



Université Batna 2 – Mostefa Ben Boulaïd
Faculté de Technologie
Département d'Electronique



Thèse

Préparée au sein du laboratoire LEA, Batna 2

Présentée pour l'obtention du diplôme de :
Doctorat LMD en Electronique
Option : Contrôle industriel

Sous le Thème :

**Mise en place de processus de commande et d'observation en
vue de contrôler un « quadrotor »**

Présentée par :

Djihad MATOUK

Devant le jury composé de :

M. Said AOUGHLENT	Prof.	Université de Batna 2	Président
M. Foudil ABDESSEMED	Prof.	Université de Batna 2	Rapporteur
M. Abdelouahab HASSAM	Prof.	Université de Sétif 1	Examineur
M. Mohamed BOUMEHRAZ	Prof.	Université de Biskra	Examineur
M. Khierdine CHAFAA	Prof.	Université de Batna 2	Examineur
M. Khier BENMAHAMMED	Prof.	Université de Sétif 1	Invité

Le 17 janvier 2023

Remerciements

Je remercie en premier lieu, le Tout puissant Allah pour m'avoir donné le courage, la patience, la volonté d'affronter toutes les difficultés et les obstacles durant toutes mes années d'études et jusqu'à l'accomplissement de ce travail.

D'abord, je ne remercie jamais assez mon directeur de thèse Monsieur Foudil ABDESSEMED, Professeur à l'université Batna 2, pour avoir accepté de diriger cette thèse, sans épargner aucun effort quant à la rédaction, aux inestimables orientations, à ma prise en charge d'une manière attentive et de l'encadrement dont j'ai bénéficié. Qu'il croie à ma gratitude, pour sa patience, ses encouragements et ces judicieux conseils.

Comme je tiens aussi à exprimer ma reconnaissance envers Monsieur Rochdi MERZOUKI, Professeur à l'université de Lille pour m'avoir offert la possibilité d'effectuer un stage au sein du laboratoire CRISStAL, Université de Lille.

J'adresse mes plus vifs remerciements et ma profonde gratitude à Monsieur Said AOUGHLENT, Professeur à l'université de Batna 2 pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury de ma thèse.

Également, je tiens à remercier l'ensemble des membres du jury qui m'ont fait l'honneur d'accepter d'examiner et d'évaluer mon travail :

M. Abdelouahab HASSAM, Professeur à l'université Sétif 1

M. Mohamed BOUMEHRAZ, Professeur à l'université de Biskra

M. Khierdinne CHAFAA, Professeur à l'université Batna 2

M. Khier BENMAHAMMED, Professeur à l'université Sétif 2.

Enfin, je ne serais qu'heureuse de pouvoir témoigner ma reconnaissance envers tous ceux qui m'ont aidé à divers titres, et ayant contribué à l'aboutissement de la présente thèse.

Djihad MATOUK

Dédicace

À la mémoire de ceux

qui m'ont beaucoup aimée et soutenue

Ma Grand-mère, mes Oncles Djamel et Mustapha

Cette œuvre est le fruit de leurs sacrifices.

À mes chers parents.

À mon cher Oncle Lahcen et ma chère Tante Sabah.

À mon Mari et mon Fils Malik.

Résumé :

Ce travail porte essentiellement sur le problème de suivi de trajectoire d'un type de drone à décollage et atterrissage verticaux, qui est le quadrotor. Dans cette étude, nous tenons compte de la dynamique de la position ainsi que la dynamique de rotation du véhicule. Tout d'abord, nous étudions la modélisation dynamique de ce type de drone en utilisant le formalisme d'Euler-Newton. Ensuite, nous analysons les approches de commande utilisées dans la littérature pour la stabilisation et suivi de trajectoire des quadrotors. En se basant sur le modèle dynamique développé, nous proposons une structure de commande hiérarchique afin de surmonter la difficulté liée à la propriété de sous-actionnement que caractérise la dynamique du quadrotor. Nous exposons les fondements théoriques de cinq techniques de commande, en l'occurrence: le PID, la commande par backstepping, commande par mode glissant, commande par mode glissant d'ordre deux et commande par logique floue type-2. L'efficacité de ces stratégies de commande est évaluée et comparée à travers des simulations numériques. L'utilisation des capteurs logiciels est primordiale pour le bon fonctionnement des drones. C'est dans cet aspect que dans la dernière partie de ce travail, nous avons utilisé un observateur à mode glissant pour la reconstitution des états non mesurables du quadrotor.

Mots clés :

Quadrotor, suivi de trajectoire, PID, commande par backstepping, commande par mode glissant, commande par mode glissant du deuxième ordre, commande par logique floue type 2, observateur à mode glissant.

Abstract:

This work focuses on the trajectory tracking problem of a type of vertical take-off and landing drone, which is the quadrotor. In this study, we take into account the dynamics of the position as well as the dynamics of rotation of the vehicle. First of all, we study the dynamic modeling of this type of drone using the Euler-Newton formalism. Then, we analyze the control approaches used in the literature for the stabilization and trajectory tracking of quadrotors. Based on the developed dynamic model, we propose a hierarchical control structure in order to overcome the difficulty related to the under-actuation property that characterizes the quadcopter dynamics. We expose the theoretical foundations of five control techniques: PID, backstepping, sliding mode, sliding mode of order two and type-2 fuzzy logic. The effectiveness of these control strategies is evaluated and compared through numerical simulations. The use of software sensors is essential for the proper functioning of drones. In the last part of this work, we used a sliding mode observer for the state reconstruction of the quadcopter.

Keywords:

Quadcopter, trajectory tracking, PID, backstepping, sliding mode control, second order sliding mode control, fuzzy logic controller type 2, sliding mode observer.

ملخص:

يركز هذا العمل على مشكلة تتبع المسار لنوع من الطائرات بدون طيار للإقلاع والهبوط العمودي، وهو رباعي المحركات. في هذه الدراسة، نأخذ في الاعتبار ديناميكيات الموضع وكذلك ديناميكيات دوران المركبة. أولاً، ندرس النمذجة الديناميكية لهذا النوع من الطائرات بدون طيار باستخدام شكلية "أويلر-نيوتن". بعد ذلك، نقوم بتحليل طرق التحكم المستخدمة في الأدبيات الخاصة بالاستقرار و تتبع المسار للمركبة. بناءً على النموذج الديناميكي المطور، نقترح هيكل تحكم هرمي للتغلب على الصعوبة المتعلقة بخاصية تحت التشغيل التي تميز ديناميكيات رباعي المحركات. نعرض الأسس النظرية لخمس تقنيات تحكم: المنظم التناسبي التكاملية الاشتقائي، التحكم عن طريق الرجوع المرحلي، التحكم عن طريق النمط الإنزلاقي، التحكم عن طريق النمط الإنزلاقي من الدرجة الثانية، النوع الثاني من التحكم المنطقي الغامض. يتم تقييم فعالية استراتيجيات التحكم هذه ومقارنتها من خلال المحاكاة العددية. يعد استخدام برامج الاستشعار أمرًا ضروريًا للتشغيل السليم للطائرات بدون طيار. لهذا السبب وفي الجزء الأخير من هذا العمل، استخدمنا مراقب الوضع المنزلق لإعادة بناء الحالات الغير قابلة للقياس للمروحية الرباعية.

كلمات مفتاحية:

رباعي المحركات، تتبع المسار، المنظم التناسبي التكاملية الاشتقائي، التحكم عن طريق الرجوع المرحلي، التحكم عن طريق النمط الإنزلاقي، التحكم عن طريق النمط الإنزلاقي من الدرجة الثانية، النوع الثاني من التحكم المنطقي الغامض، مراقب عن طريق النمط الإنزلاقي.

Table des matières

Introduction générale

Introduction générale	1
-----------------------------	---

Chapitre 1 : Etat de l'art

1.1 Introduction	5
1.2 Drones et vol autonome	6
1.3 Brève histoire des drones	6
1.4 Classification des drones	8
1.4.1 Type de contrôle de vol	8
1.4.2 Type de configuration	8
1.5 Modélisation des quadrotors	14
1.5.1 Modélisation du corps	15
1.5.2 Modélisation du moteur	16
1.5.3 Impact de la linéarisation	17
1.6 Commande des quadrotors	17
1.7 Conclusion	22

Chapitre 2 : Modélisation d'un drone type quadrotor

2.1 Introduction	23
2.2 Préliminaires et généralités	25
2.2.1 Notion de solide	25
2.2.2 Repérage et paramétrage d'un solide	25
2.3 Modèle mathématique du quadrotor	30
2.3.1 Modélisation cinématique du quadrotor	31
2.3.2 Modélisation dynamique du quadrotor	32
2.4 Représentation d'état	38
2.5 Conclusion	40

Chapitre 3 : Commande d'un quadrotor

3.1	Introduction	42
3.2	Généralités sur la commande.....	42
3.2.1	Commande d'un système	42
3.2.2	Organe de commande	43
3.2.3	Asservissement et régulation.....	43
3.2.4	Le problème de la stabilité	43
3.2.5	Les performances d'un système commandé.....	44
3.2.6	Propriétés des systèmes non linéaires.....	45
3.3	La commande hiérarchique	46
3.3.1	Principe de la commande hiérarchique.....	46
3.3.2	Structure de la commande hiérarchique d'un quadrotor	46
3.4	Commande classique par PID	49
3.4.1	Modèle du régulateur PID	49
3.5	Commande non-linéaire par Backstepping	51
3.5.1	Les étapes de synthèse de la commande backstepping	51
3.5.2	Synthèse de la loi de commande par backstepping pour le quadrotor	55
3.6	Commande par mode glissant du premier ordre.....	57
3.6.1	Conception de la variable de glissement	59
3.6.2	Conception de contrôle de mode glissant du premier ordre	61
3.6.3	Synthèse de la loi de commande par mode glissant pour le quadrotor	63
3.7	Commande par mode glissant du second ordre.....	65
3.7.1	Algorithme du super twisting	69
3.7.2	Synthèse de la loi de commande par 2-SMC pour quadrotor.....	72
3.8	Commande par logique floue type 2	72
3.8.1	Concept et structure d'un système flou	77
3.8.2	Application de la logique floue type-2 pour la commande du quadrotor.....	77
3.9	Conclusion.....	79

Chapitre 4 : Simulations et interprétation des résultats

4.1	Introduction	80
4.2	Modèle quadrotor choisi pour la simulation.....	80
4.3	Résultat de la 1ère simulation de vol.....	82

4.4	Résultat de la 2ème simulation de vol.....	91
4.5	Conclusion.....	97

Chapitre 5 : Synthèse d'observateur non linéaire

5.1	Introduction	99
5.2	Observabilité et principe d'un observateur.....	100
5.2.1	Cas des systèmes linéaires.....	101
5.2.2	Cas des systèmes non linéaires.....	103
5.2.3	Observabilité du modèle quadrotor	106
5.3	Observateur à mode glissant.....	106
5.4	Application de l'observateur par mode glissant au quadrotor.....	112
5.6	Conclusion.....	119

Conclusion générale

Conclusion générale	120
---------------------------	-----

Bibliographie

Bibliographie.....	122
--------------------	-----

Liste des figures

Figure 1.1.	Premier drone dans le monde,1916.....	6
Figure 1.2.	Drone des années 1960 et 1970 (Firebee).....	7
Figure 1.3.	Prédateur à usage militaire.....	7
Figure 1.4.	Usage civil des drones par la NASA : a) Hélios, b) Proteus, c) Altus.....	8
Figure 1.5.	Modèles de birotor : a) Schiebel Camcopter S-100, b) Infotron IT 180, c) Drone HOVEREYE.....	10
Figure 1.6.	Configuration de drone trirotor.....	10
Figure 1.7.	Configuration de drone quadrotor.....	11
Figure 1.8.	Drone Hexa-rotor standard.....	11
Figure 1.9.	Drone Octo-rotor standard.....	12
Figure 1.10.	Schéma simplifié de quadrotor : a) en configuration (+), b) en configuration (x)	13
Figure 1.11.	Drone MALE RQ-1 Predator.....	13
Figure 1.12.	Drone HALE RQ-4 Global Hawk.....	14
Figure 1.13.	Micro drone Draganflyer X.....	14
Figure 1.14.	Phase de vol possible pour le quadrotor.....	21
Figure 2. 1	Véhicule aérien autonome, quadrotor.....	24
Figure 2. 2	Solide en mouvement.....	26
Figure 2. 3	Angles d'Euler.....	27
Figure 2. 4	Rotation autour de z_e , d'angle de lacet ψ	27
Figure 2. 5	Rotation autour de y_{b1} , d'angle de tangage θ	28
Figure 2. 6	Rotation autour de x_{b2} , d'angle de roulis ϕ	29
Figure 2. 7	Structure d'un quadrotor.....	30
Figure 3. 1	Processus commandé.....	43
Figure 3. 2	Propriétés d'un système commandé.....	44
Figure 3. 3	Schéma de la régulation de l'angle de lacet du système quadrotor.....	45
Figure 3. 4	Illustration du couplage entre le mouvement horizontal et l'orientation du quadrotor.....	47

Figure 3. 5	Structure de la commande hiérarchique d'un quadrotor.	48
Figure 3. 6	Structure du PID traditionnel.....	50
Figure 3. 7	Les différents modes de la trajectoire sur le plan de phase.	59
Figure 3. 8	Trajectoire d'un mode glissant du second ordre.....	67
Figure 3. 9	Trajectoire de phase dans l'algorithme ST-2SMC	70
Figure 3. 10	Structure d'un système de logique floue de type-2	73
Figure 3. 11	Fonction d'appartenance des entrée (e), (de) et de la sortie (U)	78
Figure 4. 1	Quadrotor en configuration (+).	81
Figure 4. 2	Schéma global du système quadrotor avec la commande hiérarchique sous Matlab/Simulink.....	82
Figure 4. 3	Suivi de la trajectoire carré.....	83
Figure 4. 4	Poursuite de la position désirée selon x , y et z , trajectoire carré.....	84
Figure 4. 5	Trajectoires de suivi des orientations roulis, tangage et lacet, trajectoire carrée.....	85
Figure 4. 6	Erreurs de poursuite de la position désirée, trajectoire carrée.....	86
Figure 4. 7	Erreurs de suivi des angles désirés, trajectoire carrée.	87
Figure 4. 8	Les commandes U_x , U_y , U_z et U_ϕ , U_θ , U_ψ obtenues par PID, trajectoire carrée.....	87
Figure 4. 9	Les commandes U_x , U_y , U_z et U_ϕ , U_θ , U_ψ obtenues par backstepping, trajectoire carrée.....	88
Figure 4. 10	Les commandes U_x , U_y , U_z et U_ϕ , U_θ , U_ψ obtenues par SMC, trajectoire carré.....	89
Figure 4. 11	Les commandes U_x , U_y , U_z et U_ϕ , U_θ , U_ψ obtenues par 2-SMC, trajectoire carrée.....	89
Figure 4. 12	Les commandes U_x , U_y , U_z et U_ϕ , U_θ , U_ψ obtenues par T2-FLC, trajectoire carrée.....	90
Figure 4. 13	Suivi de la trajectoire hélicoïdale.	91
Figure 4. 14	Poursuite de la position désirée selon x , y et z , trajectoire hélicoïdale.	92
Figure 4. 15	Trajectoires de suivi des orientations roulis, tangage et lacet, trajectoire hélicoïdale.....	93
Figure 4. 16	Erreurs de poursuite de la position désirée, trajectoire hélicoïdale.	94
Figure 4. 17	Erreurs de suivi des angles désirés, trajectoire hélicoïdale.	95
Figure 4. 18	Les commandes U_x , U_y , U_z et U_ϕ , U_θ , U_ψ obtenues par SMC, trajectoire hélicoïdale.....	96
Figure 4. 19	Les commandes U_x , U_y , U_z et U_ϕ , U_θ , U_ψ obtenues par : PID, Backstepping, 2-SMC et T2-FLC, trajectoire hélicoïdale.	97

Figure 5. 1	Rôle de l'observateur dans le schéma de fonctionnement d'un procédé.....	100
Figure 5. 2	Schéma fonctionnel d'un observateur d'état.	101
Figure 5. 3	Schéma structurel de l'observateur de Luenberger	103
Figure 5. 4	Principe d'un observateur non linéaire.....	105
Figure 5. 5	Schéma fonctionnel d'un observateur à mode glissant.	108
Figure 5. 6	Etats et leurs estimés à l'aide d'un observateur à mode glissant.....	118

Liste des tableaux

Tableau 3.1: Base de règles.....	78
Tableau 4.1: Paramètres du modèle de simulation.....	81

Liste des acronymes

VTOL	Vertical Take-Off and Landing.
UAV	Unmanned Aerial Vehicle.
DDL	Degré de Liberté.
BLDC	Brushless Direct Current.
BDC	Brushed Direct Current.
PID	Proportional, Integral, Derivative.
SMC	Sliding Mode Control.
2-SMC	second order Sliding Mode Control.
ST-2SMC	Super-Twisting algorithm of second order Sliding Mode Control.
FO-SMC	First Order Sliding Mode Control.
HO-SMC	High Order Sliding Mode Control.
FLC	Fuzzy Logic Control.
FLS	Fuzzy Logic System.
T2-FLS	Fuzzy Logic System Type 2.

Introduction générale

L'histoire de l'aviation est une histoire de progrès pour l'humanité. Tout a commencé par une passion et un désir de s'envoler librement dans les airs. Au fil du temps, les développements technologiques dans le domaine de l'aéronautique ont eu un impact très important sur tous les aspects de la vie humaine. Plus précisément, les drones en tant que véhicules autonomes, représentent une étape primordiale dans ce processus.

Depuis le début du 20^{ème} siècle l'intérêt pour les aéronefs sans pilote humain à bord a connu un considérable essor. Pendant la seconde guerre mondiale, ces aéronefs autonomes jouaient des rôles de bombes ou de cible d'entraînement. Toujours dans un contexte militaire, les drones de reconnaissance se développèrent après la seconde guerre mondiale. L'exploitation intensive des drones au profit du développement militaire n'a pas empêché leur envahissement de la sphère civile. Les applications civiles concernent la gestion des catastrophes, l'inspection des ponts, la construction, la livraison de matériel, la recherche et le sauvetage, etc.

Objectifs et contribution

Le travail présenté dans ce manuscrit se situe dans le cadre de la commande et l'observation des aéronefs autonomes à décollage et atterrissage verticaux. Notre choix de structure s'est porté sur une architecture d'hélicoptère à quatre hélices appelée quadrotor. La bonne maniabilité de ce dernier, sa petite taille, sa mécanique simple et sa capacité de charge utile justifient ce choix.

La non-linéarité du système quadrotor, le couplage de ses variables ainsi que les effets aérodynamiques agissant sur sa dynamique sont les enjeux majeurs de cette étude. Par conséquent, nous fixons les objectifs suivants afin de surmonter ces difficultés :

- L'obtention d'un modèle dynamique approprié, non seulement en tenant compte des objectifs de la conception de commande, mais aussi en assurant un bon compromis entre complexité et description réelle.
- La conception d'un contrôleur pour la stabilisation et l'amélioration des performances de vol du mini drone en présence des effets aérodynamiques.

- La synthèse d'un observateur non linéaire pour la reconstitution des états dans la mesure où ces états ne sont pas mesurables.

Notre contribution réside dans le développement et la mise en œuvre des différentes stratégies de commande en vue de résoudre le problème de suivi de trajectoire du quadrotor.

Etant donné que le quadrotor est un système sous-actionné, nous utilisons des structures en cascade pour la commande de deux sous-systèmes : le translationnel et le rotationnel. Les techniques de commande utilisées dans chaque boucle seront basées alternativement sur la technique linéaire classique PID, sur l'approche backstepping, sur l'approche mode glissant classique et d'ordre 2, et finalement sur la logique floue type 2. L'idée principale est de fournir une étude comparative afin d'évaluer chacun de ces contrôleurs conventionnels, non conventionnels et basés sur l'intelligence artificielle.

Structure de de la thèse

Après une introduction générale au travail entrepris dans la présente thèse, cette dernière est structurée comme suit :

- Le premier chapitre introduit, dans un premier temps, la définition de drone et le concept du vol autonome avec une brève histoire. Ensuite, nous rappelons les différents types de drones. Et nous terminons par une recherche bibliographique sur la commande des quadrotors.
- Dans le second chapitre, nous donnons une vue générale sur la constitution et le principe de fonctionnement du quadrotor. Sous certaines hypothèses simplificatrices et on se basant sur le formalisme de Newton-Euler, on aboutit aux modèles dynamiques de translation et de rotation valable pour le cas de petits angles. Nous finissons par donner la représentation d'état du système modélisé.
- L'objectif principal du troisième chapitre est le contrôle de quadrotor pour le suivi de trajectoire. Pour ce faire, une structure de contrôle en cascade est adoptée. Plusieurs techniques de contrôle sont utilisées pour concevoir les systèmes de contrôle de vol du quadrotor. Les techniques de contrôle de vol linéaire sont largement utilisées en raison de leur simplicité et de leur mise en œuvre facile. Nous allons présenter le control par PID. Parmi les techniques de commande non-linéaire robuste, notre travail s'intéresse à la commande par backstepping et la commande par mode de glissement (ordre 1 et 2). Nous évaluons également, dans ce chapitre, les performances de la commande par

logique floue type-2 afin de construire une comparaison de ces cinq techniques présentées. La synthèse des lois de commande est élaborée en termes de translation et d'orientation du quadrotor. La commande en position a pour objectif la détermination d'une force de poussée nécessaire pour la stabilisation du véhicule ou le suivi d'une trajectoire désirée. La commande en attitude permet au véhicule de maintenir une orientation souhaitée.

- Dans le quatrième chapitre les résultats de simulation numérique sont présentés et discutés.
- Le cinquième chapitre aborde la théorie des observateurs. Après la présentation des notions de base, nous introduisant un observateur non linéaire à mode glissant. Ensuite, une étude sera portée sur le système quadrotor, dans le but d'estimer les états du système.
- Nous terminons cette thèse par une conclusion générale dans laquelle sont récapitulés les résultats obtenus et des perspectives pour les recherches futures seront données.

Production scientifique

Le travail réalisé dans cette thèse a fait l'objet des publications suivantes :

Articles scientifiques :

- D. Matouk, F. Abdessemed, O. Gherouat, and Y. Terchi, "Second-order sliding mode for position and attitude tracking control of quadcopter UAV: Super-twisting algorithm", *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, vol. 16, no. 1, pp. 29-43, 2020.
DOI: [10.24507/ijcic.16.01.29](https://doi.org/10.24507/ijcic.16.01.29).
- O. Gherouat, D. Matouk, A. Hassam, and F. Abdessemed, "Sliding mode control for a quadrotor unmanned aerial vehicle", *Journal of Automation & System Engineering*, vol. 10, no. 3, pp. 150-157, 2016.
DOI: [10.5281/zenodo.6369884](https://doi.org/10.5281/zenodo.6369884).

Conférences internationales :

- D. Matouk, O. Gherouat, F. Abdessemed, and A. Hassam, "Quadrotor position and attitude control via backstepping approach", *IEEE, 8th International Conference on Modelling, Identification and Control (ICMIC)*, Algiers, Algeria, pp. 73-79, 2016.
DOI: [10.1109/ICMIC.2016.7804228](https://doi.org/10.1109/ICMIC.2016.7804228).

- O. Gherouat, D. Matouk, F. Abdessemed, and A. Hassam, "Combined backstepping and enhanced PD control design for position and attitude stabilization of an UAV quadrotor", 2nd International Conference on Electrical Sciences and Technologies in Maghreb, Marrakesh, Morocco, 2016.
- D. Matouk, O. Gherouat, F. Abdessemed, and A. Hassam, "Robust control of a quadrotor unmanned aerial vehicle", International Conference on Technological Advances in Electrical Engineering (ICTAEE), Skikda, Algeria, 2016.
- D. Matouk, F. Ahmad, P. Kumar, R. Merzouki, M. Singh and F. Abdessemed, "Bond Graph Model-Based Control of the Quadcopter Dynamics," IEEE, 7th International Conference on Systems and Control (ICSC), Valencia, Spain, pp. 435-440, 2018.
DOI: 10.1109/ICoSC.2018.8587627.

Conférences nationales :

- O. Gherouat, D. Matouk, A. Hassam, and F. Abdessemed, "Sliding mode control for a quadrotor unmanned aerial vehicle", 1st National Conference on Electronics and Electrical Engineering (NCEEE), Bouira, Algeria, 2016.

CHAPITRE 1

ETAT DE L'ART

1.1	Introduction	5
1.2	Drones et vol autonome	6
1.3	Brève histoire des drones	6
1.4	Classification des drones	8
1.4.1	Type de contrôle de vol	8
1.4.2	Type de configuration	8
1.5	Modélisation des quadrotors	14
1.5.1	Modélisation du corps	15
1.5.2	Modélisation du moteur	16
1.5.3	Impact de la linéarisation	17
1.6	Commande des quadrotors	17
1.7	Conclusion	22

1.1 Introduction

Au début du XXI^e siècle, l'évolution de la robotique aérienne a permis une large gamme d'applications. L'un des robots aériens les plus connus est le quadrotor, probablement le plus utilisé comme plateforme de recherche. Cela est principalement dû à sa structure simple et à son faible coût. De nombreuses universités ont conçu leurs propres quadrotors et des projets open source intéressants se développent. Les quadrotors appartiennent à la famille de véhicules VTOL. Ils sont équipés d'un ensemble de capteurs permettant de mesurer la position, les vitesses linéaires et angulaires et d'autres grandeurs physiques utilisées pour estimer des informations cruciales telles que l'attitude. Ces données sont nécessaires pour contrôler le mouvement des quadrotors et il est clair que la modélisation du quadrotor est également nécessaire. La modélisation du quadrotor est bien étudiée dans la littérature et différents niveaux de modélisation peuvent être envisagés.

Avant toute discussion sur la modélisation et le contrôle des quadrotors, il est nécessaire de fournir des clarifications liées à la terminologie, la classification et les applications potentielles des drones.

1.2 Drones et vol autonome

Un drone est un engin inhabité doté d'une certaine autonomie et d'une capacité de décision afin de mener à bien une mission. Notons que le terme drone désigne surtout les engins aériens, mais il peut aussi désigner les engins autonomes terrestres, marins ou sous-marins. Cependant, il est courant de réserver cette appellation aux drones aériens et ils sont définis par les termes généraux UAV (Unmanned Aerial Vehicle), et ROA (Remotely Operated Aircraft) et RPV (Remote Piloted Vehicle) pour les aéronefs télépilotés qui ne sont pas complètement autonomes. Un pilote n'est pas transporté par le drone, mais une charge utile est admissible afin qu'il puisse emporter le matériel nécessaire à sa mission.

1.3 Brève histoire des drones

Le premier drone a été fabriqué par l'américain Lawrence Burst Sperry en 1916. Il est illustré à la figure 1.1. Afin de fabriquer un pilote automatique, il a développé un gyroscope pour stabiliser le corps. C'est ce qu'on appelle le début du *contrôle d'attitude*, qui est désormais utilisé pour le pilotage automatique d'un avion. Il a appelé son appareil la torpille aérienne qui était une bombe guidée et a parcouru une distance qui a dépassé les 30 milles [1]. Cependant, en raison de leur immaturité technique et pratique, il semble que les drones n'aient pas été utilisés pendant la première ni la seconde guerre mondiale.



Figure 1.1. Premier drone dans le monde, 1916.

Le développement des drones a commencé sérieusement à la fin des années 1950, en exploitant la guerre froide et la guerre du Vietnam, la recherche et le développement à grande échelle se poursuivant dans les années 1970. La figure 1.2 montre un drone appelé Firebee. Après la guerre du Vietnam, les États-Unis et Israël ont commencé à développer des drones plus petits et moins chers. Il s'agissait de petits avions qui adoptaient de petits moteurs tels que ceux utilisés dans les motos ou les motoneiges. Ils transportaient des caméras vidéo et transmettaient des images à l'emplacement de l'opérateur. Il semble que le prototype du drone actuel puisse être trouvé à cette période.



Figure 1.2. Drone des années 1960 et 1970 (Firebee).

Les États-Unis ont mis les drones en pratique pendant la guerre du Golfe en 1991, et les drones destinés à des applications militaires se sont développés rapidement par la suite. Le drone le plus connu à usage militaire est le Prédateur, illustré à la figure 1.3.



Figure 1.3. Prédateur à usage militaire.

D'autre part, la NASA était au centre de la recherche à usage civil pendant cette période. L'exemple le plus typique de cette époque était le projet ERAST (Environmental Research

Aircraft and Sensor Technology). Il a commencé dans les années 1990 et était un effort de recherche synthétique qui comprenait le développement de la technologie nécessaire pour le vol à des altitudes élevées allant jusqu'à 30 000 m, ainsi qu'une technologie de vol avancée (moteur, capteur, etc.). Les aéronefs développés dans ce projet sont Hélios, Proteus, Altus, Pathfinder, etc., voir figure 1.4. Ceux-ci ont été conçus pour effectuer des mesures environnementales.

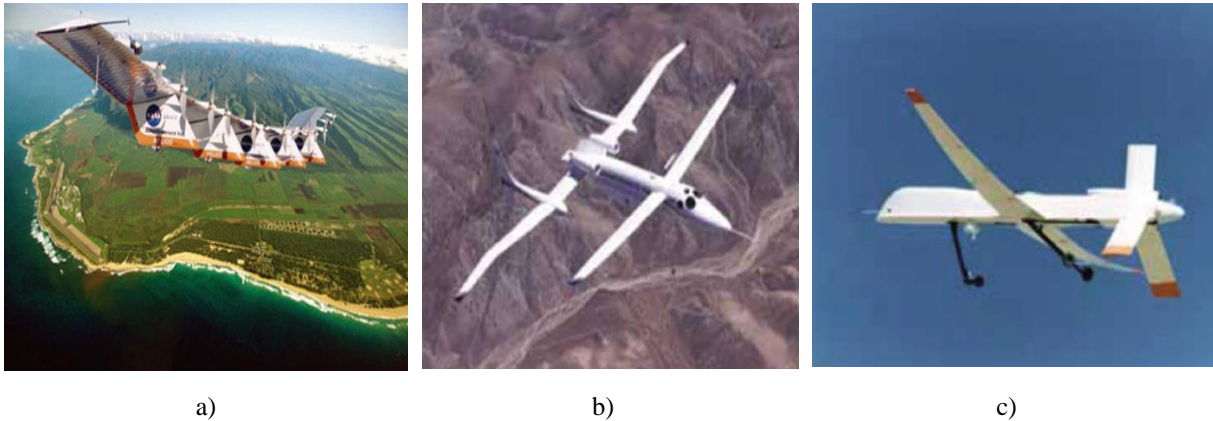


Figure 1.4. Usage civil des drones par la NASA : a) Hélios, b) Proteus, c) Altus

1.4 Classification des drones

Il existe plusieurs façons de classer les drones, mais des distinctions générales peuvent être faites en fonction des différents types de contrôle, de leur caractéristiques (configuration aérodynamique, taille, etc.).

1.4.1 Type de contrôle de vol

Le premier type de contrôle pour les drones est la télécommande. C'est le moyen le plus courant de contrôler de tels dispositifs dans les secteurs militaire et civil. Surtout dans le secteur civil pour le divertissement, la possibilité de les contrôler directement crée l'excitation.

Le deuxième type est les drones autonomes. L'autonomie signifie la capacité de l'engin à se déplacer seul dans un espace tridimensionnel sans collision et à éviter les obstacles potentiels.

1.4.2 Type de configuration

Un autre critère pour classer les drones est leur configuration physique. Il y a trois distinctions générales à discuter. Chacune d'entre eux a des avantages et des inconvénients différents qui déterminent essentiellement les aspects pratiques de ces configurations.

A) Configuration à voilure fixe

Les drones à voilure fixe sont très familiers à tout le monde de par leur apparence. L'avion est un exemple de véhicule à voilure fixe. La façon dont ces véhicules mobiles volent est basée sur leur forme aérodynamique. La poussée vers l'avant est assurée par un ou plusieurs moteurs. Une fois qu'une force suffisante est générée, les ailes de l'avion génèrent une portance.

Les drones à voilure fixe ont la meilleure forme de corps possible pour atteindre des vitesses élevées, en raison de la plus petite quantité de traînée créée. Par contre, ils ont besoin d'espace pour pouvoir décoller et atterrir. Pour cette raison, ces drones sont totalement impraticables dans des espaces serrés. Aussi, le besoin d'avancer constamment vers l'avant pour générer la portance affecte la flexibilité des drones à voilure fixe. Il existe de nombreuses utilisations des drones qui nécessitent une capacité de vol stationnaire stable dans un endroit spécifique. De telles performances ne sont pas disponibles pour cette configuration.

B) Configuration à voilure tournante

De nos jours, les drones à voilure tournante deviennent de plus en plus populaires. Ils sont beaucoup plus faciles à contrôler que la configuration à voilure fixe et offrent globalement une plus grande plage de mise en œuvre. Les manœuvres se font grâce à des poussées différentielles sur les différents moteurs.

Les drones miniatures à voilure tournante se diffèrent aux autres drones par leur aptitude au déplacement vertical, à survoler une cible ou une zone limitée, à effectuer des manœuvres rapides et voler en arrière ou sur le côté. Nombreuses configurations de ces drones peuvent être distinguées selon le nombre de rotors et leurs positionnements. En particulier, nous citons le birotor, le trirotor, le quadrotor, l'hexarotor, l'ocotorotor, le deca-rotor, etc. Ils peuvent être classés en deux catégories de configurations : configuration à deux rotors et configuration multirotor.

a) Configuration à deux rotors :

Cette catégorie englobe non seulement l'hélicoptère miniature classique doté d'un rotor principal et d'un rotor anticouple de queue, mais aussi d'autres modèles de birotor dont la position de rotor anticouple change. Citons : les birotors en tandem, coté à coté, coaxiaux libres ou carénés, etc.

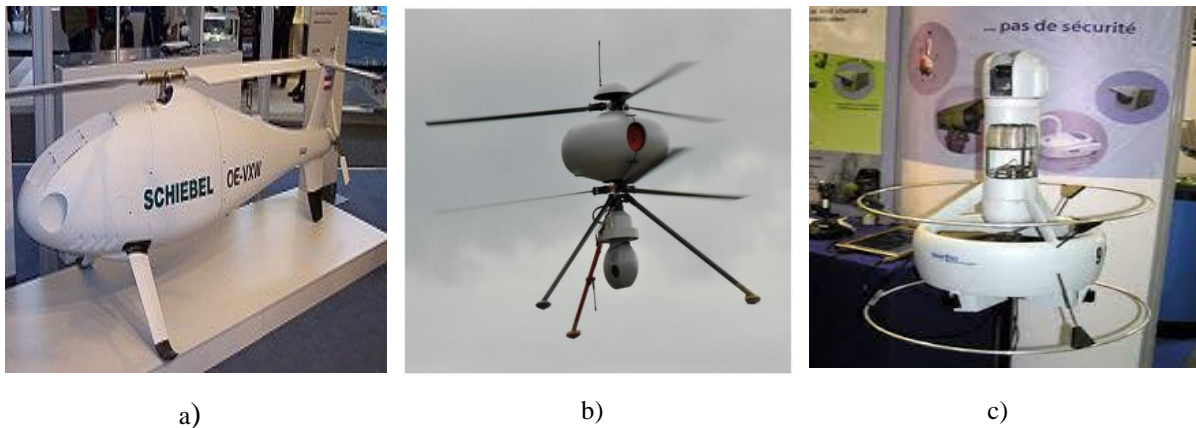


Figure 1.5. Modèles de birotor : a) Schiebel Camcopter S-100, b) Infotron IT 180, c) Drone HOVEREYE.

b) Configuration multirotors :

La configuration multirotor caractérise les drones munis de trois à plusieurs rotors. En général, la structure d'un drone multirotor se compose d'un ensemble de bras relié au centre par le système électronique. Chaque rotor est porté sur l'extrémité d'un bras.

Le choix d'une configuration multirotor dépend des objectifs de l'utilisation. Augmenter le nombre des moteurs aboutit à une force de portance considérable. Cette force permet de soulever plus de charge utile mais nécessite un espace et un coût plus élevé pour la mise en place des moteurs.

- **Drone trirotor**

Comme son nom l'indique, il est doté de trois rotors reliés à trois bras. Les axes des bras se trouvent dans un plan et sont séparés par un angle de $2\pi/3$. Deux rotors avant tournent dans des sens opposés et un rotor arrière est à angle réglable.



Figure 1.6. Configuration de drone trirotor.

- **Drone quadrotor**

Dans cette configuration, quatre rotors sont installés sur les extrémités de quatre bras. Le nombre de rotors ici est paire par conséquent le couple réactif est naturellement annulé.



Figure 1.7. Configuration de drone quadrotor.

- **Drone hexa-rotor**

Les drones à 6 rotors sont appelés hexa-rotor. Ce type de drones est caractérisé par une charge utile supérieure par rapport au configuration précédente. Une plus grande stabilité dans des conditions difficiles, comme un vent fort, peut être obtenue. L'inconvénient d'avoir autant de rotors est de consommer plus d'énergie, ce qui rend essentiellement les hexa-rotor meilleurs pour les missions à court terme, comme la vidéo/photo-graphie dans les zones venteuses et pour le transport de marchandises plus lourdes.



Figure 1.8. Drone Hexa-rotor standard.

- **Drone octo-rotor**

Octo-rotor est un drone à voilure tournante avec 8 rotors. Cela fournit une plus grande charge utile contre d'une consommation élevée de la batterie.



Figure 1.9. Drone Octo-rotor standard.

C) Configuration à ailes battantes

C'est des micro-drones dont la sustentation et le pilotage sont assurés par des ailes battantes. Un mode de propulsion relativement silencieux qui offre une grande manœuvrabilité. Ces engins volants utilisent des matériaux particulièrement fins, suffisamment légers pour que ses ailes actionnées par des muscles artificiels battent à une allure de l'ordre de plusieurs dizaines de fois par seconde, comme celle des insectes.

Les battements des ailes permettant d'assurer le vol stationnaire à basses vitesses et par conséquent d'effectuer des missions en intérieur ou dans des espaces réduits.

- **Configurations (+) et (x)**

Afin de définir l'actionnement des rotations de roulis et de tangage, les configurations (+) et (x) sont possibles. Elles représentent l'orientation de la face avant du multirobot vis-à-vis l'emplacement des rotors. Dans la première, la face avant du drone est définie par le premier rotor portant l'axe de roulis dans le repère lié au drone. En revanche, dans la deuxième, la face avant est définie par le premier et le dernier rotor avec un axe de roulis entre les deux. Prenons l'exemple du quadrotor Figure 1.10, ceci revient à dire que dans la configuration (+), le mouvement de roulis (ou tangage) est contrôlé par deux rotors opposés. Tandis que dans la configuration (x) tous les quatre rotors sont nécessaires pour le contrôle du roulis (ou tangage).

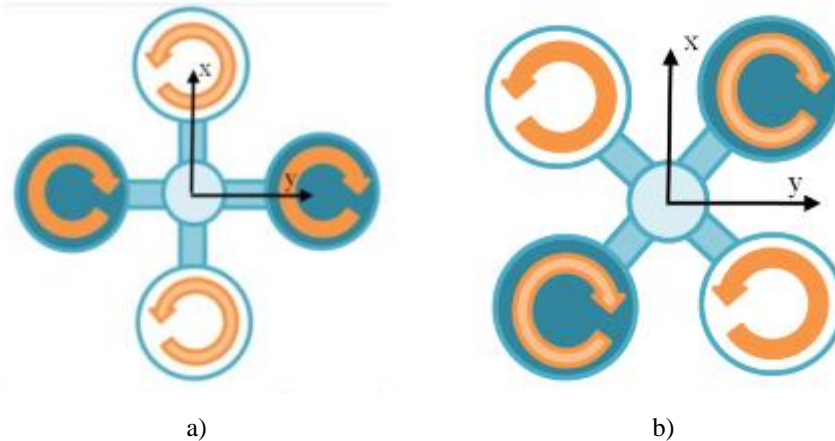


Figure 1.10. Schéma simplifié de quadrotor : a) en configuration (+),
b) en configuration (x)

D'autres critères sont considérés pour différencier les différentes conceptions de drones sont la taille et l'autonomie de vol.

- **Les drones MALE** (Moyenne Altitude Longue Endurance) dont l'altitude de vol varie entre 5000 et 15000 mètres. La figure 1.11 présente le drone MALE RQ-1 Predator dont l'altitude maximale est de 7600 mètres et le rayon d'action de 740 kilomètres.



Figure 1.11. Drone MALE RQ-1 Predator.

- **Les drones HALE** (Haute Altitude Longue Endurance) dont le plafond de vol se situe au-delà de 20000 mètres. La figure 1.12 présente le drone HALE RQ-4 Global Hawk utilisé pour des missions de reconnaissance ou de désignation de cibles. Son autonomie de vol est de 36 heures et son plafond de vol de 18600 mètres.



Figure 1.12. Drone HALE RQ-4 Global Hawk.

- **Les drones tactiques (TUAV) :** Tactical Unmanned Aerial Vehicle) sont de dimensions bien plus petites que les drones HALE ou MALE et employés pour des missions précises. Parmi les véhicules tactiques, on peut encore distinguer plusieurs catégories, où les MAV (Micro Air Vehicle) y sont compris. Un MAV est caractérisé par une masse $< 500\text{g}$, une envergure $< 0.5\text{m}$, et une autonomie en vol de 10 à 30 minutes.



Figure 1.13. Micro drone Draganflyer X.

1.5 Modélisation des quadrotors

Parmi plusieurs types de multirotor, les premiers travaux de recherche ont été nettement consacrés au quadrotor. Cela est grâce aux avancées technologiques qui ont permis de réduire la taille et le coût des quadrotors dédiés à la recherche ; et surtout grâce à sa simplicité mécanique. La commande de ce type de véhicule aérien s'avère un défi intéressant en raison des non-linéarités, du couplage de sa dynamique ainsi que sa caractéristique sous-actionnée.

Les quadrotors décrits dans la littérature ont quatre rotors en configuration croisée. Les moteurs sont reliés mécaniquement à la structure et chaque hélice est reliée au moteur par des réducteurs. Le quadrotor est considéré comme une alternative efficace au coût élevé et à la complexité des giravions standard. Utilisant quatre rotors pour créer une poussée différentielle, l'engin est capable de planer et de se déplacer sans le système complexe de liaisons et d'éléments de pales présents sur les véhicules standard à rotor unique. Le quadrotor est classé comme un système sous-actionné. Cela est dû au fait que seuls quatre actionneurs sont utilisés pour contrôler les six degrés de liberté (DDL). Les quatre actionneurs ont un impact direct sur la translation de l'axe z (altitude) et la rotation autour de chacun des trois axes principaux. Les deux autres DDL sont la translation le long des axes x et y. Ces deux derniers DDL sont couplés, c'est-à-dire qu'ils dépendent directement de l'orientation globale du véhicule. Les avantages supplémentaires du quadrotor sont la maniabilité rapide et l'augmentation de la charge utile. Leur inconvénient est la consommation d'énergie plus élevée, ce qui signifie généralement un temps de vol plus court. Le modèle dynamique d'un quadrotor décrit l'attitude et la position du système et se compose d'équations mathématiques comprenant toutes les actions qui peuvent agir sur le système à un moment donné. En se basant sur le contrôle des entrées, deux types de modèles dynamiques ont été utilisés pour simuler le comportement d'un quadrotor et le contrôle du système. Le premier type englobe les modèles qui utilisent la vitesse des moteurs comme commandes d'entrée et ne prennent pas en compte le modèle du moteur, tandis que le deuxième type englobe les modèles qui considèrent le modèle dynamique du moteur et utilisent les tensions des moteurs comme commandes d'entrée. En général, la modélisation mathématique complète d'un quadrotor peut être divisée en deux catégories : la modélisation du corps et la modélisation du système de propulsion, qui comprend la modélisation de l'hélice et la modélisation du moteur. Les paragraphes suivants révèlent différentes tentatives faites pour modéliser ces parties.

1.5.1 Modélisation du corps

Différentes approches ont été utilisées pour modéliser la dynamique du corps quadrotor. Les méthodes classiques sont la formule de Newton-Euler ou l'équation de Lagrange. Certains chercheurs ont approfondi cette représentation, tandis que d'autres ont utilisé les principaux moments et forces et ont négligé les plus petits.

Concernant les travaux autour du contrôle du quadrotor, les auteurs dans [2-4] ont employés la paramétrisation par les angles d'Euler et la formule de Lagrange afin d'établir le modèle dynamique. Dans les références [5-9], la dérivation de la dynamique non linéaire du quadrotor

est atteinte par l'approche Newton-Euler. Dans [10], deux modèles dynamiques d'un quadrotor sont présentés, la différence entre les deux modèles réside dans le choix des matrices de rotation utilisées. La dynamique de translation est obtenue en utilisant la méthode d'Euler-Lagrange, tandis que pour la dynamique de rotation la méthode de Newton-Euler est utilisée. Les auteurs dans [11] proposent un modèle dynamique en utilisant l'approche Hamiltonienne. Ce choix est justifié par la facilité d'utilisation et la forme plus compacte de cette approche en comparaison avec les approches Newtonienne et Lagrangienne. Autres travaux ont abordé le problème de la singularité dû à l'utilisation des angles d'Euler. Ce problème a été surmonté en utilisant la représentation quaternion [12,13]. Elle offre une notation mathématique permettant de représenter les rotations tridimensionnelles dans un espace quadridimensionnel.

Le modèle non linéaire de la dynamique du quadrotor a un développement similaire dans de nombreux travaux. Les chercheurs considèrent les forces produites par les quatre moteurs, la gravité, les effets gyroscopiques et les forces et moments de traînée. Evidemment, ces forces et moments suffisent pour donner un modèle réaliste au quadrotor. Pour une explication détaillée, les concepts de base de l'aérodynamique des hélicoptères sont présentés dans [14,15].

La possibilité de changement de masse ou de déplacement du centre de masse pendant le vol quadrotor est bien et clairement traitée dans [16]. Ces auteurs s'écartent du paradigme selon lequel le centre de masse coïncide avec le centre géométrique en expliquant explicitement le centre de masse décalé dans le contrôleur. Ils adoptent une méthode des moindres carrés linéaires pour estimer les paramètres inconnus qui changent lorsqu'un quadrotor transporte ses charges utiles.

Dans la conception de la commande et l'identification du système quadrotor, son modèle non-linéaire est décrit sous la forme d'une équation d'espace d'état de différentes manières [17,18].

1.5.2 Modélisation du moteur

Chacun des quatre rotors comprend un moteur à courant continu fixé à une hélice à deux pales. Compte tenu des avantages qu'offre le moteur sans balais (BLDC) comparé au moteur à balais (BDC) conventionnel, l'utilisation du moteur BLDC a été favorisée dans la conception des quadrotors. Une explication détaillée sur les moteurs électriques est présentée dans [19]. La modélisation d'un moteur à courant continu à balais pour quadrotor est discutée dans la référence [20].

Dans le cadre du projet OS4, la dynamique des moteurs a été prise en considération pour la modélisation dynamique d'un quadrotor [21,17]. Les auteurs dans [22] présentent une étude

détaillée de la modélisation complète du moteur d'un quadrotor Draganflyer X-Pro. Plusieurs études ont également abordé la dynamique des moteurs dans la modélisation du quadrotor [20,23]. En utilisant l'équation connue pour modéliser la dynamique du moteur à courant continu, la relation entre la vitesse angulaire requise et la tension du moteur peut être illustrée.

En plus des recherches mentionnées précédemment, effectuées sur la modélisation des quadrotors, il existe d'autres recherches qui se concentrent sur la modélisation des quadrotors pour des tâches spécifiques. Dans [24], la modélisation d'un quadrotor avec charge suspendue a été présentée. Aussi, la modélisation d'un quadrotor avec mécanisme d'aile basculante a été donnée dans [25].

1.5.3 Impact de la linéarisation

Bien qu'elles soient largement utilisées, les méthodes basées sur la linéarisation présentent quelques inconvénients. Leur utilisation s'accompagne souvent d'une extrême prudence. La linéarisation locale (Jacobienne) n'est valable qu'au point de fonctionnement, alors que la linéarisation exacte n'est pas toujours possible. Même s'il existe, il n'est pas toujours avantageux d'éliminer toute non-linéarité dans un système. Certaines non-linéarités contribuent à préserver la stabilité du système, et leur suppression augmente considérablement et inutilement l'effort demandé à l'actionneur [26]. Par conséquent, ces dernières années, les chercheurs se sont orientés vers les méthodes les mieux adaptées à la nature non linéaire des systèmes. L'un des axes majeurs de cette orientation est la conception basée sur la méthode directe (ou seconde) de Lyapunov (1966).

1.6 Commande des quadrotors

Contrairement aux systèmes linéaires, l'analyse et la commande des systèmes non linéaires ne sont pas toujours des tâches faciles. Dans la littérature, la plupart des travaux proposent des approches qui ne peuvent pas être universelles. En effet, l'utilisation de ces approches est généralement limitée à des systèmes bien particuliers [27-31]. La majorité des modèles linéaires sont des approximations, valables dans un domaine plus ou moins restreint. Il est donc d'une importance capitale d'élaborer un modèle non linéaire qui permet de décrire précisément le comportement global des processus que l'on peut rencontrer.

L'application étendue que fournissent les quadrotors nécessite une stratégie de contrôle permettant d'assurer une autonomie efficace. Différents algorithmes de contrôle ont été appliqués aux véhicules quadrotors autonomes. La nature complexe du système a incité les

chercheurs à mettre en œuvre diverses stratégies de contrôle pour faire face aux non-linéarités caractérisant sa dynamique. Au cours de la dernière décennie, les concepteurs ont proposé de nombreuses techniques afin de contrôler l'attitude et/ou la position du quadrotor. La littérature existante démontre que ce problème a été traité à travers trois stratégies de contrôle principales. Les premières tentatives étaient basées sur un contrôle linéaire tel que PID [2,32,33] LQ/LQR [34,35] et H_∞ [36,37]. Les auteurs de [38,39] ont développé des contrôleurs basés sur le modèle dynamique linéaire et ont négligé la non-linéarité inhérente à la dynamique d'attitude. Cependant, les performances de la stratégie de contrôle linéaire sont limitées et valables uniquement pour certaines conditions [40,41]. Par conséquent, des contrôleurs basés sur des modèles non linéaires ont été développés pour faire face aux limitations imposées par les méthodes linéaires. Par exemple, le backstepping [42-46] et le mode glissant (SMC) [47-49] sont des techniques de contrôle non linéaire qui ont été principalement appliquées pour la stabilisation et le suivi de trajectoire du quadrotor. Néanmoins, les chercheurs se sont concentrés sur le SMC car il est efficace pour manipuler des systèmes avec de grandes incertitudes, la propriété de la variance dans le temps et des non-linéarités. Dans [50], le backstepping et le SMC ont été examinés dans une mission de suivi de trajectoire. La supériorité du SMC en présence des incertitudes du modèle et des perturbations externes a été démontrée. Une autre comparaison entre le backstepping et le SMC a été menée dans [51] et a montré que les performances du SMC sont plus fluides et plus rapides. Cependant, dans [17], l'application du SMC au modèle OS4 a donné des résultats moyens en raison de la nature de commutation du contrôleur.

La troisième catégorie concerne les méthodes de contrôle basées sur l'intelligence artificielle qui se désengagent du modèle de système. En automatique, la plupart des approches de la commande non linéaire exigent la disponibilité d'un modèle mathématique du système, ce qui n'est pas toujours possible en présence d'imprécisions et d'incertitudes. Également, les performances assurées sont directement liées à l'exactitude du modèle utilisé. Les systèmes sont de plus en plus complexes et les méthodes de modélisation courantes s'avèrent souvent incapables de représenter fidèlement le comportement global du système. Pour contourner ce problème, les automaticiens utilisent des contrôleurs flous basés sur l'expertise humaine. Le contrôleur basé sur la logique floue (FLC) [52,53] a une bonne adaptabilité, une forte robustesse et une tolérance aux pannes. Cependant, il souffre d'une faible précision en régime permanent. Depuis son introduction par L. Zadeh en 1965 [54], l'investissement dans la commande floue était restreint et des contrôleurs flous étaient souvent critiqués [55]. Lorsque Mamdani a présenté

un contrôleur flou pour une machine à vapeur [56] en 1974, le succès de la théorie floue dans le domaine industriel a été largement démontré. Cependant, ce n'est qu'à partir des années 90 que des contrôleurs flous assurant la stabilité et la robustesse ont été proposés [57,58]. Ensuite, plusieurs approches ont vu le jour, en flou classique appelé flou type-1 et le flou type-2 [59-62].

Le choix de la technique de contrôle dépend de la mission que le véhicule doit effectuer. La figure 1.14 illustre le profil de missions supposé pour le quadrotor comprenant toutes les phases de vol qui pourraient être choisies comme objectif de contrôle pour le quadrotor.

- 1. Vol stationnaire :** Le véhicule doit être stabilisé en condition de vol stationnaire. Dans ce cas, un contrôle précis de l'altitude est requis. Les auteurs dans [63,64] ont abordé le contrôle du quadrotor pour accomplir cette mission.
- 2. Suivi de trajectoire :** Quelle que soit la trajectoire, droite ou circulaire, cette mission démontre que le quadrotor est capable de manœuvrer librement dans une ligne droite [65,66] ou tourner autour d'un point donné du plan X-Y à rayon fixe ou variable et augmenter ou diminuer simultanément sa hauteur [49,67].
- 3. Manœuvre complexe :** A cause de l'association de plusieurs modes de vol ainsi que les conditions mises en place pour basculer entre eux, un tel vol est considéré complexe. Il implique des transitions à grands angles entre les modes de vol. Ces changements rapides de direction s'effectuent le plus souvent à des vitesses assez élevées (environ 8 m/s). Dans [68,69], les auteurs ont réalisé des recherches sur le contrôle du quadrotor dans ce type de manœuvres.
- 4. Traverser une paroi :** Le passage du quadrotor à travers une paroi comme un tunnel ou une cheminée est une mission dans laquelle le quadrotor est entièrement entouré de murs. Selon la distance de la paroi, la dynamique du quadrotor varie en raison des changements de coefficient aérodynamique. Être capable de s'adapter à ces changements et avoir suffisamment de précision dans le suivi de trajectoire sont les paramètres les plus importants qui doivent être respectés dans le contrôle du véhicule dans cette mission [70].
- 5. Evitement des collisions :** Afin d'assurer la sécurité en vol autonome, le véhicule doit être capable d'éviter les obstacles. En outre, il doit assurer d'autres tâches importantes : l'évitement des collisions entre plusieurs véhicules, la génération de trajectoires sans collision et l'évitement des obstacles dans les zones restreintes. Dans [71,72] ce problème est abordé.

- 6. Manipulation des objets :** Dans cette mission, le quadrotor peut ramasser et charger un objet et le relâcher dans une zone spécifique. Comme le véhicule peut emporter différentes charges utiles lors de ses différentes missions de vol, la masse inconnue est l'un des principaux paramètres d'incertitude associés au modèle dynamique du drone quadrotor. La dynamique du quadrotor est considérablement modifiée par l'ajout de charges utiles. Comme il sera peu pratique de mesurer la valeur de la masse du véhicule avec sa charge utile lors de chaque vol, il est nécessaire que les robots puissent estimer l'inertie de la charge utile et s'y adapter afin d'améliorer les performances de suivi. Le transport de la charge utile pourrait être effectué à l'aide d'un seul quadrotor ou de plusieurs véhicules. Il existe de nombreux défis que doit relever les recherches autour des UAVs. Le plus grand défi découle de leur charge utile limitée. Le contrôle du quadrotor sur cette mission de vol a été étudié dans les références [73,74]
- 7. Décollage et atterrissage :** Dans de certaines missions difficiles, le quadrotor doit atterrir et se percher à une position soigneusement sélectionnée. La position peut être sur un terrain horizontal ou en pente. Le contrôle du quadrotor lors d'un décollage ou d'atterrissage est compliqué par rapport à un vol distant du sol, car l'effet de sol doit également être pris en compte. De plus, dans ce régime de vol, les coefficients aérodynamiques du système de propulsion changent. Les auteurs dans [75,76] ont étudié le contrôle du quadrotor dans de telles conditions.
- 8. Missions complexes :** Les applications récentes du quadrotor comprennent la combinaison des missions susmentionnées afin d'effectuer des tâches plus complexes telles que l'arpentage des pipelines, les patrouilles frontalières, l'exploration, la cartographie, les opérations de secours en cas de catastrophe, etc.

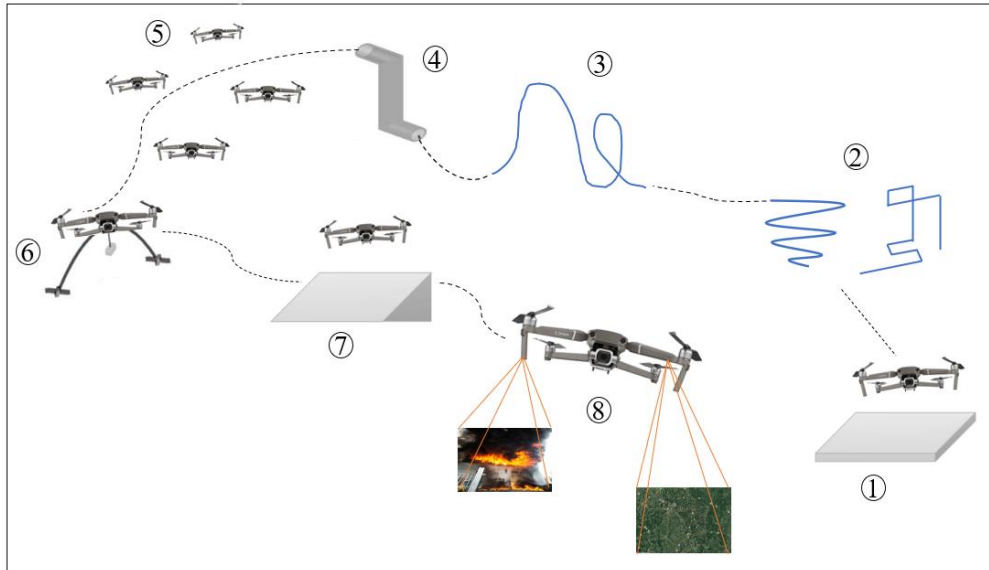


Figure 1.14. Phases de vol possibles pour le quadrotor.

Le contrôle par mode glissant du deuxième ordre (2-SMC) est l'une des techniques importantes qui a la capacité de surmonter le phénomène de « chattering » indésirable dans le SMC classique tout en préservant ses principaux avantages. Divers algorithmes 2-SMC ont été proposés et appliqués sur le quadrotor. Les auteurs dans [77] ont abordé le problème de trajectoire de suivi en se basant sur 2-SMC. Dans leur architecture de commande de vol, les entrées définies par l'utilisateur sont les valeurs souhaitées des états complètement actionnés z_d et ψ_d ainsi que les autres états couplés (x_d / θ_d) et (y_d / ϕ_d) . La référence [78] propose un 2-SMC où la surface de glissement est basée sur la dynamique PID. Pour les états de position (x, y) , des formes simplifiées de leurs expressions couplées sont utilisées comme détaillé dans [75]. Les résultats obtenus démontrent que le 2-SMC basé sur PID atteignent des performances supérieures par rapport au SMC conventionnel. Dans [79], un 2-SMC utilisant un algorithme de "super-twisting" est combiné avec le mode glissant terminal afin de concevoir un contrôleur de mode glissant non singulier, qui est utilisé pour le suivi d'attitude du quadrotor et afin d'éviter le « chattering ». Dans le but de diminuer la durée du régime transitoire, les auteurs dans [80] ont proposé un 2-SMC pour un contrôle de suivi robuste en utilisant une surface de glissement non linéaire, ce qui permet à la dynamique en boucle fermée d'avoir un rapport d'amortissement variable. Pour le même objectif, et en employant une variable de glissement linéaire, un 2-SMC robuste a été proposé pour le suivi d'altitude dans [81]. Les contrôleurs proposés dans [78] et [81] ne gèrent que le cas du vol stationnaire, ici ceux proposés dans [75] et [82] gèrent uniquement le contrôle d'attitude. Cependant, le contrôle de la position et de l'attitude de l'avion est requis dans la plupart des applications réelles des quadrotors telles que le sauvetage, la

recherche et la cartographie. De plus, le contrôle total permet une structure puissante et flexible du contrôleur [75]. Néanmoins, la propriété sous-actionnée des quadrotors conduit à un fort couplage entre les mouvements longitudinaux/latéraux et les mouvements rotatifs et donc le contrôle du quadricoptère est une tâche difficile [83].

1.7 Conclusion

Dans ce chapitre, les différentes configurations des drones ont été introduites. Nous avons ensuite présenté un état de l'art sur les algorithmes de commande appliqués pour le contrôle de drone et particulièrement au quadrotor. Cette revue de littérature révèle la diversité des méthodes permettant le contrôle des drones. Le degré de simplicité, la facilité d'implémentation et la fiabilité varient d'une méthode à une autre. La nature de la mission à effectuer et les contraintes qui l'encadrent déterminent quelle méthode est plus appropriée. Dans le chapitre suivant, nous étudions la modélisation dynamique du quadrotor afin d'appliquer les différentes techniques de commande.

CHAPITRE 2

Modélisation d'un drone type quadrotor

2.1	Introduction	23
2.2	Préliminaires et généralités.....	25
2.2.1	Notion de solide	25
2.2.2	Repérage et paramétrage d'un solide	25
2.3	Modèle mathématique du quadrotor.....	30
2.3.1	Modélisation cinématique du quadrotor.....	31
2.3.2	Modélisation dynamique du quadrotor	32
2.4	Représentation d'état	38
2.5	Conclusion	40

2.1 Introduction

La modélisation est une étape indispensable pour tout travail de conception de lois de commande et d'observation. Elle consiste à trouver une représentation d'état du système physique, plus ou moins précise. Cette représentation sous forme d'équations mathématiques permet de décrire le comportement du système en fonction de ses entrées. Grâce à ces équations, il est possible de définir et de prédire l'attitude et la position du quadrotor atteintes dans l'espace, en étudiant uniquement les entrées de contrôle.

En générale, des paramètres constants apparaissent dans les équations d'état (comme la masse ou le moment d'inertie d'un corps, le coefficient du frottement visqueux, la capacité d'un condensateur, etc.). Dans de tels cas, une étape d'identification peut s'avérer nécessaire. Néanmoins, nous supposons que tous les paramètres sont connus et nous invitons le lecteur à consulter [84] pour une panoplie des méthodes d'identification.

Un quadrotor est un drone à voilure tournante composé de quatre hélices à pas fixe montées aux extrémités de quatre bras en croix. Les hélices sont accouplées à des moteurs à courant continu ou sans balais « brushless ».



Figure 2.1 : Véhicule aérien autonome, quadrotor.

Différents formalismes sont présentés dans la littérature pour modéliser la dynamique d'un aéronef 6 DDL, tel que le véhicule quadrotor. Les formalismes Euler-Lagrange et Newton-Euler sont des méthodes courantes utilisées intensivement à cette fin.

Dans ce chapitre, les notations et les repères utilisés dans le modèle quadrotor seront définis, et les transformations entre les différents repères seront abordées. Ensuite, la cinématique et la dynamique du quadrotor sont présentées, puis les équations non linéaires de son mouvement sont extraites en se basant sur la cinématique et la dynamique force-moment. Puis, la structure globale du modèle quadrotor est décrite et discutée. Enfin, le modèle quadrotor utilisé dans ce travail est présenté avec sa représentation d'état.

Comme dans toute modélisation, nous faisons recours à des hypothèses comme suit :

- La structure du quadrotor est rigide, de paramètres cinétiques constant, et parfaitement symétrique.
- Le centre de masse du système et le centre de symétrie coïncident.
- L'effet de sol est négligé.
- Le repère terrestre est considéré inertiel.

2.2 Préliminaires et généralités

2.2.1 Notion de solide

Parmi l'ensemble des corps physiques, nous considérons comme solide rigide tout corps qui ne se déforme pas durant son évolution dans l'espace, c'est à dire que les distances entre deux points quelconques M_1 et M_2 de ce corps soient indépendantes de la variable temps.

$$d(M_1(t), M_2(t)) = \|\overline{M_1(t)M_2(t)}\|^2 = Cte \quad (2.1)$$

Les bases de la mécanique classique présentent de façon séparée l'étude du mouvement des solides rigides et celle des solides déformables. Le mouvement réel de tout solide fait bien sûr intervenir des déformations, mais dans un certain nombre de cas, ces déformations peuvent être considérées comme négligeables. Sous les hypothèses que nous avons évoquées précédemment, la dynamique du quadrotor peut être considéré comme étant la dynamique d'un corps rigide.

2.2.2 Repérage et paramétrage d'un solide

Nous nous intéressons au mouvement d'un solide S dans l'espace par rapport à un référentiel d'inertie $E = (O, x_e, y_e, z_e)$ lié à la terre. Afin de caractériser l'emplacement du solide S par rapport au référentiel E , il est nécessaire de connaître dans le cas général :

- La position d'un point particulier du solide S par rapport à E .
- L'orientation du solide S par rapport à E .

Pour ce faire, nous attachons d'abord au solide S un repère $B = (O', x_b, y_b, z_b)$, dit lié à S . Dans le besoin de limiter les calculs associés, l'origine et l'orientation des axes de ce repère doivent être choisis judicieusement. C'est souvent le repère des axes principaux d'inertie qui fait en sorte que la matrice d'inertie soit diagonale. L'étude du mouvement du solide S par rapport à la terre, reviendra donc à étudier le mouvement du repère B par rapport au référentiel E .

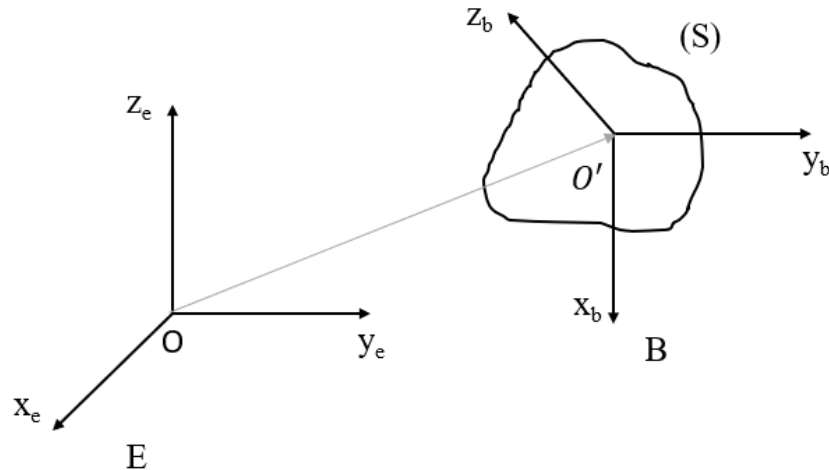


Figure 2.2 : Solide en mouvement.

A) Etude de la position

La position de B par rapport à E, à chaque instant, est définie par le vecteur position $\overrightarrow{OO'}$: coordonnées (x, y, z) du point O' dans le trièdre (O, x_e, y_e, z_e) .

$$\overrightarrow{OO'} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_E \quad (2.2)$$

Il s'agit des paramètres de translation du solide qui représentent aussi ses DDL en translation.

B) Etude de l'orientation

L'orientation du solide S ne dépend pas du choix de l'origine O' . Par analogie à la translation, des paramètres de rotation ou DDL en rotation, dépendant du temps, sont nécessaires pour déterminer l'orientation du solide. En mécanique analytique, l'utilisation des angles d'Euler représentés sur la figure 2.3 est la technique la plus répandue pour paramétrer cette orientation. Elle s'appuie sur l'utilisation de trois angles définissant trois rotations successives à partir du repère fixe en arrivant au repère mobile, et en respectant la règle de la main droite.

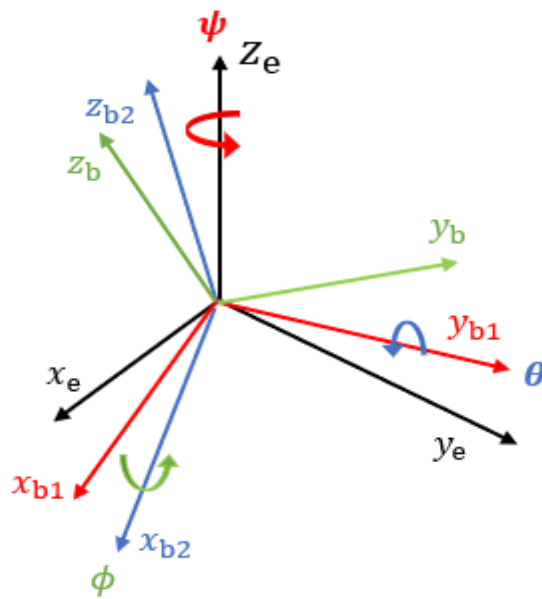


Figure 2.3 : Angles d'Euler.

Dans le cas de la convention ZYX que nous adoptons ici, une première rotation autour de l'axe z_e , d'angle ψ appelé angle de lacet transforme le repère (O, x_e, y_e, z_e) en repère temporaire $(O, x_{b1}, y_{b1}, z_{b1})$.

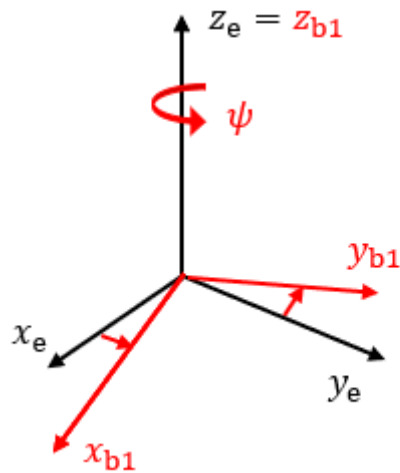


Figure 2.4 : Rotation autour de z_e , d'angle de lacet ψ .

La matrice de rotation correspondante est :

$$\begin{aligned}
 x_{b1} &= c_\psi x_e + s_\psi y_e \\
 y_{b1} &= -s_\psi x_e + c_\psi y_e \quad \Rightarrow \quad R_z(\psi) = \begin{bmatrix} c_\psi & -s_\psi & 0 \\ s_\psi & c_\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 z_{b1} &= z_e
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

Il est d'usage de noter : $\cos(x) = c_x$ et $\sin(x) = s_x$.

Une deuxième rotation autour de l'axe y_{b1} , d'angle θ appelé angle de tangage transforme la base (x_{b1}, y_{b1}, z_{b1}) en base temporaire (x_{b2}, y_{b2}, z_{b2}) .

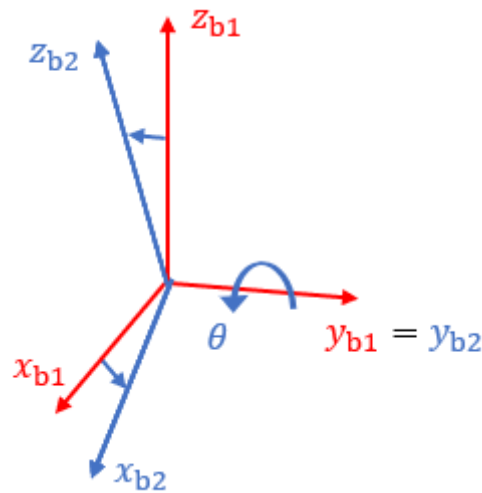
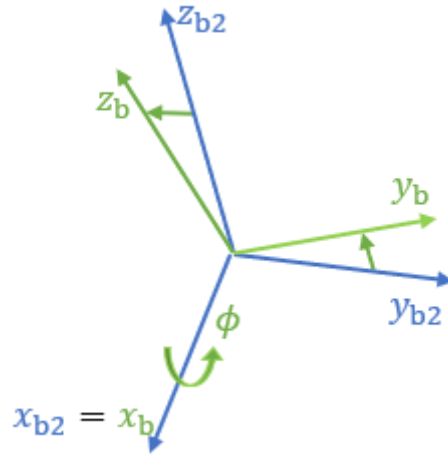


Figure 2.5 : Rotation autour de y_{b1} , d'angle de tangage θ .

La matrice de rotation correspondante est

$$\begin{aligned}
 x_{b2} &= c_\theta x_{b1} - s_\theta z_{b1} \\
 y_{b2} &= y_{b1} \quad \Rightarrow \quad R_y(\theta) = \begin{bmatrix} c_\theta & 0 & s_\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_\theta & 0 & c_\theta \end{bmatrix} \\
 z_{b2} &= s_\theta x_{b1} + c_\theta z_{b1}
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

Une troisième rotation autour de l'axe x_{b2} , d'angle ϕ appelé angle de roulis transforme la base (x_{b2}, y_{b2}, z_{b2}) en base (x_b, y_b, z_b) .


 Figure 2.6 : Rotation autour de x_{b2} , d'angle de roulis ϕ .

La matrice de rotation correspondante est :

$$\begin{aligned}
 x_b &= x_{b2} \\
 y_b &= c_\phi y_{b2} + s_\phi z_{b2} \\
 z_b &= -s_\phi y_{b2} + c_\phi z_{b2}
 \end{aligned}
 \Rightarrow R_x(\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_\phi & -s_\phi \\ 0 & s_\phi & c_\phi \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Les trois changements de repères successifs et dans l'ordre ZYX conduisent l'obtention de la matrice R de changement de repère qui permet le passage de B (mobile) vers E (fixe).

$$R(\eta) = R_z(\psi) \cdot R_y(\theta) \cdot R_x(\phi) \quad (2.6)$$

$$R(\eta) = \begin{bmatrix} c_\theta c_\psi & s_\phi s_\theta c_\psi - c_\phi s_\psi & c_\phi s_\theta c_\psi + s_\phi s_\psi \\ c_\theta s_\psi & s_\phi s_\theta s_\psi + c_\phi c_\psi & c_\phi s_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi \\ -s_\theta & s_\phi c_\theta & c_\phi c_\theta \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

avec : $\eta = (\phi, \theta, \psi)^T$ et $-\frac{\pi}{2} < \phi < \frac{\pi}{2}$, $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$, $-\pi \leq \psi \leq \pi$

Les matrices de rotation appartiennent au groupe *spécial orthogonal* $SO(3)$. Elles vérifient les propriétés suivantes :

$$SO(3) = \left\{ R \in \mathbb{R}^{3 \times 3} \mid R^T R = R R^T = I_d, \det(R) = 1 \right\} \quad (2.8)$$

Ainsi, la matrice $R(\eta)$ ayant pour inverse sa transposée $R(\eta)^{-1} = R(\eta)^T$. I_d est la matrice identité.

Comme toute représentation à trois paramètres, les angles d'Euler peuvent montrer des singularités des orientations. Afin de contrer le problème de singularité il est important de restreindre les angles de roulis et de tangage tels que : $|\phi| < \frac{\pi}{2}$ et $|\theta| < \frac{\pi}{2}$. Ceci permet d'éviter

les valeurs extrêmes $\pm \frac{\pi}{2}$ pour lesquelles le système quadrotor n'est plus commandable.

2.3 Modèle mathématique du quadrotor

Avant de décrire le modèle mathématique d'un quadrotor, il est nécessaire d'introduire les coordonnées de référence dans lesquelles on décrit la structure et son emplacement comme le montre la figure 2.7. Pour le quadrotor, il est possible d'utiliser deux systèmes de référence. Le premier $\{\mathcal{T} = O; X, Y, Z\}$ est fixe et le second $\{\mathcal{B} = G; x_B, y_B, z_B\}$ est mobile. Le système fixe de coordonnées, appelé aussi inertiel, est un système où la première loi de Newton est considérée comme valide.

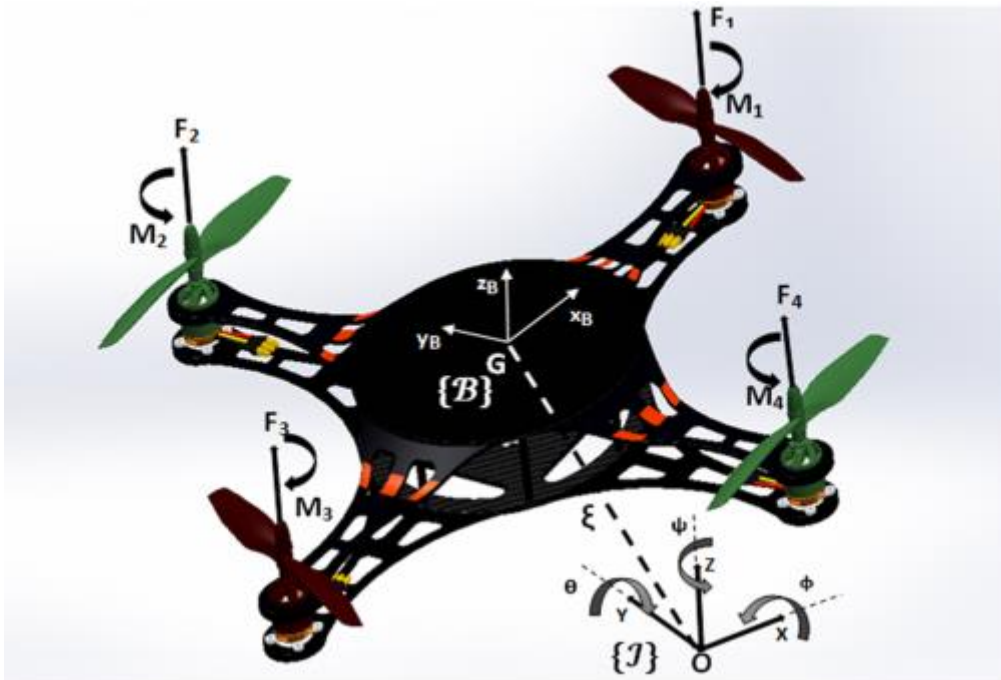


Figure 2.7 : Structure d'un quadrotor.

2.3.1 Modélisation cinématique du quadrotor

La cinématique est la partie de la mécanique qui a pour objet de décrire mathématiquement les mouvements des différents systèmes physiques. Néanmoins, les causes de ces mouvements ne sont pas prises en compte. Ces causes sont incluses dans le cadre de la dynamique.

La présente modélisation de la cinématique du véhicule quadrotor consiste à établir les vecteurs cinématiques de sa translation ainsi que de sa rotation. Etant donné que les capteurs sont installés sur le véhicule, les mesures fournies sont exprimées dans le repère mobile. A cet effet, il est commode de donner les vecteurs exprimés dans le référentiel inertiel en fonction de ceux exprimés dans le repère local.

Soit :

$\dot{\xi} = (\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z})^T$: la vitesse linéaire du quadrotor exprimée dans \mathfrak{I} .

$V = (V_x \ V_y \ V_z)^T$: la vitesse linéaire du quadrotor exprimée dans B.

$\dot{\eta} = (\dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi})^T$: la vitesse angulaire du quadrotor exprimée dans \mathfrak{I} .

$\Omega = (\Omega_x \ \Omega_y \ \Omega_z)^T$: la vitesse angulaire du quadrotor exprimée dans B.

Un vecteur ${}^B A$ exprimé dans le repère B lié au véhicule peut être exprimé dans le référentiel d'inertie \mathfrak{I} , par un vecteur ${}^E A$, en utilisant la matrice de rotation R comme suit

$${}^E A = R(\eta) \cdot {}^B A \quad (2.9)$$

Cependant, la relation entre les vitesses angulaires est beaucoup moins claire que la relation entre les vitesses linéaires et difficile à percevoir. Les dérivés du vecteur $\eta = (\phi \ \theta \ \psi)^T$ sont toutes exprimées dans des repères différents. En utilisant les matrices de passages, tout sera ramener dans le repère local.

$$\begin{bmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi & s\phi \\ 0 & -s\phi & c\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi & s\phi \\ 0 & -s\phi & c\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\theta & 0 & -s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Ainsi, la relation entre les vitesses angulaires Ω et $\dot{\eta}$ peut être exprimées en utilisant la matrice $Q(\eta)$ donnée par

$$Q(\eta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s\theta \\ 0 & c\phi & s\phi c\theta \\ 0 & -s\phi & c\phi c\theta \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

En utilisant les matrices $R(\eta)$ et $Q(\eta)$, le mouvement du quadrotor dans l'espace par rapport à un référentiel fixe et donc caractérisé par les équations cinétiques de la translation et de la rotation

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= R(\eta) \cdot V \\ \dot{\eta} &= Q^{-1}(\eta) \cdot \Omega \end{aligned} \quad (2.12)$$

Il convient de signaler que pour des petites valeurs d'angles, la matrice $Q(\eta)$ peut être approximativement simplifier à la matrice identité. Ainsi, les vitesses d'angles d'Euler sont identiques aux vitesses angulaires dans le repère mobile $\Omega \approx \dot{\eta}$.

2.3.2 Modélisation dynamique du quadrotor

La dynamique est l'autre grande partie de la mécanique qui s'intéresse à décrire les causes du mouvement en s'appuyant sur l'étude cinématique.

Le mouvement du quadrotor ayant été caractérisé précédemment, il reste maintenant l'analyse des actions mécaniques susceptibles de s'exercer sur ce dernier afin de produire tel ou tel mouvement. Cette étape permet d'établir les équations mathématiques liant les accélérations du quadrotor aux forces et moments exercés.

A) Les actions mécaniques

Malgré la possibilité de la forme (+), la configuration en forme de (x) reste préférée [85]. Le contrôle des vitesses de rotation des pales permet la manipulation de mouvements du quadrotor. Il peut être mis en mouvement vertical (ascendant/descendant), propulsé horizontalement ou latéralement. Le contrôle de la position en vol stationnaire est obtenu en maintenant une valeur constante de la force de poussée totale. Le sens de rotation de chaque rotor est très unique. Deux rotors du même bras tournent dans une direction tandis que les deux autres tournent dans la direction opposée. Il s'agit d'annuler les moments réactifs et de créer le mouvement de lacet souhaité.

Le maintien en équilibre ou la production du mouvement d'un solide sont des phénomènes mécaniques qui résultent des actions mécaniques exercés. Afin d'étudier la dynamique du quadrotor, ces actions agissant sur la structure de l'engin seront classées en forces et couples.

- **Force de la pesanteur**

Le poids du quadrotor est la force ayant pour point d'application son centre de gravité, portée sur l'axe z_e et pointe vers le centre de la terre. Elle est proportionnelle à la valeur du poids comme suit :

$$P = -mgz_e \quad (2.13)$$

Où : m est la masse totale et g est l'intensité de la pesanteur.

- **Force de portance**

Chacun des quatre actionneurs produit une force de portance F_i proportionnelle au carré de sa vitesse angulaire ω_i . Cette force est perpendiculaire au plan de l'hélice i appropriée, et orientée dans la direction de z_b . Sur la figure 2.7 sont montrées les quatre forces de portances générées par les actionneurs du quadrotor. D'après Hamel et Mahony [86], F_i est donnée par

$$F_i = k_f \omega_i^2 z_b \quad (2.14)$$

avec : $k_f > 0$: coefficient de poussée

ω_i : la vitesse de rotation du rotor r_i ($i = 1, 2, 3, 4$).

La portance totale T , responsable du mouvement du quadrotor selon les différents axes, est la somme des quatre forces de portance produites par chaque rotor. Tenant compte de l'hypothèse que tous les actionneurs sont identiques, cette force T est donnée par

$$T = k_f \sum_{i=1}^4 \omega_i^2 z_b \quad (2.15)$$

avec : $k_f > 0$: coefficient de portance

- **Force de traînée**

Il s'agit d'un couplage entre deux forces agissant sur le système :

- La traînée selon les trois axes qui est une force de résistance aérodynamique à la translation du quadrotor :

$$F_D = -k_{dt}\dot{\xi} \quad (2.16)$$

- La résistance de l'air sur les pales produit une force de traînée dans les hélices. Elle s'oppose à la rotation des pales et parallèle à leur plan de rotation. A cette force de traînée correspond un moment de traînée M_i . Ce moment anti-rotatif entraîne donc le quadrotor en rotation autour de l'axe z_b dans le sens opposé à ω_i . Le signe de M_i dépend donc du sens de rotation de l'actionneur i .

$$M_i = -k_m \omega_i |\omega_i| z_b \quad (2.17)$$

avec :

$k_{dt} = [k_{dx}, k_{dy}, k_{dz}] > 0$: le coefficient de traînée en translation.

$k_m > 0$: le coefficient aérodynamique de traînée dépendant, principalement, des propriétés aérodynamiques des hélices et de la géométrie de la pale.

- Couple actif

Le vecteur des couples actifs résulte de la somme des moments de portance et de traînée que génère les rotors par l'action de l'air sur les pales. Il a donc pour expression :

$$\tau_a = \sum_{i=1}^4 (\vec{l}_i \wedge \vec{F}_i) + \sum_{i=1}^4 M_i \quad (2.18)$$

$$\tau_a = \begin{pmatrix} l(F_4 - F_2) \\ l(F_3 - F_1) \\ \sum_{i=1}^4 M_i \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

\vec{l}_i Étant la position du centre du rotor r_i dans le repère B et l le bras d'un rotor.

Les couples actifs de roulis τ_x et de tangage τ_y sont responsables de la rotation du quadrotor autour des axes x_b et y_b , respectivement. Ils résultent de la différence entre deux forces de portance d'un même bras (F_2, F_4) et (F_1, F_3) , respectivement. Ainsi,

$$\tau_x = l(F_4 - F_2) = lk_f(\omega_4^2 - \omega_2^2) \quad (2.20)$$

$$\tau_y = l(F_3 - F_1) = lk_f(\omega_3^2 - \omega_1^2) \quad (2.21)$$

Le couple actif de lacet τ_z permet de faire tourner le quadrotor autour de l'axe z_b . Ce couple résulte de la combinaison des moments de traînée des quatre rotors. Nous avons choisi un sens de rotation anti-horaire pour les rotors r_1 et r_3 , ces derniers produisent donc des moments M_1 et M_3 négatifs résistants au mouvement de lacet. En revanche, les rotors r_2 et r_4 tournent dans le sens opposé qui est le sens négatif de lacet ($-\psi$) et produisent des moments M_2 et M_4 positifs entraînant le quadrotor en rotation dans les sens positifs de lacet ($+\psi$). Selon le sens positif du lacet choisi sur la figure 2.7, le couple τ_ψ s'écrit comme suit :

$$\tau_z = \sum_{i=1}^4 M_i = k_m \left(\sum_{i=1}^2 \omega_{2i}^2 - \sum_{i=1}^2 \omega_{2i-1}^2 \right) \quad (2.22)$$

Ce qui revient à écrire :

$$\tau_z = k_m \sum_{i=1}^4 (-1)^i \omega_i^2 \quad (2.23)$$

- Couple de résistance aérodynamique à la rotation :

Quand il s'agit du mouvement rotatif, le couple de résistance à la rotation τ_D est l'analogue de la résistance aérodynamique en translation. Il est donné par :

$$\tau_D = -k_{dr} \Omega^2 \quad (2.24)$$

avec, $k_{dr} = [k_{d\phi}, k_{d\theta}, k_{d\psi}] > 0$ est le coefficient des frottements aérodynamiques.

- Couples gyroscopiques

Chaque rotor r_i est considéré comme étant un disque rigide tournant à la vitesse ω_i autour de son axe vertical $z_{ri} = z_b$. Le rotor subit les rotations du fuselage ce qui induit le changement de la direction de son axe de rotation. Pour résister à ce changement, le rotor exerce un couple appelé couple gyroscopique. La somme de ces quatre couples gyroscopiques donne le couple τ_{gr} exercé sur le quadrotor. Il a pour expression [87] :

$$\tau_{gr} = \sum_{i=1}^4 I_r (\Omega \wedge z_b) (-1)^{i+1} \omega_i \quad (2.25)$$

avec : I_r l'inertie du rotor.

En effet, il existe également un autre couple gyroscopique appliqué au quadrotor. Ce deuxième type d'effet gyroscopique est dû aux mouvements angulaires du corps du véhicule τ_{gq} .

$$\tau_{gq} = \Omega \wedge I \Omega \quad (2.26)$$

B) La dynamique de translation et de rotation

Comme il est détaillé dans [88], la dynamique d'un corps rigide soumis à des forces et des couples extérieurs peut être exprimée en appliquant le formalisme de Newton-Euler

$$\begin{aligned} m\dot{V} + \Omega \wedge mV &= F \\ I\dot{\Omega} + \Omega \wedge I\Omega &= \tau \\ \dot{R}(\eta) &= R(\eta) \cdot sk(\Omega) \end{aligned} \quad (2.27)$$

F et τ sont respectivement les forces et couples appliqués au centre de masse du quadrotor et exprimés dans son repère local B. $I \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ est la matrice d'inertie autour du centre de masse et également donnée dans le repère local B. Elle caractérise la difficulté à mettre le corps en mouvements de rotation. La notation $sk(\Omega)$ désigne la matrice antisymétrique associée au vecteur Ω .

La première équation dans (2.27) représente la dynamique de la translation. Cette équation dynamique de Newton est indépendante du mouvement de rotation du quadrotor car nous utilisons son centre de masse pour déterminer sa position.

Par dérivation de la première équation cinématique de (2.12) et en remplaçant $\dot{R}(\eta)$ par son expression à partir de (2.27), le vecteur des accélérations linéaire $\ddot{\xi}$ s'écrit tel que :

$$\ddot{\xi} = R(\eta) \cdot sk(\Omega) \cdot V + R(\eta) \cdot \dot{V} \quad (2.28)$$

En remplaçant \dot{V} par son expression déduite à partir de l'équation de Newton de (2.27), nous obtenons :

$$m\ddot{\xi} = R(\eta)F \quad (2.29)$$

Le terme $R(\eta)F$ transforme les forces exprimées dans le repère mobile en forces exprimées dans le référentiel inertiel. Ce qui revient à écrire :

$$m\ddot{\xi} = R(\eta)T + P + F_D \quad (2.30)$$

En remplaçant les forces par leurs expressions (2.13), (2.15) et (2.16) dans (2.30), la dynamique de translation du quadrotor exprimée dans le référentiel I est donnée par les équations différentielles suivantes :

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \frac{1}{m} \begin{bmatrix} c_\phi s_\theta c_\psi + s_\phi s_\psi \\ c_\phi s_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi \\ c_\phi c_\theta \end{bmatrix} U_z - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} - \frac{1}{m} \begin{bmatrix} k_{dx} \dot{x} \\ k_{dy} \dot{y} \\ k_{dz} \dot{z} \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

Etant donné que : $U_z = T$

Similairement, les équations décrivant la dynamique du mouvement rotationnel peuvent être dérivées en utilisant la deuxième équation donnée par (2.27). Une des principales caractéristiques du quadrotor est sa symétrie, par conséquent, la matrice d'inertie I est diagonale avec $I_x = I_y$.

$$I = \begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

A noter que le moment gyroscopique dû au mouvement de rotation du quadrotor est compris dans l'équation d'Euler décrivant cette dynamique. En remplaçant les moments donnés par leurs expressions (2.19), (2.24), (2.25) et (2.26) dans cette même équation, la dynamique de rotation est formulée tel que :

$$\begin{bmatrix} \dot{\Omega}_x \\ \dot{\Omega}_y \\ \dot{\Omega}_z \end{bmatrix} = \frac{1}{I} \begin{bmatrix} (I_y - I_z)\Omega_y\Omega_z \\ (I_z - I_x)\Omega_x\Omega_z \\ (I_x - I_y)\Omega_x\Omega_y \end{bmatrix} - \frac{1}{I} \begin{bmatrix} I_r\Omega_y\varpi \\ -I_r\Omega_x\varpi \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{I} \begin{bmatrix} U_\phi \\ U_\theta \\ U_\psi \end{bmatrix} - \frac{1}{I} \begin{bmatrix} k_{d\phi}\Omega_x^2 \\ k_{d\theta}\Omega_y^2 \\ k_{d\psi}\Omega_z^2 \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

Où : $\varpi = \sum_{i=1}^4 (-1)^{i+1} \omega_i$ et $\Gamma = [U_\phi, U_\theta, U_\psi] = [\tau_x, \tau_y, \tau_z]$

Il est également utile de noter :

$$\begin{aligned} u_x &= c_\phi s_\theta c_\psi + s_\phi s_\psi \\ u_y &= c_\phi s_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi \end{aligned} \quad (2.34)$$

Ces deux équations représentent le couplage entre le déplacement longitudinal/latéral et l'orientation du quadrotor.

En combinant les relations dynamiques (2.31) et (2.33) établies auparavant et en appliquant l'approximation des petits angles, nous tirons le modèle dynamique complet à 6 DDL d'un quadrotor à configuration (+) ayant deux plans de symétrie (x_b, z_b) et (y_b, z_b) .

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{1}{m}(u_x U_z - k_{dx} \dot{x}) \\ \ddot{y} = \frac{1}{m}(u_y U_z - k_{dy} \dot{y}) \\ \ddot{z} = \frac{1}{m}(c_\phi c_\theta U_z - k_{dz} \dot{z} - mg) \\ \ddot{\phi} = \frac{1}{I_x} [(I_y - I_z) \dot{\theta} \dot{\psi} - I_r \varpi \dot{\theta} + U_\phi - k_{d\phi} \dot{\phi}^2] \\ \ddot{\theta} = \frac{1}{I_y} [(I_z - I_x) \dot{\phi} \dot{\psi} + I_r \varpi \dot{\phi} + U_\theta - k_{d\theta} \dot{\theta}^2] \\ \ddot{\psi} = \frac{1}{I_z} [(I_x - I_y) \dot{\phi} \dot{\theta} + U_\psi - k_{d\psi} \dot{\psi}^2] \end{cases} \quad (2.35)$$

2.4 Représentation d'état

En considérant les n variables d'état du quadrotor rassemblées dans le vecteur $X = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ \dots \ x_{12}]^T$, $X \in \mathbb{R}^n$.

Soit :

$$X = [x \ \dot{x} \ y \ \dot{y} \ z \ \dot{z} \ \phi \ \dot{\phi} \ \theta \ \dot{\theta} \ \psi \ \dot{\psi}]^T \quad (2.36)$$

Par conséquent, le modèle (2.35) peut être représenté dans l'espace d'état sous la forme

$\dot{X} = f(X, t) + g(X, t)U(t)$ comme suit :

$$\begin{cases}
 \dot{x}_1 = x_2 \\
 \dot{x}_2 = f_2(X, t) + g_2(X, t)u_x \\
 \dot{x}_3 = x_4 \\
 \dot{x}_4 = f_4(X, t) + g_4(X, t)u_y \\
 \dot{x}_5 = x_6 \\
 \dot{x}_6 = f_6(X, t) + g_6(X, t)U_z \\
 \dot{x}_7 = x_8 \\
 \dot{x}_8 = f_8(X, t) + g_8(X, t)U_\phi \\
 \dot{x}_9 = x_{10} \\
 \dot{x}_{10} = f_{10}(X, t) + g_{10}(X, t)U_\theta \\
 \dot{x}_{11} = x_{12} \\
 \dot{x}_{12} = f_{12}(X, t) + g_{12}(X, t)U_\psi
 \end{cases} \quad (2.37)$$

Où les fonctions $f_i(X, t)$ et $g_i(X, t)$, $i \in (2, 4, 6, 8, 10, 12)$ peuvent être facilement identifiées à partir de (2.35). $X \in \mathbb{R}^p$ est le vecteur qui représente les p commandes. Nous revenons sur ce vecteur de commande dans le chapitre suivant.

$$\begin{aligned}
 f_2(X, t) &= -\frac{1}{m}k_{dx}x_2 = a_1x_2 \\
 f_4(X, t) &= -\frac{1}{m}k_{dy}x_4 = a_2x_4 \\
 f_6(X, t) &= -\frac{1}{m}(k_{dz}x_6 + mg) = a_3x_6 - g \\
 f_8(X, t) &= \frac{1}{I_x}[(I_y - I_z)x_{10}x_{12} - I_r\varpi x_{10} - k_{d\phi}x_8^2] = a_4x_{10}x_{12} + a_5\varpi x_{10} + a_6x_8^2 \\
 f_{10}(X, t) &= \frac{1}{I_y}[(I_z - I_x)x_8x_{12} + I_r\varpi x_8 - k_{d\theta}x_{10}^2] = a_7x_8x_{12} + a_8\varpi x_8 + a_9x_{10}^2 \\
 f_{12}(X, t) &= \frac{1}{I_z}[(I_x - I_y)x_8x_{10} - k_{d\psi}x_{12}^2] = a_{10}x_8x_{10} + a_{11}x_{12}^2
 \end{aligned} \quad (2.38)$$

$$\begin{aligned}
 g_2(X, t) &= \frac{1}{m} U_z = b_1 U_z \\
 g_4(X, t) &= \frac{1}{m} U_z = b_1 U_z \\
 g_6(X, t) &= \frac{\cos x_7 \cos x_9}{m} = b_1 \cos x_7 \cos x_9 \\
 g_8(X, t) &= \frac{1}{I_x} = b_2 \\
 g_{10}(X, t) &= \frac{1}{I_y} = b_3 \\
 g_{12}(X, t) &= \frac{1}{I_z} = b_4
 \end{aligned} \tag{2.39}$$

2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, deux parties principales ont été abordées. Dans un premier lieu une description globale du principe de fonctionnement du quadrotor a été présentée. Également, les phénomènes physiques agissant sur son comportement ont été étudiés. Ensuite, le formalisme d'Euler-Newton a été utilisé dans le but d'établir un modèle dynamique complet du quadrotor. Ce modèle a montré une nature non-linéaire, couplée et sous-actionnée. L'objectif de ce chapitre était de donner une introduction aux principaux concepts mathématiques pour finalement arriver à la modélisation dynamique d'un véhicule quadrotor. La plupart des travaux de recherche en robotique, en particulier dans les drones, se sont appuyés sur la convention des angles d'Euler.

Dans ce chapitre, le modèle quadrotor non linéaire est dérivé sur la base de la dynamique et de la cinématique force-moment. En se basant sur ce modèle, la synthèse de lois de commande est abordée dans le chapitre suivant.

CHAPITRE 3

Commande d'un quadrotor

3.1	Introduction	42
3.2	Généralités sur la commande.....	42
3.2.1	Commande d'un système	42
3.2.2	Organe de commande.....	43
3.2.3	Asservissement et régulation.....	43
3.2.4	Le problème de la stabilité	43
3.2.5	Les performances d'un système commandé.....	44
3.2.6	Propriétés des systèmes non linéaires	45
3.3	La commande hiérarchique	46
3.3.1	Principe de la commande hiérarchique	46
3.3.2	Structure de la commande hiérarchique d'un quadrotor	46
3.4	Commande classique par PID.....	49
3.4.1	Modèle du régulateur PID	49
3.5	Commande non-linéaire par Backstepping.....	51
3.5.1	Les étapes de synthèse de la commande backstepping	51
3.5.2	Synthèse de la loi de commande par backstepping pour le quadrotor	55
3.6	Commande par mode glissant du premier ordre.....	57
3.6.1	Conception de la variable de glissement	59
3.6.2	Conception de contrôle de mode glissant du premier ordre.....	61
3.6.3	Synthèse de la loi de commande par mode glissant pour le quadrotor	63
3.7	Commande par mode glissant du second ordre	65
3.7.1	Algorithme du super twisting	69
3.7.2	Synthèse de la loi de commande par 2-SMC pour quadrotor	70

3.8	Commande par logique floue type 2.....	72
3.8.1	Concept et structure d'un système flou	72
3.8.2	Application de la logique floue type-2 pour la commande du quadrotor.....	77
3.9	Conclusion	79

3.1 Introduction

Un système de commande de vol est un module important pour tout véhicule aérien. Les missions des drones peuvent être de suivre une trajectoire souhaitée en présence de perturbations externes et internes ou d'effectuer des tâches dans des conditions de vol extrêmement risquées et qui sont impossibles à réaliser par des véhicules aériens pilotés. Par conséquent, les systèmes de contrôle de vol d'un UAV doivent tenir compte de la sécurité ou de la mission critique, comme une erreur de modèle et de mesure.

Dans ce chapitre un aperçu général des concepts de base des différents contrôleurs, linéaire : PID, non linéaires : backstepping et mode glissant d'ordre 1 et d'ordre 2, et un contrôleur basé sur l'apprentissage : logique floue type-2 sont présentés avec leurs avantages et leurs inconvénients. Aussi, ces théories sont appliquées sur le système quadrotor. Les résultats de la simulation seront présentés et discutés dans le prochain chapitre.

3.2 Généralités sur la commande

3.2.1 Commande d'un système

Tout système physique peut s'apparenter au modèle illustré sur le schéma de la figure 3.1 il se définit par un opérateur orienté liant des grandeurs d'entrée à des grandeurs de sortie. Nous considérons des processus qui évoluent au cours du temps, faisant correspondre des réponses à des sollicitations sous l'effet d'influences externes et internes, et sur lesquels des mesures peuvent être faites (observation). Des variables d'entrée agissent sur le processus, et donc sur ses variables de sorties. Un système peut avoir une ou plusieurs entrées / sorties, et dans le cas des systèmes bouclés, certaines sorties peuvent même être utilisées comme de nouvelles entrées. Deux types d'entrées affectent le processus : les commandes et les perturbations mesurées et non mesurées. Tandis que nous pouvons agir sur les commandes, nous n'avons aucune action sur les perturbations.

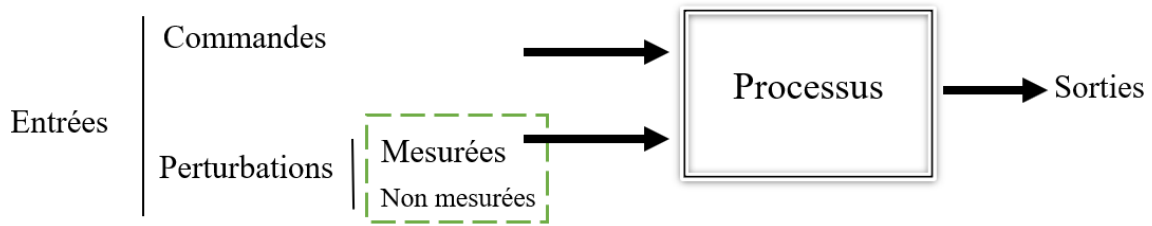


Figure 3.1 : Processus commandé.

Commander un processus, c'est être maître de l'état du système en choisissant convenablement l'entrée. Un organe de commande est nécessaire pour la génération des signaux de commande. Ces derniers sont appliqués au processus de manière à garantir à la sortie un comportement défini par un cahier de charge.

3.2.2 Organe de commande

Le problème de la commande ne dépend pas seulement de la dynamique et de la cinématique du système, mais également d'un élément nécessaire pour le calcul des signaux d'entrée à appliquer au processus afin qu'il se comporte de la manière souhaitée. Sa conception dépend donc du modèle du processus et des performances désirées.

3.2.3 Asservissement et régulation

Un système asservi est censé suivre une consigne qui varie, il s'agit d'un système suiveur comme le cas du pilotage automatique des avions. Quand la consigne est fixe, nous parlons de la régulation. Le système est censé compenser l'effet des perturbations, citons l'exemple du radiateur électrique dont la consigne est la température souhaitée dans la pièce.

3.2.4 Le problème de la stabilité

Physiquement, un système est en équilibre s'il conserve son état en absence d'effet extérieur. Mathématiquement, ceci revient à dire que la dérivée \dot{x} de son vecteur d'état est nulle. Les états d'équilibre pour le système :

$$\dot{x} = \phi(x) \quad (3.1)$$

sont les solutions de l'équation :

$$\phi(x) = 0 \quad (3.2)$$

La solution unique : $x_e = 0$ est un point d'équilibre pour tout système linéaire.

Dans le cas d'un système non linéaire, l'équilibre ne se trouve pas toujours à l'origine et son calcul n'est pas aussi évident.

Ecarté de sa position d'équilibre, le système tend-il à y revenir ou à s'en éloigner davantage ? c'est la question que pose le problème de la stabilité. Dans le premier cas le système est stable tandis que dans le deuxième il est instable.

3.2.5 Les performances d'un système commandé

Le plus important pour un automaticien est de concevoir un système automatique caractérisé par sa stabilité, sa précision et sa rapidité.

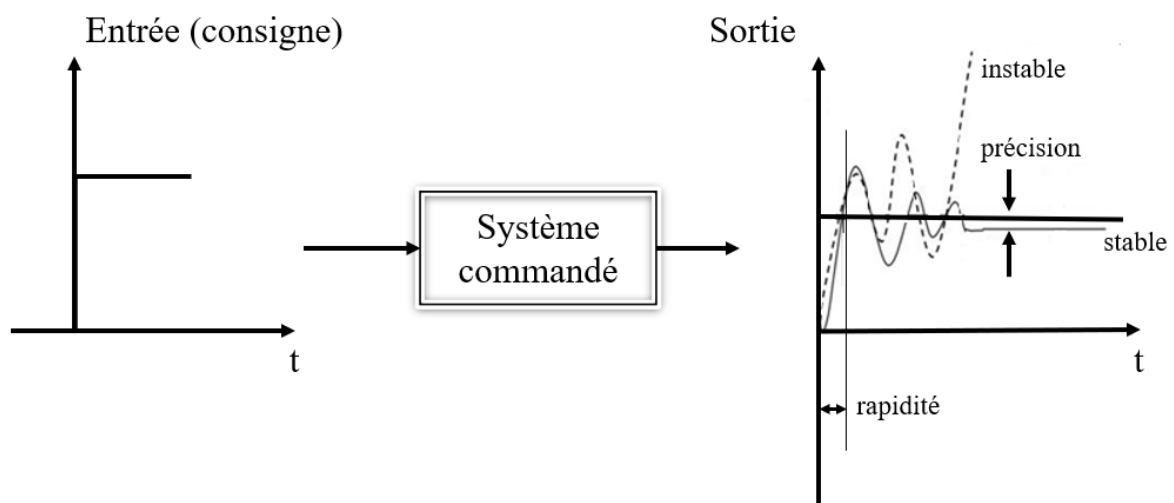


Figure 3.2 : Propriétés d'un système commandé.

Stabilité : si le signal d'entrée est limité, la sortie doit converger vers une valeur finie.

Précision : la différence entre la consigne et la mesure doit être la plus petite possible.

Rapidité : le système doit répondre rapidement à une excitation.

Prenons comme exemple le mouvement de lacet d'un drone quadrotor. Supposant que lors de la mise en marche du système, l'orientation de l'avant du véhicule est selon l'axe horizontal du référentiel, c.à.d. nous avons $\psi(t_0) = 0$. Supposons aussi que la valeur de la consigne est égale à $\psi(t_f) = 0.5rad$.

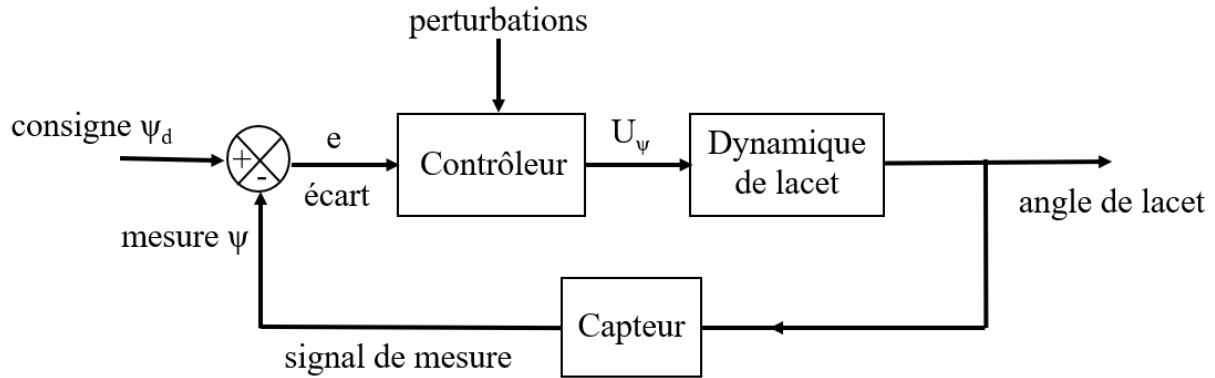


Figure 3.3 : Schéma de la régulation de l'angle de lacet du système quadrotor.

Dans ces conditions, plus l'orientation de l'avant du véhicule sera au voisinage de la valeur consigne, plus le système sera précis.

Il n'est pas utile d'attendre des heures pour disposer des conditions souhaitées. Au contraire, nous sommes intéressés par un régime transitoire du système le plus court possible. Plus la consigne est assurée rapidement plus le dispositif est rapide. En plus de la durée, le régime transitoire est caractérisé aussi par sa forme. Le phénomène de dépassement n'est bien évidemment pas acceptable.

3.2.6 Propriétés des systèmes non linéaires

Contrairement aux systèmes linéaires, les systèmes physiques non linéaires sont décrits par des équations différentielles non linéaires : le principe de superposition n'est pas applicable. Aussi, un système non linéaire ne présente pas un point d'équilibre unique comme dans le cas d'un système linéaire mais des points d'équilibres multiples. En l'absence d'une entrée exogène, les systèmes non linéaires peuvent montrer des oscillations à amplitudes et fréquences fixes : ces oscillations sont appelées cycles limites. La stabilité des systèmes non linéaires peut être affectée selon la théorie de bifurcation : le changement quantitatif des paramètres du système entraîne un changement qualitatif dans son comportement. Le phénomène chaotique également caractérise les systèmes non linéaires : la sensibilité de la sortie vis-à-vis des valeurs initiales. L'état d'un système non linéaire instable peut aller à l'infini en un temps fini : temps d'échappement fini. Pour une entrée sinusoïdale la sortie d'un système linéaire ne contient qu'une sinusoïde tandis que dans le cas d'un système non linéaire, la sortie peut contenir de nombreux harmoniques et sous harmoniques avec amplitudes et déphasages différents.

3.3 La commande hiérarchique

Dans le cas d'un système quadrotor, la commande hiérarchique appelée aussi la commande en cascade est bien adaptée pour permettre différentes configurations de vol. les boucles externes sont successivement activées ou désactivées selon les attentes de vol : vol stationnaire, décollage, atterrissage, mission ... etc. Cette approche est utilisée pour la commande des hélicoptères [89,90], des drones [91,92], précisément dans le cas des quadrotors [93], et d'une manière plus générale pour la commande des véhicules aériens [94]

3.3.1 Principe de la commande hiérarchique

La structure générale de la commande hiérarchique permet de décomposer le problème de la commande en plusieurs boucles en cascade. Cette architecture est particulièrement bien adaptée pour les systèmes dont la dynamique est un hybride de dynamiques lentes et rapides. Tant qu'il n'est pas nécessaire que toutes les boucles soient synchronisées, l'implémentation est simplifiée.

3.3.2 Structure de la commande hiérarchique d'un quadrotor

Le système quadrotor ayant quatre rotors possède quatre entrées réelles de commande qui sont les vitesses de rotations des moteurs. Le contrôle du mouvement du véhicule est atteint en manipulant ces vitesses ω_i ($i=1,2,3,4$). Chaque sous-système de position ou d'orientation possède une entrée de commande, force ou couple, correspondante aux vitesses ω_i .

Selon le modèle dynamique (2.37) obtenu dans le chapitre précédent, nous pouvons s'apercevoir que la seule entrée de commande qui régit la translation en 3D du quadrotor est la force de portance \mathcal{T} . Pour son orientation, le vecteur τ_a est l'entrée de commande en 3D. Ceci, nous permet de définir le vecteur des entrées de commande comme suit : $U = [U_z \ U_\phi \ U_\theta \ U_\psi]^T$

La relation entre ces entrées de commande et les vitesses des rotors s'écrit sous la forme matricielle telle que :

$$\begin{bmatrix} U_z \\ U_\phi \\ U_\theta \\ U_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_f & k_f & k_f & k_f \\ 0 & -lk_f & 0 & lk_f \\ -lk_f & 0 & lk_f & 0 \\ -k_m & k_m & -k_m & k_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

A cause de la propriété de sous-actionnement que caractérise la dynamique du quadrotor, seulement quatre DDL à contrôler peuvent être choisis parmi six $(x, y, z, \phi, \theta, \psi)$. Nous constatons que l'évolution de la dynamique de translation dépend des angles tandis que la dynamique de rotation est indépendante. Par conséquent, le quadrotor a besoin de s'incliner pour avancer, voir figure 3.4.

- **Mouvement de roulis :**

Une translation selon l'axe y se traduit par une valeur non nulle de l'angle de roulis $(\phi \neq 0, \theta = 0, \psi = 0) \Rightarrow (u_x = 0, u_y = -\sin \phi)$

- **Mouvement de tangage :**

Une translation selon l'axe x se traduit par une valeur non nulle de l'angle de tangage $(\phi = 0, \theta \neq 0, \psi = 0) \Rightarrow (u_x = \sin \theta, u_y = 0)$

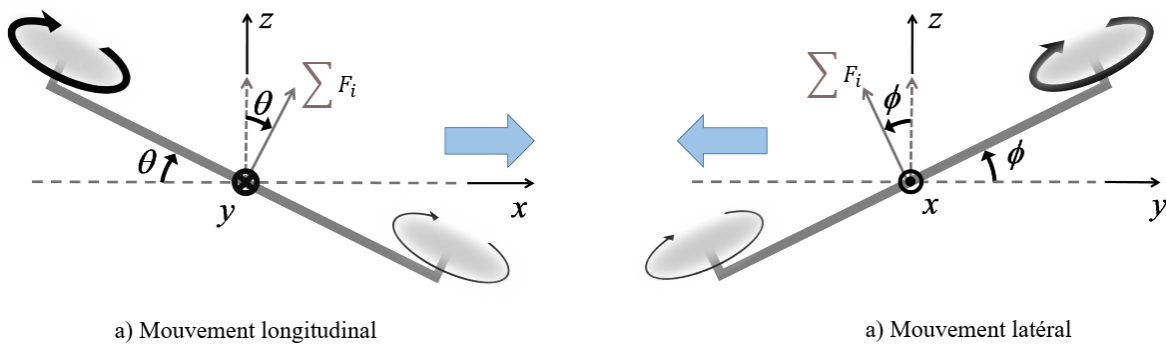


Figure 3.4 : Illustration du couplage entre le mouvement horizontal et l'orientation du quadrotor.

Le mouvement de roulis se produit en appliquant un couple autour de l'axe x . Ainsi, le quadrotor se met en déplacement latéral selon l'axe y . De même, le mouvement de tangage est obtenu quand on pivote le quadrotor autour de l'axe y . Ce mouvement est couplé avec le déplacement horizontal selon l'axe x . Des valeurs nulles des angles de roulis et de tangage entraînent le vol stationnaire.

Le contrôle de cap (mouvement de lacet) a pour objectif de suivre l'orientation de l'avant du quadrotor par rapport au référentiel inertiel. Ce mouvement n'est pas le résultat direct de la portance générée par les propulseurs mais par les couples réactifs produits par la rotation des rotors. Les directions des forces de poussée ne décalent pas pendant le mouvement, mais l'augmentation des poussées dans une paire de rotors doit être égale à la diminution des poussées dans les autres paires pour s'assurer que la portance demeure la même.

Nous avons choisi que la position désirée ξ^d et l'angle de lacet désiré ψ^d soient fixés par l'utilisateur. Par conséquent, les angles désirés sont déduits en utilisant les expressions de u_x et u_y . ϕ^d et θ^d sont alors les solutions des équations suivantes :

$$\begin{aligned}\phi^d &= \arcsin(u_x \sin(\psi^d) - u_y \cos(\psi^d)) \\ \theta^d &= \arcsin\left(\frac{u_x \cos(\psi^d) + u_y \sin(\psi^d)}{\cos(\phi^d)}\right)\end{aligned}\quad (3.4)$$

Ainsi, une architecture de contrôle à deux niveaux doit être mise en évidence afin de surmonter la difficulté liée à la propriété de sous-actionnement. Elle se présente sous la forme donnée par la figure 3.5. Le « niveau haut » s'agit de la boucle externe de commande en position tandis que le « niveau bas » s'agit de la boucle interne de commande en attitude. La dynamique de rotation et la dynamique de translation sont couplées à travers la matrice de rotation. Cette relation est donnée par u_x et u_y et les deux sous-systèmes interconnectés par leurs canaux entrée-sortie.

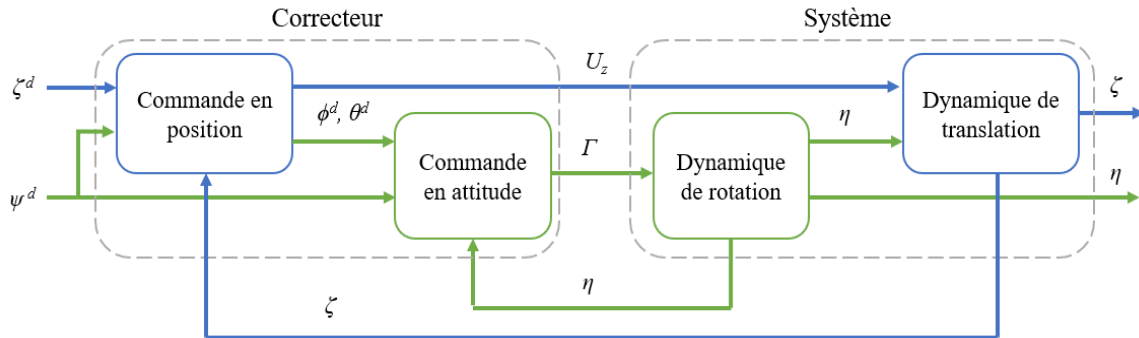


Figure 3.5 : Structure de la commande hiérarchique d'un quadrotor.

La boucle externe est caractérisée lente par rapport à la boucle interne. Elle a pour entrée la position désirée $\xi^d = [x^d, y^d, z^d]^T$ et s'occupe de la génération des consignes ϕ^d et θ^d pour la boucle interne et le calcul de U_z . La sortie de la boucle externe sert d'entrée pour la boucle interne en plus de l'orientation désirée en lacet $\eta^d = [\phi^d, \theta^d, \psi^d]^T$. Les commande en position et en attitude génèrent les lois de commande en termes de force et moment, respectivement U_z et $\Gamma = [\tau_x, \tau_y, \tau_z]^T$ pour le système quadrotor.

3.4 Commande classique par PID

En robotique, le régulateur PID représente la base du contrôle, même si d'autres algorithmes offrent de meilleures performances. Les raisons de ce succès sont principalement la structure simple, les bonnes performances pour une large gamme de processus et le fait qu'il est ajustable même sans modèle spécifique du système contrôlé. De par sa simplicité, les contrôleurs PID peuvent être fabriqués avec une variété de technologies : électronique, mécanique, pneumatique, hydraulique, analogique et numérique. Cela implique une grande disponibilité commerciale, qui permet la réalisation de schémas de contrôle complexes en peu de temps et à faible coût.

3.4.1 Modèle du régulateur PID

Le PID est une méthode linéaire de contrôle de système. Traditionnellement, sa structure est introduite sur la base de considérations empiriques selon lesquelles il convient que la variable de contrôle u soit générée comme la somme de trois termes contrôleurs qui sont : la composante proportionnelle, intégrale et dérivée. Chaque contrôleur a une tâche différente pour améliorer la réponse dynamique du système contrôlé.

La relation entre la loi de commande u et l'écart e est donc

$$u(t) = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(\tau) d\tau + k_d \frac{de(t)}{dt} \quad (3.5)$$

Où e est l'erreur entre la consigne et la sortie du processus. u est le signal de commande. k_p , k_i et k_d sont des constantes positives ou nulles. Le coefficient k_p est appelé coefficient de l'action proportionnelle, tandis que k_i et k_d sont respectivement le coefficient de l'action intégrale et le coefficient de l'action dérivée.

L'utilisation du contrôleur PID implique le réglage des paramètres k_p , k_i et k_d afin d'obtenir la réponse requise. Certaines méthodes de réglage peuvent être utilisées, telles que : Essai-Erreur et Ziegler-Nichols. Les méthodes d'optimisation sont également développées pour obtenir la valeur optimale des constantes PID : la logique floue, l'algorithme génétique et l'optimisation par essais de particules. Cependant, ces méthodes sont nécessaires lorsque le contrôleur est conçu en approche d'analyse et de manière robuste. Dans cette étape, nous obtenons les constantes PID de l'étude de la littérature afin de donner un moyen rapide de concevoir un contrôleur PID.

La première contribution (P) de la structure PID, de sens intuitif, actionne le système proportionnellement à l'erreur entre le fonctionnement réel (variable de processus) et la consigne souhaitée. En effet, la simplicité du contrôle proportionnel n'est pas sans inconvénients. Si le gain proportionnel est réglé trop bas, la réponse du système devient lente. Inversement, si le gain est trop élevé, le système réagira rapidement aux erreurs, mais connaîtra des oscillations autour de la consigne. L'introduction de deux contributions supplémentaires, l'action intégrale (I) et l'action dérivation (D), nous permet de définir plus complètement les propriétés souhaitées du système de contrôle. La partie intégrale examine l'erreur globale en régime permanent. Elle varie en fonction de l'intégrale de l'erreur. Même si ce composant augmente le dépassement et le temps de stabilisation, il a une propriété unique : il élimine l'erreur du régime permanent. La partie dérivée (D) varie en fonction de la dérivée de l'erreur. Ce composant permet de diminuer le dépassement et le temps de stabilisation. Ensemble, ces gains constituent le contrôleur PID (Proportionnel, Intégral, Dérivé) extrêmement populaire. En appliquant la transformée de Laplace à la formule (3.5), on en déduit immédiatement que le PID traditionnel est décrit par la fonction de transfert suivante :

$$u(s) = \left(k_p + \frac{k_I}{s} + k_D s \right) e(s) \quad (3.6)$$

Généralement, la structure du contrôleur PID est illustrée comme le montre la figure 3.6.

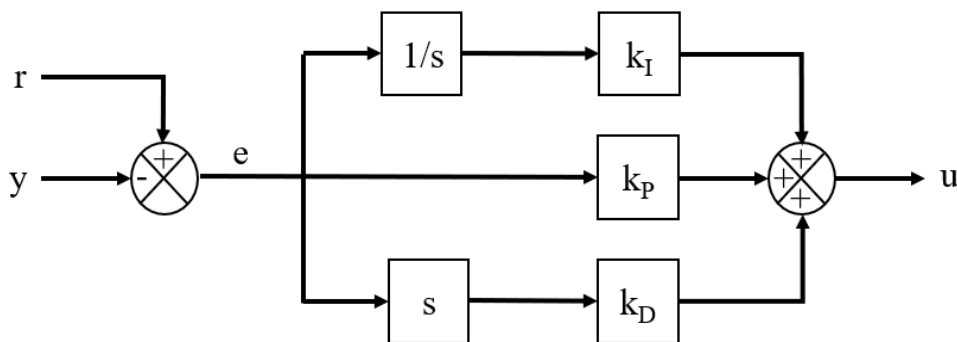


Figure 3.6 : Structure du PID traditionnel.

La référence notée r est en fait la consigne pour la variable de processus y (sortie système). Ce signal de référence est comparé via une rétroaction négative à la sortie mesurée. Le résultat de cette comparaison est le signal d'erreur (e), qui est l'entrée du contrôleur. Le contrôleur s'occupe de forcer ce signal d'erreur à zéro par l'utilisation des commandes proportionnelle,

intégrale et dérivée décrites précédemment (ou par d'autres mécanismes si une architecture de contrôleur différente est utilisée). Le contrôleur émet ensuite un signal approprié u en entrée du système avec l'idée que u conduira y davantage vers r , diminuant ainsi l'amplitude de e . Une représentation du PID différentielle que (3.6) peut être plus utilisée

$$u(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) e(s) \quad (3.7)$$

et dans laquelle, $T_I = k_p / k_I$ et $T_D = k_D / k_p$.

3.5 Commande non-linéaire par Backstepping

Inspirée des travaux de Feurer et Morse (1978) d'une part, et Tsiniias (1989) et Kokotovic & Sussmann (1989) d'autre part, la méthode de contrôle backstepping a été développée en 1991 par Kanellakopoulos et ses collaborateurs afin de concevoir une commande à structure récursive pour une classe de systèmes dynamiques non linéaires. L'idée fondamentale de la technique backstepping est de calculer une loi de commande qui ramène le système vers un état désiré d'une manière récursive. Cela peut être atteint en se basant sur la théorie de Lyapunov. La commande est calculée en plusieurs étapes et garantit la stabilité globale du système. Elle consiste à fragmenter un système global d'un procédé en un ensemble de sous-systèmes imbriqués d'ordre croissant, et à chaque étape on stabilise un sous-système en considérant le sous-système suivant comme commande virtuelle. Ainsi, la commande qui peut stabiliser le système global est construite [95,96].

3.5.1 Les étapes de synthèse de la commande backstepping

Le backstepping n'est en fait que la combinaison d'une fonction de Lyapunov choisie ainsi que la commande étape par étape. Pour illustrer le principe, prenons un système non linéaire de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1, t) + g_1(x_1, t)x_2 \\ \dot{x}_i = f_i(\bar{x}_i, t) + g_i(\bar{x}_i, t)x_{i+1} \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} = f_{n-1}(\bar{x}_{n-1}, t) + g_{n-1}(\bar{x}_{n-1}, t)x_n \\ \dot{x}_n = f_n(X, t) + g_n(X, t)u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (3.8)$$

Où

$f_i(\cdot)$ et $g_i(\cdot) \neq 0, i=1, \dots, n-1$ sont des fonctions non linéaires continues et dérivables. $f_n(\cdot)$ et $g_n(\cdot) \neq 0$ sont des fonctions non linéaires continues.

$\bar{x}_i = [x_1, x_2, \dots, x_i]^T \in \mathbb{R}^i, i = (1, 2, \dots, n-1)$ est un vecteur d'état partiel qui correspond aux i premières équations dynamiques.

$X = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état complet.

$u \in \mathbb{R}$ et $y \in \mathbb{R}$ sont respectivement la commande et la sortie du système.

L'objectif de la procédure est de construire une loi de commande permettant à la sortie y de suivre une référence connue y^d . Le système étant d'ordre n , cela signifie que la mise en œuvre de la loi de commande par backstepping s'effectue en n étapes. A titre illustratif, prenons l'exemple lorsque $n=3$:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1, t) + g_1(x_1, t)x_2 \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2, t) + g_2(x_1, x_2, t)x_3 \\ \dot{x}_3 = f_3(x_1, x_2, x_3, t) + g_3(x_1, x_2, x_3, t)u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (3.9)$$

1^{ère} itération :

La procédure commence à travers la première équation du système (3.9). Soit le premier sous-système :

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1, t) + g_1(x_1, t)x_2 \quad (3.10)$$

$x_2 = v_1$ est considérée comme une commande virtuelle.

Dans cette étape, l'objectif est de ramener l'état de la variable d'état x_1 vers une valeur désirée

$x_1^d = v_0$ en déterminant la loi de commande intermédiaire v_1 .

Par conséquent, la première erreur de poursuite est définie tel que :

$$e_1 = x_1 - v_0 \quad (3.11)$$

Sa dérivée temporelle \dot{e}_1 est :

$$\dot{e}_1 = \dot{x}_1 - \dot{v}_0 = f_1(x_1, t) + g_1(x_1, t)x_2 - \dot{v}_0 \quad (3.12)$$

Pour ce système, la fonction de Lyapunov appropriée est donnée sous une forme quadratique comme suit :

$$V_1(e_1) = \frac{1}{2} e_1^2 \quad (3.13)$$

Sa dérivée temporelle est :

$$\dot{V}_1(e_1) = e_1 \dot{e}_1 = e_1 [f_1(x_1, t) + g_1(x_1, t)x_2 - \dot{v}_0] \quad (3.14)$$

Afin d'assurer la stabilité du sous-système d'après Lyapunov, \dot{V}_1 doit être négative définie.

Pour cela, on choisit \dot{V}_1 tel que : $\dot{V}_1(e_1) = -c_1 e_1^2 \leq 0$, avec $c_1 > 0$ constante de conception.

Dans ce cas, on obtient :

$$x_2^d = v_1 = \frac{1}{g_1(x_1, t)} [-c_1 e_1 - f_1(x_1, t) + \dot{v}_0] \quad (3.15)$$

2^{ème} itération :

Dans cette étape, on considère un nouveau système augmenté

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1, t) + g_1(x_1, t)x_2 \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2, t) + g_2(x_1, x_2, t)x_3 \end{cases} \quad (3.16)$$

Afin d'atteindre le nouvel objectif de cette deuxième étape qui est : forcer la variable d'état x_2 vers une valeur désirée x_2^d en déterminant la loi de commande virtuelle v_2 de ce deuxième sous-système, une nouvelle variable d'erreur est définie par : $e_2 = x_2 - v_1$

La dynamique des erreurs (e_1, e_2) s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = f_1(x_1, t) + (e_2 + v_1)g_1(x_1, t) - \dot{v}_0 \\ \dot{e}_2 = f_2(x_1, x_2, t) + g_2(x_1, x_2, t)x_3 - \dot{v}_1 \end{cases} \quad (3.17)$$

La fonction de Lyapunov augmentée est choisie comme suit :

$$V_2(e_1, e_2) = V_1(e_1) + \frac{1}{2}e_2^2 \quad (3.18)$$

Cette fonction a pour dérivée temporelle

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(e_1, e_2) &= \dot{V}_1(e_1) + e_2 \dot{e}_2 \\ \dot{V}_2(e_1, e_2) &= e_1 [f_1(x_1, t) + (e_2 + v_1)g_1(x_1, t) - \dot{v}_0] + e_2 [f_2(x_1, x_2, t) + g_2(x_1, x_2, t)x_3 - \dot{v}_1] \end{aligned} \quad (3.19)$$

En utilisant l'équation (3.15) on obtient

$$\dot{V}_2(e_1, e_2) = -c_1 e_1^2 + e_2 [f_2(x_1, x_2, t) + g_1(x_1, t)e_1 + g_2(x_1, x_2, t)x_3 - \dot{v}_1] \quad (3.20)$$

Afin d'assurer la condition de stabilité, $\dot{V}_2(e_1, e_2)$ est fixée tel que $\dot{V}_2(e_1, e_2) = -c_1 e_1^2 - c_2 e_2^2 \leq 0$

Où, $c_2 > 0$ constante de conception.

Ce qui traduit par le choix de suivant de x_3 , considérée comme une deuxième commande intermédiaire.

$$x_3^d = v_2 = \frac{1}{g_2(x_1, x_2, t)} [-c_2 e_2 - f_2(x_1, x_2, t) - g_1(x_1, t)e_1 + \dot{v}_1] \quad (3.21)$$

3^{ème} itération :

Maintenant, on considère le système (3.9) dans sa globalité. Pour cette étape, la référence à suivre est x_3^d et la nouvelle variable d'erreur est : $e_3 = x_3 - v_2$

La dynamique des erreurs est alors donnée par :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = f_1(x_1, t) + (e_2 + v_1)g_1(x_1, t) - \dot{v}_0 \\ \dot{e}_2 = f_2(x_1, x_2, t) + (e_3 + v_2)g_2(x_1, x_2, t) - \dot{v}_1 \\ \dot{e}_3 = f_3(x_1, x_2, x_3, t) + g_3(x_1, x_2, x_3, t)u - \dot{v}_2 \end{cases} \quad (3.22)$$

A ce système on associe une fonction de Lyapunov qui assure la stabilité globale du système :

$$V_3(e_1, e_2, e_3) = V_2(e_1, e_2) + \frac{1}{2}e_3^2 \quad (3.23)$$

Sa dérivée est :

$$\begin{aligned} \dot{V}_3(e_1, e_2, e_3) &= \dot{V}_2(e_1, e_2) + e_3 \dot{e}_3 \\ \dot{V}_3(e_1, e_2, e_3) &= -c_1 e_1^2 - c_2 e_2^2 + e_3 [f_3(x_1, x_2, x_3, t) + g_2(x_1, x_2, t)e_2 + g_3(x_1, x_2, x_3, t)u - \dot{v}_2] \end{aligned} \quad (3.24)$$

La commande u est déduite en satisfaisant la condition de stabilité, avec $c_3 > 0$ constante de conception : $\dot{V}_3(e_1, e_2, e_3) = -c_1 e_1^2 - c_2 e_2^2 - c_3 e_3^2 \leq 0$

On obtient :

$$u = \frac{1}{g_3(x_1, x_2, x_3, t)} [-c_3 e_3 - f_3(x_1, x_2, x_3, t) - g_2(x_1, x_2, t)e_2 + \dot{v}_2] \quad (3.25)$$

3.5.2 Synthèse de la loi de commande par backstepping pour le quadrotor

La technique de backstepping est appliquée au quadrotor. Pour chaque mouvement, la synthèse de la commande se fait en deux étapes.

Les erreurs de poursuite sont exprimées sous la forme

$$e_i = \begin{cases} x_i - x_i^d = x_i - v_{i-1} & , i \in \{1, 3, 5, 7, 9, 11\} \\ x_i - \dot{x}_{i-1}^d + c_{i-1} e_{i-1} = x_i - \dot{v}_{i-2} + c_{i-1} e_{i-1} & , i \in \{2, 4, 6, 8, 10, 12\} \end{cases} \quad (3.26)$$

avec $c_i > 0 \quad \forall i \in [1, \dots, 12]$

Les fonctions candidates de Lyapunov prennent la forme ci-dessous

$$V_i = \begin{cases} \frac{1}{2} e_i^2 & , i \in \{1, 3, 5, 7, 9, 11\} \\ V_{i-1} + \frac{1}{2} e_i^2 & , i \in \{2, 4, 6, 8, 10, 12\} \end{cases} \quad (3.27)$$

On développe les équations pour le cas de la dynamique de translation selon l'axe x .

Nous avons le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f_2(X, t) + g_2(X, t)u_x \end{cases} \quad (3.28)$$

1^{ère} itération :

Dans cette première étape on commence par le premier sous-système ($i = 1$)

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (3.29)$$

on a :

$$\begin{cases} e_1 = x_1 - v_0 & / v_0 = x_1^d \\ V_1 = \frac{1}{2} e_1^2 \end{cases} \quad (3.30)$$

La dérivée temporelle de V_1 est :

$$\dot{V}_1 = e_1 \dot{e}_1 = e_1 (x_2 - \dot{v}_0) \quad (3.31)$$

La condition de stabilité $\dot{V}_1 = -c_1 e_1^2 \leq 0$ peut être assurée par l'introduction d'une commande virtuelle $v_1 = x_2^d$:

$$v_1 = x_2^d = \dot{v}_0 - c_1 e_1 \quad (3.32)$$

2^{ème} itération :

Afin d'extraire la loi de commande u_x du système globale (3.28), on obtient les expressions de l'erreur et de la fonction de Lyapunov ci-dessous pour ($i = 2$) :

$$\begin{aligned} e_2 &= x_2 - x_2^d = x_2 - \dot{v}_0 + c_1 e_1 \\ V_2 &= \frac{1}{2} e_1^2 + \frac{1}{2} e_2^2 \end{aligned} \quad (3.33)$$

La dérivée temporelle de V_2 est :

$$\dot{V}_2 = e_1 \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2 \quad (3.34)$$

En utilisant l'expression de e_2 donnée dans (3.33) on peut trouver

$$x_2 = e_2 + \dot{v}_0 - c_1 e_1 \quad (3.35)$$

L'équation (3.35) permet de réécrire \dot{e}_1 comme suit

$$\dot{e}_1 = x_2 - \dot{v}_0 = e_2 - c_1 e_1 \quad (3.36)$$

on a

$$\dot{e}_2 = \dot{x}_2 - \dot{v}_1 \quad (3.37)$$

Revenant au développement de l'expression de \dot{V}_2 , en utilisant (3.36) et (3.37), on obtient

$$\dot{V}_2 = e_1(e_2 - c_1 e_1) + e_2 [\dot{x}_2 - \ddot{x}_1^d + c_1(e_2 - c_1 e_1)] \quad (3.38)$$

Afin de satisfaire la condition de stabilité $\dot{V}_2 = -c_1 e_1^2 - c_2 e_2^2 \leq 0$, la loi de commande u_x doit être

$$\begin{cases} u_x = \frac{1}{g_2} [\ddot{x}_1^d - f_2 - e_1 - c_1(e_2 - c_1 e_1) - c_2 e_2] \\ u_x = \frac{m}{U_z} [\ddot{x}_1^d + \frac{k_{dx}}{m} x_2 - e_1 - c_1(e_2 - c_1 e_1) - c_2 e_2] \end{cases} \quad (3.39)$$

Pour chaque mouvement du quadrotor, il faut suivre la même procédure afin d'extraire $u_y, U_z, U_\phi, U_\theta$ et U_ψ

$$\begin{cases} u_y = \frac{m}{U_z} [\ddot{x}_3^d + \frac{k_{dy}}{m} x_4 - e_3 - c_3(e_4 - c_3 e_3) - c_4 e_4] \\ U_z = \frac{m}{\cos x_7 \cos x_9} [\ddot{x}_5^d + \frac{k_{dz}}{m} x_6 + g - e_5 - c_5(e_6 - c_5 e_5) - c_6 e_6] \\ U_\phi = I_x \left[\ddot{x}_7^d - \frac{I_y - I_z}{I_x} x_{10} x_{12} + \frac{I_r}{I_x} \bar{\omega} x_{10} + \frac{k_{d\phi}}{I_x} x_8^2 - e_7 - c_7(e_8 - c_7 e_7) - c_8 e_8 \right] \\ U_\theta = I_y \left[\ddot{x}_9^d - \frac{I_z - I_x}{I_y} x_8 x_{12} - \frac{I_r}{I_y} \bar{\omega} x_8 + \frac{k_{d\theta}}{I_y} x_{10}^2 - e_9 - c_9(e_{10} - c_9 e_9) - c_{10} e_{10} \right] \\ U_\psi = I_z \left[\ddot{x}_{11}^d - \frac{I_x - I_y}{I_z} x_8 x_{10} + \frac{k_{d\psi}}{I_z} x_{12}^2 - e_{11} - c_{11}(e_{12} - c_{11} e_{11}) - c_{12} e_{12} \right] \end{cases} \quad (3.40)$$

3.6 Commande par mode glissant du premier ordre

Dans la formulation de tout problème de contrôle, il y aura toujours un écart entre le système réel et son modèle mathématique utilisé pour la conception du contrôleur. Ces écarts proviennent des perturbations externes inconnues, des paramètres du système et des dynamiques parasites/non modélisées. En fait, c'est en général une tâche délicate de concevoir des lois de commande qui fournissent les performances souhaitées au système en boucle fermée en présence de ces perturbations/incertitudes. Cela a conduit à un vif intérêt pour le développement des méthodes de contrôle dites *robustes* qui sont censées résoudre ce problème. Une approche particulière de contrôle robustes pour les systèmes incertains non linéaires est la technique de contrôle par mode glissant (SMC). En effet, SMC est bien connu pour sa

robustesse contre les perturbations/incertitudes. Il est également connu pour sa convergence en temps fini et sa relative simplicité d'application.

Le principe du SMC est de forcer la trajectoire d'état du système à atteindre un domaine, appelé surface de glissement, en un temps fini. Une fois que la surface de glissement est atteinte, la trajectoire du système y restera confinée malgré les perturbations/incertitudes. Le phénomène de glissement est dû à la logique de commutation autour de la surface de glissement. En résumé, une loi de commande par mode glissant comporte deux parties :

$$U_{smc} = U_{sw} + U_{eq} \quad (3.41)$$

a) *La commande stabilisante*

Le caractère discontinu de la commande est dû à la composante discontinue U_{sw} constituée de la fonction *sign* de la surface de glissement multipliée par une constante positive k qui représente le gain de la commande stabilisante. Elle est déterminée afin de garantir l'attractivité de la variable à régler vers la surface de glissement et satisfaire la condition de convergence. Dans la commande non linéaire, son importance réside dans sa capacité à éliminer les effets d'imprécisions du modèle et de rejeter les perturbations extérieures.

b) *La commande équivalente*

Il s'agit de la composante continue U_{eq} , son rôle est de maintenir l'état du système sur la surface de glissement. Elle dépend du modèle du système et déterminée en considérant que la dérivée de la surface est nulle.

La conception de la commande stabilisante s'effectue en deux étapes :

- Définir la variable glissante : cette étape est basée sur l'objectif de contrôle. La variable glissante est en général exprimée en fonction de la sortie du système et éventuellement d'un nombre fini de ses dérivées temporelles consécutives. Elle est définie de telle sorte que, une fois égale à zéro, l'objectif de contrôle sera atteint, c'est-à-dire que la sortie va vers l'objectif.
- Concevoir une commande discontinue : elle oblige la trajectoire du système à atteindre la surface de glissement en un temps fini et à y rester malgré les incertitudes et les perturbations. Dans la suite, ces deux étapes sont détaillées.

Dans le plan de phase, la trajectoire regroupe trois différentes parties comme le montre la figure 3.7.

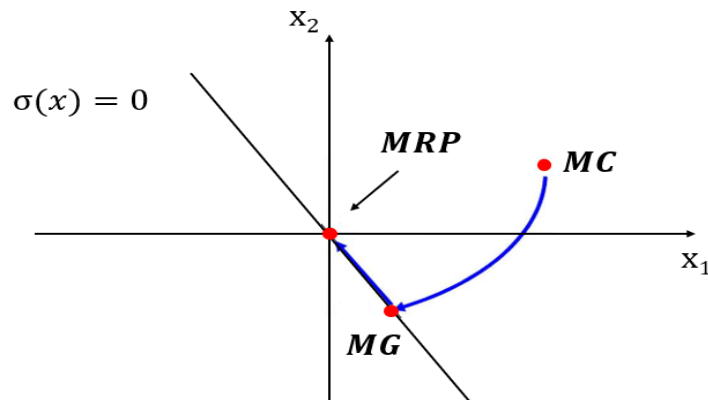


Figure 3.7 : Les différents modes de la trajectoire sur le plan de phase.

- Le mode de convergence : Durant ce mode, la variable d'état tend vers la surface de glissement à partir d'un point initial quelconque dans le plan de phase.
- Le mode de glissement : Durant ce mode, la variable à contrôler atteint la surface de glissement et tend vers l'origine du plan de phase.
- Le mode du régime permanent : Durant ce mode l'étude de la réponse du système autour de son point d'équilibre est effectuée.

3.6.1 Conception de la variable de glissement

Tout d'abord, considérons le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x,t) + g(x,t)u \\ y = h(x,t) \end{cases} \quad (3.42)$$

où $x \in X \subset \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état, $u \in U \subset \mathbb{R}$ l'entrée de commande (X et U étant des sous-ensembles bornés de \mathbb{R}^n et \mathbb{R} respectivement), f et g des fonctions suffisamment régulières et incertaines, et y la sortie suffisamment régulière. L'objectif du contrôle est de contraindre la sortie y à suivre une trajectoire de référence $y_{ref}(t)$ suffisamment différentiable, c.à.d. forcer l'erreur $e_y = y - y_{ref}(t)$ à 0 malgré les incertitudes/perturbations.

Hypothèse 1 : le degré relatif m du système (3.42), par rapport à l'erreur de poursuite e_y est constant et défini, c.à.d.

$$e_y^{(m)} = a(x,t) + b(x,t)u \quad (3.43)$$

Avec $b(x,t) \neq 0$ et $t \geq 0$

Considérons $\sigma(x,t)$ une fonction suffisamment lisse considérée comme une sortie virtuelle pour le système (3.42) appelée *variable de glissement*. La surface de glissement est définie comme :

$$s = \{x \in X, t \geq 0 \mid \sigma(x,t) = 0\} \quad (3.44)$$

Définition 1 : il existe un mode de glissement idéal (appelé aussi mouvement de glissement) sur s si, après un temps fini t_F , la solution du système (3.42) satisfait $\sigma(x,t) = 0$ pour tout $t \geq t_F$.

La surface de glissement peut être considérée comme une hypersurface dans l'espace d'état. Une fois que les trajectoires du système (3.42) évoluent sur s , la dynamique du système est déterminée par la définition de σ . De plus le choix de s (puis le choix de σ) doit conduire à la convergence de la sortie du système y vers l'objectif de contrôle. C'est pourquoi σ doit être défini tel que, lorsque $\sigma = 0$, alors $e_y \rightarrow 0$. La relation habituelle entre σ et e_y est donnée comme suit :

$$\sigma(x,t) = e_y^{(m-1)} + \dots + c_1 \dot{e}_y + c_0 e_y \quad (3.45)$$

Où les coefficients $c_i > 0$ ($1 \leq i \leq m-2$) sont choisis de telle sorte que le polynôme

$$\Pi(\lambda) = \lambda^{m-1} + \sum_{i=0}^{m-2} c_i \lambda^i \quad (3.46)$$

est Hurwitz. De plus, étant donné (3.43) et l'hypothèse 1, la variable de glissement a un degré relatif égal à 1 ; ça donne

$$\dot{\sigma} = \bar{a}(x,t) + \bar{b}(x,t)u \quad (3.47)$$

Hypothèse 2 : $\bar{a}(x,t)$ et $\bar{b}(x,t)$ sont des fonctions inconnues mais bornées tels qu'il existe des constantes positives a_M, b_m and b_M tel que $\forall x \in X, t \geq 0$

$$|\bar{a}(x,t)| \leq a_M, \quad 0 < b_m \leq \bar{b}(x,t) \leq b_M \quad (3.48)$$

Après la définition de la variable de glissement, la deuxième étape consiste à concevoir l'entrée de commande U_{sw} stabilisante (3.47) en un temps fini, et malgré les incertitudes et les perturbations.

3.6.2 Conception de contrôle de mode glissant du premier ordre

La SMC standard proposée en premier lieu par [97] peut être appliquée aux systèmes de degré relatif égal à 1 par rapport à la variable glissante comme (3.47). Ce contrôleur peut également être appelé SMC de premier ordre (FO-SMC). Rappelons que l'entrée de commande U doit être conçue de manière à forcer les trajectoires du système à atteindre et à évoluer sur la surface de glissement s malgré les incertitudes et les perturbations. En d'autres termes, elle doit rendre la surface de glissement localement attractive. Ensuite, la conception de la loi de commande doit vérifier une condition qui assure la stabilité de $\sigma(x,t) = 0$.

Une solution, est l'utilisation de l'approche de Lyapunov afin d'obtenir un contrôleur stabilisant. La technique de la fonction de Lyapunov est une approche très répandue pour étudier la stabilité d'un point d'équilibre ($\sigma(x,t) = 0$) et sera donc utilisée dans la suite.

Définition 2 : Une fonction $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ est une fonction candidate de Lyapunov si

- $V(0) = 0$;
- $\forall x \in X - \{0\}$, on a $V(x) > 0$.

Étant donné la définition ci-dessus et que zéro est le point d'équilibre, alors le signe de la dérivée temporelle de la fonction candidate de Lyapunov donne l'information sur la stabilité du système. Considérant la variable de glissement σ donnée par l'équation (3.45), une fonction candidate de Lyapunov, en satisfaisant la Définition 2, prend la forme suivante

$$V(\sigma) = \frac{1}{2} \sigma^2 \quad (3.49)$$

Afin d'assurer la convergence asymptotique de la variable de glissement σ , la dérivée temporelle de V doit être définie négativement, c.à.d.

$$\dot{V}(\sigma) = \sigma\dot{\sigma} < 0 \quad (3.50)$$

Dans le contexte de SMC, l'inégalité (3.50) est appelée la condition de glissement. Elle assure que la surface de glissement est attractive c'est-à-dire qu'une fois les trajectoires du système atteignent σ , elles y restent malgré les perturbations et les incertitudes. Afin d'atteindre la convergence en temps fini de σ vers 0, une condition plus stricte appelée condition η -attractive doit être satisfaite.

$$\sigma\dot{\sigma} \leq -\eta|\sigma|, \quad \eta > 0 \quad (3.51)$$

Cela signifie que

$$\dot{V} \leq -\eta\sqrt{2V} \quad (3.52)$$

L'intégration de (3.52) donne

$$\sqrt{2V(t)} - \sqrt{2V(0)} \leq -\eta t \quad (3.53)$$

Alors,

$$\eta t \leq |\sigma(0)| - |\sigma(t)| \quad (3.54)$$

Par conséquent, σ atteint zéro en un temps fini t_F avec

$$t_F \leq \frac{|\sigma(0)|}{\eta} \quad (3.55)$$

Ainsi, une commande U_{sw} satisfaisant (3.51) conduit la variable glissante à zéro en un temps fini. Un tel contrôle U_{sw} prend la forme

$$U_{sw} = -k \text{sign}(\sigma) \quad (3.56)$$

Le gain de la commande U_{sw} doit être choisi suffisamment grand pour assurer la condition η -attractive (3.51). C'est le cas si le gain k vérifie

$$k \geq \frac{|\bar{a}(x,t)| + \eta}{\bar{b}(x,t)} \quad (3.57)$$

D'après l'hypothèse 2, une condition suffisante se forme comme suit

$$k \geq \frac{a_M + \eta}{b_m} \quad (3.58)$$

Ensuite, avec l'entrée de commande (3.56) et le gain k vérifiant (3.58), la convergence de σ vers zéro est assurée en un temps fini t vérifiant (3.55) Une fois que la trajectoire du système évolue sur la surface de glissement, la dynamique du système est déterminée par les paramètres dans la définition de la variable de glissement, équation (3.45)

$$e_y^{(m-1)} + \dots + c_1 \dot{e}_y + c_0 e_y = 0 \quad (3.59)$$

Ensuite, étant donné la caractéristique (3.46), l'erreur de poursuite convergera asymptotiquement vers 0 malgré les perturbations/incertitudes.

Pour récapituler, Le comportement en boucle fermée du système (3.42) contrôlé par (3.56) avec k satisfaisant (3.58) peut être divisé en 2 phases :

- **Phase d'atteinte** : Cette phase correspond à l'intervalle de temps $[0, t_F[$ où les trajectoires n'évoluent pas sur la surface de glissement ; néanmoins, elles convergent vers elle. A noter que durant cette phase le système est encore sensible aux incertitudes et aux perturbations. Suivant (3.55), la durée de cette phase, t_F , peut être réduite en augmentant η ; cela correspond à augmenter le gain k .
- **Phase de glissement** : Cette phase correspond à l'intervalle de temps $[t_F, +\infty[$ au cours de laquelle les trajectoires évoluent sur la surface de glissement s . Si le gain k est bien ajusté (3.58), le système est insensible aux incertitudes et aux perturbations, et l'erreur de poursuite e_y converge vers 0.

3.6.3 Synthèse de la loi de commande par mode glissant pour le quadrotor

Prenons par exemple le sous-système de l'altitude

$$\begin{aligned} \dot{x}_5 &= x_6 \\ \dot{x}_6 &= f_6(X, t) + g_6(X, t)U_z \end{aligned} \quad (3.60)$$

Le degré relatif de (3.60) par rapport à la commande est égal à 2, ce qui fait que la variable de glissement et choisie comme suit :

$$\sigma_z = \dot{e}_z + c_z e_z \quad (3.61)$$

Tel que : $c_z > 0$ et $e_z = z - z^d$

On commence par déterminer la commande équivalant U_{zeq} , elle est calculée lorsque

$$\sigma_z = 0 \text{ et } \dot{\sigma}_z = 0 \quad (3.62)$$

La dérivée de σ_z est

$$\dot{\sigma}_z = \ddot{e}_z + c_z \dot{e}_z \quad (3.63)$$

A partir de (3.62) et (3.63) on trouve

$$\dot{x}_6 - \ddot{x}_5^d + c_z (x_6 - \dot{x}_5^d) = 0 \quad (3.64)$$

A partir de (3.64) on obtient

$$\begin{aligned} U_{zeq} &= \frac{1}{g_6} [\ddot{x}_5^d - f_6 - c_z (x_6 - \dot{x}_5^d)] \\ U_{zeq} &= \frac{m}{\cos x_7 \cos x_9} \left[\ddot{x}_5^d + \frac{k_{dz}}{m} x_6 + g - c_z (x_6 - \dot{x}_5^d) \right] \end{aligned} \quad (3.65)$$

Par conséquent

$$U_z = -k_3 \text{sign}(\sigma_z) + \frac{m}{\cos x_7 \cos x_9} \left[\ddot{x}_5^d + \frac{k_{dz}}{m} x_6 + g - c_z (x_6 - \dot{x}_5^d) \right] \quad (3.66)$$

Il faut suivre la même procédure afin d'extraire $u_x, u_y, U_\phi, U_\theta$ et U_ψ

$$\begin{cases}
 u_x = -k_1 \text{sign}(\sigma_x) + \frac{m}{U_z} \left[\ddot{x}_1^d + \frac{k_{dx}}{m} x_2 - c_x (x_2 - \dot{x}_1^d) \right] \\
 u_y = -k_2 \text{sign}(\sigma_y) + \frac{m}{U_z} \left[\ddot{x}_3^d + \frac{k_{dy}}{m} x_4 - c_y (x_4 - \dot{x}_3^d) \right] \\
 U_\phi = -k_4 \text{sign}(\sigma_\phi) + I_x \left[\ddot{x}_7^d - \frac{(I_y - I_z)}{I_x} x_{10} x_{12} + \frac{I_r \bar{\omega}}{I_x} x_{10} + \frac{k_{d\phi}}{I_x} x_8^2 - c_\phi (x_8 - \dot{x}_7^d) \right] \\
 U_\theta = -k_5 \text{sign}(\sigma_\theta) + I_y \left[\ddot{x}_9^d - \frac{(I_z - I_x)}{I_y} x_8 x_{12} - \frac{I_r \bar{\omega}}{I_y} x_8 + \frac{k_{d\theta}}{I_y} x_{10}^2 - c_\theta (x_{10} - \dot{x}_9^d) \right] \\
 U_\psi = -k_6 \text{sign}(\sigma_\psi) + I_z \left[\ddot{x}_{11}^d - \frac{(I_x - I_y)}{I_z} x_8 x_{10} + \frac{k_{d\psi}}{I_z} x_{12}^2 + c - (x_{12} - \dot{x}_{11}^d) \right]
 \end{cases} \quad (3.67)$$

3.7 Commande par mode glissant du second ordre

La commande par mode glissant classique repose sur la possibilité de rendre et de maintenir nulle une variable de sortie auxiliaire (la variable de glissement), au moyen d'une commande discontinue agissant sur la dérivée temporelle première de la variable de glissement, et commute entre des valeurs opposées avec une fréquence théoriquement infinie. Néanmoins, son plus grand inconvénient en pratique, est le phénomène de *chattering* qui est un mouvement à haute fréquence et à amplitude finie, responsable des oscillations rapides des trajectoires d'état. Ces oscillations indésirables peuvent endommager le système contrôlé. Le contrôle par mode glissant d'ordre supérieur (HO-SMC) est une alternative efficace pour l'atténuation des vibrations. Dans cette méthode, le contrôle discontinu est appliqué sur une dérivée temporelle supérieure de la variable glissante, de sorte que non seulement la variable de glissement converge vers l'origine, mais également ses dérivées temporelles supérieures. Comme la commande discontinue n'agit pas directement sur l'entrée du système, le *chattering* est automatiquement réduit.

HO-SMC est une généralisation du FO-SMC où non seulement σ est stabilisé à 0 en temps fini, mais aussi un nombre fini de ses dérivées temporelles consécutives. En effet, dans le cas du FO-SMC, la commande discontinue agit sur la dérivée première de la variable glissante. Dans HO-SMC, la commande discontinue agit sur une dérivée plus élevée de σ (selon l'ordre du mode glissant). Rappelons que c'est principalement la commutation haute fréquence de l'entrée de commande qui induit le *chattering*. Ainsi, l'application d'une commande discontinue

sur une dérivée temporelle d'ordre supérieur de la variable glissante conduit à l'atténuation du *chattering* sur la sortie du système.

Le problème majeur pour la mise en œuvre des algorithmes HO-SMC est le fait que le nombre d'informations nécessaires augmente avec l'ordre du régime de glissement. Pour cette raison, le 2-SMC est une bonne solution.

Super-twisting est l'un des algorithmes 2-SMC le plus utilisé par les chercheurs. Cela est dû à sa capacité de réduction des vibrations tout en maintenant la robustesse des SMC conventionnels. De plus, l'algorithme de Super-twisting n'a besoin d'aucune dérivée de la surface de glissement, ce qui simplifie sa mise en œuvre.

Définition 3 : Considérons la fonction contrainte $s(t)$ donnée par (3.68), son $p^{\text{ème}}$ ensemble de glissement par rapport à la variable de glissement σ est défini par les r égalités

$$s^p = \{x \in X \mid \sigma = \dot{\sigma} = \dots = \sigma^{p-1} = 0\} \quad (3.68)$$

avec $r > 0$ un entier et les dérivées temporelles successives $\sigma, \dot{\sigma}, \dots, \sigma^{p-1}$ sont des fonctions continues de x , l'ensemble (3.68) est l'intégral non vide au sens de Filippov.

Dans ces conditions, la dynamique du système non linéaire incertain (3.8) satisfaisant (3.68) est appelée mode glissant d'ordre p .

En se basant sur la Définition 3, le système (3.8) évolue avec un mode glissant d'ordre 2 sur la surface de glissement (3.68) si les trajectoires d'état se situent à l'intersection des deux surfaces $\sigma = \dot{\sigma} = 0$

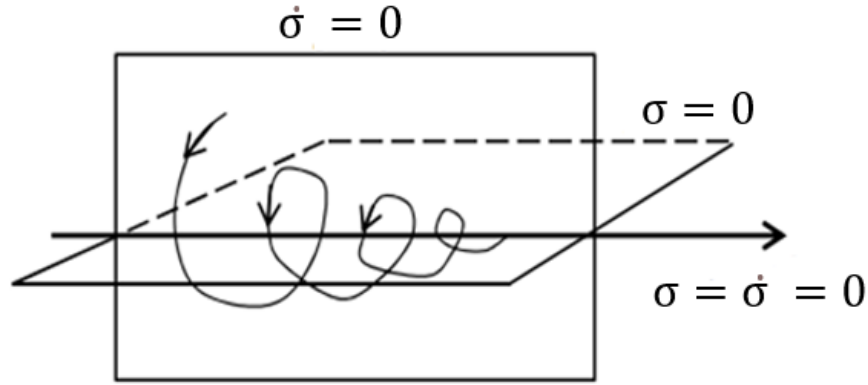


Figure 3.8 : Trajectoire d'un mode glissant du second ordre [114].

En dérivant deux fois la variable de glissement σ on trouve :

La première dérivée

$$\begin{aligned}\dot{\sigma}(X,t) &= \frac{\partial}{\partial t} \sigma(X,t) + \frac{\partial}{\partial X} \sigma(X,t) \frac{\partial X}{\partial t} \\ \dot{\sigma}(X,t) &= \frac{\partial}{\partial t} \sigma(X,t) + \frac{\partial}{\partial X} \sigma(X,t) [f(X,t) + g(X,t)U]\end{aligned}\quad (3.69)$$

La deuxième dérivée

$$\ddot{\sigma}(X,U,t) = \frac{\partial}{\partial t} \dot{\sigma}(X,U,t) + \frac{\partial}{\partial X} \dot{\sigma}(X,U,t) [f(X,t) + g(X,t)U(t)] + \frac{\partial}{\partial U} \dot{\sigma}(X,U,t) \dot{U} \quad (3.70)$$

Selon le degré relatif r du système (3.8) par rapport à la variable σ , différents cas peuvent être considérer :

a) *Le degré relatif $r=1$, c.à.d. $\frac{\partial}{\partial U} \dot{\sigma} \neq 0$, on a*

$$\ddot{\sigma} = \alpha(X,U,t) + \beta(X,U,t) \dot{U} \quad (3.71)$$

b) *Le degré relatif $r \geq 2$, c.à.d. $\frac{\partial}{\partial U} \sigma^{(i)} = 0$, $i = (1, 2, \dots, r-1)$, on a*

$$\ddot{\sigma} = \alpha(X,U,t) + \beta(X,U,t) U \quad (3.72)$$

Tels que : α et β sont des fonctions bornées.

Dans le cas **a)**, l'objectif de commande peut être atteint en appliquant le mode glissant classique. Néanmoins, l'approche par mode glissant d'ordre deux est applicable afin d'éviter le problème de chattering. Tandis que pour le cas **b)** l'approche par mode glissant d'ordre p est le choix le plus adéquat.

Afin d'énoncer le problème lié à la commande par mode glissant d'ordre deux, les conditions suivantes sont nécessaires :

1- $\forall t, U \in \mathcal{G}, x \in X$ la commande est telle que $\mathcal{G} = \{U : |U| \leq U_M\}$ où U_M est une constante réelle, de sorte que $U(t)$ est une fonction du temps, continue et bornée. De plus, la solution U de l'équation différentielle (3.8) est définie $\forall t$.

2- Il existe $U_1 \in (0,1)$ tel que pour n'importe quelle fonction continue $U(t) \in \mathcal{G}$ avec $|U(t)| > U_1$ il existe t_1 tel que $\dot{\sigma}U(t) > 0, \forall t > t_1$. Ainsi, la commande $U = -U_M \text{sign}[\sigma(t_0)]$ permet d'atteindre la surface de glissement $\dot{\sigma} = 0$ en temps fini, où t_0 est l'instant initial.

3- Il existe des constantes positives $\sigma_0, \Gamma_m, \Gamma_M$ telles que $\forall t > t_1, x \in X$ et $|\sigma(X, t)| < \sigma_0$, alors la relation suivante est satisfaite

$$0 < \Gamma_m \leq \frac{\partial \dot{\sigma}}{\partial U} \leq \Gamma_M \quad (3.73)$$

4- Il existe une constante positive H telle que dans le domaine $|\sigma| < \sigma_0$ l'inégalité suivante est vérifiée $\forall t > t_1, x \in X$

$$\left| \frac{\partial}{\partial t} \dot{\sigma}(X, U, t) + \frac{\partial}{\partial X} \dot{\sigma}(X, U, t) f(X, t) \right| \leq H \quad (3.74)$$

La condition 1 stipule que le système (3.8) admet une solution au sens de Filippov sur la surface de glissement d'ordre 2. La deuxième condition signifie qu'à partir de n'importe quel point dans l'espace d'état, il est possible de définir une commande $U(t)$ permettant d'atteindre la surface de glissement tel que les conditions 3 et 4 sont satisfaites.

La variable de glissement σ peut être considérée comme une variable de sortie convenable au système incertain (3.8), et le but de la commande est de ramener cette sortie à zéro en un temps fini. L'approche par mode glissant d'ordre 2 permet la stabilisation en temps fini de la variable de sortie σ et de sa dérivée temporelle $\dot{\sigma}$ en définissant une fonction de contrôle discontinue

appropriée U_1 qui peut être soit la commande réelle du processus, soit sa dérivée temporelle en fonction du degré relatif du système.

Considérons $y_1 \equiv \sigma$ et $y_2 \equiv \dot{\sigma}$, le problème du mode glissant d'ordre deux est équivalent à la stabilisation du système suivant

$$\begin{aligned}\dot{y}_1(t) &= y_2(t) \\ \dot{y}_2(t) &= \alpha(X, t) + \beta(X, t)U_1(t)\end{aligned}\quad (3.75)$$

Plusieurs algorithmes de commande par mode glissant d'ordre deux ont été proposés dans la littérature : l'algorithme du twisting, l'algorithme du super twisting, l'algorithme sous optimal, etc. dans ce qui suit, nous détaillons le principe de l'algorithme du super twisting que nous utilisons dans ce travail pour la synthèse de commande et d'observateur.

3.7.1 Algorithme du super twisting

L'algorithme du super twisting de la commande par mode glissant d'ordre 2 (ST-2SMC) ne s'applique que pour le contrôle des systèmes à degrés relatif 1. Il a été développé afin de surmonter le problème de chattering. Les trajectoires tournent autour de l'origine sur le plan de phase tout en s'en approchant (figure 3.9). La loi de commande $U(t)$ se décompose en deux termes : le premier $U_1(t)$ est défini par sa dérivée temporelle, tandis que le deuxième $U_2(t)$ qui n'est présent que pendant la phase d'atteinte est une fonction de la variable glissante.

$$U(t) = U_1(t) + U_2(t) \quad (3.76)$$

$$\begin{aligned}\dot{U}_1(t) &= \begin{cases} -U & \text{si } |U| > U_M \\ -c_1 \text{sign}(y_1) & \text{si } |U| \leq U_M \end{cases} \\ U_2(t) &= \begin{cases} -c_2 |\sigma_0|^\rho \text{sign}(y_1) & \text{si } |y_1| > \sigma_0 \\ -c_2 |y_1|^\rho \text{sign}(y_1) & \text{si } |y_1| \leq \sigma_0 \end{cases}\end{aligned}\quad (3.77)$$

Les constantes c_1 et c_2 sont positives, choisies de manière à satisfaire les conditions suffisantes de temps fini.

$$\begin{cases} c_1 > \frac{H}{\Gamma_m} \\ c_2^2 \geq \frac{4H}{\Gamma_m^2} \frac{\Gamma_M (c_1 + H)}{\Gamma_m (c_1 - H)} \\ 0 < \rho \leq 0.5 \end{cases} \quad (3.78)$$

Dans le cas où $\sigma_0 = \infty$,

$$\begin{cases} U(t) = U_1(t) - c_2 |y_1|^\rho \text{sign}(y_1) \\ \dot{U}_1(t) = -c_1 \text{sign}(y_1) \end{cases} \quad (3.79)$$

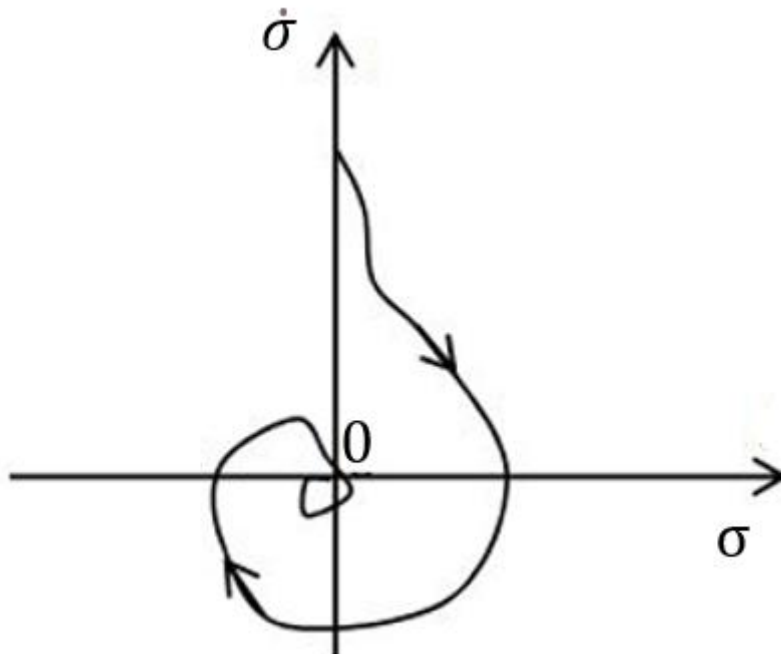


Figure 3.9 : Trajectoire de phase dans l'algorithme ST-2SMC [114].

3.7.2 Synthèse de la loi de commande par 2-SMC pour quadrotor [116]

Pour les systèmes (2.37) et (3.75), la forme générale de la variable de glissement et une combinaison linéaire de l'erreur de suivi de la variable d'état et de sa dérivée. Les variables de glissement considérées pour le contrôle de la dynamique de translation et de rotation sont respectivement données par :

$$\sigma_t = \begin{bmatrix} \sigma_x(X,t) \\ \sigma_y(X,t) \\ \sigma_z(X,t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{e}_x \\ \dot{e}_y \\ \dot{e}_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda_x & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_y & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_z \end{bmatrix} \quad (3.80)$$

et

$$\sigma_r = \begin{bmatrix} \sigma_\phi(X,t) \\ \sigma_\theta(X,t) \\ \sigma_\psi(X,t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{e}_\phi \\ \dot{e}_\theta \\ \dot{e}_\psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda_\phi & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_\theta & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_\psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_\phi \\ e_\theta \\ e_\psi \end{bmatrix} \quad (3.81)$$

avec $\lambda = [\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z, \lambda_\phi, \lambda_\theta, \lambda_\psi]$ sont des coefficients positifs.

Maintenant, les lois de commande pour chaque variable d'état peuvent être dérivées sur la base de ST-2SMC en utilisant la première dérivée temporelle de la surface de glissement (3.80) et (3.81), correspondante à chaque variable d'état. Prenons le cas de l'angle de lacet afin de démontrer les étapes à suivre.

Comme mentionné précédemment, e_ψ est l'erreur entre la valeur réelle et la valeur désirée de ψ .

$$e_\psi = \psi^d - \psi \quad (3.82)$$

D'après l'équation (3.81), la variable de glissement correspondante à la variable d'état ψ

$$\sigma_\psi = \dot{e}_\psi + \lambda_\psi e_\psi \quad (3.83)$$

Sa dérivée temporelle est

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_\psi &= \ddot{\psi}^d - \ddot{\psi} + \lambda_\psi \dot{e}_\psi \\ \dot{\sigma}_\psi &= \ddot{\psi}^d - [f_{12}(X,t) + g_{12}(X,t)U_\psi] + \lambda_\psi \dot{e}_\psi \end{aligned} \quad (3.84)$$

La commande équivalente U_ψ^{eq} est calculée lorsque $\dot{\sigma}_\psi = 0$

$$U_\psi^{eq} = \frac{\ddot{\psi}^d - f_{12}(X,t) + \lambda_\psi \dot{e}_\psi}{g_{12}(X,t)} \quad (3.85)$$

La loi de commande U_ψ qui régit la variable d'état ψ et la somme de la commande équivalente U_ψ^{eq} et la fonction de commutation U_ψ^{sw} . Dans notre cas, cette dernière est établit en appliquant le ST-2SMC, ce qui donne :

$$\begin{cases} U_{\psi}(t) = \dot{U}_1^{\psi}(t) - c_2 |\sigma_{\psi}|^{\rho} \text{sign}(\sigma_{\psi}) \\ \dot{U}_1^{\psi}(t) = -c_1 \text{sign}(\sigma_{\psi}) \end{cases} \quad (3.86)$$

3.8 Commande par logique floue type 2

Le concept de logique floue de type 2 a également été introduit par Lofti Zadeh en 1975. Néanmoins, le premier système logique de type 2 a été développé et présenté seulement 23 ans plus tard par N. Karnik et J. Mendel [98]. Ces derniers ont beaucoup contribué à son développement et ont démontré théoriquement et pratiquement son efficacité et sa supériorité par rapport au type-1. Comme le définit J. Mendel, le type 2 est une logique floue élargie et plus riche permettant de mieux gérer l'incertitude [99].

La logique floue de type 2 est un domaine de recherche relativement nouveau et moins abordé par les chercheurs en comparaison avec le type-1. Cependant, ces dernières années, ce concept a commencé à intéresser les chercheurs du monde entier ; la plupart d'entre eux considèrent que la logique floue type-2 peut surpasser son homologue car elle peut modéliser des processus complexes et les contrôleurs flous type-2 sont généralement plus robustes et mieux capables d'éliminer les oscillations.

Les systèmes flous sont construits à partir d'un ensemble de règles basées sur des connaissances généralement incertaines. Cette imprécision mène alors à obtenir des règles dont les prémisses et/ou les conséquences sont également incertaines, ce qui va entacher les fonctions d'appartenance. Les systèmes flous type-1 sont incapables de prendre en compte de telles contingences de règles. Nous introduisons dans cette partie du chapitre l'autre classe de systèmes flous appelée système flou type-2 dans laquelle les valeurs d'appartenance des prémisses ou des conséquences sont elles-mêmes des ensembles flous. Les ensembles flous type-2 sont très efficaces dans le cas où il nous est difficile de déterminer exactement les fonctions d'appartenance pour les ensembles flous, par conséquent ils sont pratiques pour l'incorporation des incertitudes.

3.8.1 Concept et structure d'un système flou

La notion de sous-ensemble flou a été introduite afin de fournir un moyen de représentation et de manipulation des connaissances. En utilisant des règles linguistiques et des connaissances humaines, la logique floue permet de modéliser des processus physiques et de concevoir leurs systèmes de contrôle. Son intérêt réside dans sa capacité à gérer l'incertain, le vague ou l'imprécis. Son principe se base sur l'exploitation de l'expérience humaine pour répondre à une

problématique spécifique. Le contrôle flou a été utilisé dans différentes applications telles que le contrôle de tension dans les convertisseurs de puissance ou le contrôle de vitesse dans les machines électriques.

La conduite d'un vélo illustre le concept de contrôle flou : les gens n'ont pas besoin de mesurer la vitesse ou l'accélération pour pouvoir contrôler la vitesse tout en conduisant dans des conditions sûres. Le cerveau humain traite les variables linguistiques comme lentes, rapides, proches ou lointaines et effectue des actions de contrôle comme accélérer ou freiner.

La structure d'un système de logique floue de type-2 est illustrée à la figure 3.10. En fait, elle est très similaire à un FLS ordinaire de type-1. Dans ce travail, nous supposons que le lecteur est familier avec les FLSs type-1 donc, dans cette section, seules les similitudes et les différences entre les FLS de type-2 et de type-1 sont soulignées. La réduction de type est un bloc supplémentaire qui apparaît au niveau du processus de sortie d'un FLS type-2.

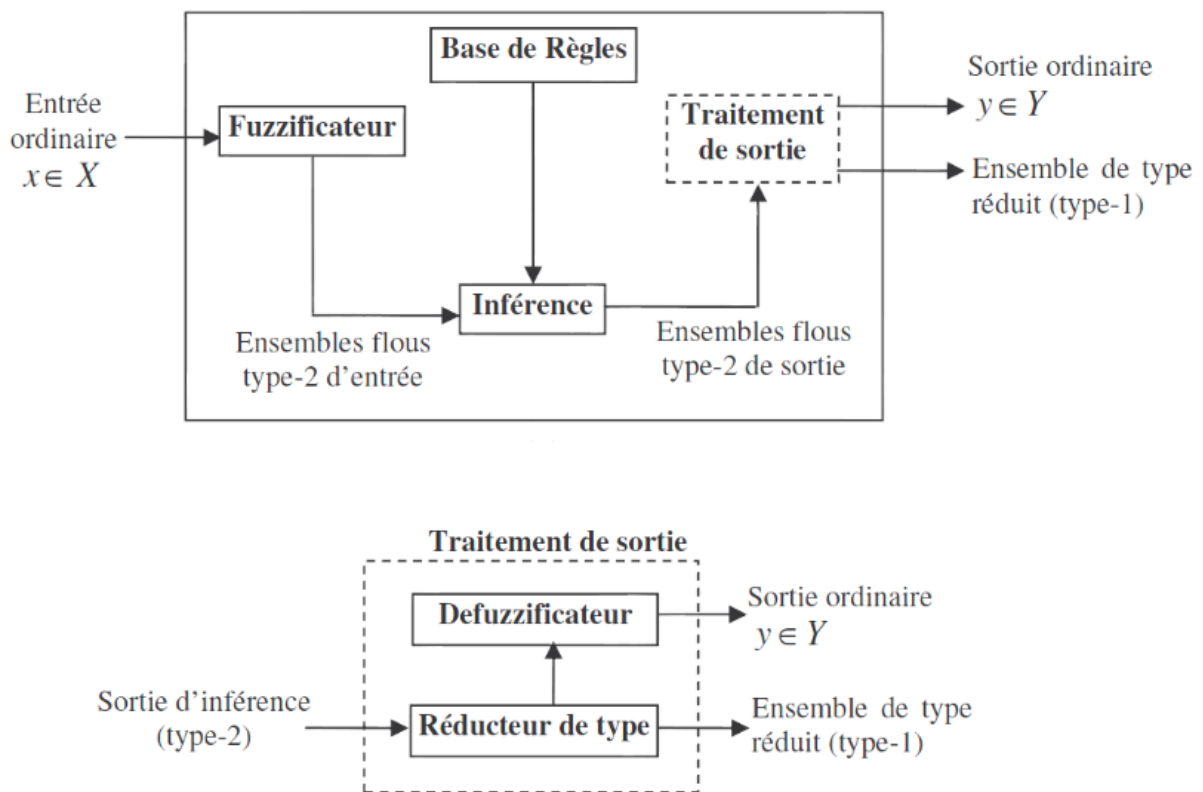


Figure 3.10 : Structure d'un système de logique floue de type-2 [98,102].

Fuzzification : La fuzzification illustrée à la figure 3.10, comme dans un FLS de type-1, mappe l'entrée nette dans un ensemble flou. La fuzzification singleton [100] est largement utilisé en

raison de sa simplicité et de ses faibles exigences de calcul. Dans ce type de fuzzification, l'entrée floue n'a qu'un seul point d'appartenance non nul. Contrairement au FLS type-1, le FLS type-2 est caractérisé par une fonction d'appartenance floue. L'incertitude négligée dans le type-1, soit dans la forme ou dans les paramètres de la fonction d'appartenance, est donc prise en compte. Pour chaque entrée, la fonction d'appartenance type-2 fait correspondre plusieurs degrés d'appartenance. A noter qu'il suffit qu'une seule fonction d'appartenance dans une prémisse ou dans une conséquence soit de type-2 pour que tout le système le soit aussi.

Base de règles : Etant donné que la différence entre la base de règles d'un système de type-1 et celle d'un type-2 réside seulement dans la nature des fonctions d'appartenance, donc, la structure des règles est exactement la même dans les deux cas. La seule différence qu'on peut signaler est que les ensembles flous associés aux prémisses et conclusions d'un FLS type-1 sont tous des ensembles flous types-1 ou des nombres certains, tandis que dans le deuxième cas, au moins un ensemble flou type-2 est associé soit à la prémisse ou à la conclusion. Alors, la $j^{\text{ème}}$ règle R^j d'un système flou type-2 aura la forme

$$R^j : \text{Si } x_1 \text{ est } \tilde{F}_1^j \text{ et } x_2 \text{ est } \tilde{F}_2^j \dots \text{et } x_p \text{ est } \tilde{F}_p^j \text{ Alors } y \text{ est } \tilde{G}^j \quad (3.87)$$

Où x_1, x_2, \dots, x_p sont les entrées. Les \tilde{F}_p^j sont les prémisses tel que pour $i = 1, 2, \dots, p$, y est la sortie, et les \tilde{G}^j sont les ensembles des conséquences.

Inférence : Dans un système flou type-2, l'inférence utilise la base de règles (3.87) afin d'établir une relation entre le vecteur d'entrée $\underline{x} = (x_1, \dots, x_p)$ et la sortie y . Similairement à son homologue type-1, ce processus d'inférence combine les règles et fait correspondre, à travers une fonction, des ensembles flous type-2 de sortie à des ensembles flous type-2 d'entrée. Dans cette opération, la première étape est le calcul de l'intervalle d'activation associé à la $j^{\text{ème}}$ règle :

$$F(\underline{x}) = \prod_{i=1}^p \mu_{\tilde{f}_i^j}(x_i) \quad (3.88)$$

$\mu_{\tilde{f}_i^j}$ est l'intervalle d'activation associé à la variable x_i .

L'ensemble flou de sortie correspondant à la $j^{\text{ème}}$ règle R^j est noté par \tilde{B} . Lorsque une entrée \underline{x}' est appliquée, comme nous utilisons une fuzzification de type singleton qui veut

dire que l'ensemble \tilde{X}' auquel appartient \underline{x}' possède un degré d'appartenance unitaire à $\underline{x} = \underline{x}'$ et zéro ailleurs, alors l'ensemble de sortie correspondant à la règle R^j est calculé en utilisant l'implication minimum ou produit (équivalent à l'opération meet avec T-norm minimum ou produit dans le cas du type-2) comme suit :

$$\mu_{\tilde{B}_i}(y) = \mu_{\tilde{G}_j}(y) \cap \left[\prod_{i=1}^p \mu_{\tilde{F}_i^j}(x_i) \right] \quad (3.89)$$

où \cap dénote l'opération meet basée sur la T-norme choisie. Comme dans le cadre de notre thèse, uniquement les ensembles flous type-2 intervalles sont utilisés en choisissant l'opération T-norm produit, l'intervalle d'activation associé à la règle R^j sera donné par :

$$F^j(\underline{x}) = [\underline{f}^j(\underline{x}), \bar{f}^j(\underline{x})] \quad (3.90)$$

Réduction de type : La sortie du système d'inférence qui est un ensemble flou type-2, doit être réduite avant qu'elle soit défuzzifiée. La méthode des centres d'ensembles (center of sets en anglais (cos)) est utilisée pour transformer la sortie floue type-2 en un ensemble flou type-1 [99]. L'expression de l'ensemble flou de type réduit par cette méthode est donnée par [99], [101] :

$$Y_{\text{cos}}(Y^1, \dots, Y^k, F^1, \dots, F^k) = \int_{y^1} \dots \int_{y^k} \dots \int_{f^1} \dots \int_{f^k} 1 / \frac{\sum_{j=1}^k y^j f^j}{\sum_{j=1}^k f^j} \quad (3.91)$$

Etant donné que chaque ensemble dans l'équation (3.91) est un ensemble type-1 intervalle, alors $Y_{\text{cos}}(Y^1, \dots, Y^k, F^1, \dots, F^k)$ est aussi un ensemble type-1 intervalle dont le domaine est situé sur l'axe des réels :

$$Y_{\text{cos}}(Y^1, \dots, Y^k, F^1, \dots, F^k) = [y_l, y_r] \quad (3.92)$$

y_l, y_r sont deux points de gauche et de droite caractérisant l'ensemble réduit $Y_{\text{cos}} \cdot f^l(\bar{x})$ est l^{ème} élément de l'intervalle d'activation de (3.90) et y^i est un élément de l'intervalle type-2 $Y^j = [y_l^j, y_r^j]$

Afin de calculer les points extrêmes y_l et y_r , Karnik et Mendel [98] ont développé un algorithme itératif dont la procédure est donnée comme suit :

- **Calcul de y_l et y_r**

1. Discrétiser l'espace de sortie Y en un nombre suffisant de points en choisissant comme segment les centroïdes des ensembles flous impliqués dans l'activations des règles.
2. Trier y^j dans un ordre croissant : $y^1 \leq y^2 \leq \dots \leq y^k$.
3. Initialiser f^j en prenant comme point de départ :

$$f^j = \frac{\bar{f}^j + \underline{f}^j}{2}, j = 1, \dots, k \quad (3.93)$$

Ensuite calculer

$$y_l = \frac{\sum_{j=1}^k y^j f^j}{\sum_{j=1}^k f^j} \quad (3.94)$$

et poser $y_l' = y_l$

4. Trouver un point de commutation $N (1 \leq N \leq k-1)$ qui satisfait $y^k \leq y_l \leq y^{k+1}$
5. Poser

$$f^j = \begin{cases} \bar{f}^j, & j < N \\ \underline{f}^j, & j > N \end{cases} \quad (3.95)$$

Calculer

$$y_l = \frac{\sum_{j=1}^k y^j f^j}{\sum_{j=1}^k f^j} \quad (3.96)$$

et poser $y_l'' = y_l$

6. Si $y_l'' = y_l'$ arrêter et poser $y_l = y_l''$. Sinon, aller à l'étape 3.

Nous suivons la même démarche pour déterminer y_r :

$$y_r = \frac{\sum_{j=1}^k y^j f^j}{\sum_{j=1}^k f^j} \quad (3.97)$$

Défuzzification : Le type réduit par l'utilisation de (3.92) sera déterminé par ses deux points extrêmes de droite et de gauche y_r et y_l . Une fois le processus de réduction de type génère l'ensemble flou type-1 à partir de l'ensemble flou type-2, le processus de défuzzification devient entièrement similaire à celui du système flou type-1 et fera correspondre une valeur certaine à l'ensemble flou type-1 issu du processus de réduction de type. En appliquant le centre de gravité au type réduit, la sortie numérique sera donnée par [102] :

$$Y = \frac{y_l(x) + y_r(x)}{2} \quad (3.98)$$

3.8.2 Application de la logique floue type-2 pour la commande du quadrotor

Le système flou type-2 conçu pour le système quadrotor se compose de cinq éléments : le fuzzificateur, la base de règles, le moteur d'inférence flou, le réducteur de type, et le defuzzificateur. La base de règles est une collection de règles linguistiques floues de la forme **Si...Alors** : *Si x_1 est \tilde{F}_1^j et x_2 est \tilde{F}_2^j ...et x_p est \tilde{F}_p^j Alors y est \tilde{G}^j .*

Ici, x_1 représente la première variable linguistique qui est l'erreur de poursuite (e), tandis que x_2 représente la deuxième variable linguistique qui est la dérivée de l'erreur (de).

L'utilisation des ensembles type-2 triangulaires et gaussiens crée un inconvénient pour l'implémentation en temps réel devant la capacité limitée des calculateurs et des interfaces. Contrairement aux deux premiers ensembles flous, le type-2 intervalle reflète l'uniformité de l'incertitude au niveau de la fonction d'appartenance primaire, ce type de fonctions d'appartenance est le plus souvent utilisé pour les simulations et applications réelles.

L'objectif consiste à trouver la sortie du système floue type-2 intervalle, qui est la commande U du système, dont les fonctions d'appartenance sont présentées par la figure 3.11 et la base de règles est donnée par le Tableau 3.1. Les valeurs linguistiques suivantes ont été utilisées : négatif grand (NG), négatif moyen (NM), négatif petit (NP), zéro (Z), positif petit (PP), positif moyen (PM), positif grand (PG).

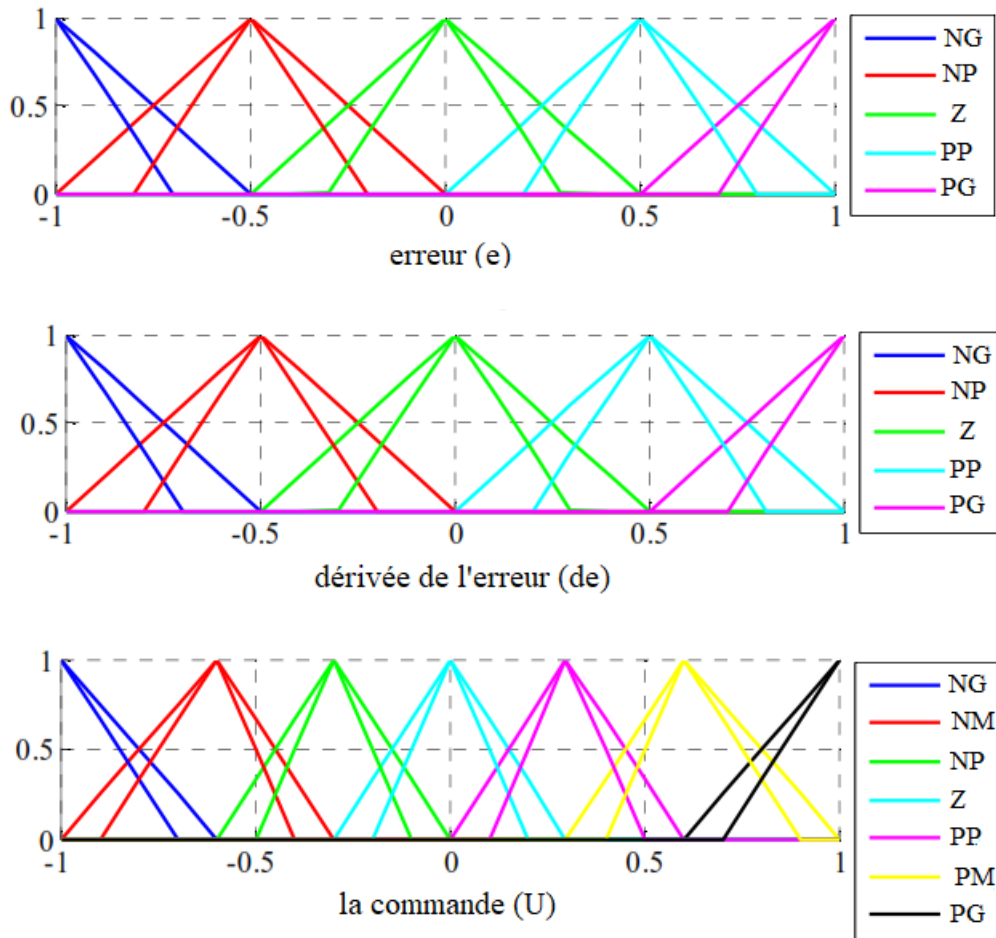


Figure 3.11 : Fonctions d'appartenance des entrée (e), (de) et de la sortie (U) [115].

Tableau 3.1. Base de règles [115].

		Erreur				
		NG	NP	Z	PP	PG
Dérivée de l'erreur	NG	NG	NG	NM	NP	Z
	NP	NG	NM	NP	Z	PP
	Z	NM	NP	Z	PP	PM
	PP	NP	Z	PP	PM	PG
	PG	Z	PP	PM	PG	PG

Ces règles régissent la relation entrée-sortie entre l'erreur (e) et sa dérivée (de) en adoptant le moteur d'inférence de type Mamdani, dans lequel la méthode du centre de gravité est utilisée pour la défuzzification comme dans eq (3.98).

3.9 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons abordé le contrôle du drone quadrotor afin d'assurer la stabilité et le suivi de trajectoire. A cet effet, nous avons développé cinq systèmes de contrôle en se basant sur les techniques : PID, backstepping, SMC, 2-SMC et la logique floue type 2.

La propriété de sous actionnement que caractérise cette catégorie de drone impose le choix de quatre sorties à contrôler parmi les cinq. Néanmoins, nous avons développé six lois de contrôle dans une architecture de contrôle hiérarchique. Etant donné que l'homme est familier avec la position cartésienne, nous avons choisi, en plus de l'angle de lacet, la position (x,y,z) comme trajectoire de référence. Les deux lois de commandes intermédiaires serviront au calcul des angles de roulis et de tangage correspondants.

CHAPITRE 4

Simulations et interprétation des résultats

4.1	Introduction	80
4.2	Modèle quadrotor choisi pour la simulation.....	80
4.3	Résultat de la 1ère simulation de vol.....	82
4.4	Résultat de la 2ème simulation de vol.....	91
4.5	Conclusion.....	97

4.1 Introduction

Dans ce chapitre nous présentons la simulation numérique des approches de commande développées précédemment. Afin de valider ces approches, nous considérons un scénario de suivi de trajectoire en 3D simulé sous Matlab/Simulink. Nous commençons par la présentation du modèle quadrotor choisi pour cette étude. Ensuite nous analysons et comparons les résultats issus de l'application des cinq commandes : PID, backstepping, SMC, 2-SMC et logique floue type-2 pour le problème de suivi.

4.2 Modèle quadrotor choisi pour la simulation

La figure 4.1 présente l'architecture complète du modèle de simulation du robot volant de type quadrotor, sous Matlab. Ce modèle est considéré comme un corps rigide avec une masse constante et une géométrie symétrique. Les axes du repère lié au véhicule coïncident avec les axes principaux d'inertie. Sur la même figure, les moteurs sont présentés par deux couleurs différentes afin de montrer la synchronisation permettant la stabilisation du véhicule par rapport à l'axe de lacet.

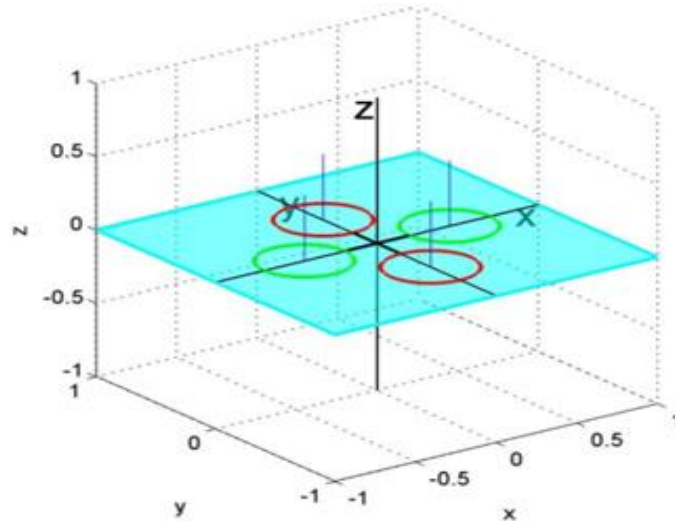


Figure 4.1 : Quadrotor en configuration (+).

Quant aux paramètres physiques du véhicule ainsi qu'aux paramètres généraux du modèle utilisé, ils correspondent à celles qu'on trouve dans [77]. Leurs valeurs numériques sont données par le Tableau 4.1.

Tableau 4.1. Paramètres du modèle de simulation.

<i>Paramètre</i>	<i>Valeur numérique</i>	<i>Unité</i>
m	1.1	kg
l	0.21	m
k_f	5	$\text{N.s}^2.\text{rad}^{-2}$
k_m	2	$\text{N.m.s}^2.\text{rad}^{-2}$
I_x	1.22	kg.m^2
I_y	1.22	kg.m^2
I_z	2.2	kg.m^2
I_r	0.2	kg.m^2
g	9.81	m.s^{-2}
k_{dt}	0.1	N.s/m
k_{dr}	0.12	$\text{kg.m}^2.\text{rad}^{-1}$

La dynamique des moteurs se représente par une fonction de transfert du premier ordre suivie d'une fonction saturation qui représente la vitesse de rotation maximale pour chaque rotor. En effet, les moteurs sans balai sont typiquement très rapides, de telle sorte que la dynamique de ceux-ci est négligée dans la plupart des travaux de recherche.

Le schéma global de la simulation est représenté par la figure 4.2.

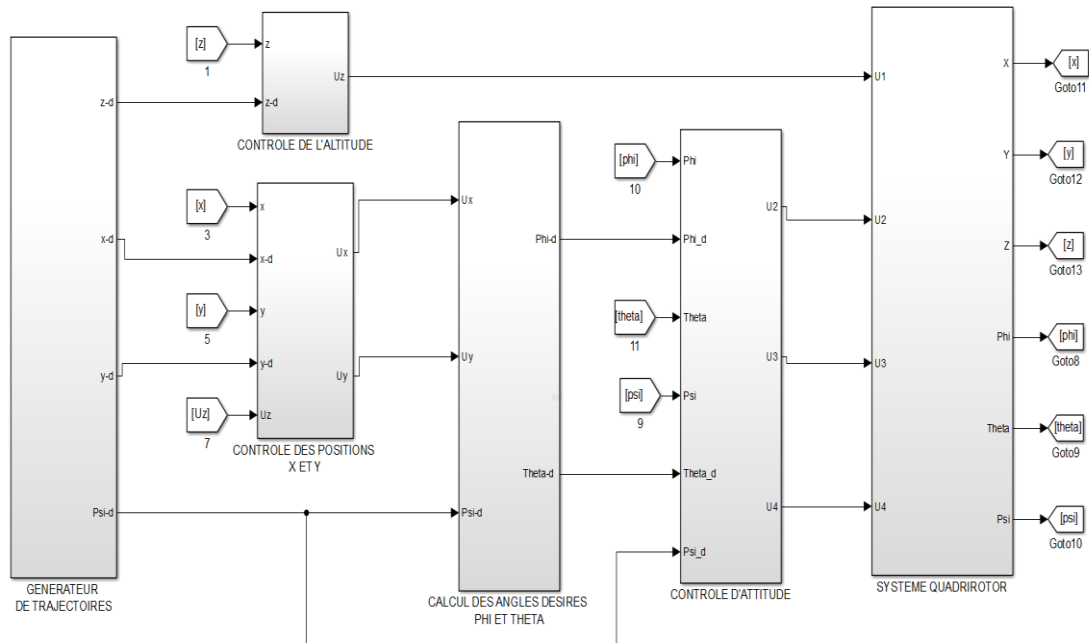


Figure 4.2 : Schéma global du système quadrotor avec la commande hiérarchique sous Matlab/Simulink.

Afin de tester et d'évaluer l'efficacité des différentes stratégies de commande nous effectuons deux simulations de vol. Dans un premier temps le quadrotor devait suivre une trajectoire carrée avec un angle de lacet égale à 0.5 rad , ($\psi_d = 0.5 \text{ rad}$). Ensuite, nous considérons une trajectoire hélicoïdale. Pour chacun des deux essais, la durée de vol est 50 s. Il faut noter que toutes les positions initiales, linéaires et angulaires suivant tous les axes sont nulles.

4.3 Résultat de la 1ère simulation de vol

La figure 4.3 représente les trajectoires 3D obtenues lorsque différentes stratégies de contrôle sont utilisées. Ces trajectoires sont comparées à la trajectoire désirée en forme de carrée.

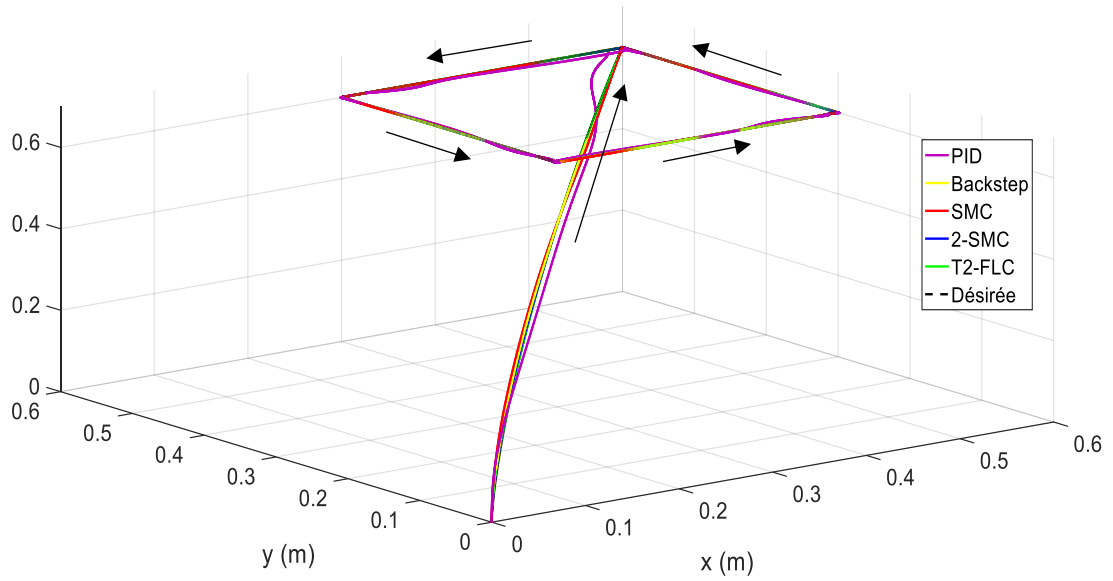
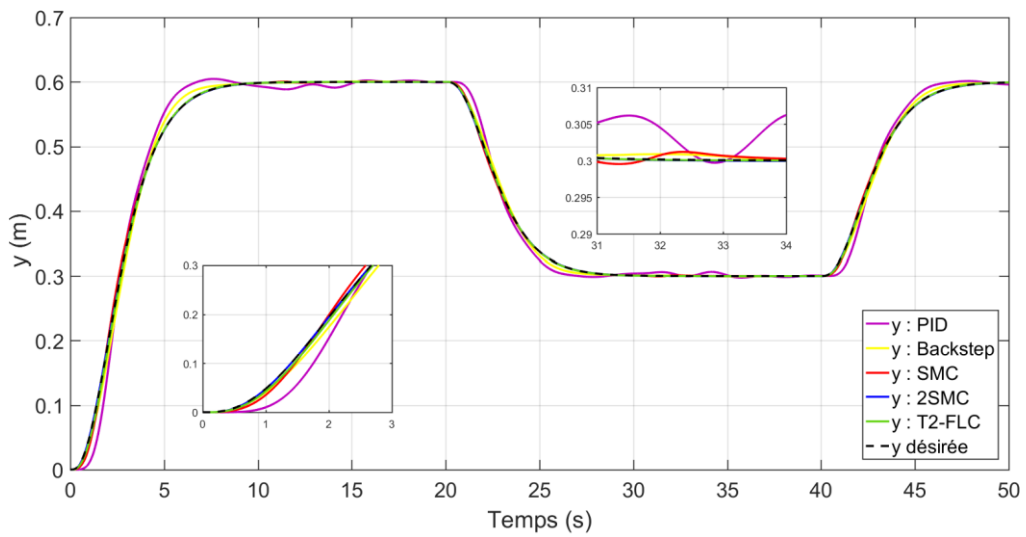
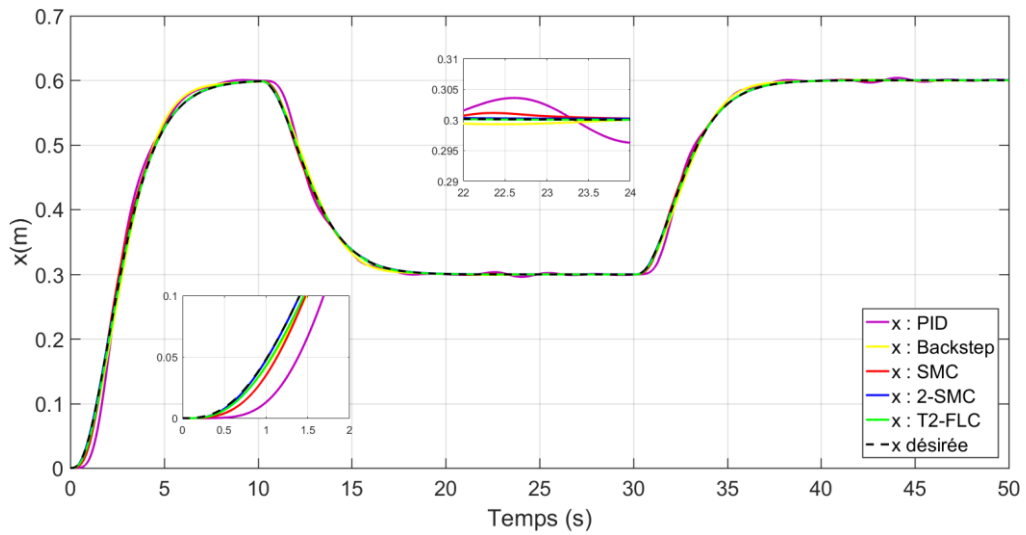


Figure 4.3 : Suivi de la trajectoire carrée.



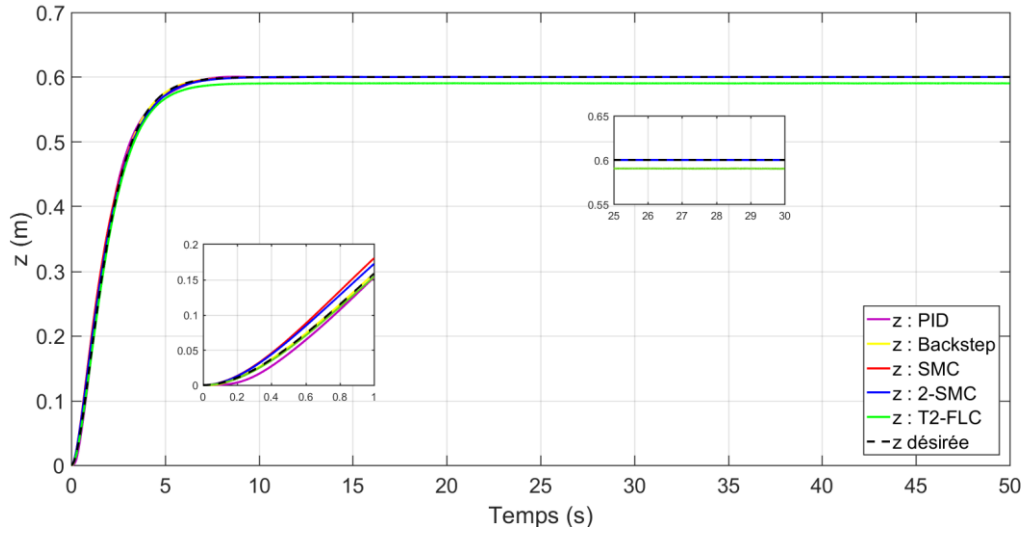
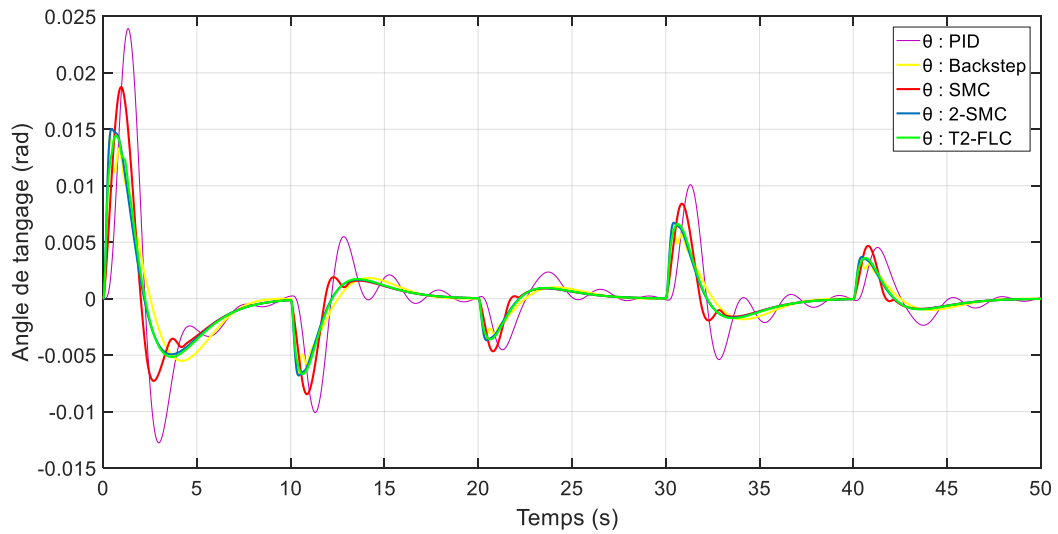
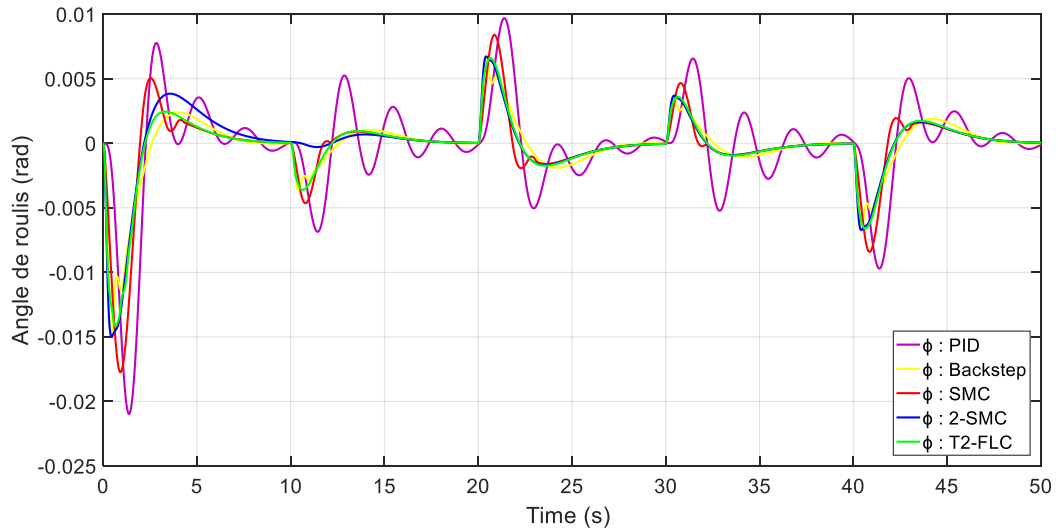


Figure 4.4 : Poursuite de la position désirée selon x, y et z, trajectoire carrée.



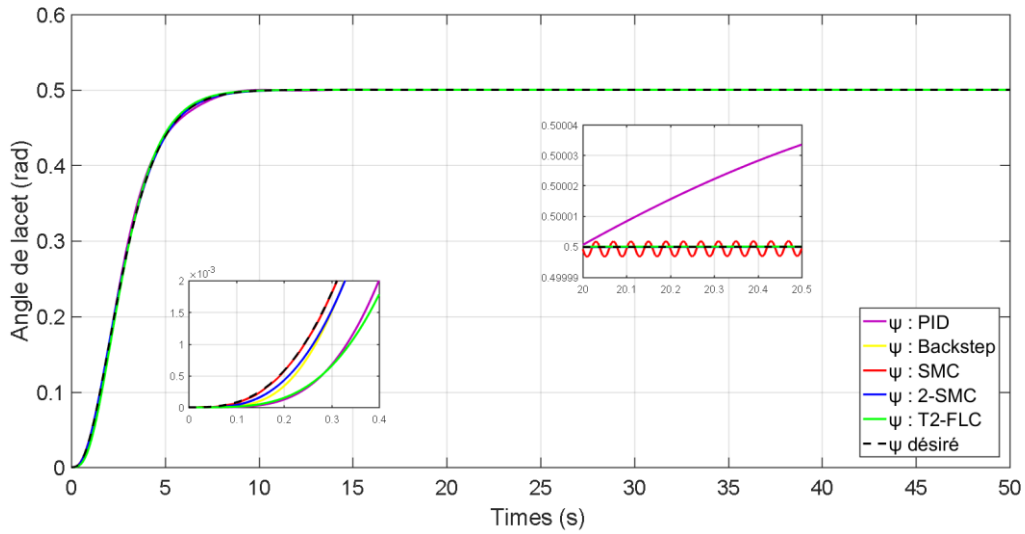
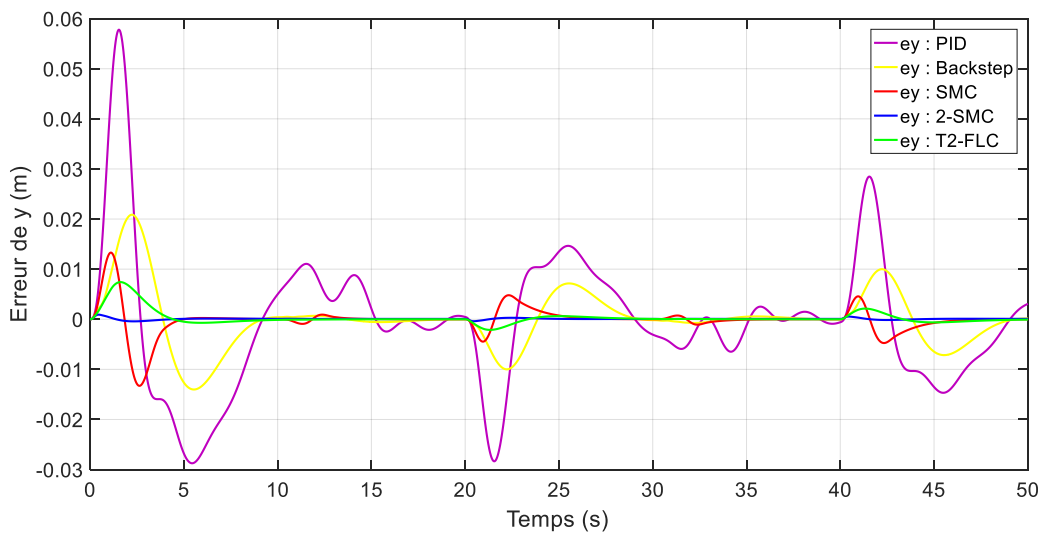
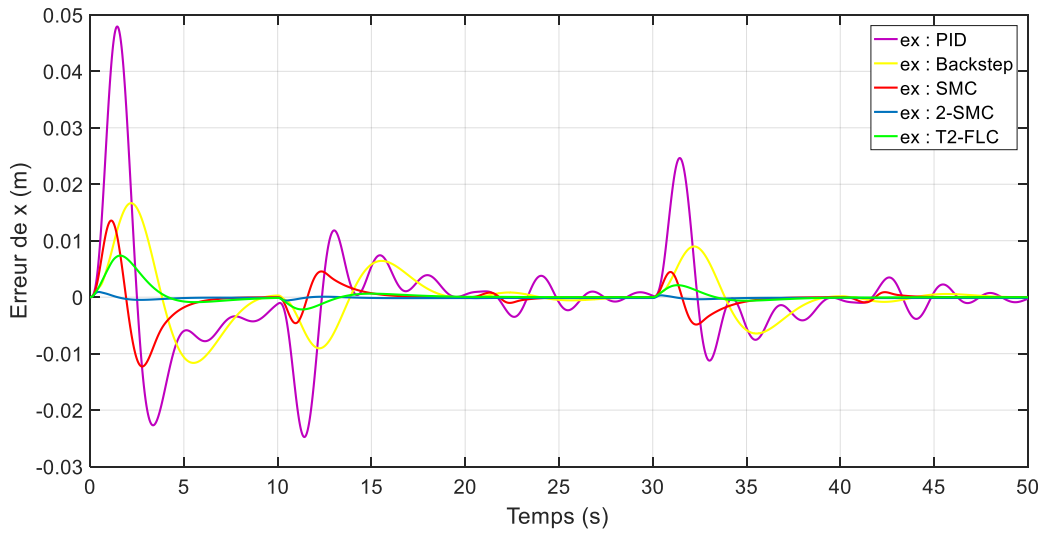


Figure 4.5 : Trajectoires de suivi des orientations roulis, tangage et lacet, trajectoire carrée.



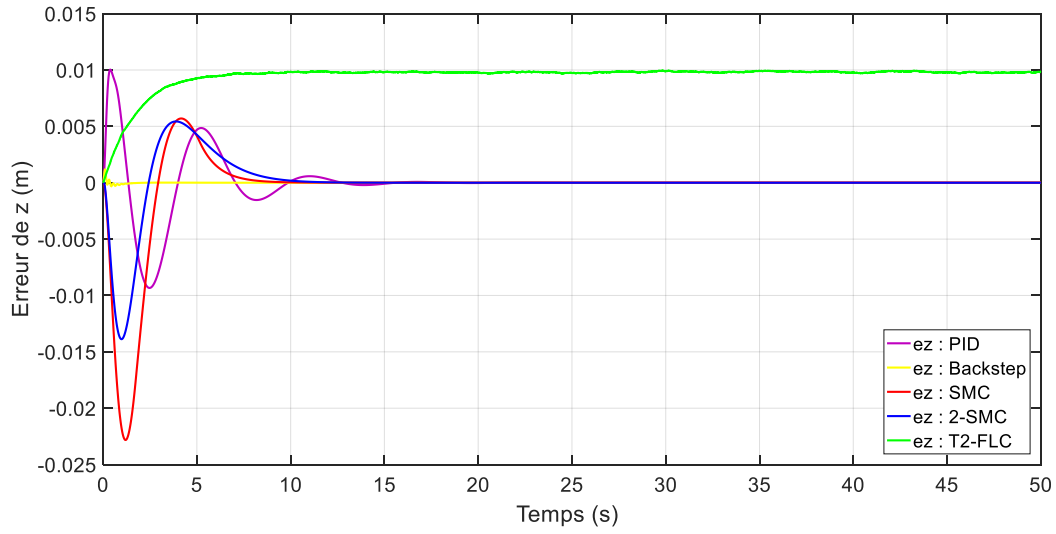
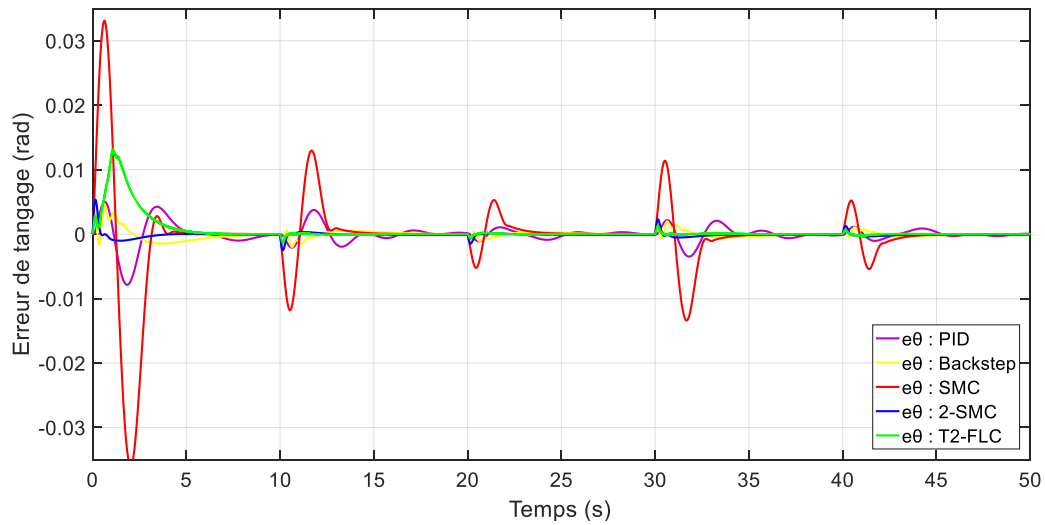
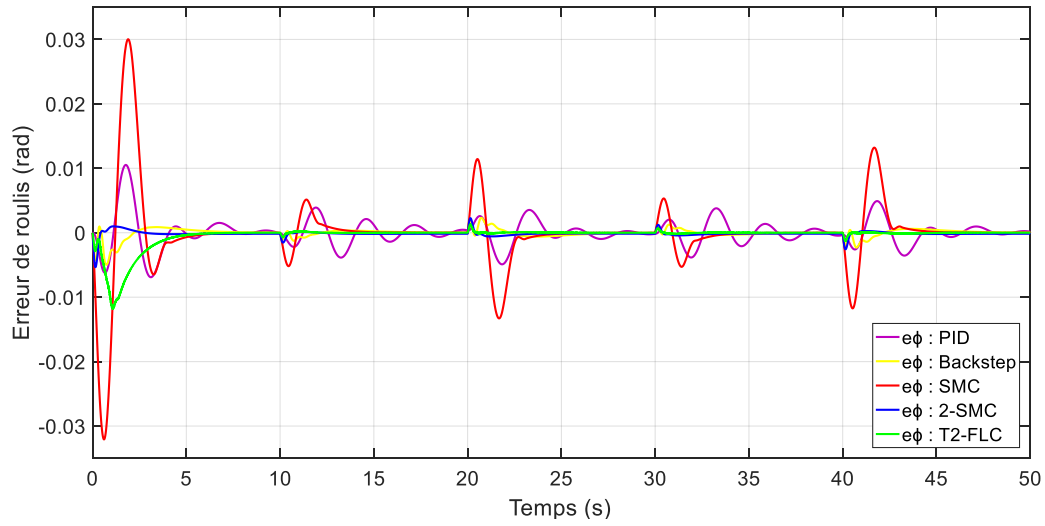


Figure 4.6 : Erreurs de poursuite de la position désirée, trajectoire carrée.



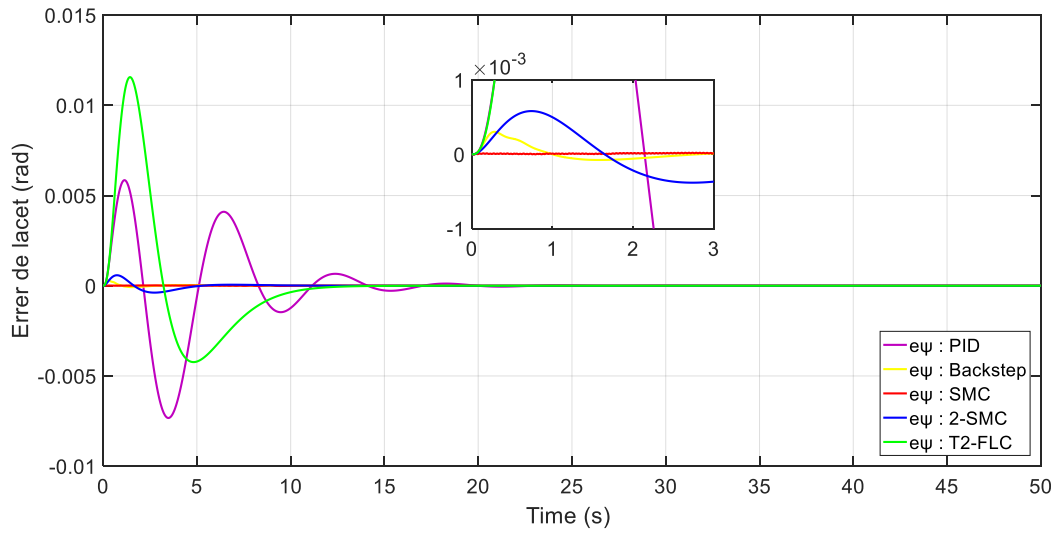


Figure 4.7 : Erreurs de suivi des angles désirés, trajectoire carrée.

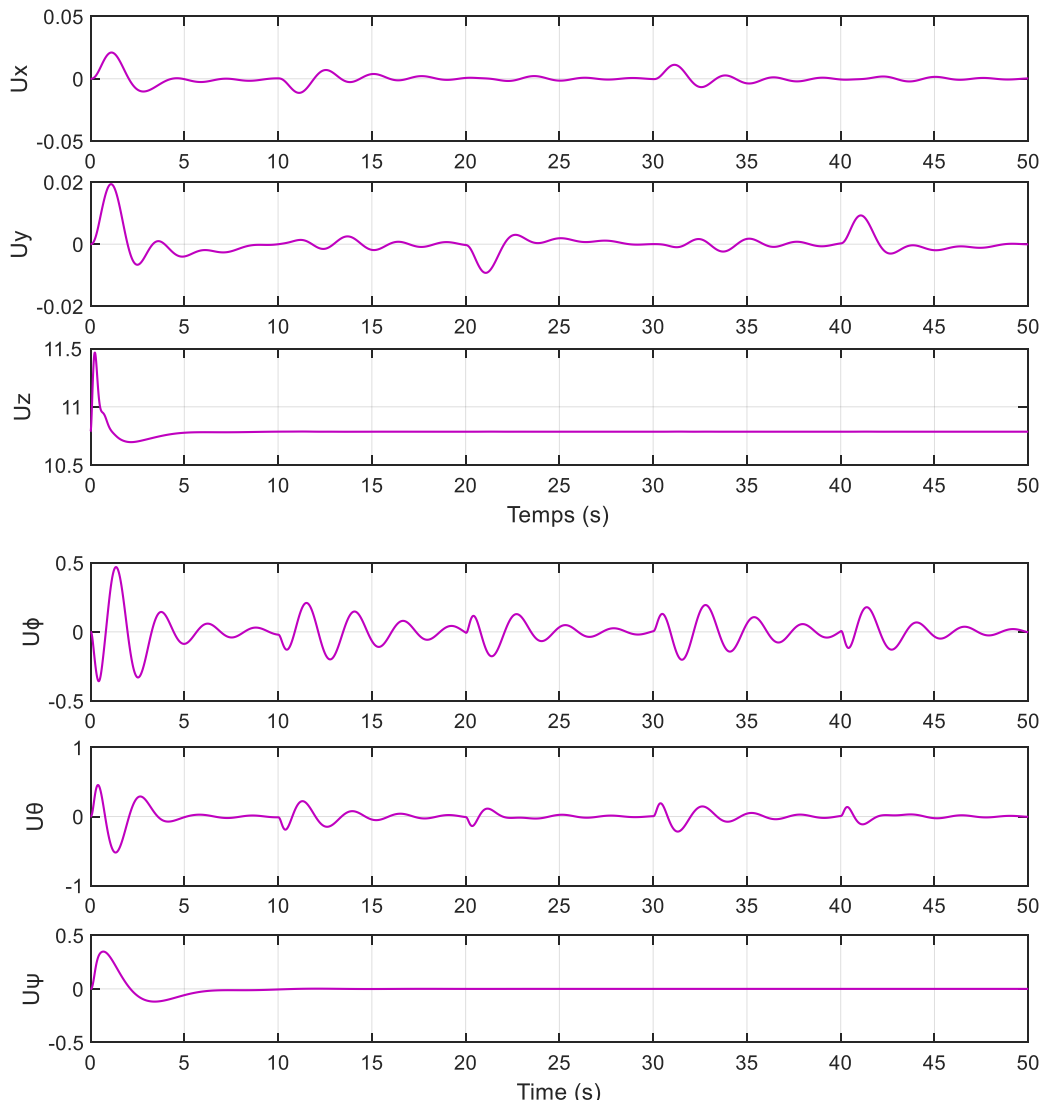


Figure 4.8 : Les commandes U_x , U_y , U_z et U_ϕ , U_θ , U_ψ obtenues par PID, trajectoire carrée.

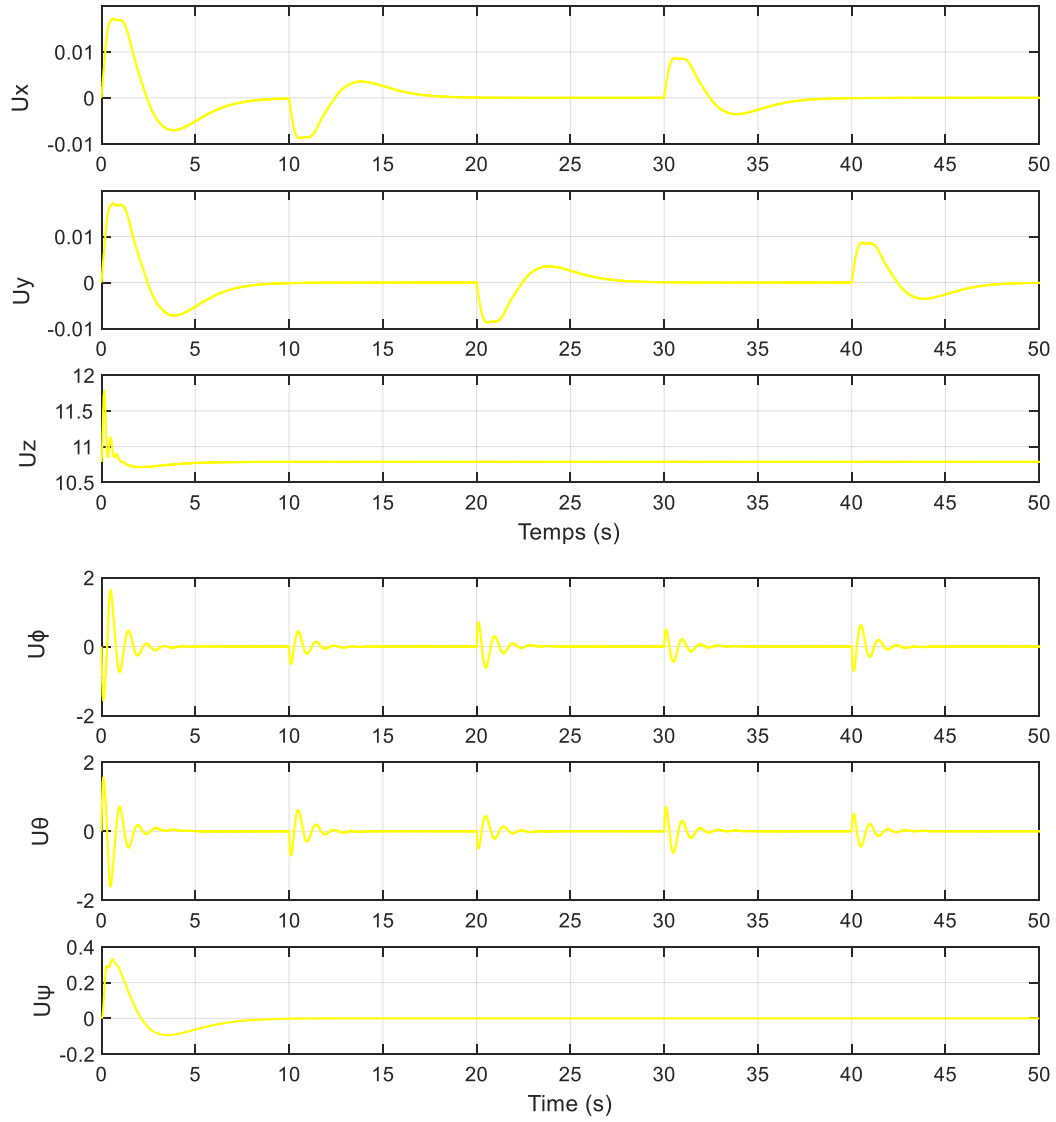
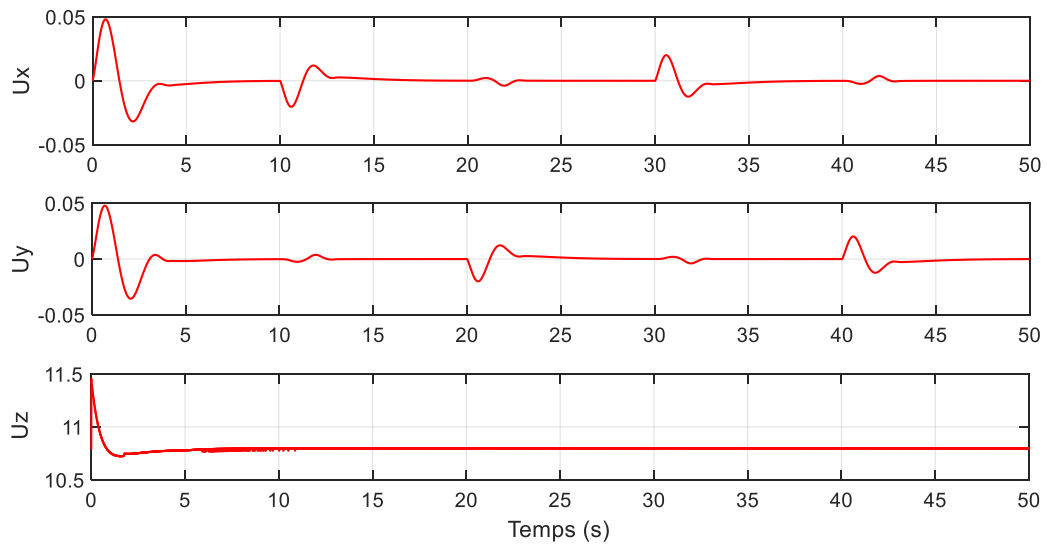


Figure 4.9 : Les commandes U_x , U_y , U_z et U_ϕ , U_θ , U_ψ obtenues par backstepping, trajectoire carrée.



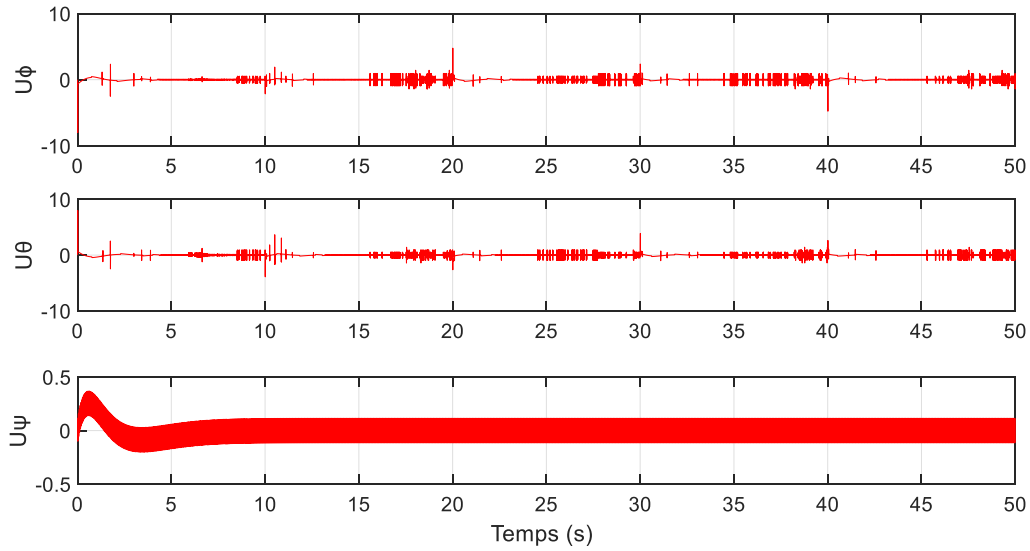


Figure 4.10 : Les commandes U_x , U_y , U_z et U_ϕ , U_θ , U_ψ obtenues par SMC, trajectoire carrée.

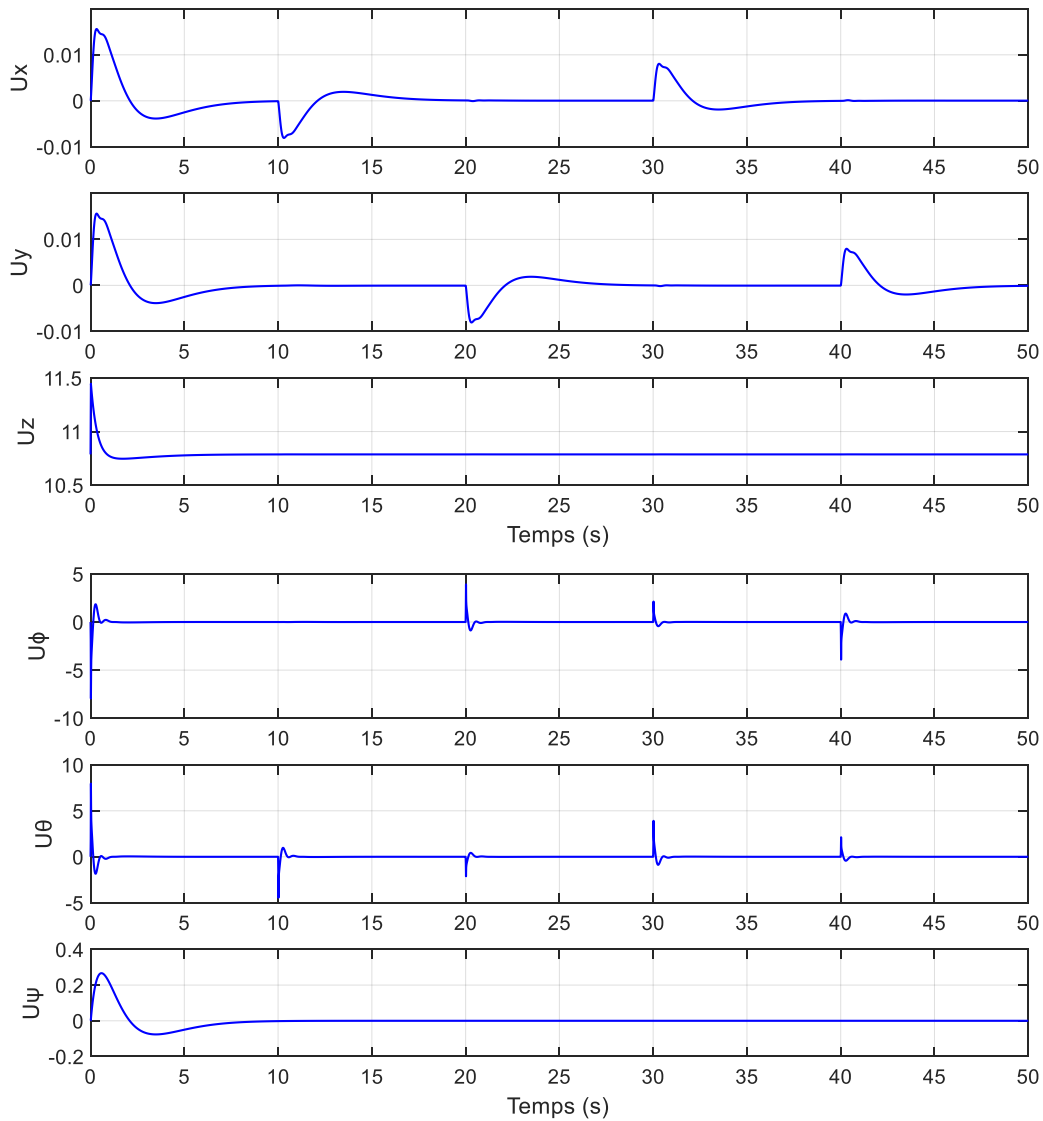


Figure 4.11 : Les commandes U_x , U_y , U_z et U_ϕ , U_θ , U_ψ obtenues par 2-SMC, trajectoire carrée.

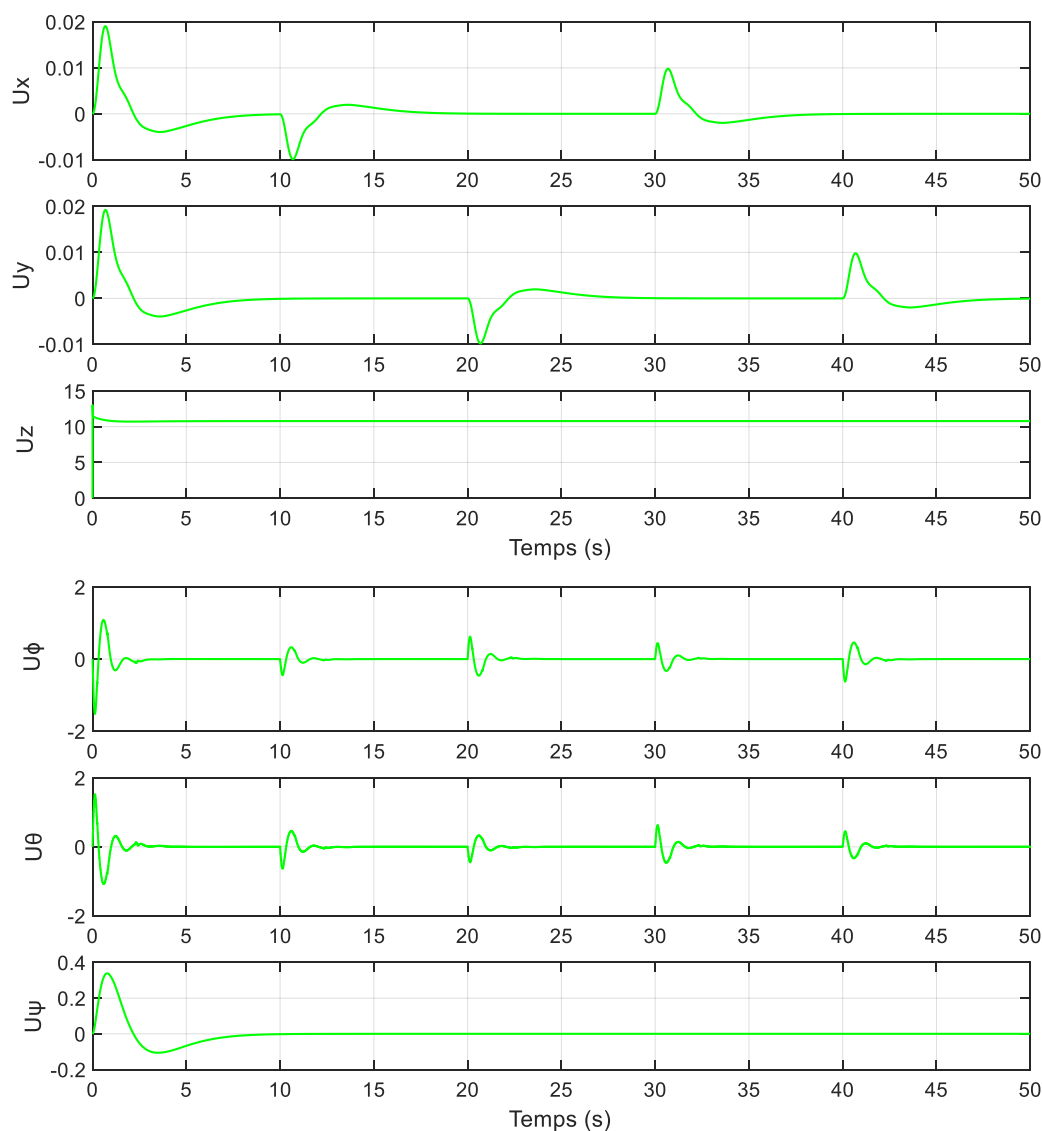


Figure 4.12 : Les commandes U_x , U_y , U_z et U_ϕ , U_θ , U_ψ obtenues par T2-FLC, trajectoire carrée.

Les figures (4.3), (4.4) et (4.5) représentent le suivi de trajectoire dans l'espace tridimensionnel ainsi que le suivi de trajectoire selon les axes x , y , z et les réponses des angles d'orientation ϕ , θ , ψ . D'après ces figures, on remarque que le quadrotor a pu suivre la trajectoire désirée. L'application des commandes données par les figures (4.8), (4.9), (4.10), (4.11), (4.12), obtenues par les cinq différentes stratégies a permis un dépassement nul. Dans le régime permanent, les trajectoires x , y , z et ψ sont conformes aux trajectoires désirées. Tous les contrôleurs ont démontré de bons résultats sauf le cas du contrôleur PID qui présente les performances les plus dégradées dans le régime transitoire avec un temps de réponse le plus lent, et des oscillations en régime permanent. Aussi, le contrôleur T2-FLC présente la plus grande erreur e_z en régime permanent ($e_z \approx 1cm$), voir figure (4.4) et (4.6). Contrairement à ces deux derniers, les contrôleurs SMC et 2-SMC ont démontré les meilleurs résultats en termes

de temps de réponse et erreur statique. Cependant, il faut signaler la présence du chattering qui affecte le signal de commande comme on peut le constater sur la figure 4.10. Le contrôle par 2-SMC a montré sa capacité à surmonter le problème de chattering, voir figure 4.11. La commande par backstepping a prouvé une performance satisfaisante par rapport aux PID et T2-FLC.

4.4 Résultat de la 2ème simulation de vol

Dans cette deuxième simulation de vol, nous considérons le même modèle du quadrotor avec les mêmes conditions initiales, mais avec un autre type de trajectoire plus complexe. Afin de comparer les performances des cinq contrôleurs et valider les résultats obtenus lors de la première simulation, nous avons choisi une trajectoire hélicoïdale avec un angle de tangage désiré ψ_d nul. La figure 4.13 représente les trajectoires 3D obtenues lorsque différentes stratégies de contrôle sont utilisées. Ces trajectoires sont comparées à la trajectoire désirée en forme hélicoïdale.

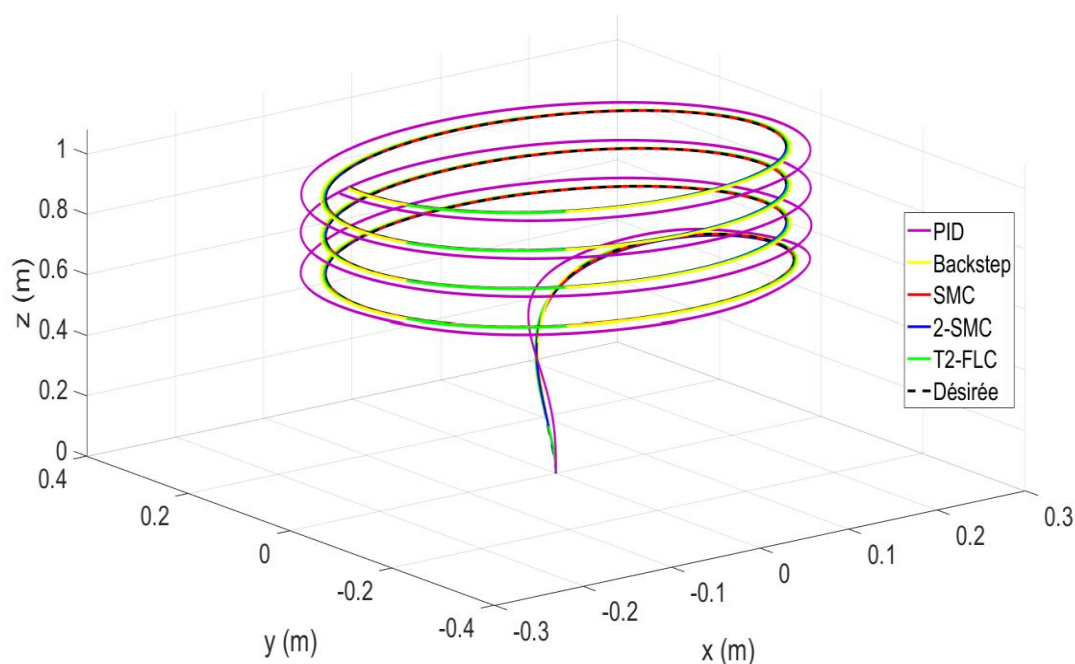


Figure 4.13 : Suivi de la trajectoire hélicoïdale.

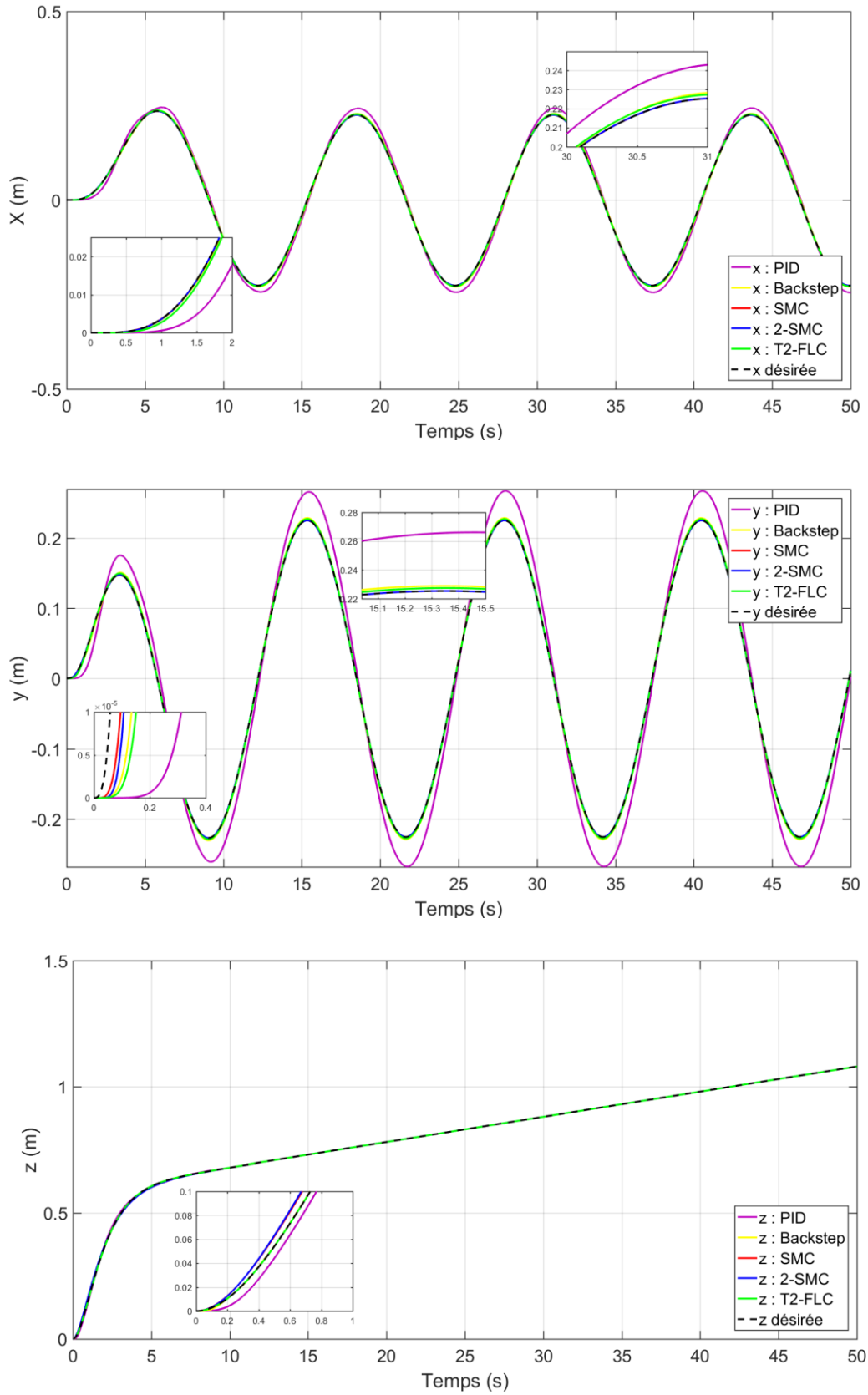


Figure 4.14 : Poursuite de la position désirée selon x, y et z, trajectoire hélicoïdale.

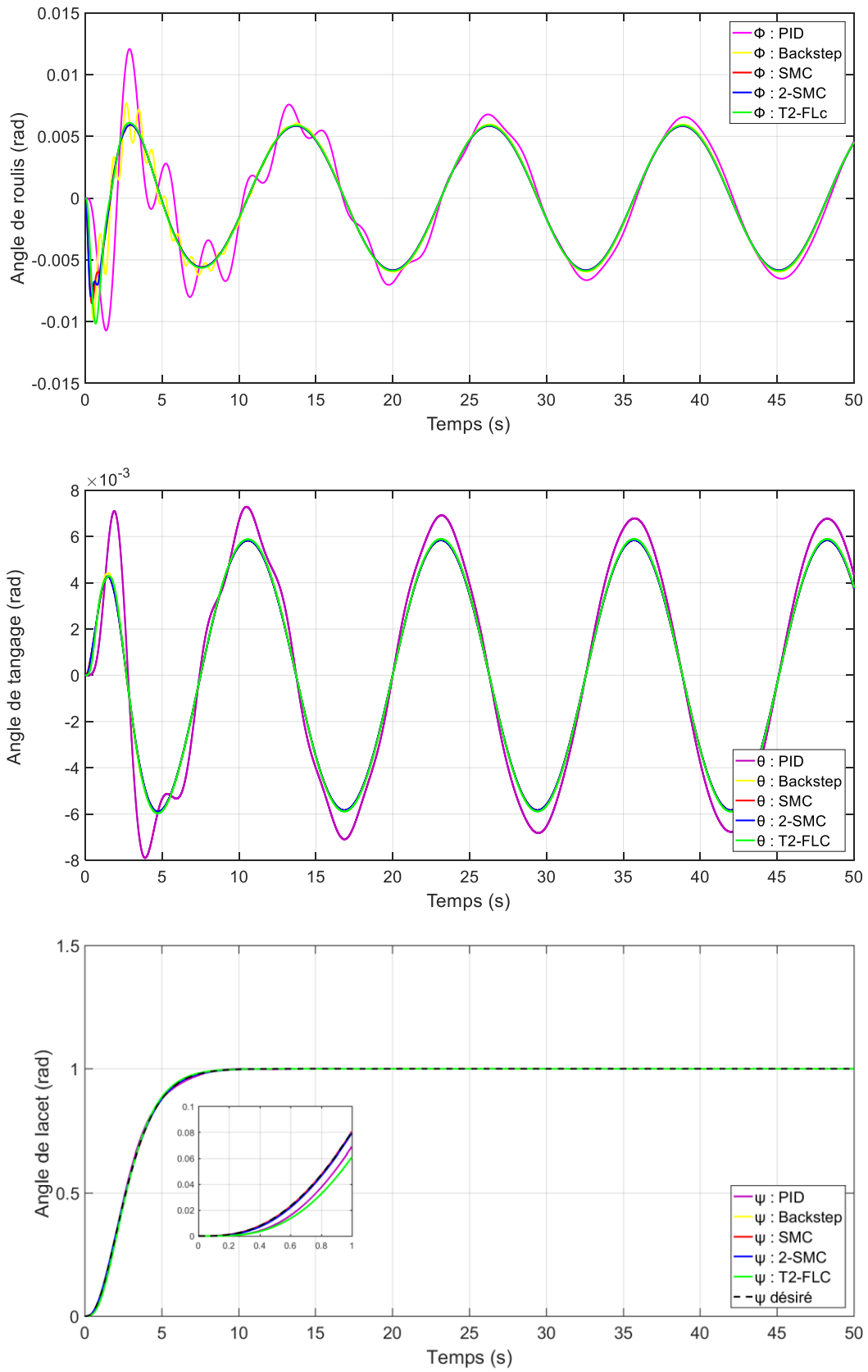


Figure 4.15 : Trajectoires de suivi des orientations roulis, tangage et lacet, trajectoire hélicoïdale.

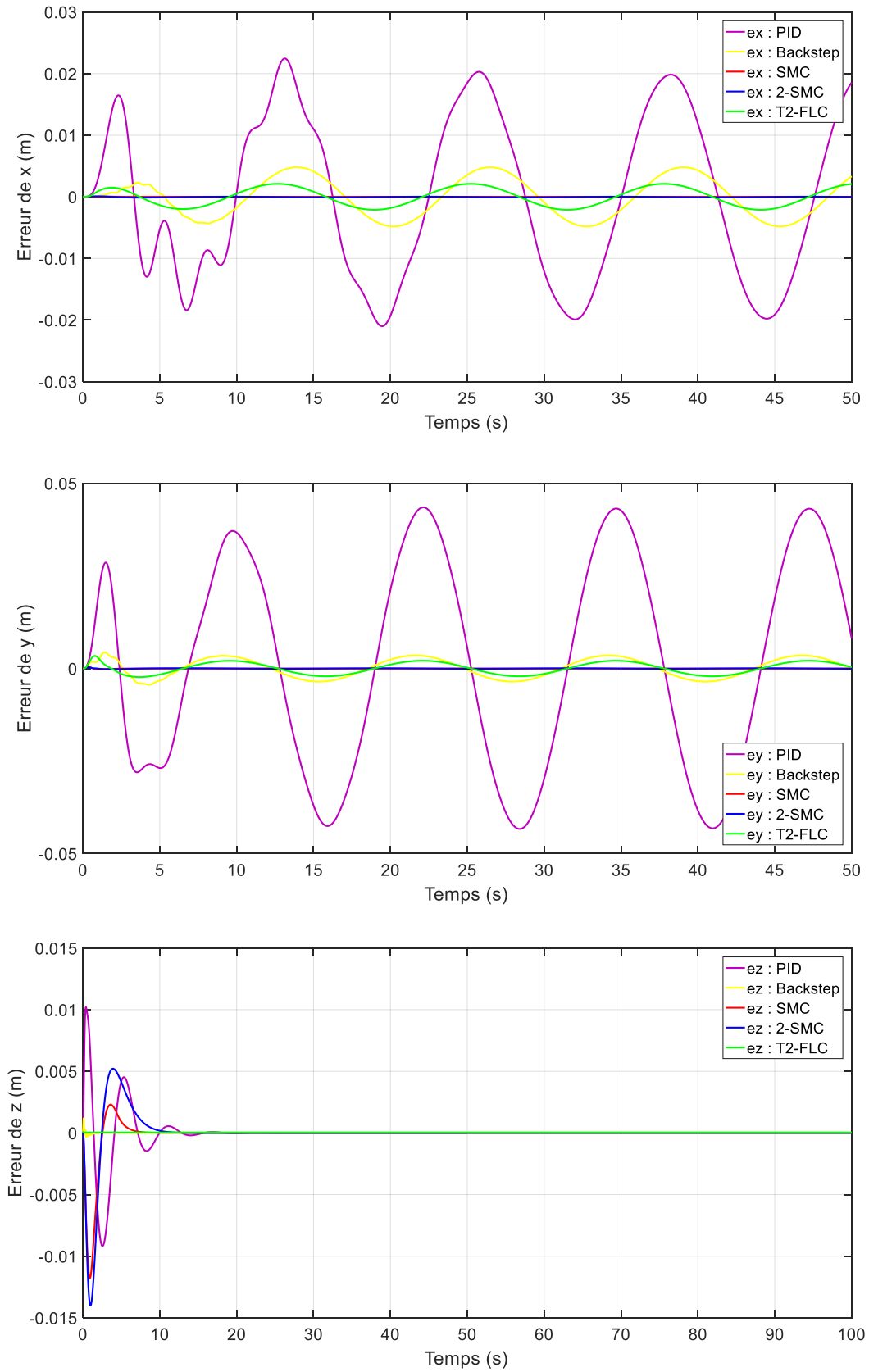


Figure 4.16 : Erreurs de poursuite de la position désirée, trajectoire hélicoïdale.

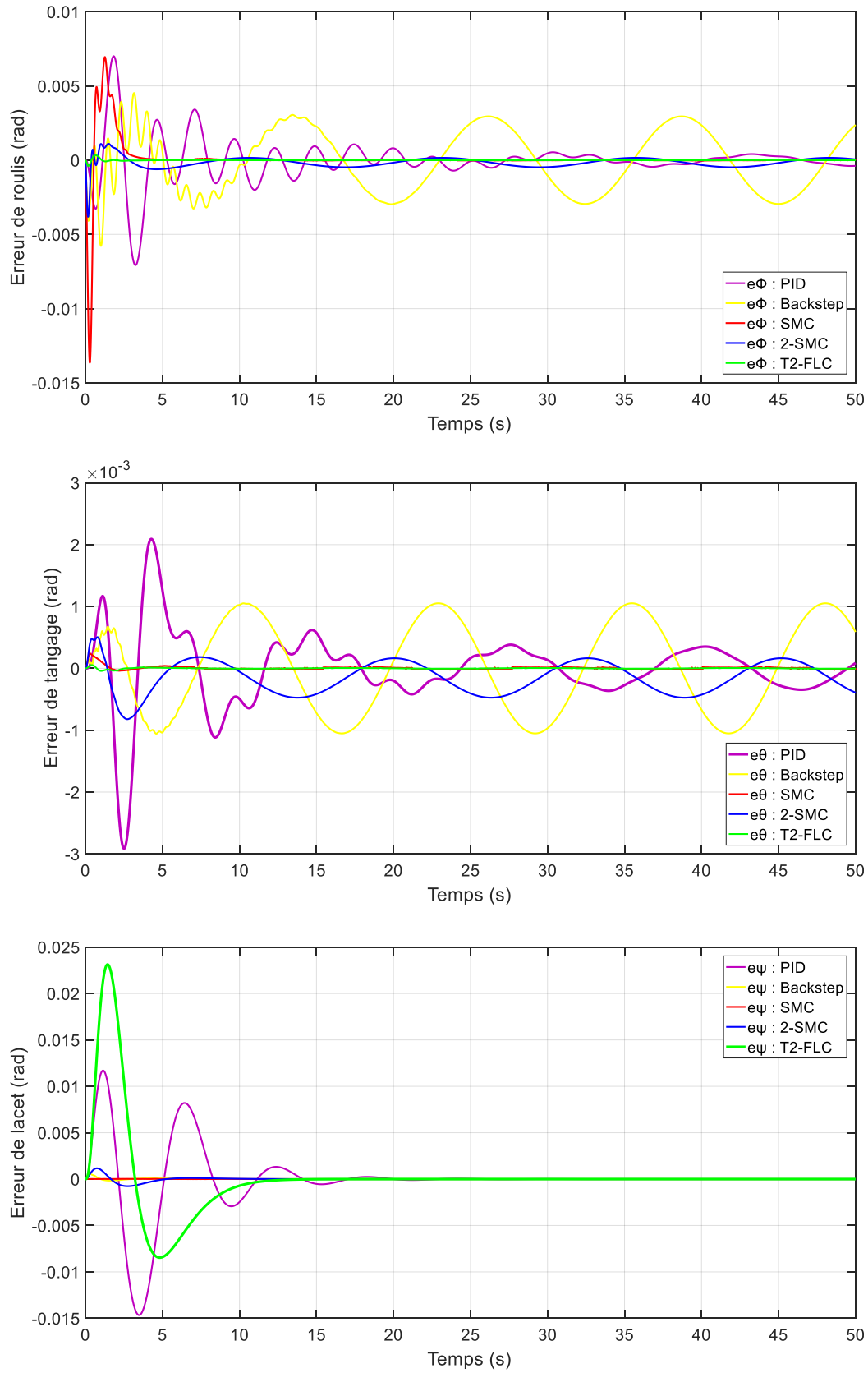


Figure 4.17 : Erreurs de suivi des angles désirés, trajectoire hélicoïdale.

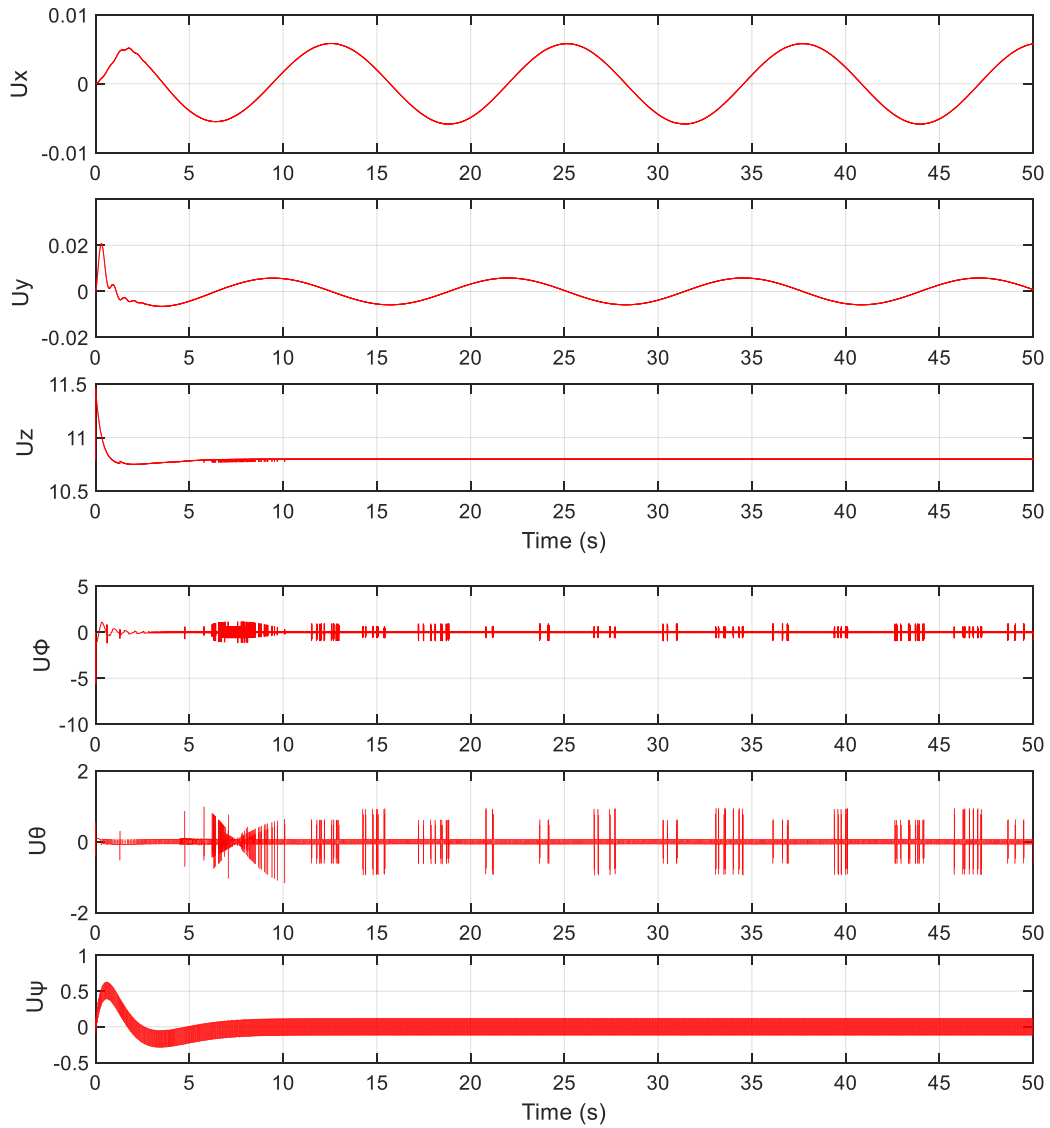
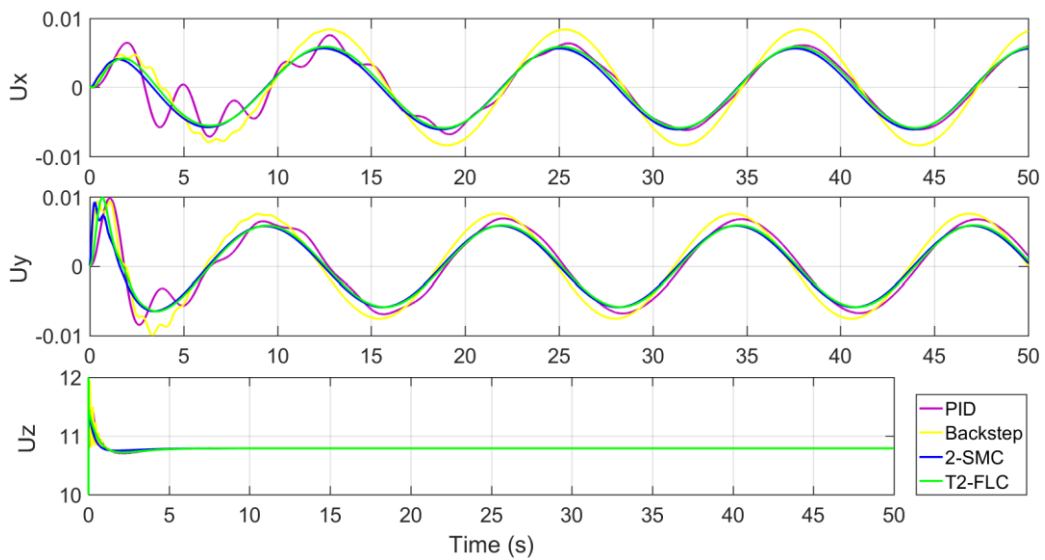


Figure 4.18 : Les commandes U_x , U_y , U_z et U_ϕ , U_θ , U_ψ obtenues par SMC, trajectoire hélicoïdale.



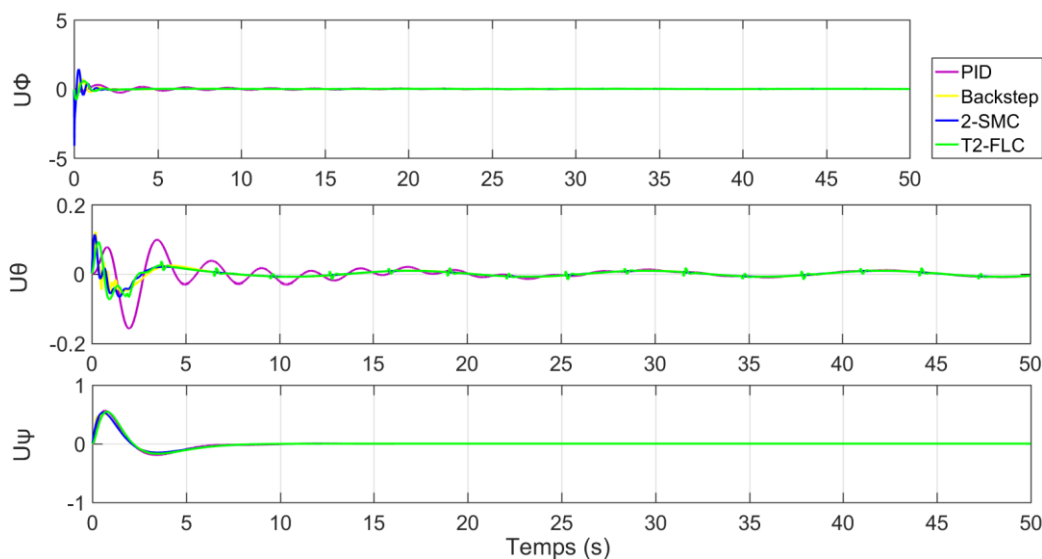


Figure 4.19 : Les commandes U_x , U_y , U_z et U_ϕ , U_θ , U_ψ obtenues par : PID, Backstepping, 2-SMC et T2-FLC, trajectoire hélicoïdale.

A travers les résultats de cette deuxième simulation, nous avons démontré l'efficacité du contrôle par mode glissant pour le suivi de trajectoire. Cependant, le problème du « chattering » est toujours présent, ce dernier a été éliminé en utilisant le contrôle par mode glissant d'ordre supérieure.

4.5 Conclusion

Dans le présent chapitre, l'application des différentes théories de contrôle pour le système quadrirotor, que nous avons abordé précédemment dans le chapitre 3, ont été validé à travers deux simulations de vol dans Matlab/Simulink. D'après les résultats, nous pouvons conclure que malgré sa simplicité et son faible cout, le PID reste un contrôleur linéaire dont la performance est limitée, surtout quand il s'agit d'un système complexe et fortement non-linéaire tel que le quadrirotor. Bien évidemment, il existe d'autre contrôleurs plus performants et robustes comme le backstepping, FLC et SMC. En utilisant le 2-SMC, nous avons obtenu les meilleurs résultats tout en éliminant le phénomène de chattering que présente le SMC, tout en gardent les bonnes performances fournie par le SMC.

L'application des contrôleurs T2-FLC et backstepping a donné des résultats meilleurs que ceux obtenues par le PID mais a montré que le T2-FLC souffre d'une faible précision en régime permanent.

Bien que le backstepping permet la construction de la loi de commande d'une manière systématique, son expression est relativement complexe et difficile à implémenter.

Pour conclure, nous disons que l'idéal est d'adopter le contrôle par 2-SMC pour la mission de suivi de trajectoire d'un drone quadrirotor. Sa robustesse permet un excellent suivi quel que soit la trajectoire désirée, en plus de sa capacité à surmonter le problème de chattering.

CHAPITRE 5

Synthèse d'observateur non linéaire

5.1	Introduction	99
5.2	Observabilité et principe d'un observateur.....	100
5.2.1	Cas des systèmes linéaires.....	101
5.2.2	Cas des systèmes non linéaires.....	103
5.2.3	Observabilité du modèle quadrotor	106
5.3	Observateur à mode glissant.....	106
5.4	Application de l'observateur par mode glissant au modèle du quadrotor	112
5.5	Conclusion	119

5.1 Introduction

Une bonne maîtrise d'un procédé passe en général par une bonne information sur ce dernier. Or, dans la pratique, la mesure directe de toutes les variables d'état n'est pas toujours possible pour des raisons techniques (encombrement des capteurs) ou économiques (coûts des capteurs). En effet, un ou plusieurs de ces états peut correspondre à une grandeur physique qui n'est pas disponible à la mesure directe, tandis que l'élaboration d'une loi de commande basée sur le modèle non linéaire du système passe souvent par l'accès au vecteur d'état complet.

La solution à cette limitation de mesure repose sur l'utilisation d'un capteur logiciel appelé observateur. En exploitant les informations accessibles, à savoir le modèle dynamique du système, ses entrées et ses sorties mesurables, un observateur permet la reconstruction en temps réel des états non mesurables. Nous rappelons que la connaissance des composantes de l'état non mesurées est en général nécessaire pour régler un système ou pour détecter des fautes des systèmes.

Cette opération de reconstitution d'information interne peut être utile à plusieurs niveaux comme le montre la figure 5.1 :

- La commande, qui nécessite le plus souvent la connaissance de son état interne.

- La surveillance, à travers les écarts entre le comportement du processus et celui de l'observateur.
- L'identification, au moyen de l'estimation des paramètres du modèle.

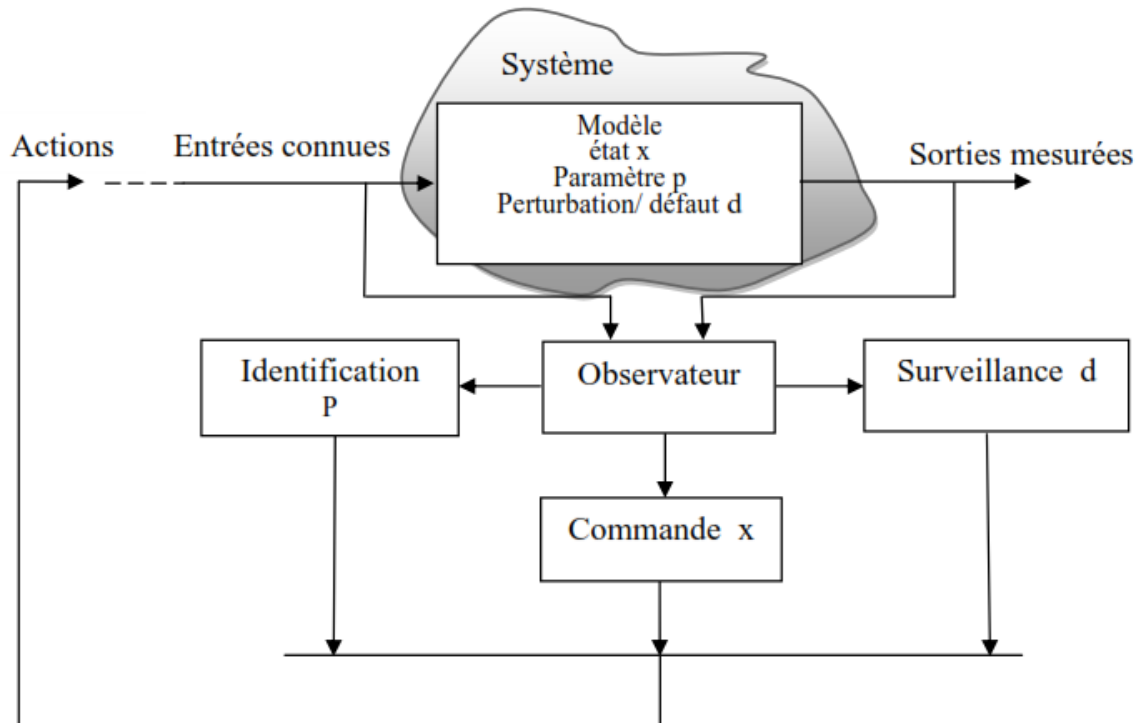


Figure 5.1 : Rôle de l'observateur dans le schéma de fonctionnement d'un procédé.

5.2 Observabilité et principe d'un observateur

Un capteur placé au bon endroit, à l'intérieure du système, peut nous donner accès à l'information recherchée. Dans ce cas, on dit que la variable d'état recherchée est mesurable. Dans d'autre cas, cette investigation directe n'est pas possible. La grandeur est alors dite non mesurable. En revanche, elle peut, tout en étant non mesurable, influencer la sortie du système. Il est alors possible, à partir de la mesure de la sortie, de déduire la grandeur considérée. On dit que celle-ci est observable.

La possibilité de reconstruire les variables du système à partir de la mesure des entrées et sorties de ce dernier est donc liée à son observabilité. Afin de concevoir un observateur, il faut vérifier, a priori, si les variables d'état sont observables.

L'observateur fournit une estimation $\hat{x}(t)$ de l'état $x(t)$ du procédé en fonction des entrées et des sorties du système, ce qu'illustre la figure 5.2. Alors, l'observateur ou l'estimateur d'état a

pour entrée les entrées et les sorties du système réel et pour sortie le vecteur d'état estimé. Cette estimation devant être obtenue en temps réel, l'observateur revêt usuellement la forme d'un système dynamique.

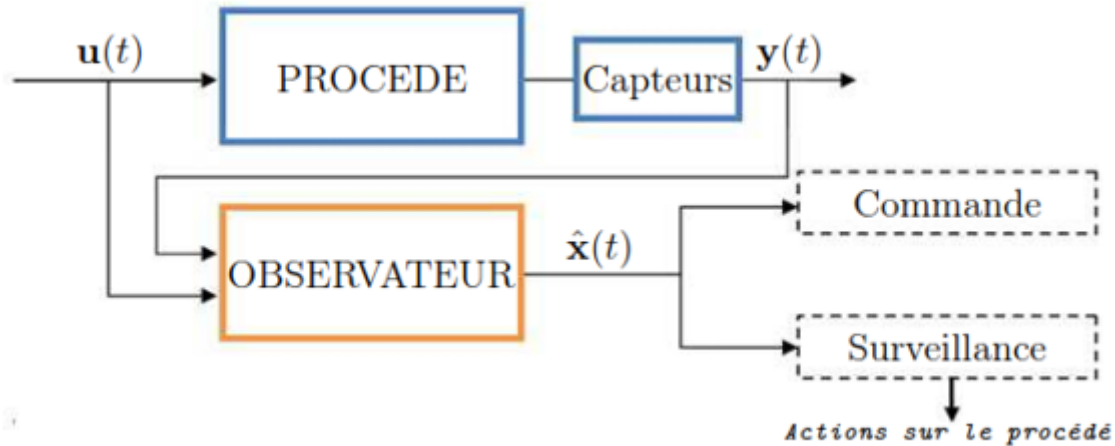


Figure 5.2 : Schéma fonctionnel d'un observateur d'état.

Définition : Un système est dit observable à un instant t_1 , si la connaissance du signal d'entrée et du signal de sortie sur un intervalle de temps $[t_1, t_2]$ permet de calculer l'état du système à l'instant t_1 .

Si un système est observable quel que soit l'instant t_1 , il est dit complètement observable.

5.2.1 Cas des systèmes linéaires

Soit le système linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (5.1)$$

$x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ et $y(t) \in \mathbb{R}^p$ représentent respectivement l'état, la commande et la sortie du système. Les matrices A, B et C sont des matrices constantes de dimensions appropriées. Dans le cas des systèmes linéaires, le critère le plus utilisé pour vérifier l'observabilité est la condition de rang. Pour un système linéaire à temps invariant, le critère d'observabilité au sens de rang, formulé par Kalman [103] est le suivant :

Définition : L'observabilité du système (5.1) est garantie si et seulement si la matrice d'observabilité O [104], qui est indépendante de l'entrée $u(t)$ et définie par n vecteurs lignes comme suit :

$$O = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

est de rang n [103], $\text{rang}(O) = n$.

O'Reilly [105] a présenté un deuxième critère ; le système (5.1) est complètement observable si :

$$\text{rang} \begin{pmatrix} A - P_i I \\ C \end{pmatrix} = n \quad (5.3)$$

Où P_i est la $i^{\text{ème}}$, $i = 1, \dots, n$, valeur propre de la matrice A . Si un système linéaire est complètement observable, il est globalement observable, c'est-à-dire que toutes les composantes du vecteur d'état du système sont observables, et donc peuvent être reconstruites par un observateur. Si le système est non linéaire, nous devons distinguer l'observabilité globale de l'observabilité locale.

Le célèbre observateur de Luenberger pour le système (5.1) est donné par :

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + K(y(t) - C\hat{x}(t)) \quad (5.4)$$

Où K correspond au gain de l'observateur.

La dynamique de l'erreur d'estimation $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ a pour expression :

$$\dot{e}(t) = (A - KC)e(t) \quad (5.5)$$

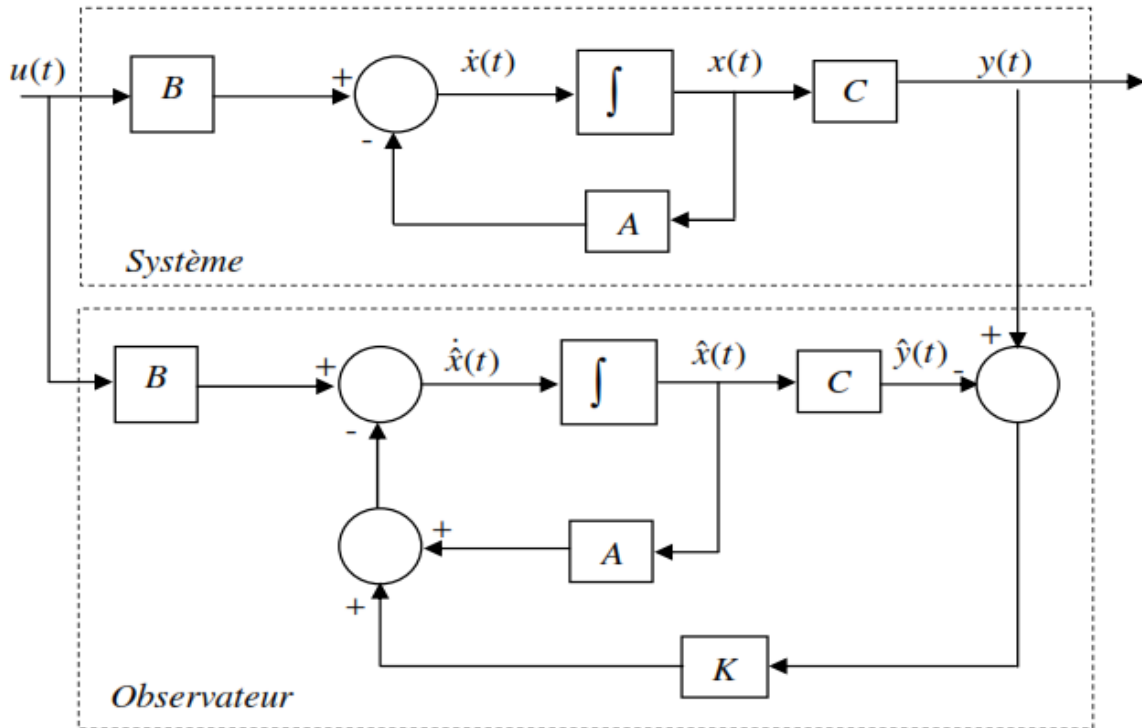


Figure 5.3 : Schéma structurel de l'observateur de Luenberger [113].

La théorie de l'observation de Luenberger repose essentiellement sur des techniques de placement de pôles et la stabilité de l'observateur est obtenue en choisissant les valeurs propres de $(A - KC)$ dans la partie gauche du plan complexe. La convergence de l'erreur d'estimation de l'observateur est alors exponentielle et sa vitesse dépend du choix du gain K .

5.2.2 Cas des systèmes non linéaires

Maintenant, considérons le système non linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = h(x(t)) \end{cases} \quad (5.6)$$

avec $x(t) \in \mathbb{R}^n$ est l'état, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ est la commande, $y(t) \in \mathbb{R}^p$ est la sortie du système. f et h sont des fonctions analytiques.

Pour les systèmes non linéaires, la notion d'observabilité est basée sur la possibilité de différencier deux conditions initiales distinctes. Fossard et Normand-Cyrot [106] ont défini l'observabilité à partir de la notion d'indiscernabilité.

Définition : Pour le système (5.6), deux états initiaux $x_1(t_0)$ et $x_2(t_0)$ tel que $x_1(t_0) \neq x_2(t_0)$ sont dit indiscernables si, $\forall t_0 > 0$, les sorties correspondantes $y_1(t)$ et $y_2(t)$ sont identiques.

Définition : Le système (5.6) est dit observable s'il ne possède pas de couple d'états initiaux $x_1(t_0)$ et $x_2(t_0)$ indiscernables.

Contrairement aux systèmes linéaires, l'observabilité des systèmes non linéaires dépend des entrées. En effet, il existe des entrées dites singulières pour lesquelles le système (5.6) n'est plus observable. Autrement dit, le système peut être observable, tout en admettant des entrées qui le rendent inobservable.

Nous allons exprimer formellement l'idée de l'observabilité pour le cas d'un système non linéaire en introduisant la notion de la dérivée de Lie.

Définition : On dit que le système (5.6) est observable au sens du rang si la matrice d'observabilité O' définie ci-dessous est de rang n , $\text{rang}(O') = n$.

$$O' = \begin{pmatrix} dh(x) \\ dL_f h(x) \\ \vdots \\ dL_f^{n-1} h(x) \end{pmatrix} \quad (5.7)$$

Où $L_f^{n-1} h(x)$ est la dérivée de Lie de la fonction $h(x)$ par rapport à la fonction $f(x, u)$ à l'ordre $n-1$.

$$L_f^0 h(x) = h, \quad L_f h(x) = \frac{\partial h}{\partial x} f(x), \quad L_f^i h(x) = L_f (L_f^{i-1} h(x)) \quad (5.8)$$

L'écriture de $dL_f^{n-1} h(x, u)$ est donnée par le vecteur :

$$dL_f^k h(x) = \left(\frac{\partial L_f^k h(x)}{\partial x_1}, \frac{\partial L_f^k h(x)}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial L_f^k h(x)}{\partial x_n} \right) \quad (5.9)$$

D'après (5.6) nous avons :

$$y^{(1)}(t) = \frac{dh(x(t))}{dt} = \frac{dx(t)}{dt} \frac{\partial h(x(t))}{\partial x} = \frac{\partial h(x(t))}{\partial x} \cdot f(x(t)) = L_f^1 h(x(t)) \quad (5.10)$$

De même, nous pouvons écrire les dérivées successives de Lie comme suit :

$$\begin{pmatrix} y(t) \\ \dot{y}(t) \\ \vdots \\ y^{(n-1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h(x) \\ L_f h(x) \\ \vdots \\ L_f^{n-1} h(x) \end{pmatrix} \quad (5.11)$$

Plusieurs observateurs ont été développés pour l'estimation d'état des systèmes non linéaire, les plus populaires et largement étudiés sont : l'observateurs de Luenberger étendu, le filtre de Kalman étendu, l'observateurs à grand gain et les observateurs de type mode glissant. La figure 5.4 montre le schéma de principe d'un observateur non linéaire. Il est à noter que chaque type d'observateur non linéaire est caractérisé par un raisonnement distinct.

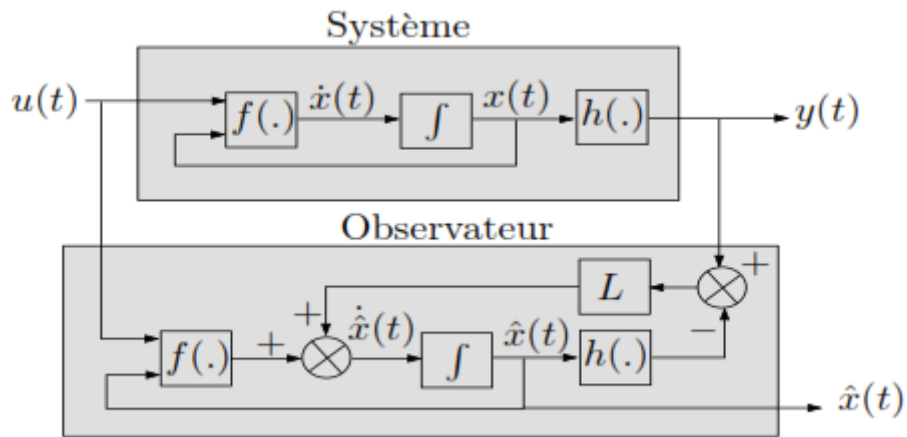


Figure 5.4 : Principe d'un observateur non linéaire [113].

Cette structure fait apparaître d'abord la présence d'un estimateur d'état fonctionnant en boucle ouverte caractérisé par la même dynamique que celle du système. La dynamique désirée en boucle fermée par cet observateur est obtenue par l'introduction d'un vecteur (ou matrice dans le cas multivariable) des gains L . Pour un système non linéaire défini sous la forme (5.6), la plupart des observateurs qui existent dans la littérature ont la structure suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \hat{f}(\hat{x}(t), u(t)) + L(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = \hat{h}(\hat{x}(t)) \end{cases} \quad (5.12)$$

C'est-à-dire une copie de la dynamique du système plus un terme correcteur qui établit la convergence de \hat{x} vers x .

5.2.3 Observabilité du modèle quadrotor

Le modèle dynamique du quadrotor sous forme de représentation d'état est donné dans le chapitre 2 par (2.37).

Les sorties du système sont données par :

$$Y = [h_1, h_2, h_3, h_4, h_5, h_6]^T = [x_1, x_3, x_5, x_7, x_9, x_{11}]^T \quad (5.13)$$

En appliquant le critère d'observabilité donnée dans la section (5.2.2) et en utilisant l'équation (5.11), on construit la matrice d'observabilité O_{quad} comme suit :

$$O_{quad} = \frac{\partial}{\partial x} [h_1 \ h_2 \ h_3 \ h_4 \ h_5 \ h_6 \ L_f h_1 \ L_f h_2 \ L_f h_3 \ L_f h_4 \ L_f h_4 \ L_f h_6] \quad (5.14)$$

On aura

$$O_{quad} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

Le rang de la matrice d'observabilité O_{quad} est $n=12$ donc on conclut que le système est observable

5.3 Observateur à mode glissant

Une classe parmi les observateurs robustes les plus connus est celle des observateurs à modes glissant [107-110]. Basés sur la théorie des systèmes à structure variable, ces observateurs sont généralement utilisés pour des systèmes dynamiques incertains non linéaires. Leur principe consiste à contraindre, à l'aide d'une fonction discontinue, les dynamiques d'un système d'ordre n à converger vers une variété S de dimension $(n-p)$ dite surface de

glissement (p étant la dimension du vecteur de mesure). L'attractivité de cette surface est assurée par des conditions appelées conditions de glissement. Si ces conditions sont vérifiées, le système converge vers la surface de glissement et y évolue selon une dynamique d'ordre $(n-p)$.

Les dynamiques concernées sont celles des erreurs d'observation. A partir de leurs valeurs initiales $e(0)$, ces erreurs convergent vers les valeurs d'équilibre en deux étapes :

Dans la première étape, appelée mode d'atteinte, les trajectoires des erreurs d'observation évoluent vers la surface de glissement sur laquelle les erreurs entre la sortie de l'observateur et la sortie du système réel sont nulles.

Dans une seconde phase, appelée mode de glissement, les trajectoires des erreurs d'observation glissent sur la surface de glissement avec des dynamique imposées de manière à annuler toutes les erreurs d'observation.

Il s'agit d'un observateur dont le terme correcteur est proportionnel à la fonction signe appliquée à l'erreur de sortie. Pour le système décrit par la forme (5.6), L'un des observateurs à modes glissants le plus simple qui pouvant lui être associé est :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \hat{f}(\hat{x}(t), u(t)) + K \text{sign}(S) \\ \hat{y}(t) = \hat{h}(\hat{x}(t)) \end{cases} \quad (5.16)$$

Où K est une matrice de gain $n \times p$, avec $\text{sign}(S) = (\text{sign}(S_1), \dots, \text{sign}(S_p))^T$ est un vecteur $p \times 1$. Nous définissons également les vecteurs relatifs aux erreurs d'observation tel que :

$e(x) = x - \hat{x}$: L'erreur d'observation d'état.

$S(x) = y - \hat{y}$: La surface de glissement.

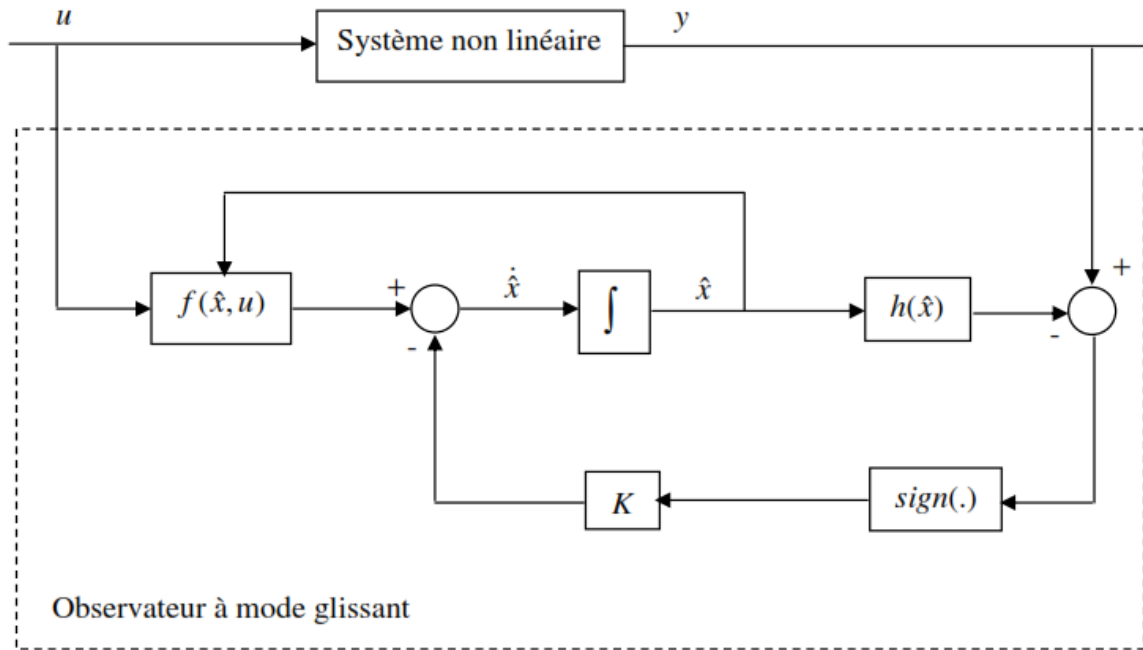


Figure 5.5 : Schéma fonctionnel d'un observateur à mode glissant.

En utilisant les équations précédentes :

$$\dot{e}(x) = \Delta f - K \text{sign}(y - \hat{y}) \quad \text{où} \quad \Delta f = f(x, u) - \hat{f}(\hat{x}, u) \quad (5.17)$$

La structure de l'observateur à mode glissant est simple, cependant toutes les hypothèses restrictives nécessaires doivent être assurées. Pour que l'état estimé converge vers l'état réel, l'observateur à mode glissant doit respecter deux conditions :

La première concerne le mode d'atteinte, elle garantit l'attractivité de la surface de glissement $S = 0$. Cette dernière est attractive si la dérivée de la fonction de Lyapunov $V(x) = \frac{e^2}{2}$ est négative, $\dot{V}(x) < 0$.

La deuxième concerne le mode glissant, durant cette étape la matrice des gains correctifs agit de manière à satisfaire la condition d'invariance suivante : $\dot{S} = S = 0$.

Les étapes de synthèse d'un observateur à mode glissant connues et clairement identifiées dans [111], sont rappelées ci-dessous.

Ce type d'observateur étant classique, nous abordons ici le cas d'un observateur à mode glissant étape par étape [112] dédié au cas des systèmes triangulaires, en considérant le système de la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + g_1(x_1)u \\ \dot{x}_2 = x_3 + g_2(x_1, x_2)u \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} = x_n + g_{n-1}(x_1, x_2, \dots, x_{n-1})u \\ \dot{x}_n = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) + g_n(x_1, x_2, \dots, x_n)u \end{cases} \quad (5.18)$$

Où f_i et g_i pour $i=1, \dots, n$, sont des fonctions scalaires, x_i sont les états du système u est le vecteur d'entrée. La structure de l'observateur proposé pour ce système est :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 + g_1(x_1)u + \lambda_1 \text{sign}_1(x_1 - \hat{x}_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 = \hat{x}_3 + g_2(x_1, \bar{x}_2)u + \lambda_2 \text{sign}_2(\bar{x}_2 - \hat{x}_2) \\ \vdots \\ \dot{\hat{x}}_{n-1} = \hat{x}_n + g_{n-1}(x_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_{n-1})u + \lambda_{n-1} \text{sign}_{n-1}(\bar{x}_{n-1} - \hat{x}_{n-1}) \\ \dot{\hat{x}}_n = f_n(x_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n) + g_n(x_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)u + \lambda_n \text{sign}_n(\bar{x}_n - \hat{x}_n) \end{cases} \quad (5.19)$$

Les variables auxiliaires \bar{x}_i sont données par

$$\begin{cases} \bar{x}_1 = x_1 \\ \bar{x}_i = \hat{x}_i + \lambda_{i-1} \text{sign}_{\text{moy}, i-1}(\bar{x}_{i-1} - \hat{x}_{i-1}) \quad \text{pour } i > 1 \end{cases} \quad (5.20)$$

$\text{sign}_{\text{moy}, i-1}$ désigne la fonction sign_{i-1} filtrée par un filtre passe bas ; la fonction $\text{sign}_i(\cdot)$ est mise à zéro s'il existe $j \in \{1, i\}$ tel que $\bar{x}_j - \hat{x}_j \neq 0$, sinon elle est prise égale à la fonction $\text{sign}_i(\cdot)$ usuelle. Ceci nous permet d'imposer que le terme correcteur ne soit actif que si la condition $\bar{x}_j - \hat{x}_j = 0$, pour $j=1, \dots, i$, est vérifiée. La convergence des erreurs d'observation en temps fini est assurée par le théorème suivant :

Théorème : Considérons le système (5.18) et l'observateur (5.19). Si les entrées et les états du système sont bornés pour une durée finie $[0, T]$, alors pour tout état initial $x(0)$, $\hat{x}(0)$ et toute entrée bornée u , il existe un choix de λ_i tel que l'état de l'observateur \hat{x} converge en un temps fini vers l'état x réel du système [113].

Démonstration du théorème :

Considérons la dynamique de l'erreur d'observation $e = x - \hat{x}$ et procédons étape par étape.

Pour $e_1 = x_1 - \hat{x}_1$, nous avons :

$$\dot{e}_1 = e_2 - \lambda_1 \text{sign}(e_1) \quad \text{avec } e_2 = x_2 - \hat{x}_2 \quad (5.21)$$

Si $\lambda_1 > |e_2|$ pour tout $t < t_1$ alors la surface de glissement $e_1 = 0$ est attractive et est atteinte après un temps fini t_1 ce qui fait que $\dot{e}_1 = 0$.

Il existe une fonction continue notée $sign_{eq}$ définie par $e_2 - \lambda_1 sign_{eq}(e_1) = 0$ implique $\bar{x}_2 = x_2$ sur la surface de glissement, puisque $sign_{eq} = sign_{moy}$ alors :

$$\dot{e}_1 = x_2 - (\hat{x}_2 + \lambda_1 sign_{eq}(x_1 - \hat{x}_1)) = x_2 - \bar{x}_2 = 0 \quad (5.22)$$

ne fois x_2 connu, nous passons à la dynamique de e_2 . Nous avons trouvé qu'après t_1 , $\bar{x}_2 = x_2$ ce qui implique que :

$$g_1(x_1, x_2) - g_2(x_1, \bar{x}_2) = 0 \quad (5.23)$$

Alors $\dot{e}_2 = e_3 - \lambda_2 sign(e_2)$. Suivant le même raisonnement, si $\lambda_2 > |e_3|_{\max}$ pour $t < t_2$, nous aurons après un temps fini $t_2 > t_1$ la convergence vers la surface $e_1 = e_2 = 0$. La dynamique du reste de l'erreur d'observation sur la surface de glissement est donnée par $\dot{e}_2 = 0$ et on déduit donc $\bar{x}_3 = x_3$ car :

$$\dot{e}_2 = x_3 - (\hat{x}_3 + \lambda_2 sign_{eq}(x_2 - \hat{x}_2)) = x_3 - \bar{x}_3 = 0 \quad (5.24)$$

Après $(n-1)$ itérations, nous aboutissons après t_{n-1} à la convergence de toutes les erreurs d'observation vers la surface $e_1 = e_2 = \dots = e_{n-1} = 0$ et par conséquent \bar{x}_n tend vers x_n , en un temps fini t_{n-1} tout le vecteur d'état est connu et l'erreur d'observation est nulle.

Maintenant, nous nous intéressons à la stabilité de l'observateur en succédant étape par étape le processus de convergence de l'observateur.

Etape 1 : Dans cette étape on assure la convergence de $e_1 = x_1 - \hat{x}_1$ vers zéro dans un temps $t < t_1$. Pour $i > 1$ toutes les fonctions $sign_i$ sont égales à zéro. Les dynamiques des erreurs d'observation $e = x - \hat{x}$ sont donc :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 - \lambda_1 sign_1(x_1 - \hat{x}_1) \\ \dot{e}_2 = e_3 + g_2(x_1, x_2)u - g_2(x_1, \hat{x}_2)u \\ \vdots \\ \dot{e}_{n-1} = e_n + g_{n-1}(x_1, x_2, \dots, x_{n-1})u - g_{n-1}(x_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_{n-1})u \\ \dot{e}_n = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) - f_n(x_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n) + g_n(x_1, x_2, \dots, x_n)u - g_n(x_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)u \end{cases} \quad (5.25)$$

Etant donné que l'entrée u et les états sont bornés, le système ne diverge pas et les erreurs d'observation sont aussi bornées.

Soit alors une fonction de Lyapunov :

$$V_1 = \frac{1}{2} e_1^2 \quad (5.26)$$

Nous avons alors :

$$\dot{V}_1 = e_1 \dot{e}_1 = e_1 (e_2 - \lambda_1 \text{sign}_1(e_1)) \quad (5.27)$$

En choisissant $\lambda_1 > |e_2|_{\max}$ l'erreur d'observation e_1 converge vers zéro en un temps fini t_1 .

Après cet instant, e_1 reste égale à zéro et on obtient alors $e_2 = \lambda_1 \text{sign}_1(e_1)$ ce qui implique que $\bar{x}_2 = x_2$

Etape 2 : L'objectif dans cette étape est d'atteindre la surface de glissement $e_2 = x_2 - \hat{x}_2 = 0$.

Pour rester sur la surface $e_1 = 0$, il faut que $\lambda_1 > |e_2|_{\max}$, mais cela est vérifié de par le fait que e_2 est strictement décroissante après t_1 . Les dynamiques des erreurs d'observation sont alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{e}_1 = 0 \\ \dot{e}_2 = e_3 + g_2(x_1, x_2)u - g_2(x_1, \hat{x}_2)u - \lambda_2 \text{sign}_2(e_2) = e_3 - \lambda_2 \text{sign}_2(e_2) \\ \vdots \\ \dot{e}_{n-1} = e_n + g_{n-1}(x_1, x_2, \dots, x_{n-1})u - g_{n-1}(x_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_{n-1})u \\ \dot{e}_n = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) - f_n(x_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n) + g_n(x_1, x_2, \dots, x_n)u - g_n(x_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)u \end{array} \right. \quad (5.28)$$

En choisissant la fonction de Lyapunov

$$V_2 = \frac{1}{2} e_1^2 + \frac{1}{2} e_2^2 \quad (5.29)$$

On aura

$$\dot{V}_2 = e_1 (e_2 - \lambda_1 \text{sign}_1(e_1)) + e_2 (e_3 - \lambda_2 \text{sign}_2(e_2)) = e_2 (e_3 - \lambda_2 \text{sign}_2(e_2)) \quad (5.30)$$

Si $\lambda_2 > |e_3|_{\max}$ alors e_2 converge vers zéro après un temps fini $t_2 > t_1$. L'erreur d'observation est strictement décroissante durant la période $[t_1, t_2]$, ce qui implique que la condition imposée

sur λ_1 dans la première étape, doit être vérifiée aussi après t_1 . Après un temps fini t_2 nous obtenons $\bar{x}_3 = x_3$

Ainsi, étape par étape nous obtenons la convergence de toutes les composantes de l'erreur d'observation vers zéro et celles de \hat{x} vers x pour tout $i < n$, sous condition que $\lambda_i > |e_{i+1}|_{\max}$ durant $[t_i, t_{i+1}]$.

Etape n : Cette étape commence à t_{n-1} à cet instant $e_k = 0$ pour tout $k < n$. Alors la dynamique de l'erreur d'observation devient :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = 0 \\ \dot{e}_2 = 0 \\ \vdots \\ \dot{e}_{n-1} = 0 \\ \dot{e}_n = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) - f_n(x_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n) + g_n(x_1, x_2, \dots, x_n)u \\ \quad - g_n(x_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n)u - \lambda_n \text{sign}_n(\bar{x}_n - \hat{x}_n) = -\lambda_n \text{sign}_n(e_n) \end{cases} \quad (5.31)$$

De la même façon, on choisit la fonction de Lyapunov

$$V_n = \frac{1}{2}e_1^2 + \frac{1}{2}e_2^2 + \dots + \frac{1}{2}e_n^2 \quad (5.32)$$

On obtient donc :

$$\dot{V}_n = e_n (-\lambda_n \text{sign}_n(e_n)) \quad (5.33)$$

Ainsi, e_n converge en un temps fini $t_n > t_{n-1}$ pour toute valeur de $\lambda_n > 0$ si évidemment toutes les conditions sur les λ_k , $k < n$ sont elles aussi vérifiées.

5.4 Application de l'observateur par mode glissant au modèle du quadrotor

Considérons le modèle dynamique développé dans le chapitre 2 et donné sous forme de représentation d'état par (2.37). La dynamique de l'observateur est proposée dans (5.34). Elle se résume à une copie de la dynamique du système, à laquelle est ajouté un terme de correction basé sur l'écart entre la sortie mesurée, et la sortie estimée du système.

$$\begin{cases}
 \dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 + \lambda_1 \text{sign}_{11}(x_1 - \hat{x}_1) \\
 \dot{\hat{x}}_2 = a_1 \bar{x}_2 + b_1 U_z u_x + \lambda_2 \text{sign}_{12}(\bar{x}_2 - \hat{x}_2) \\
 \dot{\hat{x}}_3 = \hat{x}_4 + \lambda_3 \text{sign}_{23}(x_3 - \hat{x}_3) \\
 \dot{\hat{x}}_4 = a_2 \bar{x}_4 + b_1 U_z u_y + \lambda_4 \text{sign}_{24}(\bar{x}_4 - \hat{x}_4) \\
 \dot{\hat{x}}_5 = \hat{x}_6 + \lambda_5 \text{sign}_{35}(x_5 - \hat{x}_5) \\
 \dot{\hat{x}}_6 = a_3 \bar{x}_6 + b_1 \cos x_7 \cos x_9 U_z - g + \lambda_6 \text{sign}_{36}(\bar{x}_6 - \hat{x}_6) \\
 \dot{\hat{x}}_7 = \hat{x}_8 + \lambda_7 \text{sign}_{47}(x_7 - \hat{x}_7) \\
 \dot{\hat{x}}_8 = a_4 \bar{x}_{10} \bar{x}_{12} + a_5 \varpi \bar{x}_{10} + a_6 \bar{x}_8^2 + b_2 U_\phi + \lambda_8 \text{sign}_{48}(\bar{x}_8 - \hat{x}_8) \\
 \dot{\hat{x}}_9 = \hat{x}_{10} + \lambda_9 \text{sign}_{59}(x_9 - \hat{x}_9) \\
 \dot{\hat{x}}_{10} = a_7 \bar{x}_8 \bar{x}_{12} + a_8 \varpi \bar{x}_8 + a_9 \bar{x}_{10}^2 + b_3 U_\theta + \lambda_{10} \text{sign}_{5,10}(\bar{x}_{10} - \hat{x}_{10}) \\
 \dot{\hat{x}}_{11} = \hat{x}_{12} + \lambda_{11} \text{sign}_{6,11}(x_{11} - \hat{x}_{11}) \\
 \dot{\hat{x}}_{12} = a_{10} \bar{x}_8 \bar{x}_{10} + a_{11} \bar{x}_{12}^2 + b_4 U_\psi + \lambda_{12} \text{sign}_{6,12}(\bar{x}_{12} - \hat{x}_{12})
 \end{cases} \quad (5.34)$$

$$y(t) = (x_1, x_3, x_5, x_7, x_9, x_{11})^T \quad (5.35)$$

Si $\bar{x}_j - \hat{x}_j = 0$ la fonction sign_{ij} est la fonction « sign » classique du $i^{\text{ème}}$ sous-système, où $i = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Pour le premier sous-système, $j = \{1, 2\}$. Pour le deuxième sous-système, $j = \{3, 4\}$, et ainsi de suite jusqu'au dernier sous-système pour lequel $j = \{11, 12\}$.

Sinon la fonction sign_{ij} est égale à zéro.

Avec

$$\begin{cases}
 \bar{x}_i = x_i & \text{pour } i = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\} \\
 \bar{x}_i = \hat{x}_i + \lambda_{i-1} a \tan\left(\frac{\pi}{2}(\bar{x}_{i-1} - \hat{x}_{i-1})\right) & \text{pour } i = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}
 \end{cases} \quad (5.36)$$

Ici, « atan » est la fonction arc tangent usuelle qui est connue comme une approximation continue de la fonction « sign ».

Les erreurs d'estimation sont $e_i = x_i - \hat{x}_i$ pour tout $i = \{1, 2, \dots, 12\}$. La dynamique des erreurs d'observation est donnée par :

$$\begin{cases}
 \dot{e}_1 = e_2 - \lambda_1 \text{sign}_{11}(x_1 - \hat{x}_1) \\
 \dot{e}_2 = a_1 \Delta_2 - \lambda_2 \text{sign}_{12}(\bar{x}_2 - \hat{x}_2) \\
 \dot{e}_3 = e_4 - \lambda_3 \text{sign}_{23}(x_3 - \hat{x}_3) \\
 \dot{e}_4 = a_2 \Delta_4 - \lambda_4 \text{sign}_{24}(\bar{x}_4 - \hat{x}_4) \\
 \dot{e}_5 = e_6 - \lambda_5 \text{sign}_{35}(x_5 - \hat{x}_5) \\
 \dot{e}_6 = a_3 \Delta_6 - \lambda_6 \text{sign}_{36}(\bar{x}_6 - \hat{x}_6) \\
 \dot{e}_7 = e_8 - \lambda_7 \text{sign}_{47}(x_7 - \hat{x}_7) \\
 \dot{e}_8 = a_4 \Delta_{10,12} + a_5 \varpi \Delta_{10} + a_6 \Delta_8^2 - \lambda_8 \text{sign}_{48}(\bar{x}_8 - \hat{x}_8) \\
 \dot{e}_9 = e_{10} - \lambda_9 \text{sign}_{59}(x_9 - \hat{x}_9) \\
 \dot{e}_{10} = a_7 \Delta_{8,12} + a_8 \varpi \Delta_8 + a_9 \Delta_{10}^2 - \lambda_{10} \text{sign}_{5,10}(\bar{x}_{10} - \hat{x}_{10}) \\
 \dot{e}_{11} = e_{12} - \lambda_{11} \text{sign}_{6,11}(x_{11} - \hat{x}_{11}) \\
 \dot{e}_{12} = a_{10} \Delta_{8,10} + a_{11} \Delta_{12}^2 - \lambda_{12} \text{sign}_{6,12}(\bar{x}_{12} - \hat{x}_{12})
 \end{cases} \quad (5.37)$$

$$\Delta_i = x_i - \bar{x}_i$$

$$\text{Où } \Delta_{i,j} = x_i x_j - \bar{x}_i \bar{x}_j$$

$$\Delta_i^2 = x_i^2 - \bar{x}_i^2$$

Etape 1 :

Dans cette étape le terme correcteur n'est actif que pour la première équation de chaque sous système. Afin d'obtenir les conditions de convergence de

$$e_1 = x_1 - \hat{x}_1, \text{ (respectivement : } e_3 = x_3 - \hat{x}_3, e_5 = x_5 - \hat{x}_5, e_7 = x_7 - \hat{x}_7, e_9 = x_9 - \hat{x}_9, e_{11} = x_{11} - \hat{x}_{11})$$

Nous considérons la fonction de Lyapunov :

$$V_{11} = \frac{e_1^2}{2}, \left(\text{respectivement : } V_{13} = \frac{e_3^2}{2}, V_{15} = \frac{e_5^2}{2}, V_{17} = \frac{e_7^2}{2}, V_{19} = \frac{e_9^2}{2}, V_{1,11} = \frac{e_{11}^2}{2} \right), \text{ nous aurons alors :}$$

$$\begin{cases}
 \dot{V}_{11} = e_1 \dot{e}_1 = e_1 (e_2 - \lambda_1 \text{sign}_{11}(x_1 - \hat{x}_1)) \\
 \dot{V}_{13} = e_3 \dot{e}_3 = e_3 (e_4 - \lambda_3 \text{sign}_{23}(x_3 - \hat{x}_3)) \\
 \dot{V}_{15} = e_5 \dot{e}_5 = e_5 (e_6 - \lambda_5 \text{sign}_{35}(x_5 - \hat{x}_5)) \\
 \dot{V}_{17} = e_7 \dot{e}_7 = e_7 (e_8 - \lambda_7 \text{sign}_{47}(x_7 - \hat{x}_7)) \\
 \dot{V}_{19} = e_9 \dot{e}_9 = e_9 (e_{10} - \lambda_9 \text{sign}_{59}(x_9 - \hat{x}_9)) \\
 \dot{V}_{1,11} = e_{11} \dot{e}_{11} = e_{11} (e_{12} - \lambda_{11} \text{sign}_{6,11}(x_{11} - \hat{x}_{11}))
 \end{cases} \quad (5.38)$$

En choisissant : $\lambda_1 > |e_2|_{\max}$,

(respectivement : $\lambda_1 > |e_2|_{\max}$, $\lambda_3 > |e_4|_{\max}$, $\lambda_5 > |e_6|_{\max}$, $\lambda_7 > |e_8|_{\max}$, $\lambda_9 > |e_{10}|_{\max}$, $\lambda_{11} > |e_{12}|_{\max}$) nous obtenons la convergence de e_1 , (respectivement : $e_3, e_5, e_7, e_9, e_{11}$) vers zéro en un temps fini, et par conséquent $\dot{e}_1 = 0$, respectivement ($\dot{e}_3 = 0, \dot{e}_5 = 0, \dot{e}_7 = 0, \dot{e}_9 = 0, \dot{e}_{11} = 0$) qui implique que :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 - \lambda_1 \text{sign}_{11}(e_1) = 0 \\ \dot{e}_3 = e_4 - \lambda_3 \text{sign}_{23}(e_3) = 0 \\ \dot{e}_5 = e_6 - \lambda_5 \text{sign}_{35}(e_5) = 0 \\ \dot{e}_7 = e_8 - \lambda_7 \text{sign}_{47}(e_7) = 0 \\ \dot{e}_9 = e_{10} - \lambda_9 \text{sign}_{59}(e_9) = 0 \\ \dot{e}_{11} = e_{12} - \lambda_{11} \text{sign}_{6,11}(e_{11}) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \bar{x}_2 = x_2 \\ \bar{x}_4 = x_4 \\ \bar{x}_6 = x_6 \\ \bar{x}_8 = x_8 \\ \bar{x}_{10} = x_{10} \\ \bar{x}_{12} = x_{12} \end{cases} \quad (5.39)$$

Étape 2 :

Dans cette étape, nous passons à la dynamique de e_2 pour assurer la convergence de e_2 vers zéro (respectivement : $e_4, e_6, e_8, e_{10}, e_{12}$), tout en respectant les conditions de convergence de la première étape en remplaçant \bar{x}_2 par x_2 ,

(respectivement : \bar{x}_4 par x_4 , \bar{x}_6 par x_6 , \bar{x}_8 par x_8 , \bar{x}_{10} par x_{10} , \bar{x}_{12} par x_{12}). Les dynamiques des erreurs d'observation sont :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = 0 \\ \dot{e}_2 = -\lambda_2 \text{sign}_{12}(x_2 - \hat{x}_2) \\ \dot{e}_3 = 0 \\ \dot{e}_4 = -\lambda_4 \text{sign}_{24}(x_4 - \hat{x}_4) \\ \dot{e}_5 = 0 \\ \dot{e}_6 = -\lambda_6 \text{sign}_{36}(x_6 - \hat{x}_6) \\ \dot{e}_7 = 0 \\ \dot{e}_8 = -\lambda_8 \text{sign}_{48}(x_8 - \hat{x}_8) \\ \dot{e}_9 = 0 \\ \dot{e}_{10} = -\lambda_{10} \text{sign}_{5,10}(x_{10} - \hat{x}_{10}) \\ \dot{e}_{11} = 0 \\ \dot{e}_{12} = -\lambda_{12} \text{sign}_{6,12}(x_{12} - \hat{x}_{12}) \end{cases} \quad (5.40)$$

Nous considérons les fonctions de Lyapunov pour chaque sous-système comme suit :

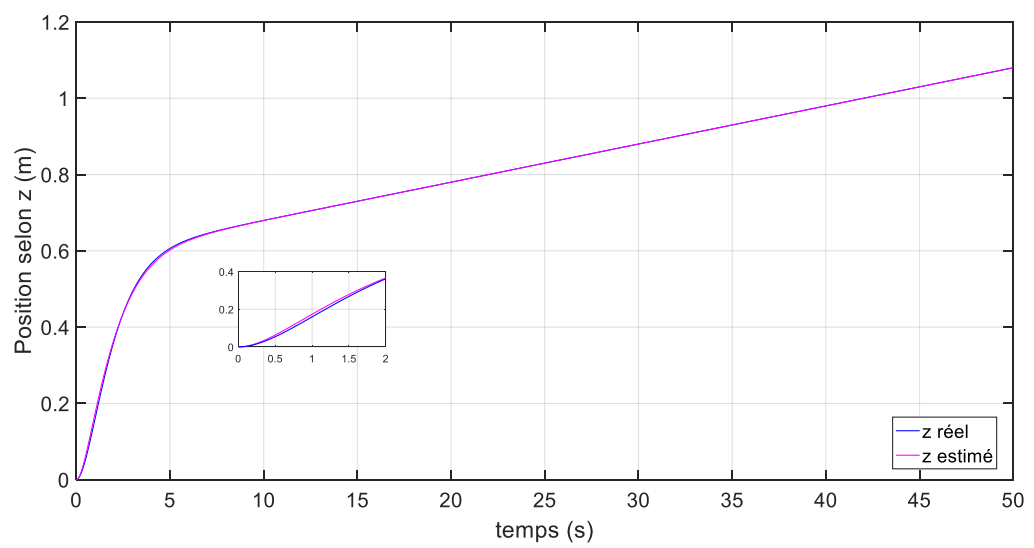
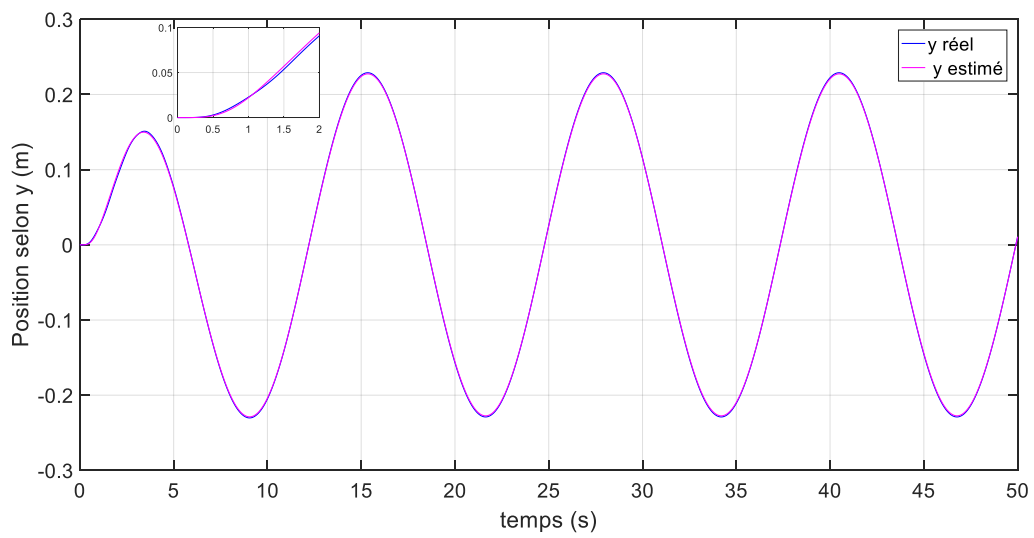
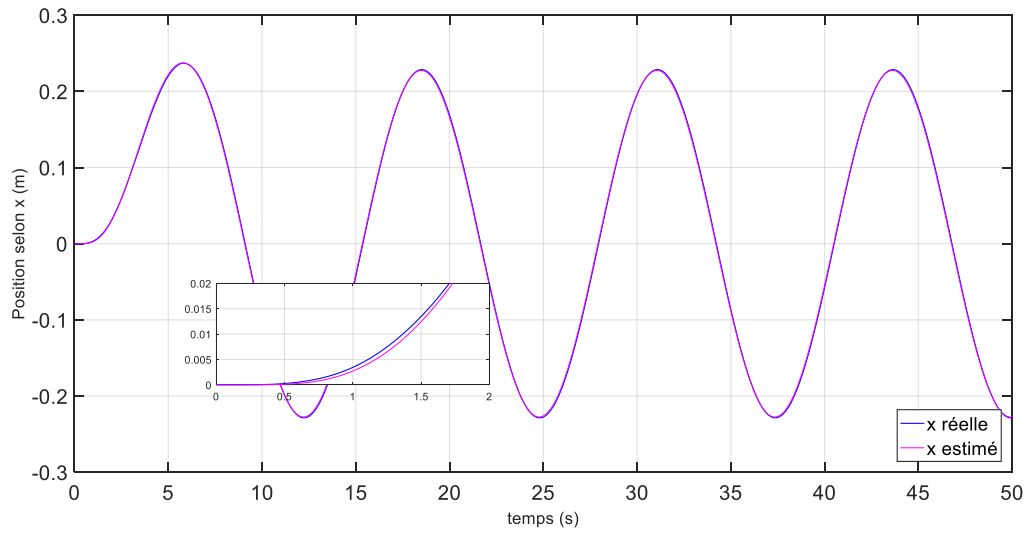
$$\left\{ \begin{array}{l} V_{22} = \frac{e_1^2}{2} + \frac{e_2^2}{2} \\ V_{24} = \frac{e_3^2}{2} + \frac{e_4^2}{2} \\ V_{26} = \frac{e_5^2}{2} + \frac{e_6^2}{2} \\ V_{28} = \frac{e_7^2}{2} + \frac{e_8^2}{2} \\ V_{2,10} = \frac{e_9^2}{2} + \frac{e_{10}^2}{2} \\ V_{2,12} = \frac{e_{11}^2}{2} + \frac{e_{12}^2}{2} \end{array} \right. \quad (5.41)$$

Nous aurons :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{V}_{22} = e_1 \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2 = e_2 \left(-\lambda_2 \text{sign}_{12} (x_2 - \hat{x}_2) \right) \\ \dot{V}_{24} = e_3 \dot{e}_3 + e_4 \dot{e}_4 = e_4 \left(-\lambda_4 \text{sign}_{24} (x_4 - \hat{x}_4) \right) \\ \dot{V}_{26} = e_5 \dot{e}_5 + e_6 \dot{e}_6 = e_6 \left(-\lambda_6 \text{sign}_{36} (x_6 - \hat{x}_6) \right) \\ \dot{V}_{28} = e_7 \dot{e}_7 + e_8 \dot{e}_8 = e_8 \left(-\lambda_8 \text{sign}_{48} (x_8 - \hat{x}_8) \right) \\ \dot{V}_{2,10} = e_9 \dot{e}_9 + e_{10} \dot{e}_{10} = e_{10} \left(-\lambda_{10} \text{sign}_{5,10} (x_{10} - \hat{x}_{10}) \right) \\ \dot{V}_{2,12} = e_{11} \dot{e}_{11} + e_{12} \dot{e}_{12} = e_{12} \left(-\lambda_{12} \text{sign}_{6,12} (x_{12} - \hat{x}_{12}) \right) \end{array} \right. \quad (5.42)$$

Afin d'obtenir des $\dot{V}_{ij} < 0$ et garantir la convergence des erreurs d'estimation vers zéro, il suffit de choisir des valeurs des $\lambda_j > 0$.

Les résultats de simulation de cet observateur pour un système quadrotor et en utilisant une trajectoire de référence hélicoïdale sont représentés par la figure 5.6. Les états initiaux sont $(x_d, y_d, z_d, \psi_d) = (0, 0, 0, 0)$.



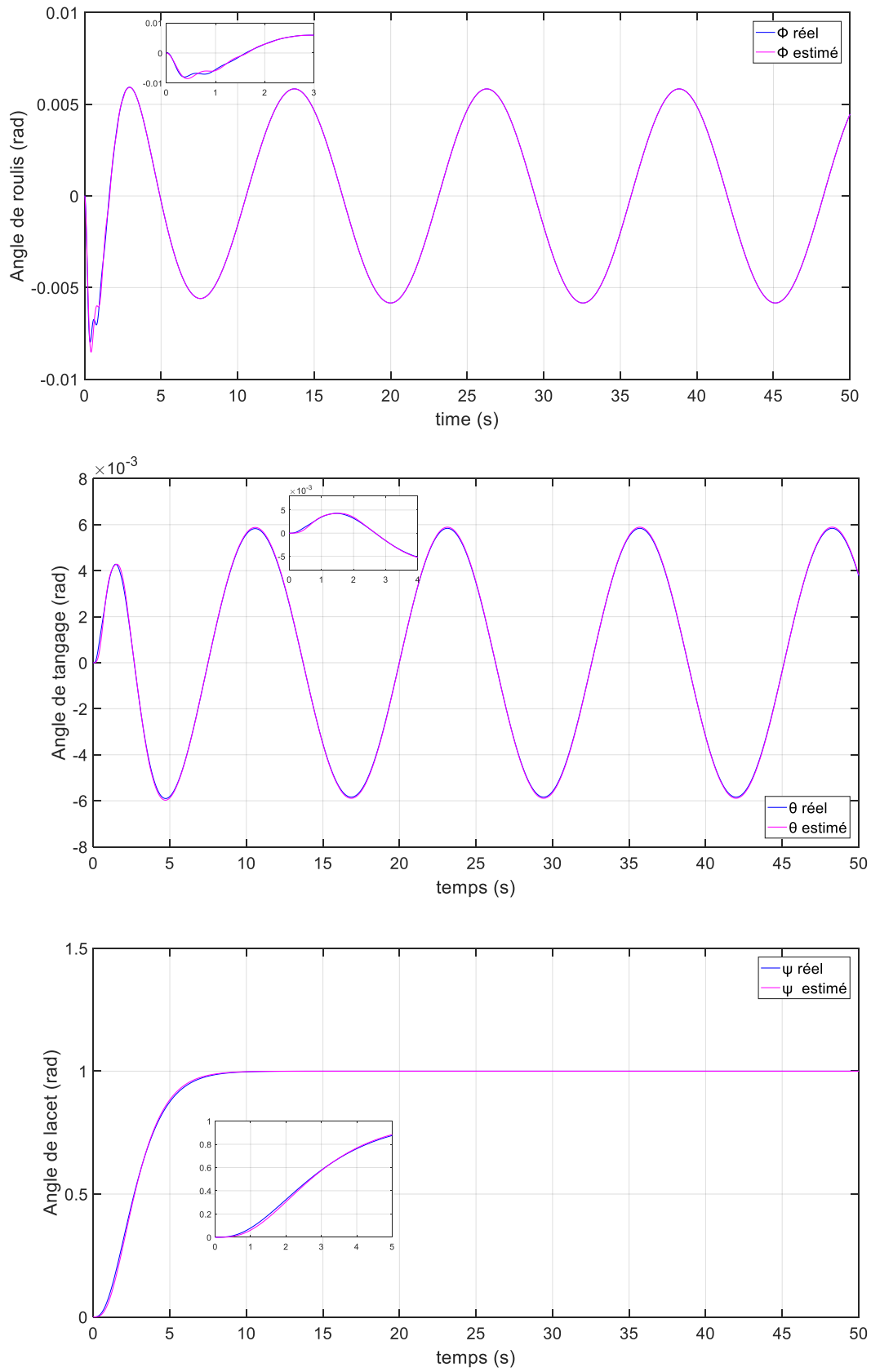


Figure 5.6 : Etats et leurs estimés à l'aide d'un observateur à mode glissant.

Ces résultats montrent que l'observateur triangulaire par mode glissant donne de bonnes performances. On remarque que les états estimés convergent rapidement vers leurs états réels correspondants.

5.5 Conclusion

Dans ce dernier chapitre, nous avons commencé par rappeler quelques définitions relatives à l'observabilité des systèmes dynamiques, cette dernière s'avère difficile à vérifier lorsqu'il s'agit des systèmes non linéaires. La connaissance de l'état du système est une exigence primordiale dans la synthèse de la commande. L'état n'étant souvent pas disponible nous a conduits à la synthèse d'un observateur non linéaire à l'image du système considéré. Une fois que l'observabilité de ce dernier est démontrée, l'étape suivante était la synthèse d'un observateur. Dans notre cas, nous avons abordé l'observateur à mode glissant, qui nous a permis la reconstruction des d'états. Une analyse de stabilité basée sur la synthèse de Lyapunov a été présentée afin de prouver la stabilité des surfaces de glissement et de montrer la convergence des états de système vers leurs états désirés.

Conclusion générale et perspectives

Dans ce manuscrit, nous avons abordé le problème de contrôle pour le suivi de trajectoire d'un véhicule aérien autonome à décollage et atterrissage verticaux. L'objectif de la thèse était de synthétiser des lois de commande efficaces en utilisant des techniques de commande intelligents et robustes, qui constituent une alternative aux commandes classiques généralement employées en automatique.

Dans ce cadre, nous avons d'abord présenté quelques généralités sur les véhicules aériens autonomes et les différents types de drones, précisément les configurations des quadrirotors. Nous avons fait une étude bibliographique sur les techniques de commande appliquées aux drones. Ceci est en mettant l'accent sur le drone type quadrirotor.

Dans un deuxième temps, nous avons défini le modèle mathématique du quadrirotor. Cette étape est cruciale pour toute étape ultérieure du travail. Nous avons présenté la modélisation dynamique dans le second chapitre ce qui nous permet de réaliser des simulations et d'étudier le comportement du véhicule en appliquant des approches de commande. Pour cela nous avons utilisé l'approche Newtonienne afin d'obtenir les équations différentielles de la dynamique de translation et de rotation.

Le modèle dynamique obtenu a été ensuite utilisé dans une structure de commande cascade en vue de contrôler la dynamique du quadrirotor à six degrés de liberté. Après avoir obtenu la représentation d'état, cinq stratégies de commande ont été présentées, linéaire : PID, non linéaires : commande par backstepping, commande par mode glissant, commande par mode glissant s'ordre 2 et intelligente : commande par logique floue type-2. La technique de mode glissant d'ordre deux a démontré une meilleure performance en plus sa capacité à éliminer le problème de « chattering présent » dans le mode glissant classique.

Le comportement du multi-rotor a été également simulé avec chacun des types de contrôle et en considérant deux scénarios de vol, une fois en utilisant une trajectoire référence en forme de carré et une deuxième fois une trajectoire hélicoïdale. Les résultats obtenus ont été introduits dans le troisième chapitre.

La conception d'observateurs pour les systèmes non linéaires est une tâche assez difficile. Comme nous l'avons vu au cours du cinquième chapitre, on fait souvent appel à des relations

mathématiques qui peuvent s'avérer complexes à résoudre. De plus des contraintes et des conditions s'imposent qui limitent ainsi, leur application sur des classes spécifiques de systèmes. La méthode d'estimation d'état à base d'observateurs à modes glissant est l'approche qui a le plus de tendance à se généraliser sur des classes assez larges de systèmes non linéaires. En effet, basés sur le même principe qui est celui de contraindre, à l'aide d'une fonction discontinue, les dynamiques des erreurs d'estimation à converger vers la surface de glissement et évoluer ensuite sur cette surface avec des dynamiques imposées, les observateurs à mode glissant s'appliquent sur divers systèmes linéaires et non linéaires. Dans notre cas, cet observateur a été appliqué sur le système quadrirotor.

Pour la suite du travail, nous pouvons lister plusieurs perspectives :

- Il s'avère que les méthodes de commande proposées dans ce travail sont performantes au niveau théorique en simulation. Une perspective envisageable serait de les implémenter à bord d'un drone pour réaliser des tests expérimentaux réels.
- L'exploitation des algorithmes d'optimisations pour la détermination des différents paramètres des lois de commande.
- Il serait également intéressant de concevoir des commandes tolérantes aux défauts ; de sorte que même si un actionneur tombe en panne, les autres actionneurs compensent pour terminer la mission avec succès ou effectuer un atterrissage urgent sans écrasement.
- Une amélioration pourrait être apportée au modèle mathématique du quadrotor pour le rendre plus fidèle au comportement réel en prenant en considération la dynamique des actionneurs. D'ailleurs nous avons déjà entamer le travail sur ce dernier point en utilisant la modélisation par bond graph [117].

Bibliographie

- [1] W.Scheck, "Lawrence Sperry: Genius on autopilot", <https://www.historynet.com/lawrence-sperry-autopilot-inventor-and-aviation-innovator/>, 2017. Consulté le 17 Mars 2021.
- [2] S. Bouabdallah, A. Noth et R. Siegwart, "PID vs LQ control techniques applied to an indoor micro quadrotor", Proceedings of the IEEE Conference on Intelligent Robots and Systems, Sendai, Japan, pp. 2451-2456, 2004.
- [3] P. C. Garcia, P. Castillo, R. Lozano et A. E. Dzul, "Modelling and control of mini-flying machines", Springer Science & Business Media, 2005.
- [4] J. Kim, M. S. Kang et S. Park, "Accurate modeling and robust hovering control for a quad-rotor VTOL aircraft", Selected papers from the 2nd International Symposium on UAVs, Reno, Nevada, USA, pp. 9-26, Springer, Dordrecht, 2009
- [5] E. Altug, J. P. Ostrowski et R. Mahony, "Control of a quadrotor helicopter using visual feedback", Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, vol. 1, pp. 72-77, 2002.
- [6] A. Mokhtari et A. Benallegue, "Dynamic feedback controller of Euler angles and wind parameters estimation for a quadrotor unmanned aerial vehicle", IEEE International Conference on Robotics and Automation, vol. 3, pp. 2359-2366, Avril 2004.
- [7] T. Madani et A. Benallegue, "Control of a quadrotor mini-helicopter via full state backstepping technique", Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control, pp. 1515-1520, Décembre 2006.
- [8] G. Hoffmann, H. Huang, S. Waslander et C. Tomlin, "Quadrotor helicopter flight dynamics and control: Theory and experiment", AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit, p. 6461, Août 2007.
- [9] P. Pounds, R. Mahony et P. Corke, "Modelling and control of a large quadrotor robot, Control Engineering Practice", vol. 18, n. 7, pp. 691-699, 2010.
- [10] J. De Jesus Rubio, J. H. P. Cruz, Z. Zamudio et A. J. Salinas, "Comparison of two quadrotor dynamic models", IEEE Latin America Transactions, vol. 12, n. 4, pp. 531-537, 2014.

- [11] Y. Wu, K. Hu et X. M. Sun, "Modeling and control design for quadrotors: A controlled hamiltonian systems approach", *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 67, no. 12, pp. 11365-11376, 2018.
- [12] A. Tayebi et S. McGilvray, "Attitude stabilization of a VTOL quadrotor aircraft", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 14, no. 3, pp. 562-571, 2006.
- [13] E. Fresk et G. Nikolakopoulos, "Full quaternion based attitude control for a quadrotor", *European Control Conference (ECC)*, pp. 3864-3869, Juillet 2013.
- [14] G. J. Leishman, "Principles of helicopter aerodynamics with CD extra", Cambridge University press, 2006.
- [15] J. M. Seddon et S. Newman, "Basic helicopter aerodynamics", John Wiley & Sons, 2011.
- [16] D. Mellinger, Q. Lindsey, M. Shomin et V. Kumar, "Design, modeling, estimation and control for aerial grasping and manipulation", *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 2668-2673, Septembre 2011.
- [17] S. Bouabdallah et R. Siegwart, "Backstepping and sliding-mode techniques applied to an indoor micro quadrotor", *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2247-2252, 2005.
- [18] A. Benallegue, A. Mokhtari et L. Fridman, "Feedback linearization and high order sliding mode observer for a quadrotor UAV", *International Workshop on Variable Structure Systems*, pp. 365-372, Juin 2006.
- [19] R. Krishnan, "Permanent magnet synchronous and brushless DC motor drives", CRC press, 2017.
- [20] M. Wierema, "Design, implementation and flight test of indoor navigation and control system for a quadrotor UAV", *Thèse de Master, Delft University of Technology*, 2008.
- [21] S. Bouabdallah, "Design and control of quadrotors with application to autonomous flying", *Thèse de doctorat, École polytechnique fédérale de lausanne*, 2007.
- [22] J. Bjørn, M. Kjærgaard et M. Sørensen, "Autonomous Hover Flight for a Quad Rotor Helicopter", *Thèse de Master, Université AALBORG, Danemark*, 2007.
- [23] M. De Lellis Costa de Oliveira, "Modeling, Identification and Control of a Quadrotor Aircraft", *Thèse de Master, Czech Technical University de Prague*, Juin 2011.
- [24] I. Palunko, R. Fierro et P. Cruz, "Trajectory generation for swing-free maneuvers of a quadrotor with suspended payload: A dynamic programming approach", *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2691-2697, Mai 2012.
- [25] K. T. Öner, E. Çetinsoy, M. Ünel, M. F. Akşit, I. Kandemir et K. Gülez, "Dynamic model and control of a new quadrotor unmanned aerial vehicle with tilt-wing mechanism",

- Proceedings of the 2008 World Academy of Science, Engineering and Technology, pp. 58–63, 2008.
- [26] M. Krstic, P. V. Kokotovic et I. Kanellakopoulos, "Nonlinear and Adaptive Control Design", 1st Edition, John Wiley & Sons, Inc., 1995.
- [27] J. J. E. Slotine et W.Li, "Applied nonlinear control", vol. 199, no. 1, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1991.
- [28] H. K. Khalil et J. W. Grizzle, "Nonlinear Systems", Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 2002.
- [29] F. Z. Chaoui, F. Giri, J. M. Dion, M. M'Saad et L. Dugard, "Direct adaptive control subject to input amplitude constraint", IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 45, n. 3, pp. 485-490, 2000.
- [30] F. Z. Chaoui, F. Giri et M. M'Saad, "Adaptive control of input-constrained type-1 plants stabilization and tracking", Automatica, vol. 37, n. 2, pp. 97-203, 2001.
- [31] K. M. Hangos, J. Bokor et G. Szederkényi, "Analysis and control of nonlinear process systems", vol. 13, Springer, Berlin, 2004.
- [32] J. Li et Y. Li, "Dynamic analysis and PID control for a quadrotor", Proceedings of the IEEE Conference on Mechatronics and Automation, Beijing, China, pp. 573-578, 2011.
- [33] A. L. Salih, M. Moghavvemi, H. A. Mohamed et K. S. Gaeid, "Modelling and PID controller design for a quadrotor unmanned air vehicle", Proceedings of the IEEE Conference on Automation, Quality and Testing Robotics, Cluj-Napoca, Romania, pp. 1-5, 2010.
- [34] S. Khatoun, D. Gupta and L. K. Dao, "PID & LQR control for quadrotor: Modeling and simulation", Proc. of the IEEE Conf. on International Conference on Advances in Computing, Communications and Informatics, New Delhi, India, 2014.
- [35] E. Reyes-Valeria, R. Enriquez-Caldera, S. Camacho-Lara et J. Guichard, "LQR control for a quadrotor using unit quaternions: Modeling and simulation", Proceedings of the 23rd IEEE Conference on Electronics, Communications and Computing, Cholula, Mexico, pp. 172-178, 2013.
- [36] P. Chen et J. Luo, "Modeling and H_{∞} of quadrotor and design of loop shaping controller", Nanjing University of Science and Technology, vol. 33, no. 1, pp. 81-86, 2009.
- [37] O. Araar et N. Aouf, "Full linear control of a quadrotor UAV, LQ vs H_{∞} ", UKACC International Conference on Control, pp. 133-138, Juillet 2014.
- [38] H. Liu, Y. Bai, G. Lu et Y. Zhong, "Robust attitude control of uncertain quadrotors", IET Control Theory and Applications, vol.7, no.11, pp.1583-1589, 2013.

- [39] M. N. Duc, T. N. Trong et Y. S. Xuan, "The quadrotor MAV system using PID control", Proceedings of the IEEE Conference on Mechatronics and Automation, Beijing, China, 2015.
- [40] Z. H. Ma, Q. Q. Zhan et L. P. Chen, "Attitude control of quadrotor aircraft via adaptive backstepping control", Transactions on Intelligent System, pp. 1-7, 2015.
- [41] B. Zhao, B. Xian, Y. Zhang et X. Zhang, "Nonlinear robust adaptive tracking control of a quadrotor UAV via immersion and invariance methodology", IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 62, no. 5, pp. 2891-2902, 2014.
- [42] A. A. Mian et W. Daobo, "Modeling and backstepping-based nonlinear control strategy for a 6 DOF quadrotor helicopter", Chinese Journal of Aeronautics, vol. 21, n. 3, p.p. 261-268, 2008.
- [43] M. Huo et H. R. Karimi, "Attitude stabilization control of a quadrotor UAV by using backstepping approach", Mathematical Problems in Engineering, vol. 2014, pp. 1-9, 2014.
- [44] D. Matouk, O. Gherouat, F. Abdessemed et A. Hassam, "Quadrotor position and attitude control via backstepping approach", Proceedings of the 8th IEEE Conference on Modelling, Identification and Control, Algiers, Algeria, pp. 73-79, 2016.
- [45] M. Bouchoucha, S. Seghour, H. Osmani et M. Bouri, "Integral backstepping for attitude tracking of a quadrotor system", Elektronika ir Elektrotechnika, vol. 116, no. 10, pp. 75-80, 2011.
- [46] T. Jiang, D. Lin et T. Song, "Finite-time backstepping control for quadrotors with disturbances and input constraints", IEEE Access, vol. 6, pp. 62037-62049, 2018.
- [47] Y. Shtessel, C. Edwards, L. Fridman et A. Levant, "Sliding Mode Control and Observation", Springer, New York, 2014.
- [48] O. Gherouat, D. Matouk, A. Hassam et F. Abdessemed, "Sliding mode control for a quadrotor unmanned aerial vehicle", Automation and Systems Engineering, vol.10, no. 3, pp. 150-157, 2016.
- [49] A. Basci, K. Can, K. Orman et A. Derdiyok, "Trajectory tracking control of a four rotor unmanned aerial vehicle based on continuous sliding mode controller", Elektronika ir Elektrotechnika, vol. 23, no. 3, pp. 12-19, 2017.
- [50] S. H. Dolatabadi et M. J. Yazdanpanah, "MIMO sliding mode and backstepping control for a quadrotor UAV", Proceedings of the 23rd IEEE Conference on Electrical Engineering, pp. 994-999, 2015.

- [51] A. Swarup et N. Sudhir, "Comparison of quadrotor performance using backstepping and sliding mode control", Proceedings of Conference on Circuit, Systems and Control, 2014.
- [52] E. Kayacan et R. Maslim, "Type-2 fuzzy logic trajectory tracking control of quadrotor VTOL aircraft with elliptic membership functions", IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, vol. 22, no. 1, pp. 339-348, 2016.
- [53] M. Qian, K. Xiong, Z. Gao et J. Lin, "T-S fuzzy model-based adaptive controller design for UAV with actuator saturation", ICIC Express Letters, vol. 11, no. 1, pp. 221-230, 2017.
- [54] L. A. Zadeh, "Information and control", Fuzzy sets, vol. 8, no. 3, pp. 338-353, 1965.
- [55] R. Boukezzoula, "Commande floue d'une classe de systèmes non linéaires : Application au problème de suivi de trajectoire", Thèse de doctorat, Université de Chambé, 2000.
- [56] E. H. Mamdani, "Application of fuzzy algorithms for control of simple dynamic plant", in Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, vol. 121, no. 12, pp. 1585-1588, 1974.
- [57] L. X. Wang, "Adaptive fuzzy systems and control: design and stability analysis", Prentice-Hall, 1994.
- [58] K. Tanaka, T. Ikeda and H. O. Wang, "Fuzzy regulators and fuzzy observers: relaxed stability conditions and LMI-based designs", IEEE Transactions on fuzzy systems, vol. 6, no. 2, pp. 250-265, 1998.
- [59] S. Sharma et A. J. Obaid, "Mathematical modelling, analysis and design of fuzzy logic controller for the control of ventilation systems using MATLAB fuzzy logic toolbox", Journal of Interdisciplinary Mathematics, vol. 23, no. 4, pp. 843-849, 2020.
- [60] T. Choudhary, N. Priyadarshi, P. Kumar, F. Azam et A. K. Bhoi, "A fuzzy logic control based vibration control system for renewable application", in Advances in Greener Energy Technologies, pp. 651-663, Springer, 2020.
- [61] Y. Wang, S. Tang, J. Guo, X. Wang et C. Liu, "Fuzzy-logic-based fixed-time geometric backstepping control on SO (3) for spacecraft attitude tracking", IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 55, no. 6, pp. 2938-2950, 2019.
- [62] A. Al-Mahturi, F. Santoso, M. A. Garratt et S. G. Anavatti, "Modeling and control of a quadrotor unmanned aerial vehicle using type-2 fuzzy systems. In Unmanned Aerial Systems", pp. 25-46, Academic Press, 2021.
- [63] N.G Shakev, A. V. Topalov, O. Kaynak et K. B. Shiev, "Comparative results on stabilization of the quad-rotor rotorcraft using bounded feedback controllers", Journal of Intelligent & Robotic Systems, vol. 65, no. 1, p.p 389-408, 2012.

- [64] A. Manecy, "Stratégies de guidage visuel bio-inspirées: application à la stabilisation d'un micro-drone et à la poursuite de cibles", thèse de Doctorat, EEATS, 2015.
- [65] Y. Wu, K. Hu et X. Sun, "Modeling and control design for quadrotors: A controlled hamiltonian systems approach", in *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 67, no. 12, pp. 11365-11376, Dec. 2018.
- [66] J. Sun, Y. Wang, Y. Yu et C. Sun, "Nonlinear robust compensation method for trajectory tracking Control of quadrotors", in *IEEE Access*, vol. 7, pp. 26766-26776, 2019.
- [67] D. J. Almahles, "Robust Backstepping sliding mode control for a quadrotor trajectory tracking application," in *IEEE Access*, vol. 8, pp. 5515-5525, 2020.
- [68] S. Li, E. Öztürk, C. De Wagter, G. C. De Croon et D. Izzo, "Aggressive online control of a quadrotor via deep network representations of optimality principles", in *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pp. 6282-6287, 2020.
- [69] J. C. Pereira, V. J. Leite et G. V. Raffo, "Nonlinear model predictive control on SE (3) for quadrotor aggressive maneuvers". *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, vol. 101, no. 3, pp. 1-15, 2021.
- [70] I. D. Cowling, O. A. Yakimenko, J. Whidborne et A. Cooke, "Direct Method Based Control System for an Autonomous Quadrotor", *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, vol.60, no. 2, pp. 285–316, 2010.
- [71] D. Falanga, K. Kleber et D. Scaramuzza, "Dynamic obstacle avoidance for quadrotors with event cameras", *Science Robotics*, vol. 5, no. 40, 2020.
- [72] Y. Huang, W. Liu, B. Li, Y. Yang et B. Xiao, "Finite-time formation tracking control with collision avoidance for quadrotor UAVs", *Journal of the Franklin Institute*, vol. 357, no. 7, p.p 4034-4058, 2020.
- [73] A. S. Dimova, K. Y. Kotov, A. S. Mal'tsev et autres, "Quadrotor control in payload transportation on suspension", *Optoelectron Instrument Proc*, vol. 54, no. 5, pp. 520–524, 2018.
- [74] T. Chen et J. Shan, "A novel cable-suspended quadrotor transportation system: From theory to experiment", *Aerospace Science and Technology*, vol. 104, p. 105974, 2020.
- [75] S. Bouabdallah et R. Y. Siegwart, "Full control of a quadrotor", *Proceedings of IEEE Conference on Intelligent Robots and System*, pp. 153-158, 2007.
- [76] D. Cabecinhas, R. Naldi, L. Marconi, C. Silvestre et R. Cunha, "Robust take-off and landing for a quadrotor vehicle", *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1630-1635, 2010.

- [77] E.-H. Zheng, J.-J. Xiong et J.-L. Luo, "Second order sliding mode control for a quadrotor UAV", *ISA Transactions*, vol. 53, no. 4, pp. 1350-1356, 2014.
- [78] S. Nadda et A. Swarup, "Improved quadrotor altitude control design using second-order sliding mode", *Journal of Aerospace Engineering*, vol. 30, no. 6, p. 04017065, 2017.
- [79] W. Wang et X. Yu, "Chattering free and nonsingular terminal sliding mode control for attitude tracking of a quadrotor", *29th IEEE Chines Control and Decision Conference*, pp. 719-723, 2017.
- [80] B. Sumantri, N. Uchiyama et S. Sano, "Second order sliding mode control for a quadrotor helicopter with a nonlinear sliding surface", *Proceedings of IEEE Conference on Control Application*, pp.742-746, 2014.
- [81] Sudhir et A. Swamp, "Second order sliding mode control for quadrotor", *Proceedings of the 1st IEEE Conference on Control, Measurement and Instrumentation*, pp. 92-96, 2016.
- [82] W. Wang et X. Yu, "Chattering free and nonsingular terminal sliding mode control for attitude tracking of a quadrotor", *29th IEEE Chines Control and Decision Conference*, pp. 719-723, 2017.
- [83] Y. Wu, K. Hu et X. Sun, "Modeling and control design for quadrotors: A controlled Hamiltonian systems approach", *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 67, no. 12, pp. 11365-11376, 2018.
- [84] E. Walter, L. Pronzato, "[Identification de modèles paramétriques](#) à partir de données expérimentales", édition Elsevier/Masson, 1994.
- [85] H. L. Chan et K. T. Woo, "Design and control of small quadcopter system with motor closed loop speed control", *International Journal of Mechanical Engineering and Robotics Research*, vol. 4, no. 4, pp. 287-292, 2015.
- [86] R. Mahony et T. Hamel, "Adaptive compensation of aerodynamic effects during takeoff and landing maneuvers for a scale model autonomous helicopter", *European Journal of Control*, vol. 7, no. 1, pp. 43-57, 2001.
- [87] G. Castellanos, "Estimation de l'attitude et commande bornée en attitude d'un corps rigide : Application à un mini hélicoptère à quatre rotors", *Thèse doctorat, Université Joseph Fourier - Grenoble I*, 2008.
- [88] T. Hamel, R. Mahony, R. Lozano, et al., "Dynamic modelling and configuration stabilization for an X4-flyer", *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 35, no. 1, p. 217-222, 2002.

- [89] W. Alvis, C. Castillo, M. Castillo-Effen, W. Moreno et K. P. Valavanis, "A tutorial approach to small unmanned helicopter controller design for non-aggressive flights. *Advances in Unmanned Aerial Vehicles*", pp. 19-170, 2007.
- [90] A. Drouot, *Stratégies de commande pour la navigation autonome d'un drone projectile miniature*. Doctoral dissertation, Université de Lorraine, 2013.
- [91] D. Mellinger et V. Kumar, "Minimum snap trajectory generation and control for quadrotors", in 2011 IEEE international conference on robotics and automation, pp. 2520-2525, Mai 2011.
- [92] L. Meier, D. Honegger et M. Pollefeys, "PX4: A node-based multithreaded open source robotics framework for deeply embedded platforms", in IEEE international conference on robotics and automation (ICRA), pp. 6235-6240, Mai 2015.
- [93] A. Hably et N. Marchand, "Global stabilization of a four rotor helicopter with bounded inputs", in 2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp. 129-134, 2007.
- [94] D. Alazard, C. Cumer, P. Apkarian, M. Gauvrit, et G. Ferreres, "Robustesse et commande optimale", Cépaduès-éditions, 1999.
- [95] P. Kokotovic et M. Arcak, "Constructive nonlinear control: a historical perspective. *Automatica*", vol. 37, no. 5, 637-662, 2001.
- [96] S. Vaidyanathan et A. T. Azar, "Adaptive backstepping control and synchronization of a novel 3-D jerk system with an exponential nonlinearity". in *Advances in chaos theory and intelligent control*, pp. 249-274, Springer, Cham, 2016.
- [97] V. Utkin, "Variable structure systems with sliding modes", *IEEE Transactions on Automatic control*, vol. 22, no. 2, pp. 212–222, 1977.
- [98] N. Karnik et J. Mendel, "Introduction to type-2 fuzzy logic systems", in *Fuzzy Systems Proceedings*, 1998. IEEE World Congress on Computational Intelligence, pp. 915-920 vol. 2, Mai 1998.
- [99] J. Mendel, "Uncertain rule-based fuzzy logic systems: introduction and new directions", Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ, 2001.
- [100] J. M. Mendel, "Fuzzy systems for engineering: A tutorial", *Proc. IEEE*, vol. 83, no. 3, pp. 347-377, 1995.
- [101] D. Wu et J.M. Mendel. "Enhanced karnik–mendel algorithms", *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 17, n. 4, pp. 923–934, 2009.
- [102] O. Castillo and P. Melin, *Type-2 fuzzy logic: theory and applications*. Springer Verlag, 2008.

- [103] R. E. Kalman et J. E. Betram, "Control system analysis and design via the second method of Lyapunov -I: Continuous-time system", ASME journal of Basic Engineering, vol. 82, pp. 371-393, 1960.
- [104] O. Föllinger, "Regelungstechnik - Einführung in die methoden und ihre anwendungen", Dr. Alfred Hüthig Verlag, Heidelberg, 1985.
- [105] J. O'Reilly, "Observers for linear systems", Richard Bellman, Mathematics in Science and Engineering", vol. 140, Academic Press, New York, 1983.
- [106] A. J. Fossard et D. Normand-Cyrot, "Système non linéaire, tome 1 : modélisation-estimation", Masson, Paris, 1993
- [107] V. Krishnaswami, C. Siviero, F. Cabognani, et V. Utkin, "Application of sliding mode observers to automobile power-train", in Proceedings of the IEEE International Conference on Cont. Appli, pp. 355.360, 1996.
- [108] H. Sira-Ramirez, "Differential geometric methods in variable structure control" International Journal of control, vol. 48, no. 4, pp. 1359-1390, 1988.
- [109] J.J.E. Slotine et W. Li, "On the adaptive control of robot manipulators", International Journal of Robot. Research, vol. 6, no. 3, pp. 49-59, 1987.
- [110] V. I. Utkin et S. Drakunov, "Sliding mode observer", tutorial. IEEE Conference on Dec.and Cont, pp. 3376-3378, 1995.
- [111] E. Slotine, J. K. Hedrick et E. A. Misawa, "On Sliding observers for nonlinear systems", American Control Conference, pp. 1794-1800, 1986.
- [112] T. Boukhobza, M. Djemai et J. P. Barbot, "Implicit triangular observer form dedicated to a sliding mode observer for systems with unknown inputs", Asian Journal of Control, vol. 5, no. 4, 513-527, 2003.
- [113] N. Manamani. "Commandes et Observateurs pour systèmes pneumatiques-Méthodologie pour la locomotion à pattes", thèse de doctorat, Université de Paris VI, Laboratoire de Robotique de Paris France, 1998.
- [114] G. Bartolini, A. Ferrara, A. Levant, et E. Usai, "On second order sliding mode controllers", Variable structure systems, sliding mode and nonlinear control, 329-350, 1999.
- [115] İ. İlhan et M. Karaköse, "Type-2 fuzzy based quadrotor control approach", 9th Asian Control Conference (ASCC), Istanbul, Turkey, pp. 1-6, 2013.
- [116] D. Matouk, F. Abdessemed, O. Gherouat, and Y. Terchi, "Second-order sliding mode for position and attitude tracking control of quadcopter UAV: Super-twisting

algorithm", *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, vol. 16, no. 1, pp. 29-43, 2020.

- [117] D. Matouk, F. Ahmad, P. Kumar, R. Merzouki, M. Singh et F. Abdessemed, "Bond Graph Model-Based Control of the Quadcopter Dynamics," *IEEE, 7th International Conference on Systems and Control (ICSC)*, Valencia, Spain, pp. 435-440, 2018.