

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université Batna2
Faculté de Technologie
Département d'Électrotechnique



THÈSE

Présentée pour l'obtention du diplôme de
DOCTORAT en SCIENCES
Spécialité: Électrotechnique

OPTION

AUTOMATIQUE

Par

MEDJBEUR LEMYA

Thème

Contribution au Contrôle Adaptatif Flou
des Systèmes non Linéaires

Soutenue devant le jury composé de :

Dr. NACERI Farid	Prof.	Université Batna2	Président
Dr. BENAGGOUNE Saïd	M.C.A.	Université Batna2	Rapporteur
Dr. HARMAS Mohamed Naguib	Prof.	Université Sétif1	Co-Rapporteur
Dr. ABDESSEMED Rachid	Prof.	Université Batna2	Examineur
Dr. BENMMAHAMED Kheir	Prof.	Université Sétif1	Examineur
Dr. BOUKHETALA Djamel	Prof.	Ecole Nationale Polytechnique Alger	Examineur

Remerciements

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude et mes remerciements les plus sincères à mon directeur de thèse le Docteur Saïd BENAGGOUNE de l'université Batna2, pour tout l'effort et l'enthousiasme qu'il a su consacrer à l'orientation de mes travaux de recherche.

Ma profonde gratitude et mon entière reconnaissance vont aussi à mon Co-directeur de thèse le professeur Mohamed Naguib HARMAS de l'université Ferhat Abbas Sétif1, pour ses conseils, son aide, ses encouragements et toutes les discussions que nous avons eues tout au long de ce travail. Je le remercie infiniment pour ses commentaires précieux qui m'ont permis de surmonter les difficultés et de progresser. Je lui suis très reconnaissante pour la confiance qu'il a bien voulu mettre en moi.

J'adresse mes sincères remerciements à Monsieur Farid NACERI, Professeur à l'université Batna2 pour avoir accepté de juger ce travail et de présider le jury.

Je tiens également à remercier Monsieur Rachid ABDESSEMED, Professeur à l'université Batna2, Monsieur Khier BENMAHAMMED, Professeur à l'université Ferhat ABBAS Sétif1 et Monsieur Djamel BOUKHETALA, Professeur à l'école nationale polytechnique d'Alger pour l'intérêt qu'ils ont bien voulu porter à ce travail, en acceptant de l'examiner.

Mes remerciements vont également à tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin à l'aboutissement de ce modeste travail.

Dédicaces

Je dédie cette thèse

À mes parents,

À mon mari,

À mes enfants Moumtaz et Amani,

À mes frères et sœurs,

À tous ceux que j'aime

RESUME

La commande adaptative utilisant la logique floue de type1 et 2 est revue en combinant séparément deux techniques robustes : la commande par mode glissant et le contrôle synergétique. Dans le but d'améliorer la convergence asymptotique des deux approches précitées on introduit les commandes dite terminales permettant d'imposer une convergence de temps fini. Cette dernière peut induire une singularité qu'on se propose d'éliminer par une contrainte synergétique terminale non linéaire. De plus afin de réduire l'impact de l'approximation floue un critère Hinf est introduit et des exemples de simulation illustrent positivement l'algorithme proposé. La stabilité en boucle fermée est assurée via la synthèse de Lyapunov.

Mots clés : flou type1 et 2 ; contrôle synergétique ; sliding mode control ; contrainte synergétique terminale ; Hinf ; convergence de temps fini ; Lyapunov.

SUMMARY

Adaptive fuzzy type 1 and type 2 control is reviewed combined separately with two robust techniques: sliding mode and synergetic control. Aiming to enhance asymptotic convergence for both approaches we introduce the so called terminal approach which enables finite time convergence to take place. In doing so a singularity problem may arise and is solved using a synergetic nonlinear terminal constraint.

Furthermore in effort to reduce the fuzzy approximation induced error, a Hinf criterion is proposed in the synergetic fuzzy adaptive approach supported by simulation results. Proof of stability is ensured by the use of Lyapunov synthesis.

Keywords : type 1 and 2 fuzzy ; synergetic control ; sliding mode ; terminal synergetic constraint ; Hinf ; finite time convergence; Lyapunov.

نعرض في أطروحة الدكتوراه هذه مجموعة من الأبحاث و التي يمكن لنا أن نقسمها إلى ثلاثة أقسام رئيسية: قسم أول يحتوي
تحكم تكيفي غير
الغير خطية أيضا باستعمال الأنظمة
سينرجي تكيفي مثنى بتقنية H_{∞} الغير خطية .
تقنية
1
2
ببنية تحكم سينرجي تكيفي
بواسطة تركيبة ليابنوف.
2
التكيفي
تحكم سينرجي , ليابنوف H_{∞} .
كلمات مفتاحيه : غير

Table des matières

Introduction générale	1
Chapitre I Commande Adaptative Floue des Systèmes Non Linéaires	
I.1. Introduction.....	5
I.2. Systèmes flous.....	6
I.2.1. Rappel sur les systèmes flous type-1.....	6
I.2.2.1. Base de règles	6
I.2.2.2. Fuzzification	6
I.2.2.3. Moteur d'inférence	6
I.2.2.4. Défuzzification	7
I.2.2 Systèmes flous type-2.....	7
I.2.2.1. Fuzzification	8
I.2.2.2. Base de règles.....	8
I.2.2.3. Mécanisme d'inférence.....	8
I.2.2.4. Réduction de type	9
I.2.2.5. Défuzzification	10
I.2.2.6. Interprétation de l'ensemble type réduit	10
I.3. Centroïde d'un ensemble flou type-2.....	11
I.4. Réduction de type pour un système flou de type-2 (SFT-2) intervalle Moyenne pondérée des ensembles flous type-1 intervalle.....	12
I.5. Réduction de type pour les systèmes flous type-2 intervalle par la méthode de centre des ensembles.....	15
I.6. Approximation par les systèmes flous.....	16
I.6.1. Approximation par les systèmes flous type-1.....	16

I.6.2. Approximation par les systèmes flous type-2.....	17
I.7. Conception du contrôleur adaptatif flou	18
I.8. Objectif de la commande.....	19
I.9. Conception du contrôleur adaptatif flou selon la synthèse de Lyapunov	19
I.10. Commande de supervision.....	24
I.11. Lois d'adaptation.....	25
I.12. Algorithme de conception de la commande adaptative floue	28
I.13. Application à un pendule inversé.....	30
I.13.1. Commande adaptative floue type-1.....	31
I.13.2. Commande adaptative floue type-2.....	35
I.14. Conclusion.....	38
Chapitre II Commande Par Mode Glissant Adaptatif Flou des Systèmes Non Linéaires	
II.1. Introduction.....	39
II.2. Commande par mode glissant.....	39
II.2.1 Choix de la surface de glissement.....	40
II.2.2 Condition d'existence du mode de glissement.....	41
II.2.3 Calcul de la commande.....	42
II.2.4 Phénomène de broutement	43
II.3. Commande par mode glissant terminal.....	43
II.4. Application	45
II.5. Commande adaptative par mode glissant flou.....	47
II.5.1 Conception de la commande par mode glissant flou.....	47
II.6. Conception de la commande par mode glissant flou avec PI.....	51

II.6. 1. Algorithme de projection.....	55
II.7. Algorithme de la commande par mode glissant flou avec régulateur PI.....	56
II.8. Application à un pendule inversé	57
II.8.1. Commande par mode glissant flou	57
II.8.2. Commande par mode glissant flou avec PI.....	58
II.9. Conclusion	61
Chapitre III Commande Synergétique Adaptative Floue des Systèmes Non Linéaires	
III.1. Introduction.....	62
III.2. Principe de la commande synergétique.....	63
III.2.1. Synthèse de la commande synergétique.....	63
III.3. Commande synergétique terminale	65
III.4. Application	67
III.5. Commande adaptative floue synergétique des systèmes non linéaires.....	70
III.6. Conception d'un contrôleur synergétique adaptatif flou.....	70
III.7. Objectif de la commande.....	71
III.8. Construction du contrôleur synergétique adaptatif flou	71
III.8.1 Lois d'adaptation	72
III.8.2. Algorithme de la commande synergétique adaptative floue	76
III.9. Commande synergétique terminale adaptative floue.....	77
III.9.1. Macro-variable terminale.....	77
III.9.2. Contrainte d'évolution terminale	78
III.9.2.1 Construction du contrôleur synergétique terminal adaptatif flou.....	78
III.9.2.2 Lois d'adaptation	79

III.10. Application	80
III.11. Commande synergétique adaptative floue robuste par l'approche H_∞	83
III.11.1. Formulation du problème.....	83
III.11.2. Lois d'adaptation	84
III.12. Application 1.....	87
III.13. Application 2.....	89
III.14. Conclusion.....	91
Chapitre IV Etude comparative	
IV.1. Introduction.....	92
IV.2. Comparaissant entre la commande adaptative floue type-I et la commande adaptative floue type-II.....	92
IV.3. Comparaissant entre la commande par mode glissant et la commande par mode glissant terminal	94
IV.4. Comparaissant entre la commande par mode glissant flou et la commande par mode glissant flou avec le régulateur PI	95
IV.5. Comparaissant entre la commande synergétique adaptative floue et la commande synergétique terminale adaptative floue	97
IV.6. Comparaissant entre la commande synergétique adaptative floue et la commande synergétique adaptative floue robuste par l'approche H_∞	99
IV.7. Conclusion	101
Conclusion générale	93
Bibliographie	95

Table des figures

Chapitre I Commande Adaptative Floue des Systèmes Non Linéaires	
Fig.I.1. Structure générale d'un système flou.....	06
Fig.I.2. Structure de base d'un contrôleur flou type-2.....	07
Fig.I.3. Système flou type-2 représenté par une collection de systèmes flous type-1.....	11
Fig.I.4. Schéma global de la commande adaptative floue.....	28
Fig.I.5. Schéma d'un pendule inversé.....	30
Fig. I.6. Evolution de l'angle du pendule θ et sa référence type-1 sans perturbations.....	32
Fig.I.7. Evolution de vitesse du pendule $\dot{\theta}$ et sa référence type-1 sans perturbations.....	32
Fig.I.8. Signal de commande type-1 sans perturbations	33
Fig.I.9. Evolution de l'angle du pendule θ et sa référence type-1 avec perturbations.....	33
Fig.I.10. Evolution de la vitesse du pendule $\dot{\theta}$ et sa référence type-1 avec perturbations..	34
Fig.I.11. Signal de commande type-1 avec perturbations.....	34
Fig.I.12. Evolution de l'angle du pendule θ et sa référence type-2 sans perturbations.....	36
Fig.I.13. Evolution de la vitesse du pendule $\dot{\theta}$ et sa référence type-2 sans perturbations...	36
Fig.I.14. Signal de commande type-2 sans perturbations.....	37
Fig.I.15. Evolution de l'angle du pendule θ et sa référence type-2 avec perturbations.....	37
Fig. I.16. Evolution de la vitesse du pendule $\dot{\theta}$ et sa référence type-2 avec perturbations	38
Fig. I.17. Signal de commande type-2 avec perturbations.....	38
Chapitre II Commande Par Mode Glissant Adaptatif Flou des Systèmes Non Linéaires	
Fig. II.1. Attractivité de la surface.....	41
Fig. II.2. Mode de glissement avec réticence.....	43
Fig.II.3. Evolution de la position angulaire.....	45

Table des figures

Fig.II.4. Signal de commande pour la commande par mode glissant.....	46
Fig.II.5. Signal de commande pour la commande par mode glissant terminal.....	46
Fig.II.6. Signal d'erreur.....	47
Fig.II.7. Schéma général des systèmes de commande par mode glissant adaptatif flou...	56
Fig. II.8. Evolution de la position angulaire.....	57
Fig. II.9. Signal de commande.....	57
Fig. II.10. Signal d'erreur.....	58
Fig. II.11. Evolution de la position angulaire.....	58
Fig. II.12. Signal de commande.....	59
Fig. II.13. Signal d'erreur.....	59
Fig. II.14. Evolution de la position angulaire.....	60
Fig. II.15. Signal de commande.....	60
Fig. II.16. Signal d'erreur.....	61
Chapitre III Commande Synergétique Adaptative Floue des Systèmes Non Linéaires	
Fig.III.1. Représentation graphique de la solution de l'équation de contrainte d'évolution pour différentes conditions initiales.....	64
Fig. III.2. Evolution de l'angle du pendule θ et sa référence.....	67
Fig. III.3 Signal de commande.....	67
Fig. III.4 Signal d'erreur.....	68
Fig. III.5 Evolution de l'angle du pendule θ et sa référence.....	68
Fig. III.6. Signal de commande.....	69
Fig. III.7. Signal d'erreur.....	69
Fig. III.8. Schéma général des systèmes de commande synergétique adaptative floue....	75
Fig. III.9. Evolution de l'angle du pendule θ et sa référence.....	81
Fig. III.10. Signal de commande.....	82

Table des figures

Fig. III.11. Signal d'erreur.....	82
Fig. III.12. Signal de sortie du système.....	88
Fig. III.13. Signal de commande.....	88
Fig. III.14. Signal d'erreur.....	89
Fig. III.15. Evolution de l'angle du pendule θ et sa référence	90
Fig. III.16. Signal de commande.....	90
Fig. III.14. Signal d'erreur.....	91
Chapitre IV Etude comparative	
Fig. IV.1. Signal d'erreur.....	92
Fig. IV.2. Signal de commande pour la commande adaptative floue type-I.....	93
Fig. IV.3. Signal de commande pour la commande adaptative floue type-I.....	93
Fig. IV.4. Signal d'erreur.....	94
Fig. IV.5. Signal de commande pour le mode glissant	94
Fig. IV.6. Signal de commande pour le mode glissant terminal.....	95
Fig. IV.7. Signal d'erreur.....	96
Fig. IV.8. Signal de commande pour le mode glissant flou.....	96
Fig. IV.9. Signal de commande pour le mode glissant flou avec PI.....	97
Fig. IV.10. Signal d'erreur.....	98
Fig. IV.11. Signal de commande de la commande synergétique adaptative floue	98
Fig. IV.12. Signal de commande de la commande synergétique terminale adaptative floue.....	99
Fig. IV.13. Signal d'erreur.....	99
Fig. IV.14. Signal de commande.....	100

INTRODUCTION GENERALE

Introduction générale

Contrairement à l'automatique linéaire, l'automatique non linéaire ne dispose pas de solutions universelles ni pour l'analyse des systèmes ni pour la conception de leurs contrôleurs. La plupart des approches de commande non linéaires exigent la connaissance d'un modèle mathématique du système. Les performances assurées seront directement liées à l'exactitude du modèle utilisé. En effet, l'obtention d'un modèle mathématique à la fois précis, pertinent et simple à exploiter, est parfois difficile et complexe. Pour résoudre ces problèmes, l'utilisation des contrôleurs basés sur l'expertise humaine peut être une alternative fiable. Parmi ces approches, on trouve la commande par logique floue qui ne nécessite pas la connaissance du modèle mathématique du processus à commander, ainsi elle exploite les informations linguistiques de l'expert humain. En plus, les systèmes flous ont la capacité d'approximer n'importe quelle fonction non linéaire inconnue avec un degré de précision donné [Wan 94]. Le plus souvent les régulateurs flous sont utilisés dans des systèmes qui possèdent des variations inconnues intrinsèques. L'objectif est donc de conserver de bonnes performances du système global en adaptant le régulateur en fonction des variations du système. Ce but peut être réalisé par les techniques dites commandes intelligentes dont la logique floue qui a été appliquée dans de nombreux domaines dans la commande des systèmes non linéaires.

La logique floue classique appelée aujourd'hui logique floue type-1 a été généralisée vers une nouvelle logique floue dite de type-2. La logique floue type-2 est très efficace dans les circonstances où il est très difficile de déterminer des fonctions d'appartenance exactes pour un système flou, par conséquent, cette nouvelle approche floue permet d'incorporer des incertitudes dans les règles, ce qui va agir positivement sur la sortie du système considéré [Cha 06].

La commande adaptative floue a été largement utilisée avec succès dans la littérature pour résoudre le problème de la commande des systèmes non linéaires mono-entrée mono-sortie (SISO) [Che 96a] [Ho 09] [Kha 96] [Lab 07] [Par 06] [Wan 94] [Yoo 98], et des systèmes non linéaires multi-entrées multi-sorties (MIMO) [Lab 05] [Lin 02]. Deux classes des commandes adaptatives floues existent. La classe de commandes adaptatives floues directes [Cha 06], et la classe de commandes adaptatives floues indirectes [Wan 94] [Cha 06]. Dans la première les systèmes flous sont utilisés dans la conception des régulateurs. Cependant, dans

Introduction générale

la commande adaptative indirecte, les systèmes flous sont utilisés pour modéliser le processus.

Cependant, ce type de commande adaptative floue ne permet pas de maintenir de bonnes performances de poursuite en présence des erreurs d'approximation et des perturbations externes. Dans ce cadre, plusieurs techniques de robustification ont été introduites avec la commande adaptative floue. Parmi celles-ci, on cite la technique de la commande par mode glissant [Ala 09] [Ho 09a] l'approche de la commande synergétique [Dou 02] [Mon 03a] et la commande fréquentielle avancée H_∞ [Che 96b].

La commande par mode glissant a connu un essor considérable durant les dernières décennies [Utk 07] [Fri 08]. Ceci est dû à sa propriété de convergence rapide et principalement à la grande robustesse par rapport aux erreurs de modélisation et certains types de perturbations extérieures [Ham 03]. Tous ces aspects positifs ne doivent pas néanmoins masquer certains inconvénients. Les commandes par mode glissant procèdent de manière discontinue et induisent en pratique des commutations à haute fréquence causant un problème majeur connu sous le nom de chattering. Ces commutations peuvent exciter des dynamiques non désirées qui risquent de déstabiliser, détériorer voire même de détruire le système à commander. Différentes méthodes pour réduire ce phénomène ont été proposées comme la solution de la couche limite [Slo 84], solution basée sur un observateur [Bon 85], les modes glissants d'ordre supérieur [Eme 86] [Fri 02], la commande par mode glissant terminal [Tan 98] [Yon 02] et mode glissant avec régulateur PI flou [Ho 09a] [Ho 09b].

Dans la solution de la couche limite la fonction signe est remplacée par des approximations continues [Slo 84] comme la fonction de saturation qui filtre les hautes fréquences. D'autres fonctions peuvent être aussi utilisées telles que les fonctions sigmoïdes.

Dans la solution de l'introduction d'observateur dans la boucle de régulation, il s'agit de placer un observateur par mode glissant pour éliminer la réticence due à la discontinuité de la loi de commande. L'idée proposée par [Bon 85] consiste à générer des modes glissants idéaux dans une boucle auxiliaire d'observation, telle que cette boucle d'observateur n'intègre aucune dynamique non modélisée.

Pour l'approche par modes glissants d'ordre supérieur on remplace le mode glissant d'ordre un ($s=0$) par le mode glissant d'ordre supérieur ($s=s^1=s^2=\dots=s^n=0$) où n est l'ordre du mode glissant [Eme 86] [Fri 02].

Pour le mode glissant avec régulateur PI flou on ajoute un terme de commande PI au niveau de signal de commande ce qui permet d'atténuer considérablement le phénomène de broutement.

Introduction générale

Un nouvel algorithme de contrôle par mode glissant, nommé mode glissant terminal, a été développé afin d'améliorer davantage la convergence du système [Zhu 03]. En comparaison avec l'hyperplan linéaire à base de modes glissants, le mode glissant terminal offre des propriétés supérieures telles que la convergence en temps fini. Ce contrôleur est particulièrement utile dans le traitement de haute précision, car il accélère, dans le cas des systèmes non linéaires incertains, d'ordres deux ou supérieurs, le taux de convergence près du point d'équilibre choisi [Zhu 03].

La commande synergétique n'a évolué que ces dernières années, similaire dans son approche conceptuelle à la commande par mode glissant, elle est vue comme une méthodologie puissante de conception de commande robuste. Cette technique a été appliquée avec succès dans le domaine de l'électronique de puissance par exemple, comme son application à un convertisseur statique [Dou 02] et des applications pratiques réussies en industrie telle que le chargement des batteries [Kon 04].

On s'est intéressé à étudier et à développer des commandes adaptatives synergétiques floues de type-1 et de type-2 pour des systèmes non linéaires et de proposer quelques approches dont l'approche terminale permettant donc une convergence de temps fini et un algorithme intégrant un critère H pour une meilleure prise en charge des erreurs d'approximations induites par l'approche floue.

L'ensemble des travaux réalisés dans le cadre de cette thèse est structurée en trois chapitres :

Dans le premier chapitre, un bref rappel sur les systèmes flous de type-1 et de type-2 est présenté ainsi que le théorème de l'approximation par les systèmes flous. Les concepts de base de la commande adaptative floue sont ensuite présentés. Le problème majeur d'un contrôleur flou type-1 est son incapacité à prendre en charge complètement les incertitudes numériques et linguistiques pour les systèmes inconnus, incertains, perturbés et non linéaires puisqu'il utilise des ensembles flous de type-1 précis. L'incertitude d'un système inconnu cause des problèmes dans la détermination exacte des fonctions d'appartenance pour les conséquences et pour les prémisses pendant l'étape de conception du contrôleur flou, et cela peut bien causer une dégradation dans les performances du contrôleur flou type-1. Ce problème peut trouver sa solution dans l'utilisation de la logique floue type-2 dans la commande adaptative des systèmes non linéaires. Pour illustrer la validité des contrôleurs proposés, l'exemple du pendule inversé est utilisé d'abord dans le cas nominal d'absence de perturbations et dans le cas d'une forte perturbation.

Introduction générale

Deux algorithmes de commande sont synthétisés dans le deuxième chapitre. La commande par mode glissant et la commande par mode glissant terminal dans le but d'obtenir une convergence de temps fini sont donc introduites pour aboutir enfin à l'élaboration d'une commande adaptative floue par mode glissant pour une classe de systèmes non linéaires. Enfin, l'introduction et l'application de la technique de commande adaptative floue par mode glissant munie d'un régulateur PI pour éliminer l'action de broutement est présentée.

Dans le troisième chapitre la commande synergétique est introduite constituant avec quelques propositions l'essentiel de notre travail. Les paramètres de la macro-variable linéaire peuvent être souvent ajustés de manière appropriée pour obtenir un taux de convergence arbitraire, les états du système ne peuvent pas atteindre le point d'équilibre en temps fini. Pour pallier à cet inconvénient, la commande synergétique terminale avec une macro-variable non linéaire est proposée fondée sur le concept des attracteurs. Le développement d'algorithmes de commande synergétique adaptative floue à base d'approximation floue de type-1 et type-2 est ensuite présenté. Inspiré par ces idées nous présentons une contribution dans l'élaboration de la commande synergétique adaptative terminale floue qui offre des propriétés supérieures comme la rapidité, la convergence en temps fini, et une précision accrue. Néanmoins un inconvénient de cette commande demeure consistant en la présence éventuelle d'une singularité qu'on surmonte par l'apport d'une contrainte d'évolution terminale.

Pour renforcer la robustesse une commande adaptative synergétique robuste satisfaisant un critère H_∞ est développée dont l'utilisation est illustrée sur un problème de poursuite d'un système non linéaire. Enfin une étude comparative entre toutes les commandes développées dans ce travail.

Les conditions de mise en œuvre de toutes les commandes développées dans ce travail sont étudiées et la stabilité en boucle fermée garantie par la synthèse de Lyapunov.

Le bilan des travaux réalisés, dans le cadre de cette thèse, et les perspectives envisagées sont donnés en conclusion.

Chapitre .I

COMMANDE ADAPTATIVE FLOUE DES SYSTEMES NON LINEAIRES

COMMANDE ADAPTATIVE FLOUE DES SYSTEMES NON LINEAIRES

I.1. Introduction

La commande adaptative est une technique qui consiste à identifier un processus dans son environnement à partir de mesures d'entrées-sorties, et d'utiliser ensuite le modèle obtenu pour concevoir une action de commande.

La plupart des systèmes rencontrés sont modélisables mathématiquement. Cependant, il existe de nombreux processus dans le monde réel possédant des mécanismes physiques complexes difficilement modélisables avec des paramètres incertains. L'obtention d'un modèle pour de tels systèmes devient alors une opération difficile à réaliser. Une des solutions consiste à utiliser la théorie de la logique floue.

Plusieurs méthodes de conception de la commande adaptative floue ont été introduites, classées généralement en deux classes principales [Nar 90], la commande adaptative directe qui utilise les systèmes flous pour approximer un contrôleur idéal inconnu [Cha 00] [Wan 94] [Che 96], et la commande adaptative indirecte qui utilise les systèmes flous pour estimer la dynamique inconnue du système non linéaire à commander afin de synthétiser des lois de commande basées sur ces estimations [Bou 08a] [Ho 09].

Les systèmes adaptatifs flous ont l'avantage d'être efficaces malgré l'absence de modèle mathématique et de permettre que les informations linguistiques données par l'expert soient incorporées directement à l'aide des règles floues dans le contrôleur.

Dans ce chapitre nous présentons d'une manière succincte la manière de construire une commande adaptative floue en utilisant une fois les systèmes flous type-1 pour approximer la dynamique des systèmes non linéaires inconnus, et une autre en utilisant les systèmes flous type-2. Dans les deux cas les paramètres du contrôleur seront ajustés par des lois d'adaptation, la stabilité du système en boucle fermé étant assurée par la synthèse de Lyapounov au sens que tous les signaux soient bornés. Un exemple de simulation est présenté, pour illustrer l'utilisation des deux commandes proposées.

I.2. Systèmes flous

I.2.1. Rappel sur les systèmes flous type-1

La structure d'un système flou (dit de type-1) est présentée en figure (I.1). Elle est composée de quatre blocs distincts dont les définitions sont données ci-dessous [Tak 85].

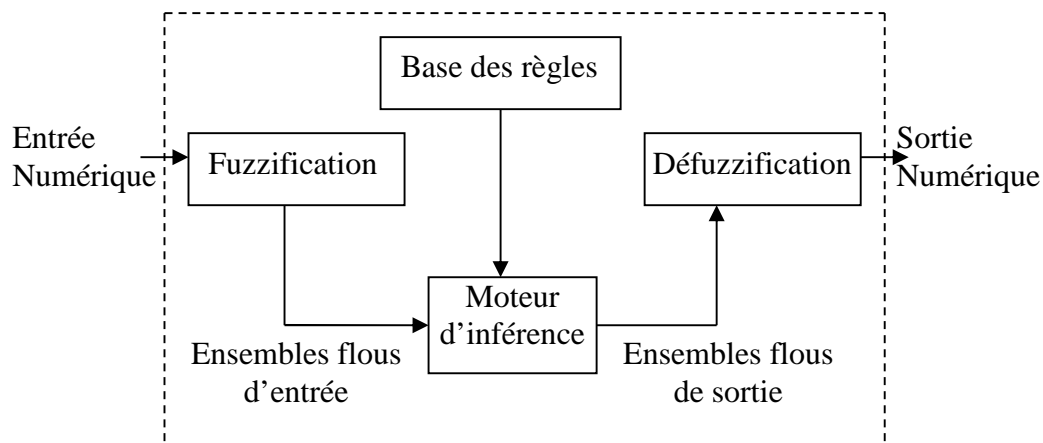


Fig. I.1. Structure générale d'un système flou.

I.2.2.1. Base de règles

On regroupe dans ce bloc, l'ensemble des définitions utilisées dans la théorie des ensembles flous (univers de discours, variables linguistique, choix des opérateurs...) ainsi que le recueil de règles de type « SI...ALORS... » établi sur la base de l'expert [Lee 90].

I.2.2.2. Fuzzification

La fuzzification consiste à définir pour chacune des entrées réelles, les degrés d'appartenance relatifs à chacune de ses fonctions d'appartenance. On obtient ainsi pour chaque variable réelle un ensemble de variables floues pouvant être traitées par des opérateurs flous [Bor 98].

I.2.2.3. Moteur d'inférence

L'étape d'inférence réalisée par un moteur d'inférence associe les variables de sorties floues aux variables d'entrées floues à l'aide des règles d'application. Parmi les méthodes d'inférence les plus utilisées, on cite [Bor 98]:

- **Méthode d'inférence *max-min***

Cette méthode réalise l'opérateur OU par la formation du maximum et l'opérateur ET par la fonction *min*, la conclusion « Alors » de chaque règle par la fonction *min*.

- **Méthode d'inférence *max-prod***

La différence entre cette méthode et la méthode précédente réside dans le fait que «Alors» est obtenu par la formation du produit.

I.2.2. 4. Défuzzification

La défuzzification est la procédure inverse de la fuzzification. Elle consiste à convertir la valeur floue d'une variable en une valeur numérique. Les méthodes les plus couramment utilisées sont [Bor 98]:

- La méthode de centre de gravité.
- La méthode du maximum.

I.2.2. Système flou type-2

La structure de base d'un système flou type-2 représentée par la figure (I.2), est semblable à celle d'un système flou type-1. Elle est composée de cinq blocs : l'interface de fuzzification, la base de règles, le mécanisme d'inférence, le réducteur de type et le défuzzificateur. Dans ce qui suit chaque bloc est présenté en détails [Kar 98b].

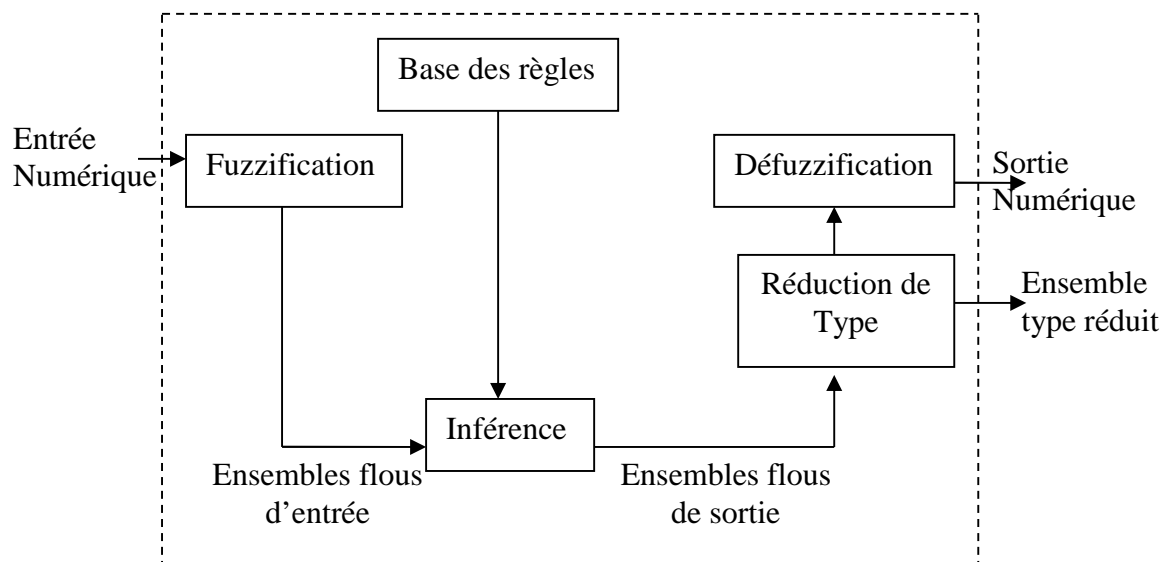


Fig. I.2. Structure de base d'un contrôleur flou type-2

I.2.2.1. Fuzzification

L'interface de fuzzification fait correspondre à l'entrée déterministe un ensemble flou qui peut être généralement un ensemble flou type-2. Cependant, dans ce qui suit, nous utilisons seulement une fuzzification par singleton pour laquelle l'ensemble flou d'entrée possède uniquement un seul degré d'appartenance non nul.

I.2.2.2. Base de règles

Dans le cas du type-1, nous avons généralement des règles de la forme '**IF-THEN**', où la $i^{\text{ème}}$ règle possède la forme suivante :

$$R^{(i)} : \text{IF } x_1 \text{ is } F_1^l \text{ and } x_2 \text{ is } F_2^l \text{ and...and } x_p \text{ is } F_p^l, \text{ THEN } y \text{ is } G^l \quad (\text{I.1})$$

Où $x_1 \in X_1$, $x_2 \in X_2$, $x_p \in X_p$ sont les entrées. Les F_i^l s sont les ensembles des prémisses tel que $i=1,2,\dots,p$, $y \in Y$ la sortie, et les G^l s sont les ensembles des conséquences.

La différence entre le type- et le type-2 réside seulement dans la nature des fonctions d'appartenance, donc, la structure des règles dans le cas du type-2 va rester exactement la même, la seule différence étant que quelques (ou toutes) les fonctions d'appartenance sont de type-2 ; alors, la $i^{\text{ème}}$ règle d'un système flou type-2 aura la forme **[Men 95] [Men 02] [Men 04]** :

$$R^{(i)} : \text{IF } x_1 \text{ is } \tilde{F}_1^l \text{ and } x_2 \text{ is } \tilde{F}_2^l \text{ and...and } x_p \text{ is } \tilde{F}_p^l, \text{ THEN } y \text{ is } \tilde{G}^l \quad (\text{I.2})$$

Il n'est pas nécessaire que toutes les fonctions d'appartenance des prémisses et des conséquences soient de type-2. Il suffit qu'une seule fonction d'appartenance dans une prémisse ou dans une conséquence soit de type-2 pour que tout le système soit dit de type-2.

I.2.2.3. Mécanisme d'inférence

La règle (I.2) représente une relation floue type-2 entre l'espace d'entrée $X_1 \times X_2 \times \dots \times X_p$ et l'espace de sortie Y du système flou. Notons la fonction d'appartenance de cette relation floue type-2 par $\sim_{\tilde{F}_1^l \times \dots \times \tilde{F}_p^l \rightarrow \tilde{G}^l}(\underline{x}, y)$ où $\tilde{F}_1^l \times \dots \times \tilde{F}_p^l$ dénote le produit cartésien de $\tilde{F}_1^l, \tilde{F}_2^l, \dots, \tilde{F}_p^l$ et $\underline{x} = (x_1, x_2, \dots, x_p)^T$.

Lorsque une entrée \underline{x}' est appliquée, la composition de l'ensemble flou \tilde{X}' à qui \underline{x}' appartient et la règle $R^{(l)}$ est calculée par la composition *sup-star* suivante [Glo 99] [Men 02] :

$$\sim_{\tilde{X}' \circ \tilde{F}_1^l \times \dots \times \tilde{F}_p^l \rightarrow \tilde{G}^l}(\underline{y}) = \cup_{\underline{x} \in \tilde{X}'} \left[\sim_{\tilde{X}'}(\underline{x}) \cap \sim_{\tilde{F}_1^l \times \dots \times \tilde{F}_p^l \rightarrow \tilde{G}^l}(\underline{x}, \underline{y}) \right] \quad (\text{I.3})$$

Si nous utilisons une fuzzification de type singleton, l'ensemble flou \tilde{X}' est tel qu'il possède un degré d'appartenance unitaire à $\underline{x} = \underline{x}'$ et zéro ailleurs, par conséquent (I.3) est réduit à :

$$\sim_{\tilde{X}' \circ \tilde{F}_1^l \times \dots \times \tilde{F}_p^l \rightarrow \tilde{G}^l}(\underline{y}) = \sim_{\tilde{F}_1^l \times \dots \times \tilde{F}_p^l \rightarrow \tilde{G}^l}(\underline{x}', \underline{y}) \quad (\text{I.4})$$

Notons l'ensemble de sortie correspondant à la $l^{\text{ème}}$ règle $\tilde{X}' \circ \tilde{F}_1^l \times \dots \times \tilde{F}_p^l \rightarrow \tilde{G}^l$ par \tilde{B}^l .

Le second membre de (I.4) est calculé en utilisant l'implication minimum ou produit [Glo 99] [Men 02] (qui correspondra à l'opération '*meet*' avec T-norme minimum ou produit dans le cas du type-2), donc (I.4) peut être écrite comme :

$$\sim_{\tilde{B}^l}(\underline{y}) = \sim_{\tilde{F}_1^l \times \dots \times \tilde{F}_p^l}(\underline{x}') \cap \sim_{\tilde{G}^l}(\underline{y}) \quad (\text{I.5})$$

Qui est équivalent à

$$\begin{aligned} \sim_{\tilde{B}^l}(\underline{y}) &= \sim_{\tilde{F}_1^l}(x_1) \cap \sim_{\tilde{F}_2^l}(x_2) \cap \dots \cap \sim_{\tilde{F}_p^l}(x_p) \cap \sim_{\tilde{G}^l}(\underline{y}) \\ &= \sim_{\tilde{G}^l}(\underline{y}) \cap \left[\prod_{i=1}^p \sim_{\tilde{F}_i^l}(x_i) \right] \end{aligned} \quad (\text{I.6})$$

Où \cap dénote l'opération *meet* basée sur la T-norme choisie.

I.2.2.4. Réduction de type

Dans un système flou type-1, où les ensembles de sortie sont des ensembles flous type-1, on effectue la défuzzification dans le but d'obtenir une valeur numérique représentant la combinaison des ensembles de sortie

Dans le cas du type-2, les ensembles de sortie sont des ensembles de type-2 ; on doit donc utiliser des versions étendues des méthodes de défuzzification de type-1 appelées la réduction de type [Kar 98b]. Cette opération va transformer l'ensemble flou type-2 résultant en un ensemble flou type-1 appelé ensemble type réduit, qui sera défuzzifié par la suite. Cet ensemble type réduit résultant prend en considération plus d'information au sujet des incertitudes des règles que la valeur défuzzifiée avec le type-1 (un nombre).

Parmi les méthodes de réduction de type utilisées on cite :

- La réduction de type par le centre de gravité.
- La réduction de type par la hauteur.
- La réduction de type par le centre des ensembles.

C'est cette dernière méthode que nous utilisons pour la réduction de type.

I.2.2.5. Défuzzification

A la fin de l'étape de réduction de type, on obtient un ensemble type réduit qui est un ensemble flou type-1, qu'on doit transformer en une valeur numérique [Kar99].

La façon la plus naturelle de faire ceci est de trouver le centre de gravité de l'ensemble type réduit. Le calcul du centre de gravité est équivalent à trouver une moyenne pondérée des sorties de tous les ensembles flous type-1 imbriqués dans le système flou type-2, où les poids correspondent aux appartenances dans l'ensemble type réduit.

Si l'ensemble type réduit Y , pour une entrée x , est discrétisé en N points, l'expression de son centre de gravité est :

$$C_Y(x) = \frac{\sum_{k=1}^N y_k \sim_Y(y_k)}{\sum_{k=1}^N \sim_Y(y_k)} \quad (\text{I.7})$$

I.2.2.6. Interprétation de l'ensemble type réduit

Le système flou type-2 peut être également considéré comme une collection de plusieurs systèmes flous type-1 différents comme montre la figure (Fig.I.3). Chacun de ces systèmes flous type-1 est imbriqué dans le système flou type-2, donc l'ensemble type réduit est une collection des sorties de tous les systèmes flous type-1 qui sont imbriqués dans le système flou type-2, ceci nous permet de représenter la sortie de système flou type-2 comme un ensemble flou plutôt qu'une valeur déterministe [Kar 99] [Kar 98b].

Si toutes les incertitudes d'un système flou type-2 se réduisent à des incertitudes d'un système flou type-1, ce qui signifie que toutes les fonctions d'appartenance type-2 sont réduites à leurs fonctions d'appartenance principales, les degrés d'appartenance des prémisses et des conséquences de chaque point seront réduits à des points (valeurs ordinaires). Ceci va causer

bien sur la réduction de l'ensemble type-2 de sortie à sa fonction d'appartenance principale, et la réduction de l'ensemble de type réduit vers un point singulier qui représente le centre de gravité de la fonction d'appartenance principale de l'ensemble de sortie. Un système flou type-2 peut alors être vu comme une version perturbée d'un système flou type-1 à cause des incertitudes présentes dans les fonctions d'appartenance. Alors le degré d'appartenance d'un point $y_1 \in Y$ dans l'ensemble type réduit indique le niveau d'incertitude associé au système flou type-1 dont la sortie est y_1

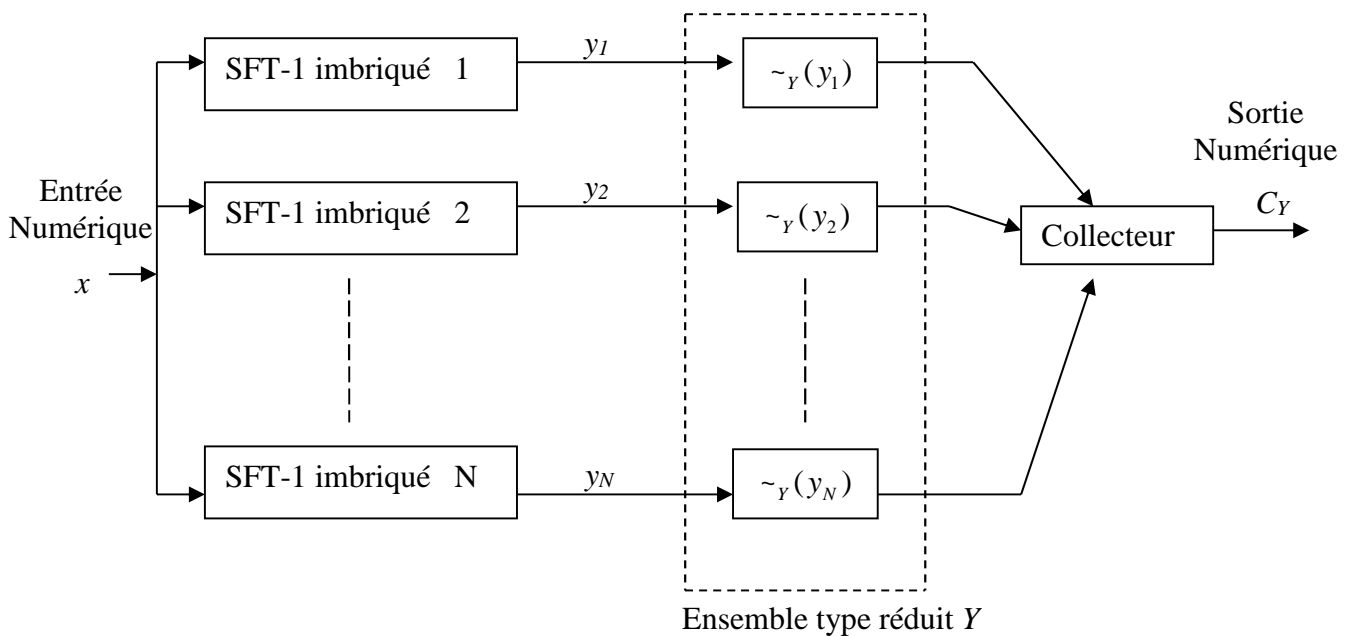


Fig. I.3. Système flou type-2 représenté par une collection de systèmes flous type-1

I.3. Centroïde d'un ensemble flou type-2

Le centroïde d'un ensemble flou A de type-2, défini sur un domaine discret de N points, peut être défini en utilisant le principe d'extension [Men 95]

$$C_A = \frac{\int \dots \int_{x_1 \dots x_N} [\sim_{D_1}(x_1) * \dots * \sim_{D_N}(x_N)]}{\sum_{i=1}^N x_i \mu_i} \quad (\text{I.8})$$

Où $D_i = \sim_A(x_i)$, $x_i \in D_i$

I.4. Réduction de type pour un système flou de type-2 (SFT-2) intervalle Moyenne pondérée des ensembles flous type-1 intervalle

Considérons la forme générale pour calculer l'ensemble type réduit donné par [Kar 01]:

$$Y(Z_1, \dots, Z_N, W_1, \dots, W_N) = \int_{z_1 \in Z} \dots \int_{z_N \in Z} \int_{w_1 \in W} \dots \int_{w_N \in W} \left[\mathfrak{S}_{l=1}^N \sim_{z_l}(z_l) * \mathfrak{S}_{l=1}^N \sim_{w_l}(w_l) \right] \Bigg/ \frac{\sum_{l=1}^N w_l z_l}{\sum_{l=1}^N w_l} \quad (\text{I.9})$$

Où $\mathfrak{S}, *$ indique la T-norme choisie.

Si Z_l et W_l ($l=1, \dots, N$) sont des ensembles flous type-1 intervalle ; alors, $\sim_{z_l}(z_l) = \sim_{w_l}(w_l) = 1$,

(II.9) peut être réécrite comme :

$$Y(Z_1, \dots, Z_N, W_1, \dots, W_N) = \int_{z_1 \in Z} \dots \int_{z_N \in Z} \int_{w_1 \in W} \dots \int_{w_N \in W} 1 \Bigg/ \frac{\sum_{l=1}^N w_l z_l}{\sum_{l=1}^N w_l} = [y_l, y_r] \quad (\text{I.10})$$

Maintenant, nous allons présenter une procédure itérative qui calcule la moyenne pondérée Y lorsque chaque Z_l dans (I.10) est un ensemble type-1 intervalle ayant comme centre c_l et comme largeur s_l ($s_l > 0$), et lorsque chaque W_l est aussi un ensemble type-1 intervalle ayant comme centre h_l et comme largeur Δ_l ($\Delta_l > 0$). (Nous supposons que $h_l \geq \Delta_l$, afin que $w_l > 0$ pour $l=1, \dots, N$). Les deux observations suivantes sont faites :

1. puisque $Z_1, \dots, Z_N, W_1, \dots, W_N$ sont des ensemble flou type-1 intervalle, alors $Y(Z_1, \dots, Z_N, W_1, \dots, W_N)$ est aussi un ensemble type-1 intervalle ; donc, pour trouver $Y(Z_1, \dots, Z_N, W_1, \dots, W_N)$ il suffit de calculer les deux points limites y_l et y_r de cet intervalle .

2. soit $y = \frac{\sum_{l=1}^N z_l w_l}{\sum_{l=1}^N w_l}$, puisque $w_l > 0$ pour tout l , la dérivée partielle est donnée par

$$\partial y / \partial z_k = w_k / \sum_{l=1}^N w_l \geq 0 ; \text{ par conséquent, } y \text{ est toujours croissant lorsque } z_k \text{ est}$$

croissant, et pour n'importe quelle combinaison $\{w_1, \dots, w_N\}$ tel que $w_l \in W_l$, y est maximisé que lorsque $z_l = c_l + s_l$ pour $l=1, \dots, N$, et y sera minimisé que lorsque $z_l = c_l - s_l$

pour $l=1, \dots, N$. y est , donc, obtenu par la maximisation de $\left[\frac{\sum_l w_l (c_l + s_l)}{\sum_l w_l} \right]$,

sous les contraintes $w_l \in W_l$ pour $l=1, \dots, N$; et y_l est obtenu en minimisant

$$\left[\frac{\sum_l w_l (c_l - s_l)}{\sum_l w_l} \right], \text{ sous les contraintes } w_l \in W_l \text{ pour } l=1, \dots, N.$$

D'après ces deux observations, il est clair que pour calculer $Y(Z_1, \dots, Z_N, W_1, \dots, W_N)$, nous aurons besoin seulement de considérer l'optimisation (maximisation/ minimisation) de la moyenne pondérée

$$y(w_1, \dots, w_N) = \frac{\sum_{l=1}^N z_l w_l}{\sum_{l=1}^N w_l} \quad (\text{I.11})$$

Sous les contraintes $w_l \in [h_l - \Delta_l, h_l + \Delta_l]$, ou $h_l \geq \Delta_l$, pour $l=1, \dots, N$. comme mentionné dans l'observation (2), nous allons poser $z_l = c_l + s_l$ ($l=1, \dots, N$) lorsque nous maximisons $y(w_1, \dots, w_N)$ et $z_l = c_l - s_l$ ($l=1, \dots, N$) lorsque nous le minimisons.

La dérivation de $y(w_1, \dots, w_N)$ par rapport à w_k donne :

$$\frac{\partial}{\partial w_k} y(w_1, \dots, w_N) = \frac{\partial}{\partial w_k} \frac{\sum_{l=1}^N z_l w_l}{\sum_{l=1}^N w_l} = \frac{z_k - y(w_1, \dots, w_N)}{\sum_{l=1}^N w_l} \quad (\text{I.12})$$

Puisque $\sum_{l=1}^N w_l > 0$, il est donc clair de (I.12) que

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial w_k} y(w_1, \dots, w_N) &< 0 \quad \text{si } z_k < y(w_1, \dots, w_N) \\ \frac{\partial}{\partial w_k} y(w_1, \dots, w_N) &= 0 \quad \text{si } z_k = y(w_1, \dots, w_N) \\ \frac{\partial}{\partial w_k} y(w_1, \dots, w_N) &> 0 \quad \text{si } z_k > y(w_1, \dots, w_N) \end{aligned} \quad (\text{I.13})$$

Mettre $\partial/\partial w_k$ égale à zéro ne donne pas trop d'information sur la valeur de w_k quand $y(w_1, \dots, w_N)$ est maximisé ou minimisé, parce que

$$y(w_1, \dots, w_N) = z_k \Rightarrow \frac{\sum_l z_l w_l}{\sum_l w_l} = z_k \Rightarrow \frac{\sum_{l \neq k} z_l w_l}{\sum_{l \neq k} w_l} = z_k \quad (\text{I.14})$$

On remarque que w_k n'apparaît pas dans (I.14). Cependant l'équation (I.13) nous donne la direction dans laquelle w_k doit être changé pour augmenter ou diminuer $y(w_1, \dots, w_N)$. de (I.14) nous remarquons que :

- Si $z_k > y(w_1, \dots, w_N)$, alors $y(w_1, \dots, w_N)$ croît avec la croissance de w_k
- Si $z_k < y(w_1, \dots, w_N)$, alors $y(w_1, \dots, w_N)$ croît avec la décroissance de w_k

On rappelle que la valeur maximale que peut atteindre w_k est $h_k + \Delta_k$, et la valeur minimale qu'elle peut atteindre est $h_k - \Delta_k$, par conséquent, on trouve que $y(w_1, \dots, w_N)$ atteint sa valeur maximale si :

- $w_k = h_k + \Delta_k$ pour les valeurs de k pour lesquelles $z_k > y(w_1, \dots, w_N)$, et
- $w_k = h_k - \Delta_k$ pour les valeurs de k pour lesquelles $z_k < y(w_1, \dots, w_N)$.

Similairement, $y(w_1, \dots, w_N)$ atteint sa valeur minimale si :

- $w_k = h_k - \Delta_k$ pour les valeurs de k pour lesquelles $z_k > y(w_1, \dots, w_N)$, et
- $w_k = h_k + \Delta_k$ pour les valeurs de k pour lesquelles $z_k < y(w_1, \dots, w_N)$.

La valeur maximale de $y(w_1, \dots, w_N)$ peut alors être obtenue en utilisant la procédure itérative suivante (algorithme développé par Karnik-Mendel) [Kar 99] :

On pose $z_l = c_l + s_l$ ($l = 1, \dots, N$) ; avec z_l arrangés dans l'ordre ascendant $z_1 < z_2 < \dots < z_N$, les étapes suivantes sont alors réalisées :

1. poser $w_l = h_l$ pour $l = 1, \dots, N$ et calculer $y' = y(h_1, \dots, h_N)$ en utilisant (I.11).
2. trouver K ($1 \leq K \leq N - 1$) tel que $z_k \leq y' \leq z_{k+1}$.
3. poser $w_l = h_l - \Delta_l$ pour $l \leq K$ et $w_l = h_l + \Delta_l$ $l \geq K + 1$ est calculer $y'' = y(h_1 - \Delta_1, \dots, h_K - \Delta_K, h_{K+1} + \Delta_{K+1}, \dots, h_N + \Delta_N)$ en utilisant (I.15).
4. vérifier si $y'' = y'$; si oui y'' est la valeur maximale de $y(w_1, \dots, w_N)$; si non, aller à l'étape 5.
5. poser $y' = y''$, revenir à l'étape 2.

Il peut être facilement montré que cette procédure itérative converge dans N itérations au plus, où une itération consiste à exécuter les étapes 2 à 5.

Le minimum de $y(w_1, \dots, w_N)$, peut être obtenu en utilisant une procédure similaire à celle décrite précédemment (recherche du maximum). Il y a seulement deux changements à faire :

- Poser $z_l = c_l - s_l$ pour $l = 1, 2, \dots, N$; et

- Dans l'étape 3 nous devons poser $w_l = h_l + \Delta_l$ pour $l \leq K$ et $w_l = h_l - \Delta_l$ pour $l \geq K + 1$ afin de calculer le centroïde
- $y'' = y(h_1 + \Delta_1, \dots, h_K + \Delta_K, h_{K+1} - \Delta_{K+1}, \dots, h_N - \Delta_N)$.

I.5. Réduction de type pour les systèmes flous type-2 intervalle par la méthode de centre des ensembles

Le réducteur de type par la méthode de centre des ensembles remplace chaque ensemble conséquent par son centre de gravité et permet d'obtenir une moyenne pondérée de ces centres de gravité, où le poids associé au $l^{\text{ème}}$ centre de gravité est le degré d'activation correspondant à la $l^{\text{ème}}$ règle, noté $\cap_{i=1}^p \sim_{\tilde{F}_i}(x_i)$. L'expression de l'ensemble type-réduit pour un système flou type-2 intervalle est donnée par :

$$Y_{TR}(x) = \int_{y^1 \in [y_l^1, y_r^1]} \dots \int_{y^M \in [y_l^M, y_r^M]} \int_{f^1 \in [f^1, \bar{f}^1]} \dots \int_{f^M \in [f^M, \bar{f}^M]} 1 \left/ \frac{\sum_{i=1}^M f^i y^i}{\sum_{i=1}^M f^i} \right. = [y_l(x), y_r(x)] \quad (\text{I.15})$$

Où $y_i \in Y_i = [y_l^i, y_r^i]$, Y^i le centre de gravité de l'ensemble conséquent type-2 intervalle \tilde{G}^i , et $f^i \in F^i = [f^i, \bar{f}^i]$ est l'intervalle d'activation.

Notre procédure d'application de réduction est appliquée en deux étapes préliminaires avant de calculer l'ensemble type-réduit. Dans la première étape, nous calculons le centre de gravité C_l de chaque ensemble conséquent de type-2. Dans la deuxième étape, le degré d'activation $F_l = \cap_{i=1}^p \sim_{\tilde{F}_i}(x_i)$ associé au $l^{\text{ème}}$ ensemble conséquent (M nombre des règles) est calculé.

Donc la procédure itérative sera appliquée deux fois, une fois pour calculer le centre de gravité $C_l = [L_l^c, R_l^c]$ de chaque ensemble conséquent de type-2, où x_i et μ_i dans (I.8) jouent le même rôle que Z_l et W_l dans (I.11), respectivement. Dans ce cas, chaque s_l est égal à zéro car chaque x_i est une valeur déterministe, et chaque μ_i appartient un certain intervalle dans [0.1].

On calcule ensuite l'ensemble type-réduit avec $C_l = [L_l^c, R_l^c]$ qui joue le rôle de Z_l dans (I.10), alors $c_l = (L_l^c + R_l^c)/2$ et $s_l = (R_l^c - L_l^c)/2$.

Le degré d'activation F_l joue le rôle de W_l . Si le domaine de F_l est un intervalle $[L_l, R_l]$, alors $h_l = (R_l - L_l)/2$, et $\Delta_l = (L_l + R_l)/2$

I.6. Approximation par les systèmes flous

I.6.1. Approximation par les systèmes flous type-1 :

L'ensemble du système flou avec la fuzzification singleton, la défuzzification par centre de gravité et le produit d'inférence sont des fonctions $f : U \subset \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$ de la forme suivante

[Run 94] [Sug 88] :

$$y(x) = \frac{\sum_{l=1}^M \bar{y}^l \left(\prod_{i=1}^n \sim_{F_i^l}(x_i) \right)}{\sum_{l=1}^M \left(\prod_{i=1}^n \sim_{F_i^l}(x_i) \right)} \quad (\text{I.16})$$

Où $x = [x_1, \dots, x_n]^T \in U$ est le vecteur d'entrée, \bar{y} représente les centres des fonctions d'appartenance des conséquences, $\sim_{F_i^l}(x_i)$ correspond à la fonction d'appartenance de l'entrée x_i de la règle l , et la conjonction 'ET' dans les prémisses, est réalisée par le produit.

Le système flou (I.16) peut être réécrit sous la forme suivante **[Wan 94] :**

$$y(x) = \mathbf{\bar{y}}^T \mathbf{\langle}(x) \quad (\text{I.17})$$

Où $\mathbf{\bar{y}} = (\bar{y}^1, \dots, \bar{y}^M)^T$ est un vecteur de paramètres et $\mathbf{\langle}(x) = (\langle^1(x), \dots, \langle^M(x))^T$ est un vecteur régressif avec le régresseur $\langle^l(x)$ (fonction floue de base) défini comme :

$$\langle^l(x) = \frac{\prod_{i=1}^n \sim_{F_i^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^M \left(\prod_{i=1}^n \sim_{F_i^l}(x_i) \right)} \quad (\text{I.18})$$

Avec des fonctions d'appartenance gaussiennes, le système représenté par (I.16) peut être écrit sous la forme suivante :

$$y(x) = \frac{\sum_{l=1}^M \bar{y}^l \left[\prod_{i=1}^n \exp \left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x_i - \bar{x}_i^l}{\dagger_i^l} \right)^2 \right) \right]}{\sum_{l=1}^M \left[\prod_{i=1}^n \exp \left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x_i - \bar{x}_i^l}{\dagger_i^l} \right)^2 \right) \right]} \quad (\text{I.19})$$

Ou les paramètres \bar{y}^l, \bar{x}_i^l et $\dagger_i^l > 0$ sont des paramètres réglables, et où \bar{x}_i^l sont les centres des gaussiennes et \dagger_i^l leurs écarts type.

Il a été prouvé par Wang dans [Wan 92a] que ces systèmes (I.19) sont des approximateurs universels, capables d'approximer toute fonction réelle continue sur un ensemble compact U avec une précision arbitraire donnée.

I.6.2. Approximation par les systèmes flous type-2 [Cha 06] :

Pour le cas des systèmes flous type-2, la propriété de l'approximation universelle est conservée et l'équation (I.17) reste valable avec une phase supplémentaire de réduction de type. Dans notre travail on utilisera les systèmes flous type-2 intervalle avec une réduction de type par le centre des ensembles représentée par (I.15).

On observe que chaque ensemble de (I.15) est un intervalle type-1 ce qui implique que Y_{TR} est un intervalle type-1 qui peut être donc déterminé par ses deux points limites. Le maximum de y est y_r et son minimum est y_l ; $\forall y \in Y_{TR}$, y peut être écrit comme

$$y = \frac{\sum_{i=1}^M f^i y^i}{\sum_{i=1}^M f^i} \quad (\text{I.20})$$

Le point y_r est associé seulement avec y_r^i , de même y_l est associé seulement avec y_l^i . D'après l'algorithme de Karnik et Mendel [Kar 99], les points y_r et y_l dépendent seulement d'une mixture des valeurs \bar{f}^i ou \underline{f}^i , quand $f^i \in F^i = [\underline{f}^i, \bar{f}^i]$, dans ce cas, chaque point y_r et y_l peut être représenté par un développement en FBF [Kar 98b].

$$y_l = \frac{\sum_{i=1}^M \underline{f}_l^i y_l^i}{\sum_{i=1}^M \underline{f}_l^i} = \sum_{i=1}^M y_l^i \langle_l^i \quad (\text{I.21})$$

Où f_l^i représente le degré d'activation (soit f_l^i ou \bar{f}_l^i) contribuant au point limite gauche y_l ,
et \langle_l^i exprime la FBF, donnée par :

$$\langle_l^i = \frac{f_l^i}{\sum_{i=1}^M f_l^i} \quad (\text{I.22})$$

Similairement

$$y_r = \frac{\sum_{i=1}^M f_r^i y_r^i}{\sum_{i=1}^M f_r^i} = \sum_{i=1}^M y_r^i \langle_r^i \quad (\text{I.23})$$

Où f_r^i représente le degré d'activation (soit f_r^i ou \bar{f}_r^i) contribuant au point limite gauche y_r ,
et \langle_r^i exprime la FBF, donnée par :

$$\langle_r^i = \frac{f_r^i}{\sum_{i=1}^M f_r^i} \quad (\text{I.24})$$

I.7. Conception d'un contrôleur adaptatif flou

Dans cette section, on présente d'abord, les objectifs de la commande et on montre ensuite, d'une façon pédagogique, comment développer des contrôleurs adaptatifs flous qu'on utilisera pour le développement des contrôleurs synergétiques basés sur les systèmes flous.

On considère le système SISO d'ordre n suivant :

$$\begin{aligned} x^{(n)} &= f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}) + g(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})u + d(t) \\ y &= x \end{aligned} \quad (\text{I.25})$$

qui est équivalent à la forme canonique suivante:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= f(x_1, x_2, \dots, x_n) + g(x_1, x_2, \dots, x_n)u + d(t) \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (\text{I.26})$$

Où, f et g sont des fonctions continues et inconnues, $u \in \mathfrak{R}$ et $y \in \mathfrak{R}$ sont l'entrée et la sortie du système respectivement et $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T = (x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}) \in \mathfrak{R}^n$ est le vecteur d'état de ce système qui est supposé être disponible pour la mesure et $d(t)$ une perturbation externe. Pour que (I.25) soit contrôlable, on exige que $g(x) \neq 0$ pour x dans une certaine région de contrôlabilité $U_c \subset \mathfrak{R}^n$. On considère sans perte de généralités, que $g(x) > 0$ pour $x \in U_c$ [Bou 08b].

I.8. Objectif de la commande

L'objectif de la commande est de forcer la sortie du système y à suivre un signal de référence borné y_m , sous la contrainte que tous les signaux impliqués soient bornés. Pour cela on détermine une commande par retour d'état $u = u(x/_)$ et une loi d'adaptation pour ajuster le vecteur de paramètres tel que les conditions suivantes soient satisfaites :

- i) le système en boucle fermée doit être stable et robuste dans le sens où toutes les variables soient uniformément bornées.
- ii) l'erreur de poursuite, $e = y_m - y$ doit être la plus petite possible sous les contraintes définies dans (i).

I.9. Conception du contrôleur adaptatif flou par la synthèse de Lyapounov

On considère le système (I.26), si les fonctions f et g sont connues et les perturbations externes nulles $d=0$, on détermine la loi de commande u_c donnée par :

$$u_c = \frac{1}{g(x)} \left[-f(x) + y_m^{(n)} + k^T \bar{e} \right] \quad (\text{I.27})$$

Où $\bar{e} = (e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)})^T \in \mathfrak{R}^n$, et $(k_n, \dots, k_1)^T \in \mathfrak{R}^n$ est choisi de manière que toutes les racines du polynôme $h(s) = s^n + k_1 s^{n-1} + \dots + k_n$ se trouvent dans le demi-plan gauche. En portant la commande (I.27) dans le système (I.26) nous obtenons la dynamique suivante de l'erreur :

$$e^{(n)} + k_1 e^{(n-1)} + \dots + k_n e = 0 \quad (\text{I.28})$$

Ce qui implique que $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ qui est l'objectif principal du contrôleur. Cependant, dans notre étude les fonctions f et g sont inconnues, ce qui rend l'approximation de f et g

nécessaire, pour cela on utilise les systèmes flous $\hat{f}(x/\mu_f)$ et $\hat{g}(x/\mu_g)$ respectivement, qui sont de la forme (I.29),

$$\begin{aligned}\hat{f}(x/\mu_f) &= \mu_f^T \langle_f(x) \\ \hat{g}(x/\mu_g) &= \mu_g^T \langle_g(x)\end{aligned}\tag{I.29}$$

Où $\langle_f(x)$ et $\langle_g(x)$ sont les vecteurs de fonctions floues de base (FBF)

Calcul des FBF :

Les systèmes flou type-1 sont caractérisés par une seule FBF ce qui nous permet d'obtenir les estimés \hat{f} et \hat{g} simultanément, ceci implique que $\langle_f(x) = \langle_g(x)$ dans le développement de la commande, les FBF sont données par :

$$\langle_{(l_1, \dots, l_n)}(x) = \frac{\prod_{i=1}^n \sim_{F_i^{l_i}}(x_i)}{\sum_{l_1=1}^{m_n} \dots \sum_{l_n=1}^{m_n} \left(\prod_{i=1}^n \sim_{F_i^{l_i}}(x_i) \right)}\tag{I.30}$$

Ces FBF sont rassemblées dans un vecteur $\langle(x)$ de dimension $\prod_{i=1}^n m_i$ pour $l_i=1,2,\dots, m_i$, $l_n=1,2,\dots,m_n$, avec m_i est le nombre des ensembles flous ayant $\sim_{F_i^{l_i}}$ comme degré d'appartenance.

Dans le cas des systèmes flous type-2, la structure de la commande proposée reste la même, la seule différence réside dans la construction de \hat{f} et \hat{g} . Pour le calcul des estimés \hat{f} et \hat{g} deux vecteur de FBF $\langle_f(x)$ et $\langle_g(x)$ différents sont utilisés [Lia 02]. Les systèmes flous type-2 utilisés sont de type intervalle [Men 02]. La réduction de type est réalisée par la méthode de centre des ensembles. Les ensembles de sortie (ensembles type réduit) pour les systèmes $\hat{f}(x|\mu_f)$ et $\hat{g}(x|\mu_g)$ sont donnés par des relations similaires à (I.15) donnée par (I.31) et (I.32).

$$\hat{F}_{\cos}(\mu_f^1, \dots, \mu_f^M, W_f^1, \dots, W_f^M) = \int_{\mu_f^1} \dots \int_{\mu_f^M} \int_{W_f^1} \dots \int_{W_f^M} 1 / \frac{\sum_{i=1}^M W_f^{i_i}}{\sum_{i=1}^M W_f^i}\tag{I.31}$$

$$\hat{G}_{\cos}(\mu_g^1, \dots, \mu_g^M, W_g^1, \dots, W_g^M) = \int_{\mu_g^1} \dots \int_{\mu_g^M} \int_{W_g^1} \dots \int_{W_g^M} 1 / \frac{\sum_{i=1}^M W_g^i \mu_g^i}{\sum_{i=1}^M W_g^i} \quad (\text{I.32})$$

Où w_f^i et w_g^i sont les intervalles d'activations (degré d'appartenance) correspondants à la $i^{\text{ème}}$ règle des systèmes flous type-2 \hat{f} et \hat{g} , respectivement, μ_f^i et μ_g^i sont les centres des ensembles conséquents qui représentent aussi les paramètres ajustables de notre commande adaptative.

Pour calculer les sorties des systèmes flous type-2 \hat{f} et \hat{g} , on doit passer par l'étape de défuzzification qui détermine la sortie numérique correspondante aux ensembles type réduit \hat{F}_{\cos} et \hat{G}_{\cos} respectivement. Puisque les systèmes utilisés sont de type intervalle, la défuzzification revient à calculer les moyennes arithmétiques de \hat{f}_r et \hat{f}_l pour \hat{f} , et de \hat{g}_r et \hat{g}_l pour \hat{g} [Joh 98] :

$$\hat{f} = \frac{\hat{f}_l + \hat{f}_r}{2} \quad (\text{I.33})$$

$$\hat{g} = \frac{\hat{g}_l + \hat{g}_r}{2} \quad (\text{I.34})$$

\hat{f}_l et \hat{g}_l sont obtenues par (I.21), et \hat{f}_r et \hat{g}_r par (I.23) :

$$\hat{f}_l = \frac{\sum_{i=1}^M W_{f_l}^i \mu_f^i}{\sum_{i=1}^M W_{f_l}^i} = \sum_{i=1}^M \mu_f^{i < f_l} = \mu_f^{T < f_l}(x) \quad (\text{I.35})$$

$$\hat{f}_r = \frac{\sum_{i=1}^M W_{f_r}^i \mu_f^i}{\sum_{i=1}^M W_{f_r}^i} = \sum_{i=1}^M \mu_f^{i < f_r} = \mu_f^{T < f_r}(x) \quad (\text{I.36})$$

$$\hat{g}_l = \frac{\sum_{i=1}^M W_{g_l}^i \mu_g^i}{\sum_{i=1}^M W_{g_l}^i} = \sum_{i=1}^M \mu_g^{i < g_l} = \mu_g^{T < g_l}(x) \quad (\text{I.37})$$

$$\hat{g}_r = \frac{\sum_{i=1}^M w_{g_r}^i}{\sum_{i=1}^M w_{g_r}^i} = \sum_{i=1}^M \mu_{g_r}^i = \mu_{g_r}^T(x) \quad (\text{I.38})$$

Où $\mu_{f_l}^i$ et $\mu_{g_l}^i$ sont données par (I.22), et $\mu_{f_r}^i$ et $\mu_{g_r}^i$ sont données par (I.24) comme :

$$\mu_{f_l}^i = \frac{w_{f_l}^i}{\sum_{i=1}^M w_{f_l}^i} \quad (\text{I.39})$$

$$\mu_{f_r}^i = \frac{w_{f_r}^i}{\sum_{i=1}^M w_{f_r}^i} \quad (\text{I.40})$$

$$\mu_{g_l}^i = \frac{w_{g_l}^i}{\sum_{i=1}^M w_{g_l}^i} \quad (\text{I.41})$$

$$\mu_{g_r}^i = \frac{w_{g_r}^i}{\sum_{i=1}^M w_{g_r}^i} \quad (\text{I.42})$$

On utilise (I.35) et (I.36) dans (I.33) et (I.37) et (I.38) dans (I.34) on obtient :

$$\hat{f} = \frac{\mu_{f_l}^T + \mu_{f_r}^T}{2} = \mu_f^T \left[\frac{\mu_{f_l} + \mu_{f_r}}{2} \right] = \mu_f^T(x) \quad (\text{I.43})$$

$$\hat{g} = \frac{\mu_{g_l}^T + \mu_{g_r}^T}{2} = \mu_g^T \left[\frac{\mu_{g_l} + \mu_{g_r}}{2} \right] = \mu_g^T(x) \quad (\text{I.44})$$

Où $\mu_f = (\mu_{f_l} + \mu_{f_r})/2$ est le vecteur moyen des FBF de \hat{f} et $\mu_g = (\mu_{g_l} + \mu_{g_r})/2$ est le vecteur moyen des FBF de \hat{g} .

L'algorithme de Karnik et Mendel [Kar 99] est utilisé pour calculer $w_{f_r}^i$, $w_{f_l}^i$, $w_{g_r}^i$ et $w_{g_l}^i$ et construire les FBF μ_{f_l} , μ_{f_r} , μ_{g_l} et μ_{g_r} .

La loi de commande résultante est :

$$u_c = \frac{1}{\hat{g}(x/\mu_g)} \left[-\hat{f}(x/\mu_f) + y_m^{(n)} + k^T \bar{e} \right] \quad (\text{I.45})$$

Cette commande est appelée dans la littérature de la commande adaptative, la commande équivalente [Sas 89].

Par l'application de (I.45) au système (I.26), on obtient après quelques simples manipulations l'équation d'erreur suivante :

$$e^{(n)} = -k^T \bar{e} + \left(\hat{f}(x/n_f) - f(x) \right) + \left(\hat{g}(x/n_g) - g(x) \right) u_c \quad (\text{I.46})$$

Qui peut être écrite dans l'espace d'état comme :

$$\dot{e} = \Lambda_c \bar{e} + b_c \left(\hat{f}(x/n_f) - f(x) \right) + \left(\hat{g}(x/n_g) - g(x) \right) u_c \quad (\text{I.47})$$

Où

$$\Lambda_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ -k_n & -k_{n-1} & \cdots & \cdots & \cdots & -k_1 \end{bmatrix}, \quad b_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{I.48})$$

Puisque Λ_c est une matrice stable, il existe une matrice P symétrique définie positive $n \times n$ qui satisfait l'équation de Lyapunov [Slo 91]:

$$\Lambda_c^T P + P \Lambda_c = -Q \quad (\text{I.49})$$

Où Q est une matrice $n \times n$ définie positive arbitraire.

Soit la fonction de Lyapunov candidate : $V_e = \frac{1}{2} \bar{e}^T P \bar{e}$

en utilisant (I.47) et (I.49) on obtient :

$$\dot{V}_e = \frac{1}{2} \dot{\bar{e}}^T P \bar{e} + \frac{1}{2} \bar{e}^T P \dot{\bar{e}} \quad (\text{I.50})$$

$$= -\frac{1}{2} \bar{e}^T Q \bar{e} + \bar{e}^T P b_c \left[\left(\hat{f}(x/n_f) - f(x) \right) + \left(\hat{g}(x/n_g) - g(x) \right) u_c \right] \quad (\text{I.51})$$

Donc, nous devons avoir $\dot{V}_e \leq 0$ lorsque V_e dépasse une certaine constante \tilde{V} , on remarque d'après (I.51) qu'il est difficile de concevoir u_c tel que le dernier terme de (I.51) soit négatif, pour cela on introduit une commande de supervision qu'on décrit dans la section suivante.

I.10. Commande de supervision :

Pour assurer que $\dot{V}_e \leq 0$ lorsque V_e dépasse une certaine constante \tilde{V} , on ajoute un autre terme de commande u_s , appelé commande de supervision, la commande finale sera donc de la forme :

$$u = u_c + u_s \quad (\text{I.52})$$

Il faut donc déterminer u_s , afin que $\dot{V}_e \leq 0$ quand $V_e > \tilde{V}$, ceci est obtenu en substituant (I.52) en (I.51) et en utilisant la même manipulation pour l'obtention de (I.47), on obtient la nouvelle équation de l'erreur :

$$\dot{e} = \Lambda_c \bar{e} + b_c \left[\left(\hat{f}(x/n_f) - f(x) \right) + \left(\hat{g}(x/n_g) - g(x) \right) u_c - g(x) u_s \right] \quad (\text{I.53})$$

L'utilisation de (I.53) et (I.49) donne :

$$\begin{aligned} \dot{V}_e &= \frac{1}{2} \bar{e}^T Q \bar{e} + \bar{e}^T P b_c \left[\left(\hat{f}(x/n_f) - f(x) \right) + \left(\hat{g}(x/n_g) - g(x) \right) u_c - g(x) u_s \right] \\ &\leq \frac{1}{2} \bar{e}^T Q \bar{e} + \left| \bar{e}^T P b_c \right| \left[\left| \hat{f}(x/n_f) \right| + |f(x)| + \left| \hat{g}(x/n_g) \right| u_s + |g(x)| u_c \right] - \bar{e}^T P b_c g(x) u_s \end{aligned} \quad (\text{I.54})$$

Pour définir u_s telle que le dernier terme de (I.54) soit non positif, on a besoin de connaître les limites des f et g , pour cela on considère l'hypothèse suivante :

On peut déterminer les fonctions $f^U(x)$, $g^U(x)$ et $g_L(x)$ tel que $|f(x)| \leq f^U(x)$ et $g_L(x) \leq g(x) \leq g^U(x)$ pour $x \in U_c$, où $f^U(x) < \infty$, $g^U(x) < \infty$ et $g_L(x) > 0$ pour $x \in U_c$.

En se basant sur $f^U(x)$, $g^U(x)$ et $g_L(x)$ et en observant (I.58), nous choisissons la commande de superviseur u_s comme suit:

$$u_s = I_1^* \operatorname{sgn}(\bar{e}^T P b_c) \frac{1}{g_L(x)} \left[\left| \hat{f}(x/n_f) \right| + f^U(x) + \left| \hat{g}(x/n_g) \right| u_c + \left| g^U(x) \right| u_c \right] \quad (\text{I.55})$$

Où $I_1^* = 1$ si $V_e > \tilde{V}$ (qui est une constante spécifiée par le concepteur), $I_1^* = 0$ si $V_e \leq \tilde{V}$.

La commande de supervision u_s est non nulle quand $V_e > \tilde{V}$, et la valeur de \tilde{V} est généralement grande, ce qui fait que u_s joue le rôle d'une commande de protection plus qu'une commande active. Si x a un bon comportement, au sens où V_e n'est pas trop grande, la commande u (I.52) devient la commande floue u_c (I.45).

On remplace (I.55) dans (I.54) quand $V_e > \tilde{V}$, on trouve que :

$$\begin{aligned} \dot{V}_e &= -\frac{1}{2}\bar{e}^T Q \bar{e} + |\bar{e}^T P b_c| \left[|\hat{f}| + |f| + |\hat{g} u_c| + |g u_c| - \frac{g}{g_L} \left(|\hat{f}| + f^U + |\hat{g} u_c| + |g^U u_c| \right) \right] \\ &\leq -\frac{1}{2}\bar{e}^T Q \bar{e} \leq 0 \end{aligned} \quad (\text{I.56})$$

Le résultat obtenu dans (I.56) prouve que l'utilisation de la commande (I.52), où u_c est donnée par (I.45) et u_s par (I.55), garantit que $V_e \leq \tilde{V} < \infty$. Puisque P est définie positive, et V_e est bornée, alors e est bornée, ce qui implique que l'état x est aussi borné.

I.11. Lois d'adaptation :

La tâche suivante, est de remplacer \hat{f} et \hat{g} par la formule spécifique des systèmes flous (I.33), et de développer une loi d'adaptation pour ajuster les paramètres u_f et u_g dans le but d'assurer la convergence de l'erreur de poursuite vers zéro.

Tout d'abord, on définit les paramètres optimaux u_f^* et u_g^* par :

$$u_f^* = \arg \min_{u_f \in \Omega_f} \left[\sup_{x \in U_c} |\hat{f}(x/u_f) - f(x)| \right] \quad (\text{I.57})$$

$$u_g^* = \arg \min_{u_g \in \Omega_g} \left[\sup_{x \in U_c} |\hat{g}(x/u_g) - g(x)| \right] \quad (\text{I.58})$$

Où Ω_f et Ω_g sont des ensembles de contraintes pour u_f et u_g respectivement, spécifiés par l'expert. Ces ensembles sont définis comme :

$$\Omega_f = \left\{ u_f : |u_f| \leq M_f \right\} \quad (\text{I.59})$$

$$\Omega_g = \left\{ u_g : |u_g| \leq M_g \right\} \quad (\text{I.60})$$

Où M_f et M_g sont des constantes positives spécifiées par l'expert.

On définit l'erreur d'approximation minimale par :

$$w = (\hat{f}(x/u_f^*) - f(x)) + (\hat{g}(x/u_g^*) - g(x))u_c \quad (\text{I.61})$$

Alors, l'équation de l'erreur (I.53) peut être écrite comme :

$$\dot{e} = \Lambda_c \bar{e} + b_c g(x) u_s + b_c \left[(\hat{f}(x/u_f) - \hat{f}(x/u_f^*)) + (\hat{g}(x/u_g) - \hat{g}(x/u_g^*)) u_c + w \right] \quad (\text{I.62})$$

Si on choisit \hat{f} et \hat{g} de la forme (I.29), donc on peut récrire (I.62) comme :

$$\dot{e} = \Lambda_c \bar{e} + b_c g(x) u_s + b_c w + b_c (W_f^T \zeta(x) + W_g^T \zeta(x) u_c) \quad (\text{I.63})$$

Où, $W_f = \begin{matrix} \text{ } \\ \text{ } \\ \text{ } \end{matrix} \begin{matrix} \text{ } \\ \text{ } \\ \text{ } \end{matrix}$, $W_g = \begin{matrix} \text{ } \\ \text{ } \\ \text{ } \end{matrix} \begin{matrix} \text{ } \\ \text{ } \\ \text{ } \end{matrix}$ et $\zeta(x)$ est la fonction floue de base.

Considérons la fonction de Lyapounov suivante :

$$V = \frac{1}{2} \bar{e}^T P \bar{e} + \frac{1}{2\chi_1} W_f^T W_f + \frac{1}{2\chi_2} W_g^T W_g \quad (\text{I.64})$$

Où, χ_1 et χ_2 sont des constantes positives. En prenant compte (I.49) et que $\dot{W}_f = \begin{matrix} \dot{\text{ }} \\ \dot{\text{ }} \\ \dot{\text{ }} \end{matrix}$, $\dot{W}_g = \begin{matrix} \dot{\text{ }} \\ \dot{\text{ }} \\ \dot{\text{ }} \end{matrix}$,

la dérivée de V par rapport au temps est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\frac{1}{2} \bar{e}^T Q \bar{e} - g(x) \bar{e}^T P b_c u_s + \bar{e}^T P b_c w + \frac{1}{\chi_1} W_f^T (\dot{\text{ }} + \chi_1 \bar{e}^T P b_c \zeta(x)) + \\ & \frac{1}{\chi_2} W_g^T (\dot{\text{ }} + \chi_2 \bar{e}^T P b_c \zeta(x) u_c) \end{aligned} \quad (\text{I.65})$$

D'après (I.55) et $g(x) > 0$, on a $g(x) \bar{e}^T P b_c u_s \geq 0$, si on choisit les lois d'adaptation comme :

$$\dot{\text{ }} = -\chi_1 \bar{e}^T P b_c \zeta(x) \quad (\text{I.66})$$

$$\dot{\text{ }} = -\chi_2 \bar{e}^T P b_c \zeta(x) u_c \quad (\text{I.67})$$

Donc, à partir de (I.45) on aura :

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} \bar{e}^T Q \bar{e} + \bar{e}^T P b_c w \quad (\text{I.68})$$

L'influence du terme $\bar{e}^T P b_c w$ est minime, de l'ordre de l'erreur d'approximation minimale qui est choisie par conception très petite.

Pour compléter la preuve et établir la convergence asymptotique de la trajectoire, nous avons besoin de montrer que $|\bar{e}(t)| \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$. L'équation (I.68) peut être simplifiée comme: [Sao 14].

$$\begin{aligned} \dot{V} & \leq -\frac{1}{2} \bar{e}^T Q \bar{e} + \bar{e}^T P b_c w \\ & \leq -\frac{\lambda_{\min}(Q) - 1}{2} |\bar{e}|^2 - \frac{1}{2} \left[|\bar{e}|^2 - \bar{e}^T P b_c w + |P b_c w|^2 \right] + \frac{1}{2} |P b_c w|^2 \\ & \leq -\frac{\lambda_{\min}(Q) - 1}{2} |\bar{e}|^2 + \frac{1}{2} |P b_c w|^2 \end{aligned} \quad (\text{I.69})$$

Où $\lambda_{Q_{\min}}$ et la valeur propre minimale de Q . Par intégration des deux côtés de (I.69) et en supposant que $\lambda_{Q_{\min}} > 1$, après quelques simples manipulations, nous pouvons obtenir:

$$\int_0^t |\bar{e}(\ddagger)|^2 d\ddagger \leq \frac{2}{\lambda_{Q_{\min}} - 1} [|V(0)| + |V(t)|] + \frac{1}{\lambda_{Q_{\min}} - 1} |Pb_c|^2 \int_0^t |w(\ddagger)|^2 d\ddagger \quad (\text{I.70})$$

En définissant

$$a = \frac{2}{\lambda_{Q_{\min}} - 1} [|V(0)| + |V(t)|] \quad (\text{I.71})$$

$$b = \frac{1}{\lambda_{Q_{\min}} - 1} |Pb_c|^2$$

Où a et b sont des constantes, l'équation (I.70) peut être réécrite comme :

$$\int_0^t |\bar{e}(\ddagger)|^2 d\ddagger \leq a + b \int_0^t |w(\ddagger)|^2 d\ddagger \quad (\text{I.72})$$

Si $|w(\ddagger)|^2$ est intégrable, c'est-à-dire $\int_0^t |w(\ddagger)|^2 d\ddagger < \infty$ et $w \in L_2$, à partir de (I.72) nous avons

$\bar{e} \in L_2$; chaque terme de (I.62) est borné donc $\dot{\bar{e}} \in L_\infty$, par conséquent par utilisation du lemme de Barbalât [Slo 91], si $\bar{e} \in L_2 \cap L_\infty$ et $\dot{\bar{e}} \in L_\infty$, nous avons également $\lim_{t \rightarrow \infty} |\bar{e}(t)| = 0$, donc le système est stable et l'erreur converge asymptotiquement vers zéro.

La loi de commande adaptative floue indirecte est schématisée selon la structure de la figure suivante :

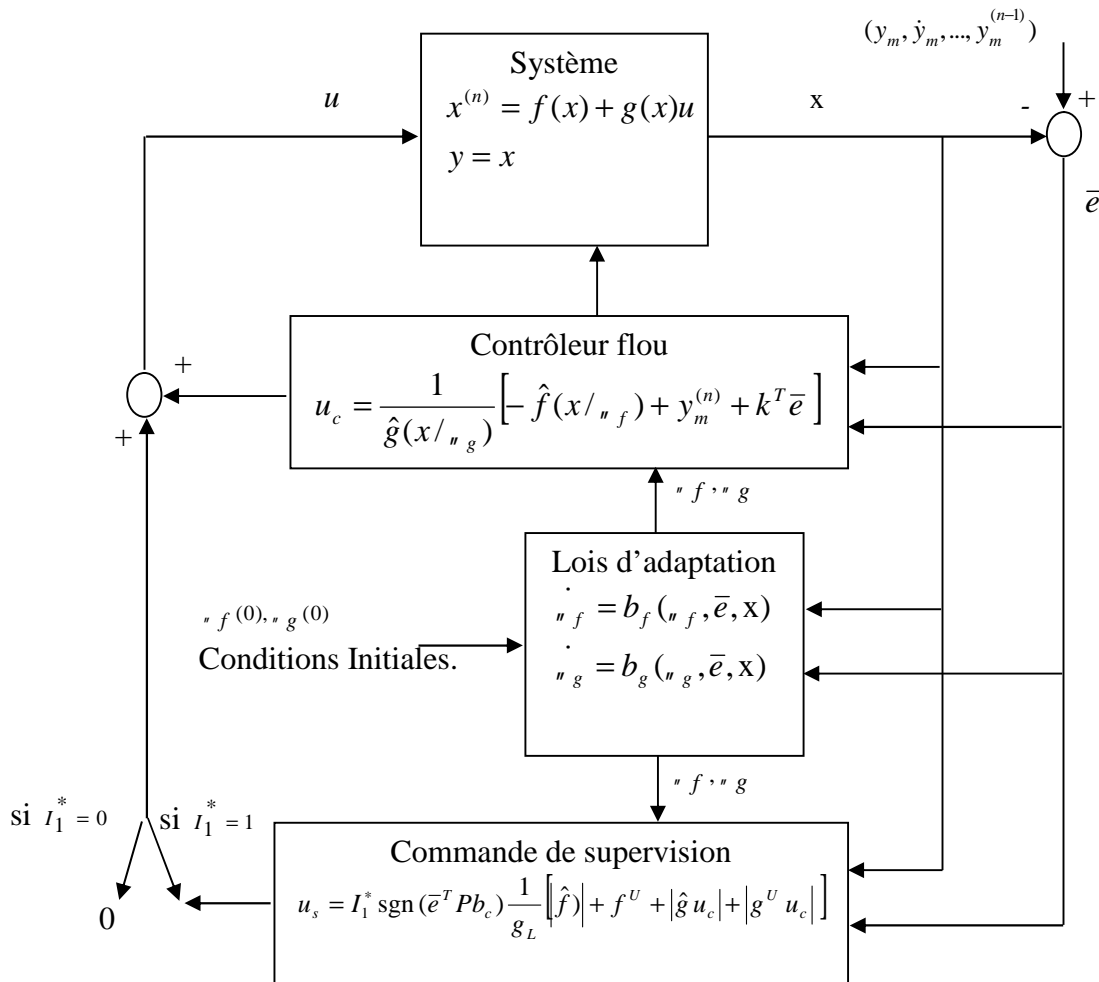


Fig. I.4. Schéma global de la commande adaptative floue

I.12. Algorithme de conception de la commande adaptative floue :

- **Étape 1 :**
 - * choisir le gain de commande k tel que Λ_c soit stable.
 - * choisir une matrice $Q_{(n \times n)}$ définie positive et résoudre l'équation de Lyapounov (I.49) en vue d'obtenir une matrice symétrique définie positive P .
 - * Indiquer les paramètres de conception M_f, M_g, ν et \bar{V} basés sur les contraintes physiques

- **Etape 2 :**

* Définir les m_i ensembles flous $F_i^{l_i}$ dont les fonctions d'appartenances $\sim_{F_i}^{l_i}$ sont leurs fonctions d'appartenance couvrant uniformément tout l'univers de discours U_{c_i} , avec $l_i = 1, 2, \dots, m_i$ et $i = 1, 2, \dots, n$.

* Construire les règles floues de base à partir des systèmes flous $\hat{f}(x/_{n_f})$ et $\hat{g}(x/_{n_g})$, construit à partir de $m_1 \times m_2 \times \dots \times m_n$ règles, ces dernières ont les parties *If* qui expriment toutes les combinaisons possibles des $F_i^{l_i}$ pour $i = 1, 2, \dots, n$.

La base des règles floues de $\hat{f}(x/_{n_f})$ et $\hat{g}(x/_{n_g})$ est construite à l'aide des règles suivantes:

$$\begin{aligned} R_f^{(l_1, l_2, \dots, l_n)} : \text{ If } x_1 \text{ is } F_1^{l_1} \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } F_n^{l_n} \\ \text{ Then } \hat{f}(x/_{n_f}) \text{ is } G^{(l_1, l_2, \dots, l_n)} \end{aligned} \quad (\text{I.73})$$

$$\begin{aligned} R_g^{(l_1, l_2, \dots, l_n)} : \text{ If } x_1 \text{ is } F_1^{l_1} \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } F_n^{l_n} \\ \text{ Then } \hat{g}(x/_{n_g}) \text{ is } H^{(l_1, l_2, \dots, l_n)} \end{aligned} \quad (\text{I.74})$$

Où $l_i = 1, 2, \dots, m_i, i = 1, 2, \dots, n$, $G^{(l_1, l_2, \dots, l_n)}$ et $H^{(l_1, l_2, \dots, l_n)}$ sont des ensembles flous dans \mathfrak{R} , correspondant aux paramètres \bar{y}^l dans les domaines Ω_f et Ω_g , respectivement.

* Construire les fonctions floues de base, selon (I.18)

- **Etape 3 :** Adaptation en ligne

* Appliquer la commande (I.52) au système (I.29), où $\hat{f}(x/_{n_f})$ et $\hat{g}(x/_{n_g})$ sont données par (I.29).

* Utiliser les lois d'adaptation (I.66)-(I.67) pour ajuster les vecteur de paramètres $_{n_f}$ et $_{n_g}$.

I.13. Application à un pendule inversé

Il s'agit d'appliquer le contrôleur adaptatif flou développé à un pendule inversé représenté sur la figure I.5 :

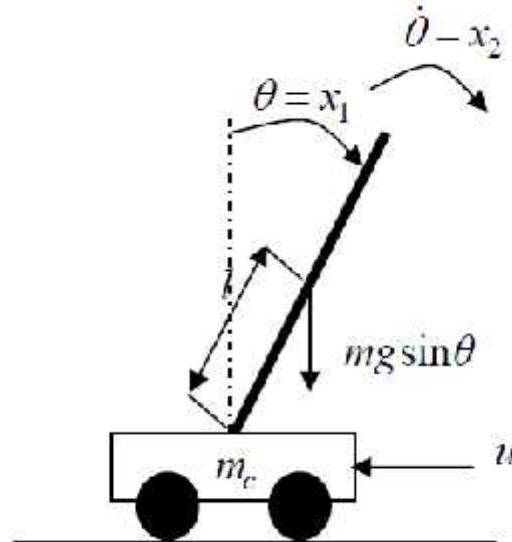


Fig. I.5. Schéma d'un pendule inversé.

La dynamique de ce pendule est décrite par les équations différentielles (I.75) **[Sol 91]** :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{g \sin(x_1) - \frac{mlx_2^2 \cos(x_1) \sin(x_1)}{m_c + m}}{l\left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2(x_1)}{m_c + m}\right)} + \frac{\cos(x_1)}{m_c + m} u \end{aligned} \quad (\text{I.75})$$

Où $x_1 = \theta$ est l'angle de rotation, $x_2 = \dot{\theta}$ la vitesse angulaire, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ l'accélération due à la gravité, m_c la masse du chariot, m la masse de la poutre, $2l$ la longueur de la poutre et u la force appliquée.

L'objectif du contrôleur est de forcer l'angle du pendule θ à suivre la trajectoire désirée définie par : $y_m(t) = \theta_m = \frac{f}{30} \sin(t)$.

Les paramètres du pendule sont : $m_c = 1 \text{ kg}$, $m = 0.1 \text{ kg}$, $l = 0.5 \text{ m}$.

Les paramètres de conception du contrôleur proposé sont ainsi choisis :

$$Q = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}, k_1 = 2, k_2 = 1, x_1 = 50, x_2 = 1, M_f = 16, M_g = 1.6 \text{ et } v = 0.7.$$

Les résultats de simulation sont obtenus pour deux cas de fonctionnement. Le premier cas en absence de perturbation avec condition initiale $x(0) = [-f/60, 0]^T$. Le deuxième cas en présence d'une perturbation constante d'amplitude $d=2$ à l'instant $t=14s$.

I.13.1. Commande adaptative floue type-1

Les fonctions d'appartenance utilisées sont définies sur l'univers $[-f/6, f/6]$ comme suit:

$$\begin{aligned} \sim_{F_i^1}(x_i) &= \exp\left[-\left(\frac{x_i + f/6}{f/24}\right)^2\right], \sim_{F_i^2}(x_i) = \exp\left[-\left(\frac{x_i + f/12}{f/24}\right)^2\right], \\ \sim_{F_i^3}(x_i) &= \exp\left[-\left(\frac{x_i}{f/24}\right)^2\right], \sim_{F_i^4}(x_i) = \exp\left[-\left(\frac{x_i - f/12}{f/24}\right)^2\right], \\ \sim_{F_i^5}(x_i) &= \exp\left[-\left(\frac{x_i - f/6}{f/24}\right)^2\right], \quad i = 1, 2. \end{aligned}$$

En se basant sur la description physique et le fonctionnement du système, on obtient les règles floues des fonctions $f(x_1, x_2)$ et $g(x_1, x_2)$ décrites par des matrices d'inférence données ci-dessous:

		$g(x_1, x_2)$					$f(x_1, x_2)$						
x_2	F_2^1	1.26	1.36	1.46	1.36	1.26	x_2	F_2^1	-8	-4	0	4	8
	F_2^2	1.26	1.36	1.46	1.36	1.26		F_2^2	-8	-4	0	4	8
	F_2^3	1.26	1.36	1.46	1.36	1.26		F_2^3	-8	-4	0	4	8
	F_2^4	1.26	1.36	1.46	1.36	1.26		F_2^4	-8	-4	0	4	8
	F_2^5	1.26	1.36	1.46	1.36	1.26		F_2^5	-8	-4	0	4	8
		F_1^1	F_1^2	F_1^3	F_1^4	F_1^5			F_1^1	F_1^2	F_1^3	F_1^4	F_1^5
		x_1					x_1						

Tables .I.1. Matrices d'inférence pour $f(x_1, x_2)$ et $g(x_1, x_2)$.

Résultats de simulation sans perturbations :

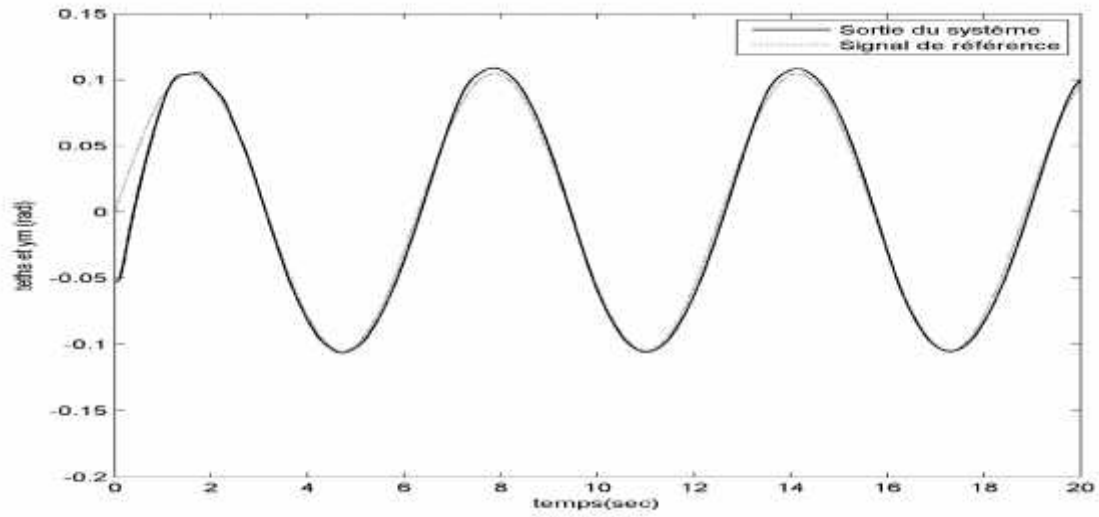


Fig. I.6. Evolution de l'angle du pendule θ et sa référence.

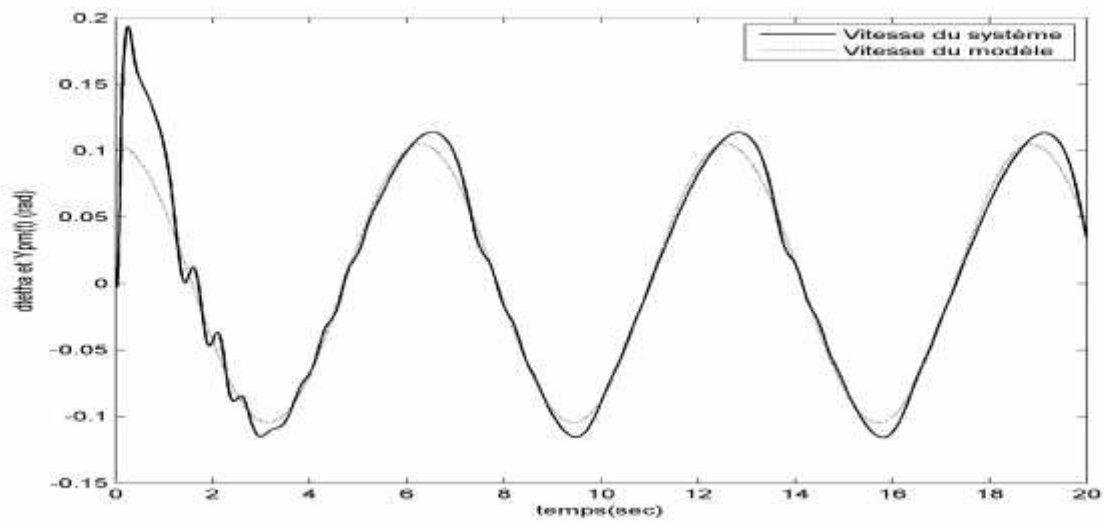


Fig. I.7. Evolution de la vitesse du pendule $\dot{\theta}$ et sa référence.

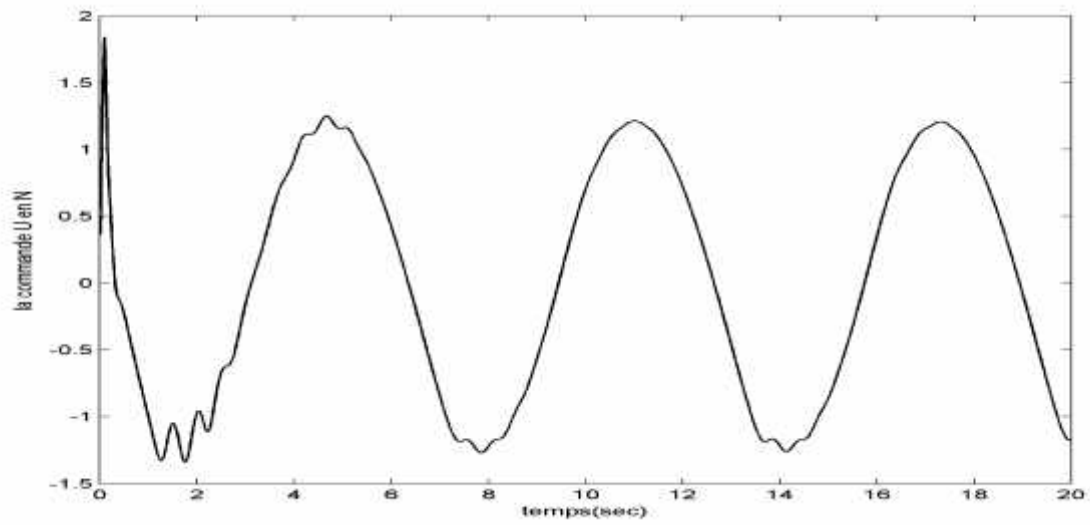


Fig. I.8. Signal de commande.

Résultats de simulation avec perturbations :

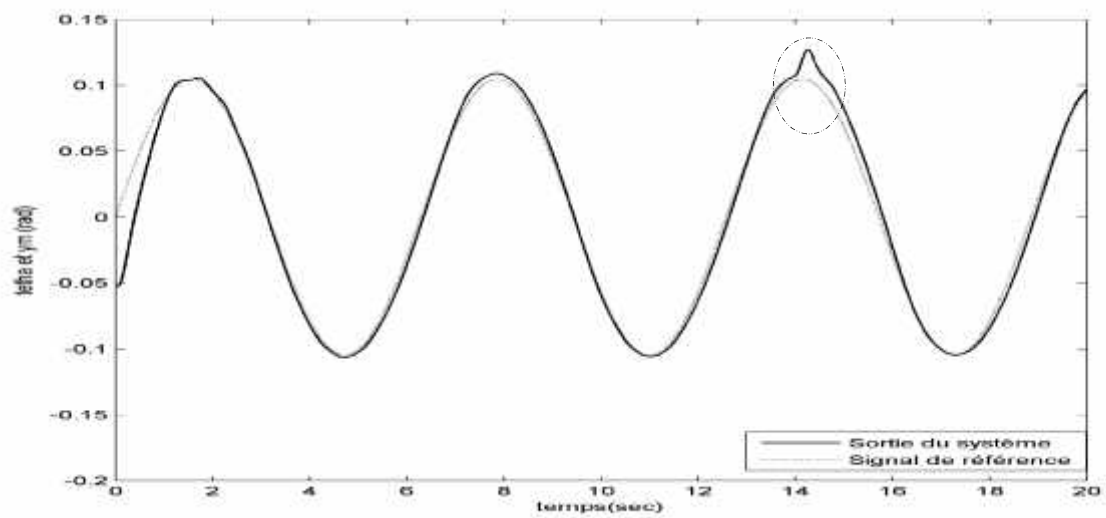


Fig. I.9. Evolution de l'angle du pendule α et sa référence.

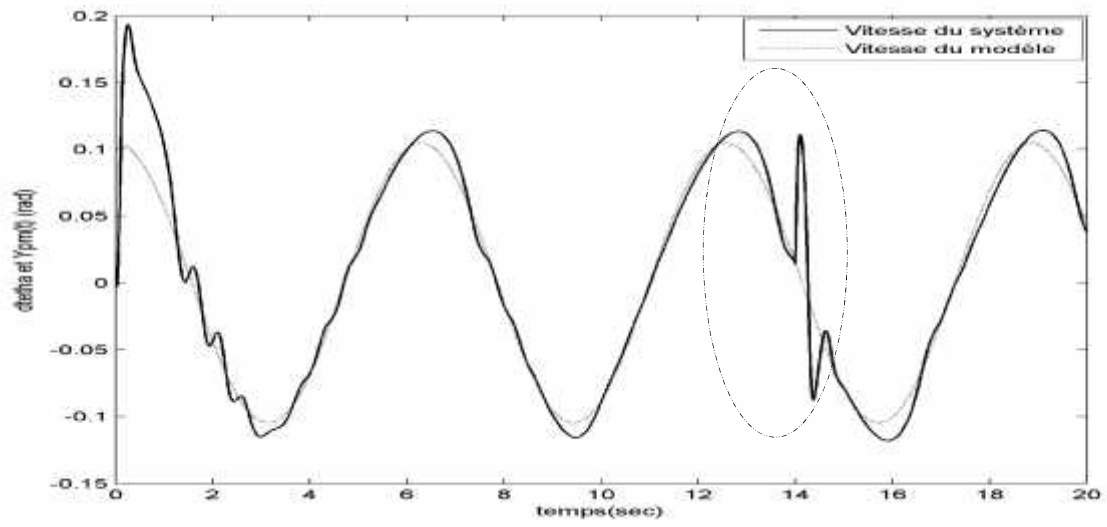


Fig. I.10. Evolution de vitesse du pendule $\dot{\gamma}$ et sa référence.

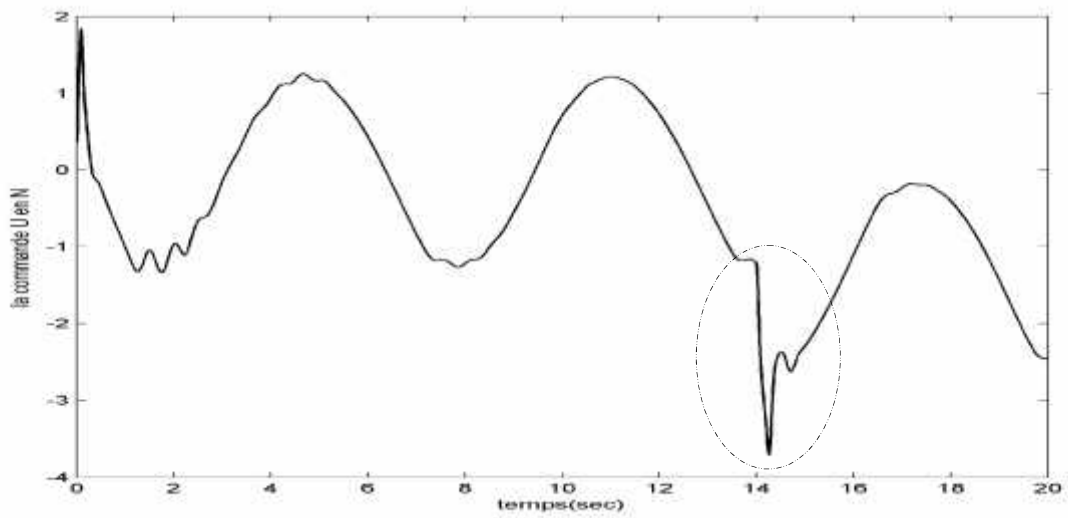


Fig. I.11. Signal de commande.

I.13.2. Commande adaptative floue type-2

Les étapes pour la conception de cette commande restent les mêmes que pour le type-1 à la différence que \hat{f} et \hat{g} sont des systèmes flous type-2.

• Dans ce cas on choisit $m_i=3(i=1,2)$ ensembles flous type-2, sur l'univers de discours $\left[-\frac{f}{6}, \frac{f}{6}\right]$, ces ensembles flous type-2 sont construits à partir des antécédents de type-1, en leur ajoutant une région d'incertitude représentée par la variation de la moyenne $M \in [M_1, M_2]$ avec un écart-type \dagger constant. Pour faciliter la manipulation de ces ensembles, chacun d'eux va être représenté par des fonctions d'appartenance supérieures $\bar{\sim}_{\bar{F}_i^k}(x_i)$ et inférieures $\sim_{\bar{F}_i^k}(x_i)$ qui ont la forme suivante :

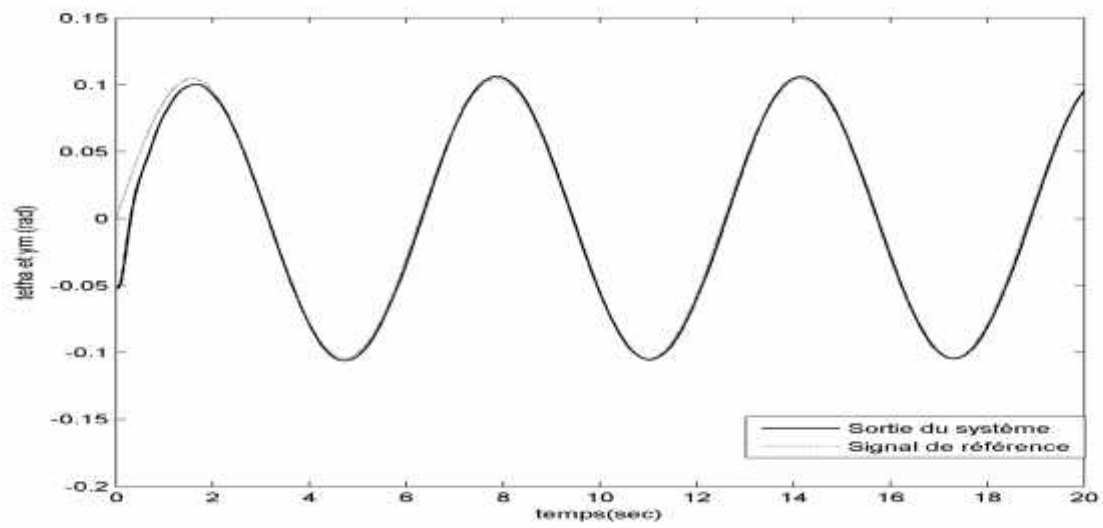
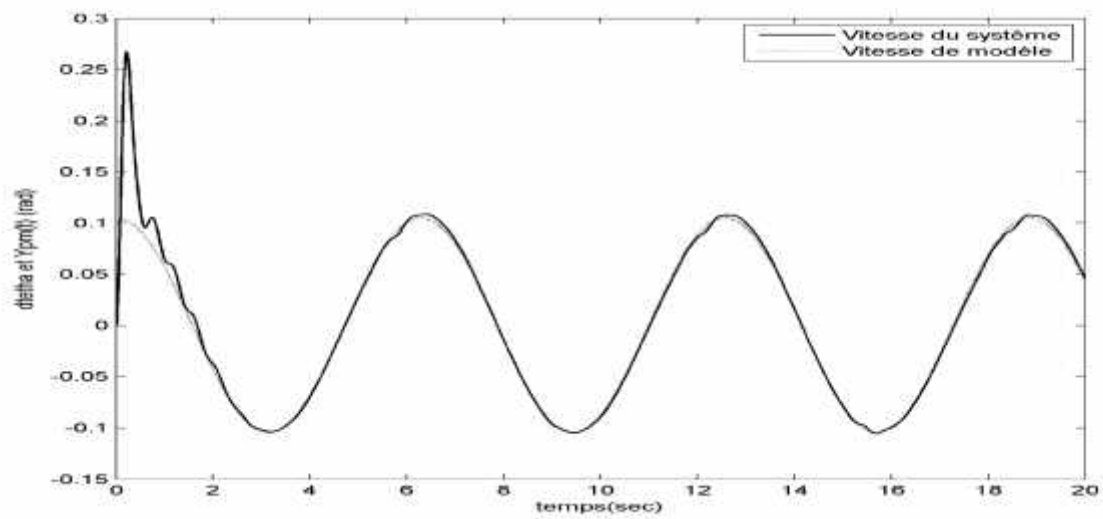
$$\bar{\sim}_{\bar{F}_i^k}(x_i) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i - M_1(K)}{\dagger}\right)^2} & x_i \leq \frac{M_1(K) + M_2(K)}{2} \\ 1 & x_i \geq \frac{M_1(K) + M_2(K)}{2} \\ e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i - M_1(K)}{\dagger}\right)^2} & x_i > M_2(K) \end{cases} \quad (\text{I.76})$$

$$\sim_{\bar{F}_i^k}(x_i) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i - M_2(K)}{\dagger}\right)^2} & x_i \leq \frac{M_1(K) + M_2(K)}{2} \\ e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i - M_2(K)}{\dagger}\right)^2} & x_i \geq \frac{M_1(K) + M_2(K)}{2} \end{cases} \quad (\text{I.77})$$

Ou $K=1, \dots, m_i$, $\dagger = f / 24$, $M_1 = [-0.3491, 0, 0.3491]$ et $M_2 = [-0.4491, 0, 0.2491]$.

On construit les bases des règles de la même manière que les systèmes flous type-1, sauf que les antécédents sont des ensembles flous type-2, et les ensembles conséquents sont initialement choisis comme les centres des ensembles flous type-1 dans l'intervalle $[-3, 3]$ pour la fonction $f(x)$ et dans l'intervalle $[1, 1.3]$ pour la fonction $g(x)$, par la suite ces centres seront ajustés par les lois d'adaptation. On remarque que dans ce cas, chaque base de règles contient 9 règles seulement.

Résultat de simulation sans perturbations

Fig. I.12. Evolution de l'angle du pendule δ et sa référence.Fig. I.13. Evolution de vitesse du pendule $\dot{\delta}$ et sa référence.

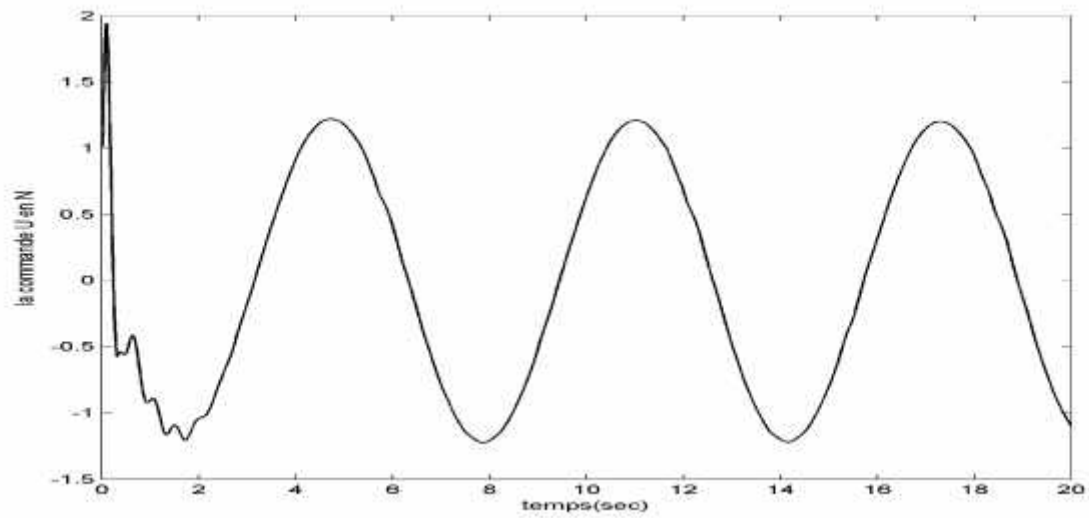


Fig. I.14. Signal de commande.

Résultat de simulation avec perturbations

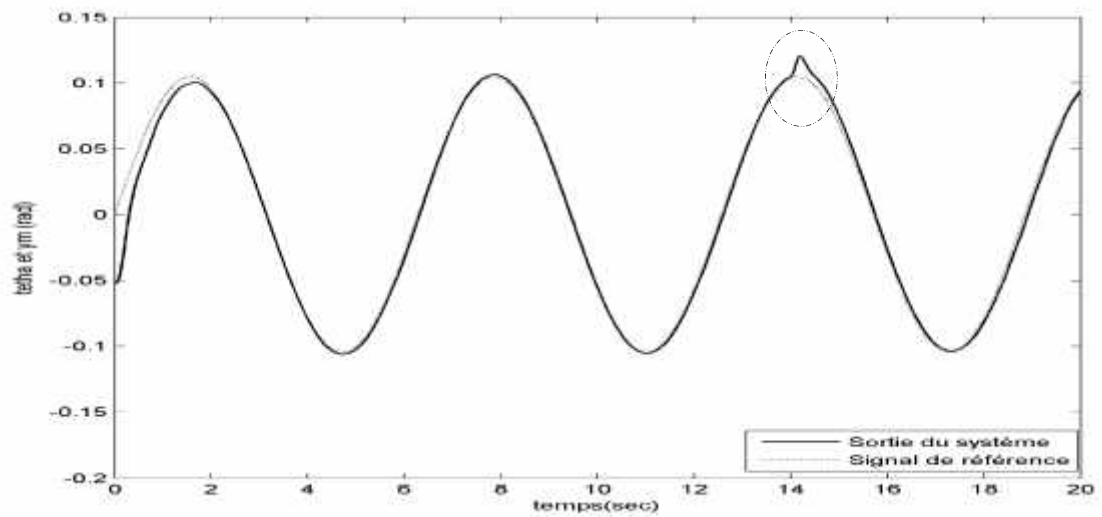


Fig. I.15. Evolution de l'angle du pendule θ et sa référence.

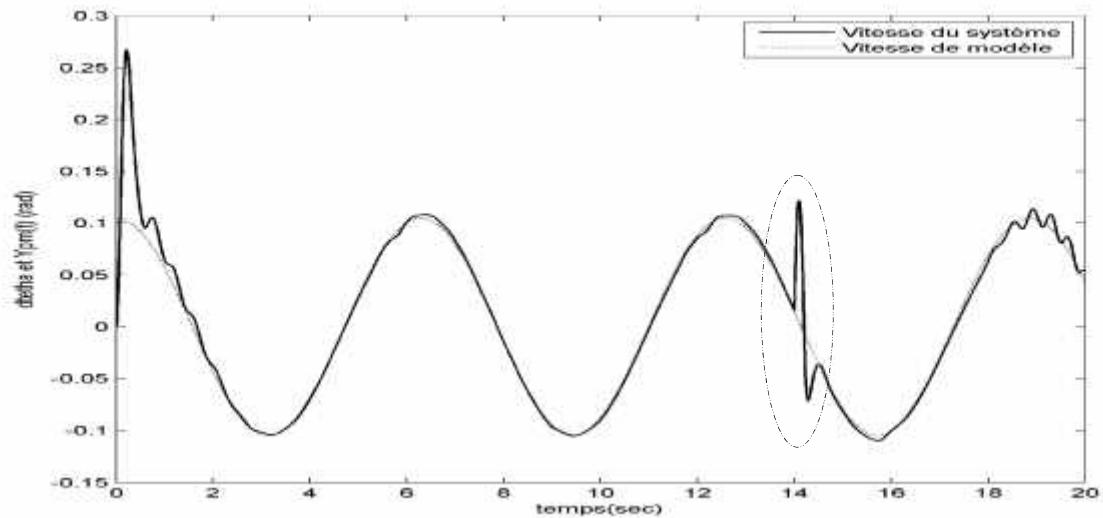


Fig. I.16. Evolution de vitesse du pendule $\dot{\theta}$ et sa référence.

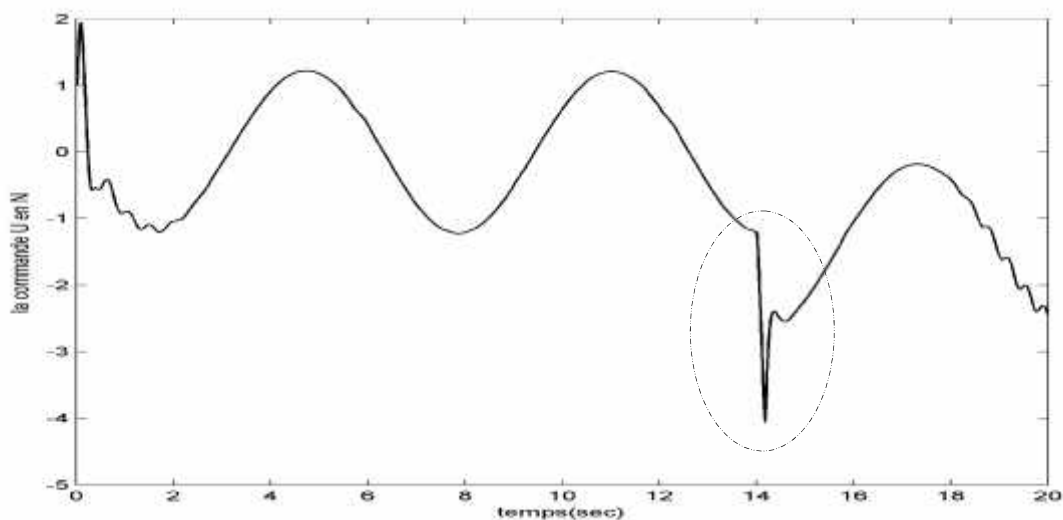


Fig. I.17. Signal de commande.

I.14. Conclusion

Ce chapitre a été dédié à l'introduction de la logique floue type-2, dont nous avons présenté les fondements théoriques ainsi que des notions de base de cette logique et particulièrement la réduction de type et interprétation des ensembles types réduits.

Dans la deuxième partie, on a présenté les techniques de la commande adaptative floue à base de systèmes flous de type-1 et de type-2 en utilisant une application non linéaire à savoir un pendule inversé [Wan 96] [Cha 06] en utilisant les systèmes flous de type-1 et présent dans une multitude de travaux .

Chapitre .II

COMMANDE PAR MODE GLISSANT ADAPTATIVE FLOUE DES SYSTEMES NON LINEAIRES

COMMANDE PAR MODE GLISSANT ADAPTATIVE FLOUE DES SYSTEMES NON LINEAIRES.

II.1. Introduction :

La commande par mode glissant, en raison de sa robustesse vis-à-vis des incertitudes et des perturbations externes, peut être appliquée aux systèmes non linéaires incertains et perturbés [Slo 91] [Utk 77]. Il s'agit de définir une surface dite de glissement en fonction des états du système de façon qu'elle soit attractive. La commande globale synthétisée est composée de deux termes : le premier permet aux trajectoires d'évoluer vers la surface, le second permet le maintien et le glissement le long de celle-ci. Ainsi, plusieurs travaux de robustification de la commande adaptative floue par mode glissant ont été élaborés [Wan 97] [Yoo 98] [Bou 00] [Man 03]. Ces travaux s'appuient sur l'utilisation de deux systèmes adaptatifs flous pour approximer le processus, et construire ainsi la commande équivalente. Les lois d'adaptation des paramètres ajustables ont été synthétisées à partir de l'étude de stabilité. La commande globale ainsi construite permet d'assurer de bonnes performances de poursuite. Cependant, la présence de la fonction signe, dans la commande par mode glissant, provoque un phénomène de broutement qui consiste en des variations brusques et rapides du signal de commande, ce qui peut exciter les dynamiques non modélisées en hautes fréquences du processus et l'endommager. Plusieurs solutions ont été présentées dans la littérature. Slotine et Li [Slo 91] ont introduit une bande de transition autour de la surface de glissement permettant de transformer la fonction signe en saturation, et ainsi d'éliminer le broutement. Néanmoins, une erreur statique subsiste, et un compromis entre la largeur de la bande et les variations de la commande s'impose. En utilisant le même principe, Lin et Chen [Lin 02] ont utilisé la logique floue pour construire la bande de transition. Un système flou de type Mamdani ayant la surface de glissement comme entrée et la commande globale comme sortie est considéré. La bande de transition ainsi construite est non linéaire. Les règles floues utilisées correspondent à la valeur de la fonction signe. Le phénomène de broutement est certes éliminé néanmoins la commande permettant la phase d'approche reste difficile à calculer, car les bornes des incertitudes et des perturbations sont généralement inconnues. Les auteurs de [Haj 96] ont proposé de varier le gain de glissement à l'aide d'un système flou.

Ainsi, sa valeur diminue au fur et à mesure que le système s'approche de la surface de glissement.

Dans ce chapitre, nous allons présenter dans un premier temps une commande par mode glissant performante et présentant une simplicité de mise en œuvre. Celle-ci est basée sur la mise en œuvre d'une surface de glissement de même ordre que le système. Cependant, ces performances sont obtenues au prix de certains inconvénients: l'apparition du phénomène de chattering ou broutement provoqué par la partie discontinue de la commande qui peut avoir un effet néfaste sur les actionneurs. Le système est soumis à chaque instant à une commande élevée afin d'assurer la convergence vers l'état désiré et ceci n'est pas souhaitable. On se propose ensuite d'élaborer une commande de convergence de temps fini à savoir la commande par mode glissant terminal.

Dans un deuxième temps on utilisera la commande par mode glissant flou qui peut être utilisée pour une large classe de systèmes non linéaires, elle combine les avantages des deux techniques robustes considérées : la commande par mode glissant et la commande floue. Un régulateur de type PI est utilisé afin d'éliminer le broutement.

II.2. Commande par mode glissant :

La loi de commande par mode glissant est construite de façon à ce que les trajectoires du système pointent vers la surface de glissement $s = 0$ dans un premier lieu et à maintenir ces trajectoires sur cette surface en deuxième lieu. Cette commande est constituée de deux composantes : une partie discontinue u_s , permet de ramener les trajectoires vers la surface de glissement et d'assurer la robustesse vis à vis des perturbations externes, et la seconde, continue, dite la commande équivalente u_{eq} , permet le maintien et le glissement le long de la surface.

II.2.1 Choix de la surface de glissement :

La commande par mode glissant est une commande robuste, appropriée aux systèmes à structure variable, elle permet aux variables d'état x d'un système de suivre une trajectoire désirée, grâce à la surface de glissement $s(x, t)$ exprimée en fonction des variables d'état de système.

Soit le système non linéaire SISO, défini par :

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u + d(x) \quad (\text{II.1})$$

Où $x = [x_1, \dots, x_n]^T \in \mathfrak{R}^n$ est le vecteur d'état, $u \in \mathfrak{R}$ est la commande, et $f(x)$ et $g(x)$ sont des fonctions non linéaires. $g(x)$ est supposée inversible ($g(x) \neq 0$), et $d(x)$ représente les incertitudes et les perturbations satisfaisant $\|d(x)\| \leq ld$ ou $ld > 0$.

On définit dans \mathfrak{R} , la surface de glissement ou de commutation notée S définie par

$$S = \{x \in \mathfrak{R}^n : s(x, t) = 0\} \quad (\text{II.2})$$

avec s la fonction décrivant la surface de glissement.

Soit $s(z_1, \dots, z_n) = z_n + k_{n-1}z_{n-1} + \dots + k_1z_1$ où les coefficients k_i sont choisis tels que l'équation caractéristique $h(p) = p^{(n-1)} + k_{n-1}p^{(n-2)} + \dots + k_1$, où p est l'opérateur de Laplace, possède des racines strictement dans le demi plan gauche de Laplace. Alors $s(z, \dot{z}, \dots, z^{(n-1)}) = 0$ est une équation linéaire ordinaire stable [Ala 09].

II.2.2 Condition d'existence du mode de glissement (attractivité)

L'étude de l'existence du mode de glissement est basée sur la méthode de Lyapunov, afin de garantir l'attractivité de la surface $s(x, t) = 0$ traduit mathématiquement par [Slo 83] :

$$s\dot{s} < 0 \quad (\text{II.3})$$

Cette condition indique que les trajectoires des systèmes convergent vers la surface de glissement $s(x, t) = 0$ puis restent dans un V -voisinage de cette surface comme le présente la figure (II.1).

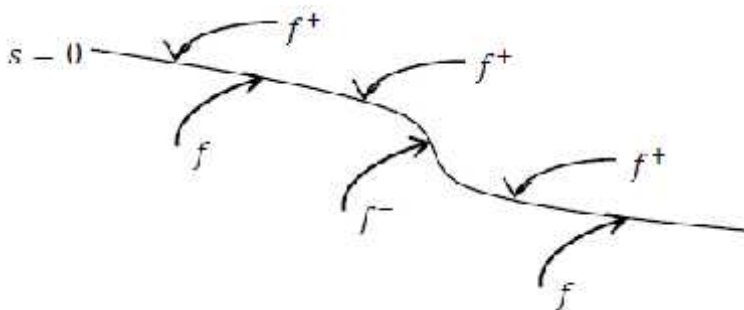


Fig. II.1. Attractivité de la surface.

Pour obtenir une convergence de temps fini, la condition (II.3) ne garantit qu'une convergence asymptotique vers la surface de glissement soit remplacée par une condition plus restrictive dite de γ -attractivité [Slo 83] :

$$s\dot{s} < -\gamma|s| \quad (\text{II.4})$$

Qui assure une convergence en temps fini $t_s \leq \frac{|s(0)|}{\gamma}$ vers la surface $s(x,t) = 0$

II.2.3 Calcul de la commande :

La méthode choisie est celle de la commande équivalente. Elle est déduite des conditions d'invariance de la surface de glissement [Utk 92] :

$$\begin{aligned} s &= 0 \\ \dot{s} &= \frac{ds}{dt} = \frac{ds}{dx} \frac{dx}{dt} = 0 \end{aligned} \quad (\text{II.5})$$

Pour le système (II.1), la commande par mode glissant est de la forme :

$$u = u_{eq} + u_s \quad (\text{II.6})$$

$$u_{eq} = - \left[\frac{ds}{dx} g(x) \right]^{-1} \frac{ds}{dx} f(x) \quad (\text{II.7})$$

$$u_s = -K \left[\frac{ds}{dx} g(x) \right]^{-1} \text{sgn}(s) \quad (\text{II.8})$$

Où K est une constante positive et sgn est la fonction signe définie par :

$$\text{sgn}(s) = \begin{cases} 1 & \text{si } s > 0 \\ 0 & \text{si } s = 0 \\ -1 & \text{si } s < 0 \end{cases} \quad (\text{II.9})$$

Si on considère la fonction candidate de Lyapunov suivante :

$$V = \frac{1}{2} s^2 \quad (\text{II.10})$$

La dérivée par rapport au temps de cette fonction permet d'obtenir :

$$\dot{V} = s\dot{s} \leq -K|s| < 0 \quad \text{pour } \dot{s} = K * \text{sgn}(s) \quad (\text{II.11})$$

Garantissant ainsi l'existence d'un régime glissant.

II.2.4 Phénomène de broutement (chattering) :

En effet, le terme discontinu $K * \text{sgn}(s)$ de la commande par mode glissant excite de fortes oscillations autour de la surface (voir la figure II.2), qui entraînent l'apparition de ce qu'on appelle "réticence" ou "broutement" connu en anglais sous le nom de "chattering".

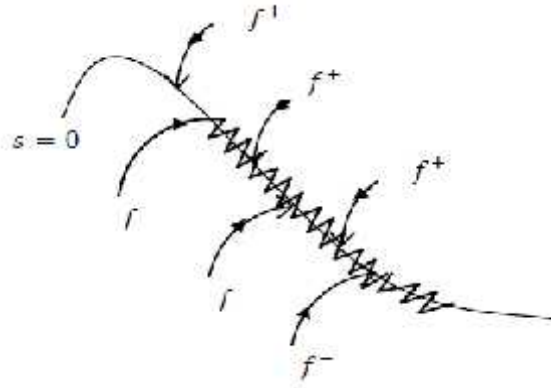


Fig. II.2. Mode de glissement avec réticence.

Ce phénomène est indésirable en commande, car même s'il est possible de le filtrer à la sortie du processus, il ajoute au spectre de la commande des composantes hautes fréquences dont on a pas tenu en compte lors de la modélisation. Ces dernières peuvent détériorer les performances du système et même conduire à son instabilité [Utk 92]. La réticence implique également d'importantes oscillations mécaniques au niveau des actionneurs, pouvant provoquer leurs usures rapides, ainsi que des pertes énergétiques non négligeables au niveau des circuits de puissance électrique.

Plusieurs solutions ont été proposées pour résoudre ce problème et ainsi réduire voire éliminer le phénomène de broutement, comme la solution de couche limite [Slo 84], la solution basée sur l'utilisation d'observateur [Bon 85], les modes glissants d'ordre supérieur [Eme 86] [Fri 02], la commande par mode glissant terminal [Tan 98] [Yon 02], mode glissant avec régulateur PI flou [Ho 09a] [Ho 09b]. On s'intéressera à la commande par mode glissant terminal dans ce qui suit dans le but d'obtenir une convergence de temps fini.

II.3. Commande par mode glissant terminal :

La commande par mode glissant terminal a connu un essor considérable durant les dernières décennies [Tan 98] [Yon 02]. Ceci est dû principalement à la propriété de convergence rapide c'est-à-dire de temps fini. [Kom 12].

Pour le système (II.1), et pour le mode glissant terminal, la surface de glissement peut être décrite par :

$$s(t) = x_2 + S x_1^{q/p} \quad (\text{II.12})$$

Où $s > 0$ est une constante, et p et q sont des constantes positives impaires, satisfaisant à la condition suivante:

$$p > q > 0 \quad (\text{II.13})$$

La condition suffisante pour l'existence de mode glissant terminal est [Yon 02].

$$\frac{1}{2} \frac{ds^2}{dt} < -\gamma |s| \quad (\text{II.14})$$

Où $\gamma > 0$ est une constante. Pour le système (II.1), la commande utilisée donnée par :

$$u = g^{-1}(x) \left(-f(x) - S \frac{q}{p} x_1^{q/p-1} x_2 - k \text{sig}(s(x)) \right) \quad \text{avec } k = l_d - \gamma \quad (\text{II.15})$$

Ce qui garantit que le mode glissant terminal a lieu. Les états du système atteindront le point d'équilibre $s = 0$ dans un temps fini, [Yon 02].

$$t_r \leq \frac{|s(0)|}{\gamma} \quad \text{avec } s(0) \neq 0 \quad (\text{II.16})$$

Lorsque le mode de glissement terminal $s = 0$ est atteint, le système dynamique est déterminé par l'équation différentielle non-linéaire suivante:

$$x_2 + S x_1^{q/p} = \dot{x}_1 + S x_1^{q/p} = 0 \quad (\text{II.17})$$

Le temps fini est pris à partir de $x_1(t_r) \neq 0$ a $x_1(t_s + t_r) = 0$ est donnée par :

$$t_s = -S^{-1} \int_{x_1(t_r)}^0 \frac{dx_1}{x_1^{q/p}} = \frac{p}{S(p-q)} |x_1(t_r)|^{1-\frac{q}{p}} \quad (\text{II.18})$$

Cela signifie que, l'erreur e et \dot{e} convergent vers zéro en un temps fini. On remarques, cependant que dans la commande de mode glissant terminal (II.15) que le second terme

$(x_1^{q/p-1} x_2)$ peut causer une singularité quand $x_1 = 0, x_2 \neq 0$ Cette situation ne se produit pas

dans le mode idéal de glissement, car lorsque $s = 0$; $x_2 = -S x_1^{q/p}$ par conséquent, $q < p < 2q$

et $1 < p/q < 2$ le terme $x_1^{q/p-1} x_2$ est équivalent à $x_1^{2q-p/p}$ qui est non-singulier. Le problème de la singularité peut donc se produire.

En outre, la singularité peut également se produire même lorsque le mode de glissement $s = 0$ est atteint puisque, en raison d'erreurs de calcul et de facteurs d'incertitude, les états du système ne sont pas garantis de toujours rester en mode de glissement en particulier près du point d'équilibre $x_1 = 0$ et $x_2 = 0$. [Yon 02].

On illustre cette approche par la commande d'un pendule inversé classique dans un problème de poursuite.

II.4. Application

Il s'agit d'appliquer la commande par mode glissant développée à un pendule inversé représenté dans le premier chapitre :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{g \sin(x_1) - \frac{mlx_2^2 \cos(x_1) \sin(x_1)}{m_c + m}}{l\left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2(x_1)}{m_c + m}\right)} + \frac{\frac{\cos(x_1)}{m_c + m}}{l\left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2(x_1)}{m_c + m}\right)} u \end{aligned} \quad (\text{II.19})$$

On définit la surface de glissement par

- la commande par mode glissant

$$s = \dot{e} + c_1 e, \quad c_1 = 4$$

- la commande par mode glissant terminal

$$s = x_2 + S x_1^{q/p} \quad \text{ou } S = 12, p = 13, q = 11$$

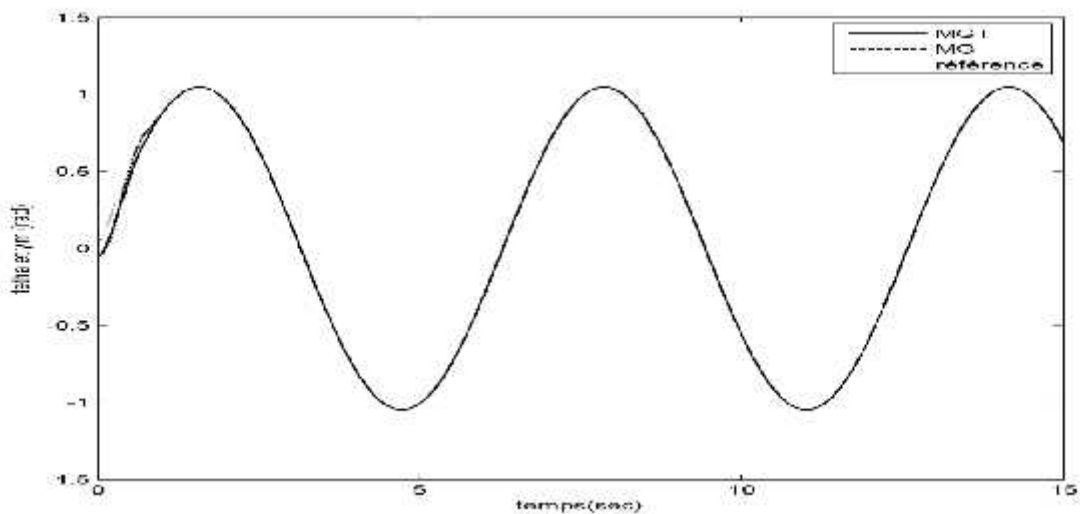


Fig. II.3. Evolution de la position angulaire.

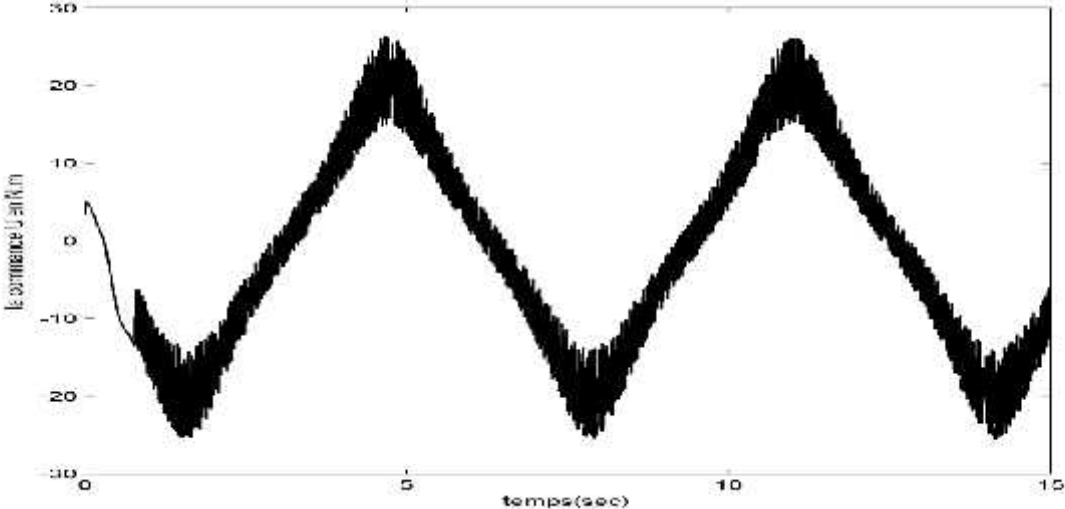


Fig. II.4. Signal de commande par mode glissant

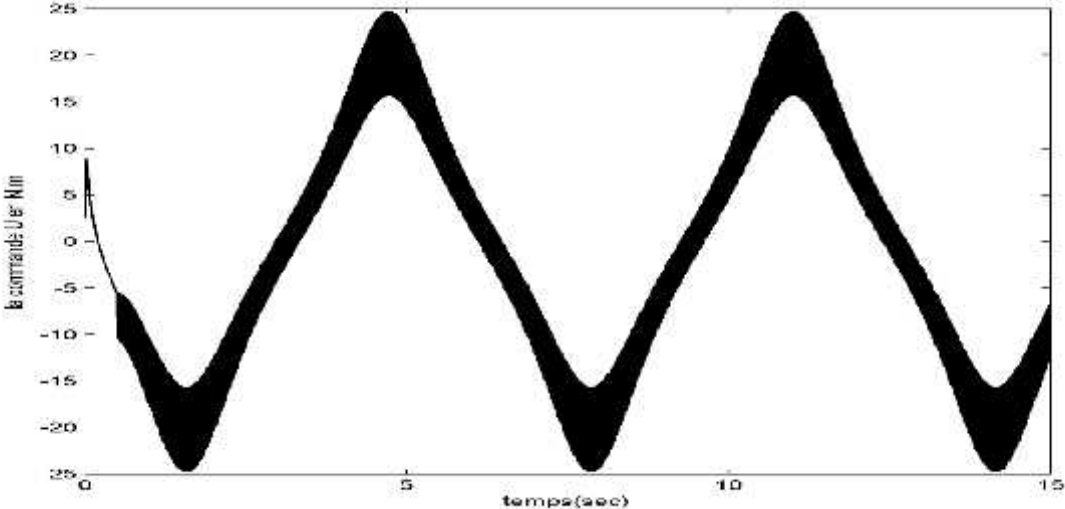


Fig.II.5. Signal de commande par mode glissant terminal.

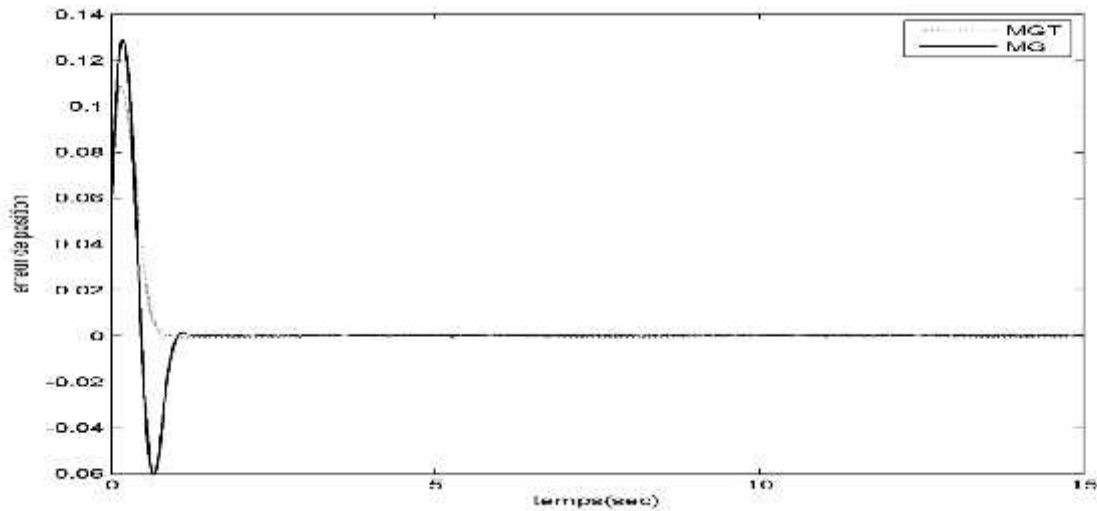


Fig. II.6. Signal d'erreur

Les dynamiques des systèmes sont mal connues et doivent être estimées par des techniques adaptatives dont celle du flou qu'on aborde dans la section suivante.

II.5. Commande adaptative par mode glissant flou :

Si $f(x)$ et $g(x)$ sont connues, on peut facilement construire la commande par mode de glissement présentée dans la section précédente, cependant, $f(x)$ et $g(x)$ ne sont pas toujours connues, nous les remplaçons donc par les systèmes flous $\hat{f}(x/n_f)$ et $\hat{g}(x/n_g)$ (I.33). Nous aborderons quelques approches adaptatives floues très utilisées dans la littérature de contrôle. Nous développons premièrement l'approche de la commande par mode glissant adaptative floue ensuite des commandes par mode glissant adaptative flou type-1 et type-2 avec PI.

II.5.1 Conception de la commande par mode glissant flou :

Pour le système non linéaire SISO, défini dans (II.1), On définit le vecteur d'erreur : $\bar{e} = (e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)})^T \in \mathcal{R}^n$.

Soit l'équation qui décrit la surface de glissement dans l'espace des erreurs de poursuite

$$s(\bar{e}) = c_1 e + c_2 \dot{e} + \dots + c_{n-1} e^{(n-2)} + e^{(n-1)} = c^T \bar{e} \quad \text{où} \quad \bar{c} = [c_1 \ c_2 \ \dots \ c_{n-1} \ 1]^T \quad (\text{II.20})$$

Les c_i sont les coefficients du polynôme Hurwitz $h(p) = p^{(n-1)} + c_{n-1} p^{(n-2)} + \dots + c_1$ c'est à dire, que toutes les racines du polynôme caractéristique $h(p)$ sont dans le demi-plan gauche, p étant l'opérateur de Laplace.

Pour cela, il faut que la loi de commande soit conçue de telle manière à ce que la condition suffisante suivante soit vérifiée:

$$s(\bar{e})\dot{s}(\bar{e}) < 0 \quad (\text{II.21})$$

Le système est commandé de telle manière à permettre au vecteur d'état d'atteindre la surface de glissement et de converger vers la trajectoire désirée. Le signe de la valeur de commande doit changer à l'intersection entre la trajectoire d'état et la surface de glissement.

En se basant sur les approximations floues obtenues dans (I.33), le contrôleur adaptatif flou par mode glissant est obtenu :

$$u = \frac{1}{\hat{g}(x)} \left[-\hat{f}(x) + y_m^{(n)} - \sum_1^{n-1} c_i e^{(i)} - k \operatorname{sgn}(s(\bar{e})) \right] \quad (\text{II.22})$$

Avec

$$\hat{f}(x / \mu_f) = \mu_f^T \zeta(x) \quad (\text{II.23})$$

$$\hat{g}(x / \mu_g) = \mu_g^T \zeta(x) \quad (\text{II.24})$$

Où k est une constante positive ($k = l_d - \gamma$, $\gamma \geq 0$) et $\operatorname{sgn}(s(\bar{e}))$ la fonction signe en (II.9).

Théorème 1

Considérant le problème de commande pour le système (II.1), si la loi de commande (II.22) est choisie, les fonctions f et g sont estimées par (II.23) et (II.24), et les vecteurs ajustés par les lois d'adaptation (II.25) et (II.26), respectivement :

$$\dot{\mu}_f = \chi_1 s(\bar{e}) \zeta(x) \quad (\text{II.25})$$

$$\dot{\mu}_g = \chi_2 s(\bar{e}) \zeta(x) u \quad (\text{II.26})$$

Alors les signaux du système en boucle fermée sont bornés et l'erreur de poursuite converge asymptotiquement vers zéro.

Démonstration

On définit les vecteurs des paramètres flous optimaux par :

$$u_f^* = \arg \min_{u_f \in \Omega_f} \left[\sup_{x \in U_x} |\hat{f}(x/u_f) - f(x)| \right] \quad (\text{II.27})$$

$$u_g^* = \arg \min_{u_g \in \Omega_g} \left[\sup_{x \in U_x} |\hat{g}(x/u_g) - g(x)| \right] \quad (\text{II.28})$$

Où Ω_f et Ω_g sont des ensembles de contraintes pour u_f et u_g respectivement, spécifiés par l'expert. Ces ensembles sont définis comme :

$$\Omega_f = \left\{ u_f : |u_f| \leq M_f \right\} \quad (\text{II.29})$$

$$\Omega_g = \left\{ u_g : |u_g| \leq M_g \right\} \quad (\text{II.30})$$

Avec M_f et M_g sont des constantes positives spécifiées par l'expert.

On définit l'erreur d'approximation minimale par :

$$w = \left(\hat{f}(x/u_f^*) - f(x) \right) + \left(\hat{g}(x/u_g^*) - g(x) \right) u \quad (\text{II.31})$$

On considère la loi de commande (II.22) et en dérivant l'équation de la surface de glissement (II.20) par rapport au temps, on trouve :

$$\begin{aligned} \dot{s}(\bar{e}) &= f(x) + g(x)u + d(t) - y_m^{(n)} + \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} \\ &= f(x) - \hat{f}(x/u_f) + g(x)u - \hat{g}(x/u_g)u + d(t) - y_m^{(n)} + k \operatorname{sgn}(s(\bar{e})) \end{aligned} \quad (\text{II.32})$$

Par l'addition et la soustraction du terme de l'erreur d'approximation minimale dans le membre droit de l'équation (II.32), on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{s}(\bar{e}) &= \hat{f}(x/u_f^*) - \hat{f}(x/u_f) + \left(\hat{g}(x/u_g^*) - \hat{g}(x/u_g) \right) u + d(t) + w - k \operatorname{sgn}(s(\bar{e})) \\ &= -W_f^T \kappa(x) - W_g^T \kappa(x)u + d(t) + w - k \operatorname{sgn}(s(\bar{e})) \end{aligned} \quad (\text{II.33})$$

Où $W_f = u_f - u_f^*$, $W_g = u_g - u_g^*$ et $\kappa(x)$ est la fonction floue de base.

On considère alors la fonction candidate de Lyapunov suivante :

$$V = \frac{1}{2} s(\bar{e})^2 + \frac{1}{2\chi_1} W_f^T W_f + \frac{1}{2\chi_2} W_g^T W_g \quad (\text{II.34})$$

Où, χ_1 et χ_2 sont des constantes positives.

En dérivant la fonction de Lyapunov par rapport au temps, on obtient :

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= s(\bar{e})\dot{s}(\bar{e}) + \frac{1}{X_1}W_f^T\dot{W}_f + \frac{1}{X_2}W_g^T\dot{W}_g \\
&= s(\bar{e})\left(-W_f^T\kappa(x) - W_g^T\kappa(x)u + d(t) + w - k \operatorname{sgn}(s(\bar{e}))\right) + \frac{1}{X_1}W_f^T\dot{W}_f + \frac{1}{X_2}W_g^T\dot{W}_g \\
&= W_f^T\left(\frac{\dot{u}_f}{X_1} - s(\bar{e})\kappa(x)\right) + W_g^T\left(\frac{\dot{u}_g}{X_2} - s(\bar{e})u\kappa(x)\right) - k s(\bar{e}) \operatorname{sgn}(s(\bar{e})) + s(\bar{e})(d(t) + w) \quad (\text{II.35}) \\
&\leq W_f^T\left(\frac{\dot{u}_f}{X_1} - s(\bar{e})\kappa(x)\right) + W_g^T\left(\frac{\dot{u}_g}{X_2} - s(\bar{e})u\kappa(x)\right) - (k - D)|s(\bar{e})| + s(\bar{e})w
\end{aligned}$$

Où $\dot{W}_f = \dot{u}_f$, $\dot{W}_g = \dot{u}_g$

En substituant les lois (I.25), (I.26) dans (II.35), on obtient :

$$\dot{V} \leq -\gamma|s(\bar{e})| + s(\bar{e})w \leq 0 \quad (\text{II.36})$$

Où le terme $s(\bar{e})w$ est de l'ordre de l'erreur minimale d'approximation, ce qui permet de déduire que tous les signaux dans la boucle fermée sont bornés, c'est à dire, que $s, u, u_f \text{ et } u_g \in L_\infty$. Pour compléter la démonstration et établir une convergence asymptotique de l'erreur de poursuite, on a besoin de montrer que s tend vers zéro quand t tend vers l'infini.

On suppose que $|s| \leq \gamma_s$, alors (II.36) peut être réécrite comme suit:

$$\dot{V} \leq -\gamma|s| + \gamma_s|w| - \gamma|s| \quad (\text{II.37})$$

En intégrant les deux membres de l'équation (II.37), on obtient

$$\int_0^t |s| d\tau \leq \frac{1}{\gamma} (|V(0)| + |V(t)|) + \frac{\gamma_s}{\gamma} \int_0^t |w| d\tau \quad (\text{II.38})$$

Si le terme $|w|$ est intégrable alors $s \in L_1$. A partir l'équation (II.36), on peut dire que chaque terme dans (II.32) est borné, et donc $s, \dot{s} \in L_\infty$. En utilisant le lemme de Barbalat [Kha 96], on déduit que $s(t) \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$ et par conséquent, le système est stable et l'erreur de poursuite converge asymptotiquement vers zéro.

II.6. Conception de la commande par mode glissant flou avec PI :

Le terme discontinu est remplacé par un régulateur PI flou pour éliminer l'action de chattering. Les entrées et la sortie de ce dernier sont définies comme [Ho 09a] [Ho 09b]:

$$u_p = p_1 z_1 + p_2 z_2 \quad (\text{II.39})$$

Où $z_1 = s$, $\dot{z}_2 = s$, p_1 et p_2 sont les gains de commande donnés en (II.39) peuvent être réécrits tels que [Ho 09a] [Ho 09b]:

$$\hat{p}(z|_{u_p}) = p^T \Psi(z) \quad (\text{II.40})$$

Où $p = [p_1 \ p_2]^T \in \mathbb{R}^2$ un vecteur de paramètres et $\Psi(z)^T = [z_1, z_2] \in \mathbb{R}^2$ est le vecteur régressif. Cependant, dans notre cas les fonctions f et g sont inconnues, ce qui rend l'approximation de $f(x)$ et $g(x)$ nécessaire, pour cela on utilise les systèmes flous, et un terme de commande PI adapté est utilisé pour atténuer le broutement.

La loi de commande obtenue est donnée par (II.41):

Où $p = [p_1 \ p_2]^T \in \mathbb{R}^2$ est le vecteur des paramètres ajustables, et $\Psi(z)^T = [z_1, z_2] \in \mathbb{R}^2$ est un vecteur régressif. Nous utilisons des systèmes flous pour approximer les fonctions inconnues $f(x)$ et $g(x)$, et pour concevoir une commande adaptative PI afin d'éliminer le broutement dû à la commande par mode glissant. Par conséquent, la loi de commande devient:

$$u = \frac{1}{\hat{g}(x|_{u_g})} \left[-\hat{f}(x|_{u_f}) + y_m^{(n)} - \sum_1^{n-1} c_i e^{(i)} - \hat{p}(z|_{u_p}) \right] \quad (\text{II.41})$$

Avec

$$\hat{f}(x|_{u_f}) = p_f^T \zeta(x) \quad (\text{II.42})$$

$$\hat{g}(x|_{u_g}) = p_g^T \zeta(x) \quad (\text{II.43})$$

Afin d'éviter le problème de broutement, la limite de commutation est remplacée par une action de commande PI qui change sans interruption afin de lisser l'effet de broutement quand l'état est dans une bande définie par $|s| < w$. L'action de commande est maintenue à la valeur saturée quand l'état est en dehors de cette bande. Par conséquent, nous utilisons $|\hat{p}(z|_{u_p})| = y$ quand $|s| \geq w$ où w est l'épaisseur de la bande.

$$\hat{u}_p = \begin{cases} u_p^T \mathbb{E}(z) & \text{si } |s| < w \\ y \operatorname{sgn}(s) & \text{si } |s| \geq w \end{cases} \quad (\text{II.44})$$

La tâche suivante est de remplacer \hat{f} et \hat{g} par des systèmes flous représentés dans (II.42) et (II.43), et où \hat{p} est donné par (II.40) et de développer des lois d'adaptation adéquates pour ajuster le vecteur de paramètres u_f, u_g et u_p dans le but de forcer l'erreur de poursuite à converger vers zéro.

Théorème 2 :

Si dans le problème de commande non-linéaire du système (II.1), la commande (II.41) est appliquée et \hat{f} , \hat{g} et \hat{p} sont estimées par (II.42), (II.43) et (II.40), le vecteur de paramètres u_f , u_g et u_p sont ajustés par les lois adaptations (II.45), (II.46) et (II.47) alors les signaux du système en boucle fermée sont bornés et la trajectoire de l'erreur converge vers zéro asymptotiquement

$$\dot{u}_f = -\chi_1 s(\bar{e}) \kappa(x) \quad (\text{II.45})$$

$$\dot{u}_g = -\chi_2 s(\bar{e}) \kappa(x) u \quad (\text{II.46})$$

$$\dot{u}_p = -\chi_3 s(\bar{e}) \Psi(z) \quad (\text{II.47})$$

Démonstration :

On définit les vecteurs des paramètres flous optimaux par (II.27) et (II.28) et u_p par (II.48):

$$u_p^* = \arg \min_{u_p \in \Omega_p} \left[s(\bar{e}) \sup_{z \in \mathbb{R}^2} \left| \hat{p}(z/u_p) - \frac{1}{g(x)} y \operatorname{sgn}(s(\bar{e})) \right| \right] \quad (\text{II.48})$$

Où Ω_p est un ensemble de contraintes pour u_p , spécifier par l'expert. Cet ensemble est défini comme :

$$\Omega_p = \left\{ u_p : |u_p| \leq M_p \right\} \quad (\text{II.49})$$

Où M_p est une constante positive spécifiée par l'expert.

En supposant que les paramètres u_f, u_g et les paramètres de commande PI n'atteignent jamais les limites des ensembles de contraintes, alors l'équation de la dérivée de la surface de glissement peut être exprimée comme (II.50):

$$\begin{aligned}
\dot{s}(\bar{e}) &= \sum_1^{n-1} c_i e^{(i)} - f(x, t) - g(x, t) + y_m^{(n)} \\
&= \sum_1^{n-1} c_i e^{(i)} + (\hat{f}(x / \cdot_f) - f(x, t)) + (\hat{g}(x / \cdot_g) - g(x, t)) u - \sum_1^{n-1} c_i e^{(i)} + \hat{p}(z / \cdot_p) + d(t) \\
&= (\hat{f}(x / \cdot_f) - f(x, t)) + (\hat{g}(x / \cdot_g) - g(x, t)) u + \hat{p}(z / \cdot_p) + d(t) + w
\end{aligned} \tag{II.50}$$

$$= (\hat{f}(x / \cdot_f) - \hat{f}(x / \cdot_f^*)) + (\hat{g}(x / \cdot_g) - \hat{g}(x / \cdot_g^*)) u + \hat{p}(z / \cdot_p) - \hat{p}(z / \cdot_p^*) - \hat{p}(z / \cdot_p^*) + d(t) + w$$

$$= W_f^T \zeta(x) + W_g^T \zeta(x) u + W_p^T \Psi(z) - \hat{p}(z, \cdot_p^*) + d(t) + w$$

$$\text{Où } W_p = \cdot_p - \cdot_p^*$$

Considérons maintenant la fonction candidate de Lyapunov

$$V = \frac{1}{2} s(\bar{e})^2 + \frac{1}{2\chi_1} W_f^T W_f + \frac{1}{2\chi_2} W_g^T W_g + \frac{1}{2\chi_3} W_p^T W_p \tag{II.51}$$

Où, χ_1, χ_2 , et χ_3 sont des constantes positives.

La dérivée de V le long de la trajectoire de l'erreur est donnée par :

$$\dot{V} = s(\bar{e}) \dot{s}(\bar{e}) + \frac{1}{2\chi_1} W_f^T \dot{W}_f + \frac{1}{2\chi_2} W_g^T \dot{W}_g + \frac{1}{2\chi_3} W_p^T \dot{W}_p$$

$$\dot{V} = s(\bar{e}) (W_f^T \zeta(x) + W_g^T \zeta(x) u + W_p^T (\Psi(z) + \hat{p}(z / \cdot_p^*) + w)) + \frac{1}{\chi_1} W_f^T \dot{W}_f + \frac{1}{\chi_2} W_g^T \dot{W}_g + \frac{1}{\chi_3} W_p^T \dot{W}_p$$

$$\dot{V} = s(\bar{e}) W_f^T \zeta(x) + \frac{1}{\chi_1} W_f^T \dot{W}_f + s(\bar{e}) W_g^T \zeta(x) u + \frac{1}{\chi_2} W_g^T \dot{W}_g + s(\bar{e}) W_p^T \Psi(z) + \frac{1}{\chi_3} W_p^T \dot{W}_p - s(\bar{e}) \hat{p}(z, \cdot_p^*) + s(\bar{e}) w$$

$$\begin{aligned}
\dot{V} &= \frac{1}{\chi_1} W_f^T (\chi_1 s(\bar{e}) \zeta(x) + \dot{W}_f) + \frac{1}{\chi_2} W_g^T (\chi_2 s(\bar{e}) \zeta(x) u + \dot{W}_g) \\
&\quad + \frac{1}{\chi_3} W_p^T (\chi_3 s(\bar{e}) \Psi(z) + \dot{W}_p) - s(\bar{e}) \hat{p}(z, \cdot_p^*) + s(\bar{e}) w
\end{aligned} \tag{II.52}$$

$$\begin{aligned}
\dot{V} &\leq \frac{1}{\chi_1} W_f^T (\chi_1 s(\bar{e}) \zeta(x) + \dot{W}_f) + \frac{1}{\chi_2} W_g^T (\chi_2 s(\bar{e}) \zeta(x) u + \dot{W}_g) + \frac{1}{\chi_3} W_p^T (\chi_3 s(\bar{e}) \Psi(z) + \dot{W}_p) \\
&\quad - s(\bar{e}) (D + \gamma) \operatorname{sgn}(s(\bar{e})) + s(\bar{e}) w
\end{aligned}$$

$$\dot{V} \leq \frac{1}{\chi_1} W_f^T (\chi_1 s(\bar{e}) \zeta(x) + \dot{W}_f) + \frac{1}{\chi_2} W_g^T (\chi_2 s(\bar{e}) \zeta(x) u + \dot{W}_g) + \frac{1}{\chi_3} W_p^T (\chi_3 s(\bar{e}) \Psi(z) + \dot{W}_p) - \gamma |s(\bar{e})| + s(\bar{e}) w$$

Où $\dot{w}_p = \dot{w}_p$, en remplaçant (II.45), (II.46) et (II.47) dans (II.52), alors nous avons

$$\dot{V} \leq -\gamma |s(\bar{e})| + s(\bar{e})w \leq 0 \quad (\text{II.53})$$

Où w est l'erreur d'approximation minimum. Par conséquent, tous les signaux dans le système sont bornés. Évidemment, si $e(0)$ est bornée, alors $e(t)$ est bornée pour tout $t > 0$.

Puisque le signal de référence y_m est borné, alors le système d'état $x(t)$ est borné aussi bien.

Pour finaliser la preuve et établir la convergence asymptotique de la trajectoire d'erreur, nous avons besoin de montrer que $s \rightarrow 0$ lorsque $t \rightarrow \infty$.

Supposant que $|s| \leq r$ alors l'équation (II.53) peut être réécrite comme suit :

$$\dot{V} \leq |s||w| - |s|\gamma \leq r|w| - |s|\gamma \quad (\text{II.54})$$

L'intégration des deux côtés de (II.54) et après quelques manipulations nous donne:

$$\int_0^t |s| dt \leq \frac{1}{\gamma} (|V(0)| + |V(t)|) + \frac{r}{\gamma} \int_0^t |w| dt \quad (\text{II.55})$$

Pour $s \in L_1$ à partir de (II.53), la surface de glissement s est bornée et chaque terme en (II.50) est borné, par conséquent, $s, \dot{s} \in L_\infty$ à l'aide du lemme de Barbalat on déduit que $s(t) \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$ [Slo 91]. Nous avons montré que le système est stable et que l'erreur converge asymptotiquement vers zéro.

II.6. 1. Algorithme de projection [Wan 94] [Wan 96]

Les lois d'adaptation modifiées sont définies par :

➤ Pour ajuster le vecteur de paramètres ${}_{n_f}$ on utilise :

$${}_{n_f} \dot{=} \begin{cases} \chi_1 s(\bar{e}) \langle (x) & \text{si } (|{}_{n_f}| < M_f) \text{ ou } (|{}_{n_f}| = M_f \text{ et } s(\bar{e})_{n_f}^T \langle (x) \leq 0) \\ p_f \{ \chi_1 s(\bar{e}) \langle (x) \} & \text{si } (|{}_{n_f}| = M_f) \text{ et } s(\bar{e})_{n_f}^T \langle (x) > 0 \end{cases} \quad (\text{II.56})$$

Où l'opérateur de projection $P\{*\}$ est défini comme :

$$p_f \{ \chi_1 s(\bar{e}) \langle (x) \} = \chi_1 s(\bar{e}) \langle (x) - \chi_1 s(\bar{e}) \frac{{}_{n_f} {}_{n_f}^T \langle (x)}{|{}_{n_f}|^2} \quad (\text{II.57})$$

➤ Pour ajuster le vecteur de paramètres ${}_{n_g}$ on utilise :

$${}_{n_g} \dot{=} \begin{cases} \chi_2 s(\bar{e}) \langle (x) u & \text{si } (|{}_{n_g}| < M_g) \text{ ou } (|{}_{n_g}| = M_g \text{ et } s(\bar{e})_{n_g}^T \langle (x) u \leq 0) \\ p_g \{ \chi_2 s(\bar{e}) \langle (x) u \} & \text{si } (|{}_{n_g}| = M_g) \text{ et } s(\bar{e})_{n_g}^T \langle (x) u > 0 \end{cases} \quad (\text{II.58})$$

Où l'opérateur de projection $P\{*\}$ est défini, dans ce cas par :

$$p_g \{ \chi_2 s(\bar{e}) \langle (x) u \} = \chi_2 s(\bar{e}) \langle (x) u - \chi_2 s(\bar{e}) \frac{{}_{n_g} {}_{n_g}^T \langle (x) u}{|{}_{n_g}|^2} u \quad (\text{II.59})$$

➤ Pour ajuster le vecteur de paramètres ${}_{n_p}$ on utilise :

$${}_{n_p} \dot{=} \begin{cases} \chi_3 s(\bar{e}) \Psi(z) & \text{si } (|{}_{n_p}| < M_p) \text{ ou } (|{}_{n_p}| = M_p \text{ et } s(\bar{e})_{n_p}^T \Psi(z) \geq 0) \\ p_p \{ \chi_3 s(\bar{e}) \Psi(z) \} & \text{si } (|{}_{n_p}| = M_p) \text{ et } s(\bar{e})_{n_p}^T \Psi(z) < 0 \end{cases} \quad (\text{II.60})$$

Où l'opérateur de projection $P\{*\}$ est défini comme :

$$p_p \{ \chi_3 s(\bar{e}) \Psi(z) \} = \chi_3 s(\bar{e}) \Psi(z) - \chi_3 s(\bar{e}) \frac{{}_{n_p} {}_{n_p}^T \Psi(z)}{|{}_{n_p}|^2} \quad (\text{II.61})$$

La loi de commande par mode glissant adaptative floue avec PI est synthétisée selon la structure de la figure(II.7) :

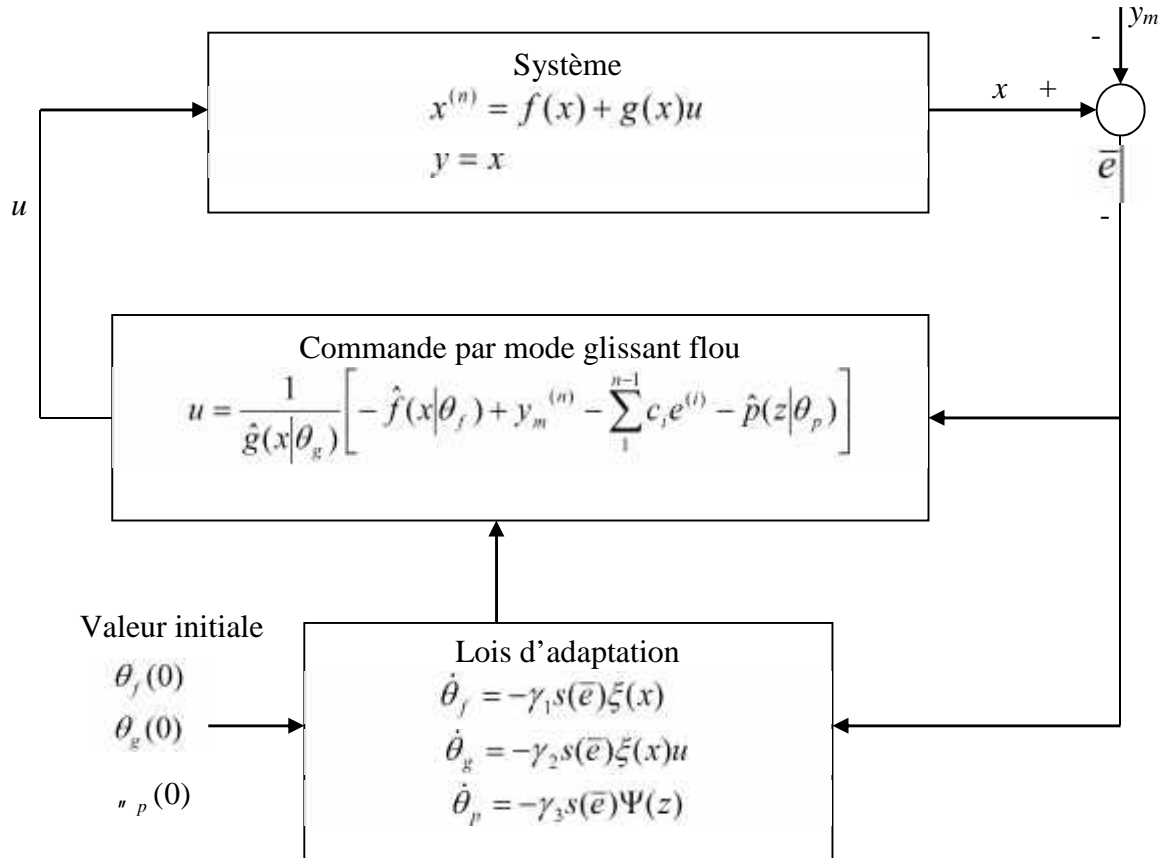


Fig. II.7. Schéma général des systèmes de commande par mode glissant adaptative floue.

II.7. Algorithme de la commande par mode glissant flou avec régulateur PI

Étape 1 : Spécifier les paramètres initiaux du régulateur PI

Étape 2 : Indiquer les c_1, \dots, c_{n-1} telles que toutes les racines de $s^{n-1} + c_{n-1}s^{n-2} + \dots + c_1$ soient dans le demi-plan gauche.

Étape 3 : Spécifier les coefficients λ_1, λ_2 et λ_3 .

Étape 4 : Définir m_i ensembles flous $F_i^{l_i}$ dont les fonctions d'appartenance $\mu_{F_i^{l_i}}$ contiennent uniformément U_{c_i} qui est la projection de U_c sur les $i^{\text{ème}}$ coordonnées, où $l_i = 1, 2, \dots, m_i$ et $i = 1, 2, \dots, n$.

Étape 5 : Construire les règles floues de base à partir des systèmes flous $\hat{f}(x/\theta_f)$ et $\hat{g}(x/\theta_g)$.

Étape 6 : Construire les fonctions floues de base $\hat{f}(x/\mu_f)$ et $\hat{g}(x/\mu_g)$.

Étape 7 : Appliquer la commande (II.30) au système (II.18), où $\hat{f}(x/\mu_f)$ et $\hat{g}(x/\mu_g)$ sont données par (II.32) ,(II.33).

Étape 8 : Utiliser les lois d'adaptation (II.44) - (II.46) pour ajuster les vecteur de paramètres μ_f , μ_g et μ_p .

II.8. Application au pendule inversé

II.8.1. Commande par mode glissant flou :

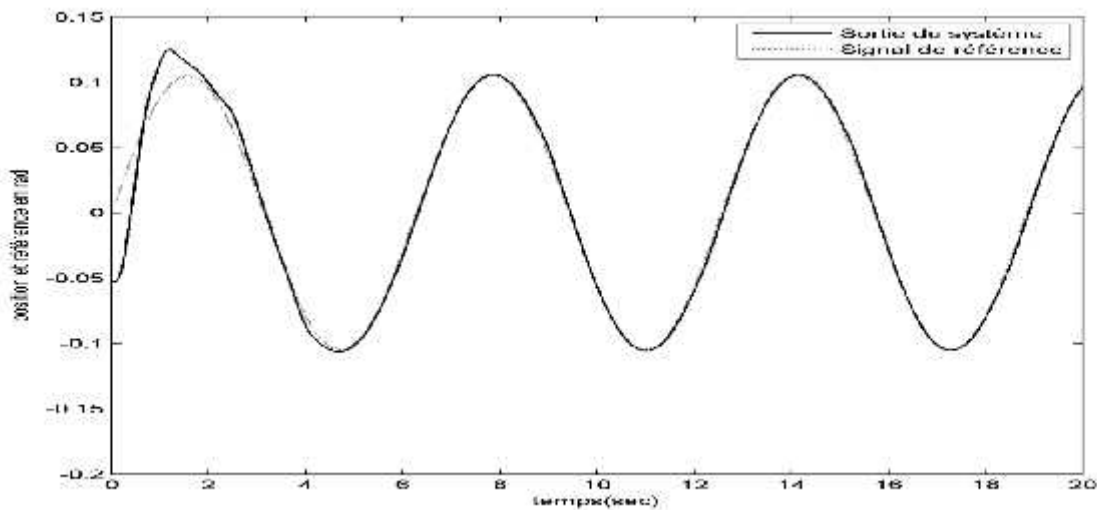


Fig. II.8. Evolution de la position angulaire.

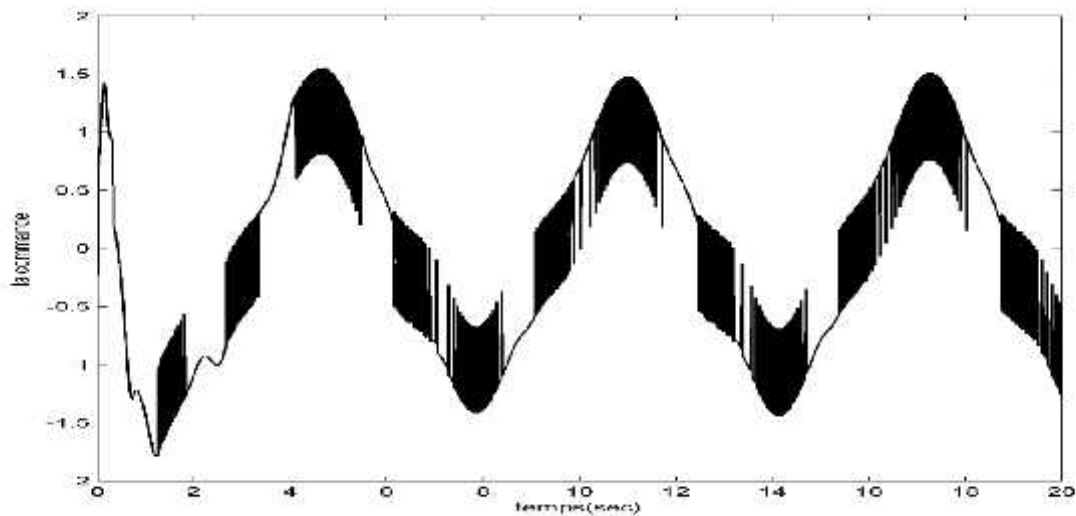


Fig. II.9. Signal de commande

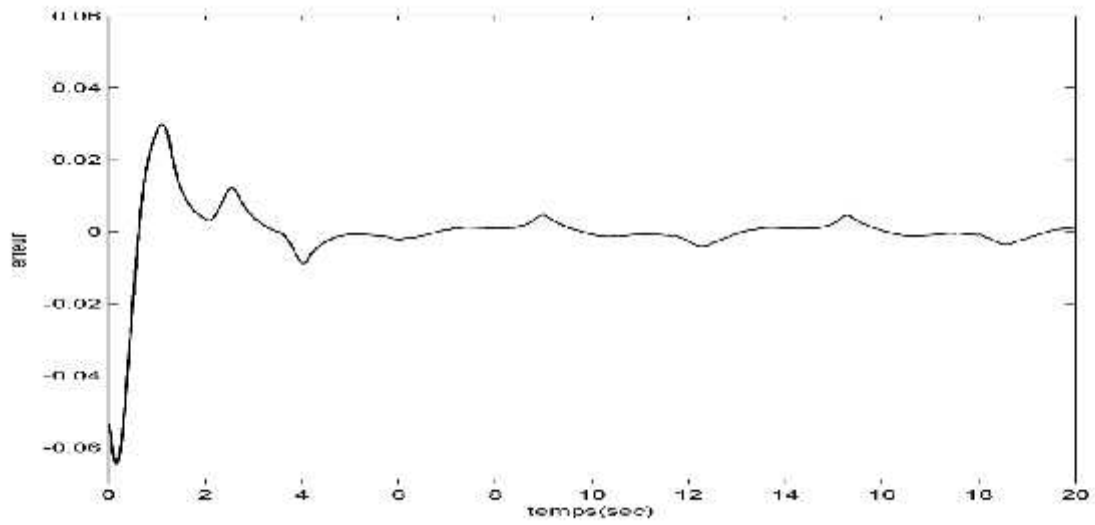


Fig. II.10. Signal d'erreur

II.8.2. Commande par mode glissant flou avec PI :

- Systèmes flous Type-1

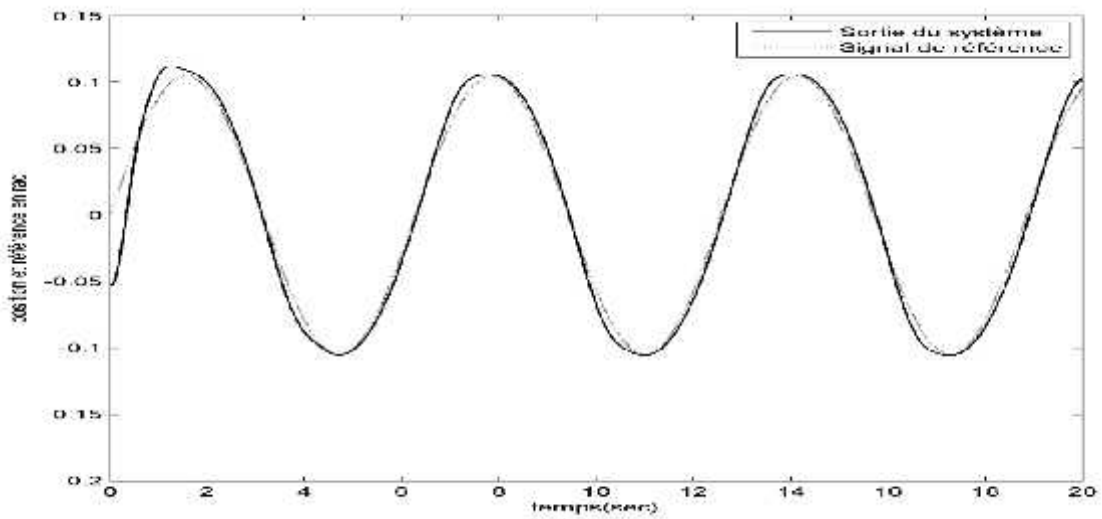


Fig. II.11. Evolution de la position angulaire.

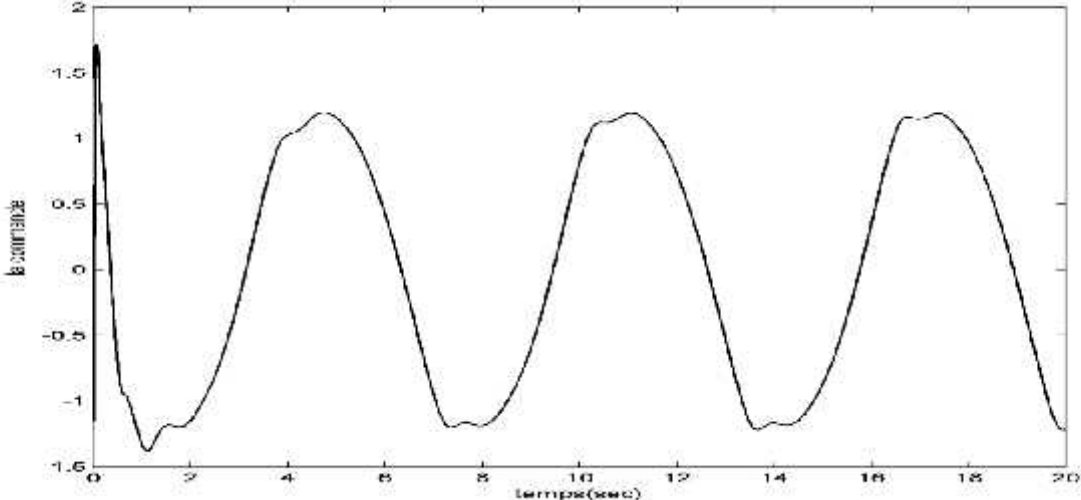


Fig. II.12. Signal de commande

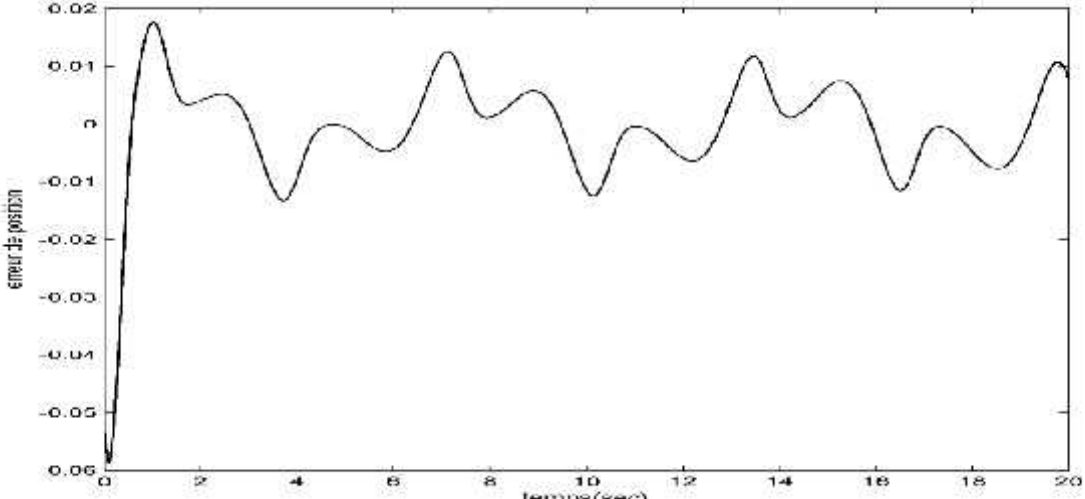


Fig. II.13. Signal d'erreur

- **Systèmes flous type-2**

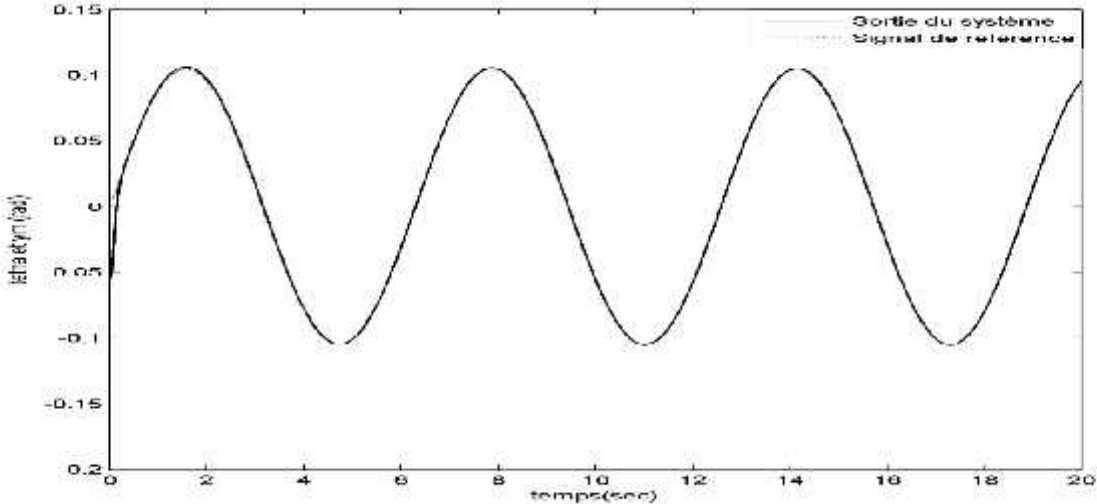


Fig. II.14. Evolution de la position angulaire.

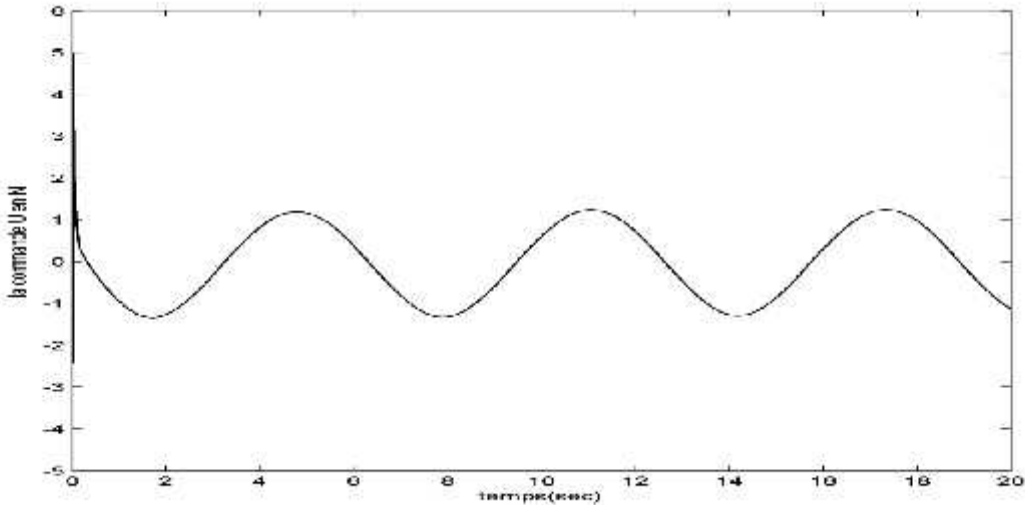


Fig. II.15. Signal de commande

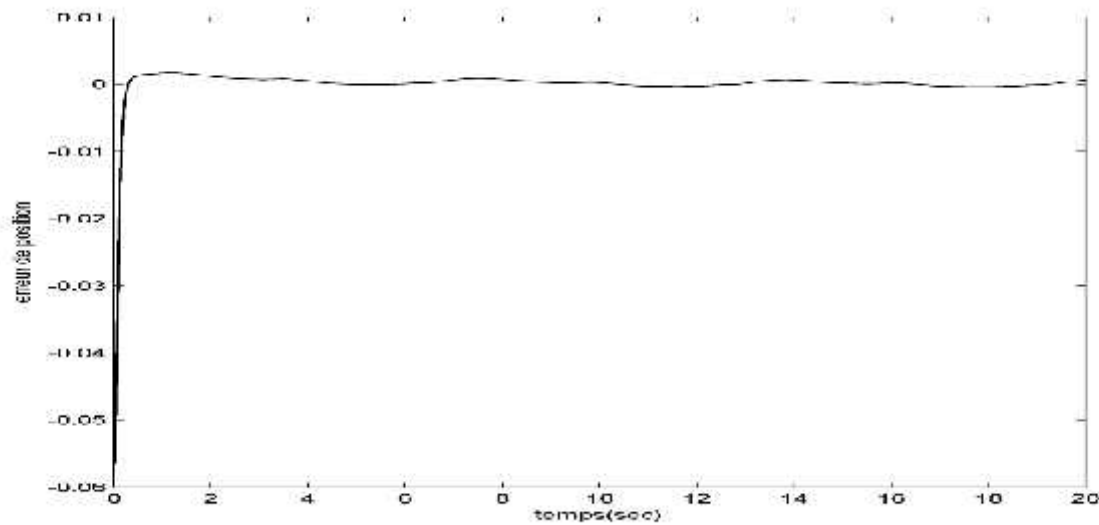


Fig. II.16. Signal d'erreur

II.9. Conclusion

On a d'abord présenté un stabilisateur indirect adaptatif flou par mode glissant pour ensuite développer un stabilisateur indirect adaptatif flou par mode glissant avec PI pour un système non linéaire SISO. Le contrôleur proposé combine les avantages de la commande robuste par mode glissant et la commande adaptative indirecte en utilisant les systèmes flous (type-1 et type-2) pour approximer les dynamiques inconnues du système. Le régulateur PI flou est ajouté pour éliminer l'action de broutement. La synthèse par Lyapunov a été utilisée pour démontrer la stabilité en boucle fermée et élaborer les lois d'adaptations pour l'approche préconisée.

Chapitre .III

COMMANDE SYNERGETIQUE ADAPTATIVE FLOUE DES SYSTEMES NON LINEAIRES

COMMANDE SYNERGETIQUE ADAPTATIVE FLOUE DES SYSTEMES NON LINEAIRES.

III.1. Introduction

La commande synergétique est une technique de contrôle assez proche de la commande par mode glissant dans le sens où l'on force le système considéré à évoluer avec une dynamique pré-choisie par le concepteur. Elle en diffère dans le fait que la commande y est toujours continue et utilise une macro-variable qui peut être fonction de deux ou plusieurs variables d'état du système.

Ces deux techniques partagent les propriétés de la réduction de l'ordre et du découplage [Dou 02]. Son avantage primordial est que la loi de commande est continue contrairement à celle utilisée en mode glissant et n'induit donc aucun problème de broutement, désavantage majeur de la commande SMC limitant son implémentation hard sur des applications pratiques [Mon 03a].

À l'instar de la commande adaptative floue et en se basant sur les travaux relatifs à cette technique, nous développons dans ce chapitre la mise en œuvre d'une commande adaptative floue synergétique. On utilisera les systèmes flous pour approximer la dynamique des systèmes non linéaires SISO. La stabilité du système en boucle fermée est assurée par la synthèse de Lyapunov au sens que tous les signaux soient bornés et les paramètres du contrôleur ajustés par des lois d'adaptation.

Afin d'améliorer le temps de convergence on se propose une approche terminale permettant une convergence de temps fini. Deux techniques similaires sont alors développées.

La deuxième méthode est donc une commande synergétique terminale adaptative floue avec deux variantes : macro-variable terminale et contrainte d'évolution terminale.

La troisième méthode est une commande synergétique adaptative floue robuste intégrant un critère de type H_∞ , appliquée à un problème de poursuite d'un système non linéaire SISO. Lors de la conception de cette commande on commence par approximer la dynamique du système par des systèmes flous adaptatifs, pour introduire ensuite le critère de performance qui prend en considération l'erreur de poursuite et l'effort de commande [Che 96b]. La performance du critère H_∞ atténue alors l'effet de l'erreur d'approximation floue et des

perturbations externes sur l'erreur de poursuite. La synthèse de toutes ces étapes conduit à la conception d'un contrôleur synergétique adaptatif flou indirect.

III.2. Principe de la commande synergétique :

La théorie de commande synergétique a été introduite la première fois d'une façon générale par l'équipe de Kolesnikov [Kol 00]. Récemment cette théorie a été appliquée avec succès dans le domaine de la commande dans l'électronique de puissance. Son application à un convertisseur élévateur a été présentée dans [Kol 02], et quelques aspects pratiques concernant la simulation et le hardware ont été discutés dans [Mon 03a] [Kon 04] et parmi les applications pratiques réussies figure le chargeur de batteries [Jia 04]. Cette nouvelle approche ne requiert pas la linéarisation du modèle et emploie explicitement un modèle non linéaire pour la synthèse de la commande.

La synthèse de la commande synergétique dans le cas général est passée en revue dans la section suivante [Med 10a]

III.2.1. Synthèse de la commande synergétique :

Considérons le système dynamique non-linéaire SISO de dimension n qui peut être décrit par l'équation non linéaire suivante :

$$\frac{d x(t)}{dt} = f(x, u, t) \quad (\text{III.1})$$

Où x représente le vecteur d'état du système et u représente le vecteur de commande. La synthèse du contrôleur synergétique débute par la définition d'une macro-variable par le concepteur, pour satisfaire le cahier des charges et considérer d'éventuelles contraintes de contrôle [Dou 02], qui est donnée par :

$$\Psi = \mathbb{E}(x, t) \quad (\text{III.2})$$

Où Ψ est la macro-variable et $\mathbb{E}(x, t)$ est une fonction définie par l'utilisateur, en général fonction des variables d'état. L'objectif de la commande synergétique est de forcer le système à évoluer sur le domaine choisit au préalable par le concepteur :

$$\mathbb{E} = 0 \quad (\text{III.3})$$

Les caractéristiques de la macro-variable peuvent être choisies par le concepteur, selon les paramètres tels que l'objectif de commande, le temps de réponse, les limitations de la commande, etc.... La macro-variable peut être une combinaison linéaire simple des variables

d'état, et elle est forcée d'évoluer d'une façon désirée exprimée par une contrainte choisie par le concepteur comme indiqué en exemple par l'équation suivante :

$$T\dot{\mathbb{E}} + \mathbb{E} = 0, \quad T > 0 \quad (\text{III.4})$$

La solution de l'équation (III.4) donne la fonction suivante :

$$\mathbb{E}(t) = \mathbb{E}_0 e^{-t/T} \quad (\text{III.5})$$

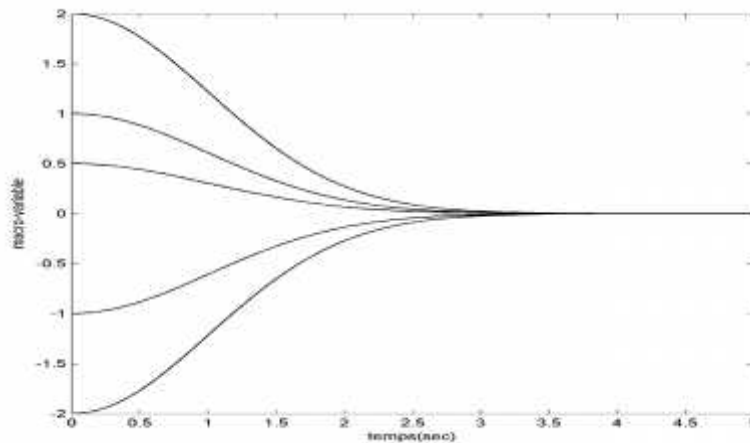


Fig. III.1. Représentation graphique de la solution de l'équation de contrainte d'évolution pour différentes conditions initiales

La figure.III.1 montre que la macro-variable $\mathbb{E}(t)$ converge vers l'attracteur $\mathbb{E} = 0$ pour des conditions initiales différentes \mathbb{E}_0 , où t représente le temps, et T est un paramètre de contrôle qui indique la vitesse de convergence du système en boucle fermée vers le domaine indiqué.

En tenant compte de la chaîne de la différentiation donnée par :

$$\frac{d\mathbb{E}(x,t)}{dt} = \frac{d\mathbb{E}(x,t)}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} \quad (\text{III.6})$$

La substitution de (III.1) et de (III.2) dans (III.4) permet d'écrire :

$$T \frac{d\mathbb{E}(x,t)}{dx} f(x,u,t) + \mathbb{E}(x,t) = 0 \quad (\text{III.7})$$

En résolvant (III.7) pour u , la loi de commande peut être ainsi obtenue:

$$u = g(x, \mathbb{E}(x,t), T, t) \quad (\text{III.8})$$

De (III.8), on peut voir que la commande dépend non seulement des variables d'état du système, mais également de la macro-variable et de la constante de temps choisie T . En d'autres termes, le concepteur peut choisir les caractéristiques du contrôleur en choisissant une macro-variable appropriée et une constante de temps spécifique T . En synthétisant le

contrôleur, chaque domaine présente une nouvelle contrainte sur le domaine de l'espace d'état et réduit l'ordre du système d'un degré. Dans la synthèse du contrôleur synergétique montré ci-dessus, il est clair que le contrôleur synergétique agit sur le système non-linéaire et une linéarisation ou une simplification du modèle n'est pas nécessaire comme lors de l'application de la théorie des commandes traditionnelles.

III.3. Commande synergétique terminale :

L'approche introduite permet une convergence asymptotique c'est-à-dire de temps infini. Afin d'améliorer la robustesse en réduisant le temps de convergence dans le mode glissant une approche dite terminale a été introduite [Kom 12] [Tan 98], s'inspirant de ces travaux on se propose de développer une commande synergétique terminale.

Similaire à la commande synergétique et en se basant sur la commande de mode glissant terminal on propose une commande synergétique terminale basée sur le choix d'une macro-variable terminale définie par (III.9) :

$$\mathbb{E} = \dot{e} + s e^{q/p} \quad (\text{III.9})$$

Où e est l'erreur, $s > 0$ est constant, et p et q sont des constantes positives impaires, telles que $p > q$.

Similairement les caractéristiques de la macro-variable peuvent être choisies par le concepteur, selon les paramètres tels que l'objectif de commande, le temps de réponse, limitations de la commande, etc.... La macro-variable est forcée d'évoluer d'une façon désirée exprimée par une contrainte choisie par le concepteur comme indiquée en exemple par l'équation suivante :

$$T\mathbb{E} + \mathbb{E} = 0, \quad T > 0 \quad (\text{III.10})$$

Pour le système (II.1), la loi de commande peut être obtenue comme :

$$u = \frac{1}{g(x)} \left[-f(x) + y_m^n + s \frac{q}{p} e^{\frac{q-1}{p}} + \frac{1}{T} \mathbb{E}(e) \right] \quad (\text{III.11})$$

Les états du système atteindront le domaine choisit au préalable par le concepteur $\mathbb{E} = 0$ en un temps fini $t = t_s$, [Yon 02]. Lorsque $\mathbb{E} = 0$ est atteint, le système dynamique est déterminé par l'équation différentielle non-linéaire suivante :

$$\dot{e} + s e^{q/p} = 0 \quad (\text{III.12})$$

Le temps fini est pris à partir de $e(t_r) \neq 0$ à $e(t_r + t_s) = 0$ est donnée par :

$$t_s = -k \int_{e(t_r)}^0 \frac{de}{q/p} = \frac{p}{S(p-q)} |e(t_r)|^{1-\frac{q}{p}} \quad (\text{III.13})$$

Donc l'erreur e converge vers zéro en un temps fini. Cependant il peut être vu dans la commande (III.11) que le terme $e^{\frac{(q-1)}{p}}$ peut causer une singularité quand $e=0, \dot{e} \neq 0$ Cette

situation ne se produit pas dans le cas idéal synergétique, car lorsque $\mathbb{E} = 0; \dot{e} = -S e^{\frac{q}{p}}$ par

conséquent, $q < p < 2q$ et $1 < \frac{p}{q} < 2$ le terme $e^{\frac{(q-1)}{p}} \dot{e}$ est équivalent à $e^{\frac{(2q-p)}{p}}$ qui est non-

singulier. Le problème de la singularité peut se produire lorsque il n'y a pas suffisamment de contrôle pour s'assurer que $\dot{e} \neq 0$ tandis que $e = 0$.

En outre, la singularité peut également se produire même lorsque le mode de glissement $\mathbb{E} = 0$ est atteint puisque, en raison d'erreurs de calcul et de facteurs d'incertitude, les états du système ne peuvent être garantis de toujours rester dans le mode de glissement en particulier près du point d'équilibre $e = 0$ et $\dot{e} \neq 0$. **[Yon 02]**

III.4. Application [Bos 86]

On applique les commandes proposées à un pendule inversé où le signal de référence est

$y_m(t) = \frac{f}{30} \sin(t)$. Les résultats de simulation sont donnés pour la condition

$$\text{initiale } x(0) = \left[-\frac{f}{60} \quad 0 \right]^T.$$

* Commande synergétique

La macro-variable choisie est $\mathbb{E} = c_1 e + \dot{e}$, $c_1 = 10$, et $T=0.01$.

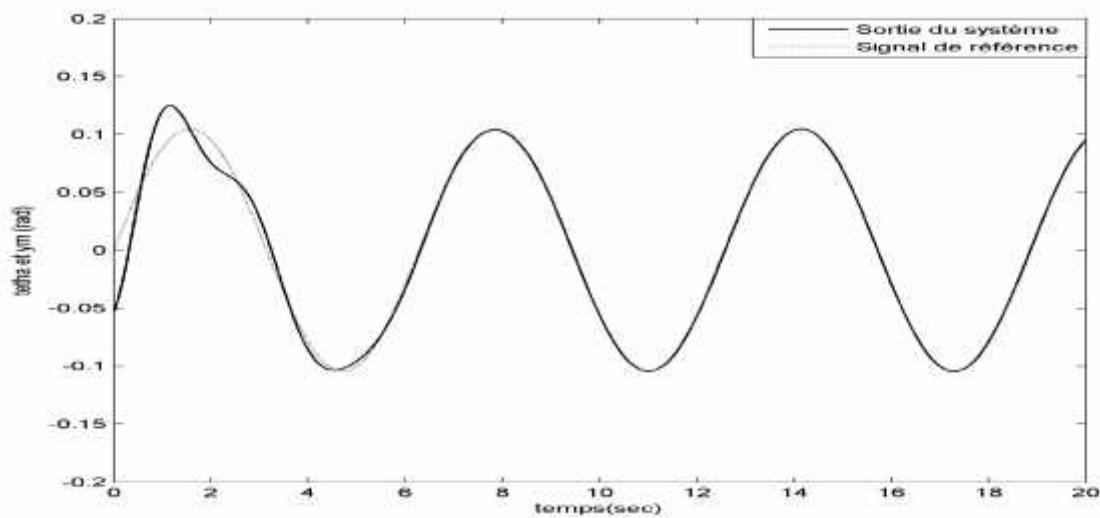


Fig. III.2. Evolution de l'angle du pendule θ et sa référence.

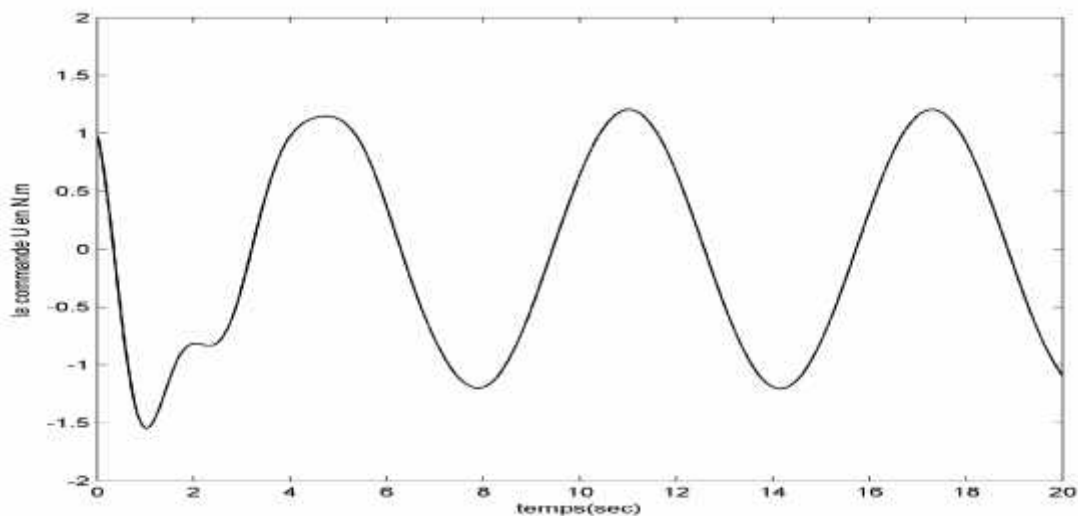


Fig. III.3. Signal de commande

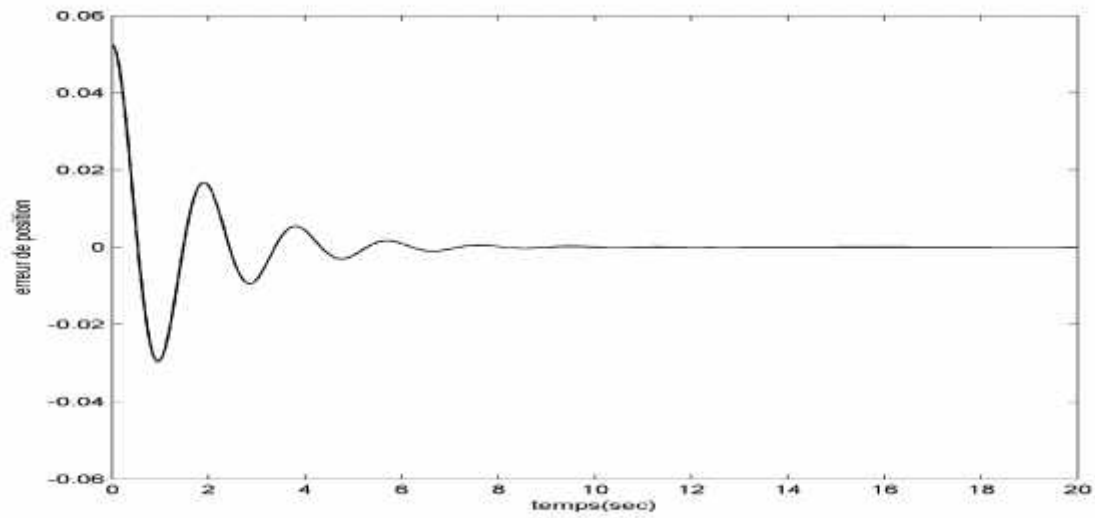


Fig. III.4. Signal d'erreur

*** Commande synergétique terminale**

La macro-variable est défini par : $\Xi = \dot{e} + S e^{q/p}$ avec $S = 10$, $p = 13$, $q = 11$ et $T=0.01$.

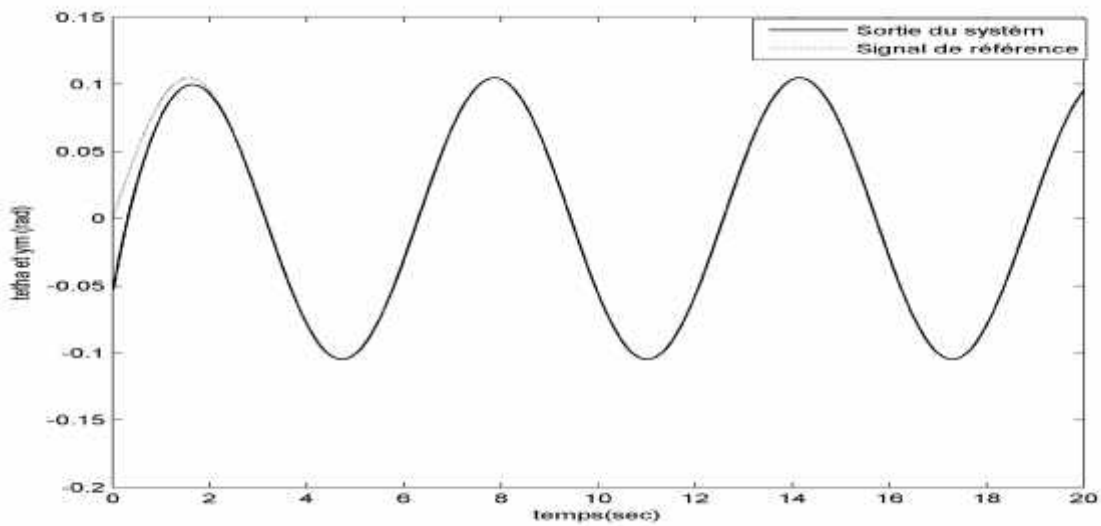


Fig. III.5. Evolution de l'angle du pendule α et sa référence.

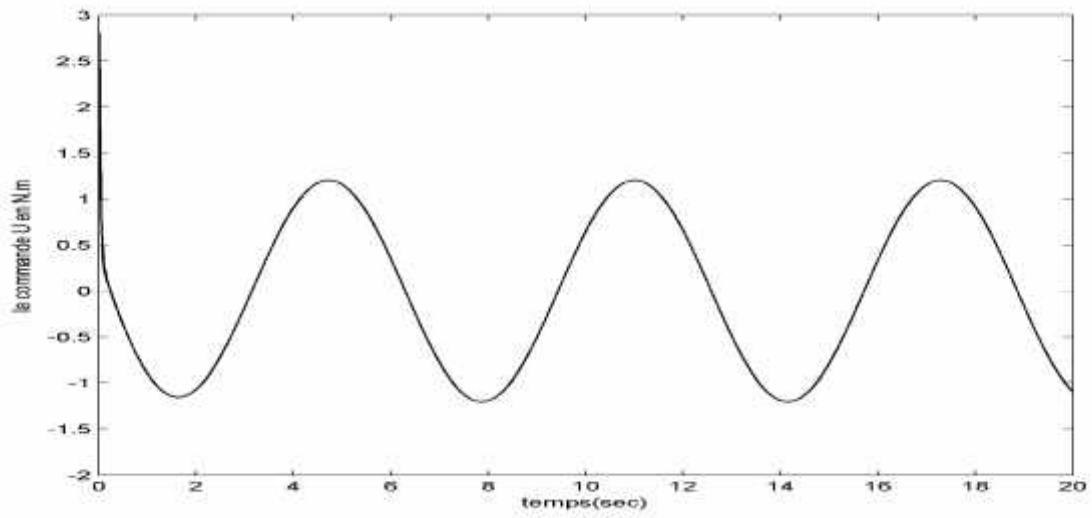


Fig. III.6. Signal de commande

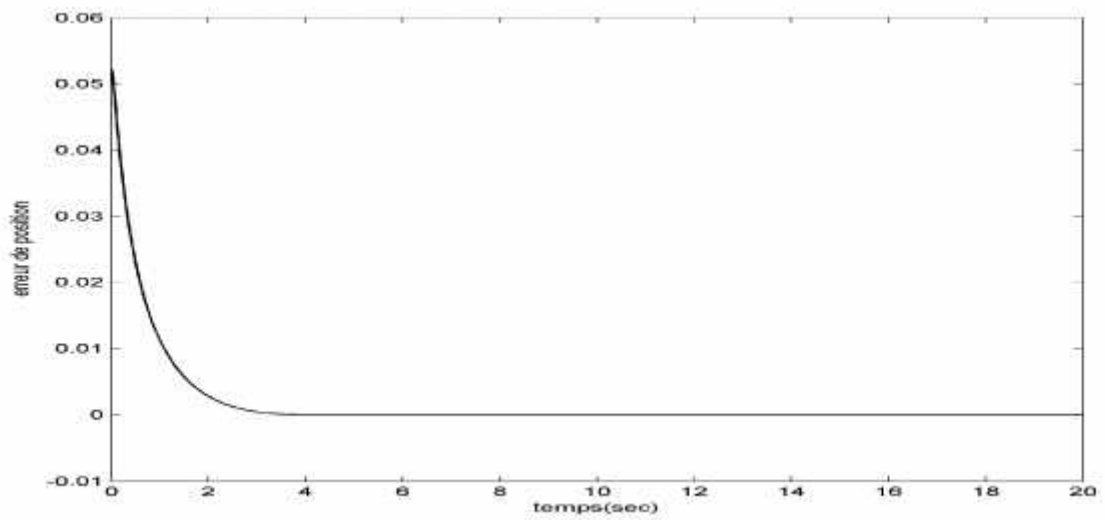


Fig. III.7. Signal d'erreur

III.5. Commande adaptative floue synergétique des systèmes non linéaires.

A l'instar de la commande adaptative floue présentée nous développons, en se basant sur ces travaux pour aborder la mise en œuvre de la commande adaptative floue synergétique. On utilisera en un premier temps les systèmes flous de type-1 pour approximer la dynamique des systèmes non linéaires inconnue pour ensuite utiliser les systèmes flous de type-2. La stabilité du système en boucle fermée est assurée par la synthèse de Lyapunov au sens que tous les signaux soient bornés et les paramètres du contrôleur ajustés par une loi d'adaptation munie d'un algorithme de projection. Un exemple de simulation est utilisé afin d'illustrer la validité de l'approche.

III.6. Conception du contrôleur synergétique adaptatif flou

Dans cette section, on utilise d'abord, les objectifs de la commande pour développer des contrôleurs adaptatifs synergétiques basés sur les systèmes flous pour réaliser ces mêmes objectifs.

Considérons le système SISO d'ordre n :

$$\begin{aligned} \dot{x}^{(n)} &= f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}) + g(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})u \\ y &= x \end{aligned} \quad (\text{III.14})$$

Qui est équivalent à la forme canonique suivante:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= f(x_1, x_2, \dots, x_n) + g(x_1, x_2, \dots, x_n)u \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (\text{III.15})$$

Où, f et g sont des fonctions continues et inconnues, $u \in \mathfrak{R}$ et $y \in \mathfrak{R}$ sont l'entrée et la sortie du système respectivement et $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T = (x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}) \in \mathfrak{R}^n$ est le vecteur d'état de ce système qui est supposé être disponible pour la mesure. Pour que (III.14) soit contrôlable, on doit avoir $g(x) \neq 0$, dans une région de contrôlabilité $U_c \subset \mathfrak{R}^n$. On supposera, sans perte de généralités $g(x) > 0$ pour $x \in U_c$ [Bou 08b].

III.7. L'objectif de la commande

L'objectif de la commande est de forcer la sortie du système y à suivre le signal de référence borné y_m , sous la contrainte que chaque signal impliqué soit borné. On détermine pour cela une commande $u = u(x/n)$ et une loi d'adaptation pour ajuster le vecteur de paramètres tel que les conditions suivantes soient satisfaites :

- Le système évolue avec une dynamique choisie au préalable par le concepteur.
- La macro-variable $\mathbb{E}(\bar{e})$ doit être la plus petite possible sous la contrainte indiquée par l'équation suivante : $T\dot{\mathbb{E}} + \mathbb{E} = 0$, $T > 0$.

III.8. Construction d'un contrôleur synergétique adaptatif flou [Med 12]

On débute en définissant une macro-variable $\mathbb{E}(\bar{e})$ dans l'espace d'état de l'erreur défini généralement comme :

$$\mathbb{E}(\bar{e}) = c_1 e + c_2 \dot{e} + \dots + c_{n-1} e^{(n-2)} + e^{(n-1)} = c^T \bar{e} \quad (\text{III.16})$$

On désire achever une erreur nulle entre la sortie du système et le signal de référence en forçant le système à évoluer vers un domaine choisit par le concepteur à savoir : $\mathbb{E}(\bar{e}) = 0$.

Un des procédés les plus simples pour réaliser cela consiste à choisir la dynamique d'évolution de la macro-variable à l'aide d'une contrainte telle que :

$$T\dot{\mathbb{E}}(\bar{e}) + \mathbb{E}(\bar{e}) = 0 \quad (\text{III.17})$$

Où $\bar{e} = (e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)})^T \in \mathfrak{R}^n$ est l'erreur, et $c = [c_1, c_2, \dots, c_{n-1}]^T$ est choisi de manière que toutes les racines du polynôme $h(s) = s^{n-1} + c_{n-1}s^{n-2} + \dots + c_1$ se trouvent dans le demi-plan gauche de l'espace complexe. T est un paramètre de contrôle qui indique la vitesse de convergence du système en boucle fermée vers le domaine indiqué. On considère le système (III.15), si les fonctions f et g sont connues, alors la loi de commande est donnée par:

$$\Rightarrow u = \frac{1}{g(x)} \left[-f(x) + y_m^{(n)} - e^{(n)} \right] \quad (\text{III.18})$$

En utilisant la contrainte $T\dot{\mathbb{E}} + \mathbb{E} = 0$ on obtient :

$$u = \frac{1}{g(x)} \left[-f(x) + y_m^{(n)} + \sum_1^{n-1} c_i e^{(i)} + \frac{1}{T} \mathbb{E}(\bar{e}) \right] \quad (\text{III.19})$$

Soit la fonction de Lyapunov candidate: $V = \frac{1}{2} \mathbb{E}^2(\bar{e})$

$$\begin{aligned}\dot{V} &= \mathbb{E}(\bar{e})\mathbb{E}(\bar{e}) \\ &= -\frac{1}{T}\mathbb{E}^2(\bar{e}) \leq 0\end{aligned}\quad (\text{III.20})$$

Cependant, dans notre cas les fonctions f et g sont inconnues, ce qui rend l'approximation de f et g nécessaire, pour cela on utilise les systèmes flous (I.33), la loi de commande résultante est :

$$u = \frac{1}{\hat{g}(x/\mu_g)} \left[-\hat{f}(x/\mu_f) + y_m^{(n)} + \sum_1^{n-1} c_i e^{(i)} + \frac{1}{T}\mathbb{E}(\bar{e}) \right] \quad (\text{III.21})$$

III.8.1 Loïs d'adaptation

Théorème 1 [Med 10b] :

Les fonctions \hat{f} , \hat{g} sont estimées par (I.33) et le vecteur de paramètres μ_f , μ_g sont ajustés par les lois adaptations (III.22) alors les signaux du système en boucle fermée sont bornés et la trajectoire de l'erreur converge vers zéro asymptotiquement.

$$\begin{aligned}\dot{\mu}_f &= -\chi_1 \mathbb{E}(\bar{e}) \langle x \rangle \\ \dot{\mu}_g &= -\chi_2 \mathbb{E}(\bar{e}) \langle x \rangle u\end{aligned}\quad (\text{III.22})$$

Où, χ_1 et χ_2 sont des constantes positives.

Démonstration :

Les paramètres optimaux des systèmes flous sont définis par :

$$\mu_f^* = \arg \min_{\mu_f \in \Omega_f} \left[\sup_{x \in U_c} \left| \hat{f}(x/\mu_f) - f(x) \right| \right] \quad (\text{III.23})$$

$$\mu_g^* = \arg \min_{\mu_g \in \Omega_g} \left[\sup_{x \in U_c} \left| \hat{g}(x/\mu_g) - g(x) \right| \right] \quad (\text{III.24})$$

Où Ω_f et Ω_g sont des ensembles de contraintes pour μ_f et μ_g respectivement, spécifiés par l'expert. Ces ensembles sont définis comme :

$$\Omega_f = \left\{ \mu_f : \left| \mu_f \right| \leq M_f \right\} \quad (\text{III.25})$$

$$\Omega_g = \left\{ \mu_g : \left| \mu_g \right| \leq M_g \right\} \quad (\text{III.26})$$

Où M_f et M_g sont des constantes positives spécifiées par l'expert.

On définit l'erreur d'approximation minimale par :

$$w = \left(\hat{f}(x/_{n_f}^*) - f(x) \right) + \left(\hat{g}(x/_{n_g}^*) - g(x) \right) u \quad (\text{III.27})$$

Alors, l'équation de la macro-variable (III.16) peut être réécrite comme :

$$\mathbb{E}(\bar{e}) = \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} - f(x) - g(x)u + y_m^{(n)} \quad (\text{III.28})$$

$$\mathbb{E}(\bar{e}) = \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} + \left(\hat{f}(x/_{n_f}) - f(x) \right) + \left(\hat{g}(x/_{n_g}) - g(x) \right) u - \sum_{i=1}^{n-1} c_i e^{(i)} - \frac{1}{T} \mathbb{E}(\bar{e}) \quad (\text{III.29})$$

$$\mathbb{E}(\bar{e}) = \left(\hat{f}(x/_{n_f}) - f(x) \right) + \left(\hat{g}(x/_{n_g}) - g(x) \right) u - \frac{1}{T} \mathbb{E}(\bar{e}) + w \quad (\text{III.30})$$

Si on choisit \hat{f} et \hat{g} de la forme (I.33), donc on peut réécrire (III.30) comme :

$$\mathbb{E}(\bar{e}) = \left(\hat{f}(x/_{n_f}) - \hat{f}(x/_{n_f}^*) \right) + \left(\hat{g}(x/_{n_g}) - \hat{g}(x/_{n_g}^*) \right) u - \frac{1}{T} \mathbb{E}(\bar{e}) + w \quad (\text{III.31})$$

$$\mathbb{E}(\bar{e}) = \left(w_f^T - w_f^{*T} \right) \langle (x) \rangle + \left(w_g^T - w_g^{*T} \right) \langle (x) \rangle u - \frac{1}{T} \mathbb{E}(\bar{e}) + w \quad (\text{III.32})$$

Où $w_f = w_f - w_f^*$, $w_g = w_g - w_g^*$, et $\langle (x) \rangle$ est une fonction floue de base

$$\mathbb{E}(\bar{e}) = w_f^T \langle (x) \rangle + w_g^T \langle (x) \rangle u - \frac{1}{T} \mathbb{E}(\bar{e}) + w \quad (\text{III.33})$$

On considère la fonction de Lyapunov candidate suivante :

$$V = \frac{1}{2} \mathbb{E}(\bar{e})^2 + \frac{1}{2\chi_1} w_f^T w_f + \frac{1}{2\chi_2} w_g^T w_g \quad (\text{III.34})$$

Où, χ_1 et χ_2 sont des constantes positives.

La dérivée de V par rapport au temps est donnée par :

$$\dot{V} = \mathbb{E}(\bar{e}) w_f^T \langle (x) \rangle + \frac{1}{\chi_1} w_f^T \dot{w}_f + \mathbb{E}(\bar{e}) w_g^T \langle (x) \rangle u + \frac{1}{\chi_2} w_g^T \dot{w}_g - \frac{1}{T} \mathbb{E}(\bar{e})^2 + \mathbb{E}(\bar{e}) w \quad (\text{III.35})$$

Où on utilise le fait que $\dot{w}_f = \dot{w}_f$, $\dot{w}_g = \dot{w}_g$.

$$\dot{V} = \frac{1}{\chi_1} w_f^T \left(\chi_1 \mathbb{E}(\bar{e}) \langle (x) \rangle + \dot{w}_f \right) + \frac{1}{\chi_2} w_g^T \left(\chi_2 \mathbb{E}(\bar{e}) \langle (x) \rangle u + \dot{w}_g \right) - \frac{1}{T} \mathbb{E}(\bar{e})^2 + \mathbb{E}(\bar{e}) w \quad (\text{III.36})$$

En choisissant les lois d'adaptation suivantes :

$$\begin{aligned}\dot{e}_f &= -\chi_1 \mathbb{E}(\bar{e}) \kappa(x) \\ \dot{e}_g &= -\chi_2 \mathbb{E}(\bar{e}) \kappa(x) u\end{aligned}\tag{III.37}$$

Alors à partir de (III.36) on aura :

$$\dot{V} = -\frac{1}{T} \mathbb{E}(\bar{e})^2 + \mathbb{E}(\bar{e}) w\tag{III.38}$$

L'influence du terme $\mathbb{E}(\bar{e}) w$ est minime, d'ordre de l'erreur d'approximation minimale qui est par conception très petite, vu que les systèmes flous \hat{f} et \hat{g} ont une capacité d'approximer les fonctions non linéaires f et g avec une grande précision, car ils sont des approximateurs universels qui peuvent approximer n'importe quelle fonction réelle continue avec une précision arbitraire. Donc, l'utilisation d'un nombre suffisant de règles pour construire \hat{f} et \hat{g} permet d'avoir w très petite. Si w tend vers 0, alors (III.38) devient :

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{T} \mathbb{E}(\bar{e})^2 \leq 0\tag{III.39}$$

En conséquence, tous les signaux dans le système à commander sont bornés. Evidemment $e(0)$ est bornée, alors $e(t)$ est aussi bornée. Le signal de référence y_m^n est borné, alors l'état du système $x(t)$ est aussi borné. Pour compléter la preuve et établir la convergence asymptotique de l'erreur de poursuite, nous avons besoin de prouver que $\mathbb{E} \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$ supposons que $|\mathbb{E}| \leq r$, alors l'équation (III.38) peut être réécrite comme :

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{T} r |\mathbb{E}| + r |w|\tag{III.40}$$

En intégrant les deux côtés de (III.40) on obtient :

$$\int_0^t |\mathbb{E}| d\tau \leq \frac{T}{r} (|V(0)| + |V(t)|) + T \int_0^t |w| d\tau\tag{III.41}$$

Vu que $\mathbb{E} \in L_1$, à partir de (III.38), la macro-variable est bornée et chaque terme de (III.31) est aussi borné donc $\mathbb{E}, \mathbb{E} \in L_\infty$, par conséquent par l'utilisation du lemme de Barbalat [Sas 89], on a également $\mathbb{E}(t) \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$, donc le système est stable et l'erreur converge asymptotiquement vers zéro.

La loi de commande synergétique adaptative floue peut-être synthétisée selon la structure du schéma suivant:

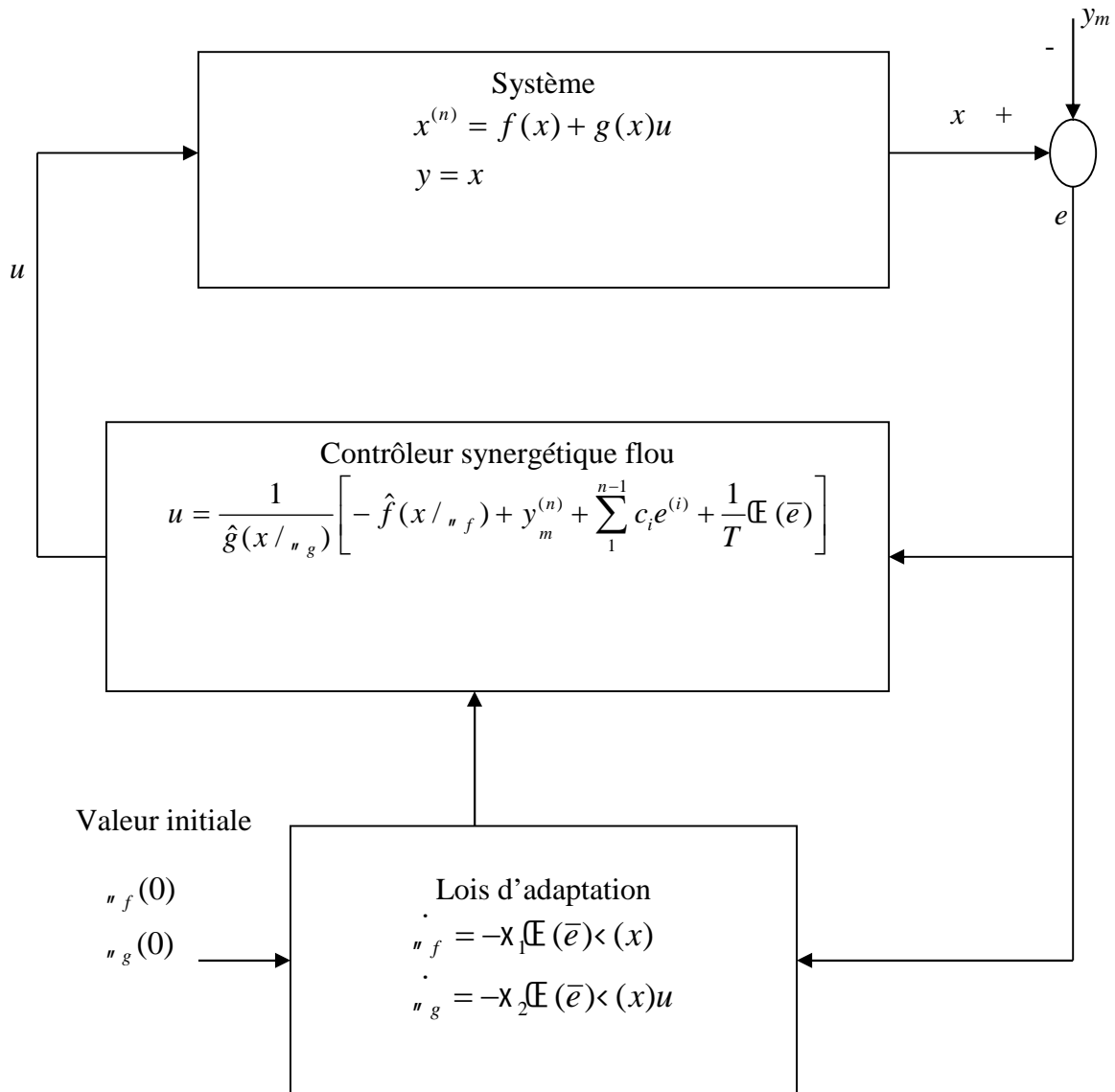


Fig. III.8. Schéma général des systèmes de commande synergétique adaptative floue.

III.8.2. Algorithme de la commande synergétique adaptative floue :

- **Étape 1**

* Choisir les c_1, \dots, c_{n-1} telles que toutes les racines de $\lambda^{n-1} + c_{n-1}\lambda^{n-2} + \dots + c_1$ soient dans le demi-plan gauche.

* Spécifier les paramètres de conception M_f, M_g, V basés sur les contraintes pratiques.

- **Étape 2 :**

* Définir m_i ensembles flous $F_i^{l_i}$ dont les fonctions d'appartenance $\mu_{F_i}^{l_i}$ contiennent uniformément U_{c_i} qui est la projection de U_c sur les $i^{\text{ème}}$ coordonnées, où $l_i = 1, 2, \dots, m_i$ et $i = 1, 2, \dots, n$.

* Construire les règles floues de base à partir des systèmes flous $\hat{f}(x/n_f)$ et $\hat{g}(x/n_g)$, à partir de $m_1 \times m_2 \times \dots \times m_n$ règles, ces dernières ont les parties prémisses If qui expriment toutes les combinaisons possibles des $F_i^{l_i}$ pour $i = 1, 2, \dots, n$.

$$\begin{aligned} R_f^{(l_1, l_2, \dots, l_n)} : & \text{ If } x_1 \text{ is } F_1^{l_1} \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } F_n^{l_n} \\ & \text{ Then } \hat{f}(x/n_f) \text{ is } G^{(l_1, l_2, \dots, l_n)} \end{aligned} \quad (\text{III.42})$$

$$\begin{aligned} R_g^{(l_1, l_2, \dots, l_n)} : & \text{ If } x_1 \text{ is } F_1^{l_1} \text{ and } \dots \text{ and } x_n \text{ is } F_n^{l_n} \\ & \text{ Then } \hat{g}(x/n_g) \text{ is } H^{(l_1, l_2, \dots, l_n)} \end{aligned} \quad (\text{III.43})$$

Où $l_i = 1, 2, \dots, m_i, i = 1, 2, \dots, n$, $G^{(l_1, l_2, \dots, l_n)}$ et $H^{(l_1, l_2, \dots, l_n)}$ sont des ensembles flous dans \mathfrak{R} , correspondant aux paramètres \bar{y}^l dans les domaines Ω_f et Ω_g , respectivement.

* Construire les fonctions floues de base, on utilise l'équation (I.34) pour les systèmes flous type-1 et pour les systèmes flous type-2 on utilise les équations (I.42)-(I.43)

- **Étape 3 :**

* construire la macro- variable \bar{e} avec la contrainte d'évolution $T\bar{e} + \bar{e} = 0$

* Appliquer la commande (III.21) au système (III.15), où $\hat{f}(x/n_f)$ et $\hat{g}(x/n_g)$ sont données par (I.33).

* Utiliser les lois d'adaptation (III.37) pour ajuster les vecteur des paramètres n_f et n_g .

III.9. Commande synergétique terminale adaptative floue

III.9.1. Macro-variable terminale [Med 11] [Med 16]

La macro-variable terminale est définie part :

$$\mathbb{E}(\bar{e}) = e^{(n-1)} + r e^{(n-2)} + s e^{(n-2)q/p} \quad (\text{III.44})$$

Où e est l'erreur, $r, s > 0$ sont des constantes positives, et p et q sont des constantes positives impaires avec $p > q$.

La contrainte d'évolution (III.4) permet d'obtenir :

$$e^{(n)} = -\frac{1}{T} \mathbb{E}(\bar{e}) - r e^{(n-1)} - s \frac{q}{p} e^{(n-1) \frac{(q-1)}{p}} \quad (\text{III.45})$$

La loi de commande synergétique terminale est définie par :

$$u = \frac{1}{g(x)} \left[-f(x) + y_m^{(n)} + r e^{(n-1)} + s \frac{q}{p} e^{(n-1) \frac{(q-1)}{p}} + \frac{1}{T} \mathbb{E}(\bar{e}) \right] \quad (\text{III.46})$$

Soit la fonction de Lyapunov candidate: $V = \frac{1}{2} \mathbb{E}^2(\bar{e})$

$$\dot{V} = \mathbb{E}(\bar{e}) \mathbb{E}(\dot{\bar{e}})$$

$$= \mathbb{E}(\bar{e}) \left[r e^{(n-1)} + s \frac{q}{p} e^{(n-1) \frac{(q-1)}{p}} + y_m^{(n)} - (f(x) + g(x)u) \right]$$

$$= \mathbb{E}(\bar{e}) \left[-\frac{1}{T} \mathbb{E}(\bar{e}) \right]$$

$$\dot{V} = -\frac{1}{T} \mathbb{E}^2(\bar{e}) \leq 0 \quad (\text{III.47})$$

On utilise des systèmes flous pour approximer $f(x)$ et $g(x)$

$$u = \frac{1}{\hat{g}(x/n_g)} \left[-\hat{f}(x/n_f) + y_m^n + r e^{(n-1)} + s \frac{q}{p} e^{(n-1) \frac{(q-1)}{p}} + \frac{1}{T} \mathbb{E}(\bar{e}) \right] \quad (\text{III.48})$$

On remarque que le terme $e^{(n-1)\frac{q-1}{p}}$ peut causer un problème de singularité à cause du fait que $\frac{q}{p} < 1$. Pour éviter ce problème on propose d'utiliser une commande synergétique adaptative floue terminale avec une contrainte d'évolution terminale

III.9.2. Contrainte d'évolution terminale [Med 11] [Med 16]

III.9.2.1 Construction du contrôleur synergétique terminal adaptatif flou

Soit la macro-variable

$$\mathbb{E}(\bar{e}) = c_1 e + c_2 \dot{e} + \dots + c_{n-1} e^{(n-2)} + e^{(n-1)} = c^T \bar{e} \quad (\text{III.49})$$

On utilise la même procédure mais avec une contrainte d'évolution terminale

$$T\mathbb{E}(\bar{e}) + \dagger \mathbb{E}(\bar{e})^{\frac{q}{p}} = 0, \quad T > 0 \quad (\text{III.50})$$

Où \dagger est une constante positive

A partir de (III.50) on a :

$$e^{(n)} = \sum_1^{n-1} c_i e^{(i)} - \frac{\dagger}{T} \mathbb{E}(\bar{e})^{\frac{q}{p}} \quad (\text{III.51})$$

La loi de commande résultante est :

$$u = \frac{1}{g(x)} \left[-f(x) + y_m^n + \sum_1^{n-1} c_i e^{(i)} + \frac{\dagger}{T} \mathbb{E}(\bar{e})^{\frac{q}{p}} \right] \quad (\text{III.52})$$

On utilise des systèmes flous pour approximer $f(x)$ et $g(x)$, et obtenir la commande u

$$u = \frac{1}{\hat{g}(x / \text{ } _g)} \left[-\hat{f}(x / \text{ } _f) + y_m^n + \sum_1^{n-1} c_i e^{(i)} + \frac{\dagger}{T} \mathbb{E}(\bar{e})^{\frac{q}{p}} \right] \quad (\text{III.53})$$

III.9.2.2. Lois d'adaptation

Théorème 2 :

Les fonctions \hat{f} et \hat{g} étant estimées par (I.33) et le vecteur de paramètres u_f et u_g ajustés par les lois adaptations (III.54) alors les signaux du système en boucle fermée sont bornés et la trajectoire de l'erreur converge vers zéro asymptotiquement.

$$\begin{aligned}\dot{u}_f &= -\chi_1 \langle (x) \mathbb{E}(\bar{e}) \rangle^{(2-\frac{q}{p})} \\ \dot{u}_g &= -\chi_2 \langle (x) \mathbb{E}(\bar{e}) \rangle^{(2-\frac{q}{p})} u\end{aligned}\quad \text{(III.54)}$$

Où, χ_1 et χ_2 sont des constantes positives.

Démonstration :

Les paramètres optimaux des systèmes flous sont définis par les équations (III.23) et (III.24), et l'erreur d'approximation minimale w par l'équation (III.27):

D'après (III.27) la dérivée de la macro-variable (III.49) est donnée par :

$$\mathbb{E}(\bar{e}) = \left[\hat{f}(x/u_f) - \hat{f}(x/u_f^*) \right] + \left[\hat{g}(x/u_g) - \hat{g}(x/u_g^*) \right] u - \frac{\dagger}{T} \mathbb{E}(\bar{e})^{\frac{q}{p}} + w \quad \text{(III.55)}$$

$$\mathbb{E}(\bar{e}) = (u_f^T - u_f^{*T}) \langle (x) \rangle + (u_g^T - u_g^{*T}) \langle (x) \rangle u - \frac{\dagger}{T} \mathbb{E}(\bar{e})^{\frac{q}{p}} + w \quad \text{(III.56)}$$

Où $w_f = u_f - u_f^*$, $w_g = u_g - u_g^*$

$$\mathbb{E}(\bar{e}) = w_f^T \langle (x) \rangle + w_g^T \langle (x) \rangle u - \frac{\dagger}{T} \mathbb{E}(\bar{e})^{\frac{q}{p}} + w \quad \text{(III.57)}$$

Soit la fonction de Lyapunov candidate V :

$$V = \frac{p}{3p-q} \mathbb{E}(\bar{e})^{\frac{(3-q)}{p}} + \frac{1}{2\chi_1} w_f^T \dot{w}_f + \frac{1}{2\chi_2} w_g^T \dot{w}_g \quad \text{(III.58)}$$

Où χ_1 et χ_2 sont des constantes positives.

Si on utilise $\dot{w}_f = \dot{u}_f$ et $\dot{w}_g = \dot{u}_g$, \dot{V} est donnée par :

$$\dot{V} = \frac{1}{\chi_1} w_f^T \left[\dot{u}_f + \chi_1 \langle (x) \mathbb{E}(\bar{e}) \rangle^{(2-\frac{q}{p})} \right] + \frac{1}{\chi_2} w_g^T \left[\dot{u}_g + \chi_2 \langle (x) \mathbb{E}(\bar{e}) \rangle^{(2-\frac{q}{p})} u \right] - \frac{\dagger}{T} \mathbb{E}(\bar{e})^2 + w \mathbb{E}(\bar{e})^{\frac{(2-q)}{p}} \quad \text{(III.59)}$$

Si on choisit les lois d'adaptation suivantes :

$$\begin{aligned}\dot{w}_f &= -\chi_1 \langle (x) \mathbb{E}(\bar{e}) \rangle^{(2-\frac{q}{p})} \\ \dot{w}_g &= -\chi_2 \langle (x) \mathbb{E}(\bar{e}) \rangle^{(2-\frac{q}{p})} u\end{aligned}\quad \text{(III.60)}$$

Alors à partir de (III.60) on aura :

$$\dot{V} = -\frac{\dagger}{T} \mathbb{E}(\bar{e})^2 + w \mathbb{E}(\bar{e}) \langle (x) \rangle^{(2-\frac{q}{p})} \quad \text{(III.61)}$$

L'influence du terme $w \mathbb{E}(\bar{e}) \langle (x) \rangle^{(2-\frac{q}{p})}$ est minime, d'ordre de l'erreur d'approximation minimale qui est petite, vu la capacité des systèmes flous à approximer les fonctions non linéaires $f(x)$ et $g(x)$ avec une grande précision. Donc, l'utilisation d'un nombre suffisant de règles pour construire \hat{f} et \hat{g} permet d'avoir w très petit. Si w tend vers 0, alors (III.61) devient

$$\dot{V} = -\frac{\dagger}{T} \mathbb{E}(\bar{e})^2 \leq 0 \quad \text{(III.62)}$$

Par conséquent, tous les signaux dans le système à commander sont bornés. Evidemment $e(0)$ est bornée, alors $e(t)$ est aussi bornée. Le signal de référence y_m^n est borné, alors l'état du système $x(t)$ est aussi borné. Pour compléter la preuve et établir la convergence asymptotique de l'erreur de poursuite, nous avons besoin de prouver que $\mathbb{E} \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$ supposons que $|\mathbb{E}| \leq r$, alors l'équation (III.61) peut être réécrite comme :

$$\dot{V} \leq -\frac{\dagger}{T} r |\mathbb{E}| + r |w| \quad \text{(III.63)}$$

On intègre les deux coté de (III.63) on trouve :

$$\int_0^{\dagger} |\mathbb{E}| d\dagger \leq \frac{\dagger}{r} T (|V(0)| + |V(t)|) + T \int_0^{\dagger} |w| d\dagger \quad \text{(III.64)}$$

Nous avons $\mathbb{E} \in L_1$. A partir de (III.64), la macro-variable est bornée et chaque terme de (III.55) est aussi borné donc $\mathbb{E}, \mathbb{E} \in L_\infty$, par conséquent par l'utilisation du lemme de Barbalat [Sas 89], nous avons également $\mathbb{E}(t) \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$, donc le système est stable et l'erreur converge asymptotiquement vers zéro.

III.10. Application

On applique l'algorithme proposé à un pendule inversé dans le but de suivre une trajectoire de référence sinusoïdale. On prend comme signal de référence $y_m(t) = \frac{f}{30} \sin(t)$

Les paramètres M_f, M_g et v sont choisis ainsi : $M_f = 16, M_g = 1.6$ et $v = 0.7$.

Les fonctions d'appartenance et les règles floues sont définies dans le chapitre I :

La macro-variable est définie par : $\mathbb{E}(\bar{e}) = c_1 e + c_2 \dot{e}$ On prendra $c_1 = 3$ et $c_2 = 1$.

La contrainte d'évolution terminale choisie est :

$$T\mathbb{E}(\bar{e}) + \dagger\mathbb{E}(\bar{e})^p = 0 \text{ avec } p = 13, q = 11, \dagger = 10 \text{ et } T = 0.01.$$

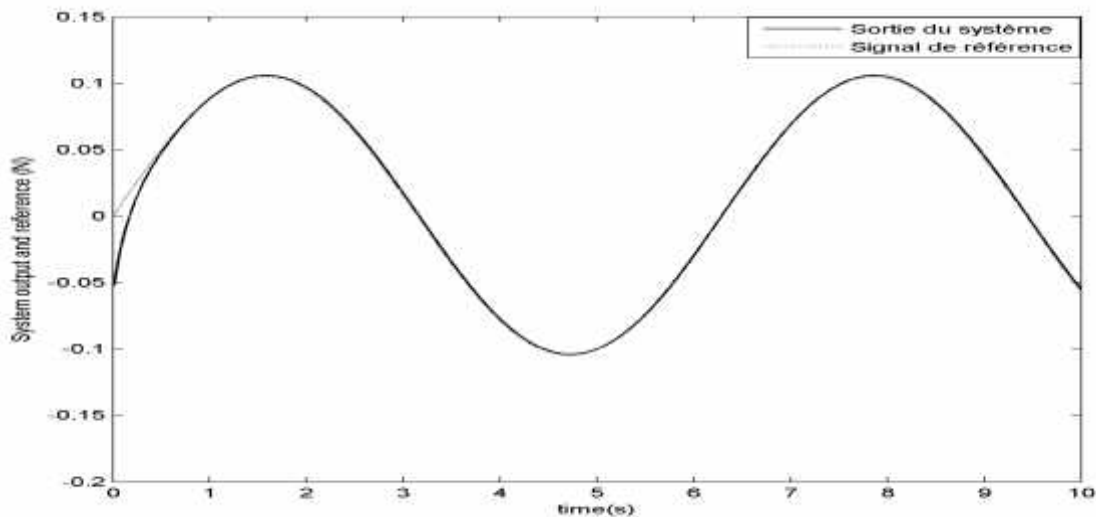


Fig. III.9. Evolution de l'angle du pendule θ et sa référence.

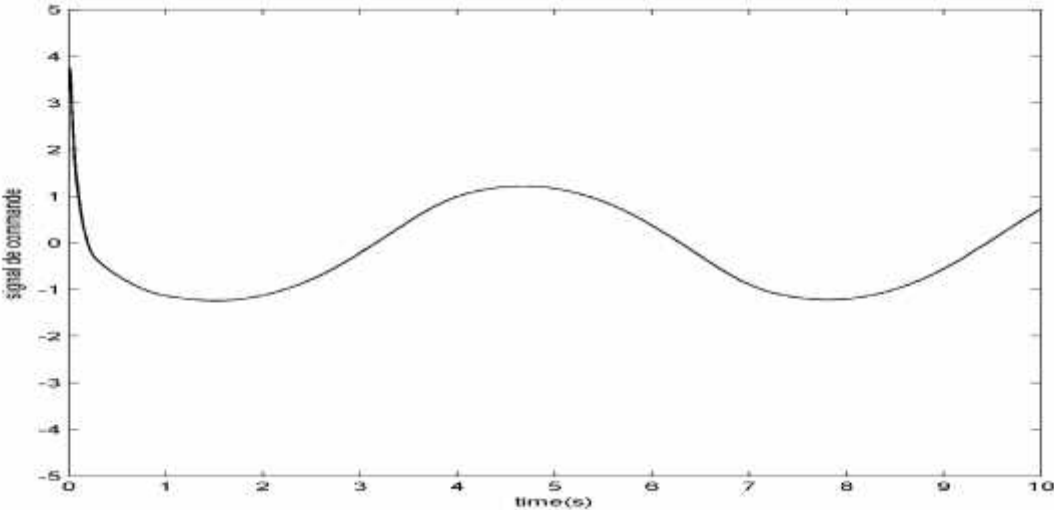


Fig. III.10. Signal de commande

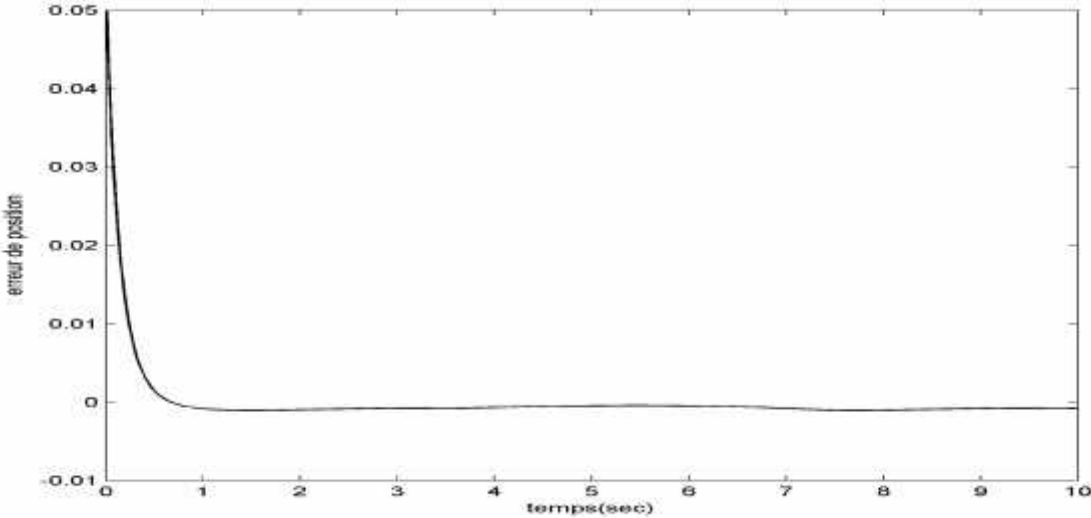


Fig. III.11. Signal d'erreur

III.11. Commande synergétique adaptative floue robuste par l'approche H_∞

III.11.1. Formulation du problème

Considérons le système non linéaire SISO décrit par (III.14) :

$$\begin{aligned} x^{(n)} &= f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}) + g(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})u \\ y &= x \end{aligned} \quad \text{(III.65)}$$

Soient $\bar{e} = (e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)})^T \in \mathfrak{R}^n$ l'erreur de poursuite de sortie, $\tilde{w} = w - w^*$ l'erreur entre les paramètres w par rapport aux paramètres optimaux w^* , w l'erreur minimale due aux approximations floues de f et g et aux perturbations externes.

L'objectif de la commande est de forcer la sortie y à suivre un signal de référence y_m borné, et plus précisément, déterminer une commande optimale $u(x/w)$ et des lois d'adaptations pour ajuster les paramètres w tels que:

(I) dans le cas d'une parfaite approximation et en absence de perturbation $w=0$, l'équation suivante est satisfaite :

$$\mathbb{E}(\bar{e}) = c_1 e + c_2 \dot{e} + \dots + c_{n-1} e^{(n-2)} + e^{(n-1)} = c^T \bar{e} = 0 \quad \text{(III.66)}$$

Où $\mathbb{E}(\bar{e})$ est la macro-variable définie dans (III.16)

(II) Si $w \neq 0$, le critère suivant de performance type H_∞ est vérifié [Che 96b].

$$\int_{t_0}^{t_f} \bar{e}^T Q \bar{e} dt \leq \bar{e}^T(t_0) P \bar{e}(t_0) + \frac{1}{\chi} \tilde{w}^T(t_0) \tilde{w}(t_0) + \dots + 2 \int_{t_0}^{t_f} w^T w dt; \forall t_f \in [t_0, \infty] \text{ pour } w \in L_2[t_0, t_f] \quad \text{(III.67)}$$

Pour des matrices de gain $Q=Q^T \geq 0, P=P^T > 0$, un gain d'adaptation $\chi > 0$ et un niveau d'atténuation \dots donné avec une erreur à l'état initial $e(t_0)=0, \tilde{w}(t_0)=0$. Pour atteindre ces objectifs, la loi de la commande synergétique adaptative floue est obtenue par la synthèse de Lyapunov [Che 96b].

$$u = \frac{1}{g(x)} \left[-f(x) + y_m^{(n)} + \sum_1^{n-1} c_i e^{(i)} + \frac{1}{T} (\mathbb{E}(\bar{e}) - u_a) \right] \quad \text{(III.68)}$$

L'entrée supplémentaire u_a est choisie comme :

$$u_a = -\frac{1}{r} B^T P \bar{e} \quad \text{(III.69)}$$

Où $B = [0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1]^T$.

Où la composante u_a est employée pour atténuer l'effet de la perturbation externe $d(t)$ et l'erreur d'approximation due au système flou, r est la constante de pondération,

Les fonctions \hat{f} et \hat{g} estimées sont données par :

$$\hat{f}(x/\mu_f) = \langle x \rangle_{\mu_f}^T \quad (\text{III.70})$$

$$\hat{g}(x/\mu_g) = \langle x \rangle_{\mu_g}^T \quad (\text{III.71})$$

La nouvelle loi de commande est ainsi obtenue sous forme (III.72).

$$u = \frac{1}{\hat{g}(x/\mu_g)} \left[-\hat{f}(x/\mu_f) + y_m^n + \sum_1^{n-1} c_i e^{(i)} + \frac{1}{T} (\mathbb{E}(\bar{e}) - u_a) \right] \quad (\text{III.72})$$

III.11.2. Lois d'adaptation

Théorème 3 :

Les fonctions \hat{f} et \hat{g} étant estimées par (I.33) et le vecteur de paramètres μ_f, μ_g et sont ajustés par les lois adaptations (III.73) alors les signaux du système en boucle fermée sont bornés et la trajectoire de l'erreur converge vers zéro asymptotiquement.

$$\begin{aligned} \dot{\mu}_f &= -\chi_1 \langle x \rangle B^T P \bar{e} \\ \dot{\mu}_g &= -\chi_2 \langle x \rangle B^T P \bar{e} u \end{aligned} \quad (\text{III.73})$$

Où, χ_1 et χ_2 sont des constantes positives.

Démonstration :

Les paramètres optimaux des systèmes flous sont définis par :

$$\mu_f^* = \arg \min_{\mu_f \in \Omega_f} \left[\sup_{x \in U_x} |\hat{f}(x/\mu_f) - f(x)| \right] \quad (\text{III.74})$$

$$\mu_g^* = \arg \min_{\mu_g \in \Omega_g} \left[\sup_{x \in U_x} |\hat{g}(x/\mu_g) - g(x)| \right] \quad (\text{III.75})$$

Où Ω_f et Ω_g sont des ensembles de contraintes pour μ_f et μ_g respectivement, spécifiés par

l'expert. Ces ensembles sont définis comme :

$$\Omega_f = \left\{ \mu_f : \left| \mu_f \right| \leq M_f \right\} \quad (\text{III.76})$$

$$\Omega_g = \left\{ \mu_g : \left| \mu_g \right| \leq M_g \right\} \quad (\text{III.77})$$

Avec M_f et M_g sont des constantes positives spécifiées par l'expert.

L'équation de l'erreur peut être réécrite comme

$$\dot{\bar{e}} = R_c \bar{e} + B \left(\hat{f}(x/n_f) - f(x) \right) + B \left(\hat{g}(x/n_g) - g(x) \right) u + \frac{B}{T} \mathbb{E}(\bar{e}) + B u_a - B d(t) \quad (\text{III.78})$$

Où

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & c_1 & c_2 & \dots & c_{n-1} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

On définit l'erreur d'approximation minimale par :

$$w = \left(\hat{f}(x/n_f^*) - f(x) \right) + \left(\hat{g}(x/n_g^*) - g(x) \right) u \quad (\text{III.79})$$

Appliquant (III.79), (III.78) réécrite comme suit :

$$\dot{\bar{e}} = A_c \bar{e} + B \left(\hat{f}(x/n_f) - \hat{f}(x/n_f^*) \right) + B \left(\hat{g}(x/n_g) - \hat{g}(x/n_g^*) \right) u + \frac{B}{T} \mathbb{E}(\bar{e}) + B u_a + B(w - d(t)) \quad (\text{III.80})$$

En posant $W = (w - d(t))$ donc (III.80) peut être réécrite comme:

$$\dot{\bar{e}} = A_c \bar{e} + B \left(\hat{f}(x/n_f) - \hat{f}(x/n_f^*) \right) + B \left(\hat{g}(x/n_g) - \hat{g}(x/n_g^*) \right) u + \frac{B}{T} \mathbb{E}(\bar{e}) + B u_a + B W \quad (\text{III.81})$$

Où $\tilde{x}_{n_f} = x - x_{n_f}^*$, $\tilde{x}_{n_g} = x - x_{n_g}^*$

$$\dot{\bar{e}} = A_c \bar{e} + B \langle x \rangle_{n_f} \tilde{x}_{n_f} + B \langle x \rangle_{n_g} \tilde{x}_{n_g} u + \frac{B}{T} \mathbb{E}(\bar{e}) + B u_a + B W \quad (\text{III.82})$$

Considérons l'équation de Lyapunov

$$V = \frac{1}{2} \bar{e}^T P \bar{e} + \frac{1}{2\alpha_1} \tilde{x}_{n_f}^T \tilde{x}_{n_f} + \frac{1}{2\alpha_2} \tilde{x}_{n_g}^T \tilde{x}_{n_g} \quad (\text{III.83})$$

La dérivée de V le long de la trajectoire de (III.83) est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \frac{1}{2} \bar{e}^T \left[A_c^T P + P A_c - \frac{2}{r} P B B^T P \right] \bar{e} + \frac{1}{2} \left[\left(W + \frac{1}{T} \mathbb{E}(\bar{e}) \right)^T B^T P \bar{e} + \bar{e}^T P B \left(W + \frac{1}{T} \mathbb{E}(\bar{e}) \right) \right] + \\ & + \frac{1}{\alpha_1} \tilde{x}_{n_f}^T \left[\dot{\tilde{x}}_{n_f} + \langle x \rangle_{n_f} B^T P \bar{e} \right] + \frac{1}{\alpha_2} \tilde{x}_{n_g}^T \left[\dot{\tilde{x}}_{n_g} + \langle x \rangle_{n_g} B^T P \bar{e} u \right] \end{aligned} \quad (\text{III.84})$$

En utilisant le fait que $\dot{\tilde{x}}_{n_f} = \dot{x}_{n_f}$ et $\dot{\tilde{x}}_{n_g} = \dot{x}_{n_g}$

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \frac{1}{2} \bar{e}^T \left[A_c^T P + P A_c - \frac{2}{r} P B B^T P \right] \bar{e} + \frac{1}{2} \left[\left(W + \frac{1}{T} \mathbb{E}(\bar{e}) \right)^T B^T P \bar{e} + \bar{e}^T P B \left(W + \frac{1}{T} \mathbb{E}(\bar{e}) \right) \right] + \\ & + \frac{1}{\chi_1} \tilde{u}_f^T \left[\dot{v}_f + \langle (x) B^T P \bar{e} \right] + \frac{1}{\chi_2} \tilde{u}_g^T \left[\dot{v}_g + \langle (x) B^T P \bar{e} u \right] \end{aligned} \quad (\text{III.85})$$

En choisissant :

$$\begin{aligned} \dot{v}_f &= -\chi_1 \langle (x) B^T P \bar{e} \\ \dot{v}_g &= -\chi_2 \langle (x) B^T P \bar{e} u \end{aligned} \quad (\text{III.86})$$

Alors

$$\dot{V} = \frac{1}{2} \bar{e}^T \left[A_c^T P + P A_c - \frac{2}{r} P B B^T P \right] \bar{e} + \frac{1}{2} \left[\left(W + \frac{1}{T} \mathbb{E}(\bar{e}) \right)^T B^T P \bar{e} + \bar{e}^T P B \left(W + \frac{1}{T} \mathbb{E}(\bar{e}) \right) \right] \quad (\text{III.87})$$

Pour $Q \geq 0$, si $P > 0$ est une solution de l'équation de Riccati suivante :

$$P A_c + A_c^T P + Q - \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{\dots} \right) P B B^T P = 0 \quad (\text{III.88})$$

Alors, nous obtenons:

$$\dot{V} = -\frac{1}{2} \bar{e}^T Q \bar{e} - \frac{1}{2 \dots^2} \bar{e}^T P B B^T \bar{e} + \frac{1}{2} \left[\left(W + \frac{1}{T} \mathbb{E}(\bar{e}) \right)^T B^T P \bar{e} + \bar{e}^T P B \left(W + \frac{1}{T} \mathbb{E}(\bar{e}) \right) \right] \quad (\text{III.89})$$

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\frac{1}{2} \bar{e}^T Q \bar{e} - \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\dots} \bar{e}^T B^T P \bar{e} - \dots \left(W + \frac{1}{T} \mathbb{E}(\bar{e}) \right) \right]^T \left[\frac{1}{\dots} \bar{e}^T B^T P \bar{e} - \dots \left(W + \frac{1}{T} \mathbb{E}(\bar{e}) \right) \right] + \\ & + \frac{1}{2 \dots^2} \left[\left(W + \frac{1}{T} \mathbb{E}(\bar{e}) \right)^T \left(W + \frac{1}{T} \mathbb{E}(\bar{e}) \right) \right] \leq -\frac{1}{2} \bar{e}^T Q \bar{e} + \frac{1}{2 \dots^2} \left[\left(W + \frac{1}{T} \mathbb{E}(\bar{e}) \right)^T \left(W + \frac{1}{T} \mathbb{E}(\bar{e}) \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{III.90})$$

Supposons que $|\mathbb{E}| \leq r$, alors l'équation (III.90) peut être réécrite comme :

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} \bar{e}^T Q \bar{e} + \frac{1}{2 \dots^2} \left[\left(W + \frac{r}{T} \right)^T \left(W + \frac{r}{T} \right) \right] \quad (\text{III.91})$$

En intégrant les deux membres de l'équation (III.91), nous obtenons :

$$\begin{aligned} V(t_f) - V(t_0) &\leq \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \bar{e}^T Q \bar{e} dt + \frac{1}{2 \dots^2} \int_{t_0}^{t_f} W^T W dt \\ V(t_f) - V(t_0) &\leq \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \bar{e}^T Q \bar{e} dt + \frac{1}{2 \dots^2} \int_{t_0}^{t_f} w^T w dt \end{aligned} \quad (\text{III.92})$$

Sachant que $V(t_f) \geq 0$, alors nous avons :

$$\frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \bar{e}^T Q \bar{e} dt \leq V(t_0) + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} w^T w dt$$

$$\frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \bar{e}^T Q \bar{e} dt \leq \bar{e}^T(t_0) P \bar{e}(t_0) + \frac{1}{2\chi_1} \tilde{u}_f^T(t_0) \tilde{u}_f(t_0) + \frac{1}{2\chi_2} \tilde{u}_g^T(t_0) \tilde{u}_g(t_0) + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} w^T w dt \quad \text{(III.93)}$$

Donc le critère de performance type H_∞ est vérifié

III.12. Application 1

$$x(t) = \frac{1 - e^{-x(t)}}{1 + e^{-x(t)}} + u(t) \quad \text{(III.94)}$$

On prend comme signal de référence $y_m(t) = \frac{f}{30} \sin(t)$.

Les paramètres χ_1 et χ_2 sont choisis ainsi $\chi_1 = 40$ and $\chi_2 = 120$.

La macro-variable $\bar{e} = e$; $T = 0.35$.

Les règles floues initiales sont prises dans l'intervalle $[0.5, 2]$, Les fonctions d'appartenances sont les suivantes.

$$\begin{aligned} \tilde{u}_{NB}(x) &= 1/(1 + \exp(5(x+2))), \\ \tilde{u}_{NM}(x) &= \exp(-(x+1.5)^2), \\ \tilde{u}_{NS}(x) &= \exp(-(x+0.5)^2), \\ \tilde{u}_{PS}(x) &= \exp(-(x-0.5)^2), \\ \tilde{u}_{PM}(x) &= \exp(-(x-1.5)^2), \\ \tilde{u}_{PB}(x) &= 1/(1 + \exp(5(x-2))). \end{aligned} \quad \text{(III.95)}$$

On choisit la condition initiale $x(0) = 0.5$

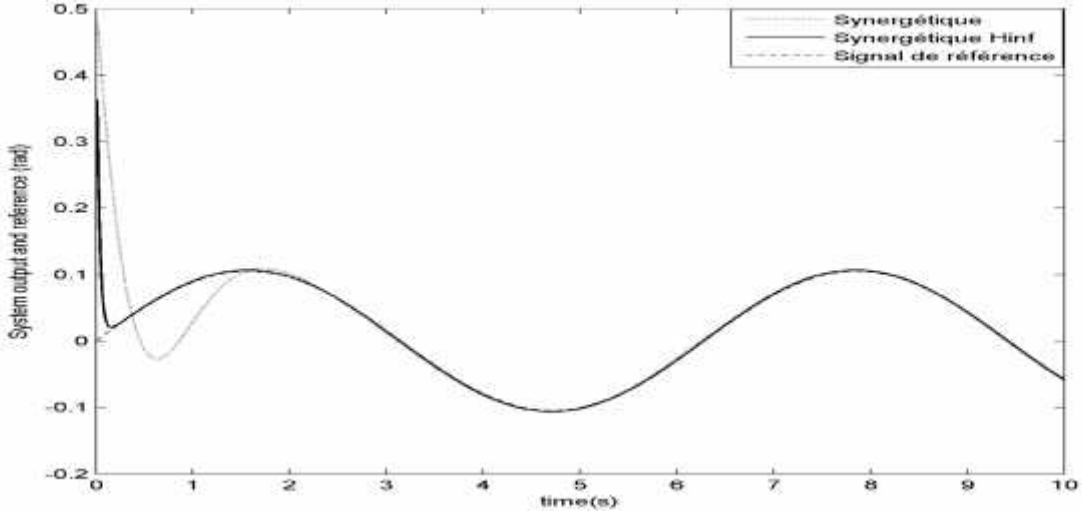


Fig. III.12. La sortie du système

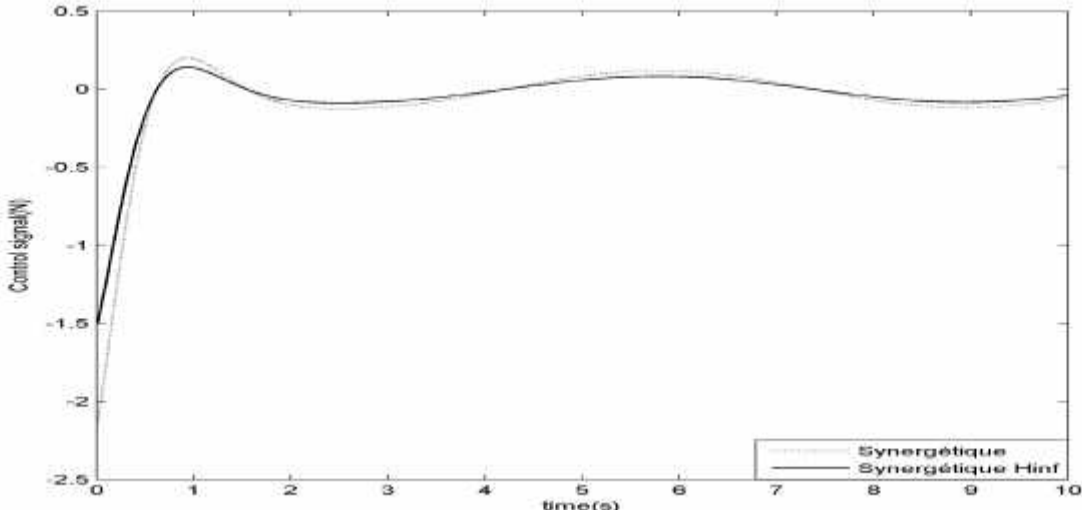


Fig. III.13. Signal de commande

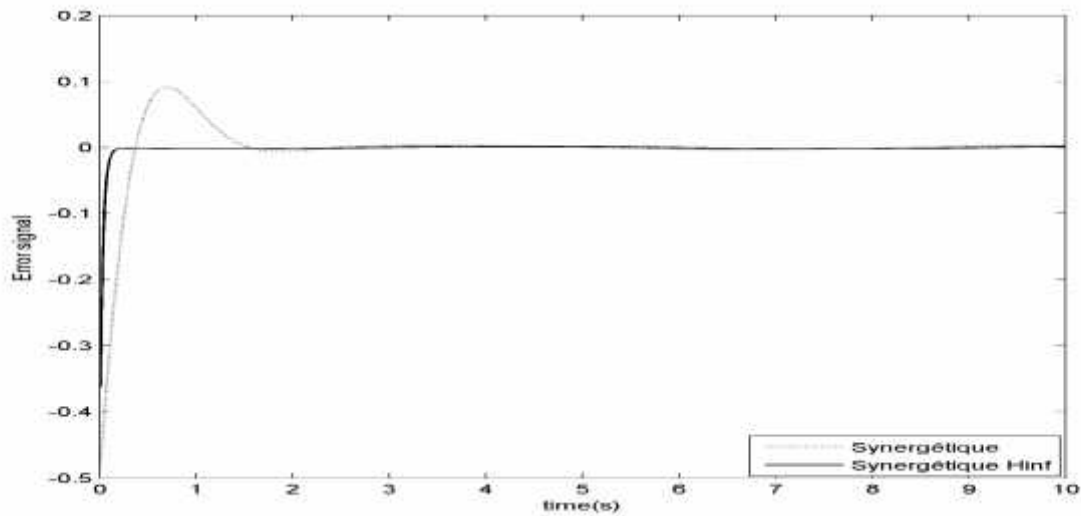


Fig. III.14. Signal d'erreur

III.13. Application 2

On applique l'algorithme proposé à un pendule inversé dans le but de suivre une trajectoire de référence sinusoïdale.

Il est clair que les équations dynamiques d'un pendule inversé sont de la forme de (III.71), donc les contrôleurs synergétiques peuvent être appliqués à ce système. On prend comme

signal de référence $y_m(t) = \frac{f}{30} \sin(t)$.

Les paramètres M_f , M_g et v sont choisis ainsi : $M_f = 16$, $M_g = 1.6$ et $v = 0.7$.

Les fonctions d'appartenance et les règles floues étant définies dans le chapitre I.

La macro-variable est définie par : $\mathbb{E}(\bar{e}) = c_1 e + c_2 \dot{e}$ On prendra $c_1 = 3$ et $c_2 = 1$.

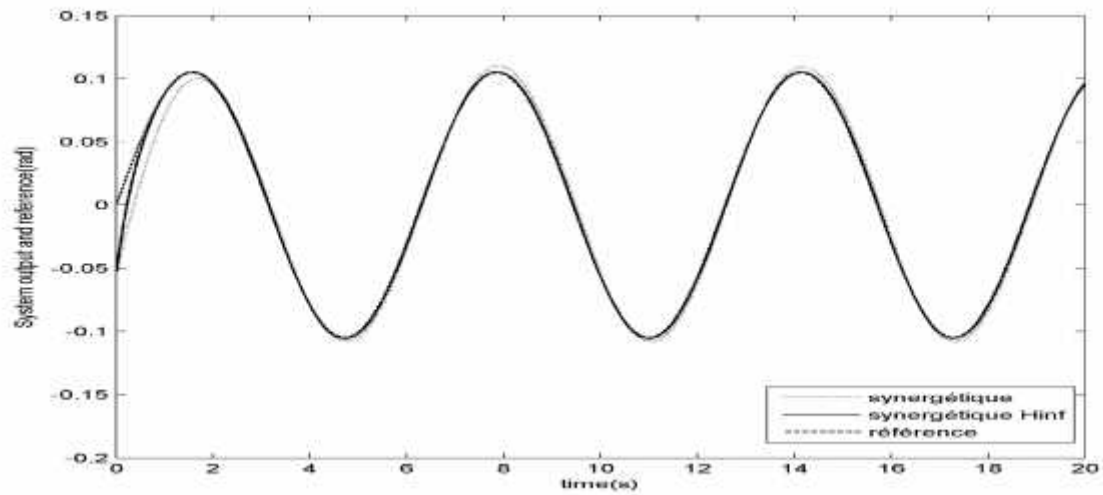


Fig. III.15. Evolution de l'angle du pendule θ et sa référence.

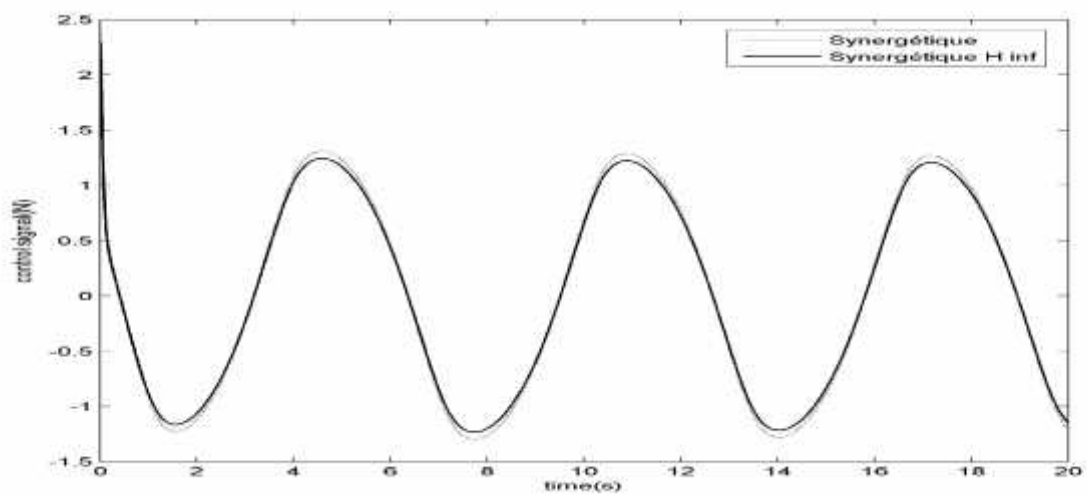


Fig. III.16. Signal de commande

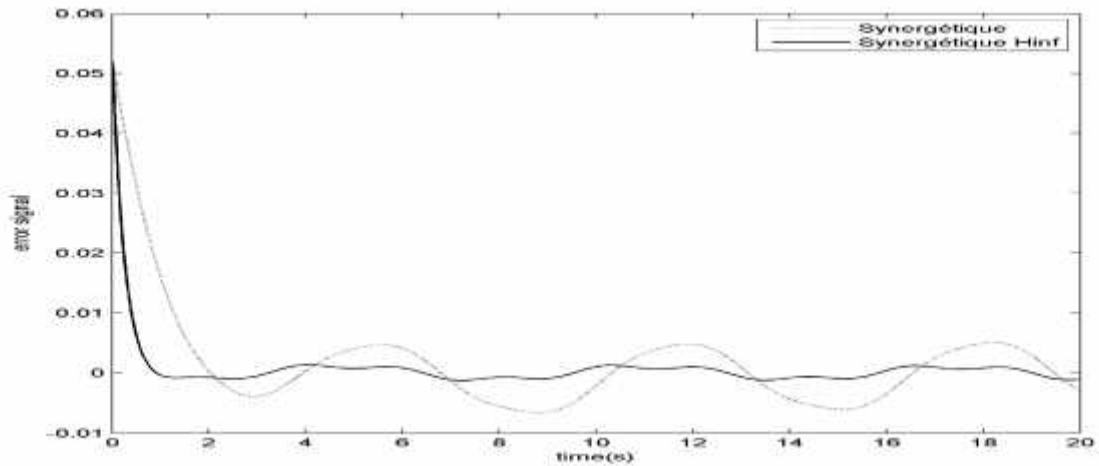


Fig. III.17. Signal d'erreur

III.14. Conclusion:

Dans ce chapitre, nous avons introduit le concept de la commande synergétique et de la commande synergétique terminale.

Puis, on a proposé un algorithme pour la commande synergétique adaptative floue à base de systèmes flous type 1 et 2 pour une classe de systèmes non linéaires.

Ensuite on a présenté une combinaison entre la commande synergétique terminale et la commande adaptative floue pour développer une commande adaptative synergétique terminale floue pour une classe de systèmes non linéaires avec deux types : macro-variable terminale qui peut causer un problème de la singularité pour lequel on propose la commande synergétique adaptative floue terminale avec une contrainte d'évolution terminale non singulière.

Afin d'améliorer les performances de la commande synergétique adaptative floue et dans le but de réduire l'effet des erreurs d'approximation et des perturbations externes, nous avons proposé une commande synergétique robuste floue avec l'utilisation de la technique H_∞ .

La stabilité et la robustesse du système en boucle fermée est assurée par la synthèse de Lyapunov au sens que tous les signaux soient bornés tandis que les paramètres du contrôleur sont ajustés en ligne via les lois d'adaptation développées.

Enfin les méthodes proposées ont été appliquées à la commande d'un nombre de systèmes non linéaires, les résultats de simulation sous l'environnement Matlab prouvent que le contrôleur synergétique adaptatif flou est robuste permettant de satisfaire des performances acceptables en dépit des perturbations.

Chapitre .IV

ETUDE COMPARATIVE

Etude comparative

IV.1. Introduction :

Pour mettre en évidence les avantages et les inconvénients de chaque technique utilisés dans ce travail on finalisée ce travail par une étude comparative entre toutes les commandes développées.

IV.2. Comparaissant entre la commande adaptative floue type-I et la commande adaptative floue type-II

Pour mettre en évidence la supériorité des systèmes flous on compare entre la commande adaptative floue type-I et la commande adaptative floue type-II

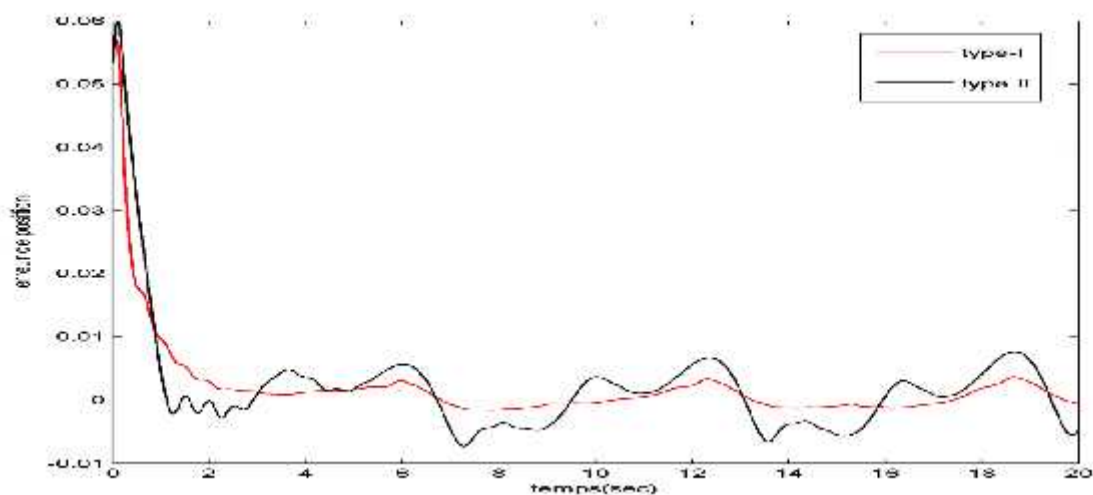


Fig. IV.1. Signal d'erreur

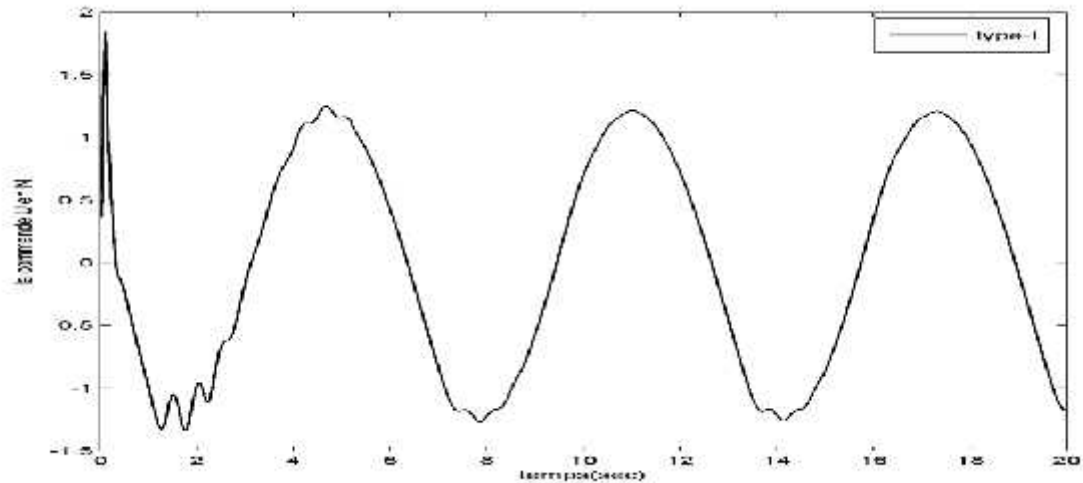


Fig. IV.2. Signal de commande pour la commande adaptative floue type-I

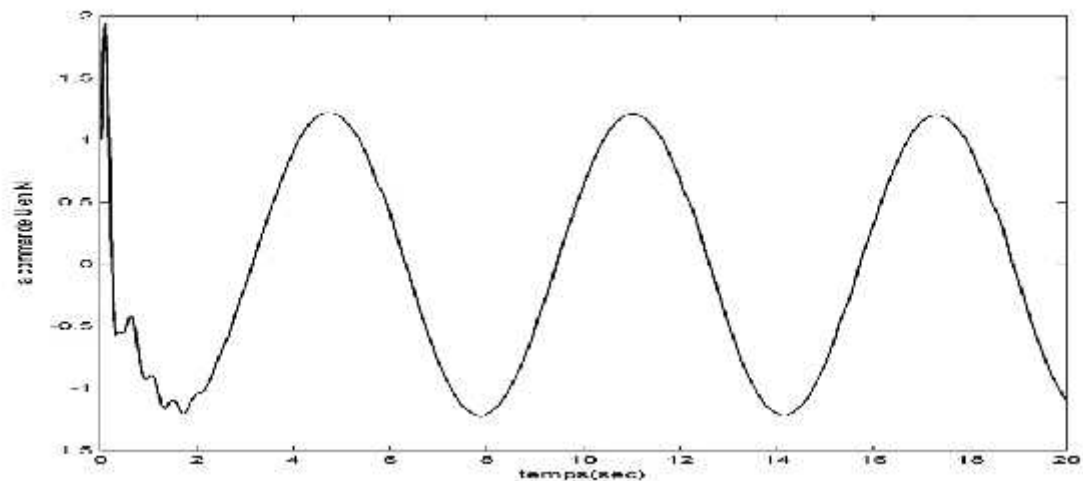


Fig. IV.3. Signal de commande pour la commande adaptative floue type-II

D'après les figures on remarque que la poursuite réalisée par le contrôleur flou type-II est plus précise comparativement à celle produite par le contrôleur flou type-I, et la commande produite par le contrôleur flou type-II est plus lisse par rapport à celle générée par le contrôleur flou type-I malgré l'utilisation d'un nombre réduit de fonctions d'appartenances et de règles flous (3 antécédents et 9 règles pour le type-II au lieu de 5 antécédents et 25 règles pour le type-I).

IV.3. Comparaison entre la commande par mode glissant et la commande par mode glissant terminal

Afin de comparer l'apport en effort déployé par les deux techniques similaires à savoir la commande par mode glissant et la commande par mode glissant terminal une étude comparative des résultats de simulation est présentée.

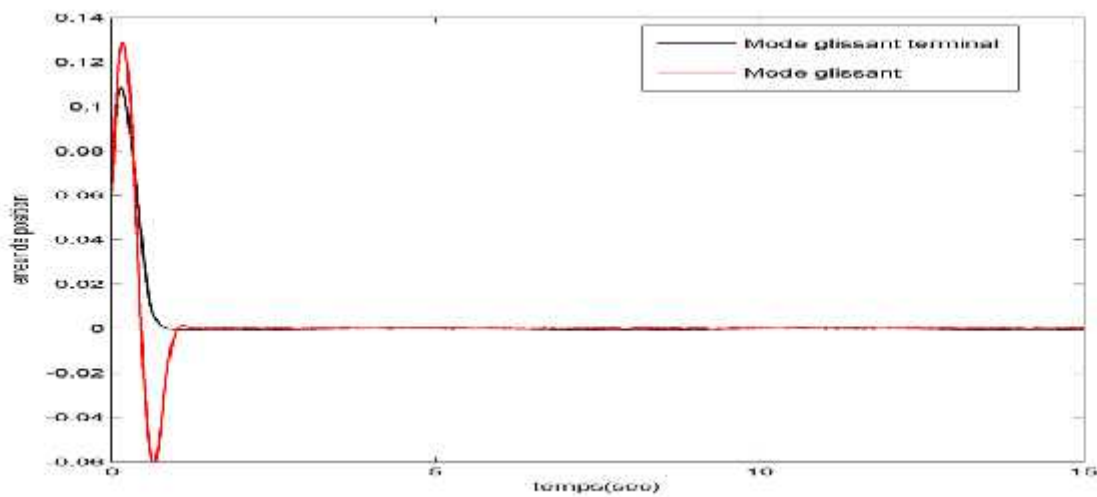


Fig. IV.4. Signal d'erreur

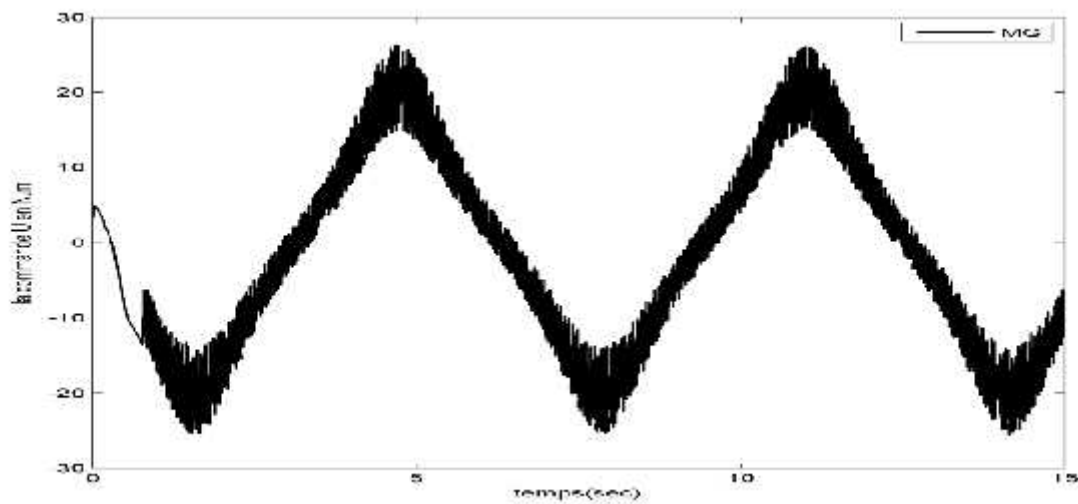


Fig. IV.5. Signal de commande pour le mode glissant

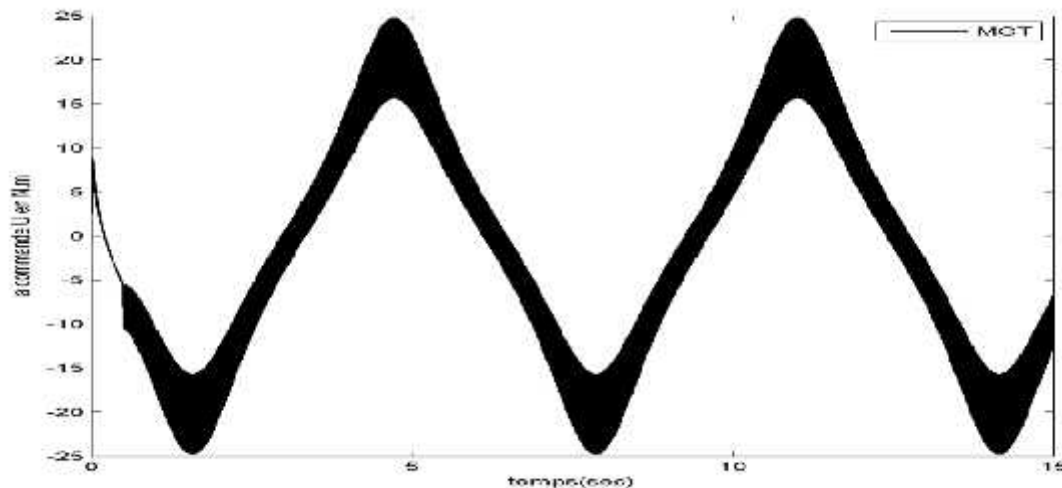


Fig. IV.6. Signal de commande pour le mode glissant terminal

Les figures montrent que la poursuite réalisée par le mode glissant terminal est plus rapide par rapport à celle produite par le mode glissant, mais le problème toujours ou niveau de signal de commande qui présente des commutations hautes fréquence dont la cause est la présence du terme discontinue. Mais la proche terminale résoudre le problème de la convergence asymptotique de mode glissant car elle à une convergence en temps fini.

IV.4. Comparaison entre la commande par mode glissant flou et la commande par mode glissant flou avec le régulateur PI

Pour montrer la supériorité de la commande par mode glissant flou avec la présence d'un PI spécialement au niveau de signal de commande par rapport à la commande par mode glissant flou on fait une comparaison entre ces deux commandes.

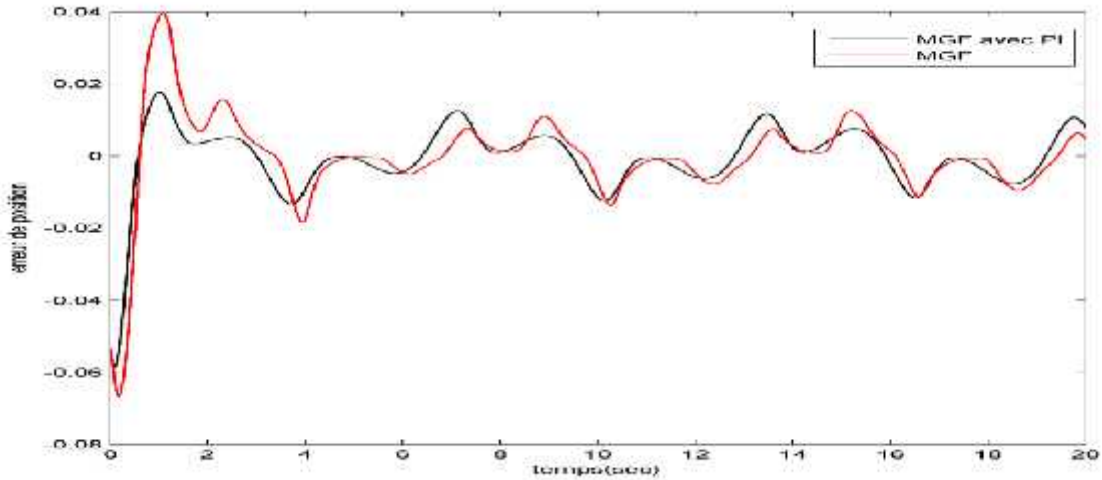


Fig. IV.7. Signal d'erreur

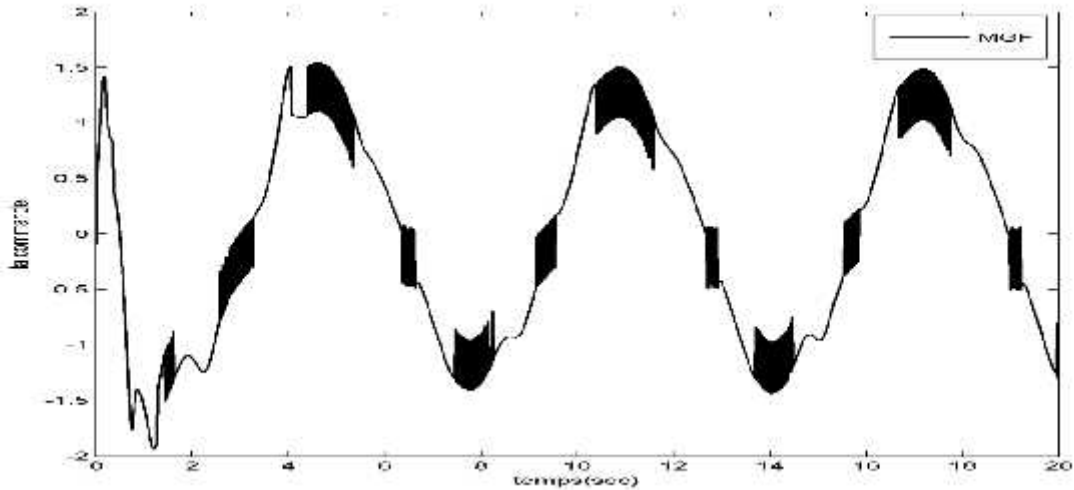


Fig. IV.8. Signal de commande pour le mode glissant flu

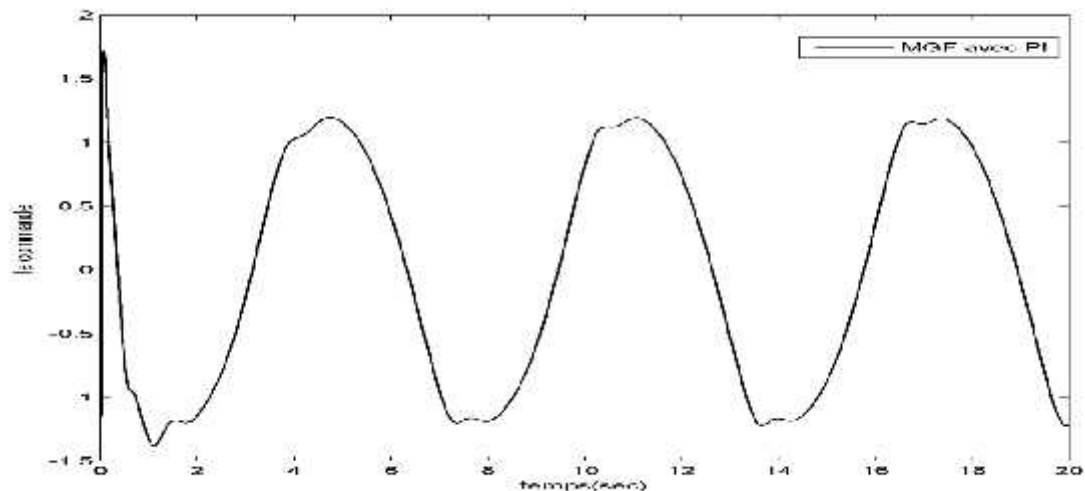


Fig. IV.9. Signal de commande pour le mode glissant flou avec PI

Les résultats de simulation montrent que la poursuite réalisée par le mode glissant flou avec la présence d'un régulateur PI est plus rapide qu'à celle réalisée par le mode glissant flou. Et au niveau de signal de commande on remarque une minimisation des commutations car on remplace le terme discontinu par la sortie de régulateur PI dans la forme de la loi de commande.

IV.5. Comparaison entre la commande synergétique adaptative floue et la commande synergétique terminale adaptative floue

Dans cette section on compare entre la commande synergétique adaptative floue et la commande synergétique terminale adaptative floue pour mettre en évidence la différence de performance entre ces deux commandes.

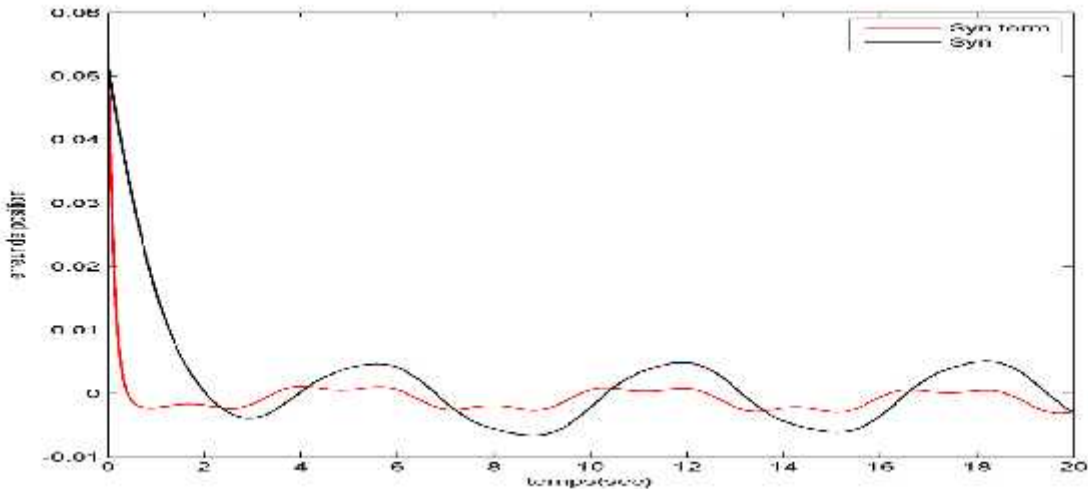


Fig. IV.10. Signal d'erreur

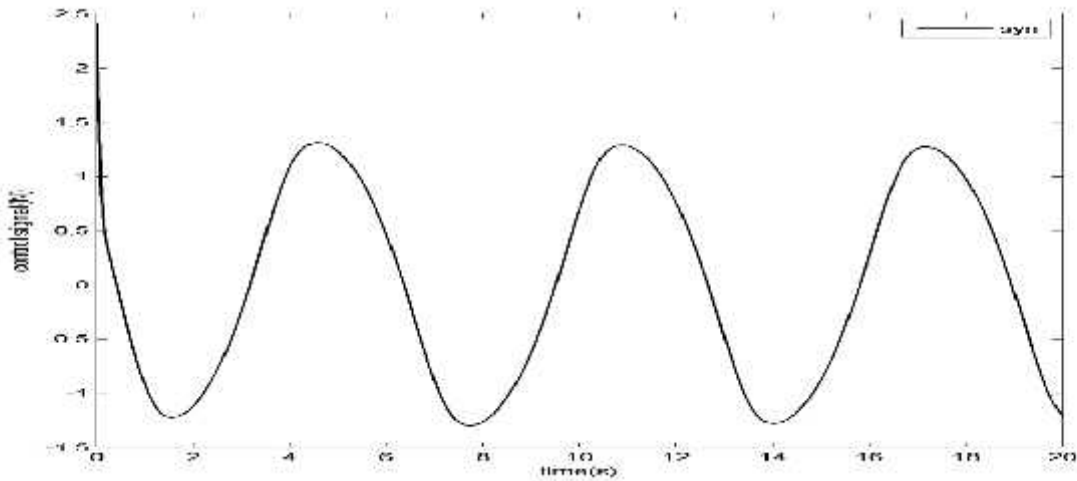


Fig. IV.11. Signal de commande de la commande synergétique adaptative floue

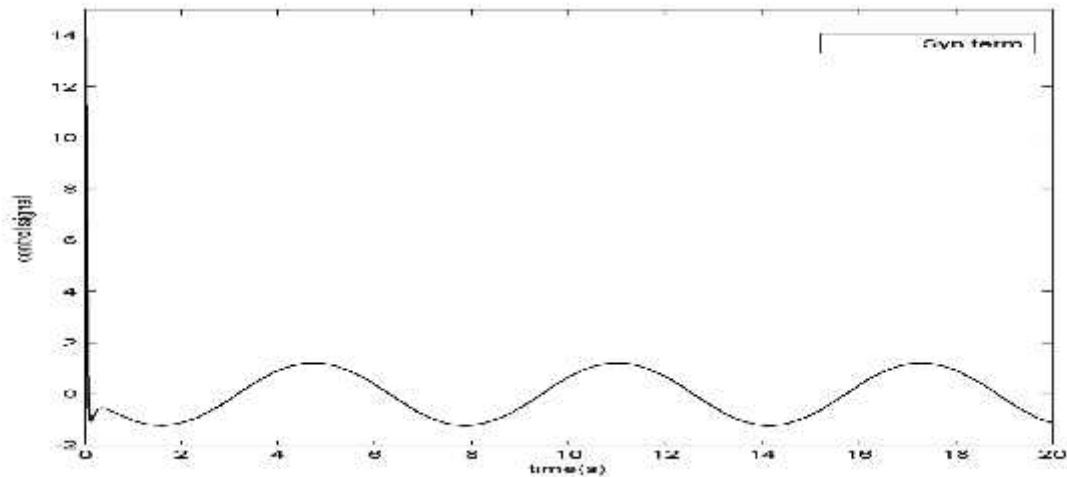


Fig. IV.12. Signal de commande de la commande synergétique terminale adaptative floue

D'après les résultats de simulation, on remarque que la poursuite réalisée par la commande synergétique terminale adaptative floue est plus précise comparativement à celle produite par la commande synergétique adaptative floue, et le signal de commande de forme continu et lisse pour les deux commandes.

IV.6. Comparaison entre la commande synergétique adaptative floue et la commande synergétique adaptative floue robuste par l'approche H_∞

Pour tester la robustesse de notre approche et mettre en évidence la différence entre la commande synergétique et la commande synergétique adaptative floue robuste par l'approche H_∞ en fait une comparaison entre ces deux commandes synergétique adaptative floue.

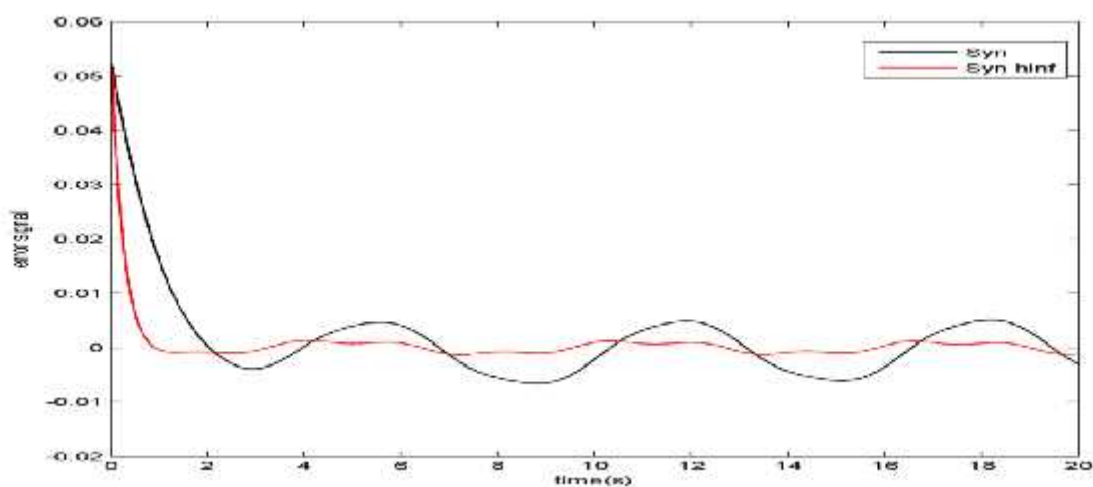


Fig. IV.13. Signal d'erreur

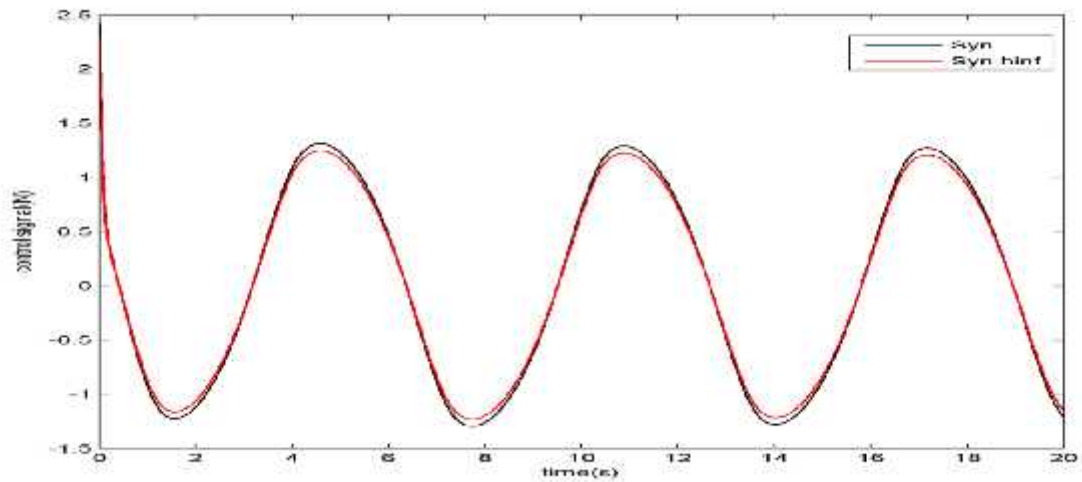


Fig. IV.14. Signal de commande

Les résultats de simulation montrent que la commande synergétique adaptative floue robuste par l'approche H_∞ présente une amélioration en précision relativement à celle produite par la commande synergétique adaptative floue malgré elle prend en charge l'erreur d'approximation.

IV.7. Conclusion

Le tableau suivant regroupe les avantages et les inconvénients de chaque technique

Technique	Avantages	Inconvénients
Systèmes flous	Les systèmes flous ont la capacité d'approximer n'importe quelle fonction non linéaire avec une degré de précision donnée	Les informations utilisée donnée par l'expert humain peut causer quelle que problème (forme des fonctions d'appartenances +N de règles)
Mode glissant	Robustesse	Introduit le Broutement+ Exigence de modèle mathématique +La convergence asymptotique
Mode glissant avec PI	Réduit l'action de broutement	Exigence de modèle mathématique + Causer le problème de retard de phase
Synergétique	Robustesse + Réduction de broutement	Exigence de modèle mathématique + La convergence asymptotique
Terminal	Convergence en temps fini	Peut causer un problème de singularité
H_∞	Robustesse même en présence de perturbation et d'erreur d'approximation	Elle a beaucoup de Calcul (Riccati)+ Non optimale

Finalement on constate que la dernière technique résoudre les inconvénients cités.

CONCLUSION GENERALE

Conclusion générale

Le travail présenté dans cette thèse avait pour objectif principal la conception de lois de commande robuste pour les systèmes non linéaires. Pour ce faire plusieurs approches ont donc été proposées combinant la logique floue et les commandes synergétique et de mode glissant.

Dans la première partie de ces travaux nous avons présenté un rappel succinct sur les systèmes flous de type-1 et de type-2 ainsi que le théorème de l'approximation universelle par les systèmes flous. On a ensuite passé en revue les concepts de base de la commande adaptative floue pour une classe de systèmes SISO non linéaires et conclut par la simulation de la commande d'un pendule inversé.

Nous avons synthétisé dans la section suivante les commandes adaptatives floues par mode glissant et par mode glissant terminal permettant de réaliser une convergence de temps fini. L'élaboration d'une commande adaptative floue indirecte par mode glissant munie d'un régulateur PI pour éliminer l'action de broutement est alors présentée. Deux types de commande ont été ainsi introduites basées l'une sur les systèmes flous de type-1 et l'autre sur ceux de type-2.

La dernière partie de ce thèse présente le développement de lois de commande adaptatives floues basées sur le contrôle synergétique pour une classe de systèmes non linéaires et constitue notre principale contribution.

A l'instar du mode glissant le contrôle synergétique requiert une connaissance parfaite du modèle ce qui n'est guère réaliste d'autant plus que la convergence y est asymptotique et donc de temps théoriquement infini.

Pour remédier à ces problèmes quelques approches ont été présentées ; pour le premier la combinaison de la commande synergétique avec la commande adaptative floue où la dynamique du système est approximée à l'aide d'un système flou pour élaborer une commande synergétique adaptative floue à base d'approximation floue de type-1 et 2 est développée ; pour le second inconvénient l'approche dite terminale est préconisée car elle permet d'imposer un temps de convergence fini préétabli par le concepteur en tenant en compte les contraintes du signal de commande disponible.

Conclusion générale

Cette solution peut poser néanmoins un problème de singularité. Afin d'éviter ce dernier une contrainte synergétique terminale est proposée permettant d'obtenir une commande adaptative floue synergétique terminale non singulière.

En outre dans un souci d'améliorer encore les performances en précision de cette approche on propose comme dernière contribution l'utilisation d'un critère d'erreur de type H_∞ pour prendre en charge les erreurs dues à l'approximation floue.

On finalise ce travail par une étude comparative entre toutes les commandes développées.

La stabilité du système en boucle fermée est étudiée en utilisant l'approche de Lyapunov pour toutes les commandes développées.

L'implémentation hard de ces approches ainsi que l'optimisation des paramètres propres au contrôle synergétique constitue notre principale perspective.

BIBLIOGRAPHIE

- [Ala 09] M.C.S. Alaoui, Commande et observateur par modes glissants d'un système de pompage et d'un bras manipulateur, Thèse de Doctorat Nationale, Université de Sidi Mohammed ben Abdellah, Maroc, 2009.
- [Bon 85] A.G. Bondarev, S.A. Bondarev, N.E. Kosteleva and V.I. Utkin, « Sliding Modes in Systems with Asymptotic State Observers », Automation and remote control, Vol. 46, N°.06, pp. 49-64, 1985.
- [Bor 98] J. Borne, J. Rozinor, J.Y. Dieulot and L. Dubois, Introduction à la commande floue, Editions Technip, Paris, 1998.
- [Bou 00] R. Boukezzoula, Commande floue d'une classe de systèmes non linéaires : application au problème de suivi de trajectoire, Thèse de Doctorat, Université de Savoie, 2000.
- [Bou 08a] M. Boulkroune, M. Tadjine, M. M'Saad and M. Farza, « A unified approach for design of indirect adaptive output-feedback fuzzy controller », International Journal of Intelligent Systems Technologies and Applications, Vol. 5, N°.01, pp. 83-103, 2008.
- [Bou 08b] M. Boulkroune, M. Tadjine, M. M'Saad and M. Farza, « How to design a fuzzy adaptive controller based on observers for uncertain affine nonlinear systems », Fuzzy Sets and Systems, Vol. 159, pp. 926-948, 2008.
- [Cha 06] K. Chafaa, Structure d'identification et de commande des systèmes non linéaires basées sur les techniques floues, Thèse de doctorat, Université de Batna, 2006.
- [Che 96a] C.S. Chen and W.L. Chen, « Robust model reference adaptive control of nonlinear systems using fuzzy systems », Inter Jour of Systems Science, Vol. 27, N°.12, pp. 1435-1442, 1996.
- [Che 96b] B.S. Chen, C. Lee and Y.C. Chang, « H_∞ tracking design of uncertain nonlinear SISO systems: adaptive fuzzy approach », IEEE Trans, Fuzzy Sys, Vol. 4, pp. 32-43, 1996.
- [Chi 05] K.C. Chiou, and S.J. Huang, « An adaptive fuzzy controller for robot manipulators » Mechatronics, Vol.15, N°.2, pp. 151-177, 2005.
- [Dou 02] Li. Dougal, K. Proddutur, E. Santi and A. Monti, « Synergetic Control of a Boost Converters Theory and Experimental Verification », Proceedings IEEE Southeast Con 2002.
- [Eme 86] S.V. Emel'yanov, S.V. Korovin, and L.V. Levantovsky, « Higher Order Sliding Modes in the Binary Control System », Soviet Physics, Vol. 31, N°.04, pp. 291-293, 1986.
- [Ess 02] N. Essounbouli, A. Hamzaoui and J. Zaytoon, « A supervisory robust adaptive fuzzy controller », Proceedings of 15th IFAC World Congress on Automatic and Control, Barcelona (Spain), 2002.
- [Far 07] M. Farza, M. M'Saad, F. Liu and B. Targui, « Generalized observers for a class of nonlinear systems » Int. J. of Modeling, Identification and Control, Vol. 02, N°.01, pp. 24-32, 2007.

- [Fis 99]** K. Fischle and D. Schroder, « Improved stable adaptive fuzzy control method », IEEE Trans. Fuzzy Syst. Vol. 7, N°.01, pp. 27-49, 1999.
- [Fri 02]** L. Fridman, and A. Levant, Higher-Order Sliding Modes, Sliding Mode Control in Engineering, Control Engineering Series, Marcel Dekker Inc, 2002.
- [Fri 08]** L.Fridman, Y. Shtessel, C. Edwards and X.G. Yan, « High-order sliding-mode observer for state estimation and input reconstruction in nonlinear systems », International Journal of robust and nonlinear control 18(4-5): pp 399-413, 2008.
- [Joh 98]** R.I. John, « Type-2 Fuzzy Sets for knowledge representation and inferencing », Proc. of IEEE Int. Conf. on Fuzzy Systems, IEEE World Congress on Computational Intelligence, pp.1003-1008, Anchorage, AK, May. 1998.
- [Haj 96]** S. Hajri, Commande dynamique par mode glissant, Application a la robustification des processus complexes, Thèse de doctorat, Université des sciences et technologie de Lille, 1997.
- [Haj 03]** E. Hajjaji and S. Bentalba, « Fuzzy path tracking control for automatic steering of vehicles », Robotics and Autonomous Systems, Vol. 43, N°.04, pp. 203-213, 2003.
- [Ham 03]** A. Hamzaoui, N. Essounbouli and J. Zaytoon, « Fuzzy Sliding Mode Control for Uncertain SISO Systems », Processing of IFAC Conf. on Intelligent Control Systems and Signal ICONS'03, pp. 233-238, 2003.
- [Ho 09a]** H.F. Ho, Y.K. Wong and A.B. Rad, « Adaptive Fuzzy Sliding Mode Control with Chattering Elimination for Nonlinear SISO Systems » Simulation Modeling Practice and Theory, Vol. 17, pp. 1199-1210, 2009.
- [Ho 09b]** H.F. Ho and K.W.E, « Cheng Position control of induction motor using indirect adaptive fuzzy sliding mode control », Third international conference on power electronics systems and applications, PESA, pp. 1-5, 2009.
- [Glo 99]** P.Y.Glorennec, Algorithmes d'apprentissage pour systèmes d'inférence floue, Ed. Hermes, France, 1999.
- [Kar 98a]** N.N. Karnik and J.M. Mendel, An introduction to type-2 Fuzzy logic Systems, Univ. Southen California, Rep., Oct. 1998.
- [Kar 98b]** N.N. Karnik and J.M. Mendel, « Type-2 Fuzzy Logic Systems: Type-reduction », IEEE Syst, Man, Cybern . Conf, Sandiago, CA, October 1998.
- [Kar 99]** N.N. Karnik, J.M. Mendel, and Q. Liang, « Type-2 Fuzzy Logic Systems », IEEE Trans. Fuzzy Syst, Vol. 7, pp. 643-658, Dec 1999.
- [Kar 01]** N.N. Karnik and J.M. Mendel, « Centroid of a Type-2 Fuzzy Logic Systems », Information sciences, Vol.132, pp.195-220, 2001.
- [Kha 96]** H.K. Khalil, Nonlinear Systems, Ed. Prentice Hall,USA, 1996.

- [Kim 00]** E. Kim and H. Lee, « New approaches to relaxed quadratic stability condition of fuzzy control systems », *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, Vol. 8, N° 5, pp. 523-534, 2000.
- [Kli 96]** G.J. Klir, and B. Yuan, « Fuzzy sets, Fuzzy Logic, and Fuzzy Systems: Selected papers by Lotfi A. Zadeh », *Advances in Fuzzy Systems, Application and theory*, Vol. 6, 1996.
- [Kom 12]** H. Komurcugil, « Adaptive terminal sliding-mode control strategy for DC-DC buck converters », *ISA Transactions*, Vol. 51, N° 6, pp. 673-681, 2012.
- [Kon 04]** I. Kondratiev, E. Santi, R. A. Dougal and G. Veselov, « Synergetic Control for m-Parallel Connected DC-DC Buck Converters », *Proceedings of IEEE Power Electronics Specialists Conference*, Vol. 1, pp. 182-188, June 2004.
- [Kos 92]** B. Kosko, *Neural networks and fuzzy systems*, Ed. Prentice Hall, 1992.
- [Lab 05]** S. Labiod, M.S. Boucherit and T.M. Guerra, « Adaptive fuzzy control of a class of MIMO nonlinear systems », *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 151, N° 1, pp. 59-77, 2005.
- [Lab 07]** S. Labiod and T.M. Guerra, « Adaptive fuzzy control of a class of SISO non affine nonlinear systems », *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 158, N° 10, pp. 1126-1137, 2007.
- [Lee 90]** C.C. Lee, « Fuzzy logic in control systems: Fuzzy logic controller, PartI, PartII », *IEEE Trans. Syst, Man, Cybern.*, Vol. 20, N° 2, pp.404-418, 1990.
- [Lia 02]** Q. Liang and J.M. Mendel, « Interval Type-2 Fuzzy Logic Systems: Theory and Design », *IEEE Trans. Fuzzy Syst*, Vol. 8, N° 5, pp. 535-550, 2002.
- [Lin 02]** W.S. Lin and C.S. Chen, « Robust adaptive sliding mode control using fuzzy modeling for a class of uncertain MIMO nonlinear systems », *IEE Proc. Control Theory and Applications*, Vol. 149, N° 3, pp. 193-201, 2002.
- [Lin 03]** F.J. Lin and R.J. Wai, « Adaptive and fuzzy neural network sliding-mode controllers for motor quick return servomechanism », *Mechatronics*, Vol. 13, pp. 477-506, 2003.
- [Man 03]** N. Manamanni, A. Hamzaoui and N. Essounbouli, « Sliding mode control with adaptive fuzzy approximator for MIMO uncertain systems », *European Control Conference, ECC'03, Cambridge (UK)*, 2003.
- [Med 10a]** L. Medjbeur and M.N. Harmas, « Synergetic Control: a Fuzzy Approach » *Communications, Computing in Science and Engineering (ISCSE), International Conference, Kusadaci, Turkey*, pp. 1030-1035, 2010.
- [Med 10b]** L. Medjbeur and M.N. Harmas, « Design Of Type-I And II Fuzzy Synergetic Controllers For Nonlinear systems », *Electrical Engineering, Electronics and Automatic (ICEEA), International Conference, Bejaia*, 2010.

- [Med 11]** L. Medjbeur and M.N. Harmas, « Adaptive Fuzzy Terminal Synergetic Control », Communications, Computing and Control Application (CCCA),IEEE, International Conference, Tunisia, pp. 1-6. 2011.
- [Med 12]** L. Medjbeur, M.N. Harmas and S. Benaggoune, « Robust Induction Motor Control Using Adaptive Fuzzy Synergetic », JEE, ed.1, Vol. 12, pp. 140-145, 2012.
- [Med 16]** L. Medjbeur, M.N. Harmas and S. Benaggoune, « Nonsingular Terminal Synergetic Control of Induction Motor », JEE, ed.1, Vol. 16, 2016.
- [Men 95]** J.M. Mendel, « Fuzzy logic systems for engineering : A tutorial », IEEE Proc.. Vol. 83, N°. 3, pp. 345-377. 1995.
- [Men 00]** J.M. Mendel and Q. Liang, « Interval Type-2 Fuzzy logic Systems: Theory and design », IEEE Trans. Fuzzy Syst, Vol. 8, N°. 5, pp. 535-550, Oct. 2000.
- [Men 02]** J.M. Mendel and R.I.B. John, « Type-2 Fuzzy sets made simple », IEEE Trans. Fuzzy Syst, Vol. 10, N°. 2, pp. 117-127. Apr. 2002.
- [Men 04]** J.M. Mendel and H. Wu, « Uncertainty bounds and their use in the interval type-2 Fuzzy logic systems », IEEE Trans. on Fuzzy Syst., Vol. 10, N°. 5, pp. 84-98, Feb. 2004.
- [Mon 03a]** A. Monti, E. Santi., K. Proddutur and R.A. Dougal, « Synergetic Control for DC-DC Boost Converter: Implementation Options », IEEE Transactions on Industry Applications, Dallas, Vol. 39, No. 6, pp. 1803-1813, Nov. 2003.
- [Mon 03b]** A. Monti, E. Santi, D.Li.K. Proddutur and R. Dougal, « Compensation for Step-Load Variations When Applying Synergetic Control » IEEE Transactions on Industry Applications, pp. 334 -340, 2003.
- [Nar 90]** K.S. Narendra and K. Parthasarathy, « Identification and Control of Dynamical Systems Using Neural Networks »,IEEE Trans. Networks, Vol. 1, N°. 1, pp.4-27, 1990.
- [Nor 98]** J.R. Noriega and H. Wang, « A direct adaptive neural network control for unknown nonlinear systems and its application », IEEE trans. Neural Networks, Vol. 9, pp. 27-34, 1998.
- [Par 98]** Y.H. Park, and G.T. Park, « Design of a robust adaptive fuzzy controller globally stabilizing multi-input nonlinear system with state-dependent uncertainty », Control Cyber., Vol. 27, N°. 4, pp. 613-629, 1998.
- [Par 06]** J.H. Park, S.H. Kim and C.J. Moon, « Adaptive fuzzy controller for the nonlinear systems with unknown sign of the input gain », International Journal of Control, Automation and Systems, Vol. 4, pp. 178-186, 2006.
- [Run 94]** T.A. Runkler and M. Glesner, « Defuzzification and Ranking in the Context of Membership Value Semantics », Rule Modality, and Measurement Theory, In European congress on Fuzzy and Intelligent Technologies, Aachen, September 1994.

- [**Sal 05**] Sala, T.M. Guerra and R. Babuška, « Perspectives of fuzzy systems and control », *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 156, N° 3, pp. 432-444, 2005.
- [**Sao 14**] K. Saoudi, *Stabilisateurs intelligents des systèmes électro-énergétiques*, Thèse de doctorat, Université de de Sétif1, 2014.
- [**Sas 89**] S. Sastry and M. Bodson, *Adaptive Control: Stability, Convergence, and Robustness*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1989.
- [**Shu 04**] Y. Shuanghe, Y. Xinghuo and M. Zhihong, « A fuzzy neural network approximator with fast terminal sliding mode and its applications », *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 148, N° 3, pp. 469-486, 2004.
- [**Slo 83**] J.J. Slotine and S.S. Sastry, « Tracking Control of Nonlinear System using Sliding Surface, with Application to Robotic Manipulators », *Inter Jour of Control*, Vol. 38, pp. 465–492, 1983.
- [**Slo 84**] J.J.E. Slotine, « Sliding Controller Design for Nonlinear Systems », *Inter. Journal of Control*, Vol. 40, N° 2, pp. 421–434, 1984.
- [**Slo 91**] J.J.E. Slotine and W. Li, *Applied nonlinear control*, Ed. Prentice Hall, N.J., 1991.
- [**Sou 07**] F.O. Souza, R.M. Palhares, and P.Y. Ekel, « Asymptotic stability analysis in uncertain multi-delayed state neural networks via Lyapunov–Krasovskii theory », *Mathematical and Computer Modelling*, Vol. 45, N° 11-12, pp. 1350-1362, 2007.
- [**Spo 03**] J.T. Spooner, M. Maggiore, R. , and K.M. Passino, « Stable adaptive control and estimation for nonlinear systems neural and fuzzy approximator techniques », *Automatica*, Vol. 39, N° 9, pp.1661-1663, 2003.
- [**Sug 88**] M. Sugeno and G.T. Kang, « Structure Identification of Fuzzy Model », *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 28, pp. 15-33, 1988.
- [**Tak 85**] T. Takagi and M. Sugeno, « Fuzzy Identification of System and its Applications to Modeling and Control », *IEEE Trans. Syst. Man and Cybern.*, Vol. 15, N° 1, pp. 116-132, 1985.
- [**Tan 98**] Y. Tang, « Terminal sliding mode control for rigid robots », *Automatica*, Vol. 34, N°1., pp. 51–56, 1998.
- [**Tua 01**] H.D. Tuan, P. Apkarian, T. Narikiyo and Y. Yamamoto, « Parameterized linear matrix inequality techniques in fuzzy control system design », *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, Vol. 9, N° 2, pp. 324-332, 2001.
- [**Utk 77**] V.I. Utkin, « Variable structure systems with sliding modes », *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol. 22, pp. 212-222, 1977.
- [**Utk 92**] V.I. Utkin, *Sliding Modes in Control Optimization*, Springer-Verlag, 1992.
- [**Utk 07**] V.I. Utkin, and H. Lee, « Chattering problem in Sliding Modes Control Systems », pp 346-350, Alghero Italy, 2007.

[Wan 92a] L. X. Wang, « Fuzzy Systems are Universal Approximators », Proc. of the IEEE Conf. on Fuzzy Systems (Fuzz 'IEEE 92), San Diego, pp. 1163-1170, 1992.

[Wan 92b] L. X. Wang and J.M. Mendel, « Fuzzy Basis Function, Universal Approximation, and Orthogonal Least Square Learning », IEEE Trans. Neural Networks, Vol. 3, N°. 5, pp.807-814, 1992.

[Wan 94] L.X. Wang, Adaptive Fuzzy Systems and Control Design and Stability: Analysis. Englewood Cliffs » NJ: Prentice Hall, 1994.

[Wan 96] L.X. Wang, « Stable Adaptive Fuzzy Controllers with Application to Inverted Pendulum Tracking », IEEE Trans. on Syst., Man and Cyber., Vol. 26, pp. 677-691, 1996.

[Wan 97] L.X. Wang, A Course in Fuzzy Systems and Control , Prentice Hall, 1997.

[Yon 02] Yong, Fenga, Yub, Xinghuo and Zhihong, « Non-singular terminal sliding mode control of rigid manipulators », Automatica, pp, 2159-2167, 2002.

[Yoo 98] B. Yoo and W. Ham, « Adaptive fuzzy sliding mode control of nonlinear system », IEEE Trans on Fuzzy Systems, Vol. 6, N°. 2, pp. 315-321, 1998.

[Zhu 03] K. Y. Zhuang, H. Y. Su, K. Q. Zhuang and J. Chu, « Adaptive terminal sliding mode control for high order nonlinear dynamic systems », Journal of Zhejiang University, pp, 58-63, 2003.