

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE EL HADJ LAKHDAR BATNA  
FACULTE DE TECHNOLOGIE  
DEPARTEMENT DE MECANIQUE

**THESE**

Pour l'obtention du titre de  
**DOCTEUR EN SCIENCES**

Spécialité  
**Génie mécanique**  
Option  
**Energétique**

Par  
**BENDERRADJI Ammar**

**Instabilités thermoconvectives dans un canal horizontal soumis  
à un phénomène de convection mixte**

Soutenue publiquement le 25 juin 2012, devant le jury composé de :

RAHAL Samir	Professeur	Université de Batna	Président
BEN MOUSSA Hocine	Professeur	Université de Batna	Rapporteur
ABID Chérifa	HdR	IUSTI Marseille	Co-rapporteur
SI AMEUR Mohamed	Professeur	Université de Batna	Examineur
LARBI Salah	Professeur	ENP Alger	Examineur
BENKOUSSAS Bouzid	MCA	ENP Alger	Examineur

*A ma famille*

## Résumé

Le présent travail propose une étude expérimentale et numérique des écoulements laminaire de convection mixte dans un canal rectangulaire uniformément chauffé par le bas, à flux constant. La présence du gradient thermique vertical crée un écoulement secondaire de convection naturelle qui se superpose à l'écoulement principal en modifiant sa structure initiale qui était celle d'un écoulement de Poiseuille symétrique. Nous nous intéresserons plus particulièrement à la naissance de structures thermoconvectives sous forme de rouleaux longitudinaux d'axes parallèles à l'axe de la conduite.

Dans cette étude nous avons considéré l'écoulement de l'eau ( $Pr=7$ ) dans un canal rectangulaire avec grand rapport d'aspect  $\Gamma=10$  pour des valeurs des nombres de Reynolds et de Rayleigh comprises respectivement entre  $50 \leq Re \leq 100$  et  $0 \leq Ra \leq 10^6$ . Deux mécanismes d'initiation des rouleaux ont été mis en évidence. Le premier est un mécanisme classique, il se produit pour de faibles valeurs du nombre de Reynolds et est initié par l'effet des parois latérales donnant naissance à deux rouleaux longitudinaux qui se développent ensuite progressivement vers le centre du canal, dans le sens de l'écoulement. Le deuxième mécanisme se produit pour des valeurs plus grandes du nombre de Rayleigh et combine le précédent effet avec un gradient de température supercritique dans la couche limite thermique inférieure, qui simultanément déclenche des paires de rouleaux longitudinaux dans toute la section centrale du canal entre les deux premiers rouleaux. Nous avons trouvé que dans la présente configuration, que la transition entre les deux mécanismes d'initiation des rouleaux se produit pour  $Ra/Re^2 \approx 18$ . Par conséquent, le transfert de chaleur est sensiblement amélioré comparativement à la pure convection forcée grâce à l'écoulement de la structure responsable de l'inondation continue de la paroi chaude par le fluide froid. Très peu de publications ont traité le cas de l'écoulement de l'eau dans un canal rectangulaire avec un grand rapport d'aspect transversal.

### Mots clefs

Écoulement de Poiseuille-Rayleigh-Rayleigh, convection mixte ; structures thermoconvectives ; instabilités ; rouleaux longitudinaux ; rouleaux transversaux.

## **Abstract**

This present work proposes an experimental and numerical study of laminar mixed convection flows in a rectangular duct uniformly heated from below. The presence of the vertical thermal gradient creates a secondary flow of mixed convection which is superimposed on the main flow, which modifies its initial structure which was a symmetrical Poiseuille profile. We are particularly interested in the onset of thermoconvective structures in form of longitudinal rolls which their axes is parallel to the trough flow.

One have considered the flow of water ( $Pr=7$ ) in a rectangular channel with large aspect ratio  $\Gamma=10$  for values at Reynolds and Rayleigh numbers respectively between  $50 \leq Re \leq 100$  and  $0 \leq Ra \leq 10^6$ . Two mechanisms of roll initiation are highlighted in a horizontal channel flow, at constant heat flux. The first mechanism is the classical one; it occurs for low Rayleigh numbers and is initiated by the lateral wall effect. The second occurs for higher Rayleigh numbers and combines the previous effect with a supercritical vertical temperature gradient in the lower boundary layer, which simultaneously triggers pairs of rolls in the whole zone between the two lateral rolls, in the streamwise flow. We have found that in the present configuration, the transition between the two roll initiation mechanisms occurs for  $Ra/Re^2 \approx 18$ . Consequently, the heat transfer is significantly enhanced compared to the pure forced convection case owing to the pattern responsible of the continuous flooding the heated wall with cold fluid. A very few publications have dealt with the case of water flow in a rectangular channel with large transversal aspect ratio.

## **Key words**

Poiseuille-Rayleigh-Bénard flow, mixed convection, thermoconvective structures, instabilities, transverse rolls, longitudinal rolls.

## Remerciements

Cette thèse a été préparée au sein du laboratoire de l'IUSTI-UMR 6595/CNRS du Département de Mécanique Energétique de l'Ecole Polytechnique Universitaire de Marseille. Au sein de l'équipe ITC (Instabilités Thermo-Convectives), j'ai pu bénéficier de l'expérience de personnes douées de grandes qualités scientifiques et humaines qui m'ont, durant mon bref séjour de deux années, initié à la recherche et à l'univers de l'expérimentation.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude envers le Pr. BEN MOUSSA Hocine d'avoir accepté la direction de la thèse. Qu'il trouve ici toute ma reconnaissance pour la manière dont il communique avec les doctorants, pour la qualité et la simplicité de ses rapports humains, pour sa disponibilité, pour son soutien qu'il a pu m'apporter dans une période difficile.

Ces quelques lignes seront insuffisantes pour exprimer toute la gratitude que j'ai envers Mme Chérifa ABID-DAVID d'avoir accepté la co-direction de la thèse en France. Elle a toujours su être disponible pour me prodiguer tant de conseils au quotidien malgré son emploi du temps chargé. Je la remercie pour la confiance qu'elle a placée en moi durant ces deux années et d'avoir fait partager sa passion et son enthousiasme pour la recherche.

Je suis entièrement reconnaissant envers les Prs. Marc MEDALE, François PAPINI et Jérôme DUPLAT pour leurs contributions très importantes sur tous les plans et leur disponibilité pour moi durant cette période. Ce travail a pleinement bénéficié de leurs compétences scientifiques et leurs expériences, je leur serai très reconnaissant.

Je tiens à exprimer ma gratitude aux Prs. SIAMEUR Mohamed et LARBI Salah ainsi qu'au Dr. BENKOUSSAS Bouzid pour avoir accepté de consacrer une partie de son temps à l'examen de cette thèse.

Je tiens également à remercier le Pr. RAHAL Samir qui m'a fait l'honneur de présider le jury de ma thèse, et par l'intérêt qu'il a pu porter à mon travail.

Je remercie toutes les personnes qui de près ou de loin ont contribué à ce travail, en particulier les techniciens de l'atelier de mécanique qui ont consacré un peu de leur temps dans la réalisation de mon banc d'essai.

Enfin, je tiens à remercier tous les membres de ma famille qui ont vécu avec moi, toutes les étapes de mon travail, malgré la distance qui nous a séparée.

## Table des matières

<b>Nomenclature</b> .....	3
<b>Table des figures</b> .....	6
<b>Chapitre 1 : Introduction générale</b> .....	10
1.1 Situation du problème .....	12
1.2 Convection naturelle .....	12
1.3 Convection forcée et convection mixte .....	13
1.4 Ecoulement de Poiseuille-Rayleigh-Bénard .....	14
1.5 Contexte de l'étude .....	20
1.5.1 Cas du cylindre chauffé uniformément par le bas .....	21
1.5.2 Cas du conduit chauffé uniformément par le bas .....	25
1.5.3 Cas du conduit chauffé uniformément par une des parois verticales .....	28
<b>Chapitre 2 : Etat de l'art</b> .....	31
2.1 Introduction .....	32
2.2 Problème de Poiseuille-Rayleigh-Bénard .....	32
2.3 Travaux récents sur problème de Poiseuille-Rayleigh-Bénard .....	41
<b>Chapitre 3 : Formulation mathématique</b> .....	44
3.1 Introduction .....	45
3.2 Equations de conservation .....	47
3.2.1 Equation de conservation de la masse .....	47
3.2.1 Equation de conservation de la quantité de mouvement .....	48
3.2.1 Equation de conservation de la quantité d'énergie .....	49
3.3 Approximation de Boussinesq.....	52
3.4 Equations adimensionnelles .....	53
3.4.1 Choix des grandeurs de références .....	53
3.4.2 Système d'équations adimensionnelles .....	54
3.4.3 Conditions aux limites et initiales adimensionnelles .....	54
<b>Chapitre 4 : Etudes expérimentale et numérique à faible nombre de Reynolds</b> .....	56
4.1 Approche expérimentale .....	57

---

4.1.1 Description du dispositif expérimentale .....	57
4.1.1.1 Le canal et la zone de mesure .....	57
4.1.1.2 Le circuit électrique de chauffage .....	60
4.1.1.3 L'alimentation en eau .....	61
4.1.1.4 Les paramètres de contrôles Ra et Re.....	61
4.2.1 Métrologie .....	62
4.2.2 Particules traçantes .....	63
4.2.2 Système d'injection de colorant .....	63
4.2.3 La source de lumière .....	65
4.2.4 Le dispositif optique et caméra CCD .....	65
4.2 Approche numérique .....	67
4.2.1 Les équations gouvernantes .....	67
4.2.2 Approximation de Boussinesq .....	69
4.2.3 Le modèle numérique .....	72
<b>Chapitre 5 : Résultats expérimentaux et numériques.....</b>	<b>74</b>
5.1 Introduction .....	75
5.2 Recherche préliminaire de structure de convection .....	75
5.3 Visualisation de l'écoulement avec le colorant .....	78
5.3.1 Premier mécanisme d'initiation des rouleaux .....	81
5.3.2 Deuxième mécanisme d'initiation des rouleaux .....	84
5.4 Longueur d'établissement des rouleaux .....	88
5.4 Transfert de chaleur .....	89
<b>Chapitre 6 : Conclusion générale et perspectives .....</b>	<b>94</b>
<b>Annexe : Détermination de la résolution de maille appropriée .....</b>	<b>97</b>
<b>Bibliographie.....</b>	<b>101</b>

# Nomenclature

## Lettres latines

A	rapport d'aspect longitudinal (l/h)
b	largeur du canal (m)
Cp	chaleur spécifique ( $\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$ )
e	énergie par unité de masse (J/kg)
Ec	énergie cinétique (J)
h	hauteur de la conduite (m)
H	coefficient de convection ( $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$ )
g	accélération de la pesanteur ( $\text{m s}^{-2}$ )
h	hauteur du canal (m)
k	conductivité thermique ( $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ )
L	longueur adimensionnelle du canal
l	longueur du canal (m)
le	longueur de développement des rouleaux (m)
Le	longueur adimensionnelle de développement des rouleaux
n	vecteur normal sortant de la surface
P	pression dynamique adimensionnelle
Pe	puissance des forces extérieures (W)
Pi	puissance des forces intérieures (W)
q	densité de flux à la paroi inférieure ( $\text{W m}^{-2}$ )
t	temps (s)
T	température (K)
T <sub>1</sub>	température de la plaque chaude (K)
T <sub>2</sub>	température de la plaque froide (K)



---

<b>U, V, W</b>	composantes dimensionnelles de la vitesse, dans les directions X, Y, Z.
<b>u, v, w</b>	composantes adimensionnelles de la vitesse, dans les directions X, Y, Z, $u/u_{av}$ , $v/u_{av}$ , $w/u_{av}$
$u_{av}$	vitesse moyenne longitudinale ( $m\ s^{-1}$ )
X, Y, Z	Coordonnées adimensionnelles, $x/h$ , $y/h$ , $z/h$
x, y, z	Coordonnées dimensionnelles

## Nombres adimensionnels

Nu	Nombre de Nusselt ( $qh/k(T_{sa}-T_{av})$ )
Pr	nombre de Prandtl ( $v/\alpha$ )
Ra	nombre de Rayleigh ( $g\beta h^4 q/kv\alpha$ )
$Ra_{cr}$	nombre de Rayleigh critique
$Ra_{cr-L}$	nombre de Rayleigh critique pour l'apparition des rouleaux longitudinaux
$Ra_{cr-T}$	nombre de Rayleigh critique pour l'apparition des rouleaux transversaux
Re	nombre de Reynolds ( $u_{av}h/v$ )
$Re_{cr-L-T}$	nombre de Reynolds critique marquant la transition entre rouleaux transversaux et rouleaux longitudinaux
$Re_{cr}$	nombre de Reynolds critique
Ri	Nombre de Richardson

## Lettres grecques

$\alpha$	diffusivité thermique ( $m^2\ s^{-1}$ )
$\beta$	coefficient d'expansion thermique ( $K^{-1}$ )
$\Gamma$	rapport d'aspect transversal ( $b/h$ )
$\rho$	masse volumique ( $kg\ m^{-3}$ )

---

$\mu$	viscosité dynamique ( $\text{kg m}^{-1}\text{s}^{-1}$ )
$\nu$	Viscosité cinématique ( $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ )
$\theta$	Température adimensionnelle $(T-T_i) k / (qh)$
$\Delta\theta$	Différence de température entre les plaques chaudes et froides (K)

### Indices et symboles inférieurs

av	valeur moyenne selon le contexte
c	central
cr	critique
i	quantités à l'entrée
ref	référence
sa	moyenne transversale

### Abréviations et symboles

CVD	chemical vapor déposition (dépôts de vapeur chimiques)
PRB	écoulement de Poiseuille-Rayleigh-Bénard
R-T	désigne une grandeur se rapportant aux rouleaux transversaux
R-L	désigne une grandeur se rapportant aux rouleaux longitudinaux
R-U	désigne une grandeur se rapportant aux rouleaux en U
2D	Bidimensionnel
3D	Tridimensionnel

## Table des figures

1.1	Ecoulement de base ou écoulement de Poiseuille stratifié linéairement en température ; tiré de X. Nicolas [14].....	14
1.2	Représentation schématique d'un écoulement de rouleaux transversaux ; tiré de X. Nicolas [14] .....	14
1.3	<b>(a)</b> Ecoulement de R-T visualisé par une série de photographie, on remarque la zone d'entrée thermique pour $x \leq 2$ et la zone d'établissement des R-T pour $x \geq 2$ ; (vues du plan vertical médian $y=B/2$ ; $Pr= 0.71$ ; $Re=5$ ; $Ra=4000$ ; $\Gamma=12$ ) ; tiré de Yu et al. [10].....	15
1.3	<b>(b)</b> Visualisation par photographie de R-T ; (vue de dessus pour $Pr=0.71$ ; $Re=5$ ; $Ra=4000$ ; $\Gamma=12$ ) ; tiré de Yu et al [10].....	15
1.4	Représentation schématique d'un écoulement de rouleaux longitudinaux ; tiré de X. Nicolas [14].....	16
1.5	Visualisation par photographie d'un écoulement de rouleaux longitudinaux pleinement établis, on peut compter 14 R-L (vue de face d'un plan vertical transversal pour $Pr=0.71$ ; $Re=50$ ; $Ra=10000$ ; $\Gamma=12$ ; tiré de Yu et al. [11]...	16
1.6	Photographie de quatre R-L pleinement établis (même vue que précédemment pour $Re = 102$ ; $Ra=17500$ ; et $\Gamma=4$ ; tiré de Lin et al. [12].....	16
1.7	Diagramme de stabilité linéaire de l'écoulement de Poiseuille-Bénard pour une conduite d'extension latérale infinie, tiré de Luijckx et al. [6].....	18
1.8	Diagramme de stabilité linéaire de l'écoulement de Poiseuille-Bénard pour une conduite d'extension latérale finie, tiré de Luijckx et al. [6].....	19
1.9	Evolution expérimentale de $Th$ et $Tb$ en fonction de $z/v$ ; tiré de Abid et al. [42].....	21
1.10	Evolution des vitesses transverses pour diverses valeurs de $z/v$ , tiré d'Abid et al. [42].....	22
1.11	Distribution des isothermes dans le fluide, tiré d'Abid et al. [42].....	22
1.12	Diagramme de stabilité tiré d'Abid et al. [43].....	23
1.13	Evolution de la température en fonction de $Z$ , tiré de [27].....	24
1.14	<b>(a)</b> Evolution de la température du fluide pour différentes valeurs du flux imposé à la paroi (haut $Z= 2$ mm) ; <b>(b)</b> Evolution de la température du fluide	

	pour différentes valeurs du flux imposé à la paroi (bas $Z= 13$ mm), tiré de C. Bonnefoi [41].....	26
1.15	Structure du flux de chaleur. <b>(a)</b> chauffage à température imposée par le bas $\Delta T= 5.5$ °C ; <b>(b)</b> chauffage à flux imposé par la bas $\Delta T= 5.5$ °C, tiré de C. Bonnefoi [41].....	26
1.16	Déviation du fluide chaud vers la paroi froide ; $Re= 60$ et $q= 3,1$ Kw/m <sup>2</sup> , tiré de K.F. Koffi [46].....	27
1.17	Structure du rouleau longitudinal ( $Re=50$ et $q= 1.9$ Kw. m <sup>-2</sup> (numérique)) ; <b>(a)</b> Coupe à $x/h=10$ ; $z/h=0$ légère déviation du fluide vers la paroi chaude ; <b>(b)</b> Coupe à $x/h=10$ ; $y/h= 1,85$ montée du fluide chaud vers la paroi chaude ; <b>(c)</b> Coupe à $x/h=10$ ; $z/h=0,9$ déviation du fluide vers la paroi latérale ; <b>(d)</b> à $x/h=10$ $y/h=0$ descente vers la paroi verticale, tiré K.F.Koffi [46].....	28
2.1	Transition entre différents types d'écoulements [47] ; <b>(a)</b> Vue générale tirée de C. Ouazani et al. [9] ; <b>(b)</b> Zoom sur la zone V [48]. Les flèches indiquent le sens des transitions observées.....	33
2.2	Écoulement intermittent visualisé par plan laser à différents instants à partir d'une vue de dessus, pour $Re= 10.0$ et $Ra= 4000$ ; Tiré de Yu et al. [11].....	35
2.3	Diagramme de stabilité des différents régimes d'écoulement observés expérimentalement (114 cas) ; d'après Yu et al. [11].....	36
2.4	Vues de dessus d'un l'écoulement stationnaire prises à $y = 0.5$ pour $Ra = 2000$ et $Re$ <b>(a)</b> 5.0, $Re$ <b>(b)</b> 5.0 et $Re$ <b>(c)</b> 3.0 ; tiré de J.T Lir et al. [56].....	38
2.5	Vue de dessus montrant la formation de R-T à amont de la conduite et des R-L en aval de la conduite en abaissant le nombre de Reynolds de 20 à 1 $Ra = 2500$ , à différents instants t <b>(a)</b> 0s, <b>(b)</b> 6s, <b>(c)</b> 8s, <b>(d)</b> 14s, <b>(e)</b> 20s, <b>(f)</b> 39s, <b>(g)</b> 58s, <b>(h)</b> 152s, <b>(i)</b> 178s, <b>(j)</b> 247s, <b>(k)</b> 296s, et <b>(l)</b> 519s ; tiré de T.C. Cheng et al. [57].....	39
2.6	Formation de structures dans un écoulement unidirectionnel vers des R-T en augmentant le nombre de Rayleigh de 1500 à 4500 en 110 s à $Ra= 54$ et t= <b>(a)</b> 0, <b>(b)</b> 33, <b>(c)</b> 60, <b>(d)</b> 87, <b>(e)</b> 110, <b>(f)</b> 154, <b>(g)</b> 530 et <b>(h)</b> 600 pour l'air avec $A= 12$ ; tiré de T.F. Lin [58].....	42
3.1	Schéma de définition de la géométrie du canal en 3D rempli avec un fluide Newtonien et chauffé uniformément par le bas.....	54

## Table des figures

.....	
4.1	Description de la section droite du canal parallélépipédique..... 57
4.2	Le dispositif expérimental ; <b>(a)</b> Schéma de principe du dispositif expérimental ; <b>(b)</b> vue de dessus du canal, on voit à gauche le collecteur d'entrée et la zone hydrodynamique ; <b>(c)</b> vue longitudinal du canal, on voit au premier plan le collecteur d'entrée de sortie..... 59
4.3	L'alimentation électrique assurée par un transformateur et un ampèremètre.... 60
4.4	Le réservoir d'alimentation en eau et débitmètre..... 61
4.5	Des particules traçantes sontensemencées dans l'eau. Le reflet vert est dû à la lumière du laser..... 62
4.6	L'injecteur de colorants en bleu et les filets de fluorescéine en vert..... 63
4.7	Dispositif de montage de caméra et laser..... 65
4.8	Dispositif de montage de Charlie et le système miroir-lentilles..... 66
4.9	L'écoulement de base. Les filets fluides sont parallèles..... 65
4.10	La masse volumique en fonction de la température dans l'intervalle de température (20-40°C), (approximation polynomiale de second ordre, approximation de Boussinesq [33])..... 70
4.11	La viscosité dynamique en fonction de la température dans l'intervalle de température (20-40°C), (approximation polynomiale de second ordre, approximation de Boussinesq [33])..... 70
5.1	Une vue de dessus des particules de polyamides montrant le début de la formation des rouleaux longitudinaux et la transition vers la turbulence..... 76
5.2	Les rouleaux longitudinaux stabilisés occupent le milieu du canal pour $Re=60$ et $Ra=2,78 \times 10^{10}$ ..... 76
5.3	Injection de fluorescéine et trajectoires de traceur dans un écoulement isotherme ( $Re = 50$ , $Ra = 0$ )..... 77
5.4	Une vue de dessus du canal avec injection de fluorescéine. On voit nettement la naissance des rouleaux longitudinaux ( $Re = 50$ , $Ra = 3,4 \times 10^3$ )..... 77
5.5	Vues transversales dans six stations longitudinales ( $Re=105$ , $Ra=3,10 \times 10^{10}$ , <b>(a)</b> $x= 12,1$ cm, <b>(b)</b> $x= 14$ cm, <b>(c)</b> $x= 16$ cm, <b>(d)</b> $x= 30$ cm, <b>(e)</b> $x= 70$ cm, <b>(f)</b> $x=75$ cm)..... 79
5.6	Illustration du premier mécanisme d'initiation de R-L : <b>(a)</b> Vue d'ensemble

## Table des figures

	du champ de température obtenu numériquement, $Re= 50$ , $Ra= 1,28 \times 10^4$ , $Z= 0,2$ ; <b>(b)</b> Vue d'ensemble obtenue expérimentalement, $Re = 50$ , $Ra= 3 \times 10^4$ , $Z= 0,5$ .....	81
5.7	Visualisation de rouleaux longitudinaux dans des sections transversales obtenus expérimentalement ( $Re= 50$ , $Ra= 1,28 \times 10^4$ ) et des champs de vitesses et de températures obtenus numériquement ( $Re= 50$ , $Ra= 3 \times 10^4$ ) ; <b>(a)</b> $X= 15$ (expérimental) ; <b>(b)</b> , <b>(c)</b> $X=20$ (expérimental et numérique); <b>(d)</b> , <b>(f)</b> $X= 60$ (expérimental et numérique).....	82
5.8	Visualisation de l'écoulement avec la mise en place du deuxième mécanisme ; <b>(a)</b> Vue de dessus expérimentale ( $Re=50$ , $Ra= 1,5 \times 10^5$ et $Z=0,5$ ) ; <b>(b)</b> Vue d'ensemble du champ de température, obtenue par simulation numérique ( $Re=50$ ; $Ra=5,13 \times 10^4$ ; $Z=0,2$ ).....	84
5.9	Une vue expérimentale de la section transverse du canal pour $Re=50$ , $Ra= 10^5$ , à <b>(a)</b> $X= 2$ ; <b>(b)</b> $X= 8$ .....	85
5.10	Simulation numérique des champs de températures et de vitesses pour $Re= 50$ , $Ra= 5,13 \times 10^4$ , à <b>(a)</b> $X= 6$ ; <b>(b)</b> $X= 9$ .....	85
5.11	Vue expérimentale globale de la structure de l'écoulement ( $Re=50$ , $Ra= 3,5 \times 10^5$ ).....	86
5.12	Longueur expérimentale d'établissement des rouleaux en fonction du nombre de Rayleigh, pour deux nombres de Reynolds ( $Re= (50, 100)$ ).....	87
5.13	Simulation numérique du champ de température ( $Re= 50$ , $Z= 0,2$ ) ; <b>(a)</b> $Ra= 1,3 \times 10^3$ , $X= 46$ ; <b>(b)</b> $Ra= 1,8 \times 10^4$ , $X= 21$ .....	88
5.14	Simulation numérique des profils de température transversale adimensionnelle à trois côtes longitudinales ( $X= 10, 40, 70$ ), pour $Re= 50$ et deux nombres de Rayleigh : <b>(a)</b> $Ra= 1,28 \times 10^4$ , <b>(b)</b> $Ra= 5,13 \times 10^4$ .....	90
5.15	Simulation numérique du profil du nombre de Nusselt local transverse à trois cotes longitudinales ( $X= 10, 40, 70$ ), pour $Re= 50$ et deux nombres de Rayleigh: <b>(a)</b> $Ra= 1,28 \times 10^4$ , <b>(b)</b> $Ra= 5,13 \times 10^4$ .....	91
A-1	Simulation du champ de température au dessus de la paroi chauffée. Comparaison entre les isothermes calculées avec des mailles fines M3 (partie supérieure) et mailles grossières M1 (partie inférieure).....	96
A-2	Champ de température au dessus de la paroi chauffée. Comparaison entre les	

---

	isothermes calculés avec des mailles fines M3 (partie supérieure) et mailles intermédiaires M2 (partie inférieure).....	96
A-3	<b>(a)</b> Simulation de la température adimensionnelle transversale au dessus de la paroi chauffée, pour trois abscisses longitudinales et pour trois mailles ; <b>(b)</b> Simulation numérique transversale de la composante de la vitesse verticale adimensionnelle à mi-hauteur du canal, pour trois abscisses longitudinales et pour trois mailles.....	97
A-4	Simulation moyenne transversale du nombre de Nusselt au dessus de la paroi chauffée pour $Re= 50$ ; $Ra= 5,13 \times 10^4$ et deux résolution spatiales (M1= 375 x 100 x 10 et M3= 375 x 200 x 20).....	98

# **Chapitre 1**

---

## **Introduction générale**



## Chapitre 1

## Introduction générale

### 1.1 Situation du problème

Ces deux dernières décades ont vu un accroissement rapide des activités de recherche dans le domaine de la convection naturelle et mixte. C'est un sujet qui présente à la fois un intérêt fondamental et pratique. La majorité des travaux de recherche ont été motivé par les applications industrielles à forts enjeux économiques. Par exemple, l'étude des dépôts de vapeur chimique (Chemical Vapor Deposition ou CVD), la fabrication et le refroidissement des composants électroniques, le stockage cryogénique, la climatisation passive, la fabrication des cellules solaire. La convection mixte permet aussi d'expliquer certains phénomènes induit dans la l'atmosphère, le mouvement des océans et l'astrophysique.

La convection est un mode de transfert de chaleur qui se produit uniquement au sein des milieux fluides. Elle apparaît lorsque le fluide (gaz ou liquide) est en mouvement et présente des inhomogénéités spatiales de température, de concentration d'espèces chimiques, de changement de phase, tension superficielle et beaucoup d'autres effets. On parle de convection naturelle, lorsque les mouvements de circulation sont provoqués exclusivement par des forces agissant au sein du fluide. Ces forces sont le plus souvent les forces pesantes ou forces de flottabilité ou encore poussée d'Archimède. Etant donné que le mouvement est induit par la présence de la gravité, les écoulements de convection naturelle possèdent une direction privilégiée liée à la direction de la pesanteur. Dans notre environnement, proche ou lointain on peut observer ces mouvements convectifs naturels à différentes échelles. L'air chaud qui monte au dessus radiateur, la formation des nuages, les courants océaniques, le mouvement du magma sous la croûte terrestre etc. Tous ces mouvements fluides ont pour origine des mouvements de convection naturelle.

### 1.2 La convection naturelle

Pour comprendre le mécanisme fondamental de la convection (naturelle) dans une couche fluide contenue entre deux plaques horizontales maintenues à deux températures différentes, chauffée uniformément par le bas et refroidie par le haut. Ceci produira un mouvement du fluide, au dessus d'un certain seuil de température. Si l'écart de température

est faible, la couche fluide est sans mouvement et stratifiée verticalement en température ceci correspond à un état conductif stable. La moindre perturbation de température ou de vitesse est atténuée par la diffusion thermique ou la viscosité avant que la poussée d'Archimède n'ait eu le temps d'intervenir. Lorsque le gradient de température dépasse un seuil critique, l'état conductif devient instable et des mouvements thermo-convectifs s'installent.

On comprend que la stabilité de l'état conductif ne dépend que de la valeur d'un nombre sans dimension appelé nombre de Rayleigh noté  $Ra$ . Il traduit la compétition entre la poussée d'Archimède et les effets dissipatifs de la traînée visqueuse et de la diffusion de la chaleur.

Le nombre de Rayleigh est défini par :

$$Ra = \frac{\text{poussée d'archimède}}{\text{force de traînée visqueuse} \times \text{taux de diffusion de la chaleur}}$$

Tant que la différence de température  $\Delta T = T_1 - T_2$ , entre les plaques horizontales, ( $T_1$  température de la paroi chaude,  $T_2$  température de la paroi froide), est maintenue au dessous d'une certaine valeur critique  $\Delta T_{cr}$ , correspondant à  $Ra < Ra_{cr}$ , ( $Ra_{cr}$  est le nombre de Rayleigh critique), les échanges convectifs sont purement diffusifs. A une valeur de  $\Delta T = \Delta T_{cr}$ , ( $Ra > Ra_{cr}$ ), on assiste à une mise en mouvement du fluide, alors la convection apparaît suffisamment au dessus de cette valeur, des cellules thermoconvectives prennent forme selon la géométrie de la cavité contenant le fluide. Ce type de convection est dit convection de Rayleigh- Bénard.

### 1.3 La convection forcée et convection mixte

Contrairement aux mouvements convectifs induits naturellement (CN) au sein du fluide, les écoulements convectifs provoqués par des moyens mécaniques (pompes, ventilateurs, compresseurs) sont dit écoulements de Poiseuille, ce sont des mouvements de convection forcée (CF). Quand les mouvements convectifs sont dus à la fois à des sources internes et externes, on rentre dans le cadre de la convection mixte (CM). Le problème de Poiseuille-Rayleigh-Bénard est un écoulement de convection mixte. Les limites des ces trois domaines, la convection naturelle, la convection forcée et la convection mixte, sont approxi -

mativement fixées par un nombre adimensionnel dit nombre de Richardson  $Ri$ , défini par l'expression :

$$Ri = \frac{g\beta\Delta\theta h}{v^2}$$

Ce nombre est égal au rapport des carrées des vitesses associées à la convection naturelle et à la convection forcée. Il tend vers zéro dans le cas de la CF et vers l'infini dans la CN.

Les écoulements de convection mixte ou écoulements de Poiseuille-Rayleigh-Bénard résultent donc de la conjugaison de deux sources convectives appliquées à un fluide compris entre deux plaques planes horizontales : un gradient de pression horizontal donnant naissance à un écoulement de Poiseuille et un gradient de température vertical donnant un écoulement de convection naturelle. Cet écoulement est non seulement caractérisé par le nombre de Rayleigh mais également par le nombre de Reynolds noté  $Re$ , qui représente le rapport entre les forces d'inertie et les forces de dissipation visqueuses (diffusion de la quantité de mouvement) au sein du fluide :

$$Re = \frac{\text{force d'inertie}}{\text{force de dissipation visqueuse}}$$

Ainsi, dans la configuration qu'on se propose d'étudier, il s'agit de superposer l'écoulement de Poiseuille, dû au gradient de pression et de l'écoulement de convection naturelle, dû au chauffage par le bas de la couche fluide.

#### **1.4 Ecoulement de Poiseuille -Rayleigh-Bénard**

Nous allons examiner les différentes cellules thermoconvectives qui peuvent être observées dans la configuration de Poiseuille-Rayleigh-Bénard entre deux plaques horizontales maintenues à différentes températures et au-delà de la stabilité de la solution conductive.

L'écoulement reste stable tant que le nombre de Rayleigh ne dépasse pas une certaine valeur critique  $Ra_{cr}$ , comme le montre la figure 1.1 ci-dessous; au-delà de cette valeur, il devient instable et plusieurs sortes de cellules thermoconvectives peuvent apparaître :

- des rouleaux d'axes transversaux à l'axe de la conduite et formant une chaîne de cylindres contrarotatifs, représentés sur les figures 1.2 et 1.3; ces structures sont quasi bidimensionnelles : la composante transversale de la vitesse est nulle, excepté près des bords latéraux. Ils sont notés R-T.

- des rouleaux d'axes longitudinaux parallèles à l'axe de la conduite, hélicoïdaux, contrarotatifs et stationnaires. Ces structures sont tridimensionnelles : ici les trois composantes de la vitesse sont non nulles. Ils sont notés R-L. Elles sont représentées sur les figures 1.4, 1.5 et 1.6.

- des structures thermoconvectives, tridimensionnelles, instationnaires et de formes plus complexes que les R-T et R-L.

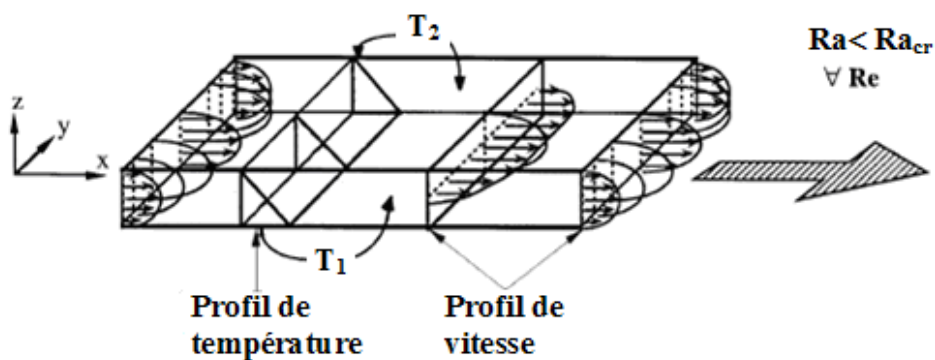


Figure 1.1 : Ecoulement de base ou écoulement de Poiseuille stratifié linéairement en température; tiré de X. Nicolas [14].

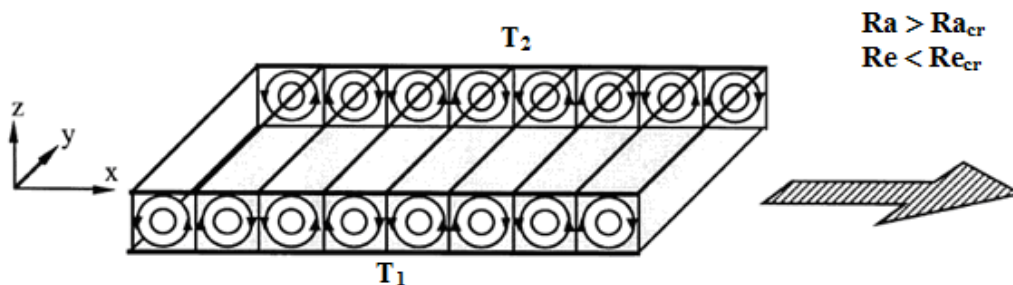
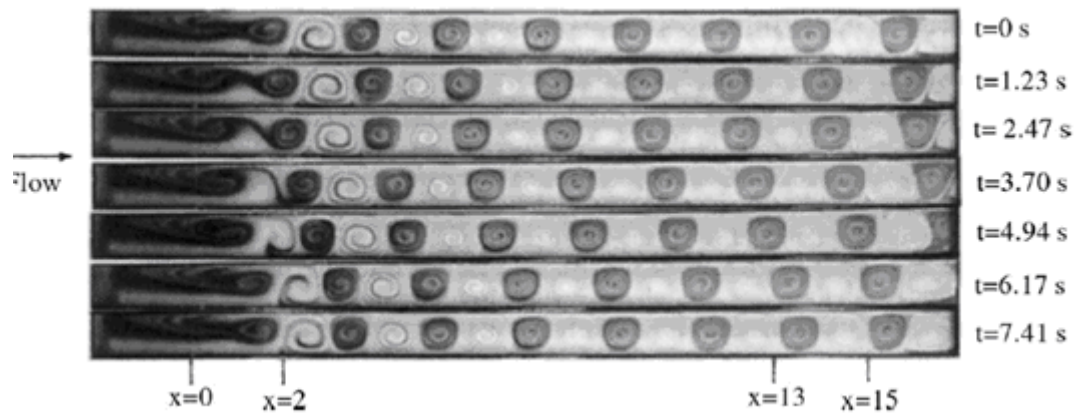


Figure 1.2 : Représentation schématique d'un écoulement de rouleaux transversaux ; tiré de X. Nicolas [14].



(a)

Figure 1.3: (a) Ecoulement de R-T visualisé par une série de photographies, on remarque la zone d'entrée thermique pour  $x \leq 2$  et la zone d'établissement des R-T pour  $x \geq 2$ ; (vues du plan vertical médian  $y = \Gamma/2$ ;  $Pr = 0.71$ ;  $Re = 5$ ;  $Ra = 4000$ ;  $\Gamma = 12$ )

(b)

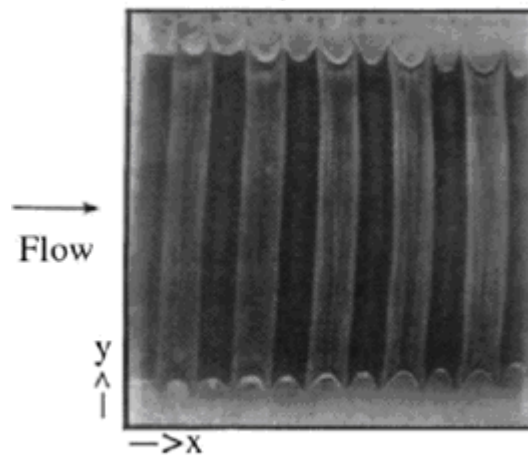


Figure 1.3 : (b) Visualisation par photographie de R-T ; (vue de dessus pour  $Pr = 0.71$ ;  $Re = 5$ ;  $Ra = 4000$ ;  $\Gamma = 12$ ); (a) et (b) tiré de Yu et al. [10].

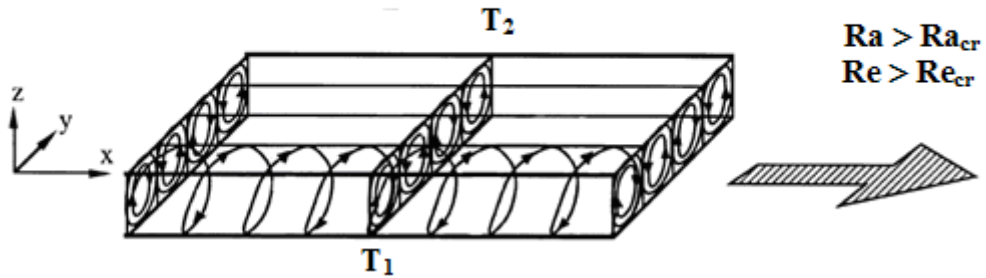


Figure 1.4 : Représentation schématique d'un écoulement de rouleaux longitudinaux ; tiré de X. Nicolas [14].

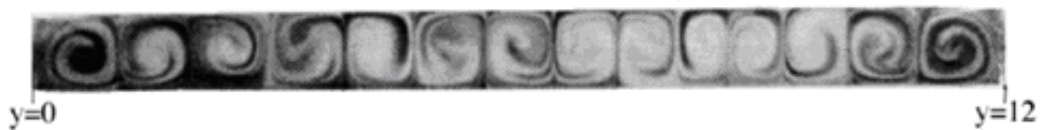


Figure 1.5 : Visualisation par photographie d'un écoulement de rouleaux longitudinaux pleinement établis, on peut compter 14 R-L (vue de face d'un plan vertical transversal pour  $Pr=0.71$  ;  $Re=50$  ;  $Ra=10000$  ;  $\Gamma=12$  ; tiré de Yu et al. [11].

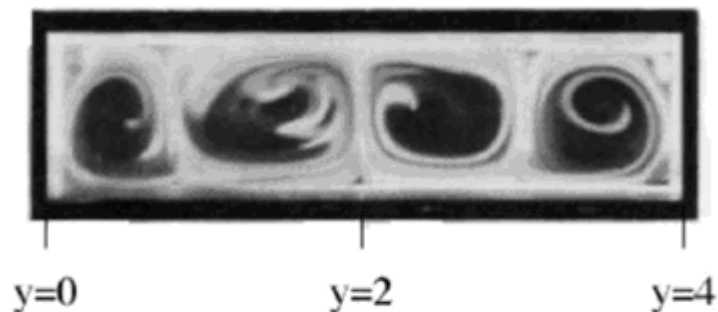


Figure 1.6 : Photographie de quatre R-L pleinement établis (même vue que précédemment pour  $Re=102$  ;  $Ra=17500$  ; et  $\Gamma=4$  ; tiré de Lin et al. [12].

Les écoulements de convection mixte à considérer seront à faible nombre de Reynolds, où l'instabilité est d'origine thermique. Nous rappelons que les écoulements à grands nombres de Reynolds ( $Re > 7000$ ) pour lesquelles les instabilités sont d'origine visqueuse, et non pas thermique, génèrent des ondes de Tollmien-Schichting.

De nombreuses études ont analysé la stabilité linéaire de l'écoulement de base relatif aux rouleaux transversaux et longitudinaux. Pour cela, on considère deux cas de figures d'écoulements :

- écoulement entre deux plaques infinies, où les rapports d'allongement transversal et longitudinal sont respectivement  $\Gamma = l/h \rightarrow \infty$  et  $A = L/h \rightarrow \infty$  ; dans cette configuration, Luijkx [7] montre que les R-L apparaissent plus tôt que les R-T et que les courbes de stabilité linéaire, voir figure 1.7, montrent que le Rayleigh critique  $Ra_{cr-L}$  correspondant à l'apparition des R-L est toujours plus petit que celui correspondant à l'apparition des R-T, noté  $Ra_{cr-T}$ . Ce dernier est une fonction croissante du nombre de Reynolds, alors que  $Ra_{cr-L}$  est indépendant de  $Re$ . En convection naturelle, en imposant un nombre de Reynolds nul, on ne peut pas distinguer les rouleaux transversaux et longitudinaux. Les deux nombres de Rayleigh critiques  $Ra_{cr-T}$  et  $Ra_{cr-L}$  sont tous deux égaux à 1708.

- écoulement dans des conduites d'extension latérale finie, dans cette configuration le rapport d'allongement transversal est constant  $\Gamma = cte$  et le confinement a un double effet.. D'abord il stabilise l'écoulement de base conductive puisque quand  $\Gamma$  décroît,  $Ra_{cr} = \min(Ra_{cr-T}, Ra_{cr-L})$  augmente. De plus, lorsque le nombre de Reynolds est inférieur à une valeur critique, les parois verticales favorisent l'apparition des R-T. Au contraire, lorsque  $Re > Re_{cr}$  on voit apparaître des R-L.

Les travaux de Luijkx et al. [6] ont fourni une analyse qualitativement exacte de l'influence de  $Re$ , de  $\Gamma$  et de  $Pr$  sur les nombres de Rayleigh critiques  $Ra_{cr-T}$  et  $Ra_{cr-L}$  d'apparition des R-T et R-L dans le cas d'une conduite d'extension latérale finie. La figure 1.8 résume les principaux résultats de cette analyse :

- $Ra_{cr-L}$  est indépendant de  $Re$  et de  $Pr$ , mais varie avec le rapport d'allongement transversal  $\Gamma$  ;
- $Ra_{cr-T}$  augmente si  $Re$ ,  $Pr$  ou  $1/\Gamma$  augmentent ;
- Lorsque  $Re > Re_{cr}$  et  $Ra_{cr-T} \geq Ra_{cr-L}$ , il apparaît des R-L au seuil de la transition ;

- Lorsque  $Re < Re_{cr}$  et  $Ra_{cr-T} \leq Ra_{cr-L}$ , il apparaît des R-T ;
- $Re_{cr}$  diminue si  $Pr$  augmente à  $\Gamma$  fixé.

Des études théoriques [7], [39], [40] et expérimentales [8], [38], [39] ont montré qu'il est assez difficile de déterminer avec précision la valeur de  $Re_{cr}$  et dans certains cas elle est donnée à la transition des R-T et R-L pour  $Ra > Ra_{cr-L}$  et cette valeur est notée  $Ra_{cr-T-L}$ .

Enfin pour donner un aperçu préliminaire sur les deux principales structures thermoconvectives sus citées, la figure 1.3 représente les écoulements transversaux. Il s'agit d'un défilement de cellules dans l'air visualisées par une série de 7 photographies. Quant aux figures 1.5 et 1.6, elles représentent le défilement de R-L obtenus dans des cavités ayant respectivement des rapports de forme  $\Gamma = 12$  et  $\Gamma = 4$ .

Le problème de Poiseuille-Rayleigh-Bénard a fait l'objet de nombreux travaux de recherches motivées par des applications industrielles. Ces applications sont très variées et englobent tous les domaines : le dépôt de vapeur chimique, le refroidissement des composants électroniques dans les circuits imprimés, la climatisation passive etc. Nous reviendrons sur ce problème en détail dans le chapitre deux.

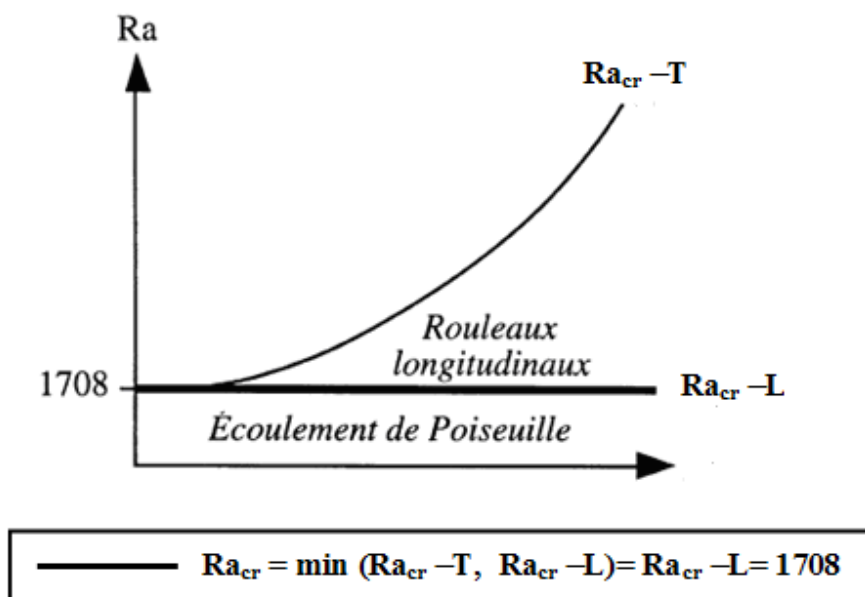


Figure 1.7 : Diagramme de stabilité linéaire de l'écoulement de Poiseuille-Bénard pour une conduite d'extension latérale infinie, tiré de Luijkx et al. [6].



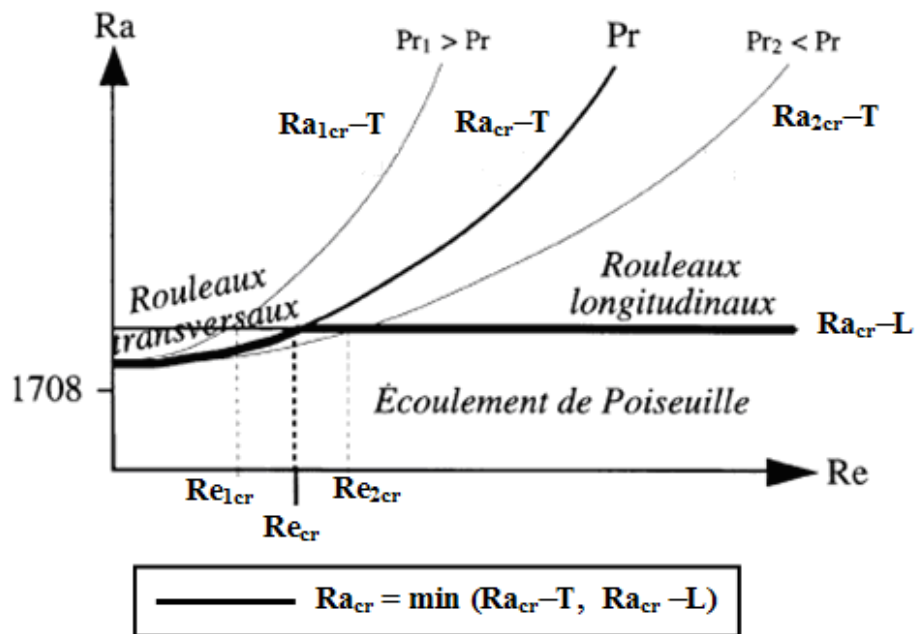


Figure 1.8 : Diagramme de stabilité linéaire de l'écoulement de Poiseuille-Bénard pour une conduite d'extension latérale finie, tiré de Luijkx et al. [6]

### 1.5 Contexte de l'étude

Ce travail constitue la quatrième étape de travaux de recherches menés au laboratoire sur les écoulements d'un fluide incompressible en convection mixte dans une conduite (cylindrique ou rectangulaire) horizontale. La première étude a traité le cas d'un conduit cylindrique chauffé uniformément à la paroi. Une approche phénoménologique a permis de dégager le mécanisme physique. En outre, cette configuration s'est avérée assez particulière dans la mesure où le fluide de travail (eau), depuis l'entrée du conduit, ce dernier est soumis simultanément à deux gradients de température : un gradient horizontal et un gradient vertical. Dans le but de mieux saisir l'effet de chaque gradient de température, il a été convenu de prospecter (ou mettre en œuvre) les effets des deux gradients de température sur un canal horizontal selon deux différentes configurations : un canal chauffé soit par le bas (gradient horizontal) ou par une des deux parois verticales (gradient vertical). Enfin en quatrième étape, en éliminant les effets de bords prépondérants dans les conduites rectangulaires, il a été

décidé de mener une nouvelle étude sur un canal rectangulaire avec un grand rapport d'allongement transversal.

La première étude traitant le canal rectangulaire chauffé par le bas, a fait l'objet d'une thèse de C. Bonnefoi [41]. Il s'agit principalement d'une étude expérimentale et numérique sur un canal avec un rapport d'aspect  $\Gamma=1,9$  en convection mixte. Des instabilités thermoconvectives de grande amplitude ont pu être observées.

L'étude qui a traité la seconde configuration, c'est-à-dire le canal chauffé par une des deux parois verticales en convection mixte de même dimension, a fait l'objet aussi d'une thèse de K.F.Koffi [46]. Deux types de structures thermoconvectives ont pu être identifiés : un rouleau longitudinal hélicoïdal qui s'étend sur toute la longueur de la zone d'étude et un deuxième rouleau original transverse enroulé dans le premier.

Enfin la présente étude qui constitue une extension des travaux antérieurs, porte aussi sur la convection mixte dans un canal rectangulaire chauffé uniformément par le bas avec un rapport d'aspect transversal  $\Gamma=10$ . Il s'agit dans ce travail d'explorer les différents régimes d'écoulements et de comprendre les mécanismes physiques qui régissent les instabilités et la connaissance des transferts de chaleur qui y interviennent. Très peu de publications ont abordé le problème de Poiseuille-Rayleigh-Bénard sous des configurations de conduite rectangulaire avec un grand rapport d'aspect transversal et utilisant l'eau comme fluide de travail.

Le travail que nous menons s'est appuyé principalement sur les trois thèses sus citées qui ont servi de point de départ pour la compréhension et l'analyse des mécanismes d'instabilité de la convection. On présentera dans ce qui suit les méthodes employées ainsi que les principaux résultats obtenus.

### **1.5.1 Cas du cylindre chauffé uniformément à la paroi**

Rappelons que la convection mixte correspond à la superposition d'un écoulement forcé (dit aussi écoulement principal, associé à une composante longitudinale, ou axiale, de la

vitesse du fluide) à la convection naturelle, généralement génératrice d'écoulements transverses (appelés aussi écoulements secondaires, associés à des composantes transverses de la vitesse).

Dans ce paragraphe nous rappelons seulement quelques résultats relatifs aux expériences de C. Abid et al. pour plus de détail nous invitons le lecteur à consulter la référence [42]. L'écoulement d'un fluide dans un conduit cylindrique, chauffé pariétalement, est le siège d'un phénomène de convection mixte [42]. Les résultats expérimentaux obtenus ont montré l'établissement d'un gradient de température entre le haut et le bas de la section droite. Il est dû à un effet de gravité, provoquant des écoulements secondaires transverses dans une section droite, qui se superposent à l'écoulement axial. Ceci se traduit par l'existence de deux rouleaux convectifs contrarotatifs. La figure 1.9 montre l'évolution de la température de la paroi, le haut ( $T_h$ ) et le bas ( $T_b$ ) d'une section droite, en fonction de  $z/v$ , ce rapport représente le temps passé par un élément fluide dans la zone chauffée jusqu'à la cote  $z$ . La simulation numérique, en régime stationnaire, utilisant le couplage des équations de Navier-Stokes et l'équation de l'énergie, en régime stationnaire, pour de faibles valeurs de Reynolds et de Rayleigh, a fournis un champ de vitesse et de température sur une section droite. Les figures 1.10 et 1.11 illustrent respectivement l'évolution des vitesses transverses et des isothermes dans le fluide en fonction de  $z/v$ .

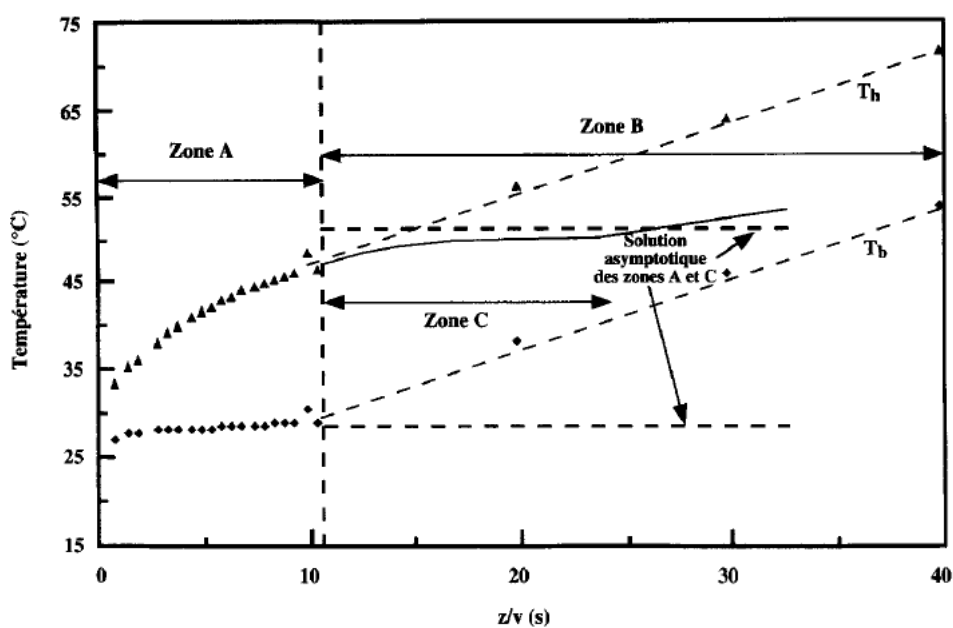


Figure 1.9 : Evolution expérimentale de  $T_h$  et  $T_b$  en fonction de  $z/v$  ; tiré de Abid et al. [42].

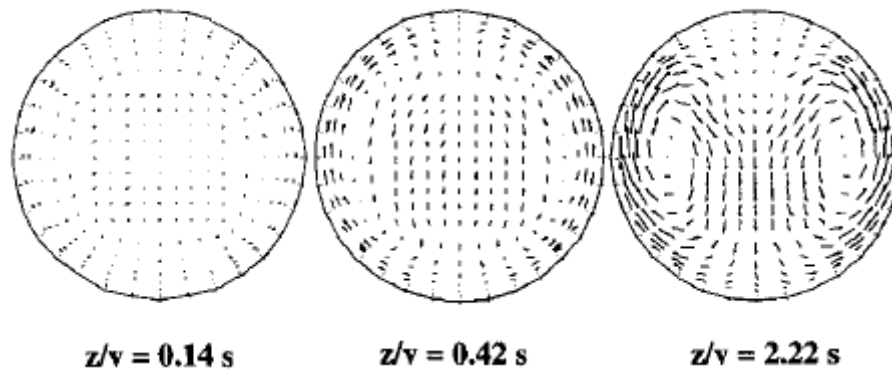


Figure 1.10 : Evolution des vitesses transverses pour diverses valeurs de  $z/v$ , tiré d'Abid et al. [42].

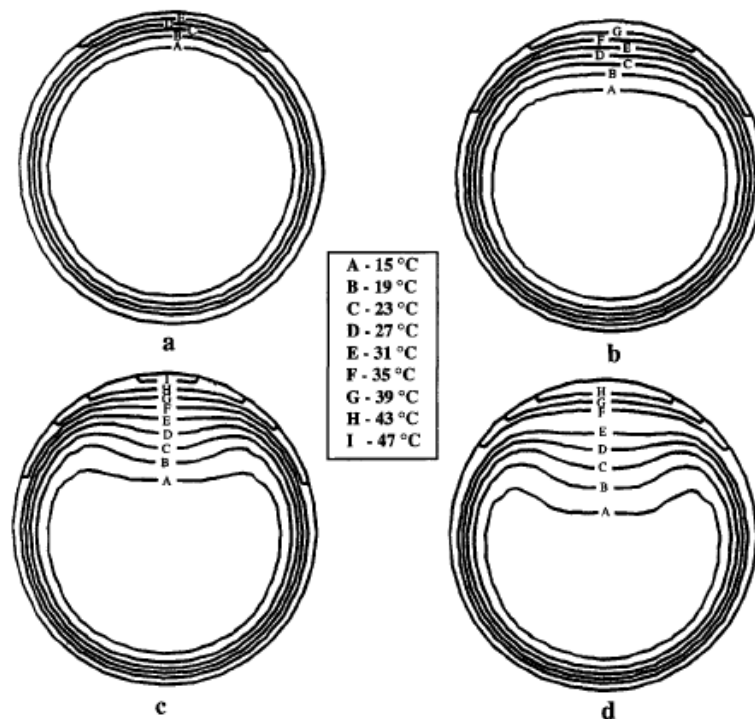


Figure 1.11 : Distribution des isothermes dans le fluide tiré d'Abid et al. [42].

Pour certaines valeurs du couple  $(Re, Ra)$ , un phénomène d'instabilité a été observé [43][44][45]. Il se caractérise par des fluctuations d'amplitude variable de la température de paroi, visible dans le haut dans une section droite. Ces fluctuations sont séparées par des phases laminaires de durées variables et leur amplitude est intermittente. Aussi, elles sont caractérisées par deux constantes de temps très distinctes : la première correspond à la baisse de la température de la paroi et la seconde relativement plus grande au temps de retour à l'état laminaire stable. Ce phénomène d'instabilités est conditionné par les valeurs du couple  $(Re, Ra)$ , ainsi plusieurs régimes ont été observés. Les résultats sont regroupés dans un diagramme de stabilité, figure 1.12.

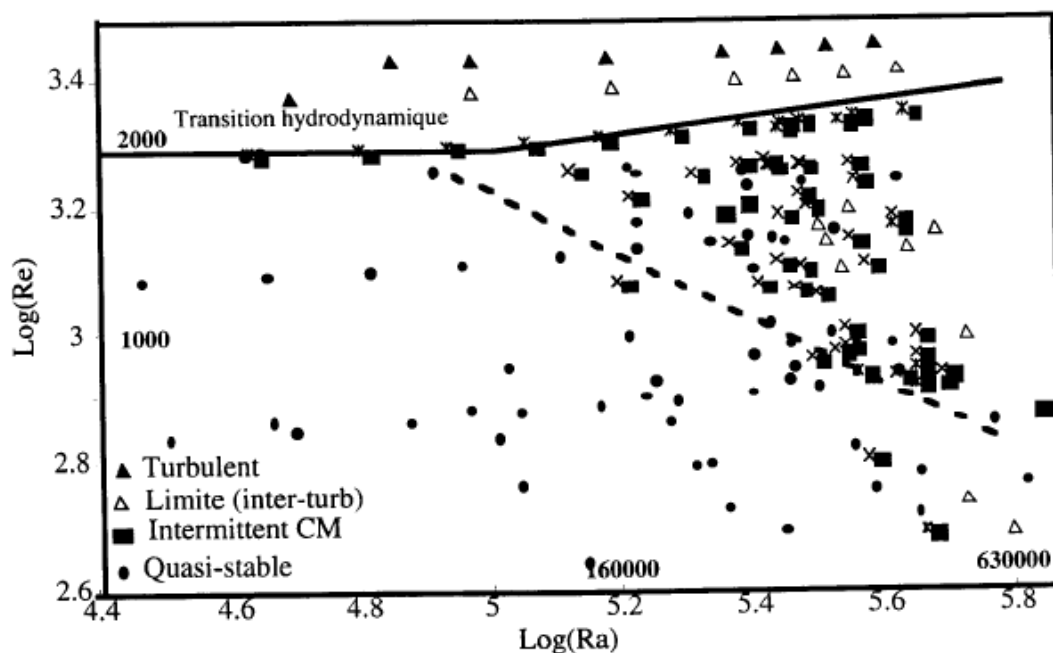


Figure 1.12 : Diagramme de stabilité tiré d'Abid et al. [43].

Sur ce diagramme on a représenté plusieurs zones. Nous distinguons d'abord un régime laminaire stable relatif aux faibles valeurs du couple  $(Re, Ra)$ . Ici aucune fluctuation n'a été observée quelque soit la durée de l'expérience. Pour des valeurs relativement élevées de Reynolds ou du Rayleigh on voit apparaître le phénomène d'instabilité. De même un

accroissement du nombre Reynolds ( $Re \geq 2100$ ) ou du nombre de Rayleigh ( $Ra \geq 45 \times 10^5$ ) engendre des régimes de transition “laminaire-turbulent” respectivement thermique ou hydrodynamique. Ces régimes de transition sont caractérisés par des signaux très complexes de la température de la paroi, pour lesquelles on ne retrouve plus les constantes de temps identifiant les fluctuations du régime d’instabilités.

### 1.5.2 Cas du conduit rectangulaire chauffé par le bas

Nous exposerons dans ce paragraphe les principaux résultats de C. Bonnefoi [27] [41], obtenus dans le cadre de sa thèse. Il s’agit d’une étude expérimentale et numérique de la nature d’instabilités thermoconvectives, observées dans un écoulement de Poiseuille-Rayleigh-Bénard en canal rectangulaire chauffé par le haut et refroidi par le bas. La figure 1.13 montre l’évolution de la température du fluide en fonction de la côte verticale, relevée à partir de la paroi horizontale supérieure,  $Z=0$  pour la paroi supérieure de la section droite et  $Z=14$  mm pour la paroi inférieure. Les conditions de l’expérience sont décrites dans [27]. Les variations de la température, selon la verticale, montrent que la température moyenne du fluide est plus élevée au plafond qu’au milieu de la section droite ( $Z=8$  mm). Ceci montre que le mécanisme de la convection mixte est installé. En effet, le fluide chaud, plus léger, issu des couches inférieures est advecté le long des parois verticales, du bas vers le haut de la section droite. Par suite, devenu plus froid donc plus lourd, le fluide retourne par gravité vers la partie basse de la section droite, induisant la formation cellules convectives.

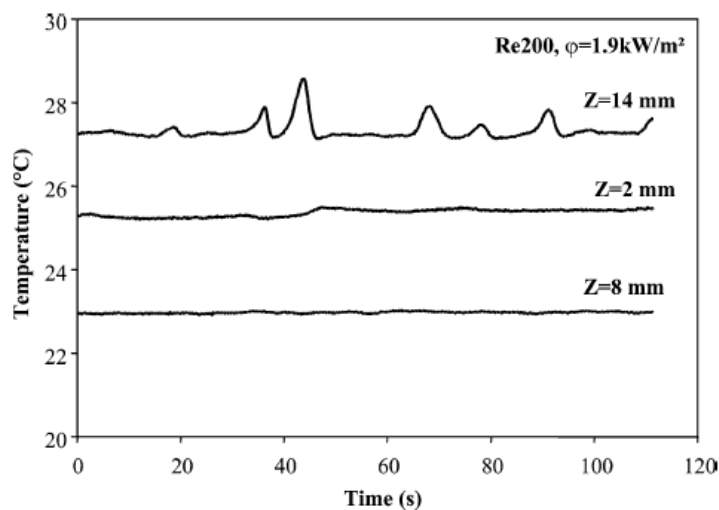
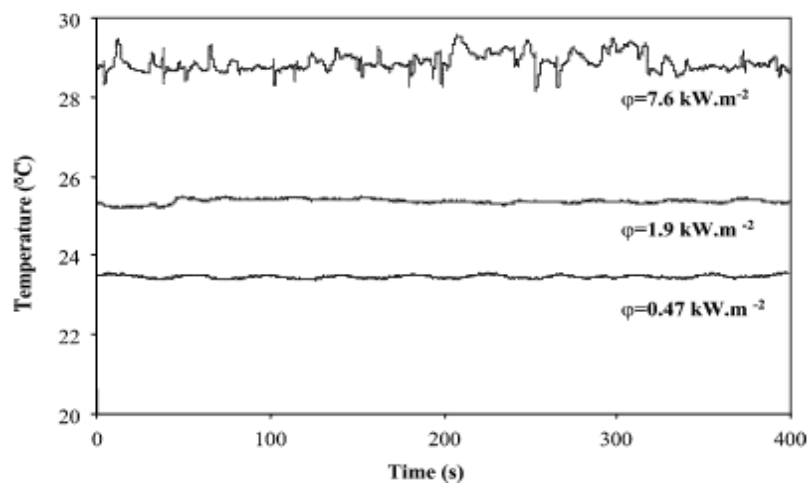


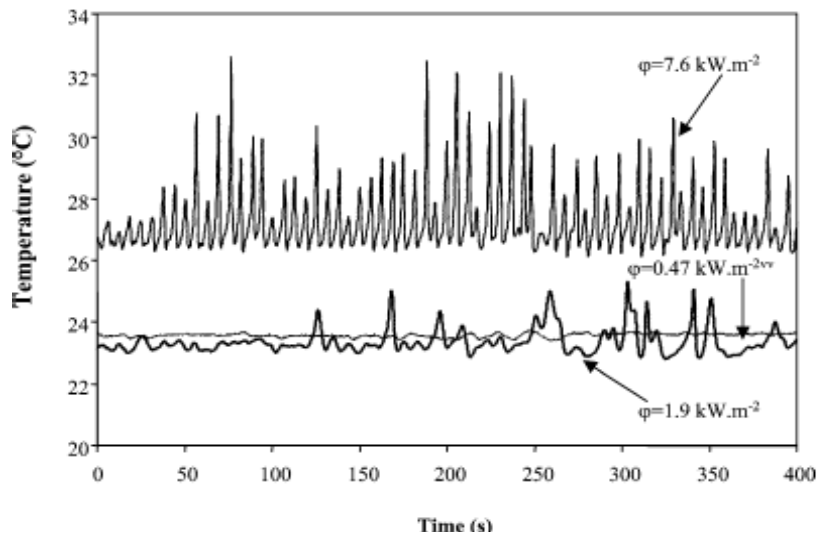
Figure 1.13 : L’évolution de la température en fonction de  $Z$ , tiré de C. Bonnefoi [27]

Pour les mêmes conditions que l'expérience précédente, mais pour différentes valeurs du flux imposé à la paroi,  $q = 0,47 \text{ kW m}^{-2}$ ,  $q = 1,9 \text{ kW m}^{-2}$  et  $q = 7,6 \text{ kW m}^{-2}$ . Les figures 1.14 (a) et (b) montrent le signal de la température depuis la cote  $Z = 2 \text{ mm}$  et  $Z = 13 \text{ mm}$  respectivement en haut et en bas de la section transversale. On peut observer sur ces figures, que pour des valeurs constantes de  $Re$ , et quand on augmente le flux de chaleur, un phénomène d'instabilité convective apparaît. Cette dernière apparaît sous la forme de fluctuations de large amplitude dans la température du fluide.

La résolution numérique du problème considéré est basé sur les équations de Navier-Stokes couplées à l'équation d'énergie en incompressible [27], en assumant néanmoins l'approximation de Boussinesq relative aux flux modérés. Le problème a été abordé selon deux différentes configurations : le chauffage de la partie basse à température imposée ou à flux imposé. Le calcul est effectué en régime instationnaire, en considérant ces configurations, pour  $Re = 200$  et d'une part pour  $\Delta T$  variant entre 1 et 6 °C, et d'autre part pour  $q$  variant d'autre part entre 1 et 2  $\text{kW m}^{-2}$ . La figure 1.15 représente deux séries de coupes transversales de la section droite du canal, apparemment semblables mais complexes. En haut à gauche, un écoulement transversal commence à prendre forme, induisant deux rouleaux convectifs transversaux. Au milieu du canal, on voit apparaître quatre champignons équidistants qui évolueront en paires de rouleaux contrarotatifs, pour finir en rouleaux pleinement développés. En revanche le scénario représenté à droite de la figure 1.15, le chauffage à flux imposé, le développement des structures thermoconvectives accuse un décalage spatio-temporel.



(a)



(b)

Figure 1.14: (a) Evolution de la température du fluide pour différentes valeurs du flux imposé à la paroi (haut  $Z=2$  mm) ; (b) Evolution de la température du fluide pour différentes valeurs du flux imposé à la paroi (bas  $Z=13$  mm), tiré de C. Bonnefoi [41]

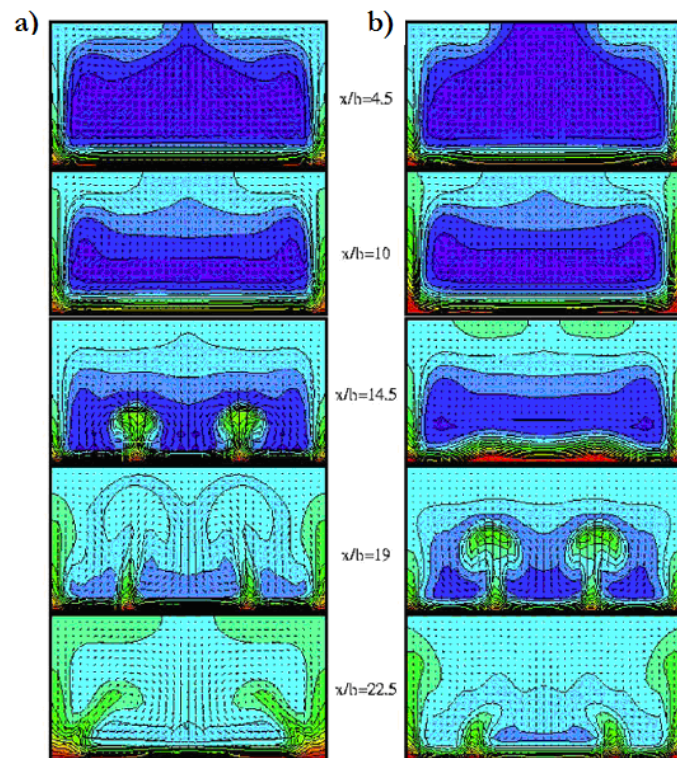


Figure 1.15 : Structure du flux de chaleur. (a) Chauffage à température imposée par le bas  $\Delta T=5.5$  °C ; (b) Chauffage à flux imposé par la bas  $\Delta T=5.5$  °C, tiré de C. Bonnefoi [41]



### 1.5.3 Cas du conduit rectangulaire chauffé par une des parois verticales

Ce travail constitue le deuxième cas de figure de l'écoulement dans un canal rectangulaire horizontal chauffé par une des parois verticale en convection mixte. Il s'agit d'une étude expérimentale et numérique menées en parallèle sur un écoulement d'eau ( $Pr=7$ ) dans un canal rectangulaire horizontal avec un rapport de forme transverse  $\Gamma = 1,89$ . Les conditions de l'expérience sont citées dans C. Bonnefoi [41]; elles sont basées sur les techniques de la Particule Imaging Velocimetry (P.I.V). Pour des écoulements à faible Reynolds ( $Re < 3000$ ), le gradient horizontal de température induit une déformation de la vitesse débitante [46], ainsi le mouvement du fluide est dévié de la paroi chaude vers la paroi froide, comme le montre la figure 1.16.

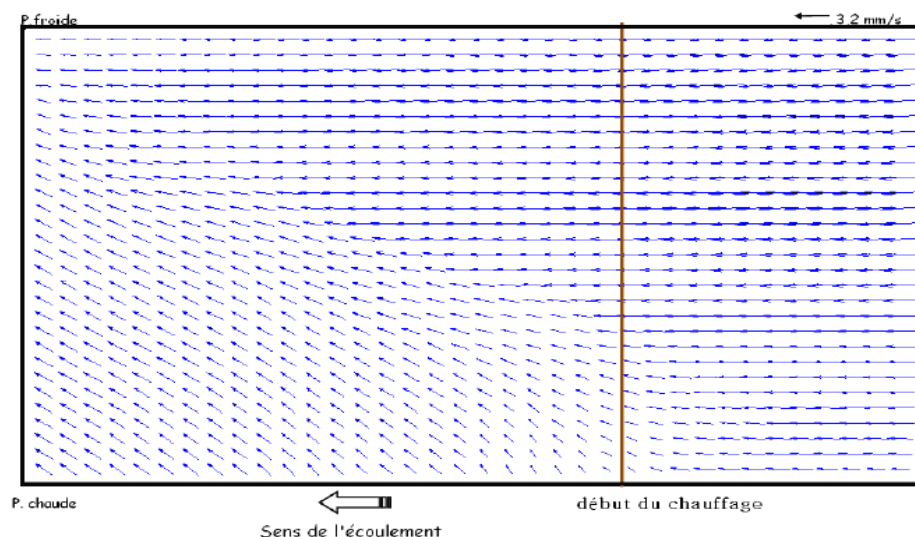


Figure 1.16 : Déviation du fluide chaud vers la paroi froide ;  $Re=60$  et  $q=3,1 \text{ kW m}^{-2}$ , tiré de K.F.Koffi [46]

Pour des valeurs modérées du couple ( $Re, Ra$ ), il en résulte la formation d'un rouleau R-L débutant à l'entrée de la zone de chauffe. Si on augmente davantage le nombre de Rayleigh, on observe un écoulement de retour qui vient se superposer au rouleau longitudinal, remontant ainsi la zone de chauffe dans la partie d'établissement hydrodynamique. Pour mieux saisir le mécanisme de formation de cette structure, les figures 1.17 (a), (b), (c) et (d) démontrent l'évolution du R-L. En effet, en 1.17 (a) le fluide commence sa déviation vers la

paroi chaude (paroi latérale) dès sa rentrée dans la zone de chauffe, remonte la paroi chaude en gagnant de l'énergie en 1.17 **(b)**. On notera que la déviation est relativement faible devant l'écoulement principal (écoulement forcé) par rapport à l'écoulement de convection naturelle. Ayant traversé la paroi chaude, le fluide arrive au niveau de la paroi supérieure, figure 1.17 **(c)**. Devenu moins dense, il est dévié de nouveau vers la paroi froide ; ici l'effet de la convection naturelle est plus perceptible qu'au niveau de la paroi inférieure, figure 1.17 **(d)**. Il redescend ensuite près de la paroi latérale et le processus recommence.

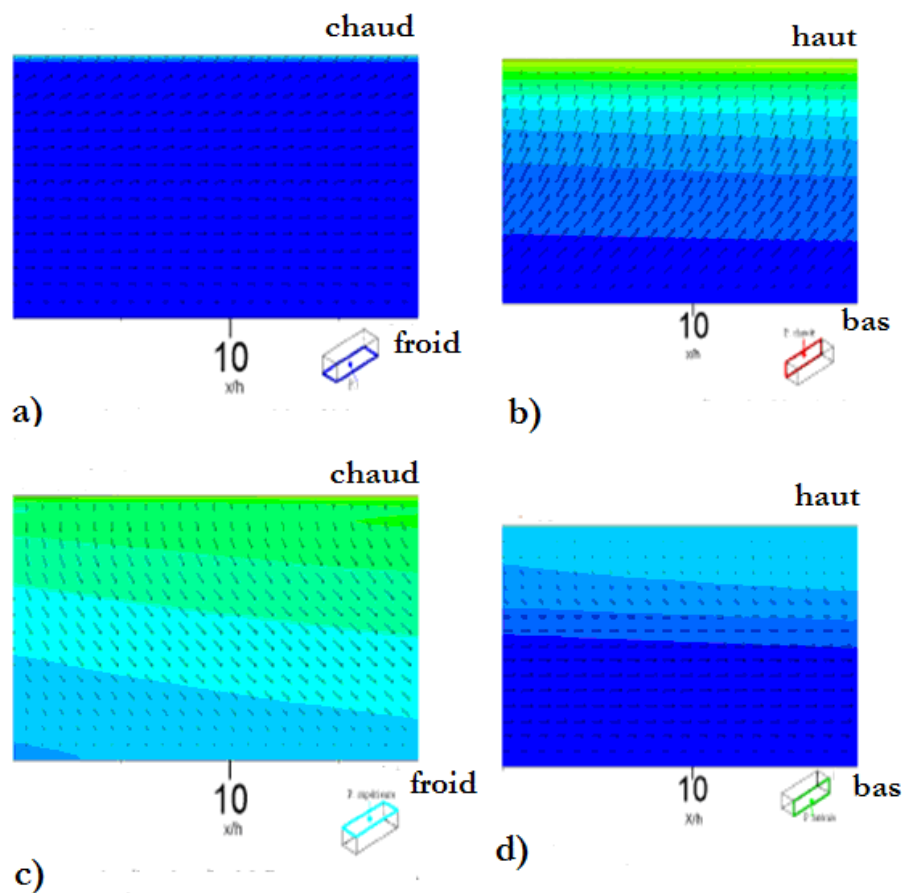


Figure 1.17 : Structure du rouleau longitudinal ( $Re=50$  et  $q=1.9 \text{ kW m}^{-2}$  (numérique)).  
**(a)** Coupe à  $x/h=10$  ;  $z/h=0$  légère déviation du fluide vers la paroi chaude. **(b)** Coupe à  $x/h=10$  ;  $y/h= 1,85$  montée du fluide chaud vers la paroi chaude. **(c)** Coupe à  $x/h=10$  ;  $z/h=0,9$  déviation du fluide vers la paroi latérale. **(d)** Coupe à  $x/h=10$   $y/h=0$  descente vers la paroi verticale, tiré K.F.Koffi [46]

## 1.6 Contenu du manuscrit

L'étude que nous développons porte sur la convection mixte, observée dans un écoulement de Poiseuille en conduit rectangulaire chauffé par le bas avec un rapport d'allongement transversal  $\Gamma=10$  ; le fluide de travail considéré est l'eau. La présente étude se situe à des nombres de Reynolds relativement faible ( $Re < 100$ ).

La démarche que nous proposons s'appuie sur une étude expérimentale et numérique. Il s'agit en grande partie d'une description phénoménologique qui s'appuie sur la PIV ou l'utilisation de filets traceurs colorés dans l'écoulement. En régime stationnaire, les lignes d'émissions correspondent à des trajectoires ou à des lignes de courants.

Après avoir introduit le problème de Poiseuille-Rayleigh-Bénard au premier chapitre, l'étude bibliographique sera présentée au deuxième chapitre. Cette dernière est très fournie dans le cas où le fluide de travail est l'air, très peu de publications traitent le cas de l'eau avec des conduites à grands rapports d'aspects transversaux.

Le troisième chapitre est consacré à la formulation mathématique qui régit le problème de la convection mixte dans un conduit rectangulaire et les conditions dans lesquelles nous avons effectué ce travail : canal d'extension finie, descriptions des équations mathématiques, conditions aux limites choisies et méthode de résolution.

Dans le quatrième chapitre de ce mémoire, on présentera le dispositif expérimental intégrant les différentes techniques et instruments de mesure.

Le cinquième chapitre est divisé en deux parties. La première partie est consacrée aux différentes expériences permettant de caractériser les écoulements de convection mixtes et investiguer les conditions d'apparitions des R-L. Toutefois, pour observer expérimentalement des R-T, il faudra utiliser des conduites ayant de faibles rapports d'aspect. La seconde partie est réservée à l'étude numérique.

# **Chapitre 2**

---

## **Etat de l'art**

## Chapitre 2

## ETAT DE L'ART

### 2.1 Introduction

La convection mixte dans des canaux rectangulaires est considérée avec un grand intérêt dans les applications pratiques notamment dans les échangeurs de chaleurs, le dépôt de vapeurs chimiques (Chemical Vapor Deposition : C.V.D), l'énergie géothermique, le refroidissement des nouveaux composants électroniques et les réacteurs nucléaires. Revenons à la CVD qui est une technologie utilisée pour la fabrication de couches très minces qui interviennent dans la fabrication des composants électroniques. La technologie la plus répandue est celle d'un réacteur ayant la forme d'une conduite horizontale de section rectangulaire, où le substrat chauffé est déposé sur la paroi inférieure [14]. On retrouve avec précision la configuration de l'écoulement de Poiseuille-Bénard. L'enjeu de cette technologie est de maîtriser le dépôt de vapeurs chimiques, de manière à obtenir les couches les plus uniformes possibles.

### 2.2 Le problème de Poiseuille-Rayleigh-Bénard

Beaucoup de travaux de recherche dans le domaine de la convection mixte ont été effectués dans des canaux à plans parallèles et particulièrement dans le cas des canaux isothermiques axisymétriques. Pour l'écoulement de l'air, Mori et Ushida [1] ont observé des rouleaux longitudinaux. Une étude de stabilité linéaire, pour des nombres de Rayleigh inférieure à 1800, a été menée pour le premier type de rouleaux en vortex pour lesquels la taille du rouleau correspond à la hauteur du conduit  $h$ . Pour les grandes valeurs du nombre de Rayleigh, la taille des rouleaux est réduite à  $h/2$ . Ces derniers sont décrits comme étant la deuxième harmonique de la première espèce. Ce deuxième type de rouleaux n'a pas été visualisé, mais les auteurs font remarquer, que lorsqu'on se rapproche du  $Ra_{cr-2}$  (Rayleigh critique de la deuxième espèce), le mouvement des rouleaux de la première espèce devient irrégulier et instable.

Des études expérimentales ont été effectuées dans des écoulements d'air, pleinement développés entre deux plans isothermiques, Ostrach et al [2] ont confirmé l'existence du

premier type de rouleau en vortex pour  $1708 \leq Ra \leq 8000$  et dans d'autres articles [3] [4], des expériences ultérieures ont été effectuées pour de grandes valeurs de Rayleigh décrivant le second type de rouleau. Dans des écoulements de Poiseuille plan pleinement développés thermiquement et hydrodynamiquement, Gage et Reid [5] ont montré à travers une analyse de stabilité linéaire que les rouleaux longitudinaux sont les plus préférés dans les modes d'instabilité à l'exception des nombres de Reynolds extrêmement petits. L'existence des rouleaux de convection en mouvement dont les axes sont parallèles à l'écoulement principal du fluide (rouleaux transversaux) ont été détectés pour de faibles valeurs de Reynolds et/ou pour des canaux étroits dus à la présence de parois latérales dans le système [6] [7] [8]. Les analyses de stabilité linéaire temporelle ne sont pas en parfait accord avec les résultats expérimentaux de Ouazzani et al [8], qui a réalisé une expérience de visualisation par plan laser dans un écoulement d'air avec la fumée de tabac à  $Pr = 0,7$ . En effet, il y a une région dans le diagramme  $Re-Ra$  où un écoulement laminaire de Poiseuille a été observé expérimentalement alors que les rouleaux transversaux ont été suspectés dans la théorie. Une transition d'écoulement de rouleaux transversaux vers les longitudinaux a été trouvée, et leurs frontières correspondantes ont été établies expérimentalement par Ouazzani et al dans le diagramme  $Re-Ra$  [8] et numériquement par Nicolas et al [13]. Il s'agit d'une carte de stabilité des différentes structures présentes dans l'écoulement de Poiseuille-Rayleigh à  $Pr = 6,4$  où Ouazzani a identifié cinq zones dans le plan  $Ra-Re$ , reproduites sur la figure 2.1 :

- dans la zone I, pour de petites valeurs de  $Ra$ , on observe un écoulement de Poiseuille purement conductif (non-isotherme).
- dans la zone II, l'écoulement de poiseuille donne pour une augmentation de  $Ra$  et pour de petites valeurs de  $Re$  une structure de type R-T ;
- dans la zone III, de même pour des valeurs plus élevées de  $Re$ , on observe des structures de type R-L ;
- dans la zone IV, on observe des structures convectives qui sont soit des R-T, soit des R-L, selon les conditions initiales ;
- enfin, dans la zone V, il existe une toute petite plage où la structure de l'écoulement est complexe qui ne correspond ni aux R-T, ni aux R-L, mais plutôt à la superposition des deux.

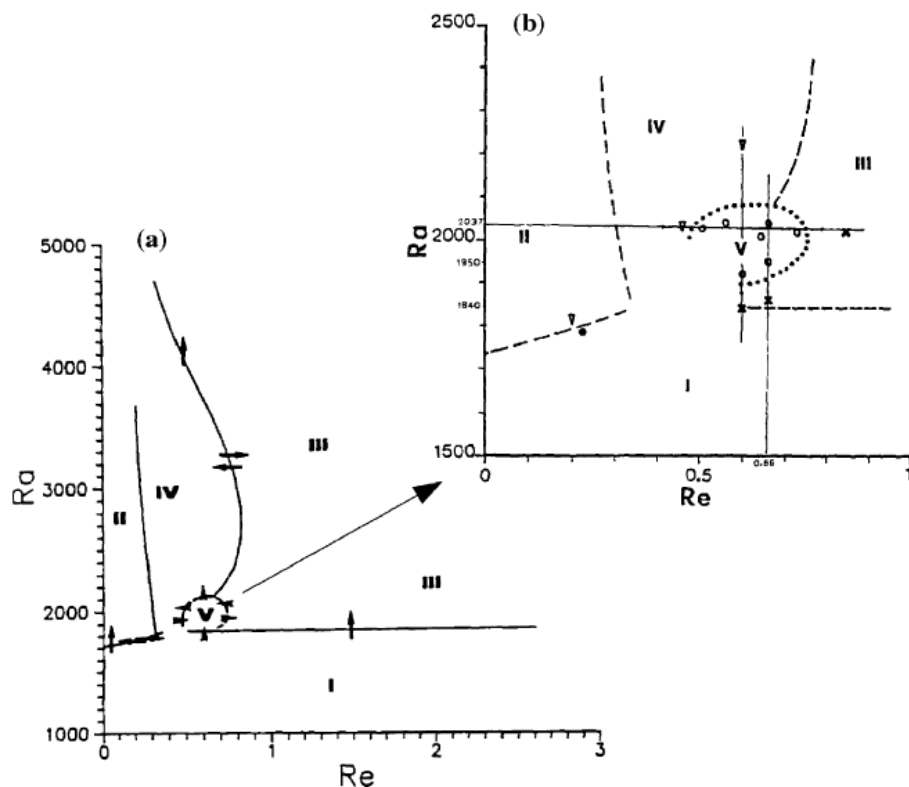


Figure 2.1: Transition entre différents types d'écoulements [47] ; (a) Vue générale tirée de C. Ouazani et al [9] ; (b) Zoom sur la zone V [48]. Les flèches indiquent le sens des transitions observés.

Une revue complète et détaillée, dédiée aux écoulements de Poiseuille-Bénard, est présentée par Xavier Nicolas [14]. Carrière et al [15] ont montré, en utilisant l'analyse de stabilité linéaire, que les rouleaux longitudinaux ne deviendront jamais absolument instables dans le cas de conduite à extension infinie. Récemment, une étude expérimentale présentée par Pabiou et al [16], basée sur un travail théorique de Clever et Busse [17], a montré que pour des écoulements d'air dans un canal rectangulaire de facteur d'aspect géométrique transversal  $\Gamma = 10$ , une structure oscillatoire ne peut apparaître que si le flux n'est pas continuellement excité.

Dans la zone d'entrée thermique en écoulement de Poiseuille plan chauffé par le bas avec un flux uniforme, Incropera et ses collègues [18-22] ont prospecté le début de

l'écoulement secondaire expérimentalement et numériquement pour l'eau et l'air. Ils ont considérés des effets variés tels que le facteur de forme et les conditions aux limites. Ils ont déterminé le début de l'instabilité à l'aide d'une technique de visualisation de l'écoulement ainsi que la mesure du transfert thermique. Ils ont montré que le début ou le démarrage de l'instabilité par visualisation de l'écoulement est plus court que dans le cas de la mesure du transfert de chaleur pour un nombre donné du nombre de Rayleigh. Le cas de l'écoulement de l'air dans un canal convergent divergent a été investigué par Gau [23] and Gau et al [24]. La structure de l'écoulement secondaire observée est quelque peu différente dans le cas du canal à plan parallèle. Ceci est du à l'effet de déstabilisation induit par la décélération du convergent et l'accélération du divergent. Cependant les valeurs du nombre de Nusselt sont proches de celles du canal à plan parallèle. Une étude théorique basée sur la théorie de la propagation est mise en place [25] pour analyser les conditions critiques du démarrage de l'écoulement secondaire en fonction du nombre de Prandtl dans la zone d'entrée thermique de l'écoulement de Poiseuille plan chauffé uniformément par le bas. Ceci résulte que la position de démarrage se déplace dans le sens de la direction de l'écoulement avec l'accroissement du nombre de Prandtl et du nombre de Rayleigh. Ces prédictions sont en accord avec les données expérimentales existantes pour l'eau et l'air. Park et al [26] ont examiné le taux de croissance de la température moyenne locale et ses fluctuations dans le but de caractériser trois distances caractéristiques, qui sont le début de l'instabilité intrinsèque  $X_c$ , la détection du flux secondaire  $X_d$  et le nombre de Nusselt minimum  $X_u$ . La distance où le flux secondaire pourrait être détecté en premier,  $X_d$ , est localisée entre  $X_c$  et  $X_u$ . Donc la relation  $X_c < X_d < X_u$  est suggérée.

T.F.Lin et son équipe Huang et Lin [49-50], Lin et Ker [51], Lin et Lin [52-53] ont réalisé de nombreuses expériences de visualisation de l'écoulement de Poiseuille-Bénard dans l'air, ainsi que des modélisations numériques directes, pour des conduites de grande extension latérale,  $\Gamma=12$ . Leurs travaux de recherches, s'appuyant notamment sur la visualisation par plan laser horizontal, ont mis en évidence, pour la première fois, certaines formes nouvelles de configuration de l'écoulement. La même équipe composée par Yu et al [10] [54] a investigué expérimentalement et numériquement le processus de formation de rouleaux transversaux et mixtes en mouvement pour de faibles valeurs de Reynolds ( $1 \leq Re \leq 50$ ). Ils ont montré que les cellules en mouvement se transforment de R-L en R-T lorsque Re



est faible ou que  $Ra$  est augmenté autour de  $Re \leq 10$  ; l'écoulement est composé d'une structure mixte de R-L situés le long des bords latéraux de la conduite et des R-T situés au centre de la conduite. A de faibles valeurs du nombre de Reynolds ( $Re \leq 5.0$ ) la conduite est entièrement remplie de R-T ; le processus de génération de nouveaux R-T est illustré sur la figure 2.2 montrant des vues instantanées à  $Z=0,5$  à différents instants pour  $Re = 10.0$  et  $Ra = 4000$ . Selon Chang et al [55] qui montrent expérimentalement, pour  $Re$  et  $Ra$  suffisamment élevés, que les rouleaux R-L, au cours du temps, peuvent se scinder en deux ou au contraire se fusionner. La même équipe a identifié six différentes structures représentées sur un diagramme de stabilité, voire figure 2.3. On remarque que le diagramme ne fait pas apparaître de nombre de Reynolds critique  $Re_{cr}$  entre les phases R-T et R-L en raison de la valeur du facteur de forme transversal  $\Gamma = 12$ .

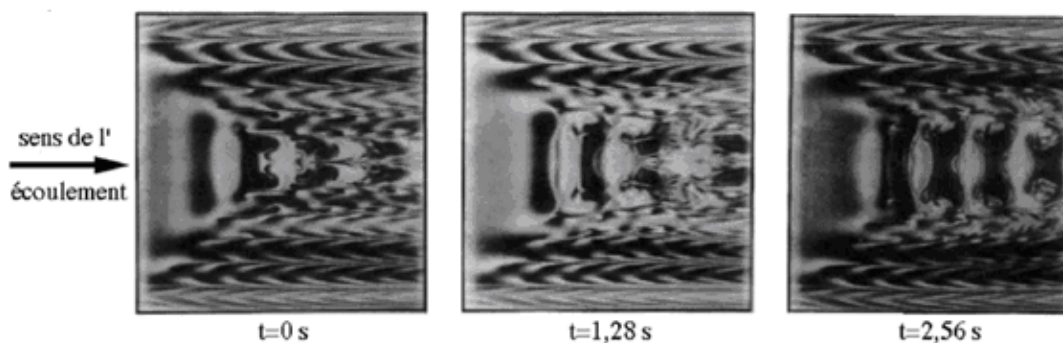
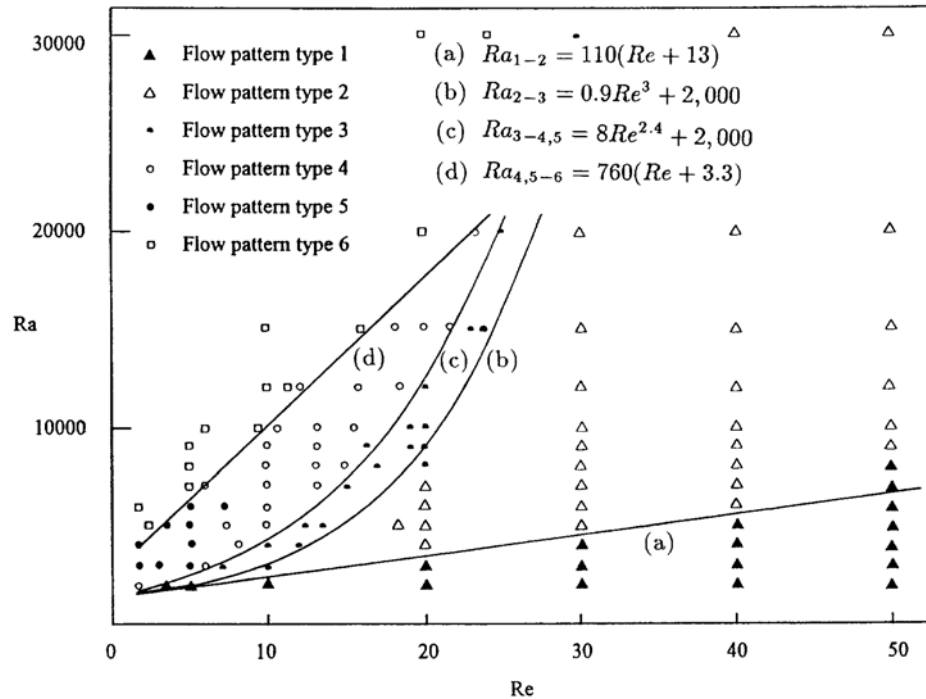


Figure 2.2 : Ecoulement intermittent visualisé par plan laser à différents instants à partir d'une vue de dessus, pour  $Re = 10.0$  et  $Ra = 4000$  ; tiré de Yu et al. [11].



---

traversant l'entrée de la conduite à temps périodiques, ainsi que des cellules irrégulières dans le reste de la conduite, ces nouvelles structures sont représentées sur la figure 2.4.

T.C. Cheng et son équipe [57] ont exploré cette fois-ci de nouvelles formes de rouleaux pour des conditions qui s'approchent encore la convection naturelle ( $Re = 0$ ) pour  $Re = 1$  et  $2$  avec un nombre de Rayleigh dans les mêmes conditions énumérées ci-dessus. Une attention particulière est attribuée à une forme peu familière de rouleaux induits dans l'écoulement, notamment leur processus compliqué de formation, y compris la génération des rouleaux R-L et R-T, leur fusion pour former des rouleaux en U (R-U) ou leur fractionnement pour former des cellules et le processus inverse pour reconstituer des rouleaux, la figure 2.5 ci-dessous représente les différentes étapes de leur formation. Enfin, ils ont établi un digramme représentant divers régimes d'écoulements où sont délimitées les différentes structures observées dans la présente étude et dans des études précédentes ; ces structures sont entraînées par des forces de flottabilités légèrement supercritiques et sou-critiques pour des valeurs pour  $1.0 \leq Re \leq 5.0$ .

D'autres études ont mis en évidence des structures toujours complexes, notamment la superposition de rouleaux transversaux et longitudinaux, rouleaux obliques, rouleaux en 'fer de cheval'.

Nicolas et al [14] ont mis en évidence expérimentalement et numériquement une instabilité secondaire apparaissant à partir de rouleaux longitudinaux sous forme de rouleaux sinueux. Ces rouleaux sinueux instationnaires n'existent qu'au-dessus du seuil d'instabilité et pour des valeurs plus grandes du nombre de Rayleigh. Cette instabilité sinueuse se caractérise par un nombre d'onde longitudinal (longueur d'onde des R-T et R-L) pour lequel le taux de croissance temporel est positif et se comporte comme un amplificateur de bruit car elle n'apparaît qu'en présence d'une perturbation. Si l'on impose un bruit blanc, les rouleaux longitudinaux se déstabilisent et deviennent des rouleaux sinueux. Enfin, il est montré que cette instabilité sinueuse est de type convectif car des sinuosités de même fréquence peuvent se développer le long du canal au cours du temps.

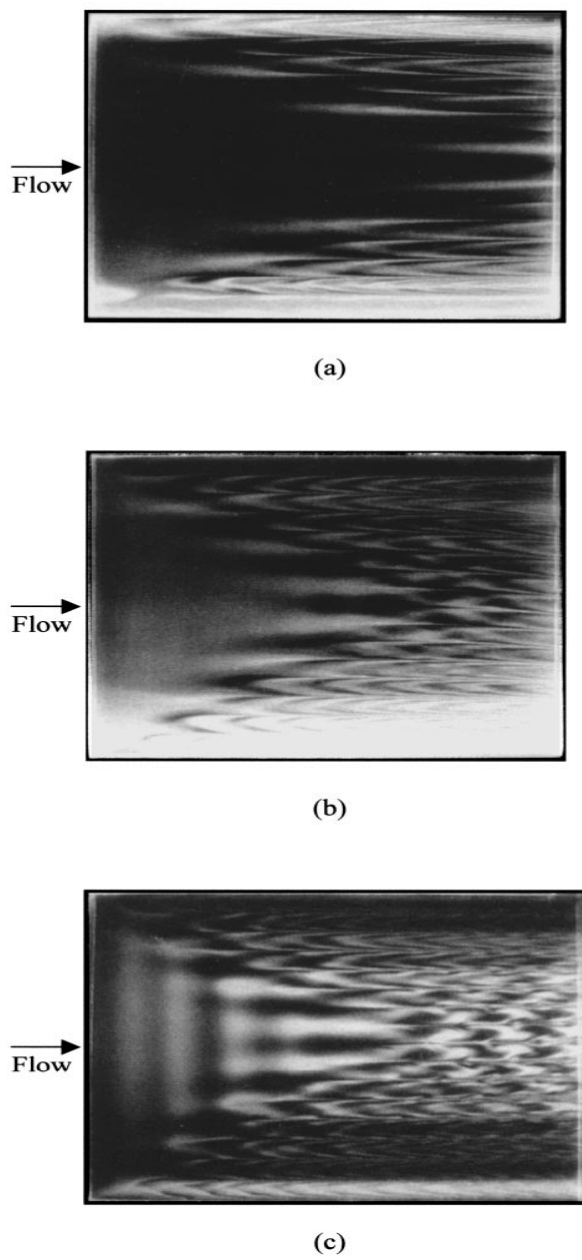


Figure 2.4 : Vues de dessus d'un l'écoulement stationnaire prises à  $y = 0.5$  pour  $Ra = 2000$  et  $Re$  (a) 5.0,  $Re$  (b) 5.0 et  $Re$  (c) 3.0 ; tiré de J.T Lir et al. [56].

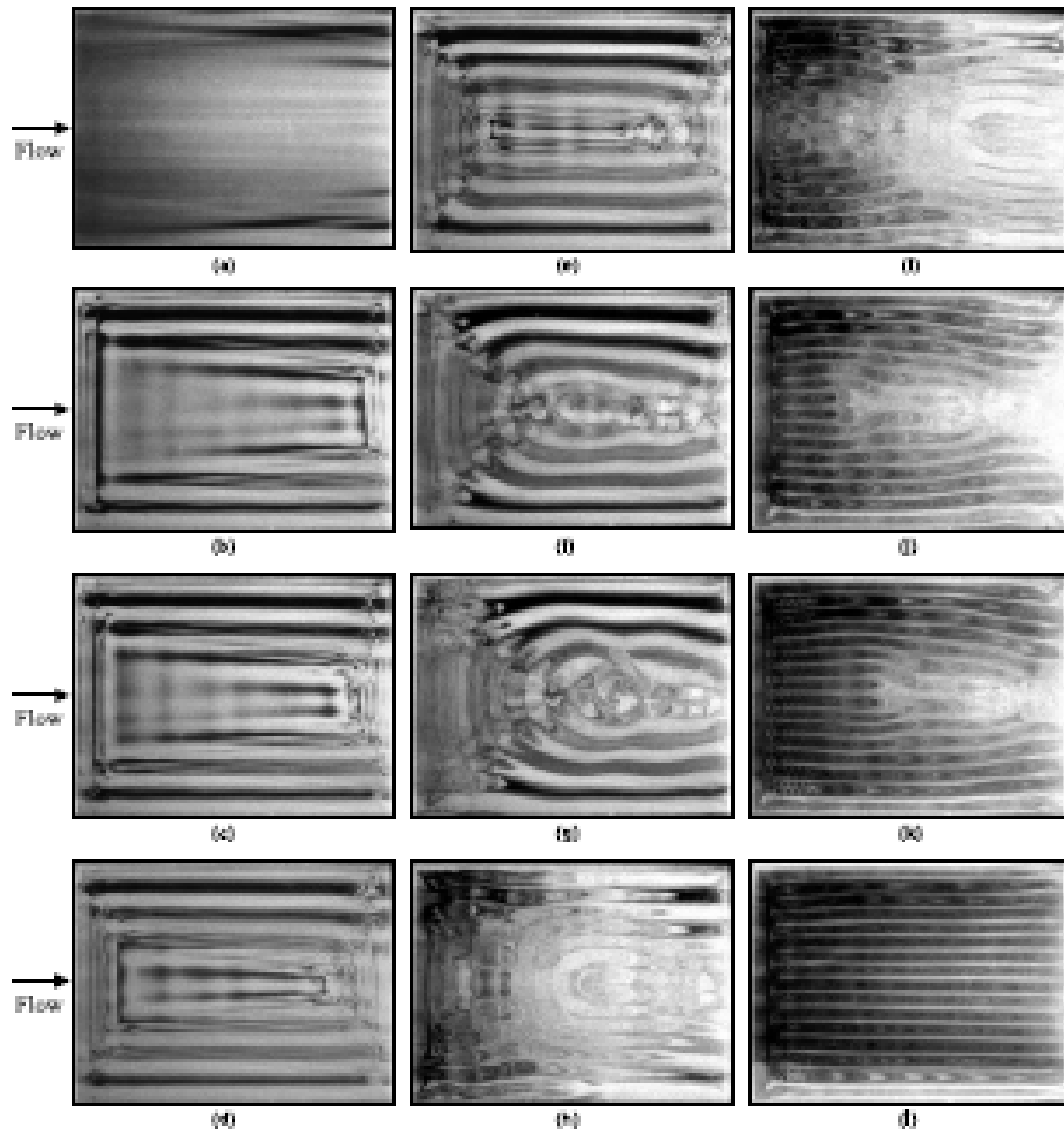


Figure 2.5 Vue de dessus montrant la formation de R-T à amont de la conduite et des R-L en aval de la conduite en abaissant le nombre de Reynolds de 20 à 1  $Ra = 2500$ , à différents instants t **(a)** 0s, **(b)** 6s, **(c)** 8s, **(d)** 14s, **(e)** 20s, **(f)** 39s, **(g)** 58s, **(h)** 152s, **(i)** 178s, **(j)** 247s, **(k)** 296s, et **(l)** 519s; tiré de T.C. Cheng et al. [57].

### 2.3 Travaux récents sur le problème de Poiseuille-Rayleigh-Bénard

Dans un récent article de Tsing-Fa Lin [58], l'auteur présente une revue générale de nombreux problèmes consacrés à l'écoulement d'air en convection mixte à faible nombre de Reynolds dans des canaux horizontaux chauffés par le bas. Différentes formes de vortex reportées dans la dernière décade à travers des études théoriques, expérimentales et numériques ont été examinées, y compris les R-L, R-T et les rouleaux mixtes. Les rouleaux mixtes existent sous plusieurs formes comme résultat de la fusion ou de la division des rouleaux R-L ou R-T présents dans une certaine gamme de paramètres. L'auteur revient sur la formation des différents rouleaux, faisant référence à Chang et al [38], que la formation des R-L est plutôt simple et commence par la génération de deux paires de R-L près des deux côtés de la conduite, ensuite s'ensuit la génération d'autres R-L près de ceux existants. Cependant, la formation des R-T qui est prévalu à de faibles nombres de Reynolds est plutôt compliquée, comme le montre la figure 2.6. Les résultats indiquent que brièvement après l'augmentation du nombre de Rayleigh, les R-L apparaissent près des côtés de la conduite (figure 2.6 **(b)**). Un peu plus tard, les R-T sont générés à répétition à l'entrée de la conduite et au fur et à mesure d'autres R-L sont induits (figure 2.6 **(c)**). Un peu plus tard, les R-L et R-T augmentent en taille et en intensité, et fusionnent ensemble pour former quelques R-U tordus (figure 2.6 **(d)**). Pendant ce temps, les rouleaux sont poussés par le courant principal à mouvoir doucement en aval de l'écoulement (figure 2.6 **(e)**). Ensuite, il se passe un certain temps pour que les rouleaux distordus quittent la conduite alors que des R-T font leur entrée au milieu de la conduite et leur forme devient régulière (figure 2.6 **(f)**-**(h)**). Finalement, un pur R-T est formé dans la conduite. Le processus d'évolution ci-dessus qui a conduit à la formation des R-T suggère la compétition entre les R-T et R-L pour la détermination de la structure finale.

Dans ce qui suit, nous allons focaliser notre intérêt dans l'écoulement dans des canaux parallèles, uniformément chauffé par le bas. Bonnefoi et al [27] et Abid et al [28] ont conduit une étude expérimentale et numérique sur un canal rectangulaire ayant un rapport d'aspect transversal  $\Gamma = 2$ . L'effet des parois latérales induit le démarrage de la convection mixte sans délai, et les structures du fluide sont constituées essentiellement de deux rouleaux longitudinaux quand le nombre de Reynolds n'est pas trop petit [27] et pour de petits

nombres de Reynolds, une structure fluide originale apparaît [28], elle est constituée de deux rouleaux longitudinaux associés avec un écoulement de retour sur la partie supérieure du canal. Pour de grands facteurs de forme, Incropera et al [22] ont conduit des expériences sur un canal rectangulaire ayant une surface chauffée de 308 mm x 880 mm, un rapport d'aspect transversal  $\Gamma$  de 10 et 5 et un rapport d'aspect longitudinal  $A$  de 30. La visualisation de l'écoulement et les mesures de température ont été accomplies dans le but de décrire le régime des écoulements et le comportement du transfert de chaleur. Les visualisations ont suggéré l'existence de quatre régimes correspondants à la convection forcée laminaire, la convection mixte laminaire, l'écoulement transitoire et turbulent. L'écoulement secondaire est véhiculé par gradients thermiques qui apparaissent à des intervalles réguliers transversaux et qui culminent par la formation de paires de rouleaux contrarotatifs. Pour les conditions expérimentales de cette étude, les rouleaux sont justes initiés par un gradient thermique vertical.

C'est pourquoi cette présente étude traite un problème comparable à celui de Incropera et al [22] mais avec une zone chauffée plus grande (rapport d'aspect longitudinal de 70). Cette configuration permet une investigation de la coexistence de l'ensemble des rouleaux latéraux et centraux et leur combinaison. Nous avons expérimentalement et numériquement prospecté la formation de rouleaux et l'écoulement des structures associées pour différentes valeurs des nombres de Reynolds et Rayleigh pour un canal uniformément chauffé par le bas ( $\Gamma = 10$ ,  $Pr=7$ ,  $50 < Re < 100$ ,  $0 \leq Ra \leq 10^5$ ).

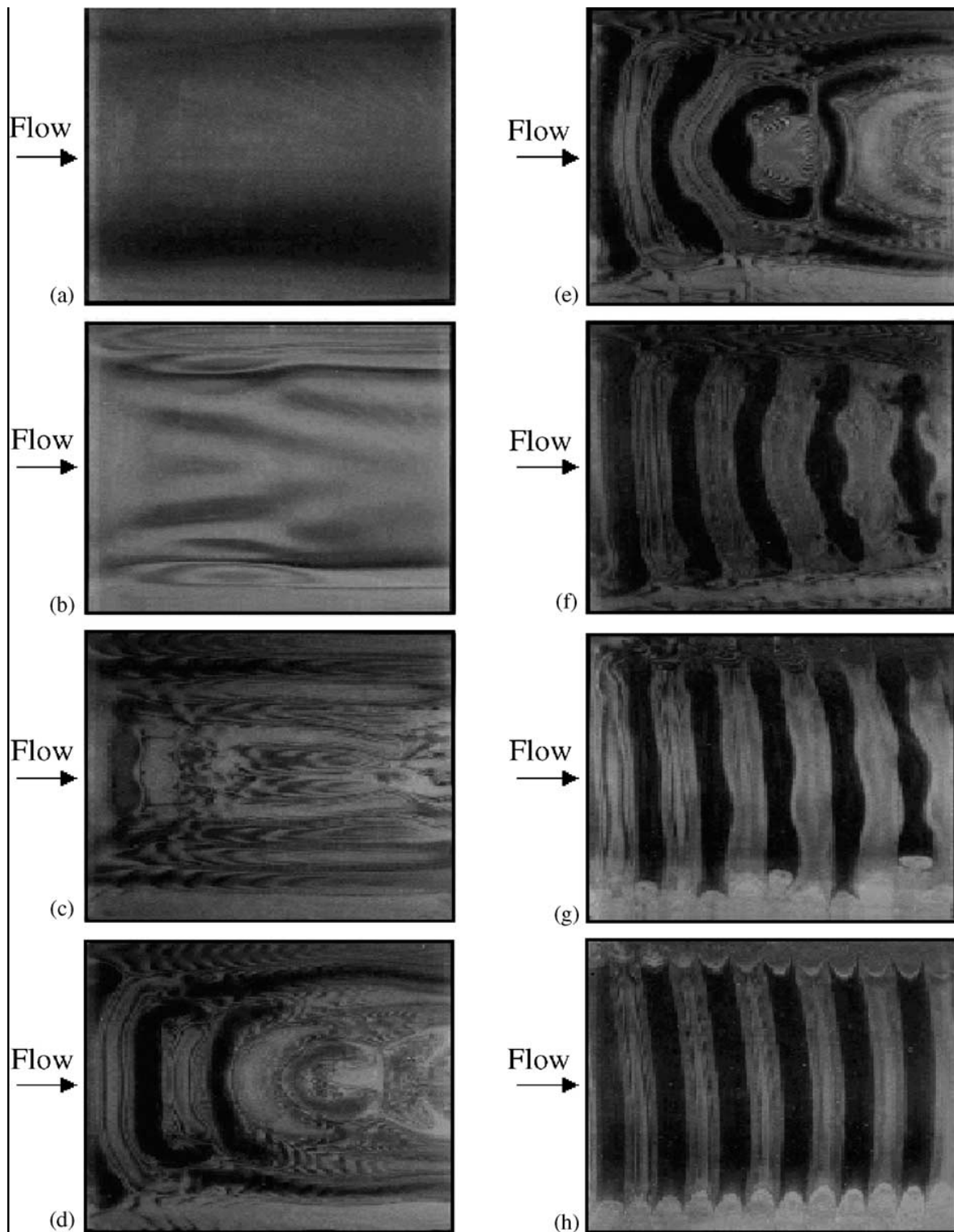


Figure 2.6 Formation de structures dans un écoulement unidirectionnel vers des R-T en augmentant le nombre de Rayleigh de 1500 à 4500 en 110 s à  $Ra = 54$  et  $t =$  (a) 0, (b) 33, (c) 60, (d) 87, (e) 110, (f) 154, (g) 530 et (h) 600 pour l'air avec  $A = 12$  ; tiré de T.F. Lin [58]



## Chapitre 3

### Formulation mathématique

## Chapitre 3

## Formulation mathématique

### 3.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à la modélisation de l'écoulement d'un fluide newtonien et incompressible, dans un canal parallélépipédique d'axe horizontale, chauffé uniformément par le bas et refroidi par le haut. Le fluide étant induit par un gradient de pression horizontal et par la force d'Archimède verticale.

La formulation mathématique de tout problème de mécanique des fluides passe par l'écriture des théorèmes généraux de la mécanique et de la thermodynamique qui se traduisent par la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie au sein du fluide. Le problème de Poiseuille-Raleigh-Bénard (cf. au chapitre deux) dans ce qui suit, sera modélisé en se servant des lois de conservation en introduisant des hypothèses simplificatrices. Les conditions aux limites et les conditions initiales qui régissent ce problème seront examinées. Ces équations nous permettent de rendre compte des mouvements de convection rencontrés au sein du fluide, notamment l'évolution de la vitesse, de la température et les échanges de chaleur.

Nous allons commencer brièvement rappeler les lois et théorèmes fondamentaux de la mécanique des fluides qu'on peut retrouver facilement des les références de la mécanique des fluides [51] [61], aussi certains outils seront nécessaires à l'établissement des équations. Les vecteurs ici sont notés en gras.

Soit  $D$  un domaine de masse volumique  $\rho$ , de surface  $\Sigma$  et de volume  $V$  du milieu continu que l'on veut étudier. Soit une particule fluide élémentaire  $P$  de  $D$ , de volume  $dV$  ; elle est repérée par un vecteur de type  $P = f(\mathbf{X}, t)$ . Cette dernière est soumise à des forces de surface (forces de contact) et des forces de volume (forces de gravité, forces magnétique, force de Coriolis etc.). Soit  $f(x, t)$  une fonction définie et continue sur  $D$ , traduisant l'évolution de la grandeur physique ( $\rho, \mu, v$ , etc.) relative à la particule  $P$ .

Le taux de variation de l'intégrale de  $f$  sur le volume  $V$  en fonction du temps, ou appelé encore dérivée particulaire ou Lagrangienne, elle est notée :

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla f \quad (3.1)$$

Le taux de variation de l'intégrale de  $f$  sur le volume  $V$  en fonction du temps est définie par :

$$\frac{d}{dt} \int_D f dV = \int_D \frac{\partial f}{\partial t} dV + \int_{\Sigma} f \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} d\Sigma \quad (3.2)$$

Où  $\mathbf{V}$  désigne la vitesse locale de la particule fluide et  $\mathbf{n}$  est le vecteur normal sortant de la surface considérée  $\Sigma$ .

On peut également transformer le dernier terme de l'équation précédente en intégrale de volume en utilisant le théorème de Green-Ostogradsky:

$$\int_{\Sigma} f \mathbf{V} \cdot \mathbf{n} d\Sigma = \int_D \nabla \cdot (f \mathbf{V}) dV \quad (3.3)$$

En combinant les expressions (3.1) et (3.2), on peut exprimer le théorème de transport qui s'écrit :

$$\frac{d}{dt} \int_D f dV = \int_D \left[ \frac{\partial f}{\partial t} + \nabla \cdot (f \mathbf{V}) \right] dV \quad (3.4)$$

Un autre lemme fondamental de la mécanique des fluides sera utilisé afin d'obtenir une équation locale à partir des connaissances d'une relation intégrale pour tous les domaines  $D$  appartenant à une famille dense d'ouverts de  $\mathcal{G}$ , il vient :

$$\int_D f(\mathbf{X}, t) dV = 0 \quad \forall D \ni \mathcal{G} \Rightarrow f(\mathbf{X}, t) = 0 \quad \forall M \ni \mathcal{G} \quad (3.5)$$

### 3.2 Lois de conservation

#### 3.2.1 Equation de conservation de la masse

Soit un volume  $V$ , entouré de sa surface  $\Sigma$ , contenant une certaine masse  $M$  qui s'exprime par la relation :

$$M = \int_D \rho(\mathbf{X}, t) dV \quad (3.6)$$

Où  $\rho$  désigne la masse volumique locale.

Si cette masse  $M$ , au cours de son déplacement dans le temps, ne génère, ni dissipe de la matière dans  $\mathcal{G}$ , quelque soit le volume considéré  $D$ , alors on peut écrire la relation:

$$\frac{d}{dt} \int_D \rho(\mathbf{X}, t) dV = 0 \quad (3.7)$$

En appliquant successivement les expressions (3.4) et (3.5), à l'équation (3.7), on obtient une équation locale :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0 \quad (3.8)$$

Cette équation est dite équation de conservation de la masse ou équation de continuité.

Dans le cas des fluides incompressibles, la masse volumique reste constante au cours du temps, par conséquent l'équation de continuité se simplifie et s'écrit :

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (3.9)$$

Pour certains écoulements, l'approximation de fluide incompressible est trop restrictive car elle ne permet pas de prendre en compte les variations de densité dues aux variations de température. En présence de gravité, des inhomogénéités de densité induisent un

champ de force de gravité qui peut mettre le fluide en mouvement. L'approximation de Boussinesq, qui permet de prendre en compte ces variations de densités tout en supposant que la vitesse des ondes sonores est infinie devant la vitesse de l'écoulement, sera traité au chapitre cinq (études expérimentale et numérique).

### 3.2.2 Equation de conservation de la quantité de mouvement

La quantité de mouvement d'un fluide contenu dans un volume  $D$  s'écrit :

$$\int_D \rho \mathbf{V} dV \quad (3.10)$$

Or, le principe fondamental de la dynamique, ou encore appelé deuxième loi de Newton, s'annonce de la manière suivante : la dérivée particulaire de la quantité de mouvement du fluide contenu dans  $D$  est égale à la somme de toutes les forces extérieures appliquées sur  $D$  :

$$\frac{d}{dt} \int_D \rho \mathbf{V} dV = \int_D \mathbf{f} dV + \int_{\Sigma} \mathbf{T} d\Sigma \quad (3.11)$$

On remplace respectivement les forces de volume :  $\mathbf{f} = \rho g \mathbf{k}$ , où  $\mathbf{k}$  désigne un vecteur unitaire, et les forces de surface par  $\mathbf{T} = \overset{=}{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{n}$  ; où le terme  $\overset{=}{\boldsymbol{\sigma}}$  se développe à son tour et donne :  $\sigma_{ik} = -p \delta_{ik} + \tau_{ik}$ , où  $\tau_{ik} = \overset{=}{\boldsymbol{\tau}}$  est le tenseur des contraintes de viscosité pour un fluide newtonien qui se décompose en  $\tau_{ik} = \mu (V_{i,k} + V_{k,i}) + \gamma \nabla \cdot \mathbf{V} \delta_{i,k}$  ; où  $\mu$  et  $\gamma$  sont les deux coefficients de viscosité de Lamé (avec  $\gamma = 2/3\mu$  selon l'hypothèse de Stokes).

Afin de simplifier les écritures des équations, nous faisons l'hypothèse que  $\mu$  est constante, cette hypothèse sera discutée dans l'approximation de Boussinesq ci-après.

En se basant sur le théorème de la divergence, transformons l'intégrale de surface de (3.11) en intégrale de volume et en appliquant (3.4) et (3.5), on obtient :

$$\rho \frac{d\mathbf{V}}{dt} = \rho \mathbf{g} - \nabla p + (\gamma + \mu) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{V}) + \mu \nabla^2 \mathbf{V} \quad (3.12)$$

Dans le cas où le fluide est incompressible, c'est-à-dire que  $\frac{d\rho}{dt} = 0 \Leftrightarrow \nabla \cdot \mathbf{V} = 0$ , alors l'équation (3.12) se simplifie et on obtient l'équation de Navier-Stokes :

$$\rho \frac{d\mathbf{V}}{dt} = \rho \mathbf{g} - \nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{V} \quad (3.13)$$

### 3.2.3 Equation de la conservation de l'énergie

Cette loi traduit le bilan des énergies du volume fluide  $V$  que l'on suit dans son mouvement. Elle s'annonce de la façon suivante : la dérivée particulaire, de la somme de l'énergie cinétique  $E_c$  et de l'énergie interne  $U$ , à chaque instant, est égale à la somme de la puissance mécanique  $P_m$  fournie à  $D$  par les forces extérieures (forces de contact et de volume) et de la puissance calorifique  $Q_c$  (ou taux de chaleur) fournie à  $D$  par l'extérieur.

$$\frac{d(E_c + U)}{dt} = P_m + Q_c \quad (3.13)$$

Le théorème de l'énergie cinétique, qui est déduit de la loi de conservation de la quantité de mouvement, s'annonce de la façon suivante : la dérivée particulaire de l'énergie cinétique  $E_c$  d'un domaine fluide que l'on suit au court du temps, égale à la puissance de toutes les forces extérieures  $P_e$  et intérieures  $P_i$  appliqués à  $D$ .

$$\frac{d(E_c)}{dt} = P_e - P_i \quad (3.14)$$

En combinant les équations (3.13) et (3.14), on retrouve la forme classique de la première loi de thermodynamique : la variation de l'énergie interne d'un système est égale à la puissance calorifique qu'il reçoit, moins la puissance qu'il reçoit de l'extérieur.

$$\frac{dU}{dt} = Q - P_i \quad (3.15)$$

Observons les trois termes de cette équation :

✚ L'énergie interne  $U = \int_D \rho e dV$ , où  $e$  représente l'énergie par unité de masse ;

✚ La puissance calorifique  $Q = \int_{\Sigma} q(\mathbf{X}, t, \mathbf{n}) d\Sigma + \int_D r(\mathbf{X}, t) dV$

où  $\mathbf{q} = -q \cdot \mathbf{n}$  représente la densité surfacique du flux de chaleur reçue par conduction ;

$r$  = puissance dissipée localement sous forme de chaleur ;

✚ La puissance des forces intérieures  $P_i = - \int_D \left( \overset{=}{\sigma} : \nabla \mathbf{V} \right) dV$  ;

$$\text{où } \left( \overset{=}{\sigma} : \nabla \mathbf{V} \right) = \sigma_{ik} V_{i,k} = -p \nabla \cdot \mathbf{V} + \left( \overset{=}{\tau} : \nabla \mathbf{V} \right).$$

En remplaçant les différents termes à gauche de l'équation (3.15), cette dernière devient :

$$\frac{d}{dt} \int \rho e dV = \int_{\Sigma} q(\mathbf{X}, t, \mathbf{n}) d\Sigma + \int_D r(\mathbf{X}, t) dV - \int_D P \nabla \cdot \mathbf{V} + \int_D \left( \overset{=}{\tau} : \nabla \mathbf{V} \right) dV \quad (3.16)$$

Appliquons comme précédemment (3.4) et (3.5) à l'équation de la conservation de l'énergie (3.16), d'où on obtient l'équation locale suivante :

$$\rho \frac{de}{dt} = -\nabla \cdot \mathbf{q} + r - P \nabla \cdot \mathbf{V} + \left( \overset{=}{\tau} : \nabla \mathbf{V} \right) \quad (3.17)$$

Comme nous venons de voir la loi de conservation d'énergie mène directement à l'équation de conductivité thermique à une constante additive près : on rappelle que la loi de Fourier traduit une relation linéaire entre le flux de chaleur par conduction  $\mathbf{q}$ , et  $k$  un coefficient de conductivité thermique:

$$\mathbf{q} = -k \nabla T \quad (3.18)$$

Pour des raisons pratiques, il est plutôt intéressant d'exprimer l'équation de conservation d'énergie en fonction de la pression et de la température ; en effet l'enthalpie massique s'écrit :  $h = e + p/\rho$ , en fonction de  $T$  et  $\rho$  elle s'exprime\* :

$$dh = C_p dT + \frac{1}{\rho}(1 - \beta T) dp \quad (3.19)$$

où :

✚  $C_p = \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_p$ , est la capacité calorifique par unité de masse à pression constante ;

✚  $\beta = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$ , est le coefficient d'expansion thermique.

En combinant les équations précédentes (3.18), (3.19), et l'équation de continuité (3.9), on obtient l'équation de la conservation d'énergie d'un fluide incompressible sous une forme générale :

$$\rho C_p \frac{dT}{dt} - \beta T \frac{dp}{dt} = \nabla \cdot (k \nabla T) + r + \left( \overset{=}{\boldsymbol{\sigma}} : \nabla \mathbf{V} \right) \quad (3.20)$$

Les équations (3.9), (3.19) et (3.20), forment les équations de bases de l'hydrodynamique. Elles sont complétées par une équation d'état. Pour la plupart des substances, on peut écrire :

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)] \quad (3.21)$$

Où  $T_0$  est une température choisie pour la laquelle  $\rho = \rho_0$

---

\* On peut trouver la démonstration de (3.19), dans des ouvrages de mécanique des fluides [59]



Après avoir formulé les équations de l'hydrodynamique, sachant qu'aucune hypothèse n'a été faite sur les coefficients introduits ( $\mu$ ,  $C_v$ ,  $\beta$ ,  $k$ ,  $C_p$ , etc.), ces équations demeurent d'une validité générale; reste le terme  $r$  représentant la somme des puissances calorifiques dissipées par l'ensemble des sources de chaleur présentes au sein du fluide. Ces sources d'énergies peuvent être de nature radiative, électromagnétique, nucléaire, etc. Dans notre cas d'étude, la seule source de chaleur considérée est celle reçue par conduction-convection et émise par rayonnement. Vu les températures et les différences de température entre le fluide et les plaques isothermes, et dans de nombreuses études similaires [7], alors on supposera que  $r$  est négligeable dans notre étude. Dans ce qui suit nous essayerons de simplifier les équations de Navier-Stokes, notamment les différents termes de l'équation (3.20), afin d'obtenir les équations de Boussinesq.

### 3.3 Approximation de Boussinesq

Les bases de cette approximation font que dans de nombreuses situations pratiques les équations de Navier-Stokes peuvent être considérablement simplifiées. Il s'agit notamment d'écoulements dans lesquels la température varie peu, ce qui résulte que  $\rho$  varie peu également, pas suffisamment pour que la poussée d'Archimède ne déclenche un mouvement. Par conséquent, les variations de  $\rho$  sont négligées dans les équations de conservations, sauf dans le terme de poussée d'Archimède  $\rho \mathbf{g}$ . Dans ce terme,  $\rho$  est fonction de la température uniquement. Toutes les autres propriétés thermophysiques du fluide ( $\beta$ ,  $\mu$ ,  $\kappa$ ,  $\gamma$ ,  $C_p$ ) sont supposées constantes; La puissance volumique liée aux variations de pression et la dissipation visqueuse, dans l'équation de l'énergie (3.20), sont négligeables devant le flux de chaleur diffusé par conduction. Les équations d'hydrodynamiques établies précédemment (3.9), (3.19) et (3.20) sans introduction d'hypothèses sur la nature de l'écoulement et du fluide, mis à part que la viscosité dynamique  $\mu$  est constante et que le fluide est Newtonien, forment les équations de base de l'approximation de Boussinesq, elles s'écrivent pour une température et une pression de référence  $T_0$  et  $P_0$  :

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (3.21)$$

$$\rho_0 \frac{d\mathbf{V}}{dt} = -\nabla p + \rho_0 (1 - \beta_0 (T - T_0)) \mathbf{g} + \mu_0 \nabla^2 \mathbf{V} \quad (3.22)$$

$$\frac{dT}{dt} = \alpha_0 \nabla^2 T \quad (3.23)$$

Où  $\alpha_o = \frac{k_o}{\rho_o C_{p_o}}$  est la diffusivité thermique du fluide.

### 3.4 Adimensionnalisation

Dans tous les problèmes de mécanique des fluides ou de thermique, le comportement d'un système étudié est fonction d'un certain nombre de paramètres. La mise sous forme adimensionnelle de ces équations constitue une étape importante dans la mesure où il est possible de remonter sans difficultés aux solutions dimensionnelles de départ.

Notre étude a pour but de prospecter et de caractériser les écoulements secondaires à la fois expérimentalement et numériquement par simulation direct 2D et 3D. La présente étude a été menée à la fois expérimentalement et numériquement sur un écoulement d'eau dans un canal rectangulaire horizontal de rapport de forme transversal  $\Gamma = 10$ . Le schéma du canal est représenté sur la figure 3.1.

#### 3.4.1 Choix des grandeurs de référence

Les équations de transport et de transfert de chaleur dans le domaine de calcul sont sous forme adimensionnelle, en choisissant les échelles caractéristiques suivantes :

- La hauteur du canal ( $h$ ) pour la hauteur de référence : soit  $l_{\text{ref}} = h$  ;
- La vitesse moyenne longitudinale  $u_{\text{av}}$  comme vitesse de référence :  $v_{\text{ref}} = u_{\text{av}}$  ;
- La pression de référence :  $p_{\text{ref}} = \rho(u_{\text{av}})^2$  ;
- Le temps de référence :  $t_{\text{ref}} = h/u_{\text{av}}$
- La température adimensionnelle :  $\theta = k(T - T_i)/(qh)$ , où  $T_i$  est la température d'entrée.

En se basant sur ses hypothèses sus cités et sur les variables adimensionnelles, les équations couplées de Navier-Stokes et de l'énergie (3.21), (3.22), (3.23), préalablement établies deviennent :

### 3.4.2 Système d'équations adimensionnelles

**Equation de continuité :**

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (3.24)$$

**Equation de la conservation de la quantité de mouvement :**

En introduisant les variables adimensionnelles en plus des nombres de Reynolds  $Re$ , de Rayleigh  $Ra$  et de Prandtl  $Pr$ , il vient :

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla P + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{v} + \frac{Ra}{Pr \cdot Re^2} \theta \mathbf{k} \quad (3.25)$$

**Equation d'énergie :**

On effectue la même procédure que précédemment, il vient :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \theta = \frac{1}{Pr \cdot Re} \nabla^2 \theta \quad (3.26)$$

Les équations de Boussinesq sous forme adimensionnelle ainsi obtenu ont besoin d'être complétées par un ensemble de conditions aux limites et initiales :

### 3.4.3 Conditions aux limites (C.L) et conditions initiales

#### C.L hydrodynamiques

L'écoulement à l'entrée du canal dans la zone où le flux de chaleur est imposé, est supposé être un écoulement de poiseuille parfaitement établi.

A l'entrée de la section du canal :  $\mathbf{v}(0, Y, Z, t) = Re \cdot \mathbf{V}_{poiseuille}$  [26]

Au niveau des parois rigides :  $\mathbf{v} = 0$  ;

A la sortie du domaine de calcul ( $X=L$ ): les conditions aux limites ouvertes [27].

Conditions initiales : écoulement de Poiseuille parfaitement établi :

$$\mathbf{v}(X, Y, Z, 0) = \mathbf{V}_{\text{poiseuille}}$$

### C.L thermiques

A l'entrée du canal ( $X=0$ ) :  $\theta = 0$

Sur la paroi horizontale inférieure ou plancher ( $Z=0$ ) :

$$\text{pour } 0 < X < L_i : \frac{\partial \theta}{\partial n} = 0$$

$$\text{pour } L_i \leq X \leq L : \frac{\partial \theta}{\partial n} = \bar{\varphi}$$

Pour les trois autres parois :  $\frac{\partial \theta}{\partial n} = 0$

A la sortie du domaine de calcul ( $X=L$ ) : les conditions aux limites ouvertes [27] ;

**Conditions initiales** : un champ de température uniforme :  $\theta(X, Y, Z, 0) = 0$

La figure 3.1 représente le domaine de calcul ; les parois latérales, la paroi supérieure sont supposées adiabatiques.

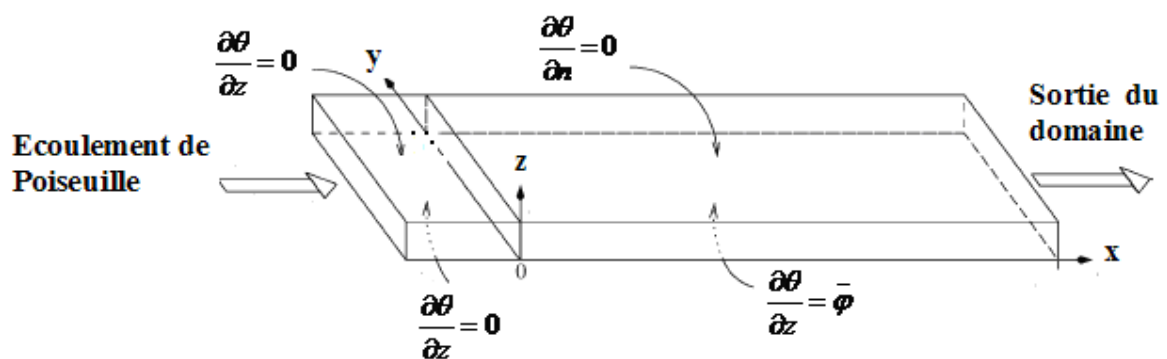


Figure 3.1 Schéma de définition de la géométrie du canal en 3D rempli avec un fluide Newtonien et chauffée uniformément par le bas

## **Chapitre 4**

---

### **Etudes expérimentale et numérique**

## Chapitre 4

### Etudes expérimentale et numérique à faible nombre de Reynolds

#### 4.1 Approche expérimentale

Le présent travail porte sur l'étude des écoulements de convection mixte de type Poiseuille-Rayleigh-Bénard d'un point de vue numérique et expérimental. Plus précisément, on s'intéressera à l'influence des paramètres de contrôles notamment le nombre de Reynolds et le nombre de Rayleigh sur la structure de l'écoulement qui est souvent assez complexe. La confrontation numérique – expérimentale nous permettra de valider l'approche numérique et de mieux appréhender la complexité de ces écoulements.

##### 4.1.1 Description du dispositif expérimentale

Il s'agit de l'écoulement d'un fluide (eau) dans un canal parallélépipédique chauffé uniformément par le bas. Le dispositif expérimental se compose essentiellement de quatre parties : le canal et la zone de mesures, l'alimentation en eau, l'alimentation électrique et le dispositif de chauffage, et enfin le système optique et de mesure. La figure 4.1 illustre une vue d'ensemble sur le dispositif expérimental

###### 4.1.1.1 Le canal et la zone de mesure

Le canal que nous utilisons est de forme parallélépipédique, en plexiglas de 3 mm d'épaisseur. La section droite intérieure a une hauteur de 2 cm et une largeur de 20 cm, voir figure 4.1. La longueur totale du canal s'étend sur 300 cm, quant à la zone de mesure ou d'essai elle ne mesure que 140 cm. En amont de celle-ci on distingue une zone de 100 cm permettant l'établissement hydrodynamique de l'écoulement. Ainsi à l'entrée de la zone de mesure le profil de vitesse est de type Poiseuille.

Dans la zone d'essai, la partie inférieure du canal en plexiglas a été extrudée pour pouvoir y loger trois résistances ou matelas chauffants dont les caractéristiques sont les

suivantes : une longueur totale de 140 cm sur une largeur de 20 cm, soit une surface de 2800 cm<sup>2</sup>, pour une résistance électrique de 50,7Ω pouvant supporter un courant électrique maximum de 2 ampères. Les résistances électriques étant autocollantes, elles sont ensuite recouvertes d'une plaque de cuivre de 1 mm d'épaisseur. L'ensemble est appliqué à la partie inférieure du canal. La plaque de cuivre joue le rôle de plaque chauffante. La résistance étant isolée sur sa face inférieure par la plaque en polycarbonate. Les pertes thermiques par convection et rayonnement sont évaluées à 10% de la puissance fournie. Le montage électrique adopté permet d'obtenir une densité de flux uniforme sur toute la surface de la zone d'essai pouvant varier de 10 Wm<sup>-2</sup> à 650 Wm<sup>-2</sup>. La figure 4.2 schématise le dispositif expérimental.

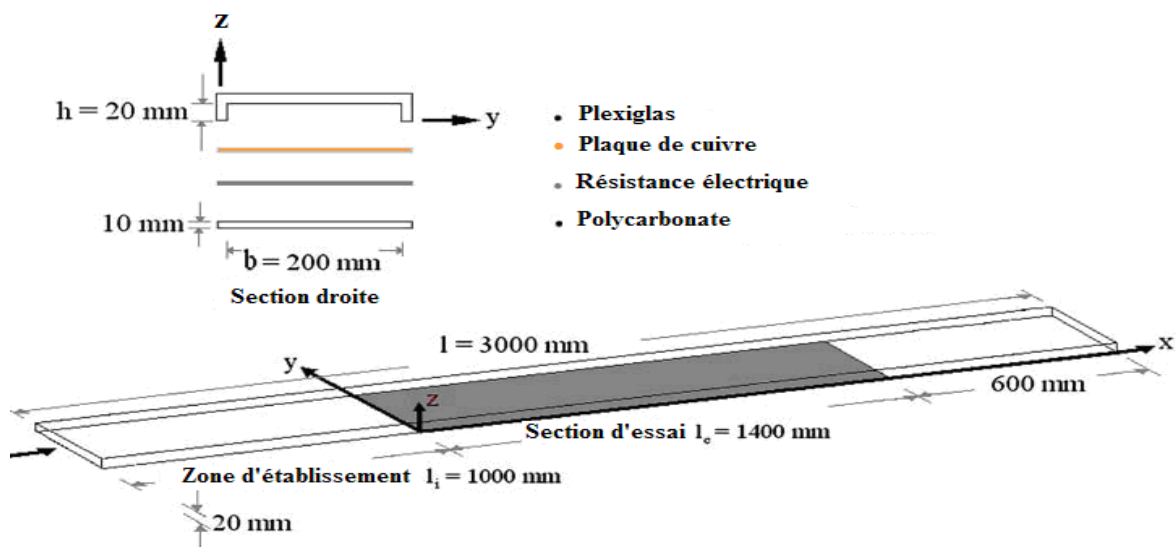
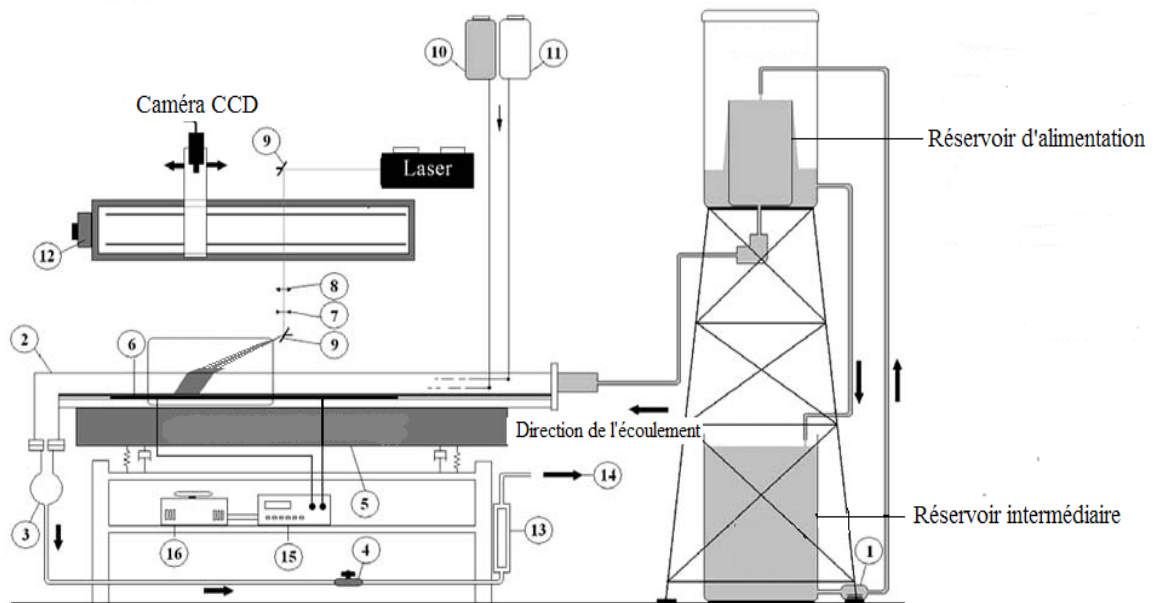


Figure 4.1 : Description de la section droite du canal parallélépipédique

## Etudes expérimentale et numérique

- |                               |                                |
|-------------------------------|--------------------------------|
| 1- Pompe                      | 9- Miroir                      |
| 2- Canal horizontal           | 10- Rhodamine                  |
| 3- Collecteur                 | 11- Fluorescéine               |
| 4- Vanne de contrôle de débit | 12- Table à commande numérique |
| 5- Table anti-vibration       | 13- Débitmètre                 |
| 6- Résistances électriques    | 14- Vers l'égout               |
| 7- Lentille divergente        | 15- Ampèremètre                |
| 8- Lentille convergente       | 16- Transformateur électrique  |



(a)



(b)





(c)

Figure 4.2 : Le dispositif expérimental ; (a) Schéma de principe du dispositif expérimental ; (b) vue de dessus du canal, on voit à gauche le collecteur d'entrée et la zone hydrodynamique ; (c) vue longitudinale du canal, on voit au premier plan le collecteur d'entrée de sortie.

#### 4.1.1.2 Le circuit électrique de chauffage

L'alimentation électrique est assurée par un transformateur à curseur qui permet d'obtenir une large bande de tensions à partir de la tension délivrée par le secteur. Le courant électrique délivré est d'abord mesuré par un ampèremètre ensuite alimente la résistance chauffante ; ce dispositif nous permet de bien contrôler la densité du flux fournie par la paroi inférieure, comme le montre la figure 4.3.

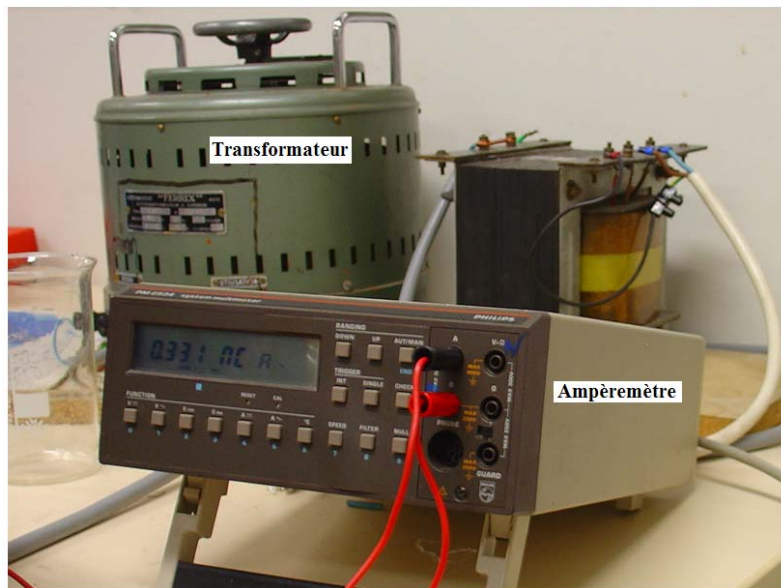


Figure 4.3: L'alimentation électrique assurée par un transformateur et un ampèremètre.

#### 4.1.1.3 L'alimentation en eau

Le système d'alimentation en eau adopté est de type gravitaire, cette configuration nous permet d'obtenir un débit constant exempt de toutes fluctuations. La pression motrice associée dépend de la différence de niveau. Un rotamètre placé dans le circuit d'alimentation permet de contrôler le débit d'eau dans l'installation. Le débitmètre a fait l'objet d'un étalonnage afin d'établir une correspondance entre graduation du débitmètre et débit d'eau. Afin de maintenir la température de l'eau constante à l'entrée du canal, on a placé dans le réservoir intermédiaire un échangeur de chaleur permettant de réguler la température de l'eau d'alimentation, la figure 4.4 représente le réservoir principal d'alimentation en eau ainsi que le débitmètre.

#### 4.1.1.4 Les Paramètres de contrôle $Ra$ et $Re$

Nous considérons l'écoulement de l'eau ( $Pr=7$ ) dans un canal horizontal, de forme parallélépipédique, de rapport d'aspect  $\Gamma=10$ , chauffé uniformément par le bas. Dans cette installation, nous contrôlons la vitesse de l'eau (nombre de Reynolds) ainsi que le flux de chaleur imposé à la paroi horizontale inférieure (nombre de  $Ra$ ). La visualisation de l'écoulement est assurée par le colorant.

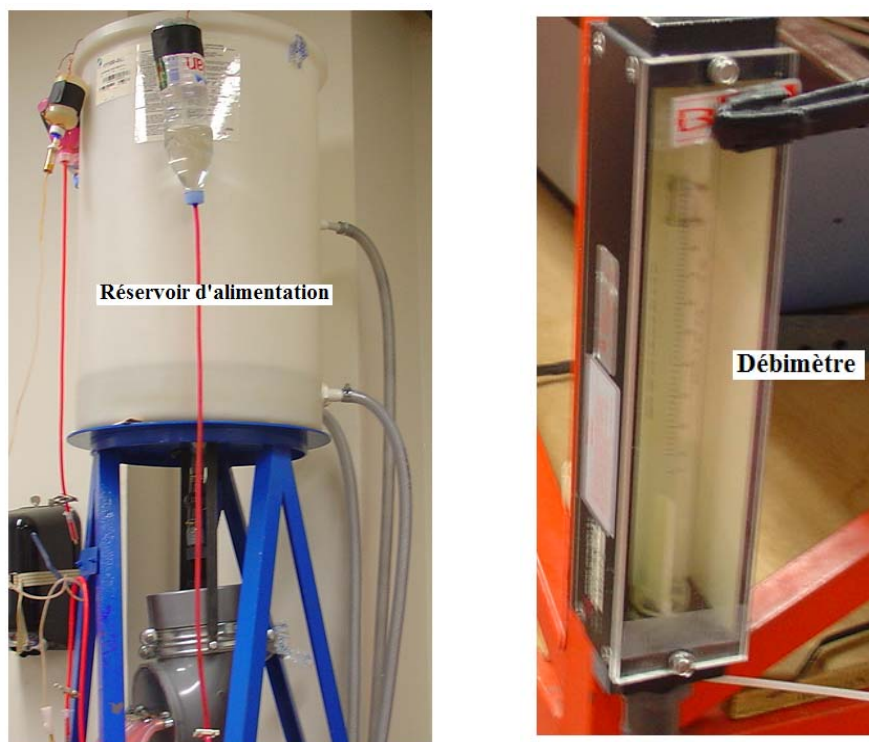


Figure 4.4 : Le réservoir d'alimentation en eau et débitmètre.

#### 4.2.1 Métrologie

De nombreuses méthodes existent pour visualiser des écoulements complexes, on peut introduire de particules réfléchissantes, de bulles de gaz, de colorants pour les liquides et de la fumée pour les gaz. Ils existent encore d'autres méthodes (optique, chimique et nucléaire) nécessitant un matériel plus lourd. Au cours de notre travail expérimental sur la convection mixte, nous avons mis au point un dispositif d'injection simple de filets colorant qui nous permet de visualiser la structure de l'écoulement. Nous allons décrire plus en détail la technique utilisée ci dessous. Un échangeur externe régule de manière constante la température de l'eau à l'entrée du canal. L'équipement de base de l'ensemble du système mis en place est composé de cinq ensembles :

- 1) particules traçantes (particules de polyamide) ;
- 2) traceur fluorescent (fluorescéine et rhodamine);
- 3) une source lumineuse (un laser Argon émettant en continu dans la gamme 488-514 nm);
- 4) un dispositif optique (ensemble de lentilles et de miroirs);
- 5) un système d'acquisition (une caméra couleur 3 CCD et un ordinateur).

#### 4.2.1.1 Particules traçantes

Cette technique consiste à ensemercer l'eau de particules traçantes. Il s'agit de particules de polyamide de 50  $\mu\text{m}$  de diamètre et de masse volumique très proche de celle de l'eau, fluide que nous utilisons dans toutes nos expériences. Une nappe laser très fine va éclairer une section verticale ou horizontale bien définie de l'écoulement selon sa position. La réfraction du laser sur les particules va les illuminer et de cette manière la structure de l'écoulement va être visible ; ainsi à l'aide d'une caméra vidéo nous obtenons des images ou séquences vidéo, la figure 4.5 illustre une vue d'ensemble de l'écoulement.

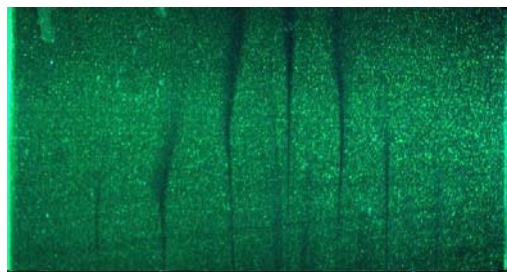


Figure 4.5: Des particules traçantes sont ensemercé en l'eau. Le reflet vert est du à la lumière du laser.

#### 4.2.1.2 Système d'injection de colorants

Afin de visualiser la structure de l'écoulement, nous avons utilisé une méthode qui consiste à injecter du colorant dans le fluide. Le colorant doit avoir une densité proche de celle de l'eau. Une concentration faible ou élevée peut entraîner une différence de vitesse d'écoulement entre le fluide et le colorant et ceci engendrera une visualisation artificielle des conditions de l'écoulement. Souvent dans les écoulements complexes, le colorant diffuse et se disperse dans le fluide utilisé. Nous avons retenus comme traceurs la rhodamine et la fluorescéine. Un laser Argon vert permet d'éclairer les traceurs et ainsi monter la trajectoire des traceurs. Cette technique nous a permis d'identifier le type d'écoulement du fluide : écoulement laminaire, stationnaire ou instationnaire, turbulent ou chaotique. Nous avons pu observer et caractériser la structure des rouleaux qui sont apparus le long du canal, la longueur d'onde associées ainsi que la longueur d'établissement.

Le système d'injection mis en place consiste à injecter une solution très diluée de fluorescéine ou rhodamine avec de l'eau dans des injecteurs. Ces derniers sont des tubes cylindriques horizontaux de 3 mm de diamètre; ils sont placés transversalement à l'écoulement en deux rampes, à 5 et 15 mm de hauteur, et à 13 cm en aval de la zone d'essais. Ces injecteurs sont percés de petits trous de 0,3 mm de diamètre, équidistants, couvrant presque toute la largeur du canal et dirigés selon la direction de l'écoulement, la figure 4.6 affiche un détail de l'injecteur. Deux récipients contenant les colorants, reliés par un système de perfusion, alimentent en permanence les injecteurs, tout en évitant l'introduction de bulles d'air dans le système. La vitesse locale du colorant doit être égale à celle du fluide circulant. Aussi, nous contrôlons la température du colorant, elle doit être égale celle de l'eau, afin d'éviter des perturbations thermiques dues à une éventuelle différence de température entre le colorant et le fluide. Une fois sortie de l'injecteur le domaine marqué par le colorant est éclairé par une nappe laser qui le traverse en profondeur ; enfin un système d'acquisition composé par une caméra CCD et ordinateur permet d'enregistrer des séquences.

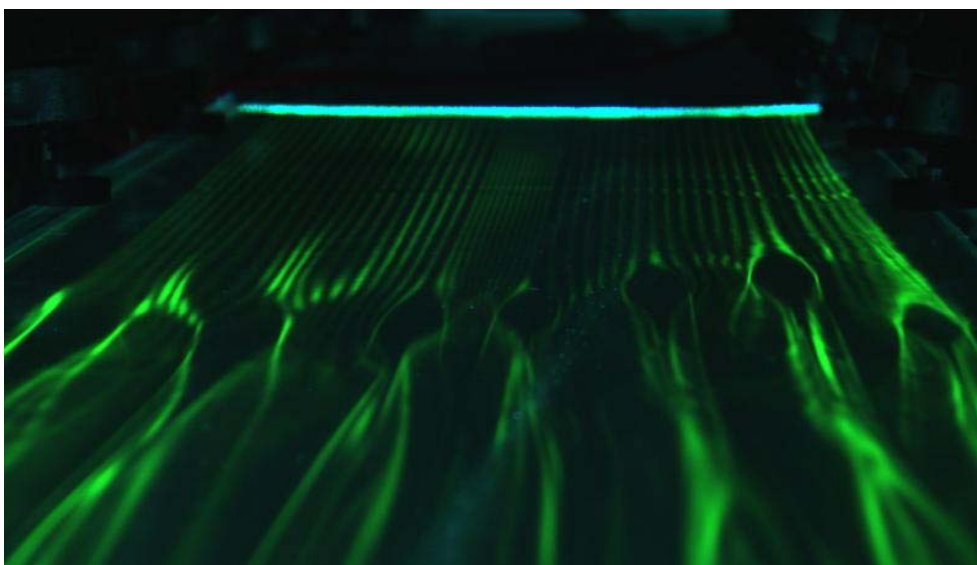


Figure 4.6 : L'injecteur de colorants en bleu et les filets de fluorescéine en vert.

#### 4.2.1.3 La source de lumière

La source de lumière est issue d'un laser Argon à 500 mW à action continue émettant un rayon vert de longueur d'onde avec une longueur d'onde de 488 nm, voir figure 4.7. La lumière du laser est parfaitement adaptée à la fluorescéine ; cette dernière est un colorant vert qui fluoresce exactement à la même longueur d'onde du laser. Par ailleurs, le rapport entre la viscosité de l'eau  $\nu$  et la diffusivité du colorant  $k_{\text{color}}$  dans l'eau est très grand, ce rapport correspond au nombre de Schmidt, il est de l'ordre de 2000 pour la fluorescéine dans l'eau. On peut considérer que la fluorescéine est un bon traceur pour visualiser l'écoulement. D'une façon complémentaire, pour mieux visualiser notre écoulement nous avons utilisé la rhodamine B, beaucoup moins lumineuse lorsqu'elle est éclairée par le laser qui donne une couleur orange. La fluorescéine et la rhodamine ont des longueurs d'ondes maximales d'excitation de 490 et 540 nm et des longueurs d'ondes maximales d'émission de 520 et 540 nm.

#### 4.2.1.4 Le dispositif optique et caméra CCD

Le laser émet un faisceau horizontal, ce dernier est dévié de 90 °C par un miroir, il traverse ensuite un ensemble de deux lentilles convergentes-divergentes qui permet d'élargir le faisceau laser en une nappe verticale. Elle doit être correctement centré, tant sur la largeur du canal, que dans sa profondeur, et parfaitement éclairer la section droite avec une épaisseur de l'ordre d'un demi millimètre selon le plan verticale Oy et Oz. Le système d'acquisition est composé d'une caméra JAI M9 3 CCD (1024x768) qui filme le déplacement du traceur éclairé par le laser et qui envoie en temps réel les images enregistrés par un logiciel d'acquisition, installé sur un ordinateur dédié à la manipulation. La camera, le miroir et le système de lentilles sont embarqués sur une table à commande numérique (Charlie-robot), ce qui permet de filmer des images ou des séquences vidéo suivant tout le volume du canal, voir figure 4.8. Le mariage des deux colorants joue un rôle primordial sur la qualité des images recueillies par le système d'acquisition.

Avant de commencer toute expérimentation, on vérifie l'écoulement de base ou l'écoulement de Poiseuille, ceci avant le démarrage du chauffage de la zone d'essai. En effet,



pour une vitesse donnée d'écoulement du fluide, les trajectoires des filets fluides doivent être droites sans aucune tortuosités, comme le montre la figure 4.9.



Figure 4.7 : Dispositif de montage de caméra et laser.

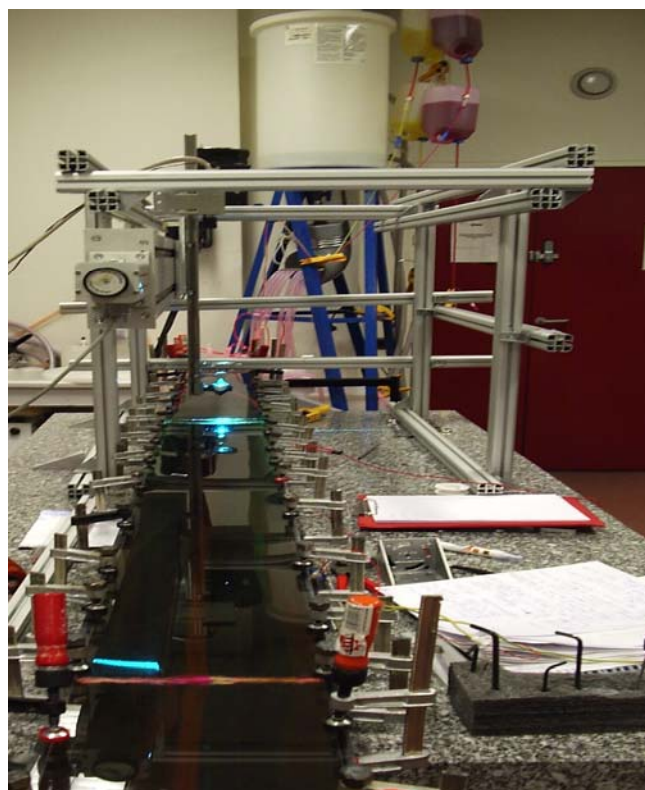
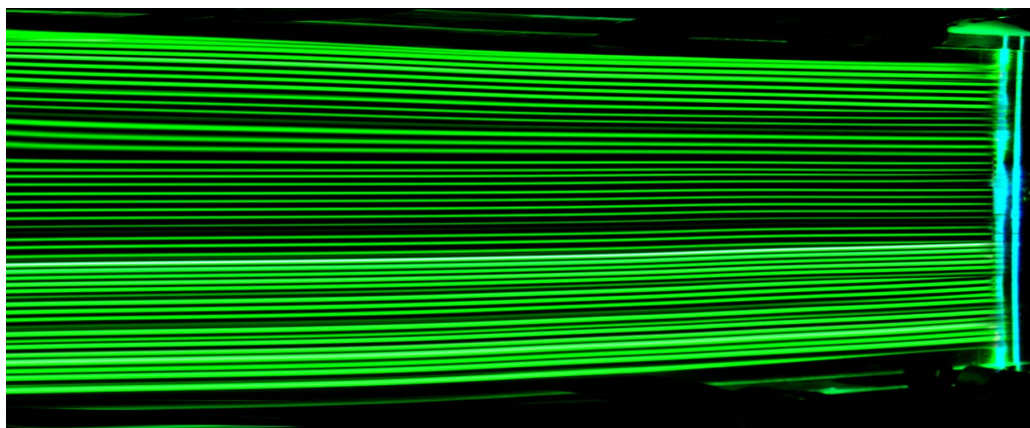
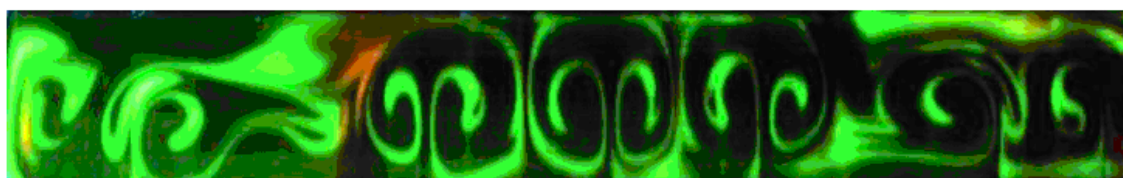


Figure 4.8 : Dispositif de montage de Charlie et le système miroir-lentilles.



(a)



(b)

Figure 4.9 : (a) L'écoulement de base écoulement de Poiseuille. Les filets fluides sont parallèles. (b) A l'opposé d'un écoulement de Poiseuille-Rayleigh- Bénard (vue d'une section droite du canal).

## 4.2 Approche numérique

### 4.2.1 Les équations gouvernantes

Les équations gouvernantes ont été introduites au chapitre trois, néanmoins nous allons les rappeler sous leurs formes adimensionnelles, et exposer plus en détail l'approximation de Boussinesq.

Le fluide de travail est supposé Newtonien et incompressible ; le régime de l'écoulement du fluide est considéré comme laminaire. En outre, les propriétés du fluide sont



supposées constantes à l'exception de la masse volumique dans la poussée d'Archimède (moteur de la convection), qui est supposé varier linéairement avec la température selon l'approximation de Boussinesq [29]. Les équations d'écoulement et de transfert de chaleur dans le domaine sont exprimées en variables adimensionnelles en choisissant les quantités de références  $l_{\text{ref}} = h$ ,  $v_{\text{ref}} = u_{\text{av}}$ ,  $p_{\text{ref}} = \rho (u_{\text{av}})^2$  et  $t_{\text{ref}} = h$  pour désigner respectivement la longueur, la vitesse, la pression et le temps, et une température adimensionnelle  $\theta = k(T-T_i)/(qh)$ . En se basant sur les hypothèses et les variables adimensionnelles énumérées ci dessus, les équations couplées de Navier-Stokes et de l'énergie peuvent être exprimés sous la forme :

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla P + \frac{1}{\text{Re}} \nabla^2 \mathbf{v} + \frac{\text{Ra}}{\text{Pr} \cdot \text{Re}^2} \theta \mathbf{k}$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \theta = \frac{1}{\text{Pr} \cdot \text{Re}} \nabla^2 \theta$$

Ces équations ont besoin d'être complétées par un ensemble de conditions aux limites et initiales qui peuvent être divisées en deux groupes :

i) Les conditions aux limites hydrodynamiques :

$$\text{A l'entrée du conduit : } \mathbf{v}(0, Y, Z, t) = \text{Re} \cdot \mathbf{V}_{\text{poiseuille}} \quad [30]$$

$$\text{Au niveau des parois latérales : } \mathbf{v} = 0$$

A la sortie du domaine de calcul, pour  $X = L$  : les conditions sont supposées ouvertes ou libres [31]. Concernant les conditions initiales, l'écoulement de base considéré est un écoulement de Poiseuille :

$$\mathbf{v}(X, Y, Z, 0) = \mathbf{V}_{\text{poiseuille}}$$

ii) Les conditions aux limites thermiques :

$$\text{A l'entrée du conduit : } \theta = 0$$

$$\text{Au niveau de la paroi inférieure horizontale (Z=0)}$$

$$\text{pour } 0 < X < L_i : \frac{\partial \theta}{\partial n} = 0$$

$$\text{pour } L_i \leq X \leq L : \frac{\partial \theta}{\partial n} = \bar{\varphi}$$

$$\text{pour les autres trois parois} : \frac{\partial \theta}{\partial n} = 0$$

A la sortie du domaine de calcul, pour  $X = L$  : les conditions sont supposées ouvertes ou libres [31]. Quant aux conditions initiales, le champ de températures est considéré comme uniforme :  $\theta(X, Y, Z, 0) = 0$

#### 4.2.2 Approximation de Boussinesq

Avant de procéder à tout calcul numérique, on doit d'abord déterminer les paramètres de la gamme du problème qui satisfait l'approximation de Boussinesq. Nous allons tout d'abord rappeler les hypothèses qui définissent l'approximation de Boussinesq, elle comporte trois propositions :

- i) L'écoulement du fluide est considéré comme incompressible ;
- ii) Toutes les propriétés du fluide ( $\beta$ ,  $\mu$ ,  $\kappa$ ,  $C_p$ ) sont considérées comme constantes, à l'exception de la masse volumique  $\rho$  qui est supposée varier linéairement avec la température dans le terme de la poussée d'Archimède ;
- iii) Toute génération ou production de chaleur par un quelconque travail mécanique (dissipation visqueuses ou compression) est négligeable.

Dans notre présente étude, pour les dimensions du canal ( $h = 0,02$  m,  $\Gamma = 10$ ) et le fluide de travail considérés (eau,  $Pr = 6,7$  à  $20$  °C), nous avons besoin de deux paramètres de contrôle  $Re$  et  $Ra$  à considérer pour définir le problème de la convection mixte. A cet effet, nous allons suivre l'approche d'une part de Gray and Giorgini [29] et d'autre part De Boer [32] qui détermine la gamme des paramètres de contrôle pour lesquelles l'approximation de Boussinesq est valide. Cependant, une autre hypothèse simplificatrice doit être considérée ici, les propriétés thermophysiques dépendant de la pression doivent être ignorées. En réalité, la pression hydrostatique à travers la hauteur du canal ( $h = 0,02$ m) et la chute de pression le long du canal ( $l = 3$ m,  $Re \leq 100$ ) sont négligeables vis à vis de la pression dynamique de référence. Par conséquent, on ne peut considérer que la dépendance thermique des propriétés du fluide

et déterminer le maximum de la différence de température dans le domaine de calcul, noté  $\Delta\theta$ , ce qui induit un départ relatif de l'approximation de Boussinesq de moins de 10 %.

- 1) Le cas de l'incompressibilité :  $\text{Div } \mathbf{V} = -1/\rho \text{ D}\rho/\text{D}t \approx \beta \text{D}\theta/\text{D}t$ . Dans ce problème cette condition peut être approximé par  $\beta \Delta\theta u_{av}/h < 0.1$  pour  $\Delta\theta \leq 20$  °C.
- 2) Les constantes physiques : dans ce cas présent où il est question d'écoulement de l'eau, deux propriétés sont beaucoup plus sensibles à la dépendance thermique que les deux autres : la masse volumique et la viscosité dynamique. Par conséquent, nous avons tracé sur les figures 4.10 et 4.11 leurs valeurs réelles en fonction de la température, dans la gamme de 25-40 °C, même si elle est supérieure aux conditions d'exploitation dans les expériences. La masse volumique peut être estimée avec une approximation par un polynôme de second ordre dans la gamme de températures considérées, alors que le départ de l'approximation linéaire de Boussinesq s'écrit :  
 $|\rho(T+\Delta\theta)-\rho_B(T+\Delta\theta)| / \rho(T+\Delta\theta) < 2.10^{-3} \ll 0.1$  pour  $\Delta\theta \leq 20$  °C (cf. figure 4.10).  
 Pour la viscosité le départ d'une valeur constante (approximation de Boussinesq) s'écrit :  
 $|\mu(T+\Delta\theta)-\mu_0| / \mu(T+\Delta\theta) < 0.1$ , qui est satisfait que pour  $\Delta\theta \leq 4.5$  °C (cf. figure 4.11).
- 3) Comme la compressibilité est supposé négligeable (point 1) seule la dissipation visqueuse reste à examiner. De Boer [32] a mené une analyse dimensionnelle des équations de Navier-Stokes compressibles, qui révèle que le terme de la dissipation visqueuse est négligeable par rapport aux autres termes de l'équation d'énergie pour les écoulements de fluide peu profonds.

Par conséquent, pour résumer ce paragraphe, l'approximation de Boussinesq peut être utilisée pour modéliser le présent problème de convection mixte à condition que la différence de température maximale dans le domaine de calcul satisfasse la condition  $\Delta\theta \leq 4.5$  °C, qui correspond plus à un départ de 10 % de l'équation Navier-Stokes couplée à l'équation d'énergie. En introduisant ces résultats dans le bilan énergétique global du canal et on supposant une stratification thermique verticale linéaire, on obtient le résultat que nous avons utilisé dans les calculs :

$$Ra/Re = \left( g\beta\Delta\theta h^3 / \alpha^2 \right) h/l_c < 18000$$

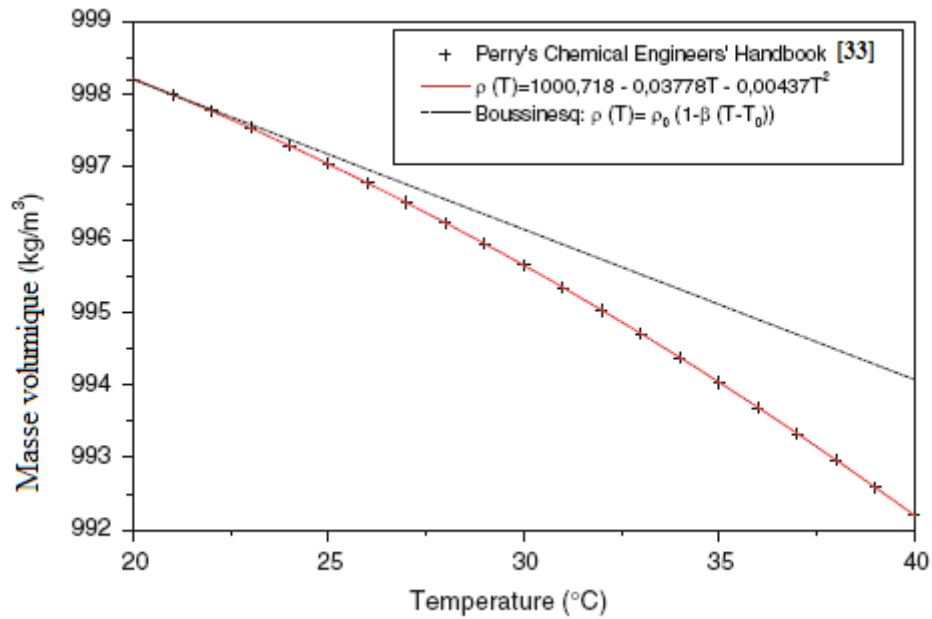


Figure 4.10 : La masse volumique en fonction de la température dans l'intervalle de température (20-40°C), (approximation polynomiale de second ordre, approximation de Boussinesq [33]).

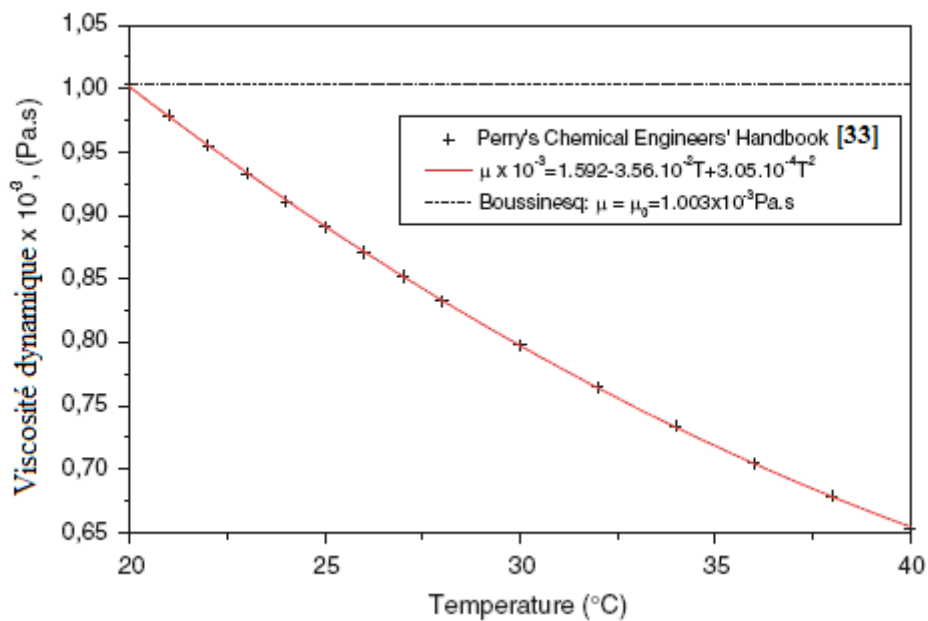


Figure 4.11 : La viscosité dynamique en fonction de la température dans l'intervalle de température (20-40°C), (approximation polynomiale de second ordre, approximation de Boussinesq [33]).

### 4.2.3 Le modèle numérique

Le code de calcul que nous avons utilisé a été développé par M. Medale [60] au sein de l'I.U.S.T.I (école polytechnique de Marseille). C'est un modèle numérique 3D basé sur la méthode des éléments finis; il a été conçu et développé pour être exécuté sur des ordinateurs à haute performance, tels que ceux de l'IDRIS (institut du développement et des ressources en informatique scientifique, CNRS). Ce code exploite aussi les potentialités des bibliothèques Petsc (Portable Extensible Toolkit for Scientific Computations), afin de réduire les temps de développement, tout en exigeant de bonnes performances. Ainsi, pour tenir compte de cette exigence, et bien que le problème à résoudre soit gouverné par les équations couplées de Navier-Stokes incompressibles et de l'énergie, il a été choisi un algorithme dit ' segregated ' (découplé numériquement). Celui-ci a l'avantage de considérer des formulations distinctes pour le problème d'écoulement et pour celui des transferts thermiques [28,34]. Le problème de l'écoulement est décrit à l'aide d'une formulation à variable primaire et est résolu par un algorithme de projection incrémental, inconditionnellement stable [34]. Ensuite la discrétisation spatiale des trois formes d'intégrales séparées est exécutée par la méthode des éléments finis standard, utilisant un maillage en éléments finis tri-quadratique hexaédrique pour la variation de la vitesse et de la température, alors qu'une approximation tri-linéaire est utilisée pour la pression. Le temps est intégré avec un schéma formulé avec différence-backward de second ordre (BDF2). Ainsi, à chaque pas du temps, les trois systèmes algébriques liés à la conservation de la quantité de mouvement, à la satisfaction de la contrainte d'incompressibilité et à la conservation d'énergie, sont résolus à l'aide d'un solveur itératif (Bi-Conjugate Gradient Stabilized, préconditionné avec la méthode additive de Schwartz) fourni par la bibliothèque Petsc [36]. Cette implémentation nous permet de lancer des calculs efficaces à hautes performances massivement sur des ordinateurs parallèles (IBM SP4)

### 4.2.4 Simulation numérique

La configuration de la convection mixte a été caractérisée par un écoulement d'eau de type de Poiseuille dans un canal horizontal (avec une section transversale rectangulaire,

---

$\Gamma = 10$ ) chauffé par le bas avec un flux constant. Les calculs ont été effectués pour un ensemble de paramètres de contrôles suivants :  $Pr = 6,7$  et  $Re = 50$  et trois valeurs du flux

de chaleur appliquées à la paroi inférieure à savoir  $Ra = 1,28 \cdot 10^4$ ;  $5,13 \cdot 10^4$ ;  $1,3 \cdot 10^4$ . Le domaine de calcul a une longueur totale  $L = 75$ , contenant une zone d'entrée adiabatique qui s'étend sur  $L_i = 5$ , suivie de la zone d'essai chauffée par le bas, qui s'étend sur le reste de la longueur  $L - L_i = 70$ . Une analyse de convergence spatiale a été effectuée pour déterminer la résolution de maillage approprié pour le problème de la convection mixte considéré. Il s'avère qu'un maillage composé de  $375 \times 100 \times 10$  éléments finis hexaédrique (tri-quadratique), uniformément répartis dans les directions X, Y et Z, produit des résultats avec une précision satisfaisante. Ce maillage est construit par 3 169 971 nœuds.

## **Chapitre 5**

---

# **Résultats expérimentaux et numériques**





## Chapitre 5 Résultats expérimentaux et numériques

### 5.1 Introduction

Diverses expériences et simulations numériques ont été menées dans le but d'étudier la convection mixte dans une configuration de canal horizontal chauffé uniformément par le bas avec un flux constant. Ici nous sommes intéressés à la recherche de mécanismes de convection mixte ainsi qu'à la manière dont se développent les structures thermoconvectives et les transferts de chaleur associés. Les nombres de Reynolds et de Rayleigh qui constituent les paramètres de contrôle sont variés dans la gamme  $50 \leq Re \leq 100$  et  $10^4 \leq Ra \leq 1,1 \times 10^4$  de sorte que seulement les rouleaux longitudinaux puissent exister [2].

Les présents résultats mettent en évidence en effet qu'il y a deux manières pour lesquelles les rouleaux longitudinaux sont initiés. Pour des valeurs faibles ou modérées du nombre de Rayleigh, les rouleaux sont initiés par une perturbation thermique induite au niveau des parois latérales (gradient thermique local horizontal) : ceci est dû à l'effet de l'extension latérale finie ( $\Gamma=10$ ). Dans ce cas là, les rouleaux se développent progressivement vers l'intérieur à partir des parois latérales jusqu'à la zone centrale. D'autre part, pour de grandes valeurs du nombre de Rayleigh (en réalité pour un grand rapport  $Ra/Re^2$ ), les rouleaux longitudinaux sont induits par deux mécanismes : le premier pour les rouleaux à proximité des parois latérales, ce dernier est combiné avec le gradient thermique vertical qui agit dans la partie centrale de la section transverse.

### 5.2 Recherche préliminaire de structures de convection mixte

Avant de commencer de prospector les structures de convection mixte, nous rappelons qu'il a été montré [1] pour des écoulements à faible nombre de Reynolds ( $Re < 10$ ) que lorsqu'un écoulement circulant sur une plaque froide arrive brusquement sur une zone chauffée, il est possible qu'il ait formation d'une cellule transversale stationnaire située au-dessus de la zone de transition de la température et ceci constitue un écoulement de retour, et tant que le nombre de Reynolds reste faible la structure de l'écoulement sera essentiellement constituée de rouleaux transversaux. L'accroissement du nombre de Reynolds fait tendre la

structure vers des rouleaux longitudinaux. Dans le cadre de nos expériences, nous nous limiterons dans la situation où seuls les rouleaux longitudinaux existent. Nous nous intéresserons aux mécanismes d'initiation des rouleaux ainsi qu'à l'influence de cette structure sur les transferts thermiques.

Dans cette première expérience, on a commencé par ensemercer le fluide de travail (eau) de particules réfléchissantes de polyamide, ensuite on a fixé une valeur du nombre de Reynolds et mis le chauffage en marche. Il faut attendre environ une demi-heure pour que la chaleur diffuse et que le nombre de Rayleigh atteigne son point de consigne et une autre demi-heure pour que l'écoulement se stabilise. Une nappe laser horizontale placée juste au dessous de la plaque supérieure du canal permet d'éclairer les particules réfléchissantes. Après plusieurs tentatives, on a pu finalement déterminer les valeurs de Ra et Re conduisant à l'apparition des premiers rouleaux longitudinaux. Cependant les valeurs essayées de Re ( $132 < Re < 144$ ) et Ra ( $5,10 \times 10^7 < Ra < 7,37 \times 10^{10}$ ) sont avérées assez grandes, les rouleaux transversaux sont générés périodiquement dans le temps, à l'entrée du canal et se déplacent dans le sens de l'écoulement du fluide. La période de génération de ces rouleaux est de 5 secondes. Dès que les rouleaux quittent la zone chauffée, ils dégènèrent graduellement et finalement disparaissent. Une vue de dessus de la figure 5.1 suggère l'existence de trois régimes correspondant à un écoulement de convection forcée laminaire, convection mixte laminaire et une transition vers la turbulence.

La zone de la convection mixte laminaire commence par le début de la poussée d'Archimède, qui correspond à la montée des rouleaux à partir de la paroi inférieure de la section discrète transversale. Les rouleaux sont visibles et ressemblent à des trainées longitudinales de concentration de particules de polyamides. Le fluide ascendant et descendant chaud et froid, respectivement, forment des vortex longitudinaux qui restent parallèles dans la zone de convection mixte laminaire. Pour de faibles valeurs de  $Re = 60$  et  $Ra = 2,78 \cdot 10^{10}$ , comme le montre la figure 5.2, les rouleaux paraissent plus stables au milieu du canal mais se scindent vers les parois latérales. Cette expérience est facilement reproductible, cependant cette technique s'est avérée limitée pour notre cas, à cause du manque de visibilité des différents rouleaux malgré la puissance de la nappe laser. Cependant cette première expérience nous a permis de se rapprocher de la plage pour l'apparition des rouleaux longitudinaux.

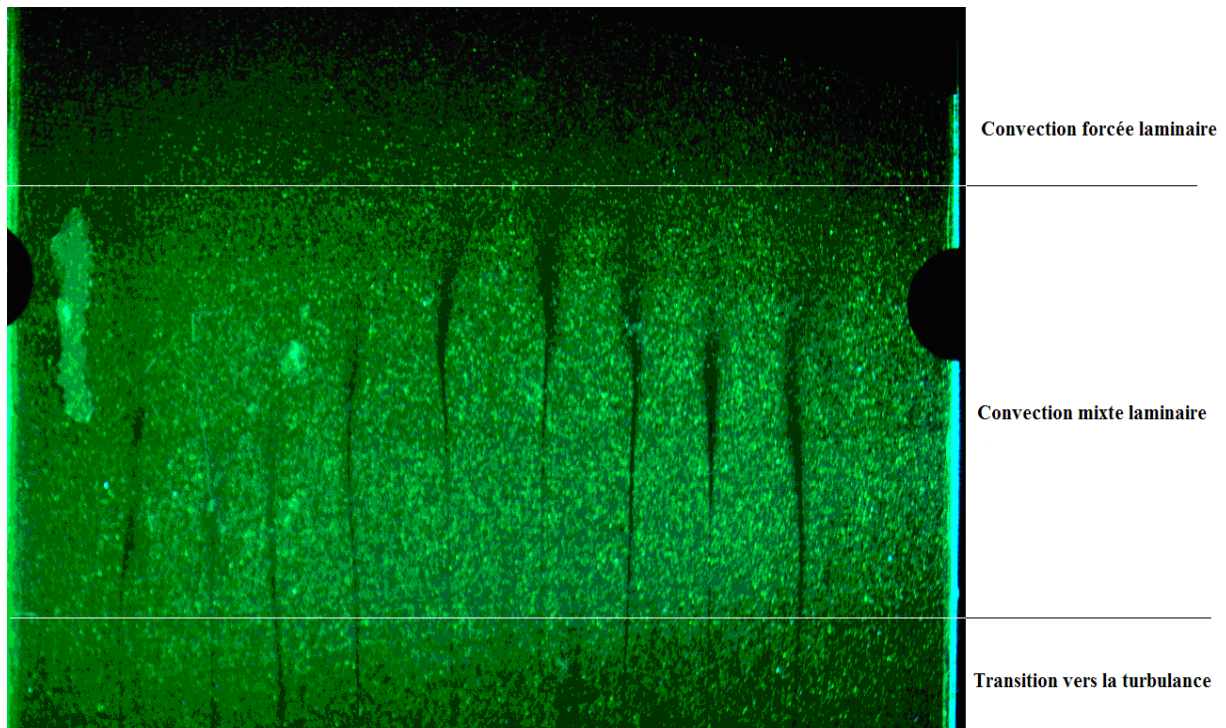


Figure 5.1 : Une vue de dessus des particules de polyamides montrant le début de la formation des rouleaux longitudinaux et la transition vers la turbulence.

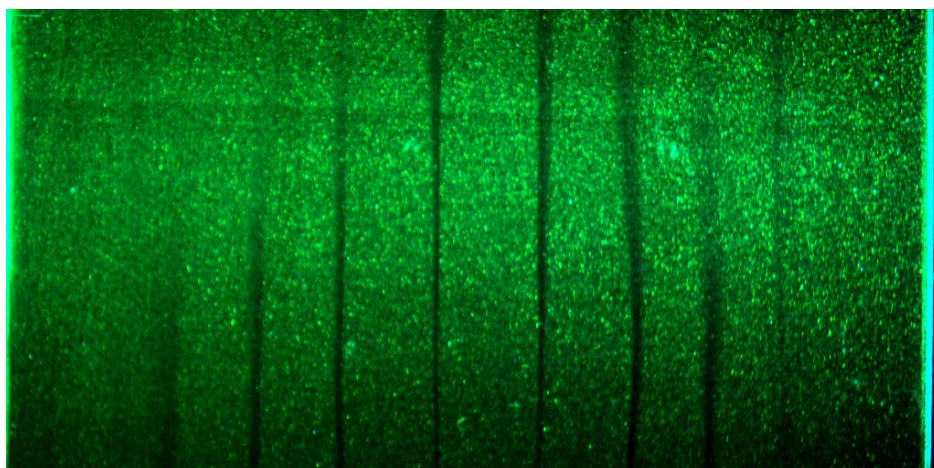


Figure 5.2 : Les rouleaux longitudinaux stabilisés occupent le milieu du canal pour  $Re= 60$  et  $Ra= 2,78 \times 10^{10}$

### 5.3 Visualisation de l'écoulement avec le colorant

Dans cette expérience, on injecte la fluorescéine à travers l'injecteur placé sur toute la largeur du canal, ensuite on vérifie l'écoulement de base ou l'écoulement de Poiseuille avant la mise en route du chauffage, les trajectoires du traceur doivent être parallèles sur toute la longueur du canal, comme cela est représenté sur la figure 5.3 , prise au-dessus du canal.

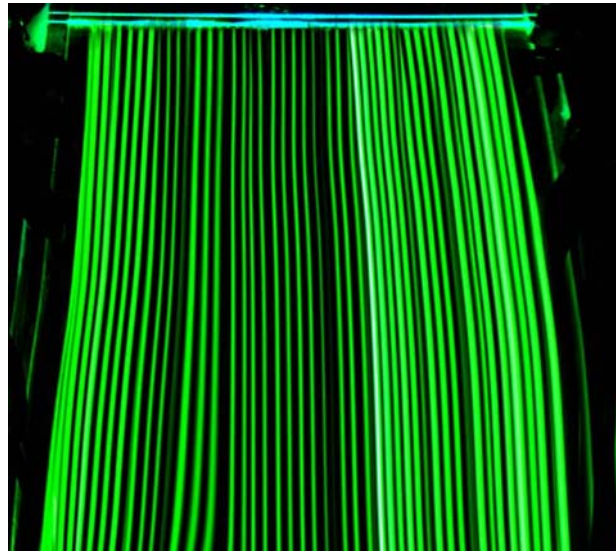


Figure 5.3 : Injection de fluorescéine et trajectoires de traceur dans un écoulement isotherme ( $Re = 50$ ,  $Ra = 0$ ).

Une fois le chauffage mis en marche, on suit la même procédure décrite dans le paragraphe 5.1 ; pour des valeurs de  $Re = 50$  et  $Ra = 3,4 \times 10^3$  on obtient une structure d'écoulement secondaire, la figure 5.4 prise en dessus du canal montre les deux régimes d'écoulement : un écoulement de convection forcée à l'entrée de la zone chauffée, et un écoulement de convection mixte au dessus de la zone d'essai.

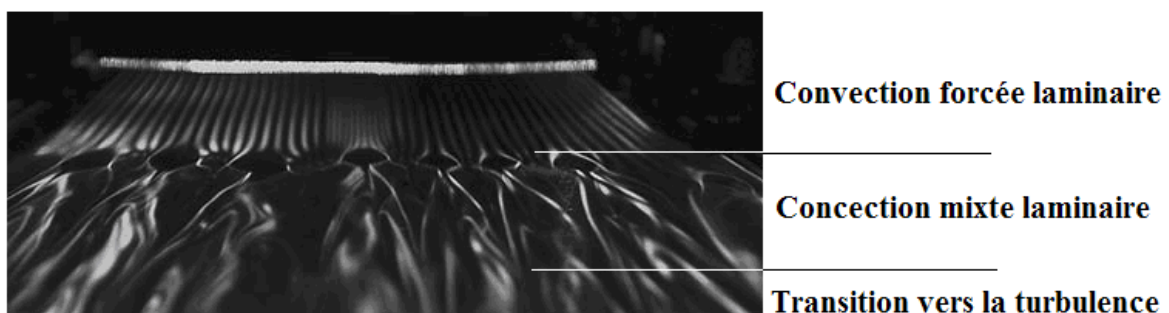
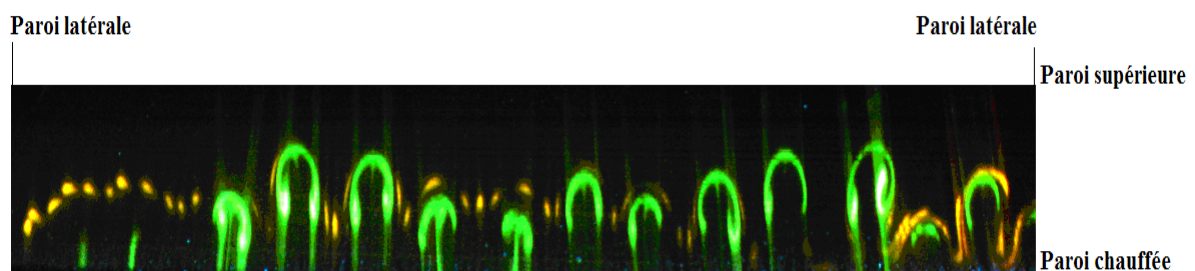
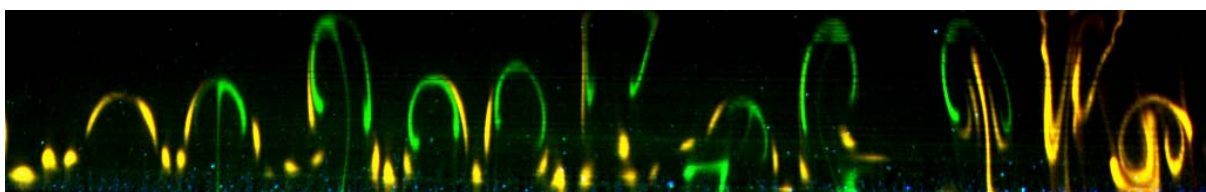


Figure 5.4 : Une vue de dessus du canal avec injection de fluorescéine. On voit nettement la naissance des rouleaux longitudinaux ( $Re = 50$ ,  $Ra = 3,4 \times 10^3$ )

Pour clarifier des conditions d'écoulement dans la deuxième et troisième zone, une nappe laser verticale éclaire la section transversale du canal, où le développement de l'écoulement secondaire est traqué en illuminant les sections droites à travers différentes positions longitudinales. La figure 5.5 montre que l'écoulement secondaire dans la zone de convection mixte est associé avec des plumes, qui apparaissent en premier comme des petits bourgeons (figure 5.5(a)), avec l'augmentation de  $y$  les bourgeons forment de petites plumes qui grossissent et par suite adoptent une forme de champignon, avec de petits vortex autour d'une mince tige (figure 5.5(b)). Les plumes persistent en aval de l'écoulement, en maintenant approximativement la même forme, mais en s'élargissant légèrement (figure 5.5 (c)). Plus en aval de l'écoulement, dans une position correspondant au début des ondulations dans les stries longitudinales semblables de ceux de la figure 5.1, les plumes et vortex commencent à osciller et à s'interagir dans la section droite (figure 5.5 (d)). Les interactions deviennent de plus en plus importantes, et par la suite les plumes graduellement dégènèrent ensuite disparaissent (figure 5.5 (e) et (f)). La zone de convection mixte a exhibé un comportement quasi-stable, qui est caractérisé par une faible fréquence, et une faible poussée des plumes et des vortex. La poussée de plume est attribuée à une inévitable perturbation à l'entrée où/et à des conditions de surface. A l'opposé, l'écoulement instable dans la zone de transition est caractérisé par de fréquences élevées, de larges amplitudes d'oscillations aléatoires, significatives de l'altération de la structure du vortex.

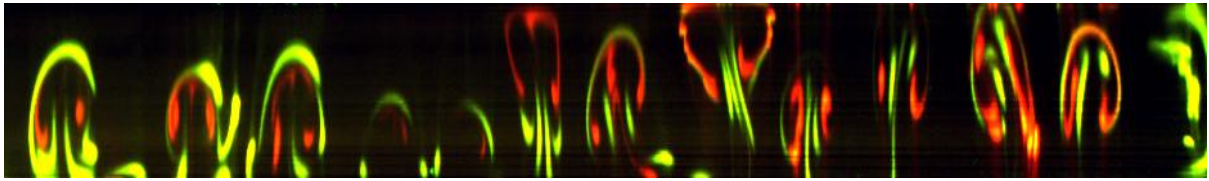


(a)

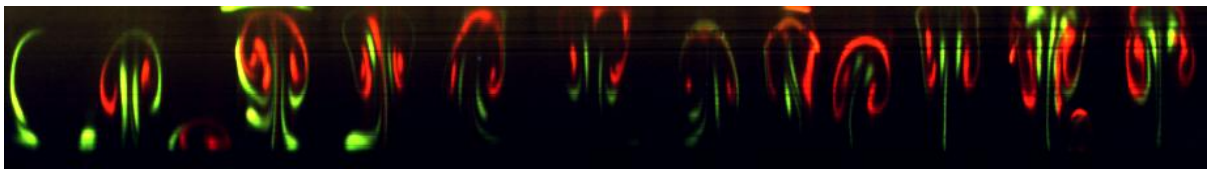


(b)

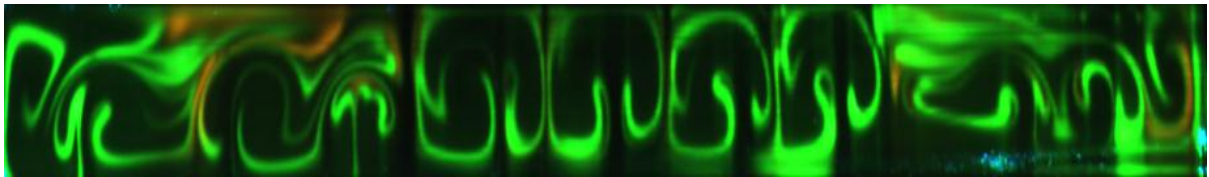




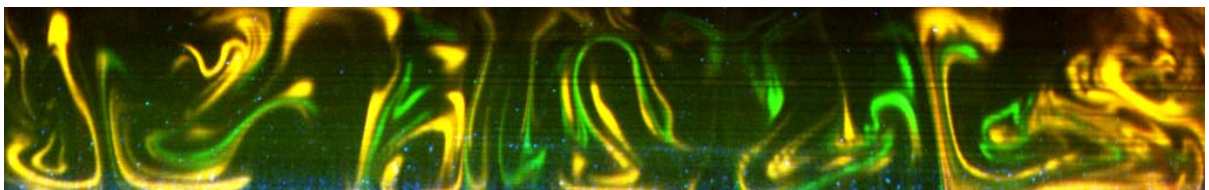
(c)



(d)



(e)



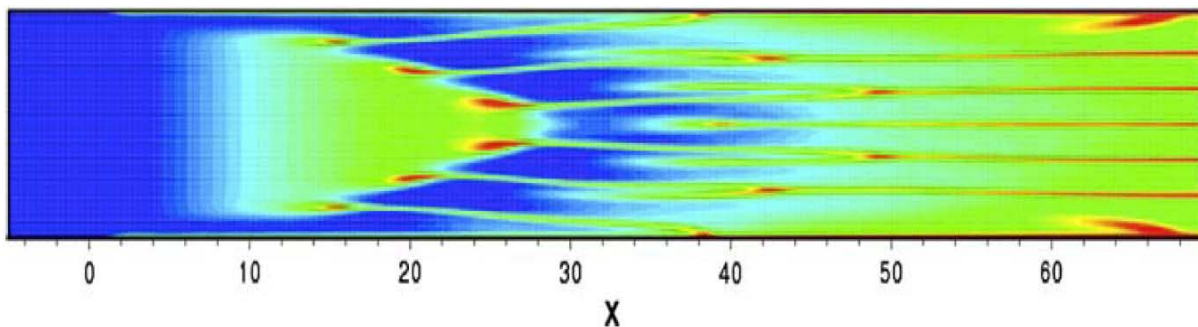
(f)

Figure 5.5 : Vues transversales dans six stations longitudinales ( $Re=105$ ,  $Ra=3,10 \cdot 10^{10}$ , (a)  $x= 12,1$  cm, (b)  $x= 14$  cm, (c)  $x= 16$  cm, (d)  $x= 30$ cm, (e)  $x= 70$  cm, (f)  $x= 75$  cm).

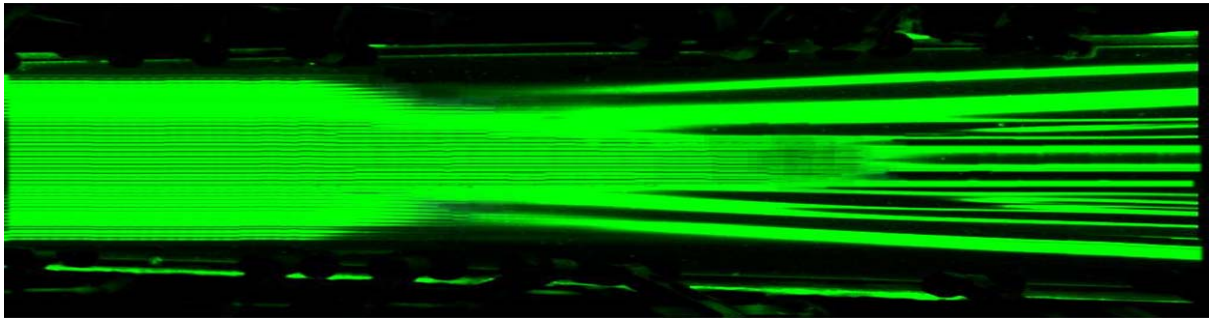
### 5.3.1 Premier mécanisme d'initiation des rouleaux

Le premier mécanisme d'initiation des rouleaux peut être observé pour des nombre du nombre Rayleigh faibles ou modérés. Dès que l'écoulement du fluide entre dans la zone chauffée, deux rouleaux longitudinaux sont d'abord initiés près des parois latérales et se développent ensuite progressivement vers le centre du canal, dans la direction de l'écoulement principal. En effet, près des parois latérales, la vitesse du fluide étant très faible, elle induit un transfert diffusif qui devient dominant, ceci induit localement un gradient horizontal de température. Ainsi, à une côte axiale et verticale donnée, la température est plus élevée que partout ailleurs selon la direction transversale. Par conséquent, un mouvement ascensionnel du fluide se développe près des parois latérales donnant naissances aux premiers rouleaux longitudinaux.

Pour illustrer ce mécanisme, la figure 5.6 montre des coupes longitudinales dans le plan XY ( $Z=\text{cte.}$ ). Ainsi, la figure 5.6 (a) présente le champ de température, obtenue numériquement pour  $Re = 50$  et  $Ra = 1,28 \times 10^4$ , près de la paroi chauffée inférieure ( $Z = 0,2$ ). En effet, on y distingue la trace thermique des rouleaux longitudinaux formant un cône convergent dans la zone d'établissement thermique. En outre, la figure 5.6 (b) montre une vue d'ensemble obtenue expérimentalement, par visualisation plan laser, on y distingue nettement la forme du cône. Plus en aval de l'écoulement, les rouleaux longitudinaux se développent en taille et en intensité et envahissent progressivement toute la section transversale au-delà d'une certaine distance, appelée longueur d'établissement des rouleaux et noté  $L_e$ , depuis le début de la zone de chauffée ( $X = 0$ ). Dans ces conditions opératoires, on observe que ses structures sont pleinement établis, que l'écoulement est stationnaire et qu'il est constitué de six paires de rouleaux à la distance  $X = 20$  à partir du début de la zone chauffée.



(a)

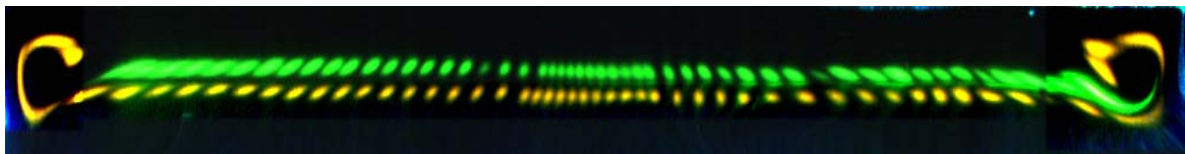


**(b)**

Figure 5.6 : Illustration du premier mécanisme d'initiation de R-L :

**(a)** Vue d'ensemble du champ de température obtenu numériquement,  $Re= 50$ ,  $Ra= 1,28 \times 10^4$ ,  $Z= 0,2$  ; **(b)** Vue d'ensemble obtenue expérimentalement,  $Re = 50$ ,  $Ra= 3 \times 10^4$ ,  $Z= 0,5$ .

Pour mieux clarifier la formation des R-L, nous suivons le développement de ces structures dans le sens de l'écoulement du fluide en s'arrêtant à différentes positions de la section transversale. La figure 5.7 illustre une coupe transversale, obtenue expérimentalement à  $X= 15$ . On voit progressivement apparaître deux R-L près des parois latérales, ailleurs c'est-à-dire dans la zone centrale de la section droite l'écoulement demeure de type Poiseuille sans aucune structure de convection mixte. Dans une autre position de la section transversale, notamment à  $X= 20$ , les deux premiers rouleaux ont induit deux autres rouleaux contigus par un effet de cascade visqueuse pour enfin envahir progressivement toute la section droite pour  $X \geq 50$ . Les rouleaux situés au centre de la zone centrale augmentent progressivement de taille et d'intensité et par conséquent les rouleaux situés près de la paroi latérale se trouvent comprimés pour devenir plus petit. Plus en aval de l'écoulement, à une distance  $X= 60$ , l'écoulement est pleinement établi. La structure de l'écoulement est parfaitement symétrique par rapport au plan médian longitudinal, elle est constituée de cinq paires de rouleaux centraux et deux rouleaux latéraux.



**(a)**  $X= 15$



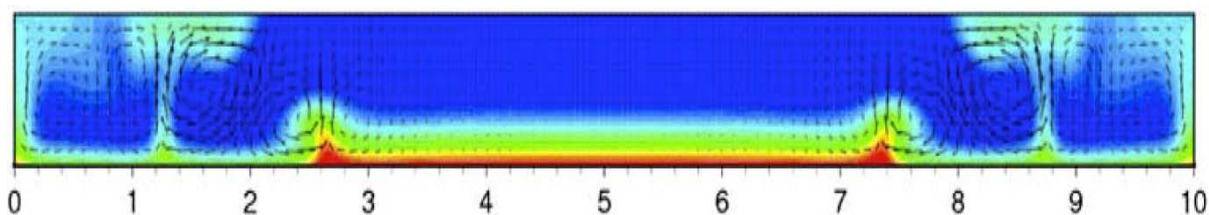
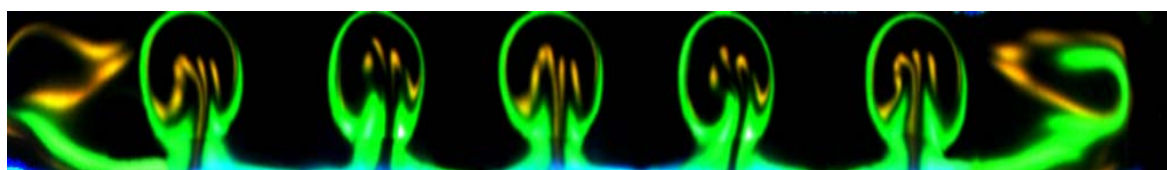
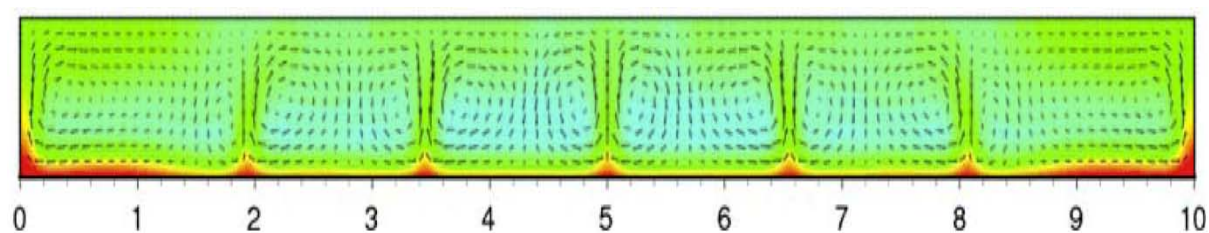
(b)  $X=20$ (c)  $X=20$ (d)  $X=60$ (e)  $X=60$ 

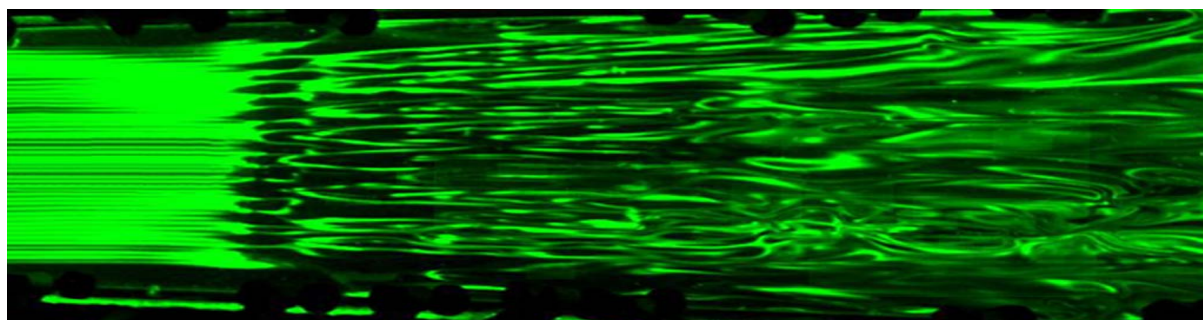
Figure 5.7 : Visualisation de rouleaux longitudinaux dans des sections transversales obtenus expérimentalement ( $Re=50$ ,  $Ra=1,28 \times 10^4$ ) et des champs de vitesses et de températures obtenus numériquement ( $Re=50$ ,  $Ra=3 \times 10^4$ ) ; (a)  $X=15$  (expérimental) ; (b), (c)  $X=20$  (expérimental et numérique); (d), (e)  $X=60$  (expérimental et numérique).

L'accroissement du rapport de Richardson  $Ra/Re^2$ , au-delà d'une certaine valeur, provoque un deuxième mécanisme d'initiation de rouleaux longitudinaux, qu'on décrira ci-dessous.

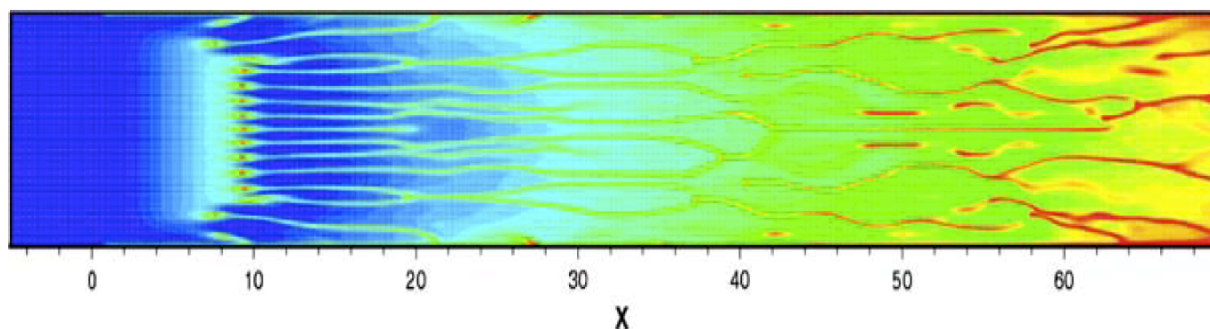
### 5.3.2 Deuxième mécanisme combiné d'initiation des rouleaux

Pour les mêmes valeurs du nombre de Reynolds ( $Re = 50$ ) mais avec des valeurs plus grandes du nombre de Rayleigh que ceux du paragraphe précédent, on peut observer un nouvel extra-mécanisme. Les rouleaux des parois latérales apparaissent toujours en premier, mais ici les rouleaux centraux, également dénommés panaches thermiques comme dans Gau et al [24], ne sont plus initiés par les effets visqueux, mais sont déclenchés par un gradient thermique supercritique, à la paroi inférieure. Pour des valeurs assez grandes du rapport  $Ra/Re^2$ , une instabilité similaire à celle de Rayleigh-Bénard se manifeste dans la couche limite thermique de la zone centrale de la section droite. Ainsi, comme dans le premier mécanisme, les deux premiers rouleaux longitudinaux sont initiés en premier près des parois latérales, voir figure 5.7 (a) ensuite ce n'est pas la cascade visqueuse qui donne naissance aux rouleaux centraux, mais c'est le gradient vertical de la température dans la couche limite thermique qui déclenche simultanément des paires de rouleaux dans l'ensemble de la section transversale entre les deux rouleaux latéraux. Dans ce cas, la convection naturelle se met en place, au même instant et à la même côte, sur l'ensemble de la section transversale.

Ce deuxième mécanisme est indépendant du premier, mais tous les deux interagissent aux voisinages des parois latérales. Ainsi, la figure 5.8 (a) montre une vue de dessus obtenue expérimentalement pour  $Re=50$ ,  $Ra= 1,5 \times 10^5$  et près de la paroi inférieure  $Z= 0,5$  ; quant à la figure 5.8 (b), elle affiche une vue d'ensemble du champ de température résultant de la simulation numérique pour  $Re=50$ . On peut observer que les rouleaux longitudinaux se développent simultanément dans la zone centrale à la paroi inférieure. Contrairement au cas précédent, tous les rouleaux centraux apparaissent à la même position longitudinale  $Le$  ( $Le=9$  pour le cas de la figure 5.8). Nous avons déterminé numériquement et expérimentalement que la transition entre les deux mécanismes se situe au environ de 18 pour un rapport de  $Ra/Re^2$ .



(a)

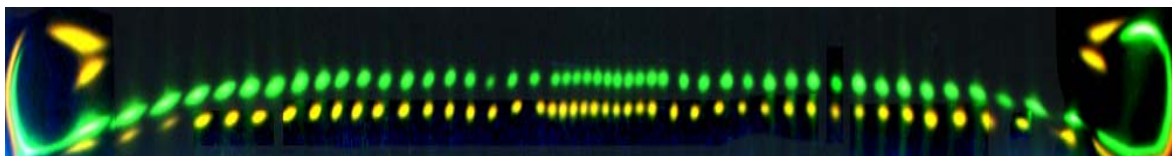


(b)

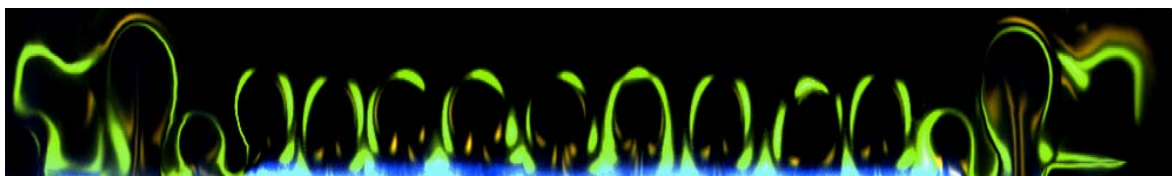
Figure 5.8 : Visualisation de l'écoulement avec la mise en place du deuxième mécanisme ; **(a)** Vue de dessus expérimentale ( $Re=50$ ,  $Ra= 1,5\times 10^5$  et  $Z=0,5$ ) ; **(b)** Vue d'ensemble du champ de température, obtenue par simulation numérique ( $Re=50$ ;  $Ra=5,13\times 10^4$ ;  $Z=0,2$ ).

Pour mieux éclairer le deuxième mécanisme d'initiation des rouleaux, nous avons représenté sur la figure 5.9 plusieurs coupes transversales prises à différentes stations dans la direction de l'écoulement. En effet, la figure expérimentale 5.9 **(a)** et numérique 5.10 **(a)** montrent respectivement pour que pour  $0 < X < 6$ , seuls les rouleaux près des parois latérales existent, un peu plus en aval de cette région d'entrée, tous les rouleaux de la zone centrale apparaissent simultanément, comme cela est représenté sur les figures 5.9 **(b)** et 5.10 **(b)**. Ces derniers se développent sur la couche limite thermique à la paroi inférieure et leur taille est presque égale à la hauteur du canal. Ces rouleaux longitudinaux se maintiennent parallèlement jusqu'à une certaine longueur ( $X= 18$  dans le cas de la figure 5.8) ensuite ils sont déstabilisés de sorte qu'un phénomène de dislocation ce qui engendre des stationnarités pouvant induire un système chaotique. Cette structure de tourbillons longitudinaux est exhibée dans des

observations expérimentales (figure 5.11) et simulations numériques 5.8 (b)). Toutefois on observe que cette structure a bifurqué plusieurs fois dans le sens de l'écoulement, néanmoins elle atteint le régime quasi-stationnaire dans le cas étudié.

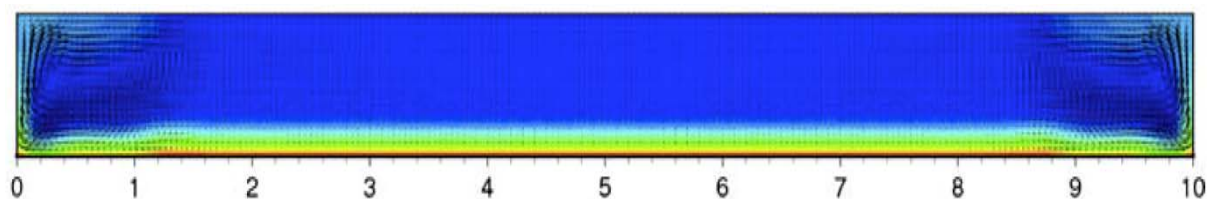


(a)

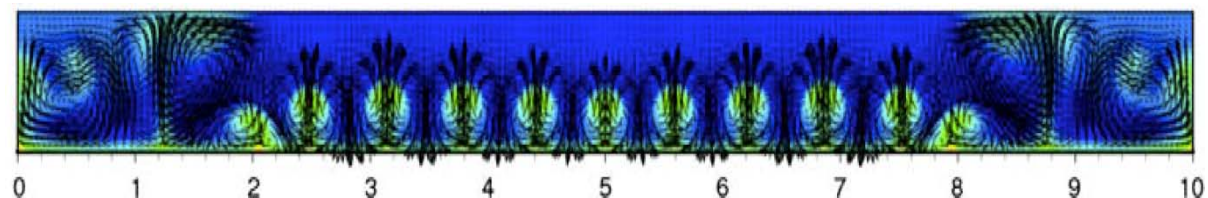


(b)

Figure 5.9 : Une vue expérimentale de la section transverse du canal pour  $Re=50$ ,  $Ra=10^5$ , à (a)  $X=2$  ; (b)  $X=8$ .



(a)



(b)

Figure 5.10 : Simulation numérique des champs de températures et de vitesses pour  $Re=50$ ,  $Ra=5,13 \times 10^4$ , à (a)  $X=6$  ; (b)  $X=9$ .



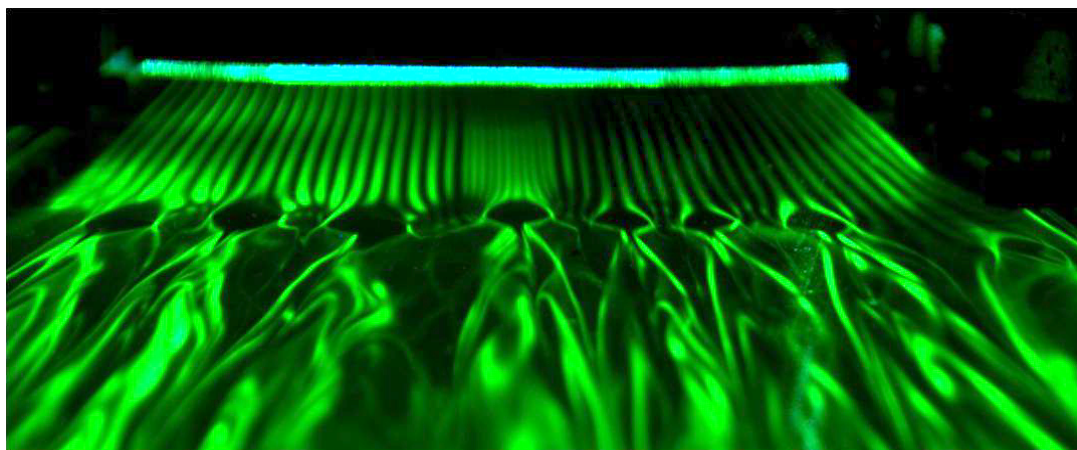


Figure 5.11 : Vue expérimentale globale de la structure de l'écoulement (  $Re=50$ ,  $Ra= 3,5\times 10^5$ )

Dans le but de se comparer aux précédentes études, nous allons d'abord considérer les résultats obtenus par Incropera et al [22] qui a étudié l'écoulement de l'eau en convection mixte pour de grandes valeurs de  $Re$  et de  $Ra/Re^2$  par rapport à notre présente étude. Les résultats communs qu'on peut souligner en premier, qu'à grandes valeurs du rapport  $Ra/Re^2$  plus grand est le nombre de panaches thermiques dans la section transversale et secundo, la structure de l'écoulement se développe dans la direction longitudinale en convection laminaire forcée, convection forcée mixte, transitoire et finalement turbulente.

Dans le cas de l'écoulement de l'air, Gau et al. [24] ont expérimenté l'écoulement de l'eau mais là encore le rapport  $Ra/Re^2$  est plus grand que dans notre présente étude, ils ont observé clairement comme dans notre présente étude, et aussi dans Benderradji et al [ ], des rouleaux longitudinaux près des parois latérales et des panaches de plumes dans leurs figures 2b et 2c, cependant ils n'avaient pas décrit leur formation. Comme dans leur travail, nous avons pu observer aussi en aval de l'écoulement, que certains tourbillons peuvent de combiner entre eux et conduisent à la formation de rouleaux longitudinaux convectifs.

Finalement, comme dans [22,24] nous avons aussi observé que dans ces configurations, la structure de l'écoulement est instationnaire.

Nous présentons dans ce qui suit l'évolution de la longueur d'établissement des rouleaux ( $Le$ ) en fonction des paramètres de contrôles ainsi que le transfert de chaleur associé.

#### 5.4 Longueur d'établissement des rouleaux

La longueur d'établissement, noté  $Le$ , correspond à la côte longitudinale à partir de laquelle les rouleaux longitudinaux envahissent toute la section droite. Dans les expérimentations ou simulations numériques que nous avons menées dans cette présente étude, les rouleaux dans la zone centrale apparaissent à différentes position en fonction des paramètres de contrôles. Nous avons donc représenté sur la figure 5.12, la longueur d'établissement des rouleaux ( $Le$ ) le long du plan longitudinal médian pour deux valeurs de  $Re$  et différentes valeurs de  $Ra$ . On peut observer sur la figure 5.12 que d'une part, que pour un nombre donné de Rayleigh, l'accroissement du nombre de Reynolds correspond à une augmentation de  $Le$ , et d'autre part pour un nombre de Reynolds donné, l'accroissement du nombre de Rayleigh induit une réduction de  $Le$ , comme c'est illustré sur la figure 5.13. On peut constater, dans cette figure que,  $Le$  varie de  $X= 46$  pour  $Ra= 1,3 \times 10^3$  à  $X= 21$  pour  $Ra= 1,8 \times 10^3$

D'ailleurs ces résultats sont en accord avec ceux de Park et al [26] relativement aux grandes valeurs du nombre de Rayleigh et confirment que la détection de la distance est plus grande que celle de la distance correspondant à l'instabilité intrinsèque.

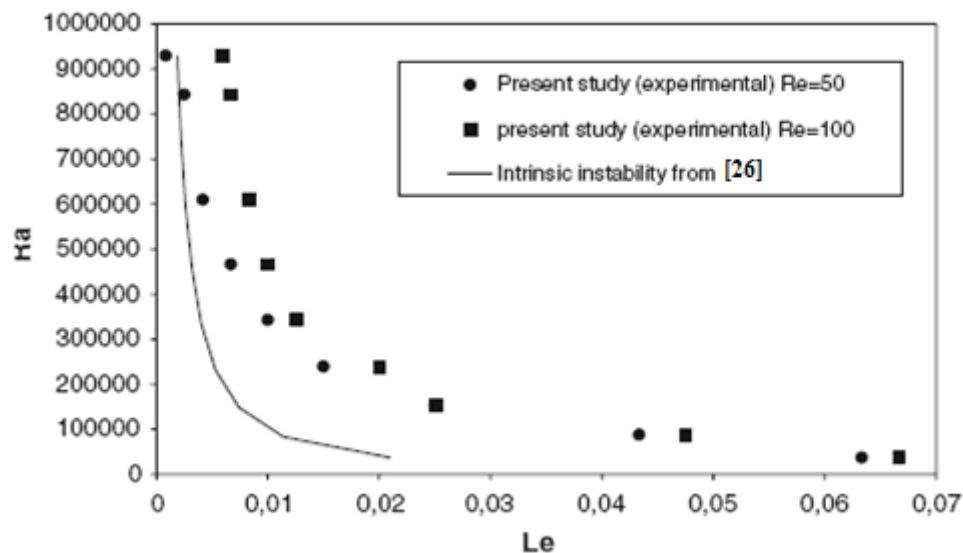
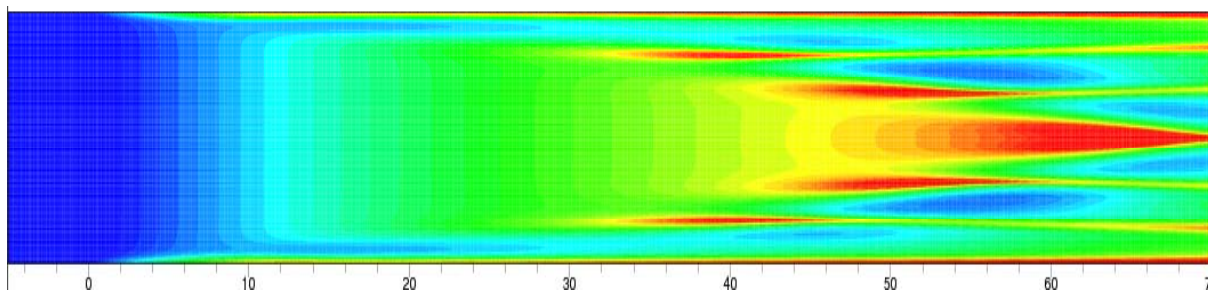
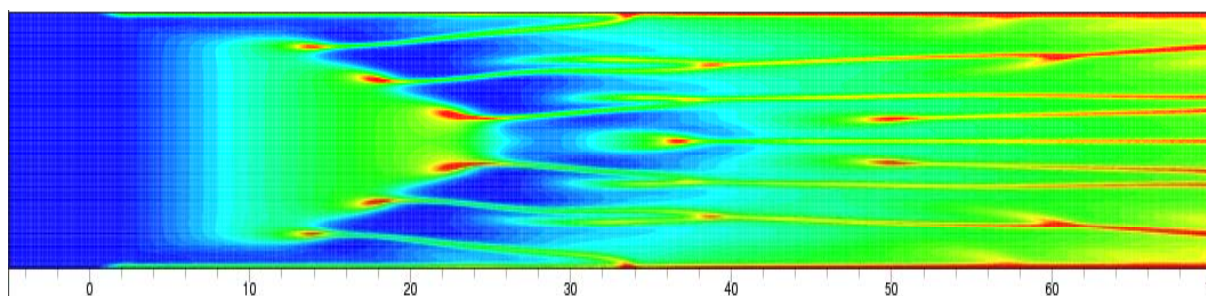


Figure 5.12: Longueur expérimentale d'établissement des rouleaux en fonction du nombre de Rayleigh, pour deux nombre de Reynolds ( $Re= 50 ,100$ ).



(a)



(b)

Figure 5.13: Simulation numérique du champ de température ( $Re=50, Z=0,2$ )

(a)  $Ra=1,3 \times 10^3, X=46$  ; (b)  $Ra=1,8 \times 10^4, X=21$ .

### 5.5 Transfert de chaleur

On doit rappeler que dans cette configuration un flux constant est appliqué à la paroi inférieure tandis que les autres parois du canal sont supposées adiabatiques. Cela signifie qu'une température moyenne évolue en permanence le long du canal différemment à la configuration classique de Poiseuille-Rayleigh-Bénard. Dans cette partie, seulement est utilisée la simulation numérique pour déterminer les profils de température ainsi que les nombres de Nusselt. La figure 5.14 affiche le profil de température déterminé dans une section droite à  $Z=0,2$  pour positions longitudinales et deux nombres de Rayleigh. Pour la faible valeur du nombre de Rayleigh considéré ( $Ra=1,28 \times 10^4$  dans la figure 5.14 (a)), le profil de température est parfaitement symétrique alors que pour les grandes valeurs du nombre de Rayleigh, il devient asymétrique par rapport au plan vertical médian. La figure

5.15 affiche les profils transversaux relatifs au nombre de Nusselt local. On peut observer l'influence de l'écoulement secondaire induit par la force de flottabilité sur le transfert de chaleur local. Les grandes valeurs du nombre de Rayleigh conduisent à de grandes fluctuations du nombre de Nusselt dans la section transversale.

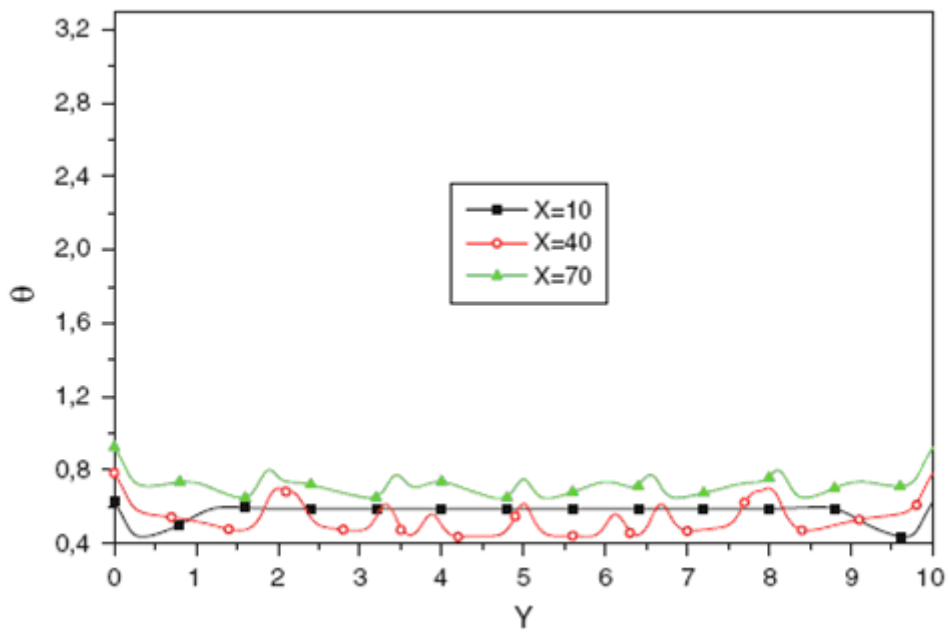
Dans le but d'analyser l'évolution longitudinale du transfert de chaleur, nous avons représenté sur la figure 5.16, la moyenne transversale du nombre de Nusselt local dans le sens de l'écoulement pour trois valeurs du nombre de Rayleigh dans le cas de la convection forcée [37]. La moyenne transversale du nombre de Nusselt local est obtenue à l'aide de la relation suivante :

$$\text{Nu}_{\text{sa}}(X) = - [d\theta(X)/Dz]_{\text{sa}} H / \theta_{\text{sa}}(X) - \theta_{\text{av}}(X)$$

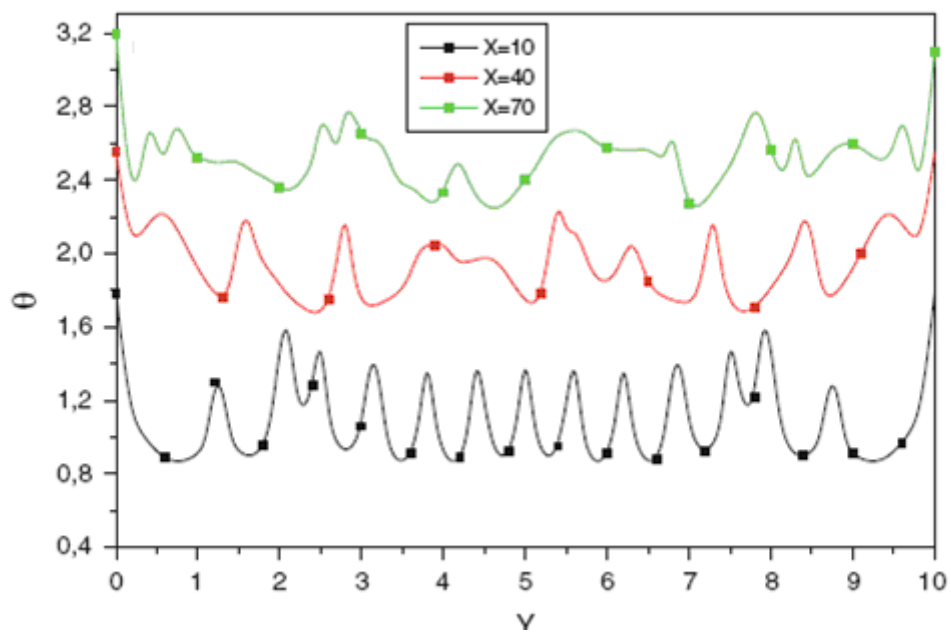
où  $\theta_{\text{sa}}(X)$  et  $[d\theta(X)/Dz]_{\text{sa}}$  correspondent respectivement à la température moyenne transversale adimensionnelle de la paroi inférieure et du gradient vertical adimensionnel à  $Z=0$ . D'ailleurs,  $\theta_{\text{av}}(X)$  correspond à la température moyenne du fluide dans la section droite.

En convection mixte, les nombres de Nusselt sont plus grands que dans le cas de la convection forcée [37] tout au long du canal à cause de l'amélioration du transfert de chaleur induit par la convection naturelle. Ils diminuent d'abord au même rythme que dans la convection forcée et augmentent ensuite vers un maximum pour décroître légèrement de nouveau. L'augmentation des nombres de Nusselt correspond à l'apparition de la convection naturelle et leur maximum est atteint à  $X=Le$ . On peut distinguer les deux différentes tendances des deux mécanismes sus cités relatifs à l'initiation des rouleaux longitudinaux. L'un est relatif aux faibles valeurs du nombre de Rayleigh (le scénario de l'initiation des rouleaux près des parois) où l'apparition progressive des rouleaux dans le sens de l'écoulement est associée à une faible pente ( $\text{Ra}=1,28 \times 10^4$ ), alors que l'autre est relatif aux grandes valeurs du nombre de Reynolds (les deux scénarios d'initiation aux parois latérales et au centre) où l'apparition simultanée des rouleaux dans la section transversale correspond à une forte pente du nombre de Nusselt à  $X=Le$ .



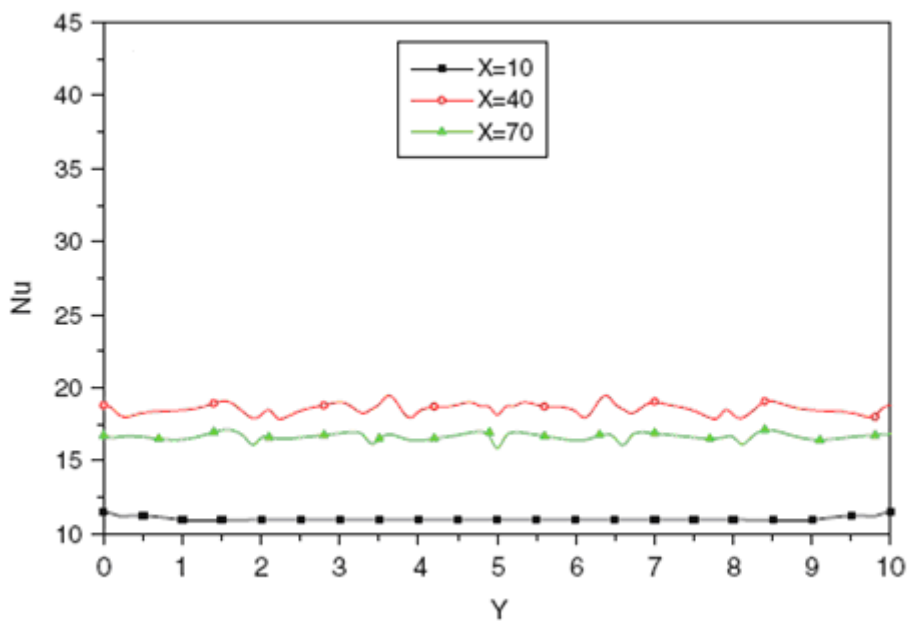


(a)

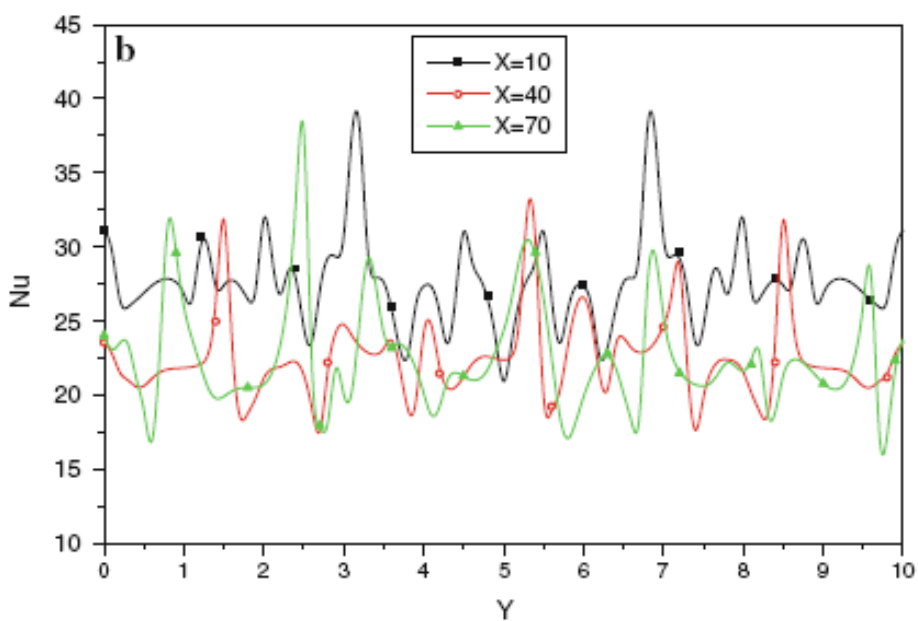


(b)

Figure 5.14: Simulation numérique des profils de température transversale adimensionnelle à trois côtes longitudinales ( $X=10, 40, 70$ ), pour  $Re=50$  et deux nombres de Rayleigh : (a)  $Ra=1,28 \times 10^4$ , (b)  $Ra=5,13 \times 10^4$ .



(a)



(b)

Figure 5.15 : Simulation numérique du profil du nombre de Nusselt local transverse à trois cotes longitudinales ( $X= 10, 40, 70$ ), pour  $Re= 50$  et deux nombres de Rayleigh: (a)  $Ra= 1,28 \times 10^4$ , (b)  $Ra= 5,13 \times 10^4$ .

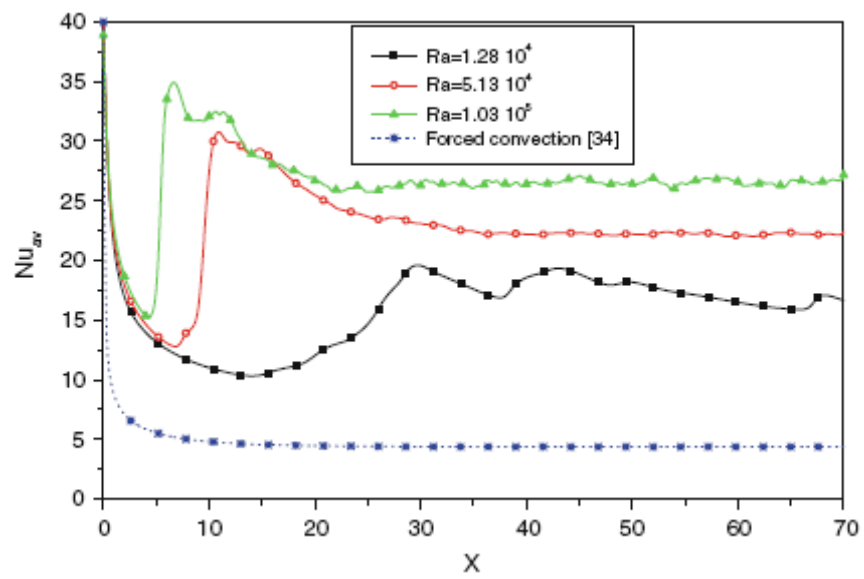


Figure 5.16 Simulation numérique du profil de la moyenne transversale du nombre de Nusselt pour trois valeurs du nombre de Rayleigh avec le cas de la convection forcée ( $1,28 \cdot 10^4$ ;  $5,13 \cdot 10^4$ ;  $1,03 \cdot 10^5$ )

# **Conclusion générale et perspectives**

## Conclusion générale et perspectives

L'étude que nous avons menée avait comme objectif d'étudier le comportement d'un écoulement en convection mixte dans un canal uniformément chauffé par le bas avec un rapport d'aspect transversal  $\Gamma = 10$ . Les valeurs considérées du nombre de Rayleigh sont élevées. Par ailleurs, pour des rapports  $Ra/Re^2$  inférieurs approximativement à 18, le mécanisme classique bien connu d'initiation de rouleaux est lié à la situation où la convection naturelle est déclenchée par un effet de parois latérales (paroi à extension latérale finie). Il induit d'abord deux rouleaux longitudinaux près des parois latérales, qui provoquent progressivement une cascade de paires de rouleaux jusqu'à ce qu'ils envahissent la totalité pour  $0 \leq X \leq Le$ . Pour des rapports  $Ra/Re^2$  supérieurs à 18, une instabilité de type Rayleigh-Bénard prend place dans la partie de la zone centrale, loin des parois latérales. De nouveau, comme dans le premier cas l'effet des parois latérales génère les premiers rouleaux longitudinaux, mais au lieu qu'on assiste à la cascade consécutive le gradient de température vertical dans la couche limite inférieure déclenche simultanément des paires de rouleaux longitudinaux dans toute la zone transversale entre les deux rouleaux latéraux suscités. Dans ce cas là, donc, la convection naturelle se met en place, au même instant et à la même cote  $Le$ , sur toute la section droite.

En outre, la structure du flux résultant a un impact favorable sur le transfert de chaleur : le nombre de Nusselt a significativement augmenté comparativement au cas de la convection pure.

Cette amélioration est induite par les rouleaux longitudinaux qui contribue à inonder d'une façon la paroi chaude avec du fluide froid.

A partir du dispositif expérimental installé au laboratoire, les perspectives de travail sont variées. Parmi les travaux à réaliser, nous devons déterminer expérimentalement les champs de vitesse dans l'écoulement en utilisant la vélocimétrie par imagerie de particules ou PIV. Cette méthode permet l'obtention des champs de vitesse en 2D ou 3D d'écoulements préalablementensemencés de particules traçantes. L'obtention de champs instantanés de vitesse permet une meilleure compréhension des phénomènes instationnaires et une visualisation rapide des champs dynamiques dans l'écoulement.

Pour mesurer la température en phase liquide, il existe une nouvelle technique, la thermométrie à base de Fluorescence qui est une technique non intrusive où le milieu d'intérêt

est observé à distance, de cette manière on peut mesurer la température de l'eau, en chaque point de l'espace à l'intérieur du canal, tout en tenant compte de la contrainte du caractère non intrusif de la mesure : ici il n'est pas souhaitable de modifier le milieu pendant le sondage , ni de percer les parois du canal , c'est un détail important si l'on souhaite effectuer des mesures in situ et confronter les résultats expérimentaux avec ceux issus des simulations numériques 3D.

## Annexe A

### Détermination de la résolution de maille appropriée.

Pour gagner du temps dans le calcul de la solution l'analyse de convergence spatiale a été réalisée pour une configuration de régime stationnaire, qui correspond à un ensemble un ensemble de paramètres suivants :  $Pr= 6,7$  ;  $Re= 50$  et  $Ra= 1,28 \times 10^4$  . Profitant de l'avantage que cette configuration conduit à une structure symétrique de rouleaux longitudinaux par rapport au plan longitudinal médian, on peut considérer un domaine de calcul réduit seulement à une moitié du domaine physique. Nous avons considéré pour cette analyse de convergence spatiale trois mailles en discrétisant une moitié du domaine physique, tout en considérant la symétrie des conditions au limites sur le plan longitudinal vertical médian. Les trois mailles sont constituées tri-quadratique éléments finis hexaédriques, uniformément distribuées le long des directions X, Y et Z. Leur description individuelle est donnée dans la table 1.

	Tailles du domaine dans les directions X, Y et Z	H27 FE dans les directions X, Y et Z	Nœuds dans les directions X, Y et Z	Total des nœuds de maille
M1	75 x 5 x 1	375 x 50 x 10	751 x 101 x 21	1 592 871
M2	75 x 5 x 1	375 x 75 x 15	751 x 151 x 31	3 515 431
M3	75 x 5 x 1	375 x 100 x 20	751 x 201 x 41	6 188 991

Table 1 : Maillage considérés dans l'analyse de convergence spatiale

Comparons les résultats obtenus pour les trois mailles, quantitativement et qualitativement. Tout d'abord, on observe les isothermes à la paroi chauffée inférieure et comparer qualitativement bien entre les mailles grossières et fines de la figure A.1 ou entre les **mailles intermédiaires et fines** de la figure A.2. Par ailleurs, nous avons aussi comparé quantitativement les trois mailles considérés. Le profil de la température transversale est aussi

représenté à trois cotes longitudinales, cf. figure A.3(a) et finalement la composante transversale verticale de la vitesse est représentée sur les trois mailles, au milieu de la hauteur du canal et trois positions longitudinales, cf. figure A.3(b). Finalement, nous avons comparé pour des valeurs élevées du nombre de Rayleigh ( $Re= 50$ ,  $Ra= 5,13 \times 10^4$ ), la valeur moyenne transversale du nombre de Nusselt en fonction de la direction longitudinale pour une résolution de deux mailles (M1 et M3). On peut observer que les mailles grossières surestiment légèrement le nombre de Nusselt (moins de 4%) et sous-estiment la longueur d'établissement des rouleaux (moins que 6%). On peut conclure à partir de ces figures A1-A5 que les trois mailles sont qualitativement capable de représenter cette présente convection mixte et d'ailleurs la convergence spatiale a été déjà atteinte pour la maille M2, depuis qu'aucune différence substantiel n'a pu être observé comparativement aux fines mailles M3

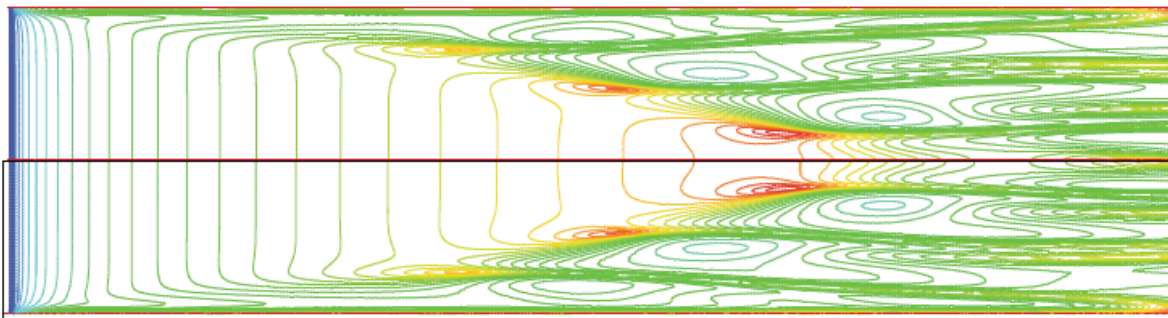


Figure A-1 Simulation du champ de température au-dessus de la paroi chauffée. . Comparaison entre les isothermes calculées avec des mailles fines M3 (partie supérieure) et mailles grossières M1 (partie inférieure).

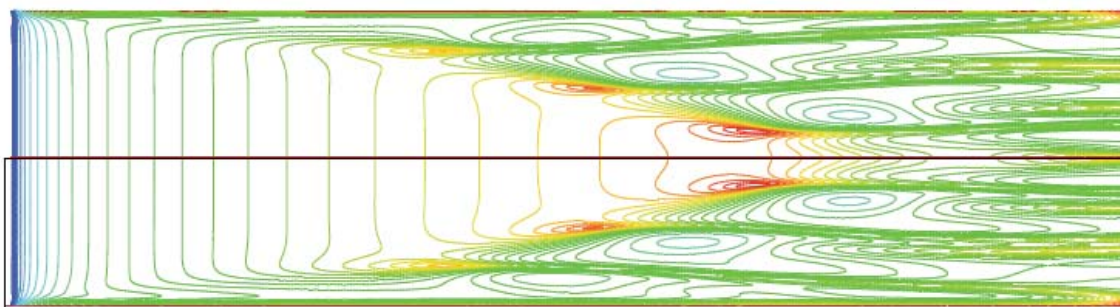
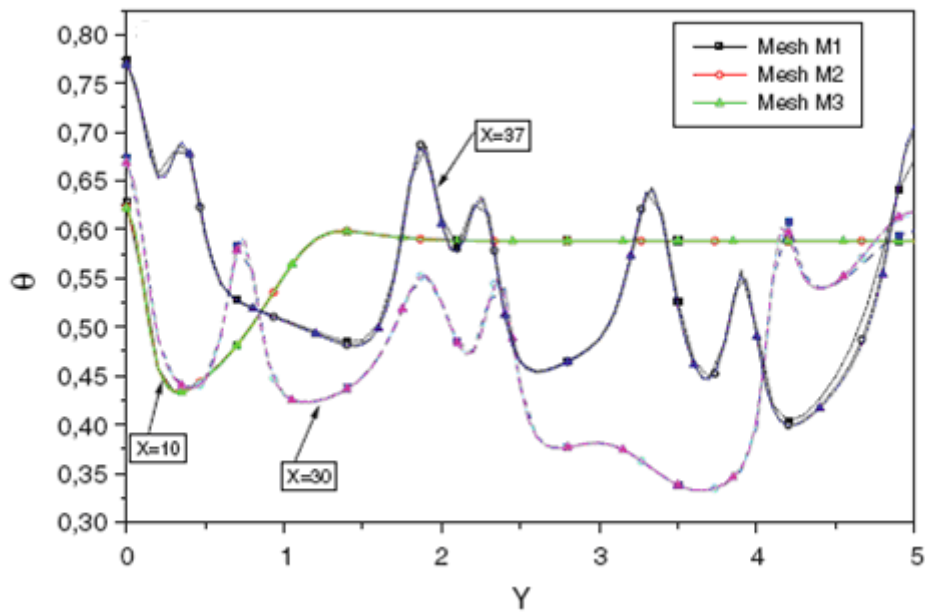
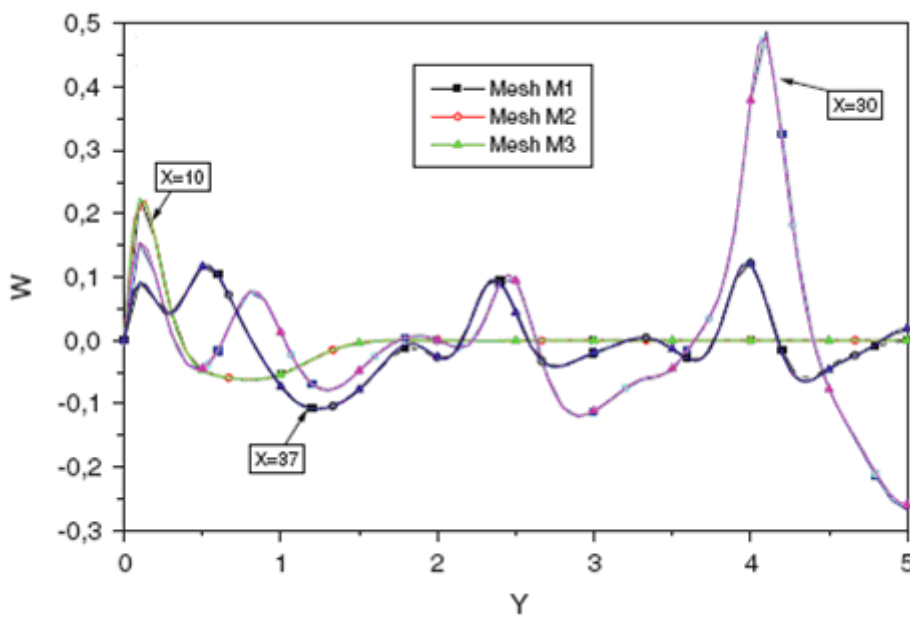


Figure A-2 Champ de température au-dessus de la paroi chauffée. Comparaison entre les isothermes calculés avec des mailles fines M3 (partie supérieure) et mailles intermédiaires M2 (partie inférieure).





(a)



(b)

Figure A3 (a) Simulation de la température adimensionnelle transversale au dessus de la paroi chauffée, pour trois abscisses longitudinales et pour trois mailles ; (b) Simulation numérique transversale de la composante de la vitesse verticale adimensionnelle à mi-hauteur du canal, pour trois abscisses longitudinales et pour trois mailles.

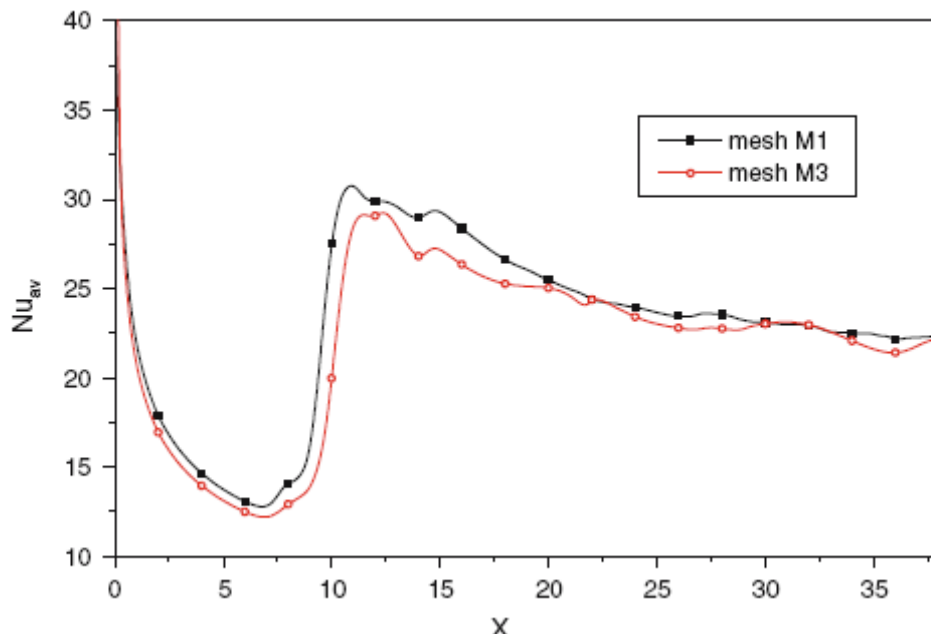


Figure A-4 Simulation moyenne transversale du nombre de Nusselt au dessus de la paroi chauffée pour  $Re= 50$  ;  $Ra= 5,13 \times 10^4$  et deux résolution spatiales (M1= 375 x 100 x 10 et M3= 375 x 200 x 20)

---

## Bibliographie

- [1] Mori Y, Uchida Y (1966) Forced convection heat transfer between horizontal flat plate. *Int J Heat Mass Transf* 9:803–817
- [2] Ostrach S, Kamotani Y (1975) Heat transfer augmentation in laminar fully developed channel flow by means of heating from below. *ASME J Heat Transf* 97:220–225
- [3] Kamotani Y, Ostrach S (1976) Effect of thermal instability on thermally developing laminar channel flow. *ASME J Heat Transf* 98:62–66
- [4] Kamotani Y, Ostrach S, Miao H (1979) Convective heat transfer augmentation by means of thermal instability. *ASME J Heat Transf* 101:222–226
- [5] Gage KS, Reid WH (1968) The stability of thermally stratified plane Poiseuille flow. *J fluid mech* 33:21–32
- [6] Luijkx JM, Platten JK, Legros JC (1981) On the existence of thermoconvective rolls, transverse to a superimposed mean Poiseuille flow. *Int J Heat Mass Transf* 24:1287–1291
- [7] Luijkx JM (1983) Influence des parois latérales sur l'apparition de la convection libre, Forcée et mixte, Thèse de doctorat de l'Université d'état de Mons, Belgique.
- [8] Ouazzani MT, Caltagirone JP, Meyer G, Mojtabi A (1989) Etude numérique et expérimentale de la convection mixte entre deux plans horizontaux à températures différentes. *Int J Heat Mass Transf* 32:261–269
- [9] Ouazzani MT, Platten JK, Mojtabi A (1990) Etude expérimentale de la convection mixte entre deux plans horizontaux à températures différentes-II. *Int J Heat Mass Transf* 33: 1417– 1427
- [10] Yu CH, Chang MY, Lin T.F (1997a) Structures of moving transverse and mixed rolls in mixed convection of air in a horizontal plane channel. *Int J Heat Mass Transf* 40: 333–346.
- [11] Yu CH, Chang MY, Huang CC, Lin TF, Unsteady vortex roll structures in a mixed convective air flow through a horizontal plane channel: A numerical study, *Int J Heat Mass Transf* 40: 505–518.
- [12] Lin WL, Ker YT, Lin TF (1996) Experimental observation and conjugated heat transfer analysis of vortex flow development in mixed convection of air in a horizontal rectangular duct. *Int J Heat Mass Transfer* 39: 3667–3683.

- 
- [13] Nicolas X, Mojtabi A, Platten JK (1997) Two dimensional numerical analysis of the Poiseuille–Bénard flow in a rectangular channel heated from below. *Phys Fluids* 9:337–348
- [14] Nicolas X (2002) Revue bibliographique sur les écoulements de Poiseuille-Rayleigh-Bénard: écoulements de convection mixte en conduites rectangulaires horizontales chauffées par le bas *International. J Therm Sci* 41:961–1016
- [15] Carrière P, Monkewitz PA (1999) Convective versus absolute instability in mixed Rayleigh-Bénard- Poiseuille convection. *J Fluid Mech* 384:243–262
- [16] Pabiou H, Mergui S, Bénard C (2005) Wavy secondary instability of longitudinal rolls in Rayleigh–Bénard–Poiseuille flows. *J Fluid Mech* 542:175–194
- [17] Clever RM, Busse FH (1991) Instabilities of longitudinal rolls in a fluid of moderate Prandtl number. *J Fluid Mech* 91:319–335
- [18] Maughan JR, Incropera FP (1987) Experiments on mixed convection heat transfer for airflow in a horizontal rectangular and inclined channel. *Int J Heat Mass Transf* 30:1307–1318
- [19] Maughan JR, Incropera FP (1990) Regions of heat transfer enhancement for laminar mixed convection in a parallel plate channel. *Int J Heat Mass Transf* 33:555–570
- [20] Incropera FP, Knox AL, Schutt JA (1986) Onset of thermally driven secondary flow in horizontal rectangular duct. *Int. Heat Transfer Conf. vol. 3 San Francisco, CA USA*, pp 1395–1400
- [21] Maughan JR, Incropera FP (1987) Secondary flow in horizontal channels heated from below. *Exp Fluids* 5:334–343
- [22] Incropera FP, Knox AL, Maughan JR (1987) Mixed convection flow and heat transfer in the entry region of a horizontal rectangular duct. *J Heat Transf* 109 :434–439
- [23] Liu CW, Gau C (2004) Onset of secondary flow and enhancement of heat transfer in horizontal convergent and divergent channels heated from below. *Int J Heat Mass Transf* 47:5427–5438
- [24] Gau C, Liu CW, Huang TM, Aung W (1999) Secondary flow enhancement of heat transfer in horizontal parallel-plate and convergent channels heating from below. *Int J Heat Mass Transf* 42:2629–2647

- 
- [25] Kim MC, Chung TJ, Choi CK (2003) The onset of convective instability in the thermal entrance region of plane Poiseuille flow heated uniformly from below. *Int J Heat Mass Transf* 46:2629–2636
- [26] Park JH, Chung TJ, Yun ES, Kim MC, Choi CK (2006) The onset of longitudinal vortex rolls in the thermal entrance region of plane Poiseuille flow heated with a constant heat flux. *Int J Heat Mass Transf* 49:3708–3716
- [27] Bonnefoi C, Abid C, Medale M, Papini F (2004) Poiseuille–Bénard instability in a horizontal rectangular duct water flow. *Int J Therm Sci* 43:791–796
- [28] Abid C, Médale M, Papini F, Cerisier P (2006) Mixed convection in a horizontal rectangular duct heated from below. *Int J Low Carbon Technol* 1(3):236–244
- [29] Gray DD, Giorgini A (1976) The validity of the Boussinesq approximation for liquids and gases. *Int J Heat Mass Transfer* 19:545–551
- [30] Nicolas X, Luijkx JM, Platten JK (2000) Linear stability of mixed convection flows in horizontal rectangular channels of finite transversal extension heated from below. *Int J Heat Mass Transf* 43:589–610
- [31] Papanastasiou TC, Malamataris N, Ellwood K (1992) A new outflow boundary condition. *Int J Num Meth Fluids* 14:587–608
- [32] De Boer PCT (1984) Thermally driven motion of strongly heated fluids. *Int J Heat Mass Transf* 27:2239–2252
- [33] Perry's, Chemical engineers' handbook. (1997) Mc Graw-Hill
- [34] Medale M, Cerisier P (2002) Numerical simulation of Bénard-Marangoni convection in small aspect ratio containers. *Num Heat Trans A* 42:55–72.
- [35] Guermond JL, Shen J (2003) A new class of truly consistent splitting schemes for incompressible flows. *J Comp Phys* 192:262–276
- [36] Balay S, Buschelman K, Gropp WD, Kaushik D, Knepley MG, Curfman McInnes L, Smith BF, Zhang H (2007) Petsc web pages, <http://www.mcs.anl.gov/petsc>
- [37] Incropera FP, Dewitt DP (1996) Fundamentals of heat and mass transfer, John Wiley Edition, 4th edn, USA Heat Mass Transfer.
- [38] Chang MY, Yu CH, Lin TF (1997) Structures of moving transverse and mixed rolls in mixed convection of air in a horizontal plane channel. *Inter J Heat Mass Transfer* 40(2): 333–346.
- [39] Luijkx JM, Platten JK (1981) On the onset of free convection in a rectangular

- 
- channel. *J. Non-Equilibrium Thermodyn.* 6(3): 141-158
- [40] Chen SS, Lavine AS (1996) Laminar, buoyancy induced flow structures in a bottom, aspect ratio 2 duct with through flow. *Int J Heat Mass* 39 (1): 1-11
- [41] Bonnefoi C (2003) Contribution à l'étude des instabilités thermoconvectives en conduite rectangulaire chauffée par la bas. Thèse de doctorat de l'Université de Provence, France.
- [42] Abid C, Papini F, Ropke A (1997) L'intermittence spatio-temporelle dans un écoulement cylindrique en circuit ouvert : détermination du champ de température par infogragraphie infrarouge. *J. Phys. III France* 3, 255-266
- [43] Abid C (1994) Etude des instabilités dans un écoulement ouvert horizontal, soumis à un phénomène de convection mixte, *Ann. Phys. Fr.* N° 19, 287 – 294
- [44] Abid C (1994) Etude des instabilités dans un écoulement ouvert horizontal, soumis à un phénomène de convection mixte, *Ann. Phys. Fr.* N° 19, 287 – 294
- [45] Abid C, Papini F, Ropke A (1995) Turbulence et chaos dans un conduit horizontal soumis à un phénomène de convection mixte. *Int J Heat Transf* 38(2) : 287-294
- [46] Koffi KF (2006) Etudes d'instabilités thermoconvectives en conduite rectangulaire horizontale chauffée par une paroi verticale. Thèse de doctorat de l'Université de Provence , France.
- [47] Ouazzani MT (1991) Transferts thermiques et mécaniques des écoulements de convection mixte. Thèse de doctorat de l'Université de Mons-Hainaut, Belgique
- [48] Ouazzani MT, Platten JK, Mojtabi A (1997) Intermittent patterns in mixed convection. *Appl. Sci. Res.* 51: 677- 685
- [49] Huang CC, Lin TF (1994) Buoyancy induced flow transition in mixed convective flow of air trough a bottom heated horizontal rectangular duct. *Int J Heat Mass* 37(8): 1235-1255.
- [50] Huang CC, Lin TF (1994) Vortex flow and thermal characteristics in mixed convection in a horizontal rectangular duct: effect of Reynolds and Grashof numbers. *Int J Heat Mass Transf* 38(9): 1661-1674
- [51] Lin WL, Ker YT, Lin TF (1996) Experimental observation and conjugated heat transfer Analysis for vortex flow development in mixed convection of air in a horizontal rectangular duct. *Int J Heat Mass Transf* 39(17): 3667-3683

- [52] Lin WL, Lin TF (1996a). Experimental study of unstable convection of air in a bottom heated horizontal duct. *Int J Heat Mass Transf* 39(8): 1649-1663
- [53] Lin WL, Lin TF (1996b) Unstable aiding and opposing mixed convection of air in a bottom-heated rectangular duct slightly inclined from horizontal. *Int J Heat Mass Transf* 39(118): 47-55
- [54] Yu CH, Lin TF (1997) Effects of aspect ratio on vortex flow patterns in mixed convection of air through a bottom-heated horizontal rectangular duct. *Num Heat Transfer Part. A, Vol. 31: 745-764*
- [55] Chang MY, Yu CH, Lin TF (1997a) Changes of longitudinal vortex roll structure in a mixed convective air flow through a horizontal plane channel: an experimental study. *Int J Heat Mass Transf* 40(2): 347-363
- [56] Lir JT et al (2001) Vortex flow near critical state for onset of convection in air flow through a bottom heated horizontal flat duct. *Int J Heat Mass Transf* 44: 705-719
- [57] Cheng TC (2002) Stationary transverse rolls and U-rolls in limiting low Reynolds number mixed convective air flow near the convective threshold in a horizontal flat duct. *Int J Heat Mass Transf* 45: 1211-1227.
- [58] Lin TC (2003) Buoyancy driven vortex flow and thermal structures in a very low Reynolds number mixed convective gas flow through a horizontal channel. *Int J Heat Mass Transf* 24: 299-309
- [59] Platen JK, Legros JC (1984) *Convection in liquids*. Springer Verlag.
- [60] Medale M (2000) *Simulation numérique d'écoulements thermo-convectifs et à interfaces mobiles*. H.D.R de l'Université de Provence, Aix Marseille 1, France.
- [61] Fox RW, McDonald AT (1978) *Introduction to Fluid Mechanics*. John Wiley and sons, New York.
- [62] Benderradji A et al (2008) Characterisation of fluid flow and heat transfer in horizontal channel mixed convection. *Heat Mass transfer* 44 : 1465-1476.









