



RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE



MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ DE BATNA
FACULTÉ DES SCIENCES DE L'INGÉNIEUR
DÉPARTEMENT D'HYDRAULIQUE

MEMOIRE DE MAGISTER

Présenté par :

BENABID ABDERRAHMANE

Ingénieur d'état en hydraulique

Contribution à l'étude des écoulements
permanents graduellement variés en canal
prismatique

Devant le jury composé de :

Président :	Mr. LAHBARI NOUREDINE	MC U. DE BATNA.
Rapporteur :	Mr. FOURAR ALI	MC U.DE BATNA.
Examineur :	Mr .TAHAR BENABID	Pr U. H.B. ALGER.
Examineur :	Mr. KADID ABDELKRIM	MC U. DE BATNA.

Année universitaire : 2009

REMERCIEMENTS

Tout travail réussi dans la vie nécessite en premier lieu la bénédiction de Dieu, et ensuite l'aide et le support de plusieurs personnes. Je tiens donc à remercier et à adresser ma reconnaissance à toute personne qui m'a aidé de loin ou de près afin de réaliser l'un de mes rêves...

Tout d'abord, je tiens à remercier très vivement mon directeur du mémoire, **Dr. FOURAR ALI**, pour ses qualités humaines et scientifiques. Je ne pourrai jamais oublier sa gentillesse, sa générosité, son esprit de recherche et ses commentaires efficaces. Un grand merci de m'avoir donné la chance de réaliser ce modeste travail.

Je remercie vivement les membres du jury pour le soutien et l'intérêt qu'ils ont portés à ce travail : M. le Président de jury **Dr. LAHBARI NOURELDINE** Université de Batna, M. le membre de jury Pr. **TAHAR BENABID**. Université houari Boumediene Alger. M. le membre de jury **Dr. KADID ABDELKRIM**. Université de Batna.

Je remercie fortement et de tout mon cœur mes vifs remerciements vont également à tous mes amis pour l'appui moral qu'ils m'ont témoigné, particulièrement **LOUCIF FOUAD**.

Pour terminer, j'adresse mon grand amour à mes parents, mon père pour son sacrifice ma mère pour sa tendresse, ma femme pour son amour, et mes frères et sœurs, c'est grâce à leur amour et leurs sacrifices que ce mémoire a été mené à bonne fin. Mon plus grand souhait dans cette vie, c'est de les voir toujours à côté de moi, en bonne santé, heureux et que la paix soit avec eux.

A.BENABID

Sommaire

Sommaire

Introduction.....	04
Chapitre I : écoulement à surface libre.	
I -1- Introduction	07
I -1-1- Généralités	07
I -1-2- Rappel de quelques notions d'hydraulique	07
I -2- Les différents types de Canaux	11
I -2-1-Définition	11
I -2-2- Les canaux naturels	11
I -2-3- Les canaux artificiels	11
I -2-4- Géométrie des Canaux	11
I -3- Ecoulement Dans Les Canaux	12
I -3-1- Type D'écoulement	12
I -3-1-1- Variabilité dans le temps.....	13
I -3-1-2- Variabilité dans l'espace	13
I -3-2-1- les différents types d'écoulement	15
I -3-2-2- Régime D'écoulement	15
Chapitre II : Ecoulements permanents uniformes.	
II -1- Introduction:	17
II -2 Equation de l'écoulement uniforme:.....	17
II -3 formules proposées par différents auteurs	19
II -3-1 Équation de Chézy :.....	20
II -3-2 Formule de Manning :	20
II -3-3 Formule de Manning-Strickler	21
II -3-4 Formule de Darcy –Weisbach	21
II -3-5 formules universelles de perte de charge appliquées aux écoulements à surface libre:	
22	
II-3-5-1 Formules de Thijssen (1949):.....	23
II -3-5-2 Formules de Powell (1950):.....	23
II -3-5-3 Formule de Crump (1956):	23
II -3-5-4 Formule de white- Colebrook:	24
II - 4 l'écoulement critique:	24
II -4-1 Hauteur critique:	25
II -4-2 Pente critique:.....	26
II -5 calcul de la hauteur normale:	26

II -6 Conclusion	27
------------------------	----

Chapitre III : les écoulements permanents non uniformes.

III-1-Définitions-Equations de base :	29
III -1-1-Ecoulement brusquement varié:.....	29
III -1-2-Ecoulement graduellement varié:.....	29
III -2-Principe de base	30
III -3-Conclusion.....	33

Chapitre IV : courbes de remous définition et paramètres de classification.

IV-1-Introduction.....	35
IV -2-Définition de l'énergie spécifique.....	35
IV -2-1Courbe h (Q) pour E constant	36
IV -2-2-Courbe E (h) à Q constant	37

IV -3-Signe de $\frac{\partial E}{\partial x}$ le long d'un écoulement en canal uniforme et en régime

permanent graduellement varié:

IV -4-Equations différentielles du mouvement graduellement varié:

IV -5-Classification des différentes lignes d'eau en mouvement graduellement

varie :

IV -5-1-Analyse de l'équation différentielle du mouvement graduellement

varie :

IV -5-2-1-Courbes de remous type M

IV -5-2-2-Courbes de remous type S

IV -5-2-3-Courbes de remous type C

IV -5-2-4-Courbes de remous type H

IV -5-2-5-Courbes de remous type A

IV -6-Evolution de l'énergie spécifique

IV -6-2-Cas d'un canal à faible pente

IV -6-2-Cas d'un canal à forte pente

IV -6-3-Cas d'un canal à pente critique.....

IV -6-4 cas d'un canal à contre pente.....

IV - 6-5 Cas d'un canal horizontal

Chapitre V : méthodes de calcul des courbes de remous.

V-1-Introduction

V -2-Méthode itératives

V -2-1 Méthode des tronçons (ΔX est fixé)

V -2-2- Méthode des variations de profondeur (Δh est fixé)	67
V -3- Méthodes par intégration directe	68
V -3-1- Méthode de Bresse	69
V -3-2- Méthode de Bakhmeteff	72
V -2-2-1- Calcul de l'exposant hydraulique, N	75
V -2-2-1-Utilisation pratique de la méthode de Bakhmeteff	75
V -2-3- Méthode de Chow	76
V -2-4- Méthode de Pavlovski	78
V -3- Méthode par intégration graphique	81

Chapitre VI : applications et discussions des résultats.

IV-1 introduction. 82	
IV-2 Application 1.	81
IV-3 Application 2.	84
IV-4 Application 3.	87
IV-5 Application 4.	91
IV-6 Application 5.	94
IV-7 Application 6.	97
IV-8 Application 7.	101
IV-9 Application 8.	104
IV-10 Application 9.	107
IV-11 Application 10.	111
IV-12 Application 11.	114
IV-13 Application 12.	117
Discussions des résultats.	124

Annexe.

Liste des symboles.

Références bibliographiques.

introduction générale

Introduction générale

La présente étude concerne les écoulements graduellement variés. Le problème de ces écoulements se complique d'avantage avec le grand nombre et la multiplication des paramètres physiques et hydrauliques compliquent encore plus le problème à étudier. L'approche qui sera donc utilisée pour la résolution du système d'équation gouvernant ce problème des écoulements stationnaires unidimensionnels graduellement variés à surface libre nécessite la prise en ligne de compte du plus grand nombre possible de données en l'occurrence : Q et h , v et h .

L'inclinaison de la pente, la longueur de la pente sont des données d'une grande importance étant donnée quelles engendrent un comportement non linéaire entraînant une complexité du problème de sa solution mathématique.

Notre travail consisterait donc à produire un code de calcul afin de faciliter la résolution du problème considéré et éventuellement à optimiser au maximum les résultats.

L'écoulement graduellement varié se produit nécessairement dans un canal uniforme prismatique rectangulaire ou cylindrique, à axe rectiligne avec une pente, une rugosité et une section transversale constantes.

On distingue deux types de mouvements variés:

*Le mouvement est graduellement varié si les paramètres hydrauliques sont progressivement variés on observe un remous soit d'exhaussement soit d'abaissement.

*Le mouvement brusquement varié caractérisé par une variation plus rapide et parfois brusque et discontinue tel que les chutes d'eau.

Le calcul de l'écoulement graduellement varié repose sur la connaissance du profil de la pente du canal.

Part ailleurs, la maîtrise et la classification des courbes de remous revêtent une grande importance dans le calcul des profondeurs de l'écoulement graduellement varié.

Le développement théorique ayant conduit à l'équation différentielle régissant les courbes de remous, est basé sur l'équation du bilan énergétique et l'équation de Saint-Venant.

Le principe de calcul de ces courbes de remous dans un régime graduellement varié, entre deux sections données du canal est simple, Il suffit de connaître une condition aux limites entre les deux, Ce point appelé section de contrôle.

Pour cela, il est nécessaire de connaître les conditions à une section amont ou aval, appelée section de contrôle.

La classification des courbes de remous est définie par deux paramètres: la pente I et la profondeur h .

La méthode de la classification des courbes de remous est commune à toutes les approches théoriques destinées au calcul de l'écoulement permanent graduellement varié.

On note qu'il y a plusieurs méthodes de calcul et de classification des courbes de remous. Ces approches sont exclusivement applicables à l'écoulement graduellement varié, au régime turbulent rugueux. Celles-ci reposent sur les formules du type "Chézy" ou "Manning". Ces formules permettent notamment d'estimer le coefficient de résistance λ caractérisant les pertes de charge dans le canal.

Elles contribuent ainsi la compréhension des phénomènes hydrauliques qu'on rencontre souvent dans les écoulements permanents graduellement variés.

Dans le premier chapitre de ce mémoire nous présentons une introduction aux écoulements à surface libre.

Les définitions des écoulements uniformes et les relations utilisées sont exposées au second chapitre.

Une synthèse générale sur les écoulements permanents graduellement variés et le développement des équations gouvernantes est présentée dans le troisième chapitre.

Le quatrième chapitre concerne la définition des courbes de remous et les paramètres de classification.

Les méthodes de calcul les plus répandues sont présentées dans le chapitre cinq.

Enfin, au dernier chapitre nous exposons les résultats obtenus avec leurs interprétations et une conclusion générale.

CHAPITRE I

ÉCOULEMENT A SURFACE LIBRE

I-1- Introduction [1]

L'hydraulique est un élément indispensable à la vie. Les observations effectuées sur les écoulements ont produit une somme considérable d'appréciations qualitatives et quantitatives que les progrès de l'informatique ont pu, ces dernières décennies, mettre sous forme numérique.

L'hydraulique traite entre autre des écoulements dans les canaux artificiels et naturels ayant une surface libre soumise à la pression atmosphérique.

Nous posons dans ce chapitre les différents types de canaux et les régimes d'écoulement qui y sont associés.

I-1-1- Généralités:

L'hydraulique à surface libre se distingue de l'hydraulique en charge par l'existence d'une surface libre, c'est-à-dire d'une surface où l'écoulement est en contact direct avec l'air : le gradient de pression ne peut plus être le moteur de l'écoulement, c'est la gravité joue plutôt ce rôle. L'hydraulique fluviale s'intéresse surtout aux écoulements dans les :

- cours d'eau : rivières, fleuves, etc. ;
- systèmes d'évacuation: réseaux d'assainissement pluvial, ainsi qu'aux différents aménagements retenus d'eau, usines de production d'électricité, ports, etc.

Ces écoulements se caractérisent par une hauteur d'écoulement petite par rapport à la longueur d'écoulement. On parle d'écoulement filaire ou unidimensionnel (x, t).

I-1-2- Rappel de quelques notions d'hydraulique :

- bief : le bief est un tronçon homogène en termes de pente et de section d'écoulement ;

- type de cours d'eau : on distingue des cours d'eau en fonction de la pente I , celle-ci varie entre

$$3 < I < 6 \%,$$

- Section d'écoulement (ou section mouillée) S : partie de la section du canal limitée par les parois et la surface libre.

– périmètre mouillé P : longueur de la surface d'écoulement en contact avec le lit (fond + berges), c'est-à-dire le périmètre de la section d'écoulement moins la largeur au miroir.

– largeur au miroir B : largeur de la section d'écoulement au niveau de la surface libre ; La pression du fluide à cette interface est égale à celle de l'atmosphère.

– hauteur d'écoulement : hauteur moyenne d'eau, par définition: $h = \frac{S}{B}$;

– hauteur normale h_n : c'est la hauteur d'un écoulement permanent uniforme dans un bief. La hauteur normale est fonction du débit Q , de la rugosité K , et de la pente moyenne I ;

– tirant d'eau : profondeur maximale d'une section d'écoulement ;

– régime uniforme : régime d'écoulement le long d'un bief où les caractéristiques d'écoulement (hauteur et vitesse) sont constantes quelle que soit la position le long de la direction d'écoulement. On a ainsi $\frac{\partial h}{\partial x} = 0$; $\frac{\partial v}{\partial x} = 0$

– régime permanent : régime où l'écoulement ne dépend pas du temps. On a ainsi, $\frac{\partial h}{\partial t} = 0$;

- régime graduellement varié : régime d'écoulement où la variation de hauteur dans la direction d'écoulement est très faible, typiquement si x désigne une longueur d'écoulement et Δh une variation de hauteur, on a $\frac{\Delta h}{x} \ll 1$.

Les équations de Saint-Venant ou le calcul différentiel des courbes de remous ne sont valables que pour ce régime ;

– régime rapidement varié : régime d'écoulement où la variation de hauteur dans la direction d'écoulement est très importante, En effet à l'approche d'une singularité ou bien en cas de ressaut hydraulique, l'écoulement peut entrer dans un régime rapidement varié ;

– ressaut hydraulique : variation brutale de hauteur d'eau (passage d'un régime torrentiel à un régime fluvial) ;

– pente : pente moyenne longitudinale $I = \tan \alpha$ d'un bief exprimé en % ou en ‰;

- Rayon hydraulique : c'est la longueur caractéristique $R_h = \frac{S}{P}$;
- Régime torrentiel : régime supercritique ($F_r > 1$), forte vitesse, faible hauteur ;
- Régime fluvial : régime subcritique ($F_r < 1$), faible vitesse, hauteur élevée ;
- Débit Q: flux d'eau par unité de temps à travers la surface d'écoulement ;
- Vitesse moyenne V : vitesse $V = \frac{Q}{S}$;
- Coefficient de rugosité : coefficient traduisant la rugosité des parois (coefficient de Chézy noté C ou de Manning-Strickler noté K) ;
- Lit mineur : lit occupé ordinairement par un cours d'eau par opposition au lit majeur qui correspond à l'emprise maximale historique d'un cours d'eau ou à la plaine inondable. On parle aussi de niveau des plus hautes eaux (PHE) pour désigner la cote maximale atteinte par la surface libre d'un cours d'eau ;
 - La berge ou rive: est le talus qui sépare le lit mineur du lit majeur.
 - L'étiage: correspond aux plus basses eaux d'un cours d'eau (généralement durant l'été).le débit d'étiage est donc le débit minimal d'un cours d'eau. Le débit de plein bord est le débit atteint lorsque la rivière sort de son lit mineur. Durant une crue, on parle de débit de pointe pour désigner le débit maximal atteint.

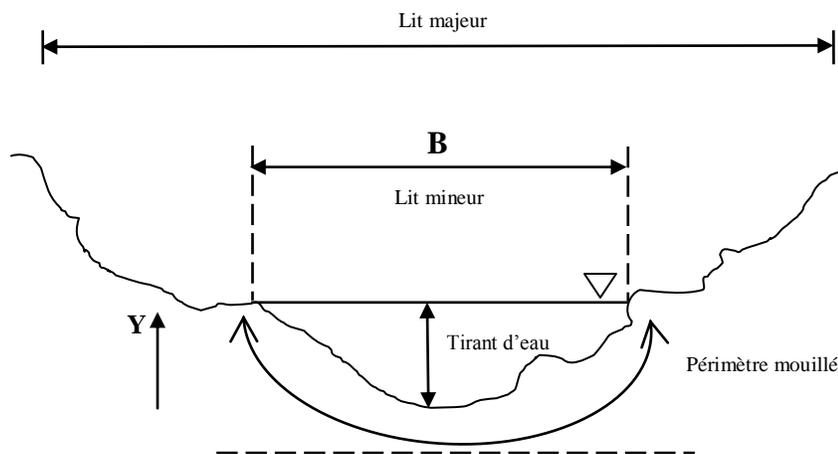


Figure .1. Coupe transversale d'un canal naturel

Pour un cours d'eau naturel, la géométrie du lit est souvent très complexe. Un cours d'eau doit laisser transiter un débit qui varie en fonction du temps. En général, celui-ci peut varier d'une année sur l'autre d'une façon extrêmement variable en fonction des précipitations enregistrées.

Ces débits compatibles avec le débit moyen transitant par le cours d'eau sont susceptibles de modifier d'une certaine manière la géométrie du lit (section en travers, granulométrie, etc.). Dans ce cas on parle de débit dominant pour désigner un débit (suffisamment élevé) qui est capable de modifier la géométrie du lit. En fonction du terrain (pente, nature géologique du terrain, etc.), le cours d'eau a plusieurs possibilités pour optimiser le transit d'eau en ajustant la largeur, la profondeur, la sinuosité, etc.

Compte tenu de la variation de la pente du cours d'eau et de la taille des sédiments, la géométrie du cours d'eau varie de façon très significative entre la source et le débouché. Dans la partie amont, où le sédiment est fourni à la rivière, la pente est généralement forte et le lit est droit (quand il est vu en plan) ; le lit peut être incisé dans un matériau différent des sédiments qu'il transporte ou bien prendre place dans ses dépôts alluvionnaires. Au contraire, dans les zones de plaine, le cours d'eau coule exclusivement sur sa propre alluvion généralement composée de matériaux fins (limons, sables, matériaux organiques). La sinuosité du lit croît le plus souvent de façon inverse à la pente du lit ; inversement, plus la pente est faible, plus le cours d'eau a tendance de garder une section d'écoulement unique et bien calibrée (section homogène).

I-2- Les différents types de Canaux : [2]

I-2-1-Définition :

On appelle canal un système de transport dans lequel l'eau s'écoule et dont la surface libre est soumise à la pression atmosphérique.

L'étude hydraulique d'un canal se pose souvent aux ingénieurs sous la forme suivante :

Pour une pente longitudinale de fond, il faut évacuer un certain débit; la forme et les dimensions du canal sont à déterminer.

On distingue deux catégories de canaux :

- 1) les canaux naturels,
- 2) les canaux artificiels.

I-2-2- Les canaux naturels:

Ce sont les cours d'eau qui existent naturellement sur (ou sous) terre; tels que les ruisselets, torrents, rivières, fleuves et estuaires.

Les propriétés géométriques et hydrauliques des canaux naturels sont généralement assez irrégulières. L'application de la théorie hydraulique ne donne que des résultats approximatifs obtenus moyennant certaines hypothèses.

I-2-3- Les canaux artificiels:

Ce sont des cours d'eau réalisés par l'homme sur (ou sous) terre tels que: les canaux découverts construits au ras du sol (canaux de navigation, d'adduction et d'évacuation, d'irrigation et de drainage) ou les canaux couverts dans lesquels les liquides ne remplissent pas toute la section (tunnels hydrauliques, aqueducs, drains, égouts).

Les propriétés hydrauliques des canaux artificiels sont généralement assez régulières. L'application de la théorie hydraulique donne souvent des résultats satisfaisants.

I-2-4- Géométrie des Canaux :

La section transversale d'un canal est une section plane normale à la direction de l'écoulement.

Un canal dont la section ne varie pas et dont la pente longitudinale et la rugosité restent constantes, la hauteur d'eau pouvant cependant varier, est appelé canal prismatique; sinon, on l'appelle canal non prismatique.

A part les éléments géométriques d'une section, l'étude hydraulique des canaux prend également en considération les pentes longitudinales du canal, En l'occurrence:

- 1) la pente de fond du canal, I ,
- 2) la pente piézométrique ou pente de la surface libre, J_w .

La valeur de la pente de fond dépend essentiellement de la topographie et de la constitution du terrain. Cette pente, généralement faible, peut être exprimée par :

$$I = \text{tg } \theta = \sin \theta$$

θ : l'inclinaison de la pente.

Le périmètre mouillé, P , peut être composé d'un lit immobile (béton, roche) ou d'un lit mobile (granulat).

I-3- Ecoulement Dans Les Canaux :

Les écoulements dans les canaux naturels et artificiels sont des écoulements à surface libre.

L'écoulement à surface libre est dû à la pente de fond du canal et non, comme pour les conduites, à la différence de charge entre deux sections.

I-3-1- Type D'écoulement :

Une classification des écoulements peut se faire selon la variation de la profondeur, h ou D_h , en fonction du temps et de l'espace :

$$D_h = f(t, x)$$

I-3-1-1- Variabilité dans le temps:

Le mouvement est permanent si les vitesses moyennes, V , et ponctuelles, u , ainsi que la profondeur, h ou D_h , restent invariables dans le temps en grandeur et en direction. Par conséquent, le débit est constant :

$$V S = Q \text{ entre les diverses sections du canal sans apport latéral.}$$

Le mouvement est non permanent si la profondeur, $D_h(t)$, ainsi que les autres paramètres varient avec le temps. Par conséquent, le débit n'est pas constant.

En pratique, l'écoulement dans les canaux est rarement permanent. Néanmoins, les variations temporelles sont souvent suffisamment lentes pour que l'écoulement puisse être considéré comme permanent, du moins dans un intervalle de temps relativement court.

I-3-1-2- Variabilité dans l'espace:

Trois cas sont à envisager :

a) Le mouvement est uniforme si la profondeur, D_h , ainsi que les autres paramètres, restent invariables dans les diverses sections du canal. La ligne de la pente de fond est donc parallèle à la ligne de la surface libre et l'on a $I = J$

b) Le mouvement est non uniforme ou varié si la profondeur, $D_h(x)$, ainsi que les autres paramètres, changent d'une section à l'autre. La pente de fond diffère alors de celle de la surface libre, $I \neq J$

L'écoulement non uniforme peut être permanent ou non permanent.

Lorsque le mouvement est graduellement varié, la profondeur, $D_h(x) = D_h$, ainsi que les autres paramètres, ne changent que très lentement d'une section à l'autre.

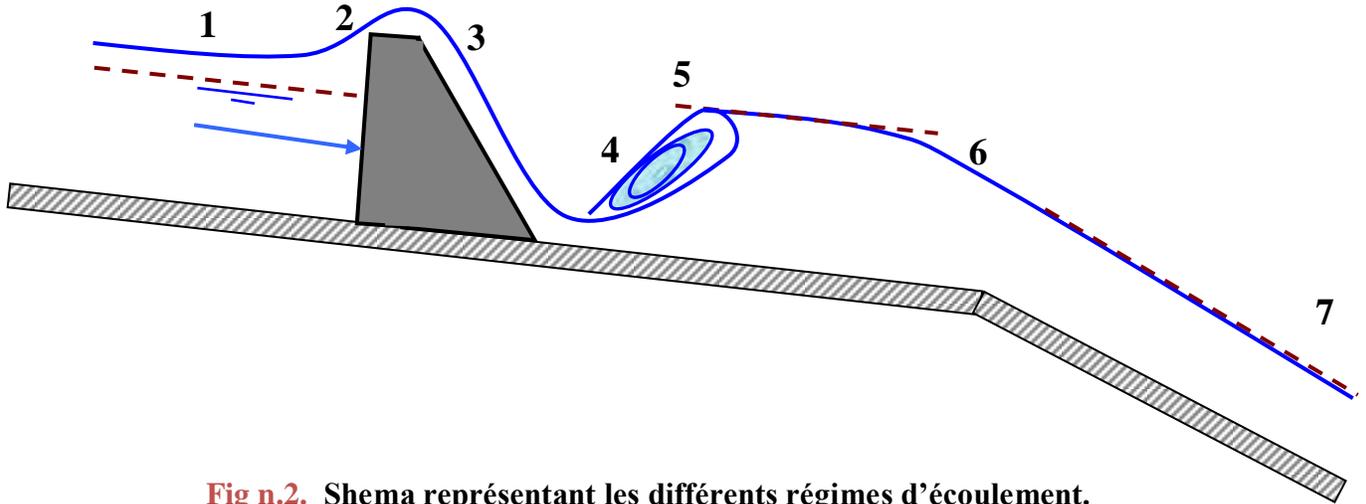


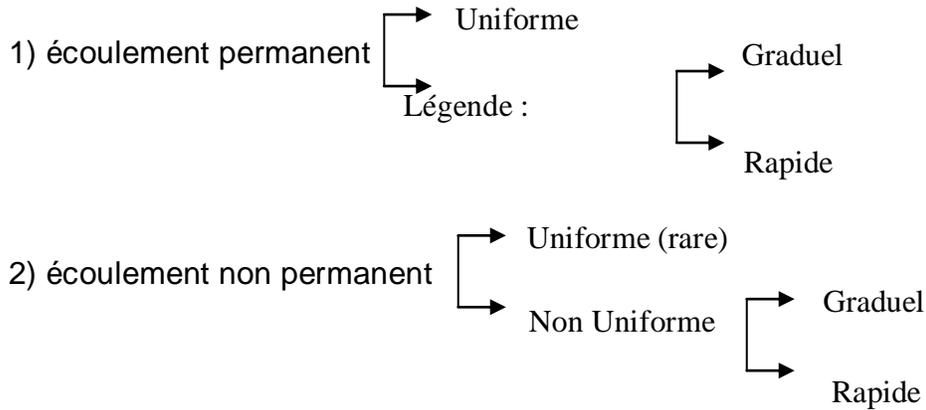
Fig n.2. Shema représentant les différents régimes d'écoulement.

- 1) uniforme fluvial.
- 2) fluvial graduellement décéléré.
- 3) rapidement accéléré (fluvial puis torrentiel).
- 4) ressaut.
- 5) uniforme fluvial.
- 6) rapidement accéléré (fluvial puis torrentiel).
- 7) uniforme torrentiel.

c) Lorsque le mouvement est rapidement varié, la profondeur $D_h(x)$, ainsi que les autres paramètres changent brusquement, parfois avec des discontinuités. Cela se manifeste en général au voisinage d'une singularité, telle qu'un déversoir, un rétrécissement, un ressaut hydraulique ou une chute brusque.

I-3-2-1- les différents types d'écoulement:

Les types d'écoulement qu'on rencontre en hydraulique peuvent être résumés ainsi :

**I-3-2-2- Régime D'écoulement :**

L'écoulement d'un fluide réel dans un canal à surface libre est le siège des forces suivantes :

Forces de gravité.

Forces de frottement (viscosité et rugosité).

Les équations réduites du mouvement font intervenir les coefficients ou nombres adimensionnels suivants :

1) le nombre de Froude, qui est le rapport entre les forces de gravité et celles d'inertie ou:

$$F_r = \frac{V}{\sqrt{gh}} \dots \dots (1-1)$$

2) le nombre de Reynolds, qui est le rapport entre les forces de frottement et celles d'inertie ou:

$$Re = \frac{VD}{\nu} \dots \dots (1-2)$$

✚ Le rôle du nombre de Reynolds est de permettre le classement des écoulements comme suit:

- ❖ écoulement laminaire $Re' < 500$
- ❖ écoulement turbulent $Re' > 2000$
- ❖ transition $500 < Re' < 2000$

✚ Les expériences avec différents canaux artificiels montrent que l'écoulement est turbulent dès que le nombre de Reynolds, Re' , atteint des valeurs voisines **2000**.

Dans la pratique, on ne rencontre en général que des écoulements turbulents, souvent rugueux.

✚ Le rôle du nombre de Froude est de permettre le classement des écoulements comme suit:

- ❖ écoulement fluvial $F_r < 1$
- ❖ écoulement torrentiel $F_r > 1$
- ❖ écoulement critique $F_r = F_{r_c} = 1$

Dans la pratique, on rencontre ces trois types d'écoulement.

✚ Dans les canaux de géométrie simple, on ne rencontre généralement que des écoulements turbulents où la vitesse ponctuelle, $\mathbf{V}(\mathbf{x}, \mathbf{z})$, diffère très peu de la vitesse moyenne, $\mathbf{V}(\mathbf{x})$. En régime permanent, cette hypothèse permet de considérer ces écoulements comme unidimensionnels.

CHAPITRE II

ECOULEMENTS PERMANENTS UNIFORMES

II-1- Introduction:

Par définition du régime uniforme le débit Q , la vitesse V et la hauteur h du canal sont constants tout au long de l'écoulement considéré.

Si Z_f désigne la cote du fond, la cote de la surface libre Z_w est :

$$J = \frac{-dz_f}{dx} + \frac{dh}{dx} = \frac{-dz_f}{dx} = I ; Z_w = Z_f + h \quad \dots\dots\dots (2-1)$$

Si le régime est uniforme, la perte de charge linéaire est égale à la pente du cours d'eau. En d'autres termes, si la perte de charge linéaire est égale à la pente du cours d'eau ($J = I$), alors h , Q et V sont constants, et le régime est uniforme.

II-2 Equation de l'écoulement uniforme:

Soit I la pente du fond:

$$I = -\frac{dz}{dx}$$

La pente de la surface libre est aussi égale à I car la profondeur d'eau est constante dans l'espace.

Trois hypothèses doivent être satisfaites pour représenter de manière unique la charge en une section et la perte de charge entre deux sections:

- 1- pente de fond faible: pour supposer les profondeurs h comme verticales.
- 2- vitesse uniforme dans une section donnée.
- 3- écoulement parallèle afin que le niveau piézométrique soit le même en tout point d'une section.

La charge moyenne en une section est par définition:

$$H = Z + h + \left(\frac{V^2}{2g}\right) \dots\dots(2-2)$$

La variation de charge $H_1 - H_2$, Entre une section 1 et une section 2, est appelée perte de charge.

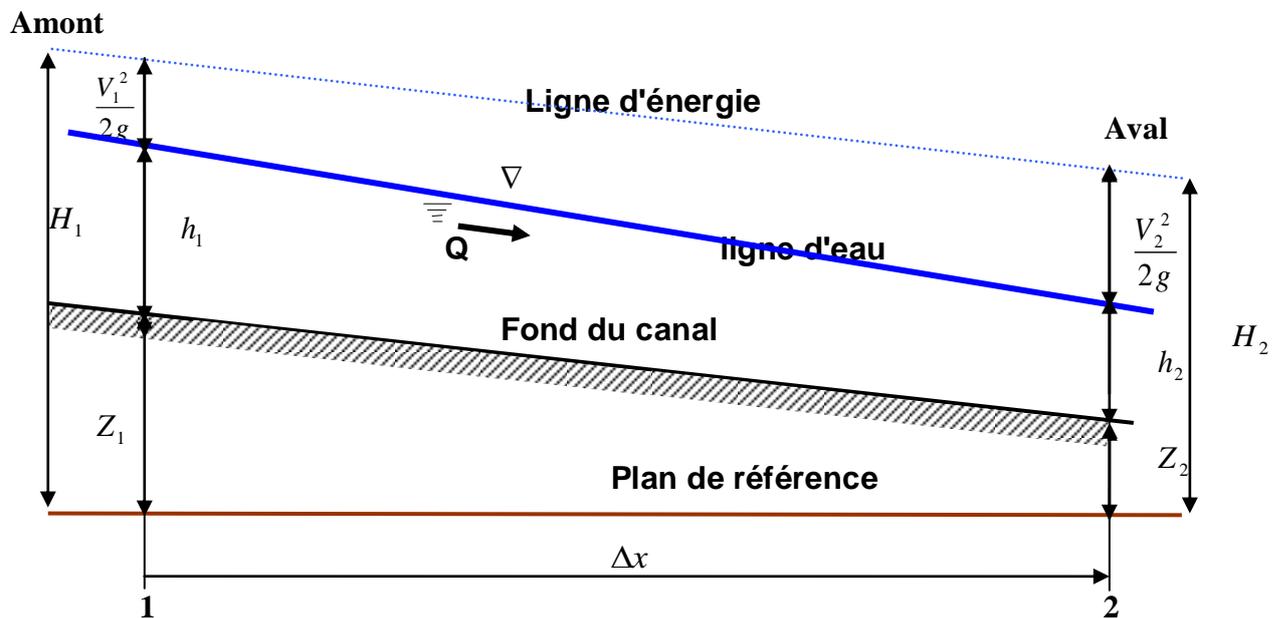


Fig.3 Diagramme d'énergie pour un écoulement uniforme..

Le théorème de Bernoulli exprime que dans un écoulement permanent d'un fluide parfait c.à.d de viscosité nulle, la charge est constante.

Pour des liquides réels (visqueux), le théorème de Bernoulli généralisé exprime simplement que la variation de la charge ΔH est égale à la perte de charge $J\Delta x$.

La perte de charge unitaire J est donc identique à la pente de la ligne de charge.

L'équation devient :

$$J = -\frac{dH}{dx} = -\frac{d\left(Z + h + \frac{V^2}{2g}\right)}{dx} = -\frac{dZ}{dx} \dots\dots(2-3)$$

Il en résulte que : $I = J$ (h et v sont constantes), on peut donc conclure que pour un écoulement uniforme, la ligne de charge, la surface libre et le fond sont parallèles.

II-3 Formules proposées par différents auteurs:[3]

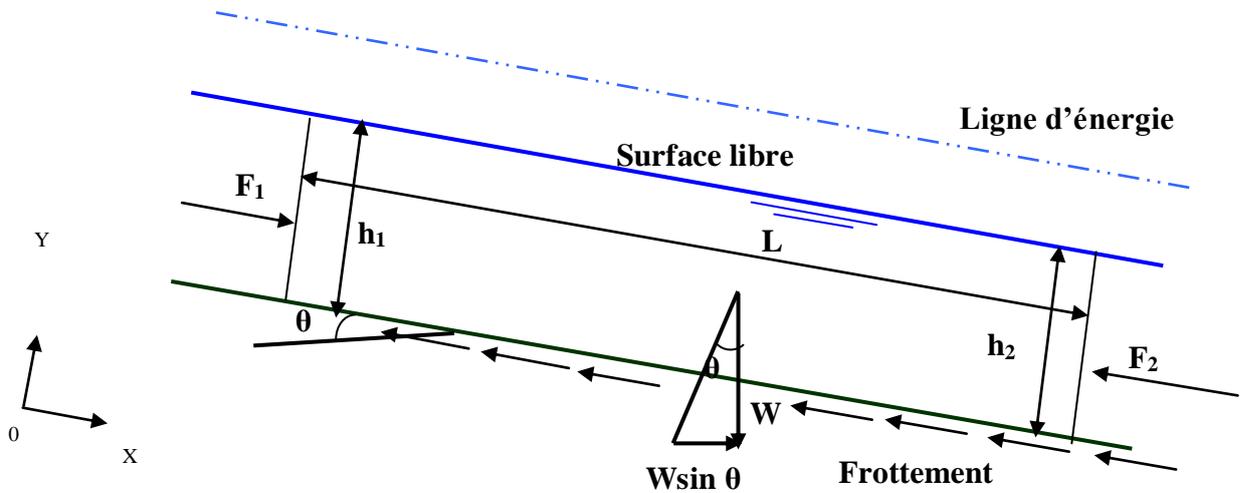


Fig.4. Equilibre des forces appliquées sur une portion d'écoulement permanent uniforme

L'équation de conservation de la quantité de mouvement selon (o,x) peut s'écrire:

$$F_1 - F_2 - \tau_w PL + W \sin\theta = \rho QL (V_2 - V_1) \dots \dots \dots (2-4)$$

F_2 et F_1 Sont les forces de pression hydrostatique

Où :

τ_w : est la contrainte de cisaillement entre l'eau et le périmètre mouillé P le long de la distance L

W : est le poids du volume d'eau considéré et θ est l'angle du canal par rapport à l'horizontale.

ρ : la masse volumique

Si l'écoulement est uniforme h_1 et h_2 F_1 et F_2 Sont égaux, par conséquent F_1 et F_2 Q_1 et Q_2

L'équation se simplifie alors en:

$$\tau_w = \frac{W}{PL} \sin\theta = \frac{\varpi SL}{PL} \sin\theta = \frac{\varpi S}{P} \sin\theta = \varpi R_h \sin\theta \dots \dots (2-5)$$

Où: S est la section droite d'écoulement et R_h est le rayon hydraulique

$$\left(R_h = \frac{S}{P} \right)$$

Lorsque l'angle θ est petit, $\sin\theta = \text{tg } \theta$ est égal à la pente I du canal.

La relation précédente s'écrit finalement:

$$\tau_w = \varpi R_h I \dots (2-6)$$

La contrainte de frottement est estimée pour un écoulement turbulent par:

$$\tau_w = \lambda \rho \frac{V^2}{8} \dots (2-7)$$

λ : est un coefficient de frottement qui dépend de la rugosité du canal et du nombre de Reynolds de l'écoulement λ ($n.Re$).

II-3-1 Équation de Chézy :

En portant l'équation (6) dans l'équation (7), on obtient l'équation de CHEZY:

$$V = C \sqrt{R_h I} \dots (2-8)$$

Où :

C : est le coefficient de Chézy égal

$$C = \sqrt{\frac{8g}{\lambda}} \dots (2-9)$$

II-3-2 Formule de Manning :

A partir de données expérimentales, Manning a développé une expression pour le coefficient de Chézy où le coefficient de frottement intervient sans dimension:

$$C = \frac{\alpha R_h^{1/6}}{n} \dots (2-10)$$

Où: n est le coefficient de frottement de Manning et α est un coefficient d'unité qui vaut **1** en système international et **1,486** en système anglo-saxon.

En remplaçant le coefficient C dans la formule de Chézy, on obtient la formule de Manning.

$$V = \frac{\alpha}{n} R_h^{2/3} I^{1/2} \dots\dots(2-11)$$

En introduisant le débit $Q = v.s$, on a :

$$Q = \frac{\alpha}{n} S R_h^{2/3} I^{1/2} \dots\dots(2-12)$$

II-3-3 Formule de Manning-Strickler :

$$V = K_s R_h^{2/3} \sqrt{I} \dots\dots(2-13)$$

$$Q = K_s S R_h^{2/3} \sqrt{I} \dots\dots(2-14)$$

$$K_s = \frac{1}{n} \dots\dots(2-15)$$

II-3-4 Formule de Darcy –Weisbach :

Parfois, pour les conduites d'égout, on utilise la forme de l'équation de Darcy – Weisbach suivante:

$$V = \sqrt{\frac{8g R_h I}{\lambda}} \dots\dots(2-16)$$

Remarque:

Pour les sections de forme complexes, on procède à un découpage en sections plus simples et pour chaque sous section S_i on calcule, pour l'équation de Manning, un coefficient de débit K_i :

$$K_i = \frac{\alpha}{n_i} S_i R_{hi}^{2/3} \dots\dots(2-17)$$

Ceci permet d'attribuer à chaque section un coefficient de frottement différent. Le débit total s'écrit alors:

$$Q = \sum K_i \sqrt{I} \dots\dots(2-18)$$

II-3-5 formules universelles de perte de charge appliquées aux écoulements à surface libre:

Rappelons au préalable l'expression du nombre de Reynolds de l'écoulement dans un canal.

On sait que pour une canalisation de diamètre **D** on a:

$$\mathbf{Re} = \frac{\mathbf{V D}}{\nu}$$

Dans le cas d'un canal de section circulaire ou demi circulaire, **D=4R_h** puisque

$$\mathbf{R}_h = \frac{\mathbf{S}}{\mathbf{P}} = \frac{\mathbf{D}}{4}$$

Donc:

$$\mathbf{Re} = 4 \frac{\mathbf{V R}_h}{\nu} \dots\dots(2-19)$$

Beaucoup de chercheurs se sont intéressés à la manière dont le nombre de Reynolds pourrait intervenir dans le coefficient **C** de la formule de Chézy.

Remarquons que puisque:

$$\mathbf{C} = \frac{1}{\sqrt{\mathbf{b}_1}} \dots\dots(2-20)$$

$$\text{Et } \lambda = 8\mathbf{g b}_1 \dots\dots(2-21).$$

Où: **b₁** est la hauteur de la rugosité.

Le coefficient de Chézy est lié au coefficient adimensionnel de résistance **λ** par l'expression

$$\mathbf{C} = \sqrt{\frac{8\mathbf{g}}{\lambda}} \dots\dots(2-22)$$

II-3-5-1 Formules de Thijssen (1949):

On retrouve les trois catégories d'écoulement suivant la valeur du nombre du Reynolds et le degré de la rugosité des parois :

$$1) \left\{ \begin{array}{l} C = 18 \log \frac{3Re}{C} \\ C = 18 \log \frac{12}{\nu} R_h^{3/2} I^{1/2} \end{array} \right\} \dots\dots(2-23) \quad \text{parois lisses.}$$

$$2) \quad C = 18 \log \frac{12R_h}{\varepsilon} \dots\dots (2-24) \quad \text{parois rugueuses.}$$

$$3) \quad C = -18 \log \left[\frac{\varepsilon}{12R_h} + \frac{C}{3Re} \right] \dots\dots(2-25) \quad \text{zone de transition.}$$

II-3-5-2 Formules de Powell (1950):

L'American Powell a proposé la formule suivante très voisine de celles de Thijssen:

$$1) \quad C = 23 \log \frac{3.3Re}{C} \dots\dots (2-26) \quad \text{parois lisses.}$$

$$2) \quad C = 23 \log \frac{R_h}{\varepsilon} \dots\dots (2-27) \quad \text{rugueuses.}$$

$$3) \quad C = -23 \log \left[\frac{\varepsilon}{R_h} + \frac{C}{3.3R_e} \right] \dots\dots\dots(2-28) \quad \text{zone de transition.}$$

II-3-5-3 Formule de Crump (1956):

La formule de Grump est homologue a celle de Colebrook. En remplaçant le coefficient de Chézy par le coefficient de résistance λ et le rayon hydraulique moyen R_h par le nombre de Reynolds Re on obtient :

$$C = -\sqrt{32g} \log \left[0.0676 \frac{\varepsilon}{R_h} + \frac{0.222 \nu}{R_h \sqrt{gI Re}} \right] \dots\dots(2-29)$$

II-3-5-4 Formule de white- Colebrook:

Cette formule explicite le coefficient de Chézy :

$$C = 18 \log \frac{6R_h}{\varepsilon + \frac{\delta}{7}} \dots\dots (2-30)$$

ε : longueur caractérisant la rugosité des parois.

δ : Épaisseur de la couche limite (**m**)

Pour des parois rugueuses $\delta \approx 0$ et pour des parois lisses $\varepsilon = 0$

Où: $\delta = \frac{12\nu}{\sqrt{gR_h I}}$ est l'épaisseur de la couche limite.

ν : Viscosité cinétique du liquide.

L'utilisation de ces formules rencontre bien des oppositions de la part de nombreux hydrauliciens qui leur préfèrent les formules de Bazin, Manning, Strickler, etc. Ils estiment en effet que l'emploi de ces formules « universelles » ne présentent pas d'avantages puisqu'en somme les coefficients de (Bazin); n (Manning) ou K (Strickler) des formules anciennes sont remplacés ici par ε dont le choix et la détermination ne sont plus commodes.

Il faut cependant faire remarquer que ces nouvelles formules présentent une structure plus conforme aux lois de la mécanique que les formules empiriques souvent établies d'après les résultats d'expériences faites dans un domaine assez limité et employées par la suite dans tous les cas possibles avec des extrapolations que ceux qui les utilisent ne soupçonnent même pas.

II- 4 - l'écoulement critique:

✚ Sur figure (05) on présente un exemple de diagramme d'énergie spécifique.

L'écoulement critique apparaît lorsque l'énergie de l'écoulement est minimale. L'énergie spécifique E est définie comme la somme de la hauteur d'écoulement et de la hauteur de l'énergie cinétique, dans une section "S" soit:

$$E = h \cos \theta + \alpha \frac{V^2}{2g} \dots\dots (2-31)$$

Si l'on considère que la pente I est faible donc: $\cos \theta = 1$ de plus $\alpha = 1$, on obtient:

$$E = h + \frac{V^2}{2g} \dots\dots(2-32)$$

Elle peut se mettre sous forme d'une fonction: $f(E, Q, h) = 0$

$$E = h + \frac{V^2}{2g} = h + \frac{Q^2}{2gS^2} \dots\dots(2-33)$$

En observant la figure **(05)**, on constate que l'énergie spécifique est minimale lorsque la hauteur d'écoulement est égale à h_c la hauteur critique. Cette valeur peut être obtenue par annulation de la dérivée de l'énergie spécifique par rapport à h .

$$\frac{dE}{dh} = 1 - \frac{Q^2}{gS^3} \frac{dS}{dh} = 0 \dots\dots(2-34)$$

Sachant que:

$$dS = B(h) dh \dots\dots (2-35)$$

L'équation devient:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{S^3}{B}, \text{ ou encore } \frac{V^2}{2g} = \frac{S}{2B} \dots\dots(2-36)$$

En définissant la profondeur hydraulique D comme le rapport de l'aire de la section sur la largeur au miroir $D = \frac{S}{B}$, on obtient:

$$\frac{V}{\sqrt{gD}} = 1 = F_r \dots\dots(2-37)$$

Ce qui signifie bien, qu'en régime critique le nombre de Froude est égal à 1.

Au-delà de cette valeur, l'écoulement est en régime torrentiel et en dessous, il est en régime fluvial.

II-4-1 Hauteur critique:

Pour un débit, il existe, indépendamment de la pente du canal, une hauteur h_c que l'on peut calculer à partir de l'équation. La difficulté de calcul dépend de l'expression de S .

Pour un canal à section rectangulaire:

$$S = b \cdot hc \text{ et } B = b$$

$$\text{D'où: } \frac{Q^2}{g} = \frac{b^3 h_c^3}{b} \text{ donc } h_c = \left(\frac{Q^2}{g b^2} \right)^{1/3} \dots\dots (2-38)$$

Dans le cas général, il faut résoudre l'équation pour h_c par une méthode itérative de type Newton-Raphson.

II-4-2 Pente critique:

Une fois la profondeur critique déterminée, on peut aussi calculer la pente d'écoulement pour laquelle un débit donné coulera à la hauteur critique, avec h_c on calcule S_c et R_{hc} et l'on tire de l'équation de Manning la pente correspondante:

$$I_c = \frac{n^2 Q^2}{\alpha^2 S_c^2 R_{hc}^{4/3}} \dots\dots (2-39)$$

II-5 calcul de la hauteur normale:

Pour un débit donné et une pente de canal fixée, l'écoulement s'effectue avec une certaine hauteur d'eau, appelée hauteur normale h_n .

En comparant cette hauteur d'eau avec la hauteur critique, qui n'est pas fonction de la pente du canal, on est en mesure de déterminer si l'écoulement est fluvial, critique ou torrentiel. Cette information sera très utile lorsque l'on voudra évaluer les écoulements variés.

-le principe de base du calcul de la hauteur normale consiste à résoudre une équation d'écoulement en termes de débit (Chézy, Manning ou autre). De telle sorte que seule la profondeur soit inconnue.

Dans la suite de cette section, nous nous limiterons à l'équation de Manning.

L'équation de l'écoulement n'étant pas linéaire ni quadratique il n'est pratiquement pas possible de trouver une solution analytique. On a alors recours aux méthodes itératives.

Plusieurs ouvrages hydrauliques proposent une méthode par essais et erreurs, bien que cette méthode soit utilisable pour faire une évaluation rapide, il est difficile de l'introduire dans un calcul systématique, surtout si l'on fait effectuer les calculs par ordinateur.

Nous proposons deux méthodes soit: la méthode de Newton -raphson qui recèle les fondements théoriques du processus itératif et le logiciel du Solveur d'Excel qui est utile en pratique et qui est basé sur la méthode précédente.

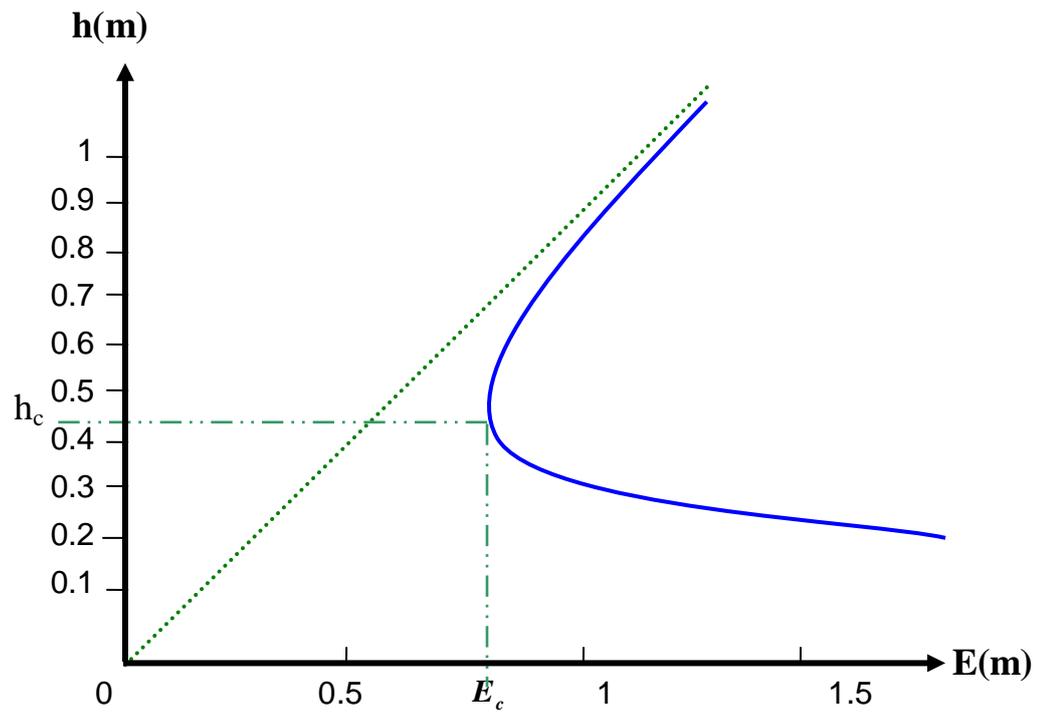


Fig. 5. Diagramme d'énergie spécifique

II-6 Conclusion

L'écoulement dans un canal est uniforme si :

- La pente du fond du canal, la pente de la surface libre et la ligne de charge, sont parallèles.
- Les paramètres hydrauliques du canal tel que la profondeur, la section mouillée et la vitesse moyenne restent constants d'une section à l'autre.

✚ la formule de Chézy est la formule de base du régime uniforme, elle permet de déterminer les différents paramètres du canal.

✚ Le coefficient de Chézy, lié aux forces de frottement, peut être calculé avec plusieurs formules Manning, Powell, Pavlovsky, Bazin, Ganguillet-Kutter).

✚ La formule de Manning est la plus couramment utilisée grâce aux résultats satisfaisants et grâce aux tables complètes donnant les valeurs de ***n***.

✚ Si on connaît tous les paramètres, le calcul du débit et de la perte de charge avec la formule de Chézy est simple.

✚ Le calcul de la profondeur normale est important ; il se fait d'une façon itérative.

✚ la perte de charge sera exprimée par la formule de Darcy–weisbach en fonction du diamètre hydraulique et du coefficient de frottement traduisant la résistance à l'écoulement.

✚ Le coefficient de frottement λ peut être calculé par la formule de Colebrooke-White pour toute nature du régime d'écoulement. Il peut corrélérer au coefficient de Chézy par la relation:

$$C = \sqrt{\frac{8g}{\lambda}}$$

✚ Le régime uniforme est toujours considéré comme régime de référence. (même pour les autres régimes).

CHAPITRE III

LES ECOULEMENTS PERMANENTS NON UNIFORMES

III-1-Définitions-Equations de base :

L'écoulement est non uniforme si les paramètres du canal tels que la vitesse, la hauteur, la rugosité, la section transversale changent d'une section à l'autre. Les changements peuvent être graduels ou lents (écoulement graduellement varié) ou rapides (brusquement varié).

Il est à noter que si le canal est uniforme (axe rectiligne, pente et section transversale constantes, rugosité homogène) la non uniformité de l'écoulement se produit au voisinage d'une singularité (déversoir, chute d'eau...).

On utilise le théorème de Bernoulli qui est le théorème de base de la mécanique des fluides pour l'étude des écoulements graduellement variés.

Ce théorème repose sur le principe de la conservation de l'énergie, qui nous permet de comprendre les principes de base de l'écoulement graduellement varié.

On peut classer l'écoulement non uniforme en deux grandes catégories, suivant que la vitesse croît ou décroît dans le sens de l'écoulement (accélééré, décélééré).

III-1-1-Ecoulement brusquement varié:

C'est un écoulement permanent c.à.d que la variation du débit par rapport au temps est négligeable (Q constant) et les changements de section de l'écoulement, causés par des changements brusques ou bien rapides des paramètres hydrauliques, se produisent généralement dans une zone très courte (ressaut, chute).

III-1-2-Ecoulement graduellement varié:

L'écoulement graduellement varié reste un écoulement permanent c.à.d. que le débit reste constant dans le temps par contre les changements de section de l'écoulement généralement causés par des changements de pente, rendent l'écoulement non uniforme. Les transitions seront considérées comme s'opérant sur des distances relativement longues, d'où le terme de graduel.

III-2-Principe de base:[4]

Considérons une section courte d'un canal pour lequel la surface libre n'est plus parallèle au fond:

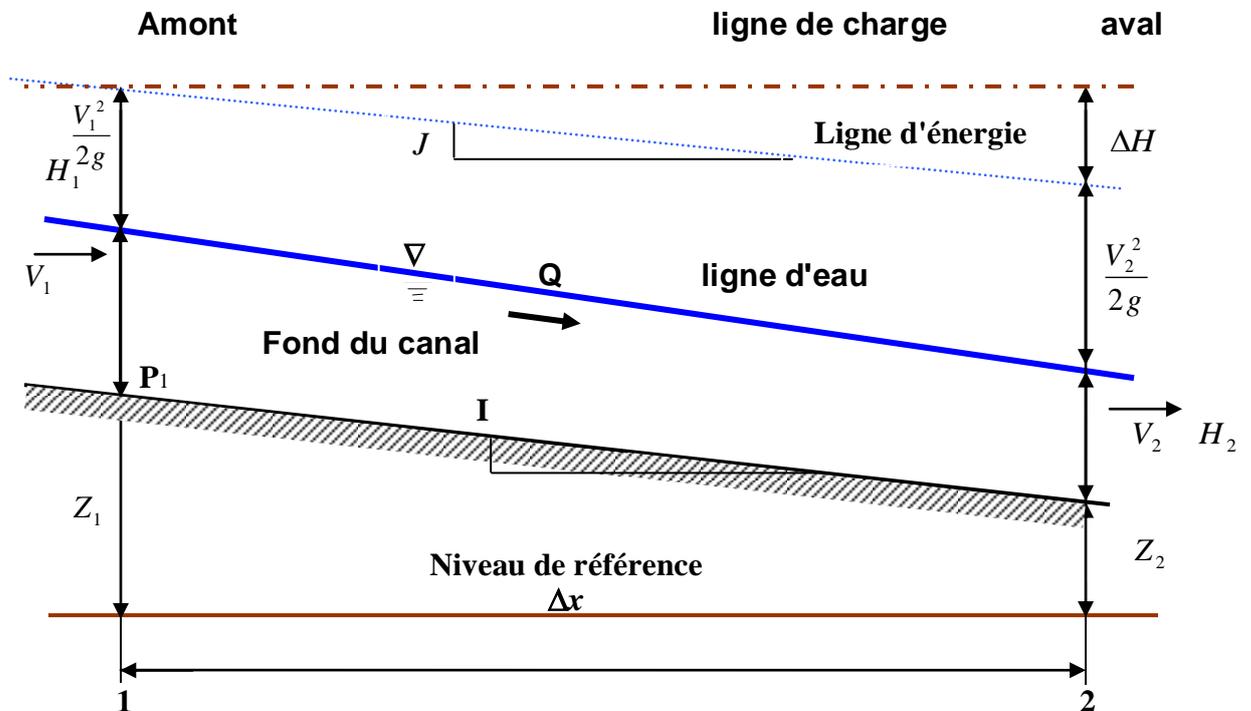


Fig.6. Diagramme d'énergie pour un écoulement non-uniforme.

On écrit l'équation de Bernoulli entre les sections 1 et 2:(fig.6)

$$Z_1 + \frac{P_1}{\varpi} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\varpi} + \frac{V_2^2}{2g} + \Delta H \quad (3-1)$$

On considère que la pression varie de façon hydrostatique du fond jusqu'à la surface libre, on a:

$$H = \frac{P}{\varpi}$$

On écrit donc:

$$H_1 + Z_1 + \frac{V_1^2}{2g} = H_2 + Z_2 + \frac{V_2^2}{2g} + \Delta H \quad (3-2)$$

En introduisant la notion d'énergie spécifique

$$E = h + \frac{V^2}{2g} \quad (3-3)$$

On obtient encore:

$$Z_1 + E_1 = Z_2 + E_2 + \Delta H \quad (3-4)$$

On divise par Δx puis on passe à la limite, sachant que

$$\Delta H = H_1 - H_2$$

$$\frac{Z_2 - Z_1}{\Delta x} + \frac{E_2 - E_1}{\Delta x} = -\frac{\Delta H}{\Delta x} \Rightarrow \frac{\partial Z}{\partial x} + \frac{dE}{dx} = +\frac{dH}{dx} \Rightarrow \frac{dE}{dx} = -\frac{dZ}{dx} + \frac{dH}{dx} \quad (3-5)$$

En posant la pente de la ligne d'énergie $J = -\frac{dH}{dx}$, c'est-à-dire la perte de charge par unité de surface et la pente du fond $I = -\frac{dz}{dx}$ il vient:

$$\frac{dE}{dx} = I - J \quad (3-6)$$

Sachant que E est une fonction de H et que H est une fonction de x, donc

$$\frac{dE}{dx} = \frac{\partial E}{\partial H} \times \frac{dH}{dx} \quad (3-7)$$

Et en exprimant l'énergie spécifique en termes de débit on peut écrire

$$\frac{dE}{dx} = \left(1 - \frac{Q^2 B}{gS^3}\right) \frac{dH}{dx} \quad (3-8)$$

D'où l'on tire:

$$\frac{dH}{dx} = \frac{I - J}{\left(1 - \frac{Q^2 B}{gS^3}\right)} \quad (3-9)$$

$$\frac{dH}{dx} = \frac{I - J}{\left(1 - \frac{BV^2}{gS}\right)} = \left(\frac{I - J}{1 - F_r^2}\right) \quad (3-10)$$

J sera calculé avec une équation d'écoulement uniforme. En utilisant l'équation de Manning on aura:

$$J = \frac{Q^2}{C^2 S^2 R_h} \quad (3-11)$$

La résolution de l'équation
$$\frac{dH}{dx} = \frac{I - J}{1 - \frac{Q^2 B}{g S^3}} \quad (3-9)$$

Est la base du calcul de la position de la surface libre pour les écoulements graduellement variés.

C'est ce que l'on appelle le calcul des courbes de remous.

Remarquons ici que le numérateur de l'expression

$$\frac{dH}{dx} = \frac{I - J}{\left(1 - \frac{Q^2 B}{g S^3}\right)} \quad (3-9)$$

S'annule pour $\frac{Q^2}{g} = \frac{S^3}{B}$; ce qui correspond à l'énergie spécifique minimale et à la hauteur d'écoulement critique.

Pour la pente énergétique, on peut utiliser la relation de WEISBACH-DARCY:

La pente énergétique $J = \lambda \frac{1}{4Rh} \frac{V^2}{2g}$ (3-12) (Weisbach-Darcy)

Celle de type Chézy:

$$J = \frac{8g}{C^2} \times \frac{1}{4Rh} \times \frac{V^2}{2g} \quad (3-13)$$

$$\Rightarrow J = \frac{V^2}{C^2 Rh} = \frac{\left(\frac{Q}{S}\right)^2}{C^2 Rh}$$

$$\Rightarrow J = \frac{Q^2}{C^2 S^2 Rh} \quad (3-14)$$

Ce qui donne:

$$\frac{dH}{dx} = \frac{I - \frac{Q^2}{C^2 S^2 R h}}{\left(1 - \frac{Q^2 B}{g S^3}\right)} = I \frac{1 - \frac{\left(\frac{Q}{S}\right)^2}{C^2 R h I}}{1 - \frac{\left(\frac{Q}{S}\right)^2}{\frac{g S}{B}}} \quad (3-15) \quad \text{Équation de}$$

l'écoulement graduellement varié.

Cette équation est une équation différentielle du premier ordre. Elle nous permet de déterminer la profondeur d'eau, $h(\mathbf{x})$ en fonction de la distance (\mathbf{x}) pour un débit Q donné.

A noter que cette équation est l'équation simplifiée de Barré de Saint Venant, elle est valable pour les canaux prismatiques et non prismatiques.

Le problème qui se pose dans l'étude des écoulements graduellement variés est la détermination de la position \mathbf{x} et la forme $h(\mathbf{x})$, de la surface libre, pour un débit Q et une forme géométrique donnée (section S).

Pour un canal donné les arguments C , S et R_h sont des fonctions de \mathbf{x} et de h ; tandis que I est une fonction de \mathbf{x} .

III-3-Conclusion:

Dans ce chapitre on a montré que lorsque $I=J$ $\frac{dh}{dx} = 0$, ceci implique que la profondeur h est constante, le long du courant d'eau le régime est uniforme, donc le tirant d'eau réel est forcément le tirant d'eau normal.

L'écoulement est dit non uniforme, si les sections mouillées varient le long du courant, soit en valeur, soit en forme.

Les vitesses moyennes et le caractère de répartition des vitesses locales varient respectivement. Si les variations sont assez lentes et progressifs les écoulements de l'eau sont graduellement variés.

Dans les lits non prismatiques, nous avons toujours un écoulement non uniforme, alors que la variation de la section liquide du courant en longueur n'est due qu'à la variation de la longueur b du lit à h constant, ou à la variation des deux (la longueur et la hauteur de remplissage).

Dans les lits prismatiques l'écoulement non uniforme est dû à la variation de la profondeur h le long du lit.

Dans les canaux prismatiques l'écoulement non uniforme n'apparaît qu'au moment où l'écoulement uniforme se trouve perturbé par quelques facteurs extérieurs tel que les obstacles naturels, les ouvrages hydrotechniques, une brusque variation de la rugosité du canal, un brusque changement de pente du fond du canal ou de la section géométrique (élargissement, rétrécissement, progressif ou brutal).

Le but principal du calcul hydraulique en cas d'un écoulement non uniforme est de trouver la relation entre les profondeurs du courant dans les différentes sections et les distances entre ces sections et une origine conventionnelle quelconque. Autrement dit on doit établir la liaison entre les grandeurs h et x .

Il est possible, moyennant certaines, hypothèses, de connaître exactement l'évolution de la perte de charge entre deux sections S_1 et S_2 nous avons donc:

$$J_{1-2} = H_2 - H_1$$

CHAPITRE IV

Courbes de remous

Définition et paramètres de classification

IV-1-Introduction:

Le mouvement graduellement varié est caractérisé par une variation progressive des divers paramètres hydrauliques le long du courant.

Les courbes représentant la ligne d'eau d'un tel mouvement sont généralement appelées courbes de remous. Le remous en un point est la différence $(h-h_n)$ entre la profondeur du courant et la profondeur normale du régime uniforme pour le débit considéré.

- Les courbes de remous sont parfois appelés «axe hydraulique» ou ligne d'eau.
- Les courbes de remous peuvent se classer selon la pente du canal.
- Les pentes du fond du canal inférieures à la pente critique, $I < J$, seront considérées comme faibles. Cela formera le groupe **M** (mild slope en anglais).

Les pentes supérieures à la pente critique, $I > J$, formeront le groupe **S** (steep slope en anglais), on notera par **C** le groupe des courbes pour les canaux à pente critique, $I = J$, puis par **H** les courbes pour des canaux horizontaux, $I = 0$, et enfin le groupe **A** (adverse slope en anglais) pour les canaux en contre pente.

IV-2- Energie spécifique: [4]

L'énergie spécifique E ou «charge spécifique» dans une section transversale mouillée est la valeur moyenne de l'énergie des molécules du liquide de cette section par unité de poids du liquide, cette énergie étant rapportée à l'axe horizontal passant par le point le plus bas de la section.

*la charge moyenne de la section par rapport à un plan de référence donnée (choisie), est la différence entre la ligne de charge et le fond du canal dans une section donnée.

IV-2-1 Courbe $h(Q)$ pour E constant:

De l'équation de l'énergie on peut tirer le

$$\text{débit: } Q^2 = 2g S^2 (E - h)$$

- le débit est nul si:
- $h=0$
- $h=E$

Le débit atteint sa valeur maximale avec la profondeur critique

$$h_c \text{ ou } \frac{Q^2 B}{g S^3} = 1$$

On remarque que dans une section donnée pour un débit Q et une énergie E , deux cas sont possibles correspondant à deux profondeurs (h_a et h_b).

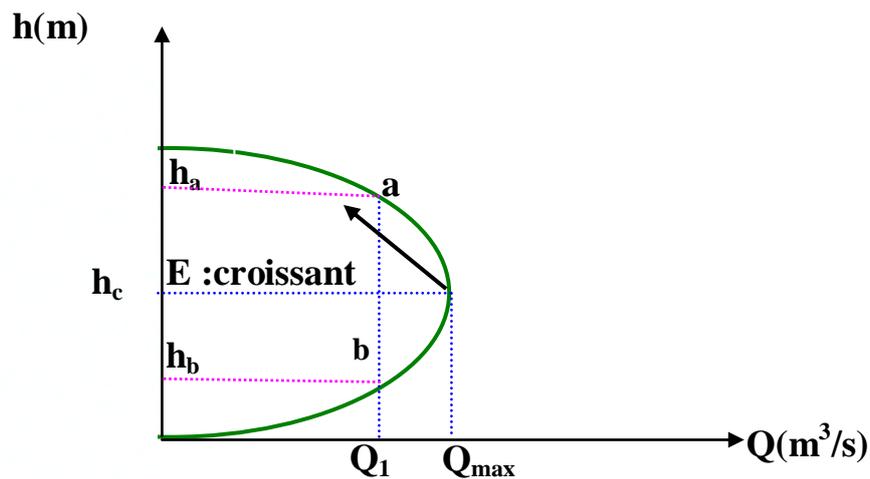


Fig. 7 Courbe $h(Q)$ pour E constante.

IV-2-2-Courbe E (h) à Q constant:

L'expression:
$$E = h + \frac{Q^2}{2g S^2}$$

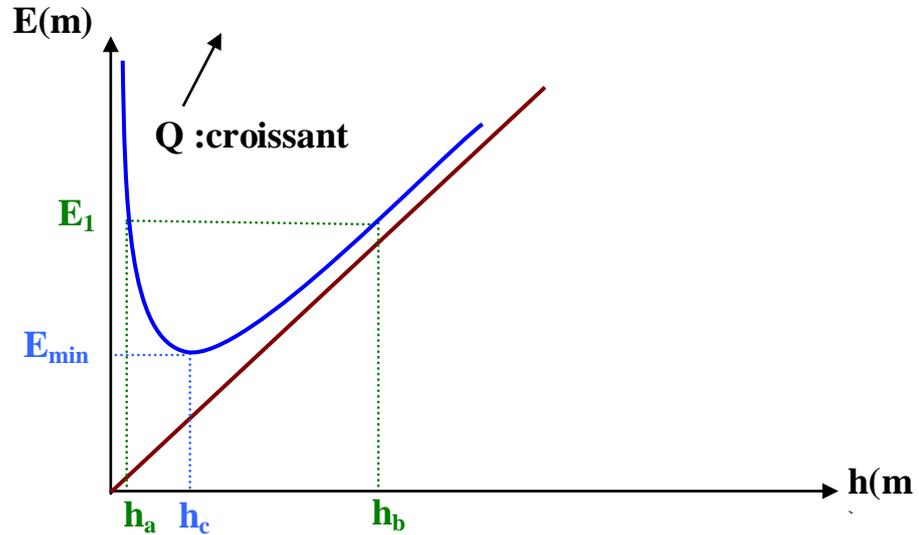


Fig. 8 Courbe E (h) pour Q constant.

Nous avons donc deux situations possibles correspondant à deux profondeurs possibles.

Avant de procéder à la détermination de l'équation du mouvement graduellement varié, on va étudier d'abord le signe de la dérivée $\frac{\partial E}{\partial x}$ de l'énergie

spécifique E par rapport à la distance x ,

IV-3-Signe de $\frac{\partial E}{\partial x}$ le long d'un écoulement en canal uniforme et en régime permanent graduellement varié:

On considère deux sections **A.A** et **B.B** séparées par une distance ΔX Suffisamment petite pour qu'on puisse considérer **I** et **J** comme constantes entre **A.A** et **B.B**.

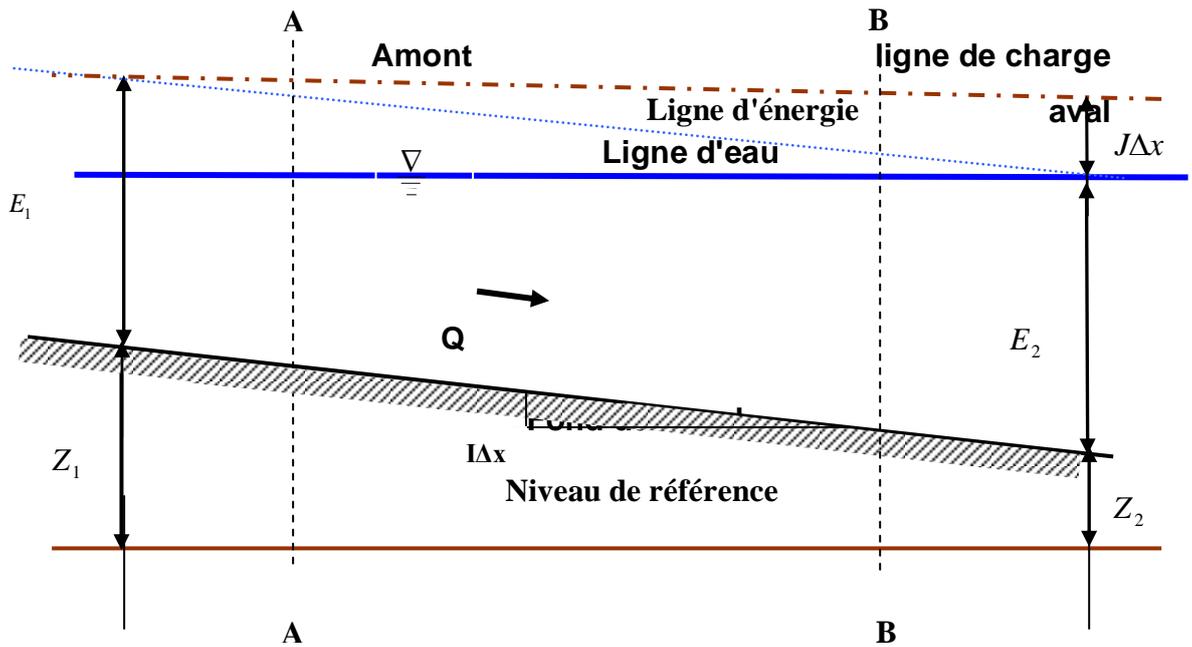


Fig. 9. Schéma représentant l'énergie pour un écoulement non –uniforme.

L'équation de Bernoulli appliquée entre **A-A** et **B-B** permet d'écrire:

$$E_1 + Z_1 = E_2 + Z_2 + J \Delta x$$

Z_1 et Z_2 étant les cotes du fond respectivement en **A-A** et **B-B**

Posons:

$$E_2 - E_1 = \Delta E$$

$$Z_1 - Z_2 = I \Delta x$$

Il vient:

$$\Delta E = (I - J) \Delta x$$

Et à la limite:

$$\frac{dE}{dX} = (I - J)$$

$J\Delta x$: est la perte de charge ou hauteur représentative de l'énergie perdue par suite de la viscosité.

$I\Delta x$: est la hauteur représentative du travail fourni par la pesanteur.

On constate que la variation de l'énergie spécifique est égale à la différence entre le travail fourni par la pesanteur et la dissipation d'énergie dans le liquide.

On a déjà vu que:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Si } h > h_n, \text{ on a } I > J \text{ écoulement fluvial} \\ \text{Si } h < h_n, \text{ on a } I < J \text{ écoulement torrentiel} \\ \text{Si } h = h_n, \text{ on a } I = J \text{ écoulement critique} \end{array} \right\}$$

En rapprochant ces expressions avec l'expression

$$\frac{dE}{dX} = (I - J)$$

On peut dresser le tableau suivant: **Tableau n°02 [Carlier]**

Nature du mouvement	$I > 0$ (canal descendant)	$I = 0$ (canal horizontal)	$I < 0$ (canal ascendant)
Uniforme $h = h_n$ $I = J$	$\frac{dE}{dX} = 0$; $E_2 = E_1$ Les pertes de charge sont exactement compensées par la pesanteur	$I = J = 0$ Comme J est nécessairement positif ce mouvement est impossible $h_n = \infty$	$J < 0$ Mouvement impossible J nécessairement positif
Graduellement varie	$h > h_n$; $J < I$ $\frac{dE}{dX} > 0$; $E_2 > E_1$	$h > h_n$; $I > J$ donc $J < 0$ Mouvement impossible, J nécessairement positif	$h > h_n$; $I > J$ donc $J < 0$ Mouvement impossible, J nécessairement positif
	$h < h_n$; $J > I$ $\frac{dE}{dX} < 0$; $E_2 < E_1$ Pertes de charge Non compensées par la pesanteur.	$h < h_n$; $J > I$ $\frac{dE}{dX} < 0$; $E_2 < E_1$ Pas de travail de Pesanteur les pertes de charge Uniquement dues A la viscosité.	$h < h_n$; $J > I$ $\frac{dE}{dX} < 0$; $E_2 < E_1$ Perte d'énergie Due à la viscosité Et aussi à la pesanteur dont Le travail est cette fois négatif (résistant)

IV-4-Equations différentielles du mouvement graduellement varié:

D'après la relation:

$$\frac{dE}{dX} = (I - J)$$

Et sachant que l'énergie spécifique E est une fonction de x, on peut écrire:

$$\frac{dE}{dx} = \frac{\partial E}{\partial h} \cdot \frac{dh}{dx} = \frac{\partial}{\partial h} \left(h + \frac{Q^2}{2gS^2} \right) \frac{dh}{dx}$$

Dans un canal prismatique

$$\frac{dE}{dx} = \left(1 - \frac{Q^2}{gS^3} \cdot \frac{\partial S}{\partial h} \right) \cdot \frac{dh}{dx}$$

On pose:

$$\frac{dE}{dx} = \left(1 - \frac{Q^2 B}{g S^3} \right) \frac{dh}{dx} = (I - J)$$

On obtient:

$$\frac{dh}{dx} = \frac{I - J}{1 - \frac{Q^2 B}{g S^3}}$$

Dans cette expression, **I** et **Q** sont constants et **S**, **B** et **J** sont fonction de **h**.

On considère que la perte de charge à la même valeur qu'en régime uniforme pour la même profondeur d'eau et le même débit, donc selon la formule de Chézy on écrit :

$$J = \frac{Q^2}{C^2 R_h S^2}$$

L'équation: $\frac{dh}{dx} = \frac{I - J}{1 - \frac{Q^2 B}{g S^3}}$ est donc l'équation différentielle $dx = f(h) dh$ de

la ligne d'eau en mouvement graduellement varie pour un écoulement en régime permanent à filets sensiblement parallèles se déplaçant en bloc en canal uniforme de faible pente.

IV-5-Classification des différentes lignes d'eau en mouvement graduellement varié :

IV-5-1-Analyse de l'équation différentielle du mouvement graduellement varie :

Cette étude se déduit de l'équation

$$\frac{dh}{dx} = \frac{I - J}{1 - \frac{Q^2 B}{g S^3}} \quad (3-9)$$

Le premier membre de cette équation, $\frac{dh}{dX}$, représente la pente de la ligne d'eau rapportée au fond du canal.

Le second membre peut prendre un certain nombre de valeurs caractéristiques :

✚ Le numérateur s'annule pour $I = J$ donc $\frac{dh}{dX} = 0$ c'est-à-dire qu'on est en régime uniforme.

Donc la profondeur normale est la solution de l'équation **(3-9)** ce qui revient à dire que la profondeur réelle est forcément la profondeur normale. Par contre en régime non uniforme, si la pente est négative, il ne peut exister de profondeur normale.

Enfin si la pente est positive, la profondeur d'eau réelle n'a aucune raison d'être égale à la profondeur normale.

✚ Le dénominateur s'annule pour $\frac{Q^2}{g} = \frac{S^3}{B}$, ce qui correspond à l'énergie spécifique minimale et à la profondeur d'écoulement critique.

Par conséquent on ne peut pas écrire l'équation différentielle de l'écoulement graduellement varié. On dit dans ce cas qu'au voisinage du niveau critique, l'écoulement n'est pas graduellement varié du fait de la forte courbure des filets liquides.

Dans ce cas la profondeur critique permet de distinguer les types d'écoulements suivants: [4]

- ❖ $\frac{\delta E}{\delta h} = 0$ pour $h = h_c$: régime critique.
- ❖ $\frac{\delta E}{\delta h} > 0$ pour $h > h_c$: régime fluvial.
- ❖ $\frac{\delta E}{\delta h} < 0$ pour $h < h_c$: régime torrentiel.

Avant de procéder à l'étude systématique de l'équation (3-9) ,il nous faut encore définir les conventions et symboles utilisés pour la représentation et le repérage de la ligne d'eau.

Le tableau ci-dessous présente les symboles utilisés, ainsi que les différents types de pente en fonction de h_n et h_c [4]

Tableau n°03:

Type de pente	I	h_n	h_c	h_n et h_c	Type de courbe
Canal à forte pente (steep slope)	$I > I_c$	Valeur finie	Valeur finie	$h_n < h_c$	S
Canal à faible pente (mild slope)	$0 < I < I_c$	Valeur finie	Valeur finie	$h_n > h_c$	M
Canal à pente critique	$I = I_c$	Valeur finie	Valeur finie	$h_n = h_c$	C
Canal horizontal	$I = 0$	Infinie	Valeur finie	-	H
Canal à contre pente	$I < 0$	Inexistant	Valeur finie	-	A

Chaque classe de courbe est représentée par une lettre majuscule dépendant de la pente.

A l'intérieur de chaque classe on représentera par un chiffre allant de **1** à **3** la région susceptible d'être occupée par la ligne d'eau.

En effet, les droites N_n (niveau normal) et N_c (niveau critique) séparent l'espace en trois régions numérotées de 1 à 3 en allant de la surface vers le fond.

La région 1 sera donc celle située au-dessus de N_n et N_c , la région 3 au-dessous et la région 2 entre N_n et N_c .

Finalement on peut dire que la classe de la ligne d'eau (M, S, C, H, A) dépend du caractère du cours d'eau et la région (1,2,3) dépend des grandeurs relatives de h , h_n et h_c , c'est-à-dire du régime.

L'étude de l'équation
$$\frac{dh}{dx} = \frac{I - J}{1 - \frac{Q^2 B}{g S^3}}$$
, nous permet de préciser les formes

générales des lignes d'eau (courbes de remous) et de les classer.

IV-5-2-1-Courbes de remous type M :

Ces courbes répondent aux inégalités suivantes : $I < I_c$ et $h_n > h_c$; ce qui correspond à un écoulement fluvial.

Trois cas peuvent se produire :

➤ **courbe M_1** : qui correspondent aux conditions suivantes :

$$h > h_n > h_c ; I > J ; F_r < 1 ; \quad \frac{dh}{dX} > 0$$

$$\text{Lorsque } h \rightarrow h_n, I \rightarrow J \text{ et } \frac{dh}{dX} \rightarrow 0$$

Ça signifie que la courbe M_1 se raccorde asymptotiquement en amont au niveau de la profondeur normale.

Lorsque $h \rightarrow \infty$ et $\frac{dh}{dx} \rightarrow I$, la ligne d'eau tend vers l'horizontale.

La courbe M_1 est une courbe de remous d'exhaussement (courbe concave et ascendante); elle correspond à un mouvement graduellement retardé.

En amont, cette courbe tend asymptotiquement vers le niveau de la profondeur normale. Elle peut donc dans cette région se propager en amont à une distance infiniment longue.

En aval, elle tend asymptotiquement vers l'horizontale.

Une telle situation se produit:

- En amont d'un barrage.
- Dans certains cas de variation brusque de la pente.

Le calcul de ce type de courbes se fait de l'aval vers l'amont.

du point de vue pratique c'est la courbe M_1 qui offre le plus d'intérêt.

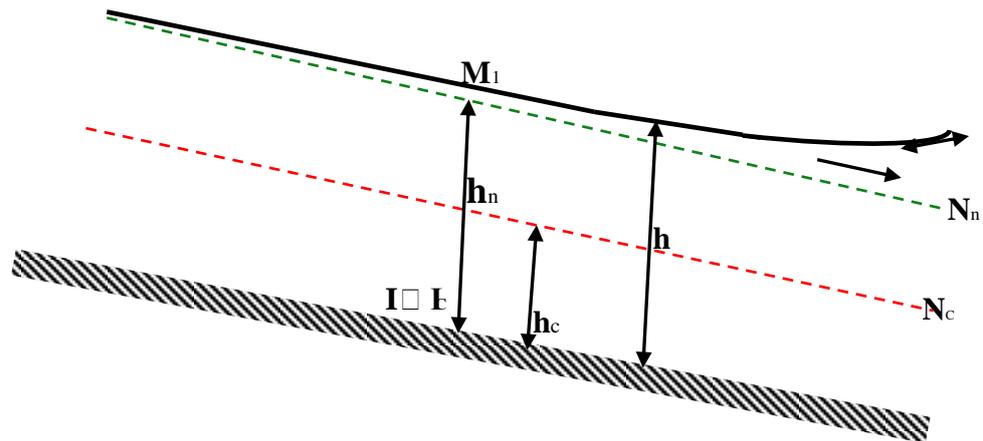


Fig.10. Branche M_1 (remous d'exhaussement)

➤ **courbe M_2** : qui correspondent aux conditions suivantes :

$$h_c < h < h_n ; I < J ; F_r < 1 ; \quad \frac{dh}{dX} > 0$$

Lorsque $h \rightarrow h_n$, $I \rightarrow J$ et $\frac{dh}{dx} \rightarrow 0$ Ce qui signifie que la courbe M_2 tend asymptotiquement à l'amont vers le niveau de la profondeur normale.

Lorsque $h \rightarrow h_c$ et $\frac{dh}{dx} \rightarrow -\infty$, ce la signifie que la ligne d'eau franchit perpendiculairement la profondeur critique.

La courbe M_2 : est une courbe de remous d'abaissement (courbe convexe descendante) qui correspond à un mouvement graduellement accéléré.

En amont, cette courbe se raccorde asymptotiquement au niveau de la profondeur normale et décroît en aval pour tendre perpendiculairement vers la profondeur critique. Dans ce cas les vitesses ne sont plus parallèles au fond du canal et leurs composantes transversales ne sont plus négligeables.

La courbe M_2 se rencontre :

- En amont d'une augmentation de pente.
- En amont d'une chute brusque.
- En amont d'un élargissement.

Le calcul de M_2 se fait de l'aval vers l'amont, elle représente le passage d'un écoulement permanent uniforme à travers une section critique.

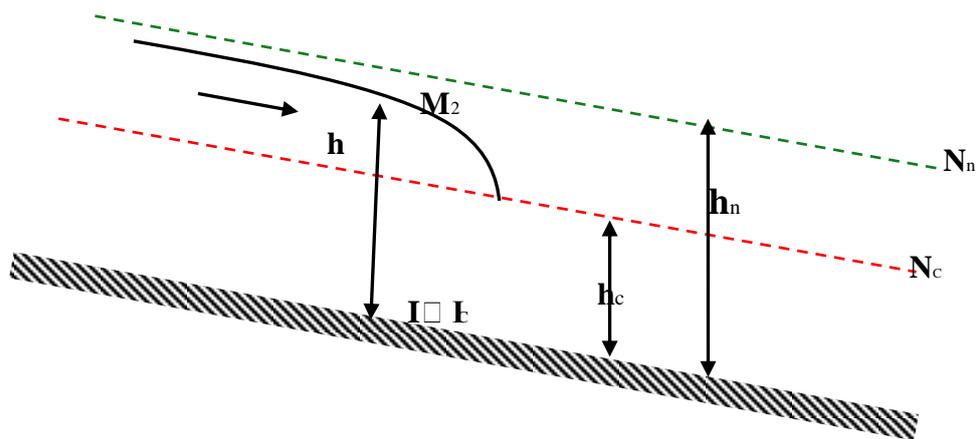


Figure. 11. Branche M_2 (remous d'abaissement)

➤ **courbe M_3** : correspondant aux conditions suivantes :

$$h < h_c < h_n ; I < J ; F_r > 1 ; \frac{dh}{dx} > 0$$

Lorsque $h \rightarrow h_c$, $\frac{dh}{dx} \rightarrow +\infty$ ce la signifie que la ligne d'eau franchit

perpendiculairement la profondeur critique.

Lorsque $h \rightarrow 0$ le dénominateur de l'équation de la ligne d'eau tend vers $-\infty$ et le numérateur tend aussi vers $-\infty$ car :

$$J = \frac{Q^2}{C^2 R_h^2 S^2} \rightarrow +\infty$$

Donc on peut écrire :

$$\frac{dh}{dx} = \frac{J}{\frac{Q^2 B}{g S^3}} = \frac{\frac{Q^2}{C^2 R_h^2 S^2}}{\frac{Q^2 B}{g S^3}} = \frac{g S}{C^2 R_h B} = \frac{g P}{C^2 B} > 0$$

Ce qui signifie que la ligne d'eau coupe le fond du canal suivant un angle fini.

Lorsque $h \rightarrow -\infty$, $\frac{dh}{dx} \rightarrow I$ ce la implique que très loin en amont la courbe M_3

tend asymptotiquement vers l'horizontale.

La courbe M_3 : est une courbe de remous d'exhaussement (courbe concave ascendante) qui correspond à un mouvement graduellement retardé ; elle conduit au ressaut proche de la profondeur critique permettant de passer du régime torrentiel au régime fluvial.

La courbe M_3 se rencontre :

- A la sortie des vannes de fond d'une hauteur inférieure à la profondeur critique.
 - En aval des barrages déversoirs.
 - Dans certaines variations de pente.
 - Lors d'un écoulement à grande vitesse entrant dans un canal à pente faible.
- Le calcul de M_3 se fait de l'amont vers l'aval.

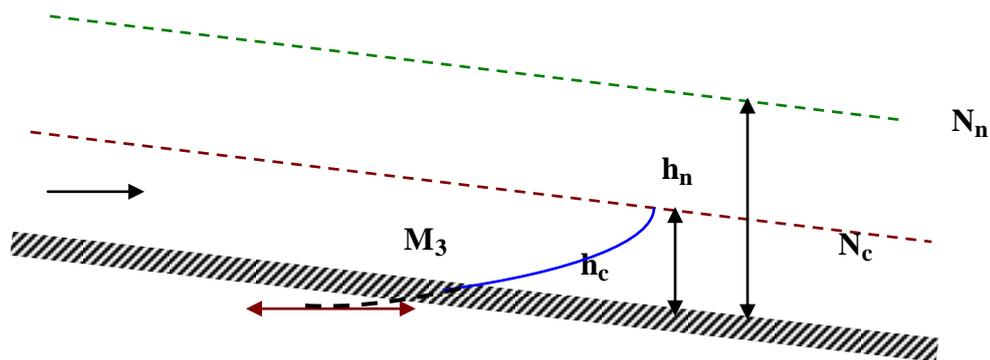


Fig.12. Branche M_3 (courbe de remous d'exhaussement).

On peut présenter les différents cas pouvant être envisagés pour un canal dont la pente

$I < I_c$ (courbe M) dans le tableau suivant :

Tableau n°04:

Valeur de h	$I - J = I - \frac{Q^2 B}{C^2 R_h S^2}$	$1 - \frac{Q^2 B}{g S^3}$	$\frac{dh}{dX}$	Courbe
$h = +\infty$	1	1	1	Horizontale
$h_n < h < +\infty$	>0	>0	>0	De type M_1
$h = h_n$	0	>0	0	Parallèle au fond
$h_c < h < h_n$	<0	>0	<0	De type M_2
$h = h_c$	<0	0	$\pm \infty$	Perpendiculaire au fond (théorique)
$0 < h < h_c$	<0	<0	>0	De type M_3
$h = 0$	$-\infty$	$-\infty$	$\frac{gP}{BC^2}$	Pente positive finie (théorique)
$h = -\infty$	1	1	1	Horizontale (théorique)

IV-5-2-2-Courbes de remous type S :

Ces courbes répondent aux inégalités suivantes : $I > I_c$ et $h_n < h_c$, Ce qui correspond à un écoulement torrentiel.

Trois cas peuvent se produire :

➤ **Branche S_1** : correspondant aux conditions suivantes :

$$h > h_c > h_n ; I > J ; F_r < 1 ; \quad \frac{dh}{dX} > 0$$

Les valeurs aux limites s'obtiennent comme suit :

Lorsque $h \rightarrow h_c$, $\frac{dh}{dx} \rightarrow \infty$ La ligne d'eau franchit le niveau critique quasi-verticalement

Lorsque $h \rightarrow \infty$, $\frac{dh}{dx} \rightarrow I$ ce qui signifie que la ligne d'eau tend

asymptotiquement vers l'horizontale lorsque la profondeur croît indéfiniment.

La branche S_1 est une courbe de remous d'exhaussement (courbe convexe ascendante) qui correspond à un mouvement graduellement retardé.

Cette courbe est assez rare pour un régime fluvial ($h > h_c$) sur un cours d'eau ayant le caractère d'un torrent ($I > I_c$). Elle est précédée d'un ressaut hydraulique.

En amont, la courbe S_1 prend naissance perpendiculairement au niveau critique, ordinairement après un ressaut.

En aval, elle tend asymptotiquement vers l'horizontale.

On rencontre ce type de courbe (S_1) :

- En amont d'un barrage.
- Dans certains changements de pente.

Le calcul de S_1 se fait de l'aval vers l'amont.

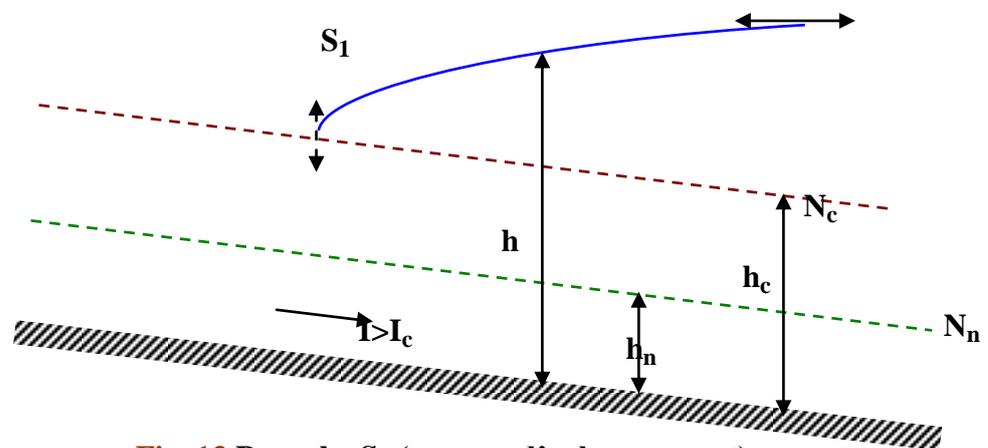


Fig. 13 Branche S_1 (remous d'exhaussement)

➤ **Branche S_2** : correspondant aux conditions suivantes :

$$h_n < h < h_c ; I > J ; F_r > 1 ; \quad \frac{dh}{dx} < 0$$

Les valeurs aux limites s'obtiennent comme suit :

Lorsque $h \rightarrow h_n$, $\frac{dh}{dx} \rightarrow -\infty$; ce qui signifie que la ligne d'eau franchit le niveau critique quasi verticalement.

Lorsque $h \rightarrow h_n$, $\frac{dh}{dx} \rightarrow 0$, la ligne d'eau tend asymptotiquement vers le niveau normal.

La branche S_2 est une courbe de remous d'abaissement (courbe concave descendante) qui correspond à un mouvement graduellement accéléré.

En amont, la courbe S_2 prend naissance perpendiculairement au niveau critique.

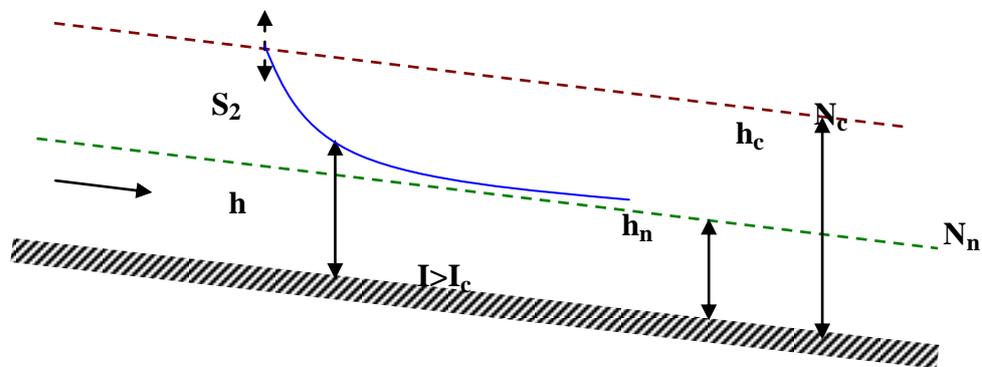
En aval, elle tend asymptotiquement vers le niveau de la profondeur normale.

Cette courbe est très courte du point de vue pratique, c'est-à-dire qu'elle tend très vite vers le régime uniforme. Ce qui revient à dire qu'elle correspond à un régime de transition entre la profondeur critique et un écoulement uniforme.

Elle se rencontre :

- Dans les transitions entre les chutes brusques et le régime uniforme.
- En aval d'une augmentation brusque de pente.
- Dans l'élargissement de la section.

Le calcul de S_2 se fait de l'amont vers l'aval.



. Branche S_2 (remous d'abaissement) Fig. 14

➤ **Branche S_3** : correspondant aux conditions suivantes :

$$h < h_n < h_c, I < I_c, F_r > 1, \frac{dh}{dx} > 0$$

Les valeurs aux limites s'obtiennent comme suit :

Lorsque $h \rightarrow h_n$, $\frac{dh}{dx} \rightarrow 0$; ce qui signifie que la ligne d'eau tend asymptotiquement vers la profondeur normale

Lorsque $h \rightarrow 0, \frac{dh}{dx} > 0$, c.à.d que, théoriquement, la ligne d'eau coupe le fond du canal sous un angle non nul.

Lorsque $h \rightarrow -\infty, \frac{dh}{dx} \rightarrow 1$; c.à .d que, théoriquement, la courbe possède alors une asymptote horizontale.

La branche **S₃** est une courbe de remous d'exhaussement (courbe convexe ascendante) qui correspond à un mouvement graduellement retardé.

En amont la courbe **S₃** tend asymptotiquement vers l'horizontale.

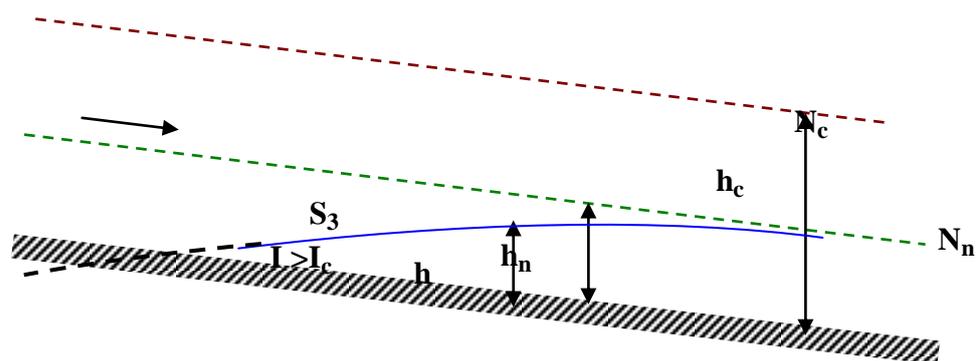
En aval, elle tend asymptotiquement vers le niveau la profondeur normale.

Elle correspond à un régime transitoire entre un écoulement à grande vitesse et un écoulement normal.

Elle se rencontre :

- En aval d'une vanne de fond dénoyée dont la hauteur de levée est inférieure à la hauteur normale.
- Lorsque la pente diminue brusquement tout en restant supérieure à la pente critique.

Le calcul de **S₃** se fait de l'amont vers l'aval.



Branche S₃ (remous d'exhaussement) Fig.15.

On peut présenter les différents cas pouvant être envisagés, pour un canal de pente $I > I_c$ (courbe **S**), dans le tableau suivant :

Tableau n°05:

Valeur de h	$I - J = I - \frac{Q^2 B}{C^2 R_h S^2}$	$1 - \frac{Q^2 B}{g S^3}$	$\frac{dh}{dX}$	Courbe
$h = +\infty$	1	1	1	Horizontale
$h_c < h < +\infty$	> 0	> 0	> 0	De type S₁
$h = h_c$	> 0	0	+/- ∞	Perpendiculaire au fond (théorique)
$h_n < h < h_c$	> 0	< 0	< 0	De type S₂
$h = h_n$	0	< 0	0	Parallèle au fond
$0 < h < h_n$	< 0	< 0	> 0	De type S₃
$h = 0$	-∞	-∞	$\frac{gP}{BC^2}$	Pente positive finie (théorique)
$h = -\infty$	1	1	1	Horizontale (théorique)

IV-5-2-3-Courbes de remous type C :

En régime critique, l'écoulement est instable par le fait des ondulations qui sont provoquées à la surface d'eau.

Les courbes **(C)** répondent aux égalités suivantes : $I = I_c$ et $h_n = h_c$; Ce qui correspond à un écoulement critique.

Elles représentent la limite commune des courbes M et S avec disparition de la branche 2 puisque $h_n = h_c$. Il reste donc seulement deux cas à étudier :

➤ **Branche C₁** : qui correspond aux conditions suivantes :

$$h > h_c = h_n ; I > J ; F_r < 1 ; \frac{dh}{dX} > 0$$

Pour un cours d'eau dont la largeur est très grande par rapport à sa profondeur, l'équation (3-6) peut s'écrire sous la forme suivante:

$$\frac{dh}{dX} = I \frac{h^3 - h_n^3}{h^3 - h_c^3} \dots\dots(\beta - 8)$$

D'après cette équation on constate que :

Si $h_n = h_c \Rightarrow \frac{dh}{dX} = 0$; Ce qui signifie que la ligne d'eau est horizontale.

Si $h = h_n$, $\frac{dh}{dX} = 0$; c'est-à-dire que la ligne d'eau est parallèle au fond du canal.

La branche C_1 est une courbe de remous d'exhaussement.

Elle représente le passage entre M_1 concave et S_1 convexe, elle est donc droite et horizontale.

On rencontre ce type de courbe (C_1) :

- Au raccordement d'un canal à pente critique à un bassin.
- A un changement de pente, séparant le passage de la pente critique à une pente moindre.

En pratique ce type de courbe est très rare.

$$\frac{dh}{dX} = 0 \quad \frac{dh}{dX} = I$$

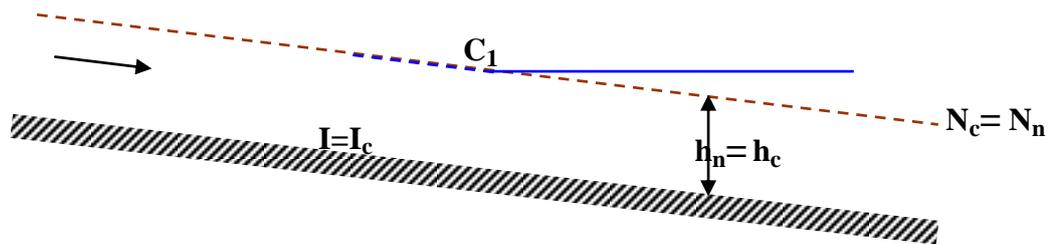


Figure .16. Branche C_1 (remous d'exhaussement)

➤ **Branche C_3** : correspondant aux conditions suivantes :

$$h < h_c = h_n ; I < J ; Fr > 1 ; \frac{dh}{dX} > 0$$

Pour un cours d'eau dont la largeur est très grande par rapport à sa profondeur, on a encore

$$\frac{dh}{dx} = I ; \text{ ce qui signifie que la ligne d'eau est horizontale.}$$

La branche C_3 est une courbe de remous d'exhaussement.

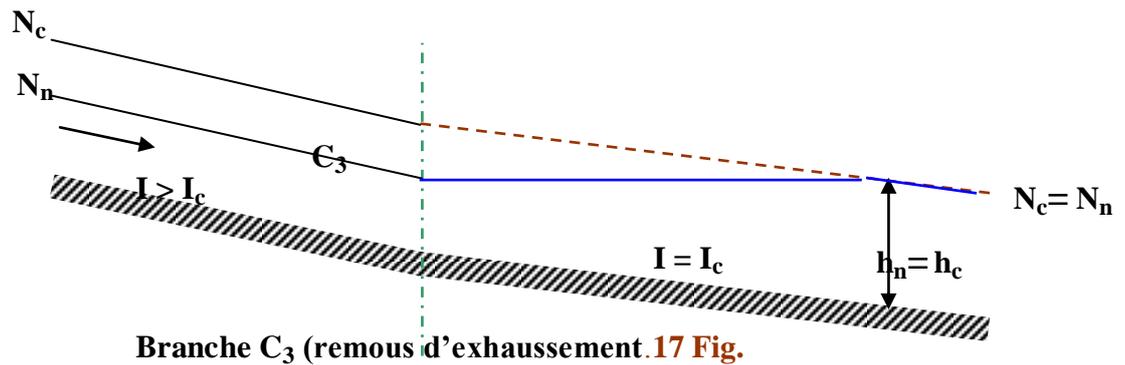
Elle représente le passage entre M_3 concave et S_3 convexe, elle est donc droite et horizontale.

On rencontre ce type de courbe (C_3) :

*Lors d'une réduction de pente aboutissant à la pente critique.

*Lors d'un écoulement à grande vitesse entrant dans un canal à pente critique.

En pratique ce type de courbes est aussi très rare.



IV-5-2-4-Courbes de remous type H :

Dans un canal horizontal, on ne peut pas établir le régime uniforme car lorsque $I = 0$, h_n tend vers l'infini. Cependant, on y définit la profondeur critique qui ne dépend que du débit et de la géométrie de la section. la courbe (**H**) comprend donc deux branches H_2 et H_3 qui sont les limites des branches M_2 et M_3 ; la branche H_1 n'existe plus.

Dans ce cas l'équation de la ligne d'eau peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\frac{dh}{dx} = -\frac{J}{1 - \frac{Q^2 B}{gS^3}}$$

➤ **Branche H_2** : correspondant aux conditions suivantes :

$$h > h_c ; I = 0 ; F_r < 1 ; \frac{dh}{dx} < 0$$

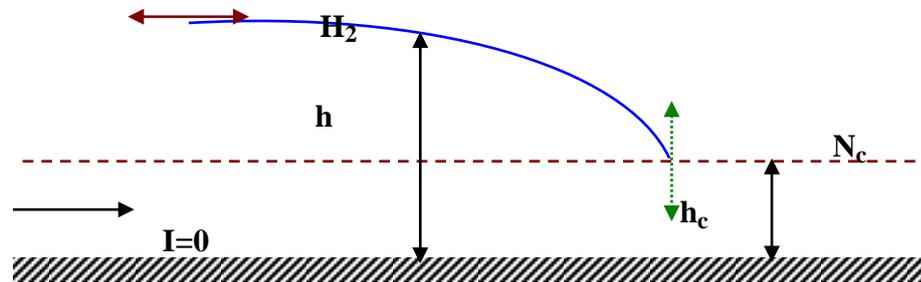
Lorsque $h \rightarrow \infty, J \rightarrow 0, S \rightarrow \infty$, le numérateur tend vers **0** et le dénominateur tend vers **1** donc $\frac{dh}{dx} \rightarrow 0$; ce qui indique qu'à l'infini amont, lorsque la profondeur augmente indéfiniment, la ligne d'eau tend asymptotiquement vers l'horizontale.

La branche **H_2** est une courbe de remous d'abaissement qui correspond à un régime graduellement accéléré.

Elle se rencontre par exemple :

- Dans une chute brusque.
- Dans un canal horizontal débouchant dans un exutoire dont la cote du

niveau est variable.



Courbe H_2 (remous d'abaissement) . . 18 Fig

➤ **Branche H_3** : correspondant aux conditions suivantes :

$$h < h_c ; I = 0 ; F_r > 1 ; \frac{dh}{dx} > 0$$

La branche H_3 est une courbe de remous d'exhaussement qui correspond à un régime graduellement retardé. Elle se rencontre sur un canal horizontal à l'aval d'une singularité obligeant la surface libre à s'abaisser en dessous du niveau critique, on la rencontre par exemple :

- A l'aval d'une vanne de fond dénoyée dont la hauteur de levée est inférieure à la hauteur critique.

- Lors d'un écoulement à grande vitesse entrant dans un canal horizontal.

Ce type de courbes est généralement suivi d'un ressaut hydraulique.

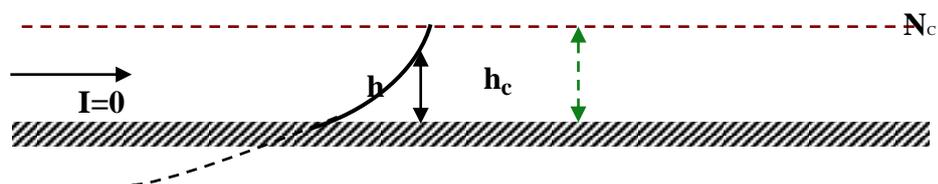


Fig.19. Branche H_3 (remous d'exhaussement)

On peut présenter les différents cas pouvant être envisagés pour un canal dont la pente $I=0$ (**courbe H**) dans le tableau suivant :

tableau n°06

Valeur de h	$I - J = I - \frac{Q^2 B}{C^2 R_h S^2}$	$1 - \frac{Q^2 B}{g S^3}$	$\frac{dh}{dX}$	Courbe
$h = +\infty$	0	1	0	Horizontale
$h_c < h < +\infty$	<0	>0	<0	De type H₂
$h = h_c$	<0	0	$\pm \infty$	Perpendiculaire au fond (théorique)
$0 < h < h_c$	<0	<0	>0	De type H₃
$h = 0$	$-\infty$	$-\infty$	$\frac{gP}{BC^2}$	Pente positive finie (théorique)
$h = -\infty$	0	1	0	Horizontale (théorique)

IV-5-2-5-Courbes de remous type A :

Ces courbes répondent à l'inégalité suivante : $I < 0$.

Dans ce cas la hauteur normale est inexistante, par contre la hauteur critique reste toujours définie par la relation :

$$\frac{Q^2 B}{g S^3} = 1$$

Donc la branche **A₁** disparaît et il reste seulement deux cas à étudier (branche **A₂** et **A₃**).

➤ **Branche A₂**: correspondant aux conditions suivantes :

$$h > h_c ; F_r < 1 ; \frac{dh}{dX} < 0$$

La branche **A₂** est une courbe de remous d'abaissement correspondant à un régime graduellement accéléré. Elle possède une asymptote horizontale à l'amont lorsque h augmente indéfiniment et elle coupe quasi verticalement le niveau critique à l'aval.

Ce type de courbes se rencontre dans un canal ascendant à l'amont d'une singularité obligeant la surface libre à s'abaisser jusqu'au voisinage du niveau critique, par exemple :

- A l'amont d'un déversoir.
- Dans un changement brusque de pente.

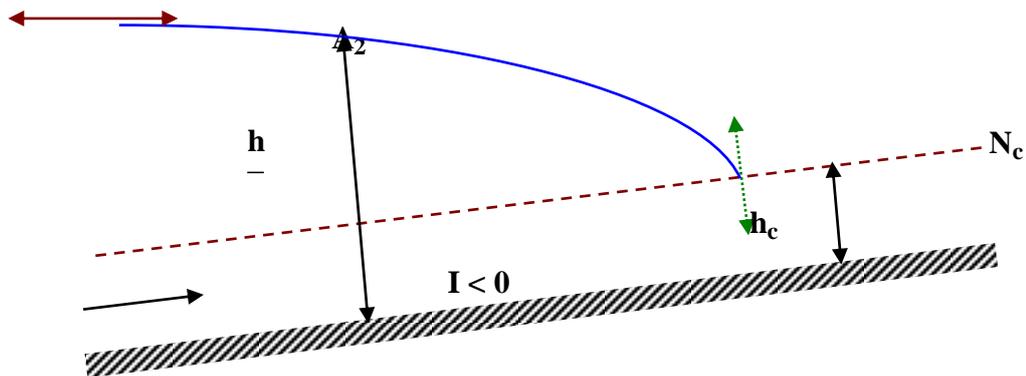


Fig. 20. Branche A₂ (remous d'abaissement)

➤ **Branche A₃** : qui correspondent aux conditions suivantes :

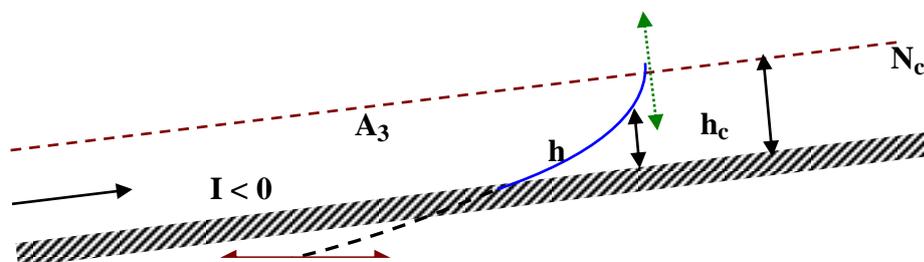
$$h < h_c ; F_r > 1 ; \frac{dh}{dX} > 0$$

La branche A₃ traduit un remous d'exhaussement et un régime graduellement retardé

Elle se rencontre dans un canal ascendant à l'aval d'une singularité obligeant la surface libre à s'abaisser au-dessous du niveau critique, par exemple :

- A l'aval d'un coursier réalisant un écoulement torrentiel.
- A l'aval d'une vanne dont l'ouverture est inférieure à la profondeur critique.

La branche A₃ est souvent suivie d'un ressaut permettant le franchissement du niveau critique.



ranche A₃ (remous d'exhaussement)

On peut présenter les différents cas pouvant être envisagés pour un canal dont la pente

$I < 0$ (courbe **A**) dans le tableau suivant :

Tableau n°07:

Valeur de h	$I - J = I - \frac{Q^2 B}{C^2 R_h S^2}$	$1 - \frac{Q^2 B}{g S^3}$	$\frac{dh}{dX}$	Courbe
$h = +\infty$	1	1	1	Horizontale
$h_c < h < +\infty$	<0	>0	<0	De type A₂
$h = h_c$	<0	0	+/- ∞	Perpendiculaire au fond (théorique)
$0 < h < h_c$	<0	<0	>0	De type A₃
$h = 0$	-∞	-∞	$\frac{gP}{BC^2}$	Pente positive finie (théorique)
$h = -\infty$	1	1	1	Horizontale (théorique)

IV-6-Evolution de l'énergie spécifique :

L'équation régissant l'évolution de l'énergie spécifique est : $\frac{dE}{dX} = I - J$

En se basant sur cette expression nous pouvons examiner les cas suivants :

IV-6-1-Cas d'un canal à faible pente :

Nous avons quatre possibilités :

✚ $h < h_c < h_n ; I < J ; \frac{dE}{dX} < 0$: donc la ligne d'énergie s'abaisse par rapport au

fond du canal.

Sur la courbe (**E**), **figure (22)**, le point figuratif de l'écoulement se déplace de **A** vers **C** ; ce qui indique que l'écoulement se dirige vers le régime critique par augmentation de la profondeur.

La courbe sera donc limitée vers l'aval.

✚ $h_c < h < h_n ; I < J ; \frac{dE}{dX} < 0$: la ligne d'énergie décroît par rapport au fond

du canal.

IV-6-2-Cas d'un canal à forte pente : (type S)

Nous avons quatre possibilités :

✚ $h < h_n < h_c ; I < J ; \frac{dE}{dX} < 0$: dans ce cas la ligne d'énergie décroît par rapport au fond du canal.

Sur la courbe (E), **figure (23)**, le point figuratif de l'écoulement se déplace de **A** vers **D** ; ce qui indique que l'écoulement se dirige vers le régime uniforme par augmentation de la profondeur en l'aval.

✚ $h = h_n ; I = J ; \frac{dE}{dX} = 0$: ce qui correspond à un régime uniforme. (point **D**)

✚ $h_n < h < h_c ; I > J ; \frac{dE}{dX} > 0$: la ligne d'énergie s'élève par rapport au fond.

Sur la courbe (E) le point figuratif de l'écoulement se déplace de **C** vers **D** et l'écoulement se dirige vers le régime uniforme par diminution de la profondeur vers l'aval.

✚ $h > h_c > h_n ; I > J ; \frac{dE}{dX} > 0$: la ligne d'énergie s'élève par rapport au fond.

La profondeur augmente vers l'aval pour s'éloigner du point **C**.

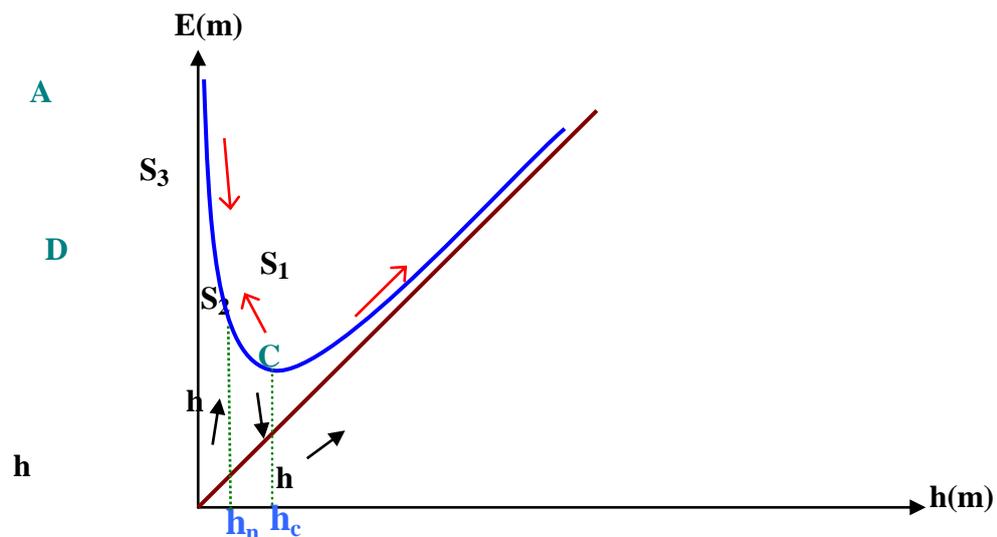


Fig.23. Evolution du point figuratif de l'écoulement sur la courbe $E=f(h)$ pour les courbes de remous de type S.

IV-6-3-Cas d'un canal à pente critique:(type C)

Dans ce cas les profondeurs h_n et h_c sont égales. Nous avons donc trois possibilités :

✚ $h < h_c = h_n$; $I < J$; $\frac{dE}{dX} < 0$: la ligne d'énergie s'abaisse par rapport au fond du canal.

Sur la courbe (E) le point figuratif de l'écoulement se déplace de A vers C ; ce qui indique que l'écoulement se dirige vers le régime critique par augmentation de la profondeur vers l'aval.

✚ $h = h_n = h_c$; $I = J$; $\frac{dE}{dX} = 0$: ce cas correspond à un régime uniforme (point C).

✚ $h > h_c = h_n$; $I > J$; $\frac{dE}{dX} > 0$: la ligne d'énergie s'élève par rapport au fond.

Lorsque h tend vers l'infini ; $\frac{dE}{dh} = 1 - \frac{Q^2 B}{gS^3} \rightarrow 1$; Ce qui correspond à une

branche de la courbe (E) asymptote à la première bissectrice (point figuratif B)

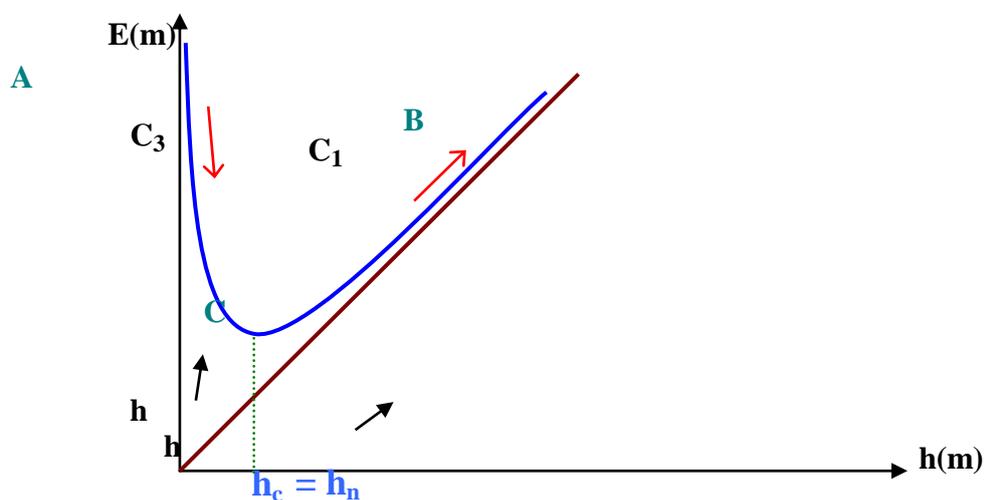


Fig.24. Evolution du point figuratif de l'écoulement sur la courbe $E=f(h)$ pour les courbes de remous de type C.

Dans le cas d'un canal horizontal la profondeur normale n'existe pas puisqu'elle devient infinie. Comme $J > I = 0$, nous nous retrouvons dans la même situation que le cas d'un canal à contre pente.

IV-6-4 cas d'un canal à contre pente:

($I > 0$), dans ce cas on ne peut pas établir le régime uniforme. Ce qui revient à dire que le terme $\frac{dE}{dx}$ ne peut être que négatif, par conséquent la ligne d'énergie s'abaisse par rapport au fond du canal.

Deux cas peuvent être envisagés:

✚ $h < h_c$: la profondeur va croître pour tendre vers la profondeur critique.

Sur la courbe (E) le point figuratif de l'écoulement se déplace de **A** vers **C**.

✚ $h > h_c$: la profondeur va diminuer pour tendre vers la profondeur critique.

Sur la courbe (E) le point figuratif de l'écoulement se déplace de **B** vers **C**.

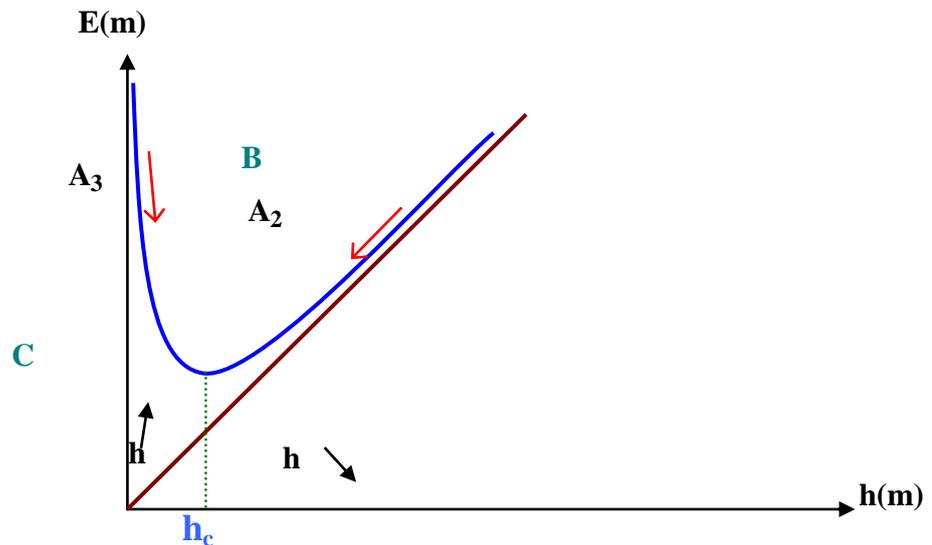


Figure. 25. Evolution sur la courbe $E=f(h)$ du point figuratif de l'écoulement pour les courbes de remous de type A.

IV- 6-5 Cas d'un canal horizontal: ($I=0$), dans ce cas la profondeur normale n'existe pas puisqu'elle devient infinie.

Et comme $J>I=0$, nous nous retrouvons dans la même situation que dans le cas d'un canal à contre pente.

CHAPITRE V

METHODES DE CALCUL DES COURBES DE REMOUS

V-1-Introduction :

Dans le chapitre précédent on a fait mention de l'équation qui caractérise le mouvement graduellement varié. Cette dernière permet de montrer l'aspect général des différentes formes de la surface d'eau.

L'étude et le calcul exact des formes de la surface libre passent par l'intégration de l'équation différentielle (3.9).

$$\frac{dh}{dx} = \frac{I - J}{1 - \frac{Q^2 B}{gS^3}}$$

Ce qui implique que le débit, la pente du lit, ainsi que la rugosité sont connus. Toutefois on ne connaît pas la cote de la surface libre ou bien la profondeur d'eau. Par conséquent, les variables sont l'abscisse x et la profondeur h correspondante.

L'intégration de l'équation différentielle du mouvement graduellement varié (3.9) conduit à une intégrale indéfinie. Il faudra donc connaître les caractéristiques de l'écoulement dans une section référentielle ou de contrôle où il existe une relation univoque entre le débit Q et la profondeur d'eau h .

Il existe plusieurs méthodes de calcul des formes de la surface d'eau dont les principales sont :

- 1-Méthodes itératives.
- 2-Méthodes par intégration directe.
- 3-Méthodes par intégration graphique.

$$J_{\text{moy}} = \frac{J(h_2) + J(h_1)}{2} \quad (5-4)$$

L'énergie spécifique est définie par l'équation (3-3) :

En remplaçant J_{moy} par sa forme dans l'équation (5-3), on trouve :

$$\Delta x = x_2 - x_1 = \frac{\left(h_1 + \frac{V_2^2}{2g}\right) - \left(h_2 + \frac{V_1^2}{2g}\right)}{I - \frac{J(h_2) + J(h_1)}{2}} \quad (5-5)$$

D'où :

$$h_1 - h_2 = (x_2 - x_1) \left[I - \frac{J(h_2) + J(h_1)}{2} \right] - \left(\frac{V_2^2}{2g} - \frac{V_1^2}{2g} \right) \quad (5-6)$$

Finalement l'équation des écoulements graduellement variés s'écrit simplement sous la forme suivante:

$$h_1 - h_2 = (x_2 - x_1) \left[I - \frac{J(h_2) + J(h_1)}{2} \right] - \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{S_2^2} - \frac{1}{S_1^2} \right) \quad (5-7)$$

La résolution se fait de deux manières :

- méthode des tronçons (Δx fixé).
- méthode des variations de profondeur (Δh fixé).

V-2-1 Méthode des tronçons (ΔX est fixée) :

La méthode (implicite) des tronçons ou à pas standard est utilisée pour les canaux prismatiques en général et les canaux prismatiques à courtes distances particulièrement.

Elle s'applique à l'équation du mouvement non uniforme sous la forme de l'équation (5-3)

On doit noter qu'avec cette méthode les calculs sont longs et compliqués.

Elle consiste à déterminer la profondeur d'eau h_2 qui correspond à l'abscisse x_2 proche de la profondeur h_1 qui correspond à l'abscisse x_1 .

On choisit arbitrairement une valeur h'_2 de section S'_2 , et on calcule les valeurs J'_2 . En remplaçant ces valeurs dans l'équation (5-6), on obtient la valeur de h_2 qui est crédiblement différente de la valeur choisie h'_2 .

On recommence par approximations successives jusqu'à ce que la valeur de h_2 donnée par l'équation (5-6) soit égale à la dernière valeur choisie h'_2, h''_2, \dots . On passera ensuite au tronçon suivant, etc....

Méthode de calcul :

Le calcul de la profondeur d'eau dans des sections choisies le long du canal avec la méthode itérative en s'appuyant sur la balance des charges totales par rapport à un plan de référence, se fait itérativement.

1- On suppose connaître une profondeur d'eau h_1 à une abscisse x_1 qui correspond au point de contrôle.

2- On cherche la profondeur, h_2 à l'abscisse x_2 , très proche. On choisit une première valeur h'_2 .

3- On calcule les paramètres suivants :

$S, P, A, R_h, V, \frac{V^2}{2g}, H, J, J_{\text{moy}}, h_r, H_{\text{calc}}, Z$ pour h_1 et h'_2 , avec :

H : représente la charge totale ; elle s'écrit sous la forme suivante :

$$H = Z + h + \frac{V^2}{2g}$$

J est la pente de la ligne d'énergie par rapport à l'horizontale, calculée à l'aide de l'équation suivante :

$$J = \frac{V^2}{C R_h}$$

Pour notre étude J est calculée à l'aide de l'équation de Manning – Strickler :

$$J = \frac{V^2 n^2}{R_h^{4/3}}$$

J_{moy} : pente moyenne de la ligne d'énergie entre la section 1 et la section 2.

Δh : perte de charge entre deux sections 1 et 2, calculée à l'aide de l'équation

$$\Delta h = J_{\text{moy}} \cdot \Delta x$$

Où Δx est la distance entre la section 1 et la section 2.

H_{calc} : charge totale calculée en tenant compte de la perte de charge, elle s'écrit :

$$(H_2)_{\text{calc}} = (H_1)_{\text{calc}} + \Delta h$$

Si l'écoulement est fluvial $r = +1$ (calcul vers l'amont). Tandis que pour un écoulement torrentiel,

$$r = -1 \text{ (calcul vers l'aval).}$$

Z : cote de fond du canal par rapport à un plan de référence choisi. Ici le plan de référence est situé sur le fond du canal au droit de la section de contrôle. Pour I constante, Z est calculée à l'aide de l'expression suivante :

$$Z_2 = Z_1 + I \cdot \Delta x.$$

Le principe de calcul est basé sur la comparaison entre les charges totales H_2 et $(H_2)_{\text{calc}}$.

Si la valeur ΔH est très élevée pour la précision désirée, il faut reprendre les calculs avec une autre valeur h''_2 jusqu'à atteindre une valeur de $\Delta H \approx 0$. Il faut remarquer que la courbure de la ligne d'eau près de la profondeur critique est importante, il est préférable de choisir des sections plus rapprochées.

V-2-2- Méthode des variations de profondeur (Δh est fixée) :

La méthode des variations de profondeur ou méthode à pas directs est applicable pour les canaux prismatiques.

Elle est utilisée pour une légère profondeur (afin de réduire les erreurs).

Elle s'applique également à l'équation du mouvement graduellement varié sous la forme de l'équation (5-3).

Cette méthode consiste à chercher la valeur de l'abscisse x_2 pour une profondeur h_2 très proche de h_1 à l'aide de l'équation (5-5)

On calcul l'abscisse x_2 et on passera ensuite au tronçon suivant, etc.

Méthode de calcul :

- 1- On suppose connaître une profondeur d'eau h_1 , à une abscisse, x_1 .
- 2- On choisit une première valeur h_2 très proche de h_1 .
- 3- On calcule les paramètres géométriques : B , P , S , R_h pour h_1 et h_2 .

- 4- On calcule la vitesse moyenne, $V = \frac{Q}{S}$, la charge dynamique $\frac{V^2}{2g}$, l'énergie

spécifique E et la pente de la ligne d'énergie J par rapport à l'horizontale à l'aide de l'équation de Manning- Strickler pour les deux sections.

5- On calcule la pente moyenne de la ligne d'énergie J_{moy} selon l'équation (5-4). Ensuite on calcule la pente moyenne de la ligne d'énergie par rapport au fond du canal c'est-à-dire $(I - J_{\text{moy}})$ et finalement la différence de l'énergie spécifique ΔE entre la section 1 et 2.

6- En remplaçant les paramètres calculés ci-dessus dans l'équation (5-5).

On obtient la distance entre la section 2 et la section 1.

Dans le cas de l'écoulement fluvial l'équation $\Delta x = x_2 - x_1 \dots\dots$ est multipliée par une constante $r = +1$.

Dans le cas d'un écoulement torrentiel $r = -1$.

Par conséquent la longueur de la courbe de remous L est représentée par la distance cumulée depuis la section de contrôle jusqu'à la section i qui est déterminée en fonction des conditions aux limites.

$$L = \sum_1^i \Delta x \quad (5-8)$$

Il faut signaler que la méthode des variations de profondeur (explicite) est très efficace et moins longue et compliquée que la méthode des tronçons.

V-3- Méthodes par intégration directe :

Le but de cette méthode est de rendre l'équation différentielle du mouvement graduellement varié intégrable en utilisant des fonctions pour représenter les variables de cette équation:

$$\frac{dh}{dx} = \frac{I - J}{1 - \frac{Q^2 B}{gS^3}} \quad (3-9)$$

Le membre à droite de cette l'équation est une fonction de la profondeur, h , de sorte qu'une relation de dx du type :

$$dx = f(h) dh \quad (5-9)$$

Est une équation différentielle à variables séparées. Par intégration entre deux sections 1 et 2, on obtient :

$$x_2 - x_1 = \int_{h_1}^{h_2} f(h) dh \quad (5-10)$$

Résoudre analytiquement cette intégrale est difficile car le deuxième membre de l'équation est une expression complexe.

Dans certains cas simples L'intégrale est possible ; tel qu'un canal rectangulaire de largeur importante ou canal parabolique. On utilise la méthode de Bresse ou de Tolkmitt pour ces deux derniers cas.

Alors, pour les autres sections du canal, des méthodes ont été développées par Bakhmeteff (1932) et par Chow (1959).

V-3-1- Méthode de Bresse :

La méthode de Bresse qui est une méthode simple et rapide, s'applique aux cours d'eau avec un lit très large par rapport à la profondeur (canaux rectangulaires de largeur infinie).

Pour un canal rectangulaire de largeur importante ($b \gg h$) où $h \cong R_h$, en introduisant le débit par unité de largeur $q = \frac{Q}{b}$, I et J sont calculés en utilisant la formule de Chézy :

$$I = \frac{V^2}{C^2 R_h} = \frac{Q^2}{C^2 h_n S^2} = \frac{Q^2}{C^2 h_n (bh_n)^2} = \frac{q^2}{C^2 h_n^3 b^2} \quad (5-11)$$

$$I = \frac{q^2}{C^2 h_n^3}$$

$$J = \frac{V^2}{C^2 R_h} = \frac{Q^2}{C^2 h S^2} = \frac{Q^2}{C^2 h (bh)^2} = \frac{Q^2}{C^2 b^2 h^3} = \frac{q^2}{C^2 h^3}$$

$$J = \frac{q^2}{C^2 h^3} \quad (5-12)$$

$$h_c = \left(\frac{Q^2}{g b^2} \right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{q^2}{g} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (5-13)$$

Par substitution des équations (5-11, 12, 13) dans l'équation (3-9), nous obtenons la formule de Bresse :

$$\frac{dh}{dx} = I \frac{h^3 - h_n^3}{h^3 - h_c^3} \quad (5-14)$$

Pour intégrer cette équation, Bresse effectue l'analyse suivante :

$$I dx = \frac{h^3 - h_c^3}{h^3 - h_n^3} dh$$

$$I dx = dh + \frac{1 - \frac{h_c^3}{h_n^3}}{\frac{h^3}{h_n^3} - 1} dh \quad (5-15)$$

En posons :

$$\frac{h}{h_n} = \eta$$

D'où :

$$dh = h_n d\eta$$

On écrit l'équation (5-15) comme suit :

$$I dx = h_n d\eta + h_n \left(1 - \frac{h_c^3}{h_n^3} \right) \frac{d\eta}{\eta^3 - 1} \quad (5-16)$$

Posons:

$$\Phi(\eta) = -\int \frac{d\eta}{\eta^3 - 1}$$

En intégrant la relation (5-16) entre deux sections d'abscisse x_0 et x_1 , on obtient une formule qui est fonction de : h_n, h_c, I, η .

$$x_1 - x_0 = \frac{h_n}{I} \left[(\eta_1 - \eta_0) - \left(1 - \frac{h_c^3}{h_n^3} \right) (\Phi(\eta_1) - \Phi(\eta_0)) \right] \quad (5-17)$$

Pour utiliser cette équation il faut connaître les valeurs de $\Phi\left(\frac{h}{h_n}\right) = \Phi(\eta)$ appelée fonction de Bresse.

$$\Phi(\eta,3) = -\int \frac{d\eta}{\eta^3 - 1} = \frac{1}{6} \ln \left(\frac{\eta^2 + \eta + 1}{(\eta - 1)^2} \right) - \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arc cotg} \left(\frac{2\eta + 1}{\sqrt{3}} \right) \quad (5-18)$$

La valeur de cette fonction est tabulée [], pour les différentes valeurs de :

$$\eta = \frac{h}{h_n}$$

Le nombre 3 est l'exposant hydraulique.

✚ Méthode de calcul :

1- On connaît le débit Q , (donc le débit unitaire $q = \frac{Q}{b}$), la pente du canal I , sa rugosité, la nature et les caractéristiques hydrauliques de la singularité qui entraîne la formation du remous.

(Donc la profondeur h_0 de la section de contrôle).

2- On calcul h_c et h_n et par comparaison entre ces deux grandeurs on détermine la classe de la courbe de remous. Et pour déduire sa branche (région), on compare la profondeur h_0 à h_n et h_c .

$$h_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} \quad h_n = \sqrt[3]{\frac{q^2}{C^2 I}}$$

3- on choisit une section d'abscisse x_0 qui correspond à h_0 , et on

Calcul $\eta_0 = \frac{h_0}{h_n}$. Et d'après le tableau (4-1) on tire la valeur de $\Phi(\eta_0)$.

4-On choisit une profondeur, h_1 , peu différente de h_0 et on calcule $\eta_1 = \frac{h_1}{h_n}$ d'où :

$$\Phi(\eta_1)$$

5- On remplace les valeurs de : h_c , h_n , x_0 , η_0 , η_1 , $\Phi(\eta_0)$, $\Phi(\eta_1)$ dans l'équation (5-18), on obtient l'abscisse x_1 .

6- On recommence les mêmes calculs, en prenant x_1 comme une nouvelle section de départ et ainsi de suite jusqu'à la section x_i qui est déterminée en fonction des conditions aux limites.

V-3-2- Méthode de Bakhmeteff[5] :

La méthode de Bakhmeteff est une des méthodes les plus utilisées pour les canaux à section transversale quelconque.

Elle est assez longue est assez précise si l'on adopte des intervalles d'intégration suffisamment petits.

Bakhmeteff introduit la fonction débitance, \mathbf{K} , qui ne dépend que de la section du canal ; c'est-à-dire \mathbf{S} , \mathbf{R}_h , \mathbf{n} . \mathbf{K} est définie par :

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}(\mathbf{h}) = \mathbf{C} \mathbf{S} \sqrt{\mathbf{R}_h} \quad (5-19)$$

Pour un écoulement uniforme, cette relation devient

$$\mathbf{K}_n = \mathbf{K}(\mathbf{h}_n) = \mathbf{C}_n \mathbf{S}_n \sqrt{\mathbf{R}_{hn}} \quad (5-20)$$

Il s'avère que \mathbf{K}_n peut s'écrire sous la forme :

$$\mathbf{K}_n = \frac{\mathbf{Q}}{\sqrt{\mathbf{I}}} \Rightarrow \mathbf{I} = \frac{\mathbf{Q}^2}{\mathbf{K}_n^2} \quad (5-21)$$

De même pour la profondeur \mathbf{h} :

$$\mathbf{K} = \frac{\mathbf{Q}}{\sqrt{\mathbf{J}}} \Rightarrow \mathbf{J} = \frac{\mathbf{Q}^2}{\mathbf{K}^2} \quad (5-22)$$

L'expression du dénominateur de l'équation (3-9) prend la forme :

$$1 - \frac{\mathbf{Q}^2 \mathbf{B}}{\mathbf{g} \mathbf{S}^3} = 1 - \mathbf{I} \mathbf{K}_n^2 \frac{\mathbf{B}}{\mathbf{g} \mathbf{S}^3} \quad (5-23)$$

Soit \mathbf{I}_c la pente critique à laquelle le régime est à la fois critique et uniforme.

Pour cette pente on peut écrire :

$$\frac{\mathbf{Q}^2 \mathbf{B}}{\mathbf{g} \mathbf{S}^3} = 1 \Rightarrow \frac{\mathbf{B}}{\mathbf{g} \mathbf{S}^3} = \frac{1}{\mathbf{Q}^2} = \frac{1}{\mathbf{C}^2 \mathbf{S}^2 \mathbf{R}_h \mathbf{I}_c} = \frac{1}{\mathbf{K}^2 \mathbf{I}_c}$$

$$\frac{B}{gS^3} = \frac{1}{K^2 I_c} \quad (5-24)$$

En remplaçant l'équation (5-23) dans l'équation (5-24) on obtient :

$$1 - \frac{Q^2 B}{gS^3} = 1 - \frac{K_n^2 I}{K^2 I_c} \quad (5-25)$$

Par substitution des équations (5-21, 22, 25) dans l'équation différentielle (3-9) on obtient :

$$\frac{dh}{dx} = I \frac{1 - \left(\frac{K_n}{K}\right)^2}{1 - \frac{I}{I_c} \left(\frac{K_n}{K}\right)^2} \quad (5-26)$$

La débitante **K** peut être exprimée par une loi en puissance:

$$K^2 = C^{\text{te}} h^N \quad (5-27)$$

N : étant l'exposant hydraulique qui dépend de la géométrie du canal.

Pour un canal trapézoïdal : $3 < N < 4$.

Le rapport $(K_n / K)^2$ s'écrit alors :

$$\left(\frac{K_n}{K}\right)^2 = \left(\frac{h_n}{h}\right)^N \quad (5-28)$$

Posons :

$$\frac{I}{I_c} = \beta$$

Le rapport variant peu en fonction de la profondeur **h** dans un tronçon, (constant pour un intervalle d'intégration suffisamment petit), est considéré constant.

L'équation (5-27) devient ainsi :

$$\frac{dh}{dx} = \frac{1 - \left(\frac{h_n}{h}\right)^N}{1 - \left(\frac{h_n}{\beta h}\right)^N} \quad (5-29)$$

Cette relation est l'équation de Bakhmeteff, Elle est une généralisation de l'équation de Bresse (5-14).

De manière analogue à la méthode de Bresse on pose :

$$\frac{h}{h_n} = \eta$$

D'où :

$$dh = h_n d\eta$$

L'équation (5-29) s'écrit donc :

$$dx = \frac{h_n}{I} \left[1 + \frac{1 - \beta}{\eta^N - 1} \right] \beta d\eta \quad (5-30)$$

Par intégration entre deux sections d'abscisse x_0 et x_1 , avec N et β constants, on aura :

$$x_1 - x_0 = \frac{h_n}{I} [(\eta_1 - \eta_0) - (1 - \beta)(\Phi(\eta_1, N) - \Phi(\eta_0, N))] \quad (5-31)$$

L'intégrale de Bakhmeteff est :

$$\Phi(\eta, N) = -\int \frac{d\eta}{\eta^N - 1}$$

Bakhmeteff a fourni un tableau donnant les valeurs de $\Phi(\eta, N)$ pour différentes valeurs de N .

Dans le cas où $N = 3$, l'exposant hydraulique est celui utilisé dans l'équation de Bresse.

Bakhmeteff a également proposé une méthode simplifiée dans laquelle on néglige l'influence de la variation d'énergie cinétique. Cela revient à admettre que $\beta = 0$.

Toutefois, cette méthode simplifiée n'est recommandée que pour la courbe de remous de type M_1 .

V-2-2-1- Calcul de l'exposant hydraulique, N :

D'après la relation (5-27) on écrit :

$$2 \log K = \log C^{te} + N \log h$$

$$\log K = \frac{1}{2} \log C^{te} + \frac{N}{2} \log h$$

On trace sur un papier bi logarithmique la courbe : $\log K = f(\log h)$.

Pratiquement, cette courbe est assimilable à une droite dont la pente $\text{tg} \alpha$ donne :

$$N = 2 \text{tg} \alpha \quad (5-32)$$

V-2-2-1-Utilisation pratique de la méthode de Bakhmeteff :

1- On calcule h_n , h_c et β .

2- On choisit une section d'abscisse x_0 qui correspond à h_0 , et on calcul $\eta_0 = \frac{h_0}{h_n}$ et d'après le tableau (Shterenlikht et al) on tire la valeur de $\Phi(\eta_0, N)$.

3- On choisit une profondeur, h_1 , peu différente de h_0 et on calcul $\eta_1 = \frac{h_1}{h_n}$ d'où $\Phi(\eta_1, N)$

4- On remplace les valeurs de : h_c , β , h_n , X_0 , η_0 , η_1 , $\Phi(\eta_0, N)$, $\Phi(\eta_1, N)$ dans l'équation (5-29), on obtient l'abscisse x_1 .

5- On recommence les mêmes calculs, en prenant x_1 comme une nouvelle section de départ et ainsi de suite jusqu'à la section i qui est déterminée en fonction des conditions aux limites.

V-2-3- Méthode de Chow[6] :

Chow (1959) considère que le paramètre β n'est pas constant. Il généralise l'équation (5-14) et l'écrit comme suit :

$$\frac{dh}{dx} = I \frac{h^N - h_n^N}{h^M - h_c^M} \quad (5-33)$$

Où N et M sont toujours des exposants hydrauliques qui dépendent de la forme de la section et du coefficient de rugosité choisi.

Pour une section de forme quelconque, Chow donne :

$$N(h) = \frac{2h}{3S} \left(5B - 2R_h \frac{dP}{dh} \right) \quad (5-34)$$

$$M(h) = \frac{h}{S} \left(3B - \frac{S}{B} \frac{dB}{dh} \right) \quad (5-35)$$

Les deux exposants hydrauliques sont fonction de la profondeur d'eau, h . Leurs variations usuelles sont :

$$2,0 < N < 5,3 \quad \text{et} \quad 3 < M < 4,8$$

En utilisant les mêmes variables de Bresse, c'est-à-dire :

$$\frac{h}{h_n} = \eta$$

et

$$dh = h_n d\eta$$

L'équation (5-33) devient :

$$dx = \frac{h_n}{I} \left[1 - \left(\frac{1}{1-\eta^N} \right) + \left(\frac{h_c}{h_n} \right)^M \left(\frac{\eta^{N-M}}{1-\eta^N} \right) \right] d\eta \quad (5-36)$$

En intégrant entre deux sections d'abscisses x_0 et x_1 , on obtient :

$$x_0 - x_1 = \frac{h_n}{I} \left[(\eta_0 - \eta_1) - \int_0^{\eta_1} \frac{1}{1-\eta^N} d\eta + \left(\frac{h_c}{h_n} \right)^M \int_0^{\eta_1} \frac{\eta^{N-M}}{1-\eta^N} d\eta \right] \quad (5-37)$$

La première intégrale est identique à celle de Bakhmeteff.

$$\Phi(\eta, N) = \int \frac{1}{1-\eta^N} d\eta = -\int \frac{1}{\eta^N - 1} d\eta$$

Chow l'exprime la deuxième intégrale comme suit :

$$\int_0^\eta \frac{\eta^{N-M}}{1-\eta^N} d\eta = \frac{\chi}{N} \int \frac{1}{1-\xi^\chi} d\xi = \frac{\chi}{N} \Phi(\xi, \chi)$$

Où :

$$\xi = \eta^{N/\chi}$$

La fonction $\Phi(\xi, \chi)$ est semblable à la fonction $\Phi(\eta, N)$ et les variables η et N sont remplacées par les variables ξ et χ .

L'équation (5-38) devient alors :

$$x_1 - x_0 = \frac{h_n}{I} \left[(\eta_1 - \eta_0) - \left[\Phi(\eta_1, N) - \Phi(\eta_0, N) + \left(\frac{h_c}{h_n} \right)^M \frac{\chi}{N} [\Phi(\xi_1, \chi) - \Phi(\xi_0, \chi)] \right] \right]$$

(5-38)

✚ Méthode de calcul :

- 1- On calcule h_n , h_c , N et M .
- 2- On choisit une section d'abscisse x_0 qui correspond à h_0 , et on

calcul $\eta_0 = \frac{h_0}{h_n}$ et d'après le tableau [Shterenlikht et al]. [8]

- 3- on tire la valeur de $\Phi(\eta_0, N)$.

- 4- On choisit une profondeur, h_1 , peu différente de h_0 et on calcul $\eta_1 = \frac{h_1}{h_n}$

d'où $\Phi(\eta_1, N)$.

- 5- On calcule: χ, ξ_0, ξ_1 . d'où $\Phi(\xi_0, \chi), \Phi(\xi_1, \chi)$

6- On remplace les valeurs de : $h_c, h_n, N, M, \chi_0, \eta_0, \eta_1, \Phi(\eta_0, N), \Phi(\eta_1, N), \Phi(\xi_0, \chi)$ et $\Phi(\xi_1, \chi)$ dans l'équation (5-38), on obtient l'abscisse x_1 .

7- On recommence les mêmes calculs, en prenant x_1 comme une nouvelle section de départ et ainsi de suite jusqu'à la section i qui est déterminée en fonction des conditions aux limites.

V-2-4- Méthode de Pavlovski[7] :

Posons :

$$\frac{\alpha Q^2 B}{gS^3} = P_{cin} \quad (5-39)$$

P_{cin} : est appelé paramètre cinétique.

L'équation (3-9) peut s'écrire :

$$\frac{dh}{dx} = \frac{I - J}{1 - P_{cin}} \quad (5-40)$$

En fonction de la débitance, l'équation (5-41) devient :

$$\frac{dh}{dx} = \frac{I \left[1 - \left(\frac{K_0}{K} \right)^2 \right]}{1 - P_{cin}} \quad (5-41)$$

Les grandeurs du deuxième membre de l'équation (5-41) présentent certaines fonctions de la profondeur h. c'est pourquoi il est rationnel d'écrire l'équation (5-41) sous la forme :

$$dx = \frac{1 - P_{cin}}{I \left[1 - \left(\frac{K_0}{K} \right)^2 \right]} dh \quad (5-42)$$

Examinons maintenant l'expression du paramètre cinétique P_{cin} :

$$P_{cin} = \frac{\alpha Q^2 B}{gS^3} = \frac{\alpha K_0^2 IB}{gS^3} = \frac{\alpha K_0^2 IB}{gS^2 R_h P} \quad (5-43)$$

Multiplions le numérateur et le dénominateur par C^2 . Alors

$$P_{cin} = \frac{\alpha Q^2 B}{gS^3} = \frac{\alpha K_0^2 IB}{gS^3} = \frac{\alpha K_0^2 IBC^2}{gS^2 R_h PC^2} \quad (5-44)$$

Avec:

$$J = \frac{\alpha IBC^2}{gP} \quad (5-45)$$

En remplaçant l'expression du paramètre cinétique (5-44) dans l'équation

(5- 43) on obtient :

$$dx = \frac{\left[1 - J \left(\frac{K_0}{K}\right)^2\right]}{I \left[1 - \left(\frac{K_0}{K}\right)^2\right]} dh = f(h) dh \quad (5-46)$$

Pour réaliser l'intégration de l'équation (5-46), les grandeurs J et K_0/K doivent être exprimées sous la forme des fonctions analytiques explicites de h . Mais ceci n'est possible que pour les lits de forme simple.

Il s'avère donc que la fonction $f(h)$ est tellement complexe, qu'il est impossible de la résoudre analytiquement.

Pour l'intégration de l'équation (5-45) on suppose que le terme J varie très peu sur le tronçon soumis à l'intégration.

Pavlovski a proposé le procédé suivant:

Soit un certain tronçon du lit prismatique à pente positive ($I > 0$) dans les limites duquel on observe un écoulement non uniforme.

Désignons la profondeur du courant à l'origine du tronçon par h_1 , la profondeur à l'extrémité par h_2 et la longueur du tronçon par Δx .

L'indice 2 désignera la section suivante dans le sens de l'écoulement.

D'après une supposition dont on a déjà parlé, on adopte pour le tronçon Δx :

$$J = J_{\text{moy}} = \frac{J_1 + J_2}{2} = C^{\text{te}} \quad (5-47)$$

Introduisons les paramètres :

$$\eta = \frac{K}{K_0}, \quad \eta_1 = \frac{K_1}{K_0}, \quad \eta_2 = \frac{K_2}{K_0}$$

Admettons qu'entre les variables h et η il existe une relation de type :

$h = \chi \eta$ où:

$$\chi = \frac{h_2 - h_1}{n_2 - n_1} \quad (5-48)$$

Ou sous la forme différentielle :

$$dh = \chi d\eta \quad (5-49)$$

L'équation (5-45) peut alors s'écrire sous la forme:

$$dx = \frac{\chi}{I} \frac{1 - J_{moy}}{1 - \frac{1}{n^2}} d\eta \quad (5-50)$$

Le deuxième multiplicateur du deuxième membre de l'éq. (5-49) peut s'écrire :

$$\frac{1 - J_{moy}}{1 - \frac{1}{\eta^2}} = \frac{\eta^2 - J_{moy}}{\eta^2 - 1} = \frac{\eta^2 - 1 + 1 - J_{moy}}{\eta^2 - 1} = 1 - \frac{1 - J_{moy}}{1 - \eta^2}$$

Et par substitution dans l'éq. (5-49) on obtient :

$$dx = \frac{\chi}{I} \left(1 - \frac{1 - J_{moy}}{1 - \eta^2} \right) d\eta = \frac{\chi}{I} \left[d\eta - (1 - J_{moy}) \frac{d\eta}{1 - \eta^2} \right]$$

En réalisant l'intégration de cette dernière égalité entre les limites du tronçon :

$$\int_{x_1}^{x_2} dx = \int_{\eta_1}^{\eta_2} \frac{\chi}{I} \left[d\eta - (1 - J_{moy}) \frac{d\eta}{1 - \eta^2} \right]$$

D'où

$$x_2 - x_1 = \Delta x = \frac{\chi}{I} (\eta_2 - \eta_1) - \frac{\chi}{1} (1 - J_{moy}) \left[\frac{1}{2} \ln \frac{1 + \eta_2}{1 - \eta_2} - \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \eta_1}{1 - \eta_1} \right]$$

Si η_2 et η_1 sont inférieures à 1 et

$$x_2 - x_1 = \Delta x = \frac{\chi}{I} (\eta_2 - \eta_1) - \frac{\chi}{1} (1 - J_{moy}) \left[\frac{1}{2} \ln \frac{1 + \eta_2}{\eta_2 - 1} - \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \eta_1}{\eta_1 - 1} \right]$$

Si η_2 et η_1 sont supérieures à 1.

Les expressions ci-dessus peuvent être transcrites définitivement sous la forme suivante :

$$x_2 - x_1 = \Delta x = \frac{\chi}{I} \left[\eta_2 - \eta_1 - (1 - J_{moy}) [\Phi(\eta_2) - \Phi(\eta_1)] \right] \quad (5-51)$$

Où:

$$\Phi(\eta) = 1,15 \log \frac{1+\eta}{1-\eta} : \text{à } \eta < 1$$

$$\Phi(\eta) = 1,15 \log \frac{\eta+1}{\eta-1} : \text{à } \eta > 1$$

L'équation (5-51) permet de calculer les courbes de remous dans les lits prismatiques de toute forme, si $I > 0$.

V-3- Méthode par intégration graphique :

On considère l'équation différentielle du mouvement graduellement varié qui peut se mettre, si l'on connaît le débit et le profil du canal, sous la forme :

$$dx = f(h)dh$$

La fonction, $f(h)$, a une forme qu'il est en général difficile d'intégrer car les paramètres $A(h)$, $R_h(h)$, $B(h)$ et $C(h)$ ne peuvent pas être exprimés au moyen d'une fonction analytique simple de la profondeur d'eau, h .

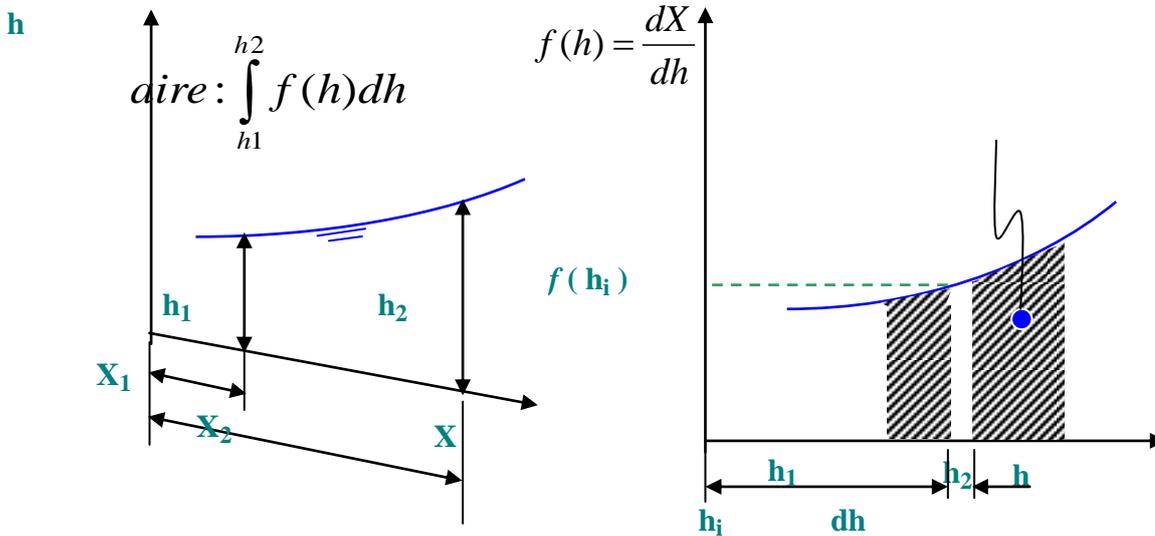


Figure . 27 . Schéma de la méthode par intégration graphique

On calcule et on établit la fonction, $f(h_i)$, pour différentes valeurs de la profondeur, h_i .

$f(h_i)$ est représentée sur la figure (24). L'aire comprise entre cette courbe, l'axe des h et les deux droites d'abscisses, h_1 et h_2 , donne la distance, (x_2-x_1) qui sépare les deux sections. On l'écrit :

$$x_2 - x_1 = \int_{x_1}^{x_2} dx = \int_{h_1}^{h_2} f(h)dh \dots (5-52).$$

CHAPITRE VI

Applications et discussions des résultats

VI-1-Introduction :

Ce chapitre est consacré essentiellement à l'influence de la rugosité et de la forme géométrique du canal sur les écoulements permanents graduellement variés, ainsi qu'aux méthodes de calcul par approximations successives (méthode des variations de profondeur) et par intégration directe (méthode de Chow) utilisées dans ce travail.

VI-2- Exemple de calcul1 :

On considère un canal de forme trapézoïdale à pente positive $I = 0.001$, de largeur $b = 10\text{m}$, et de débit $Q = 30 \text{ m}^3/\text{s}$. Le coefficient de rugosité $n = 0.012 \text{ m}^{-1/3} \text{ s}$. et le coefficient de talus est $m=1.5$; la profondeur d'eau $h = 1.5\text{m}$.

L'emploi du programme de calcul FBA élaboré par nos soins nous a permis d'obtenir les résultats ci-dessous utilisant les formules :

$$(Q = V.S = \frac{1}{n} R_h^{\frac{2}{3}} I^{\frac{1}{2}} .S, Q = \sqrt{\frac{g.S_c^3}{B}}) h_c = 0.723\text{m}$$

$$h_n = 0.842\text{m}$$

$$I_c = 0.0017$$

Puisque $h > h_n > h_c$ et $I_c > I$ et le nombre de Froude $Fr < 1$

Le type de courbe de remous obtenu est M : branche M1.

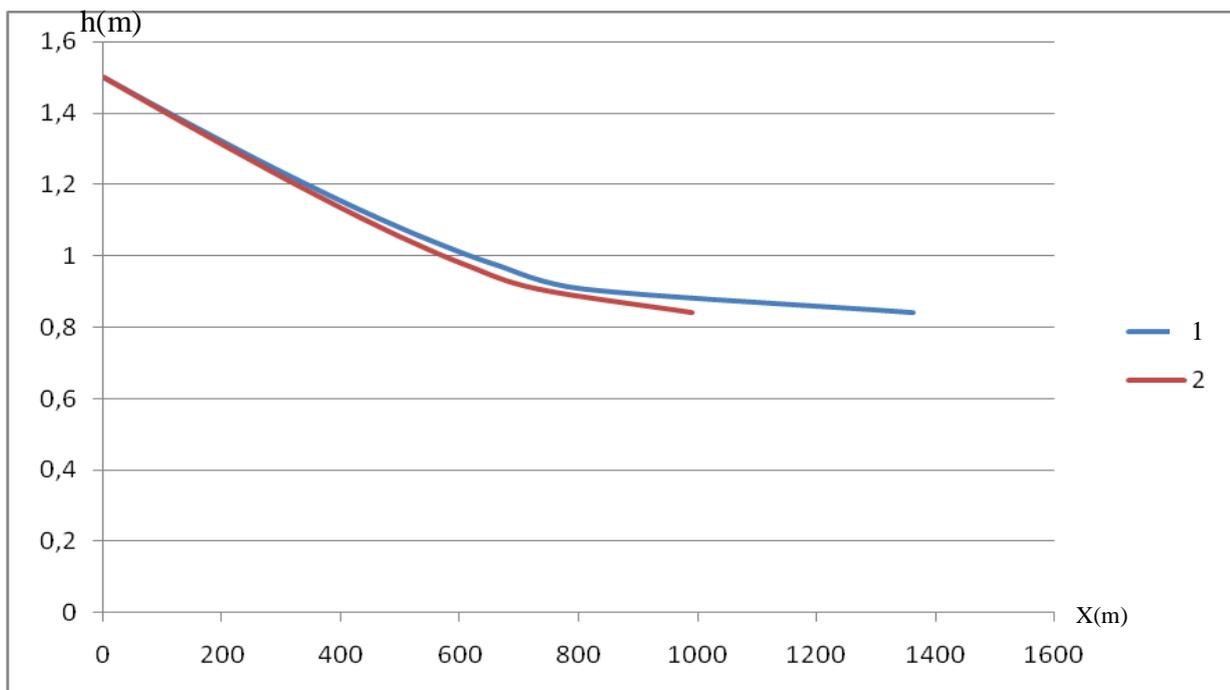
VI-2-1-Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow pour une forme trapézoïdale du canal de faible rugosité :

h	h/b	M	N	J	Mu	Psi	Phi1	Phi2	X'	X
1,5	0,1	3,160535	3,414775	2,722586	1,782531	2,064718	0,111863	0,111863	1452,404	0
1,43415	0,09561	3,153384	3,409617	2,71416	1,704278	1,953749	0,126054	0,126054	1380,489	71,915
1,3683	0,09122	3,146222	3,404541	2,705627	1,626025	1,843594	0,144396	0,144396	1306,796	145,6078
1,30245	0,08683	3,139051	3,399552	2,696983	1,547772	1,734307	0,166212	0,166212	1231,609	220,7949
1,2366	0,08244	3,131872	3,394659	2,688228	1,469519	1,625947	0,192024	0,192024	1154,7	297,7038
1,17075	0,07805	3,124689	3,389868	2,679359	1,391266	1,518586	0,226458	0,226458	1074,087	378,3163
1,1049	0,07366	3,117504	3,385187	2,670374	1,313012	1,412301	0,271993	0,271993	988,7004	463,7031
1,03905	0,06927	3,11032	3,380624	2,66127	1,234759	1,307186	0,335507	0,335507	895,5803	556,8233
0,9732	0,06488	3,103139	3,376189	2,652046	1,156506	1,203346	0,432822	0,432822	787,9242	664,4794
0,90735	0,06049	3,095964	3,371891	2,642699	1,078253	1,100903	0,615473	0,615473	643,5898	808,8137
0,8415	0,0561	3,0888	3,36774	2,633227	1,000000	1,000000	1,753243	1,753243	89,22744	1363,176

VI-2-2-Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des variations de profondeur forme trapézoïdale faible rugosité :

h	P	S	Rh	V	Ec	Hs	D Hs	Je	Je'	Je' - I	DX	X
1,5	20,408	25,875	1,2679	1,1594	0,0685	1,5685	0	0,0001	0	0	0	0
1,4342	20,171	24,597	1,2195	1,2196	0,0758	1,51	-0,0585	0,0002	0,0002	-0,0008	69,103	69,103
1,3683	19,933	23,333	1,1705	1,2857	0,0843	1,4526	-0,0574	0,0002	0,0002	-0,0008	69,9	139
1,3025	19,696	22,081	1,1211	1,3586	0,0941	1,3965	-0,056	0,0002	0,0002	-0,0008	70,975	209,98
1,2366	19,459	20,843	1,0711	1,4393	0,1056	1,3422	-0,0543	0,0003	0,0003	-0,0007	72,47	282,45
1,1708	19,221	19,617	1,0206	1,5293	0,1192	1,2899	-0,0522	0,0003	0,0003	-0,0007	74,632	357,08
1,1049	18,984	18,405	0,9695	1,63	0,1354	1,2403	-0,0496	0,0004	0,0004	-0,0006	77,936	435,02
1,0391	18,746	17,205	0,9178	1,7437	0,155	1,194	-0,0463	0,0005	0,0004	-0,0006	83,41	518,43
0,9732	18,509	16,019	0,8655	1,8728	0,1788	1,152	-0,042	0,0006	0,0006	-0,0004	93,769	612,19
0,9074	18,271	14,845	0,8125	2,0209	0,2081	1,1155	-0,0365	0,0008	0,0007	-0,0003	119,2	731,39
0,8415	18,034	13,685	0,7588	2,1922	0,2449	1,0864	-0,0291	0,001	0,0009	-0,0001	258,87	990,27

Fig. n° 28 Comparaison entre les deux méthodes forme trapézoïdale faible rugosité



Légende :

1 : méthode de Chow.

2 : méthode des variations de profondeur.

VI-3- Exemple de calcul2 :

On considère un canal de forme trapézoïdale à pente positive $I = 0.001$, de largeur $b = 10\text{m}$, et de débit $Q = 30 \text{ m}^3/\text{s}$. Le coefficient de rugosité $n = 0.08 \text{ m}^{-1/3} \text{ s}$. et le coefficient de talus est $m=1.5$; la profondeur d'eau $h = 1.5\text{m}$.

L'emploi du programme de calcul FBA élaboré par nos soins nous a permis d'obtenir les résultats ci-dessous utilisant les formules :

$$(Q = V.S = \frac{1}{n} R_h^{\frac{2}{3}} I^{\frac{1}{2}} .S, Q = \sqrt{\frac{g.S_c^3}{B}})$$

$$h_c = 0.723\text{m}$$

$$h_n = 2.552\text{m}$$

$$I_c = 0.0739$$

Puisque $h_n > h > h_c$ et $I_c > I$, et le nombre de Froude $Fr < 1$

Le type de courbe de remous obtenu est M branche M2.

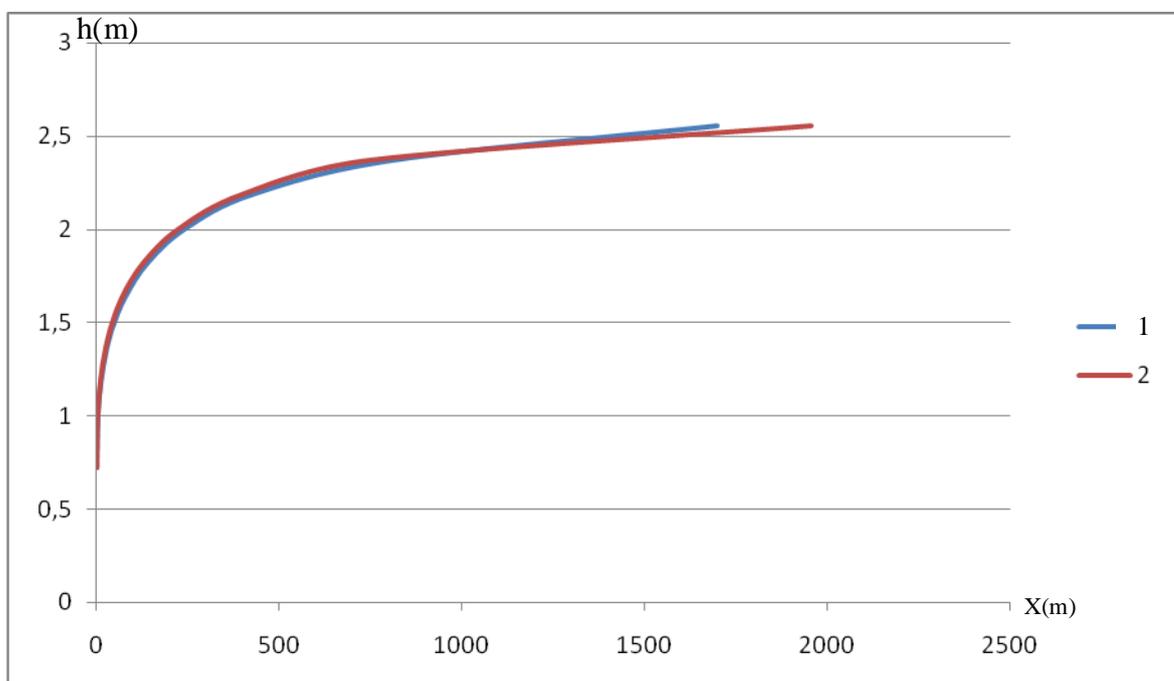
VI-3-1-Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow pour un canal de forme trapézoïdale de rugosité moyenne :

h	h/b	M	N	J	Mu	Psi	Phi1	Phi2	X'	X
0,7234	0,048227	3,075986	3,360697	2,615917	0,283497	0,198008	0,284832	0,284832	8,307547	0
0,90623	0,060415	3,095842	3,371819	2,642539	0,355148	0,26689	0,358136	0,358136	6,83699	1,470557
1,08906	0,072604	3,115776	3,384078	2,668195	0,426798	0,339633	0,432579	0,432579	2,385364	5,922183
1,27189	0,084793	3,13572	3,397269	2,692934	0,498448	0,415463	0,510093	0,510093	-9,902017	18,20956
1,45472	0,096981	3,155619	3,41122	2,716803	0,570098	0,493822	0,591155	0,591155	-31,233	39,54055
1,63755	0,10917	3,175428	3,425784	2,739846	0,641749	0,574298	0,678965	0,678965	-69,6585	77,96605
1,82038	0,121359	3,195108	3,440839	2,762103	0,713399	0,656586	0,775863	0,775863	-131,0733	139,3808
2,00321	0,133547	3,214627	3,45628	2,783612	0,785049	0,740454	0,889388	0,889388	-234,4681	242,7756
2,18604	0,145736	3,23396	3,472017	2,804408	0,856699	0,82573	1,034812	1,028253	-418,534	426,8415
2,36887	0,157925	3,253086	3,487974	2,824527	0,92835	0,912279	1,260853	1,29986	-803,9654	812,2729
2,5517	0,170113	3,271988	3,504087	2,843998	1,00000	1,000000	1,688819	2,056361	-1688,789	1697,097

VI-3-2-Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des variations de profondeur forme trapézoïdale moyenne rugosité :

h	P	S	Rh	V	Ec	Hs	D Hs	Je	Je'	Je' - I	DX	X
0,7234	17,608	11,636	0,6608	2,5782	0,3388	1,0622	0	0,0739	0	0	0	0
0,9062	18,267	14,825	0,8116	2,0236	0,2087	1,1149	0,0527	0,0346	0,0543	0,05326	0,9901	0,9901
1,0891	18,927	18,115	0,9571	1,6561	0,1398	1,2288	0,1139	0,0186	0,0266	0,02561	4,4472	5,4374
1,2719	19,586	21,505	1,098	1,395	0,0992	1,3711	0,1422	0,011	0,0148	0,0138	10,305	15,742
1,4547	20,245	24,995	1,2346	1,2002	0,0734	1,5281	0,1571	0,007	0,009	0,00798	19,686	35,429
1,6376	20,904	28,586	1,3675	1,0495	0,0561	1,6937	0,1655	0,0046	0,0058	0,0048	34,47	69,899
1,8204	21,563	32,276	1,4968	0,9295	0,044	1,8644	0,1707	0,0032	0,0039	0,00294	58,135	128,03
2,0032	22,223	36,067	1,623	0,8318	0,0353	2,0385	0,1741	0,0023	0,0028	0,00178	98,042	226,08
2,186	22,882	39,959	1,7463	0,7508	0,0287	2,2148	0,1763	0,0017	0,002	0,00102	173,1	399,18
2,3689	23,541	43,95	1,867	0,6826	0,0237	2,3926	0,1778	0,0013	0,0015	0,00051	351,29	750,46
2,5517	24,2	48,042	1,9852	0,6245	0,0199	2,5716	0,179	0,001	0,0011	0,00015	1203,6	1954,1

Fig. n° 29 Comparaison entre les deux méthodes forme trapézoïdale moyenne rugosité



Légende :

1 : méthode de Chow.

2 : méthode des variations de profondeur.

VI-4- Exemple de calcul3:

On considère un canal de forme trapézoïdale à pente positive $I = 0.001$, de largeur $b = 10\text{m}$, et de débit $Q = 30 \text{ m}^3/\text{s}$. Le coefficient de rugosité $n = 0.13\text{m}^{-1/3} \text{ s}$. et le coefficient de talus est $m=1.5$, la profondeur d'eau $h = 1.5\text{m}$.

L'emploi du programme de calcul FBA élaboré par nos soins nous a permis d'obtenir les résultats ci-dessous utilisant les formules :

$$(Q = V.S = \frac{1}{n} R_h^{\frac{2}{3}} I^{\frac{1}{2}} .S, Q = \sqrt{\frac{g.S_c^3}{B}})$$

$$h_c = 0.723\text{m}$$

$$h_n = 3.358\text{m}$$

$$I_c = 0.1952$$

Puisque $h_n > h > h_c$ et $I_c > I$, $Fr < 1$

Le type de courbe de remous obtenu est M branche M2.

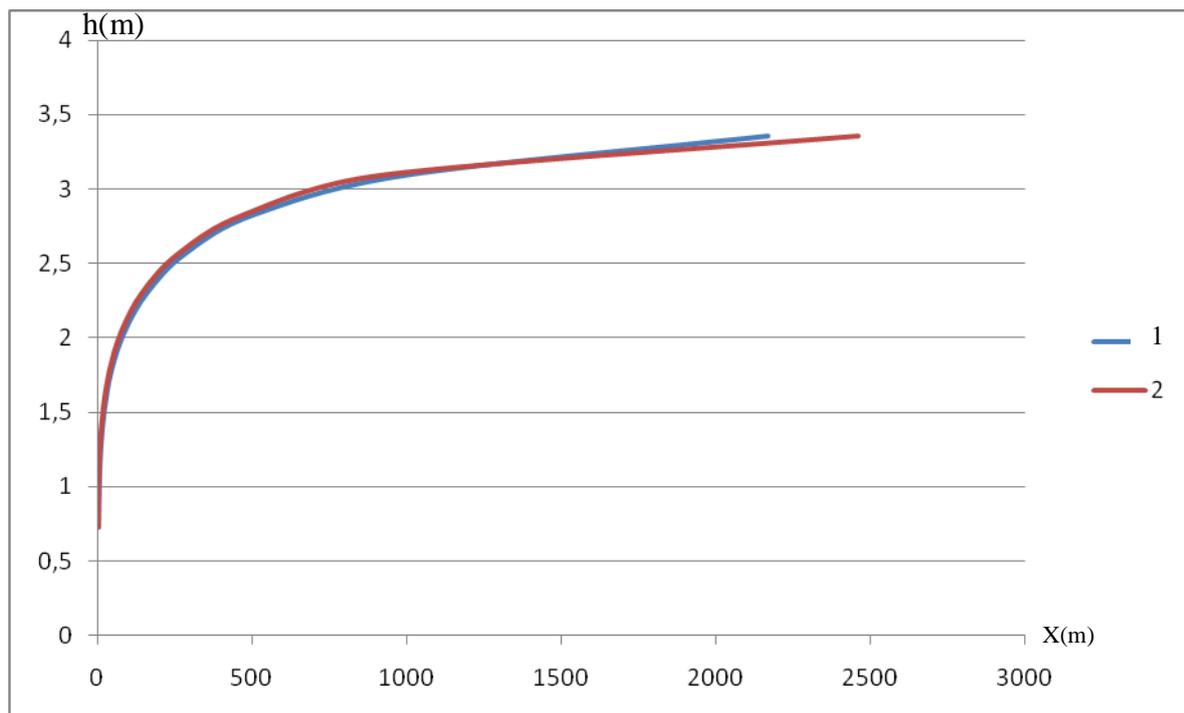
VI-4-1-Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow forme trapézoïdale forte rugosité :

h	h/b	M	N	J	Mu	Psi	Phi1	Phi2	X'	X
0,7234	0,048227	3,075986	3,360697	2,615917	0,215458	0,139176	0,215705	0,215705	4,188183	0
0,98681	0,065787	3,104622	3,377095	2,653963	0,293912	0,210534	0,295375	0,295375	1,728494	2,459689
1,25022	0,083348	3,133357	3,395663	2,690048	0,372366	0,287365	0,375694	0,375694	-3,028599	7,216783
1,51363	0,100909	3,162014	3,415852	2,724316	0,450821	0,368279	0,458138	0,458138	-14,99874	19,18693
1,77704	0,118469	3,190456	3,437232	2,756896	0,529275	0,452368	0,543657	0,543657	-37,35835	41,54654
2,04045	0,13603	3,218581	3,459464	2,787904	0,607729	0,539025	0,635357	0,635357	-80,4677	84,65588
2,30386	0,153591	3,24631	3,482279	2,817449	0,686183	0,627834	0,735777	0,680487	-153,8419	158,0301
2,56727	0,171151	3,273587	3,505465	2,845627	0,764637	0,718508	0,851729	0,814647	-277,8174	282,0056
2,83068	0,188712	3,300368	3,52885	2,872529	0,843092	0,810846	0,997959	0,9863	-502,9657	507,1539
3,09409	0,206273	3,326625	3,552301	2,898237	0,921546	0,90471	1,223089	1,254655	-991,6108	995,799
3,3575	0,223833	3,352336	3,57571	2,922826	1,000000	1,00000	1,654977	2,002364	-2167,081	2171,269

VI-4-2-Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des variations de profondeur forme trapézoïdale forte rugosité :

h	P	S	Rh	V	Ec	Hs	D Hs	Je	Je'	Je' - I	DX	X
0,7234	17,608	11,636	0,6608	2,5782	0,3388	1,0622	0	0,1952	0	0	0	0
0,9868	18,558	16,263	0,8763	1,8447	0,1734	1,1603	0,0981	0,0686	0,1319	0,13087	0,7492	0,7492
1,2502	19,508	21,098	1,0815	1,4219	0,1031	1,3533	0,193	0,0308	0,0497	0,04868	3,9652	4,7145
1,5136	20,457	26,141	1,2778	1,1476	0,0671	1,5808	0,2275	0,0161	0,0234	0,02242	10,148	14,863
1,777	21,407	31,392	1,4664	0,9556	0,0465	1,8236	0,2428	0,0093	0,0127	0,01166	20,83	35,692
2,0405	22,357	36,852	1,6483	0,8141	0,0338	2,0742	0,2506	0,0058	0,0075	0,00651	38,513	74,206
2,3039	23,307	42,52	1,8244	0,7056	0,0254	2,3292	0,255	0,0038	0,0048	0,00376	67,767	141,97
2,5673	24,256	48,395	1,9952	0,6199	0,0196	2,5869	0,2576	0,0026	0,0032	0,00218	118,19	260,16
2,8307	25,206	54,479	2,1613	0,5507	0,0155	2,8461	0,2593	0,0018	0,0022	0,00121	214,33	474,49
3,0941	26,156	60,771	2,3234	0,4937	0,0124	3,1065	0,2604	0,0013	0,0016	0,00059	444,26	918,75
3,3575	27,106	67,272	2,4818	0,446	0,0101	3,3676	0,2611	0,001	0,0012	0,00017	1542,6	2461,4

Fig. n° 30: Comparaison entre les deux méthodes forme trapézoïdale forte rugosité



Légende :

1 : Méthode de Chow.

2 : Mthode des variations de profondeur.

Fig. n° 31: Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow forme trapézoïdale différente rugosité

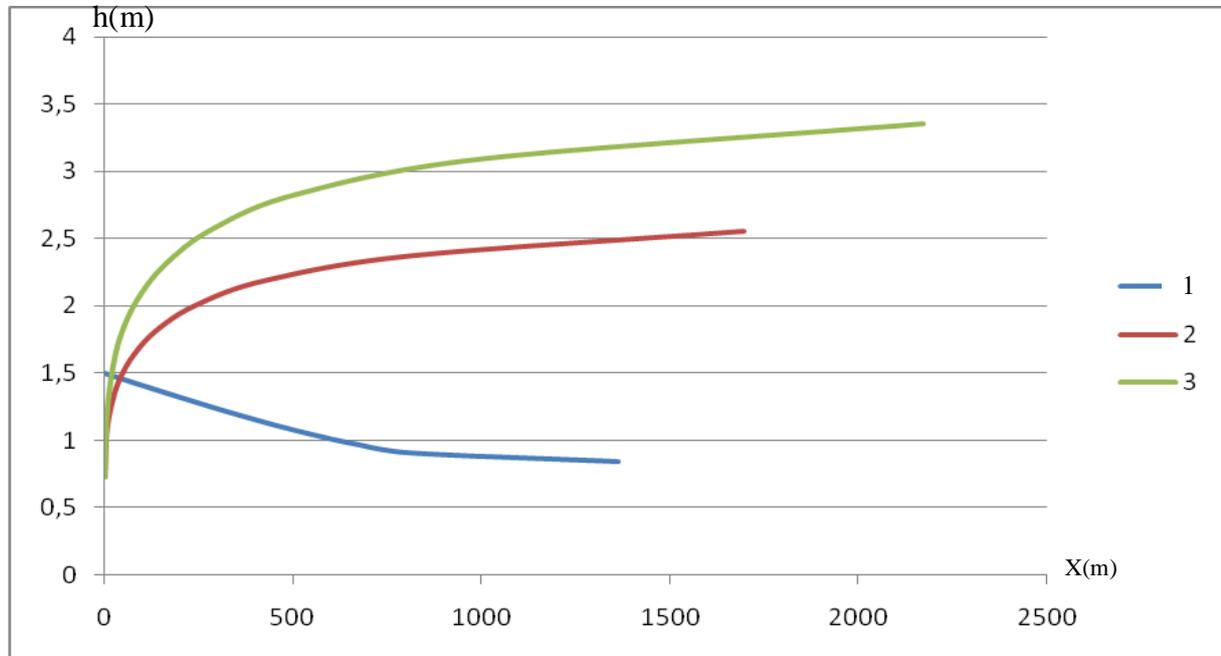
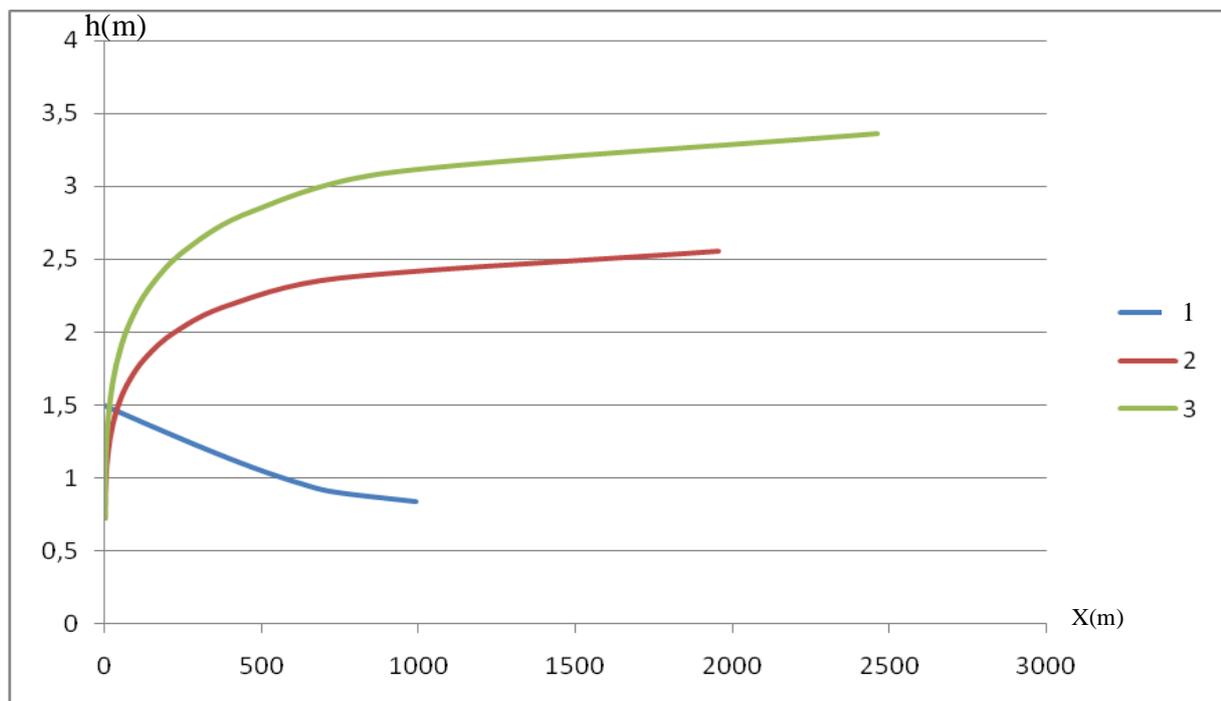


Fig. n° 32: Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des variations de profondeur forme trapézoïdale différente rugosité



Légende :

1 : rugosité faible, 2 : rugosité moyenne, 3 : rugosité forte.

VI-5- Exemple de calcul 4:

On considère un canal de forme rectangulaire à pente positive $I = 0.001$, de largeur $b = 10\text{m}$, et de débit $Q = 30 \text{ m}^3 / \text{s}$. Le coefficient de rugosité $n = 0.012 \text{ m}^{-1/3} \text{ s}$. la profondeur d'eau $h = 1.5\text{m}$.

L'emploi du programme de calcul FBA élaboré par nos soins nous a permis d'obtenir les résultats ci-dessous utilisant les formules :

$$(Q = V.S = \frac{1}{n} R_h^{\frac{2}{3}} I^{\frac{1}{2}} .S, Q = \sqrt{\frac{g.S_c^3}{B}})$$

$$h_c = 0.742\text{m}$$

$$h_n = 0.866\text{m}$$

$$I_c = 0.0018$$

Puisque $h > h_n > h_c$ et $I_c > I$, $Fr < 1$

Le type de courbe de remous obtenu est M branche M1.

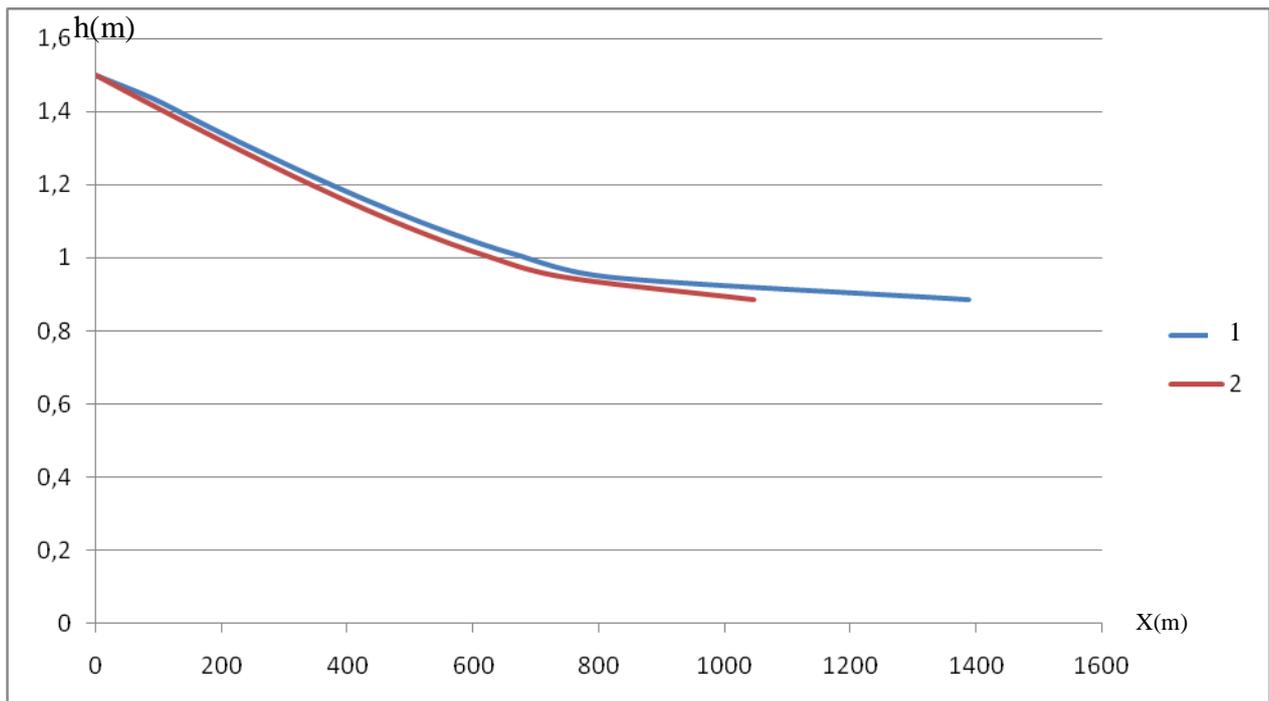
VI-5-1-Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow forme rectangulaire faible rugosité :

h	h/b	M	N	J	Mu	Psi	Phi1	Phi2	X'	X
1,5	0,1	3	3,111111	2,8	1,69262	1,794548	0,171017	0,210472	1446,819	0
1,43862	0,095908	3	3,118741	2,787724	1,623358	1,719488	0,188488	0,188488	1359,08	87,73873
1,37724	0,091816	3	3,126476	2,775448	1,554096	1,643218	0,20887	0,20887	1288,433	158,3857
1,31586	0,087724	3	3,134319	2,763172	1,484834	1,565805	0,231516	0,231516	1216,687	230,1322
1,25448	0,083632	3	3,142272	2,750896	1,415572	1,487323	0,261844	0,261844	1141,481	305,3382
1,1931	0,07954	3	3,150338	2,73862	1,34631	1,407863	0,299048	0,299048	1063,092	383,7269
1,13172	0,075448	3	3,158518	2,726344	1,277048	1,327526	0,348393	0,348393	979,1495	467,6696
1,07034	0,071356	3	3,166815	2,714068	1,207786	1,246428	0,417147	0,417147	886,3306	560,4885
1,00896	0,067264	3	3,175232	2,701792	1,138524	1,164703	0,520887	0,520887	777,529	669,2901
0,94758	0,063172	3	3,183771	2,689516	1,069262	1,082503	0,713399	0,713399	628,3416	818,4775
0,8862	0,05908	3	3,192435	2,67724	1,000000	1,000000	1,836925	1,836925	58,33958	1388,48

VI-5-2-Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des variations de profondeur forme rectangulaire faible rugosité :

h	P	S	Rh	V	Ec	Hs	D Hs	Je	Je'	Je' - I	DX	X
1,5	18	22,5	1,25	1,3333	0,0906	1,5906	0	0,0002	0	0	0	0
1,4386	17,877	21,579	1,2071	1,3902	0,0985	1,5371	-0,0535	0,0002	0,0002	-0,0008	67,133	67,133
1,3772	17,754	20,659	1,1636	1,4522	0,1075	1,4847	-0,0524	0,0002	0,0002	-0,0008	68,264	135,4
1,3159	17,632	19,738	1,1195	1,5199	0,1177	1,4336	-0,0511	0,0003	0,0003	-0,0007	69,754	205,15
1,2545	17,509	18,817	1,0747	1,5943	0,1295	1,384	-0,0496	0,0003	0,0003	-0,0007	71,78	276,93
1,1931	17,386	17,897	1,0294	1,6763	0,1432	1,3363	-0,0477	0,0004	0,0004	-0,0006	74,649	351,58
1,1317	17,263	16,976	0,9833	1,7672	0,1592	1,2909	-0,0454	0,0005	0,0004	-0,0006	78,945	430,53
1,0703	17,141	16,055	0,9367	1,8686	0,178	1,2483	-0,0426	0,0005	0,0005	-0,0005	85,932	516,46
1,009	17,018	15,134	0,8893	1,9822	0,2003	1,2092	-0,0391	0,0007	0,0006	-0,0004	98,936	615,4
0,9476	16,895	14,214	0,8413	2,1106	0,2271	1,1746	-0,0346	0,0008	0,0007	-0,0003	130,38	745,78
0,8862	16,772	13,293	0,7926	2,2568	0,2596	1,1458	-0,0288	0,001	0,0009	-1E-04	299,93	1045,7

Fig. n ° 33 Comparaison entre les deux méthodes forme rectangulaire faible rugosité



Légende :

1 : méthode de Chow.

2 : méthode des variations de profondeur.

VI-6- Exemple de calcul 5:

On considère un canal de forme rectangulaire à pente positive $I = 0.001$, de largeur $b = 10\text{m}$, et de débit $Q = 30 \text{ m}^3 / \text{s}$. Le coefficient de rugosité $n = 0.08 \text{ m}^{-1/3} \text{ s}$. La profondeur d'eau $h = 1.5\text{m}$.

L'emploi du programme de calcul FBA élaboré par nos soins nous a permis d'obtenir les résultats ci-dessous en utilisant les formules :

$$(Q = V.S = \frac{1}{n} R_h^{\frac{2}{3}} I^{\frac{1}{2}} .S, Q = \sqrt{\frac{g.S_c^3}{B}})$$

$$h_c = 0.742\text{m}$$

$$h_n = 3.03\text{m}$$

$$I_c = 0.0786$$

Puisque $h > h_n > h_c$ et $I_c > I$, $Fr < 1$

Le type de courbe de remous obtenu est M branche M2.

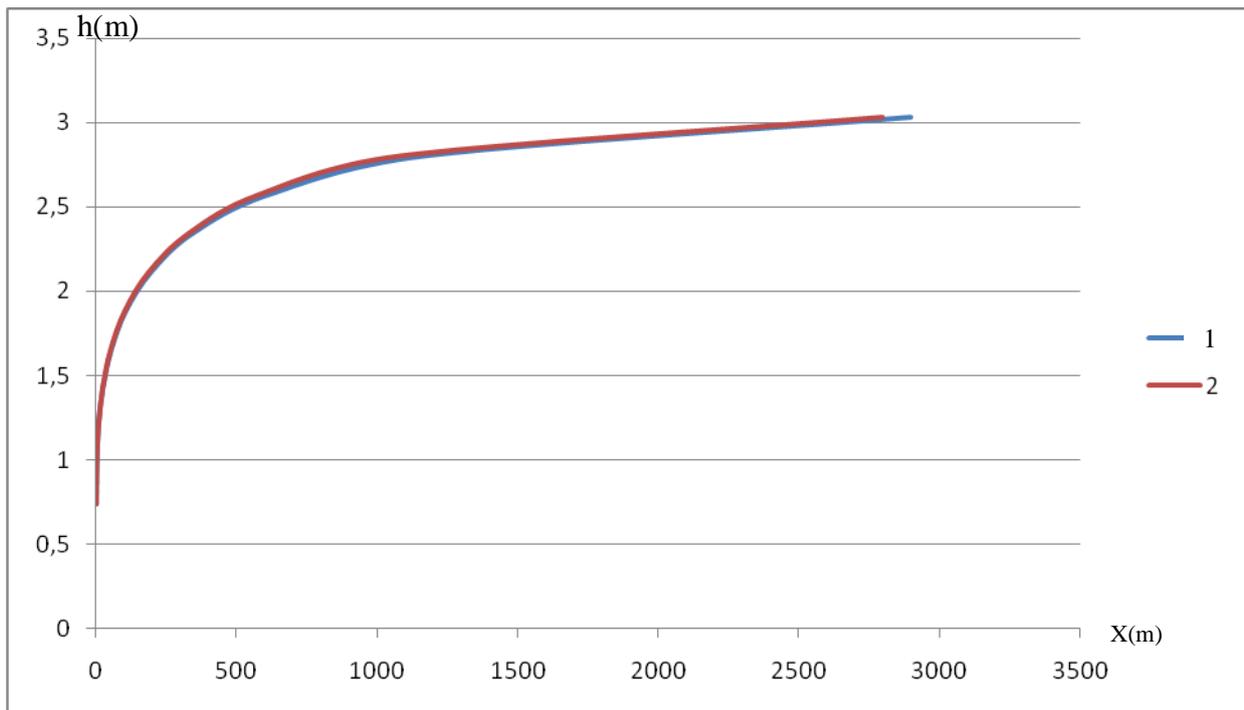
VI-6-1-Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow forme rectangulaire moyenne rugosité :

h	h/b	M	N	J	Mu	Psi	Phi1	Phi2	X'	X
0,7416	0,04944	3	3,213357	2,64832	0,244793	0,181299	0,245674	0,245674	6,329138	0
0,97039	0,064693	3	3,180583	2,694078	0,320314	0,26079	0,322962	0,322962	4,132204	2,196934
1,19918	0,079945	3	3,149534	2,739836	0,395834	0,34461	0,401193	0,401193	-0,724551	7,053689
1,42797	0,095198	3	3,120075	2,785594	0,471355	0,430651	0,48329	0,48329	-16,98166	23,3108
1,65676	0,110451	3	3,092089	2,831352	0,546876	0,51731	0,569737	0,540223	-47,27605	53,60519
1,88555	0,125703	3	3,065468	2,87711	0,622396	0,603372	0,664073	0,645685	-99,32813	105,6573
2,11434	0,140956	3	3,040113	2,922868	0,697917	0,687921	0,77087	0,762123	-188,4488	194,778
2,34313	0,156209	3	3,015937	2,968626	0,773438	0,770278	0,897389	0,895199	-336,3519	342,681
2,57192	0,171461	3	2,992859	3,014384	0,848959	0,849952	1,063317	0,935	-607,5501	613,8793
2,80071	0,186714	3	2,970807	3,060142	0,924479	0,926601	1,327535	1,320865	-1160,595	1166,924
3,0295	0,201967	3	2,949713	3,1059	1,000000	1,000000	1,983947	1,887549	-2892,544	2898,873

VI-6-2-Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des variations de profondeur forme rectangulaire moyenne rugosité :

h	P	S	Rh	V	Ec	Hs	D Hs	Je	Je'	Je' - I	DX	X
0,7416	16,483	11,124	0,6749	2,6969	0,3707	1,1123	0	0,0786	0	0	0	0
0,9704	16,941	14,556	0,8592	2,061	0,2165	1,1869	0,0746	0,0333	0,056	0,05496	1,3573	1,3573
1,1992	17,398	17,988	1,0339	1,6678	0,1418	1,341	0,1541	0,017	0,0252	0,02416	6,3778	7,7351
1,428	17,856	21,42	1,1996	1,4006	0,1	1,528	0,187	0,0098	0,0134	0,01244	15,033	22,768
1,6568	18,314	24,851	1,357	1,2072	0,0743	1,731	0,2031	0,0062	0,008	0,00703	28,892	51,661
1,8856	18,771	28,283	1,5067	1,0607	0,0573	1,9429	0,2119	0,0042	0,0052	0,00419	50,584	102,24
2,1143	19,229	31,715	1,6494	0,9459	0,0456	2,1599	0,2171	0,0029	0,0036	0,00255	85,001	187,25
2,3431	19,686	35,147	1,7854	0,8536	0,0371	2,3803	0,2203	0,0022	0,0025	0,00155	142,54	329,78
2,5719	20,144	38,579	1,9152	0,7776	0,0308	2,6027	0,2225	0,0016	0,0019	0,00089	249,96	579,74
2,8007	20,601	42,011	2,0392	0,7141	0,026	2,8267	0,224	0,0013	0,0014	0,00044	503,67	1083,4
3,0295	21,059	45,443	2,1579	0,6602	0,0222	3,0517	0,225	0,001	0,0011	0,00013	1715,1	2798,5

Fig. n° 34: Comparaison entre les deux méthodes forme rectangulaire moyenne rugosité



Légende :

1 : méthode de Chow.

2 : méthode des variations de profondeur.

VI-7- Exemple de calcul 6:

On considère un canal de forme rectangulaire à pente positive $I = 0.001$, de largeur $b = 10\text{m}$, et de débit $Q = 30 \text{ m}^3/\text{s}$. Le coefficient de rugosité $n = 0.13 \text{ m}^{-1/3} \text{ s}$. La profondeur d'eau $h = 1.5\text{m}$. La profondeur d'eau $h = 1.5\text{m}$.

L'emploi du programme de calcul FBA élaboré par nos soins nous a permis d'obtenir les résultats ci-dessous utilisant les formules :

$$(Q = V.S = \frac{1}{n} R_h^{\frac{2}{3}} I^{\frac{1}{2}} .S, Q = \sqrt{\frac{g.S_c^3}{B}})$$

$$h_c = 0.742\text{m}$$

$$h_n = 4.233\text{m}$$

$$I_c = 0.2076$$

Puisque $h > h_n > h_c$ et $I_c > I$, $Fr < 1$

Le type de courbe de remous obtenu est M branche M2.

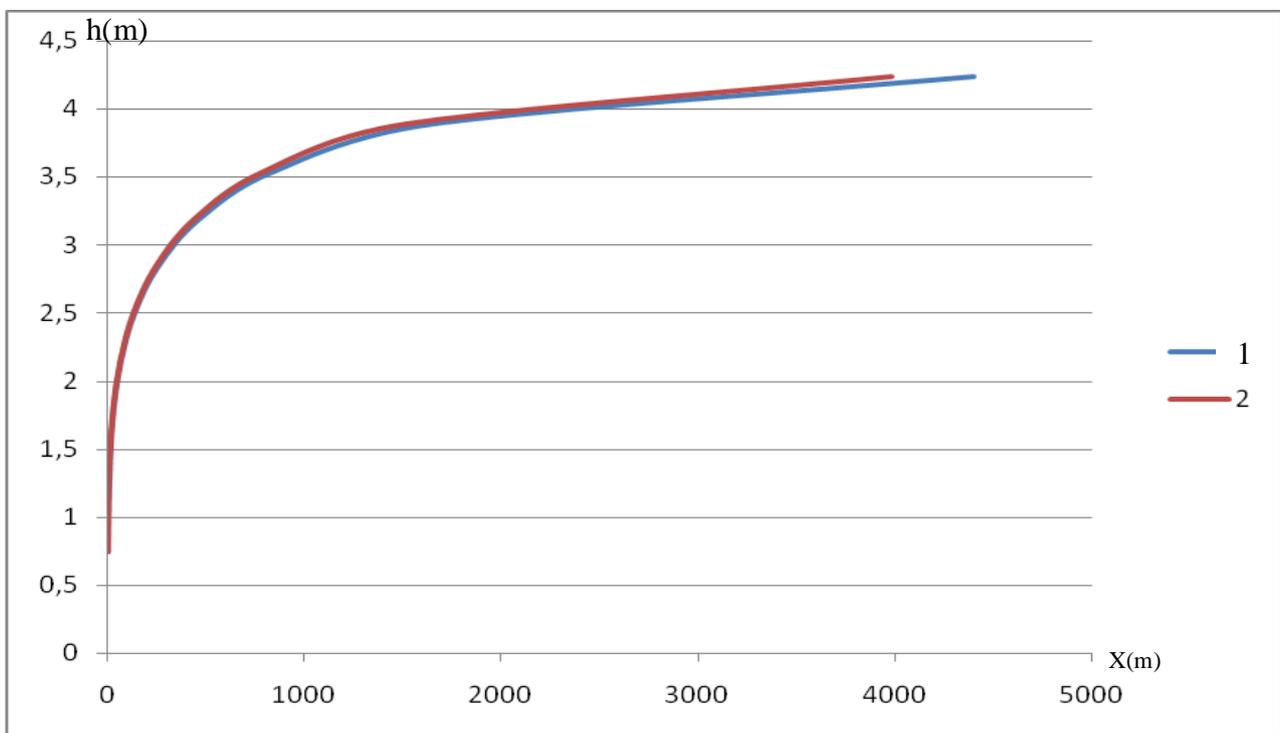
VI-7-1-Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow forme rectangulaire forte rugosité :

h	h/b	M	N	J	Mu	Psi	Phi1	Phi2	X'	X
0,7416	0,04944	3	3,213357	2,64832	0,175178	0,120801	0,175178	0,175178	3,285659	0
1,09078	0,072719	3	3,164039	2,718156	0,257661	0,20627	0,258814	0,258814	0,177999	3,10766
1,43996	0,095997	3	3,118573	2,787992	0,340143	0,299315	0,343674	0,343674	-7,956587	11,24225
1,78914	0,119276	3	3,076526	2,857828	0,422625	0,395668	0,430556	0,403162	-25,05478	28,34044
2,13832	0,142555	3	3,037525	2,927664	0,505107	0,492326	0,522262	0,509371	-61,45217	64,73783
2,4875	0,165833	3	3,001252	2,9975	0,587589	0,587198	0,621453	0,621077	-129,2416	132,5273
2,83668	0,189112	3	2,967429	3,067336	0,670071	0,678867	0,686	0,741308	-49,99385	53,27951
3,18586	0,212391	3	2,935816	3,137172	0,752554	0,766411	0,866237	0,876184	-459,9588	463,2444
3,53504	0,235669	3	2,906204	3,207008	0,835036	0,849276	1,039108	1,040634	-837,7872	841,0729
3,88422	0,258948	3	2,878409	3,276844	0,917518	0,927172	1,313192	1,286964	-1641,705	1644,991
4,2334	0,282227	3	2,852268	3,34668	1,000000	1,000000	2,050696	1,763194	-4400,937	4404,222

VI-7-2-Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des variations de profondeur forme rectangulaire forte rugosité :

h	P	S	Rh	V	Ec	Hs	D Hs	Je	Je'	Je' - I	DX	X
0,7416	16,483	11,124	0,6749	2,6969	0,3707	1,1123	0	0,2076	0	0	0	0
1,0908	17,182	16,362	0,9523	1,8336	0,1714	1,2621	0,1498	0,0606	0,1341	0,13314	1,1253	1,1253
1,44	17,88	21,599	1,208	1,3889	0,0983	1,5383	0,2762	0,0253	0,043	0,04199	6,5763	7,7017
1,7891	18,578	26,837	1,4445	1,1179	0,0637	1,8528	0,3145	0,0129	0,0191	0,01814	17,343	25,045
2,1383	19,277	32,075	1,6639	0,9353	0,0446	2,1829	0,3301	0,0075	0,0102	0,00922	35,818	60,863
2,4875	19,975	37,313	1,868	0,804	0,0329	2,5204	0,3375	0,0047	0,0061	0,00512	65,88	126,74
2,8367	20,673	42,55	2,0582	0,705	0,0253	2,862	0,3416	0,0032	0,004	0,00298	114,66	241,41
3,1859	21,372	47,788	2,236	0,6278	0,0201	3,2059	0,3439	0,0023	0,0027	0,00174	197,29	438,69
3,535	22,07	53,026	2,4026	0,5658	0,0163	3,5514	0,3454	0,0017	0,002	0,00098	352,66	791,35
3,8842	22,768	58,263	2,559	0,5149	0,0135	3,8977	0,3464	0,0013	0,0015	0,00048	720,73	1512,1
4,2334	23,467	63,501	2,706	0,4724	0,0114	4,2448	0,347	0,001	0,0011	0,00014	2475	3987

Fig. n° 35 Comparaison entre les deux méthodes forme rectangulaire forte rugosité



Légende :

1 : méthode de Chow.

2 : méthode des variations de profondeur.

Fig. n° 36 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow forme rectangulaire différente rugosité

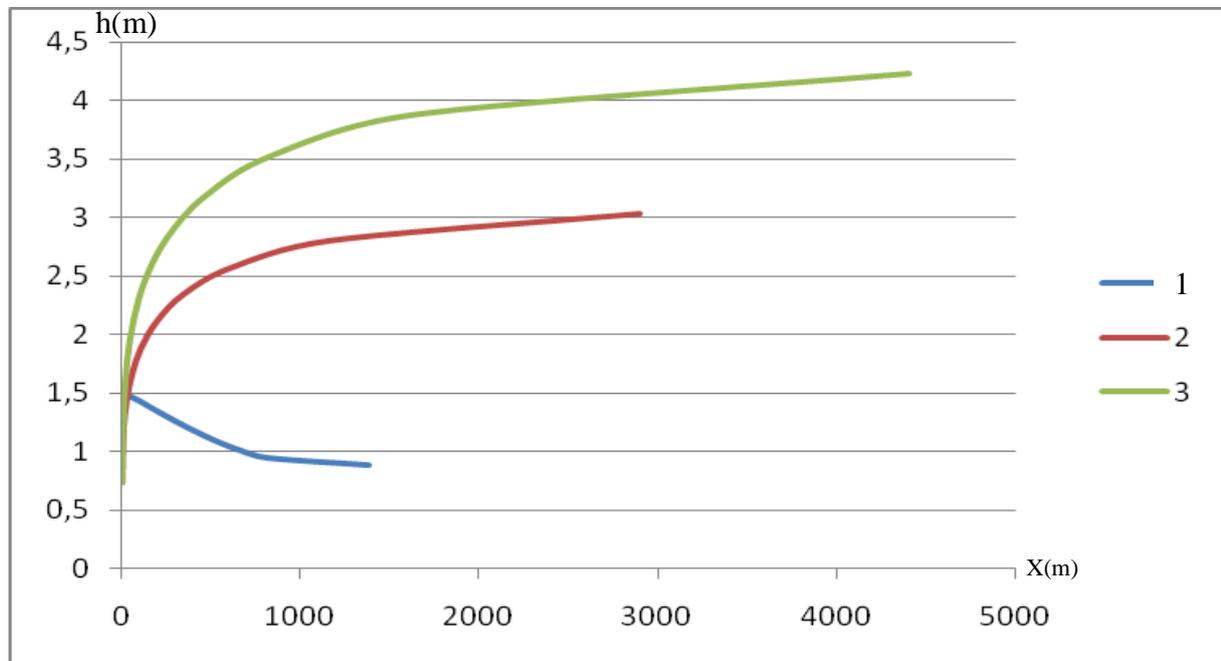
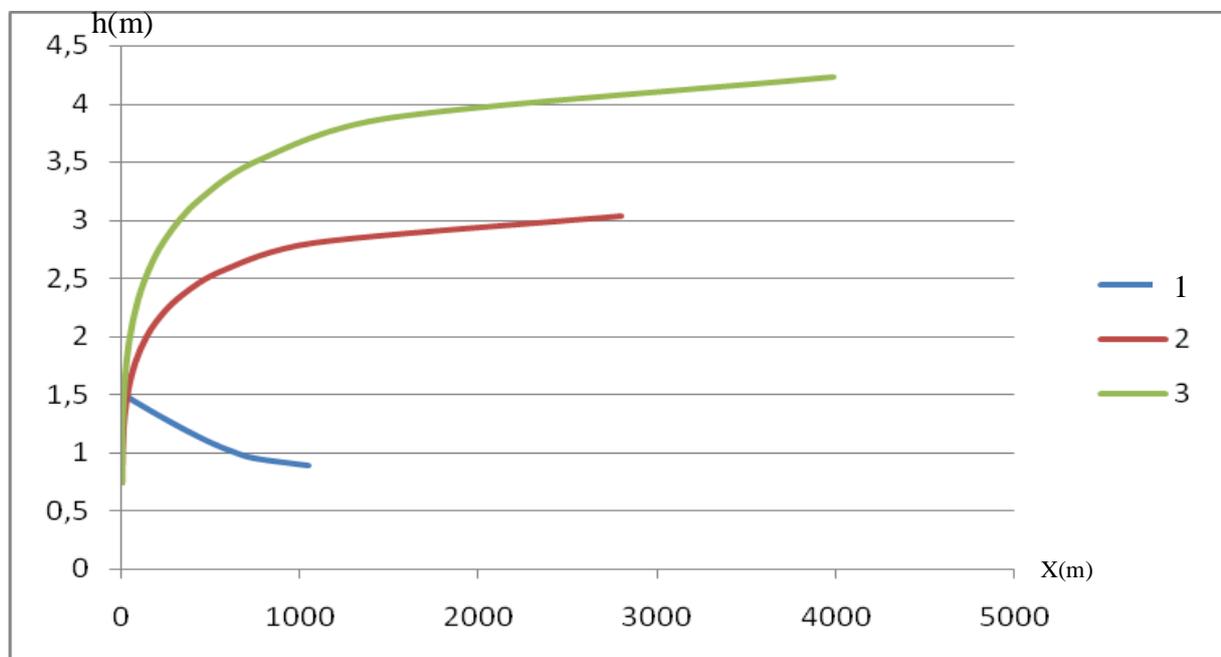


Fig. n° 37 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des variations de profondeur forme rectangulaire différente rugosité



Légende :

1: rugosité faible, 2 : rugosité moyenne, 3 : rugosité forte.

VI-8- Exemple de calcul 7:

On considère un canal de forme triangulaire à pente positive $I = 0.001$, et de débit $Q = 30 \text{ m}^3/\text{s}$. Le coefficient de rugosité $n = 0.012 \text{ m}^{-1/3} \text{ s}$. et le coefficient de talus est $m=1.5$, la profondeur d'eau $h = 1.5\text{m}$.

L'emploi du programme de calcul FBA élaboré par nos soins nous a permis d'obtenir les résultats ci-dessous utilisant les formules :

$$(Q = V.S = \frac{1}{n} R_h^{\frac{2}{3}} I^{\frac{1}{2}} .S, Q = \sqrt{\frac{g.S_c^3}{B}})$$

$$h_c = 2.411\text{m}$$

$$h_n = 2.662\text{m}$$

$$I_c = 0.0017$$

Puisque $h > h_n > h_c$ et $I_c > I$, $Fr < 1$

Le type de courbe de remous obtenu est M branche M1.

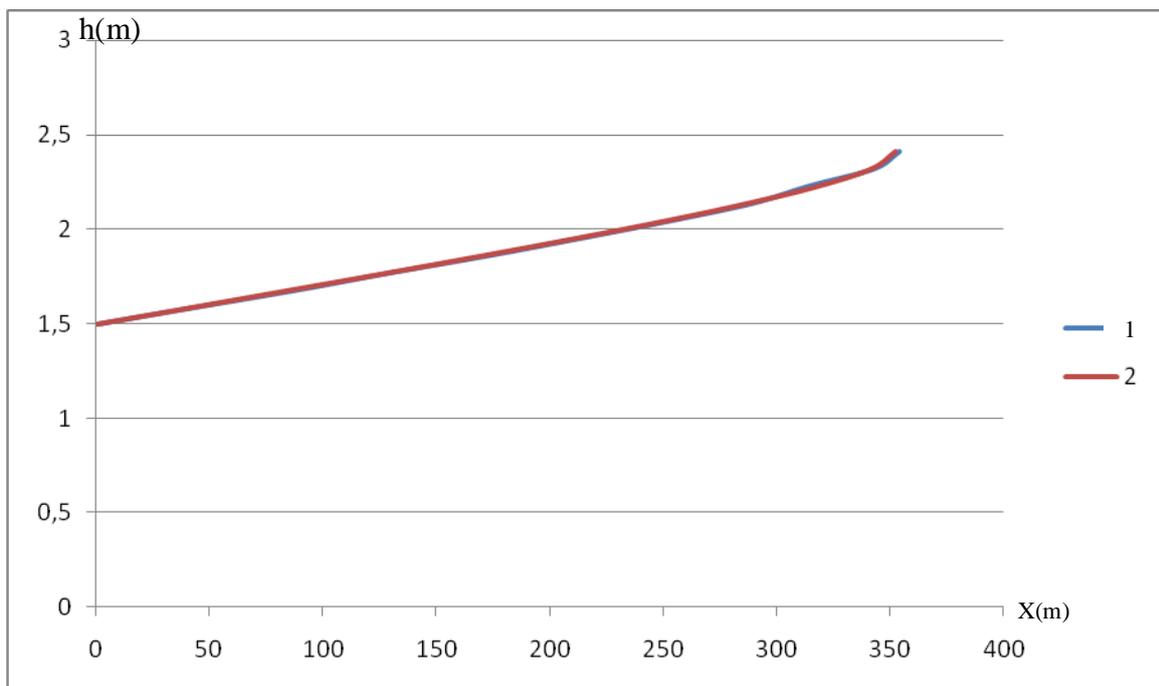
VI-8-1-Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow forme triangulaire faible rugosité :

h	h/b	M	N	J	Mu	Psi	Phi1	Phi2	X'	X
1,5	0,1	5	5,333333	4	0,563401	0,465326	0,567767	0,469592	559,9034	0
1,59114	0,106076	5	5,333333	4	0,597634	0,5034	0,603849	0,510155	604,3461	44,44267
1,68228	0,112152	5	5,333333	4	0,631866	0,542209	0,640553	0,55243	649,2166	89,31319
1,77342	0,118228	5	5,333333	4	0,666098	0,581725	0,679208	0,595984	690,4483	130,5449
1,86456	0,124304	5	5,333333	4	0,700331	0,621924	0,71823	0,642309	734,0773	174,1739
1,9557	0,13038	5	5,333333	4	0,734563	0,662784	0,759856	0,691619	774,4068	214,5034
2,04684	0,136456	5	5,333333	4	0,768795	0,704283	0,8036	0,744568	813,524	253,6206
2,13798	0,142532	5	5,333333	4	0,803027	0,746404	0,851041	0,802965	849,4304	289,527
2,22912	0,148608	5	5,333333	4	0,83726	0,789127	0,905853	0,868603	874,5237	314,6203
2,32026	0,154684	5	5,333333	4	0,871492	0,832437	0,964218	0,944873	903,1003	343,1969
2,4114	0,16076	5	5,333333	4	0,905724	0,876317	1,037833	1,040161	914,2175	354,3141

VI-8-2-Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des variations de profondeur forme triangulaire faible rugosité :

h	P	S	Rh	V	Ec	Hs	D Hs	Je	Je'	Je' - I	DX	X
1,5	5,4083	3,375	0,624	8,8889	4,0271	5,5271	0	0,0213	0	0	0	0
1,5911	5,7369	3,7976	0,662	7,8997	3,1807	4,7719	-0,7553	0,0156	0,0185	0,01746	43,265	43,265
1,6823	6,0655	4,2451	0,6999	7,067	2,5455	4,2277	-0,5441	0,0116	0,0136	0,01258	43,269	86,534
1,7734	6,3942	4,7175	0,7378	6,3593	2,0612	3,8346	-0,3932	0,0087	0,0102	0,00915	42,947	129,48
1,8646	6,7228	5,2149	0,7757	5,7528	1,6868	3,5513	-0,2833	0,0067	0,0077	0,00671	42,211	171,69
1,9557	7,0514	5,7371	0,8136	5,2291	1,3936	3,3493	-0,202	0,0052	0,0059	0,00494	40,928	212,62
2,0468	7,38	6,2843	0,8515	4,7738	1,1615	3,2084	-0,141	0,0041	0,0046	0,00362	38,895	251,52
2,138	7,7086	6,8564	0,8895	4,3754	0,9758	3,1137	-0,0946	0,0032	0,0036	0,00264	35,778	287,29
2,2291	8,0372	7,4535	0,9274	4,025	0,8257	3,0548	-0,0589	0,0026	0,0029	0,0019	30,99	318,28
2,3203	8,3658	8,0754	0,9653	3,715	0,7034	3,0237	-0,0311	0,0021	0,0023	0,00133	23,396	341,68
2,4114	8,6944	8,7223	1,0032	3,4395	0,603	3,0144	-0,0093	0,0017	0,0019	0,00089	10,481	352,16

Fig. n° 38 Comparaison entre les deux méthodes forme triangulaire faible rugosité



Légende :

1: méthode de Chow.

2 : méthode des variations de profondeur.

VI-9- Exemple de calcul 8:

On considère un canal de forme triangulaire à pente positive $I = 0.001$ et de débit $Q = 30 \text{ m}^3/\text{s}$. Le coefficient de rugosité $n = 0.08 \text{ m}^{-1/3} \text{ s}$. et le coefficient de talus est $m=1.5$, la profondeur d'eau $h = 1.5\text{m}$.

L'emploi du programme de calcul FBA élaboré par nos soins nous a permis d'obtenir les résultats ci-dessous utilisant les formules :

$$(Q = V.S = \frac{1}{n} R_h^{\frac{2}{3}} I^{\frac{1}{2}} .S, Q = \sqrt{\frac{g.S_c^3}{B}})$$

$$h_c = 2.411\text{m}$$

$$h_n = 5.423\text{m}$$

$$I_c = 0.0754$$

Puisque $h > h_n > h_c$ et $I_c > I$, $Fr < 1$

Le type de courbe de remous obtenu est M branche M2.

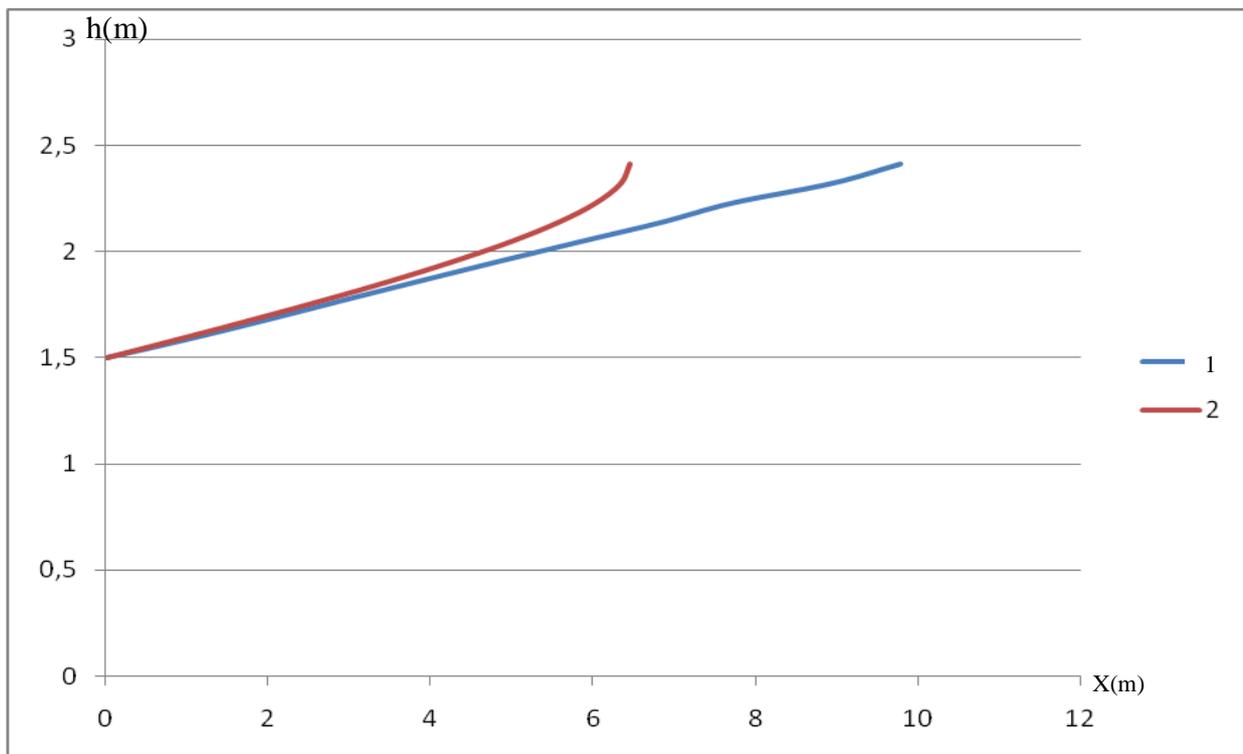
VI-8-1-Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow forme triangulaire moyenne rugosité :

h	h/b	M	N	J	Mu	Psi	Phi1	Phi2	X'	X
1,5	0,15	5	5,333333	4	0,2766	0,18022	0,2766	0,18022	12,7424	0
1,59114	0,159114	5	5,333333	4	0,293406	0,194966	0,293406	0,194966	13,78502	1,042621
1,68228	0,168228	5	5,333333	4	0,310212	0,209996	0,310229	0,209996	14,75545	2,013049
1,77342	0,177342	5	5,333333	4	0,327018	0,225301	0,327063	0,225301	15,68565	2,943251
1,86456	0,186456	5	5,333333	4	0,343824	0,24087	0,343897	0,24087	16,63456	3,892157
1,9557	0,19557	5	5,333333	4	0,360631	0,256695	0,360732	0,256695	17,60155	4,859152
2,04684	0,204684	5	5,333333	4	0,377437	0,272767	0,377566	0,272767	18,58607	5,843668
2,13798	0,213798	5	5,333333	4	0,394243	0,28908	0,3944	0,28908	19,58759	6,845183
2,22912	0,222912	5	5,333333	4	0,411049	0,305627	0,411446	0,30574	19,4651	7,722699
2,32026	0,232026	5	5,333333	4	0,427855	0,322401	0,428602	0,322849	18,77605	8,933651
2,4114	0,24114	5	5,333333	4	0,444662	0,339396	0,445681	0,340184	18,52429	9,781883

VI-9-2-Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des variations de profondeur forme triangulaire moyenne rugosité :

h	P	S	Rh	V	Ec	Hs	D Hs	Je	Je'	Je' - I	DX	X
1,5	5,4083	3,375	0,624	8,8889	4,0271	5,5271	0	0,9483	0	0	0	0
1,5911	5,7369	3,7976	0,662	7,8997	3,1807	4,7719	-0,7553	0,6923	0,8203	0,81929	0,9218	0,9218
1,6823	6,0655	4,2451	0,6999	7,067	2,5455	4,2277	-0,5441	0,5144	0,6033	0,60235	0,9033	1,8252
1,7734	6,3942	4,7175	0,7378	6,3593	2,0612	3,8346	-0,3932	0,3882	0,4513	0,45031	0,8731	2,6983
1,8646	6,7228	5,2149	0,7757	5,7528	1,6868	3,5513	-0,2833	0,2972	0,3427	0,3417	0,829	3,5273
1,9557	7,0514	5,7371	0,8136	5,2291	1,3936	3,3493	-0,202	0,2304	0,2638	0,26278	0,7686	4,2959
2,0468	7,38	6,2843	0,8515	4,7738	1,1615	3,2084	-0,141	0,1807	0,2055	0,20455	0,6893	4,9852
2,138	7,7086	6,8564	0,8895	4,3754	0,9758	3,1137	-0,0946	0,1432	0,162	0,16097	0,5877	5,5729
2,2291	8,0372	7,4535	0,9274	4,025	0,8257	3,0548	-0,0589	0,1146	0,1289	0,12794	0,4605	6,0334
2,3203	8,3658	8,0754	0,9653	3,715	0,7034	3,0237	-0,0311	0,0926	0,1036	0,10262	0,3036	6,337
2,4114	8,6944	8,7223	1,0032	3,4395	0,603	3,0144	-0,0093	0,0754	0,084	0,08299	0,1124	6,4493

Fig. n° 39 Comparaison entre les deux méthodes forme triangulaire rugosité moyenne



Légende :

1: méthode de Chow.

2 : méthode des variations de profondeur.

VI-10- Exemple de calcul 9:

On considère un canal de forme triangulaire à pente positive $I = 0.001$, et de débit $Q=30\text{m}^3/\text{s}$. Le coefficient de rugosité $n = 0.13 \text{ m}^{-1/3} \text{ s}$. et le coefficient de talus est $m=1.5$, la profondeur d'eau $h = 1.5\text{m}$.

L'emploi du programme de calcul FBA élaboré par nos soins nous a permis d'obtenir les résultats ci-dessous utilisant les formules :

$$(Q = V.S = \frac{1}{n} R_h^{\frac{2}{3}} I^{\frac{1}{2}} .S, Q = \sqrt{\frac{g.S_c^3}{B}})$$

$$h_c = 2.411\text{m}$$

$$h_n = 6.506\text{m}$$

$$l_c = 0.1991$$

Puisque $h > h_n > h_c$ et $l_c > l$, $Fr < 1$

Le type de courbe de remous obtenu est M branche M2.

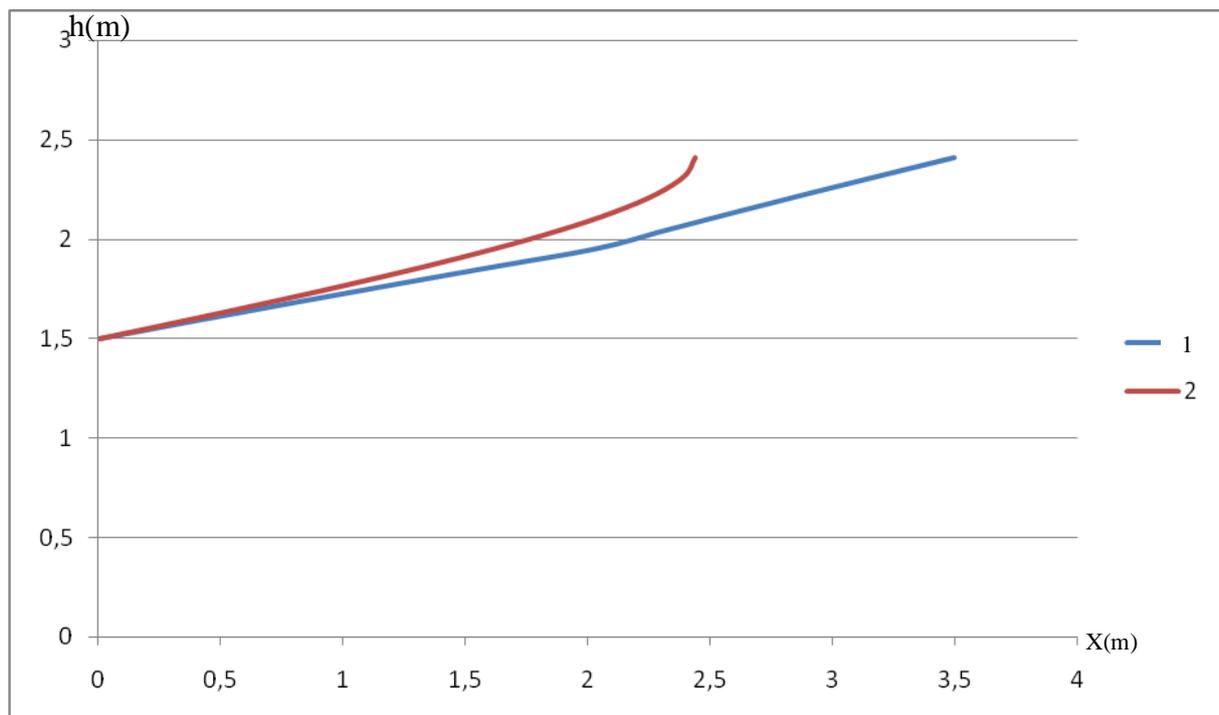
VI-10-1-Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow forme triangulaire forte rugosité :

h	h/b	M	N	J	Mu	Psi	Phi1	Phi2	X'	X
1,5	0,1	5	5,333333	4	0,230556	0,141374	0,230556	0,141374	4,825262	0
1,59114	0,106076	5	5,333333	4	0,244565	0,152942	0,244565	0,152942	5,220079	0,394817
1,68228	0,112152	5	5,333333	4	0,258574	0,164732	0,258574	0,164732	5,62251	0,797248
1,77342	0,118228	5	5,333333	4	0,272582	0,176738	0,272582	0,176738	6,032278	1,207016
1,86456	0,124304	5	5,333333	4	0,286591	0,188951	0,286591	0,188951	6,449129	1,623867
1,9557	0,13038	5	5,333333	4	0,300599	0,201365	0,3006	0,201365	6,866329	2,041067
2,04684	0,136456	5	5,333333	4	0,314608	0,213973	0,314632	0,213973	7,144765	2,319503
2,13798	0,142532	5	5,333333	4	0,328617	0,22677	0,328664	0,22677	7,429637	2,604375
2,22912	0,148608	5	5,333333	4	0,342625	0,23975	0,342696	0,23975	7,720761	2,895499
2,32026	0,154684	5	5,333333	4	0,356634	0,252909	0,356728	0,252909	8,017966	3,192704
2,4114	0,16076	5	5,333333	4	0,370642	0,26624	0,37076	0,26624	8,321092	3,49583

VI-10-2-Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des variations de profondeur forme triangulaire forte rugosité :

h	P	S	Rh	V	Ec	Hs	D Hs	Je	Je'	Je' - I	DX	X
1,5	5,4083	3,375	0,624	8,8889	4,0271	5,5271	0	2,504	0	0	0	0
1,5911	5,7369	3,7976	0,662	7,8997	3,1807	4,7719	-0,7553	1,8281	2,1661	2,16507	0,3488	0,3488
1,6823	6,0655	4,2451	0,6999	7,067	2,5455	4,2277	-0,5441	1,3583	1,5932	1,59222	0,3417	0,6906
1,7734	6,3942	4,7175	0,7378	6,3593	2,0612	3,8346	-0,3932	1,0252	1,1917	1,19073	0,3302	1,0208
1,8646	6,7228	5,2149	0,7757	5,7528	1,6868	3,5513	-0,2833	0,7847	0,9049	0,90394	0,3134	1,3341
1,9557	7,0514	5,7371	0,8136	5,2291	1,3936	3,3493	-0,202	0,6084	0,6965	0,69555	0,2904	1,6245
2,0468	7,38	6,2843	0,8515	4,7738	1,1615	3,2084	-0,141	0,4772	0,5428	0,54178	0,2602	1,8848
2,138	7,7086	6,8564	0,8895	4,3754	0,9758	3,1137	-0,0946	0,3782	0,4277	0,42671	0,2217	2,1065
2,2291	8,0372	7,4535	0,9274	4,025	0,8257	3,0548	-0,0589	0,3027	0,3405	0,33949	0,1735	2,28
2,3203	8,3658	8,0754	0,9653	3,715	0,7034	3,0237	-0,0311	0,2445	0,2736	0,27262	0,1143	2,3943
2,4114	8,6944	8,7223	1,0032	3,4395	0,603	3,0144	-0,0093	0,1991	0,2218	0,22078	0,0422	2,4365

Fig. n° 40 Comparaison entre les deux méthodes forme triangulaire rugosité forte



Légende :

1: méthode de Chow.

2: méthode des variations de profondeur.

Fig. n° 41 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow forme triangulaire différente rugosité

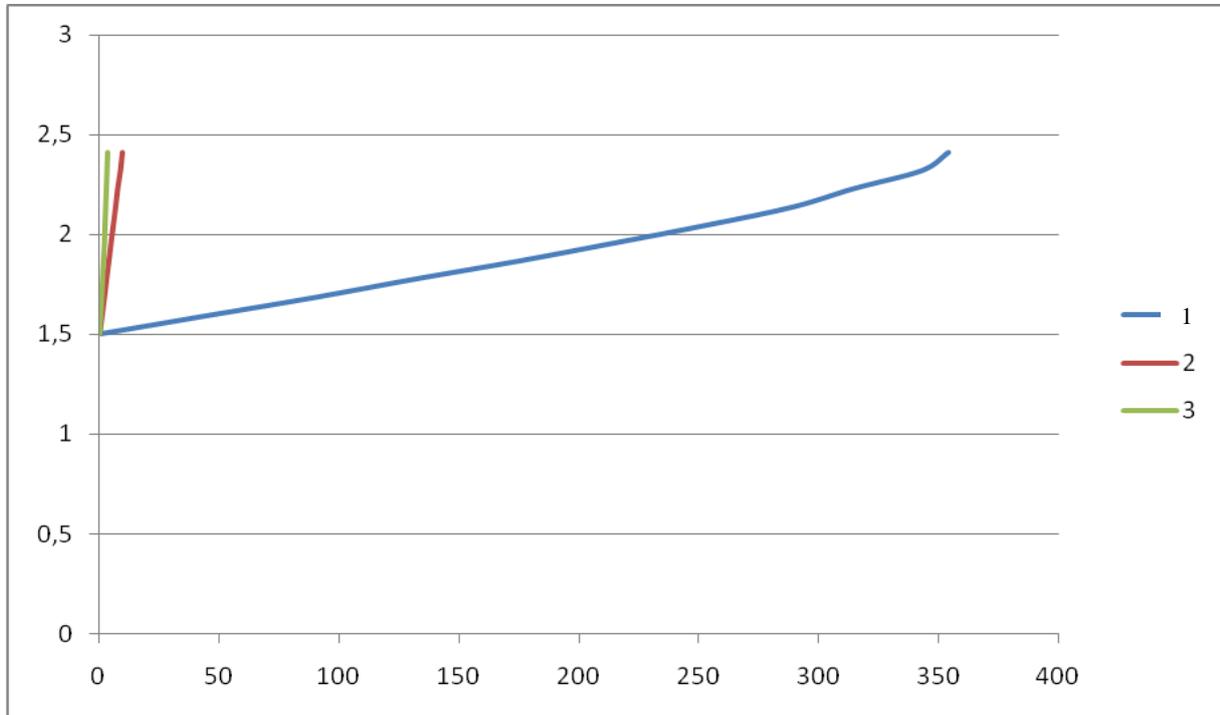
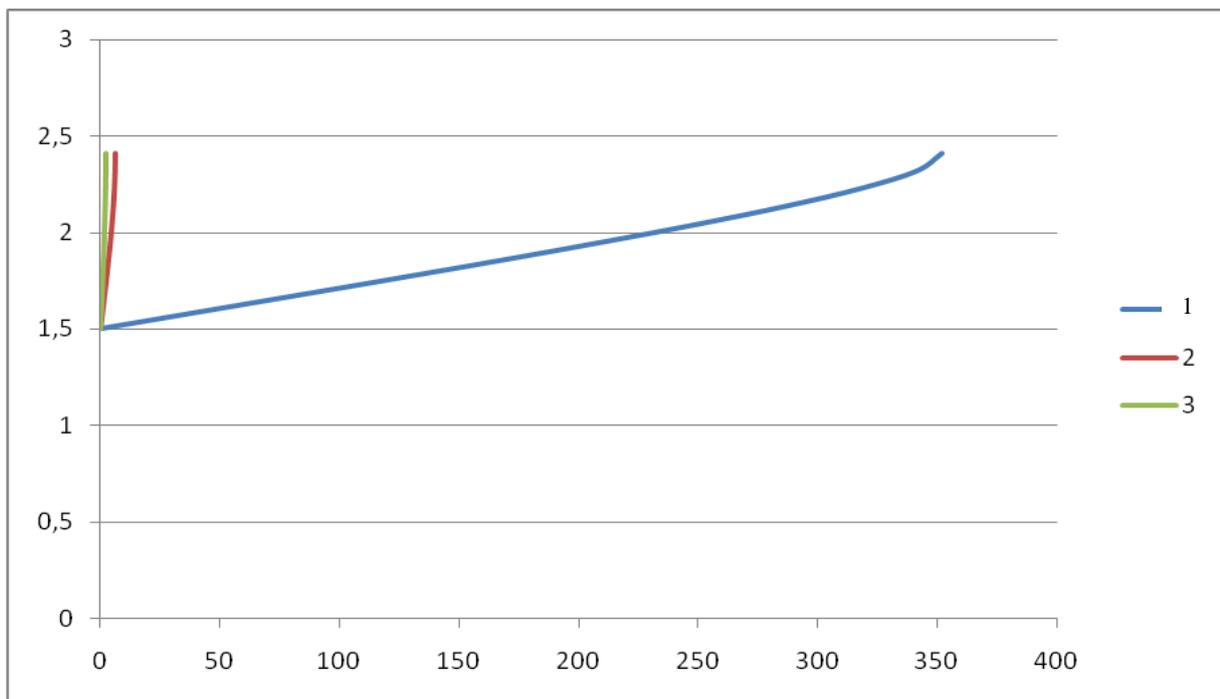


Fig. n° 42 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des variations de profondeur forme triangulaire différente rugosité



Légende :

1 : rugosité faible, 2 : rugosité moyenne, 3 : rugosité forte.

VI-11- Exemple de calcul 10:

On considère un canal de forme parabolique à pente positive $I = 0.001$, et de débit $Q=30 \text{ m}^3/\text{s}$. Le coefficient de rugosité $n = 0.012 \text{ m}^{-1/3} \text{ s}$. la largeur au miroir $B = 14\text{m}$, la profondeur d'eau $h = 1.5\text{m}$.

L'emploi du programme de calcul FBA élaboré par nos soins nous a permis d'obtenir les résultats ci-dessous utilisant les formules :

$$(Q = V.S = \frac{1}{n} R_h^{\frac{2}{3}} I^{\frac{1}{2}} .S , Q = \sqrt{\frac{g.S_c^3}{B}})$$

$$h_c = 0.985\text{m}$$

$$h_n = 1.144\text{m}$$

$$I_c = 0.0016$$

Puisque $h > h_n > h_c$ et $I_c > I$, $Fr < 1$

Le type de courbe de remous obtenu est M branche M1.

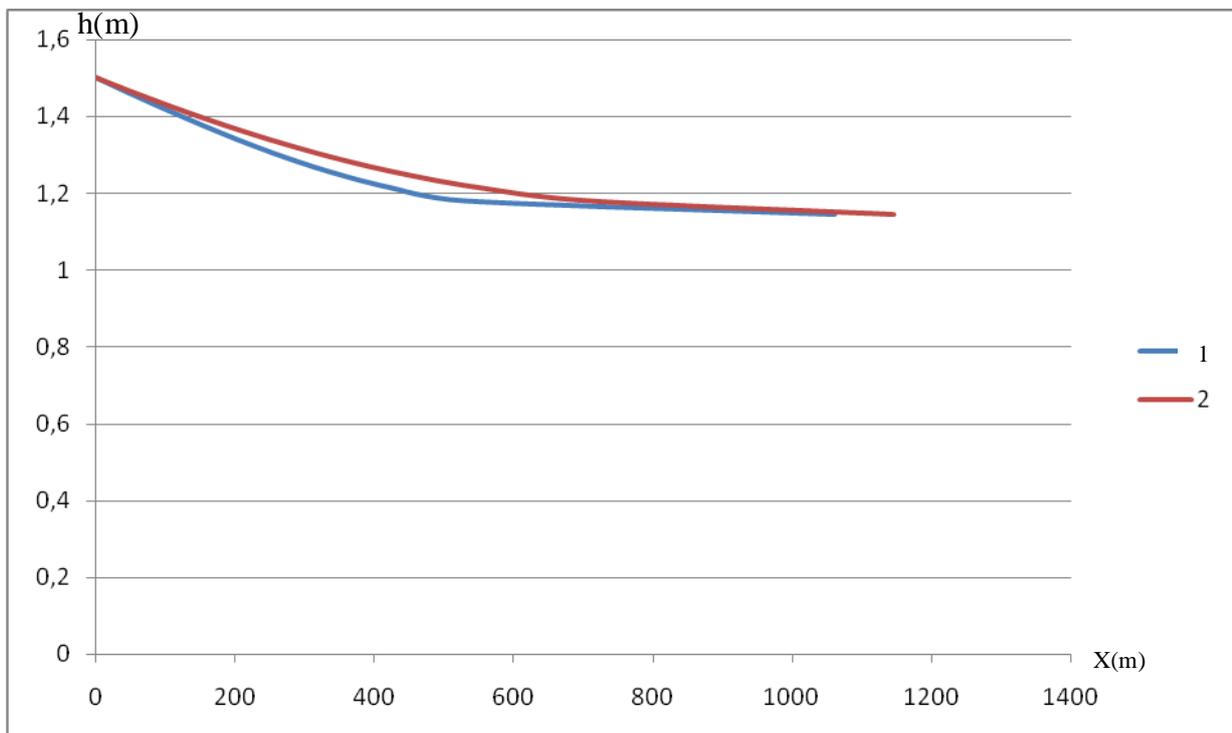
VI-11-1-Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow forme parabolique faible rugosité :

h	h/b	M	N	J	Mu	Psi	Phi1	Phi2	X'	X
1,5	0,1	4,5	4,781818	3,730496	1,310731	1,414591	0,113566	0,164068	1444,652	0
1,46444	0,097629	4,5	4,786809	3,719906	1,279657	1,373438	0,126286	0,182396	1402,548	42,10396
1,42888	0,095259	4,5	4,791812	3,709372	1,248584	1,332152	0,141504	0,203883	1358,95	85,70179
1,39332	0,092888	4,5	4,796829	3,698892	1,217511	1,290755	0,159327	0,22905	1313,95	130,7019
1,35776	0,090517	4,5	4,801857	3,688468	1,186438	1,249271	0,180796	0,260076	1267,317	177,3348
1,3222	0,088147	4,5	4,806897	3,678099	1,155365	1,207724	0,207917	0,298915	1217,595	227,0572
1,28664	0,085776	4,5	4,811949	3,667787	1,124292	1,166141	0,243356	0,348581	1163,034	281,6179
1,25108	0,083405	4,5	4,817012	3,657531	1,093219	1,124548	0,292078	0,415696	1100,829	343,8233
1,21552	0,081035	4,5	4,822086	3,647331	1,062146	1,082974	0,365078	0,51536	1024,967	419,6849
1,17996	0,078664	4,5	4,827172	3,637187	1,031073	1,041447	0,497339	0,695087	916,1227	528,5295
1,1444	0,076293	4,5	4,832267	3,627101	1,000000	1,000000	1,289517	1,633642	383,5096	1061,143

VI-11-2-Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des variations de profondeur forme parabolique faible rugosité :

h	P	S	Rh	V	Ec	Hs	D Hs	Je	Je'	Je' - I	DX	X
1,5	18,333	18	0,9818	1,6667	0,1416	1,6416	0	0,0004	0	0	0	0
1,4644	18,318	17,573	0,9594	1,7071	0,1485	1,613	-0,0286	0,0004	0,0004	-0,0006	49,89	49,89
1,4289	18,302	17,147	0,9368	1,7496	0,156	1,5849	-0,0281	0,0005	0,0005	-0,0005	52,203	102,09
1,3933	18,288	16,72	0,9143	1,7943	0,1641	1,5574	-0,0275	0,0005	0,0005	-0,0005	55,172	157,26
1,3578	18,273	16,293	0,8916	1,8413	0,1728	1,5306	-0,0269	0,0006	0,0005	-0,0005	59,101	216,37
1,3222	18,259	15,866	0,869	1,8908	0,1822	1,5044	-0,0261	0,0006	0,0006	-0,0004	64,521	280,89
1,2866	18,245	15,44	0,8462	1,943	0,1924	1,4791	-0,0253	0,0007	0,0007	-0,0003	72,431	353,32
1,2511	18,232	15,013	0,8234	1,9983	0,2035	1,4546	-0,0245	0,0007	0,0007	-0,0003	84,983	438,3
1,2155	18,219	14,586	0,8006	2,0567	0,2156	1,4311	-0,0235	0,0008	0,0008	-0,0002	107,79	546,09
1,18	18,206	14,16	0,7777	2,1187	0,2288	1,4088	-0,0224	0,0009	0,0009	-0,0001	161,62	707,71
1,1444	18,194	13,733	0,7548	2,1846	0,2432	1,3876	-0,0211	0,001	0,001	-5E-05	438,87	1146,6

Fig. n° 43 Comparaison entre les deux méthodes forme parabolique rugosité faible



Légende :

1 : méthode de Chow.

2 : méthode des variations de profondeur.

VI-12- Exemple de calcul 11:

On considère un canal de forme parabolique à pente positive $I = 0.001$, et de débit $Q=30 \text{ m}^3/\text{s}$. Le coefficient de rugosité $n = 0.08 \text{ m}^{-1/3} \text{ s}$. la largeur au miroir $B = 14\text{m}$, la profondeur d'eau $h = 1.5\text{m}$.

L'emploi du programme de calcul FBA élaboré par nos soins nous a permis d'obtenir les résultats ci-dessous utilisant les formules :

$$(Q = V.S = \frac{1}{n} R_h^{\frac{2}{3}} I^{\frac{1}{2}} .S , Q = \sqrt{\frac{g.S_c^3}{B}})$$

$$h_c = 0.985\text{m}$$

$$h_n = 3.713\text{m}$$

$$l_c = 0.073$$

Puisque $h > h_n > h_c$ et $l_c > l$, $Fr < 1$

Le type de courbe de remous obtenu est M branche M2.

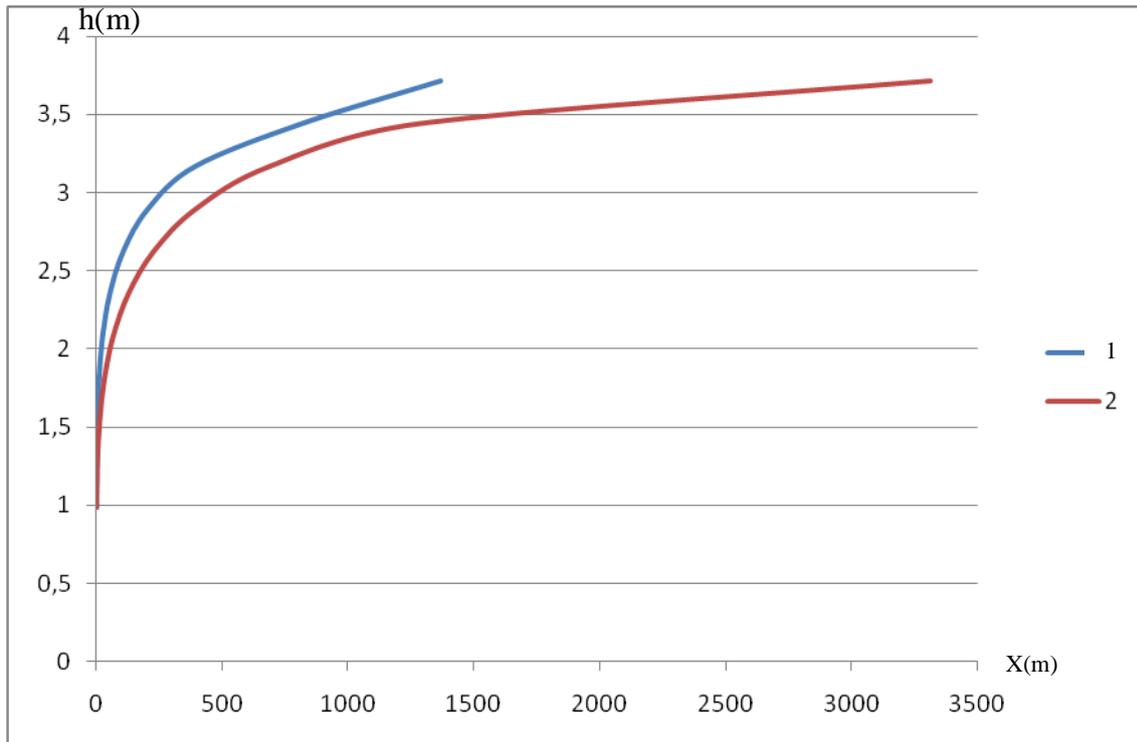
VI-12-1-Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow forme parabolique moyenne rugosité :

h	h/b	M	N	J	Mu	Psi	Phi1	Phi2	X'	X
0,9851	0,065673	4,5	4,855216	3,582615	0,265333	0,16562	0,265333	0,16562	1,158378	0
1,25786	0,083857	4,5	4,816046	3,659482	0,338799	0,240648	0,339259	0,240994	0,030246	1,128132
1,53062	0,102041	4,5	4,777531	3,739659	0,412266	0,322387	0,413557	0,323485	-2,391836	3,550214
1,80338	0,120225	4,5	4,739797	3,823042	0,485733	0,408504	0,488731	0,411253	-7,988405	9,146783
2,07614	0,138409	4,5	4,702961	3,909486	0,5592	0,496973	0,566227	0,503925	-22,11982	23,2782
2,3489	0,156593	4,5	4,66713	3,998808	0,632666	0,586064	0,647683	0,600989	-50,87256	52,03094
2,62166	0,174777	4,5	4,632401	4,090779	0,706133	0,67434	0,735834	0,704846	-104,3719	105,5303
2,89442	0,192961	4,5	4,598857	4,185129	0,7796	0,760646	0,836041	0,819317	-202,4809	203,6393
3,16718	0,211145	4,5	4,566572	4,281541	0,853067	0,844089	0,960729	0,956008	-391,2238	392,3822
3,43994	0,229329	4,5	4,535608	4,379659	0,926533	0,924019	1,148742	1,15211	-814,4491	815,6075
3,7127	0,247513	4,5	4,506013	4,47908	1,000000	1,000000	1,371244	1,37799	-1365,333	1366,492

VI-12-2-Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des variations de profondeur forme parabolique moyenne rugosité :

h	P	S	Rh	V	Ec	Hs	D Hs	Je	Je'	Je' - I	DX	X
0,9851	18,144	11,821	0,6515	2,5378	0,3283	1,3134	0	0,073	0	0	0	0
1,2579	18,234	15,094	0,8278	1,9875	0,2013	1,4592	0,1458	0,0325	0,0528	0,05175	2,8179	2,8179
1,5306	18,347	18,367	1,0011	1,6333	0,136	1,6666	0,2074	0,017	0,0248	0,02379	8,7188	11,537
1,8034	18,482	21,641	1,1709	1,3863	0,098	1,9013	0,2347	0,01	0,0135	0,01251	18,768	30,305
2,0761	18,639	24,914	1,3367	1,2042	0,0739	2,15	0,2487	0,0063	0,0081	0,00713	34,862	65,167
2,3489	18,817	28,187	1,4979	1,0643	0,0577	2,4066	0,2566	0,0042	0,0053	0,00427	60,144	125,31
2,6217	19,018	31,46	1,6542	0,9536	0,0463	2,668	0,2614	0,003	0,0036	0,0026	100,43	225,74
2,8944	19,241	34,733	1,8051	0,8637	0,038	2,9324	0,2644	0,0022	0,0026	0,00157	168,05	393,79
3,1672	19,486	38,006	1,9504	0,7893	0,0318	3,1989	0,2665	0,0016	0,0019	0,0009	294,69	688,48
3,4399	19,753	41,279	2,0898	0,7268	0,0269	3,4669	0,2679	0,0013	0,0015	0,00045	594,36	1282,8
3,7127	20,042	44,552	2,2229	0,6734	0,0231	3,7358	0,2689	0,001	0,0011	0,00013	2026,3	3309,1

Fig. n° 44 : Comparaison entre les deux méthodes forme parabolique rugosité moyenne



Légende :

1: méthode de Chow.

2 : méthode des variations de profondeur.

VI-13- Exemple de calcul 12:

On considère un canal de forme parabolique à pente positive $I = 0.001$, et de débit $Q = 30 \text{ m}^3/\text{s}$. Le coefficient de rugosité $n = 0.13 \text{ m}^{-1/3} \text{ s}$. la largeur au miroir $B = 14\text{m}$, la profondeur d'eau $h = 1.5\text{m}$.

L'emploi du programme de calcul FBA élaboré par nos soins nous a permis d'obtenir les résultats ci-dessous utilisant les formules :

$$(Q = V.S = \frac{1}{n} R_h^{\frac{2}{3}} I^{\frac{1}{2}} .S , Q = \sqrt{\frac{g.S_c^3}{B}})$$

$$h_c = 0.985\text{m}$$

$$h_n = 5.15\text{m}$$

$$l_c = 0.2076$$

Puisque $h > h_n > h_c$ et $l_c > l$, $Fr < 1$

Le type de courbe de remous obtenu est M branche M1.

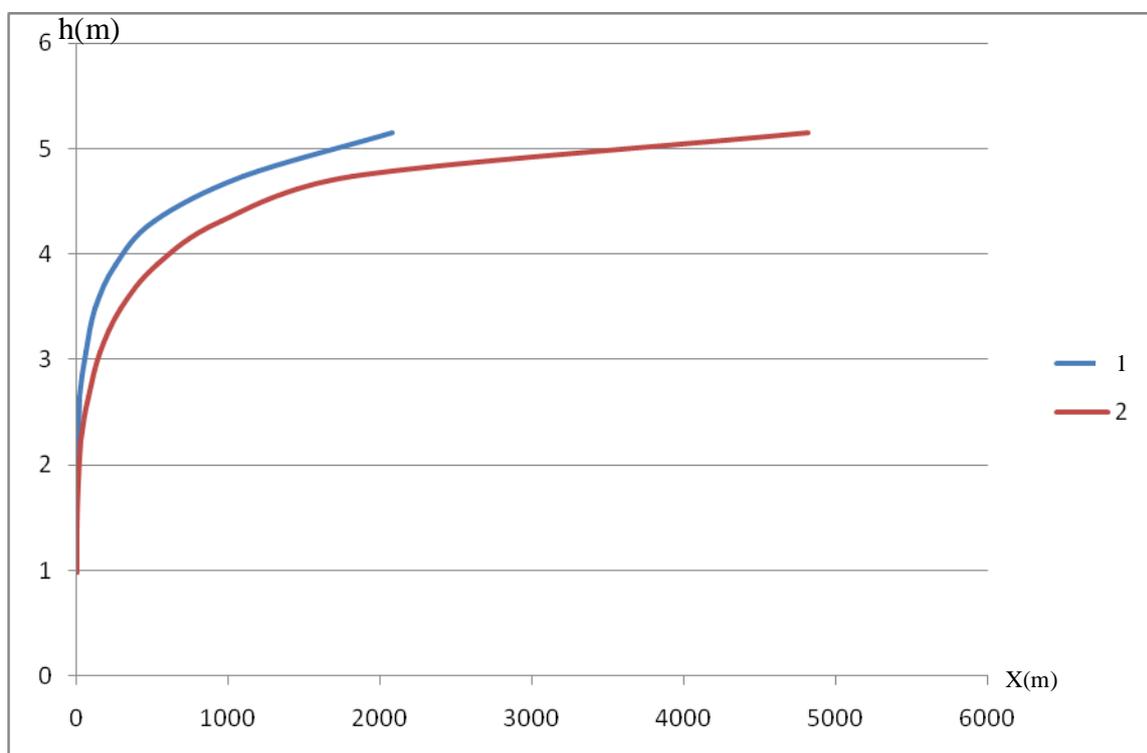
VI-13-1-Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow forme parabolique forte rugosité :

h	h/b	M	N	J	Mu	Psi	Phi1	Phi2	X'	X
0,9851	0,065673	4,5	4,855216	3,582615	0,19127	0,106286	0,19127	0,106286	0,236438	0
1,40162	0,093441	4,5	4,795657	3,701333	0,272143	0,185222	0,272143	0,185222	0,430973	0,194535
1,81814	0,121209	4,5	4,73778	3,827643	0,353016	0,275594	0,353686	0,275919	-2,774465	3,010903
2,23466	0,148977	4,5	4,682009	3,961061	0,433889	0,372717	0,435477	0,374268	-7,22103	7,457468
2,65118	0,176745	4,5	4,628712	4,100881	0,514762	0,472593	0,519391	0,476939	-22,56306	22,7995
3,0677	0,204513	4,5	4,578197	4,246161	0,595635	0,571985	0,607029	0,58346	-57,05051	57,28694
3,48422	0,232281	4,5	4,530709	4,395721	0,676508	0,668438	0,700849	0,693157	-123,336	123,5725
3,90074	0,260049	4,5	4,486429	4,548154	0,757381	0,760243	0,807038	0,809634	-253,2753	253,5117
4,31726	0,287817	4,5	4,445473	4,70185	0,838254	0,846357	0,938032	0,941898	-510,8809	511,1173
4,73378	0,315585	4,5	4,407902	4,855042	0,919127	0,926293	1,133113	1,122875	-1098,361	1098,597
5,1503	0,343353	4,5	4,37372	5,005858	1,000000	1,000000	1,404383	1,246468	-2078,393	2078,629

VI-13-2-Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des variations de profondeur forme parabolique forte rugosité :

h	P	S	Rh	V	Ec	Hs	D Hs	Je	Je'	Je' - I	DX	X
0,9851	18,144	11,821	0,6515	2,5378	0,3283	1,3134	0	0,1927	0	0	0	0
1,4016	18,291	16,819	0,9195	1,7837	0,1622	1,5638	0,2504	0,0601	0,1264	0,12542	1,9966	1,9966
1,8181	18,49	21,818	1,18	1,375	0,0964	1,9145	0,3507	0,0256	0,0429	0,04188	8,3754	10,372
2,2347	18,74	26,816	1,431	1,1187	0,0638	2,2985	0,3839	0,0131	0,0194	0,01837	20,899	31,271
2,6512	19,041	31,814	1,6708	0,943	0,0453	2,6965	0,3981	0,0076	0,0103	0,00935	42,579	73,85
3,0677	19,394	36,812	1,8981	0,8149	0,0338	3,1015	0,405	0,0048	0,0062	0,00518	78,228	152,08
3,4842	19,798	41,811	2,1118	0,7175	0,0262	3,5105	0,4089	0,0032	0,004	0,00299	136,6	288,68
3,9007	20,254	46,809	2,3111	0,6409	0,0209	3,9217	0,4112	0,0023	0,0027	0,00174	236,11	524,79
4,3173	20,761	51,807	2,4954	0,5791	0,0171	4,3344	0,4127	0,0017	0,002	0,00097	424,08	948,87
4,7338	21,32	56,805	2,6644	0,5281	0,0142	4,748	0,4136	0,0013	0,0015	0,00048	870,48	1819,3
5,1503	21,93	61,804	2,8183	0,4854	0,012	5,1623	0,4143	0,001	0,0011	0,00014	2998,3	4817,6

Fig. n° 45 : Comparaison entre les deux méthodes forme parabolique rugosité forte



Légende :

1:méthode de Chow.

2:méthode des variations de profondeur.

Fig. n° 46 : Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow même rugosité (faible) et différentes formes

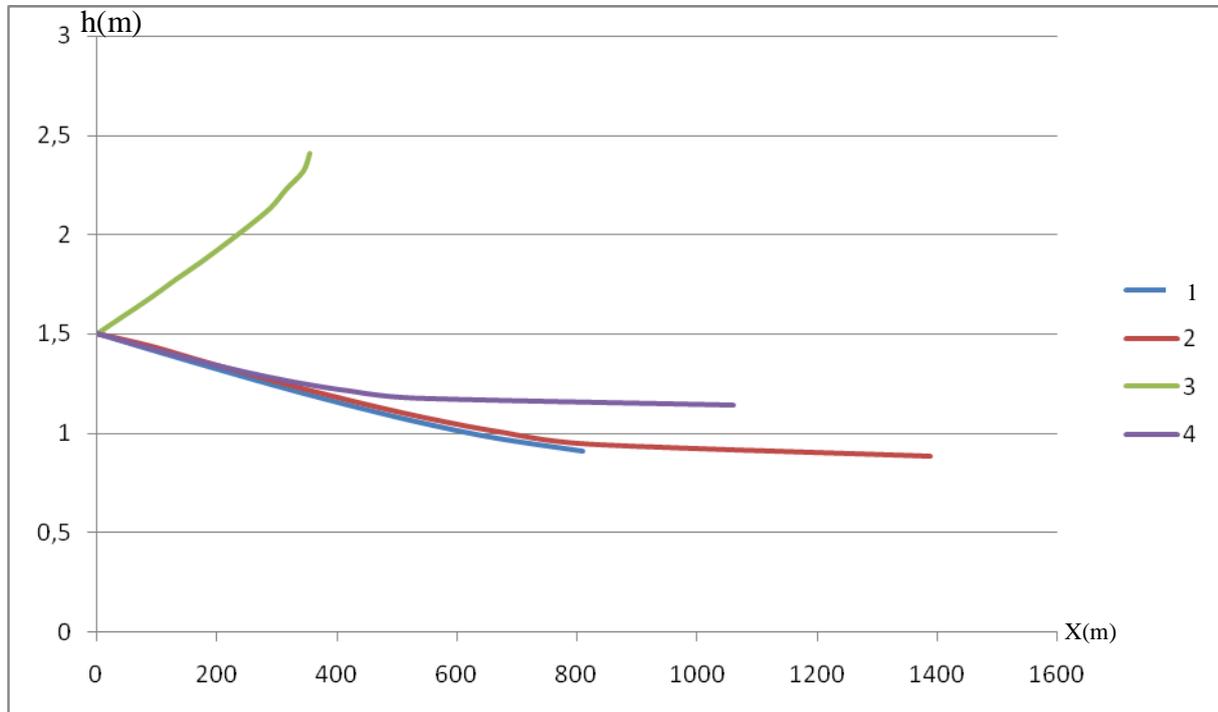


Fig. n° 47 : Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des variations de profondeur même rugosité (faible) et différentes formes

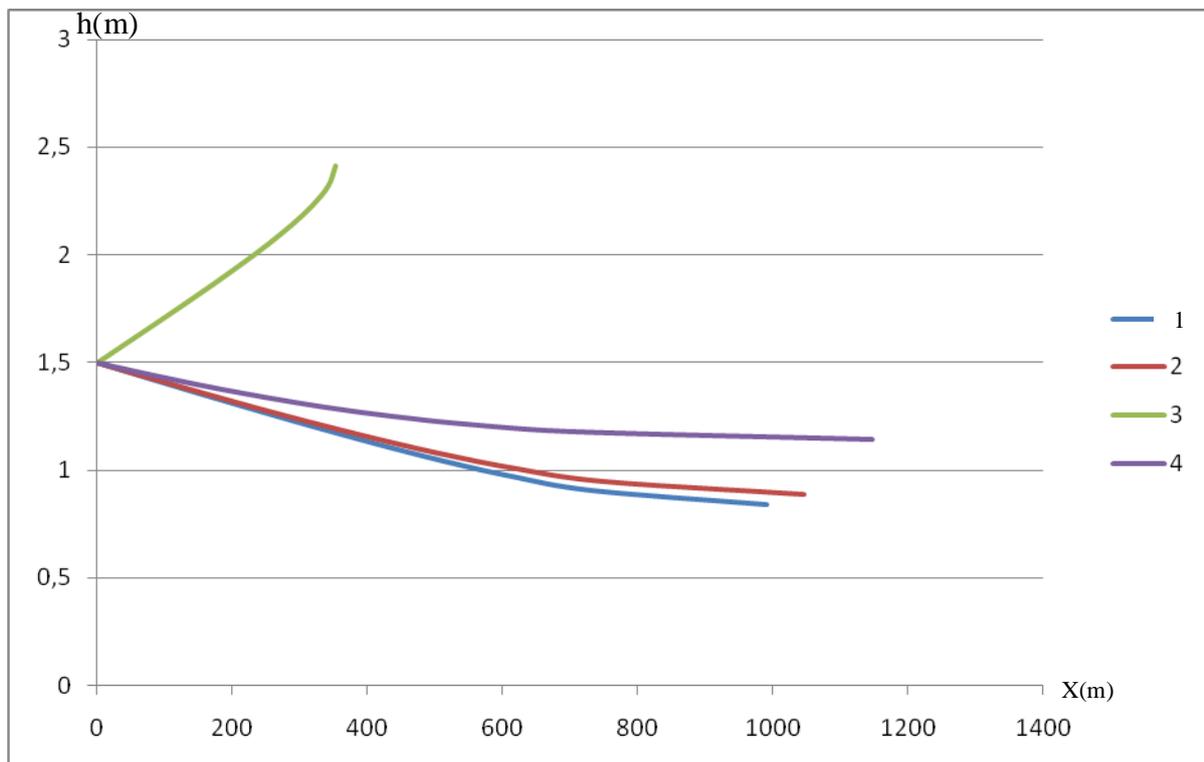


Fig. n° 48 : Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow forme parabolique différente rugosité

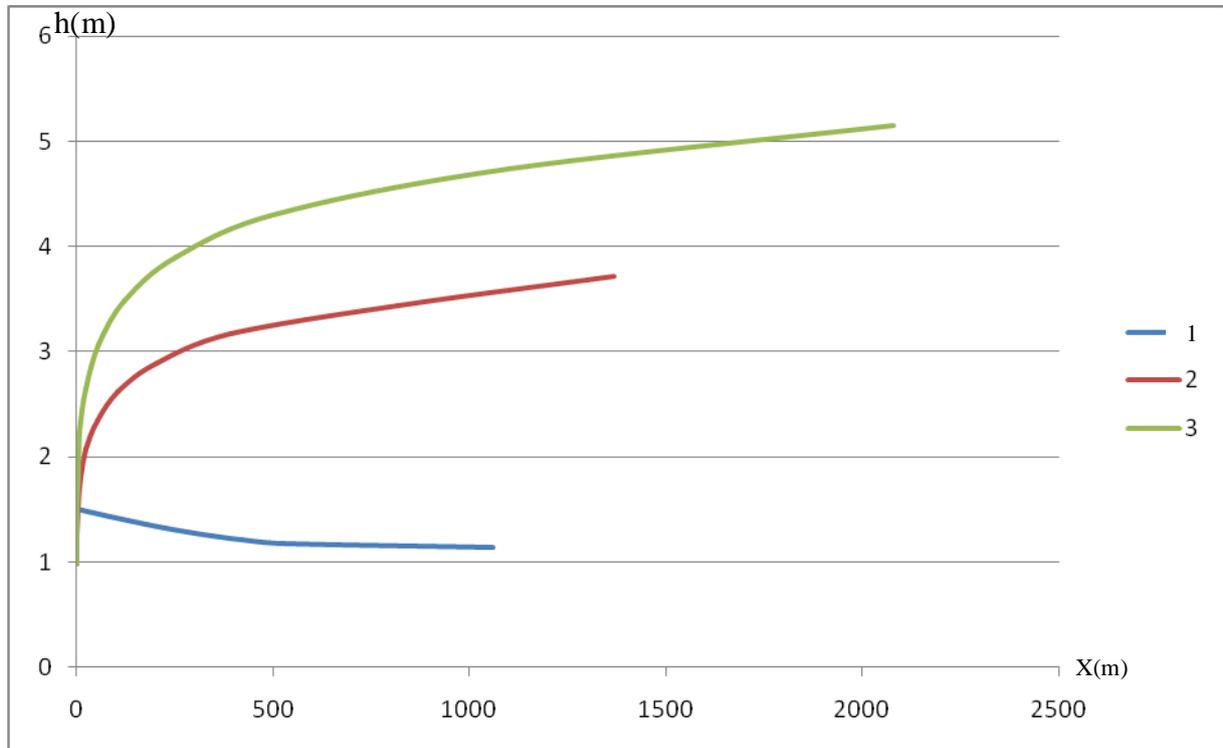
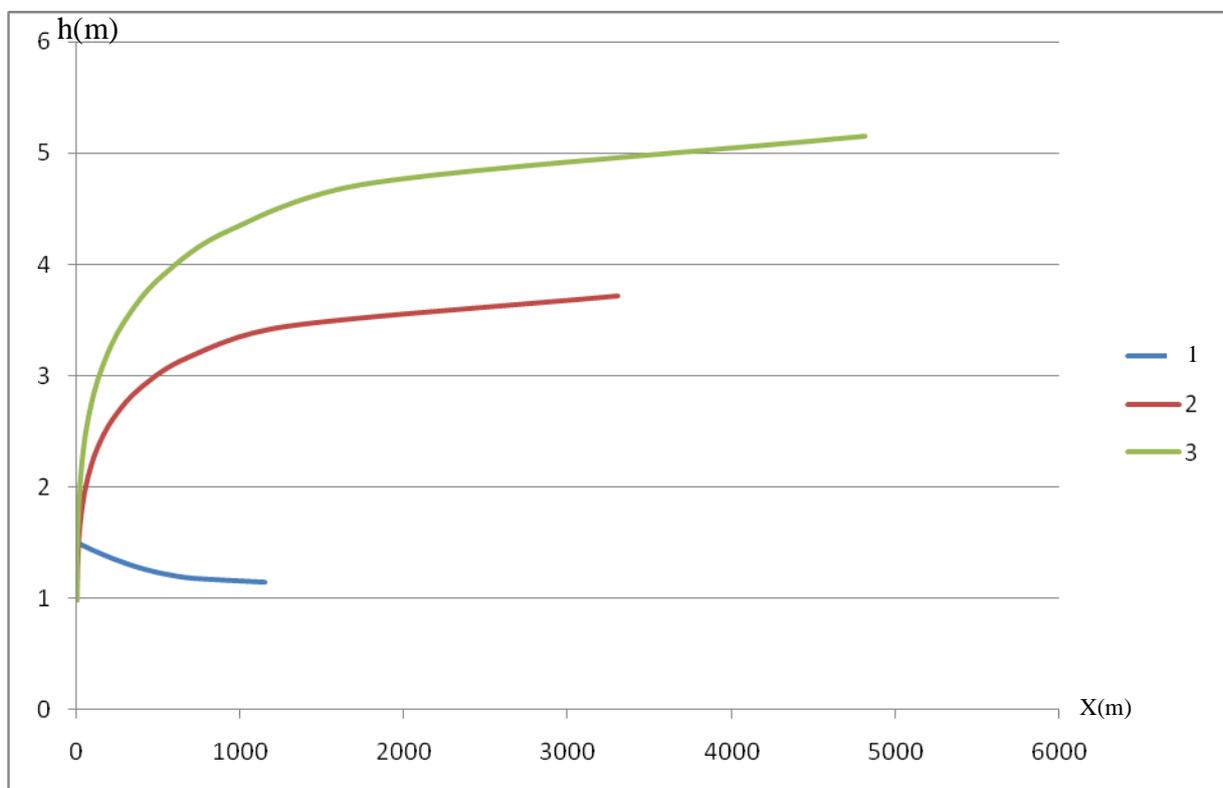


Fig. n° 49: Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des variations de profondeur forme parabolique différente rugosité



Légende :

1 : rugosité faible, 2 : rugosité moyenne, 3 : rugosité forte.

Fig. n° 50 : calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow même rugosité (moyenne) et différentes formes

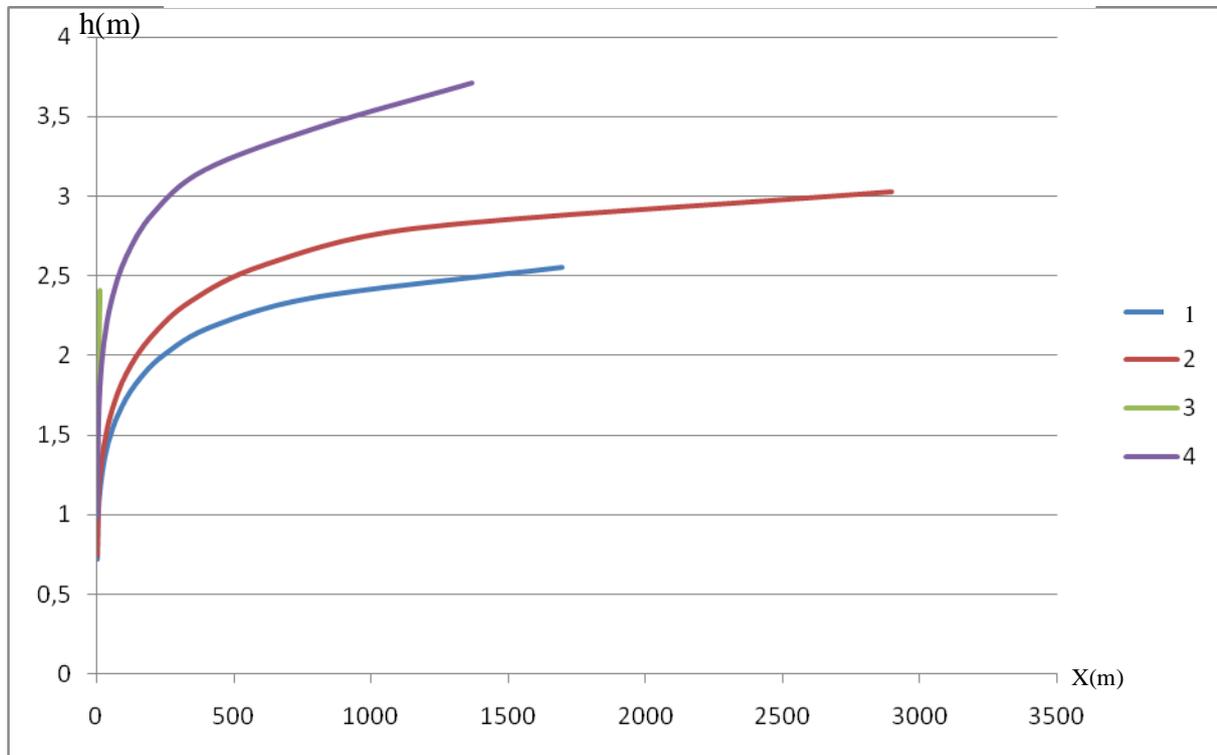


Fig. n° 51: Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des variations de profondeur même rugosité (moyenne) et différente forme

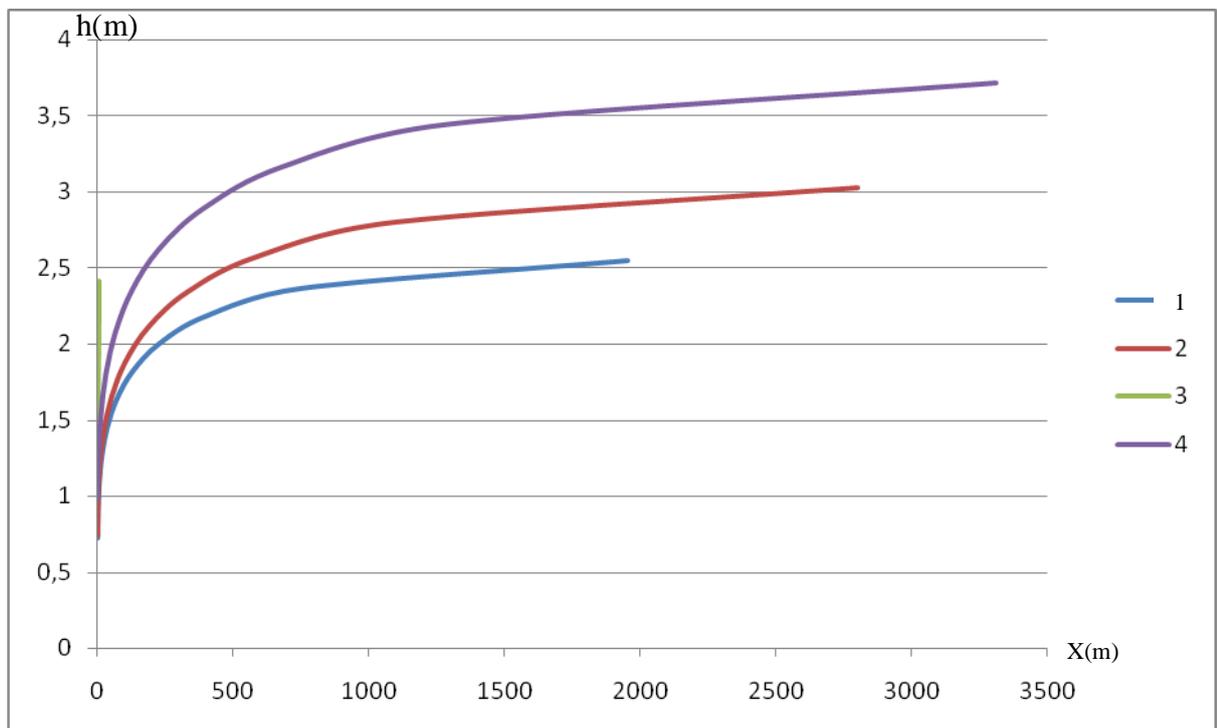


Fig. n° 52: calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow même rugosité (forte) et différentes formes

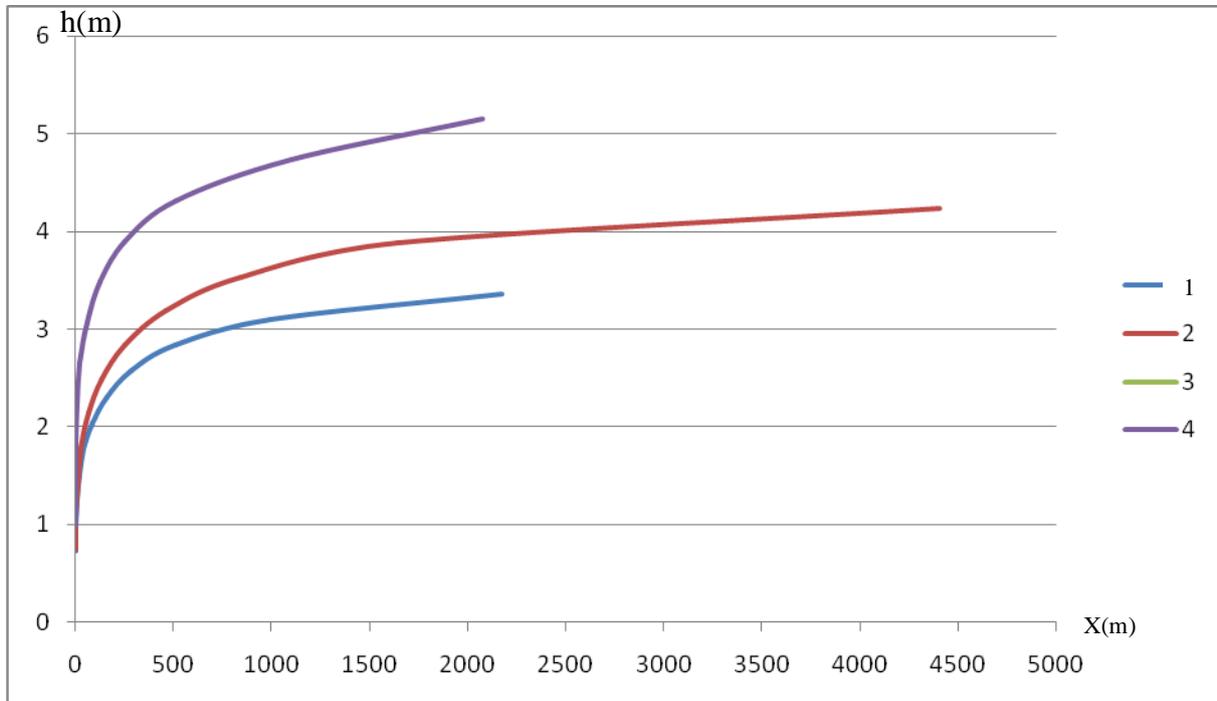
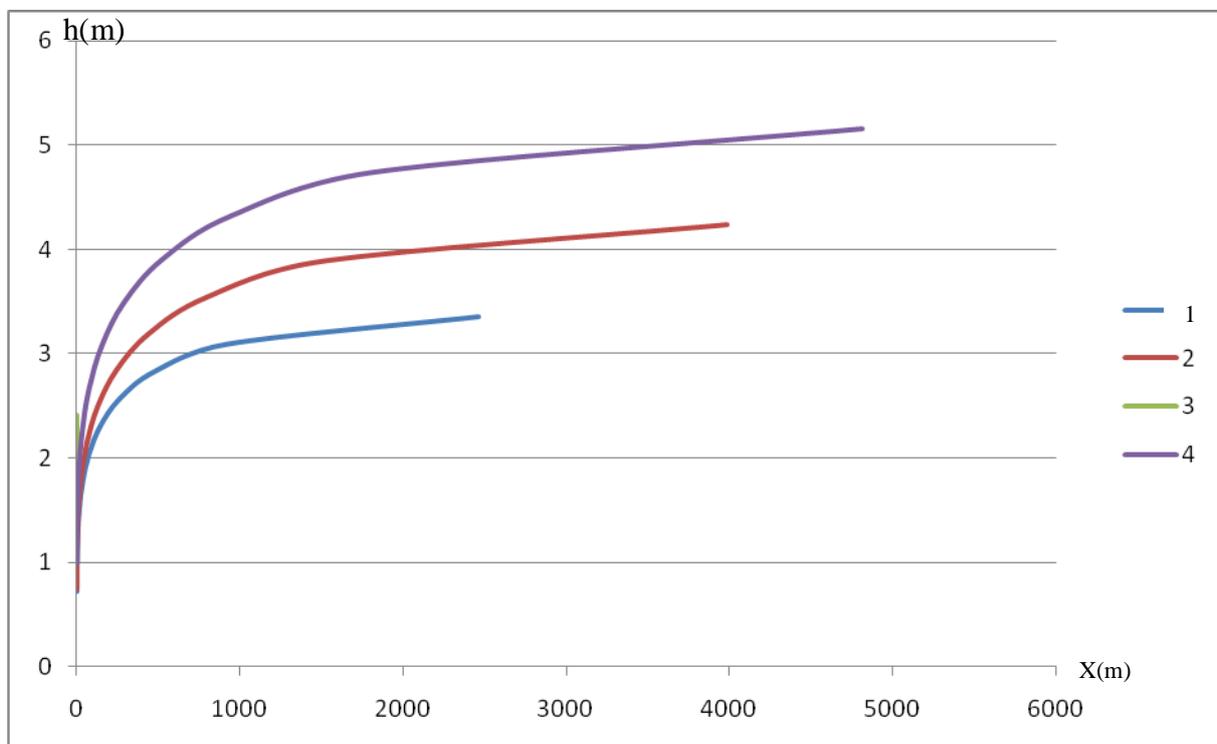


Fig. n° 53: calcul de la ligne d'eau avec la méthode des variations de profondeur même rugosité (forte) et différente forme



Légende :

1 : forme trapézoïdale, 2 : forme rectangulaire, 3 : forme triangulaire, 4 : forme parabolique.

VI-14- Discussion des résultats :

L'influence de la rugosité sur les écoulements permanents graduellement variés, est déterminante car elle influe directement sur la profondeur normale et la pente critique. A chaque fois que la résistance du fond à l'écoulement augmente ces paramètres augmentent à leur tour, et la distance recherchée dont dépend la deuxième condition aux limites augmente aussi, on dit que ces paramètres sont directement proportionnels à la rugosité voir figures (37 ; 38 ; 48 ; 49 ; 59 ; 60 ; 70 ; 71).

Lorsque ces paramètres sont des paramètres de taille dans la détermination et la classification des courbes de remous et sont influencés par la rugosité, donc on peut dire que la rugosité est l'un des paramètres de classification des courbes de remous. L'influence de la forme géométrique sur les écoulements permanents graduellement variés est moins importante. Cette légère influence sur les profondeurs normales et critique et sur la pente critique est clairement identifiée sur les figures (72 ; 73 ; 74 ; 75 ; 76 ; 77).

L'influence de la forme triangulaire du canal sur ces écoulements est par contre plus importante, et la courbe de remous est toujours de la branche 3 quelque soit la classe de cette courbe.

Pour les raisons ci-dessus mentionnées la section du canal doit être aussi proche que possible de la section réelle pour des raisons économiques et pour le bon dimensionnement du canal afin que les aménagements à prévoir n'influent pas trop sur le régime d'écoulement.

Lors des calculs de la ligne d'eau par les deux méthodes ; itérative et par intégration directe, on s'aperçoit que la rugosité exerce une grande influence sur les résultats des calculs. Notons à cet effet, que la méthode des variations des profondeurs pour une faible rugosité est la mieux adaptée pour toutes les formes géométriques à l'exception de la forme parabolique ou la méthode de Chow et la mieux adaptée voir figures(30 ;33 ;36 ;41).

Pour une rugosité moyenne la méthode de Chow est la mieux adaptée pour toutes les formes géométriques sauf pour la forme rectangulaire ou la première méthode est la mieux adaptée voir figures (44 ; 47 ; 52 ; 55).

Pour une rugosité assez prononcée la méthode de Chow s'adapte mieux pour les formes géométriques trapézoïdale et parabolique, tandis que pour les formes géométriques rectangulaire et triangulaire la méthode des variations de profondeur est la mieux appropriée voir figures (58 ; 63 ; 66 ; 69).

Conclusion générale

Conclusion générale

Les écoulements instationnaires ayant lieu dans les canaux naturels sont souvent à l'origine de phénomènes parfois très graves tels que les inondations, les déformations des géométries des canaux, les destructions d'infrastructures en travers de ces canaux, et d'autres conséquences sur les vies humaines imprévisibles. La présente étude qui a porté sur l'ajustement des courbes de remous selon Chow et la méthode par approximations successives et la numérisation de celles-ci par un programme que nous avons élaboré nous a permis de visualiser le profil en long de la ligne d'eau pour des écoulements de débits connus.

La détermination de ces courbes de remous (abaissement/exhaussement) permet de faire un choix judicieux concernant les mesures d'aménagements à entreprendre le long du canal prismatique considéré. IL faut noter qu'à la distance Δx l'écoulement est stable pour (toute la gamme de ou des) débits simulés, à savoir:

- pas de ressaut hydraulique ou de courbe d'exhaussement
- Courbe d'abaissement dans le canal
- pour le débit et la rugosité importante la hauteur d'eau dans le profil est croissante
- Aucune influence sur l'écoulement par la présence éventuelle d'ouvrages hydrauliques quelconques n'est observée.

La précision des calculs est finalement à mettre en relation avec tous les paramètres physiques et hydrodynamiques qui peuvent influencer les résultats. Ces paramètres étant difficile en général à prévoir, on n'a pu estimer qu'une moyenne.

Ainsi, connaissant les paramètres de l'écoulement (dimension du canal, débit, pente, rugosité...) on a pu déterminer le profil longitudinal de la ligne d'eau dans le canal au niveau des divers tronçons, et donc localisé les phénomènes générant des ondes de surface et peut-être même on pourrait quantifier les ondes et perturbations elles-mêmes. Dès lors, l'animation naturelle de la surface du canal peut être prise en charge par la modélisation de l'évolution dans le temps des ondes et perturbations engendrées par les différentes situations (rétrécissements, accélérations, tourbillons ...).

Comme on peut le voir, il reste encore pas mal de travail à produire sur le sujet. Cela dit, la superposition des divers traitements particuliers à l'échelle d'un canal considéré semble pouvoir donner des résultats visuels intéressants et surtout nécessitant un coût de calcul raisonnable.

Quoi qu'il en soit il ne faut pas perdre de vue l'objectif qui est la synthèse d'images (temps réel ou semi-réel), ce qui encourage à mettre en place des

méthodes générant des résultats visuels proches de la réalité sans pour autant nécessiter un temps de calcul aussi important que celui qu'impose la réelle simulation numérique en hydraulique ou en mécanique des fluides qui elle à juste titre, permet le calcul de tous les paramètres physiques en 3D avec une grande précision).

Les conséquences directes des crues sont souvent considérées comme limitées à la seule zone d'inondation maximale engendrée en un point particulier du cours d'eau. Or, vu l'ordre de grandeur des débits de crues exceptionnelles, le lit fluvial pourrait subir de profonds bouleversements qui se résument en des modifications très importantes de la géométrie du canal. Cette étude présente une description détaillée du phénomène de propagation des ondes le long du canal conduisant à la production de mesures de protection des rives, car prenant en compte les dangers d'inondation et ceux des mouvements de sols : chaque section de ce tronçon de rivière se modifie à cause de l'hydraulique fluviale (érosion-dépôt) de sédiments, puis les glissements de terrains éventuels viennent en changer les profils.

annexe

Liste des figures

Chapitre I:

Figure .n.1. Coupe d'un canal naturel. **P10**

Figure .n.2. Schéma représentant les différents régimes d'écoulement. **P14**

Chapitre II:

Figure .n.3. Diagramme d'énergie pour un écoulement uniforme. **P18**

Figure .n.4. Equilibre des forces appliquées sur une portion d'écoulement permanent uniforme. **P19**

Chapitre III:

Figure .n.5. Diagramme d'énergie spécifique. **P27**

Figure .n.6. Diagramme d'énergie pour un écoulement non-uniforme. **P30**

Chapitre IV:

Figure .n.7. Courbe $h(Q)$ pour E constante. **P36**

Figure .n.8. Courbe $E(h)$ pour Q constant. **P37**

Figure .n.9. Schéma représente l'énergie pour un écoulement non-uniforme. **P38**

Figure .n.10. Branche M_1 (remous d'exhaussement). **P44**

Figure .n.11. Branche M_2 (remous d'abaissement). **P45**

Figure .n.12. Branche M_3 (courbe de remous d'exhaussement). **P46**

Figure .n.13. Branche S_1 (remous d'exhaussement). **P48**

Figure .n.14. Branche S_2 (remous d'abaissement). **P49**

Figure .n.15. Branche S_3 (remous d'exhaussement). **P50**

Figure .n.16. Branche C_1 (remous d'exhaussement). **P52**

Figure .n.17. Branche C_3 (remous d'exhaussement). **P53**

Figure .n.18. Branche H_2 (remous d'abaissement). **P54**

Figure .n.19. Branche H_3 (remous d'exhaussement). **P54**

Figure .n.20. Branche A_2 (remous d'abaissement). **P56**

Figure .n.21. Branche A_3 (remous d'exhaussement). **P56**

Figure .n.22. Evolution du point figuratif de l'écoulement sur la courbe $E=f(h)$ pour les courbes de remous de type M. **P58**

Figure .n.23. Evolution du point figuratif de l'écoulement sur la courbe $E=f(h)$ pour les courbes de remous de type S. **P59**

Figure .n.24. Evolution du point figuratif de l'écoulement sur la courbe $E=f(h)$ pour les courbes de remous de type C. **P60**

Figure .n.25. Evolution sur la courbe $E=f(h)$ du point figuratif de l'écoulement pour les courbes de remous de type A. **P61**

Chapitre V:

Figure .n.26. Schéma d'écoulement non uniforme entre deux sections. **P64**

Figure .n.27. Schéma de la méthode par intégration graphique. **P80**

Chapitre VI:

Figure.n.28comaraison entre les deux méthodes forme trapézoïdale faible rugosité. **P81**

Figure.n.29comaraison entre les deux méthodes forme trapézoïdale moyenne rugosité. **P83**

Figure.n.29comaraison entre les deux méthodes forme trapézoïdale moyenne rugosité. **P86**

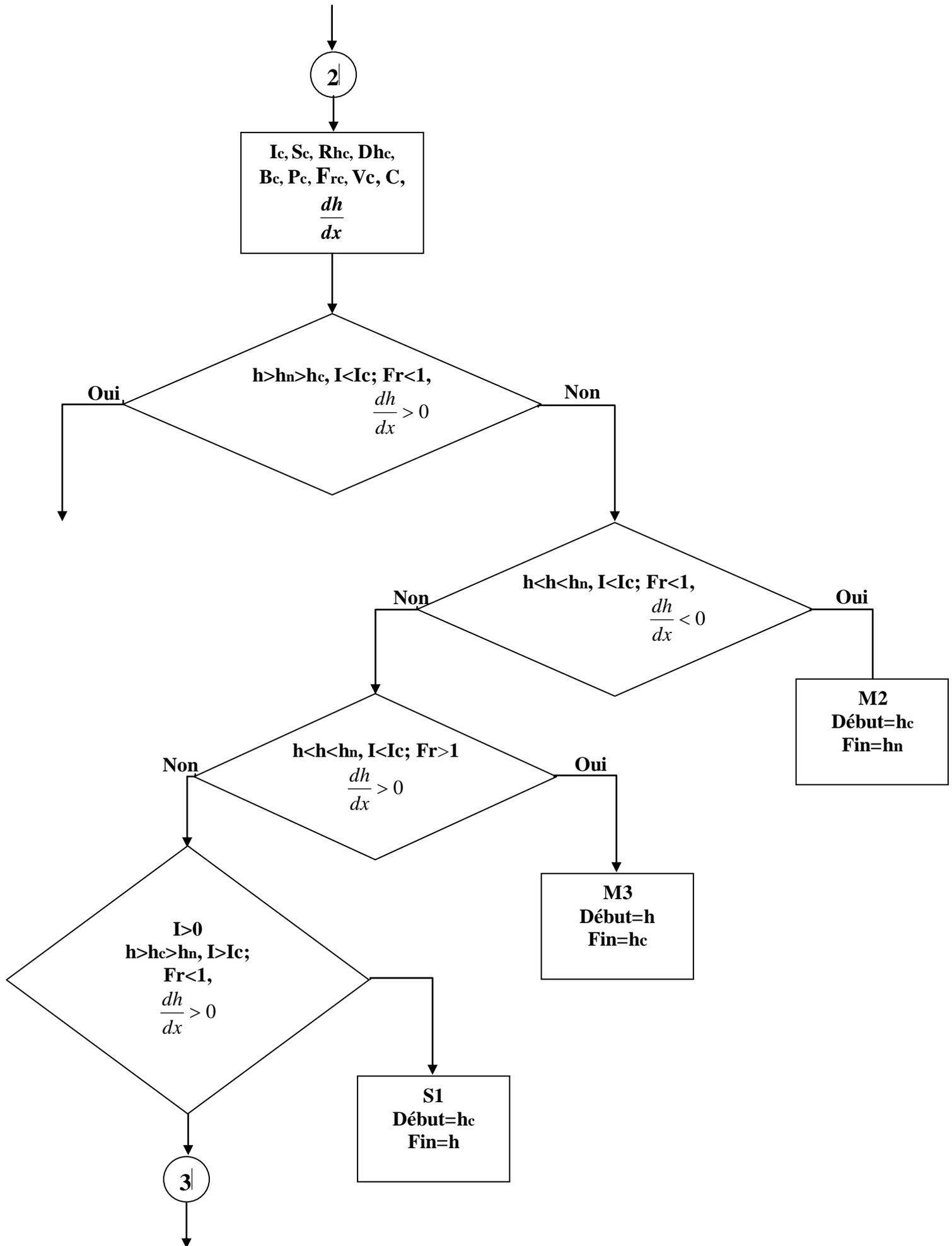
Figure .n.30Comparaison entre les deux méthodes forme trapézoïdale forte rugosité **P89**

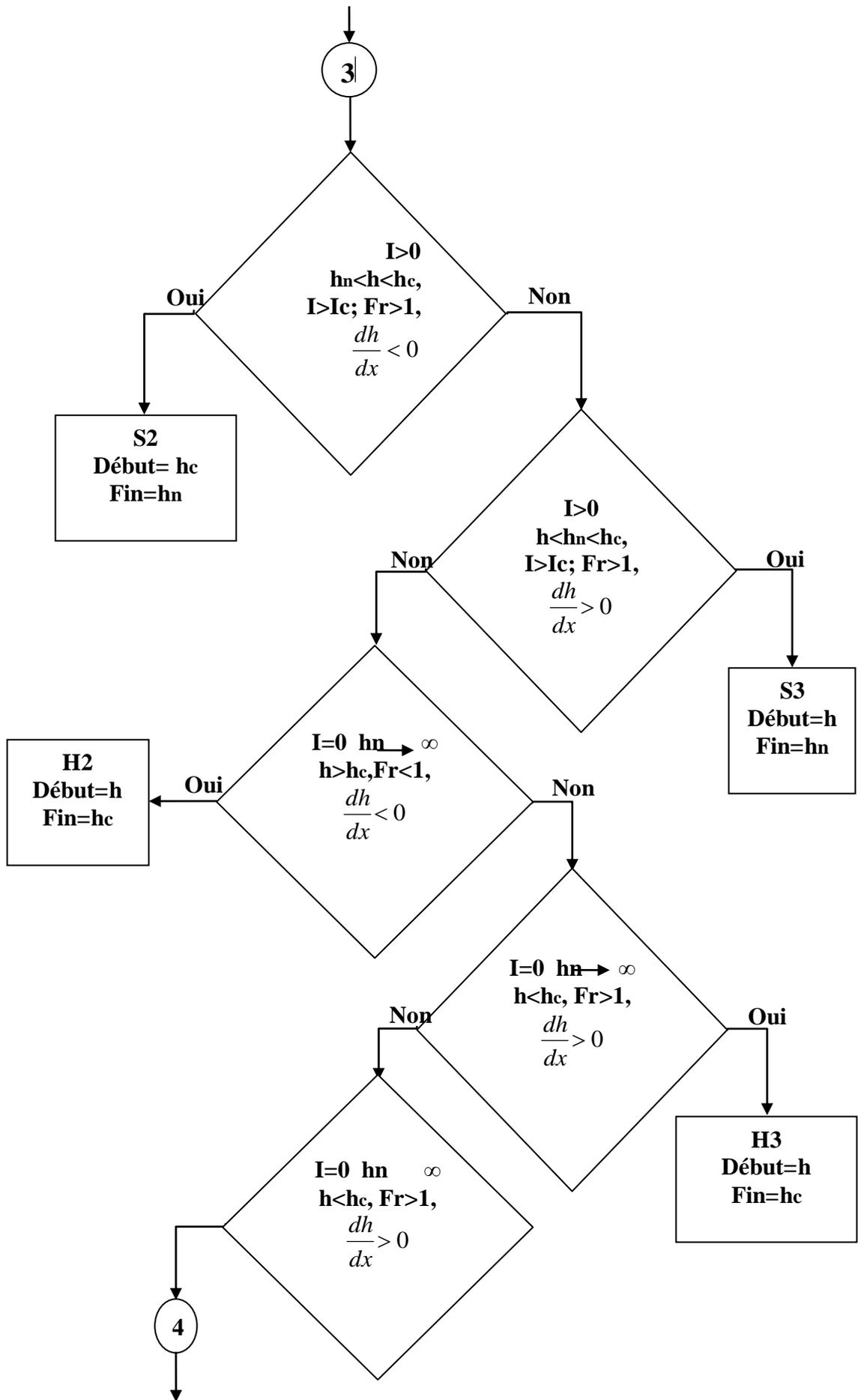
Figure .n.31 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow forme trapézoïdale différente rugosité.	P90
Figure .n.32 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des variations de profondeur forme trapézoïdale différente rugosité.	P93
Figure .n.33 Comparaison entre les deux méthodes forme rectangulaire faible rugosité.	P96
Figure .n.34 Comparaison entre les deux méthodes forme rectangulaire moyenne rugosité.	P99
Figure .n.35 Comparaison entre les deux méthodes forme rectangulaire forte rugosité.	P106
Figure .n.36 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow forme rectangulaire différente rugosité.	P100
Figure .n.37 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des variations de profondeur forme rectangulaire différente rugosité.	P100
Figure .n.38 Comparaison entre les deux méthodes forme triangulaire faible rugosité.	P103
Figure .n.39 Comparaison entre les deux méthodes forme triangulaire moyenne rugosité.	P106
Figure .n.40 Comparaison entre les deux méthodes forme triangulaire forte rugosité.	P109
Figure .n.41 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow forme triangulaire différente rugosité.	P110
Figure .n.42 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des variations de profondeur forme triangulaire différente rugosité.	P110
Figure .n.43 Comparaison entre les deux méthodes forme parabolique faible rugosité.	P113
Figure .n.44 Comparaison entre les deux méthodes forme parabolique moyenne rugosité.	P116
Figure .n.45 Comparaison entre les deux méthodes forme parabolique forte rugosité.	P119
Figure .n.46 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow forme parabolique différente rugosité.	P120
Figure .n.47 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des variations de profondeur forme parabolique différente rugosité.	P120
Figure .n.48 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow même rugosité (faible) et différentes formes.	P121
Figure .n.49 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des variations de profondeur même rugosité (faible) et différentes formes.	P121
Figure .n.50 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow même rugosité (moyenne) et différentes formes.	P122
Figure .n.51 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des variations de profondeur même rugosité (moyenne) et différente forme.	P122
Figure .n.52 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode de Chow même rugosité (forte) et différentes formes.	P123
Figure .n.53 Calcul de la ligne d'eau avec la méthode des variations de profondeur même rugosité (forte) et différente forme.	P123

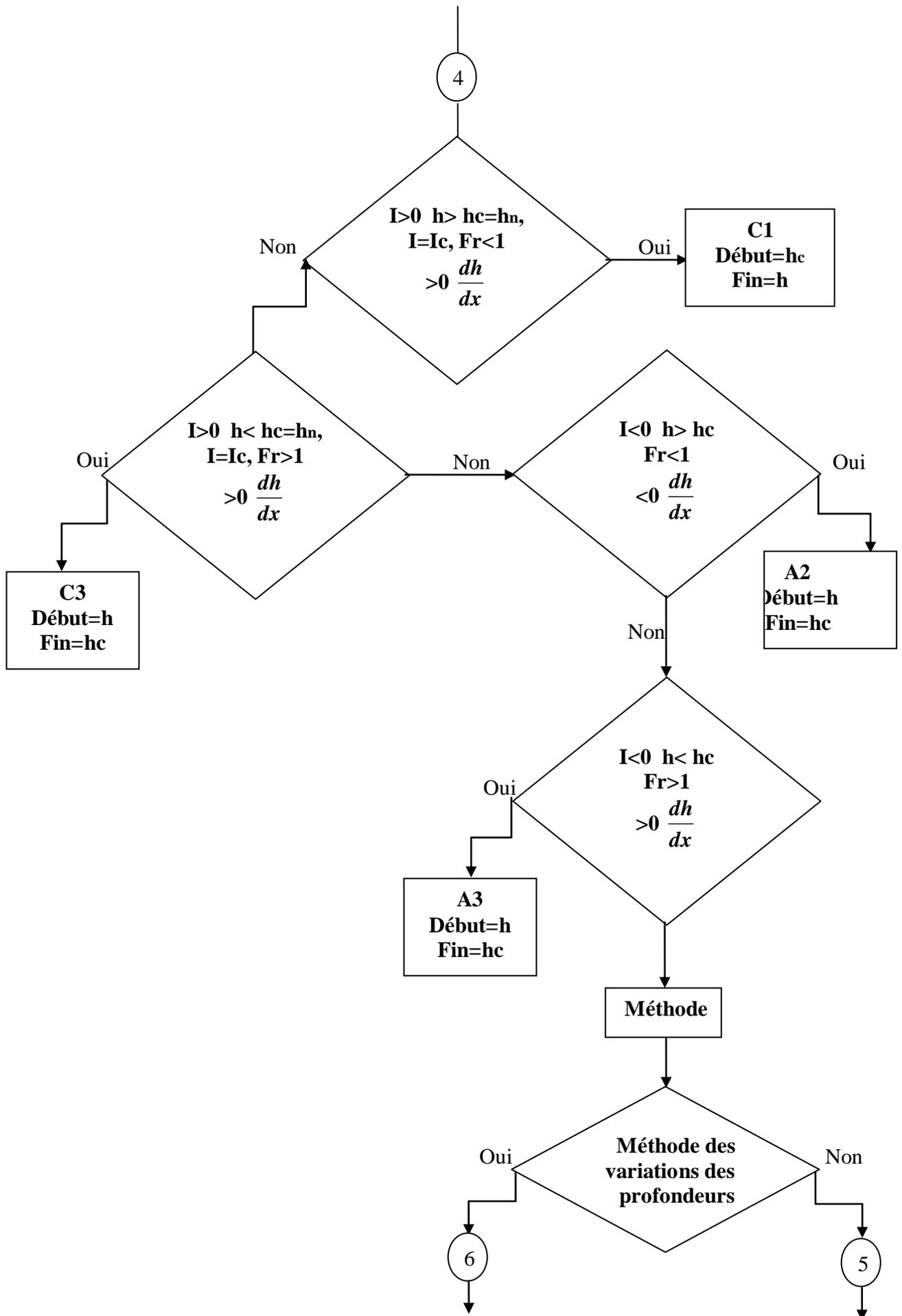
Liste des symboles

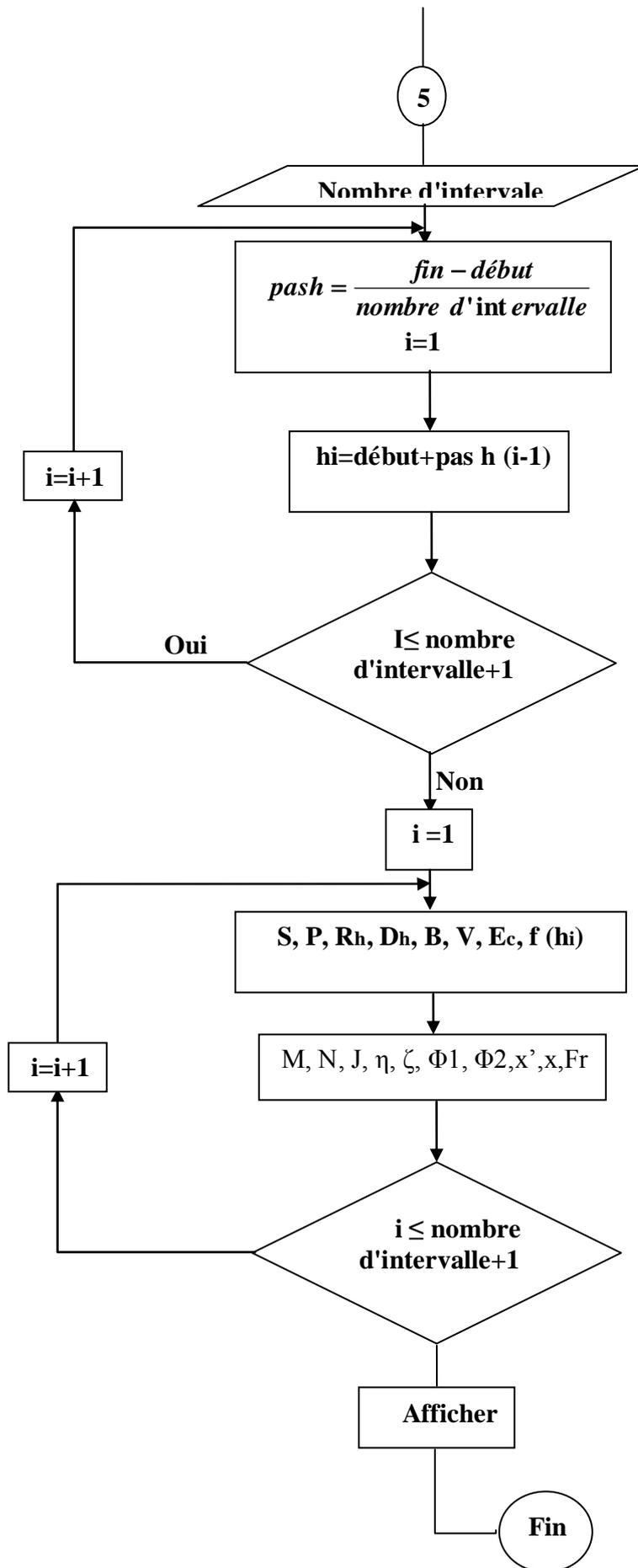
- I : la pente du fond de canal en (m/ml).
P : le périmètre mouillé en (m).
S : la section mouillée en (m²).
h : la hauteur d'eau en (m).
h_n : la hauteur normale en (m).
Q : le débit transité en (m³/s).
B : la largeur en miroir en (m).
θ : l'angle du canal par rapport à l'horizontale.
R_h : rayon hydraulique en (m).
Fr : le nombre de Froude adimensionnel.
V : la vitesse moyenne d'écoulement en (m/s).
n : le coefficient de la rugosité en (s/m^{1/3}).
C : le coefficient de Chézy en (m^{1/2}/s).
J_w : la pente de la surface libre en (m/ml).
D_h : profondeur hydraulique en (m).
R_e : Le nombre adimensionnel de Reynolds.
F : La force de pression hydrostatique en (N).
τ_w : La contrainte de frottement.
W : le poids du volume d'eau considéré en (N).
L : la distance d'écoulement (m).
ρ : La masse volumique d'eau en (kg/m³).
ω : Le poids volumique en (N/m³).
λ : Le coefficient de frottement qui dépend de la la rugosité et du nombre de Reynolds de l'écoulement.
g : l'accélération de la pesanteur en (m/s²).
α : Le coefficient de Coriolis.
K : le coefficient de Strickler.
ν : La viscosité cinématique en (m²/s).
b₁ : la hauteur de la rugosité en (m).
ε : longueur caractéristique de la rugosité en (m).
E : énergie spécifique en (m).
b : la largeur du canal en (m).
E_c : énergie cinétique en (m).
ΔH : Pertes de charge en (m).
Δx : la distance entre deux sections choisies en (m).
H : la charge totale en (m).
N_n : niveau normal.
N_c : niveau critique.
H_{calc} : la charge totale calculée en (m).
Z : la cote du fond de canal en (m).
h₀ : la profondeur de la section de contrôle en (m).
η : rapport entre la profondeur d'eau et la profondeur normale.
K : la débitance.

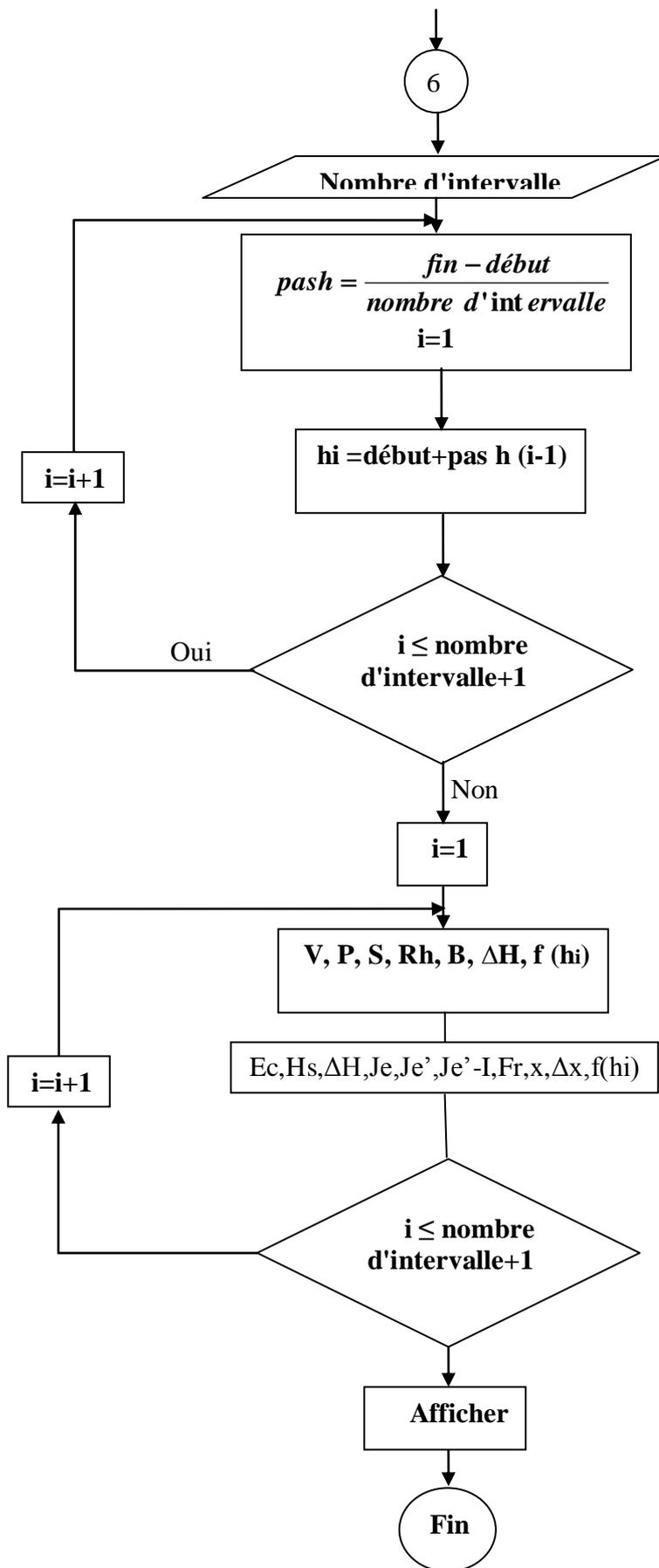
N : exposant hydraulique.
M : exposant hydraulique.
 β : rapport entre la pente et la pente critique.
 Φ_1 : intégrale.
 Φ_2 : intégrale.
 ζ : Fonction de l'intégrale.
 χ : Fonction de l'intégrale.
 P_{cin} : paramètre cinétique.











Références bibliographiques

Référence bibliographique

- 1) N.KREMENETSKI, D.SCHTERRENIHT, V.ALYCHEV, L.YAKOVLEVA Hydraulique, édition MIR-MOSCOU. [7]
- 2) M.CARLIER, Hydraulique générale et appliquée. [4]
- 3) WALTER H.GRAF en collaboration avec M.S.ALTIKAR, volume 16, Hydraulique fluviale. [2]
- 4) CHOW, V.T.Handbook of applied hydrology, Newyork1958. [6]
- 5) Linsly, R.k, M.A.KOHLER et J.L.H.T.PAULHUS, hydrology for engineers. New York 1958.
- 6) GERARD DEGOUTTE, traité d'hydraulique à surface libre.
- 7) CEDRIC DODARD, simulation d'un ruisseau par approches phénoménologique, juin 2001.
- 8) WALTER .H.GRAF en collaboration avec M.S.ALTIKAR, volume 14, Hydrodynamique une introduction.
- 9) LENCASTRE, A.1986.Hydraulique générale, 2^{ème} édition EYROLLES, Paris. [3]
- 10) PAVLOVSKI, N.N.1940.Han book of hydraulics, Leningrad et Moscou. [7]
- 11) BAKHMETTEF, B.A (1932).discussion on open Channel flow, transaction, American society of civil engineers, Vol.108, New York. [5]

12) COURS MECANIQUE DES FLUIDES Chapitre 4 (écoulement à surface libre) et
Chapitre 6 hauteur normale selon la section d'écoulement) année académique
2004-2005. [1]

13) Bazin (1897). Etude d'une nouvelle formule pour calculer le débit des canaux
découverts, Mémoire N°41, annales des ponts et chaussées, Vol 14, sect.
7,4^{ème} trimestre. Paris.