

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université de Batna
Faculté des Sciences de l'Ingénieur

Thèse

Préparée au

Département de Génie Civil

Présentée par

Kadid Abdelkrim

Pour l'obtention du titre de

Docteur d'Etat

Spécialité Mécanique des Structures

Analyse Non Linéaire par Eléments Finis des Plaques en Béton Armé
Soumises aux Explosions

Devant le jury composé de :

Dr Chabil Hocine	Professeur	Univ. Constantine	Président
Dr Zedira Hama	Maître de Conférence	Univ. Khenchela	Rapporteur
Dr Karech Toufik	Maître de Conférence	Univ. Batna	Examineur
Dr Chebili Rachid	Maître de Conférence	Univ. Biskra	Examineur
Dr Mellas Mekki	Maître de Conférence	Univ. Biskra	Examineur
Dr Assas Mekki	Maître de Conférence	Univ. Batna	Examineur

Remerciements

Je tiens d'abord à remercier mon encadreur Dr Zedira Hamma pour avoir accepté de reprendre la direction de cette thèse à un moment crucial. Qu'il trouve ici l'expression de ma profonde gratitude.

Je remercie aussi le professeur Chabil Hocine pour avoir accepté de présider le jury ainsi que les Docteurs Karech Toufik, Chebili Rachid, Mellass Mekki et Assass Mekki pour avoir consacré leur précieux temps à examiner mon travail.

Je voudrais aussi remercier les enseignants du département de génie Civil et d'hydraulique, ma sœur Dr Kadid F/Z, le professeur Rachid Abdessemed et A.Zine qui ont permis grâce à leurs encouragements l'aboutissement de cette thèse.

J'aimerais aussi saisir cette occasion pour remercier profondément un collègue et un ami pour les longs moments passés à rédiger nos deux thèses respectives et pour son soutien moral durant certains moments de doute, j'ai nommé Lahabari Nouredine.

Enfin, je remercie du fond du cœur ceux qui ont contribué de près ou de loin à la finalisation de ce travail ainsi qu'à certains de mes étudiants qui sans le savoir m'ont beaucoup aidé moralement.

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail

** à mon père et à ma mère qui m'ont permis d'être ce que je suis. Aucun mot ne peut exprimer le respect que je leur voue et je prie dieu le tout puissant de leur donner longue vie.

** à ma femme naima et à mes adorables enfants yasmine, sylvia, djamel youcef et sadek amir qui sont ma raison de vivre.

** à mon frère omar et à mes sœurs zohra, samira, nora et djamila et leurs enfants moumou, redha, fedwa et fares que j'aime tant.

** à la mémoire de mes frères djamel, zineeddine et idir que dieu ait leurs âmes.

** à la mémoire de mes grands-parents que dieu ait leurs âmes

** et enfin je dédie cette thèse à un être exceptionnel mon grand-père kadid sadek que dieu ait son âme car il nous a toujours exhorté mes frères, mes sœurs et moi à étudier et grâce à ses sacrifices pour nous, il nous a permis d'être ce que nous sommes.

Sommaire

Chapitre 1 : Introduction générale et synthèse bibliographique	
1. Introduction générale.....	1
2. Synthèse bibliographique	2
3. Objectifs de la thèse	6
Chapitre 2 Modélisation du comportement du béton	
2.1 Généralités	8
2.2 Comportement du béton sous charges statiques.....	9
2.2.1 Béton soumis à une compression uniaxiale.....	9
2.2.2 Comportement en traction.....	13
2.2.3 Comportement cyclique traction-compression.....	15
2.3 Comportement du béton sous charges dynamiques.....	15
2.3.1 Effets de la vitesse de déformation en compression et en traction.....	15
2.3.2 Explication physique du comportement du béton sous charges dynamiques...	17
2.3.2.1 La microstructure.....	17
2.3.2.2 Les agrégats.....	18
2.3.3 Changements dans le comportement structural sous chargement dynamique	19
2.3.4 Effet de la vitesse de déformation sur la résistance à la traction	19
2.3.5 Effet de la vitesse de déformation sur la résistance à la compression.....	20
2.3.6 Effet de la vitesse de déformation sur le module d'élasticité du béton.....	21
2.4 Comportement du béton fissuré.....	22
2.4.1 Description de la section fissurée.....	22
2.4.2 Modèle à fissuration discrète.....	24
2.4.3 Modèle à fissuration répartie (smeared crack model).....	25
2.4.4 Comportement sous cisaillement du béton.....	31
2.5 Modèles constitutifs du béton.....	33
2.5.1 Théorie de la plasticité	34
2.5.1.1 Surfaces de plastification pour les modèles plastiques du béton	35
2.5.1.2 Règles d'écoulement.....	41
2.5.2 Théorie de l'endommagement.....	44

2.5.3 Couplage plasticité-endommagement.....	47
2.6 Modélisation des armatures.....	49
2.6.1 Schématisation des armatures.....	49
2.7 Lois constitutives pour les armatures	50

Chapitre 3 : Théorie des explosions

3.1 Introduction.....	52
3.2 Mécanisme de l'explosion	52
3.2.1 Le processus d'explosion.....	52
3.3 Ondes des explosions et réflexions	53
3.3.1 Ondes des explosions.....	53
3.3.2 Réflexion des ondes des explosions.....	59
3.3.2.1 Réflexion normale.....	59
3.3.2.2 Réflexion régulière.....	61
3.3.2.3 Formation du front Mach.....	62
3.4 Ondes de contraintes, réflexions et transmissions.....	62
3.4.1 Ondes de contraintes.....	62
3.4.2 Réflexion et transmission des ondes unidimensionnelles.....	65
3.5 Ondes de choc.....	67

Chapitre 4 : Choix et présentation du code de calcul

4.1 Introduction.....	69
4.2. Aperçu sur la dynamique explicite.....	70
4.3. Intégration du schéma explicite.....	70
4.3.1 Avantages d'un schéma d'intégration explicite.....	73
4.3.2 Incrémentation automatique et stabilité	73
4.3.3 Stabilité conditionnelle de la méthode explicite.....	73
4.3.4 Définition de la limite de stabilité.....	73
4.3.5 Incrémentation automatique.....	75
4.3.6 Masse proportionnelle pour contrôler l'incrémentaion du temps.....	75
4.3.7 Effet du matériau sur la limite de stabilité.....	76
4.3.8 Effet du maillage sur la stabilité.....	76
4.4 Description des modèles constitutifs du béton incorporés dans Abaqus.....	76

4.4.1	Modèle à fissuration fragile (Brittle cracking model).....	76
4.4.1.1	Généralités.....	76
4.4.1.2	Hypothèse de la fissuration répartie.....	77
4.4.1.3	Caractéristiques du modèle.....	77
4.4.2	Modèle couplé endommagement plasticité.....	84
4.4.2.1	Généralités.....	84
4.4.2.2	Description du modèle.....	85
4.4.2.3	Endommagement et dégradation de la rigidité.....	87
4.5	Modèles de béton en compression, traction et identification des variables d'endommagements.....	98
4.5.1	Modèles de béton compression.....	99
4.5.1.1	Modèles contrainte-déformation.....	99
4.5.1.2	Modèles basés sur l'énergie.....	100
4.5.2	Modèles du béton en traction.....	101
4.5.2.1	Modèles contrainte-déformation.....	101
4.5.2.2	Modèles basés sur l'énergie.....	102
4.5.3	Identification des variables d'endommagement.....	103
4.6	Vitesse de déformation.....	110
4.6.1	Formulation du CEB.....	110
4.6.1.1	Béton en compression.....	110
4.6.1.2	Béton en traction.....	111
4.6.1.3	Module d'élasticité.....	113
4.7	Modélisation des aciers.....	113
4.7.1	Représentation de l'acier adoptée.....	113
4.7.2	Loi constitutive de l'acier adoptée.....	113
4.8	Elément fini utilisé.....	113

Chapitre 5 Simulation numérique

5.1

Généralités.....	115
5.2 Dimensions des dalles.....	115
5.3 Calculs préliminaires.....	115

4 Chargement.....	117
Dalle D1	
5.5 Influence du modèle constitutif	118
5.5.1. Modèle à fissuration fragile (Brittle cracking model).....	118
5.5.1.1 Maillage (modèle basé contraintes-déformations).....	118
5.5.1.2 Maillage (modèle basé énergie).....	120
5.5.2 Modèle couplé plasticité-endommagement.....	122
5.5.3 Effet des éclats des explosions.....	126
5.5.4 Influence de l'effet tension stiffening.....	128
5.5.5 Influence de la vitesse de déformation.....	129
5.5.6 Influence de la durée du chargement.....	131
5.5.7 Influence de la phase négative.....	134
5.5.7.1 Brittle cracking model.....	135
5.5.7.2 Modèle couplé plasticité-endommagement.....	137
5.5.8 Influence de l'amortissement.....	138
<i>Dalle D2</i>	
5.5.9 Influence des dimensions de la dalle.....	140
5.5.10 Influence du modèle constitutif.....	142
5.5.11 Influence de la durée de chargement	143
5.5.12 Influence de la distance de l'explosion et du poids équivalent TNT de la charge explosive.....	144
5.5.13 Influence de la phase négative.....	148
Dalle D3	
5.5.14 Influence de la durée du chargement.....	150
5.5.15 Influence de la distance de l'explosion et du poids équivalent TNT de la charge explosive.....	151
5.5.16 Influence du pourcentage des aciers.....	155
5.5.17 Influence des dimensions de la dalle.....	156
5.5.18 Influence de la forme de la courbe de surpression.....	157
Conclusions et perspectives.....	160
Références	163

Liste des figures

Chapitre 2

Figure 2.1 Comportement d'un élément en béton armé fléchi

Figure 2.2 Comportement du béton en compression simple

Figure 2.3 Résultats de l'observation aux rayons X d'une éprouvette en compression
Robinson (1965)

Figure 2.4 Comportement cyclique du béton en compression Karsan (1969)

Figure 2.5 Essai de compression triaxiale Jamet et al (1984)

Figure 2.6 Essai de compression hydrostatique du béton Chen (1982)

Figure 2.7 Essai de traction directe Terrin (1980)

Figure 2.8 Comportement cyclique du béton en traction Reinhardt and Corneillesen
(1984)

Figure 2.9 Comportement uniaxial du béton sous chargement cyclique Ramtani (1990)

Figure 2.10 Vitesse de déformation pour différents cas de chargement

Figure 2.11 Influence de la vitesse de déformation sur la résistance à la traction du
béton

Figure 2.12 Influence de la vitesse de déformation sur la résistance à la compression du
béton

Figure 2.13 Influence de la vitesse de déformation sur le module d'élasticité du béton

Figure 2.14 Effet de la fissuration dans une poutre en béton armé

Figure 2.15 modèle à fissuration discrète

Figure 2.17 Comportement adoucissant du béton

Figure 2.18 branches adoucissantes typiques du béton

Figure 2.19 Critères de rupture de Mohr-Coulomb et Drucker-Prager

Figure 2.21 Modèle plastique à surfaces multiples soumis à un chargement biaxial
[Murray et al (1979)]

Figure 2.22 Modèle plastique à surfaces multiples pour le béton soumis à un
chargement triaxial [Lubliner et al. (1989)]

Figure 2.23 Evolution des surfaces de plastification du béton d'après Chen and Han (1988)

Figure 2.24 Réponse prédite et observée du béton sous compression triaxiale d'après Ohtani and Chen (1988)

Figure 2.25 Réponse contrainte-déformation du béton prédite et observée du béton soumis à un chargement biaxial d'après Kupfer et al. (1969)

Figure 2.26 Schématisation discrète des armatures

Figure 2.27 a) modèle élasto-plastique parfait b) modèle avec écrouissage

Chapitre 3

Figure 3.1 Explosion au dessus de la surface du sol

Figure 3.2 Explosion à la surface du sol

Figure 3.3 forme exponentielle de l'explosion

Figure 3.4 forme triangulaire simplifiée

Figure 3.5 Distribution exponentielle de la pression due à une explosion en fonction de la valeur de **b**

Figure 3.6 Réflexion normale dans l'air à partir d'un mur rigide

Figure 3.8 Réflexion oblique Baker (1973)

Figure 3.9 Formation du front de Mach

Figure 3.10 Modèle de propagation de l'onde élastique

Figure 3.11 Réflexion et transmission des ondes de contrainte unidimensionnelles où i

Figure 3.12 Modèle pour les ondes de choc unidimensionnelles

Figure 3.13 Courbe de Hugoniot et ligne de Rayleigh, k est la pente de la ligne de Rayleigh

Chapitre 4

Figure 4.1 Systèmes de coordonnées de fissuration local et global

Figure 4.2 Critère de Rankine en contraintes planes

Figure 4.3 Conditions de fissuration pour le mode I de fissuration
Figure 4.4 Conditions de fissuration pour le mode II de fissuration
Figure 4.5 Réponse uniaxiale du béton a) traction b) compression
Figure 4.6 Effet du coefficient de recouvrement en compression w_c
Figure 4.7 Cycle uniaxial de chargement (traction-compression-traction) avec
Figure 4.8 Surfaces de plastification en contraintes planes
Figure 4.9 modèle du béton en compression
Figure 4.10 modèle de béton en traction
Figure 4.11 modèle du béton en traction
Figure 4.12 Comportement uniaxial du béton en traction
Figure 4.13 Essai de traction cyclique de Gopalaratnam and Shah (1985)
Figure 4.14 Comportement uniaxial du béton en compression
Figure 4.15 Essai de compression cyclique de Karsan and Jirsa (1969)
Figure 4.16 évolution de l'endommagement a) traction b) compression
Figure 4.17 Facteur d'amplification dynamique en traction

Chapitre 5

Figure 5.1 Influence du maillage modèle contraintes-déformations dalle encastrée
Figure 5.2 Influence du maillage modèle contraintes-déformations dalle simplement appuyé
Figure 5.3 Dépendance des résultats du maillage traction uni axiale
Figure 5.4 Influence du maillage modèle basé énergie dalle encastrée
Figure 5.5 Influence du maillage modèle basé énergie dalle simplement appuyée
Figure 5.6 Influence du maillage modèle couplé plasticité-endommagement dalle encastrée
Figure 5.7 Influence du maillage modèle basé énergie dalle encastrée
Figure 5.8 Influence du pourcentage des aciers sur le maillage modèle couplé plasticité-endommagement dalle simplement appuyée
Figure 5.9 Evolution de l'endommagement en traction pour différents maillages a, b et c M1, M2 et M3 dalle encastrée, c,d et e M1, M2 et M3 dalle simplement appuyée

Figure 5.10 Influence de l'enlèvement d'éléments cas de deux fissures dalle encastrée

Figure 5.11 Influence de l'enlèvement d'éléments cas d'une seule fissure dalle encastrée

Figure 5.12 Influence de l'enlèvement d'éléments cas de deux fissures dalle simplement appuyée

Figure 5.13 Influence de l'enlèvement d'éléments cas d'une seule fissure dalle simplement appuyée

Figure 5.14 Influence de tension stiffening sur la réponse de la dalle

Figure 5.15 Influence de la vitesse de déformation dalle encastrée $t_d = 20$ ms

Figure 5.16 Influence de la vitesse de déformation dalle simplement appuyée $t_d = 20$ ms

Figure 5.17 Réponse temporelle de l'énergie plastique dalle simplement appuyée

Figure 5.18 Réponse temporelle de l'énergie plastique dalle encastrée

Figure 5.19 Influence de la durée de chargement dalle encastrée modèle brittle cracking

Figure 5.20 Influence de la durée de chargement dalle simplement appuyée modèle Brittle cracking

Figure 5.21 Influence de la durée de chargement dalle encastrée modèle couplé plasticité-endommagement

Figure 5.22 Influence de la durée de chargement dalle simplement appuyée modèle couplé plasticité-endommagement

Figure 5.23 Phase négative en fonction des valeurs de b et de t_d

Figure 5.24 Influence de la phase négative dalle encastrée pour $t_d = 20$ ms

Figure 5.25 Influence de la phase négative dalle simplement appuyée pour $t_d = 20$ ms

Figure 5.26 Influence de la phase négative dalle encastrée $t_d = 10$ ms

Figure 5.27 Influence de la phase négative dalle simplement appuyée $t_d = 10$ ms

Figure 5.28 Déformées des dalles pour a) forme triangulaire simplifiée, b) $b=1$, c) $b=0.5$ et d) $b=0.1$

5.29 Influence de la phase négative dalle simplement appuyée $t_d = 10$ ms

5.30 Influence de la phase négative dalle simplement appuyée $t_d = 10$ ms

Figure 5.31 Influence de l'amortissement sur la durée de chargement dalle encastrée

Figure 5.32 Influence de l'amortissement sur la durée de chargement dalle encastrée

Figure 5.33 Influence des dimensions dalle encastrée $t_d = 20$ ms

Figure 5.34 Influence des dimensions dalle simplement appuyée $t_d = 20$ ms

Figure 5.35 Evolution de l'endommagement en fonction des dimensions dalle encastrée $t_d = 20$ ms

Figure 5.36 Influence du modèle constitutif

Figure 5.37 Influence de la durée de chargement dalle encastrée

Figure 5.38 Influence de la durée de chargement dalle simplement appuyée

Figure 5.39 Influence de la distance de l'explosion pour une charge de 100 Kg TNT dalle encastrée

Figure 5.40 Influence de la distance de l'explosion pour une charge de 500 Kg TNT dalle encastrée

Figure 5.41 Evolution de l'endommagement en traction en fonction de la distance pour une charge de 500 Kg TNT

Figure 5.42 Influence de la charge explosive pour une distance d'explosion de 10 m dalle encastrée

Figure 5.43 Influence de la charge explosive pour une distance d'explosion de 15 m dalle encastrée

Figure 5.44 Evolution de l'endommagement en traction en fonction la charge en Kg TNT pour une distance de 10 m

Figure 5.45 Influence de la phase négative

Figure 5.46 Evolution de l'endommagement durant la phase négative a) $\mathbf{b}=0.1$ 2) $\mathbf{b}=0.5$ c) $\mathbf{b}=1$ d) forme triangulaire

Figure 5.47 Influence de la durée de chargement dalle encastrée

Figure 5.48 Influence de la durée de chargement dalle simplement appuyée

Figure 5.49 Evolution de l'endommagement en traction en fonction de la durée de chargement

Figure 5.50 Influence de la distance d'explosion charge de 100 Kg TNT

Figure 5.51 Influence de la distance d'explosion charge de 500 Kg TNT

Figure 5.52 Influence de la charge explosive à une distance de 15 m

Figure 5.53 Influence de la charge explosive à une distance de 10 m

Figure 5.54 Evolution de l'endommagement en fonction de la distance de l'explosion pour une charge de 500 Kg TNT

Figure 5.55 Evolution de l'endommagement en fonction de la charge explosive à une distance de 10 m

Figure 5.56 Influence du pourcentage des aciers dalle encastrée

Figure 5.56 influence des dimensions dalle encastrée

Figure 5.57 Courbe de la surpression en fonction de b

Figure 5.58 Influence de la forme de la courbe de surpression dalle simplement appuyée

Figure 5.59 Influence de la forme de la courbe de surpression dalle encastrée

Résumé

Pour les structures destinées à la protection contre les effets des explosions, le béton armé est communément utilisé. Les structures en béton armé soumises aux explosions auront un comportement totalement différent de celui des structures sollicitées statiquement. Durant l'explosion la structure vibrera et sera soumise à des ondes de choc qui peuvent résulter en de grands endommagements pour la structure avec possibilité d'atteinte aux vies humaines.

Cette thèse est destinée à améliorer les connaissances concernant le comportement des plaques en béton armé soumises aux explosions. Un autre but est la description et l'utilisation de la méthode des éléments finis dans le domaine non linéaire par l'étude des différents paramètres (matériels, numériques et explosions) pouvant avoir un effet sur la réponse du béton armé soumis aux explosions. Une attention particulière sera accordée au comportement dynamique car il diffère en divers aspects du comportement statique. La résistance à la compression et la résistance à la traction augmentent avec la vitesse de déformation. La rigidité initiale augmente ainsi que la capacité portante du béton sous chargement dynamique. Aussi la phase négative de l'onde de choc qui est souvent négligée dans les études des structures en béton armé sous les explosions sera incorporée afin de quantifier son impact éventuel sur la réponse.

Pour apprendre plus sur le comportement du béton soumis à des charges sévères, il serait souhaitable de combiner les techniques d'analyses non linéaires avancées avec des essais. Un véritable modèle doit être capable de capturer correctement les résultats obtenus de différents essais. Mais malheureusement, les essais coûtent chers et la reproductibilité de leurs résultats n'étant pas toujours assurée, c'est pourquoi le recours aux simulations numériques reste incontournable. Dans cette thèse, des analyses dynamiques non linéaires par éléments finis seront entreprises et comparées lorsque c'est possible aux résultats aussi bien numériques qu'expérimentaux existants.

Mots clés : Explosions, béton armé, chargement dynamique, vitesse de déformation, phase négative, analyse non linéaire, éléments finis.

Abstract

For protective structures, reinforced concrete is commonly used. Concrete structures subjected to explosive loading will have very different response than statically loaded structures. During the blast the structure will vibrate and will be subjected to shock waves which can result in great damage to the structure, with a risk of injury for people.

This thesis is intended to improve the knowledge of reinforced concrete slabs subjected to explosive loading. A further aim is to describe and use the non-linear-finite element method through the study of different parameters (material, numerical and explosions) that can affect the response of reinforced concrete under explosions. Particular attention will be given to dynamic behaviour since it differs in many aspects from static behaviour. The compressive and tensile strengths increase due to the strain rate effect. Initial stiffness increases, and moreover the concrete load carrying capacity is enhanced in dynamic loading. Also, the negative phase of the shock wave which is often neglected in reinforced concrete studies under explosives will be considered in order to see its eventual impact on the response.

To learn more about the structural behaviour of concrete subjected to severe loading, a powerful tool is to combine advanced non-linear FE analyses and experiments. A trustworthy model must be able to capture correct results from several experiments. Unfortunately, tests are costly and their reproducibility is not guaranteed, thus recourse to numerical simulations is unavoidable. In this thesis, non-linear dynamic analyses using the finite element method will be performed and will be compared when possible to existing numerical or experimental results.

Key Words: Explosions, reinforced concrete, dynamic loading, strain rate, negative phase, non-linear analysis, finite elements

Chapitre 1

Introduction générale et synthèse bibliographique

4. Introduction générale

A cause d'événements intentionnels ou accidentels, ces deux dernières décennies ont vu un grand nombre d'infrastructures à travers le monde gravement endommagé par des explosions soit conventionnelles telles que les bombes, soit sous forme d'impacts tels que les avions qui ont détruit the World Trade Center. Ceci a résulté en un regain d'intérêt pour l'étude des effets des explosions sur les structures de la part des chercheurs à travers le monde dans le but d'essayer de mieux comprendre les mécanismes des explosions ainsi que le comportement des divers éléments des structures afin d'aboutir à des recommandations à même d'améliorer la sécurité des ouvrages et d'assurer la sauvegarde des vies humaines.

Avec le développement de logiciels de plus en plus sophistiqués il est maintenant possible de faire des simulations numériques détaillées des phénomènes des explosions.

Deux importantes caractéristiques doivent être prises en compte lors de la simulation par ordinateur du comportement des structures soumises aux explosions. La première concerne la nécessité de la validation expérimentale des modèles et des procédures d'analyse utilisées. La seconde concerne le coût de l'analyse qui rend presque impossible une analyse réaliste d'une structure en béton armé avec tous ses détails.

Le béton armé constitue l'un des matériaux les plus utilisés pour la construction de nombreux ouvrages de grande importance tels que les centrales nucléaires, les abris civils etc..... Il est bien connu que le comportement du béton sous charges dynamiques impulsives est totalement différent de son comportement sous charges statiques. Dans un chargement transitoire, l'effet de la vitesse de déformation sur le comportement du béton et des aciers doit être aussi pris en considération. A cause de la complexité du

comportement du béton, des lois constitutives sophistiquées mais en même temps faciles à implémenter, doivent être développées.

Les dalles en béton armé sont parmi les structures les plus utilisées en construction. Malgré le fait que de nombreuses dalles aient été utilisées, les effets de leurs détails sur leur réponse sous charges explosives ne sont pas toujours proprement appréciés et pris en compte.

Du fait que les essais sous explosions sont coûteux et dangereux, leur reproductibilité n'étant pas toujours assurée et les résultats des essais présentent souvent des incertitudes, le recours à des simulations numériques utilisant la méthode des éléments finis s'avère incontournable et constitue un complément au support expérimental.

2. Synthèse Bibliographique

Les premières applications de la méthode des éléments finis au calcul des structures en béton armé datent des années 60 et concernaient surtout la réponse des structures en béton armé sous charges statiques, on citera à titre indicatif quelques-uns des travaux les plus représentatifs [Ngo and Scordelis (1967), Scordelis et al (1974), Franklin (1970), Rashid (1968), Gilbert and Warner (1978), Bazant and Cedolin (1980), et Bazant and Oh (1983)].

Ensuite la méthode a été intensivement appliquée pour l'étude du comportement des structures en béton armé sous charges sismiques et un nombre considérable d'articles a été publié.

En ce qui concerne les travaux de recherche consacrés au comportement des structures sous les explosions, il est important de signaler que beaucoup de travaux ont été réalisés par des institutions militaires et la plupart sont classés secret défense et ne sont pas donc accessibles. Cependant, ces dernières années il y a eu certains travaux de recherche réalisés au sein d'institutions civiles universitaires et qui sont accessibles.

Beshara (1991) en faisant un état de l'art des effets des explosions a identifié les différentes contributions majeures pour la compréhension et la modélisation de l'action des explosions sur les structures.

Mikkola and Sinisalo (1980) ont utilisé la méthode des éléments finis pour l'analyse non linéaire transitoire des poutres et dalles en béton armé soumises à des charges impulsives. La fissuration du béton est déterminée en utilisant un critère en contraintes. La réponse en compression est décrite par la théorie de la plasticité avec adoucissement et prise en compte de la vitesse de déformation. L'acier et la fissuration ont été considérés répartis. Les effets de Goujon, de raidissement à la traction et l'engrènement ont été aussi pris en considération.

Pan and Watson (1996) ont étudié l'interaction entre des panneaux en béton et des supports sous l'action des explosions. Une analyse dynamique par éléments finis a été entreprise en utilisant le logiciel DYNA3D. Les principales conclusions de cette étude sont :

- Généralement, l'effet de la rigidité du support sur la réponse du panneau est très petit mais la rigidité du panneau a un effet prononcé sur les forces transférées aux supports et sur la réponse du panneau lui-même.
- Augmentant l'épaisseur du panneau réduira les déplacements, mais cette réduction est plus petite que celle de l'essai statique.
- L'ajout de raidisseurs ne changera rien à la réponse du panneau et des supports à l'exception du moment fléchissant au milieu qui est légèrement réduit.
- Toutes les composantes des forces transférées vers les supports doivent être considérées pour la conception des supports.

Krauthammer and Otani (1997) ont entrepris une simulation numérique pour l'étude du comportement des structures en béton sous l'effet des explosions ainsi que des paramètres qui peuvent influencer les résultats. Des simulations numériques non linéaires dynamiques par éléments finis ont été réalisées avec des lois de comportement du béton et de l'acier modifiées. Des maillages fins et grossiers ont été testés pour

déterminer leurs effets sur la précision de la solution. Les charges de gravité ont été prises en compte pour apprécier leur influence sur les résultats. Les principales conclusions de cette étude sont :

- le choix d'un maillage fin est très important pour la définition des déformations et des contraintes dans les structures en béton armé soumises aux explosions.
- Bien que les forces de gravité soient petites par rapport aux charges explosives, il est important de les considérer avant l'application des charges explosives.
- Une recherche supplémentaire est nécessaire pour déterminer le maillage optimal.

Mendis et al. (2000) ont étudié le comportement des poteaux en béton à haute résistance soumis aux explosions. Les variables considérées sont la magnitude de l'explosion et la résistance du béton. Une loi constitutive pour modéliser la vitesse de déformation est proposée. Les principales conclusions de cette étude sont : la rupture par cisaillement a été le mode de rupture dominant pour de faibles distances d'explosions. Les poteaux en béton à haute résistance se comportent mieux que ceux en béton ordinaire avec la même capacité portante axiale et elles ont aussi une capacité d'absorption d'énergie plus élevée.

Mossallam and Mossallam (2001) ont présenté les résultats d'analyses dynamiques non linéaires par éléments finis de dalles en béton armé portant dans les deux sens. Deux types de dalles, l'un avec des armatures conventionnelles et l'autre renforcé par des polymères ont été analysés. Les principaux paramètres considérés sont : la durée du chargement et l'effet des polymères sur l'accumulation de l'endommagement. Leurs principales conclusions sont : les principaux mécanismes d'endommagement sont pour le béton la fissuration et l'écrasement et pour l'acier la plastification. L'ajout de polymères augmente la capacité portante des dalles de 200%. La durée de chargement peut amplifier l'effet destructeur des explosions.

Krauthammer and Altenberg (2001) ont évalué l'effet de la phase négative des explosions sur des panneaux en verre. Ils ont proposé un modèle numérique approché pour la simulation de la réponse dynamique des panneaux en verre soumis aux explosions. Une étude paramétrique a été faite et les résultats trouvés indiquent que les

panneaux exhibent différentes réponses pour différentes distances et charges explosives et que sous certaines conditions, la phase négative provoque de larges mouvements dans les panneaux en verre.

Low and Hao (2001) ont entrepris une investigation paramétrique pour évaluer le comportement des dalles en béton armé soumises aux explosions en utilisant un système à un seul degré de liberté et la méthode de Monte Carlo. Ils ont considéré les variations statistiques de certaines propriétés telles que la résistance à la compression du béton, le module d'élasticité de l'acier et le module de Young. Les principaux paramètres pris en compte sont : la travée de la dalle, son épaisseur, les conditions aux limites et le pourcentage des aciers. Les principales conclusions de cette étude sont : la longueur de la dalle n'a aucune influence sur la probabilité de rupture, l'augmentation de l'épaisseur de la dalle ainsi que du pourcentage des aciers ont un effet bénéfique sur la performance des dalles.

Low and Hao (2002) ont utilisé deux systèmes à un seul degré de liberté couplés pour modéliser les réponses flexionnelle et en cisaillement de dalles en béton armé portant dans un seul sens et soumises aux explosions. En prenant en considération les variations aléatoires des propriétés structurales et celles des explosions, ils ont pu déterminer les modes de rupture. Ils ont aussi étudié l'effet de la variation de la portée de la dalle. Leurs principales conclusions sont : le mode de rupture en cisaillement se produit pour une explosion ayant une grande amplitude et une durée de chargement très courte et le mode de rupture flexionnel a lieu pour une amplitude relativement petite et une durée de chargement assez longue. Plus la dalle se rapproche du rectangle, plus son comportement sous charges explosives est meilleur.

Luccioni et al (2004) ont présenté les résultats d'une analyse à la rupture d'une structure en béton armé soumise aux explosions. Avec un hydrocode ils ont modélisé tout le processus allant de la détonation à la démolition complète de la structure qui correspond à une structure réelle ayant subi une attaque.

Gantes and Pnevmatikos (2204) ont utilisé la forme exponentielle de l'explosion pour déterminer les spectres de réponse, car généralement ces spectres sont déterminés à partir de la forme triangulaire simplifiée de l'explosion. Leurs principales conclusions sont : l'hypothèse d'une forme triangulaire peut être non conservative pour les structures flexibles et trop conservative pour les structures rigides.

Lam et al (2004) ont développé les connaissances existantes concernant les pressions dues aux explosions. La période fondamentale a été identifiée comme étant le paramètre jouant un rôle capital dans la réponse des murs sous les charges explosives. Un modèle simple mais efficace de la capacité spectrale a été proposé et validé.

Morison (2006) a passé en revue les méthodes utilisant le concept du système à un seul degré de liberté pour l'analyse dynamique des éléments fléchis en béton armé soumis aux explosions. La principale conclusion de cette étude est : le concept du système à un seul degré de liberté est une méthode approximative appropriée mais les paramètres proposés pour les dalles portant dans les deux sens peuvent présenter des erreurs de l'ordre de 50% à cause d'hypothèses et de simplifications non appropriées. De nouvelles valeurs sont proposées pour ces paramètres en se basant sur la méthode des éléments finis et la méthode des lignes de rupture.

Pandey et al. (2006) ont étudié l'effet d'une explosion externe sur la coque extérieure d'une centrale nucléaire en béton armé. L'analyse a été faite en utilisant des modèles non linéaires jusqu'à l'état ultime. La génération et la propagation des ondes de choc et ses effets sur une structure cylindrique ont été discutées. Des études paramétriques ont été faites pour des charges explosives ayant différents poids équivalents TNT à une distance de 100 m de la centrale nucléaire. Les distances critiques ont été déterminées pour différentes charges explosives.

3. Objectifs de la thèse

Le but principal de ce travail de recherche est d'apporter une modeste contribution pour meilleure compréhension du comportement des dalles en béton armé soumises à des explosions conventionnelles en étudiant plusieurs paramètres matériels, numériques et d'explosions afin de pouvoir quantifier leur éventuelle influence sur l'analyse non linéaire dynamique. Parmi ces paramètres on peut citer :

- Effet de la taille de l'élément fini sur l'analyse
- Conditions aux limites
- Raidissement à la traction
- Lois constitutives du béton en traction et en compression
- Influence de la vitesse de déformation
- Phase négative de la surpression
- Durée du chargement
- Dimensions des plaques
- Pourcentage des aciers

La thèse est structurée en six chapitres. Le premier chapitre commence par une introduction générale concernant le thème de recherche ainsi qu'une synthèse bibliographique des plus importants travaux antérieurs consacrés à ce sujet. Dans le second chapitre sont décrits le comportement du béton sous différents états de contraintes (compression, traction, cisaillement et multiaxial), les lois constitutives du béton (élasto-plasticité, endommagement et couplage élasto-plasticité et endommagement) ainsi que les modèles de fissuration (fissuration répartie et discrète). Le chapitre trois est consacré à une présentation détaillée de la théorie des explosions. Le code de calcul utilisé ainsi que les choix adoptés pour différents paramètres sont explicités dans le chapitre quatre. Une simulation numérique intensive de plusieurs types de dalles en tenant compte des divers paramètres déjà cités a été entreprise au chapitre cinq ainsi qu'une interprétation et une discussion des résultats obtenus. Dans le chapitre 6 sont présentées les principales conclusions pouvant être tirées de cette étude ainsi que des recommandations pour des travaux ultérieurs dans ce domaine.

Chapitre 2

Modélisation du comportement du béton

2.1 Généralités

Les structures en béton armé sont constituées de deux matériaux ayant des caractéristiques très différentes, le béton et l'acier. L'acier peut être considéré comme un matériau homogène et ses caractéristiques matérielles sont bien définies. Par contre, le béton est un matériau hétérogène composé de ciment, d'agrégats et d'eau, ses propriétés matérielles sont disparates et ne peuvent être définies facilement. Cependant, pour des commodités de calculs et de conception, le béton est souvent considéré comme un matériau homogène au sens macroscopique.

Les étapes typiques dans la courbe force-déformation caractérisant le comportement d'un élément fléchi simplement appuyé sont montrées sur la figure 2.1. Cette réponse fortement non-linéaire peut être grossièrement divisée en trois intervalles de comportement : la phase élastique non fissurée, la phase de propagation de la fissuration et la phase plastique (plastification des aciers et/ou écrasement du béton).

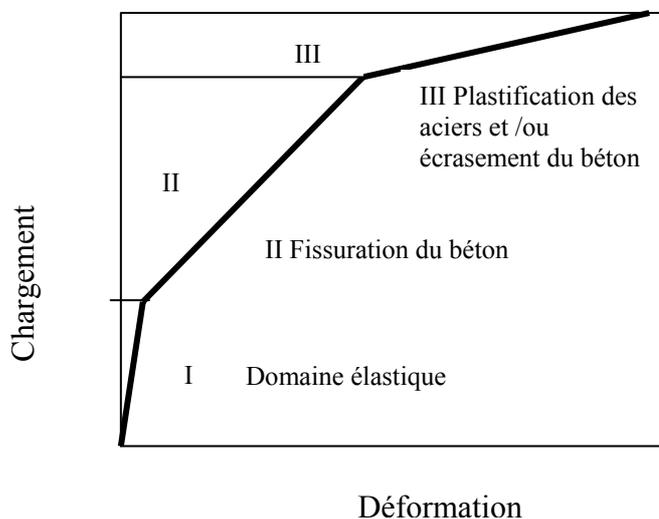


Figure 2.1 Comportement d'un élément en béton armé fléchi

La réponse non linéaire est due à deux effets majeurs, la fissuration du béton en traction et la plastification des aciers et l'écrasement du béton en compression. D'autres non linéarités proviennent de l'interaction entre le béton et l'acier, tels que l'adhérence

béton-acier, l'engrènement et l'effet de Goujon. Le fluage, le retrait et les effets de variation de la température contribuent aussi à ce comportement fortement non-linéaire. De plus, la relation contraintes-déformations du béton est non seulement non-linéaire mais est aussi différente en compression qu'en traction et les propriétés mécaniques dépendent de l'âge du béton lors du chargement, de la température ambiante et de l'humidité. Les propriétés du béton et de l'acier dépendent aussi de la vitesse de déformation à des niveaux différents.

A cause de ces différences dans le comportement instantané et à long terme du béton et de l'acier, un modèle d'usage général pour les structures en béton armé doit être basé sur des modèles séparés et distincts pour le béton et l'acier qui sont ensuite combinés avec des modèles d'interaction entre les deux matériaux pour décrire le comportement du matériau composite.

2.2 Comportement du béton sous charges statiques

2.2.1 Béton soumis à une compression uniaxiale

La réponse uniaxiale du béton à un chargement monotone peut être divisée en trois ou quatre phases, figure 2.2, Il est complètement contrôlé par l'évolution des divers systèmes de fissures. Les microfissures existent avant même l'application de n'importe quelle charge externe et se trouvent typiquement à l'interface entre les gros agrégats et la pâte de ciment. Certaines de ces fissures sont causées par les changements précoces du volume du béton dus à l'hydratation, le séchage et la carbonisation. D'autres fissures préexistantes sont causées par la consolidation des agrégats grossiers durant le coulage et l'écoulement qui s'ensuit. Ces fissures sont la cause d'une anisotropie initiale du matériau, avec comme résultat une réponse différente dans différentes directions. L'essai de compression uniaxiale est un essai qui a été largement bien étudié afin de connaître la résistance à la compression du béton. L'allure générale de la courbe contrainte-déformation est donnée par la figure 2.2. On observe principalement que la réponse est presque linéaire jusqu'à 30% de la limite de compression simple f_c , ceci peut être expliqué par le fait que l'étendue de la fissuration d'adhérence est limitée. En dépassant ce point, on observe que la courbe devient de plus en plus non linéaire jusqu'à 75% de la limite en compression simple avec la formation de nouvelles surfaces libres le long des interfaces entre les gros agrégats et la pâte de ciment. Au delà, la courbe présente un pic suivi d'une branche post-pic correspondant à

un comportement adoucissant (figure 2.2a), les fissures du mortier commencent à augmenter notablement et à former des fissures continues connectant des fissures d'adhérence séparées le long des gros agrégats. Cette phase finale est associée à une forte dilatance (expansion latérale) (figure 2.4b), qui donne la variation de la contrainte appliquée en fonction de la variation du volume de l'éprouvette.

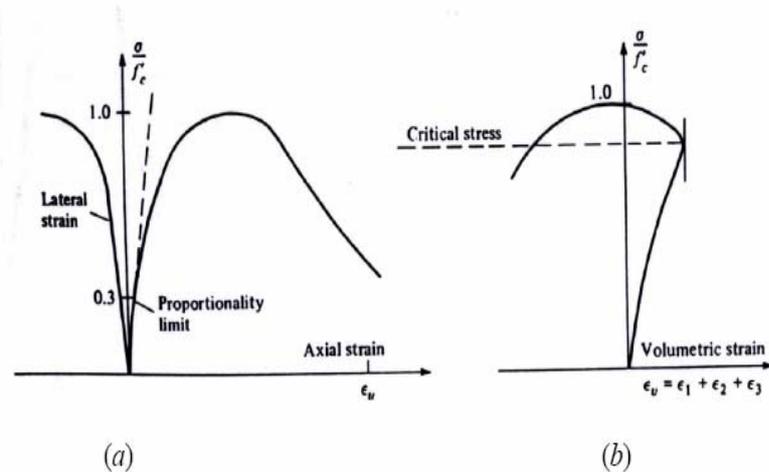


Figure 2.2 Comportement du béton en compression simple

L'interprétation micromécanique de ce comportement a fait l'objet de nombreux travaux (Lorrain 1974, Mazars 1984, Berthaud 1988) et il est maintenant bien admis que le développement de microfissures est la source majeure de la dégradation de la raideur. Le développement des microfissures est lié selon plusieurs auteurs (Lorrain 1974, Mazars 1984) à l'effet des extensions ($\epsilon > 0$, déformation positive). Des observations au microscope optique sur des tranches de matériaux pré sollicités ont montré que l'orientation privilégiée des microfissures est perpendiculaire aux directions des extensions, créant dans un premier stade une anisotropie de comportement du béton, et dans un stade ultime des surfaces de rupture de même sens (figure 2.3). De plus, il a été montré (Torrenti 1994) que les déformations se localisent dans l'éprouvette au pic d'effort, ce qui montre que le comportement post-pic observé est celui d'une structure

pour laquelle le comportement du matériau n'est pas homogène.

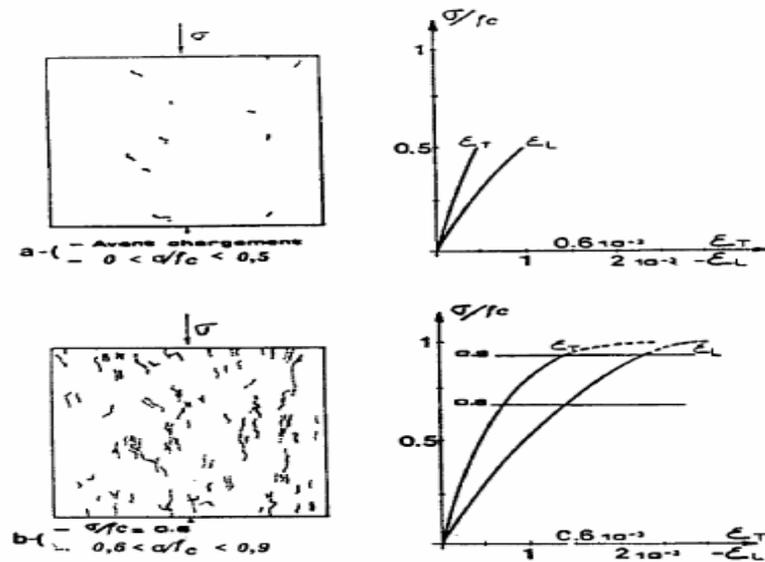


Figure 2.3 Résultats de l'observation aux rayons X d'une éprouvette en compression
Robinson (1965)

La figure (2.4) montre la réponse typique du béton soumis à un chargement uni axial cyclique de compression et permet d'obtenir des renseignements utiles sur le comportement du béton. D'une part, elle permet de confirmer le rôle prépondérant joué par le développement de la microfissuration qui provoque une dégradation des caractéristiques élastiques du matériau, et d'autre part, elle permet de mettre en évidence le développement de déformations permanentes. Celles-ci sont le plus souvent expliquées par l'effet de frottement entre surfaces des microfissures et non la refermeture complète des microfissures après déchargement. Un autre renseignement pouvant être tiré de cette figure, concerne le développement de boucles d'hystérésis. Ce phénomène peut être expliqué soit : par le frottement entre lèvres de microfissures en cours de refermeture ou réouverture de celles-ci, soit par le mouvement de l'eau dans la structure microporeuse de la pâte de ciment hydratée, Rossi (1986).

Un autre phénomène d'importance concerne la sensibilité du béton à l'application de contraintes de confinement. Ceci a été effectivement démontré par de nombreux auteurs (Richart et al 1928, Balmer 1949, Jamet et al 1984). D'après la figure 2.5, il peut être

constaté que plus la pression de confinement augmente plus le comportement du béton tend à devenir moins fragile et que pour de très grandes pressions de confinement on aboutit à un comportement parfaitement ductile du béton. Cette augmentation de la rigidité peut être expliquée par l'augmentation des contacts au sein de la microstructure du matériau béton qui est due à une destruction des pores (Chen 1982, Ramtani 1990).

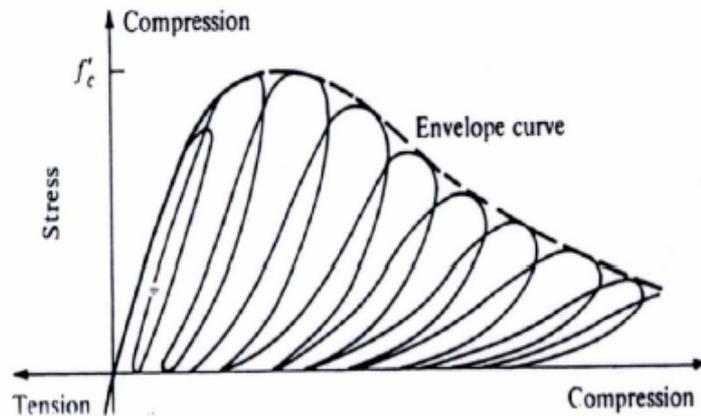


Figure 2.4 Comportement cyclique du béton en compression Karsan (1969)

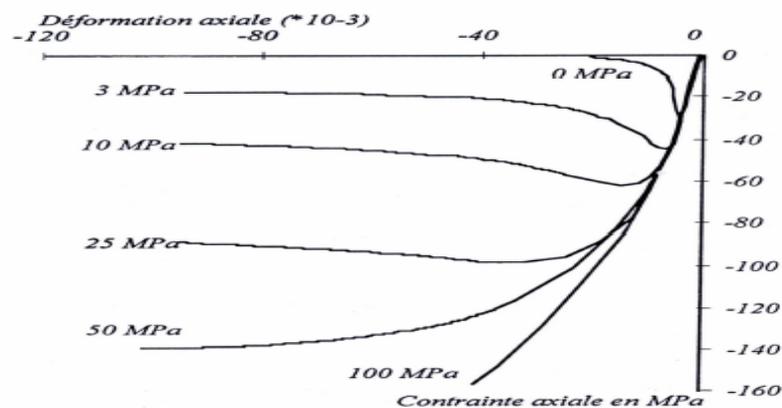


Figure 2.5 Essai de compression triaxiale Jamet et al (1984)

Pour ce qui est du comportement du béton sous chargements hydrostatiques, celui ci présente un comportement non linéaire. La figure 2.6 montre le comportement observé expérimentalement dans le cas d'une compression hydrostatique, Chen (1982). De cette figure ressortent trois phases de comportement : une phase élastique linéaire, une seconde phase d'assouplissement correspondant à l'effondrement progressif de la structure microporeuse de la pâte de ciment hydratée et une dernière phase de

raidissement liée à l'augmentation des contacts au sein de la matière et qui est une conséquence de la destruction des pores.

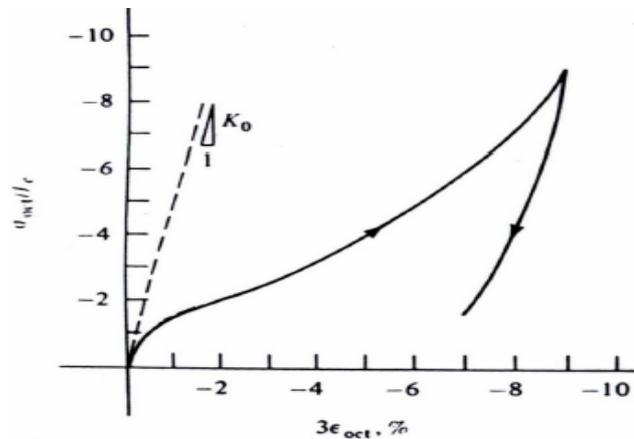


Figure 2.6 Essai de compression hydrostatique du béton Chen (1982)

2.2.2 Comportement en traction

Il est bien connu que le comportement du béton en traction est médiocre, cependant la connaissance de ses propriétés en traction est primordiale pour une description complète de son comportement. Il est important de noter la difficulté à réaliser des essais de traction directs, c'est pourquoi on a souvent recours à des essais indirects pour déterminer ce comportement. La figure 2.7 présente la courbe contrainte-déformation pour le béton en traction simple (essai de traction directe). Dans cette figure deux phases importantes du comportement du béton méritent d'être signalées : dans une première phase, pré pic, le comportement est quasi linéaire élastique avec une légère perte de raideur juste avant d'atteindre le pic. Une seconde phase (phase adoucissante), post pic, est caractérisée par une chute presque brutale de la capacité portante. Durant cette phase, les microfissures bifurquent dans la pâte de ciment et se propagent en mode I essentiellement (en flexion) pour constituer une fissure continue perpendiculaire à l'extension principale. Les cycles charge-décharge permettent de constater une chute importante de la raideur en fin d'essai ($E \cong E_0/2$) et l'apparition de déformations résiduelles. L'essai de traction directe dans son état ultime conduit à une fissure unique, localisée et perpendiculaire à la direction d'extension.

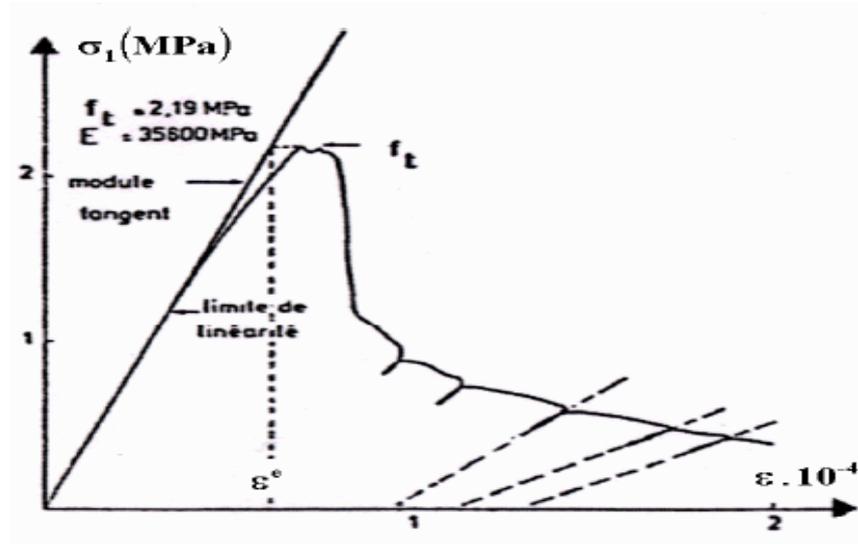


Figure 2.7 Essai de traction directe Terrin (1980)

L'essai de traction cyclique présenté sur la figure 2.8, confirme le rôle prépondérant joué par le développement de la microfissuration dans la dégradation des caractéristiques élastiques du béton. L'observation de la figure 2.8 montre que les boucles d'hystérésis sont très faibles. Ceci semble plausible si l'on admet que celles-ci sont dues principalement à des phénomènes de frottement entre lèvres de microfissures ; phénomènes de faible importance pour ce type de sollicitations.

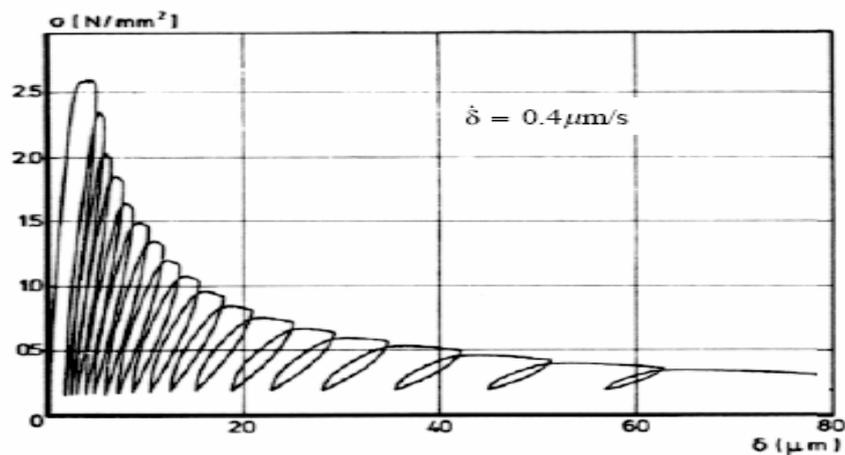


Figure 2.8 Comportement cyclique du béton en traction Reinhardt and Corneillesen (1984)

2.2.3 Comportement cyclique traction-compression

Une caractéristique importante du comportement du béton, l'effet unilatéral, peut être mise en évidence grâce aux essais cycliques de traction-compression. Ce phénomène se manifeste par un recouvrement partiel ou total de la raideur lors du passage d'un chargement en traction, où cette raideur est essentiellement endommagée à cause de la fissuration, vers un chargement de compression (figure 2.9). Ce comportement est dû au fait que sous contrainte de compression les fissures de traction se referment de telle sorte qu'il n'y aura aucune interaction avec celles qui vont se créer en compression dans une direction perpendiculaire. Le béton redevient un matériau au comportement sain.

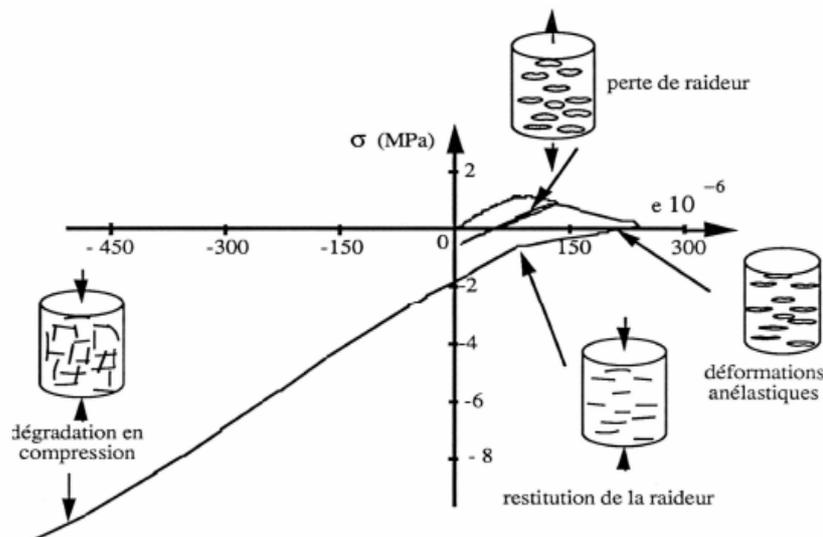


Figure 2.9 Comportement uniaxial du béton sous chargement cyclique Ramtani (1990)

2.3 Comportement du béton sous charges dynamiques

2.3.1 Généralités

Le temps représente la quatrième dimension pour le chargement du béton et de nombreux chercheurs ont étudié l'effet de la vitesse de chargement sur la réponse du béton. Du fait que notre étude se concentre sur l'étude des dalles en béton armé soumises aux explosions, il est primordial de considérer la réponse du béton soumis à de grandes vitesses de chargement qui sont associées avec les explosions.

D'après Bishoff and Perry (1991), la vitesse de déformation dans le béton dépend du cas de chargement comme indiqué sur la figure 2.10 pour différents cas de chargement tels que les charges de fluage, statiques, sismiques, impact et explosions.

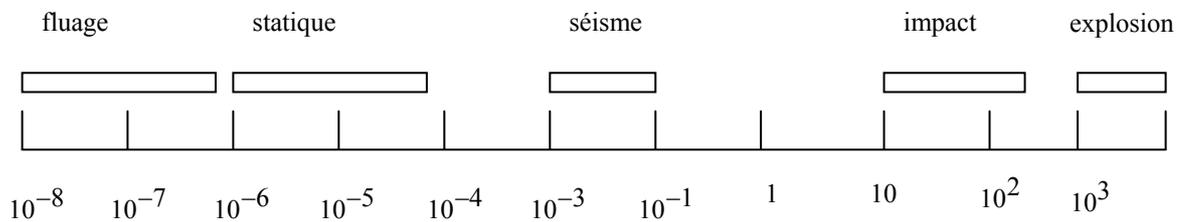


Figure 2.10 Vitesse de déformation pour différents cas de chargement

La résistance, la capacité de déformation et l'énergie de fissuration sont des paramètres importants pour caractériser et décrire la réponse du béton. Pour le chargement dynamique, ces paramètres changent par rapport au chargement statique.

En considérant l'effet de la vitesse du chargement sur la réponse du béton, il est approprié de considérer les variations des résistances à la compression et à la traction et de la rigidité du matériau. De plus, du fait que le comportement du béton est piloté par un mécanisme d'endommagement, il est nécessaire de considérer l'effet de la vitesse du chargement sur l'énergie de fissuration du béton.

Un certain nombre de chercheurs ont étudié la réponse du béton soumis à des charges avec des vitesses de déformation jusqu'à 10% par seconde.

Pour déterminer le comportement du béton quand il est soumis à des vitesses de déformation élevée, des études ont été entreprises et la relation entre les différentes propriétés matérielles et la vitesse de déformation a été étudiée. Le module d'élasticité de béton augmente avec l'augmentation de la vitesse de déformation, voir Goldsmith et al. (1966), Fagerlund and Larson (1979), Bishoff and Perry (1991), Mechtcherine et al. (1995) et Toutlemonde et al. (1996). De nombreux chercheurs, tels que Soroushian et al. (1986), Bishoff and Perry (1991), Isenberg et al. (1992), Mechtcherine et al. (1995) ont étudié l'effet de la vitesse de déformation sur la résistance ultime du béton. Leurs

résultats indiquent que les résistances ultimes du béton en compression et en traction augmentent avec l'augmentation de la vitesse de déformation. Les déformations ultimes en compression et en traction ont été aussi étudiées et ont été trouvées augmenter avec l'augmentation de la vitesse de déformation, voir Zielinski (1985), Soroushian et al. (1986), Bishoff and Perry (1991) et Mechtcherine et al (1995).

2.3.2 Explication physique du comportement du béton sous charges dynamiques

De nombreuses tentatives pour déterminer les causes de l'augmentation de la résistance du béton sous vitesses de déformation élevées ont été faites par de nombreux chercheurs. Le problème est de déterminer et de comprendre les phénomènes qui se produisent dans le béton et par conséquent trouver les paramètres qui ont une grande influence sur le comportement du matériau. Certaines explications ont été présentées, incluant de nombreux paramètres. Les explications sont liées avec la microstructure, par exemple les nano pores produites par le ciment hydraté et les propriétés des agrégats.

2.3.2.1 La microstructure

La taille des nano pores dans le béton déterminera le comportement sous chargement à grande vitesse d'application. Le facteur clé est la présence de l'eau libre dans les nano pores. L'augmentation des résistances en compression et en traction peut être expliquée par la présence de cette eau.

Quand le béton est soumis en compression à des taux de déformation faibles, la matrice constituée de ciment hydraté et d'agrégats supporte la charge. Pour des vitesses élevées l'eau libre qui peut exister dans les nano pores contribuera à la capacité portante. L'explication de ce phénomène est que les molécules d'eau n'ont pas le temps de s'éloigner de la surface chargée à travers des canaux entre les nano pores. L'eau dans les nano pores sera par conséquent encapsulée et contribuera donc à la capacité portante, voir Kaplan (1980).

Une augmentation dans la résistance en traction sous chargement rapide a été montrée dans de nombreux articles ; Reinhardt et al. (1990), Rossi et al. (1992a), Rossi et al. (1992b), Rossi (1994), Rossi et al. (1994), Toutlemonde et al. (1995), Ross et al. (1996). L'explication générale de l'augmentation de la capacité portante est un phénomène souvent appelé l'effet Stéfan. L'effet Stéfan peut être expliqué, d'après Rossi (1994),

comme suit : « Quand un film mince d'un liquide visqueux est pris entre deux plaques parfaitement planes et l'une est séparée de l'autre avec une certaine vitesse de déplacement, le film exercera une force de retour sur les plaques qui est proportionnelle à la vitesse du déplacement ». La force de retour est donnée par l'équation suivante :

$$Q = \frac{3\eta V^2}{2\pi h^5} \dot{h} \quad (2.1)$$

où Q est la force de retour, η la viscosité du liquide, h la distance initiale entre les deux plaques, \dot{h} est la vitesse de séparation des deux plaques et V le volume du liquide.

Rossi (1994) affirme que l'effet Stéfán doit être considéré comme un moyen pédagogique pour expliquer comment l'eau et les murs des nano pores augmentent la résistance en traction à des vitesses élevées. L'équation précédente ne doit pas être utilisée pour déterminer la capacité en traction du béton sous différents taux de déformation.

2.3.2.2 Les agrégats

Le développement des fissures dans le béton diffère entre une charge statique et une charge dynamique. Sous chargement statique la fissuration est initiée et se propage ensuite le long des interfaces faibles entre les agrégats et la pâte, voir Zielinski (1984). Ceci n'est pas le cas sous chargement dynamique. Certains chercheurs Zielinski (1984), Isenberg et al (1992), Bishoff and Perry (1991), ont trouvé que les fissures ont tendance à être moins sinueuses sous chargement rapide, ce qui implique que les fissures vont probablement toucher les particules des agrégats. Le comportement des fissures sous charges dynamiques implique que les propriétés mécaniques des agrégats vont davantage influencer la résistance du béton que sous chargement statique. Cependant, dans le béton à haute résistance les fissures intersectent souvent les agrégats même sous charge statique et les différences dans le développement de la fissuration ne seront pas aussi prononcées.

2.3.3 Changements dans le comportement structural sous chargement dynamique

Des études sur les structures en béton armé sous charges statique et impulsive ont été conduites dans le but d'examiner le comportement à la rupture sous différents taux de chargement, voir Matsuyoshi and Machida (1984), Rossi (1994) et Kulkarni and Shah (1998). Le phénomène général reporté est que les structures en béton armé ont tendance à changer leur mécanisme de rupture d'une rupture en flexion vers une rupture en cisaillement ou en poinçonnement, lorsque le taux de chargement augmente. Wang (1996) donna une explication à ce phénomène pour le cas d'une poutre simplement appuyée en béton précontraint soumise à une charge concentrée au milieu « Une part substantielle de la charge appliquée est équilibrée par la force d'inertie distribuée le long de la poutre, dont la force résultante a un bras de levier plus court par rapport au milieu de la poutre que n'a la force de support, menant à une réduction de moment fléchissant à mi-travée. Par conséquent, la charge appliquée peut aller vers des niveaux plus élevés que la charge de fissuration statique sans fissures de flexion dans la poutre. Quand cette force atteint la charge de fissuration en cisaillement, qui est la même aussi bien sous chargement statique qu'impulsive, une fissure de cisaillement peut apparaître en premier». Les paramètres influençant ce phénomène sont donc la densité du béton, la géométrie de la structure et la configuration des appuis. Johansson(1999) a entrepris des analyses par éléments des structures en béton armé soumises à des charges impulsives, et a trouvé que la raison possible pour l'augmentation de la capacité portante des éléments en béton armé soumis à un chargement à taux élevé, peut être les conditions aux limites dépendant du temps. Donc, un élément en béton armé qui est considéré comme simplement appuyé sous chargement statique peut être considéré comme fixé durant la phase initiale d'un chargement à taux élevé avant que l'onde de contrainte au sein de l'élément du béton n'atteigne l'appui

2.3.4 Effet de la vitesse de déformation sur la résistance à la traction

La figure 2.11 montre deux relations proposées pour le rapport entre la résistance à la traction dynamique et la résistance à la traction statique en fonction de la vitesse de déformation ainsi que des données expérimentales. La relation proposée par Ross et al. (1996) est déterminée sur la base de la mécanique de rupture et calibrée par rapport aux données expérimentales fournies par Ross et al. (1995). La relation proposée par Yon (1992) est déterminée sur la base de données empiriques.

Les résultats présentés sur la figure 2.11 indiquent qu'il y a une augmentation du rapport de la résistance dynamique sur la résistance statique pour des valeurs croissantes de la vitesse de déformation. La valeur de cette augmentation varie pour les différentes données expérimentales.

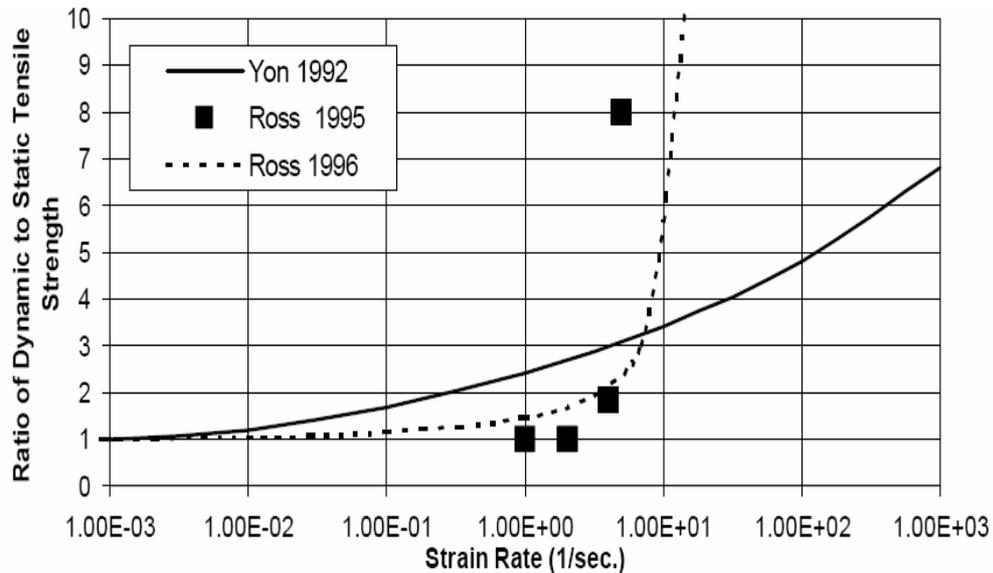


Figure 2.11 Influence de la vitesse de déformation sur la résistance à la traction du béton

2.3.5 Effet de la vitesse de déformation sur la résistance à la compression

Sur la figure 2.12 sont montrées deux relations proposées pour le rapport entre les résistances à la compression dynamique et statique et la vitesse de déformation. La relation proposée par Ross et al. (1995) provient de l'essai en compression d'éprouvettes de béton ayant un diamètre de 51 mm et une longueur de 51 mm. Les auteurs ont remarqué que les spécimens en compression s'écrasaient à travers le développement de fissures le long de l'axe de chargement, ce qui indique qu'apparemment la résistance à la compression est influencée par la résistance à la traction dans la direction perpendiculaire à celle de l'application de la charge. Les données fournies par Hughes and Gregory (1978) proviennent d'essais d'impact dans lesquels un marteau en acier est lâché sur des cubes de béton de 102 mm. En compression, la transition entre la réponse dynamique et la réponse statique se produit

pour une vitesse de déformation approximative de 10.0 par seconde ; Ross et al. (1996) remarquent que ceci est en accord avec leurs résultats.

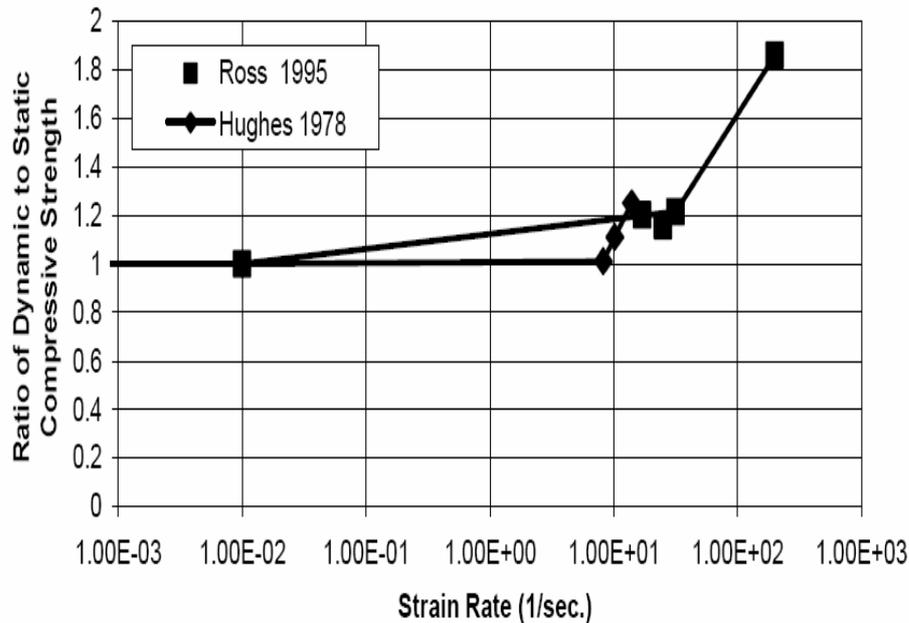


Figure 2.12 Influence de la vitesse de déformation sur la résistance à la compression du béton

2.3.6 Effet de la vitesse de déformation sur le module d'élasticité du béton

Les essais expérimentaux ont considéré aussi l'effet de la vitesse de déformation sur d'autres propriétés matérielles du béton tels que le module d'élasticité et l'énergie de fissuration. Tous concluent que l'énergie de fissuration est indépendante de la vitesse de déformation. De plus, à l'exception de Yon, toutes les études menées considèrent que le module d'élasticité ne dépend pas de la vitesse de déformation. Yon propose une relation dans laquelle il y a une augmentation du module d'élasticité en fonction de la vitesse de déformation, voir figure 2.13

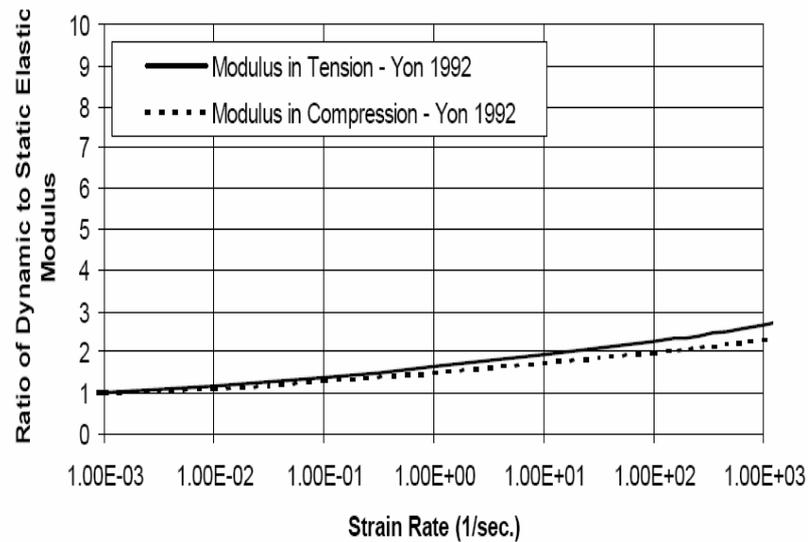


Figure 2.13 Influence de la vitesse de déformation sur le module d'élasticité du béton

2.4 Comportement du béton fissuré

2.4.1 Description de la section fissurée

La réponse non linéaire du béton est souvent dominée par la propagation progressive de la fissuration qui aboutit à une rupture localisée. La figure 2.12 montre un élément en béton armé fléchi. L'élément est fissuré en des endroits discrets où la résistance à la traction du béton est dépassée. Dans la section fissurée, toute la force de traction est supportée par les armatures d'acier. Cependant, des contraintes de traction sont présentes dans le béton entre les fissures, du fait qu'une partie de la force de traction est transférée de l'acier vers le béton à travers le phénomène d'adhérence. La magnitude et la distribution des contraintes d'adhérence entre les fissures détermine la distribution des contraintes de traction dans le béton et les armatures entre les fissures. D'autres fissures peuvent se former entre les fissures initiales si la résistance à la traction du béton entre les fissures précédentes est dépassée. Le stade final de fissuration sera atteint quand une force de traction de magnitude suffisante pour former une fissure additionnelle entre deux fissures existantes ne peut être transférée par adhérence de l'acier vers le béton. Les figures 2.14c, 2.14d et 2.14e montrent la distribution idéalisée de la contrainte d'adhérence entre les fissures, la contrainte de traction du béton et la contrainte de traction dans l'acier respectivement. Du fait que le béton supporte une partie de la traction entre les fissures, la rigidité flexionnelle est

évidemment plus grande entre les fissures qu'au niveau des fissures, comme indiqué sur la figure 2. 14 Voir (Park and Paulay 1975).

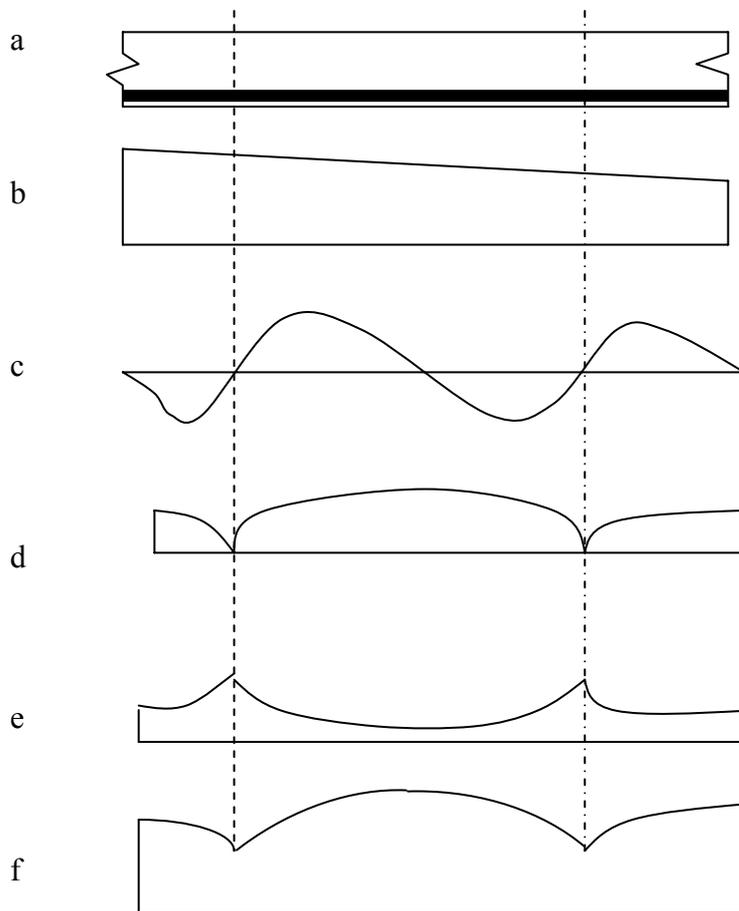


Figure 2.14

Effet de la fissuration dans une poutre en béton armé

- a) poutre avec armature
- b) distribution du moment fléchissant
- c) distribution des contraintes d'adhérence
- d) distribution de la contrainte de traction dans le béton
- e) distribution de la contrainte de traction dans l'armature
- f) distribution de la rigidité flexionnelle dans le domaine élastique

Pour augmenter la précision des modèles en éléments finis pour représenter les fissures et, dans certains cas, pour améliorer la stabilité numérique de la solution, l'effet du raidissement à la traction (tension stiffening) a été pris en considération de plusieurs manières. Le comportement physique au voisinage de la fissure peut être appréhendé de l'observation des figures 2.14d et 2.14e. Lorsque le béton atteint sa résistance en traction, des fissures primaires apparaissent. Le nombre et l'étendue des fissures sont contrôlés par le diamètre et la position des armatures. Au niveau des fissures primaires la contrainte en traction du béton chute à zéro et l'acier reprend la totalité de la force de traction. Cependant, le béton entre les fissures, reprend encore une partie de la force de traction, qui diminue avec l'augmentation de la magnitude de la charge. Cette chute de

la contrainte de traction est associée avec la perte d'adhérence entre l'acier et le béton. A ce moment un système secondaire de fissures internes, appelé fissures d'adhérence, se développe autour de l'acier, qui commence à glisser par rapport au béton l'entourant. Du fait que la fissuration est l'une des sources majeures de la non-linéarité matérielle pour les structures en béton armé, des modèles de fissuration réalistes doivent être développés pour prédire correctement le comportement des éléments en béton armé. Le choix d'un modèle de fissuration dépend du but de l'analyse par éléments finis. Si on est intéressé uniquement par le comportement global, sans accorder d'importance aux modèles des fissures et aux contraintes locales, le modèle à fissuration répartie est certainement le meilleur choix. Par contre, si les détails du comportement local doivent être étudiés, il peut être nécessaire de recourir à un modèle à fissuration discrète. Dans le modèle à fissuration répartie l'hypothèse d'adhérence parfaite est postulée.

2.4.2 Modèle à fissuration discrète

Le premier modèle en éléments finis du béton armé qui inclut l'effet de la fissuration a été développé dans un article pionnier par Ngo and Scordelis (1967) qui ont entrepris une analyse linéaire élastique de poutres avec des modèles prédéfinis de fissures. Les fissures ont été modélisées en séparant les points nodaux du maillage en éléments finis, créant ainsi un modèle à fissuration discrète, voir figure 2.15,. Avec le changement de la topologie et la redéfinition des points nodaux la largeur de bande de la matrice de rigidité est détruite et un effort de calcul plus conséquent est requis pour ce modèle. Dans ce modèle, les fissures sont représentées par deux faces de fissures distinctes. Un critère pour la détermination de l'initiation de la fissuration est basé sur un critère de résistance qui stipule que quand la contrainte principale de traction dépasse la résistance à la traction du béton, il y a initiation d'une fissure dans la direction perpendiculaire à la contrainte principale. Une fois le critère d'initiation de la fissuration satisfait, la largeur de la fissure est déterminée par un critère de propagation de la fissuration. L'absence de généralités dans les modèles à fissuration discrète a rendu ces modèles impopulaires et d'usage relativement limité. Malgré ces inconvénients, l'utilisation de modèles à fissuration discrète offre certains avantages par rapport à d'autres méthodes. Pour des problèmes qui impliquent un nombre restreint de fissures dominantes, l'approche discrète offre une description plus réaliste des fissures qui

représentent des discontinuités des déformations dans la structure. De telles discontinuités sont correctement caractérisées par le modèle à fissuration discrète.

La nécessité pour un modèle de fissuration qui permet la génération automatique des fissures et une généralisation complète concernant l'orientation de la fissure, sans nécessité de redéfinir la topologie en éléments finis, a poussé la majorité des chercheurs à adopter le modèle à fissuration répartie.

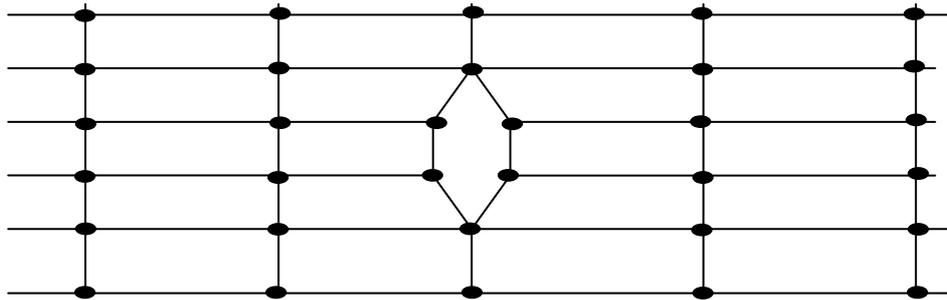


Figure 2.15 modèle à fissuration discrète

2.4.3 Modèle à fissuration répartie (smeared crack model)

Le modèle à fissuration répartie proposé aussi dans un autre article pionnier pour la première fois par Rashid (1968) modélise le béton fissuré comme un matériau élastique orthotrope ayant un axe orienté le long de la direction de la fissuration et avec un module élastique réduit dans la direction normale au plan de la fissuration. La fissure n'est pas discrète mais est représentée par un nombre infini de fissures parallèles à travers l'élément de béton, figure 2.16. Avec cette approche des milieux continus les discontinuités locales des déplacements au niveau des fissures sont réparties sur une surface afférente au sein de l'élément fini et le comportement du béton fissuré peut être représenté par des relations contrainte-déformation moyennes. Contrairement au concept du modèle discret, le concept du modèle réparti est en accord avec la nature de la méthode des éléments finis formulée en fonction des déplacements, car la continuité du champ de déplacement reste intacte.

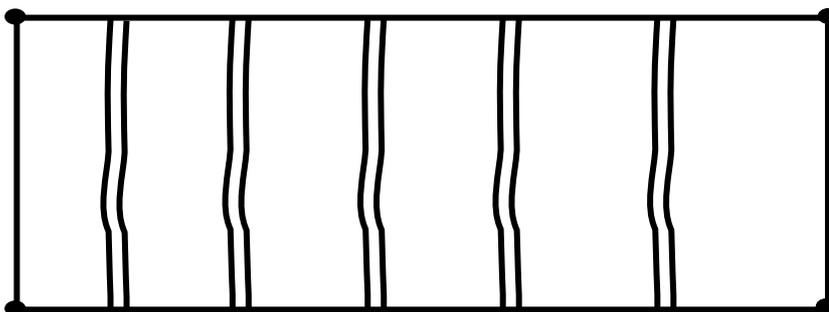


Figure 2.16 modèle à fissuration répartie

Bien que cette approche soit facile à implémenter et est, par conséquent, largement utilisée, elle possède néanmoins un handicap majeur, qui est la dépendance des résultats de la taille des éléments du maillage en éléments finis utilisé dans l'analyse (Vebo and Ghali 1977, Bazant and Cedolin 1980). Quand des éléments finis larges sont utilisés, chaque élément aura une influence sur la matrice de rigidité de la structure. Quand un seul élément se fissure, La rigidité de la structure entière est grandement réduite. Les éléments d'ordre supérieur où le comportement du matériau est établi en un certain nombre de points d'intégration ne changent pas remarquablement cette situation, car dans la plupart des cas, quand une fissure se produit dans un point d'intégration, la rigidité de l'élément est réduite suffisamment de telle sorte que durant la prochaine itération tous les autres points d'intégration de l'élément seront fissurés. Par conséquent, une fissure en un point d'intégration ne soulage pas le reste du matériau de l'élément, car la condition de continuité de la déformation augmente les déformations dans tous les autres points d'intégration. L'effet global est que la formation d'une fissure dans un élément large résulte en un adoucissement d'une large partie de la structure. La difficulté provient du fait que la fissure représente une discontinuité de déformation qui ne peut être modélisée correctement au sein d'un seul élément fini dans lequel la déformation varie continuellement. Beaucoup d'efforts de recherche ont été consacrés à la solution de ce problème, basés surtout sur les principes de la mécanique de rupture [Hillerborg et al (1976), Bazant and Cedolin (1980), (1983)].

Les succès qu'a connus la théorie de la mécanique de rupture Broek (1974) pour la solution de différents problèmes de fissuration dans les métaux, les céramiques et les roches a abouti à son utilisation en analyse par éléments finis des structures en béton armé. Si on accepte l'hypothèse que le béton est un matériau sensible, il peut être supposé qu'un critère de fissuration qui est basé sur la résistance à la traction peut être dangereusement non conservatif et uniquement la mécanique de rupture pourvoit une approche plus rationnelle pour la solution de ce problème. De nombreux travaux de recherche ont été consacrés à ce problème [Hillerborg et al (1976), Bazant and Cedolin (1980), (1983), Jenq and Shah (1986)].

Pour définir la branche de déformation adoucissante de la courbe contrainte-déformation en traction du béton en utilisant les concepts de la mécanique de rupture trois paramètres importants doivent être définis : (1) la résistance à la traction du béton

en laquelle une zone de rupture est initiée ;(2) l'aire en dessous la courbe contrainte-déformation ; et (3) la forme de la branche descendante Reinhardt (1986). Parmi ces paramètres, les deux premiers peuvent être considérés comme étant des paramètres matériels, alors que la forme de la branche descendante varie dans les modèles qui ont été proposés Bazant and Oh (1983). Avant de discuter les deux modèles les plus prometteurs, une relation entre l'aire en dessous du diagramme contrainte-déformation de fissuration en traction et l'énergie de fissuration G_f est nécessaire. Cette relation est obtenue de la manière suivante : g_f l'aire sous la courbe de la figure 2.17 peut être exprimée comme suit :

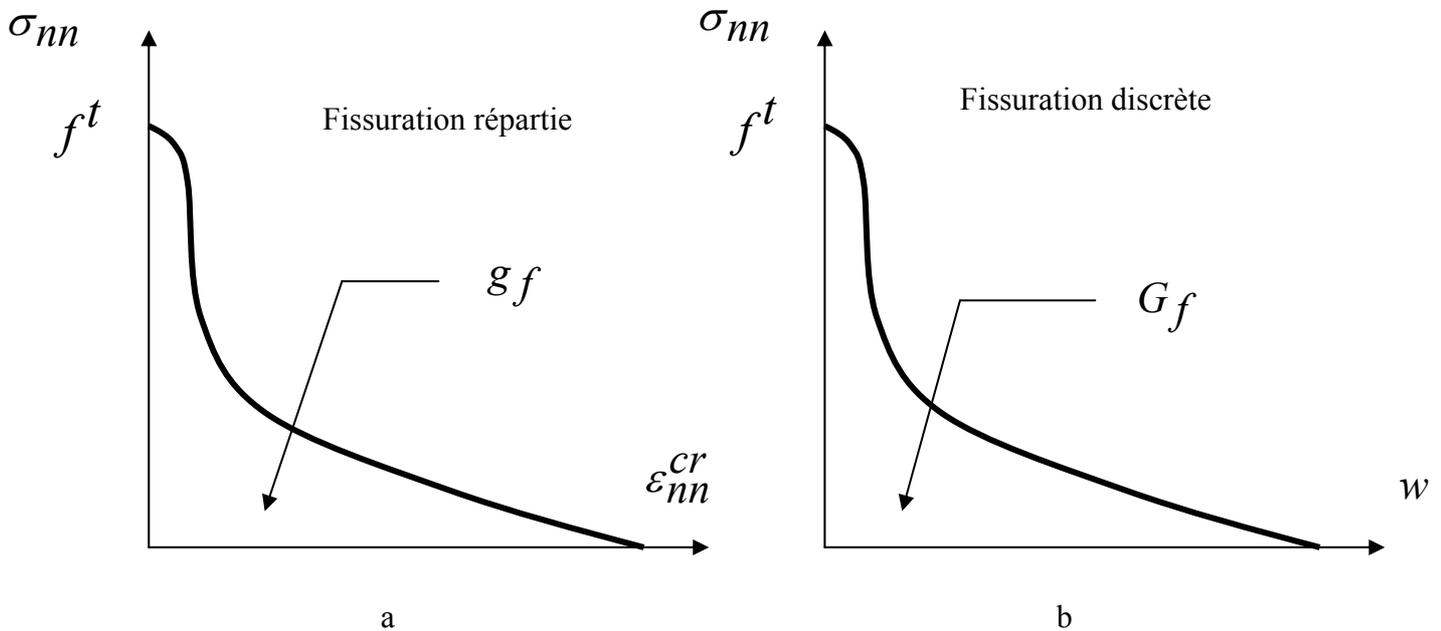


Figure 2.17 Comportement adoucissant du béton

- a) relation contrainte de traction –déformation de fissuration
- b) relation contrainte de traction-déplacement de l'ouverture de la fissure

$$g_f = \int \sigma_{nn} \cdot d\varepsilon_{nn}^{cr} \quad (2.2)$$

L'énergie de fissuration G_f est définie comme étant la quantité d'énergie requise pour fissurer une surface unitaire d'une fissure continue et est considérée comme étant une

propriété matérielle. Cette définition résulte en l'expression suivante pour l'énergie de fissuration G_f :

$$G_f = \int \sigma_{nn} \cdot dw \quad (2.3)$$

où w représente la somme du déplacement d'ouverture de toutes les microfissures dans la zone de rupture, l'équation est schématisée sur la figure 2.17b.

Dans le modèle à fissuration répartie w est représentée par une déformation de fissuration qui agit sur une certaine largeur au sein de l'élément fini appelée la largeur de bande de la fissure b . Du fait que w est la déformation de fissuration accumulée, celle ci peut être représentée par l'expression suivante :

$$w = \int_b \varepsilon_{nn}^{cr} \cdot dn \quad (2.4)$$

En supposant que les microfissures sont uniformément réparties à travers la largeur de bande b , l'équation (2.4) devient :

$$w = b \varepsilon_{nn}^{cr} \quad (2.5)$$

La combinaison des équations (2.2) et (2.3) donne la relation entre g_f et G_f

$$G_f = b \cdot g_f \quad (2.6)$$

La simplicité de l'équation (2.6) peut induire en erreur, car la taille actuelle de la largeur de bande de la fissure b dépend de la taille de l'élément choisi, du type d'élément, du schéma d'intégration et du type du problème à résoudre.

Deux modèles qui sont largement utilisées pour le comportement adoucissant du béton en traction sont ceux de Bazant et Hillerborg. Bazant and Oh (1983) ont introduit la théorie de la bande de fissuration pour l'analyse de panneaux en béton. Ce modèle est

l'un des plus simples modèles de fissuration. Les deux hypothèses de base du modèle sont : la largeur de la zone de rupture w_c est égale à trois fois la taille maximale de l'agrégat et les contraintes de fissuration sont uniformes au sein de la bande. Dans ce cas l'équation finale pour déterminer la déformation de rupture en traction ε_0 prend la forme (figure 2.18a);

$$\varepsilon_0 = \frac{2 G_f}{f_t b} \quad (2.7)$$

où b est la largeur de l'élément et G_f est l'énergie de fissuration requise pour former une fissure.

Après un travail expérimental intensif Hillerborg et al. (1976) ont proposé une branche bilinéaire descendante pour le comportement adoucissant du béton en traction. En utilisant l'hypothèse que les microfissures sont uniformément distribuées sur la largeur de bande et en combinant g_f avec G_f d'après l'équation 2.6, l'équation suivante pour la déformation de rupture en traction peut être dérivée figure 2.18b :

$$\varepsilon_0 = \frac{18 G_f}{5 f_t \cdot b} \quad (2.8)$$

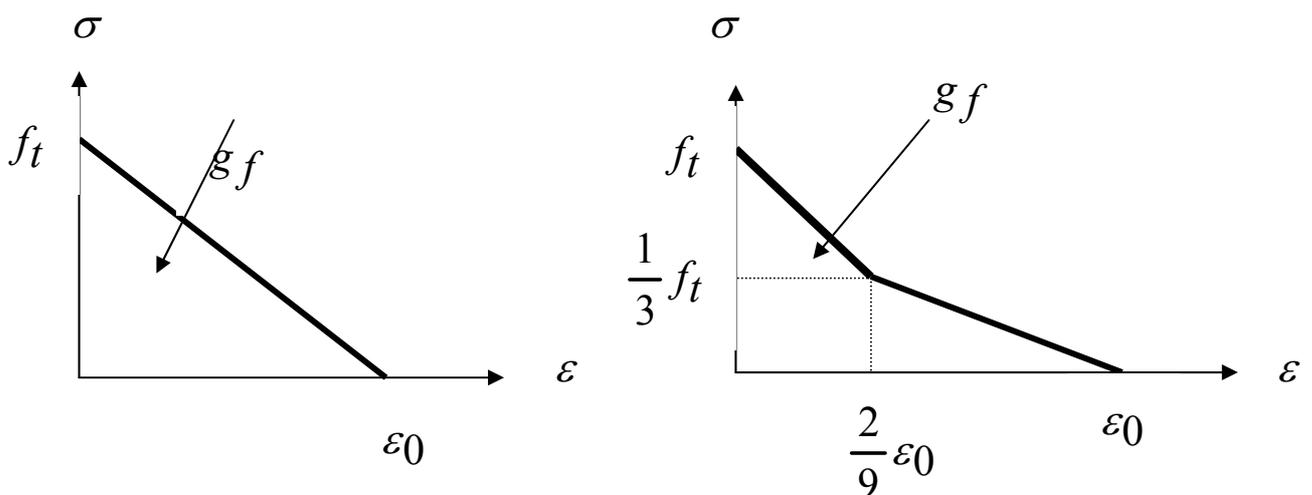


Figure 2.18 branches adoucissantes typiques du béton

a) modèle de Bazant and Oh b) modèle de Hillerborg

Les deux modèles ont été intensivement utilisés pour les analyse des éléments en béton armé et donnent des résultats très satisfaisants quand la taille de l'élément fini est relativement petite. Cependant, quand la taille de l'élément fini devient grande les résultats obtenus diffèrent considérablement des données expérimentales. Ceci provient du fait que les deux modèles supposent une distribution uniforme des microfissures sur une partie significative d'un élément fini relativement large alors que les fissures actuelles sont concentrées dans une région fissure plus petite de l'élément. Donc, les équations (2.7) et (2.8) ne peuvent être directement appliquées pour l'analyse numérique des structures en béton armé ayant des éléments finis relativement larges.

Les modèles de fissuration discutés précédemment sont basés sur le concept des déformation totales. Cette approche marche bien pour de nombreuses applications mais elle présente certains inconvénients. En premier lieu, il est impossible de combiner la fissuration avec d'autres phénomènes non linéaires tels que le fluage, le retrait et les effets thermiques quand une relation totale entre les contraintes et les déformations est adoptée. Pour contourner cette difficulté de Borst et al. (1986,1987,1988) ont proposé un modèle où la déformation totale est décomposée en une partie du béton ε^{c0} et une partie de fissuration ε^{cr} . La déformation du béton peut être alors composée d'une contribution élastique, d'une contribution de retrait et d'une contribution de fluage etc.....De la même manière, la déformation de fissuration peut être encore décomposée comme suit :

$$\varepsilon^{cr} = \varepsilon_{cr}^1 + \varepsilon_{cr}^2 + \dots \quad (2.9)$$

où ε_{cr}^1 est la déformation due à la fissure primaire, ε_{cr}^2 est la déformation due à une seconde fissure et ainsi de suite.

De cette manière un autre problème peut être résolu. Dans ce modèle il a été supposé que dès que le critère en contraintes maximales est dépassé, la direction de la fissuration est fixée. Durant des chargements ultérieurs, des déformations de cisaillement peuvent naître le long du plan fissuré, qui, à leur tour, contribueront à l'apparition de contraintes de cisaillement à travers le plan de fissuration. Quand un modèle avec adoucissement est utilisé, la contrainte normale résiduelle agissant à travers la fissure et la contrainte de

cisaillement à travers cette même fissure peuvent résulter en une contrainte principale dépassant la résistance à la traction dans la nouvelle direction principale, qui est différente de la direction normale au plan de fissuration existant. L'équation (2.9) permet l'initiation d'une seconde fissure. Ce qui permet de remédier à ce problème.

Un autre modèle de fissuration peut être utilisé, c'est le modèle à fissuration rotative originalement proposé par Cope et al. (1980), la contrainte principale majeure et la normale à la fissure sont alignées durant tout le processus de fissuration. Le système de coordonnées local est maintenant le même système de coordonnées des valeurs principales du tenseur des contraintes. Par conséquent, la contrainte de cisaillement σ_{nt} est toujours nulle. Donc, un terme explicite de cisaillement comme dans le cas du modèle à fissuration fixe, n'est pas possible dans le concept de la fissuration rotative du fait qu'un terme de rigidité tangentielle évolue implicitement à cause de la rotation des axes principaux.

2.4.4 Comportement sous cisaillement du béton

Le béton soumis à une force de cisaillement croissante exhibera une fissuration de traction perpendiculaire à l'orientation de la contrainte principale de traction. Dans ce cas, le comportement du matériau peut être prédit sur la base de la réponse bien établie du béton en traction. Ceci implique que la charge de cisaillement et que la réponse du matériau la plus appropriée sont modélisés sur la base d'un état combiné de contraintes en traction et en compression. Cependant, dans une structure en béton armé soumise à une histoire générale de chargement, des régions du béton peuvent être soumises à un chargement de cisaillement le long de surfaces de fissures antérieurement formées. Ce mécanisme est totalement distinct de celui d'un milieu continu soumis à un chargement en compression et en traction multidimensionnel. Il est donc nécessaire de considérer la capacité pour le transfert du cisaillement à travers une surface de béton fissurée.

Le transfert du cisaillement dans le béton fissuré a fait l'objet de nombreux travaux expérimentaux. D'une manière générale, ces investigations utilisaient une forme de spécimen permettant l'application d'une force de cisaillement le long d'une section bien définie. Pour des largeurs de fissures relativement petites, le transfert de la charge à travers le plan fissuré se faisait principalement à travers le phénomène de l'engrènement

qui est associé avec le développement de forces portantes entre les agrégats. Etant donné la nature de mécanisme de transfert de charge, il est logique que la capacité du système soit déterminée par la largeur d'ouverture des fissures.

Les résultats de certains travaux expérimentaux permettent d'avoir un aperçu sur le transfert de cisaillement dans le béton fissuré. Paulay and Loeber (1977) ont considéré le transfert de cisaillement dans des spécimens en béton armé et leurs résultats montrent que pour de petites largeurs de fissures la relation contraintes de cisaillement-glissement est linéaire jusqu'à une résistance pic égale approximativement à $0.2f_c$. Avec l'accroissement de la largeur des fissures, la relation contraintes de cisaillement-glissement exhibe une certaine perte de rigidité pour des niveaux bas de chargement mais maintient une capacité pic d'environ $0.2f_c$. Les résultats de Laible et al (1977) montrent une faible capacité de transfert de cisaillement (de $0.06f_c$ à $0.09f_c$) pour de largeurs de fissures plus grandes (plus grandes que 0.08 mm) et indiquent que la résistance et la rigidité au cisaillement augmentent avec l'augmentation des armatures traversant le plan fissuré et que la résistance pic du système est limitée à $0.3f_c$. Les résultats de cette étude montrent aussi que pour les structures dont la largeur des fissures est contrôlée par la réponse en traction des armatures traversant le plan fissuré, la relation contraintes de cisaillement-glissement exhibe une détérioration de la rigidité jusqu'au pic suivie d'adoucissement. Ce comportement peut être attribué à l'augmentation de la largeur des fissures jusqu'à la capacité pic. Il est important de noter que pour ces systèmes où l'armature traverse le plan fissuré, la contribution directe des armatures à la capacité en cisaillement et à la rigidité (effet de Goujon) est minimale pour des niveaux modérées de glissement. Des résultats similaires ont été obtenus par Walraven and Reinhardt (1981), la résistance en cisaillement pic trouvée avec des volumes élevés d'armatures traversant le plan fissuré, varie entre $0.26f_c$ et $0.32f_c$.

Les résultats de ces études peuvent être résumés comme suit :

- La capacité de transfert de cisaillement à travers un plan fissuré ainsi que la rigidité de la relation contraintes de cisaillement-glissement augmentent avec l'augmentation de la résistance du béton et diminuent avec l'augmentation de la largeur des fissures.

- La taille et la forme des agrégats ont une faible influence sur la résistance au cisaillement et la rigidité.
- Typiquement, sous une augmentation monotone du glissement à travers le plan fissuré, la résistance au cisaillement augmente jusqu'à une résistance maximale d'environ $0.20f_c$ à $0.3f_c$ et commence ensuite à diminuer.

Dans le modèle de fissuration répartie, le paramètre β est appelé le coefficient de cisaillement réduit et sa valeur dépend de la déformation normale à la fissure et de la déformation ultime normale à la fissure, voir [Rots (1988), Barros (1995)],

$$\beta = \left(1 - \frac{\varepsilon_n^{cr}}{\varepsilon_{n,ult}^{cr}} \right)^{p_t} \quad (2.10)$$

dans cette équation p_t est un paramètre entier qui peut prendre les valeurs 1,2 ou 3 Barros (1995). Quand $\varepsilon_n^{cr} = 0$ (fissure fermée) un engrenement complet est supposé. Pour une fissure totalement ouverte, le facteur de cisaillement réduit est égal à zéro, résultant en une rigidité de cisaillement nulle qui correspond à un engrenement négligeable.

2.5 Modèles constitutifs du béton

Ces dernières années un effort de recherche considérable a été consacré au développement de modèles analytiques pouvant prédire avec précision la réponse du béton à un chargement variable. Les premiers modèles étaient basés sur la théorie d'élasticité. Les plus récents modèles utilisent généralement les théories de la mécanique des solides incluant la théorie de la plasticité, la théorie d'endommagement et la mécanique de rupture permettant ainsi la description de certains aspects particuliers de la réponse du béton avec une précision suffisante et efficace. Il est aussi important de considérer les différents points suivants lors du développement d'un modèle constitutif :

- évolution de la surface de rupture pour le chargement unidimensionnel et multidimensionnel et particulièrement pour le chargement bi-dimensionnel avec une pression de confinement minimale dans la troisième direction.
- représentation de l'endommagement du matériau sous chargement de traction et de compression.
- la manière dont l'adoucissement est pris en compte et calibré.
- la dilatance associée avec la compression.
- la représentation du comportement du béton sous cisaillement.
- la représentation du chargement variant de la compression vers la traction et vice versa.

2.5.1 Théorie de la plasticité

La caractéristique principale définissant la plasticité d'un matériau est l'accumulation de déformations irréversibles lors du chargement au-delà de la limite élastique. Les caractéristiques du béton discutées précédemment montrent que le béton exhibe cette caractéristique quand il est chargé en compression et, à un degré moindre quand la charge est de traction. Donc, il est approprié qu'un modèle constitutif pour le béton incorpore la théorie plastique.

Le développement d'un modèle constitutif basé sur la plasticité requiert la définition d'une règle de décomposition de la déformation totale, la relation constitutive du matériau élastique, les surfaces de plastification/rupture qui limitent le domaine élastique et la règle d'écoulement qui définit l'évolution des variables internes. Traditionnellement, la déformation totale, ε , est supposée être la somme de la déformation élastique, et de la déformation plastique accumulée, :

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \quad (2.11)$$

Il est raisonnable de supposer que le béton est un matériau homogène ; donc, les propriétés élastiques du matériau peuvent être directement définies des données collectées à partir des essais standard et la relation élastique constitutive obéit à la loi de Hooke :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon^e_{kl} \quad (2.12)$$

où C_{ijkl} est le tenseur de rigidité élastique d'ordre 4. La surface ou les surfaces de plastification limitent le domaine élastique. D'après la théorie classique de la plasticité, le domaine élastique est défini dans l'espace des contraintes. Pour le béton, la disponibilité des données matérielles facilite la définition de la surface de plastification dans l'espace des contraintes et il est plus commode de considérer une surface de plastification qui évolue en fonction de l'histoire du chargement. Une règle d'érouissage définit l'évolution de la surface de plastification. La règle d'écoulement définit l'évolution d'un ensemble de variables internes qui définissent d'une manière unique l'état du matériau. En particulier une règle d'écoulement définit l'orientation de la déformation plastique qui peut être associée, définie comme normale à la surface de plastification, ou non-associée. Les modèles proposés pour le béton varient en fonction de la définition de la surface de plastification, des règles d'érouissage et des règles d'écoulement.

2.5.1.1 Surfaces de plastification pour les modèles plastiques du béton

Une grande variété de surfaces de plastification a été proposée pour caractériser la réponse du béton. Les deux premiers critères ont été ceux de Mohr-Coulomb (datant de 1800) et celui de Drucker-Prager (1952). Ces critères ont été développés pour décrire la réponse des matériaux tels que les sols, les roches et le béton pour lesquels la pression hydrostatique affecte les résistances plastique et de rupture du matériau. Le critère de Mohr-Coulomb est défini comme suit :

$$f(I_1, J_2, \theta) = \frac{1}{3} I_1 \sin \phi + \sqrt{J_2} \sin \left(\theta + \frac{\pi}{3} \right) + \frac{\sqrt{J_2}}{\sqrt{3}} \cos \left(\theta + \frac{\pi}{3} \right) \sin \phi - c \cos \phi \quad (2.13)$$

Dans l'équation (2.13) I_1, J_2 sont les invariants des états de contraintes. ϕ et c sont des constantes matérielles et θ est aussi un invariant de l'état de contraintes défini comme suit :

$$\theta = \frac{1}{3} a \cos \left(\frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{J_2^{3/2}} \right) \quad (2.14)$$

Où J_3 est le troisième invariant du déviateur des contraintes, défini comme suit :

$$J_3 = \frac{1}{3} s_{ij} s_{jk} s_{kl} \quad (2.15)$$

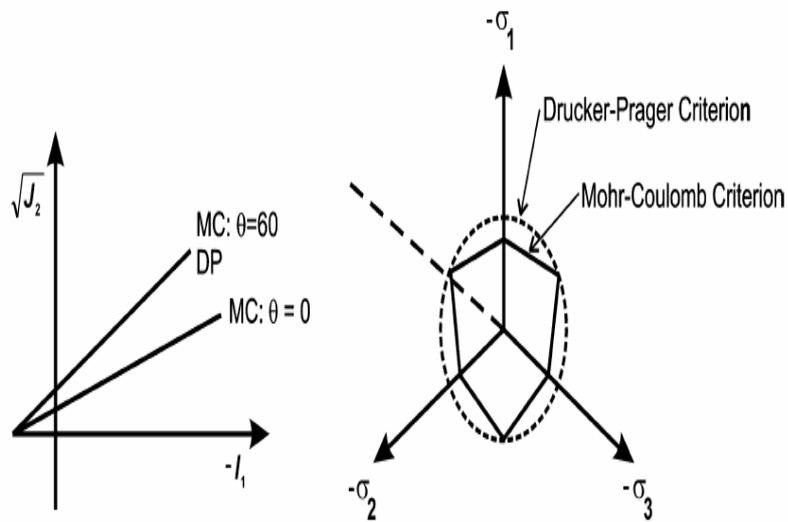


Figure 2.19 Critères de rupture de Mohr-Coulomb et Drucker-Prager

Les équations (2.13) représentent une droite de pente variable dans le plan méridien et un hexagone irrégulier dans le plan π (voir figure 2.19). Le critère de Mohr-Coulomb est rarement utilisé dans les modèles actuels de béton d'une part à cause de la discontinuité de la surface qui complique son implémentation numérique et d'autre part du fait que les investigations récentes ont montré que le critère de Mohr-Coulomb reproduit modérément le comportement expérimental observé du matériau.

Le critère de Drucker-Prager simule mieux la réponse du béton soumis à une compression multi-axiale et donne une surface de plastification lisse. Ce critère est incorporé dans certains modèles actuels existants du béton et est défini comme suit :

$$\sqrt{J_2} + \alpha I_1 + y = 0 \quad (2.17)$$

Dans l'équation (2.17), α et γ sont des paramètres matériels qui étaient considérés constants dans la formulation originale mais que peuvent varier avec l'histoire du chargement dans les implémentations récentes.

La figure 2.20 montre le critère de Drucker-Prager pour différentes valeurs de α et γ par rapport aux données expérimentales.

Comme indiqué sur la figure 2.20, Imran & Pantazopoulou (1996) proposent $\alpha = 0.3$ pour caractériser la réponse du béton sous compression triaxiale. La réponse du béton sous chargement biaxial de compression [Kupfer et al (1969) et Yin (1989)] est bien caractérisée par $\alpha = 0.1$. Tous les critères de plastification présentés sont calibrés pour prédire la résistance uniaxiale observée.

La comparaison du critère de Drucker-Prager avec les données expérimentales montre que bien que ce critère puisse être utilisé pour représenter la réponse du béton sous compression multiaxiale, le modèle surestime la capacité du béton soumis à un chargement du type compression-traction ou traction-traction. La variation de la réponse du béton sous différents états de chargement a été étudiée par de nombreux chercheurs à travers l'utilisation de modèles plastiques à surfaces multiples. Murray et al. (1979) ont proposé un modèle à trois surfaces pour caractériser la réponse du béton soumis à un

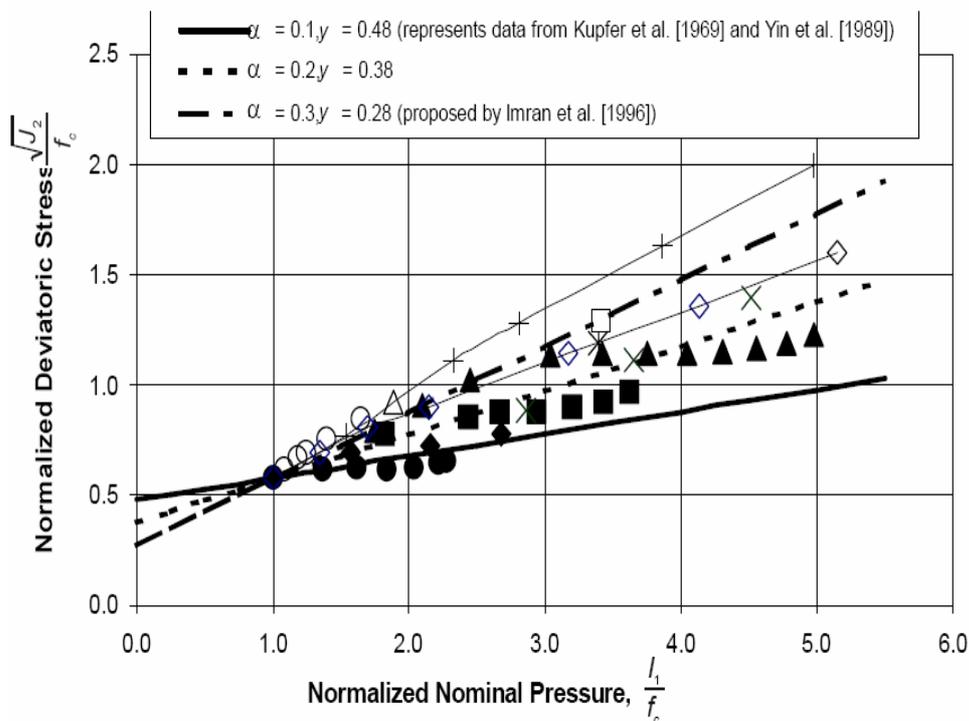


Figure 2.20 Comparaison du critère de Drucker-Prager avec les données expérimentales

chargement biaxial (figure 2.21). Cette approche a été étendue au cas du béton chargé suivant trois directions par Chen and Chen (1975), et Lubliner et al (1989). Il est intéressant de noter que le modèle de Lubliner utilise le modèle de Drucker-Prager pour caractériser la réponse du béton sous compression triaxiale.

Si l'introduction de multiples surfaces de rupture peut faciliter la définition de la surface de plastification entière, elle peut par contre compliquer la détermination des équations d'écoulement.

Les données indiquent que le béton soumis à une pression hydrostatique sévère ne répond pas élastiquement comme il est impliqué par certains modèles, par exemple, Drucker-Prager 1952, Murray et al. 1979, Vermeer et al. 1984 dans lesquels la surface de rupture est linéaire dans l'espace. Ce problème a été étudié dans un certain nombre de modèles qui limitent la phase élastique sous chargement hydrostatique sévère.

Certains des modèles introduisent une relation non-linéaire entre $\sqrt{J_2}$ et I_1

[Han and Chen (1985), deBoer and Dresenkamp (1989) et d'autres cap [Drucker et al. (1975), Schofield and Wroth (1968), Sandler et al... (1976)], la capacité du béton sous chargement hydrostatique (par exemple Salami and Desai 1990).

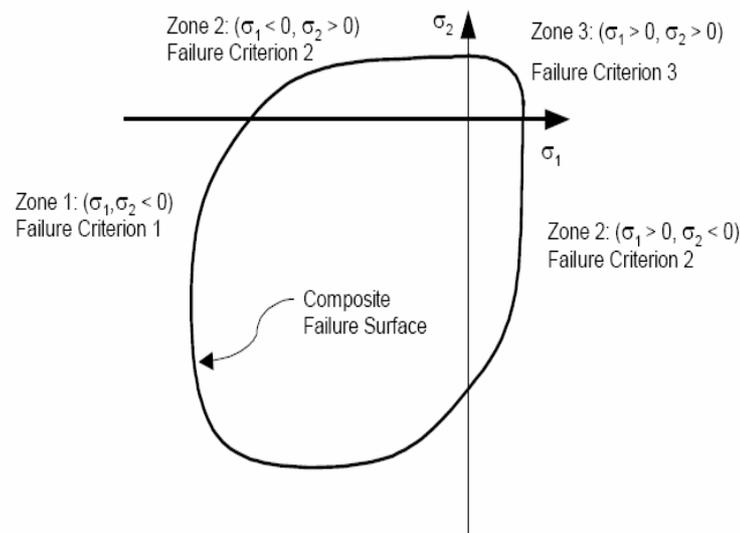


Figure 2.21 Modèle plastique à surfaces multiples soumis à un chargement biaxial [Murray et al (1979)]

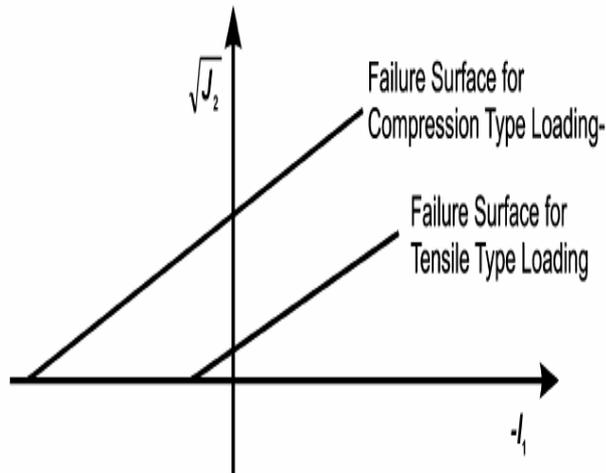


Figure 2.22 Modèle plastique à surfaces multiples pour le béton soumis à un chargement triaxial [Lubliner et al. (1989)]

L'évolution de la surface de rupture en fonction de l'augmentation du chargement présente aussi beaucoup d'intérêt. Cette évolution est typiquement définie par une règle d'érouissage. Certains modèles supposent que la forme de la surface de plastification reste la même avec la région élastique s'étendant et se contractant en fonction de l'histoire du chargement. [Kupefer et al (1969), Chen and Chen (1975), Murray et al (1979)]. Dans ce cas la fonction d'érouissage est un scalaire et la surface de plastification a la forme suivante :

$$f(\sigma) = \tilde{f}(\sigma) - y(\lambda) = 0 \quad (2.18)$$

où y définit la résistance plastique et λ est une fonction de l'histoire du chargement. Il y a peu de données concernant le taux pour lequel le domaine élastique du béton s'étire ou se contracte sous chargement multiaxial, donc il est raisonnable de calibrer la fonction d'érouissage sur la base de la bien définie réponse uniaxiale du béton [Murray et al. (1979), Lubliner et al. (1989)]. De nombreux modèles tiennent compte de la variation de la forme de la surface de plastification qui se produit dans le béton chargé du point initial d'anélasticité au point de la charge maximale et au-delà du point de capacité minimale. Les modèles qui proposent des surfaces de plastification variables

comprennent ceux proposés par [Han and Chen (1985), Ohtani and Chen (1988), de Boer and Dresenkamp (1988)]. Pour ces modèles la surface de plastification prend la forme :

$$f(\sigma) = \tilde{f}(\sigma) - y(\lambda, \sigma) = 0 \quad (2.19)$$

où la règle d'érouissage y est une fonction de l'histoire de chargement comme indiqué aussi bien par λ que par l'état actuel de contraintes, permettant ainsi la variation de la forme de la surface de plastification.

Le modèle développé par Han and Chen (1988) incorpore de nombreuses techniques utilisées actuellement dans le développement d'une surface de plastification pour le béton qui évolue sous une histoire de chargement variable. Le modèle propose que sous chargement maximal, la surface de plastification peut être adéquatement définie en suivant les recommandations de nombreux chercheurs [Ottosen (1977), Hsieh et al (1982), Willam and Krnakle (1982)]. La surface complète proposée par Ottosen (1977) comporte deux surfaces similaires comme suit :

$$f(I_1, J_2, \theta) = \alpha J_2 + \lambda \sqrt{J_2} + b I_1 - 1 = 0 \quad (2.20)$$

où λ est fonction de $\cos 3\theta$

$$\lambda = \begin{cases} k_1 \cos \left[\frac{1}{3} a \cos(k_2 \cos 3\theta) \right] & \text{pour } \cos 3\theta \geq 0 \\ k_1 \cos \left[\frac{\pi}{3} - \frac{1}{3} a \cos(k_2 \cos 3\theta) \right] & \text{pour } \cos 3\theta \leq 0 \end{cases} \quad (2.21)$$

Pour ce modèle, le domaine élastique initial est fermé (le béton soumis à une pression hydrostatique répond anélastiquement) et est défini par la surface de plastification sous chargement maximal. Pour la surface de Ottosen la surface de plastification initiale est définie comme suit :

$$f(\sigma) = \rho - k\rho_f = 0 \quad (2.22)$$

où

$$\rho = \sqrt{J_2} \quad (2.23)$$

$$\rho_f = \frac{1}{2a} \left[-\sqrt{2}\lambda + \sqrt{2\lambda^2 - 8a(bI_I - 1)} \right] \quad (2.24)$$

$$k = k(I_1)$$

et où λ est une fonction de forme qui assure la correspondance entre la surface de plastification initiale et la surface de plastification définissant la résistance maximale et est définie par l'équation (2.21). La surface de plastification définie par ce modèle est montrée sur la figure 2.23

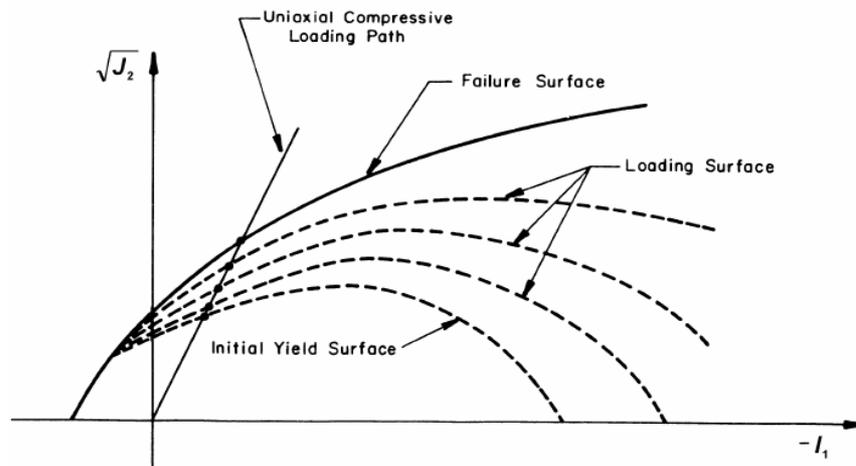


Figure 2.23 Evolution des surfaces de plastification du béton d'après Chen and Han (1988)

2.5.1.2 Règles d'écoulement

La définition d'un modèle constitutif basé sur la plasticité nécessite l'établissement de règles d'écoulement qui définissent la variation d'un ensemble de variables internes. D'intérêt particulier est la règle d'écoulement plastique qui définit

l'orientation de la déformation plastique. La vitesse de déformation plastique est définie comme suit :

$$\dot{\varepsilon}^P = \lambda \frac{\partial}{\partial \sigma} g(\sigma, q) \quad (2.25)$$

où $\dot{\varepsilon}^P$ est la vitesse de déformation plastique, λ est un scalaire positif, q est un ensemble de variables internes et $g(\sigma, q)$ est la fonction potentielle plastique. Typiquement, il est supposé que l'orientation de l'écoulement plastique est normale à la surface de plastification, dans ce cas la fonction potentielle plastique est la fonction de plastification elle-même. Suivant cette supposition d'écoulement associé l'incrément de la vitesse de déformation plastique est défini comme suit :

$$\dot{\varepsilon}^P = \lambda \frac{\partial}{\partial \sigma} f(\sigma, q) \quad (2.26)$$

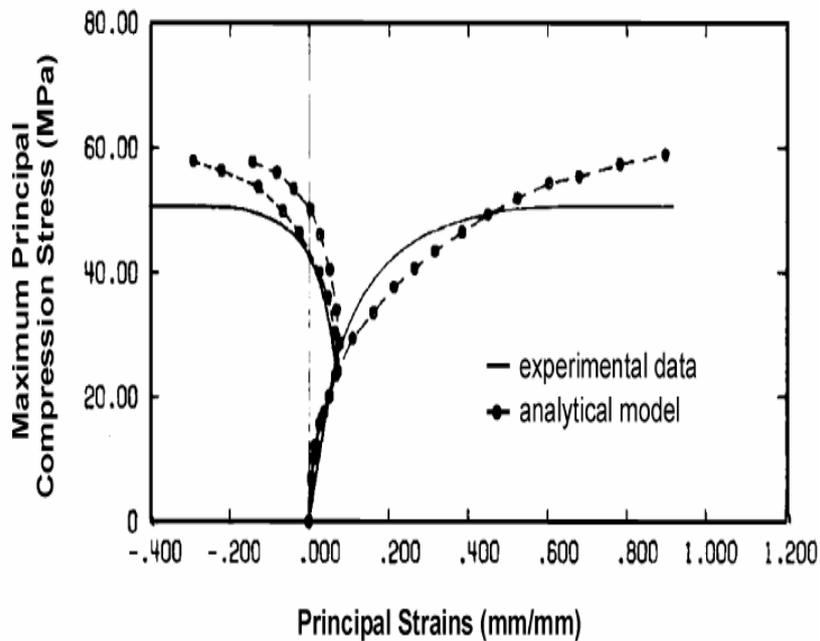


Figure 2.24 Réponse prédite et observée du béton sous compression triaxiale d'après Ohtani and Chen (1988)

Il a été montré que cette supposition d'écoulement associé assure une solution unique pour un problème avec conditions aux limites dans lequel la relation contrainte-

déformation du matériau est parfaitement plastique. De plus, cette supposition résulte en un algorithme tangent symétrique qui améliore considérablement l'efficacité des méthodes numériques. Donc, cette hypothèse d'écoulement associé est théoriquement et numériquement fortement désirable. Des modèles plastiques ont été développés en supposant un écoulement associé [Ohtani and Chen (1988), Salami (1990)]. Ces modèles caractérisent assez correctement la réponse du béton pour un large éventail d'histoires de chargement, voir figure 2.21.

Cependant, les données expérimentales indiquent que l'hypothèse de l'écoulement associé peut ne pas être l'hypothèse la plus appropriée pour caractériser la réponse du béton. Les chercheurs ont noté que le béton montre une dilatance en cisaillement caractérisée par un changement de volume avec distorsion de cisaillement du matériau. Pour des fonctions de plastification typiques cette caractéristique est en contradiction avec l'hypothèse de l'écoulement associé. De plus, les données montrent que le béton soumis à un chargement de compression exhibe un changement de volume non-linéaire, montrant une contraction pour de faibles niveaux de chargement et une dilatation sous de niveaux élevés de chargement. Ces caractéristiques de la réponse du béton peuvent être difficiles à représenter d'après la règle d'écoulement associée. Dans le but d'améliorer la modélisation de la réponse du béton, certains ont proposé des modèles à écoulement non-associé dans lesquels la fonction plastique et le potentiel plastique sont différents. De tels modèles incluent ceux de Han and Chen (1985), Vermeer and de Borst (1984).

Le modèle proposé par Han and Chen (1985) suit la supposition de l'écoulement non associé dans laquelle le potentiel plastique est défini pour capturer la variation dans l'expansion du volume comme suit :

$$g(\sigma, q) = \alpha(k)I_1 + \sqrt{J_2} \quad (2.27)$$

où

$$\alpha(k) = \alpha_1 + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{k_y - k_f} (k - k_y) \quad (2.28)$$

où α_1, α_2 sont des paramètres matériels, k assure la correspondance entre la surface initiale de plastification (k_y) et la surface de plastification sous charge maximale (k_f).

La figure 2.25 montre la réponse contrainte-déformation calculée pour le béton sous chargement biaxial comparée aux données expérimentales.

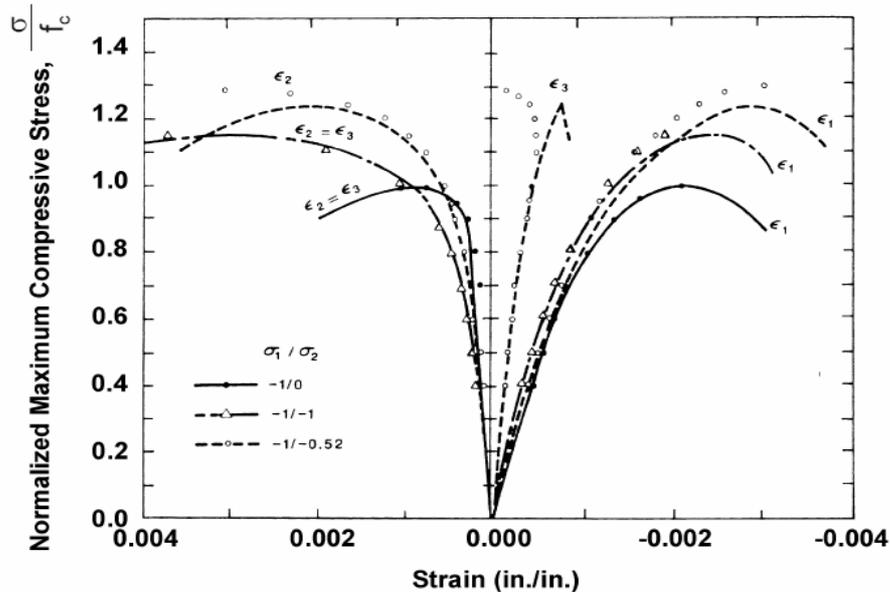


Figure 2.25 Réponse contrainte-déformation du béton prédite et observée du béton soumis à un chargement biaxial d'après Kupfer et al. (1969)

2.5.2 Théorie de l'endommagement

La caractéristique du matériau définissant l'endommagement est la réduction de la rigidité du matériau. Les données expérimentales montrent un endommagement du béton sous charges de traction et à un degré moindre sous charges de compression. Donc, il est approprié d'incorporer l'endommagement du matériau dans les modèles caractérisant la réponse du béton sous chargement variable. La mécanique de l'endommagement continu fournit un moyen de modélisation au niveau macroscopique de l'endommagement du matériau qui se produit au niveau microscopique. Le développement d'un modèle basé sur l'endommagement requiert la définition d'une règle d'endommagement qui caractérise le taux en lequel l'endommagement du matériau s'accumule et l'orientation de l'endommagement. La définition de cette règle

d'endommagement peut aussi inclure la définition d'une surface d'endommagement qui définit un domaine élastique initial. Les nombreux modèles d'endommagement diffèrent dans la définition de la surface d'endommagement et les règles d'endommagement.

Certaines parmi les premières lois constitutives pour les matériaux avec endommagement ont été proposées avec des règles d'endommagement isotropes. L'un de ces modèles est celui proposé par Lemaitre (1986). Ce modèle est basé sur l'hypothèse de la définition d'une contrainte effective qui est plus grande que la contrainte de Cauchy et prend en compte la réduction de l'aire du matériau qui résulte de la micro-fissuration.

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma}{1-D} \quad (2.29)$$

où $\bar{\sigma}$ est la contrainte effective et D est une mesure scalaire positive de l'endommagement du matériau. Dans une seconde hypothèse il est postulé que la déformation du matériau est une fonction de la contrainte effective. La contribution de l'endommagement au potentiel thermodynamique pour l'énergie libre dans le système est explicitement définie par :

$$\psi = \frac{1-D}{2} C : \varepsilon : \varepsilon \quad (2.30)$$

de laquelle il s'ensuit que ($\sigma = \partial_{\varepsilon} \psi$) :

$$\bar{\sigma} = (1-D)C : \tilde{\varepsilon} \quad (2.31)$$

et à partir de laquelle peut être définie une variable interne associée avec l'état d'endommagement. Finalement, une règle d'endommagement est proposée et dans laquelle le taux de l'endommagement accumulé \dot{D} est une fonction puissance de l'état de contrainte. Chaboche (1988) propose un modèle très similaire dans lequel le taux de l'endommagement accumulé est une fonction explicite de la vitesse de déformation. Ces

modèles peuvent être calibrés pour caractériser la réponse du béton soumis à un chargement uniaxial et cyclique. Cependant, ces modèles impliquent qu'un chargement sévère le long d'un axe résulte en une réduction de la résistance du matériau dans n'importe quelle autre direction.

Les données collectées durant les essais sur des composantes en béton armé indiquent que ce modèle n'est pas le plus approprié pour le béton soumis à un chargement cyclique multi-dimensionnel. De plus, ces modèles supposent que l'endommagement est accumulé directement lors du chargement, une hypothèse qui n'est pas supportée par les essais.

Récemment des modèles d'endommagement anisotrope ont été aussi proposés. Ces modèles suggèrent que l'orientation de l'endommagement est une fonction de l'histoire du chargement. Un tel modèle est celui proposé par Rosende and Martin (1984) et dans lequel différentes règles d'endommagement sont proposées pour caractériser l'endommagement dans les modes déviatorique et volumétrique de la réponse. Un tel modèle est attractif étant donné l'effet évident de la pression hydrostatique sur la réponse du béton. Cependant, le calibrage d'un tel modèle sur la base des essais standard peut être difficile. De plus, il n'est pas évident qu'un chargement sévère dans une direction réduise nécessairement la capacité du matériau dans les autres directions.

Une deuxième catégorie de modèles anisotropes est proposée et dans laquelle l'orientation de l'endommagement du matériau est fonction de la direction du chargement. Dans le modèle proposé par Govindjee et al. (1995), une surface de rupture caractérise le domaine initial élastique. Un état de contrainte d'essai, analogue à celui proposé en formulation plastique, en dehors du domaine élastique indique l'initiation de l'endommagement du matériau. Comme pour les modèles isotropes, les auteurs proposent que le potentiel thermodynamique pour l'énergie libre du système inclue l'énergie associée à l'endommagement du matériau :

$$\psi = \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon} : \boldsymbol{D} : \boldsymbol{\varepsilon} + S(\boldsymbol{\alpha}) \quad (2.32)$$

Ici, l'énergie libre associée avec l'endommagement accumulé, n'est pas connue à priori ; aussi, l'hypothèse de la dissipation maximale est relâchée pour les matériaux avec adoucissement

2.5.3 Couplage plasticité-endommagement

Du fait que le béton exhibe à la fois les caractéristiques d'un matériau plastique et d'un matériau avec endommagement, il est approprié de développer des modèles qui incorporent les deux mécanismes de réponse. Dans les années récentes, deux types de modèles élasto-plastique avec endommagement ont été proposés. Certains de ces modèles sont développés sur la base de la théorie de la plasticité et avec l'hypothèse que l'endommagement du matériau est adéquatement défini par la déformation plastique accumulée [Frantziskonis and Desai (1987), Lubliner et al. (1989)]. Le modèle proposé par Lubliner and al (1989) possède les caractéristiques suivantes :

- la forme de la surface de plastification est supposée rester constante et est définie par un critère de Mohr-Coulomb modifié.
- l'évolution du domaine élastique est définie par une règle d'écrouissage qui est calibrée sur la base de données expérimentales.
- la déformation plastique est basée sur une règle d'écoulement associée.
- l'endommagement est supposé isotrope et est défini par une seule variable scalaire, qui est une mesure de l'endommagement accumulé.
- l'endommagement est supposé s'accumuler en fonction de la déformation plastique

$$\dot{\kappa} = \frac{r(\sigma)}{g_t} f_t(\kappa) \dot{\varepsilon}_1^P + \frac{1-r(\sigma)}{g_c} f_c(\kappa) \varepsilon_3^P \quad (2.33)$$

où $\dot{\varepsilon}_1^P$ et ε_3^P sont les déformations en traction et en compression ; $f_t(\kappa)$ et $f_c(\kappa)$ sont les fonctions d'écrouissage pour la réponse du béton en traction et en compression ; g_t est l'énergie de rupture du béton en traction et g_c est une propriété matérielle analogue à g_t mais en compression et $r(\kappa)$ est une fonction de pondération qui caractérise la nature de la réponse traction ou compression.

Ce modèle découle de l'hypothèse que l'endommagement accumulé à cause du chargement en traction post-pic réduira la rigidité du béton en compression ; cependant, des essais sur des éléments en béton armé sous chargement cyclique indiquent que cette hypothèse n'est pas fondée. Ce point a été étudié par Lee and Fenves (1994) à travers l'introduction de plusieurs paramètres d'endommagement qui définissent l'endommagement du béton sous chargement de compression et sous chargement de traction d'une manière indépendante.

Pour la seconde catégorie d'éléments élasto-plastiques avec endommagement, le mécanisme de l'endommagement est indépendant de celui de la plasticité. Pour ces modèles, il est plus approprié de considérer que le domaine élastique est limité par des surfaces d'endommagement et par des surfaces de plastification. Un de ces modèles est celui proposé par Giovinje and Hall (1997). Ce modèle considère un modèle pour caractériser l'endommagement du béton en traction et en cisaillement et un modèle plastique pour caractériser la réponse du béton en compression. De plus, ce modèle a les caractéristiques suivantes :

- modèle d'endommagement anisotrope avec l'orientation de l'endommagement établie par la formation d'une seule fissure fictive qui est perpendiculaire à la direction de la contrainte principale maximale.
- la surface de rupture/endommagement définit une contrainte de traction du béton non endommagé ; l'endommagement commence lorsque la contrainte principale de traction dépasse la résistance à la traction du béton.
- la surface d'endommagement a une règle adoucissante exponentielle avec une accumulation d'endommagement se produisant à travers l'action de la traction et du cisaillement sur la surface de la fissure fictive.
- un modèle avec une seule surface de plasticité et une loi d'écoulement associée.

Ce modèle possède les avantages des modèles anisotropes et à endommagement orienté. De plus le découplage partiel des modes de réponse en plasticité et en endommagement permet une efficacité numérique améliorée en permettant la considération uniquement d'un seul mode de réponse pour les états de contrainte. Il est possible pour les deux surfaces de plastification et d'endommagement d'être actives pour un incrément de

déformation particulier ; Par conséquent, Giovinjee and Hall (1997) proposent un algorithme puissant pour la solution de l'état de contraintes sous cette condition.

2.6 Modélisation des armatures

2.6.1 Schématisation des armatures

Généralement, deux manières principales sont utilisées : discrète et répartie.

Selon la modélisation discrète l'acier est représenté par des éléments qui lui sont propres, ayant un comportement différent de ceux du béton et même une forme différente (élément barre ou poutre) figures 2.26a et 2.26b.

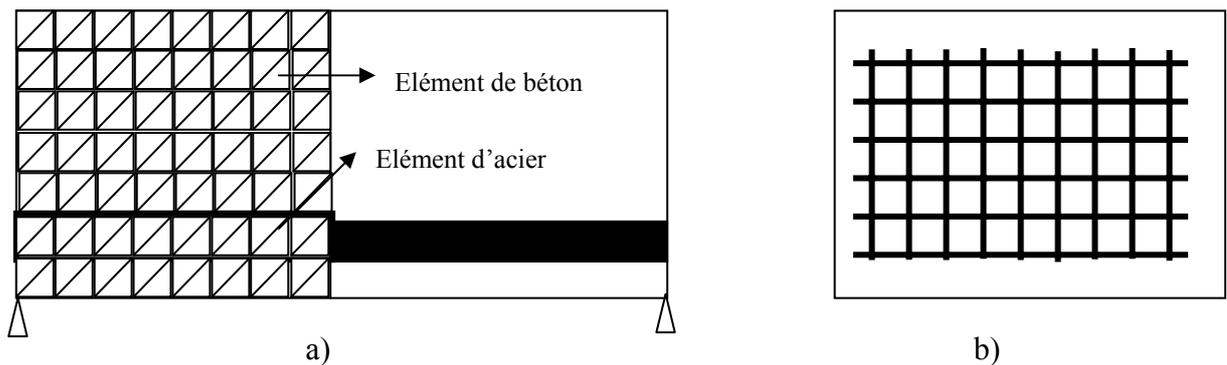


Figure 2.26 Schématisation discrète des armatures

- a) éléments de même type que le béton
- b) éléments barres, éléments poutres

La prise en compte de l'adhérence se fait en doublant les nœuds qui se trouvent sur l'interface des deux matériaux et en ajoutant soit des éléments ressorts entre chaque paire de nœuds soit des éléments de contact sur toute leur interface, voir Ngo and Scordelis (1967). Les caractéristiques mécaniques de ces éléments spéciaux sont fournies par la loi d'adhérence adoptée. A l'endroit où l'armature croise une fissure, peut être introduit l'effet de Goujon.

De cette manière nous obtenons une très bonne approximation de l'interaction des deux matériaux (déplacements relatifs, efforts transmis) qui est parfois le phénomène le plus important à prendre en considération. Cependant, la densification du maillage à cause d'une disposition des armatures denses mais surtout la multiplication des nœuds à cause de la présence des éléments de contact, alourdissement considérablement les calculs.

L'autre alternative consiste à considérer l'acier comme étant un élément ayant une rigidité uniquement axiale suivant la direction des barres et uniformément réparti

dans l'élément. Après fissuration nous pouvons introduire l'interaction acier-béton de façon globale et approximative, en modifiant le comportement de l'un des deux matériaux. Cette représentation est plus facile à mettre en œuvre et permet une économie en termes de programmation mais les effets d'interface ne sont pas pris en compte convenablement.

2.7 Lois constitutives pour les armatures

Contrairement aux propriétés du béton, celles de l'acier ne dépendent pas généralement des conditions environnantes et du temps. Donc, il est suffisant de spécifier une simple relation contrainte-déformation pour définir les propriétés matérielles requises pour l'analyse des structures en béton armé.

Les relations contrainte-déformations typiques pour les armatures sont obtenues à partir d'essais de traction sur des coupons d'acier. Pour les applications pratiques, il est admis que le comportement de l'acier en traction est similaire à celui en compression. Du fait que l'acier est utilisé en béton armé sous forme de barres, il n'est pas nécessaire d'utiliser des modèles tridimensionnels complexes pour l'acier. La loi contrainte-déformation comporte : une partie élastique, un plateau d'écoulement, une phase de raidissement où la contrainte croît avec la déformation et enfin une phase de décroissance de la contrainte jusqu'à la rupture. L'étendue du plateau d'écoulement est fonction de la résistance à la traction de l'acier.

Généralement deux types de modèles sont utilisés : un modèle élasto-plastique parfait et un modèle élasto-plastique avec écrouissage et sont schématisés sur les figures

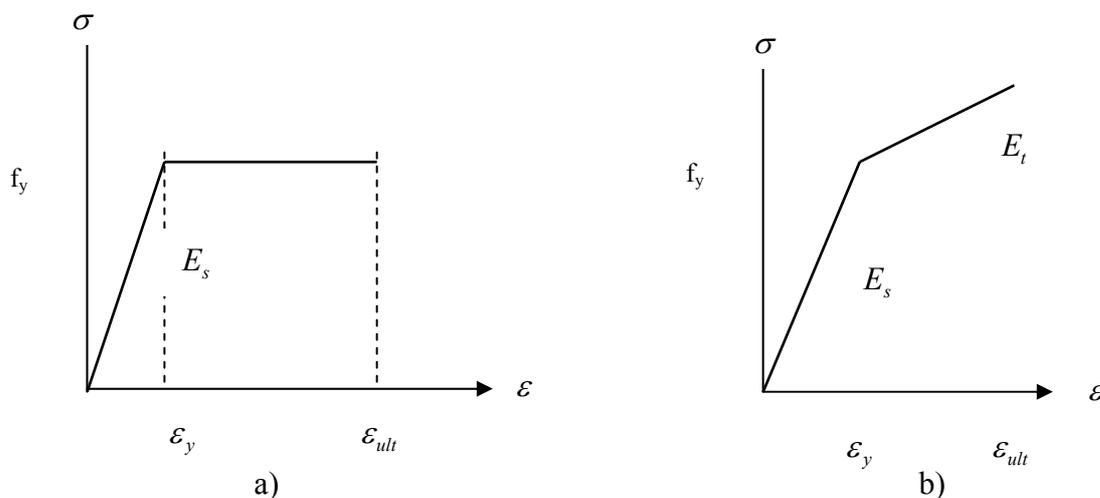


Figure 2.27 a) modèle élasto-plastique parfait b) modèle avec écrouissage

Conclusions :

De ce qui précède, il ressort que le béton est un matériau ayant un comportement extrêmement complexe et qu'un grand nombre de paramètres et de variables doit être déterminé à partir des essais sous différents états de chargement. De plus, les données montrent que la réponse du béton est contrôlée par des mécanismes d'endommagement qui sont reflétés par la réduction des modules du matériau sous chargement sévère ainsi que par un mécanisme plastique résultant de la déformation plastique accumulée lors du déchargement. Les données montrent que le comportement du béton dépend de l'état de contrainte multidimensionnel, de l'histoire du chargement et de la vitesse de chargement.

Les résultats expérimentaux montrent une grande variation dans la réponse mesurée. Cette variation peut être attribuée d'une part aux méthodes d'essais utilisées par les différents chercheurs mais aussi aux conditions des essais (température, humidité), aux propriétés des matériaux constituant le béton. Cette variation des données expérimentales suggère qu'un modèle approprié de béton doit être capable de prédire les caractéristiques fondamentales du béton et non pas certains résultats d'essais spécifiques.

En dernier lieu, les données expérimentales suggèrent qu'un modèle analytique hautement sophistiqué est requis pour simuler le comportement du béton sous toutes les histoires de chargement possibles. Un tel modèle peut cependant s'avérer non pratique et numériquement non faisable. Pour cette raison, Gerstle et al. (1980) proposent de combiner simplicité et précision pour la prédiction de la réponse du modèle.

Chapitre 3

Théorie des explosions

3.1 Introduction

Pour bien comprendre le comportement des structures en béton armé sous l'action de charges explosives résultant d'actions militaires ou autres, la nature et la physique des explosions et la création d'une onde explosive et les réflexions à partir d'une bombe doivent être pleinement comprises. Quand une onde d'explosion frappe une surface de béton, une onde de choc se propage à travers le béton. Il existe deux grandes théories pour décrire la réponse, les méthodes Eulerienne et Lagrangienne. Dans la formulation Eulerienne, une référence fixe dans l'espace est choisie et les mouvements sont déterminés par rapport à cette région, la théorie de l'onde de choc est basée sur la conservation de la masse, du mouvement et de l'énergie. Quand l'onde de choc est étudiée d'après la méthode de Lagrange, avec une référence mobile, la théorie des ondes explosives est basée sur l'équation classique de l'équation de mouvement de l'onde avec considération des conditions de compatibilité et d'équilibre.

3.2 Mécanisme de l'explosion

3.2.1 Le processus d'explosion

En général, une explosion est un phénomène résultant d'une libération soudaine et rapide d'une grande quantité d'énergie. Les explosifs conventionnels tels que trinitrotulene (TNT) dépendent du réarrangement de leurs atomes alors que les explosions nucléaires résultent de la libération d'énergie constituant les protons et les neutrons au sein des noyaux atomiques. Pour les matériaux inflammables, l'énergie est principalement due aux réactions chimiques. Les matériaux explosifs peuvent être classés en fonction de leur état physique : solide, liquide ou gazeux. Les explosions solides sont principalement des explosifs forts pour lesquels les effets de souffle sont les mieux connus. D'autres matériaux dits explosifs faibles ont une variation de leur

pression qui dépend de leur structure moléculaire, l'explosion de ces matériaux est incomplète et une partie seulement de la masse explosive est concernée par le processus de détonation. La partie de la masse restante est normalement consommée par la déflagration avec pour résultat une dissipation sous forme d'énergie chimique du matériau, ce qui peut provoquer des incendies.

L'onde de choc est générée quand l'atmosphère entourant l'explosion est poussée vers l'arrière par les gaz très chauds provenant de la source d'explosion. Les ondes se propagent vers l'extérieur à partir du point central, une fraction de seconde après l'explosion. Le front de l'onde appelé le front de choc peut être assimilé à un mur constitué d'air hautement comprimé et a une surpression beaucoup plus grande que celle ayant lieu dans une région derrière. Le pic de la surpression décroît rapidement au fur et à mesure que le souffle se propage vers l'avant. Après un laps de temps, la pression derrière le front peut descendre en dessous de la pression atmosphérique.

3.3 Ondes des explosions et réflexions

3.3.1 Ondes des explosions

Une onde de choc résultant d'une détonation d'explosion en plein air est appelée une onde de choc en plein air ou tout simplement une onde d'explosion. L'environnement de l'explosion sera différent en fonction du lieu où a eu lieu l'explosion. Dans le cas d'une explosion en plein air, quand l'onde d'explosion touche le sol, elle sera réfléchiée. L'onde réfléchiée fusionnera avec l'onde incidente et un front Mach sera créé comme indiqué sur la fig.2.1 Le point où les trois ondes se rencontrent - onde incidente, onde réfléchiée et le front mach- est appelé le point triple.

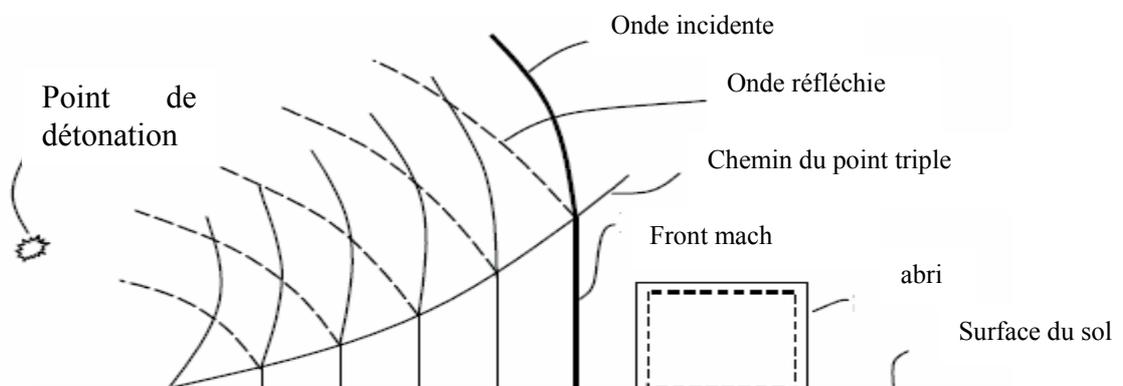


Figure 3.1 Explosion au dessus de la surface du sol

Dans le cas d'une explosion au niveau du sol, la réflexion a lieu instantanément au niveau du sol et une onde de choc est créée ; ceci est appelé une onde de choc à la surface du sol, figure 3.2. A une distance courte de l'explosion, l'onde de front peut être approchée par une onde plane.

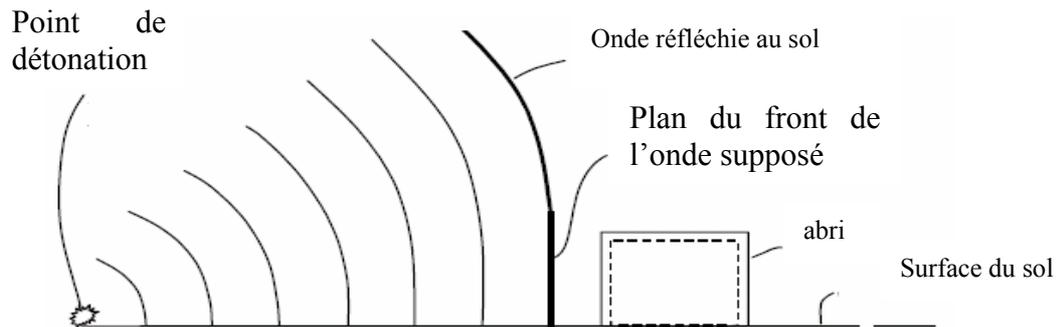


Figure 3.2 Explosion à la surface du sol

La courbe temporelle de la pression est constituée de deux parties distinctes, une partie positive et une partie négative. Dans la phase positive, la sur pression maximale P_S^+ augmente instantanément et décroît vers la pression atmosphérique P_0 pendant un temps. L'impulsion positive, est l'aire sous la partie positive de la courbe pression-temps. Pour la phase négative, la pression négative maximale, a une amplitude beaucoup plus petite que la sur pression maximale. La durée de la phase négative, est plus importante comparativement à la phase positive. L'impulsion négative, est l'aire en dessous la phase négative de la courbe pression-temps. La phase positive est en générale beaucoup plus intéressante dans les études des effets des ondes des explosions sur les structures en béton en raison de la très haute amplitude de la sur pression et de l'impulsion concentrée, cependant certaines études ont montré que l'effet de la phase négative n'est pas à négliger complètement.

La courbe temporelle de la pression peut être approchée par la forme exponentielle suivante, figure 3.3, décrite pour la première fois par Frielander (1939), d'après Bulson (1997).

$$P(t) = P_0 + P_s^+ \left(1 - \frac{t}{T^+} \right) e^{-bt/T^+} \tag{3.1}$$

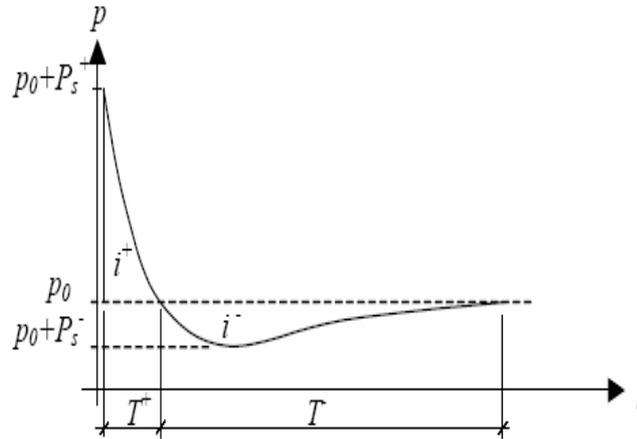


Figure 3.3 forme exponentielle de l'explosion

Où $P(t)$ est la surpression au temps t , et T^+ (la durée positive) est le temps requis par la pression pour retourner à la pression atmosphérique. En choisissant différentes valeurs pour la constante b , plusieurs courbes distinctes peuvent être obtenues. Le pic de la pression, dépend de la distance de la charge et du poids des explosifs. De plus, si le pic de pression, l'impulsion positive et la durée de la phase positive sont connus, alors la constante b peut être déterminée, et la courbe pression-temps sera connue.

L'équation (3.1) est souvent remplacée par une courbe de forme triangulaire simplifiée, équation (3.2), figure 3.4, voir Bulson (1997).

$$P(t) = P_{\max} \left(1 - \frac{t}{T^+} \right) \tag{3.2}$$

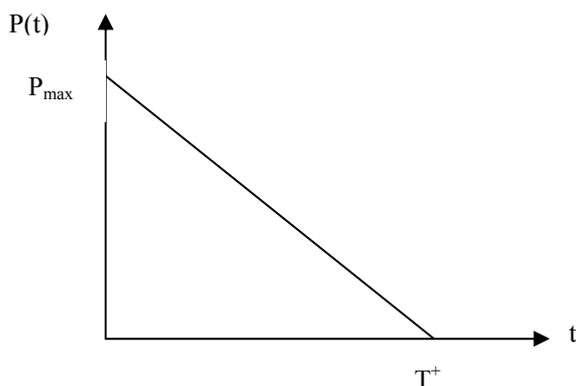


Figure 3.4 forme triangulaire simplifiée

Le paramètre \mathbf{b} est important pour l'extension de la zone de la phase négative dans la distribution exponentielle de l'équation (3.1). Si le paramètre \mathbf{b} est inférieur à \mathbf{un} la phase négative sera importante alors que si \mathbf{b} est supérieur à \mathbf{un} la phase négative devient insignifiante.

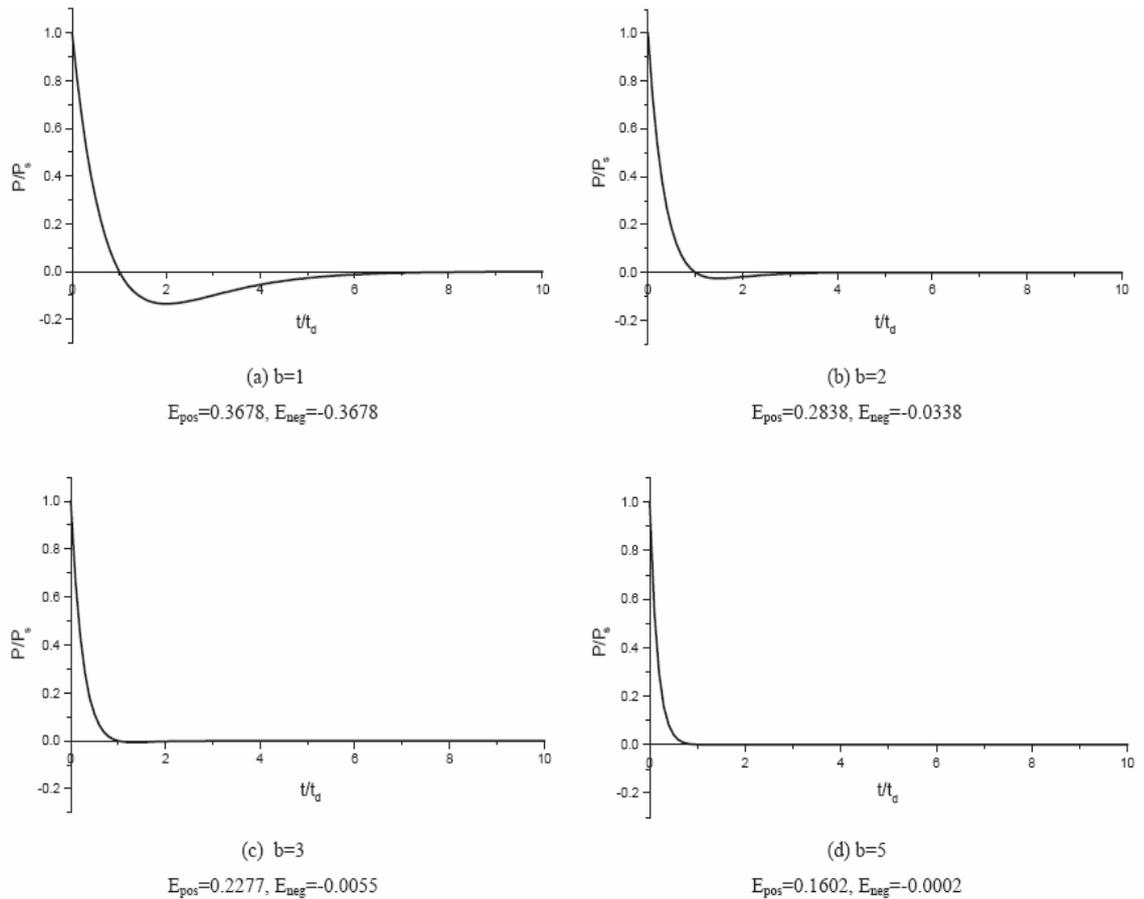


Figure 3.5 Distribution exponentielle de la pression due à une explosion en fonction de la valeur de \mathbf{b}

Baker et al (1973) donnent un graphe de \mathbf{b} en fonction de Z où il est montré que le paramètre \mathbf{b} varie entre 0.1 et 10. La figure 3.5 illustre la manière dont varie la forme de la distribution exponentielle en fonction de \mathbf{b} et donne les valeurs négative et positive des surfaces de pression. Les valeurs $\mathbf{b} = 1, 2$ et 3 ont été utilisées pour les formes indiquées sur les figures 3.5a, 3.5b et 3.5c respectivement. La valeur $\mathbf{b} = 1$ est une valeur moyenne raisonnable correspondant à une surface de pression positive égale à la surface

de pression négative. La forme exponentielle ainsi que la valeur $b = 1$ sont bien justifiées par le travail expérimental de Jacinto et al. [16]

Les explosifs conventionnels puissants ont tendance à produire différentes magnitudes de la pression de pic. Ceci résulte en des environnements produits par ces produits chimiques, différents les uns des autres. Dans le but d'avoir une base de comparaison les divers explosifs sont comparés à leurs valeurs équivalentes en TNT, qui peuvent être trouvées dans la littérature, comme dans [Krauthammer 2000], avec l'intervalle de la pression pour divers explosifs.

Un facteur de proportionnalité est introduit, la première fois par Hopkinson (1915). Avec ce paramètre noté Z dans l'équation (3.3), il est possible de calculer l'effet de détonation d'une explosion conventionnelle ou nucléaire aussi longtemps que le poids équivalent en TNT de la charge est connu.

$$Z = \frac{R}{W^{1/3}} \text{ (m/kg}^{1/3}\text{)} \quad (3.3)$$

où R est la distance à partir de la détonation et W est le poids équivalent en TNT. Dans le tableau ci dessous sont montrées certaines valeurs de la surpression en MPa.

R\W	100 kg TNT	500 kg TNT	1 ton TNT	2 ton TNT
1 m	165.8	345.5	464.5	602.9
2.5 m	34.2	89.4	130.8	188.4
5 m	6.65	24.8	39.5	60.19
10 m	.85	4.25	8.15	14.7
15 m	.27	1.25	2.53	5.01
20 m	.14	.54	1.06	2.13
25 m	.09	.29	.55	1.08
30 m	.06	.19	.33	.63

Table 1. Sur- pressions réfléchies avec différentes combinaisons de W-R TMM-1300 (1991)

Des équations empiriques ont été proposées pour prédire les surpressions à partir des explosions à différentes distances. Brode (1987) a été l'un des premiers à proposer une équation empirique que lie la surpression à la distance Z et qui est donnée par :

$$P_{\max} = \frac{6.7}{Z^3} + 1 \quad \text{bar} \quad \text{pour } P_{\max} \geq 10 \text{ bars} \quad (3.4a)$$

$$P_{\max} = \frac{0.975}{Z} + \frac{1.455}{Z^2} + \frac{5.85}{Z^3} - 0.019 \quad \text{bar} \quad \text{pour } 0.1 \text{ bar} \leq P_{\max} < 10 \text{ bars} \quad (3.4b)$$

Naumyenk & Petrovshyi (1956) ont proposé quelque chose de similaire :

$$P_{\max} = \frac{10.7}{Z^3} - 1 \quad \text{kp/cm}^2 \quad \text{pour } Z \leq 1 \quad (3.5a)$$

$$P_{\max} = \frac{0.76}{Z} + \frac{2.55}{Z^2} + \frac{6.5}{Z^3} \quad \text{kp/cm}^2 \quad \text{pour } 1 \leq Z \leq 15 \quad (3.5b)$$

Henrych (1979) a divisé la surpression en trois parties :

$$P_{\max} = \frac{14.072}{Z} + \frac{5.540}{Z^2} - \frac{0.357}{Z^3} + \frac{0.00625}{Z^4} \quad \text{bar} \quad \text{pour } 0.05 \leq Z < 0.3 \quad (3.6a)$$

$$P_{\max} = \frac{6.194}{Z} - \frac{0.326}{Z^2} + \frac{2.132}{Z^3} \quad \text{bar} \quad \text{pour } 0.3 \leq Z \leq 1 \quad (3.6b)$$

$$P_{\max} = \frac{0.662}{Z} + \frac{4.05}{Z^2} + \frac{3.288}{Z^3} \quad \text{bar} \quad \text{pour } 1.0 \leq Z \leq 10 \quad (3.6c)$$

Mills (1987) a proposé :

$$P_{\max} = \frac{1772}{Z^3} - \frac{114}{Z^2} + \frac{108}{Z} \quad KPa \quad (3.7)$$

La surpression peut être convertie en une pression réfléchie suivant l'équation donnée par Mills (1987) :

$$Pr_{\max} = \frac{2P_{\max}(710 + 4P_{\max})}{710 + P_{\max}} \quad KPa \quad (3.8)$$

En plus des formules mentionnées plus haut, il existe aussi des graphes qui permettent l'estimation de la pression pour une distance Z donnée, voir Low and Hao (2001). Toutes ces formules donnent des estimations proches avec de légères variations. Cependant, pour une distance Z très petite ou très grande, la valeur pic de la pression réfléchie prédite par ces formules empiriques peut différer considérablement. Ceci est dû au fait qu'il y a beaucoup d'incertitudes dans les essais des explosions et que le processus d'explosion est très instable et difficile à répéter.

3.3.2 Réflexion des ondes des explosions

Quand une onde d'explosion frappe une surface qui n'est pas parallèle à la direction de propagation, une réflexion de l'onde d'explosion se produit. La réflexion peut être une réflexion normale ou une réflexion oblique. Il y a deux types de réflexion oblique, réflexion régulière ou bien de Mach. Le type de réflexion dépend de l'angle d'incidence et de la résistance du choc.

3.3.2.1 Réflexion normale

Une réflexion normale se produit quand l'onde de l'explosion frappe perpendiculairement à la surface, comme indiqué sur la figure 3.6.

Le milieu a une vitesse de particule, U_x , avant que l'onde de choc incidente, ne traverse le milieu ; Après le passage la vitesse de la particule croît jusqu'à U_p . De plus, la surpression augmente de p_x à p_y (p_x est appelée la surpression atmosphérique), la température augmente de T_x à T_y , et la vitesse sonique augmente de a_x à a_y (a_x est approximativement 340 m/s à l'air libre).

Quand une onde d'explosion touche une surface rigide, la direction sera décalée immédiatement, et, avec comme conséquence, les particules à la surface possèdent une vitesse relative par rapport à celles loin de la surface encore en mouvement. Cette vitesse relative est égale en magnitude mais de sens opposé à la vitesse de la particule originale et donne naissance à un front de choc se déplaçant vers l'arrière à travers l'air ; le choc réfléchi U_r . Cependant, du fait que les conditions de l'air ont changé, le choc réfléchi aura des propriétés différentes. La surpression réfléchie croîtra jusqu'à p_r , la température augmentera jusqu'à T_r et la vitesse sonique sera a_r .

Pour les ondes de choc il est d'usage courant de décrire la vitesse comme un nombre Mach, qui est défini comme étant la vitesse actuelle (du front de choc) dans le milieu divisée par la vitesse sonique du milieu stable. Par exemple, le front de choc aura une vitesse avec un nombre Mach M_r dans l'air qui a eu une vitesse avec M_x lors du choc incident.

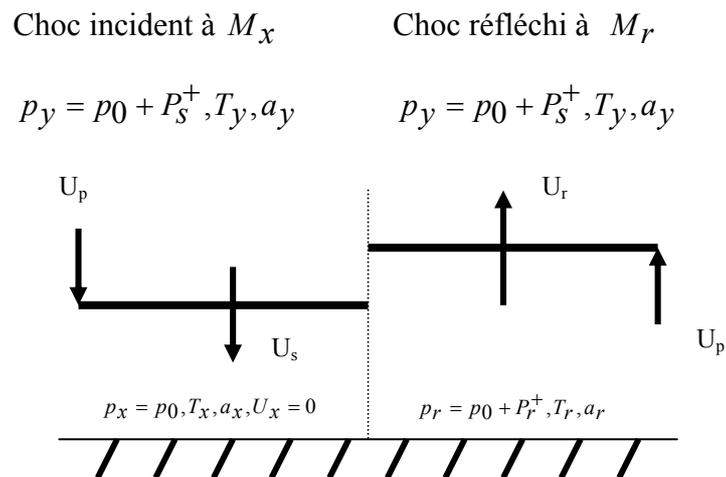


Figure 3.6 Réflexion normale dans l'air à partir d'un mur rigide

Les propriétés de l'onde d'explosion réfléchie peuvent être décrites comme étant le rapport de la surpression réfléchie à la surpression sur l'onde d'explosion incidente. Il peut être démontré que pour un gaz idéal avec une constante spécifique du gaz de 1.4, le coefficient de réflexion est d'après Baker (1973) :

$$A = \frac{p_r - p_s}{p_y - p_s} = \frac{8M_x^2 + 4}{M_x^2 + 5} \quad (3.9)$$

De l'équation (3.9) il ressort que pour un front de choc avançant avec M_x égale à un, à la vitesse sonique, le coefficient de réflexion sera égal à deux. Avec l'augmentation de la vitesse du front de choc, M_x , le coefficient de réflexion se rapproche de 8. Ceci est cependant vrai uniquement pour un gaz idéal ayant une constante spécifique de 1.4. Dans une onde d'explosion réelle, la constante spécifique n'est pas constante et le coefficient dépend de la pression. ; Voir Johanssen (2000). Le coefficient de réflexion croît avec l'augmentation de la pression.

3.3.2.2 Réflexion régulière

Dans une réflexion régulière l'onde d'explosion possède un choc incident à M_x avec un angle β et une réflexion se produit. Le choc réfléchi à M_r a un angle δ comme indiqué sur la figure 3.8. Généralement, l'angle d'incidence n'est pas égal à l'angle de réflexion. Les conditions de l'air devant le choc incident (région 1) sont encore à la pression p_x et à la température. Derrière le choc incident (région 2), les conditions de l'air sont les mêmes que celles d'un choc à l'air libre, avec une pression p_y et une température T_y . Les conditions de l'air à partir de la zone réfléchie (Région 3) ont la pression p_r et la température T_r .

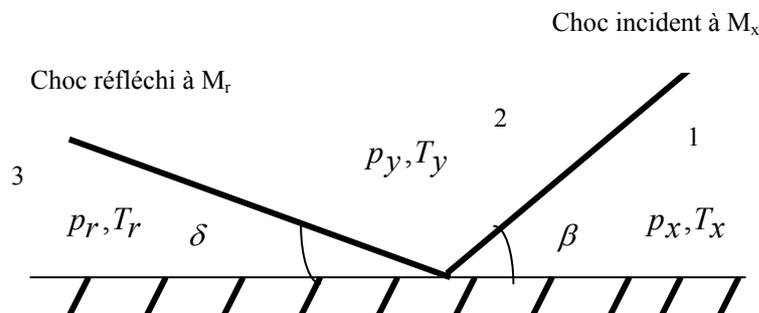


Figure 3.8 Réflexion oblique Baker (1973)

3.3.2.3 Formation du front Mach

Il y a un angle critique qui dépend de la résistance du choc, où une réflexion oblique ne peut avoir lieu. D'après Baker (1973), Ernest Mach (Mach et Sommer 1877) ont montré que le choc incident et le choc réfléchi coalescent pour former un troisième front de choc. Le front de choc crée est appelé le front de Mach qui se déplace approximativement de manière parallèle à la surface du sol comme indiqué sur la figure 3.9 avec l'augmentation de la hauteur du front de choc. Le point où les trois fronts de choc se rencontrent s'appelle le point triple. Le front de Mach et le chemin du point triple sont aussi indiqués sur la figure 2.1.

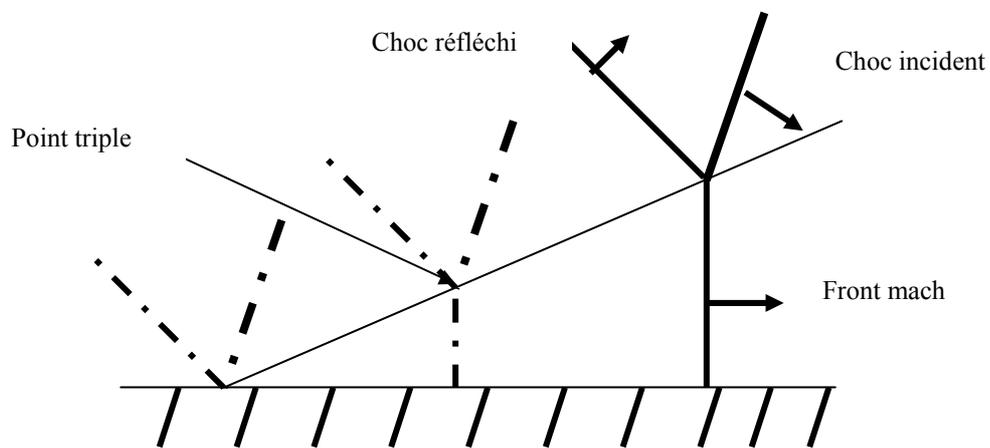


Figure 3.9 Formation du front de Mach

3.4 Ondes de contraintes, réflexions et transmissions

3.4.1 Ondes de contraintes

Quand un élément en béton est soumis à un chargement dynamique, une onde de contrainte se propage au sein de cet élément. L'onde de contrainte se propage dans les directions verticale et horizontale dans la structure. En utilisant des lois constitutives ainsi que les conditions d'équilibre et de compatibilité, l'équation classique de l'onde à une dimension pour les matériaux élastiques peut être dérivée ; voir figure 3.10. Dans les structures réelles quand l'onde d'explosion ou les fragments frappent le béton, le comportement du béton sera loin d'être élastique et l'équation élastique de l'onde n'est

plus valide. Cependant, l'hypothèse de l'élasticité pour l'équation classique de l'onde illustre certains phénomènes pour le béton sous charges dynamiques.

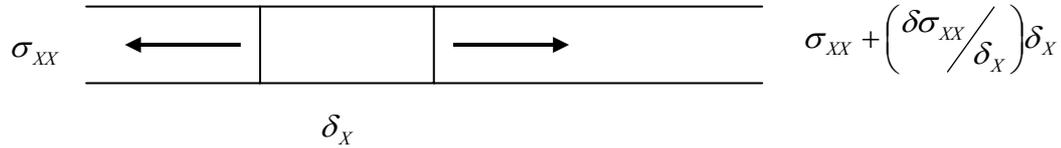


Figure 3.10 Modèle de propagation de l'onde élastique

D'après la seconde loi de Newton, l'équation de mouvement, $\sum F = ma$, donne :

$$A \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} \delta x = \rho A \delta x \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.10)$$

où : ρ est la densité, A l'aire de la section transversale et u le déplacement. En utilisant la loi de Hooke pour la contrainte $\sigma_{xx} = E \varepsilon_{xx}$ et la définition $\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}$ pour la déformation, l'équation classique de l'onde unidimensionnelle peut être dérivée comme suit :

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = E \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (3.11)$$

et l'onde se propage avec une vitesse de :

$$c_0 = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (3.12)$$

pour le béton normal l'onde se propage avec une vitesse de 3500 m/s .

La solution de l'équation différentielle est :

$$u = F(c_0t - x) + f(c_0t + x) \quad (3.13)$$

où F et f sont des fonctions arbitraires dépendant des conditions initiales. La propagation de l'onde est décrite par F dans la direction x positive et par f dans la direction x négative.

En considérant une propagation de l'onde dans la direction x négative, il peut être démontré, voir Krauthammer (2000), que la vitesse de la particule est :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\sigma_{xx}}{\rho c} \quad (3.14)$$

La vitesse de la particule est proportionnelle à la contrainte et inversement proportionnelle à l'impédance acoustique qui représente la résistance à la propagation de l'onde, où la masse et la rigidité sont les paramètres qui déterminent la vitesse de la particule dans le milieu. En utilisant ce modèle, une comparaison entre le béton et l'acier montre que la vitesse de la particule est approximativement 4 à 5 fois plus élevée pour le béton que pour l'acier.

Dans l'espace tridimensionnel, l'onde de contrainte se propage plus rapidement dans la direction longitudinale. Pour le béton l'onde de contrainte se propage dans la direction transversale avec une vitesse égale à approximativement 60% de celle dans la direction longitudinale. Avec la théorie tridimensionnelle des ondes, d'après Geradin et Rixen (1994), la vitesse longitudinale de la particule, devient :

$$C_L = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)\rho}} \quad (3.15)$$

et la vitesse transversale de la particule, devient :

$$C_L = \sqrt{\frac{(1-2\nu)}{2(1-2\nu)}} \quad (3.16)$$

Pour un béton normal avec $E=29$ GPa, $\nu = 0.2$ and $\rho = 2400 \frac{Kg}{m^3}$ l'onde se propage dans la direction longitudinale avec une vitesse approximative de 3690 m/s, et dans la direction transversale avec une vitesse approximative de 2660 m/s.

3.4.2 Réflexion et transmission des ondes unidimensionnelles

Quand une onde de contrainte atteint un milieu à partir d'un autre milieu, l'onde initiale sera réfléchiée et sera transmise à la frontière entre ces deux milieux. Les amplitudes et les vitesses des ondes transmises et réfléchiées dépendent du milieu. L'onde de contrainte peut se propager sous forme d'une onde de compression ou de traction.

Par exemple, une onde de contrainte de compression dans le béton qui se propage sera réfléchiée à la frontière. Si la frontière est de l'air, l'onde de contrainte réfléchiée sera égale à l'onde de contrainte incidente mais avec un signe opposé. Ceci implique que l'onde réfléchiée se propagera comme une onde de traction, du fait que le comportement du béton en traction est médiocre ; l'onde réfléchiée peut provoquer l'écaillage.

La théorie de l'onde de contrainte unidimensionnelle explique ce type de phénomène ; un modèle pour cette théorie est montré sur la figure 3.11

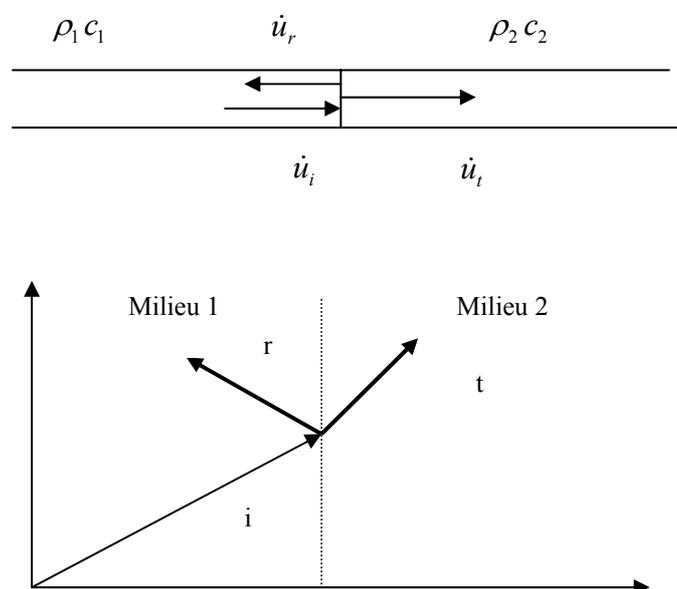


Figure 3.11 Réflexion et transmission des ondes de contrainte unidimensionnelles où i est l'onde incidente, r l'onde réfléchiée et t est l'onde transmise, Krauthammer (2000)

Les impédances acoustiques (ρc) peuvent être utilisées pour caractériser le milieu. Pour l'air, l'impédance acoustique est approximativement égale à zéro.

En utilisant les conditions d'équilibre et de compatibilité à la frontière, il peut être démontré, voir Krauthammer (2000), que :

$$r_{\sigma} = \frac{I_2 - I_1}{\Sigma I} \quad r_{\dot{u}} = \frac{I_1 - I_2}{\Sigma I} \quad (3.17)$$

$$t_{\sigma} = \frac{2I_2}{\Sigma I} \quad t_{\dot{u}} = \frac{2I_1}{\Sigma I}$$

Où, t_{σ} et $t_{\dot{u}}$ sont des scalaires qui décrivent les changements dans les amplitudes transmises et réfléchies des contraintes et des vitesses, $I_1 = \rho_1 c_1$ et $I_2 = \rho_2 c_2$

Par définition :

$$r_{\sigma} \equiv \frac{\sigma_r}{\sigma_i} \quad r_{\dot{u}} \equiv \frac{\dot{u}_r}{\dot{u}_i} \quad (3.18)$$

$$t_{\sigma} \equiv \frac{t_r}{t_i} \quad t_{\dot{u}} \equiv \frac{\dot{u}_t}{\dot{u}_i}$$

où : σ_i contrainte initiale, σ_r contrainte réfléchie, σ_t contrainte transmise.

: \dot{u}_i vitesse initiale, \dot{u}_r vitesse réfléchie, \dot{u}_t vitesse transmise.

A partir d'une onde d'explosion, une onde de contrainte de compression se propage à travers l'élément du béton. Quand l'onde atteint la face arrière de la construction, à l'air libre, avec une impédance acoustique presque nulle, d'après l'équation (3.17), il peut être observé que la contrainte réfléchie sera égale à la contrainte initiale; elle sera

réfléchi comme une onde de traction, mais avec la même vitesse. La contrainte transmise sera nulle avec une vitesse double.

Si l'onde de contrainte atteint une extrémité fixe, la même contrainte sera réfléchi sur la limite avec la même vitesse et la même magnitude mais avec un signe opposé.

3.5 Ondes de choc

En choisissant une référence fixe dans l'espace (le front de choc), où les mouvements du matériau sont dérivés par rapport à cette région, les équations de l'onde de choc fondamentales, connues aussi sous le nom d'équations de Rankine-Hugoniot, sont dérivées à partir des équations de conservation de la masse, du mouvement et de l'énergie du milieu. Soit le modèle unidimensionnel de la figure 3.12, où le matériau se déplace avec une vitesse U_0 vers le front de choc et possède une vitesse U_1 après avoir dépasser le front de choc. La pression est P_0 et la densité est ρ_0 avant que le matériau n'atteigne le front de choc, et la pression est P_1 et la densité est ρ_1 après le passage.

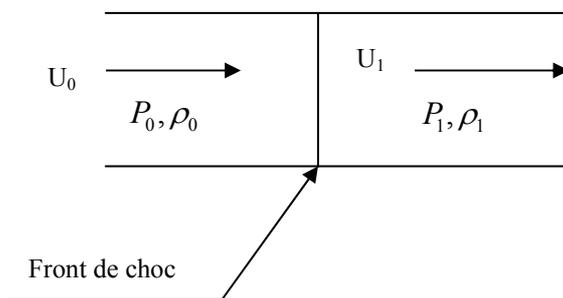


Figure 3.12 Modèle pour les ondes de choc unidimensionnelles

Considérons la conservation de l'écoulement de la masse par unité de temps et de surface dans le modèle de la figure 3.12. Elle peut être exprimée aux temps t_0 et t_1 comme suit :

$$m = \rho_0 U_0 A \Delta t = \rho_1 U_1 A \Delta t \Leftrightarrow \rho_0 U_0 = \rho_1 U_1 \quad (3.20)$$

En supposant que la conservation du moment de la masse fois le changement de la vitesse est égale à l'impulsion des forces extérieures. En utilisant l'équation 3.20 la conservation du moment de la masse peut être dérivée comme :

$$m(U_0 - U_1) = P_1 - P_0 \quad (3.21)$$

où m est l'écoulement de la masse par unité de temps et de surface. Le changement dans l'énergie interne et dans l'énergie cinétique est égal au travail fait par les forces externes. Il peut être démontré (voir Baker (1973)) que la conservation de l'énergie par unité de masse peut être exprimée par :

$$E_1 - E_0 = \frac{1}{2}(P_1 + P_0) \left(\frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho_1} \right) \quad (3.22)$$

Les équations (3.20), (3.21) et (3.22) sont celles de Rankine-Hugoniot. La courbe de Hugoniot exprime la relation existante entre la pression et le volume comme indiqué sur la figure 3.13. Cependant, l'état du matériau est décrit par un saut discontinu d'un état à un autre, connu sous le nom de ligne de Rayleigh.

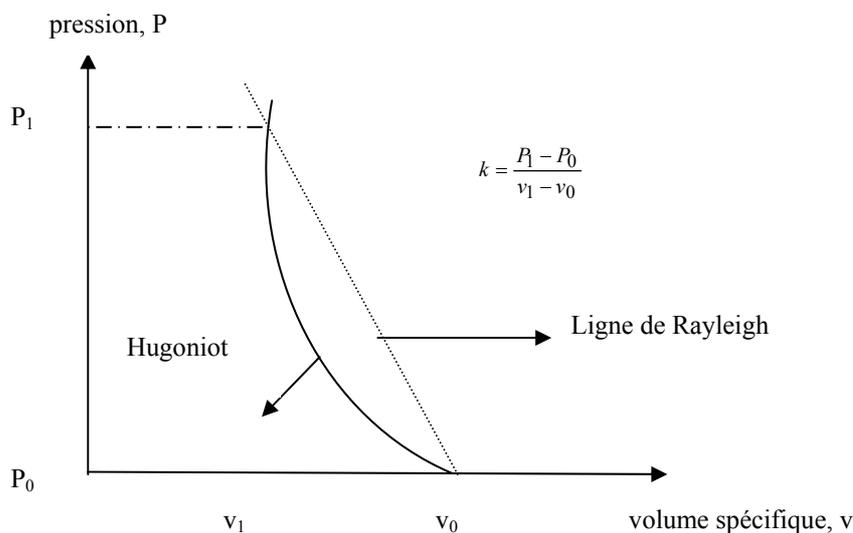


Figure 3.13 Courbe de Hugoniot et ligne de Rayleigh, k est la pente de la ligne de Rayleigh

Chapitre 4

Choix et présentation du code de calcul**4.1 Introduction**

ABAQUS est un ensemble de programmes puissants, basé sur la méthode des éléments finis, pour la simulation des divers problèmes rencontrés en engineering, capable de résoudre un large éventail de problèmes allant des analyses linéaires les plus simples aux problèmes non linéaires les plus complexes. ABAQUS contient une très riche bibliothèque d'éléments qui peut virtuellement modéliser n'importe quelle géométrie. Il a aussi une large bibliothèque de lois de comportement allant des plus simples aux plus sophistiquées et qui peut simuler le comportement de pratiquement tous les matériaux typiques en engineering tels que le béton, l'acier, le caoutchouc, les polymères, les composites, et les sols. Conçu comme un programme général de simulation, ABAQUS peut être utilisé non seulement pour l'étude des problèmes de structures mais aussi pour la simulation d'autres problèmes tels que le transfert de chaleur, la diffusion de la masse, l'analyse thermique électrique couplée et la mécanique des sols.

Les trois modules essentiels d'ABAQUS sont :

ABAQUS/standard

ABAQUS/standard est un module d'analyse général qui peut résoudre un large éventail de problèmes linéaires ou non linéaires impliquant la réponse statique, dynamique, thermique et électrique des composantes.

ABAQUS/Explicit

ABAQUS/Explicit est un module d'analyse spécial qui utilise une formulation par éléments finis dynamique explicite. Il est bien adapté pour la modélisation d'événements dynamiques brefs et transitoires tels que les problèmes impulsifs et ceux des explosions, et il est aussi très efficace pour les problèmes fortement non linéaires impliquant le changement des conditions de contact.

ABAQUS/CAE

ABAQUS/CAE est un module d'interface graphique interactif. Il permet la création facile et rapide de modèles, l'affectation des propriétés physiques et matérielles, le maillage, l'analyse, la visualisation et l'interprétation des résultats.

4.2. Aperçu sur la dynamique explicite

La procédure dynamique explicite peut être un moyen très effectif pour la solution d'une grande variété de problèmes non linéaires. Elle est souvent complémentaire à une analyse implicite. Les caractéristiques d'un schéma explicite et d'un schéma implicite sont discutées ci-dessous :

- Les méthodes explicites requièrent un intervalle de temps très petit qui dépend exclusivement de la fréquence fondamentale du système qui est indépendante du type et de la durée du chargement. Les simulations nécessitent généralement entre 10000 jusqu'à 1000000 d'incréments mais le coût de calcul par incrément est relativement petit.
- Les méthodes implicites ne limitent pas la taille de l'incrément de temps ; la taille de l'incrément est généralement déterminée à partir de considérations de convergence et de précision. Les simulations implicites utilisent moins d'incréments que les simulations explicites, Cependant, du fait qu'un système global doit être factorisé en chaque incrément, le coût par incrément est beaucoup plus élevé que dans une méthode explicite.

4.3. Intégration du schéma explicite

ABAQUS/Explicit utilise une règle de différences centrées pour intégrer l'équation de mouvement à travers le temps, en utilisant les conditions cinématiques en un incrément pour calculer les conditions cinématiques pour le prochain incrément. Au début de l'incrément le programme résout pour l'équilibre dynamique, qui stipule que la matrice masse nodale, M , fois les accélérations nodales, \ddot{u} , est égale aux forces nodales totales (la différence entre les forces extérieures appliquées, P , et les forces internes, I) :

$$M\ddot{u} = P - I \quad (4.1)$$

Les accélérations au début de l'incrément actuel (temps t) sont calculées comme suit :

$$\ddot{u}|_{(t)} = (M)^{-1} \cdot (P - I)|_{(t)} \quad (4.2)$$

Du fait que la procédure explicite utilise toujours une matrice diagonale, la solution pour les accélérations est triviale ; il n'y a pas de systèmes d'équations à résoudre. L'accélération dans un nœud donné est complètement déterminée par sa masse et la force nette agissant sur lui, rendant les calculs nodaux très aisés.

Les accélérations sont intégrées à travers le temps en utilisant la méthode des différences centrées, qui calcule le changement de la vitesse en supposant que l'accélération est linéaire. Ce changement dans la vitesse est ajouté à la vitesse du milieu de l'incrément précédent pour déterminer les vitesses au milieu de l'incrément actuel.

$$\dot{u}|_{\left(t+\frac{\Delta t}{2}\right)} = \dot{u}|_{\left(t-\frac{\Delta t}{2}\right)} + \frac{(\Delta t|_{(t+\Delta t)} + \Delta t|_{(t)})}{2} \ddot{u}|_{(t)} \quad (4.3)$$

Les vitesses sont intégrées à travers le temps et ajoutées aux déplacements au début de l'incrément pour déterminer les déplacements à la fin de l'incrément :

$$u|_{(t+\Delta t)} = u|_{(t)} + \Delta t|_{(t+\Delta t)} \dot{u}|_{\left(t+\frac{\Delta t}{2}\right)} \quad (4.4)$$

Donc, la satisfaction de l'équilibre dynamique au début de l'incrément donne les accélérations. Connaissant les accélérations, les vitesses et les déplacements sont avancés explicitement à travers le temps. Le terme explicite reflète le fait que l'état à la fin de l'incrément est basé fondamentalement sur les déplacements, les vitesses et les accélérations au début de l'incrément. Cette méthode intègre exactement les accélérations constantes. Pour que les résultats donnés par cette méthode soient précis, l'incrément du temps doit être assez petit de telle sorte que les accélérations soient presque constantes durant un incrément. Du fait que l'incrément du temps est relativement petit, une analyse typique peut nécessiter plusieurs milliers d'incréments. Heureusement, chaque incrément ne requiert pas beaucoup de calculs car il n'y a pas de systèmes d'équations simultanés à résoudre. La majeure partie de l'effort de calcul est concentrée dans la détermination des forces internes des éléments agissant aux nœuds. Les calculs au niveau des éléments concernent la détermination des déformations et des contraintes en utilisant les lois constitutives et donc les forces internes.

Ci-après nous présentons l'algorithme d'un calcul dynamique explicite :

1- Calculs nodaux.

a. Equilibre dynamique

$$\dot{u}_{(t)} = M^{-1}(P_{(t)} - I_{(t)}) \quad (4.5)$$

b. Intégration explicite à travers le temps.

$$\dot{u}_{\left(t+\frac{\Delta t}{2}\right)} = \dot{u}_{\left(t-\frac{\Delta t}{2}\right)} + \frac{(\Delta t_{(t+\Delta t)} + \Delta t_{(t)})}{2} \ddot{u}_t \quad (4.6)$$

$$u_{(t+\Delta t)} = u_{(t)} + \Delta t_{(t+\Delta t)} \ddot{u}_{\left(t+\frac{\Delta t}{2}\right)} \quad (4.7)$$

2. Calculs au niveau des éléments.

a. Calcul des incréments des déformations $d\varepsilon$, à partir de la vitesse de déformation, $\dot{\varepsilon}$

c. Calcul des contraintes à partir des lois constitutives.

$$\sigma_{(t+\Delta t)} = f(\sigma_{(t)}, d\varepsilon) \quad (4.8)$$

- d. Assemblage des forces internes, $I_{(t+\Delta t)}$.
3. fixer $t + \Delta t$ à t et retourner à l'étape 1.

4.3.1 Avantages d'un schéma d'intégration explicite

La méthode explicite est particulièrement bien indiquée pour la résolution des problèmes de la dynamique très rapide qui nécessitent de nombreux petits incréments pour obtenir une solution très précise. Si la durée de l'événement est courte, la solution peut être obtenue efficacement.

4.3.2 Incrémentation automatique et stabilité

La limite de stabilité impose la taille maximale de l'incrément. C'est un facteur critique pour la réussite d'un schéma explicite.

4.3.3 Stabilité conditionnelle de la méthode explicite

Avec un schéma explicite l'état du modèle est avancé à travers un incrément de temps, Δt , basé sur l'état du modèle au début de l'incrément au temps t . La valeur du temps pour laquelle l'état peut être avancé et reste une représentation précise du problème est typiquement courte. Si l'incrément est plus large que cette valeur maximale du temps, l'incrément est supposé dépasser la limite de stabilité. Un effet possible de ce dépassement est une instabilité numérique, qui peut résulter en une solution non bornée. Il n'est pas généralement possible de déterminer la limite de stabilité exactement, d'où l'utilisation d'estimations conservatives. La limite de stabilité a un grand effet sur la fiabilité et la précision, donc elle doit être déterminée d'une manière consistante et conservative. Pour l'efficacité des calculs ABQUS/EXPLICIT utilise des incréments de temps aussi proches que possibles de la limite de stabilité sans la dépasser.

4.3.4 Définition de la limite de stabilité

La limite de stabilité est définie en fonction de la plus haute fréquence dans le système (ω_{\max}). Sans considération de l'amortissement la limite de stabilité est définie par l'expression

$$\Delta t_{stable} = \frac{2}{\omega_{\max}} \quad (4.9)$$

et considérant l'amortissement elle est définie par :

$$\Delta t_{stable} = \frac{2}{\omega_{\max}} \left(\sqrt{1 + \zeta^2} - \zeta \right) \quad (4.10)$$

où ζ est le pourcentage d'amortissement critique du mode fondamental. (L'amortissement critique définit la limite entre le mouvement oscillatoire et non-oscillatoire dans le contexte des vibrations libres. ABAQUS/EXPLICIT introduit toujours une petite quantité d'amortissement sous forme d'un module de viscosité pour contrôler les oscillations des fréquences supérieures).

La plus haute fréquence dans le système est basée sur un ensemble complexe de facteurs et il n'est pas indiqué de calculer sa valeur exacte. Alternativement, une simple estimation qui est simple et efficace peut être utilisée. Au lieu de considérer le modèle global, il est préférable d'estimer la plus haute fréquence de chaque élément du modèle et qui est toujours associée avec le mode de dilatation. Il peut être démontré que la plus haute fréquence de l'élément déterminée sur la base d'élément par élément est toujours supérieure ou égale à la plus haute fréquence de la structure globale.

En se basant sur une estimation d'élément par élément, la limite de stabilité peut être redéfinie en utilisant la longueur de l'élément, L^e , et la vitesse de l'onde du matériau, c_d :

$$\Delta t_{stable} = \frac{L^e}{c_d} \quad (4.11)$$

Pour la plupart des types d'éléments –par exemple un élément quadrilatéral distordu– l'équation (4.11) est uniquement une estimation de la limite de stabilité réelle d'élément

par élément car il n'est pas évident comment doit être déterminée la longueur de l'élément. De manière approximative, la plus petite distance peut être utilisée mais l'estimation résultante n'est pas toujours conservative. La vitesse de l'onde est une propriété du matériau. Pour un matériau linéaire élastique ayant un coefficient de poisson nul

$$c_d = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (4.12)$$

où E est le module de Young et ρ la masse volumique. Plus le matériau est rigide, plus grande sera la vitesse d'onde, résultant en une limite de stabilité plus petite.

Cette manière de définir la limite de stabilité a un sens physique. La limite de stabilité est le temps de transition d'une onde de dilatation à travers la distance définie par la longueur caractéristique de l'élément.

4.3.5 Incrémentation automatique

ABAQUS/EXPLICIT utilise les équations déjà présentées dans la section 4.3 pour ajuster l'incrément du temps durant toute l'analyse de telle sorte que la limite de stabilité, basée sur l'état actuel du modèle, n'est jamais dépassée. L'incrément est automatique et ne nécessite aucune intervention de l'utilisateur.

4.3.6 Masse proportionnelle pour contrôler l'incrément du temps

Du fait que la masse a une influence sur la limite de stabilité, sous certaines conditions, proportionner la masse peut potentiellement augmenter l'efficacité de l'analyse. Par exemple, à cause de la discrétisation complexe de certains modèles, il y a souvent des régions contenant des éléments trop petits ou ayant une forme non adéquate et qui contrôlent la limite de stabilité. Le nombre de tels éléments peut être réduit et ces éléments se trouvent dans des zones localisées. En augmentant la masse de tels éléments, la limite de stabilité peut augmenter considérablement alors que l'effet sur le comportement dynamique global peut être négligeable.

Il existe deux techniques pour proportionner la masse : définir un coefficient de proportionnalité directement ou bien définir un incrément de temps stable élément par élément pour les éléments dont la masse doit être proportionnée. Ces deux approches permettent à l'utilisateur d'avoir un contrôle supplémentaire sur la limite de stabilité. Cependant, il convient de l'utiliser avec prudence car si on change de manière significative la masse de modèle, on peut changer le sens physique du problème.

4.3.7 Effet du matériau sur la limite de stabilité

Le modèle constitutif du matériau affecte la limite de stabilité à travers son effet sur la vitesse de l'onde dilatationnelle. Pour un matériau linéaire la vitesse de l'onde est constante; par conséquent, les seuls changements dans la limite de stabilité durant l'analyse proviennent uniquement du changement de la plus petite dimension de l'élément durant l'analyse. Pour un matériau non linéaire, tel que l'acier avec un modèle constitutif plastique, la vitesse de l'onde varie avec la plastification du matériau et le changement de la rigidité. ABAQUS/EXPLICIT pilote la vitesse d'onde effective dans le modèle durant toute l'analyse et l'état actuel du matériau dans chaque élément est utilisé pour l'estimation de la stabilité. Après plastification, la rigidité diminue, réduisant la vitesse de l'onde et donc, augmentant la limite de stabilité.

4.3.8 Effet du maillage sur la stabilité

Du fait que la limite de stabilité est approximativement proportionnelle à la plus petite dimension de l'élément, il est avantageux de maintenir la taille de l'élément la plus grande possible. Malheureusement, pour une analyse plus précise un maillage fin est souvent requis. Pour obtenir la limite de stabilité la plus élevée possible en utilisant le niveau requis de raffinement de maillage, la meilleure approche est d'avoir un maillage aussi uniforme que possible.

4.4 Description des modèles constitutifs du béton incorporés dans ABAQUS

4.4.1 Modèle à fissuration fragile (Brittle cracking model)

4.4.1.1 Généralités

Il est généralement accepté que le béton exhibe deux modes principaux de comportement ; un mode fragile dans lequel les micro-fissures coalescent pour former des macro-fissures discrètes représentant des régions à déformations fortement localisées, et un mode ductile où les micro-fissures se développent d'une manière plus ou moins uniforme à travers l'élément résultant en une déformation non localisée. Le comportement fragile est associé avec le clivage, le cisaillement et les mécanismes de rupture mixtes qui sont observés sous des états de contraintes de traction ou de traction-compression. Ceci implique presque toujours un adoucissement du matériau. Le comportement ductile est associé aux mécanismes des micro-fissures réparties qui sont surtout observées sous des états de contraintes de compression. Il implique toujours un raidissement du matériau, bien qu'un adoucissement puisse se produire après sous pressions de confinement petites. Ce modèle décrit uniquement les aspects fragiles du comportement du béton.

4.4.1.2 Hypothèse de la fissuration répartie

Dans ce modèle, un modèle à fissuration répartie tel que décrit au chapitre 2 est choisi pour modéliser le comportement fragile des macro-fissures discontinues. L'anisotropie induite par la fissuration est incluse dans le modèle car elle est supposée importante dans les simulations auxquelles est destiné ce modèle.

4.4.1.3 Caractéristiques du modèle

Les ingrédients de ce modèle sont : décomposition de la vitesse de déformation en une vitesse de déformation élastique et une vitesse de déformation de fissuration, un ensemble de conditions de fissuration et une relation de fissuration (la loi d'évolution pour le comportement fissuré). L'avantage principal de la règle de décomposition de la déformation réside dans le fait que ça permet d'ajouter d'autres effets tels que la plasticité et le fluage d'une manière consistante tels que décrits dans le chapitre II. La décomposition de la déformation élastique et de fissuration permet aussi l'identification séparée de la déformation de fissuration qui représente l'état de la fissure.

- Décomposition de la vitesse de déformation

Elle s'écrit sous la forme :

$$d\varepsilon = d\varepsilon^{el} + d\varepsilon^{ck} \quad (4.13)$$

Où $d\varepsilon$ est la vitesse de déformation mécanique totale, $d\varepsilon^{el}$ est la vitesse de déformation élastique représentant le béton non fissuré (le béton continu entre les fissures), et $d\varepsilon^{ck}$ est la vitesse de déformation de fissuration associée avec les fissures existantes.

- Transformations de la détection des fissures

Les déformations dans l'équation 4.13 sont par rapport au système de coordonnées cartésien global et peuvent être écrites sous forme vectorielle comme suit :

$$\varepsilon = [\varepsilon_{11} \ \varepsilon_{22} \ \varepsilon_{33} \ \gamma_{12} \ \gamma_{13} \ \gamma_{23}]^T \quad (4.14)$$

Pour incorporer les relations de la fissuration, il sera plus commode de définir un système de coordonnées cartésien local n,t,s qui est aligné avec les directions des fissures. Dans le système local montré sur la figure 4.1, les déformations sont :

$$e = [e_{nn} \ e_{tt} \ e_{ss} \ g_{nt} \ g_{ns} \ g_{ts}]^T \quad (4.15)$$

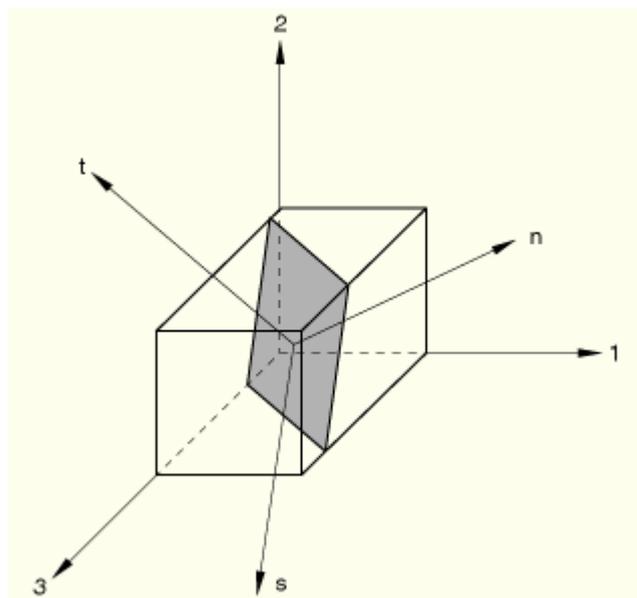


Figure 4.1 Systèmes de coordonnées de fissuration local et global

La transformation entre les déformations globales et locales est écrite sous forme matricielle comme suit :

$$\varepsilon = T e \quad (4.16)$$

Où T est la matrice de transformation constituée des cosinus directeurs du système de fissuration local. T est constante dans ce modèle.

Les contraintes conjuguées peuvent être écrites dans le système global comme :

$$\varepsilon = [\sigma_{11} \ \sigma_{22} \ \sigma_{33} \ \sigma_{12} \ \sigma_{13} \ \sigma_{23}]^T \quad (4.17)$$

et dans le repère local comme :

$$t = [t_{nn} \ t_{tt} \ t_{ss} \ t_{nt} \ t_{ns} \ t_{ts}]^T \quad (4.18)$$

la transformation entre les contraintes locales et globales est alors :

$$t = T^T \sigma \quad (4.19)$$

- Elasticité

La partie continue intacte entre les fissures est modélisée comme linéaire élastique et isotrope. La nature orthotrope du matériau fissuré est introduite dans la composante fissurée du modèle.

- Détection de la fissuration

Un simple critère de Rankine est utilisé pour détecter l'initiation de la fissuration. Dans ce critère il est postulé qu'il y a formation d'une fissure quand la

contrainte principale de traction dépasse la résistance à la traction du béton. La surface de détection de la fissuration de Rankine est montrée sur la figure 4.2 en contraintes planes. Bien que la détection de la fissuration soit basée sur la considération du mode I de rupture, le comportement fissuré qui s'ensuit comprend les deux modes, Mode I (traction adoucissante) et mode II (cisaillement adoucissant).

Dès que le critère de Rankine est satisfait, il est supposé qu'une première fissure s'est formée. La surface de fissuration sera prise normale à la direction de la contrainte principale maximale de traction. D'autres fissures peuvent se former avec des surfaces de fissuration normales dans la direction de la contrainte principale maximale de traction qui est orthogonale aux directions normales des surfaces de fissuration existantes au même point.

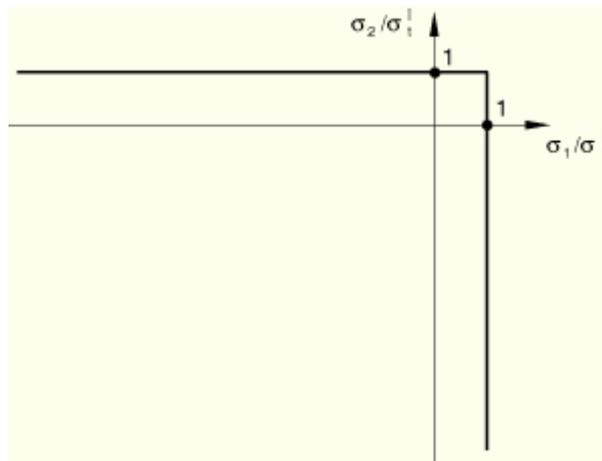


Figure 4.2 Critère de Rankine en contraintes planes

Les orientations des fissures sont stockées pour les calculs ultérieurs, qui seront faits dans un système local orienté dans les directions des fissures par commodité. Une fissure n'est pas recouvrable, dans le sens où une fois qu'une fissure se produit dans un point, elle le restera durant toute l'analyse. Cependant, une fissure peut se fermer et rouvrir ultérieurement.

- Conditions de fissuration

Une condition de consistance pour la fissuration (analogue à celle de la condition de plastification en plasticité) est introduite dans le système de coordonnées de la fissuration sous forme de tenseur :

$$C = C(t, \sigma^{I,II}) = 0 \quad (4.20)$$

où

$$C = [C_{nn} \ C_{tt} \ C_{ss} \ C_{nt} \ C_{ns} \ C_{ts}]^T \quad (4.21)$$

et $\sigma^{I,II}$ représente un modèle en traction avec adoucissement (Mode I de rupture) dans le cas des composantes directes des contraintes et un modèle avec adoucissement en cisaillement (Mode II de rupture) dans le cas des composantes de cisaillement des contraintes. Les matrices $\frac{\partial C}{\partial t}$ et $\frac{\partial C}{\partial \sigma^{I,II}}$ sont supposées diagonales ce qui implique qu'il n'y a pas de couplage entre les fissures sous les conditions de fissuration.

Chaque condition de fissuration est beaucoup plus complexe qu'une condition de plastification classique dans la mesure où deux états de fissuration sont possibles (un état actif d'ouverture de fissure et un état de fermeture et de réouverture de fissures) alors que dans la plasticité classique il y a un seul état plastique. Ceci est illustré en écrivant les conditions de fissuration pour une direction normale de la fissure n :

$$C_{nn} = C_{nn}(t_{nn}, \sigma_t^I) = t_{nn} - \sigma_t^I \left(e_{nn}^{ck} \right) = 0 \quad (4.22)$$

pour une fissure active ouverte, où $\sigma_t^I \left(e_{nn}^{ck} \right)$ est l'évolution de l'adoucissement en traction (définie par l'utilisateur), et

$$C_{nn} = C_{nn}(t_{nn}, \sigma_t^I) = t_{nn} - \sigma_t^I \left(e_{nn}^{ck} \right) \Big|_{\varepsilon_{nn}^{ouverte}} = 0 \quad (4.23)$$

pour la fermeture et la réouverture de la fissure, où $\sigma_t^I(e_{nn}^{ck}) \Big|_{\varepsilon_{nn}^{ouverte}}$ est l'évolution de la fermeture/réouverture de la fissure qui dépend de la déformation maximale d'ouverture de fissure définie par :

$$e_{nn}^{ouverture} = \max_{sur\ l'histoire} \left(\varepsilon_{nn}^{ck} \right) \quad (4.24)$$

Ces conditions sont illustrées sur la figure 4.3 et représentent le modèle avec adoucissement en traction adopté pour le comportement fissuré normal aux surfaces de fissuration. Des conditions similaires s'appliquent pour les deux autres directions normales possibles s et t..

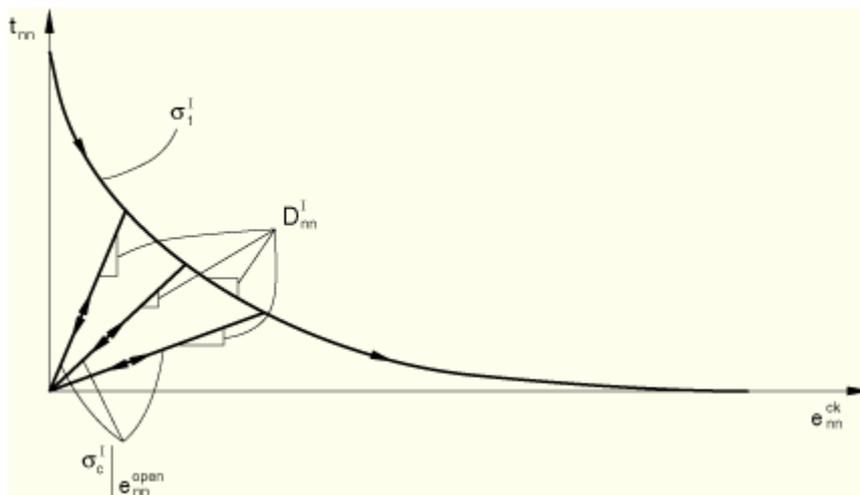


Figure 4.3 Conditions de fissuration pour le mode I de fissuration

Les conditions de fissuration pour les composantes de cisaillement dans le système de la fissuration sont activées quand les directions normales associées sont fissurées.

Le modèle de cisaillement dépendant de l'ouverture de la fissure est écrit comme suit :

$$C_{nt} = C_{nt}(t_{nt}, \sigma_s^{II}) = t_{nt} - \sigma_s^{II}(g_{nt}^{ck}, e_{nn}^{ck}, \varepsilon_{tt}^{ck}) = 0 \quad (4.25)$$

où $\sigma_s^{II} \left(g_{nt}^{ck}, e_{nn}^{ck}, \varepsilon_{tt}^{ck} \right)$ définit l'évolution du cisaillement qui dépend linéairement de la déformation de cisaillement mais aussi de la déformation d'ouverture des fissures. Ce modèle est montré sur la figure 4.4

- Relation de fissuration

La relation entre les contraintes locales et les déformations des fissures aux interfaces des fissures est donnée sous forme de vitesse de déformation comme suit :

$$dt = D^{ck} de^{ck} \tag{4.26}$$

Où D^{ck} est une matrice de fissuration diagonale qui dépend de l'état des fissures existantes.

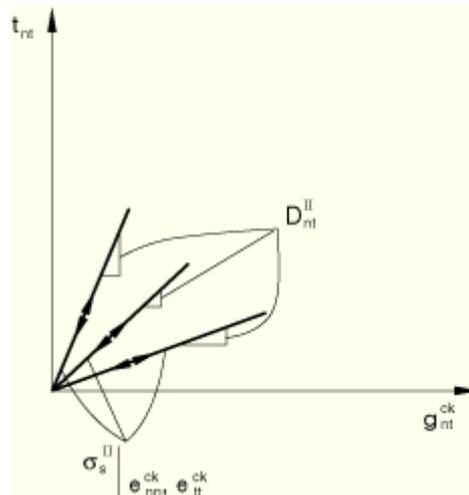


Figure 4.4 Conditions de fissuration pour le mode II de fissuration

Equations de décomposition de la vitesse de déformation

$$d\sigma = D^{el} \left(d\varepsilon - Tde^{ck} \right) \tag{4.27}$$

Où D^{el} est la matrice élastique linéaire et isotrope.

Pré multipliant l'équation (4.27) par T^T et substituant l'équation (4.23) et l'équation (4.26) dans le côté gauche résultant donne :

$$de^{ck} = (D^{ck} + T^T D^{el} T)^{-1} T^T D^{el} d\varepsilon \quad (4.28)$$

finalement la substitution de l'équation (4.28) dans (4.27) donne :

$$d\sigma = \left[D^{el} - D^{el} T (D^{ck} + T^T D^{el} T)^{-1} T^T D^{el} \right] d\varepsilon = D^{ck} d\varepsilon \quad (4.29)$$

4.4.2 Modèle couplé endommagement plasticité

4.4.2.1 Généralités

Ce modèle est surtout destiné à l'analyse des structures en béton soumises à un chargement cyclique et/ou dynamique mais il peut être aussi utilisé pour la plupart des matériaux fragiles telles que les roches, les céramiques etc..... Sous des pressions de confinement petites, le comportement du béton est fragile; les mécanismes majeurs de rupture sont la fissuration en traction et l'éclatement en compression. Ce comportement fragile disparaît quand la pression de confinement est suffisamment large pour prévenir la propagation de la fissuration. Dans ce cas la rupture est contrôlée par la consolidation de la microstructure microporeuse du béton, résultant en une réponse macroscopique qui ressemble à celle d'un matériau ductile avec un travail raidissant. Ce modèle constitutif a pour but de capturer les effets irréversibles de l'endommagement associés avec les mécanismes de rupture se produisant dans le béton sous des pressions de confinement relativement petites. Ces effets sont représentées au niveau macroscopique par :

- différentes résistances plastiques en compression et en traction, avec la contrainte initiale de plastification en compression égale à dix fois celle en traction.
- un comportement adoucissant en traction alors qu'en compression on a un comportement raidissant initial suivi par une branche adoucissante.
- dégradation différente de la rigidité élastique en compression et en traction.

- effet unilatéral durant le chargement cyclique.
- prise en compte de la vitesse de déformation.

La formulation de ce modèle est basée sur les modèles proposés par Lubliner et al (1989) et Lee and Fenves (1998).

4.4.2.2 Description du modèle

Les caractéristiques essentielles du modèle sont :

- décomposition de la vitesse de déformation

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^{el} + \dot{\varepsilon}^{pl} \quad (4.30)$$

Où $\dot{\varepsilon}$ est la vitesse de déformation totale, $\dot{\varepsilon}^{el}$ est la partie élastique de la vitesse de déformation et $\dot{\varepsilon}^{pl}$ est la partie plastique de la vitesse de déformation.

- relations contraintes-déformations

les relations contraintes-déformations sont contrôlées par l'élasticité de l'endommagement scalaire :

$$\sigma = (1 - d)D_0^{el} : (\varepsilon - \varepsilon^{pl}) = D^{el} : (\varepsilon - \varepsilon^{pl}) \quad (4.31)$$

où D_0^{el} est la rigidité élastique initiale (non endommagée) du matériau;

$D^{el} = (1 - d)D_0^{el}$ est la rigidité élastique endommagée; et d est la variable d'endommagement scalaire de la rigidité, qui peut prendre des valeurs dans l'intervalle de zéro (matériau non endommagé) à un (matériau complètement endommagé). L'endommagement associé avec les mécanismes de rupture (fissuration et éclatement) résulte donc en une réduction de la rigidité élastique. Dans le contexte de la théorie de l'endommagement scalaire, la dégradation de la rigidité est isotrope et est caractérisée par une seule variable d'endommagement d . En suivant les notations habituelles de l'endommagement mécanique continu, la contrainte effective est définie par :

$$\tilde{\sigma}^{def} = D^{el} : (\varepsilon - \varepsilon^{pl}) \quad (4.32)$$

la contrainte de Cauchy est reliée à la contrainte à travers la relation d'endommagement scalaire comme suit :

$$\sigma = (1 - d)\tilde{\sigma} \quad (4.33)$$

Pour une section donnée du matériau, le facteur $(1 - d)$ représente le rapport de l'aire de la capacité portante effective (l'aire totale moins l'aire endommagée) par rapport à l'aire totale. S'il n'y a pas d'endommagement $d = 0$, la contrainte effective $\tilde{\sigma}$ est équivalente à la contrainte de Cauchy σ . Cependant, en présence d'endommagement la contrainte effective est plus représentative que la contrainte de Cauchy car c'est l'aire effective qui résiste aux charges. Il est par conséquent plus commode de formuler la plasticité en fonction de la notion de contrainte effective. L'évolution de la variable d'endommagement est contrôlée par un ensemble de variables d'écroutissage, $\tilde{\varepsilon}^{pl}$, et l'aire effective, c'est à dire que :

$$d = d(\tilde{\sigma}, \dot{\varepsilon}^{pl}) \quad (4.34)$$

- Variables d'écroutissage

Les états d'endommagement en traction et en compression sont indépendamment caractérisés par deux variables d'écroutissage $\tilde{\varepsilon}_t^{pl}$ et $\tilde{\varepsilon}_c^{pl}$ qui sont les contraintes équivalentes en traction et en compression respectivement. L'évolution des variables d'écroutissage est donnée par une expression de la forme:

$$\tilde{\varepsilon}^{pl} = \begin{bmatrix} \varepsilon_t^{pl} \\ \varepsilon_c^{pl} \end{bmatrix}; \dot{\tilde{\varepsilon}}^{pl} = h(\tilde{\sigma}, \tilde{\varepsilon}^{pl}) \cdot \dot{\varepsilon}^{pl} \quad (4.35)$$

La microfissuration et l'écrasement dans le béton sont représentés par des valeurs croissantes des variables d'écroutissage. Ces variables contrôlent l'évolution de la

surface de plastification et la dégradation de la rigidité élastique. Elles sont aussi intimement liées à l'énergie de fissuration dissipée qui génère la microfissuration.

- Fonction de plastification

La fonction de plastification, $F(\bar{\sigma}, \tilde{\varepsilon}^{pl})$, représente une surface dans l'espace de la contrainte effective, qui détermine l'état de rupture ou d'endommagement. Pour un modèle plastique :

$$F(\bar{\sigma}, \tilde{\varepsilon}^{pl}) \leq 0 \quad (4.36)$$

- Règle d'écoulement

L'écoulement plastique est contrôlé par un potentiel d'écoulement G d'après la règle d'écoulement :

$$\dot{\varepsilon}^{pl} = \lambda \frac{\partial G(\bar{\sigma})}{\partial \bar{\sigma}} \quad (4.37)$$

où λ est un multiplicateur plastic non négatif. Le potentiel plastique est défini dans l'espace de la contrainte effective. Le modèle utilise une plasticité non associée résultant en un système d'équations non symétrique.

4.4.2.3 Endommagement et dégradation de la rigidité

L'évolution des variables d'écrouissage $\tilde{\varepsilon}_t^{pl}$ et $\tilde{\varepsilon}_c^{pl}$ est d'abord formulée pour le cas uniaxial et ensuite étendue au cas multiaxial.

Conditions uniaxiales

Il est supposé que les courbes contraintes-déformations uniaxiales peuvent être converties en des courbes contraintes-déformations plastiques ayant la forme:

$$\sigma_t = \sigma\left(\tilde{\varepsilon}_t^{pl}, \dot{\tilde{\varepsilon}}_t^{pl}, \theta\right) \quad (4.38)$$

$$\sigma_c = \sigma\left(\tilde{\varepsilon}_c^{pl}, \dot{\tilde{\varepsilon}}_c^{pl}, \theta\right) \quad (4.39)$$

où les indices t et c se réfèrent à la traction et à la compression, respectivement. $\dot{\tilde{\varepsilon}}_t^{pl}$ et $\dot{\tilde{\varepsilon}}_c^{pl}$ sont les vitesses de déformation équivalentes, $\tilde{\varepsilon}_t^{pl} = \int_0^t \dot{\tilde{\varepsilon}}_t^{pl} dt$ et $\tilde{\varepsilon}_c^{pl} = \int_0^t \dot{\tilde{\varepsilon}}_c^{pl} dt$ sont les déformations plastiques équivalentes, et θ est la température.

Sous chargement uniaxial les vitesses de déformation plastiques sont données par :

$$\dot{\tilde{\varepsilon}}_t^{pl} = \dot{\tilde{\varepsilon}}_{11}^{pl} \text{ en traction}$$

$$\dot{\tilde{\varepsilon}}_c^{pl} = -\dot{\tilde{\varepsilon}}_{11}^{pl} \text{ en compression}$$

Comme indiqué sur la figure 4.5 quand le béton est déchargé à partir de n'importe quel point sur la branche descendante de la courbe contrainte-déformation, il peut être observé que la réponse est affaiblie: la rigidité élastique du matériau semble endommagée. La dégradation de la rigidité élastique est significativement différente en traction et en compression; pour chaque cas la dégradation est plus importante avec l'accroissement de la déformation plastique. La réponse dégradée du béton est caractérisée par deux variables d'endommagement indépendantes, d_t et d_c , qui sont supposées être dépendantes des déformations plastiques et de la température.

$$d_t = d\left(\tilde{\varepsilon}_t^{pl}, \theta\right) \quad (0 \leq d_t \leq 1) \quad (4.40)$$

$$d_c = d\left(\tilde{\varepsilon}_c^{pl}, \theta\right) \quad (0 \leq d_c \leq 1) \quad (4.41)$$

Les variables de dégradation uniaxiales sont des fonctions croissantes des déformations plastiques équivalentes. Elles varient de **0** pour le matériau non endommagé à **1** pour le matériau complètement endommagé.

Si E_0 est la rigidité élastique initiale non endommagée du matériau, les relations contrainte-déformation sous chargements uni axiaux de traction et de compression sont données par :

$$\sigma_t = (1 - d_t) E_0 \left(\varepsilon_t - \tilde{\varepsilon}_t^{pl} \right) \quad (4.42)$$

$$\sigma_c = (1 - d_c) E_0 \left(\varepsilon_c - \tilde{\varepsilon}_c^{pl} \right) \quad (4.43)$$

Sous chargement uniaxial les fissures se propagent dans une direction transversale à la direction des contraintes. L'initiation et la propagation des fissures causent une réduction de l'aire de la capacité portante disponible qui à son tour mène à une augmentation de la contrainte effective. Cet effet est moins prononcé sous une compression car les fissures sont parallèles à la direction du chargement; cependant, après une grande quantité d'écrasement, l'aire de capacité portante effective est aussi réduite . Les contraintes effectives uniaxiales de cohésion, $\bar{\sigma}_t$ et $\bar{\sigma}_c$, sont données par :

$$\bar{\sigma}_t = \frac{\sigma_t}{(1 - d_t)} = E_0 \left(\varepsilon_t - \varepsilon_t^{pl} \right) \quad (4.44)$$

$$\bar{\sigma}_c = \frac{\sigma_c}{(1 - d_c)} = E_0 \left(\varepsilon_c - \varepsilon_c^{pl} \right) \quad (4.45)$$

Les contraintes effectives uniaxiales de cohésion, $\bar{\sigma}_t$ et $\bar{\sigma}_c$, déterminent la taille de la surface de plastification ou de rupture.

Chargement cyclique uniaxial

Sous conditions uniaxiales cycliques de chargement les mécanismes de dégradation sont assez complexes, impliquant aussi bien l'ouverture et la fermeture des microfissures antérieures que leur interaction. Expérimentalement, il a été observé un certain recouvrement de la rigidité élastique lorsque le chargement change de signe durant un essai cyclique uniaxial. Cet effet est connu sous le nom d'effet unilatéral et a été déjà discuté au chapitre 2. La variable d'endommagement d est fonction à la fois de l'état de contrainte et des variables d'endommagement uniaxiales d_t et d_c .

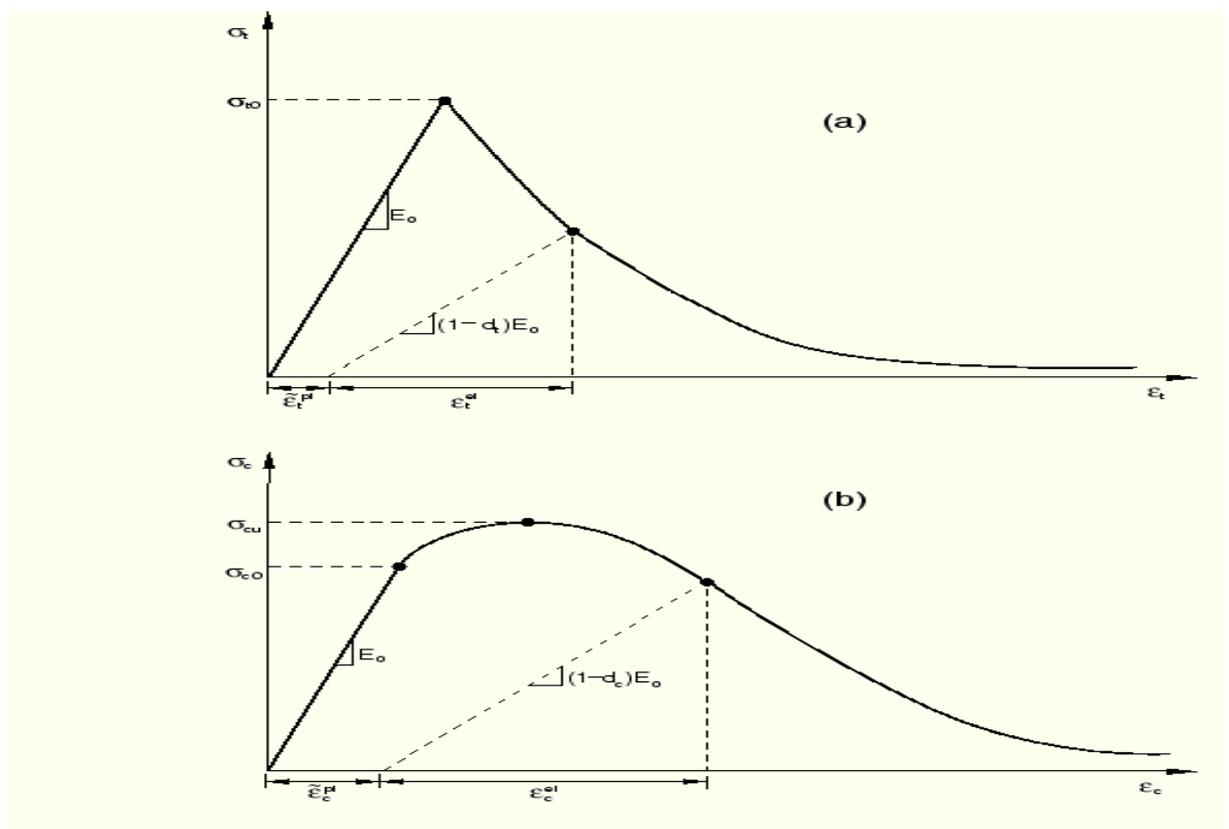


Figure 4.5 Réponse uniaxiale du béton a) traction b) compression

$$d = (1 - s_c d_t)(1 - s_t d_c) \tag{4.46}$$

où s_t et s_c sont fonctions de l'état de contrainte et qui sont introduites pour représenter l'effet unilatéral associé avec le renversement des charges. Elles sont définies par :

$$s_t = 1 - w_t r^*(\bar{\sigma}_{11}); \quad 0 \leq w_t \leq 1 \quad (4.47)$$

$$s_c = 1 - w_c - w_c \left(1 - r^*(\bar{\sigma}_{11})\right); \quad 0 \leq w_c \leq 1 \quad (4.48)$$

où

$$r^*(\bar{\sigma}_{11}) = H(\bar{\sigma}_{11}) = \begin{cases} 1 & \text{si } \bar{\sigma}_{11} > 0 \\ 0 & \text{si } \bar{\sigma}_{11} < 0 \end{cases} \quad (4.49)$$

Les facteurs de pondération w_t et w_c qui sont supposés être des propriétés matérielles contrôlent le recouvrement de la rigidité élastique en traction et en compression lors du renversement du chargement. Ceci est illustré sur la figure 4.6.

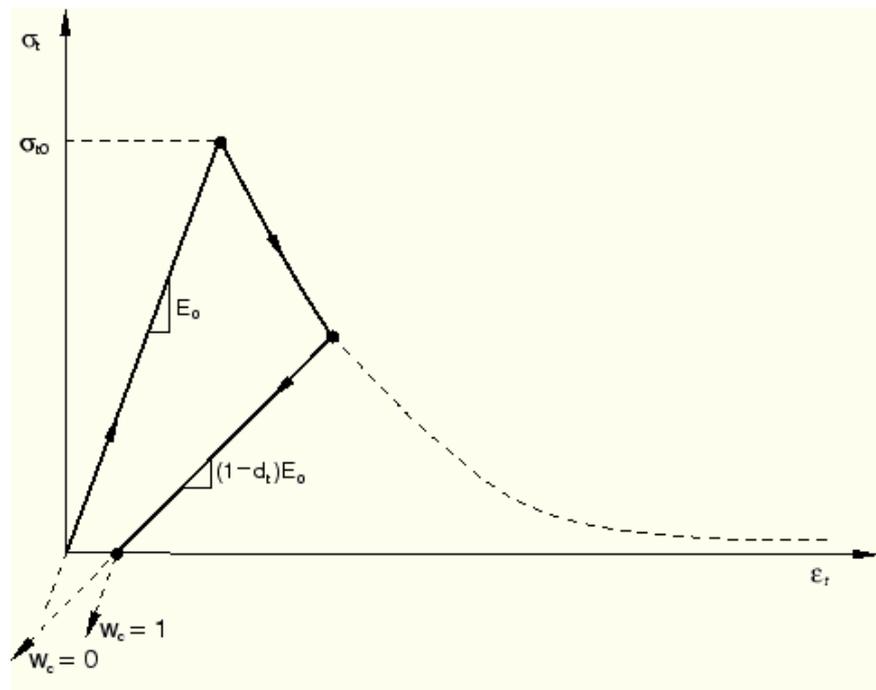


Figure 4.6 Effet du coefficient de recouvrement en compression w_c

De l'observation de cette figure il ressort qu'en compression, si $w_c=1$, alors le matériau recouvre complètement la rigidité en compression (qui est dans ce cas est la rigidité initiale non endommagée $E = E_0$) et si $w_c=0$ alors $d = d_t$ et il n'y a pas de

recouvrement de rigidité. Des valeurs intermédiaires de w_c résultent en un recouvrement partiel de la rigidité.

Conditions multi-axiales

Les équations d'évolution des variables d'érouissage doivent être étendues au cas plus général des conditions multi-axiales. Les déformations plastiques équivalentes sont évaluées comme suit, Lee and Fenves (1998) :

$$\dot{\tilde{\varepsilon}}_t^{def} = r(\tilde{\sigma}) \tilde{\varepsilon}_{\max}^{pl} \quad (4.50)$$

$$\dot{\tilde{\varepsilon}}_c^{def} = -(1 - r(\tilde{\sigma})) \tilde{\varepsilon}_{\min}^{pl} \quad (4.51)$$

où $\tilde{\varepsilon}_{\max}^{pl}$ et $\tilde{\varepsilon}_{\min}^{pl}$ sont les valeurs propres maximale et minimale respectivement du tenseur de la vitesse de déformation $\tilde{\varepsilon}^{pl}$ et

$$r(\hat{\sigma})^{def} = \frac{\sum_{i=1}^3 \langle \hat{\sigma}_i \rangle}{\sum_{i=1}^3 |\hat{\sigma}_i|} \quad 0 \leq r(\tilde{\sigma}) \leq 1 \quad (4.52)$$

est un facteur de pondération des contraintes qui est égal à 1 si toutes les contraintes principales $\tilde{\sigma}_i, (i = 1, 2, 3)$ sont positives et qui est égal à zéro si elles sont négatives. La guillemet de Macauley $\langle \cdot \rangle$ est définie par $\langle x \rangle = \frac{1}{2}(|x| + x)$.

Si les valeurs propres du tenseur de la vitesse de déformation $(\tilde{\varepsilon}_j, j = 1, 2, 3)$ sont arrangées de telle sorte que $\tilde{\varepsilon}_{\max}^{pl} = \tilde{\varepsilon}_1 \geq \tilde{\varepsilon}_2 \geq \tilde{\varepsilon}_3 = \tilde{\varepsilon}_{\min}^{pl}$, l'équation d'évolution générale pour le cas de contraintes multiaxiales peut être exprimée sous forme matricielle comme suit :

$$\hat{\varepsilon}^{pl} = \begin{bmatrix} \dot{\tilde{\varepsilon}}_t^{pl} \\ \dot{\tilde{\varepsilon}}_c^{pl} \end{bmatrix} = \hat{h}(\hat{\sigma}, \tilde{\varepsilon}^{pl}) \cdot \hat{\varepsilon}^{pl} \quad (4.53)$$

où

$$\hat{h}\left(\hat{\sigma}, \hat{\varepsilon}^{pl}\right) = \begin{bmatrix} r(\hat{\sigma}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(1-r(\hat{\sigma})) \end{bmatrix} \quad (4.54)$$

et

$$\hat{\varepsilon}^{pl} = \begin{bmatrix} \hat{\varepsilon}_1 \\ \hat{\varepsilon}_2 \\ \hat{\varepsilon}_3 \end{bmatrix} \quad (4.55)$$

- Dégradation de la rigidité élastique

Le modèle plastique avec endommagement du béton suppose que la dégradation de la rigidité élastique est isotrope et est caractérisée par une seule variable scalaire, d :

$$D^{el} = (1-d)D_0^{el}; \quad 0 \leq d \leq 1 \quad (4.56)$$

La définition de la variable de dégradation scalaire d doit être consistante avec les réponses uniaxiales (d_t et d_c) et doit aussi capturer la complexité du mécanisme de dégradation sous chargement cyclique. Pour le cas général d'un état multiaxial, on a :

$$(1-d) = (1-s_t d_c)(1-s_c d_t) \quad 0 \leq s_t, s_c \leq 1 \quad (4.57)$$

qui est identique au cas uniaxial cyclique sauf que s_t et s_c sont maintenant fonction de $r(\hat{\sigma})$ comme suit :

$$s_t = 1 - w_t r^*(\hat{\sigma}); \quad 0 \leq w_t \leq 1 \quad (4.58)$$

$$s_c = 1 - w_c (1 - r(\hat{\sigma})); \quad 0 \leq w_c \leq 1 \quad (4.59)$$

Les observations expérimentales dans la plupart des matériaux fragiles montrent que la rigidité en compression est recouverte lors de la fermeture de la fissure quand le chargement de traction devient une compression. D'un autre côté, la rigide en traction n'est pas recouverte lorsque le chargement change de la compression vers la traction

une fois que l'écrasement se produit. Ceci est équivalent à $w_t = 0$ et à $w_c = 1$. Ceci est schématisé sur la figure 4.7.

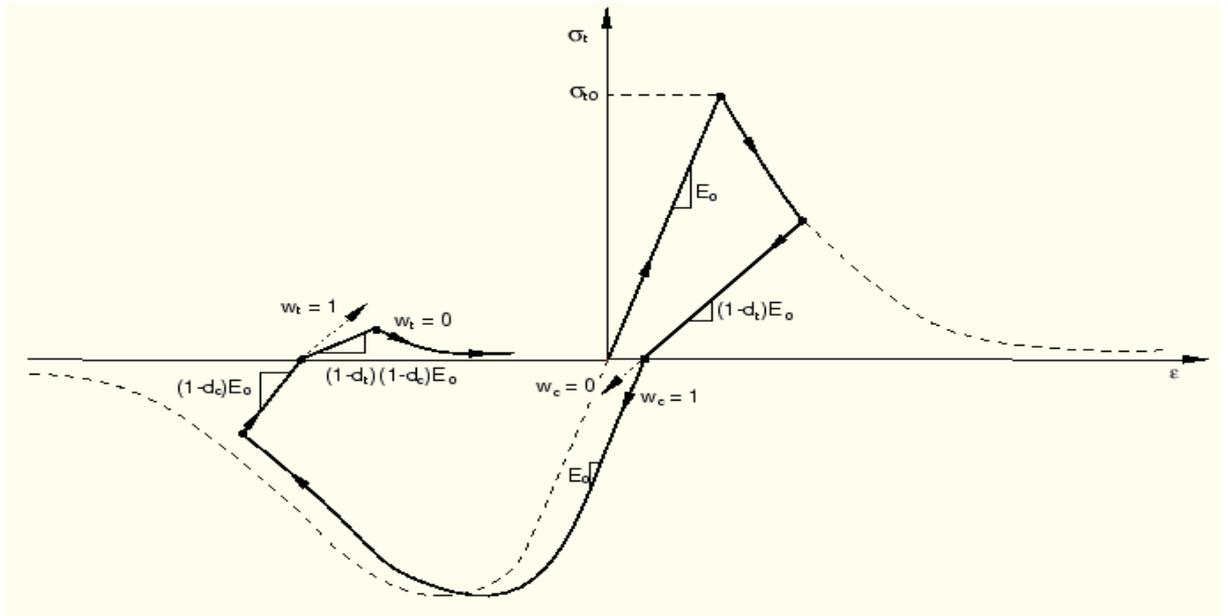


Figure 4.7 Cycle uniaxial de chargement (traction-compression-traction) avec l'hypothèse que $w_t = 0$ et $w_c = 1$

- Condition de plastification

Ce modèle utilise une condition de plastification basée sur la fonction de plastification proposée par Lubliner et al. (1989) et prend en considération les modifications proposées par Lee and Fenves (1998) pour tenir compte de l'évolution différente de la résistance en traction et en compression. La fonction de plastification exprimée en fonction des contraintes effectives a la forme suivante :

$$F(\bar{\sigma}, \tilde{\varepsilon}^{pl}) = \frac{1}{1-\alpha} \left(\bar{q} - 3\alpha\bar{p} + \beta(\tilde{\varepsilon}^{pl}) \langle \hat{\sigma}_{\max} \rangle - \gamma \langle -\hat{\sigma}_{\max} \rangle \right) - \bar{\sigma}_c(\tilde{\varepsilon}_c^{pl}) \leq 0 \quad (4.60)$$

α et γ sont des constantes matérielles sans dimension.

$$\bar{p} = -\frac{1}{3} \sigma : I \quad (4.61)$$

est la pression hydrostatique effective

$$\bar{q} = \sqrt{\frac{3}{2} \bar{S} : \bar{S}} \quad (4.62)$$

est la contrainte effective de Von Mises

$$\bar{S} = \bar{p}I + \bar{\sigma} \quad (4.63)$$

est la part déviatorique du tenseur de la contrainte effective $\bar{\sigma}$; et $\hat{\sigma}_{\max}$ est la valeur algébrique maximale de $\bar{\sigma}$. La fonction $\beta(\tilde{\varepsilon}^{pl})$ est donnée par :

$$\beta(\tilde{\varepsilon}^{pl}) = \frac{\bar{\sigma}_t(\tilde{\varepsilon}_c^{pl})}{\bar{\sigma}_t(\tilde{\varepsilon}_t^{pl})} (1 - \alpha) - (1 + \alpha) \quad (4.64)$$

où $\tilde{\sigma}_t$ et $\tilde{\sigma}_c$ sont les contraintes de cohésion en traction et en compression respectivement. En compression biaxiale, avec $\hat{\sigma}_{\max} = 0$., l'équation se réduit au critère bien connu de Drucker-Prager. Le coefficient α peut être déterminé à partir des contraintes initiales de compression uniaxiale et biaxiale égales, σ_{b0} et σ_{c0} comme :

$$\alpha = \frac{\sigma_{b0} - \sigma_{c0}}{2\sigma_{b0} - \sigma_{c0}} \quad (4.65)$$

Les valeurs expérimentales du rapport $\frac{\sigma_{b0}}{\sigma_{c0}}$ pour le béton sont dans l'intervalle allant de 1.10 à 1.16, ce qui donne une valeur de α comprise entre 0.08 et 0.12 (Lubliner et al (1989)). Le coefficient γ entre dans la fonction de plastification uniquement pour les états de compression triaxiale, quand $\hat{\sigma}_{\max} \leq 0$. Ce coefficient peut être déterminé en

comparant les conditions de plastification le long des méridiens de compression et de traction. Par définition, le méridien de traction (TM) est le centre des états de contraintes satisfaisant à la condition $\hat{\sigma}_{\max} = \hat{\sigma}_1 > \hat{\sigma}_2 = \hat{\sigma}_3$ et le méridien de compression (CM) est le centre des états de contraintes de telle sorte que $\hat{\sigma}_{\max} = \hat{\sigma}_1 = \hat{\sigma}_2 > \hat{\sigma}_3$ où $\hat{\sigma}_1, \hat{\sigma}_2$ et $\hat{\sigma}_3$ sont les valeurs propres du tenseur des contraintes effectives. Il peut être démontré que $(\hat{\sigma}_{\max})_{TM} = \frac{2}{3}\bar{q} - \bar{p}$ et $(\hat{\sigma}_{\max})_{CM} = \frac{1}{3}\bar{q} - \bar{p}$, le long des méridiens de traction et de compression respectivement. Avec $\hat{\sigma}_{\max} \leq 0$. les conditions correspondantes sont :

$$\left(\frac{2}{3}\gamma + 1\right)\bar{q} - (\gamma + 3\alpha)\bar{p} = (1 - \alpha)\bar{\sigma}_c \quad (TM) \quad (4.66)$$

$$\left(\frac{1}{3}\gamma + 1\right)\bar{q} - (\gamma + 3\alpha)\bar{p} = (1 - \alpha)\bar{\sigma}_c \quad (CM) \quad (4.67)$$

Soit $K_c = \frac{\bar{q}_{(TM)}}{\bar{q}_{(CM)}}$ pour n'importe quelle valeur donnée de la pression hydrostatique \bar{p} avec $\hat{\sigma}_{\max} \leq 0$.; alors

$$K_c = \frac{\gamma + 3}{2\lambda + 3} \quad (4.68)$$

Le fait de supposer que K_c est une constante semble ne pas être en contradiction avec les testes expérimentaux de Lubliner et al (1989). Donc, le coefficient γ est évalué comme suit :

$$\gamma = \frac{3(1 - K_c)}{2K_c - 1} \quad (4.69)$$

Une valeur de $K_c = \frac{2}{3}$ qui est typique pour le béton donne $\gamma = 3$.

Si $\hat{\sigma}_{\max} \geq 0$, les conditions de plastification le long des méridiens de traction et de compression se réduisent à :

$$\left(\frac{2}{3}\beta + 1\right)\bar{q} - (\beta + 3\alpha)\bar{p} = (1 - \alpha)\bar{\sigma}_c \quad (\text{TM}) \quad (4.70)$$

$$\left(\frac{1}{3}\beta + 1\right)\bar{q} - (\beta + 3\alpha)\bar{p} = (1 - \alpha)\bar{\sigma}_c \quad (\text{TC}) \quad (4.71)$$

Soit $K_t = \frac{\bar{q}(\text{TM})}{\bar{q}(\text{CM})}$ pour n'importe quelle valeur donnée de la pression

hydrostatique \bar{p} avec $\hat{\sigma}_{\max} \geq 0$. ; alors

$$K_t = \frac{\beta + 3}{2\beta + 3} \quad (4.72)$$

Des surfaces typiques de plastification pour des conditions de contraintes planes sont montrées sur la figure 4.8 :

Règle d'écoulement

Le modèle élasto-plastique avec endommagement utilise une loi d'écoulement non associée donnée par :

$$\dot{\varepsilon}^{pl} = \dot{\lambda} \frac{\partial G(\bar{\sigma})}{\partial \bar{\sigma}} \quad (4.73)$$

Le potentiel d'écoulement choisi pour ce modèle est la fonction hyperbolique de Drucker-Prager :

$$G = \sqrt{(\varepsilon\sigma_{t0} \tan \psi)^2 + \bar{q}^2} - \bar{p} \tan \psi \quad (4.74)$$

où ψ est l'angle de dilatation mesuré dans le plan p-q sous haute pression de confinement ; σ_{t0} est la résistance uniaxiale en traction à la rupture; et ε est un

paramètre appelé l'excentricité qui définit le taux pour lequel la fonction devient asymptotique (le potentiel d'écoulement tend vers une ligne droite quand l'excentricité tend vers zéro). Ce potentiel d'écoulement qui est continu et lisse, assure que la direction d'écoulement est définie de manière unique. La fonction s'approche asymptotiquement du potentiel d'écoulement linéaire de Drucker-Prager sous haute contrainte de confinement et intersecte l'axe de la pression hydrostatique à 90°.

Du fait que l'écoulement plastique est non associé, il est nécessaire de recourir à la résolution d'un système d'équations non symétrique.

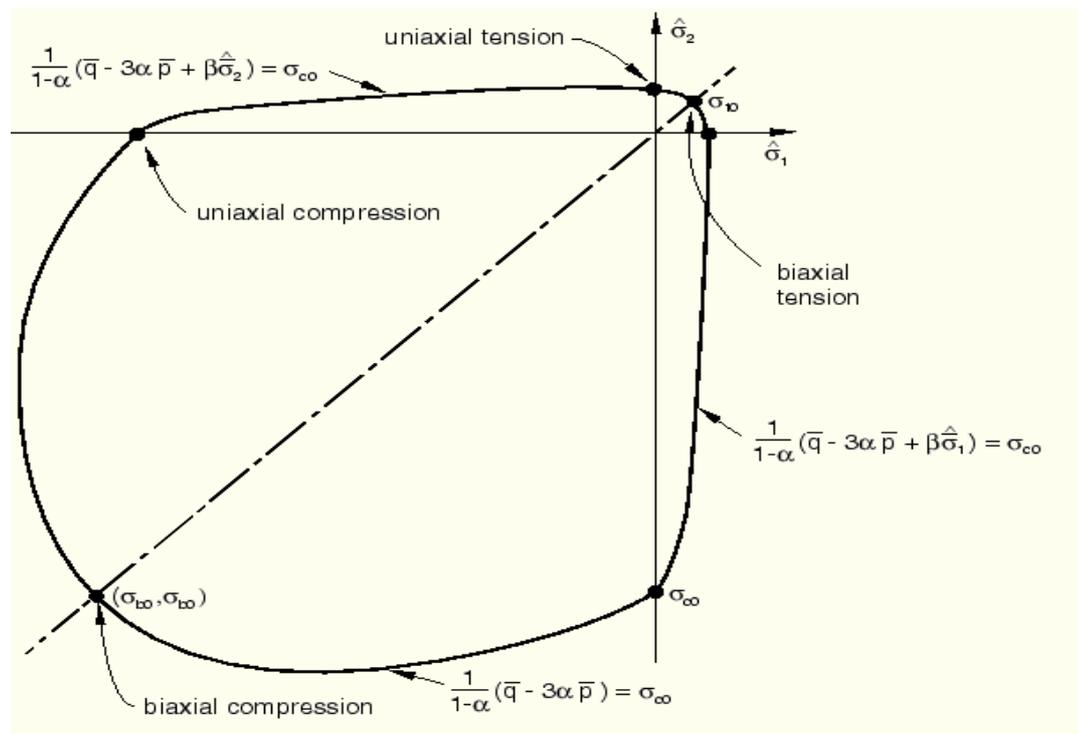


Figure 4.8 Surfaces de plastification en contraintes planes

4.5 Modèles de béton en compression, traction et identification des variables d'endommagements

Les lois constitutives présentées plus haut requièrent la définition de lois concernant le comportement uniaxial du béton en compression et en traction et le comportement de l'acier ainsi que l'évolution des variables d'endommagement.

4.5.1 Modèles de béton compression

Il existe dans la littérature un grand nombre de modèles proposés pour représenter le comportement du béton en compression. Ces modèles peuvent être classés en deux grands groupes : modèles basés sur des relations contrainte-déformation et les modèles basés sur une formulation énergétique. Les premiers modèles ont le handicap de la dépendance des résultats du maillage utilisé comme les modèles avec raidissement à la traction (tension stiffening) qui n'intègrent pas l'énergie de rupture.

4.5.1.1 Modèles contrainte-déformation

Un nombre considérable d'équations a été proposé pour représenter le comportement en compression uniaxiale du béton [Hogenstand (1952), Mendis et al (2000), Belarbi and Hsu (1995), Vecchio and Collins (1987), CEB-FIP (1990). Parmi ces modèles notre choix s'est porté sur le modèle de Belarbi et Hsu (1995) pour sa simplicité et surtout du fait que le comportement des dalles en béton armé sous les explosions est beaucoup plus dominé par la fissuration que par la compression.

$$f_c = \zeta f'_c \left[2 \left(\frac{\varepsilon_c}{\zeta \varepsilon_0} \right) - \left(\frac{\varepsilon_c}{\zeta \varepsilon_0} \right)^2 \right] \quad \varepsilon_c / \zeta \varepsilon_0 \leq 1$$

$$f_c = \zeta f'_c \left[1 - \left(\frac{\frac{\varepsilon_c}{\zeta \varepsilon_0} - 1}{\frac{2}{\zeta} - 1} \right)^2 \right] \quad 1 \leq \varepsilon_c / \zeta \varepsilon_0 \leq 1.5 / \zeta \quad (4.75)$$

où ε_0 est la déformation correspondant à la contrainte maximale, généralement prise égale à 0.002 pour un béton de résistance normale, et ζ est un coefficient d'adoucissement pris égal à :

$$\zeta = \frac{5.8}{\sqrt{f'_c(MPa)}} \frac{1}{\sqrt{1+400\varepsilon_r}} \quad (4.76)$$

où ε_r est la déformation en traction prise égale à 0.0008.

4.5.1.2 Modèles basés sur l'énergie

Fenestra [(1993), (1996)] a proposé de modéliser le comportement du béton en compression avec un modèle de compression avec adoucissement dans lequel, de la même manière que pour le modèle à fissuration en bande, une énergie de rupture en compression G_c est introduite.

Le diagramme contraintes équivalentes – déformations équivalentes a la forme :

$$\bar{\sigma}_c(\kappa_c) = \begin{cases} \frac{f_c}{3} \left(1 + 4 \frac{\kappa_c}{\kappa_{cc}} - 2 \frac{\kappa_c^2}{\kappa_{cc}^2} \right) & \text{si } \kappa_c < \kappa_{cc} \\ f_c \left(1 - \frac{(\kappa_c - \kappa_{cc})^2}{(\kappa_{uc} - \kappa_{cc})^2} \right) & \text{si } \kappa_{cc} < \kappa_c < \kappa_{uc} \end{cases} \quad (4.77)$$

où κ_c est un paramètre d'endommagement interne et f_c est la résistance à la compression du béton, figure 4.9 La résistance maximale en compression sera atteinte pour une déformation équivalente κ_{cc} qui est indépendante de la taille de l'élément w et qui est donnée par :

$$\kappa_{cc} = \frac{4 f_c}{3 E_c} \quad (4.78)$$

où E_c est le module d'élasticité du béton. La caractéristique principale de ce modèle réside dans le fait que la déformation équivalente maximale κ_{uc} est liée à l'énergie de rupture en compression G_c et à la taille de l'élément comme suit :

$$\kappa_{uc} = \frac{3G_c}{2wf_c} \tag{4.79}$$

La considération de l'énergie de rupture en compression G_c comme une propriété matérielle a été confirmée par le travail expérimental de Vonk (1992).

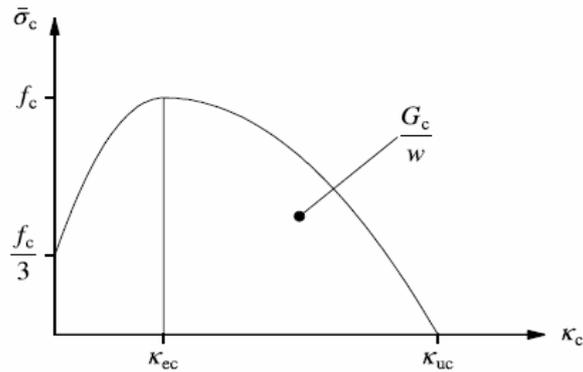


Figure 4.9 modèle du béton en compression

4.5.2 Modèles du béton en traction

De manière analogue à la compression, il existe deux classes de modèles du béton en traction : modèles contrainte-déformation et modèles basés sur l'énergie.

4.5.2.1 Modèles contrainte-déformation

Comme pour la compression, on adoptera un modèle proposé par Belarbi and Hsu (1994) et dont le comportement post-pic est donné par l'équation :

$$\sigma_{fis} = f_t \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_r} \right)^{0.4} \tag{4.80}$$

où f_t résistance en traction du béton, ε_r déformation lors de la fissuration du béton prise généralement égale à 0.0008. Cette équation est montrée sur la figure 4.10.

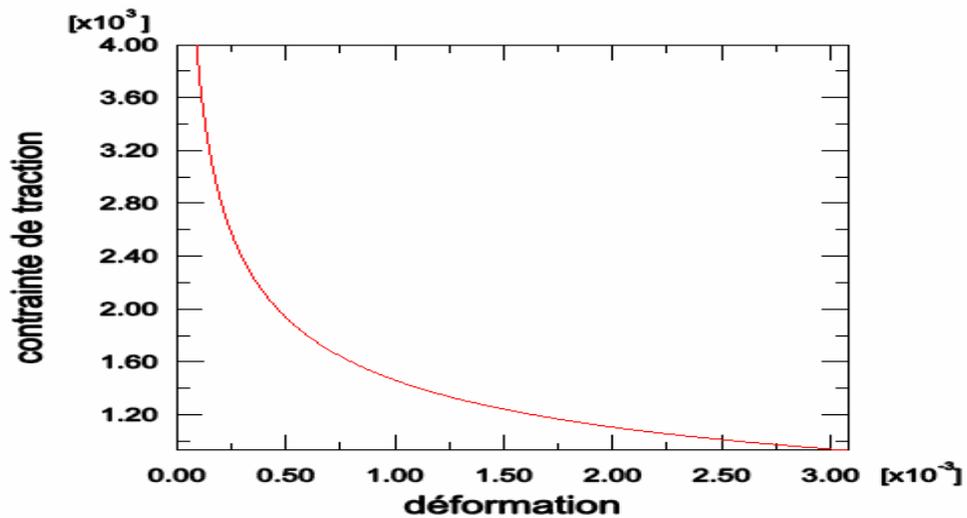


Figure 4.10 modèle de béton en traction

4.5.2.2 Modèles basés sur l'énergie

On adoptera le modèle exponentiel de Cornelissen et al. (1986) qui est décrit par l'équation 4.81 et qui est montré sur la figure 4.11 :

$$\sigma_{cr} = f_t \left\{ 1 + \left(c_1 - \frac{w}{w_c} \right)^3 \right\} \exp \left(-c_2 \frac{w}{w_c} \right) - \frac{w}{w_c} (1 + c_1^3) \exp(-c_2) \quad (4.81)$$

où w est l'ouverture de la fissure, w_c est l'ouverture de la fissure lors du relâchement total de la contrainte fonction de l'énergie de fissuration G_f ; σ_{cr} est la contrainte normale à la fissure et f_t est la résistance en traction du béton.

Les valeurs des constantes sont : $c_1 = 3$ et $c_2 = 6.93$

$$w_c = 5.14 \frac{G_f}{f_t h} \quad (4.82)$$

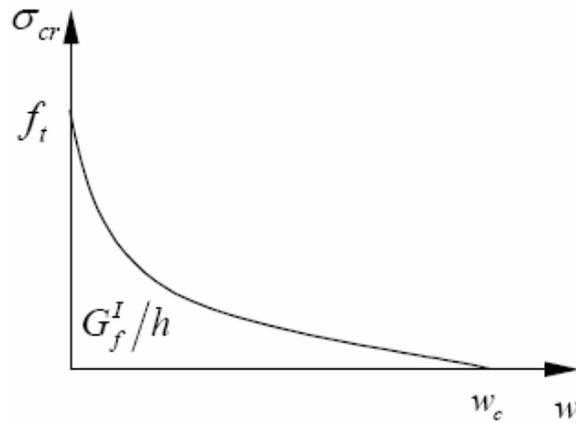


Figure 4.11 modèle du béton en traction

Plusieurs chercheurs ont proposé différentes manières pour estimer h [Bazant & Oh (1983), Rots (1985), Leibengood et al (1986), Oñate et al (1987), Dahlblom & Ottosen (1990), Oliver et al (1990), Cervenka et al (1990), Rots (1992), Feenstra (1993)]. La largeur de bande de la fissuration peut être estimée de trois manières : égale à la racine carrée de la surface de l'élément fini, égale à la racine carrée de la surface du point d'intégration ou bien égale à une valeur constante.

$$h = \frac{G_f E_c}{f_t^2} \quad (4.83)$$

4.5.3 Identification des variables d'endommagement

Pour la détermination des paramètres du modèle de l'endommagement, on utilisera la démarche proposée par Lee and Fenves (1998) et qui est décrite ci-dessous.

a) cas de la traction

Le comportement du béton est considéré élastique jusqu'à sa résistance en traction.

Le comportement post-pic nécessite la connaissance de deux paramètres (a_t et b_t).

L'expression mathématique de cette courbe pour le cas uniaxial est donnée par :

$$\sigma_t = f_{t0} \left[(1 + a_t) \exp(-b_t \kappa_t) - a_t \exp(-2b_t \kappa_t) \right] \quad (4.84)$$

où a_t et b_t sont des constantes à déterminer de telle sorte que cette courbe reproduise la réponse du matériau en traction et κ_t est la déformation plastique cumulée.

En supposant que l'endommagement en traction a une évolution exponentielle de la forme :

$$1 - D_t = \exp(d_t \kappa_t) \quad (4.85)$$

où D_t est une constante

La contrainte effective est alors donnée par :

$$\bar{\sigma}_t = f_{t0} \left[(1 + a_t) \left(\exp(-b_t \kappa_t) \right)^{\left(1 - \frac{D_t}{b_t}\right)} - a_t \left(\exp(-b_t \kappa_t) \right)^{\left(2 - \frac{D_t}{b_t}\right)} \right] \quad (4.86)$$

La densité de l'énergie de fissuration est donnée par :

$$g_t = \int_0^{\infty} \sigma_t d\kappa = \frac{f_{t0}}{b_t} \left(1 + \frac{a_t}{2} \right) \quad (4.87)$$

Pour déterminer la valeur de b_t il sera fait appel à l'équation de l'énergie de rupture qui est donnée par :

$$g_t = \frac{G_t}{l_c} \quad (4.88)$$

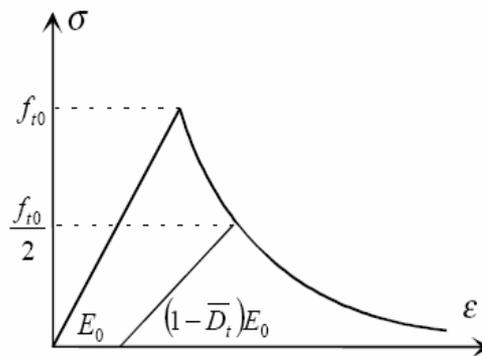
La combinaison des équations (4.86 et 4.87) donne :

$$b_t = f_{t0} \frac{l_c}{G_t} \left(1 + \frac{a_t}{2} \right) \tag{4.89}$$

La détermination du paramètre D_t contrôlant l'évolution de l'endommagement en traction nécessite la spécification de la valeur de l'endommagement dans le cas uniaxial pour une certaine valeur de la contrainte, afin de pouvoir calibrer ces paramètres par rapport aux données expérimentales. Cette méthode de spécification du paramètre D_t en fonction d'un point expérimental s'avère très efficace pour reproduire l'endommagement du module élastique sur l'ensemble du processus de fissuration.

D'après Lee and Fenves (1998), il faut d'abord supposer la valeur de l'endommagement (notée \bar{D}_t) pour une contrainte égale à $\frac{f_{t0}}{2}$ et ensuite calculer la valeur de la déformation plastique pour cet état de contrainte (voir figure 4.12)

Figure 4.12 Comportement uniaxial du béton en traction



La résolution de l'équation (4.86) avec $\sigma_t = \frac{f_{t0}}{2}$ permettra d'obtenir la valeur de la déformation plastique correspondante :

$$\varepsilon^P = -\frac{1}{b_t} \ln \left[\frac{(1 + a_t) - \sqrt{1 + a_t^2}}{2a_t} \right] \tag{4.90}$$

et finalement on obtient :

$$\frac{d_t}{b_t} = \frac{\ln[1 - \bar{D}_t]}{\ln\left[\frac{(1 + a_t) - \sqrt{1 + a_t^2}}{2a_t}\right]} \quad (4.91)$$

Par exemple une identification de la valeur de l'endommagement, (correspondant à $\sigma_t = \frac{f_{t0}}{2}$), peut être faite en exploitant les résultats de l'essai de traction cyclique de Gopalaratnam and Shah (1985) figure 4.13 aboutissant à :

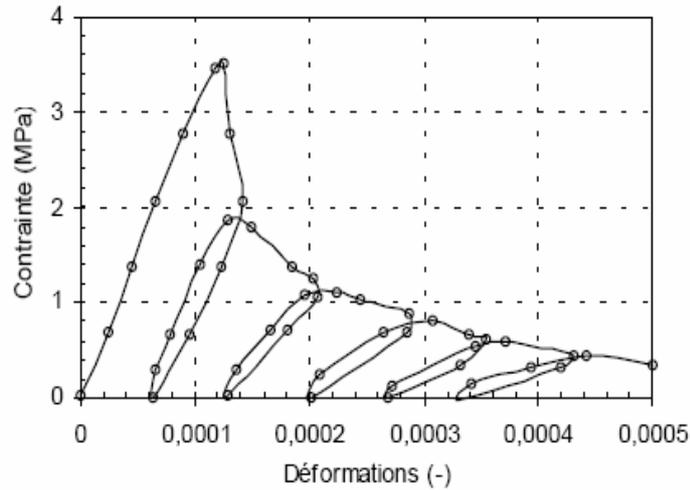
$$\bar{D}_t = 0.25$$

Le paramètre a_t contrôle le comportement avant le pic, en traction ce paramètre ne représente pas une caractéristique physique du fait que le comportement pré-pic du béton est supposé linéaire. On peut donc soit adopter une valeur de $a_t = -0.5$ qui donne une bonne représentation de la courbe uniaxiale soit calculer a_t à partir de l'équation 4.92:

$$a_t = \frac{\left[2(1 - \bar{D}_t) \frac{b_t}{d_t} - 1\right]}{2(1 - \bar{D}_t) \frac{b_t}{D_t} \left[(1 - \bar{D}_t) \frac{b_t}{d_t} - 1\right]} \quad (4.92)$$

La connaissance de cette valeur permet de calculer la valeur du paramètre D_t , une fois les constantes a_t et b_t connues.

Figure 4.13 Essai de traction cyclique de Gopalaratnam and Shah (1985)



b) Béton en compression

Le comportement du béton est supposé élastique jusqu'à sa limite d'élasticité. Au-delà de cette limite, il présente un comportement écrouissable jusqu'à sa résistance à la compression, puis une branche descendante adoucissante.

L'expression mathématique de la courbe uniaxiale est donnée comme pour le cas de la traction par la relation :

$$\sigma_t = f_{c0} [(1 + a_c) \exp(-b_c \varepsilon^p) - a_c \exp(-2b_c \varepsilon^p)] \tag{4.93}$$

et l'endommagement est défini par :

$$1 - D_c = \exp(d_c \varepsilon^p) \tag{4.94}$$

La relation contraintes-déformations s'écrit :

$$\sigma = (1 - D_c) E_0 \varepsilon^p \tag{4.95}$$

Le paramètre a_c peut être exprimé en fonction de la résistance en compression f_c du béton et de sa limite d'élasticité f_{c0} comme suit :

$$a_c = \left[2 \left(\frac{f_c}{f_{c0}} \right) - 1 \right] + \sqrt{\left(\frac{f_c}{f_{c0}} \right)^2 - \left(\frac{f_c}{f_{c0}} \right)} \quad (4.96)$$

Pour b_c , une procédure identique à celle mise en œuvre en traction sera adoptée en remplaçant l'énergie de fissuration G_f par l'énergie de rupture en compression G_c . Le paramètre b_c est alors donné par :

$$b_c = f_{c0} \frac{l_c}{G_c} \left(1 + \frac{a_c}{2} \right) \quad (4.97)$$

Le paramètre d_c contrôlant l'évolution de la loi d'endommagement en compression est déterminé en spécifiant la valeur d'endommagement \bar{D}_c dans le cas de la compression uniaxiale au pic, voir figure 4.14.

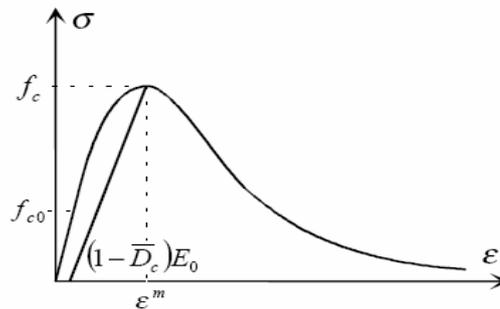


Figure 4.14 Comportement uniaxial du béton en compression

La résolution de l'équation (4.96) POUR $\sigma_c = f_c$ aboutit à la valeur de la déformation plastique correspondante.

$$\epsilon^p = -\frac{1}{b_c} \ln \left[\frac{(1 + a_c)}{2a_c} \right] \quad (4.98)$$

Le paramètre d_c pilotant la loi d'endommagement en compression peut être lié au paramètre b_c à travers l'expression :

$$\frac{d_c}{b_c} = \frac{\ln[1 - \bar{D}_c]}{\ln\left[\frac{1 + a_c}{2a_c}\right]} \quad (4.99)$$

En calant la valeur de l'endommagement \bar{D}_c au pic par rapport à l'essai de compression cyclique de Karsan and Jirsa (1969) figure 4.15 on obtient : $\bar{D}_c = 0.18$

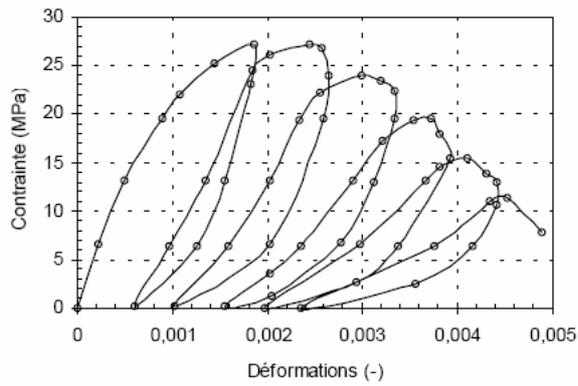


Figure 4 .15 Essai de compression cyclique de Karsan and Jirsa (1969)

L'évolution de l'endommagement en traction et en compression est montrée sur la figure 4.16 :

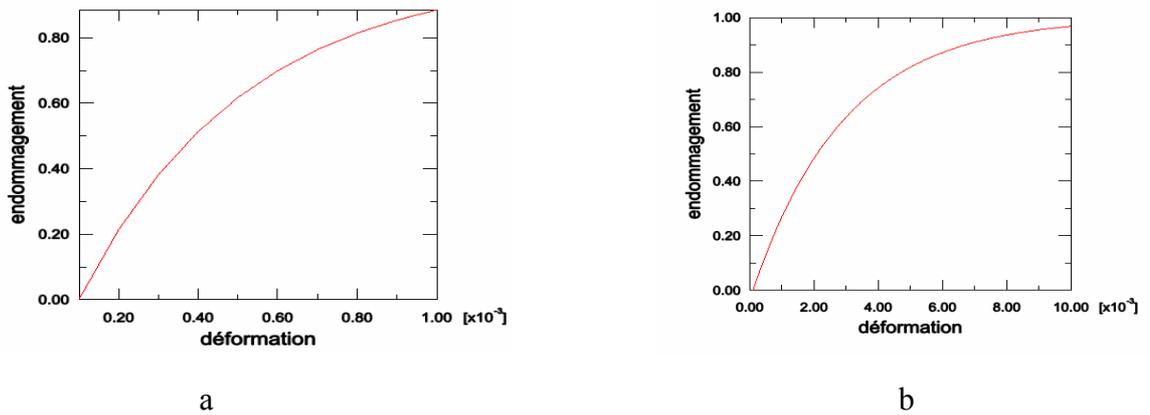


Figure 4.16 évolution de l'endommagement a) traction b) compression

4.6 Vitesse de déformation

4.6.1 Formulation du CEB

L'augmentation de la résistance en compression et en traction sous chargement à taux élevé peut, d'après le modèle du CEB-FIP 90, être considérée d'une manière simplifiée avec un facteur d'amplification dynamique, FAD, qui est dépendant de la vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$. Les relations données sont basées sur de nombreux essais réalisés à des vitesses de déformation différentes. Pour tenir compte de la vitesse de déformation, la résistance déterminée statiquement est multipliée par le FAD. Ceci est une manière simplifiée pour tenir compte de l'effet de la vitesse de déformation et ses inconvénients principaux sont: la vitesse de déformation doit être connue à l'avance et la vitesse de déformation varie avec le temps dans une structure soumise à une charge impulsive.

4.6.1.1 Béton en compression

En compression, le modèle du CEB semble correspondre proprement aux données disponibles, Bishoff and Peryy (1991). Le facteur d'augmentation dynamique FAD pour la résistance en compression est donné par :

$$\begin{aligned} \frac{f_c}{f_{cs}} &= \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_s} \right)^{1.026\alpha_s} && \text{pour } \dot{\epsilon} < 30 \text{ s}^{-1} \\ &= \gamma_s \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_s} \right)^{1/3} && \text{pour } \dot{\epsilon} > 30 \text{ s}^{-1} \end{aligned} \quad (4.100)$$

où f_c résistance dynamique en compression à $\dot{\epsilon}$

f_{cs} résistance statique en compression à $\dot{\epsilon}_s$

$\frac{f_c}{f_{cs}}$ facteur d'amplification dynamique de la résistance à la compression (FAD)

$\dot{\epsilon}$ vitesse de déformation dans l'intervalle de 30×10^{-6} jusqu'à 300 s^{-1}

$\dot{\epsilon}_s$ $30 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ (vitesse de déformation statique)

$$\log \gamma = 6.156\alpha_s - 2$$

$$\alpha_{s=} = \frac{1}{\left(5 + 9 \frac{f_{cs}}{f_{c0}}\right)}$$

$$f_{c0} = 10 \text{ MPa}$$

Cette formulation capture les comportements spécifiques du matériau qui sont :

- Dans une représentation log (FAD) par rapport à log ($\dot{\epsilon}$) la relation est linéaire avec un changement de pente autour de 30 s^{-1} .
- Le FAD est plus élevé pour les bétons ayant de petites résistances.
- Tous les FAD sont reliés à une résistance mesurée en une vitesse de déformation quasi statique spécifique.
- L'augmentation de la résistance est différente pour la compression et la traction.

La formulation en termes de FAD pour le béton en compression a été typiquement acceptée par la plupart des chercheurs comme une représentation précise du comportement actuel, et est directement utilisée dans les analyses numériques, voir, Malvar et Ross (1997), Bishoff and Peryy (1991), Fu et al (1991) et Fu et al (1991).

4.6.1.2 Béton en traction

La facteur d'amplification dynamique pour la résistance à la traction est donné par :

$$\frac{f_t}{f_{ts}} = \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_s}\right)^{1.0168\delta} \quad \text{pour } \dot{\epsilon} < 30 \text{ s}^{-1}$$

$$= \beta \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_s}\right)^{1/3} \quad \text{pour } \dot{\epsilon} > 30 \text{ s}^{-1}$$
(4.101)

où

f_t résistance dynamique en traction en $\dot{\epsilon}$

f_{ts} résistance à la traction statique en $\dot{\epsilon}_s$

$\frac{f_t}{f_{ts}}$ facteur d'amplification dynamique de la résistance à la traction

$\dot{\epsilon}$ vitesse de déformation dans l'intervalle de 30×10^{-6} jusqu'à $300 s^{-1}$

$\dot{\epsilon}_s$ $30 \times 10^{-6} s^{-1}$ (vitesse de déformation statique)

$$\log \beta = 7.11\delta - 2.33$$

$$\delta = \frac{1}{\left(10 + \frac{6f_{cs}}{f_{c0}}\right)}$$

$$f_{c0} = 10 \text{ MPa}$$

Ce FAD en traction est tracé sur la figure 4.17 par rapport à la vitesse de déformation pour deux résistances à la compression de 30 et 70 MPa. Dans un graphe log-log, les courbes obtenues sont bilinéaires. Comme dans le cas de la résistance en compression, ces courbes présentent une discontinuité de leur pente, qui d'après la formulation CEB se produit pour une vitesse de déformation de $30 s^{-1}$. L'expression du CEB est supposée valable jusqu'à $300 s^{-1}$, où le FAD est égal à 3.9 pour un béton à 30 MPa. Bien que ceci soit plus élevé que le FAD en compression pour la même vitesse de déformation, de nombreux chercheurs ont reporté même des facteurs d'augmentation plus élevés en traction.

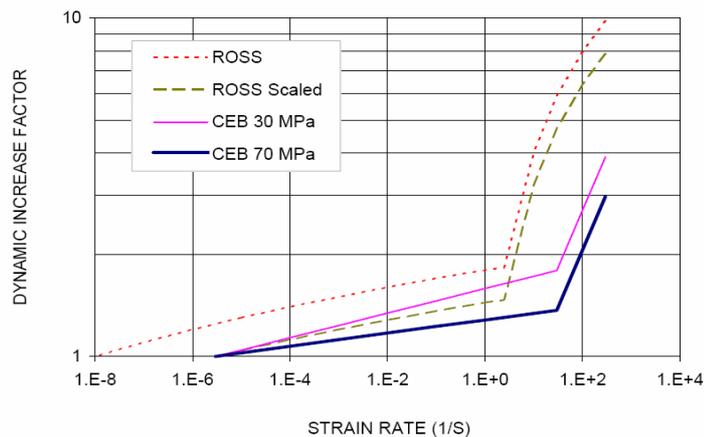


Figure 4.17 Facteur d'amplification dynamique en traction

4.6.1.3 Module d'élasticité

$$\frac{E_{c,imp}}{E_{ci}} = \left(\frac{\dot{\epsilon}_c}{\dot{\epsilon}_{c0}} \right)^{0.026} \quad (4.102)$$

où

$E_{c,imp}$ est le module d'élasticité sous charges impulsives

E_{ci} module d'élasticité instantané classique

$\dot{\epsilon}_c$ vitesse de déformation (s^{-1})

$\dot{\epsilon}_{c0} = -30 \times 10^{-6} s^{-1}$ en compression et $3 \times 10^{-6} s^{-1}$ en traction.

4.7 Modélisation des aciers

4.7.1 Représentation de l'acier adopté

L'acier adopté est du type réparti. Dans ce modèle, les armatures à l'intérieur d'un élément en béton sont remplacées par un élément en acier équivalent ayant des propriétés uniaxiales distribuées dans chaque direction de renforcement. L'élément équivalent en acier a les dimensions de l'élément de béton et une épaisseur t_s qui est déterminée à partir de la relation suivante :

$$t_s = \frac{A_s}{b} = \rho_s \cdot d_s \quad (4.104)$$

où A_s est l'aire d'une armature, b est l'espacement des armatures, ρ_s est le pourcentage des aciers et d_s est la hauteur utile de l'élément.

4.7.2 Loi constitutive de l'acier adoptée

Une loi élasto-plastique parfaite a été adoptée pour les armatures avec un module d'élasticité de 210E6 KN/M² et une limite d'élasticité égale à 400000 KN/M².

4.8 Élément fini utilisé

ABAQUS possède une très riche bibliothèque d'éléments capable de modéliser des coques qui ont un comportement non linéaire et qui peuvent subir de larges déformations et de grandes rotations. Les éléments S4R et S3R (éléments à 4 et 3 nœuds respectivement avec intégration réduite) qui sont disponibles dans ABQUS/EXPLICIT

permettent une solution robuste et précise pour tous les cas de charge pour les coques minces et épaisses. Le changement de l'épaisseur en fonction des déformations dans le plan est pris en compte dans la formulation. Ces éléments ne souffrent ni du blocage en cisaillement ni de la présence de modes hourglassing. La rigidité de cisaillement est déterminée en utilisant le principe de Hu-Washizu et en supposant que la réponse au cisaillement de la coque est égale à celle d'un solide tridimensionnel pour le cas de la flexion par rapport à un axe en utilisant une variation parabolique des contraintes de cisaillement transversales et permet généralement une bonne estimation des flexibilités de cisaillement. Pour l'intégration numérique, deux méthodes peuvent être utilisées : la méthode de Simpson et la quadrature de Gauss.

La règle de Simpson à trois points et la quadrature de Gauss à deux points sont exactes pour les problèmes linéaires. Pour des problèmes fortement non linéaires, plus de points d'intégration peuvent être requis. Normalement, pas plus de neuf points pour la règle de Simpson. L'intégration de Gauss requiert normalement cinq points d'intégration.

La règle de Gauss est plus précise que celle de Simpson quand un même nombre de points d'intégration est utilisé.

Chapitre 5

Simulation numérique

5.1 Généralités

Vu que le nombre de paramètres (matériels, géométriques, des explosions et ceux inhérents à la méthode des éléments finis elle-même) pouvant être considéré dans la simulation numérique est très conséquent, il nous fallait choisir un certain nombre car l'étude de tous les paramètres aurait nécessité un effort numérique considérable.

Les paramètres que nous jugé dignes d'intérêt sont :

- dimensions des dalles
- l'influence de la phase négative
- la durée du chargement
- Modèles du béton
- pourcentage des aciers
- conditions aux limites
- maillage
- effet de la vitesse de déformation
- forme de la courbe de surpression

5.2 Dimensions des dalles

Pour avoir un large éventail de résultats et contribuer à une meilleure compréhension du comportement des dalles en béton armé sous les explosions, trois types de dimensions de dalles ont été choisis à partir de travaux de recherche antérieurs.

Dalle (D1): 2.64 x 2.64 x .097 m (Mosallam and Mossallam (2001))

Dalle (D2): 12 x 10 x 0.9 m (Mikkola and Simisalo (1980))

Dalle (D3): 7.5 x 3.6 x 0.4 m (Vecchio and Collins (1982))

5.3 Calculs préliminaires

Une analyse modale a été faite pour déterminer les caractéristiques dynamiques des 3 dalles, car la valeur de la période fondamentale a une grande influence sur la réponse dynamique. Trois maillages différents M1 (676 éléments) M2 (1156 éléments) et M3 (2756 éléments) représentant un maillage grossier, moyen et fin respectivement

ont été utilisés pour la dalle D1. Pour les dalles D2 et D3 un maillage constitué d'éléments finis ayant une taille de 0.20 m a été adopté pour toutes les analyses.

Les résultats modaux obtenus sont montrés dans les tableaux 5.1 et 5.2. Les propriétés adoptées pour les dalles D1, D2 et D3 sont indiquées sur les tableaux 5.3, 5.4 et 5.5

Tableau 5.1 caractéristiques modales

Dalles Simplement appuyées									
D1			D2			D3			
Modes	1	2	3	1	2	3	1	2	3
F (Hz)	39.48	104.92	104.92	25.69	108.37	143.50	69.679	103.92	164.69
Tn (s)	0.025			.0389			0.0143		

Tableau 5.2 caractéristiques modales

Dalles Encastrées									
D1			D2			D3			
Modes	1	2	3	1	2	3	1	2	3
F (Hz)	74.50	165.18	165.18	48.89	135.39	173.25	135.89	168.13	226.88
Tn (s)	0.0134			0.0204			0.0073		

Tableau 5.3 Propriétés de D1

Caractéristiques	Valeurs
Module d'élasticité initial E_0 (N/mm ²)	37000
Coefficient de poisson ν	0.18
Résistance à la compression f_c (N/mm ²)	40
Résistance en traction f_t (N/mm ²)	$0.1 f_c$
Rapport $\beta = f_{bc}/f_c$	1.16
Energie de fissuration (N/mm)	$G_t = 0.205$ $G_c = 100 G_f$
Paramètres d'endommagement	$\bar{D}_t = 0.205$
Pourcentage des aciers	0.5%

Tableau 5.4 Propriétés de D2

Caractéristiques	Valeurs
Module d'élasticité initial E_0 (N/mm ²)	34000
Coefficient de poisson ν	0.20
Résistance à la compression f_c (N/mm ²)	32.8
Résistance en traction f_t (N/mm ²)	$0.1 f_c$
Rapport $\beta = f_{bc}/f_c$	1.16
Energie de fissuration (N/mm)	$G_t = 0.056$ $G_c = 100 G_f$
Paramètres d'endommagement	$\bar{D}_t = 0.205$
Pourcentage des aciers	3%

Tableau 5.5 Propriétés de D3

Caractéristiques	Valeurs
Module d'élasticité initial E_0 (N/mm ²)	42000
Coefficient de poisson ν	0.18
Résistance à la compression f_c (N/mm ²)	43
Résistance en traction f_t (N/mm ²)	$0.1 f_c$
Rapport $\beta = f_{bc}/f_c$	1.16
Energie de fissuration (N/mm)	$G_t = 0.2$ $G_c = 100 G_f$
Paramètres d'endommagement	$\bar{D}_t = 0.205$
Pourcentage des aciers	1%

4 Chargement

Le chargement adopté correspond à une explosion de 100 kg équivalent TNT située à une distance de 25 m de la dalle D1 résultant en une surpression de 0.1 MPa. Pour étudier l'effet de la durée de l'excitation, quatre durées positives de chargement (1

ms, 2 ms, 10 ms et 20 ms) ont été considérées et sont supposées être représentatives d'explosions faible, moyenne et forte respectivement. Pour D2, on a adopté une explosion de 1000 kg équivalent TNT située à une distance de 15 m résultant en une surpression de 2.53 MPa. Les durées de chargement sont similaires à ceux de la dalle D1. En dernier lieu pour D3, une explosion de 500 kg équivalent TNT à une distance de 15 m a été adoptée résultant en une surpression de 1.25 MPa.

Dalle D1

5.5 Influence du modèle constitutif

5.5.1. Modèle à fissuration fragile (Brittle cracking model)

5.5.1.1 Maillage (modèle basé contraintes-déformations)

D'après les figures 5.1 et 5.2 on peut voir que les résultats obtenus pour le déplacement maximal au milieu de la plaque dépendent d'une manière très significative du maillage adopté lorsqu'un modèle contraintes-déformations est adopté. Plus la taille de l'élément diminue plus les valeurs du déplacement augmentent d'une manière significative à cause d'une fissuration excessive de la dalle. Ceci peut être expliqué par le fait que plus la taille de l'élément est petite, plus une fissuration artificielle et précoce se produit de telle sorte que les éléments ont tendance à se fissurer pour des valeurs de chargement de plus en plus petites, voir Bazant and Oh (1983), Bazant and Cedolin (1981) et Darwin (1984). Crisfield (1997) a donné une explication physique à ce phénomène comme suit, (voir figure 5.3) : L'élément coloré en noir peut être supposé représenter un vide. En supposant que la contrainte maximale est atteinte pour l'élément A, une fois cet élément fissuré, un modèle fragile réduira simplement la rigidité de cet élément à zéro. Cependant, à cause du vide, il y aura une concentration de contraintes et pour un maillage plus raffiné, la charge de fissuration dans le premier élément (équivalent à A) sera réduite. Ce problème s'applique non seulement lors de la première fissuration mais durant la propagation de la fissuration. Avec un maillage raffiné, la charge pour la prochaine fissuration (après A) dans l'élément actuel le plus sollicité (élément B) sera aussi réduite. En raffinant davantage le maillage, la propagation de la fissuration se produira pour des charges de plus en plus petites.

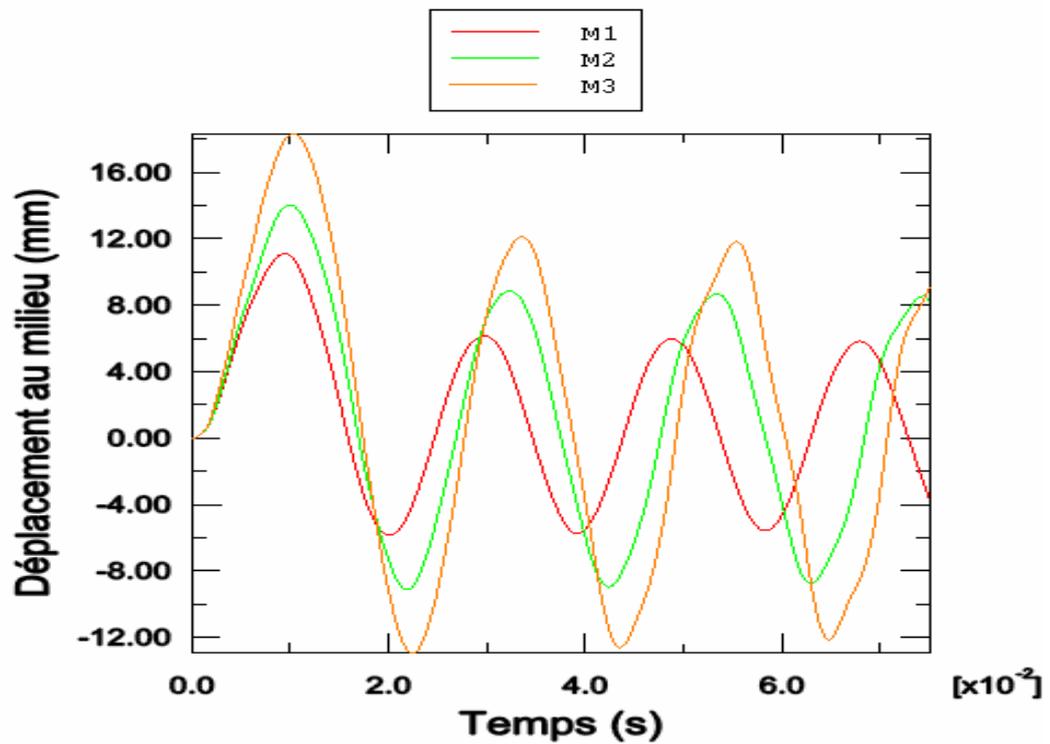


Figure 5.1 Influence du maillage modèle contraintes-déformations dalle encastree

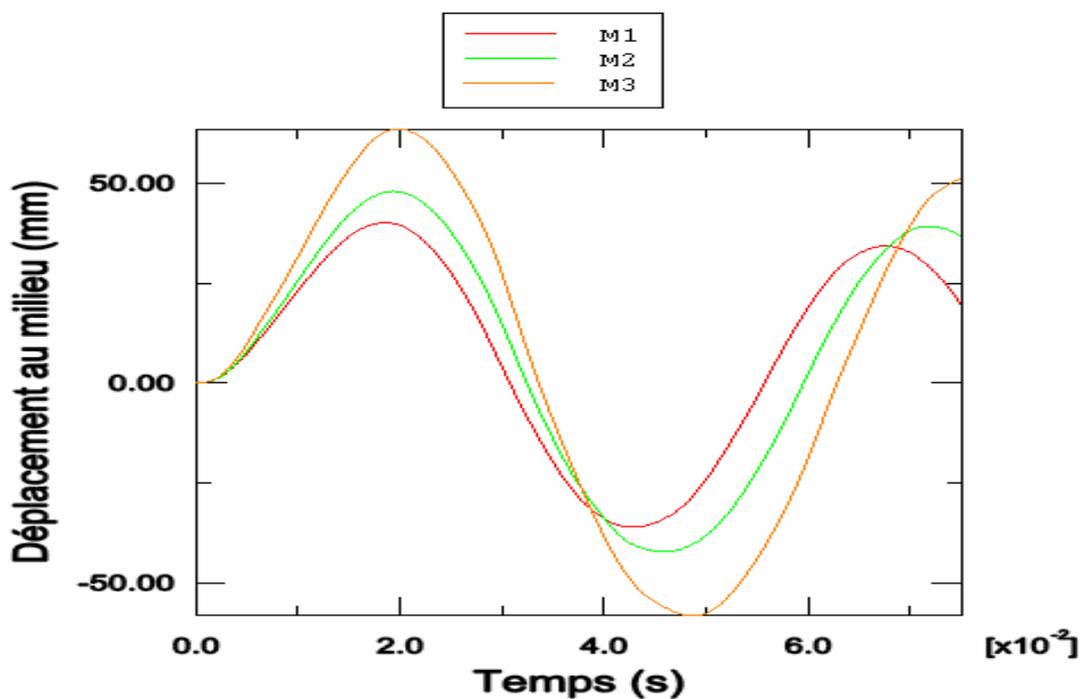
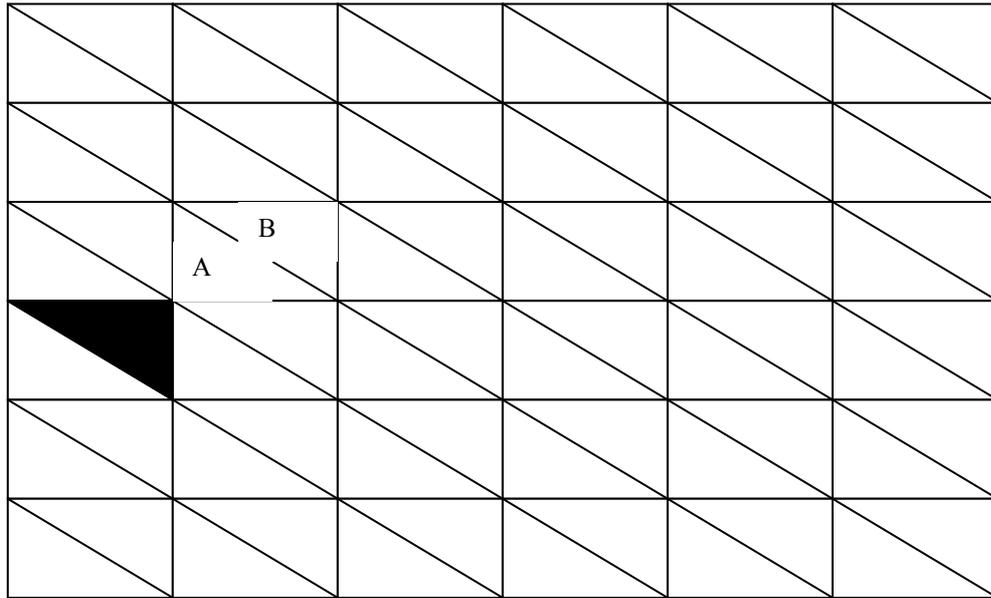


Figure 5.2 Influence du maillage modèle contraintes-déformations dalle simplement appuyée



5.5.1.2 Maillage (modèle basé énergie)

Pour ce modèle et comme attendu les résultats obtenus pour le déplacement vertical au milieu sont relativement insensibles au maillage adopté et présentent donc une objectivité. Ceci s'explique par le fait que dans ce modèle l'énergie de fissuration qui est requise pour initier la fissuration est constante pour les trois maillages car pour chaque maillage on calcule une valeur spécifique de la déformation de fissuration ultime. Ces résultats sont conformes à ceux obtenus par de nombreux chercheurs, Bazant and Oh (1983), de Borst (1984)

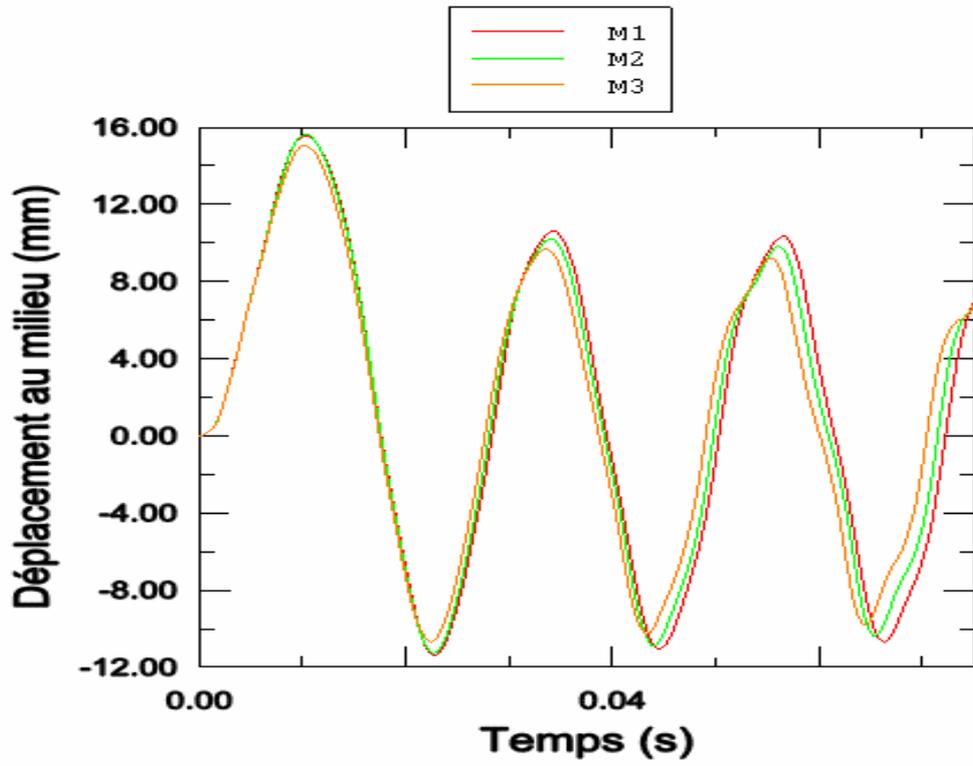


Figure 5.4 Influence du maillage modèle basé énergie dalle encastree

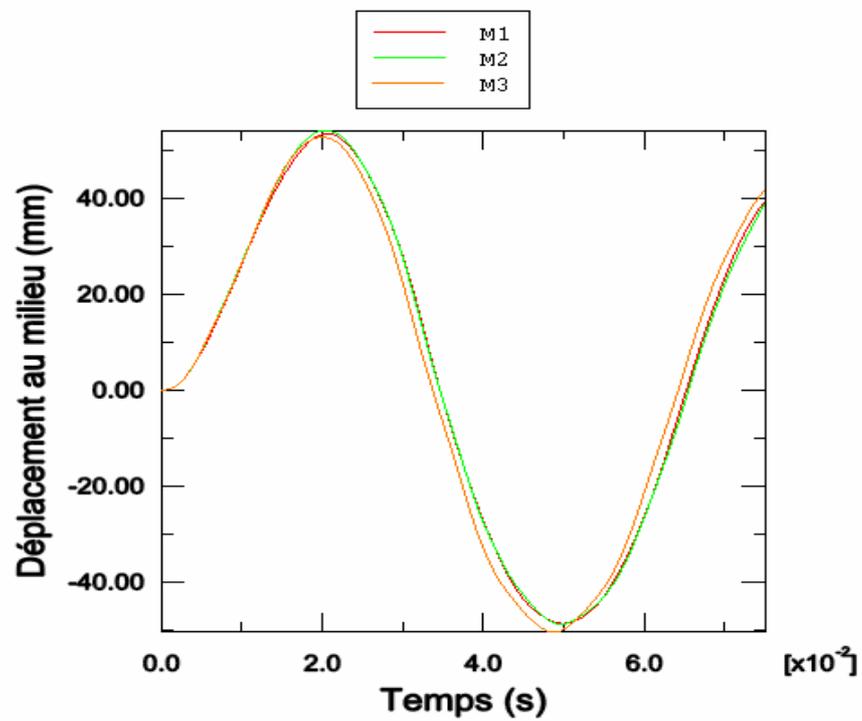


Figure 5.5 Influence du maillage modèle basé énergie dalle simplement appuyée

5.5.2 Modèle couplé plasticité-endommagement

Pour ce modèle, on a uniquement considéré des modèles constitutifs du béton en compression et en traction basés sur l'énergie. Mais contrairement au modèle brittle cracking pour ce modèle on a remarqué une certaine dépendance des résultats du maillage adopté pour le cas de la dalle simplement appuyée où on a obtenu des résultats assez loin de ceux obtenus avec le modèle brittle cracking alors que pour la dalle encastrée les résultats obtenus sont assez comparables, figure 5.6 et 5.7. Cette différence peut s'expliquer par le fait que le modèle couplé plasticité-endommagement permet d'introduire une loi de comportement du béton en compression alors que dans le modèle brittle cracking le béton est supposé élastique en compression et permet aussi de tenir compte de la dégradation de la rigidité élastique du béton en traction et en compression ce qui a pour effet de dégrader de manière conséquente la matrice de rigidité de la dalle. Un autre point mérite d'être signalé concernant la taille de l'élément fini où l'on remarque que plus la taille est petite plus les résultats deviennent non dépendants du maillage ce qui est en accord avec la théorie de la mécanique de rupture où la taille optimale d'un élément, d'après Bazant and Oh (1983), doit être de l'ordre de trois fois la taille du plus gros agrégat utilisé, généralement prise égale à 20 mm. La différence de résultats entre les différents maillages peut être appréciée par l'observation de l'évolution de l'endommagement en traction dans les dalles encastrée et simplement appuyée respectivement, voir figure 5.9. Pour la dalle pleine, on remarque que la répartition de l'endommagement est proche pour les trois maillages M1, M2 et M3 et donc les résultats sont assez comparables alors que pour la dalle simplement appuyée, le maillage M1 a une répartition de l'endommagement plus conséquente que celle des maillages M2 et M3, ce qui explique la relative grande différence entre les résultats obtenus. En augmentant le pourcentage des aciers dans la dalle simplement appuyée on peut voir d'après la figure 5.8 que des résultats plus objectifs peuvent être obtenus car avec l'augmentation du pourcentage des aciers l'effet tension stiffening sera plus important avec comme résultat une dépendance moindre des résultats du maillage adopté. Enfin il est important de signaler l'influence conséquente du choix du modèle constitutif sur l'allure de la réponse globale de la dalle. Cette influence du modèle constitutif peut être expliquée par la modélisation de la dégradation de la matrice de

rigidité qui est différente dans les deux modèles car il est bien connu en dynamique des structures que les matrices masse et de rigidité ont une influence considérable sur les propriétés dynamiques des structures qui déterminent la réponse dynamique d'une structure donnée à un type de chargement donné.

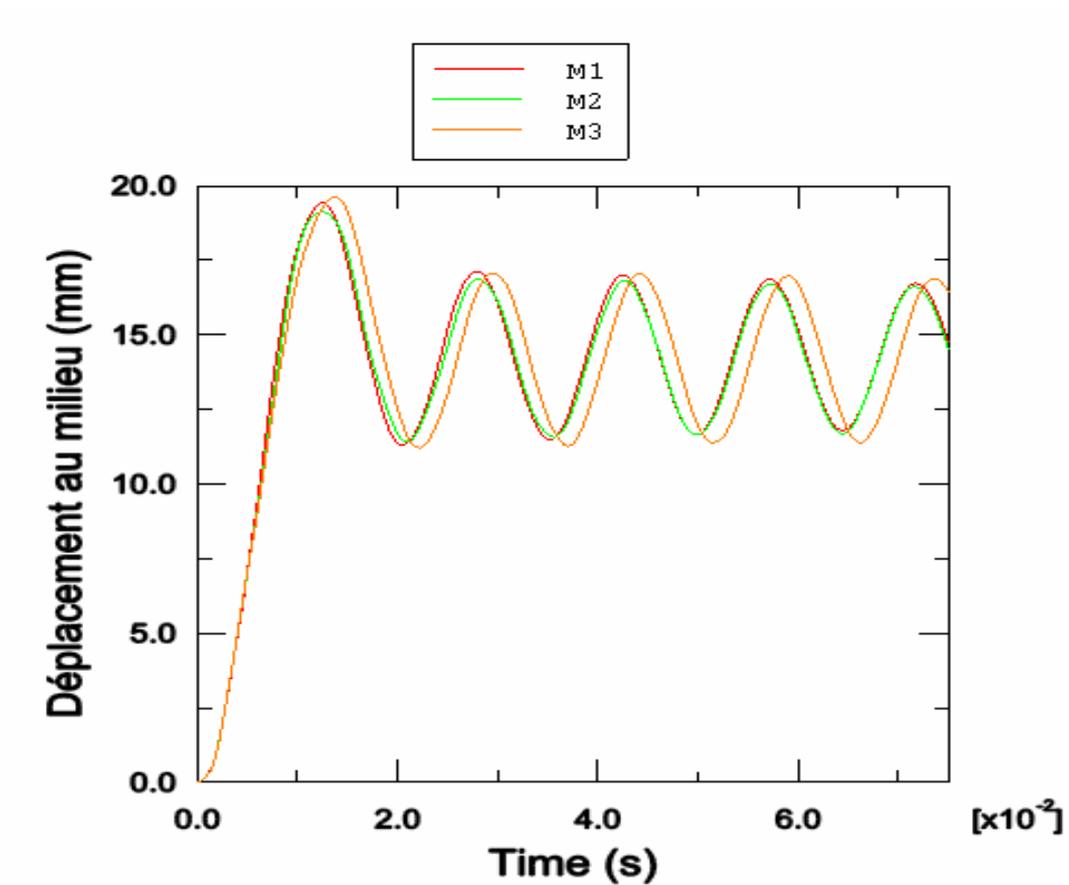


Figure 5.6 Influence du maillage modèle couplé plasticité-endommagement dalle encastrée

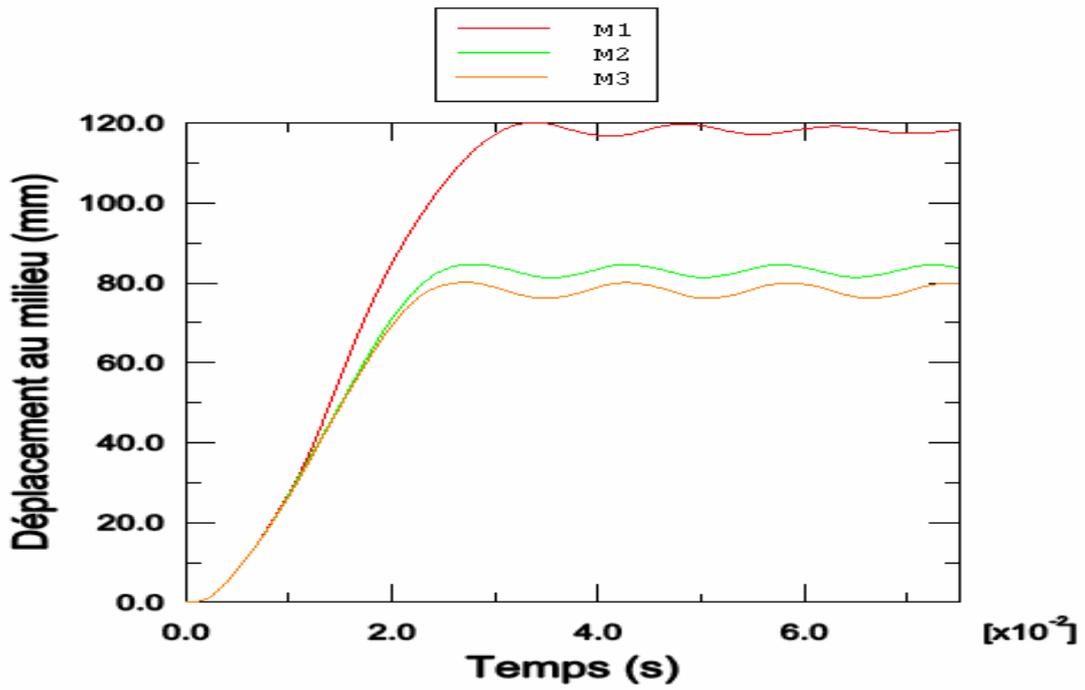


Figure 5.7 Influence du maillage modèle basé énergie dalle simplement appuyée

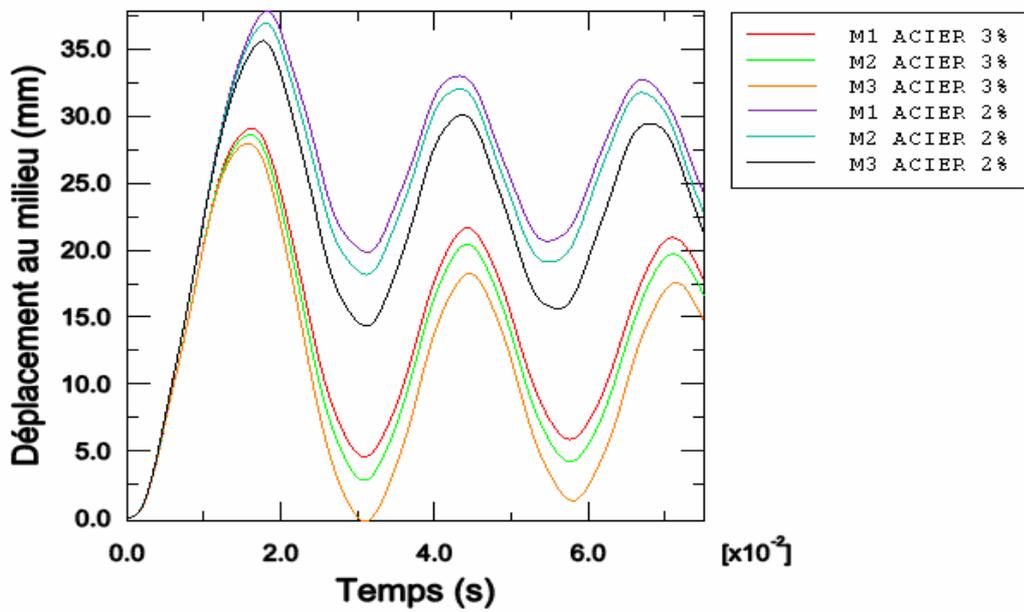


Figure 5.8 Influence du pourcentage des aciers sur le maillage modèle couplé plasticité-endommagement dalle simplement appuyée

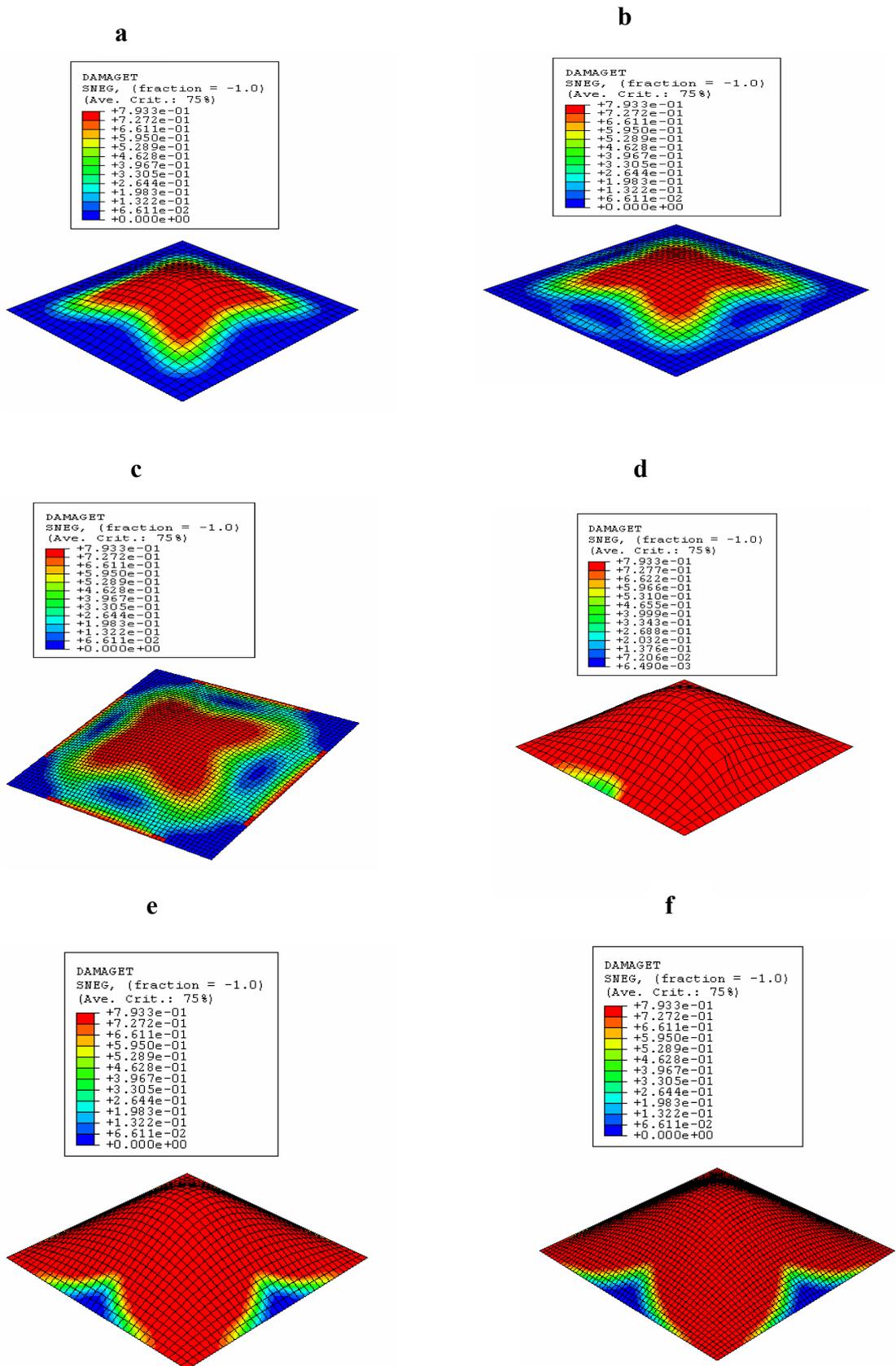


Figure 5.9 Evolution de l'endommagement en traction pour différents maillages a, b et c M1, M2 et M3 dalle encastrée, d, e et f M1, M2 et M3 dalle simplement appuyée

5.5.3 Effet des éclats des explosions

Généralement, avec une explosion sont associés des éclats ou des fragments qui en touchant la surface des éléments de béton vont provoquer une érosion du béton qui résulte en une dégradation de la structure du matériau. Pour tenir compte de ce phénomène, normalement une loi constitutive du béton sous fragments est nécessaire, mais dans ABAQUS une telle loi n'est pas encore incorporée. Cependant, le logiciel propose l'option brittle failure qui permet d'enlever des éléments fissurés dans une seule ou dans deux directions une fois que la déformation de la fissuration dépasse une valeur de la déformation de rupture spécifiée par l'utilisateur, dans notre cas la valeur de la déformation de rupture prend les valeurs 0.001, 0,002 et 0.004. Les résultats trouvés et montrés sur les figures 5.10, 5.11, 5.12 et 5.13 montrent clairement que ce critère est à manipuler avec prudence car enlever trop d'éléments risque de fausser lourdement les résultats de l'analyse. Lorsque le critère de rupture concerne une seule fissure, il peut être observé une chute importante de la rigidité pour une valeur de la déformation ultime de 0.001 surtout pour la dalle simplement appuyée. Par contre lorsque le critère est utilisé avec deux fissures, l'effet est moins prononcé.

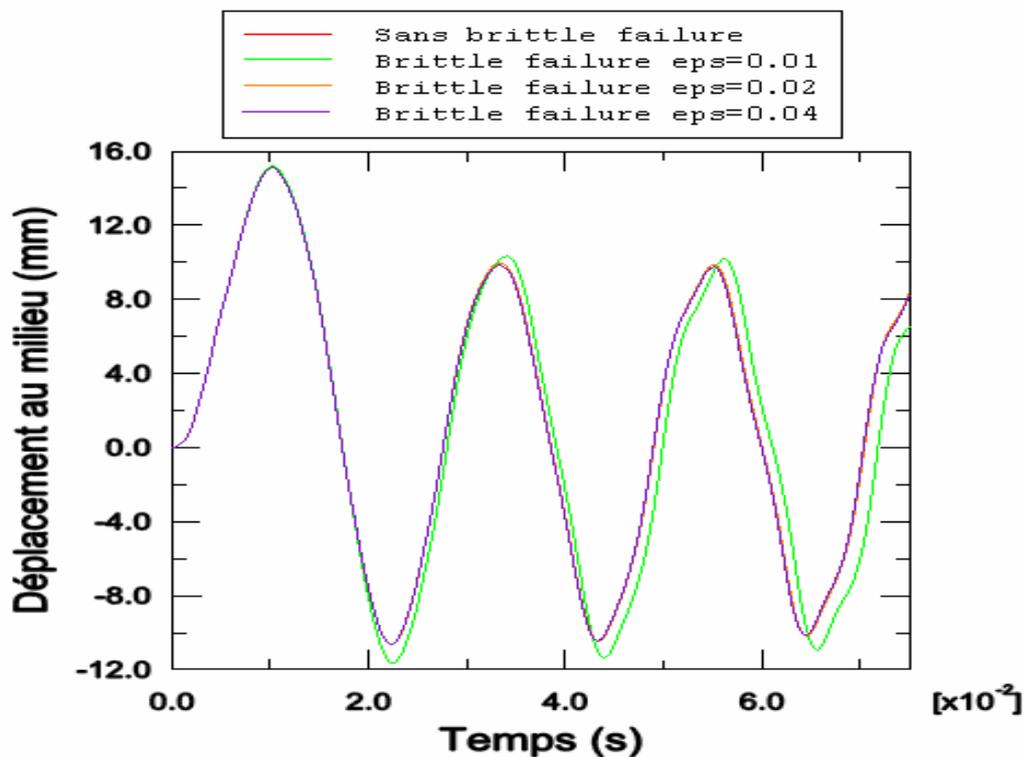


Figure 5.10 Influence de l'enlèvement d'éléments cas de deux fissures dalle encadrée

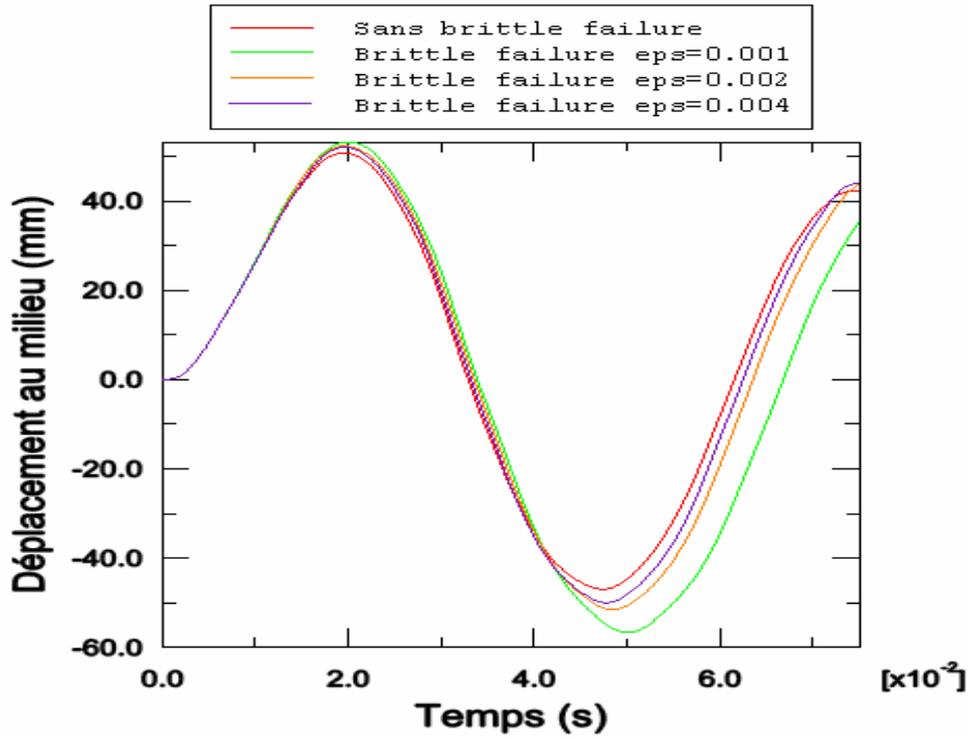


Figure 5.11 Influence de l'enlèvement d'éléments cas d'une seule fissure dalle encastrée

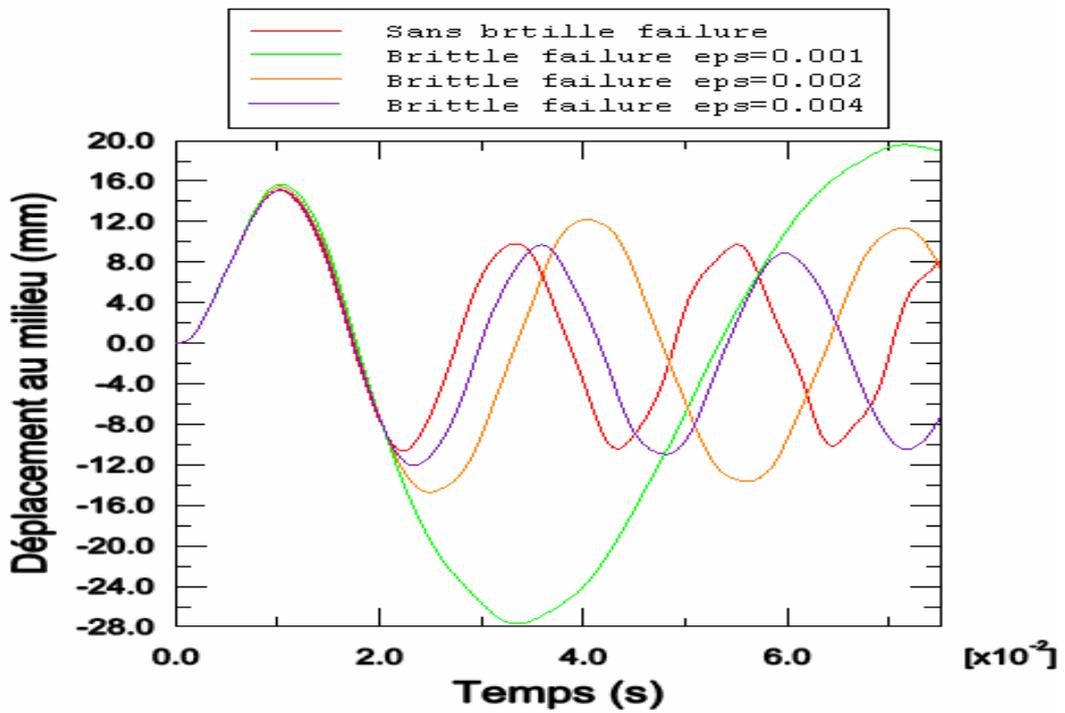


Figure 5.12 Influence de l'enlèvement d'éléments cas de deux fissures dalle simplement appuyée

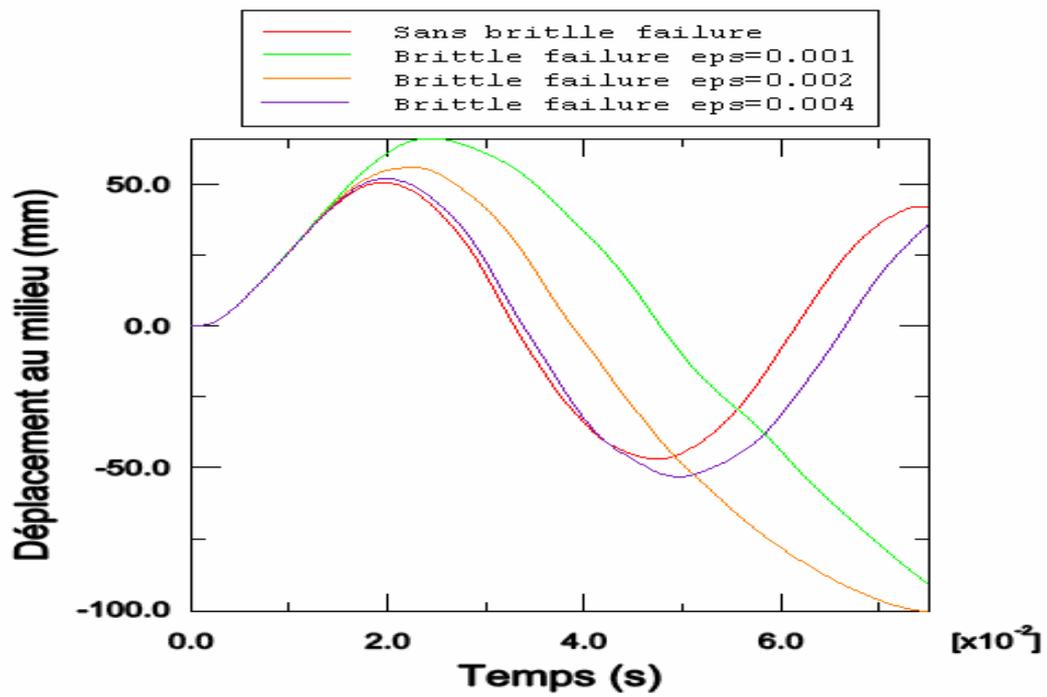


Figure 5.13 Influence de l'enlèvement d'éléments cas d'une seule fissure dalle simplement appuyée

5.5.4 Influence de l'effet tension stiffening

D'après la figure 5.14 il ressort que plus la valeur de tension stiffening est petite plus le déplacement sera important. La plus petite valeur de tension stiffening résultera en une fissuration plus fragile dans le béton avec comme résultat une réponse plus dynamique par rapport aux valeurs élevées de tension stiffening.

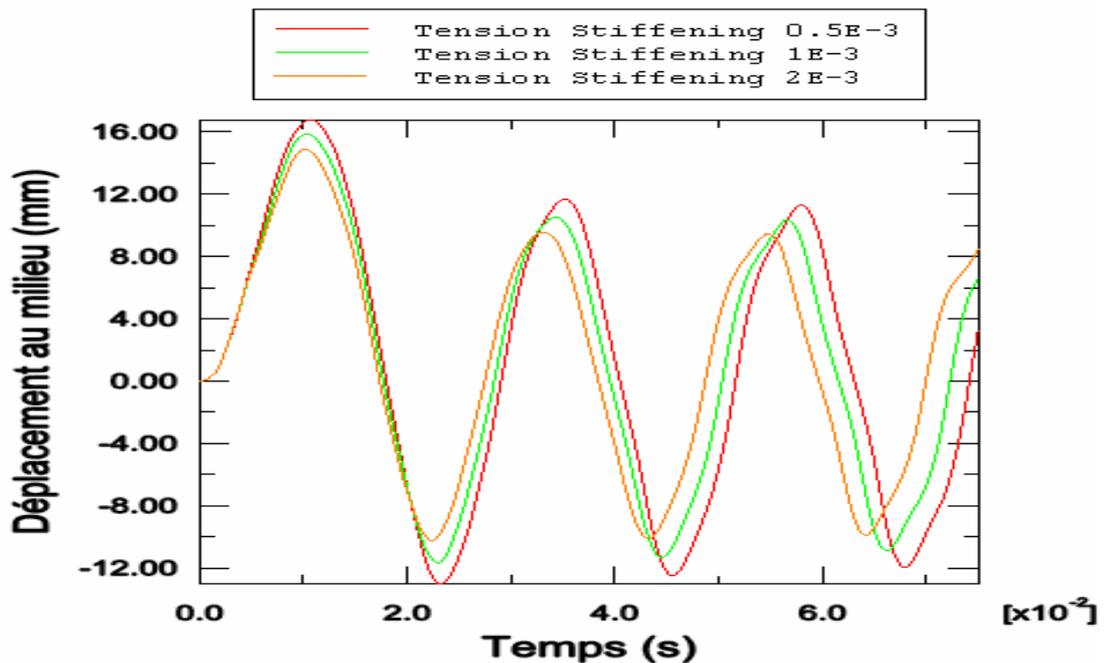


Figure 5.14 Influence de tension stiffening sur la réponse de la dalle encadrée $t_d = 20$ ms

5.5.5 Influence de la vitesse de déformation

La vitesse de chargement est une caractéristique fondamentale du comportement dynamique des structures surtout dans le cas de la dynamique très rapide comme c'est notre cas. Pour tenir compte de cet effet, on adoptera le modèle CEB-FIP (1990) qui propose d'utiliser des facteurs d'amplification dynamique pour le béton en traction, en compression et pour le module d'élasticité comme explicité au chapitre 2. L'effet de la vitesse de déformation sera considéré avec le modèle couplé plasticité-endommagement car avec le modèle brittle cracking ceci n'est pas possible en compression car le modèle suppose un comportement élastique du béton. En utilisant le modèle CEB-FIP, on trouve un FAD de 2.8 en compression, de 7 en traction et de 1.55 pour le module d'élasticité. Pour l'énergie de fissuration, à cause de données incomplètes, on supposera qu'elle est indépendante de la vitesse de déformation comme préconisée par le modèle CEB-FIP. Les résultats trouvés (figures 5.15 et 5.16) montrent clairement une augmentation conséquente de la rigidité et de la résistance de la dalle résultant en une réduction appréciable de la valeur du déplacement au milieu de la plaque surtout pour la dalle simplement appuyée. La réponse temporelle de l'énergie plastique confirme ce résultat comme montré sur les figures 5.17 et 5.18. Ceci est en accord avec tous les travaux de recherche où la vitesse de déformation est prise en compte. Ceci suggère que pour les analyses des structures soumises à des charges impulsives, l'effet de la vitesse de déformation doit être considéré.

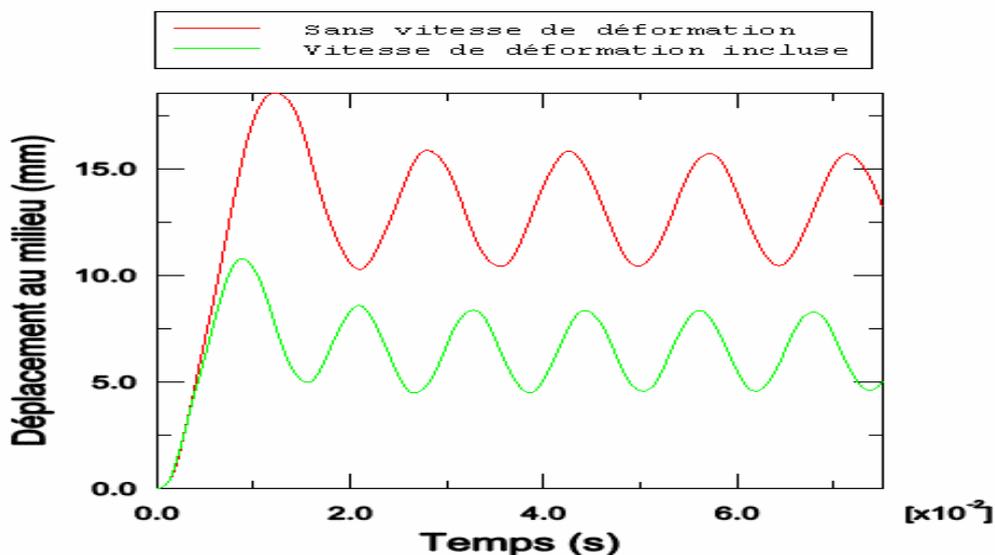


Figure 5.15 Influence de la vitesse de déformation dalle encadrée $t_d = 20$ ms

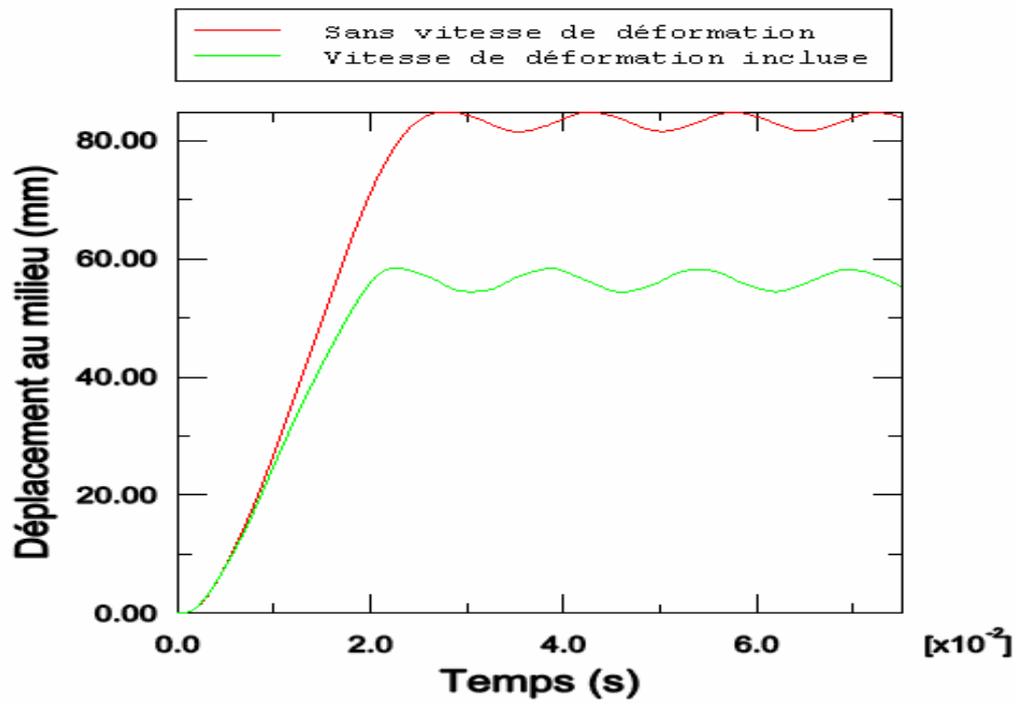


Figure 5.16 Influence de la vitesse de déformation dalle simplement appuyée $t_d = 20$ ms

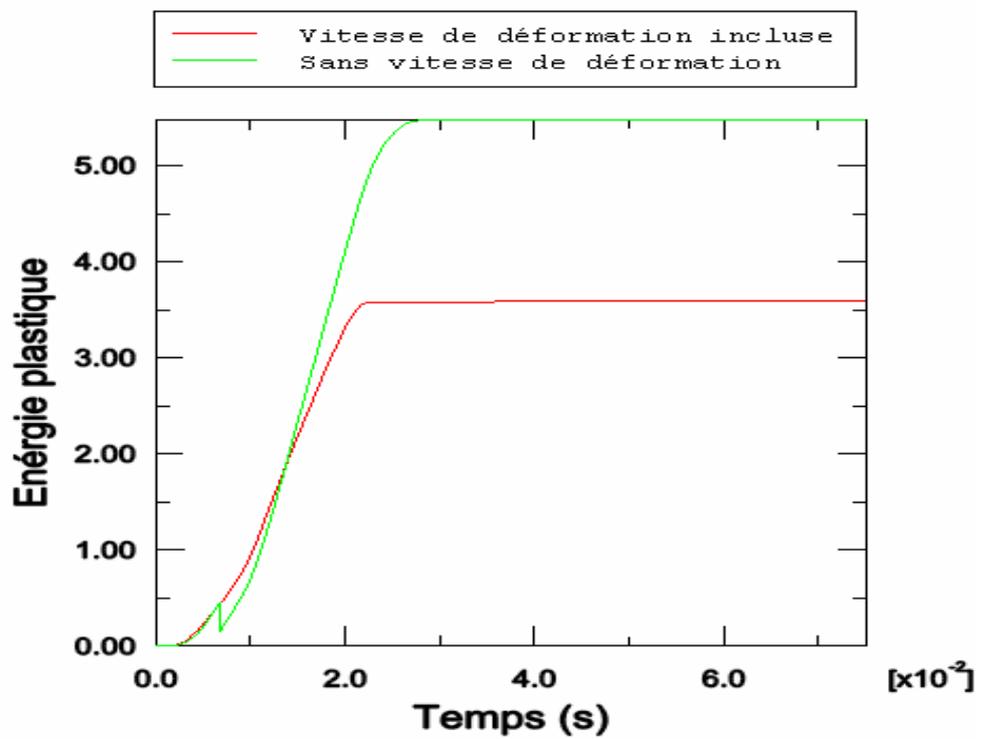


Figure 5.17 Réponse temporelle de l'énergie plastique dalle simplement appuyée

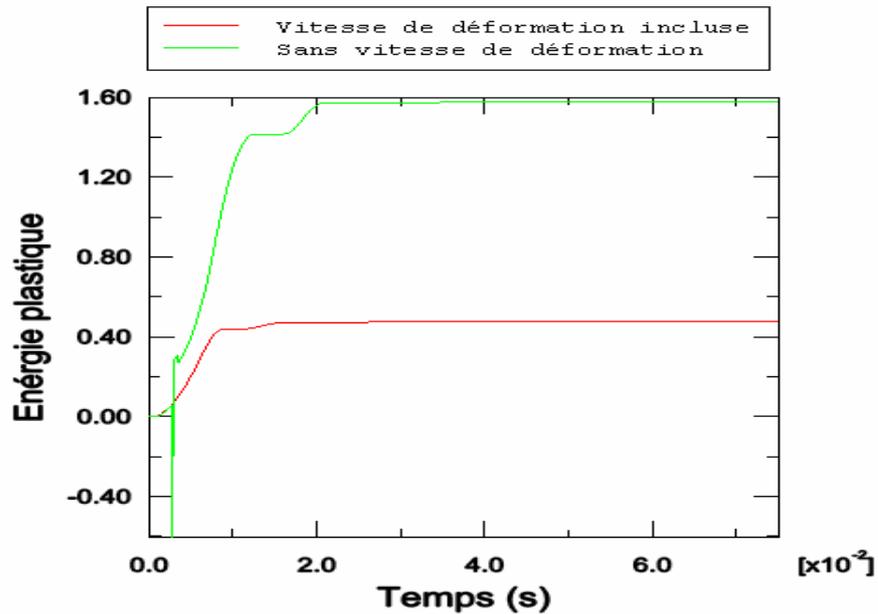


Figure 5.18 Réponse temporelle de l'énergie plastique dalle encastrée

5.5.6 Influence de la durée du chargement

Dans une première étape on a négligé l'effet de l'amortissement, qui sera d'ailleurs l'objet d'une étude particulière, pour les raisons suivantes :

- l'amortissement est mal connu
- dans ABAQUS, une faible valeur de l'amortissement est déjà prise en compte
- l'amortissement du type Rayleigh qui est fonction de la matrice masse et de la matrice de rigidité, ce qui peut introduire de larges forces artificielles d'amortissement dans les éléments subissant un endommagement sévère.

L'augmentation de la durée de l'excitation dans un rapport de 2, 10 et 20 résulte en une augmentation du déplacement au centre de la dalle dans un rapport de 2.09, 9.07 et 14.04 et dans un rapport de 2.08, 15.05, et 32.22 pour les dalles encastrée et simplement appuyée respectivement pour le modèle brittle cracking, voir figures 5.19 et 5.20. Pour le modèle couplé plasticité endommagement, l'augmentation de la durée de l'excitation dans les mêmes rapports que précédemment a pour effet d'augmenter le déplacement au centre de la dalle dans un rapport de 2.03, 10.46 et 16.61 et dans un rapport de 2.15, 18.03 et 49.94 pour les dalles encastrée et simplement appuyée respectivement, voir figures 5.21 et 5.22. Ces résultats sont dans une large mesure

comparables à ceux obtenus par Mossallam and Mossallam (2001) et montrent clairement que plus la durée de chargement est importante, plus l'effet destructeur de l'explosion sera important.

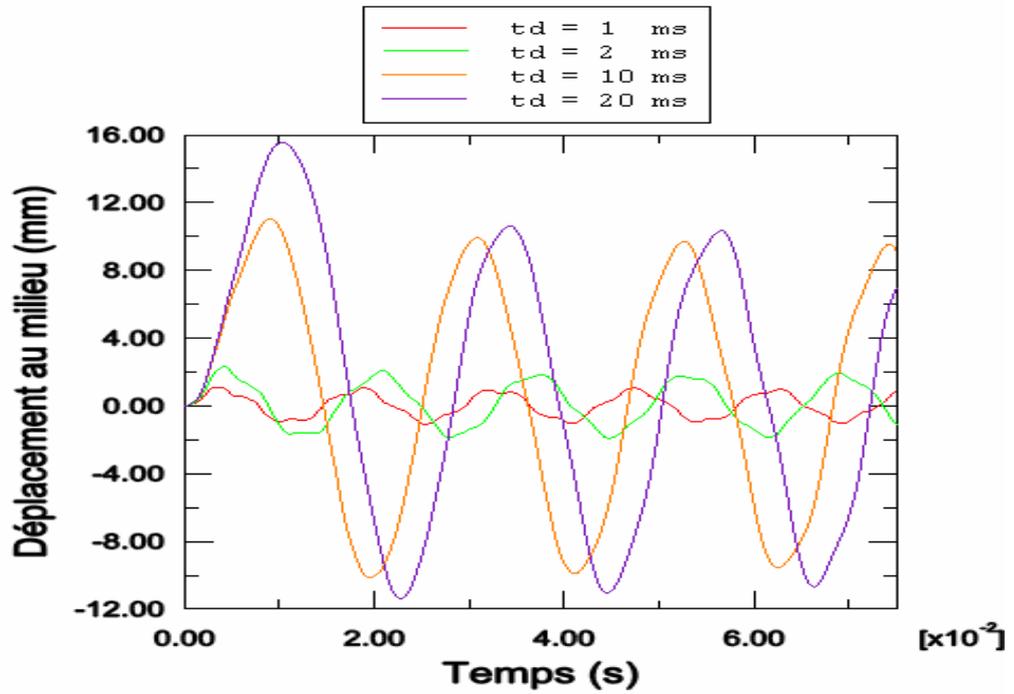


Figure 5.19 Influence de la durée de chargement dalle encastrée modèle brittle cracking

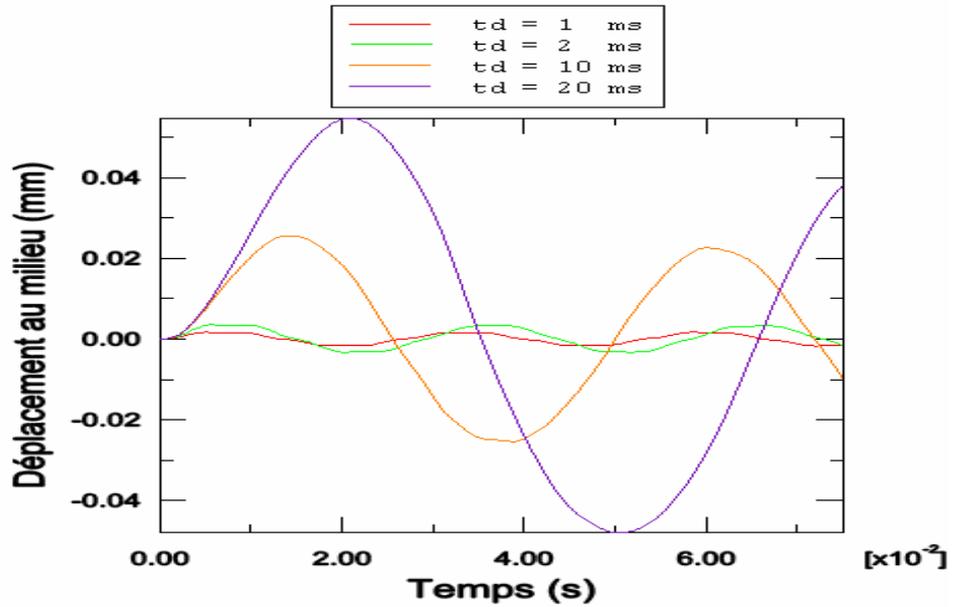


Figure 5.20 Influence de la durée de chargement dalle simplement appuyée modèle Brittle cracking

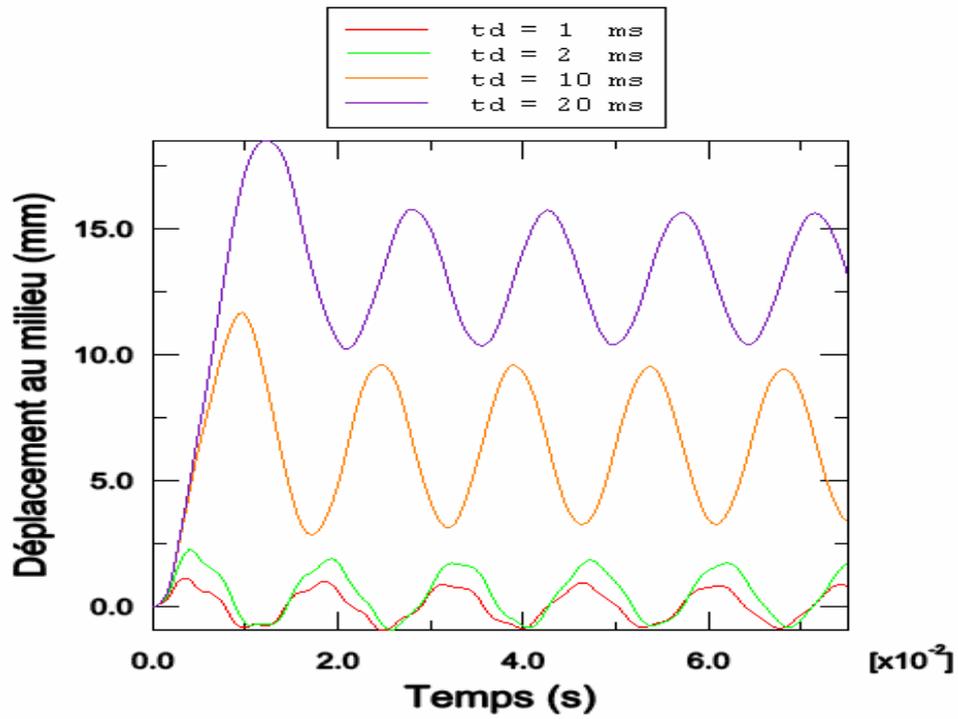


Figure 5.21 Influence de la durée de chargement dalle encastree modèle couplé plasticité-endommagement

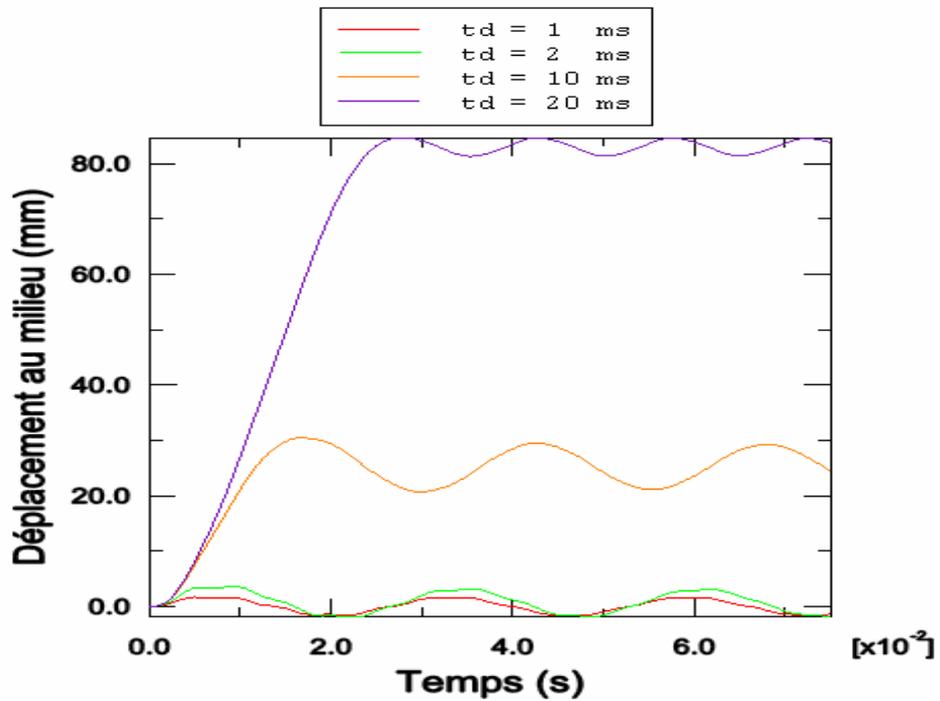


Figure 5.22 Influence de la durée de chargement dalle simplement appuyée modèle couplé plasticité-endommagement

5.5.7 Influence de la phase négative

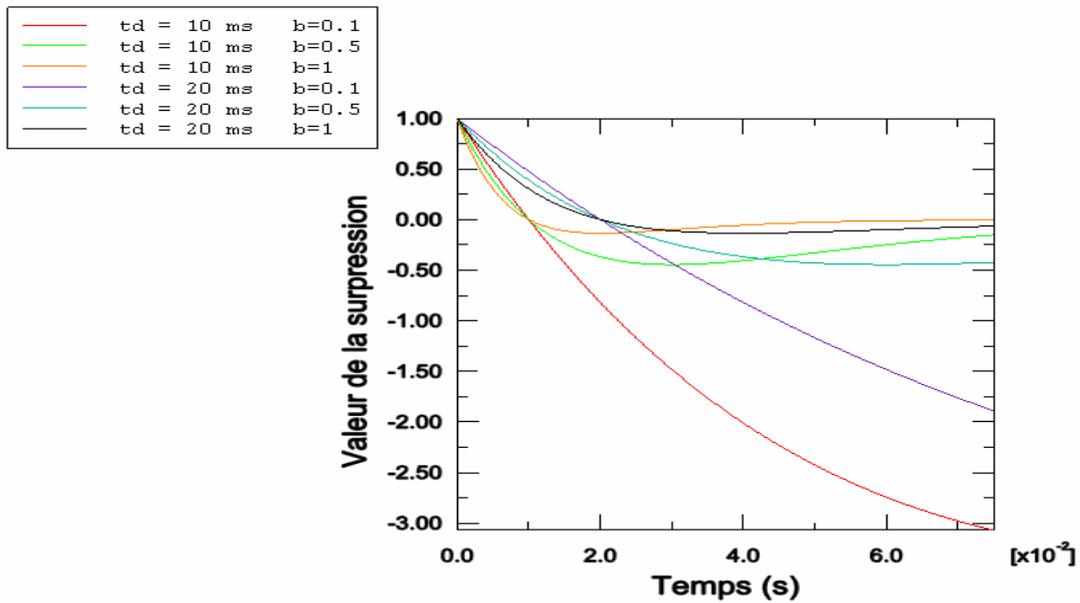


Figure 5.23 Phase négative en fonction des valeurs de b et de t_d

Sur la figure 5.23 sont présentés les graphes de la forme exponentielle de la surpression en fonction de la valeur de b et de la durée du chargement positive t_d . Il peut être observé que pour $b=0.1$, l'aire de la phase négative est très importante surtout lorsque la valeur de t_d décroît mais diminue avec l'augmentation de b . Pour $b=1$, l'aire de la phase positive est égale à celle de la phase négative.

Du point de vue de la dynamique des structures, le fait de prendre en compte l'influence de la phase négative est équivalent à l'étude de la structure en vibrations forcées dans la direction négative avec des conditions initiales dues à l'excitation positive. D'après les figures 5.24, 5.25, 5.26 et 5.27, il peut être remarqué que durant la phase résiduelle un déplacement très important de sens opposé à celui de l'excitation se produit et qui correspond à une succion pour $b = 0.1$ pour les dalles encastrée et simplement appuyée et $b = 0.5$ pour la dalle simplement appuyée. Ces résultats sont davantage confirmés par l'observation des déformées de la dalle simplement appuyée (figure 5.28) pour différentes valeurs de b . La valeur de ce déplacement augmente plus rapidement pour la dalle simplement appuyée par rapport à celle encastrée car la première est beaucoup plus flexible que la seconde et peut atteindre des valeurs excessives pouvant mener à la destruction des dalles si la phase résiduelle est importante surtout pour $t_d = 10$ ms. Ces résultats sont en accord avec les conclusions de Krauthammer (2001) qui propose

d'imaginer que la dalle rebondit dans la direction négative une fois que cesse la charge positive et qu'elle peut être sujette à des déplacements dans la direction négative très conséquents en fonction de la durée du rebond.

5.5.7.2 Brtittle cracking model

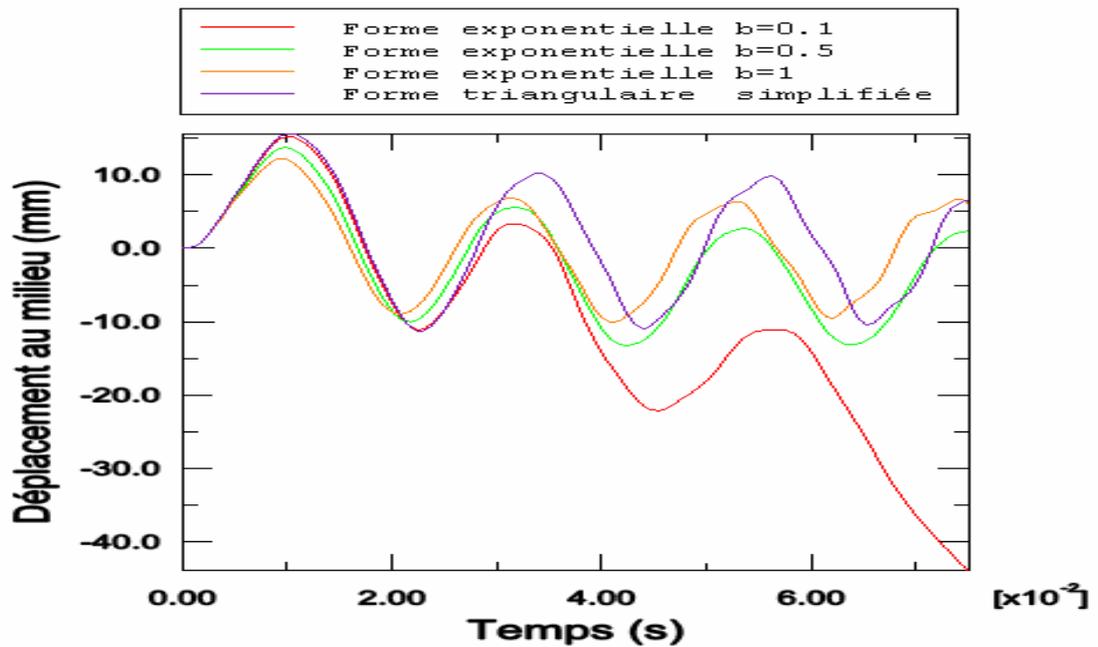


Figure 5.24 Influence de la phase négative dalle encastrée pour $t_d = 20$ ms

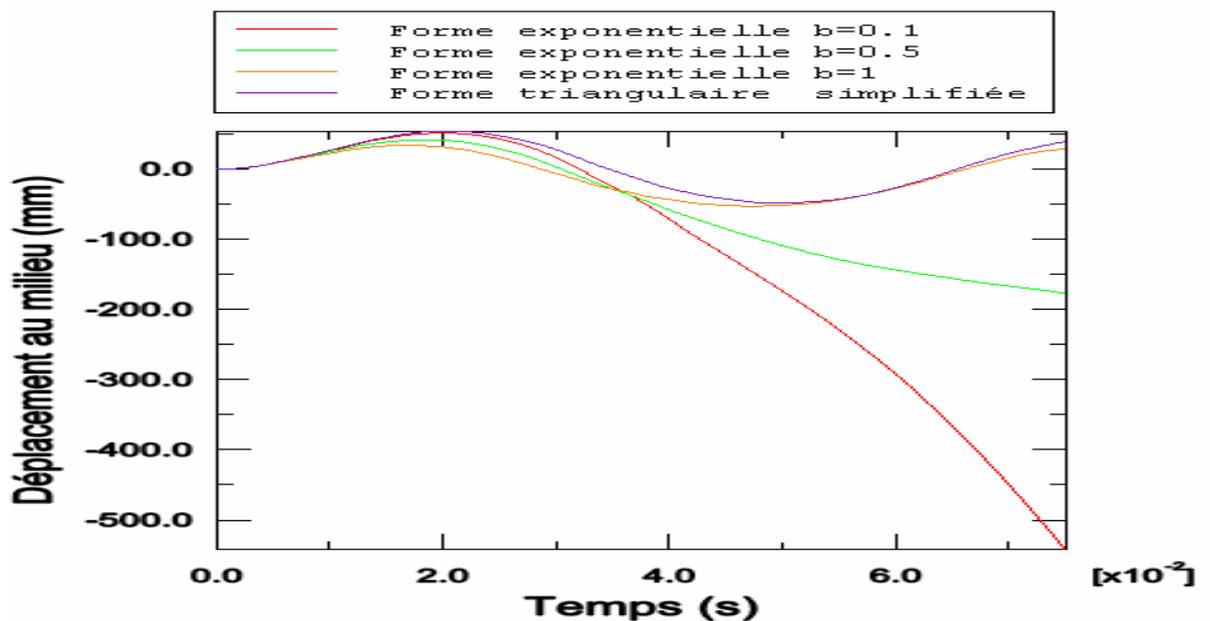


Figure 5.25 Influence de la phase négative dalle simplement appuyée pour $t_d = 20$ ms

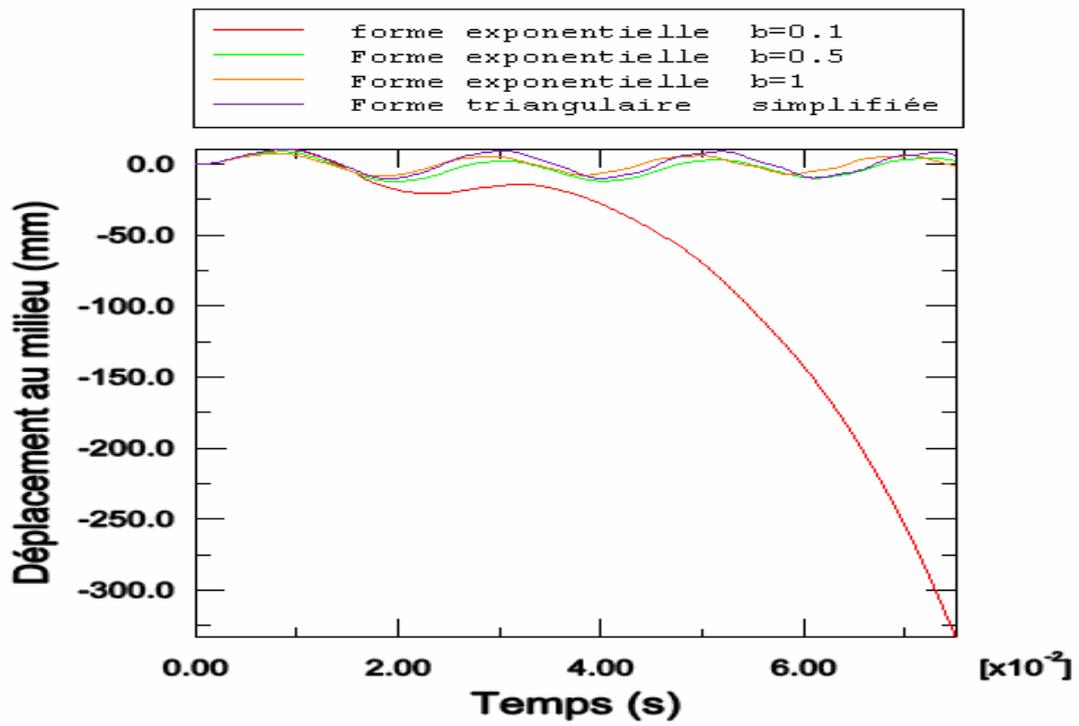


Figure 5.26 Influence de la phase négative dalle encastrée $t_d = 10$ ms

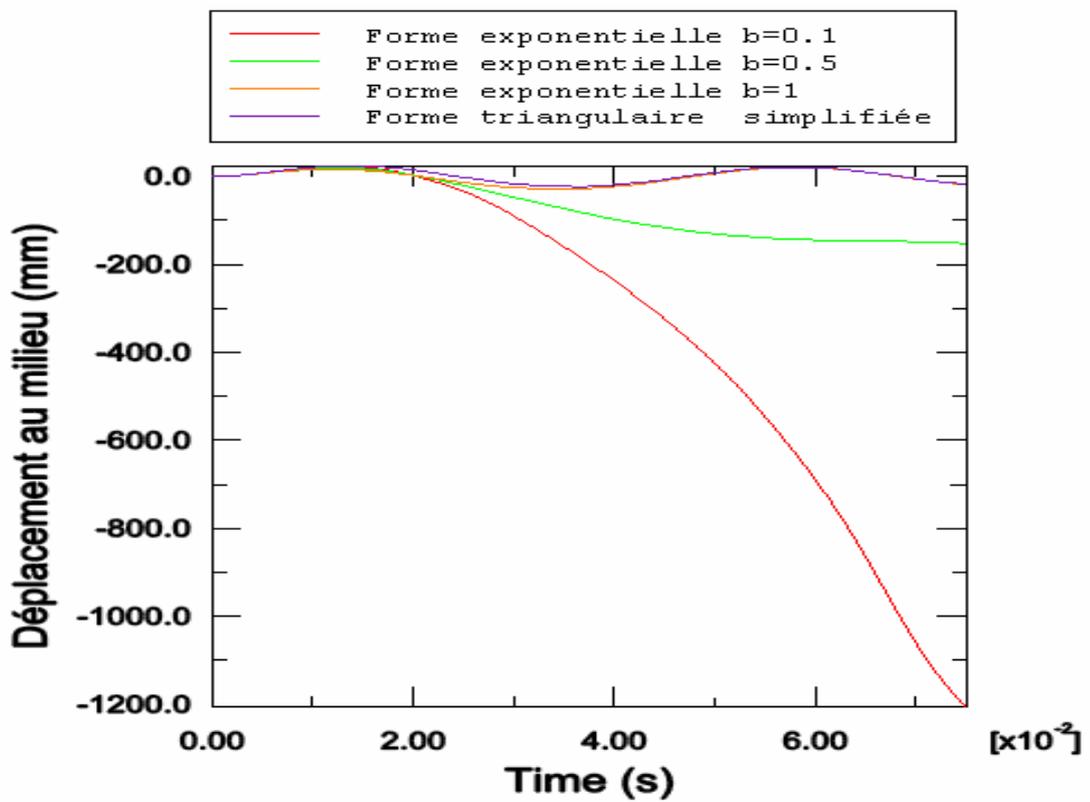


Figure 5.27 Influence de la phase négative dalle simplement appuyée $t_d = 10$ ms

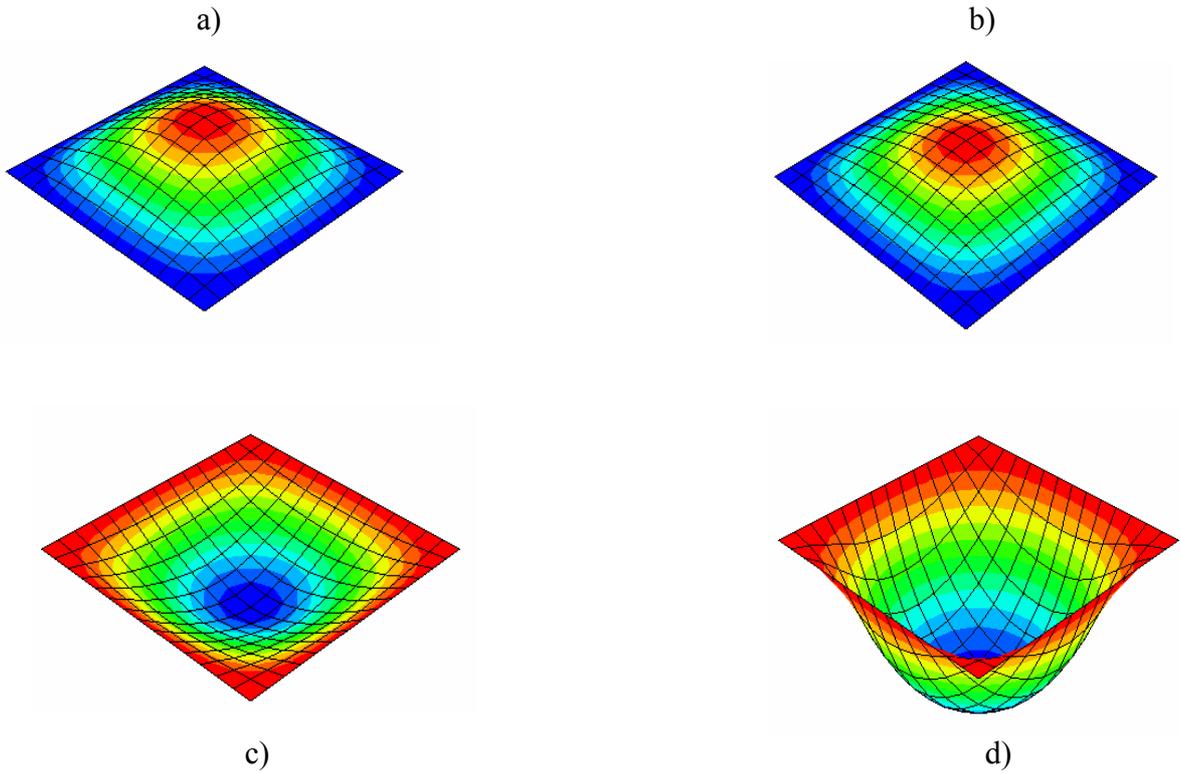
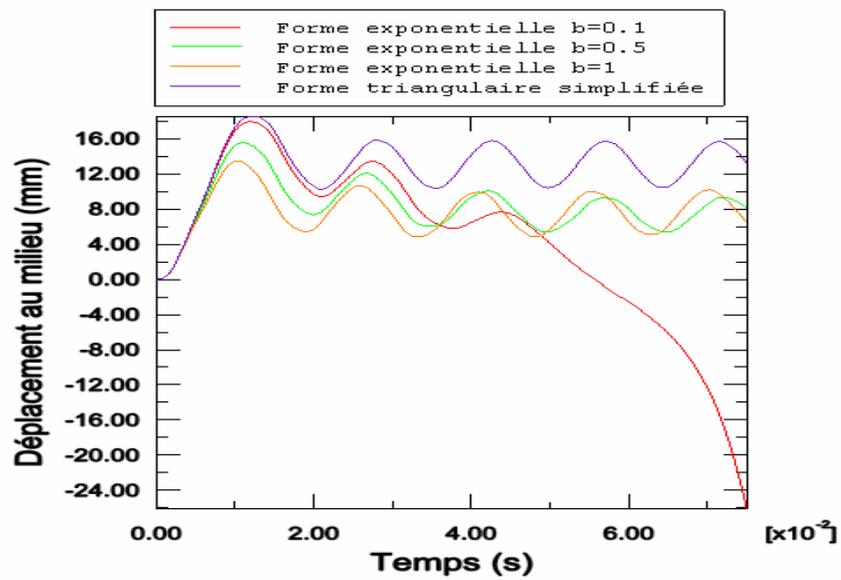
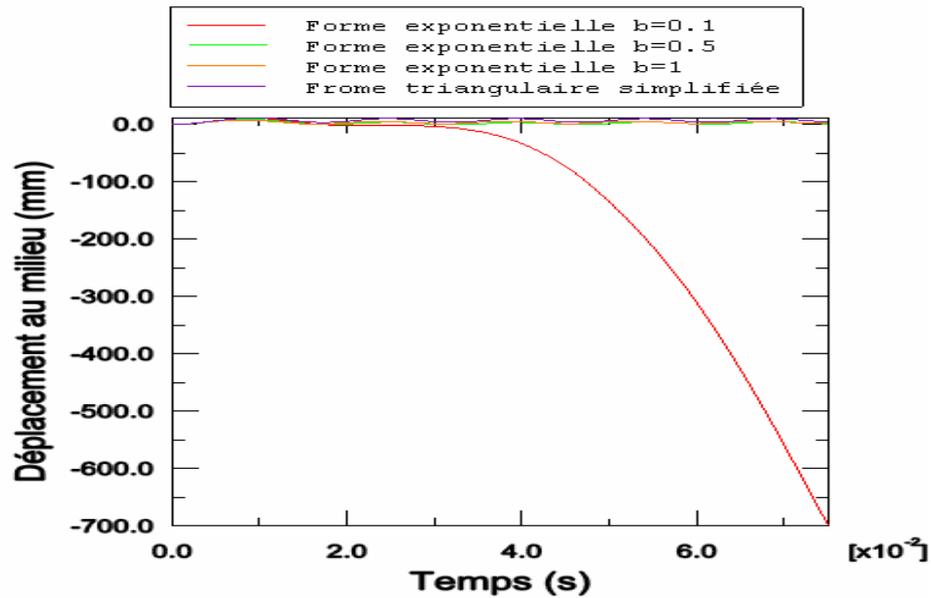


Figure 5.28 Déformées des dalles pour a) forme triangulaire simplifiée, b) $b=1$, c) $b=0.5$ et d) $b=0.1$

5.5.7.2 Modèle couplé plasticité-endommagement



5.29 Influence de la phase négative dalle simplement appuyée $t_d = 10$ ms



5.30 Influence de la phase négative dalle simplement appuyée $t_d = 10$ ms

Pour ce modèle, les mêmes conclusions que celles trouvées pour le modèle brittle cracking s'appliquent, voir figures 5.29 et 5.30.

5.5.8 Influence de l'amortissement

L'amortissement considéré est du type de Rayleigh et est donné par :

$$c = \alpha M + \beta K$$

Où les coefficients α et β peuvent être déterminés connaissant les valeurs des périodes et de l'amortissement dans deux modes, généralement les deux premiers modes. $\alpha = 18.1$, $\beta = 1.096E - 4$ pour la dalle encastrée et $\alpha = 37.1$, $\beta = 8.8E - 4$ pour la dalle simplement appuyée.

On constate que l'amortissement résulte en une réduction conséquente de la valeur des déplacements et que l'excitation décroît avant de s'éteindre et de se stabiliser autour de la position d'équilibre statique mais n'influe pas autrement sur la durée du chargement comme indiqué sur les figures 5.31 et 5.32.

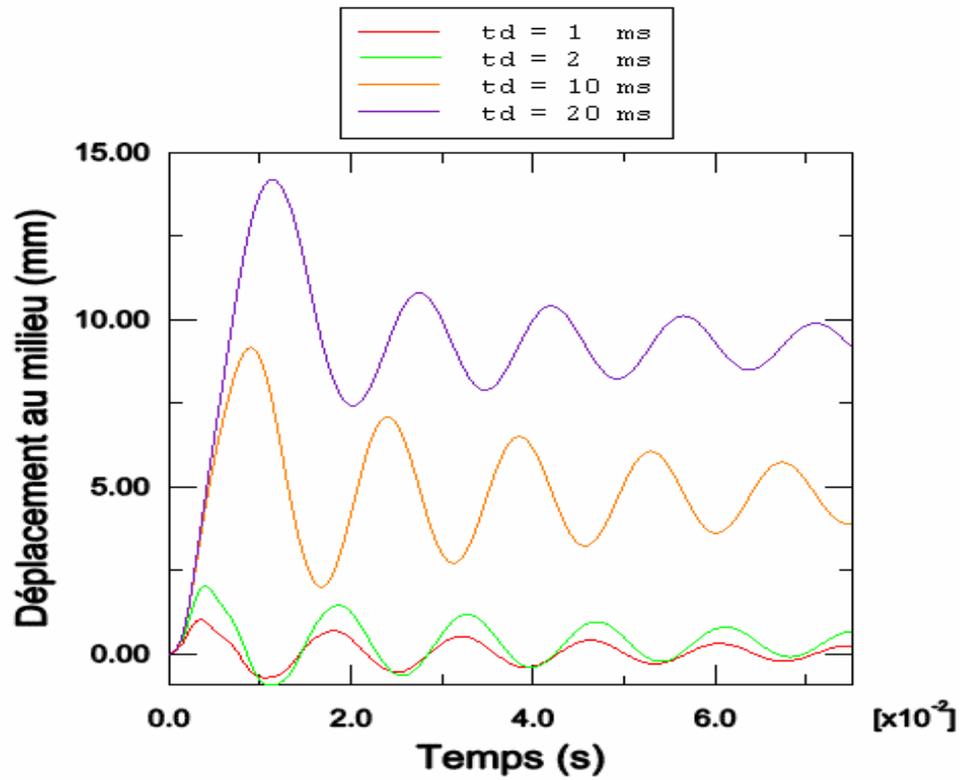


Figure 5.31 Influence de l'amortissement sur la durée de chargement dalle encastrée

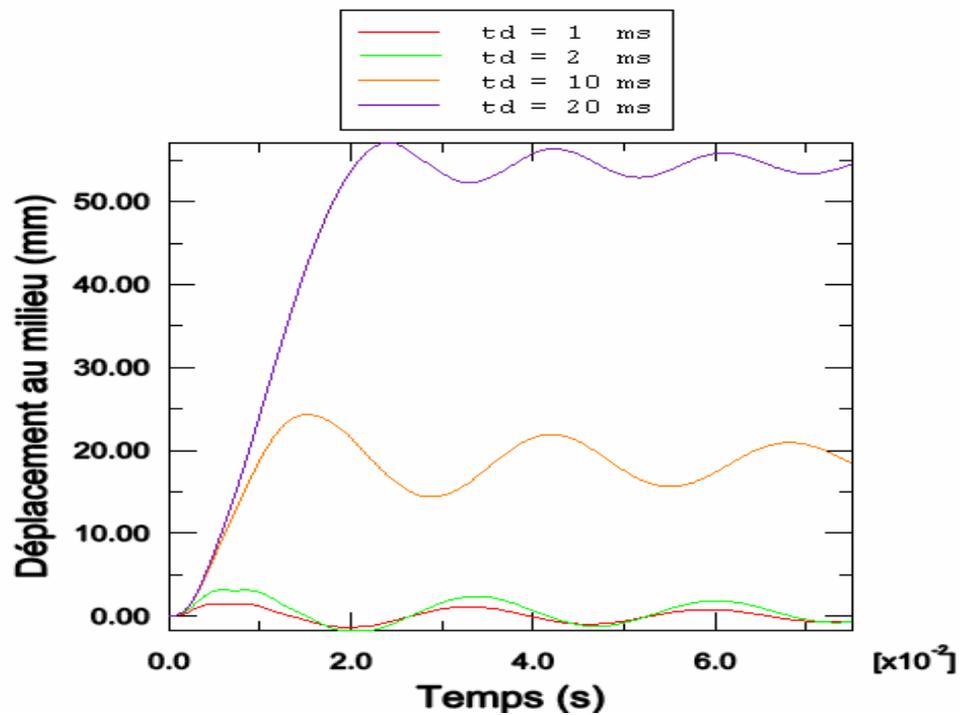


Figure 5.32 Influence de l'amortissement sur la durée de chargement dalle encastrée

Dalle D2**5.5.9 Influence des dimensions de la dalle**

Une série de simulations a été entreprise sur des dalles ayant travées différentes. Pour s'assurer que la force totale agissant sur les dalles soumises à la même pression est la même, la surface de la dalle est maintenue constante et égale à 120 m². Par conséquent, la largeur de la dalle B varie avec sa longueur L. Les dimensions utilisées sont montrées sur le tableau suivant :

B(m)	L(m)	B/L
10	12	0.83
8	15	0.53
6	20	0.30
5	24	0.21

Les autres paramètres restent les mêmes. Du fait que la rigidité flexionnelle dépend de I/L^2 , où I est le moment d'inertie de la section droite, augmentant L et réduisant B résulte en une rigidité flexionnelle plus petite et en une plus large capacité de déformation. D'un autre côté, la capacité de résistance diminue avec la diminution de la section droite. Donc, pour les dalles ayant la même surface, plus la longueur est grande, plus leur capacité pour résister aux explosions augmente. De l'observation des figures 5.33 et 5.34, il ressort que pour les dalles portant dans un seul sens ($B/L < 0.40$) et donc ayant une grande longueur, le déplacement au milieu de la dalle est beaucoup plus faible que pour les dalles portant dans les deux sens ($B/L > 0.4$). Ceci peut être démontré autrement si l'on imagine que la dalle est constituée d'un ensemble de poutres dans les deux directions. Lorsque ($B/L > 0.40$), les poutres dans les deux directions sont sollicitées et de l'observation de la figure 5.35 il ressort que l'endommagement se propage dans les deux directions résultant en un déplacement très important au milieu de la dalle. Par contre lorsque ($B/L < 0.40$), seules les poutres dans la petite direction sont sollicitées avec un endommagement moindre et donc un déplacement au milieu de la dalle beaucoup plus faible que celui observé pour les dalles portant dans les deux sens. Ces résultats sont comparables à ceux obtenus par Low and How (2002).

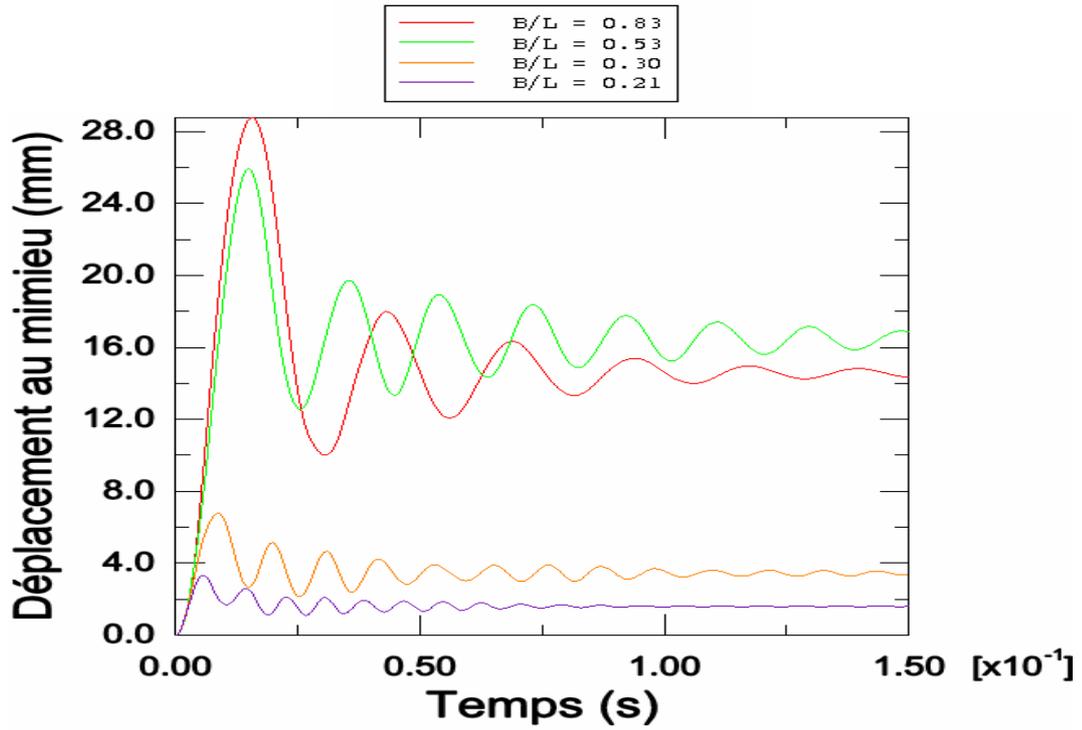


Figure 5.33 Influence des dimensions dalle encastrée $t_d = 20$ ms

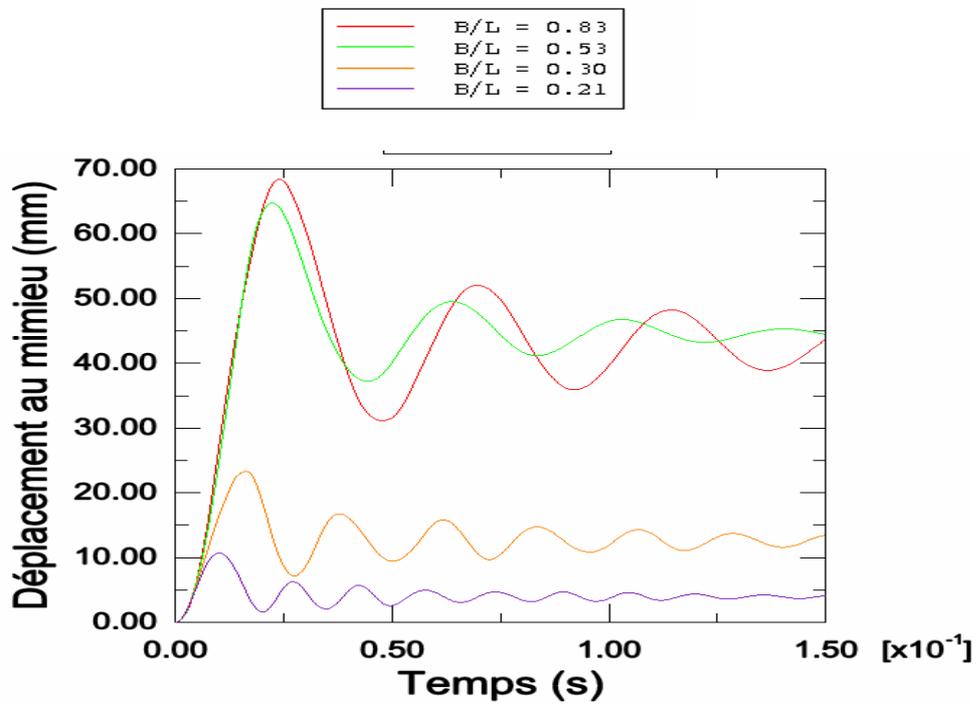


Figure 5.34 Influence des dimensions dalle simplement appuyée $t_d = 20$ ms

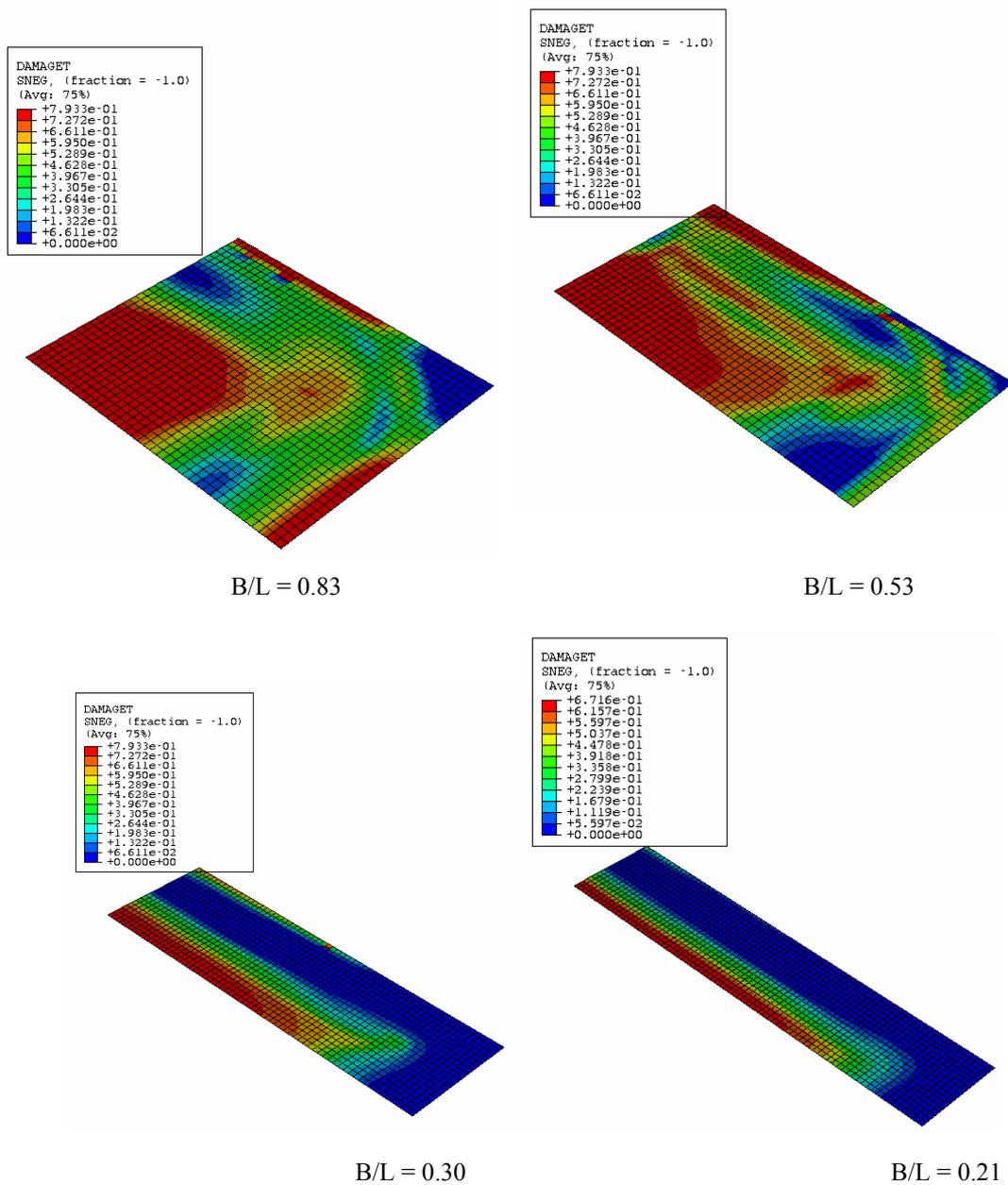


Figure 5.35 Evolution de l'endommagement en fonction des dimensions de la dalle encastrée $t_d = 20$ ms

5.5.10 Influence du modèle constitutif

Les mêmes conclusions que celles de la dalle D1 s'appliquent à la dalle D2. Il est aussi important de noter que les pics du déplacement au milieu de la dalle ont lieu pour les mêmes temps d'analyse, voir figure 5.36.

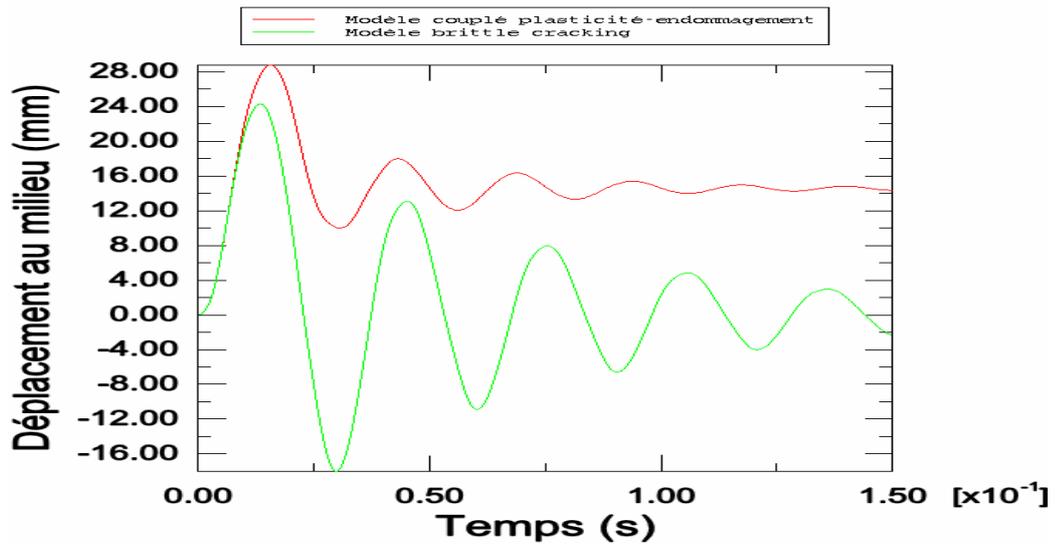


Figure 5.36 Influence du modèle constitutif

5.5.11 Influence de la durée de chargement

L'augmentation de la durée de l'excitation dans un rapport de 2, 10 et 20 résulte en une augmentation du déplacement au centre de la dalle dans un rapport de 2.09, 6.45 et 11.01 et dans un rapport de 2.14, 12.52, et 27.13 pour les dalles encastree et simplement appuyée respectivement, figures 5.37, 5.38. Ces résultats sont dans une certaine mesure comparables à ceux obtenus pour la dalle D1.

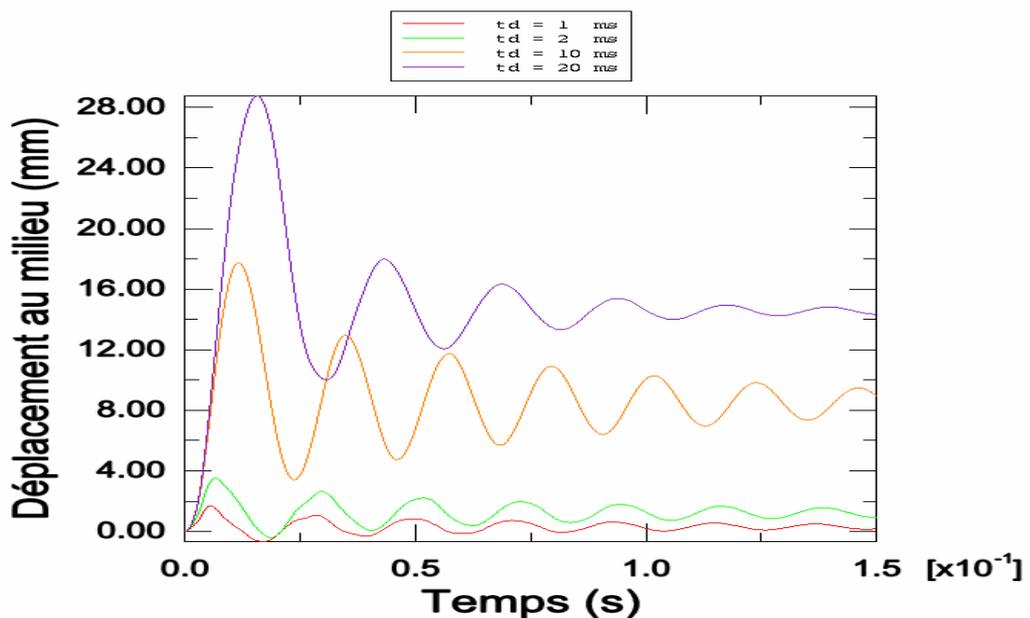


Figure 5.37 Influence de la durée de chargement dalle encastree

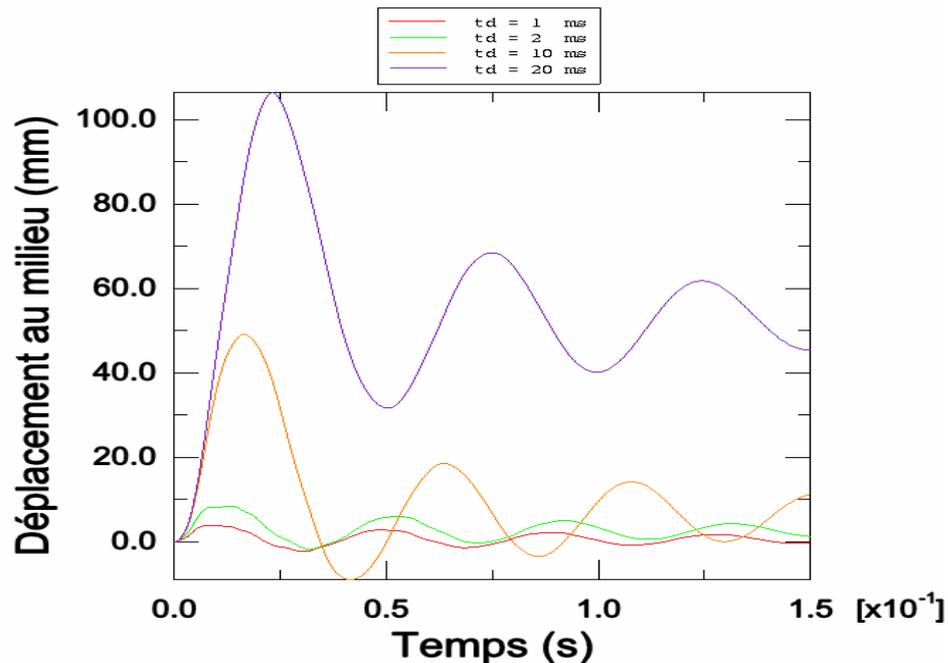


Figure 5.38 Influence de la durée de chargement d'une dalle simplement appuyée

5.5.12 Influence de la distance de l'explosion et du poids équivalent TNT de la charge explosive

Dans cette section, on a essayé d'étudier l'effet de la distance de l'explosion ainsi que celle du poids de la charge explosive elle-même sur la réponse de la dalle D2, la durée du chargement est égale à 2 ms. D'après les figures 5.39 et 5.40, il est évident que la distance de l'explosion est un paramètre primordial à considérer. En effet, pour une charge équivalente à 100 Kg TNT diminuer la distance de l'explosion de 10 m à 5 m résulte en une augmentation du déplacement au milieu de la dalle par un facteur égal à 8.62 alors que ce rapport atteint 52.93 lorsque la distance de l'explosion diminue de 20 m à 5 m. Pour une charge explosive de 500 Kg équivalent TNT, ces rapports sont dans l'ordre de 8.28 et 71.66 respectivement. Ce qui démontre clairement que la distance de l'explosion est facteur capital qui peut modifier radicalement la réponse d'une dalle en béton armé soumise aux explosions et l'observation de l'évolution l'endommagement dans la dalle le confirme comme indiqué sur la figure 5.41.

Concernant l'effet de la charge explosive, on peut voir d'après les figures 5.42 et 5.43 qu'augmenter la charge explosive de 100 Kg à 2000 Kg pour une distance de l'explosion de 10 m résulte en un facteur d'augmentation du déplacement au milieu de la dalle de l'ordre de 20.62 alors que pour une distance de 15 m ce facteur est égal à

20.56. Donc la valeur de la charge explosive a aussi un effet important mais relativement moins prononcé que la distance de l'explosion comme le confirme l'observation de l'évolution de l'endommagement montrée sur la figure 5.44.

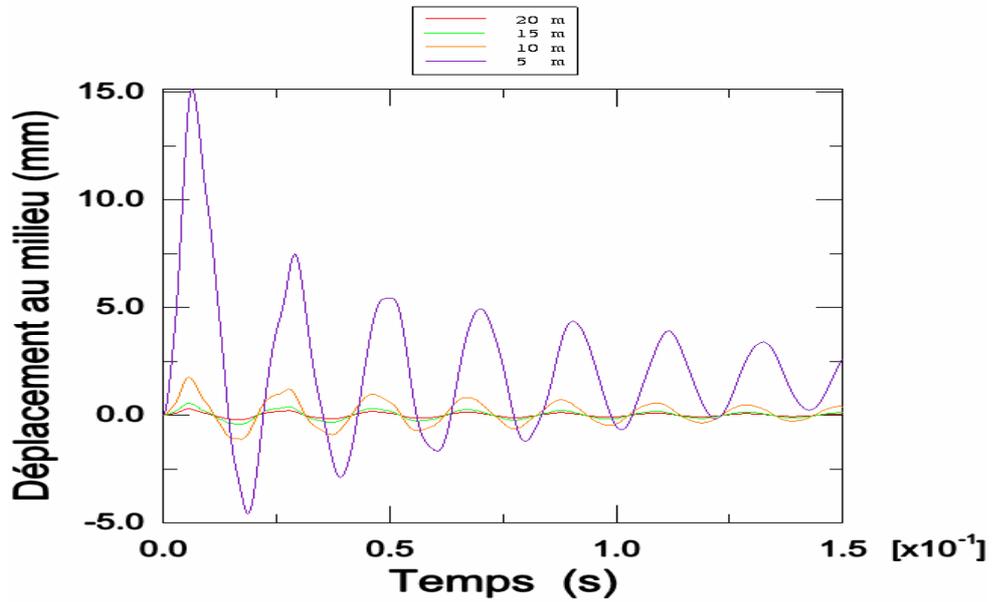


Figure 5.39 Influence de la distance de l'explosion pour une charge de 100 Kg TNT
Dalle encastrée

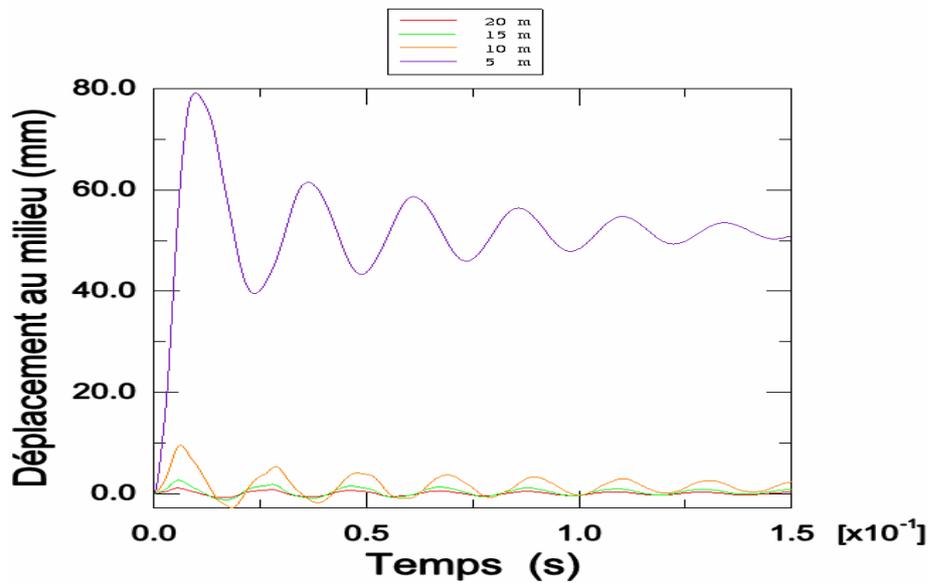


Figure 5.40 Influence de la distance de l'explosion pour une charge de 500 Kg TNT
Dalle encastrée

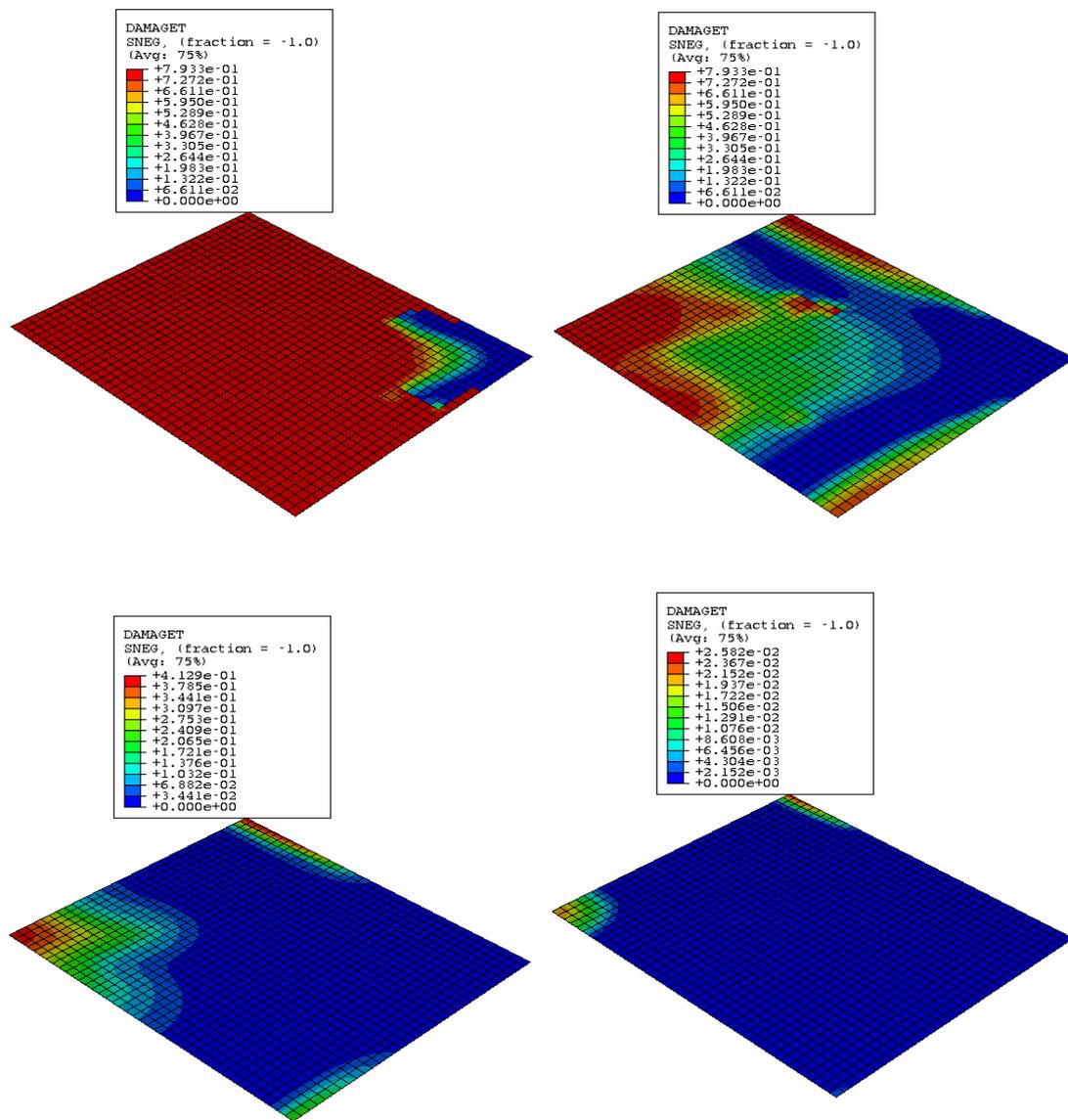


Figure 5.41 Evolution de l'endommagement en traction en fonction de la distance pour une charge de 500 Kg TNT

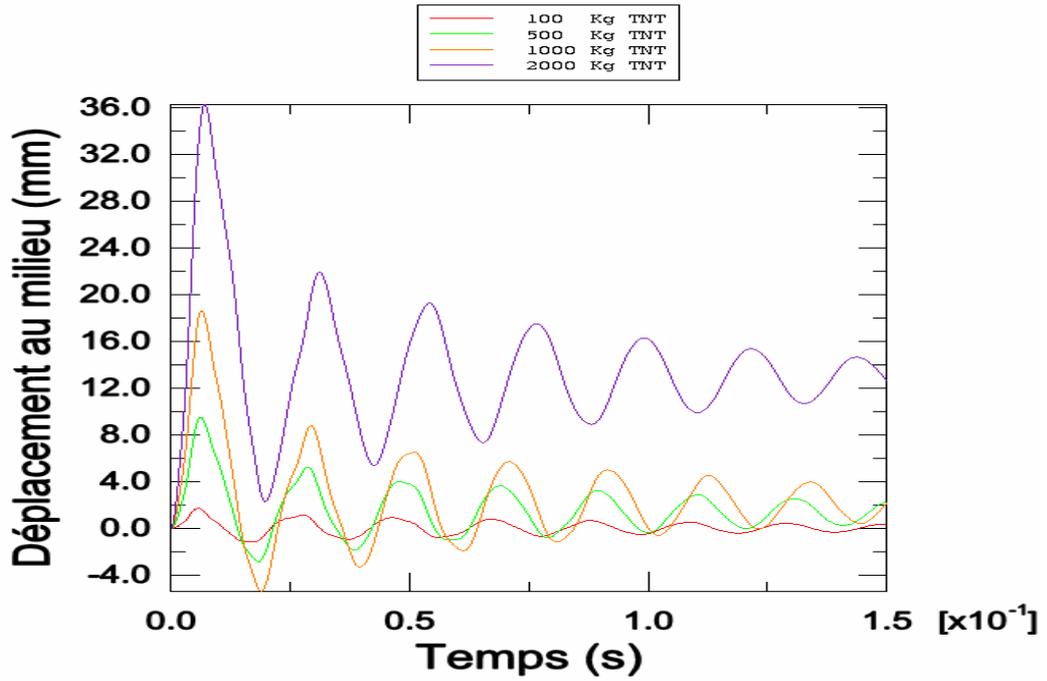


Figure 5.42 Influence de la charge explosive pour une distance d'explosion de 10 m dalle encastrée

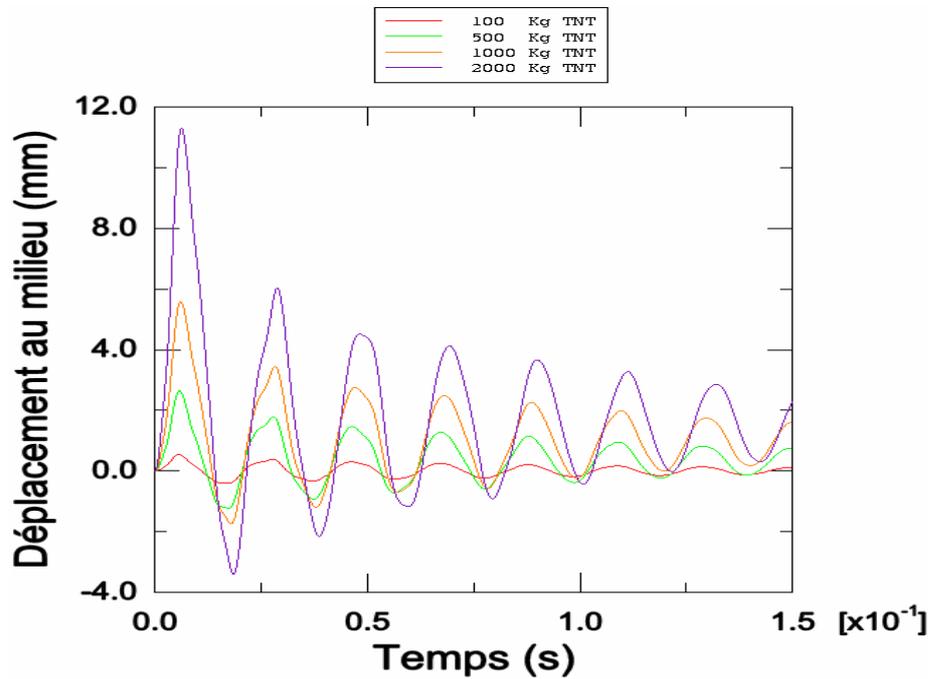


Figure 5.43 Influence de la charge explosive pour une distance d'explosion de 15 m dalle encastrée

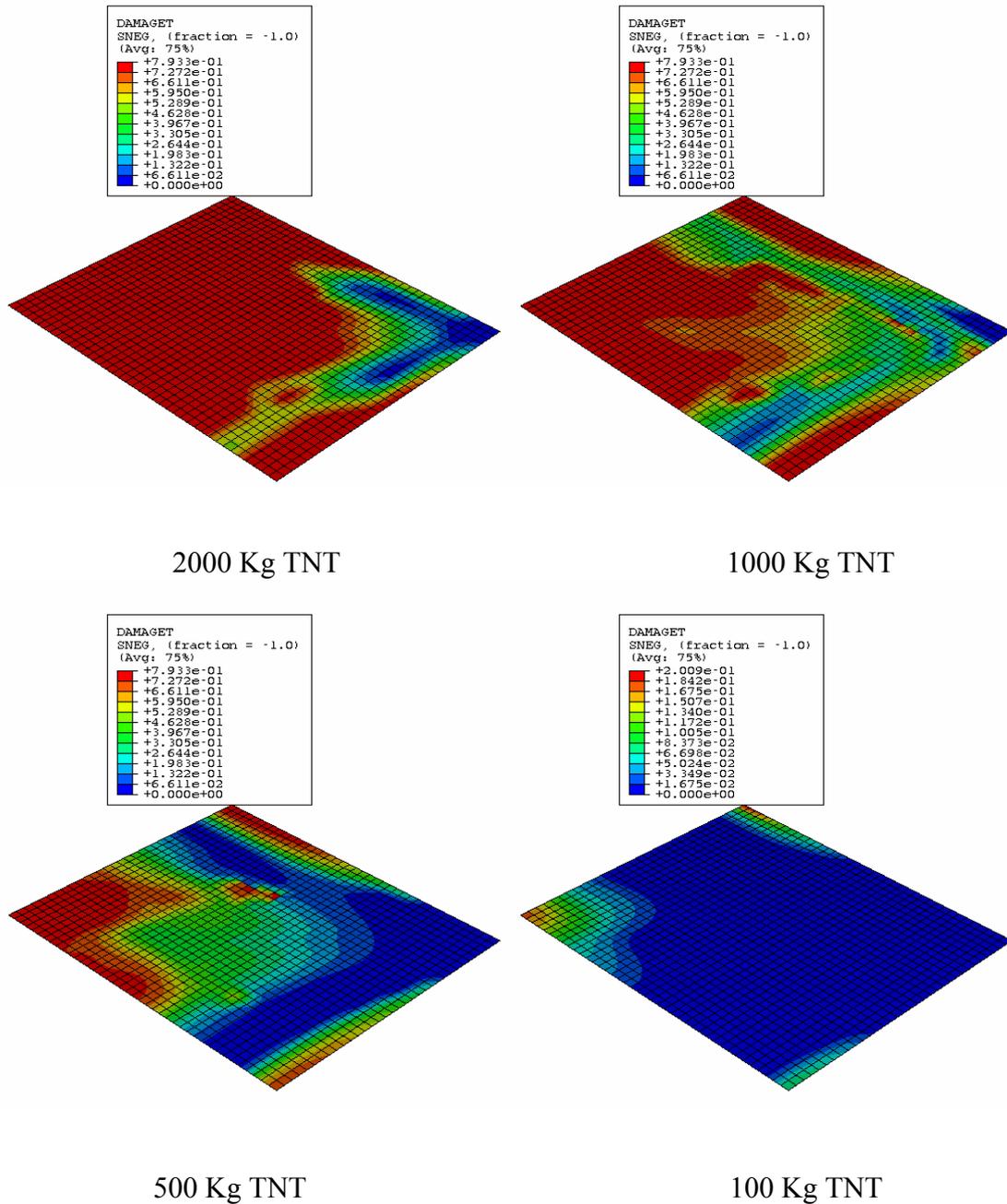


Figure 5.44 Evolution de l'endommagement en traction en fonction la charge en Kg TNT pour une distance de 10 m

5.5.13 Influence de la phase négative

Les mêmes conclusions que celles trouvées pour les dalles D1 s'appliquent pour la dalle D2. Donc lorsque **b** se rapproche de la valeur 0.1 et uniquement dans ce cas,

l'effet de la phase négative peut résulter en un grand endommagement dans la dalle comme indiqué sur les figures 5.45, 5.46.

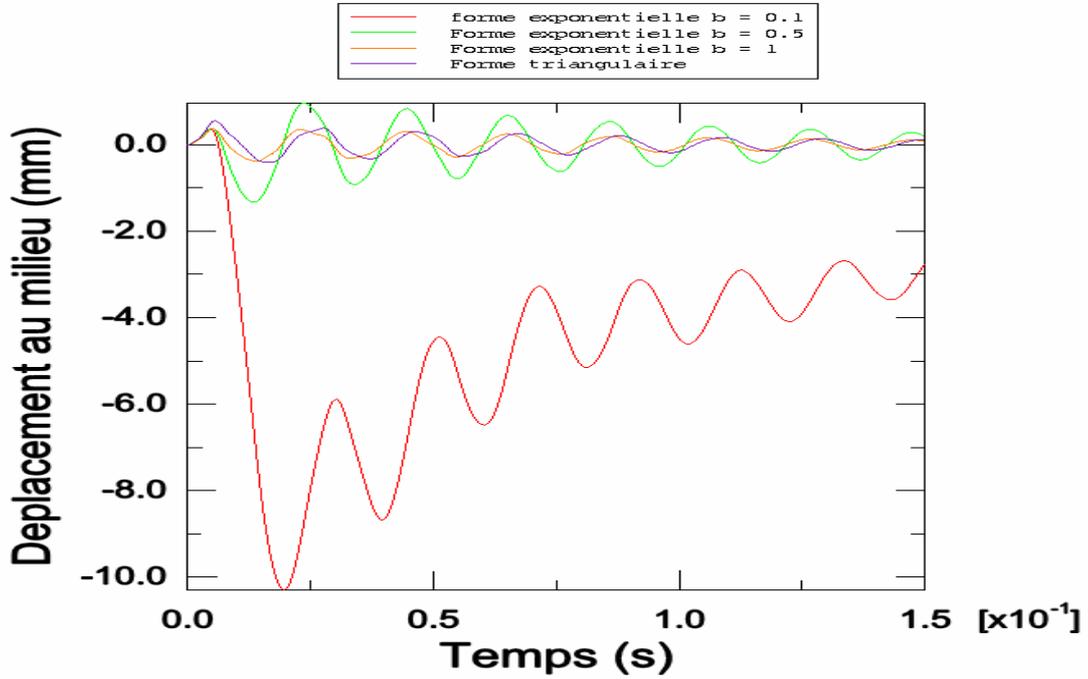
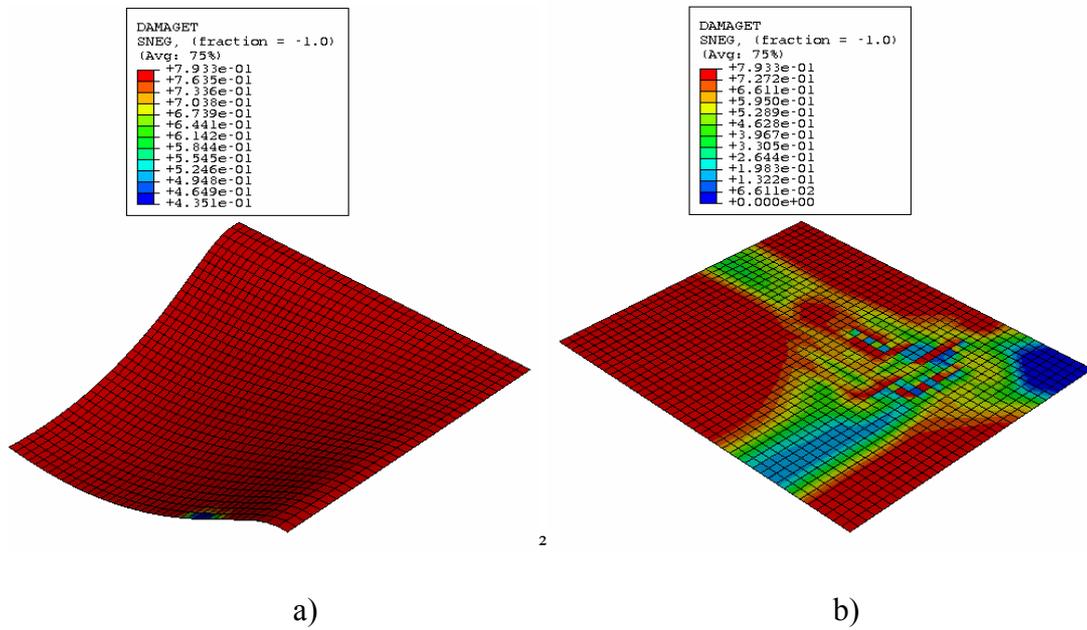


Figure 5.45 Influence de la phase négative



2

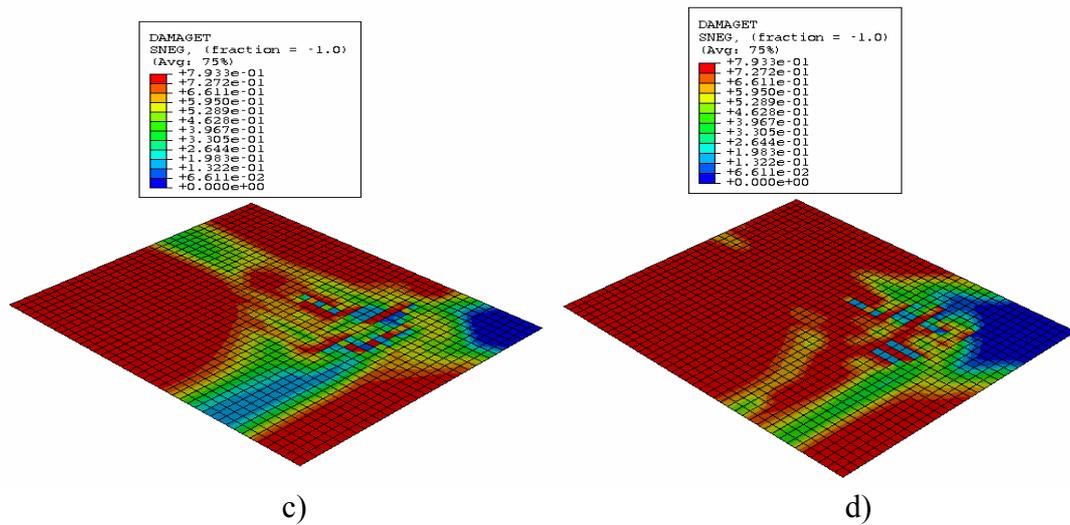


Figure 5.46 Evolution de l'endommagement durant la phase négative a) $b=0.1$ 2) $b=0.5$ c) $b=1$ d) forme triangulaire

Dalle D3

5.5.14 Influence de la durée du chargement

L'augmentation de la durée de l'excitation dans un rapport de 2, 10 et 20 résulte en une augmentation du déplacement au centre de la dalle dans un rapport de 2.04, 6.47 et 8.32 et dans un rapport de 2.16, 14.30, et 37.71 pour les dalles encastree et simplement appuyée respectivement, voir figures 5.47 et 5.48. L'observation de l'évolution de l'endommagement confirme davantage cet effet important de la durée de chargement, figure 5.49.

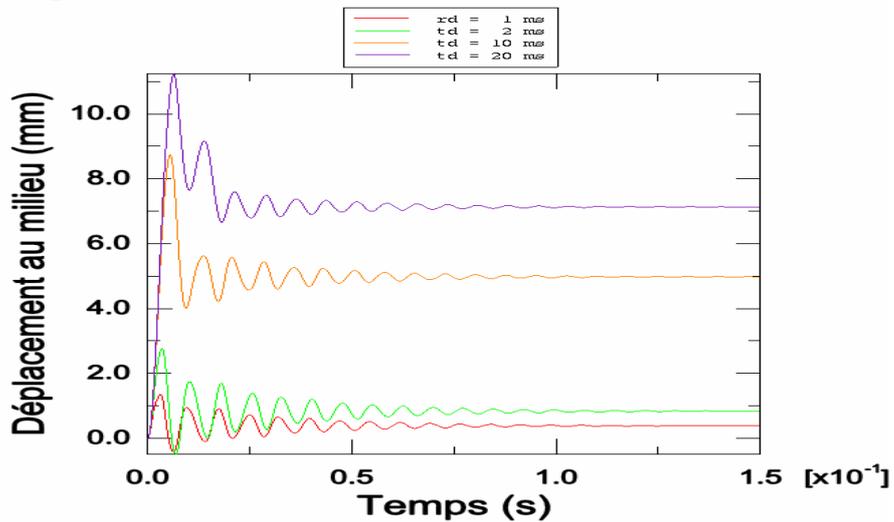


Figure 5.47 Influence de la durée de chargement dalle encastree

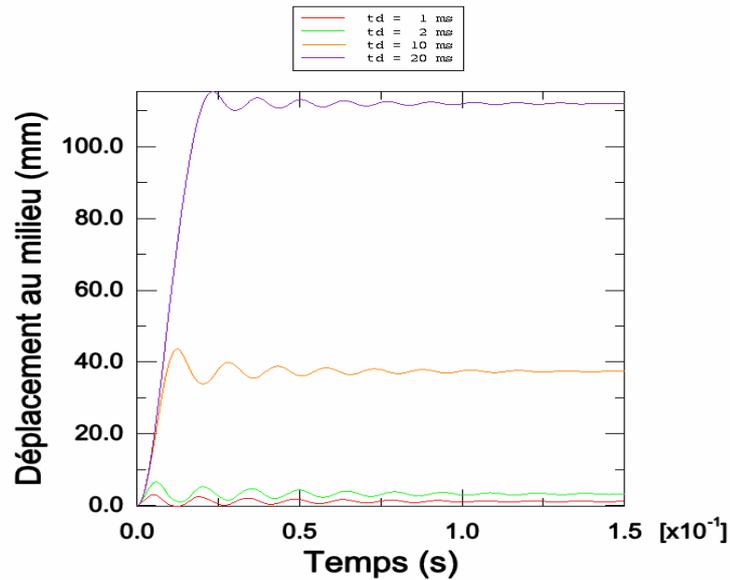


Figure 5.48 Influence de la durée de chargement dalle simplement appuyée

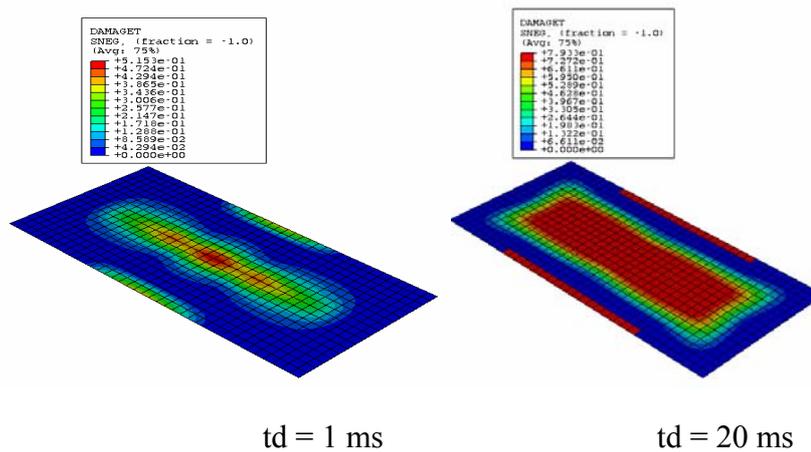


Figure 5.49 Evolution de l'endommagement en traction en fonction de la durée de chargement

5.5.15 Influence de la distance de l'explosion et du poids équivalent TNT de la charge explosive

En considérant une durée de chargement de 2 ms et pour une charge équivalente à 100 Kg TNT, diminuer la distance de l'explosion de 10 m à 5 m résulte en une augmentation du déplacement au milieu de la dalle par un facteur égal à 3.7 alors que ce rapport atteint 44.52 lorsque la distance de l'explosion diminue de 15 m à 5 m. Pour une charge explosive de 500 Kg équivalent TNT, ces rapports sont dans l'ordre de 3.86 et 74.43

respectivement, figures 5.50, 5.51. L'évolution de l'endommagement est montrée sur la figure 5.54

Concernant l'effet de la charge explosive, on peut voir d'après les figures 5.52 et 5.53 qu'augmenter la charge explosive de 100 Kg à 2000 Kg pour une distance de l'explosion de 10 m résulte en un facteur d'augmentation du déplacement au milieu de la dalle de l'ordre de 48.59 alors que pour une distance de 15 m ce facteur est égal à 28.42. L'évolution de l'endommagement est montrée sur la figure 5.55 Ces résultats sont comparables à ceux obtenus pour la dalle D2.

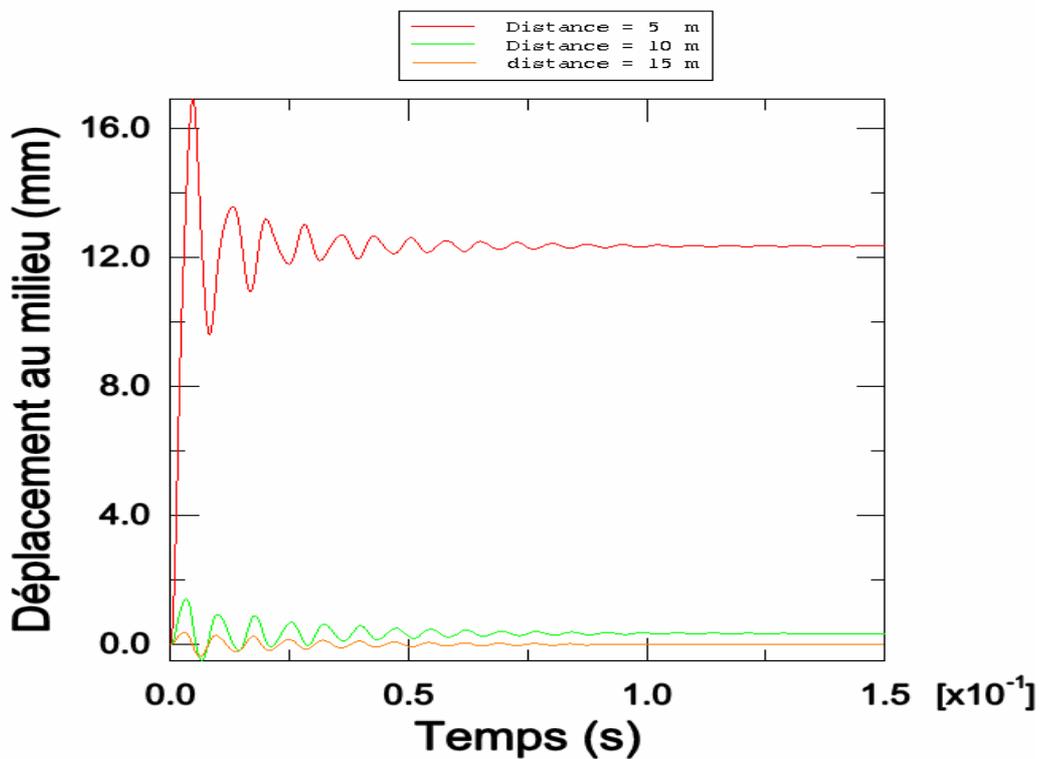


Figure 5.50 Influence de la distance d'explosion charge de 100 Kg TNT

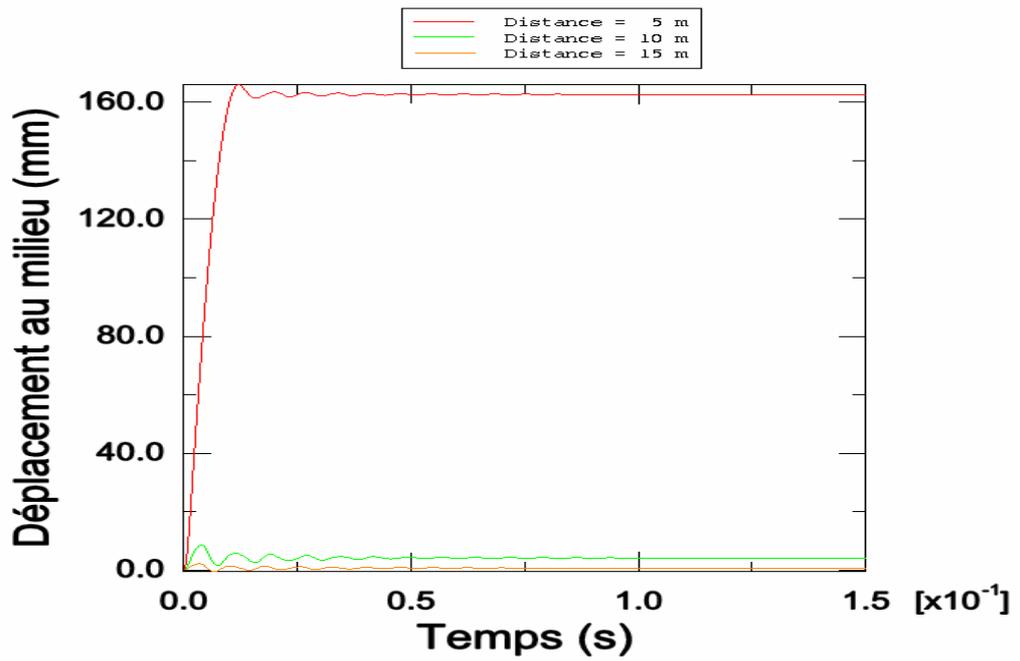


Figure 5.51 Influence de la distance d'explosion charge de 500 Kg TNT

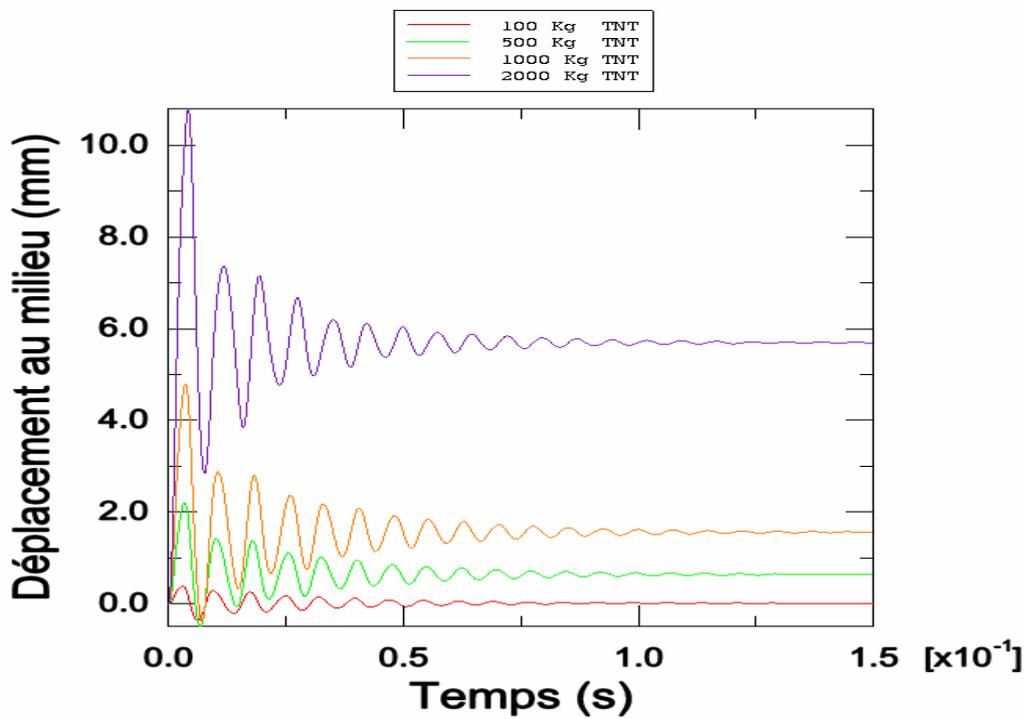


Figure 5.52 Influence de la charge explosive à une distance de 15 m

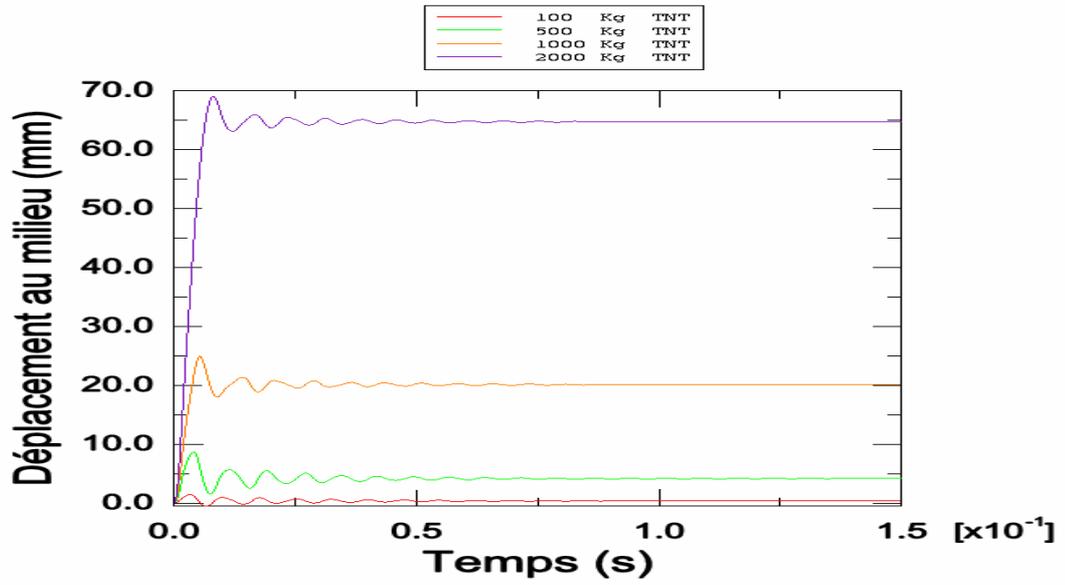


Figure 5.53 Influence de la charge explosive à une distance de 10 m

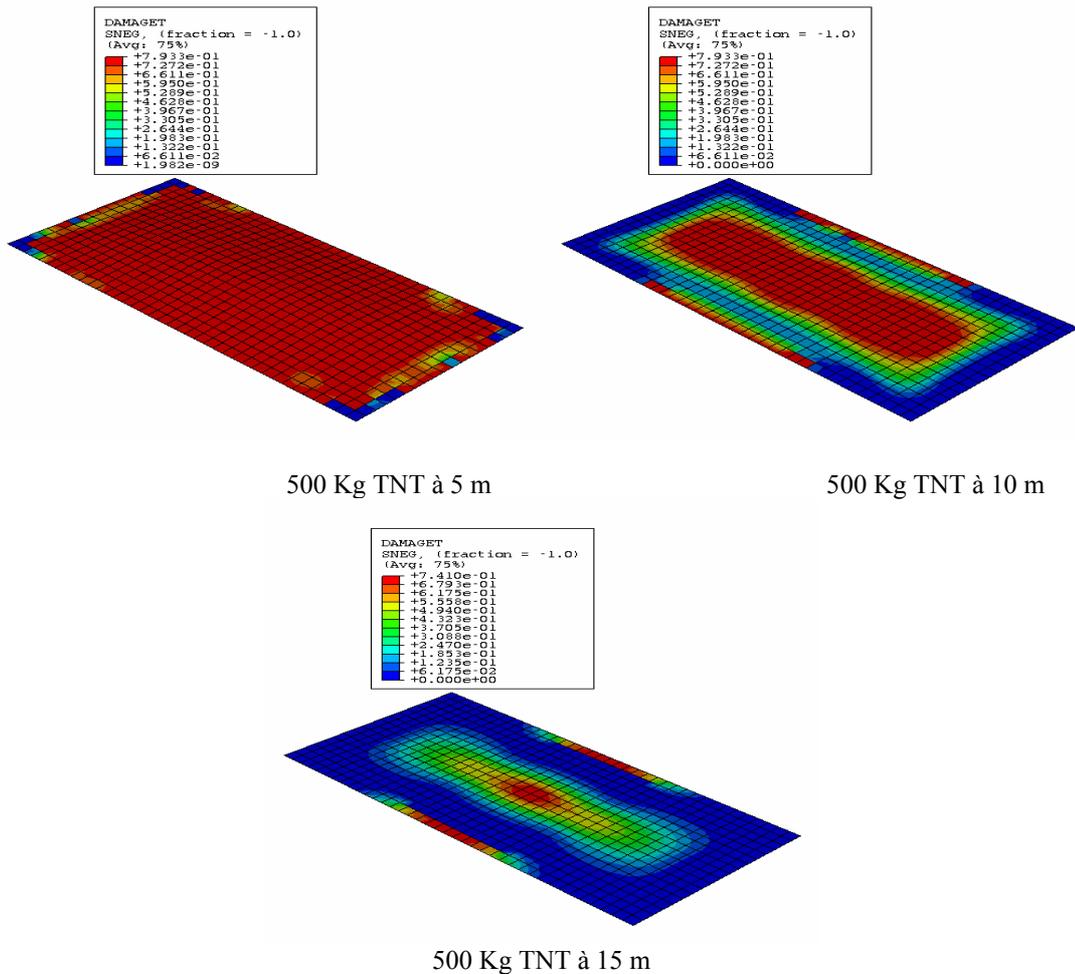


Figure 5.54 Evolution de l'endommagement en fonction de la distance de l'explosion pour une charge de 500 Kg TNT

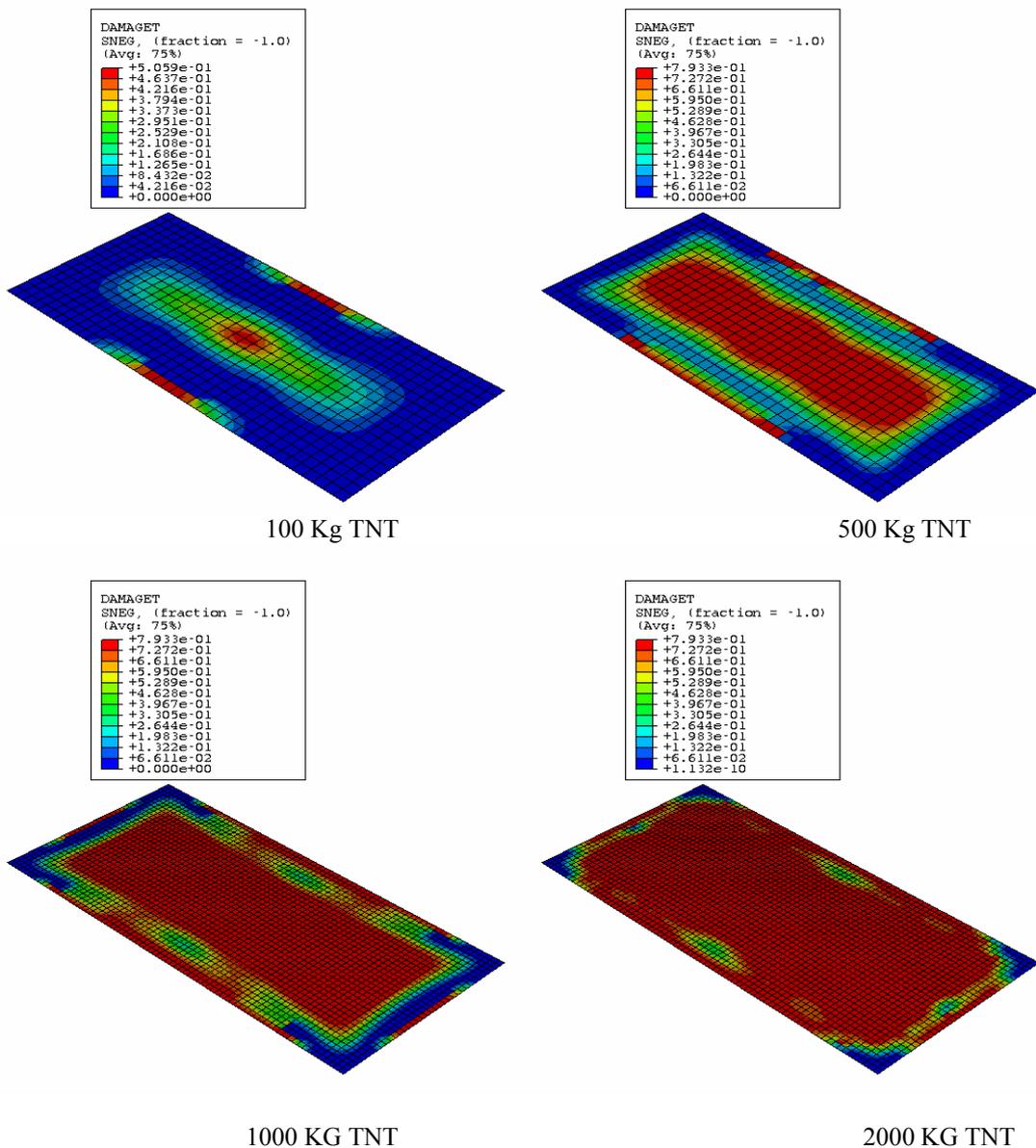


Figure 5.55 Evolution de l'endommagement en fonction de la charge explosive à une distance de 10 m

5.5.16 Influence du pourcentage des aciers

Augmenter le pourcentage des aciers de 1% à 2% résulte en une réduction du déplacement de 33.86% (la valeur du déplacement diminue de 11.24 mm à 7.49) et de 1% à 3% résulte en une réduction de du déplacement de 47.60 % (la valeur du

déplacement diminue de 11.24 mm à 5.89 mm). Donc, l'augmentation du pourcentage des aciers a un effet bénéfique sur le comportement de la dalle.

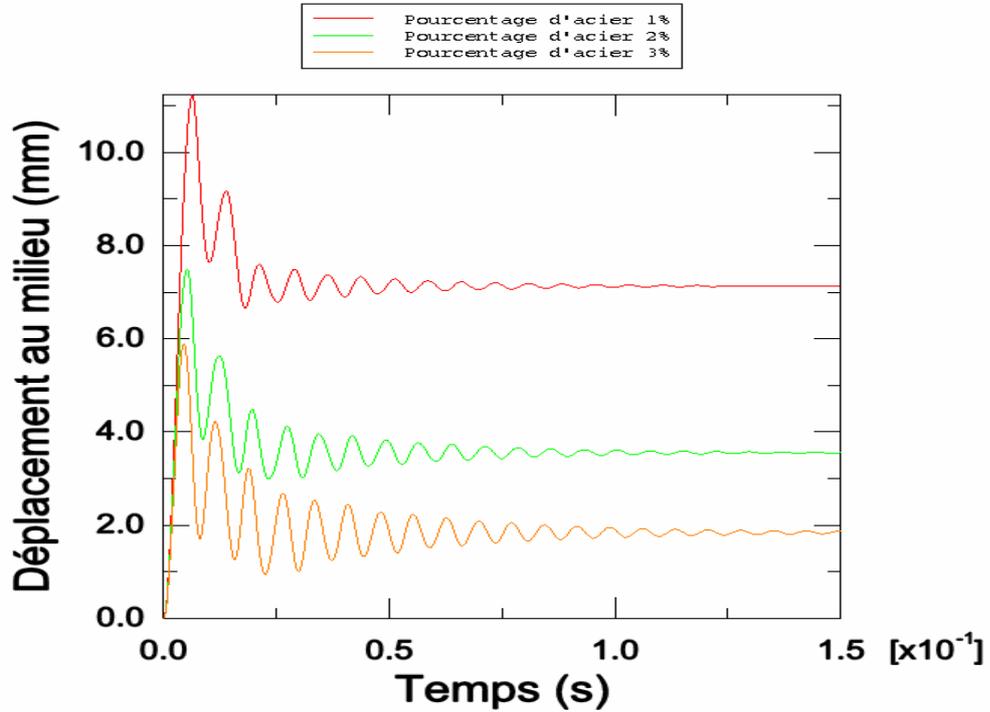


Figure 5.56 Influence du pourcentage des aciers dalle encastrée

5.5.17 Influence des dimensions de la dalle

Comme pour la dalle D2, on a considéré différentes dimensions pour la dalle comme indiqué sur le tableau suivant :

B(m)	L(m)	B/L
3.6	7.5	0.48
4.0	6.75	0.59
3.0	9.0	0.33
1.5	18.0	0.083

Les résultats obtenus sont comparables à ceux de la dalle D2 et montrent clairement que plus la longueur de la dalle est importante (plus rapport B/L est petit) plus le déplacement au milieu de la dalle diminue.

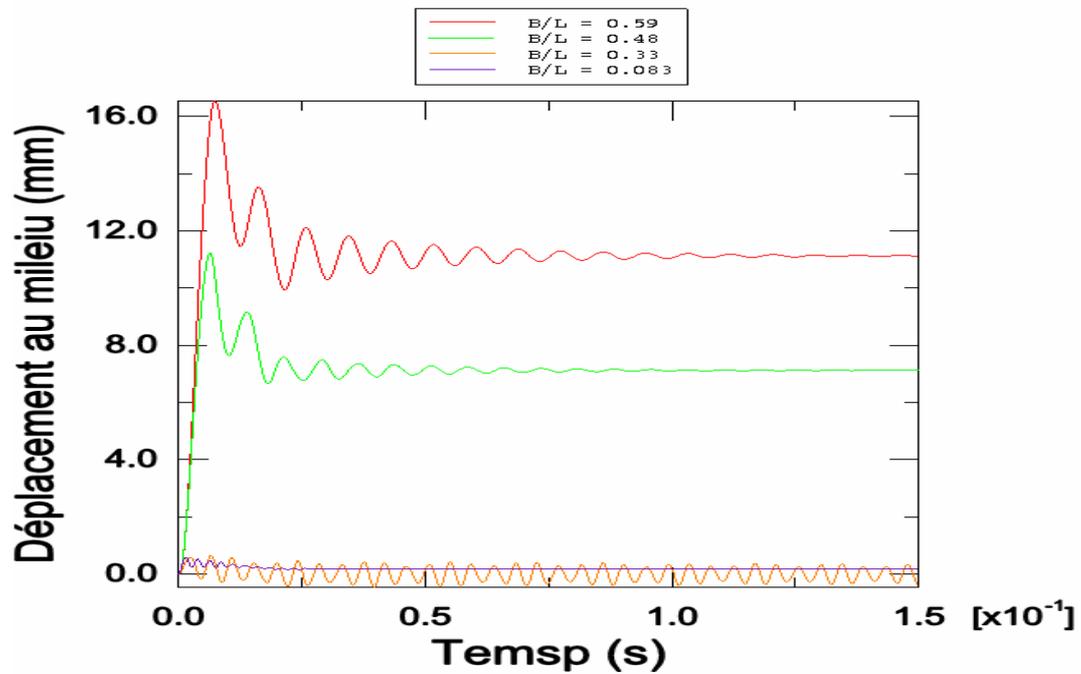


Figure 5.56 influence des dimensions dalle encadrée

5.5.18 Influence de la forme de la courbe de la surpression

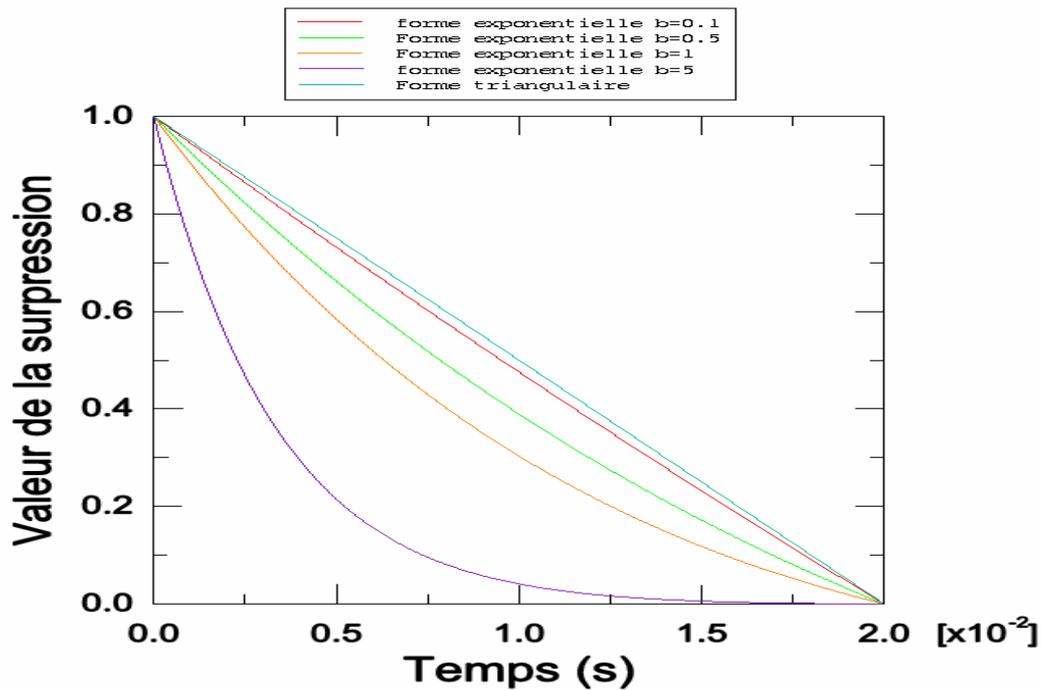


Figure 5.57 Courbe de la surpression en fonction de b

De la figure 5.57, il ressort que plus la valeur de b est grande, plus l'aire sous la courbe exponentielle est réduite et que pour des valeurs de b voisines de 0.1, l'aire sous la forme exponentielle et sous la forme triangulaire simplifiée est presque identique.

Pour la dalle encastrée, le déplacement au milieu pour la forme exponentielle pour $b=0.1, 0.5, 1$ et 5 est égal à 10.13 mm, 9.38 mm, 8.60 mm et 5.28 mm respectivement alors que pour la forme triangulaire il est égal à 10.33 mm, voir figure 5.58. Ceci représente une différence entre la forme triangulaire simplifiée et la forme exponentielle pour $b=0.1, 0.5, 1$ et 5 de l'ordre de 1.94%, 9.18%, 16.8% et 48.92%. Pour la dalle simplement appuyée figure 5.59, ces pourcentages sont de l'ordre de 4.5%, 18.78%, 32% et 71.41% respectivement. Donc pour des valeurs de b voisines de 1 pour la dalle encastrée et voisines de 0.1 pour la dalle simplement appuyée la forme triangulaire simplifiée est justifiée. Ceci montre clairement l'influence de la fréquence fondamentale des dalles sur cette simplification. Par contre pour $b=5$, les résultats obtenus ne sont pas comparables et la simplification n'est pas possible pour les deux cas.

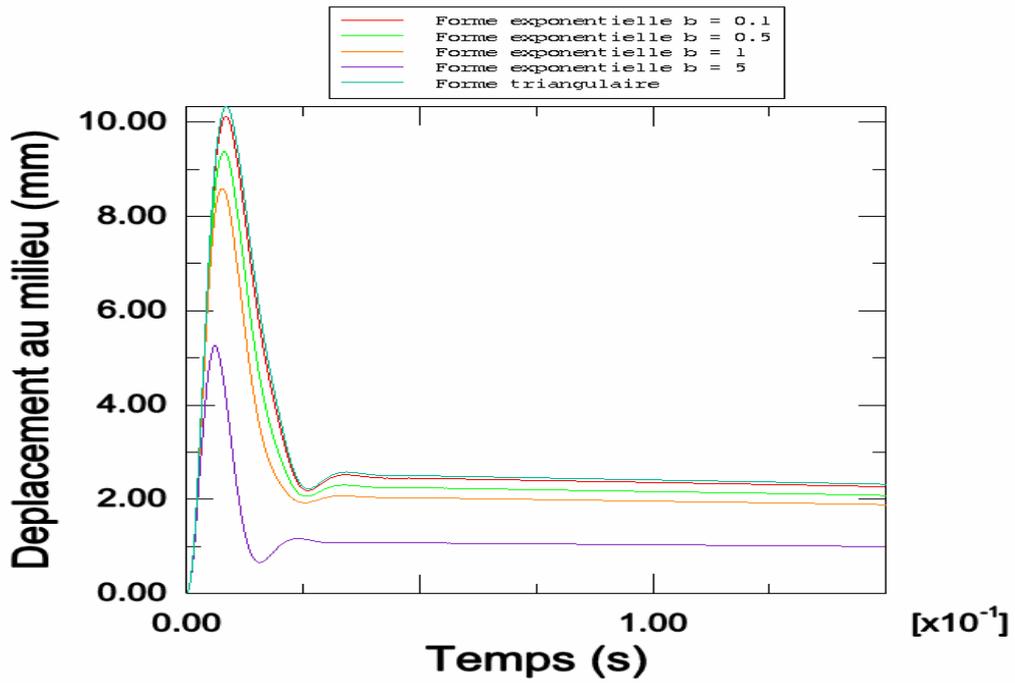


Figure 5.58 Influence de la forme de la courbe de surpression dalle encastree

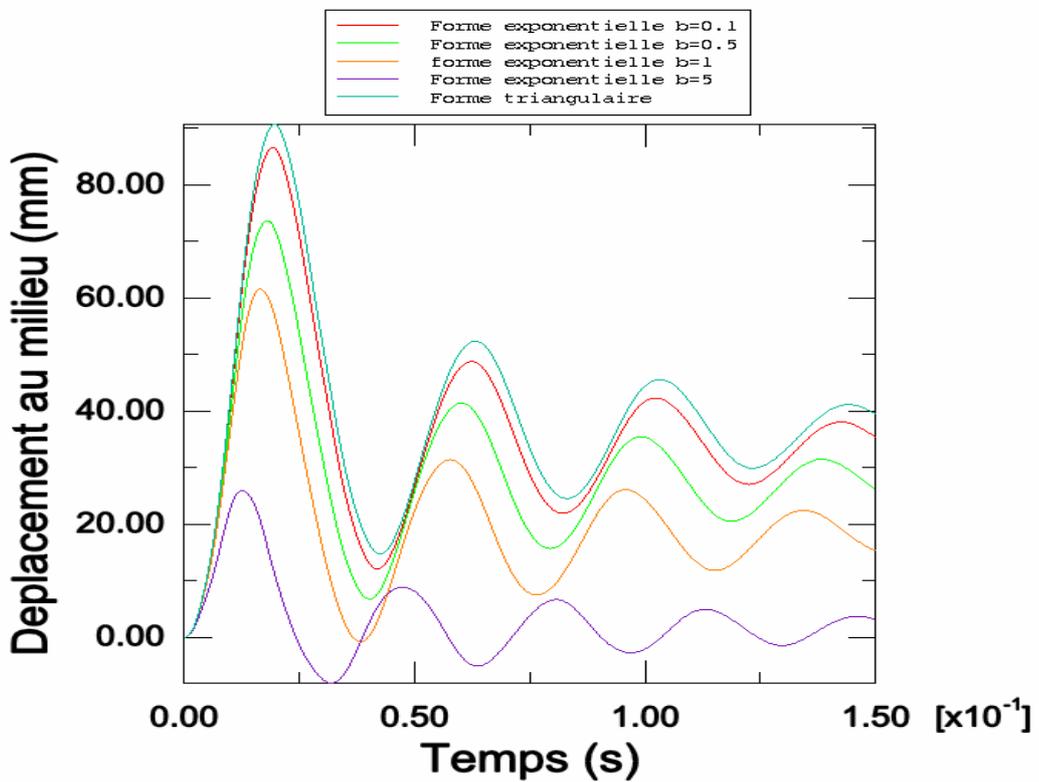


Figure 5.59 Influence de la forme de la courbe de surpression dalle simplement appuyee

Conclusions générales et perspectives

Conclusions générales

Le but principal de cette thèse est d'approfondir les connaissances concernant les structures en béton armé soumises à des charges explosives. Un autre objectif est la description de la manière dont peut être utilisée la méthode des éléments finis dans le domaine non linéaire sous chargement extrême. Les analyses par éléments finis sous les explosions sont très complexes.

Le comportement du béton armé change sous chargement dynamique. La rigidité initiale, la résistance ultime aussi bien en compression qu'en traction augmentent et la capacité de déformation du béton est améliorée sous chargement dynamique. De plus, la rupture du béton change sous chargement dynamique et de multiples plans de rupture peuvent être obtenus.

Les principaux résultats obtenus sont résumés dans ce qui suit :

- Le modèle constitutif du béton utilisé a une influence conséquente sur la réponse des dalles en béton armé sous les explosions. Les résultats obtenus avec les deux modèles utilisés dans la simulation doivent être confirmés ou infirmés par des essais réels.

- Le maillage est un paramètre très important dans une analyse sous chargement sévère, car en général un maillage fin peut être requis pour capter tous les détails possibles et dans ce contexte les modèles basés sur un principe énergétique ont donné des résultats plus objectifs relativement insensibles à la taille de l'élément utilisé dans le maillage par rapport aux modèles contraintes déformations.

- L'effet tension stiffening est important dans l'analyse des dalles en béton armé.

- La prise en compte de l'effet tension stiffening est important pour l'indépendance des résultats analytiques de la taille de l'élément fini du maillage mais aussi pour éviter les problèmes numériques associés avec la formation et la propagation de la fissuration.

- Les conditions aux limites peuvent changer de manière drastique la réponse dynamique des dalles en béton armé en influençant notamment la durée de chargement et la phase négative.

- La durée de chargement a été trouvée influencer la réponse des dalles en béton armé et plus la durée de chargement augmente, plus l'effet destructeur de l'explosion augmente.

- La phase négative qui est souvent négligée dans les analyses peut s'avérer décisive pour la réponse dynamique des dalles en béton armé, (en particulier pour des valeurs de \mathbf{b} proches de 0.1), surtout si la période de rebond est importante et les dalles sont simplement appuyées.

- L'effet des éclats découlant des explosions nécessite en principe une loi constitutive d'érosion du béton, mais ABAQUS offre l'option Brittle failure qui permet d'enlever les éléments sévèrement dégradés. Mais cette option doit être utilisée avec prudence car le fait d'enlever des éléments peut modifier complètement les matrices de rigidité et de masse des dalles et résulter en des résultats erronés.

- Les dimensions de la dalle sont un paramètre important à considérer lors de la conception des dalles en béton armé devant résister aux explosions. Les résultats trouvés indiquent que les dalles ayant une dimension largement supérieure à l'autre ont un meilleur comportement que les dalles ayant des dimensions proches dans les deux directions

- L'effet de la vitesse de déformation qui résulte en une plus grande résistance des dalles doit être considéré dans les analyses des dalles en béton armé soumises aux explosions.

- L'effet de la charge des explosifs ainsi que la distance de des explosions sont des paramètres capitaux à prendre en considération dans les analyses des dalles en béton armé soumises aux explosions

- ABAQUS/EXPLICIT s'est avéré un outil très utile et performant pour la simulation numérique de la réponse des dalles en béton armé malgré certaines limitations par rapport aux hydrocodes qui sont destinés exclusivement au calcul des structures soumises aux explosions et les résultats obtenus avec ce logiciel se doivent d'être confortés par des essais expérimentaux.

- Le schéma d'intégration explicite de l'équation différentielle du mouvement est une méthode très efficace car pour certaines analyses, le pas de temps était de l'ordre de 3.27^E-7 et le nombre d'incrément de l'ordre de 2000000, ce qui est considérable et un schéma implicite aurait été beaucoup plus lourd à mettre en œuvre sans garantie de la convergence de la solution.

- Pour assurer la sécurité des dalles en béton armé, ces dernières doivent être rigides et massives.

- La simplification de la forme exponentielle par la forme triangulaire peut être justifiée pour des valeurs de **b** voisines de 1 et la fréquence fondamentale est un paramètre important à considérer.

- Les résultats obtenus ne peuvent prétendre être définitifs et d'autres simulations numériques intensives seront nécessaires pour une meilleure compréhension du comportement des dalles en béton armé soumises aux explosions.

Perspectives

- Des essais sur des dalles avec des explosifs réels doivent être entrepris pour confirmer ou infirmer certains des résultats de simulation obtenus.

- Du fait que les explosions sont associées avec de hautes températures, il serait intéressant d'étudier l'effet de la température sur la réponse des dalles en béton armé soumises aux explosions soit de manière simple en modifiant les propriétés matérielles du béton et de l'acier soit en développant un modèle thermique couplé élasto-plastique avec endommagement.

- Développer un modèle d'érosion pour le béton afin de mieux modéliser l'effet des fragments touchant la surface de béton.

- Un large travail de recherche a été fait concernant le comportement dynamique du béton. La majorité des travaux sont consacrée au cas uni axial. Les essais expérimentaux dynamiques du béton sont souvent limités à de petites pressions de confinement. Il y a un besoin d'avoir des résultats expérimentaux pour le béton confiné sous grandes vitesses de déformation aussi bien en compression qu'en traction pour augmenter les connaissances sur le comportement du béton et sur les paramètres nécessaires à la définition d'un modèle donné.

Références

ABAQUS (2002) ABAQUS Theory Manual – Version 6.4, US.

ASCE Task Committee on Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures. State-of-the Art Report on Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures. ASCE Special Publications, (1982).

Baker, W.E., Explosions in air. Univ. of Texas Press, Austin, 268 pp. (1973).

Balmer, G.G., ‘Shearing strength of concrete under high triaxial stress-computation of Mohr’s envelope as curve’. Struct. Res. Lab., SP-23, pp. 1-10 (1949).

Barros, M.H.F.M., Martins, R.A.F., and Ferreira, C.C. ‘‘Tension stiffening model with increasing damage for reinforced concrete.’’ Engineering Computations, Vol. 18 N° 5/6, pp. 759-785, (2001).

Bazant, Z.P., and Oh, B.H. ‘Crack band theory for fracture of concrete.’ Materials and Structures, RILEM, 16(93), 155-177 (1983).

Bazant, Z.P., and Cedolin, L., ‘Fracture mechanics of reinforced concrete’. Journal of the Engineering Mechanics, ASCE, vol. 106, N° EM6, pp. 1287-1306, (1980).

Bazant, Z.P., and Cedolin, L., ‘Finite element modelling of crack band propagation’. Journal of Structural Engineering, ASCE, vol. 109, N° 1, pp. 69-93, (1983).

Beshara, F.B.A. ‘‘Modelling of blast loading on aboveground structures.’’-I General phenomenology and external blast, Comp. & Struct. vol. 51 n°. 5 , pp. 597-606, (1994).

Belarbi, A, and Hsu, T.T.C., ‘Constitutive laws of concrete in tension and reinforcing bars stiffened by concrete’. ACI Structural Journal, vol 91, N° 4, july-august, pp. 465-474, (1994).

Belarbi, A, and Hsu, T.T.C., ‘Constitutive laws of softened concrete in biaxial tension-compression’. ACI Structural Journal, vol 92, N° 5, pp.562-573, (1995).

Berthaud, Y., Mesure de l’endommagement du béton par une méthode ultrasonore. Thèse de Génie Civil : Université de Paris 6, 175 p. (1988).

Bishoff, P.H., and Perry, S.H., ‘Compressive behaviour of concrete at high strain rates’. Materials and Structures, vol. 24, pp. 425-450, (1991).

Brode, H.L. ‘‘Numerical solution of spherical blast waves’’. Journal of Applied physics, 6. (1956).

Broek, D., Elementary Engineering Fracture Mechanics, Sijithoff & Noordoff, London, (1974).

- Bulson, P.S., 'Explosive loading of engineering structures', E&FN Spon, London, 233 pp. (1997).
- CEB-FIP. model code 1990 : Design code. London : T.Telford, (1993).
- Chaboche, J.L. Continuum damage mechanics : Part I –General Concepts. ASME Journal of Applied Mechanics, 55, pp. 59-64, (1988).
- Chen, AT.C., and Chen, W.F. Constitutive relations for concrete. ASCE Journal of Engineering Mechanics 101(4),pp. 465-481, (1975).
- Chen, W.F., Plasticity in reinforced concrete. New York: McGraw-Hill Bookstore, 465 p., (1982).
- Cervenka, V., Pukl, H., and Eligehausen, R. 'Computer simulation of anchoring technique and design of concrete structures'. Proceedings of the 2nd International Conference on Computer Aided Analysis and Design of Concrete Structures, N.Bicanic and H.Mang (eds.), Zell am see, Austria 1-19, (1990).
- Cope, R.J., Rao, P.V., Clark, L.A., and Norris, R., 'Modelling of reinforced concrete behaviour for finite element analysis of bridge slabs'. Numerical Methods for Nonlinear Problems, C.Taylor, E.Hinton and D.R.J Oden eds., Pineridge Press, Swansea, pp. 457-470, (1980).
- Cornelissen, H.A.W., Hordjik, D.A., and Reinhardt, H.W. "Experimental determination of crack softening characteristics of normalweight and lightweight concrete". Heron, Fracture Mechanics and Structural Aspects of Concrete, 31(2),45-56, (1986).
- Crisfield, M.A. Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures. Volume 2 Advanced Topics, John Wiley and Sons, 1997.
- Dahlblom, O. and Ottosen, N.S Smeared crack analysis using generalized factious crack model. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 116(1), pp.55-76, (1990).
- De Borst, R., "Computational methods in non-linear solid mechanics. Part 2 : physical non-linearity". Report N°.25-2-91-2-06, Delft University of Technology, The Netherlands, 174 p, (1991).
- De Borst,R., Nauta, P., "Non orthogonal cracks in smeared finite element model". Engng.Comput., 2 :pp. 35-46, (1985).
- De Borst, R., "Smeared cracking, plasticity, creep and thermal loading – a unified approach". Comp. Meth. Appl. Mech. Engng. ;62 :89-110, (1987).
- Feenstra, P.H., "Computational aspects of biaxial stress in plain and reinforced concrete.", PhD Thesis, Delft University of Technology, The Netherlands, (1993).

- Feenstra, P.H., de Borst, R.A. "A Composite plasticity model for concrete " Int.J.Solids. Str. 33, pp. 707,730, (1996).
- Franklin, H.A., "Non-linear analysis of reinforced concrete frames and panels.", Ph.D. Dissertation, Division of Structural Engineering and Structural Mechanics, University of California, Berkeley, SEMM 70-5. (1970).
- Frantziskonis, G., and Desai, C.S. "Constitutive model with strain softening." International Journal of Solids and Structures, 23(6), pp. 733-750, (1987).
- Fu, H.C, Erki, M.A, and Seckin, M. "Review of effects of loading rate on concrete in compression." Journal of Structural Engineering, Vol. 117, n°. 12, pp. 3645-3659, (1991).
- Fu, H.C, Erki, M.A, and Seckin, M. "Review of effects of loading rate on reinforced concrete." Journal of Structural Engineering, Vol. 117, n°. 12, pp. 3660-3679, (1991).
- Gantes, C.J. and Pnevmatikos, N.G. "Elastic-plastic response spectra for exponential blast loading". International Journal of Impact Engineering 30, pp. 323-343, (2004).
- Gilbert, R.I, and Warner, R.F. "Tension stiffening in reinforced concrete slabs." Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 104, N°. ST12, pp. 1885-1900, (1978).
- Goldsmith, W., Polivka, M. and Yang, T. "Dynamic behaviour of concrete." Experimental Mechanics, pp. 65-79, (1966).
- Gopalaratnam, V.S, and Shah, S.P., "Softening response of plain concrete in direct tension". ACI Materials Journal, vol 82 n° 3, pp. 310-323, (1985).
- Govingee, S., Kusters, B.M.A, and Monnier, T. "Anisotropic modelling and numerical simulation of brittle damage in concrete." International Journal for Numerical Methods in Engineering, 38(21), pp. 3611-3633, (1995).
- Govingee, S., and Hall, G. "A Local integration method for coupled damage and plasticity." Report UCB/SEMM-98-01, SEMM University of California, Berkeley, (1997).
- Grestle, K.H. "Simple formulation of triaxial concrete behaviour." ACI Journal 78(5), pp. 382-387, (1981).
- Han, D.J., and Chen, W.F. "A non uniform hardening plasticity model for concrete materials." Journal of Mechanics Materials 4(4), pp. 283-302, (1985).
- Henrych, J. "The dynamics of explosion and its use". Amsterdam, Elsevier, (1979).
- Hillerborg, A., Mod er, M., and Petterson, P.E., "Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements." Cement and Concrete Research, 6,773-782, (1976).

- Hognestad, E. "A Study of combined bending and axial load in reinforced concrete members." University of Illinois Engineering Experiment Station, Bulletin Series N°. 399, Bulletin N°. 1. (1951).
- Hsieh, S.S., Ting, E.C. and Chen, W.F. "A Plasticity fracture model for concrete." International Journal of Solids and Structures, 18(3), pp. 181-197, (1982).
- Hughes, B.P., and Gregory, R. "Concrete subjected to high rates of loading in compression." Magazine of Concrete Research, 24(78), pp. 465-486, (1972)
- Imran, I., and Pantazopoulou., "Experimental study of plain concrete under triaxial stress". ACI Materials Journal 93 (6), pp 589-601, (1996).
- Isenberg, J., Bazant, Z.P., Mindess, S., Suaris, W., and Reinhardt, H.W. "Dynamic fracture". Proceedings FraMCoSI, pp. 601-609, (1992).
- Jacinto, A.C, Ambrosini, R.D, Danesi, R.F. " Experimental and computational analysis of plates under air blast loading." Int. J. Impact Eng. 25(10), pp. 924-947, (2001).
- Jamet, P., Millard, A., and Nahas, G., "Triaxial behaviour of micro-concrete complete stress-strain for confining pressure ranging from 0 to 100 MPa", Proc. International conference on concrete under multiaxial conditions, Toulouse (France), pp. 1236-1239 (1995).
- Jenq, Y.S., and Shah, S.P., "Crack propagation in fiber-reinforced concrete". Journal of Structural Division, ASCE, vol 112, N° 1, pp. 19-34, (1986).
- Ju, J.W., "On energy based coupled elasto-plastic damage theories". Constitutive modelling and computational aspects. Int. J. Solids and Structures, vol 25, n° 7, pp. 803-833, (1989).
- Kachanov, L.M., "Time of the rupture process under creep conditions". Izv.Akad.Nauk. S.S.R., Otd. Tekh. Nauk., n° 8, pp 26-31, (1958).
- Kaplan, S.A. "Factors affecting the relationship between rate of loading and measured compressive strength of concrete". Magazine of Concrete Research, Vol ; 32, N° 111, pp. 79-88 (1980).
- Karsan, I.D., and Jirsa, J.O., "Behaviour of concrete under compressive loadings". ASCE Journal of Structural Division 95 (ST12), pp. 2543-2563, (1969).
- Kosaka, Y., Tanigawa, W. and Hatanaka, S. "Inelastic deformational behaviour of axially loaded concrete under low material confining stresses". Transactions of the Japan Concrete Institute, 6, pp. 263-270, (1984).
- Krauthammer, T., "Modern protective structures, design, analysis and evaluation". Courses notes, The Pennsylvania State University, pp. 358, (2000).

- Krauthammer, T. and Altenberg, A. “Negative phase blast effects on glass panels.” *International Journal of Impact Engineering* 24, pp. 1-17, (2000).
- Kulkarni, S.M and Shah, S.P. “Response of reinforced concrete beams at high strain rates”. *ACI Structural Journal*, Title 95-S64, N° 6, pp. 705-715, (1998).
- Kupfer, H., Hilsdorf, H.K., and Rusch, H., “Behaviour of concrete under biaxial stresses”. *ACI Journal*, 66(8), 656-666, (1969).
- Laible, J.P., White, R.N. and Gergely, P. “Experimental investigation on seismic shear transfer across cracks in concrete nuclear Containment vessels”. *ACI Special Publication* 53 9, pp. 656-666, (1977).
- Lam, N., Mendis, P. and Ngo, T. “Response spectrum solutions for blast loading”. *Electronic Journal of Structural Engineering*, 4, pp. 24-44, (2004).
- Lee, J and Fenves, G.L., “Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures”. *Journal of Engineering Mechanics*, Vol 124, n° 8, pp. 892-900, (1998).
- Leibngood, L., Darwin, D., and Dodds, R.H., “Parameters affecting FE analysis of concrete structures”. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 112,326-341, (1986).
- Lemaitre, J. “Coupled elasto-plasticity and damage constitutive equations”. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 51, pp. 31-49, (1985).
- Lorrain, M. “Contribution à l’étude micromécanique des matériaux granulaires cohérents – application au béton”. *Thèse Doct. Sciences*, Toulouse, (1974).
- Low, H.Y. and Hao, H. “Reliability analysis of reinforced concrete slabs under explosive loading”. *Structural Safety* 23, pp. 157-178, (2001).
- Low, H.Y. and Hao, H. “Reliability analysis of direct shear and flexural failure modes of RC slabs under explosive loading”. *Engineering Structures* 24, pp. 189-198, (2002).
- Lubliner, J., Oliver, J., Oller, S., and Oñate, E. “A Plastic-damage model for concrete”. *International Journal of Solids and Structures*, vol 25, pp. 299-329, (1989).
- Luccioni, B.M, Ambrosini, R.D, Danesi, R.F “Analysis of building collapse under blast loads.” *Engineering Structures* 26, pp.63-71, (2004).
- Luccioni, B., Oller, S., and Danesi, R., “Computer methods in applied mechanics and engineering”. Vol 129, pp. 81-89, (1996).
- Malvar, L.J. and Ross, C.A. “Review of static and dynamic properties of concrete in tension”. *Accepted for publication, ACI Materials Journal*, (1997).

- Mazars, J “Application de la mécanique de l’endommagement au comportement non linéaire à la rupture du béton de structure”. Thèse d’état, Paris : Université Paris VI, (1984).
- Mechtcherine, V., Garrecht, H., and Hilsdorf, H.K. “Effect of temperature and loading rate on fracture behaviour of concrete subjected to uniaxial tension”. *Fracture Mechanics of Concrete Structures, Proceedings FRAMCOS-2*, pp. 719-728, (1995).
- Mendis, P.A, Pendyala.R, Setunger, S. “Stress-strain model to predict the full range moment curvature of high-strength concrete section.” *Magazine of Concrete Research*, V52, 4, pp. 227-234, (200).
- Mikkola, M.J, and Sinisalo, H.S. “Finite element analysis of transient nonlinear response of reinforced concrete structures.” *Proceedings of the Europe-U.S Workshop*, Eds. Wunderlich, W, Stein, E., and Bathe, K.J. Springer Verlag, (1981).
- Mills, C.A. “The design of concrete structures to resist explosions and weapon effects”. In *Proceedings of the 1st. International Conference for Hazard Protection*, Edinburgh, (1987).
- Morison, C.M. “Dynamic response of walls and slabs by single-degree-of-freedom analysis—a critical review and revision.” *International Journal of Impact Engineering* 32,pp.1214–1247 , (2006).
- Mosalam, K.M, and Mosallam, A.S. “Nonlinear transient analysis of concrete slabs subjected to blast loading and retrofitted with CFRP composites.” *Composites Part B : engineering* 32, pp. 623-636, (2001).
- Murray, D.W., Chitnuyanondh, L., Rijub-Agha, K.Y. and Wong, C. “Concrete plasticity theory for biaxial stress analysis”. *ASCE Journal of the Engineering Mechanics Division*, 105(EM6), pp. 989-1006, (1979).
- Mursuyouchi, H. and Machida, A. “Properties and failure of reinforced concrete members subjected to dynamic loading”. *Trans. Japanese Concrete Inst.*, N° 6, pp. 521-528, (1984).
- Naumyenko, I.A. and Petrosky, I.G. “The schock wave of a nuclear explosion”. (1956).
- Ngo, D., and Scordelis, A.C., “Finite element analysis of reinforced concrete beams”. *Journal of the American Concrete Institute*, 64(3), 152-163 (1967).
- Ohtani, Y. and Chen, W.F. “Multiple hardening plasticity for concrete”. *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, 114(11), pp. 1890-1910, (1988).

- Oliver, J., Cervera, M., Oller, S., and Lubliner, J. "Isotropic damage models and smeared crack analysis of concrete". Proceedings of the International Conference in Computational Plasticity-Models and Design of Concrete Structures, N.Bicanic, and H.Mang (eds.), Pineridge Press ltd., pp. 945-957, (1990).
- Ottosen, N.S "A Failure criterion of concrete". ASCE Journal of Engineering Mechanics, 103(EM4), pp. 527-535, (1977).
- Pan, Y.G, Watson, A.J "Interaction between concrete cladding panels and fixings under blast loading." Cement and Concrete Composites, 18, pp ; 323-332, (1996).
- Park, P., and Paulay, T., "Reinforced Concrete Structures". John wiley & Sons, New York, (1975).
- Paulay, T.R and Loeber, P.J. "Shear transfer by agregate intelock". ACI Special Publication 42 1, pp. 1-15, (1977).
- Ramatani, S. "Contribution à la modélisation du comportement multiaxial du béton endommagé avec description du caractère unilatéral". Thèse de Génie Civil : Paris 6 E.N.S de Cachan, (1999).
- Rashid, Y.R., "Analysis of prestressed concrete pressure vessels". Nucl Engng.Des ; 7 :334-344, (1968).
- Reinhardt, H.W., "The Role of fracture mechanics in rational rules for concrete design". IABSE Surveys, vol. S-34, pp. 1-15, (1986).
- Reinhardt H. W., Rossi P., Van Mier J. G. M. (1990): Joint investigation of concrete at high rates of loading. Materials and Structures, Vol. 23, pp. 213-216., (1990).
- Richart, F.E., Brandzaeg, A., Brown, R.L. "A Study of the failure of concrete under compressive stresses". Univ. Ill. Eng. Exp. St. Bull. (1928).
- Robinson, S.R. "Methods of detecting the formation and propagation of microcracks in concrete". Proceedings of the Int. Conf. On the structure of concrete, London (1965).
- Rosende,L., and Martins, J.B. "A Progressive damage continuum model for granular materials." Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 42, pp. 1-18, (1984).
- Ross, C.A., Tedesco, J.W., Kuennen, S.T. "Effects of strain rate on concrete strength". ACI Materials Journal, Title.92-M5,pp. 37-47, (1995).
- Ross, C.A, Jerome, D.M, Tedesco, J.W, Hughes, M.L. "Mositure and strain rate effetcts on concrete strength". ACI Materials Journal, Title 93-M33, pp. 293-300, (1996).

- Rossi, P. “Dynamic behaviour of concrete : from the material to the structure”. *Materials and Structures*, Vol.27, pp.319-323, (1994).
- Rossi, P., and Toutlemonde, F., “Effect of loading rate on the tensile behaviour of concrete : Description of the physical mechanisms”. *Materials and Structures/Matériaux et Constructions*, vol. 29, n° 186, pp. 116-118, (1996).
- Rossi P. “Dynamic behaviour of concrete: from the material to the structure”. *Materials and Structures*, Vol. 27, pp. 319-323, (1994).
- Rossi P., Van Mier J. G. M., Boulay C., Le Maou F. “The dynamic behaviour of concrete: influence of free water”. *Materials and Structures*, Vol. 25, pp. 509-514, (1992a).
- Rossi P., Van Mier J. G. M., Toutlemonde F. “Is the dynamic behaviour of concrete influenced by the presence of free water?”. *Fracture Mechanics of Concrete Structures.*, pp. 639-644, (1992.b).
- Rossi P., Van Mier J. G. M., Toutlemonde F., Le Maou F., Boulay C. (1994): Effect of loading rate on the strength of concrete subjected to uniaxial tension. *Materials and Structures*, Vol. 27, pp. 260-264., (1994).
- Rots, J.G., “Computational modelling of concrete fracture.” PhD Thesis, Delft University of Technology, The Netherlands, pp. 127, (1988).
- Rots, J.G., “Removal of finite elements in smeared crack analysis”. *Proceedings of the 3rd International Conference on Computational Plasticity, Fundamentals and Applications*, D.R.J. Owen, E.Oñate, and E.Hinton (eds.), Pineridge Press, 669-680, (1992).
- Rots, J.G., Nauta, P., Kusters, G.M.A., and Blaawendraad, J., “Smeared crack approach and fracture localisation in concrete”. *Heron*, 30(1), 1-48, (1985).
- Salami, M.R. and Desai, D.S “Constitutive modeling including multiaxial testing of plain concrete under low confining pressure”. *ACI Meterials Journal* , 87(3), pp. 228-236, (1990).
- Sandler, I.S., DiMaggio, F.L. and Baladi, G.Y. “Generalized cap model for geological materials”. *Journal of the Geotechnical Division, ASCE* 102(GT7), pp. 683-689, (1976).
- Schofield, A.N. and Wroth, P. “Critical state soil mechanics”. New York : McGraw-Hill, (1968).
- Scordelis, A.C., Ngo, D. and Franklin, H.A. “Finite element study of reinforced concrete beams with diagonal tension cracks”. *Proceedings of Symposium on Shear in Reinforced Concrete. ACI Publication SP-42*, (1974).

- Soroushian, P., Ki-bong, C. and Alharnad, “A. Dynamic constitutive behaviour of concrete”. *ACI Journal*, Title. 83-26, pp. 251-259, (1986).
- Terrien, M. “Emission acoustique et comportement mécanique post-critique d’un béton sollicité en traction”. *Bulletin de liaison des Ponts et Chaussées*, N° 105, pp. 65-72, (1980).
- Torrenti, J.M. “Comportement du béton –bilan de 6 années de recherche”. *Mémoire d’habilitation à diriger des travaux de recherches*. Université de Paris 6, (1993).
- Toutlemonde, F., Boulay, C. and Rossi, P. “High strain rate behaviour of concrete : Significant parameters”. *Fracture Mechanics of Concrete Structures, Proceedings FRAMCOS-2*, pp. 709-718, (1995).
- Van Mier, J.G.M., “Strain-softening of concrete under multiaxial loading conditions”. *PhD Thesis, Delft University of Technology, The Netherlands*, (1984).
- Vebo, A., and Ghali, A., “Moment curvature relation of reinforced concrete slabs”. *Journal of Structural Division, ASCE*, vol 103, N° ST3, pp. 515-531, (1977).
- Vecchio, F. and Collins, M.P. “The response of reinforced concrete to in-plane shear and normal stresses”. *Publication N° 82-03, Department of Civil Engineering, University of Toronto, Toronto, Canada*, (1982).
- Vermeer, P.A. and de Borst, R. “Non-associated plasticity for soils, concrete and rock”. *Heron* 29(3), (1984).
- Vonk, R. “Softening of concrete loaded in compression”. *Dissertation, Eindhoven : Eindhoven University of Technology*, (1992).
- Walraven, J.C. and Reinhardt, H.W. “Theory and experiment of the mechanical behaviour of cracks in plain and reinforced concrete subjected to shear loading”. *Heron* 26 (1A), (1981).
- Wang N., Mindess S., Venuti W. L. “Dynamic behavior improvement of concrete railroad ties”. *The American Railway Engineering Association Bulletin*, Vol. 96, Bulletin 753, December , pp. 442-455. , (1995).
- Willam, K.J. and Warnke,E.P. “Constitutive model for the triaxial behaviour of concrete”. *IABSE 19. Proceedings of the IABSE Seminar on Concrete Structures Subjected to Triaxial Stresses, Bergamo, Italy, May (1974), IABSE (1975)*.
- Yin, W.S, Su, E.C.M, Mansur, M.A. and Hsu, T.T.C. “Biaxial tests on plain and fiber concrete”. *ACI Materials Journal*, 86(3), pp. 236-243, (1989).

Yon, J.H., Hawkins, N.M. and Kobayashi, A.S “Strain rate sensitivity on concrete mechanical properties.” ACI Materials Journal 89 (2), pp. 146-153, (1992).

Zelinski, A.J., “Concrete under biaxial loading : static compression-impact tension”., Stevin Report 5-85-1, Delft University of Technolgy, (1985).