#### **REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**



Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



## <u>Université Hadj Lakhdar – Batna</u>

Institut de Génie civil, d'Hydraulique et d'Architecture Département d'Hydraulique Mémoire de Magistère en Hydraulique Option : Hydrauliques numériques et environnement Présenté par RAMOUL Sami Pour obtenir le diplôme de Magister en Hydraulique

## **MODELISATION NUMERIQUE**

### **DES ECOULEMENTS TRANSITOIRES**

## DANS LES CONDUITES EN CHARGE A GEOMETRIE COMPLEXE

#### Sous la direction de : Pr Fourar Ali

Mémoire soutenu le 06/02/2014

#### Devant le jury composé de :

Jury	Grade	Affiliation	Qualité
Lahbari Nouredine	MCA	U de Batna	Président
Fourar Ali	Pr	U de Batna	Rapporteur
Kabouche Nabile	MCA	U de Batna	Examinateur
Menani Med Redha	Pr	U de Batna	Examinateur
Tiri Ammar	MCA	U de Batna	Examinateur

## Remerciement

Je tiens tout d'abord à remercier en premier lieu mon encadreur, Pr Fourar Ali, pour son soutien scientifique. Ses conseilles promulgués durant mon mémoire m'ont permis d'élargir mes horizons, je n'oublie pas aussi sa chaleur humaine que m'a beaucoup touché.

J'adresse mes remerciements sincères à tous les membres de jury d'accepter de discuter ce mémoire, et pour le temps qui ont pris à l'examiner :

- Lahbari Nouredine, maitre de conférences de l'université de Batna
- Kabouche Nabil, maitre de conférences de l'université de Batna
- Menani Med Redha, professeur de l'université de Batna
- Tiri Ammar, maitre de conférences de l'université de Batna

Je remercie tous mes collègues de l'institut d'hydraulique ainsi que tous les enseignants et les responsables.

Enfin je tiens à remercier mes parents pour m'avoir appris à toujours aller au bout de mes idées, ainsi que mes frères, Houssem, Med. Said, Chouki, pour leurs soutiens sans faille, et surtout à ma femme pour m'avoir motivé quand la pente devenait raide.

Je remercie également tous mes amis pour m'avoir soutenu et je cite ici Mr Youcefi M. Larbi.

## Table des matières

Chapitre I : Introduction générale01
Résumé
Nomenclature
Remerciement

## Chapitre 2 : Description détaillé du phénomène transitoire

II.1. Introduction	06
II.2. Types d'écoulements	06
II.2.1. Écoulement permanent	
II.2.2. Écoulement non permanent	06
II.2.3. Écoulement uniforme	07
II.2.4. Écoulement non uniforme	
II.2.5. Écoulement transitoire	07
II.3. Types d'ondes	08
II.3.1. Ondes linéaires	
II.3.2. Ondes non linéaires	08
II.4. Phénomène du coup de bélier	08
II.4.1. Définition	08
II.4.2. Causes du coup de bélier	08
II.4.3. Risques dus aux coups de bélier	
a. Cas de surpression	09
b. Cas de dépression	09
C. Fatigue de la canalisation	09
II.5. Description des phénomènes physiques en jeu	10
II.5.1. État d'équilibre d'un système hydraulique	10
II.5.2. Onde élastique et oscillation en masse	10
II.5.3. Perturbation de l'équilibre, effet sur les pressions	10

II.6.1. Manœuvres rapides. Formule de JOUKOWSKY       .11         II.6.2. Le cas de la fermeture lente d'une vanne de sectionnement       .11         II.7. Processus de variation de la pression et de la vitesse dans une tuyauterie       .13         II.7.1. Cas d'arrêt brusque de la pompe       .13         II.7.2. Cas de L'arrêt brusque d'une vanne placée en aval d'une conduite       .15         II.8. Évolution des ondes de pression et de vitesse aux points caractéristiques       .16         II.9. Évolution des ondes de pression le long de la conduite       .17         II.10. Conclusion       .17	II.6. Valeur numérique du coup de bélier	11
II.6.2. Le cas de la fermeture lente d'une vanne de sectionnement       11         II.7. Processus de variation de la pression et de la vitesse dans une tuyauterie       13         II.7.1. Cas d'arrêt brusque de la pompe       13         II.7.2. Cas de L'arrêt brusque d'une vanne placée en aval d'une conduite       15         II.8. Évolution des ondes de pression et de vitesse aux points caractéristiques       16         II.9. Évolution des ondes de pression le long de la conduite       17         II.10. Conclusion       17	II.6.1. Manœuvres rapides. Formule de JOUKOWSKY	11
II.7. Processus de variation de la pression et de la vitesse dans une tuyauterie       13         II.7.1. Cas d'arrêt brusque de la pompe       13         II.7.2. Cas de L'arrêt brusque d'une vanne placée en aval d'une conduite       15         II.8. Évolution des ondes de pression et de vitesse aux points caractéristiques       16         II.9. Évolution des ondes de pression le long de la conduite       17         II.10. Conclusion       17	II.6.2. Le cas de la fermeture lente d'une vanne de sectionnement	11
II.7.1. Cas d'arrêt brusque de la pompe       13         II.7.2. Cas de L'arrêt brusque d'une vanne placée en aval d'une conduite       15         II.8. Évolution des ondes de pression et de vitesse aux points caractéristiques       16         II.9. Évolution des ondes de pression le long de la conduite       17         II.10. Conclusion       17	II.7. Processus de variation de la pression et de la vitesse dans une tuyauterie	13
II.7.2. Cas de L'arrêt brusque d'une vanne placée en aval d'une conduite	II.7.1. Cas d'arrêt brusque de la pompe	13
II.8. Évolution des ondes de pression et de vitesse aux points caractéristiques       16         II.9. Évolution des ondes de pression le long de la conduite       17         II.10. Conclusion	II.7.2. Cas de L'arrêt brusque d'une vanne placée en aval d'une conduite	15
II.9. Évolution des ondes de pression le long de la conduite    17      II.10. Conclusion	II.8. Évolution des ondes de pression et de vitesse aux points caractéristiques	16
II.10. Conclusion	II.9. Évolution des ondes de pression le long de la conduite	17
	II.10. Conclusion	17

## Chapitre III : Modélisation mathématique

III.1.Introduction	19
III.2. Équation de conservation de la masse ou équation de continuité	19
III.2.1. Équation de continuité	19
III.2.2. Équation dynamique	24
III.3. 1. Analyse des paramètres	
III.3.2. type de conduites	
III.3.3. Relation entre la célérité et les propriétés de la conduite	
III.4. Équations simplifiées	35
III.5. Conclusion	40

## Chapitre IV : Méthodes numériques de résolution

IV.1. Introduction	42
IV.2. Méthode des caractéristiques	43
IV.3. Conditions aux limites	50
IV.3.1. Condition à la limite du réservoir	50
IV.3.2. Condition à la limite de vitesse	50
IV.3.3. Pompe à vitesse constante	50

IV.4.1. Raccordement de deux conduites	51
IV.4.2. Conduites en parallèles	53
IV.5. Conclusion	

## **Chapitre V : Simulations numériques**

V.1. Introduction	
V.2. Modélisation et calcul du coup de bélier dans les réseaux de canalisation p	oar le logiciel AFT
Impulse	56
V.2.1. Description générale d'AFT Impulse	
V.2.2. Caractéristiques D'AFT Impulse	57
V.2.3. Composants modélisables par AFT Impulse	
V.3. Description détaillé d'AFT Impulse	60
V.3.1. Principe de base du fonctionnement d'AFT Impulse	60
V.3.2. Le solveur du régime stationnaire ou permanent	
V.3.3. Le solveur du régime transitoire ou non permanent	
V.3.4. Les fenêtres du logiciel AFT Impulse	62
A) Les fenêtres d'entrées	63
B) Les fenêtres de sorties	63
V.4.1. Les étapes fondamentales d'utilisation du logiciel	63
V.4.2. Discrétisation des conduites	64
V.5.1. Modèle d'étude N°01	65
V.5.2. Les données du modèle	65
V.5.3. Modèle d'étude N°02	
V.5.4. Les données du modèle	
V.6. Conclusion	

## Chapitre VI : Résultats et interprétations

VI. Introduction	
VI.1. Modèle d'étude N°01	

VI.1.1. Fermeture lente de la vanne	
VI.1.2. Fermeture rapide de la vanne	
VI.2. Modèle d'étude N°02	
VI.2.1. Fermeture lente de la vanne	
VI.2.2. Fermeture rapide de la vanne	
VI.3. Interprétation	
VI.3.1. Pour la modèle d'étude N°01	111
VI.3.2. Pour la modèle d'étude N°02	111
VI.4. Conclusion	
Conclusion générale	
Références bibliographiques	

## Liste des figures

Fig II.1. Fermeture lente d'une vanne de sectionnement	12
Fig.II.2. Les quatre étapes d'un cycle de variation de pression.	15
Fig II.3. Evolution de la pression et de la vitesse au cours du temps, aux points caractéristiques	16
Fig.II.4. Evolution de la pression le long de la conduite	17
Fig.III.1. Forces et contraintes radiales dans un tuyau	20
Fig.III.2. Déplacement d'un élément liquide.	22
Fig.III.3. Théorème des quantités de mouvement	25
Fig.III.4. Forces exercées sur une tranche liquide.	26
Fig. III.5. Le diagramme de Moody	30
Fig.III.6. Paroi de la conduite.	30
Fig. III.7. Variation de la viscosité cinématique de l'eau avec la température	32
Fig.III.8. Vitesse de propagation dans l'eau de l'onde de pression pour différents types de	
tuyauterie	34
Fig.IV.1. Schéma des caractéristiques	46
Fig.IV.2. Discrétisation de la conduite	49
Fig.IV.3. Deux conduites en séries	52
Fig.IV.4. Deux conduites en parallèles	54
Fig.V.1. Schéma du fonctionnement du logiciel AFT Impulse.	61
Fig.V. 2. Les fenêtres primaires dans le logiciel AFT Impulse.	63
Fig.V.3. Les stations de calculs.	65
Fig.V.4. Schéma du modèle 1 dans AFT Impulse	66
Fig.V.4.1. Variation de la hauteur dans le réservoir 1	67
Fig.V.4.2. Variation de la hauteur au point médian de la conduite 1	68
Fig.V.4.3. Variation de la hauteur dans la conduite 1 au point d'intersection (branchement)	68
Fig.V.4.4. Variation de la hauteur dans le réservoir 2	68
Fig.V.4.5. Variation de la hauteur au point médian de la conduite 2	69

Fig.V.4.6. Variation de la hauteur dans la conduite 2 au point d'intersection (branchement)	69
<b>Fig.V.4.7.</b> Variation de la hauteur dans la conduite 3 au point d'intersection (branchement)	69
Fig.V.4.8. Variation de la hauteur dans la conduite 3 au point médian	70
Fig.V.4.9. Variation de la hauteur dans la conduite 3 à la vanne	70
Fig.V.4.10. Variation de la hauteur dans la conduite 4 à la vanne	70
Fig.V.4.11. Variation de la hauteur dans le réservoir 3	71
Fig.V.4.12. Variation de la vitesse dans le réservoir 1	71
Fig.V.4.13. Variation de la vitesse au point médian de la conduite 1	71
Fig.V.4.14.Variation de la vitesse dans la conduite 1au point d'intersection (branchement)	72
Fig.V.4.15. Variation de la vitesse dans le réservoir 2	72
Fig.V.4.16. Variation de la vitesse au point médian de la conduite 2	72
Fig.V.4.17. Variation de la vitesse dans la conduite 2 au point d'intersection (branchement)	73
Fig.V.4.18. Variation de la vitesse dans la conduite 3au point d'intersection (branchement)	73
Fig.V.4.19. Variation de la vitesse dans la conduite 3 au point médian	73
Fig.V.4.20. Variation de la vitesse dans la conduite 3 à la vanne	74
Fig.V.4.21. Variation de la vitesse dans la conduite 4 à la vanne	74
Fig.V.4.22. Variation de la vitesse dans le réservoir 3	74
Fig.V.4.23. Variation de la hauteur dans le réservoir 1	75
Fig.V.4.24. Variation de la hauteur de la conduite 1 au point médian	75
Fig.V.4.25. Variation de la hauteur dans la conduite 1 au point d'intersection (branchement)	76
Fig.V.4.26. Variation de la hauteur dans le réservoir 2	76
Fig.V.4.27. Variation de la hauteur de la conduite 2 point médian	76
Fig.V.4.28.Variation de la hauteur dans la conduite 2 au point d'intersection (branchement)	77
Fig.V.4.29. Variation de la hauteur dans la conduite 3 au point d'intersection (branchement)	77
Fig.V.4.30. Variation de la hauteur dans la conduite 3 au point médian	77
Fig.V.4.31. Variation de la hauteur dans la conduite 3 à la vanne	78
Fig.V.4.32. Variation de la hauteur dans la conduite 4 à la vanne	78
Fig.V.4.33. Variation de la hauteur dans le réservoir 3	78
Fig.V.4.34. Variation de la vitesse dans le réservoir 1	79

Fig.V.4.35. Variation de la vitesse de la conduite 1 au point médian	79
Fig.V.4.36. Variation de la vitesse dans la conduite 1 au point d'intersection (branchement)	79
Fig.V.4.37. Variation de la vitesse dans le réservoir 2	80
Fig.V.4.38. Variation de la vitesse de la conduite 2 au point médian	80
Fig.V.4.39. Variation de la vitesse dans la conduite 2 au point d'intersection (branchement)	80
Fig.V.4.40.Variation de la vitesse dans la conduite 3 au point d'intersection (branchement)	81
Fig.V.4.41. Variation de la vitesse dans la conduite 3 au point médian	81
Fig.V.4.42. Variation de la vitesse dans la conduite 3 à la vanne	81
Fig.V.4.43. Variation de la vitesse dans la conduite 4 à la vanne	82
Fig.V.4.44. Variation de la vitesse dans le réservoir 3	82
Fig.V.5. Schéma du modèle 2 dans AFT Impulse	83
Fig.V.5.1. Variation de la hauteur dans le réservoir 1	84
Fig.V.5.2. Variation de la hauteur de la conduite 1 au point médian	85
Fig.V.5.3. Variation de la hauteur dans la conduite 1 au point d'intersection (branchement)	85
Fig.V.5.4. Variation de la hauteur dans le réservoir 2	85
Fig.V.5.5.Variation de la hauteur de la conduite 2 au point médian	86
Fig.V.5.6. Variation de la hauteur dans la conduite 2 au point d'intersection (branchement)	86
Fig.V.5.7.Variation de la hauteur dans la conduite 3 au point d'intersection (branchement)	86
Fig.V.5.8. Variation de la hauteur dans la conduite 3 au point médian	87
Fig.V.5.9. Variation de la hauteur dans la conduite 3 au point du changement de section	87
Fig.V.5.10. Variation de la hauteur dans la conduite 4 au point du changement de section	87
Fig.V.5.11. Variation de la hauteur dans la conduite 4 au point médian	88
Fig.V.5.12. Variation de la hauteur dans la conduite 4 au point du changement de section	88
Fig.V.5.13. Variation de la hauteur dans la conduite 5 au point du changement de section	88
Fig.V.5.14. Variation de la hauteur dans la conduite 5 au point médian	89
Fig.V.5.15.Variation de la hauteur dans la conduite 5 à la vanne	89
Fig.V.5.16. Variation de la hauteur dans la conduite 6 à la vanne	89
Fig.V.5.17. Variation de la hauteur dans le réservoir 3	90
Fig.V.5.18. Variation de la vitesse dans le réservoir 1	90

Fig.V.5.19. Variation de la vitesse dans la conduite 1 au point médian	90
Fig.V.5.20. Variation de la vitesse dans la conduite 1 au point d'intersection (branchement)	91
Fig.V.5.21. Variation de la vitesse dans le réservoir 2	91
Fig.V.5.22. Variation de la vitesse au point médian de la conduite 2	91
<b>Fig.V.5.23.</b> Variation de la vitesse dans la conduite 2 au point d'intersection (branchement)	92
Fig.V.5.24. Variation de la vitesse dans la conduite 3 au point d'intersection (branchement)	92
Fig.V.5.25.Variation de la vitesse dans la conduite 3 au point médian	92
Fig.V.5.26. Variation de la vitesse dans la conduite 3 au point du changement de section	93
Fig.V.5.27.Variation de la vitesse dans la conduite 4 au point du changement de section	93
Fig.V.5.28. Variation de la vitesse dans la conduite 4 au point médian	93
Fig.V.5.29. Variation de la vitesse dans la conduite 4 au point du changement de section	94
Fig.V.5.30. Variation de la vitesse dans la conduite 5 au point du changement de section	94
Fig.V.5.31. Variation de la vitesse dans la conduite 5 au point médian	94
Fig.V.5.32. Variation de la vitesse dans la conduite 5 à la vanne	95
Fig.V.5.33. Variation de la vitesse dans la conduite 6 à la vanne	95
Fig.V.5.34. Variation de la vitesse dans le réservoir 3	95
Fig.V.5.35.Variation de la hauteur dans le réservoir 1	96
Fig.V.5.36. Variation de la hauteur au point médian de la conduite 1	96
Fig.V.5.37. Variation de la hauteur dans la conduite 1 au point d'intersection (branchement)	97
Fig.V.5.38. Variation de la hauteur dans le réservoir 2	97
Fig.V.5.39. Variation de la hauteur au point médian de la conduite 2	97
Fig.V.5.40.Variation de la hauteur au point d'intersection (branchement)	98
Fig.V.5.41. Variation de la hauteur dans la conduite 3 au point d'intersection (branchement)	98
Fig.V.5.42. Variation de la hauteur dans la conduite 3 au point médian	98
Fig.V.5.43. Variation de la hauteur dans la conduite 3 au point du changement de section	99
Fig.V.5.44. Variation de la hauteur dans la conduite 4 au point du changement de section	99
Fig.V.5.45.Variation de la hauteur dans la conduite 4 au point médian	99
Fig.V.5.46. Variation de la hauteur dans la conduite 4 au point du changement de section	100
Fig.V.5.47. Variation de la hauteur dans la conduite 5 au point du changement de section	100

Fig.V.5.48. Variation de la hauteur dans la conduite 5 au point médian	100
Fig.V.5.49. Variation de la hauteur dans la conduite 5 à la vanne	101
Fig.V.5.50. Variation de la hauteur dans la conduite 6 à la vanne	101
Fig.V.5.51. Variation de la hauteur dans le réservoir 3	101
Fig.V.5.52. Variation de la vitesse dans le réservoir 1	102
Fig.V.5.53. Variation de la vitesse au point médian de la conduite 1	102
Fig.V.5.54. Variation de la vitesse dans la conduite 1 au point d'intersection (branchement)	102
Fig.V.5.55. Variation de la vitesse dans le réservoir 2	
Fig.V.5.56. Variation de la vitesse au point médian de la conduite 2	103
Fig.V.5.57.Variation de la vitesse au point d'intersection (branchement)	103
Fig.V.5.58. Variation de la vitesse dans la conduite 3 au point d'intersection (branchement)	
Fig.V.5.59. Variation de la vitesse dans la conduite 3 au point médian	104
Fig.V.5.60. Variation de la vitesse dans la conduite 3 au point du changement de section	104
Fig.V.5.61. Variation de la vitesse dans la conduite 4 au point du changement de section	105
Fig.V.5.62. Variation de la vitesse dans la conduite 4 au point médian.	105
Fig.V.5.63. Variation de la vitesse dans la conduite 4 au point du changement de section	105
.Fig.V.5.64.Variation de la vitesse dans la conduite 5 au point du changement de section	106
.Fig.V.5.65.Variation de la vitesse dans la conduite 5 au point médian.	106
Fig.V.5.66. Variation de la vitesse dans la conduite 5 à la vanne.	106
Fig.V.5.67. Variation de la vitesse dans la conduite 6 à la vanne.	107
Fig.V.5.68. Variation de la vitesse dans le réservoir 3.	107

## Liste Des Tableaux

<b>Tableau III.1.</b> Coefficient de rugosité k (mm) pour différentes matériaux.	
<b>Tableau III.2.</b> La viscosité cinématique par rapport a la température.	32
Tableau III.3. Relation entre la célérité et les propriétés de la conduit	34
Tableau. V.1. CV / temps de la vanne.	67
Tableau. V.2. CV / temps de la vanne.	75
Tableau. V.3. CV / temps de la vanne.	84
Tableau. V.4. CV / temps de la vanne.	96

## Listes de notations

- A : Section de la conduite  $[m^2]$ .
- C : Célérité de l'onde de pression [m/s].
- D : Diamètre de la conduite [m].
- e : Epaisseur de la paroi [m].
- E: Module d'Young ou module d'élasticité des matériaux constituant la conduite [MPa].
- E<sub>eau</sub> : Module d'élasticité du liquide ou compressibilité de l'eau [MPa].
- Fr : Force de frottement [N].
- g : Accélération gravitationnelle [m/s<sup>2</sup>].
- H : charge hydraulique [m].
- K : coefficient d rugosité absolue [-]
- kc : coefficient d'ancrage [-].
- L : longueur de la conduite [m].
- P: Pression statique [Pa].
- $\Delta P$ : Variation de la pression [Pa].
- Q : débit volumique  $[m^3/s]$ .
- q : La valeur de la surpression et de la dépression due au coup de bélier  $[m^3/s]$ .
- R : Rayon hydraulique de la conduite [m].
- Re : Nombre de Rynolds [-].
- Rh : Resistance hydraulique de la conduite [s/m<sup>2</sup>].
- T : Duré de fermeture de la vanne [s].
- t : Temps [s].
- t<sub>ca</sub>: Temps caractéristique du tronçon de la conduite [s].
- t<sub>cr</sub>: Intervalle de temps pour un aller et retour [s].
- U : Vitesse du fluide [m/s].
- $\Delta U$ : Variation moyenne de la vitesse [m/s].
- W<sup>+</sup>: Courbe de la caractéristique plus [-].
- W : Courbe de la caractéristique moins [-].
- X : Abscisse [m].
- $\alpha$  : Angle de la conduite [<sup>0</sup>].
- $\lambda$  : Coefficient de frottement [-].

- $\mu$  : Viscosité dynamique du fluide. Coefficient de poisson [Kg/m.s].
- v : Viscosité cinématique du fluide  $[m^2/s]$ .
- $\nu$  : le module de poisson.
- $\rho$  : La masse volumique ou densité de l'eau [Kg/m<sup>3</sup>].
- $\sigma$  : Contrainte mécanique longitudinale et latérale [Kg/m<sup>2</sup>].
- $\zeta$  : Déformation [-].
- $\tau$ : Contrainte visqueuse [Kg/m<sup>2</sup>].
- $\omega$ : Poids spécifique [Kg/m<sup>2</sup>.s<sup>2</sup>].
- $\Delta h$ : Surpression maximale [m].
- $\Delta h_{max}$ : Variation max du coup de bélier [m].
- J : gradient hydraulique [m].
- Z : Hauteur géométrique [m].

#### **Résumé:**

Les changements du régime permanent d'écoulement d'un fluide dans une conduite, entraînent souvent des brusques variations des pressions et donnent naissance à ce qu'on appelle les écoulements transitoires en charge. Donc l'étude du phénomène des écoulements transitoires en charge vise à déterminer si la pression dans l'ensemble d'un système est à l'intérieur des limites prescrites, suite à une perturbation de l'écoulement.

En définissant l'étendu d'une étude de coup de bélier, on prévoira l'examen des variations de vitesse ou de débit et de pression qui résultent de mauvaise opération du système, de son opération normale et des opérations d'urgence.

Notre étude présente une modélisation numérique du phénomène des écoulements transitoires dans les conduites en charge à géométries complexe ou a sections variables. La méthode des caractéristiques est utilisée pour résoudre les équations de "Saint-Venant", qui sont composées d'un couple d'équations: l'équation de conservation de la masse (continuité) et l'équation de conservation de la quantité de mouvement (dynamique).

Grâce au programme industriel AFT Impulse, nous avons obtenu des résultats numériques très intéressants et très pratiques, pour décrire le phénomène des écoulements transitoires dans les conduites en charge à sections variables,

#### Mots-clés :

Modélisation numérique, écoulement transitoire, coup de bélier, conduite en charge, section variable, méthode des caractéristiques, Logiciel AFT Impulse.

#### Abstract:

The changes of the steady flow of fluid in a pipe, often lead to sudden variations in pressure and give what is called the transient flows in closed conduit. So the study of the phenomenon of transient flows in charge is to determine whether the pressure in the entire system is within the prescribed due to a disruption of the flow limits.

Defining the extent of a study of water hammer, it will include consideration of changes in speed or flow and pressure resulting from improper operation of the system, its normal operation and emergency operations.

Our study presents a numerical modeling of the phenomenon of transient flows in pipes over complex geometries or variable sections. The method of characteristics is used to solve the equations of "Saint-Venant," which consist of a pair of equations: the equation of conservation of mass (continuity) and the equation of conservation of momentum (dynamic).

Thanks to the industrial program AFT Impulse, we obtained very interesting and practical numerical results to describe the phenomenon of transient flows in ducts with variable sections

#### Keywords:

Numerical simulation, transient flow, pipe supports, variable section, method of characteristics, AFT Impulse Software.

#### الخلاصة:

إن التغيرات في التدفق المستمر لسائل في أنبوب، غالبا ما تؤدي إلى حدوث تغيرات مفاجئة في الضغط وتؤدي إلى ما يسمى إدارة تدفق عابر . وبالتالي فإن دراسة ظاهرة التدفقات العابرة تهدف لتحديد ما إذا كان الضغط في النظام بأكمله ضمن الحدود المقررة ,تبعا لتذبذب في التدفق.

لتعريف المطرقة المائية سوف نقدم فحص في التغييرات في السرعة أو التدفق والضغط الناجم عن عملية سيئة للنظام، عمليته العادية وعمليات الطوارئ.

تقدم دراستنا نمذجة عددية لظاهرة التدفقات العابرة في الأنابيب خلال الهندسة المعقدة أو ألأقسام المتغيرة يتم استخدام طريقة الخصائص من أجل حل المعادلات "Saint-Venant " ، والتي تتكون من زوج من المعادلات :معادلة حفظ الكتلة (الاستمرارية)ومعادلة الحفاظ على كمية الحركة (الديناميكية).

بفضل البرنامج الصناعي AFT Impulse، حصلنا على نتائج عددية هامة و عملية للغاية ، لوصف ظاهرة الندفقات العابرة في القنوات ذات الأقسام المتغيرة

## كلمات مفاتيح :

نمذجة عددية ، التدفق العابر ، طريقة الخصائص ، المحاكاة الرقمية ، برنامج "AFT Impulse".

## CHAPITRE - I -

# INTRODUCTION GÉNÉRALE

#### I. Introduction générale

Le régime transitoire, dans les installations hydrauliques constitue un danger permanent, qui peut survenir à tout moment suite aux diverses manipulations des éléments du réseau.

Le régime transitoire occasionne l'apparition de pressions très élevées ou très faibles, qui engendrent des conséquences désastreuses pour la survie de l'installation, il est source de plusieurs dégâts (détérioration des conduites) qui occasionnent des coûts d'équipements et d'entretien habituellement non prévus.

Son étude et sa maitrise présentent des intérêts remarquables, lors de la conception et l'implantation des réseaux, en ce sens qu'elle permet, lors du dimensionnement d'en tenir compte pour le choix des diamètres des conduites ou pour l'installation d'éléments pouvant atténuer les effets indésirables.

La prévention du transitoire exige l'utilisation de gros diamètre et d'épaisseurs élevées, ce qui revient toujours cher mais néanmoins garantit une certaine sécurité vis-à-vis des conséquences qu'il peut entrainer.

Le transitoire est un phénomène complexe, qui prend naissance à la suite d'une variation de l'écoulement. Ce dernier possédant une certaine vitesse, qui fonction de sa masse lui communique une énergie cinétique qui peut s'annuler à la suite d'une manipulation sur le réseau.

En vertu de la loi de conservation de l'énergie, l'énergie initiale ne peut disparaitre instantanément, en fait elle se transforme en énergie potentielle sous forme d'ondes de surpression et de vitesse, qui se propagent le long de la conduite avec une célérité fonction de l'élasticité du matériau et de la compressibilité du fluide.

Dans les réseaux hydrauliques, figurent divers éléments qui peuvent engendrer la variation de l'écoulement, donc création d'un régime transitoire, parmi ces éléments :

- Les vannes qui occasionnent un phénomène transitoire dont la sévérité dépend des conditions de manipulation (ouverture – fermeture, brusque, continue, ou lente) et de la constitution du réseau.
- Les pompes et turbines qui provoquent le transitoires par leurs démarrages, arrêt, ou pertes de puissance.
- La géométrie des canalisations qui provoque le transitoire par leur variation de section le long d'une conduite.

Donc l'étude du phénomène des écoulements transitoires en charge vise à déterminer si la pression dans l'ensemble d'un système est à l'intérieur des limites prescrites, suite à une perturbation de l'écoulement Evidemment, en définissant l'étendu d'une étude de coup de bélier, on prévoira l'examen des variations de débit et de pression qui résultent de mauvaise opération du système, de son opération normale et des opérations d'urgence. Le concepteur d'un système de transport de liquide sous pression aura avantage à effectuer le design du réseau en ne perdant jamais de vue les considérations du coup de bélier. En effet, certains choix judicieux au stade de conception peuvent minimiser l'étendue d'un éventuel problème de coup de bélier, et donc réduire le coût du système projeté.

Dans le présent travail, nous avons fixé l'objectif de traiter le cas le plus complexe, c'est-à-dire la théorie du choc hydraulique provoqué par le coup de bélier dans les conduites en charge à géométrie variable, en passant par l'aspect théorique ; équations de bases (équation de conservation de la masse ou équation de continuité et équation de conservation de la quantité de mouvement ou équation dynamique) et les hypothèses de base qu'on va vérifier avec les différentes méthodes d'analyses des phénomènes transitoires utilisant comme base mathématique de départ les équations citées auparavant ainsi que les équation d'état et diverses relations entre d'autres grandeurs relatives au phénomène physique.

A partir de ces équations chaque méthode emploie différentes hypothèses simplificatrices et/ou des procédures de résolutions, telle que les méthodes : analytiques, graphiques, numériques, etc. [2].

Mais compte tenu de la complexité du phénomène, il n'existent pas vraiment de solutions analytiques complètes, permettent de résoudre le problème, c'est le cas de la méthode d'Allievi, qui nous donne une solution globale du problème, mais ne tient pas compte des pertes de charges, qui agissent sur l'ampleur du phénomène et les méthodes approximatives graphiques (comme la méthode de Schnyder-Bergeron) ne sont pas vraiment efficaces pour résoudre les cas complexes comme par exemple une conduite présentant plusieurs embranchements, ou une conduite avec des caractéristiques variables, comme des variations de la section, etc. Alors les méthodes numériques, ont donc pris le relais pour nous permettre de quantifier ce type de phénomène.

A l'heure actuelle, la disponibilité croissante de la puissance de calcul des ordinateurs dont le coût est décroissant, a permis de développer des outils numériques de simulation, dont la précision et la fiabilité sont déjà fort acceptables ; d'autant que l'on respecte les conditions d'utilisations.

Parmi les méthodes numériques les plus utilisées dans ce domaine, on cite :

 Méthode des caractéristiques (le plus robuste des algorithmes d'analyses de phénomènes transitoires (MDC).

2. Méthode des différences finies (MDF).

- 3. Méthode des éléments finis (MEF).
- 4. Méthodes des volumes finis (MVF).
- 5. Méthodes combinées (éléments finis-différences finies, éléments finis-volumes finis...).
- 6. Méthodes de l'analyse spectrale.

Les différentes étapes utilisées de la modélisation à la simulation numérique seront [9] :

- Présentation du modèle mathématique représentant le problème et mise en en équation de ce dernier.
- Analyse mathématique avec une mise au point des conditions aux limites.
- Élaboration d'un maillage. Approximation et discrétisation des équations.
- Résolution des équations discrètes (système non linéaires à résoudre) en passant par les notions de convergence, de stabilité et de consistance.
- Transcription informatique et programmation des relations discrètes.
- Simulation numérique et exploitation des résultats à l'aide de logiciels

La simulation numérique est utilisée afin :

- D'examiner les concepts de base de la modélisation et la simulation numérique de la propagation des ondes élastique dans l'hydraulique transitoire.
- > De définir les conditions d'utilisation d'un tel modèle.
- De bien comprendre le phénomène de propagation afin de mieux l'interpréter.
- D'obtenir de résultats bien précis sur l'évolution du phénomène transitoire.
- D'en considérer l'exploitation surtout en matière de protection contre les effets néfastes des variations de pressions, surtout dans les systèmes hydrauliques (réseau de canalisations ...).
- D'obtenir des conditions bien précises en ce qui concerne le dimensionnement des organes de protections (chambre d'équilibre, réservoir d'air, soupape de décharge, …)
- De bien connaitre les pressions produites afin de mieux dimensionner les conduites forcées (leur épaisseur) qui constituent un organe important et coûteux dans les installations hydro-électriques (vu leur développement actuel).
- De bien cerner la vitesse d'écoulement de l'eau dans les conduites (vu la tendance actuelle des industries à augmenter cette vitesse) celles-ci qui ne dépassait pas les 2 ou 3 m/s, atteint aujourd'hui dans certains projets, 5 à 6 m/s ce qui rend encore plus important le phénomène du coup de bélier.

Pour atteindre ces différents objectifs, nous avons organisé notre mémoire en six chapitres :

Le premier chapitre représente l'état de l'art concernant le phénomène des écoulements transitoire.

Le deuxième chapitre représente l'état de l'art concernant l'analyse théorique puis physique du phénomène transitoire en tant que régime d'écoulement.

Le troisième chapitre représente les équations qui permettent d'étudier tous les phénomènes transitoires que l'on rencontre en écoulement monophasique sous pression ont été établis par Saint Venant et par conséquent portent son nom. Ces équations dérivent par l'application de deux lois principales à savoir : La loi de la conservation de la masse (équation de continuité) et la loi de la conservation de la quantité de mouvement (l'équation dynamique).

Le quatrième chapitre représente la méthode numérique de résolution la plus efficace, qui est la méthode des caractéristiques, et ça pour analyser les différents cas des phénomènes transitoires rencontrées pratiquement dans les installations hydrauliques réelles comme celui de la propagation des ondes élastiques dans les conduites en charges a section variable (gravitaires, forcées, etc.) suite à une fermeture de vanne progressive et brusque.

Le cinquième chapitre représente le problème numériquement, nous avons utilisé le programme industriel AFT Impulse pour la simulation des phénomènes transitoires dans des modèles d'installations hydrauliques complexes et des systèmes hydrauliques en charges.

Enfin dans le sixième chapitre des résultats obtenus de la variation de la hauteur piézométrique et de la vitesse d'écoulement au cours du temps avec leurs interprétations.

## CHAPITRE - II -

# DESCRIPTION DÉTAILLE DU PHÉNOMÈNE TRANSITOIRE

#### **II.1. Introduction**

L'objet de ce chapitre porte sur l'analyse théorique puis physique du phénomène transitoire en tant que régime d'écoulement.

Dans ce chapitre nous allons définir quelques types d'écoulement que l'on rencontrera au cours de notre travail, puis en se penchant sur l'analyse physique du coup de bélier avec une représentation graphique de deux cas à savoir :

- 1- le cas d'arrêt brusque de la pompe,
- 2- le cas de fermeture instantané de la vanne.

#### II.2. Types d'écoulements

#### II.2.1. Écoulement permanent

L'écoulement de liquide est dit permanent lorsque les propriétés du fluide et les caractéristiques hydrauliques de celui-ci restent invariables dans le temps, c'est à dire :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = 0, \frac{\partial P}{\partial t} = 0, \ \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

U : vitesse d'écoulement,

P: la pression,

 $\rho$ : masse volumique.

#### II.2.2. Écoulement non permanent

L'écoulement du liquide est dit non permanent si la vitesse et la pression varient dans le temps (t) en un point donné de l'espace (x) remplir de liquide en mouvement, les vitesses et les pressions en écoulement non permanent sont les fonctions de quatre variables indépendantes à savoir : coordonnées (x, y, z) du point examiné et le temps (t).

On distingue un écoulement non permanent en charge et à surface libre, un écoulement non permanent unidimensionnel, bidimensionnel et tridimensionnel.

#### II.2.3. Écoulement uniforme

Un écoulement est dit uniforme lorsque la vitesse du fluide à un instant donner, à une même direction et une même intensité en tout points de ce fluide c'st-à-dire :  $\frac{\partial U}{\partial X} = 0$ .

#### II.2.4. Écoulement non uniforme

Un écoulement est dit non uniforme si la vitesse du fluide varie d'une section à l'autre c'est-à-dire :  $\frac{\partial U}{\partial X} \neq 0.$ 

### II.2.5. Écoulement transitoire

On appelle régime transitoire, un phénomène qui se manifeste entre deux régimes stationnaires, autrement dit c'est un écoulement varié, où les paramètres hydrauliques changent :

$$\frac{\partial U}{\partial X} \neq 0, \frac{\partial P}{\partial t} \neq 0, \frac{\partial U}{\partial X} = 0, \frac{\partial U}{\partial t} \neq 0$$

Avec :

U : vitesse d'écoulement.

P: la pression.

Ce phénomène transitoire peut se manifester soit dans un canal à ciel ouvert ou bien dans une conduite en charge, par accroissement ou décroissement du débit.

On pourra citer quelques exemples d'écoulements transitoires dans le cas d'une conduite en charge :

- Écoulement dans les machines hydrauliques à puissance variable.
- Phénomène du coup de bélier.

Donc l'écoulement transitoire est un écoulement non permanent, dans notre travail nous nous intéresserons uniquement au phénomène du coup de bélier.

#### II.3. Types d'ondes

#### **II.3.1. Ondes linéaires**

Du point de vue physique, les ondes linéaires sont celles qui se propagent dans le fluide sans modifier les propriétés physiques locales (compressibilité, masse spécifique, conductivité, viscosité.....).

Voici quelques exemples de ces types d'ondes :

- Les ondes du son,
- Les ondes de lumières,
- les ondes électromagnétiques.

#### II.3.2. Ondes non linéaires

Les ondes non linéaires sont celles qui se propagent dans le fluide en provoquant des variations dans les propriétés de ce dernier.

#### II.4. Phénomène du coup de bélier

#### II.4.1. Définition

Le coup de bélier étant un cas particulier du régime transitoire, est un phénomène oscillatoire qui se manifeste dans les conduites en charge à écoulement gravitaire ou par refoulement.

On entend aussi sous le terme « coup de bélier » un écoulement non permanent du liquide accompagné des variations pratiquement sensibles de la pression qui peuvent devenir dangereuses pour la tuyauterie. Ces variations résultent d'une perturbation des conditions permanentes d'écoulement.

C'est le nom que l'on donne à une onde de choc hydraulique, lorsqu'un liquide non compressible comme l'eau, est stoppé net dans une canalisation. Autrement dit, c'est l'arrêt brutal de la circulation de l'eau lorsqu'un robinet (ou tout autre appareil) se ferme.

Parmi les auteurs, savants et ingénieurs qui ont contribués à l'étude de ce phénomène très complexe, on peut citer : MM.Boussinesq, Korteweg, Resal, Joukowski, Rateau, MM. Allievi, de Sparre, M. Jouguet, M. Boulanger, C. Camichel, D. Eydoux, M. GAriel, L. Bergeron, Escande, Dubin, Marey, M. Michaud, Streeter, Chaudy, Vichnievsky,...etc.

#### II.4.2. Causes du coup de bélier

Le coup de bélier est un phénomène oscillatoire dont les causes les plus fréquentes sont les suivantes :

- L'ouverture ou la fermeture des vannes dans les conduites en charge à écoulement gravitaire.
- La mise en marche ou l'arrêt des pompes dans les conduites en charge par refoulement.
- Le remplissage ou la vidange d'un système d'AEP.
- Modification de la vitesse d'une pompe.
- Une variation du niveau d'un réservoir à une extrémité du réseau.
- La disparition de l'alimentation électrique dans une station de pompage qui est la cause la plus répandue du coup de bélier.
- La mise en marche ou la modification de l'opération d'une turbine.
- Une modification de position de vanne.
- Des Operations incontrôlées.

#### II.4.3. Risques dus aux coups de bélier [7], [4]

Les conséquences du coup de bélier peuvent être néfastes elles deviennent de plus en plus dangereuses à mesure que les paramètres modificateurs deviennent importants (variation de pressions et de débits dans le temps).

Ces phénomènes se produisant dans une conduite en charge, peuvent provoquer des risques à la suite d'une dépression ou surpression engendrée par les manœuvres brusques.

#### a. Cas de surpression

C'est une conséquence du coup de bélier engendrée par une pression importante se produisant à la suite d'une fermeture instantanée ou rapide d'une vanne de sectionnement ou bien à la suite d'une dépression causée par l'arrêt brusque d'une pompe. Si la pression totale c'est-à-dire la pression en régime permanent majorée de la valeur de surpression due au coup de bélier dépasse la pression maximale admissible des tuyaux il y a risques de rupture de ces derniers et déboîtement des joints (les anneaux d'étanchéité seront délogés).

#### b. Cas de dépression

C'est une conséquence du coup de bélier engendrée par l'apparition d'une pression relative négative, à la suite d'un arrêt brusque d'une pompe ou d'une ouverture instantanée d'une vanne de sectionnement. Si cette pression devient inférieur à10m CE il se produit une poche de cavitation. Si le profil en long de la canalisation est déformable la canalisation peut être aplatie par implosion et les joints peuvent être aspirés. Le phénomène de cavitation une fois apparu peut provoquer la détérioration de la couche d'enduit intérieur du tuyau.

#### C. Fatigue de la canalisation

En régime transitoire les alternances des surpressions et dépressions qui sont une conséquence inévitable du phénomène provoquent la fatigue pour le matériau de la canalisation même si leur amplitude est faible.

#### II.5. Description des phénomènes physiques en jeu

#### II.5.1. État d'équilibre d'un système hydraulique

Les phénomènes transitoires hydrauliques apparaissent lorsque l'équilibre des forces agissant sur un système est modifié. Quand un liquide est en mouvement dans une conduite et que ce mouvement ne varie pas dans le temps, il y un état d'équilibre permanent. En fait, il y a équilibre entre l'énergie disponible (ou potentielle) et les énergies dues au mouvement (cinétique) et perdues par le frottement, ce qui définit un mouvement permanent. Cette vision est macroscopique car, à une échelle plus petite, on observe que les vitesses fluctuant constamment autour d'une valeur moyenne, c'est une manifestation de la turbulence. Pour les besoins de l'analyse que nous ferons ici, nous ne considérerons que les effets globaux, moyens dans le temps, de la turbulence, notamment en ce qui concerne l'évaluation des forces de frottement selon le régime d'écoulement.

#### II.5.2. Onde élastique et oscillation en masse

Les variations de régime dans un système sous pression peuvent adopter deux comportements différents. Si le système est fermé, c'est-à-dire qu'il ne contient pas d'endroit où il est possible d'accumuler de l'eau en grande quantité, on observe une variation locale importante de la pression; c'est le coup de bélier par onde élastique. Dans le cas où l'eau peut être accumulée dans un réservoir ou une cheminée d'équilibre on parle plutôt d'oscillation en masse. Dans ce qui suit, nous examinerons avec plus d'attention le phénomène d'onde élastique car il entraîne des effets plus contraignants sur le matériel que le phénomène, plus particulier aux cheminées d'équilibre, de L'oscillation en masse.

#### II.5.3. Perturbation de l'équilibre, effet sur les pressions

Si on considère la conduite dans laquelle coule un liquide en régime permanent, le niveau de la pression est fort raisonnable, soit inférieur à celui de la pression hydrostatique dans des conditions d'écoulement nul. Qu'advient-il lorsque, pour une raison ou une autre, il y a une modification temporelle de l'écoulement par accélération ou décélération? La réponse du physicien se base sur les principes de la mécanique newtonienne. Il y aura un transfert d'énergie entre les énergies potentielle et cinétique pour chercher à atteindre un nouvel équilibre en tenant compte des pertes et sa transgresser le principe de conservation de l'énergie.

Cette réponse, toute rigoureuse qu'elle soit, peut nous paraître bien aride et nous pouvons nous demander comment cela peut s'appliquer au simple cas de la masse d'eau qui circule en régime permanent dans une conduite et qui voit son mouvement modifié. Partant des principes que, dans un fluide, l'énergie potentielle se traduit par une énergie de pression et que, d'autre part, l'eau n'est pas absolument incompressible et que la conduite admet des déformations élastiques.

#### II.6. Valeur numérique du coup de bélier

#### II.6.1. Manœuvres rapides. Formule de JOUKOWSKY [3]

Nous avons considéré, jusqu'à présent, une manœuvre instantanée, c'est-à-dire, d'une durée T = 0, ce qui est physiquement impossible.

Dans la réalité, la variation de débit, provoquée par l'arrêt d'une pompe par exemple, se fait en un temps  $T \neq 0$  et des ondes élémentaires sont engendrées, au fur et à mesure que s'opère l'arrêt.

Dans le cas d'une variation de débit rapide, temps d'annulation du débit inférieur au temps correspondant à l'allée et venue d'une onde élastique, on montre que :

$$\Delta h = \pm \frac{C \cdot \Delta U}{g} \quad \text{Loi de JOUKOWSKY} \tag{II.1}$$

#### II.6.2. Le cas de la fermeture lente d'une vanne de sectionnement [1]

Lors de la fermeture rapide de la vanne de sectionnement, la valeur maximale du coup de bélier était de

$$\Delta h_{\rm max} = \frac{C.U}{g}$$

Avec :

- U : vitesse moyenne de l'écoulement (m/s),
- C : vitesse de propagation (m/s),
- g : accélération terrestre  $(m/s^2)$ .

Considérons une conduite horizontale <sup>"</sup>ab<sup>"</sup>, de diamètre intérieur <sup>"</sup>D<sup>"</sup> de longueur <sup>"</sup>L<sup>"</sup>, alimentée en <sup>"</sup>a<sup>"</sup> par un réservoir à niveau constant (Figure I.1).

Soit " $Q_0$ " le débit au temps " t = 0" et supposons qu'il passe encore après un temps

"  $\frac{2L}{C}$  ", un débit " q". La valeur de la surpression et de la dépression due au coup de bélier est :

$$h = \frac{C}{gA}(Q_0 - q) \tag{II.2}$$

Où, A : la section de la conduite  $(m^2)$ .

Supposons que le temps de fermeture de la vanne soit  $T = n \frac{2L}{C}$  et que pendant ce temps le débit varie linéairement.

Nous avons :

$$Q_{0}-q = \frac{Q_{0}}{n}$$

$$Q_{0}-q = Q_{0} \frac{2L}{CT}$$

$$h = \frac{C}{gA}Q_{0} \frac{2L}{CT} = \frac{2LQ_{0}}{gAT}$$
(II.3)
(II.4)

Finalement :  $h = \frac{2LU}{gT}$  c'est la formule dite de Michaud.

Donc

La formule de Joukowsky ne s'applique que dans le cas de manœuvres rapides [6].



Fig II.1. Fermeture lente d'une vanne de sectionnement

Remarquons que si, dans cette formule, on remplace par  $T = \frac{2L}{C}$ , on retrouve la valeur de coup de bélier par fermeture brusque.

En conclusion :

• Si 
$$T \langle \frac{2L}{C} \rangle$$
, le coup de bélier a pour valeur maximale  $h = \frac{CU}{g}$ .

• Si 
$$T > \frac{2L}{C}$$
, le coup de bélier est moins important et a pour valeur maximale  $h = \frac{2LU}{gT}$ .

#### II.7. Processus de variation de la pression et de la vitesse dans une tuyauterie

#### II.7.1. Cas d'arrêt brusque de la pompe

Considérons donc un système, analogue à une situation de refoulement, où l'eau coule à une vitesse  $U_o$  pour alimenter un réservoir dont le niveau est gardé constant. Le phénomène, illustré à la figure II.2, peut être décrit en quatre phases.

1) Au temps t = 0, le débit à travers la pompe est brusquement interrompu. La vanne clapet située à l'amont du système est fermée, immédiatement et à proximité de la vanne, la vitesse d'écoulement s'annule, donc l'énergie cinétique fait de même et doit être compensée par un gain d'énergie potentielle sous forme d'une dépression puisque le mouvement initial de l'eau à tendance à tirer sur la partie de la colonne d'eau qui est immobile. Cette énergie de dépression se traduit mécaniquement par une énergie de déformation qui tend à réduire le diamètre de la conduite. Ce phénomène se poursuit jusqu'à ce que toute la conduite soit mise en compression, ce qui prend un temps égal au rapport de la longueur 'L' sur la célérité de l'onde de déformation 'C'.

2) Lorsque que l'onde de dépression atteint le réservoir, celle-ci se dissipe puisqu'il règne à cet endroit une pression constante. À ce moment précis, plus rien ne retient la mise en compression de la conduite et elle commence à reprendre sa forme à proximité du réservoir. L'augmentation de volume ainsi créée, entraîne le remplissage de la conduite à une vitesse équivalente à la vitesse initiale du fluide puisque la déformation initiale de la conduite est directement liée à cette dernière. Ce phénomène a la même durée que celle de l'étape précédente.

**3**) Au moment où toute la conduite a repris sa forme, la vitesse de l'eau doit s'annuler en frappant la vanne fermée. Encore une fois, on doit avoir transformation de l'énergie cinétique en énergie potentielle par contre, cette fois, l'énergie de pression est positive puisque l'inertie de l'eau tend à comprimer la partie immobile de la colonne d'eau. Cette surpression met en tension la conduite qui se dilate. La vitesse de l'onde de déformation 'C' étant constante, la durée de cette étape est identique à celle des précédentes.

4) Le surplus d'eau dû à l'augmentation du volume de la conduite commence à s'évacuer près du réservoir à une vitesse  $U_0$  de façon à ce que la conduite reprenne son diamètre initial.

À la fin de cette étape, toute la conduite aura retrouvé les conditions initiales et l'étape 1 pourra recommencer. Ce cycle de période T = 4L/C se répéterait indéfiniment, s'il n'y avait pas de frottement. Les effets du frottement agissent essentiellement sur l'amortissement de l'amplitude de la variation dépression.





Fig.II.2. Les quatre étapes d'un cycle de variation de pression.

#### II.7.2. Cas de L'arrêt brusque d'une vanne placée en aval d'une conduite

Dans le cas de l'arrêt brusque d'une vanne placée en aval d'une conduite, la manœuvre d'une vanne à l'aval du système entraîne une surpression au voisinage de la vanne semblable à celle observée à l'étape 3 du cas précédent. Le phénomène suit alors les étapes 4, 1, et 2.

Au bout du temps t = L/C serait engendrée dans le réservoir une onde d'équilibre qui se propagerait jusqu'a la vanne, où elle arriverait dans le temps t = 2L/C (Phase 4).

À ce moment-là prendrait naissance une onde de dépression, qui atteindrait le réservoir dans le temps t = 3L/C (phase 1), suivie d'une onde d'équilibre, qui attendrait la vanne dans le temps t = 4L/C semblable à la phase 2, et le phénomène recommencerait s'il n'y n'avait pas de frottement.

#### En conclusion :

Ces deux cas sont considérés dans le cas d'un arrêt ou d'une décélération, cependant, ils peuvent aussi être soumis à des départs ou accélérations plus ou moins rapides qui entraîneront des variations importantes de pression.

### II.8. Évolution des ondes de pression et de vitesse aux points caractéristiques

Les variations de pression et de vitesse affectant au cours du temps les points A et B ainsi que le milieu M de la conduite sont représentées respectivement sur les diagrammes de la figure II.3.



Fig II.3. Évolution de la pression et de la vitesse au cours du temps, aux points caractéristiques [15][7].

#### II.9. Évolution des ondes de pression le long de la conduite

De la même façon, on peut également tracer le diagramme permettant de déterminer l'évolution de la pression au cours du temps en chaque point de la conduite. D'après la figure II.4, on peut conclure que le temps pendant lequel un point quelconque de la conduite est en surpression (dépression) et d'autant plus petit qu'il se trouve plus prés du réservoir.

#### **II.10.** Conclusion

A travers ce chapitre, nous avons vu comment évolue un régime transitoire après une manœuvre, ainsi que la description physique du phénomène du coup de bélier, et en fin les causes qui produisent le problème.

## CHAPITRE - III -

# MODÉLISATION MATHÉMATIQUE
#### **III.1. Introduction**

Le troisième chapitre aborde l'aspect théorique des problèmes posés par les mouvements transitoires.

Les équations qui permettent d'étudier tous les phénomènes transitoires que l'on rencontre en écoulement monophasique sous pression ont été établies par Saint Venant et par conséquent portent son nom. Ces équations dérivent par l'application de deux lois principales à savoir :

- La loi de la conservation de la masse (équation de continuité).
- La loi de la conservation de la quantité de mouvement (l'équation dynamique).

Précisions que, bien que l'eau soit souvent modélisée comme étant un fluide incompressible, les modèles mis en œuvres pour des calculs hydrauliques transitoires, devront tenir compte de la faible compressibilité de l'eau, ainsi que de la souplesse des conduites ; en effet, ce sont ces deux propriétés qui sont à l'origine des ondes de chocs dans les conduites, appelées coups de bélier [10].

#### III.2. Équation de conservation de la masse ou équation de continuité

#### Hypothèses :

La conduite étudiée est considérée monodimensionnelle, ce qui est justifiée si les grandeurs qui caractérisent l'écoulement sont constantes dans une section donnée.

On considère également que l'écoulement est parallèle à l'axe de la conduite.

On suppose que la pression p du fluide ainsi que le diamètre D de la conduite augment selon l'axe x. [11].

#### III.2.1. Équation de continuité [7], [8]

Nous allons d'abord rappeler certains résultats de mécanique des matériaux et les utiliser pour déterminer les contraintes dans les tuyaux sous pression.

Appelons  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  les contraintes longitudinale et radiale,  $\zeta_1$  et  $\zeta_2$  les déformations correspondantes, E le module d'élasticité de la conduite (module de YOUNG) et  $\nu$  le module de poisson.

La loi de HOOKE permet d'écrire :

$$\zeta_1 = \frac{1}{E} (\sigma_1 - \nu \sigma_2)$$
$$\zeta_2 = \frac{1}{E} (\sigma_2 - \nu \sigma_1)$$

Essayons d'exprimer les contraintes  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$ .

#### Contrainte $\sigma_2$ :

Si D' est le diamètre et e'' l'épaisseur du tuyau. La pression interne P'' exerce une force P.D'' sur une demi-circonférence.



Fig.III.1. Forces et contraintes radiales dans un tuyau

La contrainte est donc :  $\sigma_2 = \frac{PD}{2e}$ 

#### Contrainte $\sigma_1$ :

On distingue deux cas

- Premier cas: Si la conduite a suffisamment de joints, on peut considérer qu'il n'y a ni contraintes, ni déformations longitudinales et que les éléments cylindriques successifs sont indépendants entre eux (donc v = 0). Dans ce cas, on a v<sub>1</sub> = v = 0 (v n'est pas alors le module de poisson du matériau proprement dit mais son équivalent pour la canalisation globale).
- **Deuxième cas :** La contrainte longitudinale doit être prise en compte .Elle dépend dans ce cas de la façon dont le tuyau est ancré aux extrémités :

- ✓ Tuyau ancré aux deux extrémités : on a donc  $\zeta_1 = 0$  et par conséquent  $\sigma_1 = \nu \sigma_2$ .
- ✓ Tuyau libre à une extrémité : la force qui s'exerce à l'extrémité du tuyau est égale  $\frac{P.\pi.D^2}{4}$ ,

cette pression peut être nulle dans le cas ou la vanne d'extrémité serait grande ouverte. Cette force s'exerce sur le périmètre entier du tuyau  $\pi$ .D, donc sur la surface  $\pi$ .D.e, la contrainte est

donc 
$$\sigma_1 = \frac{P.D}{4e}$$
 qu'on peut écrire  $\sigma_1 = \frac{\sigma_2}{2}$ 

#### **Récapitulation :**

L'expression de la contrainte radiale :  $\sigma_2 = \frac{P.D}{2e}$ 

L'expression de la contrainte longitudinale :  $\sigma_1 = K_c \sigma_2$ 

Avec K<sub>c</sub> coefficient d'ancrage, on peut avoir trois cas :

- **Cas A :** conduite sans joints, libre à une extrémité  $K_c=1/2$ ,
- **Cas B :** conduite sans joints, ancrées aux deux extrémités  $K_c = v$ ,
- **Cas C :** conduite avec de nombreux joints K<sub>c</sub>=0.

Nous allons exprimer l'équation de continuité en analysant les déformations à masse constante d'un volume de liquide entre les instants « t » et « t+dt ». Pour cela, nous allons exprimer que cette masse  $\rho v = \rho.A.\Delta L$  reste constante.

Soit :

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dA}{A} + \frac{d(\Delta L)}{\Delta L} = 0$$
(III.1)

Avec :

 $\rho$ : la masse volumique du liquide.

A : la section radiale.

 $\Delta L$ : la variation de longueur de l'élément liquide.



Fig.III.2. Déplacement d'un élément liquide.

# - Variation de longueur de l'élément liquide

Expriment la variation  $\Delta L$  :

Et

$$\Delta L (t) = X_{C} - X_{B}$$
  

$$\Delta L (t + dt) = X_{E} - X_{D}$$
  

$$d (\Delta L) = (X_{E} - X_{C}) - (X_{D} - X_{B})$$
  

$$d (\Delta L) = U_{C}.dt - U_{B}.dt = (U_{C} - U_{B}) dt$$

D'où 
$$d(\Delta L) = \frac{\partial U}{\partial X} \cdot \Delta L \cdot dt$$

$$\frac{d(\Delta L)}{\Delta L} = \frac{\partial U}{\partial X} \cdot dt \tag{III.2}$$

#### - Variation de la masse volumique de l'élément liquide :

 $Par~définition,~le~module~d'élasticité~du~fluide~E_{eau}~est~égal~à~dP/~(d\rho/\rho).$  On en déduit l'égalité suivante :

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dP}{E_{eau}}$$

(III.3)

#### -Variation de section de l'élément liquide :

La section de l'écoulement liquide reste en permanence égale à celle de l'élément de tuyau qui l'entoure. On a donc :

$$\frac{dA}{A} = 2\frac{dr}{r} = 2d\zeta_2 = \frac{2}{E}(d\sigma_2 - \nu d\sigma_1)$$

On a vu précédemment que  $\sigma_1 = K_c \sigma_2$ . Si on pose  $f = 1 - K_c v$ , on obtient :

$$\frac{dA}{A} = \frac{2f}{E} d\sigma_2 = \frac{D}{E \cdot e} f dP$$

(III.4)

Avec :

- A : La section de la conduite,
- E : Module de Young du matériau,
- e : Épaisseur de la conduite,
- D : Diamètre de la conduite.

On remplace chaque terme de l'équation (III.1) par les expressions données dans les équations (III.2, III.3 et III.4), on obtient l'équation de continuité :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \left(\frac{1}{E_{eau}} + \frac{D}{E \cdot e}f\right)\frac{dP}{dt} = 0$$
(III.5)

On voit que le terme  $\left(\frac{1}{E_{eau}} + \frac{D}{E \cdot e}f\right)$  dépend d'une part de la compressibilité

de l'eau (E<sub>eau</sub>), d'autre part des caractéristiques du tuyau  $\left(\frac{D}{E \cdot e}\right)$  et de la façon dont ce

dernier est assemblé et ancré (f).

Ce terme est donc en général une caractéristique de l'installation sur laquelle on étudie le coup de bélier. On pose donc :

$$\frac{1}{C^2} = \rho \left( \frac{1}{E_{eau}} + \frac{D}{E \cdot e} f \right)$$
(III.6)

Comme :

$$\frac{dP}{dt} = \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial X}{\partial t} \frac{\partial P}{\partial X} = \frac{\partial P}{\partial t} + U \frac{\partial P}{\partial X}$$

Ce qui donne comme nouvelle expression de l'équation de continuité :

$$\rho \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{C^2} \left( \frac{\partial P}{\partial t} + U \frac{\partial P}{\partial X} \right) = 0$$
(III.7)

L'équation (III.7) représente la première équation de SAINT-VENANT

# III.2.2. Équation dynamique [7]

On va suivre un petit élément de volume dans son mouvement et lui appliquer le théorème des quantités de mouvement :

$$\frac{d(mU)}{dt} = \sum Fex \tag{III.8}$$

Avec :

 $\sum$  Fex : La somme des forces extérieures.

m : La masse de la tranchée.

U : La vitesse d'écoulement.

Qui indique que la dérivée de la quantité de mouvement est égale à la somme des forces extérieures appliquées à l'élément fluide.

$$\frac{d(mU)}{dt} = \frac{dm}{dt}U + m\frac{dU}{dt}$$



Fig.III.3. Théorème des quantités de mouvement

La masse de l'élément liquide ne varie pas dans son déplacement.

On a donc :  

$$\frac{dm}{dt} = 0$$
Donc
$$\frac{d(mU)}{dt} = m\frac{dU}{dt} = \rho.A.dX.\frac{dU}{dt}$$
(III.9)

Les forces extérieures appliquées et projetées sur l'axe de la conduite pour une couche d'eau d'épaisseur dX, (figure II.4) sont :

- La pression sur une face de la tranche dX : P A
- La pression sur l'autre face :  $-\left(P + \frac{\partial P}{\partial X} dX\right)A$

<u>N.B</u>: la section A est supposée constance sur toute la longueur de la conduite donc nous négligeons le terme  $\frac{\partial A}{\partial X}$ .

• La composante du poids : -  $\rho gAdX \sin \alpha$ 

Où,  $\alpha$  : l'angle entre l'axe de la conduite et l'horizontal.

• Les frottements du liquide avec les parois de la conduite :  $au. \pi. D. dX$ 



Fig.III.4. Forces exercées sur une tranche liquide.

A partir de la figure (III.4) on aura :

$$\sum Fex = PA - \left(PA - AdX \frac{\partial P}{\partial X}\right) - \rho gAdX \sin \alpha - \tau \pi D.dX$$

(III.10)

On détermine d'abord le terme  $\tau.\pi.D$ 

Les pertes de charge étant représentées par  $\Delta P$  donnée par la formule :

$$\Delta P = \rho g \lambda \frac{L}{D} \frac{U^2}{2g}$$

On peut écrire alors que la force de frottement Fr se calcule par l'une des deux formules suivantes :

$$Fr = \tau.\pi.D.L$$
 ou  $Fr = \Delta P.\pi.\frac{D^2}{4}$ 

D'où l'on déduit :

$$\tau.\pi.D = \frac{\pi D^2}{4} \rho g \frac{\lambda U^2}{2gD} = j\rho g A$$

(III.11)

Avec  $j = \frac{\lambda U |U|}{2gD}$  (gradient hydraulique).

La valeur absolue garanti que le dernier terme est bien dissipatif et pour préciser que les forces de frottement sont opposées au sens de l'écoulement.

On injecte l'expression  $\tau.\pi.D$  dans l'équation (III.10), on aura :

$$\sum Fex = -\frac{\partial P}{\partial X} A dX - \rho g A \sin \alpha \, dX - j \rho g A dX \qquad (III.12)$$

En portant l'équation (III.12) dans l'équation (III.9) on obtient après simplification par  $\rho$ .*A.dX* :

$$\frac{dU}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} - g(\sin \alpha + j)$$

Ou bien :

$$\frac{dU}{dt} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} = -g(\sin \alpha + j)$$

(III.13)

L'expression (III.13) est la seconde équation de SAINT-VENANT.

La vitesse est une fonction de l'abscisse X et du temps : U = U(X, t), ce qui donne :

$$\frac{dU}{dt} = \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial X}{\partial t} \frac{\partial U}{\partial X} = \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X}$$

D'où on aura :

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} + g(\sin \alpha + j) = 0$$
(III.14)

L'équation (III.14) représente la 2<sup>eme</sup> équation de SAINT-VENANT.

$$\begin{cases} \rho \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{C^2} \left( \frac{\partial P}{\partial t} + U \frac{\partial p}{\partial X} \right) = 0 \\ \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} + g(\sin \alpha + j) = 0 \end{cases}$$
(III.15)

Par conséquent les équations (III.7) et (III.14) représentent le système (III.15) des équations de SAINT-VENANT.

#### III.3. 1. Analyse des paramètres

Les équations de continuité et de quantité de mouvement établies précédemment, décrivent l'écoulement d'un fluide en régime transitoire dans les conduites à parois élastiques.

Dans ces équations figurent différents paramètres et variables dont deux indépendantes X et t et deux dépendantes P et U. les autres paramètres D,  $\rho$ , C,  $\lambda$  représentent les caractéristiques du système et sont habituellement considérés indépendants du temps.

#### - Paramètre D :

Il représente le diamètre de la conduite, il n'est fonction que de la distance X (variation de la section de conduite suivant la longueur).

#### - Paramètre ρ :

Il représente la masse volumique du fluide, qui est généralement supposée constante pour la durée du régime transitoire.

#### - Paramètre C :

Il représente la vitesse de propagation de l'onde en régime transitoire, elle dépend des caractéristiques du système et des propriétés du fluide.

Elle peut être déterminée par l'expression suivante :

$$C = \sqrt{\frac{1}{\rho \left(\frac{1}{E_{eau}} + \frac{D.f}{E.e}\right)}}$$

Avec :

C : célérité de l'onde de pression (ou onde élastique en m/s).

 $\rho$  : la masse volumique de l'eau (1000 kg/m3).

E<sub>eau</sub> : module d'élasticité du liquide ou compressibilité de l'eau (2070 MPa).

D : diamètre intérieur de la conduite (m).

e : épaisseur de la paroi (m).

E : Module de Young du matériau ou module d'élasticité du matériau constituant la conduite (MPa).

$$f = 1 - K_C v$$

Avec :

kc : coefficient d'ancrage.

 $\nu$ : le module de poisson.

Dans notre cas en suppose que la conduite est construite avec des joints de dilatation ce qui permet une déformation longitudinale libre.

On a: kc = 0  
D'où: f = 1  
$$C = \sqrt{\frac{1}{\rho\left(\frac{1}{E_{eau}} + \frac{D}{E.e}\right)}}$$

(III.16)

Les deux facteurs essentiels qui interviennent dans la vitesse de propagation de l'onde de pression sont surtout la compressibilité de l'eau  $E_{eau}$  et l'élasticité du matériau constituant la conduite E.

#### - Paramètre $\lambda$ :

Il représente le coefficient de frottement, est généralement considéré comme celui d'un écoulement turbulent permanent uniforme.

Pour tous les tuyaux, on ne considère que l'équation de Colebrook comme étant la plus acceptable pour calculer le coefficient de frottement  $\lambda$ .

Cette équation ou,  $\lambda = \lambda$  (Re, k/D) est calculée :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\left(\frac{k}{3.7D} + \frac{2.51}{\operatorname{Re}\sqrt{\lambda}}\right)$$

Du fait que l'équation est difficile à résoudre, puisque la formule est implicite en  $\lambda$  on dispose de diagrammes (de Moody, figure III.5) permettant de lire la relation entre le coefficient de frottement  $\lambda$ , le nombre de Reynolds Re et la rugosité relative k/D.

Une approximation explicite1 de cette équation est donnée par la formule de Colebrook White :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\left(\frac{k}{3.7D} + \frac{5.1268}{\frac{0.89}{\text{Re}}}\right)$$
(III.18)



Fig. III.5. Le diagramme de Moody

Le rapport k/D représente la rugosité relative avec :

K : appelé coefficient de rugosité absolu qui représente la hauteur moyenne des aspérités des incrustations des dépôts et autres irrégularités présentes sur la surface interne des conduites.



Fig.III.6. Paroi de la conduite.

Le tableau III.1 ci-après présente quelques coefficients de rugosité k que l'on peut appliquer dans la famille des formules de Colebrook. (Conduites récentes : jusqu'à 30 ans. Conduites anciennes : après 50 ans) [12] :

Conduites récentes	Conduites anciennes		
0.015 - 0.1	0.06 - 0.1		
0.03	0.15		
0.03	0.15		
0.1-1.0	0.3 - 0.6		
0.03 - 0.2	0.15 – 0.3		
0.03 - 0.2	0.15 - 0.3		
0.03 - 0.1	0.01 - 1.5		
0.003	0.01		
0.003 - 0.15	0.06		
	Conduites récentes 0.015 – 0.1 0.03 0.03 0.1-1.0 0.03 - 0.2 0.03 - 0.2 0.03 - 0.2 0.03 - 0.1 0.003 0.003 - 0.15		

Tableau III.1. Coefficient de rugosité k (mm) pour différentes matériaux.

Re : le nombre de Reynolds qui caractérise le rapport entre les forces d'inertie de l'écoulement et les forces de viscosité. Il est plus important nombre sans dimension en dynamique des fluides, il a été mis en évidence en 1883 par Osborne Reynolds. Défini par la relation suivante :

$$\operatorname{Re} = \frac{UD}{v} = \frac{4Q}{\pi D v} \tag{III.19}$$

Sachant que la relation (III.16) [ou (III.17)] est valable pour les valeurs de Re > 2300 (où les forces d'inertie sont si importantes que l'écoulement devient turbulent).

v : représente la viscosité cinématique du fluide (m<sup>2</sup>/s) qui est égal a :  $v = \frac{\mu}{\rho}$ 

Avec :

 $\mu$ : viscosité dynamique du fluide (kg/m.s).

 $\rho$ : Masse volumique du fluide (kg/m<sup>3</sup>).

Cette viscosité cinématique de l'eau varie avec la température avec une diminution de la viscosité lorsque la température monte selon le tableau (III.2) et la figure (III.7). Mais il n'existe pas une relation vraiment rigoureuse liant  $\nu$  et la température. En générale pour l'eau la viscosité cinématique est égale à 10<sup>-6</sup> m2/s.

Viscosité	Température	Viscosité	Température		
cinématique (m2/s)	( <sup>0</sup> C)	cinématique (m2/s)	( <sup>0</sup> C)		
1,520	5	0,963	22		
1,308	10	0,941	23		
1,275	11	0,919	24		
1,241	12	0,896	25		
1,208	13	0,878	26		
1,174	14	0,856	27		
1,141	15	0,841	28		
1,115	16	0,823	29		
1,088	17	0,804	30		
1,061	18	0,727	35		
1,034	19	0,661	40		
1,005	20	0,556	50		
0,985	21	0,442	65		

Tableau III.2. La viscosité cinématique par rapport a la température.



Fig. III.7. Variation de la viscosité cinématique de l'eau avec la température.

#### **III.3.2.** type de conduites

Dans l'étude de la propagation des ondes, on est confronté a deux types de conduites : certaines ont sur toute leur longueur la même épaisseur, le même diamètre et la même nature du matériau, ce sont des conduites à caractéristique unique ; c'est la théorie de MM. Allievi et Joukowski où l'étude des coups de bélier se ramène à l'équation de d'Alembert des cordes vibrantes [13].

Mais on sait que le plus souvent, les conditions industrielles sont plus épaisses à leur extrémité aval et plus mince à leur extrémité amont. Elles constituées par des tronçon d'épaisseurs différentes et parfois de diamètres différents. De pareilles conduites sont dites à caractéristiques variables ou multiples. M de Sparre a étudié de façon complète ces types de conduites.

Considérons par exemple une conduite à caractéristiques variables, pour chaque tronçon de longueur Li on peut déterminer la vitesse de propagation Ci en appliquant la formule (III.16) de M. Allievi, on obtient ainsi le temps  $t_{ca} = \theta_i = \frac{L_i}{C_i}$  que met l'onde pour parcourir la longueur Li de ce tronçon. Si l'on désigne par T le temps mis par l'onde pour aller de la vanne jusqu'au réservoir on obtient  $\theta = \sum \theta_i = \sum \frac{L_i}{C_i}$  et en posant  $L = \sum L_i$  alors la vitesse moyenne Ci pour une conduite à caractéristiques variables ou multiples sara calculée par la formule :  $C = \frac{L}{\theta} = \frac{\sum L_i}{\sum_{c_i}^{L_i}}$ . D'après M. de Sparre, on peut assimiler une conduite à

caractéristiques variables à une conduite formée de deux ou trois tronçons.

#### II.3.3. Relation entre la célérité et les propriétés de la conduite

En ce qui concerne la célérité et le type de matériau constituant la conduite, elle peut aller de 15 m/s pour le caoutchouc à 180 m/s pour les matières plastiques, jusqu'à  $C \ge 1000$  m/s pour l'acier et la fonte et le maximum quelle pourrait atteindre correspondrait a la vitesse de propagation du son dans l'eau soit ~ 1430 m/s pour eau incompressible et conduite indéformable ou très rigide ( $E_{eau} = 0, E = \infty$ ).

Exemple pour les matières courantes :

Pour PVC	: $E = 2,76 \times 103$ Mpa.
Pour fonte ductile	$: E = 1,03 \times 105 \text{ MPa.}$
Pour acier	: $E = 2 \times 105$ MPa.

Voici à titre d'exemple le tableau (III.3) et la figure (III.8) qui indiquent la relation entre cette célérité et les proprWiétés de la conduite (les unités des modules d'élasticité sont en Mpa, le module d'élasticité de l'eau est pris égal a 2070 MPa) [14].

Tableau III.3. Relation entre la célérité et les propriétés de la conduite.

		Vitesse en m/s								
Matériau	Module	D/e								
•	d'élasticité E	•								
	(MPa)	0	5	10	20	30	40	50	75	100
ACIER	200000	1438.7	1402.9	1369.6	1309.6	1256.8	1209.9	1167.9	1079.5	1008.5
CUIVRE	110000	1438.7	1375.5	1319.9	4226.4	1150.2	1086.7	1032.7	926.5	847.5
PVC	2500	438.71	34.66	72.37	343.3	283	246.3	221	181.1	157.2



Fig.III.8. Vitesse de propagation dans l'eau de l'onde de pression pour différents types de tuyauterie.

Remarque :

Le rapport D/e augmente  $\Leftrightarrow C = f\left(\frac{D}{e}\right)$  diminue.

La variation de la célérité en fonction du rapport (D/e) est plus visible pour le PVC.

Il y'a d'autres relation qu'on peut analyser vue que la célérité est : C = f(D, e, E) c'est-àdire fonction du diamètre intérieur de la conduite, de son épaisseur et de son module d'élasticité.

Pour C = f (E) avec le rapport D/e = Cte : E augmente  $\Leftrightarrow$  C augmente. Pour C = f (D) avec e = Cte et E = Cte : D augmente  $\Leftrightarrow$  C diminue. Pour C = f (e) avec D = Cte et E = Cte : e augmente  $\Leftrightarrow$  C augmente.

### III.4. Équations simplifiées

Comme il s'agit d'un modèle uniquement propagatif, les équations de continuité et de quantité de mouvement établies précédemment peuvent être simplifiées en éliminant les termes d'inertie convective du type  $U \frac{\partial P}{\partial x}$  et  $U \frac{\partial U}{\partial x}$ , ainsi en les éliminant et en multipliant l'équation (III.7) par C2 on obtient le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \rho C^{2} \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial P}{\partial t} = 0 \\ \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} + g \sin \alpha + \frac{\lambda U |U|}{2D} = 0 \end{cases}$$
(III.20)

Pour introduire dans ces équations, à la place de P et U des variables d'utilisation plus courante H et Q, on peut écrire les relations suivantes :

La pression au sein du fluide peut être donnée par :

$$P = wh = \rho gh = \rho g(H - Z)$$

Avec :

 $w = \rho g$ : poids spécifique [kg/m.s2].

H : Hauteur piézométrique [m].

Z : Altitude du point considéré [m].

On considéré une conduite ne subissant pas de déplacements verticaux (conduite horizontale):

$$\frac{\partial Z}{\partial t} = 0$$
 et  $\frac{dZ}{dX} = \sin \alpha = 0$ 

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \rho g \frac{\partial H}{\partial t} \text{ et } \frac{\partial P}{\partial X} = \rho g \frac{\partial H}{\partial X}$$

En tenant compte des points précédents on aura le système suivant :

$$\begin{cases} \rho C^{2} \frac{\partial U}{\partial X} + \rho g \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \\ \frac{\partial U}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial X} + \frac{\lambda U |U|}{2D} = 0 \end{cases}$$
(III.21)

Or: Q = A.V

Avec : Q le débit volumique [m3/s].

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{1}{A} \frac{\partial Q}{\partial t} \text{ et } \frac{\partial U}{\partial X} = \frac{1}{A} \frac{\partial Q}{\partial X}$$

En remplaçant les dérivées partielles par leurs expressions dans les équations simplifiées on trouve :

$$\begin{cases} \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{C^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial X} = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial X} + \frac{\lambda Q |Q|}{2DA} = 0 \end{cases}$$
(III.22)

Avec :

$$\frac{\lambda Q|Q|}{2DA}$$
: Le terme de frottement.

Le système d'équations (III.22) constitue la base de calcul pour les écoulements non stationnaire dans les conduites en charge, et représente un système d'équations différentielles aux dérivées partielles (EDP) quasi-linéaire de type hyperbolique.

Quand on pose l'hypothèse simplificatrice suivante : écoulement dont la perte de charge unitaire peut être négligé. On obtient le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{C^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial X} = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial X} = 0 \end{cases}$$
(III.23)

On dérive la première équation du système (III.23) par rapport au temps t et la deuxième par rapport à la variable de l'espace X.

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 H}{\partial^2 t} + \frac{C^2}{gA} \frac{\partial^2 Q}{\partial X \partial t} = 0 \\ \frac{\partial^2 Q}{\partial X \partial t} + gA \frac{\partial^2 H}{\partial^2 X} = 0 \end{cases}$$
(III.24)

On multipliant la première équation par  $\frac{gA}{C^2}$  :

$$\begin{cases} \frac{gA}{C^2} \frac{\partial^2 H}{\partial^2 t} + \frac{\partial^2 Q}{\partial X \partial t} = 0 \\ \frac{\partial^2 Q}{\partial X \partial t} + gA \frac{\partial^2 H}{\partial^2 X} = 0 \end{cases}$$
(III.25)

Il vient :

$$\frac{gA}{C^2}\frac{\partial^2 H}{\partial^2 t} = gA\frac{\partial^2 H}{\partial^2 X} \Longrightarrow \frac{\partial^2 H}{\partial^2 t} = C^2\frac{\partial^2 H}{\partial^2 X}$$
(III.26)

On prend les mêmes équations du système (III.23) : le (1) on le dérive par rapport X et le (2) on le multiplie par  $\frac{1}{gA}$  et on le dérive par rapport a t on obtient :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 H}{\partial X \partial t} + \frac{C^2}{gA} \frac{\partial^2 Q}{\partial^2 X} = 0 \\ \frac{1}{gA} \frac{\partial^2 Q}{\partial^2 t} + \frac{\partial^2 H}{\partial X \partial t} = 0 \end{cases}$$
(III.27)

Il vient :

$$\frac{1}{gA}\frac{\partial^2 Q}{\partial^2 t} + \frac{C^2}{gA}\frac{\partial^2 Q}{\partial^2 X} = 0 \Longrightarrow \frac{\partial^2 Q}{\partial^2 t} = C^2 \frac{\partial^2 Q}{\partial^2 X}$$
(III.28)

Donc le système à résoudre se réduit aux deux équations (III.26 ) et (III.28 ) qui représentent deus EDP hyperboliques d'ordre 2 avec deux inconnus Q et H liées au variables X et t par une même équation différentielle qui est l'équation des ondes ou bien équation des cordes vibrantes ou équation d'Alember qui a la forme générale :

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial^2 t} = C^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial^2 X}$$

Mais la plupart des cas pratiques ne peuvent pas être analysée de manière satisfaisante, par ce type de modèle analytique simple puisqu'on a négligée les pertes de charge, donc il ne reflète pas la réalité. Les méthodes analytiques de calcul du coup de bélier et les formules auxquelles elles aboutissement n'ont, en définitive, qu'un champ d'application assez restreint.

Notamment, elles ne tiennent pas compte de l'influence des pertes de charge (comme on a vu précédemment) ni des caractéristiques très variés des conduites industrielles et des conditions très variables des manœuvres de fermeture ou d'ouverture. En particulier en cas de fermeture lente, la seule formule utilisée pratiquement et dont l'expression analytique soit simple est celle de Michaud qui repose sur l'hypothèse de la variation linéaire du débit en fonction du temps, hypothèse qui n'est jamais réalisé pratiquement.

Il faut donc recourir à des méthodes graphiques vu que la méthode graphique permet d'aboutir d'une manière très élégante et relativement simple à une solution générale des problèmes qui, à première vue paraissent les plus compliquées.

Othmar Schnyder a proposé, en 1929, une méthode graphique de calcul des coups de bélier dans les conduites de refoulements des pompes qu'il a ensuite étendue aux systèmes en charges quelconques en particulier aux conduites forcées (1932). Indépendamment de Schnyder, Louis Bergeron a proposé en 1931 la même méthode qui est connue en France sous le nom de « méthode Bergeron » ; elle est largement développée dans son ouvrage « Du coup de bélier en hydraulique au coup de foudre en électricité » (Dunod 1949).

Les méthodes graphiques (comme celle de Schnyder-Bergeron) permettent de suivre les phénomènes pas a pas en introduisant les pertes de charges mais dans les cas les plus complexes comme l'existence de plusieurs conduites ou les singularités hydrauliques situées aux extrémités de la conduite (les conditions aux limites) l'épure de Bergeron devient plus difficile a réaliser et on met plus de temps pour aboutir au résultats.

L'événement du calcul numérique vers la moitié de ce siècle a déroute dans des perspectives nouvelles. Une procédure numérique s'appuyant sur la méthode des caractéristiques a été élaborée par la contribution de PARMARKIAN (1963), de WILIE et STREETER (1967). Cette procédure n'a cessé d'être élargie et consolidée pour rendre compte des divers phénomènes qui accompagnent le passage des ondes de coup de bélier dans les tuyauteries.

PARMARKIAN a étudié l'influence des efforts longitudinaux sur la célérité de propagation dans les conduites à parois minces uniquement, mais il a considéré l'influence des contraintes et déformations longitudinales de la conduite.

En 1936, HALLIWEL élargit les travaux de PARMARKIAN pour inclure la conduite à parois épaisses tout en prenant en compte les contraintes et les déformations de la conduite, mai il exprime la célérité de la même façon que PARMARKIAN.

En 1977, E.HADJ TAYEB a montré l'influence de la déformabilité des parois et de compressibilité du fluide sur la propagation des ondes de pression dan le domaine di phasique. Il a montré que la propagation des ondes de pression est étroitement liée à l'élasticité des parois et la compressibilité du fluide.

En 1979, F.MASSOUH traitant les équations de continuité et dynamique par la méthode d'ALLIVI ou par la méthode des caractéristiques et détermine une nouvelle expression de la célérité de propagation qui tient compte des efforts longitudinaux dans les conduites à parois minces et épaisses.

Dans le même domaine, B.BAHRAR, H.RIEUTORD, et R.MOREL, ont mené une étude avec le minimum d'hypothèse tant sur l'écoulement que sur le comportement de la paroi, ou sont également prises en compte les déformations de flexion et de cisaillement ainsi que les effets dynamiques liés à l'inertie de la paroi. Actuellement, B.SALAH analyse tous les travaux de JEAGER et HALLIWEL et développe un modèle mathématique permettant le calcul de la célérité d'onde dans les conduites enterrées, en tenant compte des caractéristiques mécaniques du sol et de la conduite.

Le développement de l'outil informatique et l'accroissement constant de sa puissance ont permet de traiter des problèmes beaucoup plus complexes et d'améliorer la précision de calcul.

#### **III.5.** Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une modélisation mathématique des phénomènes des écoulements transitoires en charge qui décrivent fidèlement le comportement des différents éléments rencontrés sur les réseaux hydrauliques, en s'appuyant sur les équations de base hyperboliques établies par Saint-Venant.

# CHAPITRE - IV -

# MÉTHODES NUMÉRIQUES DE RÉSOLUTION

#### **IV.1. Introduction**

Le calcule des écoulements transitoire en charge (coup de bélier) par les méthodes numériques a beaucoup évolué dans les dernières années. Aujourd'hui, l'ingénieur concepteur n'effectue habituellement plus lui-même ce type d'analyse. En effet, la complexité des problèmes que l'on traite maintenant exige souvent l'utilisation de programmes sophistiqués de simulation. Donc, l'apparition des ordinateurs a favorisé le développement rapide de la modélisation mathématique et en conséquence la résolution des équations fondamentales des écoulements des fluides en régime transitoires par des méthodes numériques [Chaudry 1979] telles que:

La méthode des caractéristiques (MC)

La méthode des différences finies (MDF)

La méthode des éléments finis (MEF)

La méthode spectrale (MS)

La méthode de l'intégration selon les limites (boundary-integral method) (MIL).

La MC est certainement la plus populaire et actuellement la plus utilisée. Les avantage de la MC sont une simulation correcte d'onde à front raide, une illustration simple de sa propagation, une programmation présentant peu de difficultés et une efficacité en terme de calcul.

La MDF peut entrainer soit des schémas explicites ou implicites. Ces derniers sont avantageux en termes de rapidité, mais sont plus sophistiqués du point de vue de la programmation.

Les trois dernières méthodes ne sont pas avantageuses pour la résolution de problèmes unidimensionnels ou n'ont même pas été appliquées à de tels problèmes.

Dans ce chapitre, nous allons consacrer notre étude à la méthode numérique la plus efficace, qui est la méthode des caractéristiques, et ça pour analyser les différents cas de phénomènes transitoires rencontrées pratiquement dans les installations hydrauliques reelles comme celui de la propagation des ondes élastiques dans les conduites en charges a section variable (gravitaires, forcées, etc.) suite à une fermeture de vanne progressive et brusque.

42

#### **IV.2.** Méthode des caractéristiques

En mathématiques, la méthode des caractéristiques est une technique qui permet de résoudre les équations aux dérivées partielles hyperboliques. Particulièrement adaptée aux problèmes de transport, elle est utilisée dans de nombreux domaines tels que l'hydraulique, la mécanique des fluides ou le transport des particules en suspension.

Dans certains cas particuliers, la méthode des caractéristiques peut permettre la résolution purement analytique des EDP. Dans les cas les plus complexes rencontrés par exemple en modélisation des systèmes hydrauliques, la méthode des caractéristiques peut être utilisée comme une méthode de résolution numérique du problème de propagation des ondes dans les conduites en charge.

Pour une équation aux dérivées partielles (EDP) du premier ordre, la méthode des caractéristiques consiste a rechercher des courbes (appelées « lignes caractéristiques », ou plus simplement « caractéristiques ») le long desquelles l'EDP se réduit à une simple équation différentielle ordinaire (EDO). La résolution de l'EDO le long d'une caractéristique permet de retrouver la solution du problème original.

En fait, c'est un algorithme mathématiquement rigoureux, et qui a été prouvé pour simuler la réalité avec la plus grande précision. C'est le standard et incontestablement le plus rigoureux et robuste des algorithmes d'analyse de débit transitoire hydraulique.

Il calcule les résultats le long de la canalisation, capturant exactement les changements critiques qui pourraient autrement être manqués, a condition que la vitesse de l'onde ne varie pas dans le temps a cause d'une perturbation (de l'air ou d'un entraînement de gaz) dans cette canalisation.

Des logiciels comme CEBELMAIL ou encore SURGE, AFT Impulse ou HAMMER utilisent la méthode des caractéristiques comme moteur de calcul pour la résolution des équations de Saint-Venant unidimensionnelles et bidimensionnelles Donc on reprenant les équations précédentes de Saint-Venant :

$$\begin{cases} \rho C^2 \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial P}{\partial t} = 0 \\ \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial X} + g \sin \alpha + \frac{\lambda U |U|}{2D} = 0 \\ \text{Or:} \qquad \sin \alpha = \frac{dz}{dX} \end{cases}$$

Et après une multiplication de l'équation de continuité par  $\frac{1}{\rho}$  On obtient les deux équations

suivantes :

Or:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial X} + g \frac{dz}{dX} + \frac{\lambda}{2D} U |U| = 0$$
 (IV.1)

et

$$C^{2} \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial t} = 0$$
 (IV.2)

Les deux équations (IV.1) et (IV.2) peuvent être combinées avec un multiplicateur inconnu comme K tel que :

$$K\left(\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial X} + g\frac{dz}{dX} + \frac{\lambda}{2D}U|U|\right) + C^{2}\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial t} = 0$$
(IV.3)

Après un certain arrangement, on trouve :

$$\left(\mathbf{K}\frac{\partial U}{\partial t} + C^2\frac{\partial U}{\partial X}\right) + \left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\mathbf{K}}{\rho}\frac{\partial p}{\partial X}\right) + \mathbf{K}g\frac{dz}{ds} + \frac{\mathbf{K}\lambda}{2D}U|U| = 0$$
(IV.4)

Noter que :

Soit le dérivée totale 
$$\frac{dP}{dt} = \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial t}$$

Si K
$$\frac{\partial U}{\partial t} + C^2 \frac{\partial U}{\partial X}$$
 est destinée à être remplacée par K $\frac{dU}{dt}$  Puis K $\frac{dX}{dt} = C^2$ 

et si 
$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{K}{\rho}\frac{\partial p}{\partial X}$$
 est destinée à être remplacée par  $\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dt}$  Puis  $\frac{K}{\rho} = \frac{1}{\rho}\frac{dX}{dt}$ 

Assimiler l'expression de (dX / dt) dans chaque cas, nous trouvons

$$\mathbf{K} = \frac{C^2}{\mathbf{K}} \quad \mathbf{Ou} \quad \mathbf{K}^2 = C^2$$

 $Donc: K = \pm C$ 

Ainsi les deux valeurs réelles distinctes de K transforment les deux équations aux dérivées partielles en deux systèmes d'équations aux dérivés totales. En remplaçant les valeurs de K, ces équations deviennent

Pour K= + C nous permet de réécrire l'équation (IV.1), comme

$$C\frac{dU}{dt} + \frac{1}{\rho}\frac{dp}{dt} + Cg\frac{dz}{dX} + C\frac{\lambda}{2D}U|U| = 0$$

En divisant par la vitesse des ondes, on obtient :

Pour K = -C on obtient :

Le résultat de ces manipulations est que nous avons remplacé deux équations aux dérivées partielles à deux équations différentielles ordinaires pourvu que nous suivons certaines règles qui concernent les variables indépendantes X et t dans chaque cas. Si, en plus, nous remplaçons P avec  $\gamma(H-z)$ , et on considéré une conduite ne subissant pas de déplacements verticaux (conduite horizontale):  $\frac{dZ}{dX} = \sin \alpha = 0$ 

alors nous pouvons mieux visualiser la propagation des ondes de pression parce que H est la hauteur de la ligne d'énergie au-dessus de la référence. Cette substitution donne

$$\frac{dU}{dt} + \frac{g}{C}\frac{dH}{dt} + \frac{\lambda}{2D}U|U| = 0 \qquad (IV.7) \quad \text{Uniquement lorsque} \quad \frac{dX}{dt} = +C \qquad (IV.8)$$

Pendant que

$$\frac{dU}{dt} - \frac{g}{C}\frac{dH}{dt} + \frac{\lambda}{2D}U|U| = 0 \qquad (IV.9) \quad \text{Uniquement lorsque} \quad \frac{dX}{dt} = -C \quad (IV.10)$$

Pour comprendre la signification de ces quatre équations, il convient de les examiner en utilisant la figure ci-dessous (Fig. IV.1).



Considérons que U et H sont connus en deux points R et S. La courbe W<sup>+</sup> représentant l'équation (IV.8) est appelée courbe caractéristique plus, elle définit la propagation d'onde dans le sens d'écoulement. L'équation (IV.7) n'est valable que pour W<sup>+</sup>. La courbe Wreprésentant l'équation (IV.10) est appelée courbe caractéristique moins, elle définit la propagation d'onde dans le sens contraire d'écoulement. L'équation (IV.9) est valable seulement pour la caractéristique  $W^-$ .

Les équations (IV.7) et (IV.9) sont appelées équations de compatibilité ; chacune de ces équations contient deux inconnus H et U pour un point connu (R ou S) de ses caractéristiques, mais à l'intersection de  $W^+$  et  $W^-$  au point P, les deux équations peuvent être résolues pour trouver  $U_P$  et  $H_P$ .

La signification physique des courbes caractéristiques peut être mise en évidence, en considérant un cas simple comme l'écoulement dans une conduite ayant au bout un réservoir et à l'extrémité une vanne. Supposons qu'une réduction de débit, causée par la fermeture de la vanne a eu lieu, ceci provoquera une augmentation de pression et une propagation d'onde vers le réservoir. La représentation du trajet de l'onde sur un plan (X-t) fait apparaître deux régions:

La première région représente le domaine influencé par les conditions initiales ( Celles du réservoir) . qui restent inchangées; par contre la deuxième région est influencée par les conditions de vanne.

Si la perturbation est provoquée simultanément en deux points R et S , la région influencée par les conditions initiales aux point, R et S sera le domaine situé sous les deux courbes.

La résolution des équations (IV.7) et (IV.9) par la méthode de caractéristiques consiste à déterminer la hauteur et la vtesse au point P connaissant les valeurs initiales aux points R et S. Soient  $U_P$  et  $H_P$  les paramètres recherchés au point P. En multipliant l'équation (IV.7) par dt et en intégrant

$$\int_{R}^{P} dU + \frac{g}{C} \int_{R}^{P} dH + \frac{\lambda}{2D} \int_{R}^{P} U |U| dt = 0$$
(IV.11)

$$\left(U_{P}-U_{R}\right)+\frac{g}{C}\left(H_{P}-H_{R}\right)+\frac{\lambda}{2D}\int_{R}^{P}U|U|dt=0$$
(IV.12)

Le terme de frottement peut ètre évalué comme suit :

$$\int_{R}^{P} U|U|dt = U_{R}|U_{R}|dt$$
(IV.13)

(en supposant la vitesse constant de R à P)

Suivant le degré de précision voulu on peut procéder à d'autres approximations, mais elles font intervenir l'inconnu Up d'où la nécessité de procédure itérative pour évaluer au mieux le terme.

Ainsi l'équation devient:

$$\frac{U_p - U_R}{t_p - 0} + \frac{g}{C} \frac{H_p - H_R}{t_p - 0} + \frac{\lambda U_R |U_R|}{2D} = 0$$
(IV.14)

Par la même démarche, l'équation (IV.9) peut aussi s'écrire:

$$\frac{U_p - U_s}{t_p - 0} - \frac{g}{C} \frac{H_p - H_s}{t_p - 0} + \frac{\lambda U_s |U_s|}{2D} = 0$$
(IV.15)

Dans les relations précédentes,  $t_P$  - 0 en général est  $\Delta t$ , et quand ces équations sont multipliés par  $\Delta t$  le devenir :

C+: 
$$(U_p - U_R) + \frac{g}{C}(H_p - H_R) + \frac{\lambda \Delta t}{2D}U_R |U_R| = 0$$
 (IV.16)

Et

C-: 
$$(U_p - U_s) - \frac{g}{C} (H_p - H_s) + \frac{\lambda \Delta t}{2D} U_s |U_s| = 0$$
 (IV.17)

Chacune des équations caractéristiques peut être intégrée à montrer que

$$\Delta X = C \Delta t \tag{IV.18}$$

Sachant que la précision dans les calculs est généralement satisfaisante mais la méthode présente l'inconvénient de lier le pas d'espace au pas de temps. Alors afin de mieux saisir cet inconvénient on va prendre des conduites a caractéristiques variables ; constituées de deux ou trois tronçons de caractéristiques (L, D, e, etc....) complètement différentes. Dans le tronçon de longueur  $L_1$  on dispose de la condition suivante (qui est la condition de Courant entre le pas d'espace et le pas de temps ):

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta t} = C_1$$

Telle que :  $L_1 = N_1 \Delta x_1$  (dans ce cas le 1er point aura pour numéro 1 et le dernier point aura le numéro  $N_1 + 1$  et par conséquent nous aurons discrétisé le tronçon de longueur  $L_1$  en  $(N_1)$  tronçons élémentaires de longueur  $\Delta x_1$ ).

Au point de raccordement des deux tronçons, l'intégration correspondant au tronçon de longueur  $L_2$  doit être effectuée avec le même pas de temps  $\Delta t$ , or dans ce tronçon la vitesse de l'onde est  $C_2$ , donc on impose  $\Delta x_2 = C_2 \Delta t$ .

On voit donc que ce tronçon doit avoir une longueur  $L_2$  divisible par  $\Delta x_2$  et par conséquent ne peut être quelconque.

Il est maintenant possible de construire une grille de caractéristiques comme indiqué dans la Fig IV.2



Les points de grille le long de l'axe X représentent des points espacés de l'autre le long du conduite et les valeurs de U et H à ces points sur l'axe s représentent les conditions initiales. Les conditions initiales sont en général une situation d'écoulement à l'état stable dans la conduite. Sélection d'un point P<sub>2</sub> dans la conduite sur le plan de X-t, écrire des équations (IV.16) et (IV.17) pour le U<sub>R</sub> connu, U<sub>S</sub>, H<sub>R</sub>, H<sub>S</sub>,  $\lambda$  et D, il est clair que les équations ont chacune deux inconnues. Les deux équations peuvent être résolues facilement pour H<sub>P2</sub> et

 $U_{P2}$ . Cette procédure peut être poursuivi pour d'autres points jusqu'à ce que les valeurs de H et U aux points  $P_2$  en  $P_N$  sont calculés.

#### **IV.3.** Conditions aux limites

Les valeurs H et U sur les extrémités du conduite ont été déterminées en utilisant des conditions limites. Ces conditions sont

#### IV.3.1. Condition à la limite du réservoir

Lorsque la conduite existante à partir d'un réservoir, la valeur de H reste constante pour tous les temps. Cette forme comme

$$\mathbf{H}_{\mathbf{P}\mathbf{1}} = \mathbf{H}_0 \tag{IV.19}$$

Cette équation est résolue simultanément avec la W<sup>-</sup> . L'equation (IV.17) pour obtenir une expression pour la vitesse

$$U_{P1} = U_2 + \frac{g}{C} (H_o - H_2) - \frac{\lambda \Delta t}{2D} U_2 |U_2|$$
 (IV.20)

#### IV.3.2. Condition à la limite de vitesse

Si la vitesse était connu à l'extrémité aval d'une conduite, une expression de H se trouve. Par exemple, supposons une vanne a été fermée d'une manière qui a causé la vitesse pour diminuer linéairement de  $U_0$  à zéro en Tc secondes. L'équation de  $U_P$  serait :

$$U_{P_{N+1}} = U_o (1 - \frac{t}{T}), \qquad 0 \le t \le T_c$$
  
$$U_{P_{N+1}} = 0 , \qquad t \succ T_c \qquad (IV.21)$$

L'équation pour H<sub>P</sub> serait (à partir de l'équation (IV.16))

$$H_{P_{N+1}} = H_N - \frac{C}{g} (U_{P_{N+1}} - N_N) - \frac{C}{g} \frac{\lambda \Delta t}{2D} U_N |U_N|$$
(IV.22)

Pour toute valeur de U<sub>PN+1</sub> y compris zéro.

#### IV.3.3. Pompe à vitesse constante

Former l'équation (IV.17)

$$U_{P1} = W_1 + W_2 H_{P1}$$
(IV.23)

Où

$$W_1 = U_2 - \frac{g}{C} H_2 - \frac{\lambda \Delta t}{2D} U_2 |U_2|$$
$$W_2 = \frac{g}{C}$$

Les équations pour les valeurs intérieures de  $U_P$  et  $H_P$  (équations (IV.16) et (IV.17)) sont écrits

$$U_{P1} = \frac{1}{2} \left[ (U_{i-1} + U_{i+1}) + \frac{g}{C} (H_{i-1} - H_{i+1}) - \frac{\lambda \Delta t}{2D} (U_{i-1} | U_{i-1} | + U_{i+1} | U_{i+1} |) \right]$$
(IV.24)

$$H_{P1} = \frac{1}{2} \left[ (H_{i-1} + H_{i+1}) + \frac{C}{g} (U_{i-1} - U_{i+1}) - \frac{C}{g} \frac{\lambda \Delta t}{2D} (U_{i-1} | U_{i-1} | - U_{i+1} | U_{i+1} |) \right]$$
(IV.25)

#### **IV.4.1. Raccordement de deux conduites**

En état instable, dans tous les conduites en série, le débit était le même mais la vitesse d'écoulement, le diamètre des conduites, la vitesse des ondes et ses coordonnées sont différents. En outre, si une conduite à sa manière a une pente différente cette conduite est considéré en série.

Dans la conduite en série du système, la méthode des caractéristiques est utilisé pour obtenir la valeur de vitesse et la pression de la tête de conduite. La seule différence est que sur les nœuds locaux (intersection des conduites), il ya des conditions aux limites internes et pour terminer la solution, ces conditions doivent être précisés. Pour déterminer les conditions aux limites externes aux deux extrémités du conduite externe, la méthode présenté précédement est utilisée et pour déterminer les conditions aux limites interne, deux équations supplémentaires doivent être utilisé afin d'obtenir leur combinaison avec les équations caractéristiques.

Le calcul des grandeurs H et U en utilisant les expressions (IV.16) et (IV.17) adaptées aux conduites 1 et 2 s'effectue comme suit :

$$U_{P1} = W_1 - W_2 H_{P1}$$
 W<sup>+</sup> (IV.26)

$$W_{1} = U_{L1} + \frac{g}{C_{1}} H_{L1} - \frac{1}{2} \frac{\lambda_{1} \Delta t}{D_{1}} U_{L1} |U_{L1}| + \frac{g}{C_{1}} \Delta t U_{L1} \sin \alpha_{1}$$

$$W_2 = \frac{g}{C_1}$$

En outre, l'équation caractéristique pour le point P<sub>2</sub> situé dans la cnoduite aval est égale à:

$$U_{P2} = W_3 - W_4 H_{P1} \qquad W^{-} \qquad (IV.27)$$

$$W_2 = \frac{g}{C_2}$$

$$W_3 = U_{R2} + \frac{g}{C_2} H_{R2} - \frac{1}{2} \frac{\lambda_2 \Delta t}{D_2} U_{R2} |U_{R2}| + \frac{g}{C_2} \Delta t U_{R2} \sin \alpha_2$$

$$W_4 = \frac{g}{C_2}$$



Les équations (IV.26) et (IV.27) ont quatre inconnus, et pour les déterminer nous avons besoin de deux autres équations. En utilisant les relations de continuité et d'énergie que les deux autres équations seront obtenus. En appliquant l'équation de continuité, l'hypothèse est que le point  $P_1$  dans la conduite 1 et point  $P_2$  dans la conduite 2 sont si proches l'un de l'autres au niveau du noeud local qu'aucun espace pour le stockage de masse de fluide existe. Par conséquent, il peut être écrit:

$$Q_1 = Q_2 \implies U_{P1} A_1 = U_{P2} A_2 \tag{IV.28}$$

Sans consideration du perte au niveau du noeud, la relation de l'énergie peut etre écrite comme suit:

$$H_{p1} = Hp2 \tag{IV.29}$$

Si la valeur de perte de charge d'un segment est significative (comme impuretés, diminuant soupape de pression, etc), elle doit être considéré dans l'equation. En résolvant le système d'équations (IV.26),(IV.27), (IV.28) et (IV.29) la hauteur dans le nœud est obtenue comme suit:

$$H_{p1} = H_{p2} = \frac{W_1 A_1 - W_3 A_2}{W_2 A_1 + W_4 A_2}$$

Ensuite, la vitesse dans les donduites 1 et 2 est obtenue à partir des équations (IV.26) et (IV.27)

#### **IV.4.2.** Conduites en parallèles

Il est possible que dans un système distribué, une conduite est menant d'une conduite qui est la branche principale. Alors des mêmes équations pour remplir une Solution numérique entraîné de condition limite interne doivent être écrit. Les équations de continuité et d'énergie sont utilisées généralement en noeud local (conduite d'intersection) et par combinaison de ces équations avec les équations caractéristiques, les valeurs de la vitesse et de la hauteur dans les conduites menant au noeud peut être obtenus et le problème en général pour le nœud où N conduites se croisent peut être résolu.

$U_{p1} = W_1 \pm W_2 H_{p1}$	Conduite 1
$U_{n2} = W_3 \pm W_4 H_{n2}$	Conduite 2

$$U_{p(N-1)} = W_{(2N-3)} \pm W_{(2N-2)} H_{p(N-1)}$$
 Conduite N-1

$$U_{pN} = W_N \pm W_N H_{pN}$$
 Conduite N

Dans les équations du système cités ci-dessus, l'équation du N est inclus. Les valeurs et les notations des coefficients des équations (IV.26) et (IV.27) sont déterminées.



L'hypothèse en appliquant l'équation de continuité est que toutes les parties sont si proches les uns des autres et que dans le nœud local pas d'espace de volume pour le stockage de masse fluide, elle peut être écrit:

$$Q_1 \pm Q_2 \pm Q_3 \pm \dots \pm Q_N = 0$$

Dans laquelle la valeur Q est un débit externe du noeud. Le Signe positif pour l'entrant et le moins pour le débit sortant. S'abstenir de perte de charge, la relation de l'énergie dans le noeud est comme suit:

$$H_{P1} = H_{P2} = \dots = \frac{W_1 A_1 \pm W_3 A_2 \pm \dots \pm W_{2N-1} A_{2N}}{W_2 A_1 + W_4 A_2 + \dots + W_{2N} A_N}$$

#### **IV.5.** Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la méthode la plus puissant pour la résolution numérique des équations caractérisant l'écoulement transitoire en charge, qui est la méthode des caractéristiques. Cette méthode nécessite de convertir les équations aux dérivées partielles en des équations ordinaires.
# CHAPITRE - V -

# SIMULATIONS NUMÉRIQUES

#### V.1. Introduction

Dans ce chapitre nous nous sommes focalisés sur l'utilisation de programme AFT Impulse utilisant la méthode des caractéristiques pour la simulation des phénomènes transitoires dans des modèles d'installations hydrauliques et des systèmes hydrauliques en charges.

# V.2. Modélisation et calcul du coup de bélier dans les réseaux de canalisation par le logiciel AFT Impulse

Les outils d'analyse du coup de bélier, par le passé, sont caractérisées par leur difficulté à les utiliser et parce qu'ils demandaient des connaissances spécialisées. À cause de cela, parfois cet aspect critique du dessin et du fonctionnement des systèmes ou des installations hydrauliques n'est pas tenu en compte dans le nécessaire détail.

Maintenant, les ingénieurs d'installations ont à leur disposition un outil pour le dessin qui leur permettra d'analyser les phénomènes transitoires produits et leurs effets sur des installations contenant des liquides et des mélanges comme: de l'eau, du pétrole, des produits chimiques, des refroidissants, etc ; Alors cet outil se présente par le logiciel AFT Impulse (Applied Flow Technology).

#### V.2.1. Description générale d'AFT Impulse

AFT Impulse (Applied Flow Technology) est un outil pratique pour aborder le sujet complexe des coups de bélier et les événements transitoires de surtension dans les systèmes hydrauliques. Il fournit la possibilité d'utiliser, durant le dessin d'un système, un outil à l'interface simple qui vous aidera à analyser et à prévenir l'effet du coup de bélier et d'autres situations pouvant se produire de façon transitoire dans le fonctionnement d'un système, indépendamment de sa taille et de sa complexité. AFT Impulse utilise deux algorithmes de calcul: Un qui applique des techniques matricielles de Newton Raphson, pour résoudre les équations du régime stationnaire, l'autre étant la méthode des caractéristiques pour résoudre les équations du régime transitoire. L'étude de l'état transitoire peut être réalisée dans un intervalle de temps donné ou par une succession d'événements se produisant dans le système à cause de:

- 1. Ouvertures et fermetures de vannes.
- 2. Démarrages et arrêts de pompes.

Cet outil vous permet d'étudier et de simuler le comportement dynamique de votre système et d'évaluer la grandeur des effets produits par les phénomènes transitoires, ycompris le contrôle de la cavitation. Il s'agit d'un logiciel standard avec des utilisateurs partout dans le monde, conçu pour résoudre des problèmes d'ingénierie de façon rapide et sure.

**AFT Impulse** est doté de librairies de liquides, de tuyauteries, de matériaux et d'accessoires. Il permet de réaliser de différentes configurations pour chaque modèle.



# V.2.2. Caractéristiques D'AFT Impulse

- ✓ Le logiciel a été conçu de façon à permettre l'étude et l'analyse des phénomènes transitoires et du coup de bélier.
- ✓ Il peut modeler des systèmes de n'importe quelle configuration générale et de n'importe quelle taille:
  - Systèmes ouverts ou fermés.
  - Réseaux complexes.
  - Boucles.
- ✓ Interface graphique avancée.

- ✓ Il peut modeler des fluides aux propriétés variables et des fluides non newtoniens.
- ✓ Il peut modeler des mélanges de fluides aux propriétés constantes ou variables.
- ✓ Il permet de créer de différents scénarios.
- ✓ Il est doté de librairies de liquides, de tuyauteries, de matériaux et d´accessoires.
- ✓ Il admet les unités anglaises et celles du SI.
- ✓ AFT Impulse utilise deux algorithmes de calcul:
  - Le régime stationnaire est calculé au moyen de techniques matricielles de Newton-Raphson pour résoudre les équations de conservation de la masse et du moment.
  - 2. Le régime transitoire est calculé utilisant la méthode des caractéristiques pour résoudre les équations.
- Il calcule la variation des forces hydrauliques se générant dans les tuyauteries durant un phénomène transitoire.
- ✓ Les résultats peuvent être exportés à des logiciels de "pipe stress analysis" ou directement sur CAESAR II et TRIFLEX.

## V.2.3. Composants modélisables par AFT Impulse

- AFT Impulse gère des ramifications de jusqu'à 25 tuyauteries par nœud, sans limite du nombre de nœuds.
- Il peut modeler des phénomènes transitoires en alimentation ou dans des orifices d'écoulement.
- Il permet de définir des conditions de contour par pression ou débit et celles-là peuvent varier dans le temps.
- > Pompe:
  - À vitesse variable.
  - Effets de l'inertie de la pompe.
  - Tous les types de pompes sont modélisables.
  - Possibilité de faire des corrections par viscosité.
  - On peut définir des pompes en parallèle ou en série.
- Il simule le comportement des vannes de contrôle. Il permet de définir tous les types de vannes.

- Il permet de définir et de simuler le comportement des vannes de sécurité, des vannes casse-vide, etc.
- > Des accumulateurs de gaz et de liquide (poumons d´air).
- Des chambres ou cheminés de section constante ou variable. Réservoirs d'alimentation.
- Des composants et des accessoires dont les courbes caractéristiques suivent une expression polynomiale.

#### Et concernant les résultats :

- Ils sont présentés sous la forme de tableaux avec les valeurs obtenues des différents paramètres.
- L'utilisateur peut personnaliser les champs visibles dans les résultats.
- L'utilisateur peut obtenir des graphiques de tous les paramètres calculés.
- L'utilisateur peut obtenir des schémas de l'installation, colorés selon les résultats obtenus dans chaque tuyauterie.
- > Les résultats et les graphiques peuvent être exportés sur MS-Office.

Finalement en conclusion nous donnons les différentes étapes de fonctionnement du logiciel : (voir FigV.1)

- 1) Lecture de données, c'est-à-dire les données initiales du débit, de la pression.
- Calcul du régime permanent avant la propagation de l'onde de pression dans la conduite.
- Calcul du régime transitoire, et c'est la partie la plus importante dans le programme avec laquelle on va obtenir des résultats de visualisations numériques et graphiques.



#### V.3. Description détaillé d'AFT Impulse

#### V.3.1. Principe de base du fonctionnement d'AFT Impulse

Le logiciel AFT Impulse inclus un moteur de calcul de l'état stationnaire ou permanent et le résout pour des conditions initiales du système. Les résultats obtenus sont utilisés pour initialiser automatiquement le modèle transitoire.

Le moteur de calcul de la solution du régime stationnaire est basé sur des techniques standard utilisées depuis longtemps dans l'industrie. La méthode de Newton-Raphson est utilisée pour résoudre les équations fondamentales de mouvement et de continuité. La solution est obtenue par des itérations et des méthodes matricielles d'optimisations qui sont employées pour obtenir la convergence.

Parmi les méthodes matricielles utilisées la méthode d'élimination de Gauss qui est une méthode très robuste est usuellement utilisée avec laquelle on peut obtenir une convergence rapide. Pour les systèmes complexes les méthodes d'élimination de gauss avec pivot et de décomposition LU sont les plus convenables dans ces cas.

Une fois que la solution stationnaire est obtenue, l'AFT Impulse résout les équations du coup de bélier ou du choc hydraulique en utilisant la méthode des caractéristiques, puisqu'elle représente la méthode la plus répandue pour résoudre les problèmes transitoires.

Dans la simulation transitoire, un pas de temps commun doit être utilisé pour toutes les conduites. La méthode des caractéristiques exige que chaque tronçon d'une conduite doit satisfaire la relation  $C = \frac{\Delta x}{\Delta t}$  ou  $\Delta x = \frac{L}{N}$  et  $\Delta t = \frac{L}{NC}$  sachant que le pas de temps max est obtenu pour la conduite qui a la plus petite valeur de L / C cette conduite aura un tronçon (N=1) et le pas de temps sera ainsi :

$$\Delta t_{\max} = \frac{L}{C} \Big|_{\min}$$
(4.21)

Dans chaque système de conduite il y'a une conduite de contrôle avec laquelle on choisit le pas de temps et qui a le moindre nombre de discrétisation qui est en générale un, une fois que cette conduite est identifiée le pas de temps est déterminé en résolvant l'équation (5.21). Donc le nombre de tronçon dans les conduites restantes est obtenu par :

$$n_i = \frac{L_i}{C_i \Delta t} \tag{4.22}$$

La célérité est quelque peu analogue à la vitesse sonique du liquide, cependant elle est affectée par la structure de la conduite. Le programme utilise la formule dérivée de la

formule d'Allievi précédente (III.16 du chap. III).

$$C = \sqrt{\frac{1}{\rho \left(\frac{1}{E_{eau}} + \frac{D}{E.e}\right)}}$$

#### V.3.2. Le solveur du régime stationnaire ou permanent

Avant la simulation du modèle du coup de bélier, les conditions initiales de l'état stationnaire sont demandées. Le logiciel obtient la solution de l'état stationnaire en utilisant l'algorithme matriciel de Newton-Raphson pour obtenir l'équilibre entre les équations de mouvement et de continuité.

Le programme peut aussi fonctionner en mode stationnaire ou la modélisation se fait seulement pour l'écoulement stationnaire dans les conduites hydrauliques, lorsque on est en mode transitoire, la solution de l'écoulement stationnaire est utilisée pour initialiser automatiquement la solution transitoire.

#### V.3.3. Le solveur du régime transitoire ou non permanent

Le programme AFT Impulse emploi la méthode traditionnelle des caractéristiques pour résoudre les équations transitoires d'écoulement dans les conduites. Un équilibre des équations de continuité et de mouvement est exécuté dans chaque point de calcul dans chaque conduite représentant exactement la propagation des ondes de pression transitoire dans tout le système.

La méthode des caractéristiques est une technique de solution explicite, ou la durée du temps de fonctionnement du solveur est indiquée par l'utilisateur.

V.3.4. Les fenêtres du logiciel AFT Impulse



Le logiciel est constitué de cinq subordonnées de fenêtres ou fenêtres primaires qui travaillent en mode intégrée et nous on travaille avec l'un des fenêtres à toute heure. C'est pour cette raison qu'ils sont référencés comme fenêtres primaires.

Dans les cinq fenêtres primaires deux sont des fenêtres d'entrées, deux sont des fenêtres de sorties et un qui affiche les informations d'entrée et de sortie. Le schéma de la figure 2 montre la relation qui existe entre ces fenêtres primaires.

#### A) Les fenêtres d'entrées

Les deux fenêtres qui fonctionnent exclusivement comme des fenêtres d'entrées sont la fenêtre espace de travail et la fenêtre donnée du modèle. Ces deux fenêtres, une graphique et l'autre basée sur le texte travaille ensembles pour traiter les données d'entrée du modèle avec une immense flexibilité. Les outils fournit dans ces deux fenêtres permettent de modeler une large variété de réseaux de conduites.

La fenêtre rapport visuel peut fonctionner comme un support des données d'entrées et de sorties. Comme une fenêtre d'entrée elle permet de voir les données d'entrées superposées au schéma de notre model crée dans l'espace de travail.

#### **B)** Les fenêtres de sorties

Les deux fenêtres qui fonctionnent exclusivement comme des fenêtres de sorties sont la fenêtre sortie et la fenêtre résultats graphiques. La fenêtre de sortie est basée sur du texte alors que la fenêtre résultats graphiques est graphique. Ces deux fenêtres offrent une gamme puissante et diverse de dispositifs pour passer en revue les résultats d'analyses afin de modeler les erreurs, d'obtenir une compréhension exacte du comportement des systèmes de conduites et de préparer les résultats pour une documentation.

Comme une fenêtre de sortie la fenêtre rapport visuel permet de voir les résultats de sorties superposées sur le schéma du modèle crée dans l'espace de travail. Les cinq fenêtres primaires forment un système étroitement intégré et fortement efficace pour l'entrée, le traitement, l'analyse, et la documentation sur les systèmes de conduites.

#### V.4.1. Les étapes fondamentales d'utilisation du logiciel

- Construction du modèle (conduites, jonctions, vannes, réservoirs,...) dans la première fenêtre qui apparaît au démarrage qui est la fenêtre espace de travail.
- Exécution des trois premières conditions de la liste de contrôle, cette liste comprend :
  - Spécification de contrôle de la solution stationnaire
  - Spécification de contrôle de sortie

- Spécification des propriétés du système
- Définition de toutes les conduites et les jonctions
- Discrétisation des conduites
- Spécification de contrôle du régime transitoire.
- Entrée des données des conduites, des jonctions, des réservoirs, des vannes
- ✤ Discrétisation des conduites (nombre de tronçons), pour cela chaque conduite doit

avoir sa longueur et sa célérité pour effectuer la relation précédente  $n_i = \frac{L_i}{C_i \Delta t}$ 

- Spécification du contrôle transitoire, c'est-à-dire le temps ou commence et ou fini le régime transitoire
- Enregistrement du model
- Lancement du solveur ; on peut choisir deux types de solveurs comme cité auparavant (solveur du régime stationnaire et solveur du régime transitoire)
- Revue des résultats ou sortie ; où on peut choisir le type de résultats à afficher avec la deuxième condition de la liste de contrôle « spécification de contrôle de sortie » et l'utilisation de la fenêtre de sortie comme par exemple
  - Affichage des résultats stationnaires et transitoires
  - Affichage des données du régime transitoire à chaque pas de temps
  - Affichage des valeurs minimales et maximales lors du régime transitoire
- Visualisation graphique
- ✤ Rapport visuel.

#### V.4.2. Discrétisation des conduites

Une fois que la conduite est divisée en sections, le calcul se fera au point ou les sections se joignent, celles-ci s'appellent les stations de la conduite, le nombre de stations est égal au nombre de sections plus un. La station qui est au début de la conduite prend le nombre zéro. Voir la fig. 3 :



Fig.V.3. Les stations de calculs.

**V.5.1. Modèle d'étude N°01 :** Cas d'un écoulement gravitaire à partir de deux réservoirs R1 et R2 vers un réservoir R3 passant par un branchement et une vanne comme le montre le schéma.



#### V.5.2. Les données du modèle :

Nombre de conduites : 04, Nombre de jonctions : 05

#### Les Réservoirs :

R1 à une hauteur de 161 m, R2 à une hauteur de 161.m, R3 à une hauteur de 20m.

La pression de surface est la pression atmosphérique =1 atm.

#### Propriétés du fluide constantes :

Température : 22°C

Densité : 997,8896 kg / m3.

Module d'élasticité : 2053,458 MPa.

Viscosité :  $9,5417 \times 10^{-4} \text{ kg} / \text{ s.m.}$ 

Modèle de viscosité : Newtonien.

Propriétés des conduites :

#### Matériau des conduites : Acier.

$L_1 = 400m$ ,	$D_1 = 202.71 \text{mm},$	e= 3.22mm,	K= 0.04572mm
$L_2 = 400m$ ,	$D_2 = 202.71$ mm,	e= 3.22mm,	K= 0.04572mm
$L_3 = 1990m$ ,	D <sub>3</sub> =202.71mm,	e= 3.22mm,	K= 0.04572mm
L <sub>4</sub> = 100m,	D <sub>4</sub> =202.71mm,	e= 3.22mm,	K= 0.04572mm

#### Le branchement :

Le branchement à une hauteur de 80 m.

#### Nombre de section de contrôle :

Conduite 1 : 4 Sections. Conduite 2: 4 Sections.

Conduite 3 : 20 Sections. Conduite 4 : 1 Sections.

Vitesse initial : 0.65 m/s

#### Temps de simulation : 60 secondes.

La vanne :

<u>1<sup>er</sup> Cas:</u> fermeture lente de la vanne.

La vanne est à une hauteur de 0 m.  $C_V=50$ 

#### Tableau. V.1. $C_V$ / temps de la vanne

T ( s )	0	1	2	3	5	10	20	30
Cv	50	40	30	20	10	0	0	0



# Fig.V.4.1. Variation de la hauteur dans le réservoir 1



Fig.V.4.2. Variation de la hauteur au point médian de la conduite 1



Fig.V.4.3.Variation de la hauteur dans la conduite 1 au point d'intersection (branchement)





Fig.V.4.5. Variation de la hauteur au point médian de la conduite 2



(branchement)





Fig.V.4.8. Variation de la hauteur dans la conduite 3 au point médian



Fig.V.4.9. Variation de la hauteur dans la conduite 3 à la vanne





Fig.V.4.11. Variation de la hauteur dans le réservoir 3







Fig.V.4.14.Variation de la vitesse dans la conduite 1au point d'intersection (branchement)



Fig.V.4.15. Variation de la vitesse dans le réservoir 2





Fig.V.4.17.Variation de la vitesse dans la conduite 2 au point d'intersection (branchement)



Fig.V.4.18.Variation de la vitesse dans la conduite 3au point d'intersection (branchement)





Fig.V.4.20.Variation de la vitesse dans la conduite 3 à la vanne



Fig.V.4.21.Variation de la vitesse dans la conduite 4 à la vanne



 $2^{eme}$  Cas: fermeture rapide de la vanne.

La vanne est à une hauteur de 0 m.  $C_V=50$ 

**Tableau. V.2.**  $C_V$  / temps de la vanne

T ( s )	0	0.1	0.3	0.5	0.8	1	2	3
Cv	50	40	30	20	10	0	0	0

### **Résultats graphiques:**



# Fig.V.4.23. Variation de la hauteur dans le réservoir 1



Fig.V.4.24. Variation de la hauteur de la conduite 1 au point médian



Fig.V.4.25. Variation de la hauteur dans la conduite 1 au point d'intersection (branchement)



Fig.V.4.26.Variation de la hauteur dans le réservoir 2





Fig.V.4.28. Variation de la hauteur dans la conduite 2 au point d'intersection (branchement)



Fig.V.4.29.Variation de la hauteur dans la conduite 3 au point d'intersection (branchement)



Fig.V.4.30.Variation de la hauteur dans la conduite 3 au point médian



Fig.V.4.31.Variation de la hauteur dans la conduite 3 à la vanne



Fig.V.4.32.Variation de la hauteur dans la conduite 4 à la vanne



Fig.V.4.33.Variation de la hauteur dans le réservoir 3



Fig.V.4.34.Variation de la vitesse dans le réservoir 1



Fig.V.4.35.Variation de la vitesse de la conduite 1 au point médian



Fig.V.4.36.Variation de la vitesse dans la conduite 1 au point d'intersection (branchement)



Fig.V.4.37.Variation de la vitesse dans le réservoir 2



Fig.V.4.38.Variation de la vitesse de la conduite 2 au point médian







Fig.V.4.40.Variation de la vitesse dans la conduite 3 au point d'intersection (branchement)



Fig.V.4.41. Variation de la vitesse dans la conduite 3 au point médian





Fig.V.4.43.Variation de la vitesse dans la conduite 4 à la vanne



Fig.V.4.44.Variation de la vitesse dans le réservoir 3

**V.5.3.Modèle d'étude N°02 :** Cas d'un écoulement gravitaire à partir de deux réservoirs R1 et R2 vers un réservoir R3 passant par un branchement, une conduite a section variable et une vanne comme le montre le schéma.



Fig.V.5. Schéma du modèle 2 dans AFT Impulse

## V.5.4. Les données du modèle :

Nombre de conduites : 06, Nombre de jonctions :05

#### Les Réservoirs :

R1 à une hauteur de 161 m, R2 à une hauteur de 161 m, R3 à une hauteur de 20 m.

La pression de surface est la pression atmosphérique =1 atm.

#### Propriétés du fluide constantes :

Température : 22°C

Densité : 997,8896 kg / m3

Module d'élasticité : 2053,458 MPa

Viscosité :  $9,5417 \times 10^{-4} \text{ kg} / \text{ s.m}$ 

Modèle de viscosité : Newtonien.

#### Propriétés des conduites :

#### Matériau des conduites : Acier.

 $L_1 = 400m$ ,  $D_1 = 202.71mm$ , e = 3.22mm, K = 0.04572mm

 $L_2 = 400m$ ,  $D_2 = 202.71mm$ , e = 3.22mm, K = 0.04572mm

$L_3 = 800m$ ,	D <sub>3</sub> =202.71mm,	e= 3.22mm,	K=0.04572mm
L <sub>4</sub> = 400m,	D <sub>4</sub> =154.05mm,	e= 2.80mm,	K= 0.04572mm
L <sub>5</sub> = 790m,	D <sub>5</sub> =202.71mm,	e= 3.22mm,	K= 0.04572mm
$L_6 = 100m$ ,	D <sub>5</sub> =202.71mm,	e= 3.22mm,	K= 0.04572mm

#### Le branchement :

Le branchement à une hauteur de 80 m.

#### Nombre de section de contrôle :

Conduite 1 : 4 Sections.	Conduite 2: 4 Sections.
Conduite 3 : 8 Sections.	Conduite 4 : 4 Sections.
Conduite 5 : 8 Sections.	Conduite 6 : 1 Sections.

Vitesse initial : 0.65 m/s

**Temps de simulation** : 60 secondes.

#### La vanne :

<u>1<sup>er</sup> Cas:</u> fermeture lente de la vanne.

La vanne est à une hauteur de 0 m.  $C_V=50$ 

**Tableau. V.3.**  $C_V$  / temps de la vanne

T ( s )	0	1	2	3	5	10	20	30
Cv	50	40	30	20	10	0	0	0

# **Résultats graphiques:**



#### Fig.V.5.1.Variation de la hauteur dans le réservoir 1



Fig.V.5.2.Variation de la hauteur de la conduite 1 au point médian



Fig.V.5.3.Variation de la hauteur dans la conduite 1 au point d'intersection (branchement)





Fig.V.5.5.Variation de la hauteur de la conduite 2 au point médian



Fig.V.5.6.Variation de la hauteur dans la conduite 2 au point d'intersection (branchement)



(branchement)



Fig.V.5.8.Variation de la hauteur dans la conduite 3 au point médian



Fig.V.5.9.Variation de la hauteur dans la conduite 3 au point du changement de section



de section



Fig.V.5.11.Variation de la hauteur dans la conduite 4 au point médian



Fig.V.5.12. Variation de la hauteur dans la conduite 4 au point du changement de section



Fig.V.5.13.Variation de la hauteur dans la conduite 5 au point du changement de section



Fig.V.5.14.Variation de la hauteur dans la conduite 5 au point médian





Temps (s)



Fig.V.5.17.Variation de la hauteur dans le réservoir 3



Fig.V.5.18.Variation de la vitesse dans le réservoir 1



Fig.V.5.19.Variation de la vitesse dans la conduite 1 au point médian



Fig.V.5.20.Variation de la vitesse dans la conduite 1 au point d'intersection (branchement)



Fig.V.5.21.Variation de la vitesse dans le réservoir 2






Fig.V.5.23.Variation de la vitesse dans la conduite 2 au point d'intersection (branchement)



Fig.V.5.24.Variation de la vitesse dans la conduite 3 au point d'intersection (branchement)



Fig.V.5.25.Variation de la vitesse dans la conduite 3 au point médian







Fig.V.5.27.Variation de la vitesse dans la conduite 4 au point du changement de section





Fig.V.5.29.Variation de la vitesse dans la conduite 4 au point du changement de section



Fig.V.5.30.Variation de la vitesse dans la conduite 5 au point du changement de section





Fig.V.5.32.Variation de la vitesse dans la conduite 5 à la vanne



Fig.V.5.33.Variation de la vitesse dans la conduite 6 à la vanne



 $2^{eme}$  Cas: fermeture rapide de la vanne.

La vanne est à une hauteur de 0 m.  $C_V=50$ 

Tableau. V.4.  $C_{\rm V}$  / temps de la vanne

T ( s )	0	0.1	0.3	0.5	0.8	1	2	3
C <sub>v</sub>	50	40	30	20	10	0	0	0

#### **Résultats graphiques:**



Fig.V.5.35.Variation de la hauteur dans le réservoir 1



Fig.V.5.36.Variation de la hauteur au point médian de la conduite 1



Fig.V.5.37.Variation de la hauteur dans la conduite 1au point d'intersection (branchement)



Fig.V.5.38.Variation de la hauteur dans le réservoir 2



Fig.V.5.39.Variation de la hauteur au point médian de la conduite 2



Fig.V.5.40.Variation de la hauteur au point d'intersection (branchement)



Fig.V.5.41.Variation de la hauteur dans la conduite 3 au point d'intersection (branchement)



Fig.V.5.42.Variation de la hauteur dans la conduite 3 au point médian



Fig.V.5.43.Variation de la hauteur dans la conduite 3 au point du changement de section



Fig.V.5.44.Variation de la hauteur dans la conduite 4 au point du changement de section



Fig.V.5.45.Variation de la hauteur dans la conduite 4 au point médian



Fig.V.5.46.Variation de la hauteur dans la conduite 4 au point du changement de section



Fig.V.5.47.Variation de la hauteur dans la conduite 5 au point du changement de section









Fig.V.5.50.Variation de la hauteur dans la conduite 6 à la vanne





Fig.V.5.52.Variation de la vitesse dans le réservoir 1



Fig.V.5.53.Variation de la vitesse au point médian de la conduite 1



Fig.V.5.54.Variation de la vitesse dans la conduite 1 au point d'intersection (branchement)



Fig.V.5.55.Variation de la vitesse dans le réservoir 2



Fig.V.5.56.Variation de la vitesse au point médian de la conduite 2



Fig.V.5.57.Variation de la vitesse au point d'intersection (branchement)



Fig.V.5.58.Variation de la vitesse dans la conduite 3 au point d'intersection (branchement)



Fig.V.5.59.Variation de la vitesse dans la conduite 3 au point médian



Fig.V.5.60.Variation de la vitesse dans la conduite 3 au point du changement de section



Fig.V.5.61.Variation de la vitesse dans la conduite 4 au point du changement de section



Fig.V.5.62.Variation de la vitesse dans la conduite 4 au point médian







Fig.V.5.64.Variation de la vitesse dans la conduite 5 au point du changement de section



Fig.V.5.65.Variation de la vitesse dans la conduite 5 au point médian



Fig.V.5.66.Variation de la vitesse dans la conduite 5 à la vanne





#### V.6. Conclusion

Les résultats obtenus en employant la méthode des caractéristiques ont permis de tester un grand nombre de cas et d'étudier plusieurs variantes par la modification des données d'entrée, afin de choisir la solution optimale. Ils ont permis également de calculer les paramètres recherchés (vitesse, hauteur) en fonction du temps aux divers points du réseau quelle que soit sa complexité.

### CHAPITRE - VI -

## RÉSULTATS ET INTERPRÉTATIONS

#### **VI. Introduction**

En vu des applications numériques concernant des cas pratiques qui ont été examinés en détail dans le chapitre précédent ; un certain nombre de résultats numériques et graphiques illustrant le comportement des installations hydrauliques soumises aux écoulements transitoires en charge ont été obtenus.

**VI.1. Modèle d'étude N°01:** Il s'agit d'un écoulement gravitaire à partir de deux réservoirs de R1 et R2 vers un réservoir R3 passant par une jonction (branchement) qui relie les deux conduites C1 et C2 et une vanne entre le branchement et le réservoir final.

#### VI.1.1. Fermeture lente de la vanne

#### Au niveau des deux conduites C1 et C2 :

L'amplitude des variations de la hauteur piézométrique augmente avant la fermeture de la vanne mais avec une faible harmonie, elle atteint des valeurs maximales et minimales dans les premières secondes de la fermeture de la vanne et elle diminue jusqu'à la fin de la fermeture de la vanne pour qu'elle atteint les valeurs initiales de la hauteur piézométrique dans le cas du repos mais avec des oscillations très faibles.

Les atténuations des fluctuations de la hauteur piézométrique sont faibles et moins rapides chaque fois qu'on se rapproche du réservoir et on s'éloigne du branchement.

#### Au niveau de la conduite C3:

L'amplitude des variations de la hauteur piézométrique est plus importante que celle des deux premières canalisations et elles demeurent en état oscillatoire avec des amplitudes plus au moins importantes jusqu'à la fin de la simulation.

L'amplitude de fluctuation de la hauteur piézométrique augmente au point médian et devient maximale au niveau de la vanne.

#### Au niveau de la conduite C4:

Cette conduite vient après la vanne; elle subit une dépression durant le temps de fermeture de la vanne, cette dépression prend la valeur maximum juste après la vanne et elle diminue chaque fois qu'on se rapproche du réservoir. Après la fermeture totale de la vanne, les fluctuations de la hauteur piézométrique oscillent autour de Hr.

En ce qui concerne la vitesse; Nous enregistrons la diminution de sa valeur jusqu'à son annulation, l'amplitude des variations de la vitesse diminue du réservoir a la vanne.

On remarque que la valeur de vitesse dans la conduite C3 obtiendra une valeur deux fois de celles des conduites C1et C2, ce qui explique la loi de continuité. Dans la conduite C4 on remarque les fluctuations de la vitesse oscillent autour de la valeur zéro.

#### VI.1.2 Fermeture rapide de la vanne

Au niveau des conduites C1 et C2 : on remarque que les amplitudes de la hauteur sont plus importantes dans la fermeture rapide, elles atteignent des valeurs très élevées et très accentuées qu'on s'éloigne du réservoir.

Au niveau de la conduite C3 : on remarque que les fluctuations de la hauteur sont très accentuées avec des oscillations plus importantes que les deux conduites et qui diminue plus dans le temps.

Au niveau de la conduite C4 : on remarque que les fluctuations sont très accentuées avec des oscillations plus importantes et qui diminue plus dans le temps.

Les atténuations des fluctuations de la vitesse sont très variés dans le temps et deviennent de plus en plus rapide a chaque fois qu'on se rapproche a la vanne et qui prennent des valeurs maximum et minimum positives et négatives.

**VI.2. Modèle d'étude N°02:** Il s'agit d'un écoulement gravitaire à partir de deux réservoirs R1 et R2 vers un réservoir R3 passant par un branchement, une conduite a section variable et une vanne comme le montre le schéma.

#### VI.2.1. Fermeture lente de la vanne

Au niveau des deux conduites C1 et C2 : L'amplitude des variations de la hauteur piézométrique augmente avant la fermeture de la vanne mais avec une faible harmonie, et elle diminue jusqu'à la fin de la fermeture de la vanne pour qu'elle atteint les valeurs initiales de la hauteur piézométrique dans le cas du repos mais avec des oscillations très faibles. Les atténuations des fluctuations de la hauteur piézométrique sont faible et moins rapide chaque fois qu'on se rapproche du réservoir.

Au niveau de la conduite C3: L'amplitude des variations de la hauteur piézométrique est plus importante au point médian et devient maximal au niveau de changement de section, et elle demeure en état oscillatoire avec une amplitude plus au moins importante jusqu'à la fin de la simulation.

Au niveau de la conduite C4: L'amplitude des variations de la hauteur piézométrique est plus importante que celle des canalisations précédentes. On remarque que les pertes de charges sont importantes à la fin de la conduite.

Au niveau de la conduite C5: L'amplitude des fluctuations de la hauteur piézométrique augmente au point médian et devient maximale au niveau de la vanne.

Les atténuations de fluctuations de la hauteur sont moins rapides au point médian et deviennent de plus en plus lente a chaque fois qu'on se rapproche à la vanne.

Au niveau de la conduite C6: Une dépression durant le temps de fermeture de la vanne, cette dépression prend la valeur maximum juste après la vanne et elle diminue chaque fois qu'on se rapproche du réservoir. Après la fermeture totale de la vanne, les fluctuations de la hauteur piézométrique oscillent autour de Hr.

En ce qui concerne la vitesse; Nous enregistrons la diminution de sa valeur jusqu'à son annulation, l'amplitude des variations de la vitesse diminue du réservoir a la vanne.

On remarque que la valeur de vitesse dans la conduite C4 obtiendra une très importante, ce qui explique la diminution de la section de la conduite. Dans la conduite C5 on remarque les fluctuations de la vitesse demeurent en état oscillatoire avec des amplitudes plus au moins importantes jusqu'à la fin de la simulation et concernant la conduite C6 les fluctuations de la vitesse oscillent autour de la valeur zéro.

#### VI.2.2. Fermeture rapide de la vanne

Au niveau des conduites C1 et C2 : on remarque que les amplitudes des fluctuations de la pression sont plus rapides et plus accentuées dans le point d'intersection (branchement) avec des valeurs maximum au début de la simulation et qui diminuent progressivement dans le temps. Les atténuations des fluctuations de la hauteur piézométrique sont rapide et plus rapide chaque fois on s'éloigne du réservoir.

Au niveau de la conduite C3 : On remarque que les fluctuations de la hauteur sont très accentuées avec des oscillations plus importantes que les deux conduites et qui diminue plus dans le temps.

Au niveau de la conduite C4: L'amplitude des variations de la hauteur piézométrique est plus importante au point médian et devient maximal au niveau de changement de section, et elle demeure en état oscillatoire avec d'amplitude plus au moins importantes jusqu'à la fin de la simulation

Au niveau de la conduite C5: L'amplitude des variations de la hauteur piézométrique est plus importante au point médian et devient maximal au niveau de la vanne

En ce qui concerne la vitesse; l'amplitude des variations de la vitesse diminue du réservoir a la vanne. On remarque que la valeur de vitesse dans la conduite C4 obtiendra une très importante. Les

fluctuations de la vitesse demeurent en état oscillatoire avec des amplitudes plus au moins importantes jusqu'à la fin de la simulation

Les fluctuations de la vitesse sont plus importantes au niveau de la fermeture rapide

#### VI.3. Interprétations

#### VI.3.1. Pour le modèle d'étude N°01

- Dans le cas de la fermeture rapide on remarque que les fluctuations sont plus accentuées et plus rapide que dans le cas de fermeture lente.
- On constate des fluctuations atteignent des valeurs maximales et minimales ce qu'on appelle surpressions et dépressions, et l'alternance des fluctuations de la vitesse entre les valeurs positives et les valeurs négatives ce qui explique le mouvement du liquide dans les deux sens d'écoulement en provoquant des cas du coup de bélier.
- L'amplitude de fluctuations de la vitesse dans le temps est très importante au niveau de réservoir puis elle diminue le long de la conduite et devient minimale au niveau de la vanne
- L'amplitude de fluctuations de la hauteur piézométrique devient important le long de la conduite et atteint des valeurs maximales au niveau de la vanne.

#### VI.3.2. Pour le modèle d'étude N°02

- Dans le cas de changement de section de la conduite, ces variations ont d'effet sur la vitesse d'écoulement et sur la hauteur piézométrique
- Par contre n'ont pas vraiment d'effet sur les amplitudes des fluctuations mais on remarque des pertes de charge très élevés.
- Les variations des sections agissant sur la fluctuation de vitesse qui sont remarquable dans le point où la section de la conduite réduite beaucoup plus que dans le point où la section de la conduite se développe.

#### VI.4. Conclusion

D'après les résultats graphiques obtenus de la variation de la hauteur piézométrique et de la vitesse au cours du temps ; il en résulte qu'il est nécessaire d'augmenter toujours le temps de la manipulation et de la manœuvre des vannes pour diminuer l'amplitude des variations de la hauteur piézométrique et de la vitesse d'écoulement, et éviter le changement des sections des conduites pour diminuer les pertes de charge

# CONCLUSION

## GÉNÉRALE

#### **Conclusion générale**

Il ne nous échappe certainement pas que le coup de bélier est un phénomène qui engendre des effets très néfastes aux canalisations hydrauliques, tels que la fatigue, l'implosion, voire même des cassures franches, Surtout dans le cas des conduites à caractéristiques variables.

C'est pour cela que notre étude qui prend en considération les variations des sections s'est intéressée directement à l'effet du changement de section sur l'évaluation du phénomène du choc hydraulique.

Après la présentation du phénomène transitoire, nous avons donc vu, dans la deuxième chapitre de notre travail, une description physique de ce phénomène, et en fin les causes qui produisent le problème en question.

Nous nous sommes également appuyés sur les équations de base hyperboliques établies par Saint-Venant, en l'occurrence l'équation de continuité et l'équation dynamique pour évaluer ces phénomènes transitoires.

Comme, nous avons examiné la méthode utilisée pour la solution des systèmes d'équations représentant les écoulements transitoires en charge à l'aide des hypothèses simplificatrices limitant l'application de ces équations aux écoulements parfaits.

Dans ce travail dont le but est d'approcher le problème numériquement, nous avons utilisé le programme industriel AFT Impulse pour la simulation des phénomènes transitoires dans des modèles d'installations hydrauliques complexes et des systèmes hydrauliques en charges.

Des résultats graphiques obtenus de la variation de la hauteur piézométrique et de la vitesse d'écoulement au cours du temps ; il en résulte qu'il est nécessaire d'augmenter toujours le temps de la manipulation et de manœuvre des vannes pour diminuer l'amplitude des variations de la hauteur piézométrique et de la vitesse d'écoulement, et éviter le changement des sections des conduites et surtout de les calculer pour qu'elle s résistent à ces phénomènes de surpression et de dépression, et en particulier elles devront résister à l'écrasement du à la pression dans le cas ou la dépression est suffisante pour créer la cavitation.

113

De plus notre étude a été basée sur le cas d'un écoulement unidimensionnel sans tenir compte des changements extérieurs comme les changements de la température de l'eau, de sa densité, etc.

En perspective il est bien évident que beaucoup d'autres paramètres tels que la variation de la pression et de la température doivent être pris en considération vu que le phénomène est très complexe. Une étude parallèle avec les travaux déjà réalisés est également projetée.

#### **Références bibliographiques**

[1] ANDRE.DUPONT "Hydraulique urbaine", Tome II Eyrolles, paris 1977.

[2] G.BLOMMAERT "Étude du comportement dynamique des turbines francis "contrôle actif de leur stabilité de fonctionnement. Thèse de doctorat 2000.

[3] A.LENCASTRE "Hydraulique générale", Edition Eyrolles, paris 1983.

[4] M ESCAND.L " Hydraulique générale", Tome II Edition, paris 1971.

[5] VARLET.H "Usines de dérivation" Eyrolles, paris 1965.

[6] **M.BOUMARAH, A.GOURDIN** "Méthodes numériques appliquées ", OPU, Edition1993.

[7] **M.MEUNIER** "Les coup de bélier et la protection des réseaux d'eau sous pression", ENGREF, Paris 1980.

[8] OURAGH.YOUCEF "Écoulement forcé en Hydraulique" Tome II OP, 1986.

[9] E. GONCALVES "Résolution numérique, discrétisation des EDP et EDO". Cours. INPG. Grenoble.57 pages.

[10] **B.GREIVELDINGER** "Étude de la stabilité de réglage d'une centrale hydroélectrique en réseau séparé". Travail de diplôme, EPFL-LMH, Lausanne 2004. 122 pages

**[11] Y. VAILLANT** "Simulation du comportement transitoire de turbine Kaplan". Travail pratique de Master, EPFL, Lausanne 2005. 85 pages.

[12] INFEO. ADELIOR "Guide de modélisation Picolo 2004". SAFEGE ingénieurs conseils.

[13] C. CAMICHEL, D. EYDOUX, M. GARIEL "Étude théorique et expérimentale des coups de bélier 1916. Essais Faits à l'Institut Électrotechnique de Toulouse et à l'Usine Hydroélectrique de Soulom. Annales de la faculté de science de Toulouse 3<sup>éme</sup> série", tome 8. 251 pages.

**[14] AFCP / CETIM** "Guide acoustique des installations de pompage. En collaboration avec EDF France". Publication CETIM 1997. 240 pages

[15] R. **COMOLET** "Mécanique expérimentale des fluides", Tome 1, Edition Masson et Cie, Paris 1979.

[15] M. SEDILLE "Turbomachines hydrauliques", Tome 2, Edition Masson et Cie, Paris 1966

**[16] B.SALAH, A.KETTAB, B.MASSOUH, B.MBANGANGOYE** "Célérité de l'onde de coup de bélier dans les réseaux enterrés", revue la Houille Blanche, n°3/4,2001.

[17] P.NONCLERCQ "Hydraulique urbaine appliquée" 3ème partie, Edition CEBEDEC, 1981.

[18] B.SALAH, A.KETTAB, B.MASSOUH "Coups de bélier dans un réseau ramifié de rang 2, en refoulement", 2ème séminaire national sur l'Hydraulique, Biskara (Alger), Novembre 1996.

**[19] MICHEL A.MOREL** "Turbomachines - Constructions graphiques, Phénomènes transitoires", Tome II Chihab Eyrolles, 1994.

[20] F. ABDESSEMED "Simulation Numérique de la Propagation des ondes élastiques dans les conduites en Charge 2008".

[21] M. CARLIER "Hydraulique générale et appliquée". Edition Eyrolles – Paris 1990.