dH :

$$\text{Puisque : } H = H_e - \alpha M \rightarrow \frac{dH_e}{dH} = 1 + \alpha \frac{dM}{dH} \quad 3.53$$

L'équation (3.52) est multipliée par $(dH_e)/dH$, alors :

$$\frac{\mu_0 d^2}{2\rho\beta} \left(\frac{dH}{dt}\right) \left(\frac{dM}{dH}\right)^2 + \left(\frac{GdwH_0}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{dH}{dt}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{dM}{dH}\right)^{\frac{3}{2}} + \left(k\delta - \alpha \left(M_{an} - M + k\delta c \frac{dM_{an}}{dH_e}\right)\right) \left(\frac{dM}{dH}\right) - \left(M_{an} - M + k\delta c \frac{dM_{an}}{dH_e}\right) = 0 \quad 3.54$$

L'équation obtenue (3.54) représente le modèle direct de Jiles. Il permet de déterminer la susceptibilité magnétique dM/dH par conséquent, d'en déduire le cycle $M(H)$.

3.7 Modèle inverse de Jiles $M(B)$

C'est l'équation du modèle d'hystérésis en régime dynamique.

Etant donné que les modèles étudiés doivent pouvoir être utilisés avec la formulation en potentiel vecteur dans un calcul de champ, nous proposons une adaptation du modèle dynamique de Jiles-Atherton avec B comme variable d'entrée. Le principe du calcul reste le même que celui du modèle $M(H)$ sauf que nous utilisons les expressions (3.44) et (3.46) des pertes par courants induits et des pertes excédentaires dans l'équation du bilan énergétique. La différence par rapport au modèle original est l'introduction de l'expression suivante :

$$\frac{dH_e}{dB} = \frac{1}{\mu_0} - (\alpha - 1) \frac{dM}{dB} \quad 3.55$$

$$\text{Posons : } \left(\frac{dB}{dt}\right)^2 dt = \left(\frac{dB}{dt}\right) \left(\frac{dB}{dH_e}\right) dH_e ;$$

$$\text{Et : } \left(\frac{dB}{dt}\right)^{3/2} dt = \left(\frac{dB}{dt}\right)^{1/2} \left(\frac{dB}{dH_e}\right) dH_e.$$

En dérivant par rapport à H_e puis en multipliant par $\left(\frac{dH_e}{dB}\right)$ nous obtenons l'expression suivante:

$$\begin{aligned} \mu_0 M_{an} \left(\frac{dH_e}{dB}\right) = & \mu_0 M \left(\frac{dH_e}{dB}\right) + \mu_0 k \delta \frac{dM}{dB} - \mu_0 k \delta c \left(\frac{dM_{an}}{dH_e}\right) \left(\frac{dH_e}{dB}\right) + \left(\frac{d^2}{2\rho\beta}\right) \left(\frac{dB}{dt}\right) \\ & + \left(\frac{GdwH_0}{\rho}\right)^{1/2} \left(\frac{dB}{dt}\right)^{1/2} \end{aligned} \quad 3.56$$

Sachant : $H_e = H + \alpha M$ Et $B = \mu_0(H + M)$;

Par conséquent : $B = \mu_0(H_e - \alpha M + M)$ et $\frac{dH_e}{dB} = \frac{1}{\mu_0} - (\alpha - 1) \frac{dM}{dB}$;

Après réarrangement des termes en $dM/(dB)$ l'expression (3.56) devient :

$$\begin{aligned} \frac{dM}{dB} \left(\mu_0(\alpha - 1) \left(M - k\delta c \left(\frac{dM_{an}}{dH_e} \right) - M_{an} \right) + \mu_0 k \delta \right) + \left(M - k\delta c \left(\frac{dM_{an}}{dH_e} \right) - M_{an} \right) + \\ \left(\frac{d^2}{2\rho\beta} \right) \left(\frac{dB}{dt} \right) + \left(\frac{GdwH_0}{\rho} \right)^{1/2} \left(\frac{dB}{dt} \right)^{1/2} = 0 \end{aligned}$$

3.57

3.8 Conclusion

Le présent chapitre a été consacré à rappeler les principaux modèles d'hystérésis scalaires. Ces modèles sont répartis en deux grandes familles :

- Les modèles analytiques sont basés sur des principes simples et leur mise en œuvre est relativement aisée. Cependant et en raison de la mauvaise représentation des propriétés physiques réelles, le domaine d'application de ces modèles est donc particulièrement restreint

- Le modèle de Jiles-Atherton est bien adapté pour représenter le comportement des matériaux doux seulement, la procédure d'identification des paramètres représentant le modèle peut entraîner des problèmes de convergence.

Chapitre 4

Modélisation Numérique du Comportement Magnétique des Tôles Fe-Si 3% à Grains Non Orientés

4.1 Introduction

Après avoir identifié le modèle d'hystérésis approprié qui permet la prise en compte de l'ensemble des pertes dans les matériaux ferromagnétiques, on abordera dans ce chapitre, la modélisation numérique de l'effet des pertes supplémentaires sur les propriétés magnétique de la tôle d'essai. La procédure proposée est basée sur la résolution de l'équation de diffusion électromagnétique associée au modèle de Jiles-Atherton. Ceci suppose donc, le recours à un outil d'analyse numérique performant. La méthode des éléments finis, est l'une des méthodes les plus utilisées aujourd'hui pour résoudre les problèmes complexes.

L'objectif donc de ce chapitre, est la modélisation numérique des tôles (FeSi NO), utilisées dans la construction des noyaux des machines électriques (figure 4.1). Une comparaison avec des résultats de mesure extraits de la littérature est également envisagée.

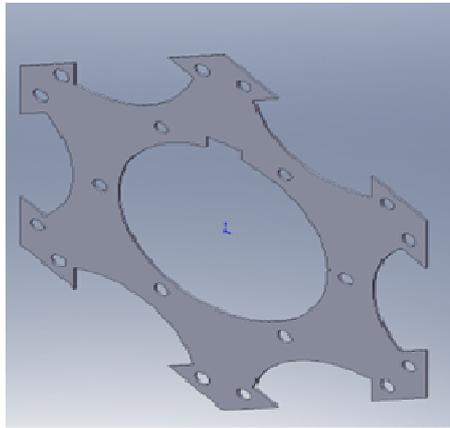


Fig. 4.1 Tôle Fe-Si NO dans le rotor d'un moteur électrique [57]

4.2 Caractéristiques de l'échantillon d'essai

Nous nous sommes intéressés à un échantillon de tôle de la figure 4.2 [58]. Cet échantillon est de longueur définie, d'épaisseur $d=0,5mm$ et de largeur $w=30mm$. La résistivité électrique $\rho=45.10^{-8} \Omega m$ et la moyenne de la taille des grains composants la tôle $s=60\mu m$. L'aimantation de saturation $M_{sat}=1,61.10^{+06} A/m$. La modélisation de la tôle est effectuée à l'aide d'un code éléments finis. Pour tenir compte de la non linéarité du matériau, un modèle d'hystérésis a été intégré dans le code. La modélisation est réalisée à champ alternatif et à fréquence variable [0.5 Hz, 50 Hz, 200 Hz et 500 Hz].

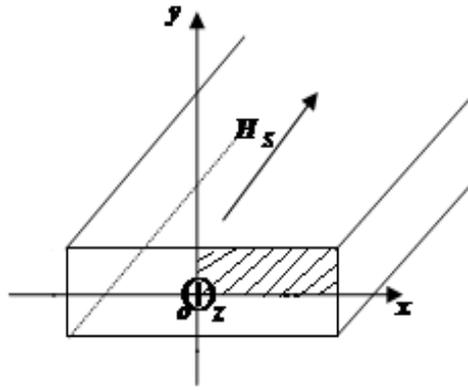


Fig. 4.2 Géométrie de la tôle d'étude [58]

4.3 Modélisation numérique du champ magnétique dans la tôle

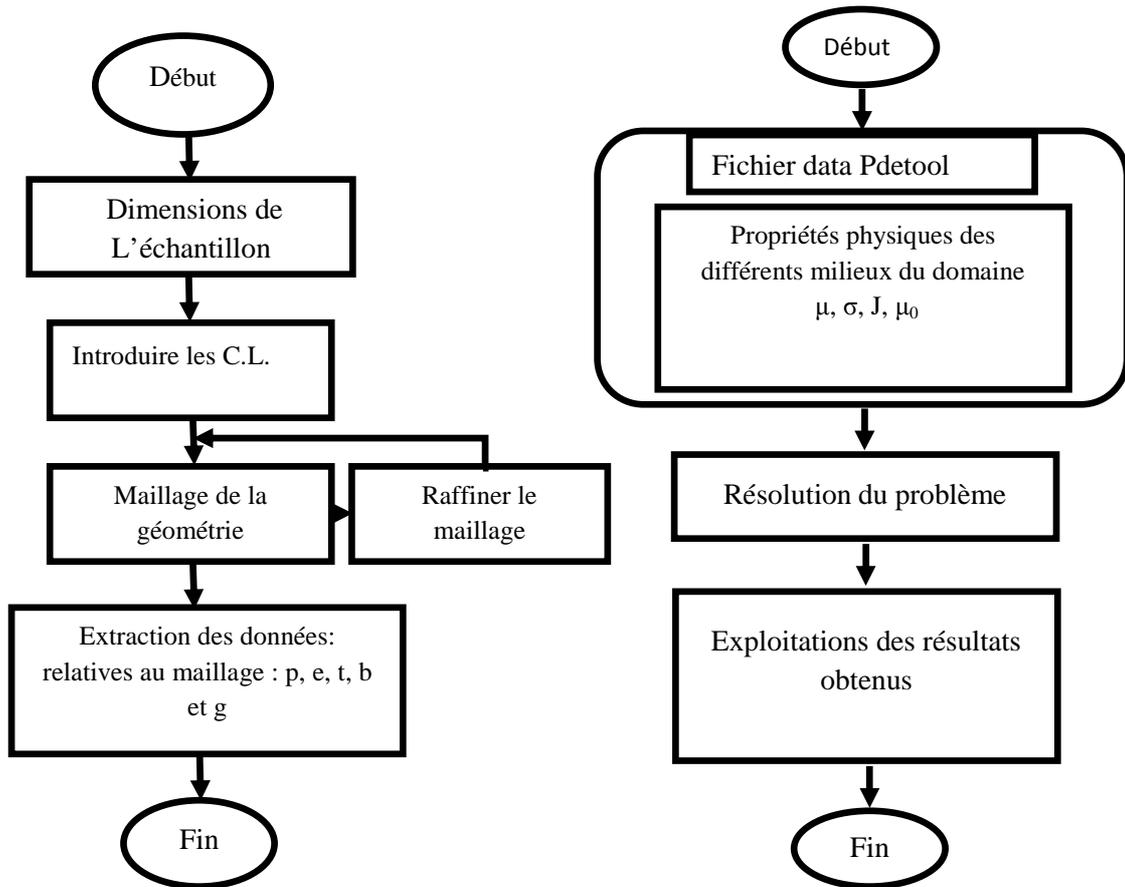
La modélisation de la tôle considérée passe par le traitement de son modèle mathématique qui est intégré dans un code EF sous fortran visuel et sous Malab [59]. L'outil numérique utilisé pour le maillage de la section de la tôle est le Pdetool.

Le traitement du modèle se fait en étapes distinctes. Au niveau du programme, elles correspondent à des fonctions réalisées par des modules (bloc) séparés.

L'organigramme général donné par la Figure (4.3) décrit la structure du programme et indique ses principaux modules.

La figure 4.3a correspond à l'introduction de toutes les informations nécessaires pour la discrétisation de la structure par le logiciel Pdetool. Les données introduites sont : la géométrie du domaine et les conditions aux limites (C.L.), poursuivi par la discrétisation de section en question. Il en résultera un fichier de données. Ce dernier sera exploité lors de la résolution du modèle élaboré.

La figure 4.3b montre l'organigramme global à suivre dans la résolution.



(a) Fichier data Pdetool

(b) Organigramme de résolution

Fig.4.3 : Description de l'organigramme global

p: Liste des points du maillage (coordonnées).

e: Liste des arêtes placées sur la frontière du maillage. La table ***e*** contient les numéros des deux extrémités de chaque arête ainsi que la référence de l'arête.

t: Contient les trois sommets de chaque triangle, ainsi qu'un numéro de référence.

g : Matrice de la géométrie.

b : Matrice des conditions aux limites.

4.3.1 Discrétisation de la section de la tôle en 2D

A cause de la symétrie, la partie modélisée représente le quart de la section de la tôle (section hachurée sur la figure 4.2).

La figure 4.4 montre le maillage effectué. Un maillage simplifié, pour diminuer le

temps de calcul. Les différentes conditions imposées sur tout le contour de la section sont réparties de la manière suivante :

- Sur la surface, on applique un champ magnétique sinusoïdal H_s (champ de source)

$$H_s(t) = H_{max} \sin(2\pi f * t) \quad 4.1$$

- La condition de Neumann dH/dn , est appliquée sur les contours Γ_1 et Γ_2 .

Le nombre de nœuds total égal à 27 et le nombre d'éléments total égal à 32.

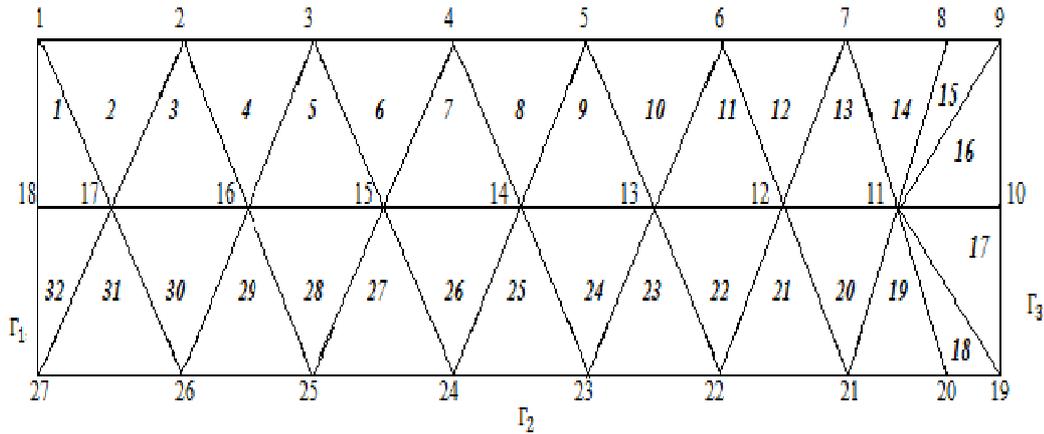


Fig. 4.4 Maillage d'un quart de la section de la tôle.

4.3.2 Implantation du modèle de calcul du champ magnétique H dans le code EF

En régime sinusoïdal, un matériau magnétique est caractérisé par ses pertes magnétiques spécifiques, son induction à saturation, sa perméabilité magnétique, son cycle d'aimantation à une fréquence et une valeur d'excitation magnétique maximale données. Le modèle dynamique non linéaire (équation de diffusion) régissant l'évolution du phénomène électromagnétique dans la section de la tôle est exprimé par l'équation suivante :

$$\left((1 - \beta)[S] + [Y] \frac{\mu}{\Delta t} \right) \{H\}^{t+\Delta t} = [Y] \frac{\mu}{\Delta t} \{H\}^t \quad 4.2$$

$\{H\}^t$ Correspond au vecteur donnant les valeurs nodales du champ magnétique H à l'instant t .

L'équation (4.2) peut être notée comme suit :

$$[K]\{H\}^{t+\Delta t} = [L]\{H\}^t \quad 4.3$$

Où : $[K] = \left((1 - \beta)[S] + [Y] \frac{\mu}{\Delta t} \right)$ et $[L] = [Y] \frac{\mu}{\Delta t}$

Les matrices : $[S]$, $[T]$ sont définies par les relations (2.46) et (2.48).

Du système (4.3), il vient que:

$$\{H\}^{t+\Delta t} = \{K\}^{-1}[L]\{H\}^t \quad 4.4$$

La détermination du vecteur champ $H(t + \Delta t)$ s'effectue à partir d'un code numérique associé au modèle dynamique de Jiles-Atherton (équation 4.5). La procédure du calcul est illustrée à travers les organigrammes 4.5 et 4.6.

$$\frac{M_0 d^2}{2\rho\beta} \left(\frac{dH}{dt} \right) \left(\frac{dM}{dH} \right)^2 + \left(\frac{GdwH_0}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{dH}{dt} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{dM}{dH} \right)^{\frac{3}{2}} + \left(k\delta - \alpha \left(M_{an} - M + k\delta c \frac{dM_{an}}{dH_e} \right) \right) \left(\frac{dM}{dH} \right) - \left(M_{an} - M + k\delta c \frac{dM_{an}}{dH_e} \right) = 0 \quad 4.5$$

- Les pertes instantanées de puissance classiques résultantes des courants induits par unité de volume sont proportionnelles au carré de la variation de l'aimantation :

$$\frac{dE_{cl}}{dt} = \frac{d^2}{2\rho\beta} \left(\frac{dB}{dt} \right)^2 = \frac{\mu_0^2 d^2}{2\rho\beta} \left(\frac{dM}{dt} \right)^2 \quad 4.6$$

- Les pertes d'anomalie résultent de la variation de la configuration en domaines magnétiques durant le processus d'aimantation.

$$\frac{dE_{exc}}{dt} = \left(\frac{GdwH_0}{\rho} \right)^{1/2} \left(\frac{dB}{dt} \right)^{3/2} \quad 4.7$$

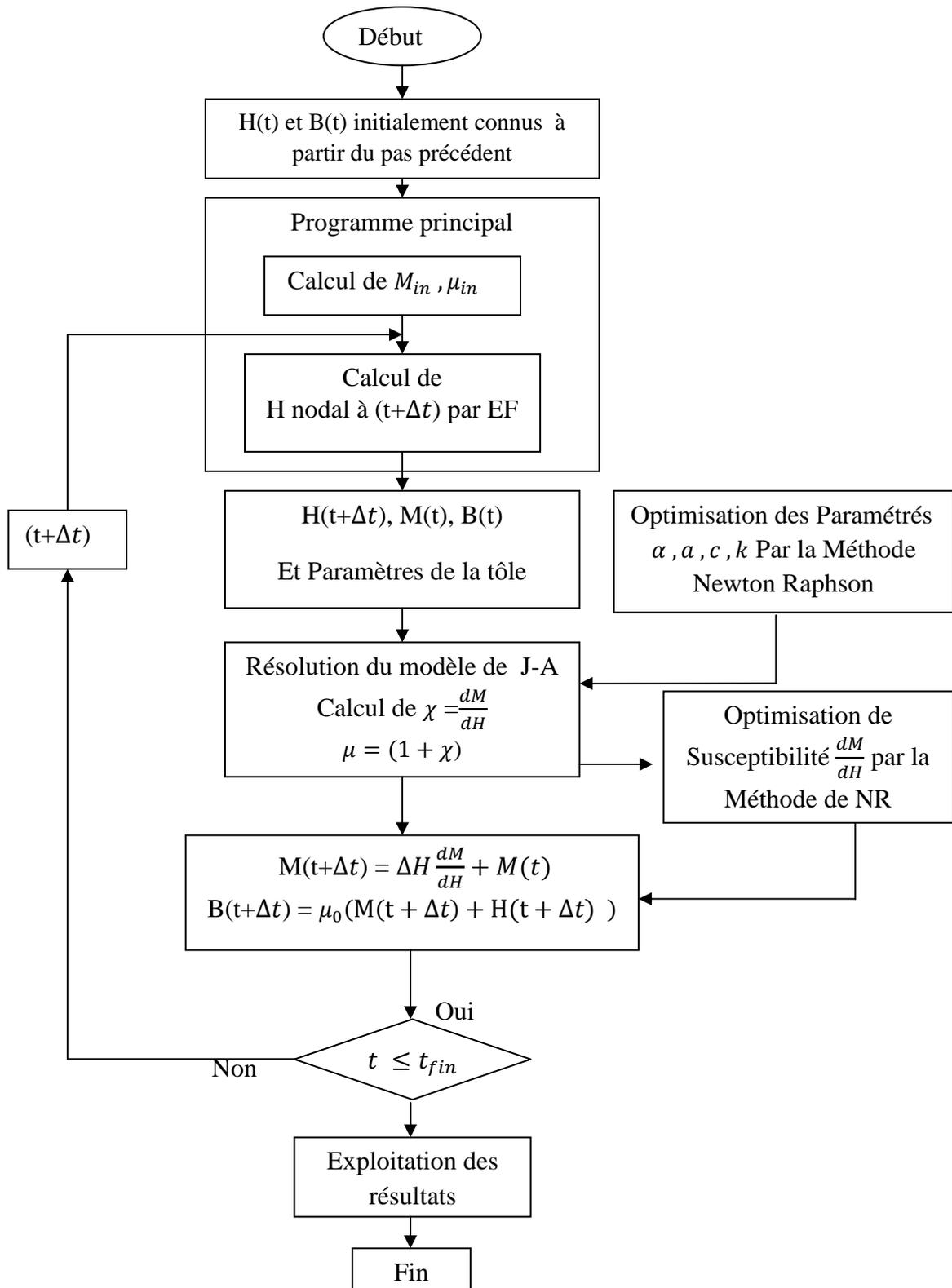


Fig. 4.5 Organigramme de la MEF intégrant le modèle de JA

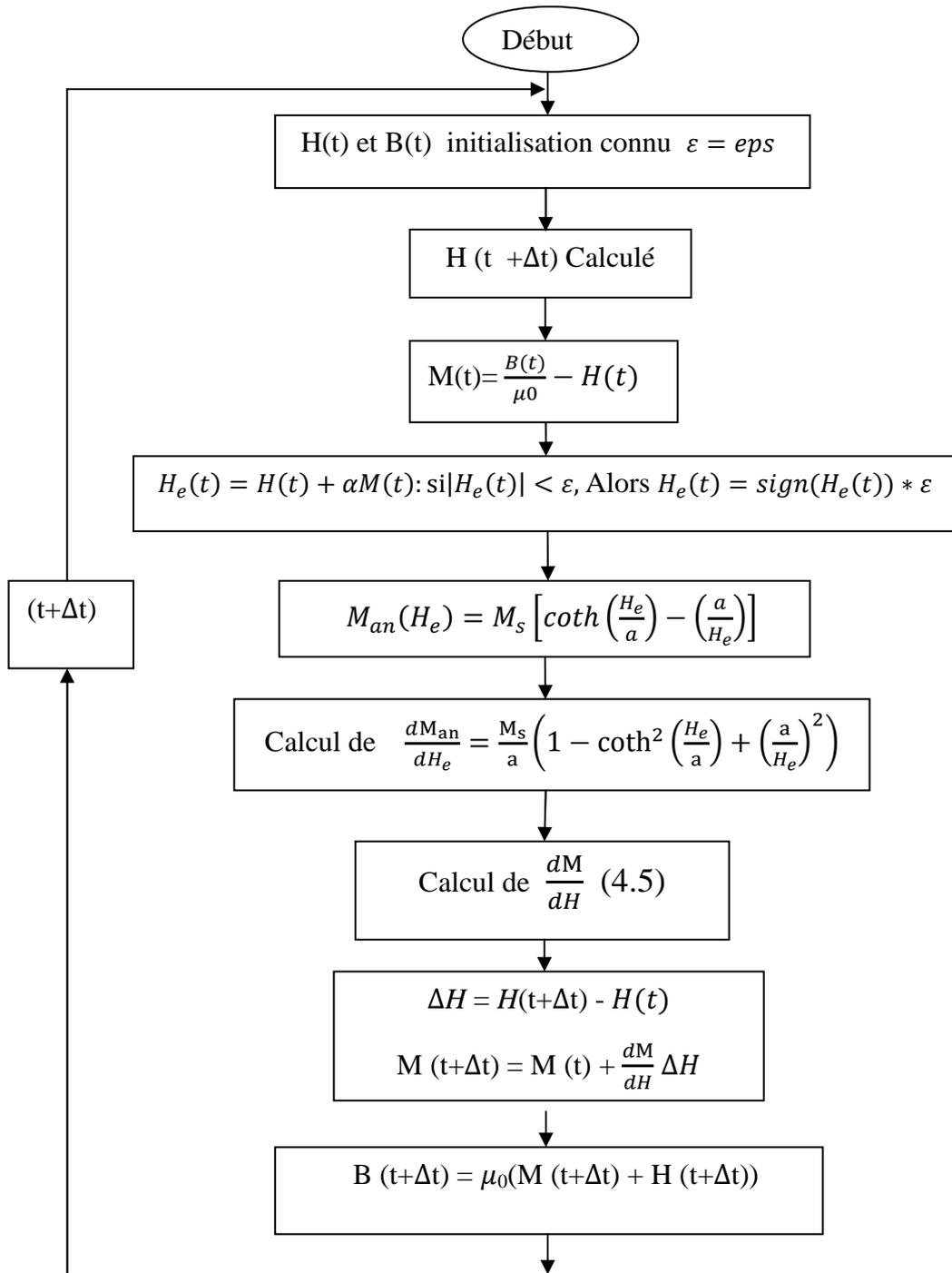


Fig. 4.6 Intégration numérique du modèle dynamique de J-A

4.4 Identification des paramètres physiques du modèle de Jiles-Atherton

1/ L'identification des paramètres pour le modèle d'hystérésis de **J-A** (4.8) s'avère être un processus difficile. Dans [56], des équations non linéaires contenant ces différents paramètres sont à déterminer et pour chaque type de matériau. Pour les résoudre une procédure itérative est proposée, qui est très sensible aux valeurs initiales et à l'ordre de l'évaluation des équations. Ainsi, le procédé d'identification souvent ne converge pas. Pour surmonter ces

problèmes, seulement la première étape de la procédure itérative mentionnée est exécutée afin d'extraire l'information à partir des caractéristiques d'hystérésis mesurées. Ceci mène à un premier ensemble de paramètres pour le modèle de **J-A** qui est optimisé en appliquant la méthode d'optimisation « Newton Raphson ». Cette procédure d'identification est complètement automatique.

Les paramètres sont initialement déterminés sur la connaissance des valeurs des différentes susceptibilités différentielles χ_{in} , χ_r , χ_m et χ_c (chap. III) obtenues à partir des mesures (figure 4.7).

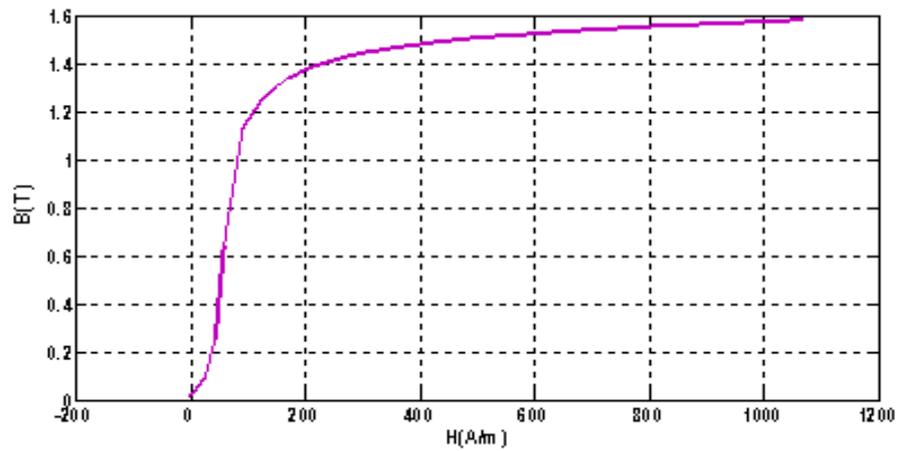


Fig. 4.7 Relevé expérimentale de la première courbe d'aimantation à 0.5Hz.

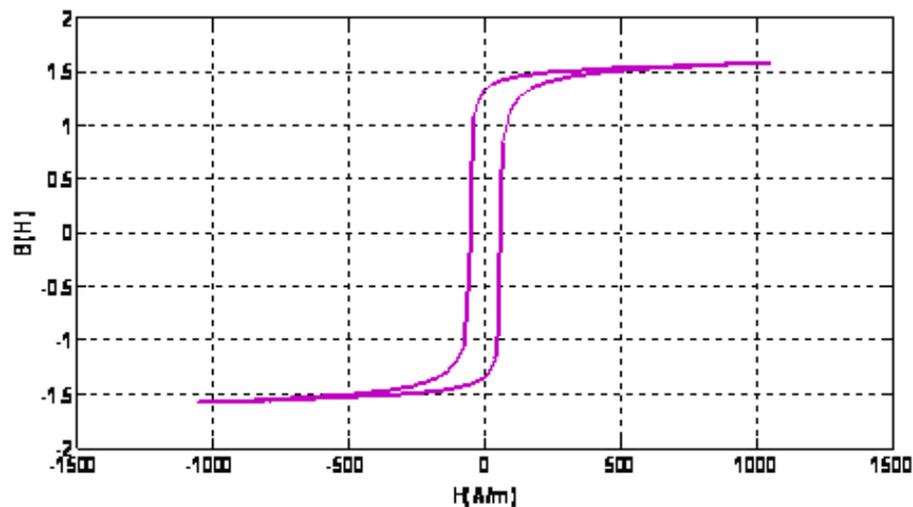


Fig. 4.8 Relevé expérimentale du cycle d'Hystérésis $B(H)$ à 0.5Hz.

2/ Optimisation des paramètres

L'ensemble des paramètres initiaux est optimisé en utilisant l'algorithme de N-R (Table 4.2). La fonction de qualité Q est choisie pour être la valeur de rms de la différence entre les caractéristiques mesurées et calculées du $\mathbf{B(H)}$.

Table 4.2 Paramètres de la tôle Fe-Si 3% NO.

paramètres expérimentaux	Paramètres initiaux	Paramètres Optimisés
$\chi_{an}=1.03450 \times 10^{+05}$	$k(\text{A/m}) = 57.533$	$k(\text{A/m}) = 56.855$
$\chi_{in} = 884.194$	$\alpha = 1.554 \times 10^{-4}$	$\alpha = 1.69 \times 10^{-4}$
$\chi_c = 92850.3834$	$a (\text{A/m}) = 131.22$	$a(\text{A/m}) = 130.22$
$\chi_r = 2170.2946$	$c = 0.00881$	$c = 0.008547$
$\chi_m = 106.1033$		
$M_m = 1.53450 \times 10^{+6}$		
$H_c = 55.95$		
$M_s = 1.61 \times 10^{+6}$		
$M_r = 1.0542 \times 10^{+6}$		

4.5 Banc de mesure et de caractérisation magnétique de la tôle

Le banc d'essai qui était utilisé pour déterminer l'ensemble des résultats de validation exploités dans ce chapitre, sont fournis par un banc qui a été développé dans le laboratoire d'électrotechnique de Grenoble **LEG** (annexe 3).

Le cadre Epstein est spécialement conçu pour travailler à basse et moyenne fréquences (figure 4.9). Le principe de fonctionnement du cadre Epstein est similaire à celui d'un transformateur à vide dont le circuit magnétique est formé par un cadre carré de longueur $\mathbf{L_m}$. Ce cadre est composé par des tôles à tester. Ils sont couverts aux extrémités pour assurer une bonne circulation du flux magnétique ; cela constitue le noyau. Pour ce qui est enroulements, le primaire du cadre comporte un nombre de spires $\mathbf{N_1}$, ce qu'il permet d'atteindre des champs élevés tandis que le secondaire comporte un nombre de spires $\mathbf{N_2}$. La mesure de la puissance absorbée par ce transformateur à vide donne les pertes du matériau.

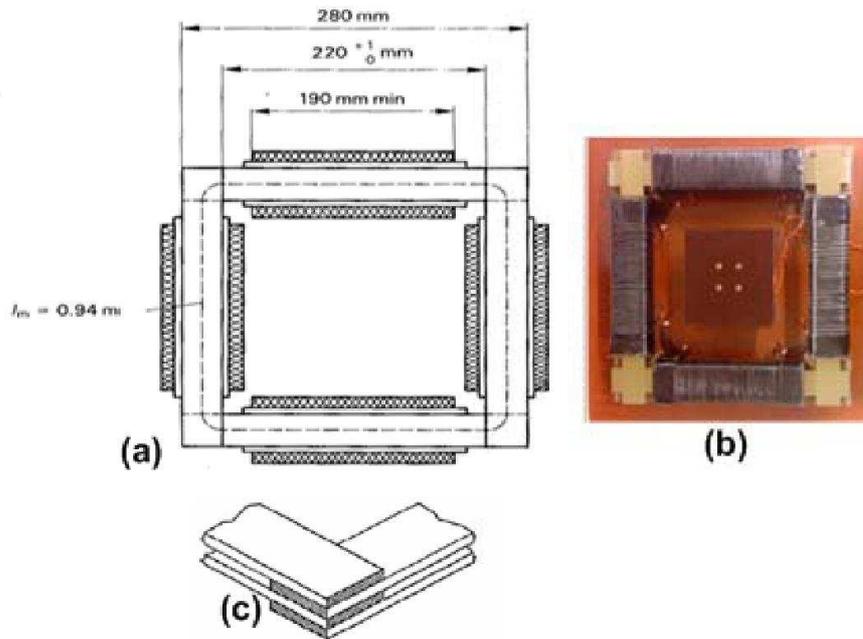


Fig. 4.9 - (a), (b) respectivement Schéma illustratif et photo du cadre d'Epstein
 c) joint de recouvrement [60].

La mesure du courant au primaire I_1 permet d'avoir un champ H à la surface de l'échantillon, et la mesure de la tension au secondaire E_2 donne l'induction moyenne B dans la tôle.

$$H = \frac{N_1 I_1}{L_m} \quad 4.8$$

$$B = -\frac{1}{N_2 \times S} \int E_2 dt \quad 4.9$$

4.6 Exploitation et interprétation des résultats de simulation

4.6.1 Modélisation numérique du champ magnétique à fréquence constante

L'analyse des résultats de simulation met en évidence une répartition uniforme du champ magnétique H et de l'induction magnétique B .

La figure 4.10 montre la variation du champ magnétique H_s de la source et du champ magnétique au nœud 4 (H_4) situé à la surface de la tôle. Le champ magnétique H_4 est en phase avec H_s . Partant de la surface vers l'intérieur de la tôle, l'intensité du champ magnétique diffère d'un point à un autre et diminue au fur et à mesure qu'on s'éloigne de la surface de la tôle (figure 4.11), cela est due à l'ensemble des pertes qui apparaissent avec la pénétration du champ magnétique dans l'échantillon telles que, les pertes par courant induit et les pertes supplémentaires.

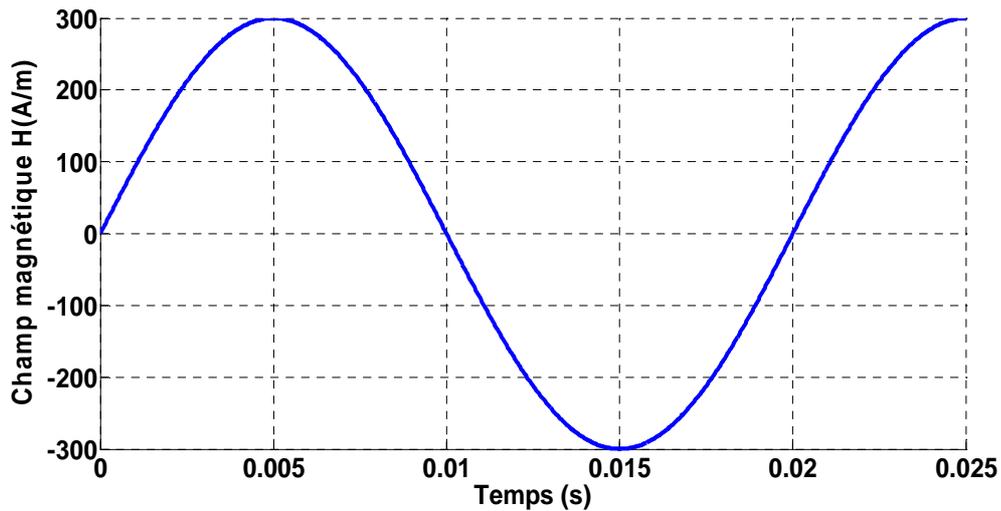


Fig. 4.10 Evolution du champ magnétique de source $H_s(t)$

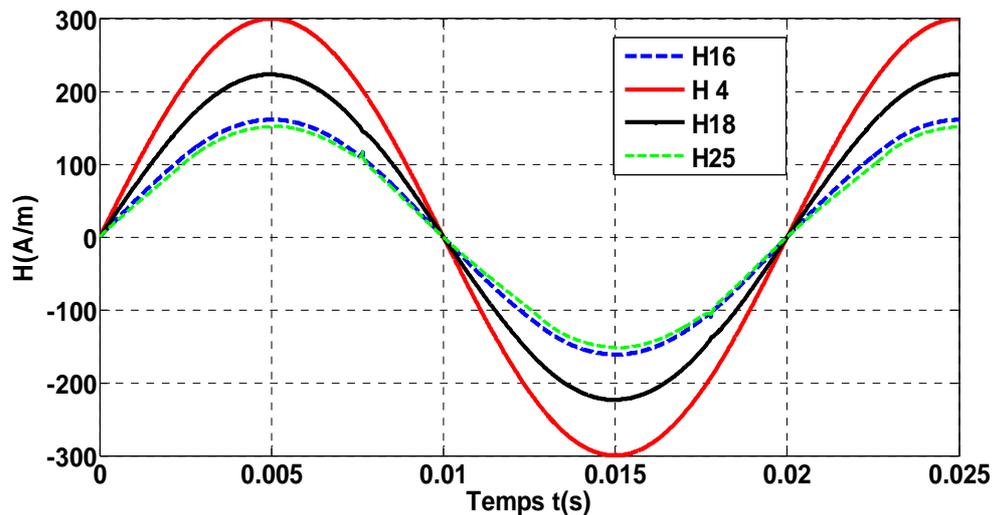


Fig.4.11 Représentation du champ magnétique H(t) en différents nœuds de la tôle

D'autre part, la figure 4.12 montre l'évolution de l'induction magnétique moyenne dans la tôle et on l'a comparée avec celle tracée pour le nœud 4.

La figure 4.13 illustre l'évolution des cycles d'hystérésis $B(H)$. Ce qui est intéressant de noter dans ce cas, est que l'ensemble des pertes dans la tôle sont relativement faibles au point situé à la surface par rapport à l'intensité du champ moyen dans la tôle.

Sachant que :

$$H_{\text{moy}} = \frac{\text{la somme des valeurs nodales de l'intensité du champs magnétique } H}{\text{le nombre total des noeuds}}$$

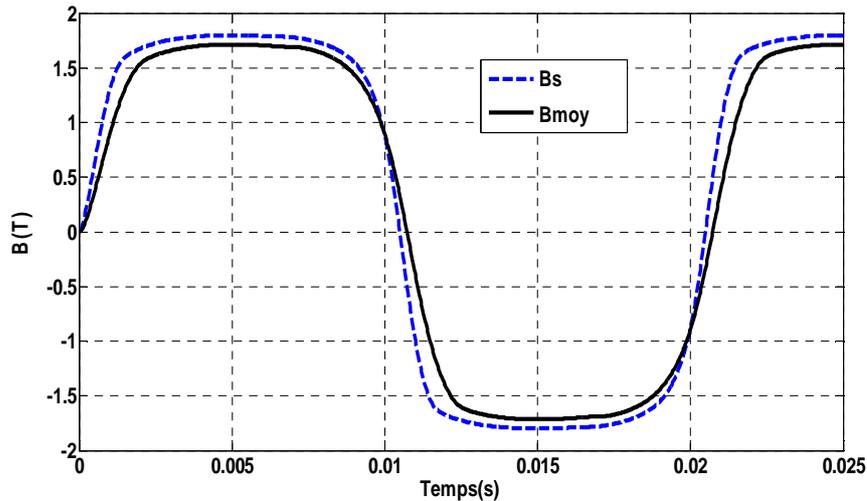


Fig. 4.12 Induction magnétique $B_{moy}(t)$ et $B_4(t)$

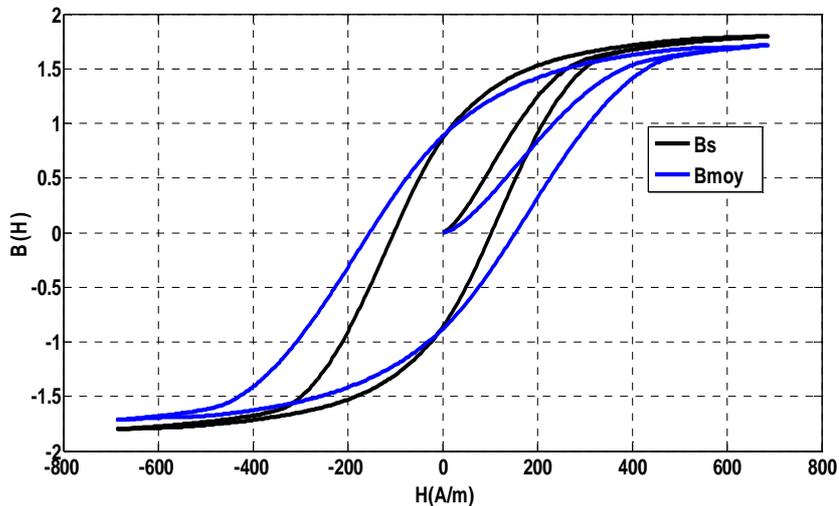


Fig. 4.13 Cycles d'Hystérésis $B_{moy}(H)$ et $B_4(H)$

4.6.2 Modélisation numérique du champ magnétique à fréquence variable

4.6.2.1 Modélisation avec pertes supplémentaires négligeables

L'étude a été accomplie sur l'échantillon en régimes statique et dynamique (à fréquence variable) et à champ d'excitation constant.

Vu les difficultés rencontrées pour effectuer des mesures expérimentales pour avoir les caractéristiques magnétiques hystérétiques du matériau, les courbes $B(H)$ (figure 4.14-4.18), ont été relevés manuellement de la référence [62].

Dans la figure 4.14, on remarque que pour la fréquence de 0.5 Hz les courbes obtenues par modélisation et par mesure se rapprochent.

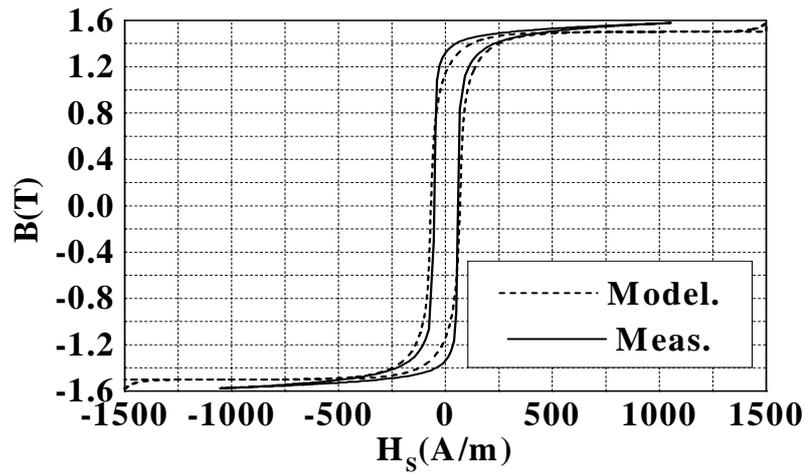


Fig. 4.14 Cycles d’hystérésis, simulé et mesuré, d’une tôle non orientée
Pour une fréquence de 0,5 Hz.

Les figures 4.15 à 4.17 représentent les cycles d’hystérésis pour les fréquences : 50 Hz, 200 Hz et 500Hz. Dans chacune de ces figures on compare le cycle d’hystérésis déterminé par modélisation avec celui tracé à partir de la mesure. Les courbes obtenues par modélisation sont tracés à partir du modèle de JA (équation 4.8) intégré dans le code EF. Ici on ne tient compte que des pertes classiques. Les pertes supplémentaires dues au changement de la configuration en domaines magnétiques sont ignorées ($P_{exc} = 0$).

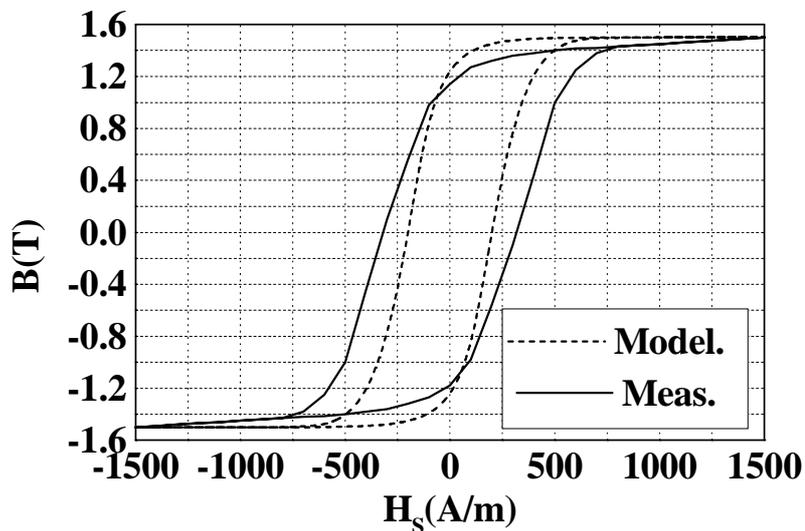


Fig. 4.15 Cycles d’hystérésis, simulé et mesuré, d’une tôle non orientée pour une fréquence de
50Hz sans la prise en compte des pertes supplémentaires

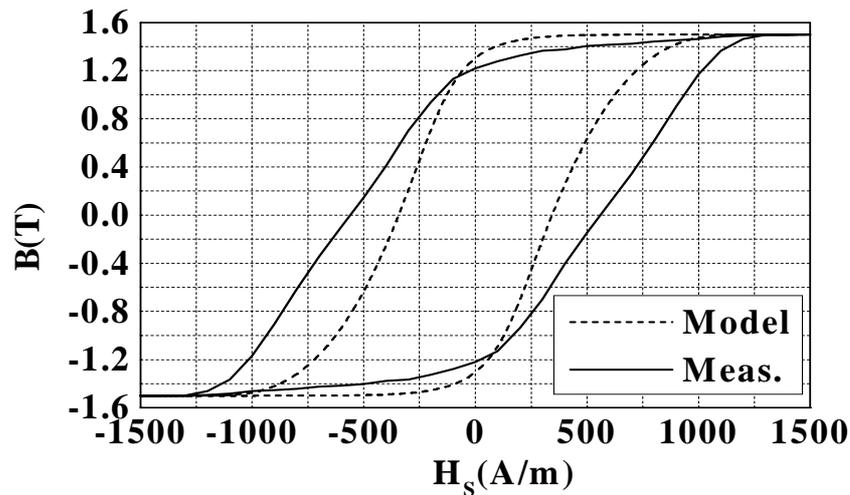


Fig. 16 Cycles d'hystérésis, simulé et mesuré, d'une tôle non orientée pour une fréquence de 200 Hz sans la prise en compte des pertes supplémentaires

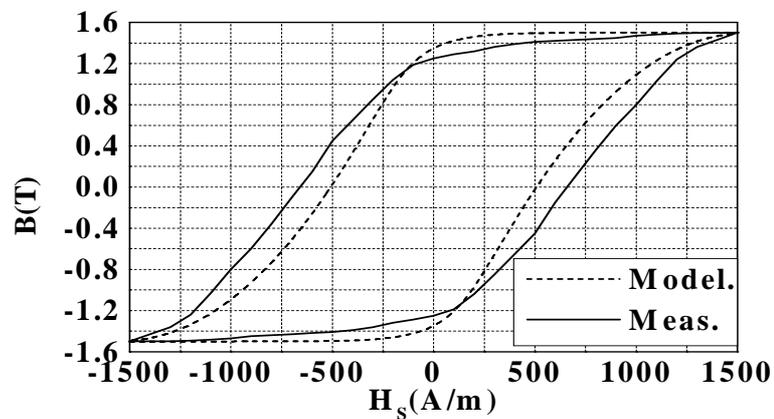


Fig. 17 Cycles d'hystérésis, simulé et mesuré, d'une tôle non orientée pour une fréquence de 500Hz sans la prise en compte des pertes supplémentaires

On remarque que l'aire des cycles d'hystérésis augmente avec l'augmentation de la fréquence. La comparaison entre les courbes dans les figures 4.15- 4.17 montre une nette différence entre les mesures et la modélisation. C.à.d. qu'à partir de la fréquence de 50Hz l'effet des pertes dynamiques sur les propriétés magnétiques du matériau commencent à apparaître.

4.6.2.2 Modélisation du champ magnétique en présence des pertes supplémentaires

Il est à noter que le régime dynamique commence à une fréquence f au-delà de **1Hz**. L'écart remarqué entre les mesures et la modélisation dans les figures suscitées, montre combien il est intéressant de tenir compte des pertes supplémentaires.

En plus des pertes qui apparaissent durant le processus statique et les courants induits microscopiques, il existe aussi des courants macroscopiques qui se développent dans la tôle et qui sont directement liés à la conductivité du matériau considéré. Plus la fréquence augmente plus les pertes deviennent importantes.

4.6.2.3 Identification du champ magnétique H_0

Le paramètre H_0 résulte de la théorie des objets magnétiques développée par Bertotti [Ber 88] sur les matériaux à base de grains fins. En effet, dans ces matériaux, les fluctuations du champ coercitif sont contrôlées par la taille des grains. Chaque grain est supposé comme étant un objet magnétique. On suppose aussi que la section du matériau est composée de N objets magnétiques et que la distribution des champs coercitifs locaux dans les différents objets magnétiques est uniforme et ayant une densité constante de valeur $1/H_0$. Alors, H_0 présente la différence moyenne minimale entre les valeurs des champs coercitifs locaux. Le paramètre H_0 peut être facilement relié au champ coercitif macroscopique quasi-statique H_0 associé à l'aimantation maximale B_{max} du cycle d'hystérésis. Cette relation est donnée par l'expression 3.7 (Chap.3):

$$H_0 = \frac{2s^2 H_c \langle B_s \rangle}{SB_{max}} \quad 4.10$$

- $\langle B_s \rangle$ étant la valeur propre de l'aimantation à la saturation telle que $\langle B_s \rangle = 1.7 \text{ T}$.
- s représente la taille du grain. S est la section de la tôle.

Avec : $d=0.5\text{mm}$, $w=30\text{mm}$, $s=60\mu\text{m}$, $B_{max}=1.5\text{T}$, $H_c \cong k = 58,855 \text{ A/m}$,

Donc: $H_0 \cong 0.030 \text{ A/m}$.

On rappelle que pour une induction sinusoïdale $B(t)$ et une fréquence f , Bertotti définit les pertes supplémentaires par unité de masse et par période comme suit :

$$P_{exc} = \frac{1}{fm_v} (\sqrt{\sigma S G H_0} \frac{1}{T} \int_0^T \left| \frac{dB(t)}{dt} \right|^{1,5} dt) \quad 4.11$$

$$P_{exc} = \frac{8,76363}{m_v} (\sqrt{\sigma S G H_0} (f B_{max}))^{1,5} \quad 4.12$$

Dans les figures 4.18 à 4.20 on montre une bonne concordance entre les résultats obtenus par la mesure et ceux déterminés par la modélisation, cela revient en fait à la prise en compte des deux types de pertes dynamiques à savoir pertes classiques et pertes supplémentaires ($P_{exc} \neq 0$).

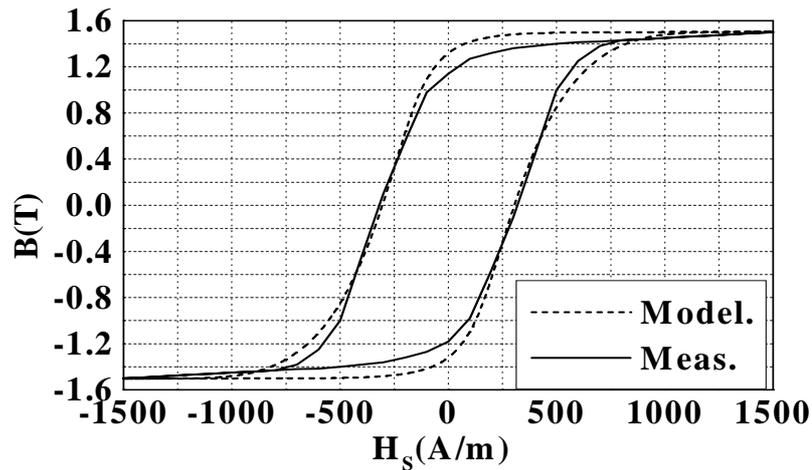


Fig. 4.18 Cycles d'hystérésis, simulé et mesuré, d'une tôle non orientée pour une fréquence de 50Hz avec la prise en compte des pertes supplémentaires

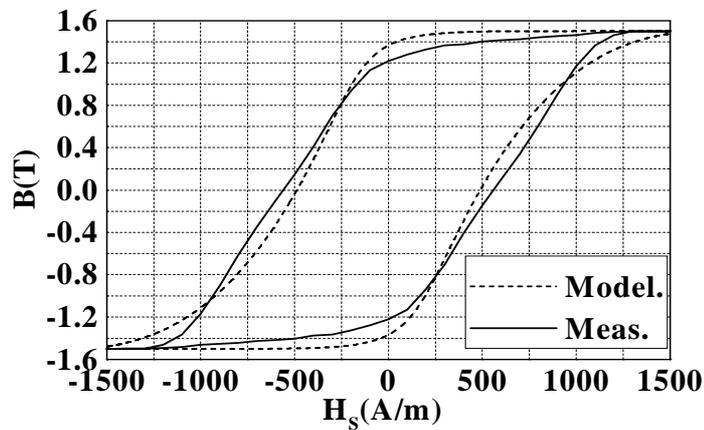


Fig. 4.19 Cycles d'hystérésis, simulé et mesuré, d'une tôle non orientée pour une fréquence de 200Hz avec la prise en compte des pertes supplémentaires.

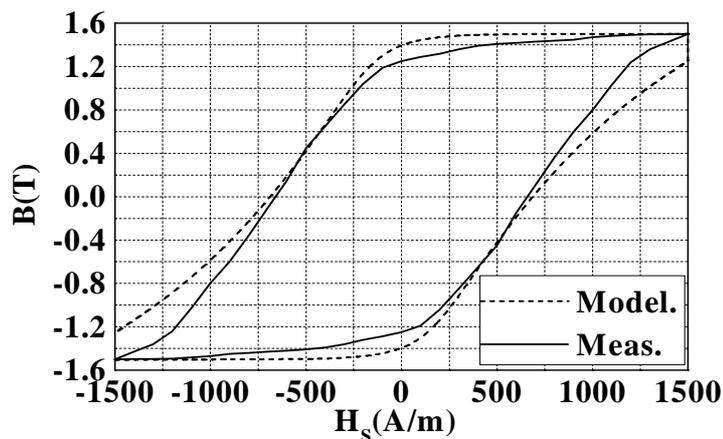


Fig.4.20 Cycles d'hystérésis, simulé et mesuré, d'une tôle non orientée pour une fréquence de 500Hz avec la prise en compte des pertes supplémentaires

4.7 Interprétation des résultats

Ces courbes montrent clairement l'apport de la prise en compte des deux types de pertes (P_c , P_{exc}). On peut également noter un faible déphasage entre les deux signaux. Ce résultat confirme la théorie.

Table 4.3 Comparaisons des résultats de modélisation à ceux de la mesure du champ coercitif Pour une tôle non orientée à des fréquences d'excitation différentes.

Fréq. f (Hz)	H_c (A/m) mesuré	H_c (A/m) modélisation	
		Pertes classiques uniquement	Pertes classiques + Pertes suppl.
0.5	55	65	70
50	350	202.01	308.794
200	550	345.584	490.332
500	650	508.107	689.370

On note ici, que la valeur de la rémanence reste pratiquement inchangée pour toutes les fréquences, alors que les valeurs du champ coercitif augmentent avec l'accroissement de la fréquence comme il est illustré dans le tableau 3 et représentée sur la figure 4.21

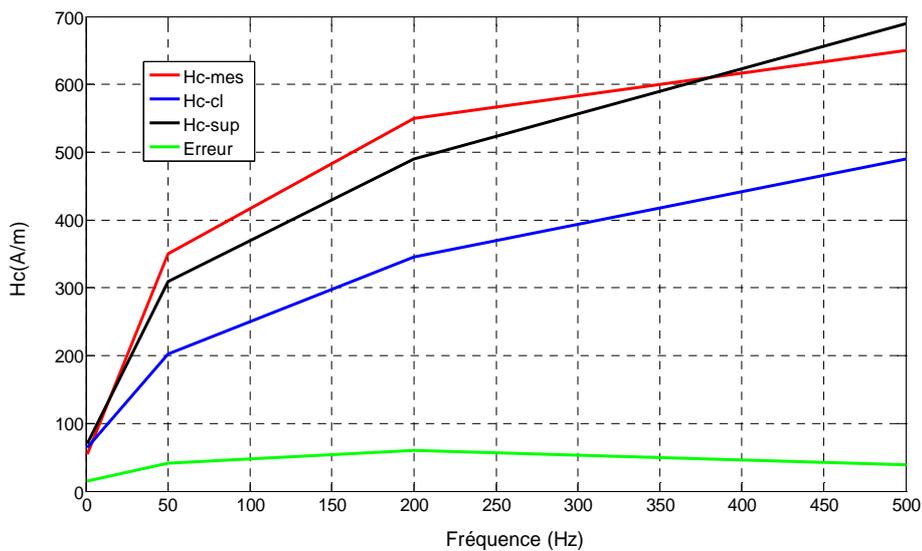


Fig.4.21 Variation du champ coercitif H_c (A/m)

La figure 4.21 décrit la variation de la valeur du champ coercitif H_c avec la variation de la fréquence, et cela pour des cas précis. Dans le premier cas, le calcul des pertes totales ne fait pas intervenir les pertes supplémentaires (en excès). Pour le deuxième cas, les pertes en excès sont introduites dans le calcul des pertes totales. Les courbes représentant les deux cas, sont comparées avec la courbe obtenue par mesure.

4.8 Conclusion

Dans ce chapitre, on a tracé une série de courbes et cela, pour différentes valeurs de la fréquence. Les résultats obtenus sont comparés avec ceux obtenus par mesure. Toutefois, le temps de calcul et la taille mémoire du problème étaient considérables alors on s'est limité au cas d'une tôle ferromagnétique simple. Le problème revient au calcul du champ magnétique dans la section d'une tôle ferromagnétique, en tenant compte du phénomène d'hystérésis. Le modèle physique appliqué est celui de Jiles, en régime dynamique. La modélisation a été réalisée pour les fréquences : $0,5Hz$, $50Hz$, $200Hz$ et $500Hz$. Donc, l'effet de peau n'est plus négligeable. L'analyse du champ est effectuée en résolvant la formulation en H intégrée dans un code en éléments finis. Des résultats satisfaisants ont été obtenus surtout dans le cas où le modèle d'hystérésis tient compte de la configuration en domaines magnétiques. Les résultats retrouvés montrent une convergence qualitative.

Chapitre 5

Modélisation du Comportement
Magnéto-Mécanique des Tôles
Fe-Si 3% à Grains Non Orientés

5.1 Introduction

Une étude bibliographique a montré que plusieurs équipes de recherche dans le monde s'intéressent à la définition du phénomène de couplage magnéto-mécanique. Le couplage en question est un phénomène fondamentalement multiaxial anisotrope, difficile à mesurer et à modéliser. L'étude des problèmes du couplage multiaxiales concernent principalement la prise en compte d'un état de contraintes multiaxiales sur le comportement magnétique ([64, 19, 34, 65], etc.). En plus, l'analyse des différentes études révèle qu'un tel sujet est encore à ce jour, complètement ouvert [66, 67]. La modélisation du couplage entre état mécanique et comportement magnétique nécessite une description aussi précise que possible des grandeurs physiques considérées (magnétique et mécanique). Le problème principal de ce phénomène c'est l'apparition des éléments supplémentaires dont les effets sont non linéaires.

Parmi les principales conséquences liées à ce phénomène, on rencontre la déformation de magnétostriction. Cette dernière dépend en effet, de l'aimantation du champ appliqué et de la contrainte mécanique. Les mécanismes qui en sont à l'origine ont été moins étudiés, ce qui rend plus difficile la modélisation. Une autre difficulté est associée aux conditions aux limites des problèmes étudiés [19].

La déformation de magnétostriction est définie par le changement des dimensions d'un matériau en réponse à l'évolution de son aimantation. Autrement dit, un matériau magnétostrictif change de forme quand il est soumis à un champ magnétique (ou contrainte mécanique). Les matériaux magnétostrictifs sont généralement chargés mécaniquement en fonctionnement normal. Quand une charge de compression est appliquée au matériau et en raison du couplage magnéto-élastique, les forces de la structure du domaine changent d'orientations pour minimiser son énergie interne. Par contre, quand un champ magnétique est appliqué, la structure du domaine tourne pour produire une déformation dans le matériau [1, 19].

La déformation de magnétostriction est de l'ordre de 10^{-4} à 10^{-6} (selon le matériau caractérisé). Cette déformation est faible mais elle ne demeure pas sans effet sur les caractéristiques du matériau. En effet, ce phénomène induit une contrainte qui perturbe la contrainte appliquée. Le manque de stabilité et de contrôle de la contrainte induite conduit dans tous les cas à la présence d'une déformation élastique d'amplitude non négligeable et variable dans le temps.

Vu l'importance du phénomène suscitée, plusieurs études se sont focalisées sur les matériaux magnétostrictifs à savoir : à forte ou à faible magnétostriction.

Les matériaux à magnétostriction géante (i.e. le Terfenol-D) font l'objet d'un grand intérêt en génie électrique. En revanche, une grande importance s'est orientée vers l'étude du comportement des tôles ferromagnétiques faiblement magnétostrictives, et qui sont utilisées dans les machines électriques et les transformateurs (FeSi, FeCo, etc.). La majorité des recherches portent sur une caractérisation, sous sollicitations dans les directions transversales et longitudinales ([1, 2, 67, 68, 69, 70], etc...).

Dans ce contexte, le présent chapitre sera subdivisé en deux parties : le but de la première partie portera sur la définition du phénomène de couplage magnéto-mécanique. Cette partie nous permettra de situer l'intérêt de l'étude de la loi de comportement magnétique des tôles FeSi NO sous l'effet des contraintes mécaniques uniaxiales. Dans la deuxième partie, on proposera un modèle qui décrira le phénomène de couplage magnéto-mécanique, poursuivi d'une discussion complète appropriée à l'introduction d'un facteur appelé «facteur de démagnétisation de contrainte (FDC)».

5.2 Comportement magnétique de la tôle sous contraintes

L'effet des contraintes sur le comportement magnétique est l'effet magnéto-mécanique le plus étudié, en raison de son importance dans le fonctionnement des dispositifs électromécaniques.

De nombreuses expériences ont montré qu'un matériau ferromagnétique voyait ses propriétés magnétiques fortement perturbées par l'application d'une contrainte mécanique [3] cela, peut avoir des incidents sur les performances des dispositifs électromagnétiques. Il est à noter que les sources potentielles de contraintes sont nombreuses, qu'elles soient héritées des procédés de fabrication ou associées aux conditions de fonctionnement des machines. On cherche donc d'une part à connaître les contraintes subies par le matériau, et d'autre part à en identifier les effets, afin de les limiter ou de les exploiter.

5.2.1 Formulation de la loi de magnétostriction à partir de l'énergie interne

Comme il est déjà indiqué au chapitre 1, la magnétostriction décrit une hystérésis magnétique en raison de sa dépendance de l'aimantation \mathbf{M} . En d'autres termes, l'hystérésis magnétique et l'hystérésis magnétostrictive sont intrinsèquement couplées.

L'expression de la magnétostriction peut être donc formulée, en fonction de l'aimantation magnétique \mathbf{M} et de la contrainte mécanique $\boldsymbol{\sigma}$. L'établissement du modèle se base sur le principe de minimisation de l'énergie interne du matériau, par rapport à la déformation mécanique e_{ij} ; tout en supposant que l'échantillon d'essai soit polycristallin,

isotrope et en état d'équilibre mécanique. Ainsi, la magnétostriction devrait commencer de zéro pour le cas désaimanté vers des valeurs non nulles correspondant à un état aimanté [71].

La densité de l'énergie interne dans les matériaux ferromagnétiques polycristallins est définie par :

$$E = E_{el} + E_{me} + \Phi_{mag} \quad 5.1$$

Pour un champ magnétique et une contrainte mécanique orientés suivant l'axe \mathbf{z} , on écrit dans un repère $oxyz$:

$$\begin{aligned} E_{el} = & \frac{1}{2} C_{11} (e_{xx}^2 + e_{yy}^2 + e_{zz}^2) + \frac{1}{2} C_{44} (e_{xy}^2 + e_{yz}^2 + e_{zx}^2) \\ & + C_{12} (e_{yy}e_{zz} + e_{yy}e_{xx} + e_{xx}e_{zz}) - e_{zz}\sigma \end{aligned} \quad 5.2$$

Et,

$$\begin{aligned} E_{me} = & b_1 \left[e_{xx} \left(\alpha_1^2 - \frac{1}{3} \right) + e_{yy} \left(\alpha_2^2 - \frac{1}{3} \right) + e_{zz} \left(\alpha_3^2 - \frac{1}{3} \right) \right] \\ & + b_2 [e_{xy}\alpha_1\alpha_2 + e_{yz}\alpha_3\alpha_2 + e_{xz}\alpha_3\alpha_1] \end{aligned} \quad 5.3$$

E_{el} représente la densité d'énergie élastique exprimée en fonction des déformations mécanique e_{ij} .

E_{me} est la densité d'énergie magnéto-élastique, exprimée en fonction des constantes de couplage magnéto-élastique isotrope b_i ($i=1, 2$). Dans le cas traité, on prend :

$$b_1 = b_2 = b [kN/m^2].$$

Dans l'équation (5.3), les cosinus directeur sont définis tels que :

$$\alpha_1 = 0, \alpha_2 = \sin\varphi, \alpha_3 = \cos\varphi. \text{ Où : } \varphi \text{ est l'angle entre } M \text{ et } \sigma.$$

A l'échelle macroscopique et puisque le système polycristallin est essentiellement isotrope et l'aimantation est alignée suivant la direction du champ, il s'en suit que :

$$\alpha_1 = 0, \alpha_2 = 0, \text{ et } \alpha_3 = 1. \text{ D'où:}$$

$$E_{me} = \frac{2}{3} b e_{zz} - \frac{1}{3} b (e_{xx} + e_{yy}) = \frac{2b}{3} (1 + \nu) e_{zz} \quad 5.4$$

D'autre part :

$$\Phi_{mag} = U_{mag} + \Phi_{hys} = \frac{1}{2} \alpha \mu_0 M^2 + f (M_a - M) \quad 5.5$$

La densité d'énergie magnétique Φ_{mag} se compose de deux termes :

1. La densité d'énergie thermodynamique interne U_{mag} provenant du couplage interne entre les domaines en absence de l'hystérésis.
2. Φ_{hys} est la densité de l'énergie magnétique supplémentaire liée à l'hystérésis magnétique.

$$\Phi_{\text{hys}} = \frac{1}{2} \mu_0 \alpha'' (M_a - M)^2 - \mu_0 \alpha' (M_a - M)H \quad 5.6$$

1. α est la constante de couplage inter-domaines.
2. M_{an} représente l'aimantation anhystérétique.
3. Le terme hystérétique α' est nécessaire pour reproduire le cycle d'hystérésis magnétostrictif conforme avec l'expérience.
4. Il a été remarqué expérimentalement que la magnétostriction part d'une valeur nulle quand le système est initialement aimanté, et elle ne retourne pas au point zéro, mais elle trace un cycle d'hystérésis magnétostrictif qui passe par une valeur minimale λ_{min} appelé « *lift-off* ». Le terme hystérétique α' est nécessaire pour reproduire le phénomène « *lift-off* » expérimental.

La magnétostriction est exprimée en fonction de l'aimantation et de la contrainte qui prennent en considération la contribution de tous les domaines magnétiques.

La minimisation de la densité d'énergie interne E par rapport à la déformation mécanique e_{ij} à l'état d'équilibre mécanique, donne :

$$\frac{\partial E}{\partial e_{xx}} = C_{11}e_{xx} + C_{12}(e_{yy} + e_{zz}) + \frac{\partial \phi_{mag}}{\partial e_{xx}} - \frac{b}{3} = 0 \quad 5.7a$$

$$\frac{\partial E}{\partial e_{yy}} = C_{11}e_{yy} + C_{12}(e_{zz} + e_{xx}) + \frac{\partial \phi_{mag}}{\partial e_{yy}} - \frac{b}{3} = 0 \quad 5.7b$$

$$\frac{\partial E}{\partial e_{zz}} = C_{11}e_{zz} + C_{12}(e_{xx} + e_{yy}) + \frac{\partial \phi_{mag}}{\partial e_{zz}} - \sigma + \frac{2b}{3} = 0 \quad 5.7c$$

$$\frac{\partial E}{\partial e_{xy}} = C_{44}e_{xy} + \frac{\partial \phi_{mag}}{\partial e_{xy}} = 0 \quad 5.8a$$

$$\frac{\partial E}{\partial e_{xz}} = C_{44}e_{xz} + \frac{\partial \phi_{mag}}{\partial e_{xz}} = 0 \quad 5.8b$$

$$\frac{\partial E}{\partial e_{yz}} = C_{44}e_{yz} + \frac{\partial \phi_{mag}}{\partial e_{yz}} = 0 \quad 5.8c$$

Pour un système isotrope, on a :

$e_{xy} = e_{yz} = e_{zy} = 0$ et $e_{xx} = e_{yy} = e_{\perp} = -\nu e_{zz}$, par conséquent, dans les conditions d'équilibre mécanique on a :

$$\frac{\partial \phi_{mag}}{\partial e_{xy}} = \frac{\partial \phi_{mag}}{\partial e_{xz}} = \frac{\partial \phi_{mag}}{\partial e_{yz}} = 0 \quad 5.9$$

ν étant le coefficient de poisson qui est définit par :

$$\nu = \frac{C_{12}}{C_{11} + C_{12}} \quad 5.10$$

C_{11} et C_{12} représentent les constantes d'élasticité exprimées en [kN/cm²]. Pour un système polycristallin à grains non orientés, la relation qui lie C_{11} et C_{12} et C_{44} est donnée par :

$$C_{44} = \frac{(C_{11}-C_{12})}{2} \quad 5.11$$

Pour les matériaux isotropes, le module de Young Y [Pa] est exprimé par la relation:

$$Y = \frac{(C_{11}-C_{12})(C_{11}+2C_{12})}{C_{11}+C_{12}} = C_{11} - 2\nu C_{12} \quad 5.12$$

Le système (5.7a - 5.7c) devient ainsi :

$$\begin{cases} \frac{\partial \phi_{mag}}{\partial e_{xx}} = \frac{b}{3} \\ \frac{\partial \phi_{mag}}{\partial e_{yy}} = \frac{b}{3} \end{cases} \quad 5.13$$

Après intégration de 5.13, la densité d'énergie magnétique sera exprimée par :

$$\phi_{mag} = \frac{b}{3}(e_{xx} + e_{yy}) + f(e_{zz}) = \frac{b}{3}(-2\nu e_{zz}) + f(e_{zz}) \quad 5.14$$

$f(e_{zz})$ dans (5.14) est la fonction qui sera déterminée par intégration de (5.7c) par rapport à e_{zz} et en exploitant les égalités suivantes:

$$e_{xy} = e_{yz} = e_{zy} = 0, \quad e_{xx} = e_{yy} = e_{\perp} = -\nu e_{zz} \quad \text{et} \quad e_{xx} + e_{yy} = -2\nu e_{zz}.$$

Après intégration et arrangement de l'équation en question, la relation obtenue est la suivante :

$$\frac{1}{2}(C_{11} - 2\nu C_{12})e_{zz}^2 - \left(\sigma - \frac{2b}{3}\right)e_{zz} + \phi_{mag} + f_z(e_{xx}, e_{yy}) + C_z = 0 \quad 5.15$$

$(f_z(e_{xx}, e_{yy}) + C_z)$: Constante d'intégration.

En faisant introduire (5.4) et avec la combinaison de (5.12), l'équation (5.1) se simplifie et devient égale à :

$$\left(\frac{1}{2}Y\right)e_{zz}^2 - e_{zz}\sigma + \frac{2b}{3}(1 + \nu)e_{zz} + \phi_{mag} = 0 \quad 5.16$$

Par identification entre (5.15) et (5.16) on aboutit à l'équation suivante :

$$e_{zz}^2 - \frac{2}{Y}\left(\sigma - \frac{2b}{3}(1 + \nu)\right)e_{zz} + \frac{2}{Y}(\phi_{mag} + C_z) = 0 \quad 5.17$$

Sous l'effet d'une contrainte et d'un champ magnétique coaxiaux, la déformation magnéto-mécanique e_{zz} est exprimée par :

$$e_{zz} = \left(\frac{\sigma}{Y} - \frac{2}{3} \frac{b(1+\nu)}{Y} \right) \pm \left\{ \left[\frac{1}{Y} \left(\sigma - \frac{2}{3} b(1+\nu) \right) \right]^2 - \frac{2}{Y} (\Phi_{mag} + C_z) \right\}^{1/2} \quad 5.18$$

Toujours et pour un matériau qui est supposé isotrope, la déformation résultante est composée de la déformation mécanique σ/Y et de la déformation magnéto-élastique e_{me} .

$$e_{zz} = \frac{\sigma}{Y} + e_{me} \quad 5.19$$

Le signe plus est choisi pour avoir $e_{me} = 0$ quand $M = M_s$. Ainsi, on écrira :

$$e_{me} = -\frac{2}{3} \frac{b(1+\nu)}{Y} + \left\{ \left[\frac{1}{Y} \left(\sigma - \frac{2}{3} b(1+\nu) \right) \right]^2 - \frac{2}{Y} (\Phi_{mag} + C_z) \right\}^{1/2} \quad 5.20$$

Pour évaluer la constante d'intégration C_z , les auteurs posent $e_{me} = 0$ à la saturation, c.à.d.

$M = M_{an} = M_s$, il vient alors :

$$C_z = \frac{1}{2Y} \left[\left(\sigma - \left(\frac{2}{3} b(1+\nu) \right) \right)^2 - \left(\frac{2}{3} b(1+\nu) \right) \right]^2 - \Phi_{mag}(M_s) \quad 5.21$$

En faisant introduire (5.19) dans (5.18), on déduit l'expression de e_{me} , tel que :

$$e_{me} = -\frac{2}{3} \frac{b(1+\nu)}{Y} + \frac{2}{3} \frac{b(1+\nu)}{Y} \left\{ 1 - \frac{9Y}{2b^2(1+\nu)^2} (\Phi_{mag}(M) - \Phi_{mag}(M_s)) \right\}^{1/2} \quad 5.22$$

La magnétostriction est définie conventionnellement par λ . Ce paramètre physique est reliée à la déformation magnéto-élastique e_{me} comme suit [71] :

$$\lambda = \frac{2}{3} (e_{me}(M) - e_{me}^0) \quad 5.23$$

1/ Particulièrement, λ est définie comme nulle pour un matériau désaimanté et égale à la magnétostriction à la saturation λ_s .

2/ La constante (2/3) dans (5.23) est un facteur introduit par Chikasaki [71].

3/ e_{me}^0 est la déformation magnéto-élastique correspondant à l'état désaimanté du matériau.

Aussi, on remarque qu'à partir de (5.23) on peut avoir :

- $\lambda=0$; quand $M = M_{an} (H = 0) = 0$.
- $\lambda=\lambda_s = (-2/3)e_{me}^0$ à la saturation quand $M = M_s$.

Dans le cas des aciers polycristallins, avec $b < 0$ et pour $\lambda_s > 0$, on a :

$$\frac{3}{2}\lambda = -\frac{2}{3}\frac{b(1+\nu)}{Y} \left[\begin{array}{c} \left\{ 1 + \left(\frac{9Y}{2b^2(1+\nu)^2} \right) \phi_{mag}(M_s) \right\}^{\frac{1}{2}} \\ - \left\{ 1 + \left(\frac{9Y}{2b^2(1+\nu)^2} \right) (\phi_{mag}(M_s) - \phi_{mag}(M)) \right\}^{\frac{1}{2}} \end{array} \right] \quad 5.24$$

Finalement, l'arrangement de (5.24) permet de déterminer la magnétostriction λ :

$$\frac{3}{2}\lambda = -\frac{2}{3}\frac{b}{Y} \left[\left\{ 1 + \frac{9Y}{2b^2} (\phi_{mag}(M_s)) \right\}^{\frac{1}{2}} - \left\{ 1 + \frac{9Y}{2b^2} (\phi_{mag}(M_s) - \phi_{mag}(M)) \right\}^{\frac{1}{2}} \right] \quad 5.25$$

La magnétostriction λ est une fonction de l'aimantation même en absence de contraintes. Ainsi, en tenant compte des fluctuations de l'énergie magnétique due à l'hystérésis on trouve que la magnétostriction prend initialement des valeurs élevée quand l'amplitude de la densité de flux magnétique décroît à partir de sa valeur maximale (5.25).

5.3 Modèle magnéto-mécanique étendu de Jiles-Atherton-Sablik

La distribution des domaines à une température constante \mathbf{T} donne une aimantation anhystérétique \mathbf{M}_{an} , qui est exprimée en fonction de l'équation de Langevin modifiée. Cette dernière fait inclure la relation qui définit le champ magnétique effectif \mathbf{H}_e suivant:

$$\mathbf{H}_e = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{dA}{dM} \right)_T \quad 5.26$$

A est l'énergie libre du système soumis à une contrainte et qui est définie par Helmholtz comme suit :

$$A = G + \mu_0 H M \cos(\beta) \quad 5.27$$

$$G = U_{mag} - TS + E_\sigma \quad 5.28$$

$$U_{mag} = \frac{1}{2} \alpha \mu_0 M^2 \quad 5.29$$

\mathbf{E}_σ est la densité d'énergie de couplage magnéto-élastique (équation (1.13) du chapitre 1).

\mathbf{G} : densité d'énergie de Gibbs. \mathbf{T} est la température, \mathbf{S} est l'entropie. β est l'angle de déphasage entre l'aimantation \mathbf{M} et le champ magnétique \mathbf{H} . Il en résulte que:

$$\mathbf{H}_e = H \cos \beta + \alpha M + \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial \mathbf{E}_\sigma}{\partial M} \right) \quad 5.30$$

Avec :

$$E_\sigma = -\frac{3}{2} \lambda(M) \sigma (\cos^2 \varphi - \nu \sin^2 \varphi) \quad 5.31$$

L'énergie magnéto-élastique E_σ d'un polycristal peut être considérée comme proportionnelle au produit de la magnétostriction et de la contrainte appliquée.

φ : L'angle de déphasage entre l'axe de l'aimantation et l'axe de la contrainte.

A l'échelle macroscopique, le fer polycristallin est isotrope.

Si la magnétostriction λ est mesurée le long de la direction du champ alors, le champ équivalent dû à la contrainte sera défini par:

$$H_\sigma(\varphi) = \frac{3}{2} \frac{\sigma}{\mu_0} \left(\frac{d\lambda(M)}{dM} \right) (\cos^2 \varphi - \nu \sin^2 \varphi) \quad 5.32$$

Pour φ nul, le champ équivalent H_σ dû à la contrainte devient égal à :

$$H_\sigma = \frac{3}{2} \frac{\sigma}{\mu_0} \left(\frac{\lambda(M)}{dM} \right) \quad 5.33$$

Le modèle de J-A est étendu pour tenir compte de l'effet des contraintes appliquées. Cela se traduit par l'ajout d'un champ magnétique approprié H_σ au champ magnétique effectif H_e .

$$H_e = H + \alpha M + H_\sigma \quad 5.34$$

Le terme H_σ représente le champ résultant de l'interaction magnéto-élastique entre les domaines magnétiques. Il en est de même, pour le coefficient de couplage inter-domaines α .

5.4 Modélisation de l'effet du couplage magnéto-mécanique sur le Comportement magnétique de la tôle

Dans l'expression qui définit le champ effectif H_e (5.34), le champ H correspond au champ appliqué à l'échantillon. D'autre part, le terme H_σ représente le champ équivalent dû à l'application d'une contrainte mécanique σ .

Habituellement, un matériau ferromagnétique soumis à un champ magnétique externe H_a , réagit à ce champ en produisant un champ magnétique démagnétisant H_d qui s'oppose au champ appliqué tel que : $\vec{H}_d = -N_d \vec{M}$.

Partant de ce même principe, on a jugé utile de prendre en considération la réaction interne du matériau ferromagnétique soumis à l'action d'une contrainte mécanique externe σ . Cette réaction peut être représentée par un champ équivalent qu'on appellera champ démagnétisant de contrainte et qui sera noté par $H_{d\sigma}$, tel que :

$$\vec{H}_{d\sigma} = -D_\sigma \vec{M}. \text{ Le terme } D_\sigma = D_s \sigma \text{ est appelé facteur démagnétisant de contrainte.}$$

Par conséquent, le champ interne H_i sera modifié et exprimé comme suit :

$$H_i = (H_a - H_d) + (H_\sigma - H_{d\sigma}) \quad 5.35$$

La différence $(H_\sigma - H_{d\sigma})$ représente la contribution magnéto-mécanique au champ interne. Ce terme change linéairement avec la contrainte σ .

Alors, dans le but d'améliorer les résultats de la modélisation, un modèle tenant compte du $H_{d\sigma}$ a été proposé. L'établissement de la nouvelle expression sera détaillé dans le paragraphe suivant.

5.4.1 Modèle dynamique de l'hystérésis

5.4.1.1 Modèle de la susceptibilité différentielle dM/dH modifié

On rappelle que dans le modèle de J-A [56], l'aimantation totale M est définie comme étant la somme de deux composantes réversible M_r et irréversible M_{irr} tel que :

$$M = M_{rev} + M_{irr} \quad 5.36$$

D'autre part, l'équation générale de la variation de l'aimantation dans le temps en fonction des contraintes ; magnétique H et mécanique σ et de la température T est donnée par [72]:

$$\frac{dM}{dt} = \frac{dM}{dH} \frac{dH}{dt} + \frac{dM}{d\sigma} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{dM}{dT} \frac{dT}{dt} \quad 5.37$$

À température constante, la relation qui décrit la variation de l'aimantation dans le temps, dépend de chacun des deux termes : de la susceptibilité différentielle dM/dH et de la variation de l'aimantation due à la contrainte $dM/d\sigma$. Sachant que $dM/d\sigma$ est défini par :

$$\frac{dM}{d\sigma} = \frac{\sigma}{Y\xi} (M_{an} - M) + c \frac{dM_{an}}{d\sigma} \quad 5.38$$

Le coefficient ξ est exprimé en unité d'énergie par unité de volume.

Le modèle dM/dH est défini par l'équation (4.5) du chapitre 4.

Le paramètre de couplage interdomaines α dans l'expression définissant la susceptibilité différentielle dM/dH , est modifié par introduction de l'effet du terme démagnétisant de contrainte D_σ . Ainsi, il sera noté dans la suite de l'analyse par $\alpha_e(\sigma)$.

Le nouveau modèle dM/dH à résoudre est donc donné comme suit :

$$\frac{\mu_0 d^2}{2\rho\beta} \left(\frac{dH}{dt} \right) \left(\frac{dM}{dH} \right)^2 + \left(\frac{GdwH_0}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{dH}{dt} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{dM}{dH} \right)^{3/2} + \left(k\delta - \alpha_e(\sigma) \left(M_{an} - M + k\delta c \frac{dM_{an}}{dH_e} \right) \right) \left(\frac{dM}{dH} \right) - \left(M_{an} - M + k\delta c \frac{dM_{an}}{dH_e} \right) = 0 \quad 5.39$$

5.4.1.2 Modèle du champ effectif H_e modifié

La loi du champ effectif (5.34) proposée par S-J-A, est modifiée par introduction du champ démagnétisant de contrainte $H_{d\sigma}$. Alors, le champ effective H_e s'écrira comme suit:

$$H_e = (H_a - H_d) + \alpha M - D_\sigma M + H_\sigma \quad 5.40$$

Dans cette étude, on supposera que les directions de la contrainte et du champ magnétique appliqués sont colinéaires.

En substituant l'équation (5.33) dans l'équation (5.40), il vient:

$$H_e = H + (\alpha - D_\sigma)M + \frac{3}{2} \frac{\sigma}{\mu_0} \left(\frac{d\lambda}{dM} \right) \quad 5.41$$

Avec : $H = (H_a - H_d)$.

La différentiation de l'équation (5.41) donne:

$$\frac{dH_e}{dH} = 1 + (\alpha - D_\sigma + \left(\frac{3}{2} \frac{\sigma}{\mu_0} \right) \left(\frac{d^2\lambda}{dM_{an}^2} \right)) \frac{dM}{dH} \quad 5.42a$$

$$\frac{dH_e}{dH} = 1 + \alpha_e(\sigma) \frac{dM}{dH} \quad 5.42b$$

5.4.1.3 Détermination du paramètre α modifié

Le facteur D_σ est définit par [79]:

$$D_\sigma = \left(\frac{3\lambda_s}{\mu_0 M_s^2} \right) \sigma = D_s \sigma \quad 5.43$$

Où: $D_s = \left(\frac{3\lambda_s}{\mu_0 M_s^2} \right)$

Par substitution de (5.43) dans (5.42a) et par identification avec (5.42b) on aura :

$$\alpha_e(\sigma) = \left[\alpha - \left(\frac{3\lambda_s}{\mu_0 M_s^2} + \left(\frac{3}{2\mu_0} \right) \left(\frac{d^2\lambda}{dM^2} \right) \right) \sigma \right] \quad 5.44$$

La susceptibilité différentielle de la magnétostriction par rapport à l'aimantation est donnée comme suit:

$$\frac{d\lambda}{dM} = \frac{-(7/2)(|b|/b)(\lambda_s/M_s)M}{[M_s^2 + (21/4)(M_s^2 - M^2)]^{\frac{1}{2}}} \quad 5.45$$

La constante de couplage magnéto-élastique b est définit par:

$$b = [(-2/5)\lambda_{100} + (3/5)\lambda_{111}]C_{44} \quad 5.46$$

Le coefficient λ_{100} est la magnétostriction de saturation avec les moments magnétiques alignés le long de l'axe [100] et λ_{111} correspond au cas des moments magnétiques alignés le long de l'axe [111].

La magnétostriction à la saturation λ_s est reliée à la constante b par:

$$\lambda_s = [-b(2/3)(1 + \nu)]/Y \quad 5.47$$

Pour un matériau soumis à une contrainte, le coefficient α dans l'équation (5.34) sera relié à la magnétostriction de saturation λ_s comme suit:

$$\alpha = \left(\frac{21}{4}\right) \left(\frac{Y}{\mu_0}\right) \left(\frac{\lambda_s}{M_s}\right)^2 \quad 5.48$$

L'introduction du coefficient défini par (5.48) dans l'équation (5.44) donne :

$$\alpha_e(\sigma) = \left[\left(\frac{21}{4}\right) \left(\frac{Y}{\mu_0}\right) \left(\frac{\lambda_s}{M_s}\right)^2 - \left(\frac{3\lambda_s}{\mu_0 M_s^2} + \left(\frac{3}{2\mu_0}\right) \left(\frac{d^2\lambda}{dM_a^2}\right) \right) \sigma \right] \quad 5.49$$

L'arrangement de (5.49) permet d'avoir :

$$\alpha_e(\sigma) = \frac{1}{2} \left(\frac{3\lambda_s}{\mu_0 M_s^2}\right) \left\{ \left(\frac{7Y\lambda_s}{2}\right) - \left(\left(\frac{M_s^2}{\lambda_s}\right) \left(\frac{d^2\lambda}{dM_a^2}\right) + 2 \right) \sigma \right\} \quad 5.50$$

Dans (5.50), le paramètre D_s est remplacé par son expression. Donc, on obtient:

$$\alpha_e(\sigma) = \frac{1}{2} D_s \left[\left(\frac{7Y\lambda_s}{2}\right) - \left(\left(\frac{M_s^2}{\lambda_s}\right) \left(\frac{d^2\lambda}{dM_a^2}\right) + 2 \right) \sigma \right] \quad 5.51$$

La relation (5.51) est une fonction linéaire de la contrainte mécanique σ . En effet, $\alpha_e(\sigma)$ représentera la loi fondamentale dans le modèle proposé.

Afin d'étudier l'influence de l'effet du facteur démagnétisant de contrainte sur le comportement magnétique, on appliquera (5.39), tout en mentionnant que celle-ci est modifiée par l'inclusion de l'expression (5.51).

En intégrant l'équation (5.42b), la nouvelle loi qui définit le champ effectif, sera la suivante :

$$H_e = H + \alpha_e(\sigma) M \quad 5.52$$

Cette nouvelle expression de H_e permet de déduire les cycles d'hystérésis $M(H)$ ou $B(H)$. Les modifications associées à l'aimantation M (qui est exprimée en fonction de $\alpha_e(\sigma)$), affectent l'évolution des courbes de la magnétostriction $\lambda(M)$ de l'échantillon d'essai. En d'autres termes, le modèle $\lambda(M)$ établi dans (5.25) est implicitement modifié.

5.5 Modélisation de l'échantillon d'étude

Le modèle établi (5.39) combiné avec (5.52), est appliqué pour analyser l'effet du facteur démagnétisant de contrainte sur le comportement magnéto-mécanique de la tôle présentée dans le chapitre quatre. La tôle en question, est soumise à un champ sinusoïdal H_s dont la fréquence quasi-statique est égale à 1Hz. Ce même échantillon est aussi soumis à des contraintes mécaniques σ . Les directions de H_s (champ de source) et de σ sont colinéaires (figure 5.1). Dans le tableau, 5.1 on a présenté les paramètres magnéto-élastiques de cet échantillon. La simulation a été effectuée sous l'environnement Matlab.

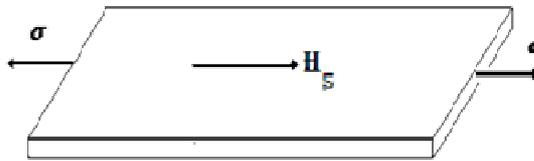


Fig. 5.1 – Tôle d’essai sous l’effet d’un champ magnétique et d’une contrainte uniaxiale externe.

Table 5.1: Principales caractéristiques magnéto-élastiques de la tôle (FeSi 3%).

Caractéristiques magnéto-élastiques	$\rho(10^{-8} \text{ m})$	$K_1 \text{ (kJ/m}^3\text{)}$	$\lambda_{100} (10^{-6})$	$\lambda_{111} (10^{-6})$
FeSi 3%	45	38	23	-4,5

ρ résistivité ; K_1 : constante d’anisotropie magnéto cristalline ; λ_{100} et λ_{111} : magnétostrictions à saturation dans les directions $\langle 100 \rangle$ et $\langle 111 \rangle$.

Les constantes d’élasticité : $C_{11}=202(\text{GPa})$, $C_{12}=202(\text{GPa})$.

5.5.1 Optimisation des paramètres du modèle dynamique de Jiles

Le nouveau modèle conçu pour la modélisation, fait apparaître de nouveaux paramètres k , a , \hat{a} et c , qui doivent être de nouveau optimisés pour obtenir de meilleurs résultats. Pour cela, on a appliqué la méthode de fausse position combinée avec un algorithme itérative (annexe 3). Les nouveaux paramètres sont regroupés dans la table 5.2

Table 5.2 Paramètres optimisés de la tôle.

Paramètres initiaux	Paramètres Optimisés
$k(\text{A/m}) = 56.855$	$k(\text{A/m}) = 58.533$
$\hat{\alpha} = 4.9815 \times 10^{-5}$	$\hat{\alpha} = 1,7507 \times 10^{-4}$
$a(\text{A/m}) = 130.22$	$a(\text{A/m}) = 129.8597$
$c = 8.547 \times 10^{-03}$	$c = 0.0061$

5.6 Résultats de modélisation de l'effet des contraintes sur l'hystérésis Magnétique

5.6.1 Effet des contraintes élastiques sur l'aimantation

L'orientation de l'aimantation qui est directement reliée à la minimisation de l'énergie magnéto-élastique, dépend du signe du produit $(-\lambda\sigma)$ (5.31). Si ce produit est positif, l'aimantation est facilitée et vice-versa. En effet, un matériau de magnétostriction positive sous contrainte de tension se comporte de la même manière qu'un matériau de magnétostriction négative sous contrainte de compression [1].

La variation de l'aimantation (ou induction magnétique) par application d'une contrainte mécanique a été mesurée et modélisée par plusieurs chercheurs notamment pour l'acier et le fer [73, 74, 75, 82]. D'après la recherche bibliographique effectuée, il s'est avéré que le phénomène de couplage magnéto-mécanique est très complexe, car les matériaux ferromagnétiques se comportent différemment à des niveaux différents d'aimantation et de contraintes (figures 5.3A, 5.3B ,5.6 et 5.7).

Les résultats de modélisation obtenus sont confrontés à d'autres publiés dans la littérature, où on a exploité l'aspect physique qui est semblable à celui obtenu dans le travail réalisé.

5.6.1.1 Résultats de modélisation en absence du facteur D_σ

Les figures 5.2A montre l'effet de la contrainte mécanique sur le comportement magnétique, quand le facteur physique D_σ n'est pas pris en compte dans le modèle proposé. L'influence de la contrainte de traction ($\sigma = 9\text{MPa}$) fait déplacer le cycle d'hystérésis au dessus du cycle statique sans contrainte ($\sigma = 0\text{MPa}$). Par conséquent, la pente du cycle d'hystérésis augmente de même pour le champ coercitif H_C , les pertes par hystérésis W_{hys} ($W_{\text{hys}} = \int B dH$) et l'induction rémanente B_r . Par contre, la susceptibilité maximale χ_{max} diminue.

Sous l'effet d'un effort compressif ($\sigma = -9\text{MPa}$), le cycle s'est déplacé au dessous de celui tracé sans contrainte. En effet, la pente du cycle et tous les paramètres magnétiques cités ci-dessus diminuent.

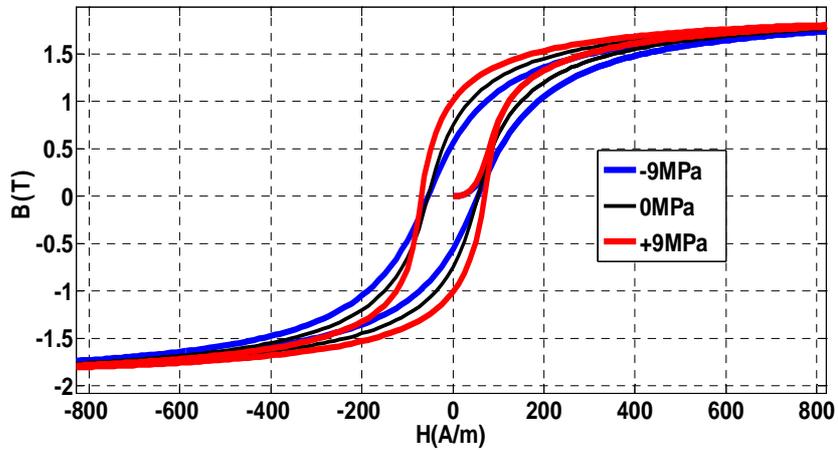
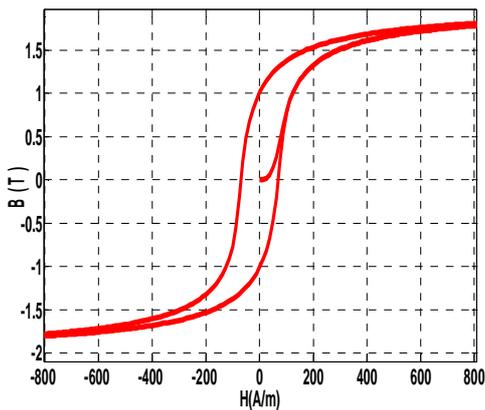
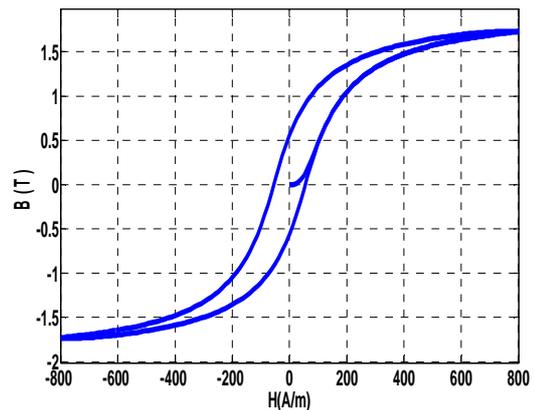


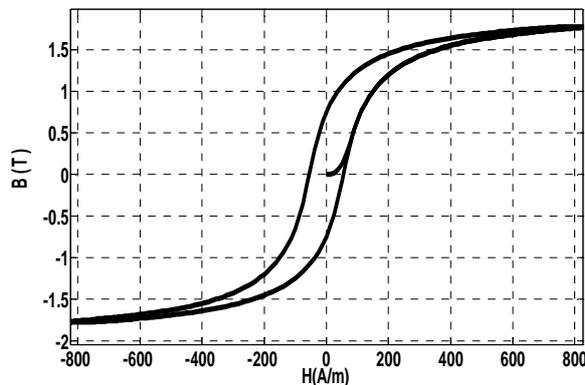
Fig. 5.2A Cycles d'hystérésis obtenus par modélisation de la tôle. Sous l'effet des contraintes externes avec $D_\sigma=0$.



(a) Traction (+9MP)



(b) Compression (-9MPa)



(c) Contrainte (0MPa)

Fig. 5.2B (a), (b) et (c) : Cycles d'hystérésis obtenus par modélisation de la tôle. Sous l'effet des contraintes externes avec $D_\sigma=0$.

Les résultats de simulation de la figure 5.2A, obtenus par application du modèle (5.39) où le paramètre D_σ n'est pas pris en compte, sont en bonne concordance avec les courbes présentées dans la figure 5.3A. L'écart enregistré entre les deux figures est due en fait aux conditions de modélisation de chacun des deux cas à savoir :

1. Le type du matériau et l'ensemble de caractéristiques magnéto-élastiques propre à l'échantillon d'essai.
2. Ainsi, aux valeurs des contraintes appliquées.
3. Au champ magnétique appliqué H et à la valeur de la fréquence correspondante.

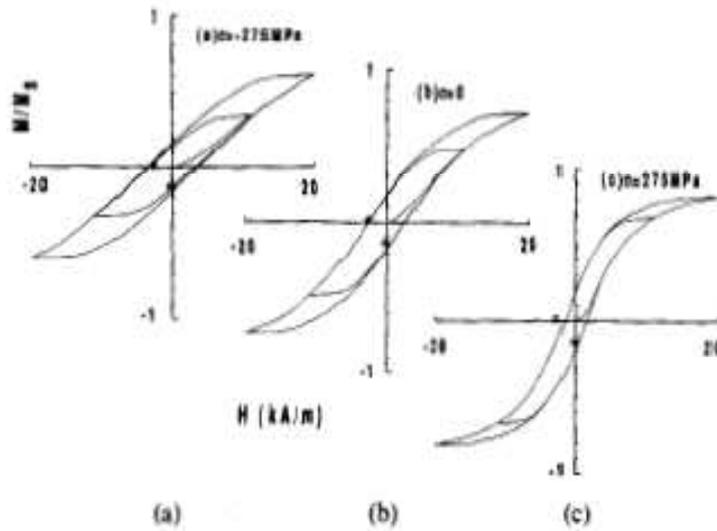


Fig. 5.3A Courbes d'hystérésis obtenues par modélisation pour un acier polycristallin sous contraintes d'après [71, 75]:

(a) -275 MPa, (b) 0MPa et (c) +275MPa,

Les valeurs des paramètres correspondant à la figure 5.3A sont : $M_s = 1,61.10^6 A / m$
 $a = 4500 A / m$, $k / \mu_0 = 3000 A / m$, $c_{11} = 1,26.10^8 kN / m^2$, $c_{121} = 4,8.10^7 kN / m^2$,
 $c = 0,1$, $\alpha = 6,87.10^{-5}$, $b = -0,242.10^4 kN / m^2$, $\alpha' = 7,5.10^{-4}$, $\alpha'' = 3,5.10^{-5}$,
 $\lambda_s = 20,7.10^{-6}$.

D'autres exemples extraits de la littérature illustrant l'effet des contraintes de traction sur l'aimantation du Permalloy 68 et du Nickel sont représentés sur la figure 5.3B. Le Permalloy est un alliage de magnétostriction positive, une contrainte de traction favorise l'aimantation dans la même direction. L'effet contraire est obtenu pour le Nickel, matériau de magnétostriction négative.

$1 \text{ kg/mm}^2 = 10 \text{ MPa}$, $1 \text{ Oe} = 80 \text{ (A/m)}$, $1 \text{ Gauss} = 10^{-4} \text{ Tesla}$.

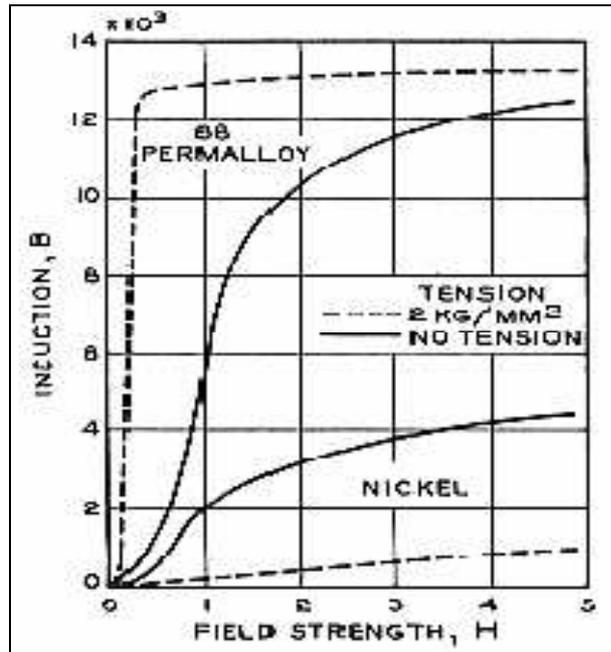


Fig.5.3B Courbes d'aimantations obtenues par modélisation pour le Permalloy 68 (magnétostriction positive) et le Nickel (magnétostriction négative) [1].

5.6.1.2 Résultats de modélisation en présence du paramètre D_σ

Les résultats de simulation présentés dans les figures 5.4a et 5.4b sont obtenus en faisant introduire le paramètre D_σ dans le modèle. Ces figures montrent clairement l'influence de ce terme sur les propriétés magnétiques de l'alliage à savoir : H_C , B_r , W_{hyst} . La contrainte de traction fait déplacer le cycle d'hystérésis en dessous de celui tracé quand la tôle n'est soumise à aucune contrainte ($\sigma=0$). En effet, la pente du cycle d'hystérésis, l'induction rémanente B_r et la susceptibilité χ_{max} diminuent. Par contre, le champ coercitif H_C et les pertes par hystérésis augmentent.

L'effet inverse est constaté quand une contrainte de compression est appliquée. Dans ce cas, la pente du cycle d'hystérésis croît, de même pour le champ coercitif H_C , les pertes par hystérésis et l'induction rémanente B_r . Les valeurs des différents points remarquables, dans les cycles tracés correspondant aux deux cas distincts, sont regroupées dans la table 5.3. Dans ce dernier, on remarque que la variation des propriétés magnétiques de l'échantillon diffère d'un état de contrainte à l'autre (tension et compression).

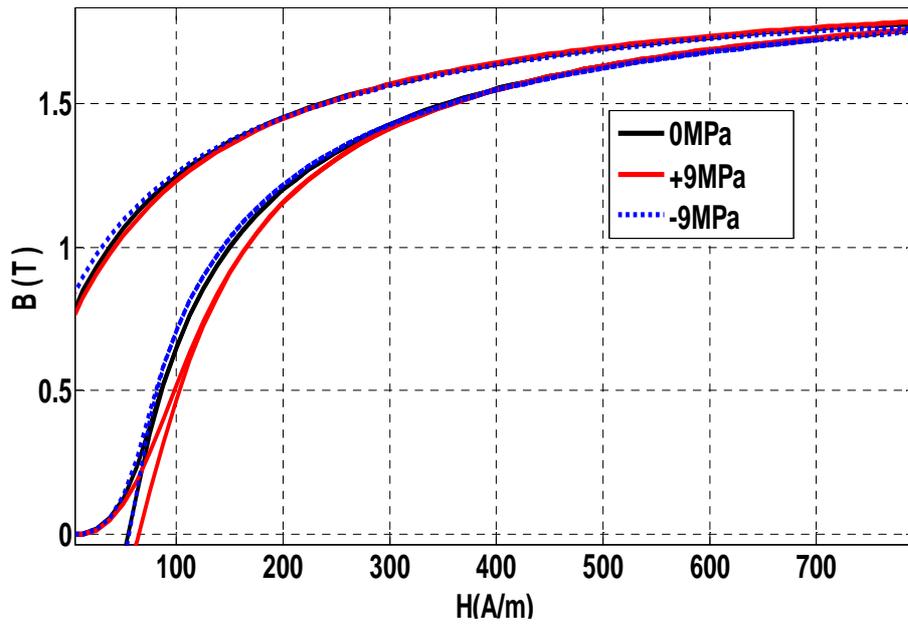


Fig.5.4a Variation de l'induction rémanente B_r pour D_σ non nul.

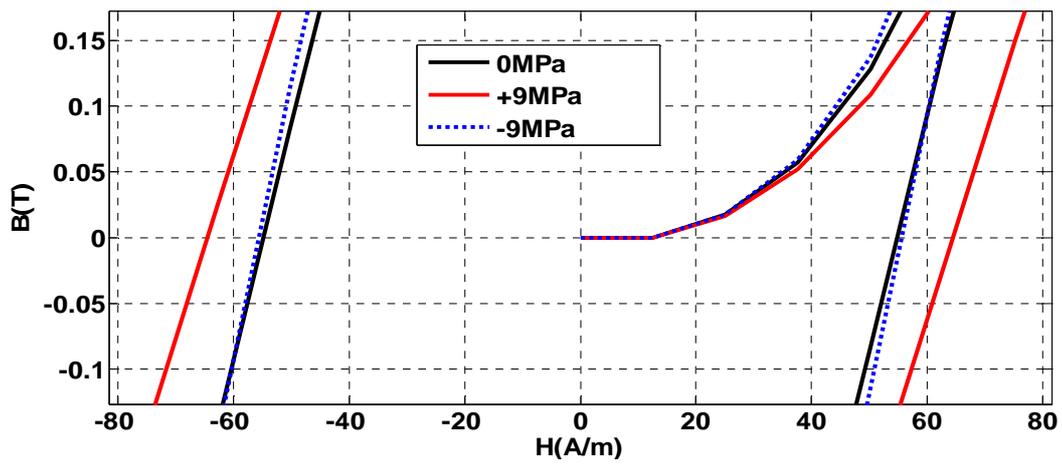


Fig. 5.4b Variation du champ coercitif H_C en présence de D_σ .

Table 5.3 Effet du Paramètre D_σ sur les Propriétés Magnétiques de la tôle.

σ (MPa)	$\sigma = +9$		$\sigma = 0$	$\sigma = -9$	
	$D_\sigma \neq 0$	$D_\sigma = 0$		$D_\sigma \neq 0$	$D_\sigma = 0$
H_C (A/m)	63.952	68.7432	54.4854	55.1957	54.6273
M_r (A/m)	5.7273×10^5	7.9775×10^5	5.8919×10^5	6.4165×10^5	4.448×10^5
Wh_{ys} (kJ/m ³)	726.8958	774.4237	369.0852	743.6787	695.9880
χ_{max} (wb/Am)	1.0952×10^4	2.4395×10^4	1.3902×10^4	1.7212×10^4	0.8889×10^4

5.6.3 Interprétation et comparaison des résultats

Le phénomène observé sur les courbes de la figure 5.4a est dû à la présence des champs démagnétisants internes (5.40), qui sont induits sous l'effet du champ magnétique H_a et la contrainte mécanique appliquée σ . Il se produit des déformations internes liées respectivement aux champs $(-H_d)$ et $(-D_s\sigma M)$.

Le paramètre physique $D_\sigma = D_s\sigma$ varie linéairement avec la contrainte σ . L'effet du terme $H_{d\sigma}$ augmente pour une contrainte négative (compression) et se réduit pour une contrainte attractive.

Sous l'effet d'une contrainte de tension ($\sigma > 0$), les domaines magnétiques tendent à être parallèles au champ appliqué H . Le terme de démagnétisation de contrainte résultant $-D_\sigma M$ s'oppose à l'aimantation M en basses valeurs de champ, et tend à l'affaiblir. Avec l'augmentation de l'intensité du champ, l'effort de tension améliore l'aimantation du matériau.

Pour une contrainte de compression ($\sigma < 0$), les domaines magnétiques tendent à s'aligner perpendiculairement à la contrainte σ et le terme $-D_\sigma M$ agit dans le même sens que l'aimantation M pour des faibles valeurs du champ appliqué, ce qui fait améliorer l'aimantation M . En faisant augmenter la contrainte de compression, on aura une dégradation de l'aimantation M . Cette détérioration d'aimantation est d'autant plus importante que l'effort de compression est plus important.

- Analysons l'effet d'une contrainte mécanique sur l'aimantation de quelques matériaux ferromagnétiques.

En présence d'un champ magnétique extérieur, le cristal s'aimante et des pôles magnétiques apparaissent sur les surfaces. Il est plus facile d'aimanter le cristal sous contrainte de traction que sous contrainte de compression, car l'énergie est augmentée dans le dernier cas.

Dans le cas d'un matériau polycristal (figure 5.5), il existe d'autres facteurs qui interviennent et qui doivent être pris en considération. On peut citer l'interaction magnétique entre les grains, la distribution des orientations cristallographiques par rapport à la direction de la contrainte appliquée, la distribution du nombre de parois à 180° à l'intérieur des grains.

Les différences d'orientations de l'aimantation d'un grain à l'autre font que les domaines de fermeture sont nécessaires afin de minimiser les champs démagnétisant aux joints de grains.

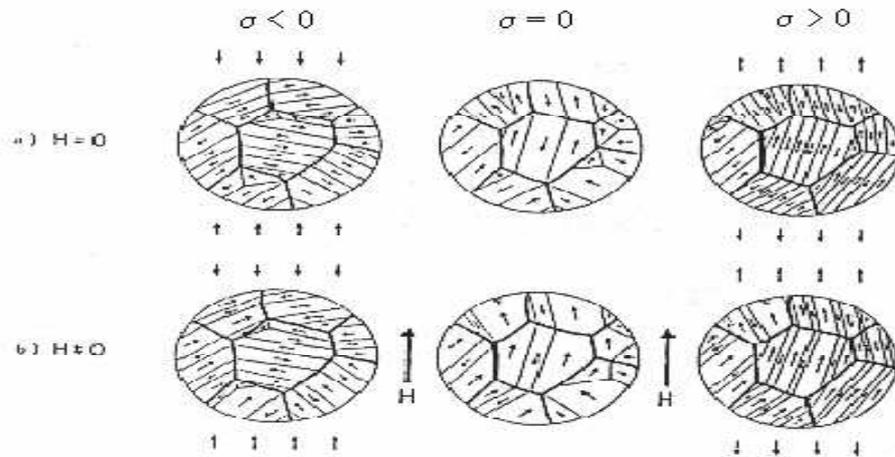


Fig. 5.5 Effet des contraintes élastiques de traction ou de compression sur la structure en domaines magnétiques : Cas du Fer polycristallin [1].

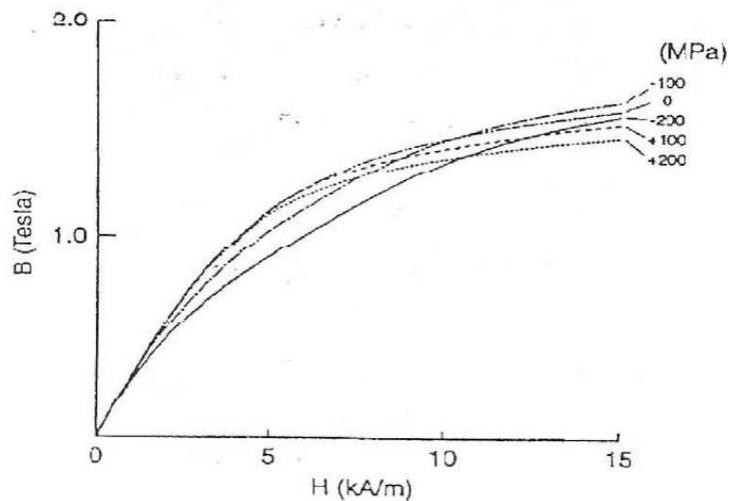


Fig.5.6 Effet d'une contrainte mécanique sur l'aimantation d'un matériau ferromagnétique [80]

Les courbes $B(H)$ représentées sur les figures 5.6 représentant un matériau ferromagnétique, montrent une dégradation de l'aimantation pour des valeurs moyennes du champ appliqué. Cette dégradation continue sous un champ plus élevé seulement pour des contraintes d'ordre de $[-200\text{MPa}, +100\text{MPa}$ et $+200\text{ MPa}]$. Par contre, on constate une amélioration de l'aimantation sous l'effet de la contrainte de -100MPa . La lecture de cette figure nous permet de déduire que le comportement du matériau soumis à des contraintes mécaniques ne suit pas une loi bien déterminée.

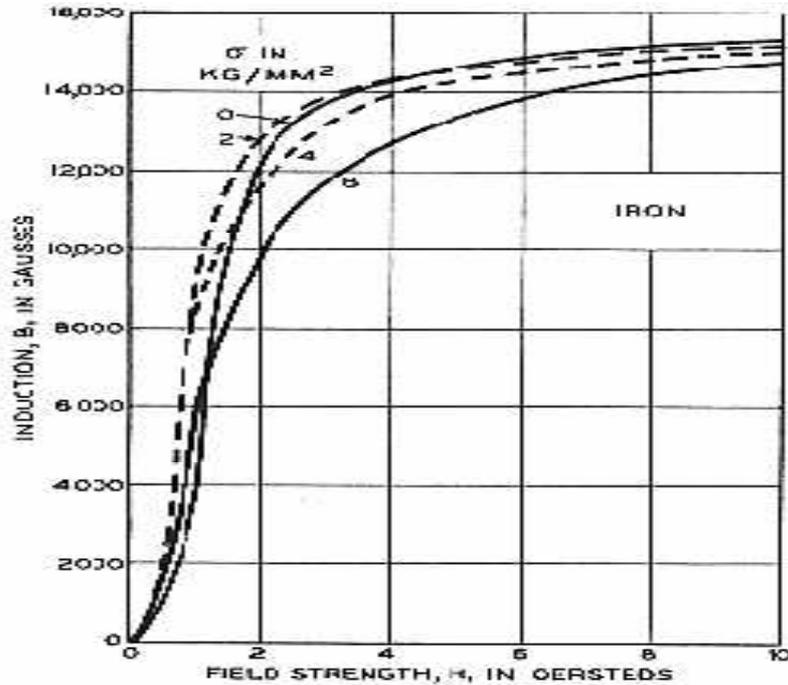


Fig. 5.7 Effet des contraintes de traction sur les courbes d'aimantation
Du Fer polycristallin [1] :

Dans le cas du Fer, le comportement magnétique sous contrainte est plus complexe et les résultats sont beaucoup plus difficiles à interpréter [1]. La figure 5.7 qui caractérise le Fer polycristallin pur, montre un effet favorable sur l'aimantation en bas champ pour des contraintes faibles, avant que le comportement magnétique ne se détériore complètement sous contrainte de traction, ce qui peut expliquer l'effet favorable d'une faible contrainte de traction sur le début de la courbe d'aimantation.

En revanche, et pour certains cas, il ne se reproduit pas entièrement la dégradation du comportement magnétique mesurée, ce qui peut être dû aux contraintes résiduelles générées par les incompatibilités de déformation et qui n'ont pas été prises en compte dans les modèles existants. Ce phénomène est illustré sur la figure 5.8, qui correspond au cas de l'alliage Fer silicium NO et dont les courbes sont obtenues par modélisation et en tenant compte du champ démagnétisant de contrainte.

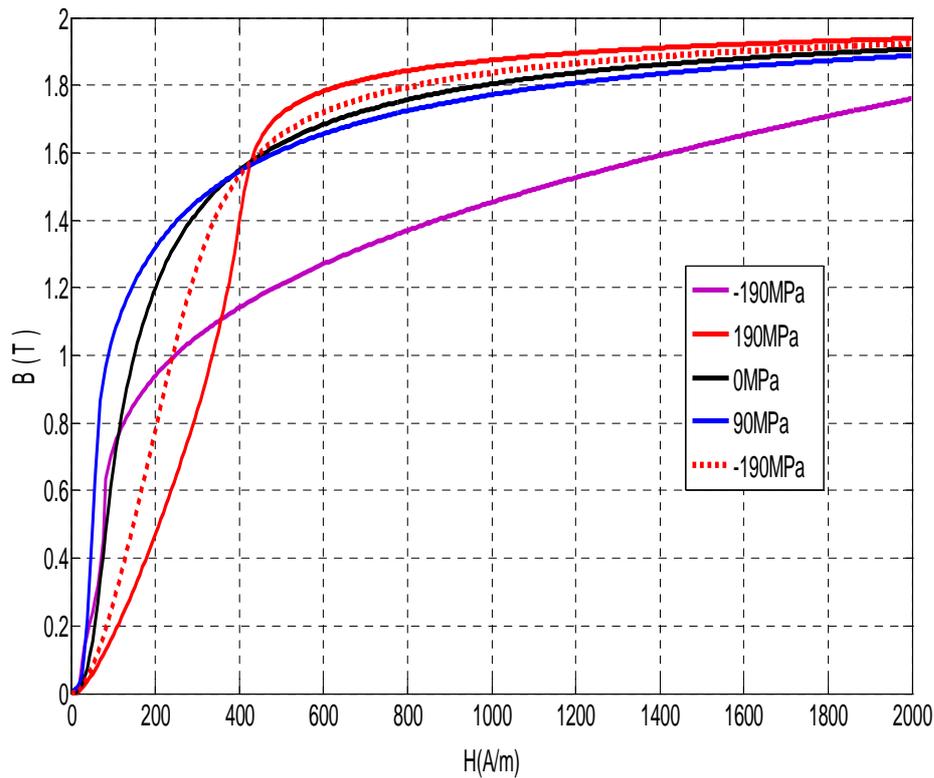


Fig.5.8 Effet d'une contrainte mécanique sur l'aimantation du matériau ferromagnétique Fe-Si 3% NO obtenus par modélisation

Ces résultats sont en bonne concordance avec les résultats de modélisation obtenus par application du modèle proposé (figures 5.4a et 5.4b). Pour les deux représentations, on constate que l'écart est faible, entre les courbes obtenues soit sous l'effet d'une contrainte de traction ou même de compression. Ce qui confirme l'intérêt du modèle proposé.

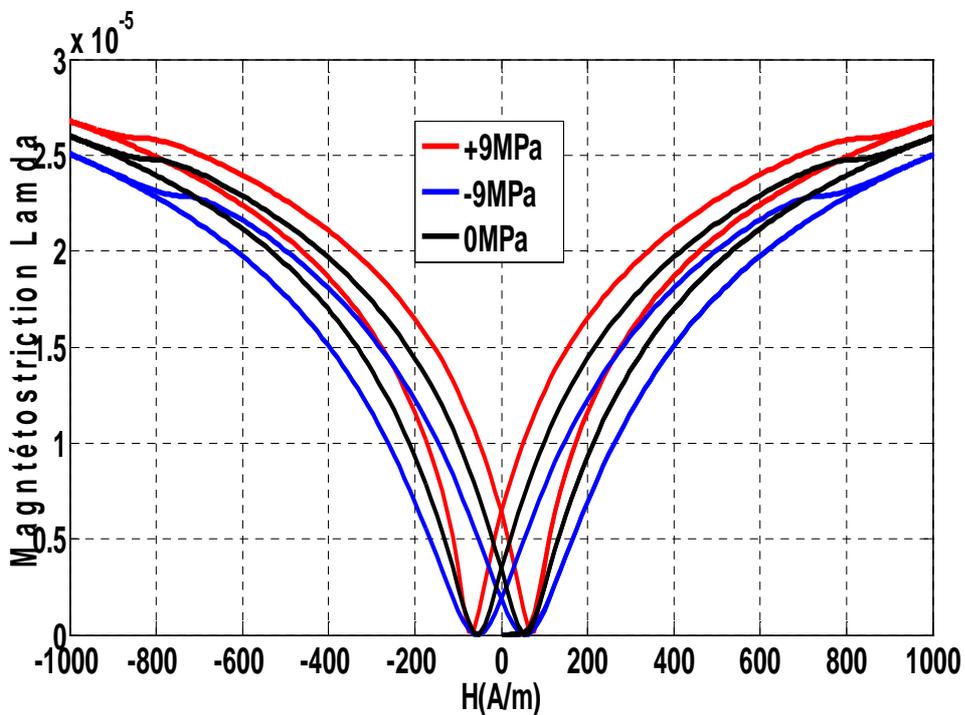
5.6.4 Comportement magnétostrictif des polycristaux

La magnétostriction d'un échantillon polycristallin dépend de plusieurs facteurs, notamment des propriétés magnétostrictives de chaque grain et de la présence ou de l'absence d'orientations privilégiées au sein du matériau. On retrouve la même complexité de comportement, comme on l'a déjà observé sur les figures représentant le comportement magnétique de l'alliage sous l'effet des contraintes. Car la magnétostriction dépend directement de l'aimantation M même en absence de contrainte (équation 5.25)

Les figures 5.9a et 5.9b, décrivent le comportement magnétostrictif dans la tôle Fe-Si 3% sous l'effet des contraintes mécaniques externes. Les courbes tracées sont obtenues en appliquant le modèle $\lambda(M)$ donné par l'équation 5.25.

Dans la figure 5.9a, on a présenté les résultats pour le cas où le paramètre physique D_σ n'est pas introduit dans le modèle. En se référant à ce cas, il est clairement remarqué que la contrainte de traction tend à augmenter l'amplitude de la magnétostriction et l'effort de compression tend à la diminuer par rapport au cycle correspondant au cas sans contrainte σ . Où l'écart entre les trois cycles est remarquable.

Les résultats présentés dans la figure 5.9b ont été obtenus quand le D_σ est pris en compte. Dans ce cas, on constate que ce paramètre influe clairement sur les résultats pour les deux types de contraintes : traction et compression où on remarque que les trois cycles magnétostrictifs se sont rapprochés l'un de l'autre.



(a)

Fig. 5.9a Cycle de Magnétostriction de la tôle :
 Le terme D_σ est introduit dans le modèle

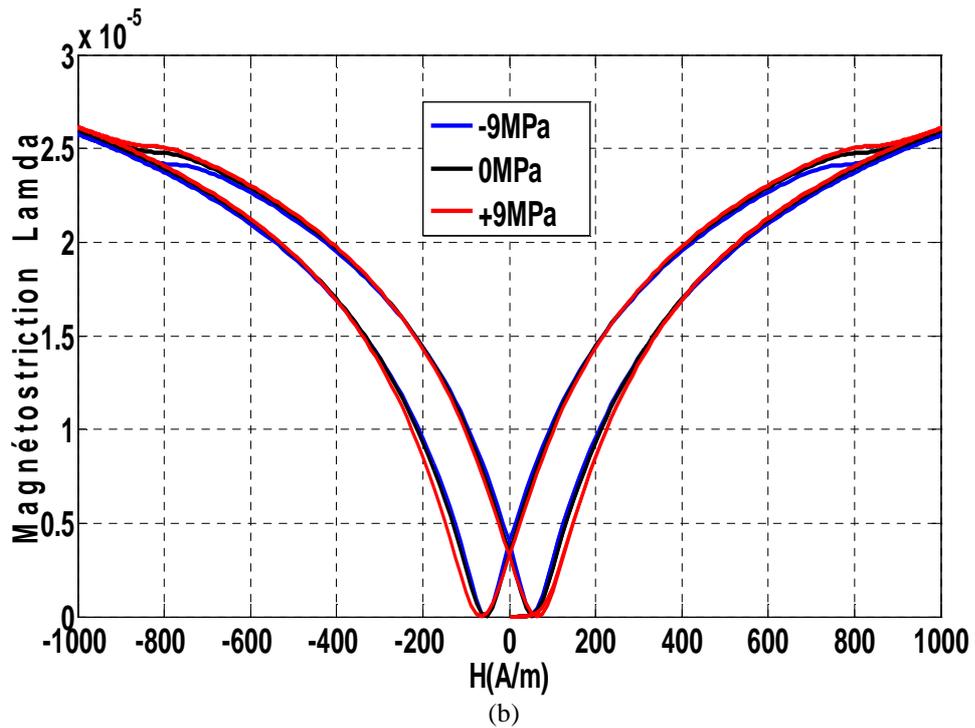


Fig. 5.9b Cycle de Magnétostriction de la tôle : Le terme D_σ est négligé.

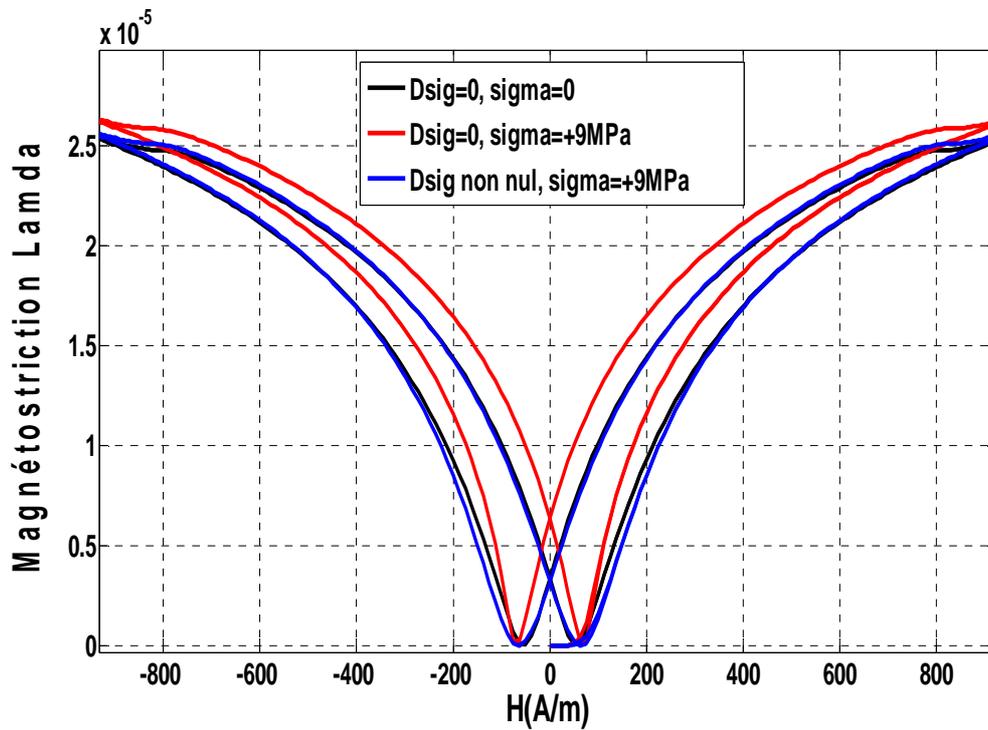


Fig. 5.10a Cycle de Magnétostriction de la tôle (Traction)

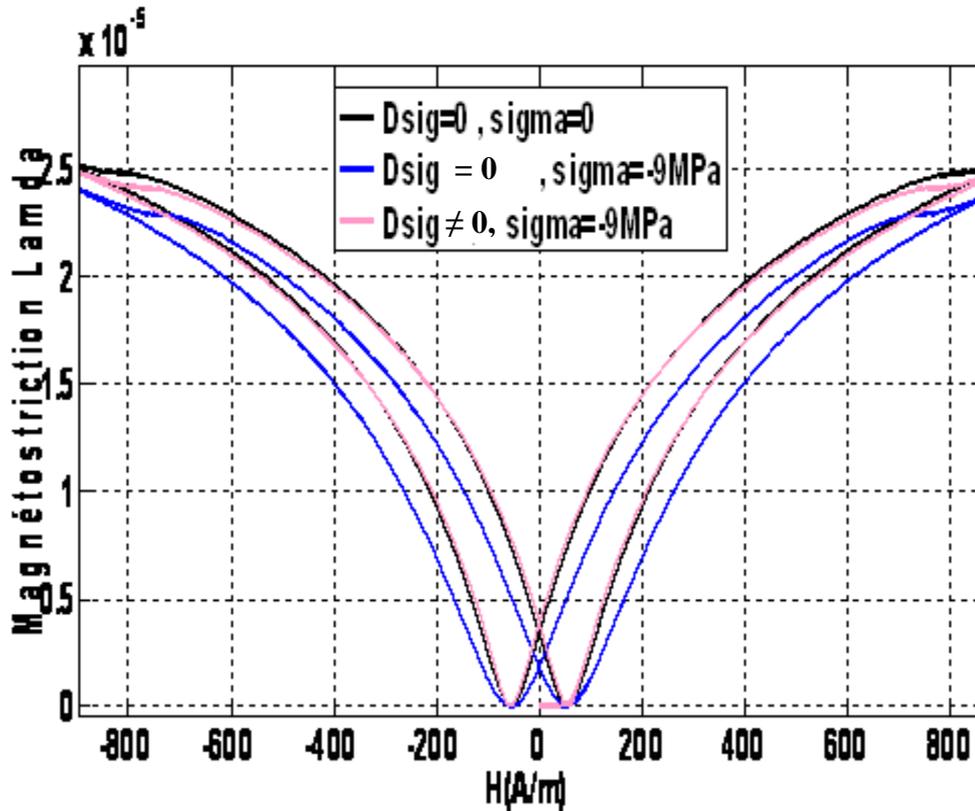
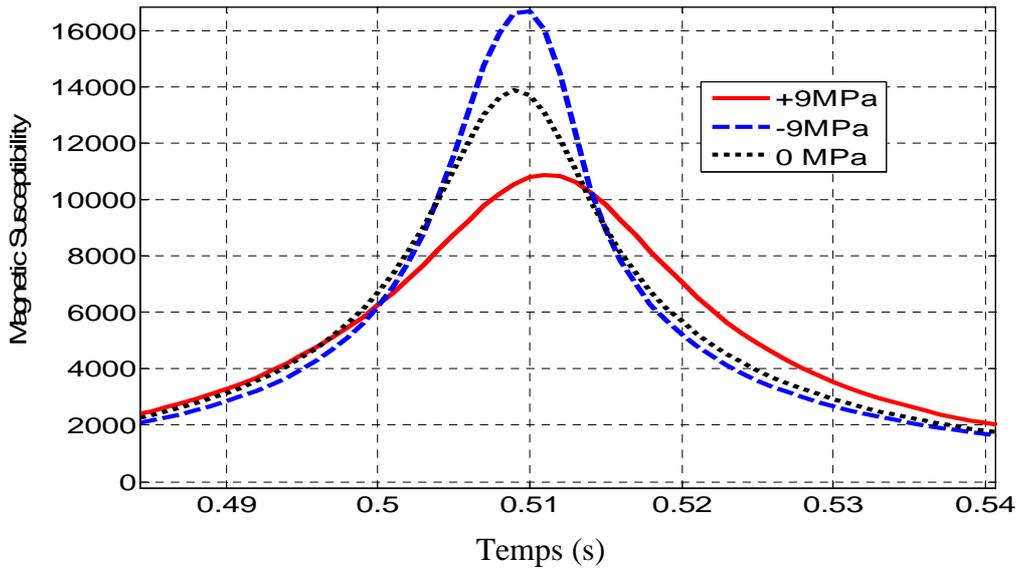


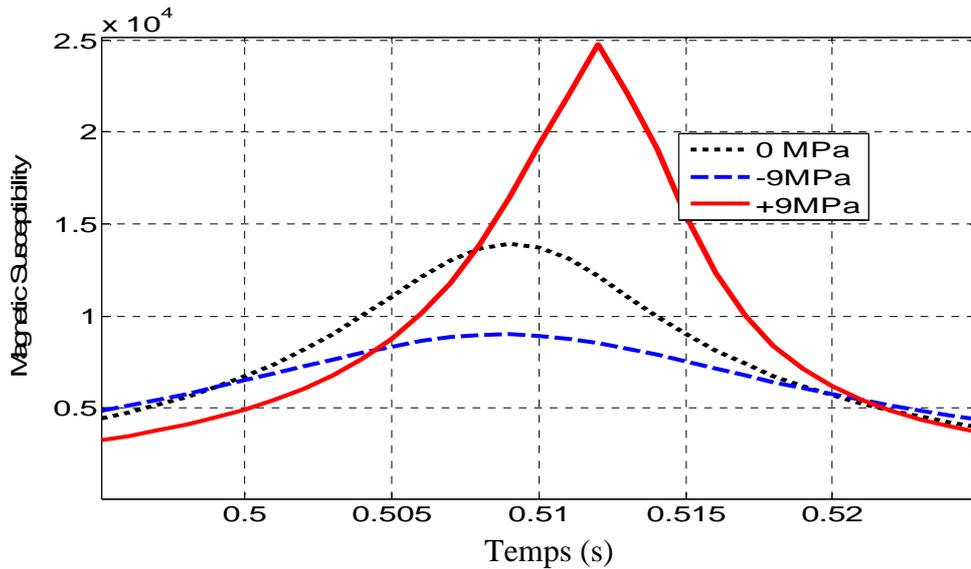
Fig. 5.10b Cycle de Magnétostriction de la tôle (Compression)

Les figures 5.10a et 5.10b représentent séparément, l'effet du facteur D_σ sur les cycles magnétostrictifs pour les deux cas de contraintes : (+9MPa) et (-9MPa). Une contrainte de traction (+9MPa), fait augmenter légèrement la magnétostriction de l'alliage. Par contre, une contrainte de compression (-9MPa) fait diminuer la déformation de magnétostriction.

Une autre manière d'analyser l'effet du paramètre D_σ sur le comportement magnétique de l'alliage est de tracer la susceptibilité différentielle magnétique dM/dH en fonction du temps comme il est présenté sur les figures 5.11a et 5.11b, puis en fonction de l'intensité du champ magnétique H , comme il est illustré sur les figures 5.12a et 5.12b.



(a)



(b)

Fig. 5.11 Susceptibilité magnétique de la tôle du Fe Si 3% NO.

(a) Le terme D_σ est introduit dans le modèle. (b) Le terme D_σ est ignoré.

Quand le facteur D_σ est ignoré, une diminution importante est obtenue pour les susceptibilités $\chi_{\max}(\mathbf{t})$ et $\chi_{\max}(\mathbf{H})$ sous la contrainte de compression. Par contre, on obtient une importante augmentation sous l'effort de traction comme il est indiqué dans figures. 5.11b et 5.12b. Quand le terme D_σ est pris en compte, l'effet est inversé. En fait, on observe une amélioration relative des susceptibilités $\chi_{\max}(\mathbf{t})$ et $\chi_{\max}(\mathbf{H})$ sous les effets des contraintes respectivement de traction et de compression par rapport à la courbe présentée sans aucune contrainte externe.

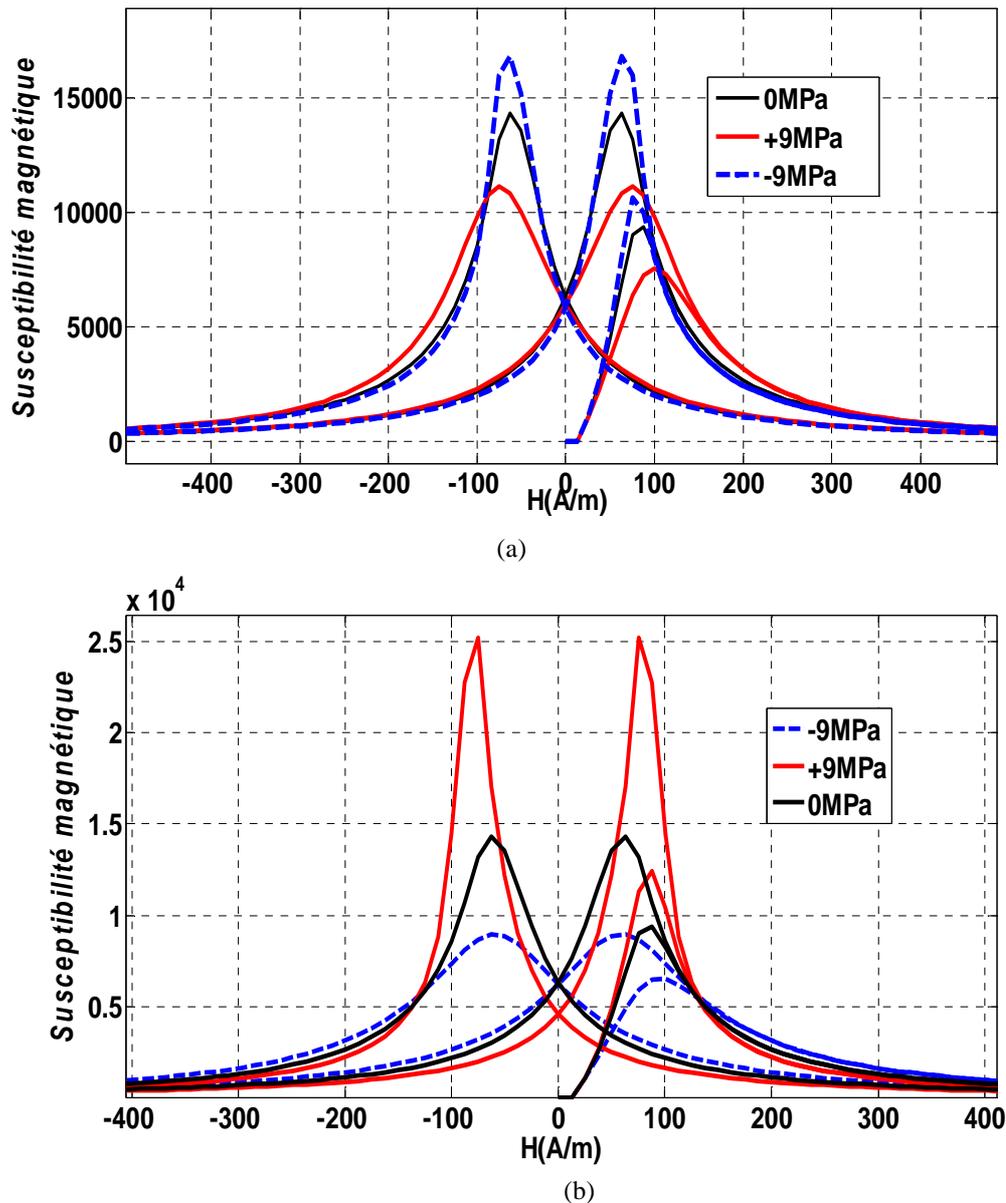


Fig. 5.12 – Susceptibilité magnétique de la tôle Fe Si 3% NO.

(a) Le terme D_σ est introduit dans le modèle. (b) Le terme D_σ est ignoré.

5.7 Conclusion

A travers ce chapitre, on a montré les difficultés associées à la modélisation du phénomène de couplage magnéto-mécanique et qui sont de plusieurs natures, la principale est de définir une loi servant à relier l'aimantation M à la contrainte mécanique appliquée. Pour remédier à cette difficulté, un nouveau modèle a été proposé. Celui-ci prend en considération l'effet de l'état de champ démagnétisant de contrainte. La modélisation a été effectuée pour deux principaux cas : l'influence de la contrainte mécanique sur l'aimantation respectivement,

en appliquant le modèle classique de S-J-A ($D_\sigma=0$), puis par application du modèle proposé ($D_\sigma \neq 0$).

Plusieurs paramètres magnétiques ont été analysés : la courbe d'aimantation, le champ coercitif, l'induction rémanente (aimantation rémanente), la susceptibilité magnétique et les pertes par hystérésis. Les résultats présentés montrent que les propriétés magnétiques dépendent fortement du paramètre D_σ .

Le comportement magnétique de l'alliage Fe-Si 3% dans la plupart des cas, se détériore sous l'effet des contraintes appliquées (traction ou compression), phénomène plus remarquable sous faibles et moyennes amplitudes du champ appliqué.

La susceptibilité magnétique du matériau diminue considérablement sous traction. L'induction rémanente est moins sensible aux efforts appliqués, enregistrant une légère variation.

Enfin, des variations linéaires avec la contrainte appliquée ont été observées pour la plupart des paramètres, aussi bien pour les états sous charge compressive ainsi que pour les états sous charge de tension.

En se basant sur ces résultats, on arrive à confirmer que l'évolution des paramètres magnétiques met en évidence l'importance du facteur démagnétisant de contrainte dans la modélisation des matériaux ferromagnétiques.

Conclusion Générale

Conclusion générale

Le travail de recherche de cette thèse s'est porté sur une modélisation statique et dynamique des comportements, magnétiques et magnéto-mécanique d'une tôle Fe-Si 3% à grains non orientés.

Pour contribuer à la modélisation du phénomène de couplage magnétique-mécanique à température constante, le modèle de Sablik-Jiles-Atherton a été appliqué après l'avoir étendu, en faisant introduire un nouveau paramètre qu'on a appelé champ démagnétisant de contrainte $H_{d\sigma}$. Par conséquent, établissement d'un nouveau modèle qui lie l'aimantation M à la contrainte mécanique σ . Dans l'étude effectuée, on a aussi modélisé le comportement magnétostrictif de la tôle.

Dans la première partie, on a effectué une analyse de la répartition de l'induction magnétique dans la section transversale de la tôle, en résolvant l'équation de diffusion exprimée en champ magnétique H . Pour le traitement du problème, la méthode des éléments finis a été programmée en hypothèse bidimensionnelle. Le modèle mis en œuvre contrairement aux autres modèles, prend en considération l'épaisseur de la plaque mince donc des courants qui y sont induits. Afin de tenir compte de la non linéarité, on a appliqué le modèle de Jiles-Atherton qui est intégré dans le code EF. En régime dynamique, la détermination des pertes magnétiques a été effectuée à partir du modèle de Bertotti. Le principe de séparation des pertes a été introduit. A ce propos, deux cas ont été étudiés et pour différentes valeurs de la fréquence. Dans le premier cas, on a considéré les pertes statiques et les pertes classiques seulement; les pertes supplémentaires ont été ignorées. Dans le deuxième cas, ces pertes supplémentaires ont été introduites dans le modèle de JA. Les résultats obtenus respectivement, en absence puis en présence des pertes en excès ont été comparés avec des résultats de mesure extraits de la littérature. La résolution correspondante au deuxième cas, a permis d'obtenir des résultats qui reproduisent d'une manière satisfaisante ceux de mesures. L'étude effectuée a montré l'effet de la fréquence sur les propriétés magnétiques des matériaux ferromagnétiques par conséquent, la mise en évidence des pertes en excès dans les modèles de caractérisation des matériaux ferromagnétiques. Ainsi, on a trouvé que ces derniers dépassent, dans beaucoup de cas, les pertes classiques.

Avec le développement rapide des dispositifs basés sur l'utilisation de matériaux ferromagnétiques, le besoin à des modèles pour décrire les phénomènes de couplage magnétique-mécanique est de plus en plus incessant. Les approches macroscopiques

phénoménologiques, classiquement utilisées pour la description des phénomènes découplés, échouent bien souvent à décrire avec précision les comportements couplés. Cette faiblesse est probablement due en grande partie au retard dans la description des mécanismes physiques microscopiques du couplage.

Le modèle le plus adapté à répondre à la problématique exposée était celui de Jiles-Atherton–Sablik modifié. En effet, la modélisation a été réalisée sous contrainte uni-axiales à fréquence quasi-statique, afin de mettre en évidence l'effet du paramètre physique D_0 , séparément de l'effet de la fréquence. En appliquant le modèle proposé, des résultats de simulation acceptables sur les comportements magnétiques et magnétostrictifs ont été obtenus.

D'autre part, l'étude effectuée a permis de montrer l'intérêt du phénomène de magnétostriction, résultant de l'application d'un champ magnétique et d'une contrainte mécanique. La magnétostriction doit être prise en compte pour décrire le comportement des matériaux magnétiques. Ce phénomène physique intervient plus ou moins directement dans le fonctionnement de nombreux dispositifs magnétiques. Parfois la présence de la magnétostriction est un inconvénient et son annulation est recherchée.

En fin, la réalisation d'un modèle qui prend en compte le couplage fort entre l'effet magnétique et mécanique $M(H, \sigma)$ étant tout à fait nouvelle.

Cependant que ce travail est achevé, nous envisageons de le parfaire en lui proposant comme perspectives:

- 1- Introduction de l'effet de la fréquence sur le comportement hystérétique du matériau.
- 2- Malgré l'existence d'une vaste gamme de logiciels numériques très performants, il est souhaitable d'améliorer l'outil numérique réalisé, en faisant intégrer la loi du phénomène du couplage établi, dans le code EF.
- 3- Par ailleurs, de nombreux modèles ont été proposés pour reproduire d'une manière significative, les cycles obtenus par mesure. Mais jusqu'à aujourd'hui, ces modèles n'ont pas pu reproduire les courbes expérimentales. Cela est dû à un certains phénomènes microscopiques que la théorie n'arrive pas à décrire avec précision, ou qu'elle ne tient même pas compte tels que : l'anisotropie, la magnétostriction intrinsèque, etc. Il est donc souhaitable dans le futur, d'introduire d'autres paramètres caractérisant les phénomènes ignorés pour aboutir à une modélisation assez complète.

Annexes

En appliquant la méthode des éléments finis, on est arrivé à formuler l'équation du modèle magnétodynamique élémentaire (2.32). Par la suite, on a passé au calcul de l'intensité de champ magnétique H à chaque nœud.

L'assemblage consiste à regrouper les matrices et les vecteurs élémentaires dans une matrice globale et un vecteur global. La technique d'assemblage la plus utilisée est la suivante [22] :

A1.1 Assemblage par expansion

Cette technique comporte deux étapes :

*Construction de la matrice $[K^e]_{eten}$ et du vecteur $[B^e]_{eten}$ étendus successivement à partir de $[K^e]$ et $[B^e]$.

**Addition des matrices $[K^e]_{eten}$ et des vecteurs étendus $[B^e]_{eten}$.

- **Règles d'assemblage**

De manière à standardiser les opérations d'assemblage, on définit pour chaque élément la table de localisation élémentaire LOCE qui donne la position de chaque terme de $[K^e]$ dans $[K]_g$ dans le cas d'un problème à un seul degré de liberté ; cette table est équivalente à celle de connectivité).

Exemple :

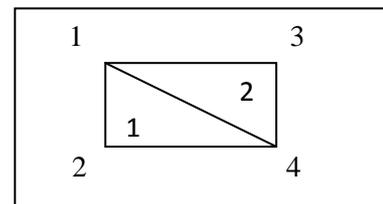
Considérons le domaine Ω représenté par les deux éléments triangulaires de la figure ci-dessous :

L'élément 1

$$\text{LOCE (1)} = \langle 1 \quad 2 \quad 4 \rangle$$

$$[K^1][X^1] = [B^1]$$

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{14} \\ K_{21} & K_{22} & K_{24} \\ K_{41} & K_{42} & K_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_4 \end{bmatrix}$$



L'élément 2

$$\text{LOCE (2)} = \langle 1 \quad 4 \quad 3 \rangle$$

$$[K^2][X^2] = [B^2]$$

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{13} & K_{14} \\ K_{31} & K_{33} & K_{34} \\ K_{41} & K_{43} & K_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_3 \\ B_4 \end{bmatrix}$$

Les matrices et les vecteurs étendus sont :

Pour l'élément 1

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & 0 & K_{14} \\ K_{21} & K_{22} & 0 & K_{24} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{41} & K_{42} & 0 & K_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1^1 \\ B_2^1 \\ 0 \\ B_4^1 \end{bmatrix}$$

L'élément 2

$$\begin{bmatrix} K_{11} & 0 & K_{13} & K_{14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{31} & 0 & K_{33} & K_{34} \\ K_{41} & 0 & K_{43} & K_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1^2 \\ 0 \\ B_3^2 \\ B_4^2 \end{bmatrix}$$

La matrice globale : $[K]_g = [K^1]_{eten} + [K^2]_{eten}$

$$[K]_g = \begin{bmatrix} K_{11}^1 + K_{11}^2 & K_{12}^1 & K_{13}^2 & K_{14}^1 + K_{14}^2 \\ K_{21}^1 & K_{22}^1 & 0 & K_{24}^1 \\ K_{31}^2 & 0 & K_{33}^2 & K_{34}^2 \\ K_{41}^1 + K_{41}^2 & K_{42}^1 & K_{43}^2 & K_{44}^2 \end{bmatrix}$$

Le vecteur global : $[B]_g = [B^1]_{eten} + [B^2]_{eten}$

$$[B]_g = \begin{bmatrix} B_1^1 + B_1^2 \\ B_2^1 \\ B_3^2 \\ B_4^1 + B_4^2 \end{bmatrix}$$

A2.1 Méthode de fausse position :

La méthode de Lagrange, ou méthode de la fausse position, est une méthode pour trouver une valeur approchée de la solution d'une équation $f(x)=0$.

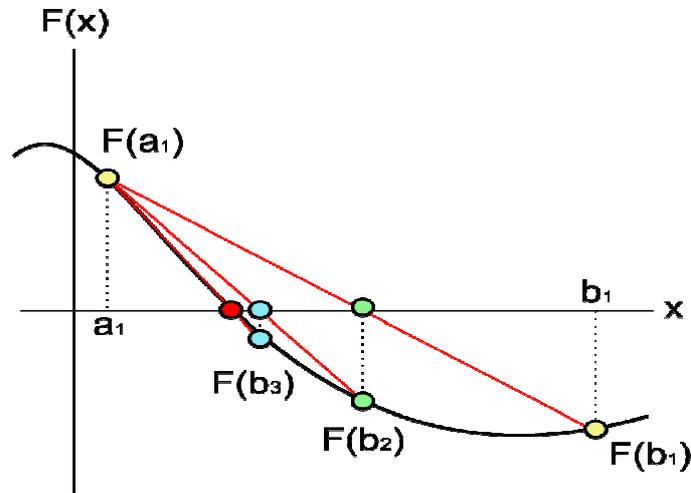


Fig. A2.1 Diagramme de la méthode de fausse position.

1/ Étapes successives de la méthode *regula falsi* avec l'intervalle $[a_1; b_1]$ comme point de départ. La racine de la fonction est le point en rouge.

2/ Comme la méthode de dichotomie, la méthode de la fausse position commence par deux points a_1 et b_1 tels que $f(a_1)$ et $f(b_1)$ soient de signes opposés, ce qui implique d'après le théorème des valeurs intermédiaires que la fonction continue f possède au moins un zéro dans l'intervalle $[a_1, b_1]$. La méthode consiste à produire une suite décroissante d'intervalles $[a_k, b_k]$ qui contiennent tous un zéro de f .

À l'étape k , le nombre c_k est calculé.

Comme expliqué ci-dessous, c_k est l'abscisse de l'intersection de la droite passant par $(a_k, f(a_k))$ et $(b_k, f(b_k))$ avec l'axe des abscisses, que nous appellerons pour simplifier *zéro de la sécante*.

- Si $f(a_k)$ et $f(c_k)$ sont de mêmes signes, alors nous posons $a_{k+1} = c_k$ et $b_{k+1} = b_k$,
- Sinon nous posons $a_{k+1} = a_k$ et $b_{k+1} = c_k$.

Ce procédé est répété jusqu'à ce que le zéro soit suffisamment approché.

La même formule est employée dans la MFP ainsi que dans la méthode de la sécante, mais cette dernière retient systématiquement les deux derniers points calculés, alors que la méthode de la fausse position retient deux points qui encadrent certainement un zéro. D'autre part, la seule différence entre la méthode de la fausse position et la méthode de dichotomie est l'utilisation la relation $c_k = (a_k + b_k) / 2$.

Analyse :

Si les valeurs initiales a_0 et b_0 sont prises telles que $f(a_0)$ et $f(b_0)$ soient de signes opposés, alors la méthode de fausse position convergera vers un zéro de f . La vitesse de convergence sera typiquement super linéaire, ainsi plus rapide que la méthode de dichotomie, mais plus lente que la méthode de la sécante.

A2.3 Algorithme de la MFP

Cette technique est basée sur l'accouplement de l'algorithme itératif avec le FPM pour identifier les paramètres du modèle J-A. Dans le modèle de J-A le paramètre c est obtenu en résolvant l'équation (3.32) où les valeurs des paramètres α et a sont initialement connues. Les valeurs obtenues sont ensuite introduites dans l'équation (3.38), la résolution de cette dernière par la FPM permet d'avoir une première estimation de k [86].

Les paramètres α et a et k sont calculés par les équations (3.40) (3.42) et (3.38) en utilisant la même FPM.

Les valeurs courantes de α , a sont employées pour déterminer la nouvelle valeur du paramètre c .

Le processus de calcul est répété jusqu'à la satisfaction du critère

$$|(C^{new} - C^{old})/C^{new}| \leq \varepsilon \quad \text{Où : } \varepsilon \text{ est un petit nombre donné.}$$

La méthode de FP commence par deux points a et b tels que le $\psi(a)$ et le $\psi(b)$ sont de signe opposé, impliquant que la fonction ψ a au moins un zéro dans l'intervalle $[a, b]$.

La méthode doit produire un ordre décroissant des intervalles $[a_k, b_k]$, ayant tous un zéro du ψ .

Dans l'étape k , le nombre β_k est calculée par

$$\beta_k = a_k - \frac{a_k - b_k}{\psi(a_k) - \psi(b_k)} \psi(a_k)$$

Si $\psi(a_k)$ et $\psi(b_k)$ ont le même signe, alors,

$$a_{k+1} = \beta_k \text{ et } b_{k+1} = b_k \quad \text{sinon } b_{k+1} = \beta_k \text{ et } a_{k+1} = a_k.$$

Par exemple nous calculons le paramètre α avec FPM en utilisant l'équation (3.40):

Nous avons à partir de l'équation: $f_r(\alpha) = \eta_r(1 + \alpha\chi_r) + k\chi_r$ et nous cherchons α tel que $f(\alpha)=0$ nous commençons avec deux points $\alpha_1=a$ et $\alpha_2=b$ tel que $f(\alpha_1)$ et $f(\alpha_2)$ sont de signe opposé. Dans l'étape k le nombre β_k , β_k est la solution dans l'étape k , est calculé par

1. $\beta_k = a_k - (a_k - b_k)/(f(a_k) - f(b_k))f(a_k)$,
2. si $f(a_k) \times f(b_k) > 0$ puis $a_{k+1} = \beta_k$ et $b_{k+1} = b_k$; else $b_{k+1} = \beta_k$ et $a_{k+1} = a_k$,

3. if $|f(\beta_k)| \leq \varepsilon$ puis fin; sinon aller à 1 (ε est un petit nombre donné)

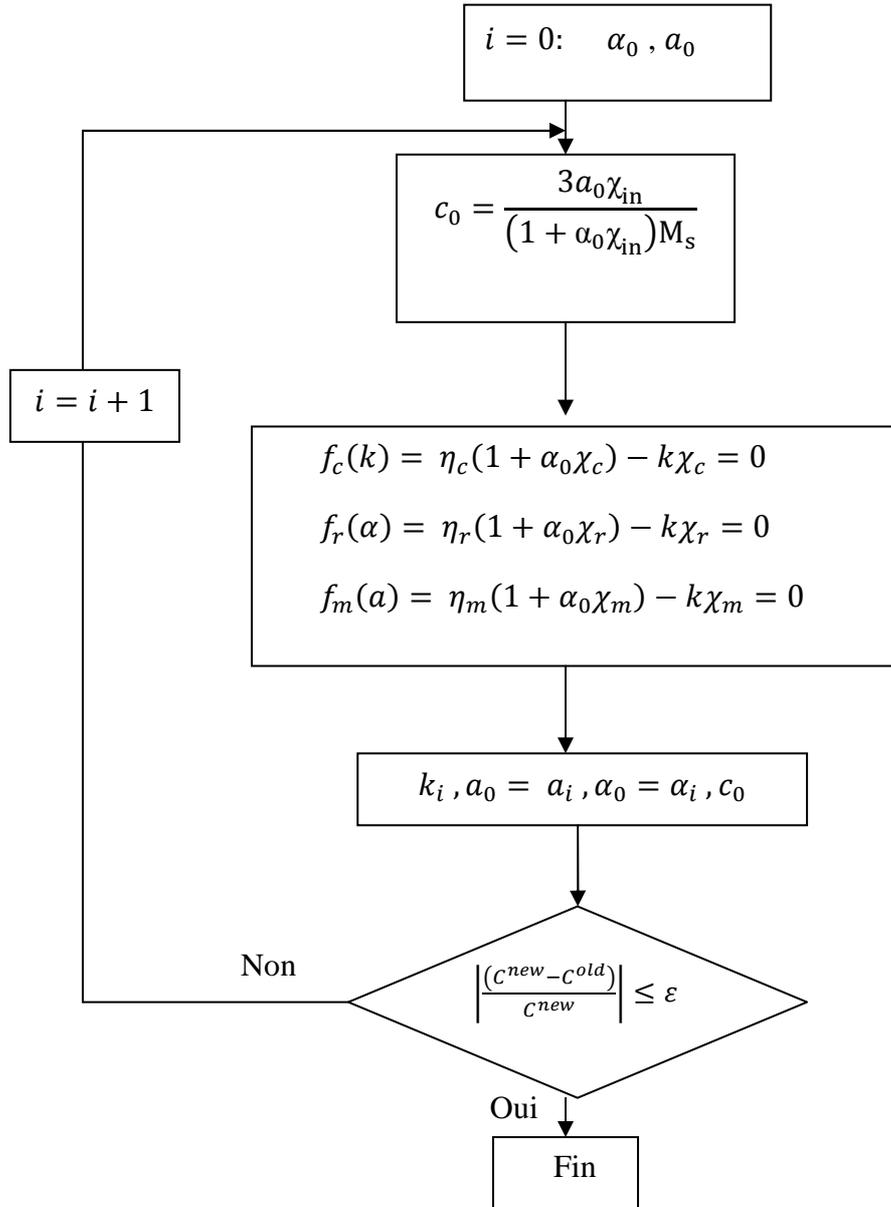


Fig. A2.1 Organigramme de la MFP couplée à l'algorithme itératif

A3.1 Banc De Mesure Et De Caractérisation Magnétique

Le banc d'essai qui sera présenté ci-dessous est développé dans le laboratoire d'électrotechnique de Grenoble **LEG**. L'ensemble des résultats de validation utilisés dans ce chapitre sont fournis par ce même banc.

Ce banc de mesure a été conçu et dimensionné pour caractériser des aciers électriques d'épaisseur typique de 0,35 ou 0,5 mm et ayant de très bonnes propriétés magnétiques. On peut caractériser ainsi de 12 à 42 bandes dans des conditions de forme et de fréquence d'excitation variables et contrôlées. La difficulté majeure de ce banc est la limite en puissance des amplificateurs.

Ce banc est constitué de :

- Un générateur de fonctions arbitraires qui permet de délivrer des signaux de référence de forme quelconque.
- Un amplificateur de tension ou de courant (amplificateur Kepco) constitué de 3 ou 4 amplificateurs 36V-12A mis en série.
- Une sonde de courant LEM CT-10T de bande passante supérieure à 500 kHz, offrant une précision de $\pm 0,1\%$ du courant nominal.

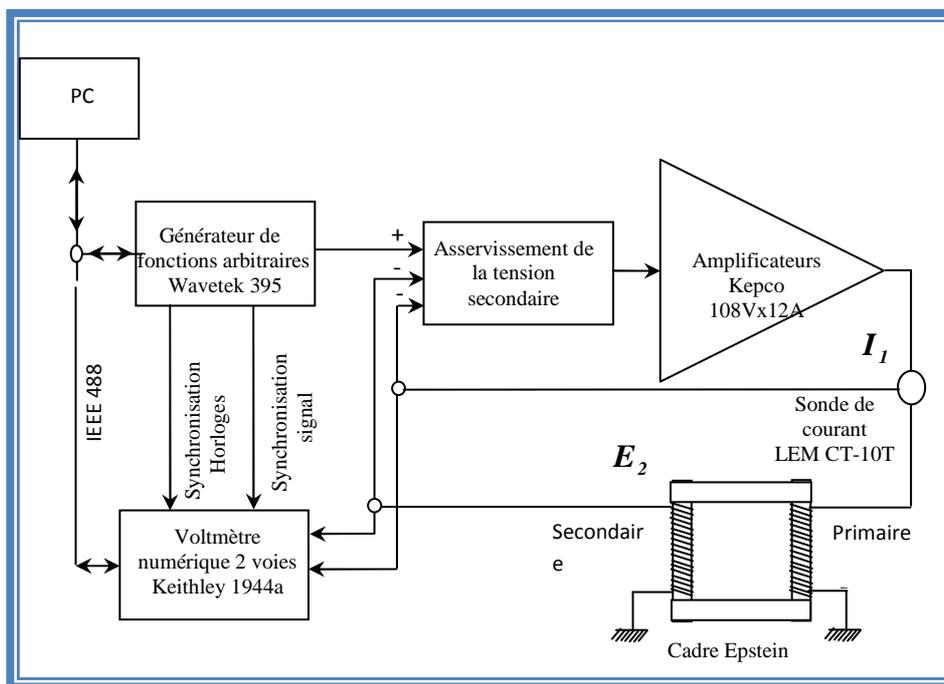


Fig. A3.1 Banc de caractérisation magnétique [60]

- Un voltmètre numérique à deux voies. Il permet un échantillonnage de 100 kHz et une résolution de 16 bits avec des calibres de tension adaptables : 300 mV, 3 V, 30 V, 300V. La fréquence de base de l'horloge interne est de 10 MHz permettant une résolution de la période d'échantillonnage de 0,1 μ s. La synchronisation de l'horloge de référence et du déclenchement de la mesure des deux voies du voltmètre numérique est assurée par le générateur de fonctions arbitraires.
- Un asservissement analogique qui permet d'imposer une forme bien définie de l'induction dans l'échantillon. En effet, compte tenu des impédances parasites du cadre Epstein et de la non linéarité des matériaux magnétiques, la variation du flux dans le matériau n'est pas celle de la tension d'alimentation du cadre. Une contre réaction permet de comparer la tension secondaire du cadre au signal de référence et de délivrer une tension d'excitation qui compense la déformation de l'induction. Un asservissement sur le courant, permettant de compenser partiellement la chute de tension dans la résistance primaire du cadre, permet d'améliorer encore la correction de la forme du signal.
- Un cadre Epstein spécialement conçu pour travailler à basse et moyenne fréquences Minimisation des capacités parasites et des inductances de fuite, nombre de spires aux primaires et secondaires optimisés pour atteindre des champs d'excitations élevés avec une tension d'alimentation compatible avec les amplificateurs de puissance disponibles et des signaux mesurables.

Bibliographie

- [1] V.E. Iordache, "Suivi de l'état de contraintes, appliquées et internes, des alliages ferromagnétiques doux par mesure de leur propriétés magnétiques" ; spécialité : sciences mécaniques pour l'ingénieur, université de technologie compiègne. Mai 2003.
- [2] V.E. Iordache, F. Ossart, et E. Hug. Magnetic characterization of elastically and plastically tensile strained non-oriented Fe-3.2%Si steel. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 254-255:57-59. 2003.
- [3] R.M. Bozorth, *Ferromagnetism*, Van Nostrand, 1951.
- [4] D. J. Craik and M. J. Wood, *J. Phys. D* 3, 1009 (1970).
- [5] R. R. Birss, C. A. Faunce, and E. D. Issac, *J. Phys. D* 4, 1040 (1971).
- [6] C. S. Schneider and M. Charlesworth, *J. Appl. Phys.* 57, 4198 (1985).
- [7] D. C. Jiles, M. K. Devine, Recent developments in modeling of the stress derivative of magnetization in ferromagnetic materials, *Journal of Applied Physics*, Vol. 76, N°. 10, pp. 7015-7017, November 1994.
- [8] D. C. Jiles and D. L. Atherton, Theory of ferromagnetic hysteresis, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 61, pp. 48-61, 1986.
- [9] M. J. Sablik, H. Kwun, L. Burkhardt, and D. C. Jiles, A Model for effect of stress on the low frequency harmonic content of the magnetic induction in ferromagnetic materials, *J. Appl. Phys.*, Vol. 63(8), 15 April 1988, pp. 3930. 1988.
- [10] D. C. Jiles, *Introduction to Magnetism and Magnetic Materials*, 2nd. edn (Chapman & Hall, London, 1998).
- [11] D. C. Jiles, D. A. Kaminski, and S. B. Biner ; A model for hysteretic magnetic properties under the application of noncoaxial stress and field, Center for NDE, Iowa State University, Ames, Iowa 50011; accepted for publication 20 March 1993.
- [12] M. J. Sablik, S. W. Rubin, and L. A. Riley ,South west Research Institute, P.O. Drawer 28510, San Antonio, Texas 78228-0510. 1988.
- [13] D. C. Jiles: Theory of the magneto-mechanical effect, *Journal Applied Physics*, Vol. 28, pp. 1537-1546, 1995.
- [14] M. J. Sablik, Senior Member, IEEE, and D. C. Jiles Modeling Effects of Varying Torsion in Magnetized Steel, Fellow, IEEE transactions on magnetics, vol. 36, no. 5, September 2000.

-
- [15] M. J. Dapino, R. C. Smith, and A. B. Flatau, Structural magnetic strain model for magnetostrictive transducers, *IEEE Trans. Mag.* Vol., 36, No. 3, pp. 545. May 2000.
- [16] N. Galopin, modélisation et caractérisation de matériaux actifs pour la conception de dispositifs magnéto-électriques, docteur en sciences de l'université Paris Xi, U.F.R. Des Sciences D'Orsay 2007,
- [17] C. Schneider et J. Richardson, Biaxial magneto elasticity, in steels. *Journal of Applied Physics*53:8136-8138. 1982.
- [18] V. Maurel: Influence de l'état mécanique multiaxial induit par la découpe sur les propriétés d'usage des tôles magnétiques, Thèse de Doctorat, Cachan, Paris 6, France, 2002.
- [19] M. J. Sablik and D. C. Jiles: A model for hysteresis in magnetostriction, *Journal Applied Physics*, vol. 64, No. 10, 15, pp. 5402-5404. Nov 1988.
- [20] M J. Sablik and David C. Jiles, Coupled Magnetoelastic Theory of Magnetic and Magnetostrictive Hysteresis, *IEEE Transactions on Magnetism*, Vol. 29, N°3, pp. 2113-2123, July 1993.
- [21] Y. Ouled Amor, « Contribution à la modélisation de l'hystérésis en vue de l'analyse par éléments finis des systèmes de chauffage par induction », Thèse de doctorat de l'université de NANTES, 2000.
- [22] M. Yakhlef, Modélisation numérique des phénomènes magnétique et électrique couplés en 2D, Thèse de Magistère de l'université de Batna, 1997.
- [23] G. Dhatt, G. Touzot; Une présentation de la méthode des éléments finis, deuxième édition, Maloine, S. A. Editeur, Paris, 1984.
- [24] W. Long, Contribution à la modélisation des systèmes électromagnétiques à l'aide d'un couplage des équations des circuits magnétiques et électriques, thèse de doctorat Pais IV, Soutenue le 26 octobre 1990.
- [25] Albert Foggia; Etude Et Mise Au Point D'une Nouvelle Famille d'Alterno Démarreurs Pour Véhicules Hybrides Et Electriques ; Thèse Soutenue Publiquement, L'université De Grenoble, Le 19 Mai 2011
- [26] J. Degauque; Magnétisme Et Matériaux Magnétiques Laboratoire De Physique Des Solides, Associé Au CNRS, LNSA, Complexe Scientifi4ue De Ranguergeri, 31077 Toulouse Cedk, Rance, 1985.

- [27] Afef Kedous-Lebouc, Rapport PDF, ‘‘Electromagnétisme & matériaux magnétiques pour le Génie Electrique’’, Laboratoire d’Electrotechnique de Grenoble, LEG - INPG/UJF - CNRS UMR 5529.
- [28] P. Brissonneau, « Magnétisme et matériaux de l’électrotechnique », Hermès 1997.
- [29] M. Mouhamad; Réduction des pertes à vide des transformateurs de distribution par utilisation de rubans amorphes; 94235. L’école Normale Supérieure De Cachan (France), 2012.
- [30] R. Ramarotafika ‘‘Modélisation Stochastique de la Variabilité des Propriétés Magnétiques des Matériaux Ferromagnétiques : Application Sur Des Stators De Machines Electriques’’, Thèse de Doctorat, Septembre 2012.
- [31] A. Hubert et Schäfer; Magnetic domains, Springer. 1998.
- [32] T. Jenifer. Beth, Magnetization and Magnetostriction in Highly Magnetostrictive Materials, Ames Laboratory, U.S. DOE, Department Of Energy Ames, Iowa 50011, Under Contract No. W-7405- Eng-82.: May 26, 1993.
- [33] J. Degauque; Magnétisme et Matériaux Magnétiques, Introduction. Journal de physique IV, Laboratoire De Physique Des Solides, Associé Au CNRS, LNSA., Complexe Scientifique De Ranguergueri, 1992.
- [34] L. Daniel: Modélisation multi-échelle du comportement magnéto-mécanique des matériaux ferromagnétiques texturés, Thèse de Doctorat, Cachan, Paris 6, France, 2003.
- [35] L. Daniel, M. Reikik, and O. Hubert: A multiscale model for magneto-elastic behavior including hysteresis effects, Archive Applied Mechanics, Vol. 84, pp. 1307–1323, 2014.
- [36] A. Benabou, « Contribution à la caractérisation et la modélisation de matériaux magnétiques en vue d’une implantation dans un code de calcul de champ », thèse de doctorat en génie électrique, université Lille I, 2002.
- [37] D. Sedira; Modélisation dynamique de l’hystérésis magnétique dans un matériau magnétostrictif: Application à un cas de magnétostriction géante; Thèse de doctorat de l’université JIJEL, 2011.
- [38] F. Hocini; Association de la commande pour l’étude par éléments finis des phénomènes magnéto-élastiques et vibratoires dans les systèmes électrotechniques; Thèse de doctorat spécialité: électrotechnique, 2013.
- [39] J.P. Joule; On the effects of magnetism upon the dimensions of iron and steel bars; Philosophical Magazine, sér. 3, 30(201):225-241. (1847a).

- [40] J.P. Joule; On the effects of magnetism upon the dimensions of iron and steel bars; Philosophical Magazine, sér. 3, 30(199):76-87. (1847b).
- [41] E. du Tremolet de Lacheisserie, Magnetostriction Theory and applications of magnetoelasticity. CRC Press. 1993.
- [42] Katarzyna Anna Fonteyn, Energy-Based Magneto-Mechanical Model For Electrical Steel Sheets, Aalto University School Of Science And Technology, Faculty Of Electronics, Communications And Automation, Department Of Electrical Engineering, 2010
- [43] O. Maloberti, «Contribution à la modélisation de la dynamique d'aimantation dans les matériaux magnétiques doux : Caractérisation et simulation », thèse de doctorat en génie électrique, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2006.
- [44] G. Grellet, «Pertes dans les machines tournantes», Techniques de l'ingénieur, D3450.
- [45] D. Moussaoui, Propriétés Bidimensionnelles Statiques Et Dynamiques Des Tôles Magnétiques, L'institut National Polytechnique De Grenoble, Thèse Doctorat, 1997
- [46] G. Bertotti, Physical interpretation of eddy current losses in ferromagnetic material, theoretical considerations, J. Appl. Phys. 57 (6), pp. 2110-2117. 15 March 1985
- [47] G. Bertotti; Some considerations on the physical interpretation of eddy current losses in ferromagnetic materials, Journal of Magnetism and Magnetic Materials, Vol. 54, pp. 1556-1560. 1986.
- [48] G. Bertotti, General properties of power losses in soft ferromagnetic materials, IEEE, Transaction on magnetics, Vlo. 24, NO. 1, , pp. 621-629. January 1988.
- [49] G. Bertotti, Hysteresis in magnetism for physics, and engineers, Academic press, Inc., 1998.
- [50] C. Cyr, Modélisation et caractérisation des matériaux magnétiques composites doux utilisés dans les machines électriques, Thèse de doctorat en Philosophie (Ph.D), Université Laval Québec, 2007.
- [51] I.D. Mayergoyz, Mathematical models of hysteresis, Phys. Rev. Letters 56, 1986.
- [52] Batistela, N.J., N. Sadowski, R. Carlson, J.V. Leite A Caracterizacao Magnetica de Laminas de Aco Silicio e a Evolucao das Perdas no Ferro Sob Varios Regimes de Inducao. CBA Congresso Brasileiro de Automatica, Florianopolis, pp. 961-966. 2000.
- [53] H.J. Williams, W. Shockley et C. Kittel. "Studies of the propagation velocity of a ferromagnetic domain boundary", Phys. Rev., Vol. 80, p. 1090, 1950.

- [54] A. Werling , Modélisation numérique de l'enregistrement magnétique avec prise en compte de l'hystérésis vectoriel, Diplomarbeit préparé au sein du Laboratoire d'Electronique, de Technologie et d'Instrumentation (LETI) et du Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble (LEG), Octobre 1997.
- [55] D. C. Jiles; Modeling the effects od eddy current losses on frequency dependant hysteresis in electrically conducting Media, IEEE, Transaction on magnetics, Vlo. 30, NO 6, pp. 4326-4328. November 1994.
- [56] D.C. Jiles, B. Thaelke, and M. K. Devine: Numerical determination of hysteresis parameters for the modeling of magnetic properties using the theory of ferromagnetic hysteresis, IEEE Transaction Magnetics, Vol. 28, No.1, pp. 27-35. Jan. 1992.
- [57] M. Yakhlef, S. Boukhtache, M. Chabane1, "Modeling the Effect of the Stress Demagnetization Phenomenon on the Magnetic Properties in a NO Fe-Si 3% Sheet", Serbian Journal of Electrical Engineering, Vol. 12, No. 2, 237-252, 2015.
- [58] S. Boukhtache, M. Yakhlef & M. Chabane, "Magnetic field computation in a non oriented Sheet cross-section considering the hysteresis phenomenon", Journal of Magnetism and Magnetic Materials, Vol. 322, 2010, pp. 505–509.
- [59] M. K. HALDAR, Introduction the finite element method in electromagnetics to undergraduates usin Matlab ; Department of Electrical and Computer Engineering, National University of Singapore, Singapore, International Journal of Electrical Engineering Education.
- [60] Yasmine GABI , Modélisation FEM du système de contrôle non destructif 3MA en ligne de production des aciers dual phase, préparée au sein du Laboratoire de génie électrique de Grenoble dans l'École Doctorale Electronique, Electrotechnique, Automatique & Traitement du Signal, 2012.
- [61] L-L. Rouve, F. Ossart, T. Waeckerlé, A. Kedous-Lebouc, Magnetic flux and losses computation in electrical laminations, IEEE, Transaction on magnetics, Vlo. 32, NO 5, , pp. 4219-4221. Septembre 1996
- [62] L-L. Rouve, T. Waeckerlé, A. Kedous-Lebouc, F. Ossart, J-C. Sabonadière, Analytical computation of average induction in a sheet cross section considéring magnétic diffusion and hysteretic features, IEEE, Transaction on magnetics, Vlo. 33, NO 2, pp. 1271-1274, March 1997.

- [63] Péter Kis, Jiles-Atherton, Model Implementation to Edge Finite Element Method, MSc in Electrical Engineering, Department of Broadband Info communications and Electromagnetic Theory, Budapest University of Technology and Economics Budapest, 2006.
- [64] C. Schneider et J. Richardson Biaxial magnetoelasticity in steels. *Journal of Applied Physics*, 53:8136-8138, 1982.
- [65] J. Pearson, P. Squire, M. Maylin, et J. Gore (2000). Biaxial stress effects on the magnetic properties of pure iron. *IEEE Transactions on Magnetics*, 36(5):3251-3253. 2000.
- [66] N. Galopin, Modélisation et caractérisation de matériaux actifs pour la conception de dispositifs magnéto-electriques, Docteur En Sciences De L'université Paris Xi, U.F.R. Des Sciences D'orsay Décembre 2007,
- [67] O. Hubert; Influence des contraintes internes et de la structure des dislocations sur les couplages magnéto-mécaniques dans les alliages Fe-3%Si a grains non orientes. These de doctorat, Université Technologique de Compiègne, France. (1998).
- [68] C. Gourdin, L. Hirsinger, et R. Billardon; Finite element implementation of an internal variable magneto-elastic hysteresis model; IOS Press, pages 625-628. (1998b).
- [69] C.Gourdin; Identification et modélisation du comportement électro-magnéto-élastique de structures ferromagnétiques. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, France. (1998).
- [70] Anouar Belahcen, Magnetoelasticity, Magnetic Forces and Magnetostriction in Electrical Machines, Doctor of Science in Technology of the Department of Electrical and Communications Engineering, for public examination and debate in Auditorium S4 at Helsinki University of Technology (Espoo, Finland) on the 27th of August, 2004.
- [71] M.J. Sablik and S.W. Rubin, Relationship of magnetostrictive hysteresis to the ΔE effect, Southwest Research Institute, San Antonio. TX 78228-0510, USA, *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 104 107 392-394 North-Holland 1992
- [72] D.C Jiles, Theory of the Magnetomechanical Effect, *Journal of physics D: Applied Physics*, Vol. 28, pp. 1537-1546, 1995
- [73] Etienne du Tremolet de Laheisserie , *Magnétisme: Matériaux et Applications*, EDP Science, 2000.

- [74] Martin J. Sablik and David C. Jiles; Coupled Magnetoelastic Theory of Magnetic and Magnetostrictive Hysteresis, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 29, N°3, pp. 2113-2123 July 1993.
- [75] R. M., Bozorth Ferromagnetism, IEEE Press, New York, 1993.
- [76] M. J. Sablik: A model for asymmetry in magnetic property behavior under tensile and compressive stress in steel, IEEE Transaction Magnetics, Vol. 33pp. 3958-396, 1997.
- [77] C.S. Schneider, P.Y. Cannell and K.T. Watts: Magneto-elasticity for large stresses, Journal Applied Physics, Vol. 74, , pp. 480–488. 1992.
- [78] K. Kashiwaya; Chap. 8: 'Magnetic methods', Handbook of measurement of residual stresses, J. Lu, Ed. Lilburn, USA: The Fairmont Press, 1996.
- [79] D. C. Jiles, M. K. Devine, Recent developments in modeling of the stress derivative of magnetization in ferromagnetic materials, Journal of Applied Physics, Vol. 76, N°. 10, pp. 7015-7017, November 1994.
- [80] Sorin Aurel Spornic, Automatisation de bancs de caractérisation 2D des tôles magnétiques, Influence des formes d'onde sur les mécanismes d'aimantation. Institut National Polytechnique de Grenoble -. French. <tel-00824201> Submitted on 21 May 2013.
- [81] M.J. Sablik, L.A. Riley, G.L. Burkhardt, H Kwun, P Y. Cannell, K.T Watts, R.A. Langman: Micromagnetic model for biaxial stress effects on magnetic properties, Journal of Magnetism and Magnetic Materials, Vol. 132, pp. 131-148. 1994.
- [82] D.A. Kaminski ^a D.C. Jiles ^a, S.B. Biner ^a and M.J. Sablik ^b, Angular dependence of the magnetic properties of polycrystalline iron under the action of uniaxial stress * "Ames Laboratory, Iowa State University, Journal of Magnetism and Magnetic Materials 104-107, 382 384, North-Holland.1992.
- [83] Bertrand Vieille : Modélisation de l'effet des contraintes sur le comportement magnétique des ferrites thèse de doctorat de l'école normal Supérieure de Cachan; 2007.
- [84] D. C. Jiles, D. A. Kaminski, and S. B. Biner ; A model for hysteretic magnetic properties under the application of noncoaxial stress and field. Center for NDE, Iowa State University, Ames, Iowa 50011, March 1993.
- [85] D. C. Jiles and D. L. Atherton, Ferromagnetic hysteresis, IEEE Trans. Mag. Vol. MEG-19, No. 5, , pp. 2183. September 1983.

- [86] M. Hamimid, «Modified Jiles–Atherton model and parameters identification using false position method», Université de Biskra , Janvier 2010.
- [87] Bottauscio O., Roccatto, P.E. , Zucca, M. ,Modeling the Dynamic Behavior of Magnetostrictive Actuators , IEEE transactions on magnetics vol 46 ,pp. 3022 –3028 Juillet 2010.
- [88] M. P. Weiss, L’hypothèse du champ moléculaire et la propriété ferromagnétique, J.de Phys, 4e Série, T-IV, Septembre 1907.
- [89] J. L. Dalmasso, Cours de l’électrotechnique 2. Traitement de l’énergie électrique, Berlin 1984.