République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

---

Université Batna 2 – Mostefa Ben Boulaïd
Faculté de Technologie
Département d'Electrotechnique

Thèse

Préparée au sein du : Laboratoire LSPIE université Batna 2-Mostefa Ben Boulaid
Laboratoire des technologies innovantes LTI université Picardie Jules-Verne France

Présentée pour l'obtention du diplôme de :

Doctorat en Sciences en Electrotechnique

Option : Machines électriques et commande des systèmes

Sous le Thème :

Technique de la passivité dans les systèmes d'électrotechnique

---

Présentée par :

BAAZOUZI Kamel

Devant le jury composé de :

Mr. BENAGGOUNE Saïd	Prof.	Université de Batna2	Président
Mr. BENSALAH A/El-Djebbar	MCA	Université de Batna2	Rapporteur
Mr. DRID Saïd	Prof.	Université de Batna2	Co-Rapporteur
Mr. BOUTTABA Tarek	MCA	Université de Khenchela	Examinateur
Mr. BENHADDA Nabil	MCA	Université de Khenchela	Examinateur
Mr. RAHEM Djamel	Prof.	Université de Oum El-Bouaghi	Examinateur

Année universitaire : 2021-2022

Remerciements

Les travaux de recherches présentés dans cette thèse se sont déroulés aux
-Laboratoires LSPIE université Mostafa Ben Boulaid Batna02.
-laboratoire des technologies innovantes (LTI) université Picardie Jules-verne, IUT l'aisne, Cuffies-soissons -France-.

Je tiens à remercier mon directeur de thèse le Docteur Bensalah Abd-El-Djebar de l'université Mostafa Benboulaid Batna02 pour son suivi et l'orientation de mes travaux de recherche.

Je remercie vivement mon Co-promoteur le professeur Drid Said à l'université Mostafa Benboulaid Batna02 pour ses conseils, ses nombreux encouragements et la très grande liberté qu'il m'a accordée dans la direction de mes travaux.

Mes sincères remerciements à Mr Larbi Chrifi-Alaoui , docteur à université de Picardie jules-verne pour m'avoir accueilli au Laboratoire des technologies Innovantes (LTI) de Cuffies-Soissons, France.

Dédicace

A mon épouse

A mes enfants

Avec toutes mes gratitudes je leurs dédie ce travail.

Travaux réalisés

1. Conférence on Science and Techniques of Automatic Control & computer Engineering (STA 2014) du 21-23 décembre 2014 Hammamet –Tunisia- '' The PBC technical to control the induction motor''.
2. 03^{éme} Conférence internationale des énergies renouvelables (CIER 2015) du 21-23 décembre 2015 Sousse –Tunisia- '' Direct Torque control asynchronous machine by artificial neural network''.
3. The 03rd International Conference on Green Energy & Environmental Engineering (GEEE 2016) du 23-25 Avril 2016 Hammamet –Tunisia - '' Simulation of a wind mill connected to the network with the synchronous permanent magnet machine (SPMM) ''.
4. Publication , journal -Electrical Engineering & Electromechanics, 2022, no. 2 pp11-17- '' Passivity voltage based control of the boost power converter used in photovoltaic system''; année 2022.

ملـخــص

الـهدف من هذا العمل هو تطبيق التحكم باستعمال التقنية القائمة على السلبية بخاصية التخميد مع ادخال معامل إضافي على مستوى الحالة المنشودة للأنظمة الكهرو تقنية الغير خطية (القواطع من التيار الثابت الى التيار الثابت نوع: الخافض للجهد، الرافع للتحكم في الجهد الناتج عن لوحة كهربائية تستخدم كمصدر للطاقة المتجددة ، خافض ـ رافع للجهد وتنظيم السرعة للمحرك الغير متزامن) لتحقيق استقرار مقارب. إن استعمال النموذج الهملتوني يعتبر الحل الأمثل لهذه الأنظمة لأنه يصف بدقة العناصر الداخلية بواسطة مصفوفات الترابط والتبديد واقتراح الطاقة الداخلية المخزنة كدالة نموذجية لليابونوف. بعد تعديل معادلة الطاقة ،يتم تحسين قانون التحكم بواسطة تقنية السلبية خاصية التخميد وادخال معامل إضافي من أجل الحصول على استقرار أفضل للأنظمة.

لقد تحققنا من قوة هذا التحكم مقابل التغيرات في العناصرالوسيطية للأنظمة من خلال اختبارات المحاكاة على الماطلاب والتطبيق العملي بواسطة ديسبايس 1104 للمفاهيم النظرية المطورة.

أخيرًا، يعد توسيع هذا المفهوم ليشمل الهياكل الأخرى متعددة الأغراض التي تتضمن مصادر الطاقة المتجددة أمرًا ضروريًا.

الكلمات الدالة : التقنية القائمة على السلبية، النموذج الهملتوني، خاصية التخميد.

Résumé

L'objectif de ce travail est l'application de la commande basée sur la passivité type interconnexion et injection d'amortissement (IDA) avec l'insertion d'un gain additive au niveau de l'état désiré pour les systèmes d'électrotechnique non linéaire (hacheur dévolteur, survolteur implanté pour la commande de la tension générée par un panneau électrique utilisé comme source d'énergie renouvelable, dévolteur-survolteur et la régulation de la vitesse du moteur à induction) dans le but d'assigner une stabilité asymptotique. L'utilisation du modèle hamiltonien à port était jugée fiable pour ces systèmes, car il décrit précisément les structures internes définies par des matrices d'interconnexion et de dissipation avec la fonction énergétique comme candidate.

Après avoir modifié la fonction énergétique une loi de commande est optimisée via IDA afin d'obtenir une meilleure stabilité des dispositifs. On a abordé la robustesse de cette commande vis-à-vis des variations paramétriques par des tests de simulation sur Matlab/SimPowerToolbox® et la mise en pratique des concepts théoriques développés sur le système dSPACE DS1104.

Finalement étendre ce concept à d'autres structures polyvalentes insérant des sources d'énergies renouvelables est primordial.

Mots clés : Commande basée sur la passivité (PBC), Port Hamiltonien (PH), Commande par Interconnexion et Injection d'Amortissement (IDA).

Abstract

The thesis describes the passivity based control (PBC) using Interconnection and Damping Assignment (IDA) regulator associate with an additive gain at the level of desired state for nonlinear electric engineering systems as the DC-DC converters (Buck, Boost to regulate the output voltage feeding by a photovoltaic cell used as a renewable energy, Buck-Boost and control the speed of induction motor) in order to assign an asymptotic stability.

This work uses the port Hamiltonian mathematical approach because it illustrates the internal structure by the interconnection and dissipation matrix and generates a minimum energy to optimize a control law. The results carried out using Matlab/SimPowerToolbox® and dSPACE DS1104 system have proven the robustness against parameter variations and effectiveness of the proposed control.

Finally, extending this concept to other multi-purpose structures incorporating renewable energy sources is essential.

Key words: Passivity Based Control (BC), Port Hamiltonian (PH), Control by Interconnection and Damping Assignment (IDA).

Table des matières

Remerciements i

Dédicace ii

Travaux réalisés..... iii

Table des matières..... iv

Acronymes fréquents..... vi

Table des figures..... vii

Introduction générale..... 01

Chapitre 01 : Notions Mathématiques

1.1. Introduction 03

1.1.1 Définitions 03

1.1.2 Stabilité au sens de Lyapunov 05

1.1.3 La commande à structure variable 06

1.2. La commande basée sur la passivité 08

1.2.1 Introduction 08

1.2.2 Notions mathématiques 09

1.2.3 Notions de passivité 12

1.2.4. Propriétés de la passivité 18

1.2.4.1 Excès et restriction de la passivité 18

1.2.4.2 Connexion des systèmes passifs 20

1.3. Passivité des systèmes linéaire 23

1.3.1 Domaine fréquentiel 24

1.3.2 Lemme de Kalman-Yakubovich-Popov 25

1.4. La passivité des systèmes non linéaire 25

1.4.1 Lemme de (KYP) 25

1.4.2 Indice de passivité 26

1.4.3 Propriétés 27

1.5 Conclusion 29

Chapitre 02 : La Commande Basée sur la Passivité

2.1 Introduction 30

2.2. Types de la commande par PBC 31

2.2.1 PBC par rétroaction 31

2.2.2 PBC par anticipation 32
2.2.3 PBC par la balance énergétique et dissipation 34
2.2.4 PBC par interconnexion 36
2.2.5 PBC par Le modèle d'Euler-Lagrange 40
2.2.6 PBC par la forme Hamiltonienne à Ports 40
2.3. Types de commandes par Passivité des systèmes PH 45
2.3.1 Commande par interconnexion 45
2.3.2 Commande par modulation état-source 48
2.3.3. Commande par Interconnexion et Assignement d'Amortissement (IDA)..... 51
2.3.3.1 Principe 51
2.3.3.2 Conception 51
2.3.3.3 Types de la commande IDA-PBC 54
2.3.3.4 Propriété d'IDA-PBC..... 59
2.3.3.5 Synthèse 60
2.3.4. Commande par SIDA 60
2.4 Conclusion 63
Chapitre 03 : Application de la Passivité aux Systèmes d'Electrotechnique
3.1 Introduction 64
3.2. Application de la PBC aux systèmes d'électrotechnique 64
3.2.1 Problématique 65
3.2.2 Les convertisseurs DC-DC 65
3.2.3 Hacheur dévolteur 66
3.2.4 Hacheur survolteur 75
3.2.5 Hacheur dévolteur-survolteur 90
3.2.6 Moteur à induction 98
3.3 Conclusion 106
Conclusion générale 108
Bibliographie 109
Annexe 112

Acronymes fréquents

$\mathbb{R}$: Corps des nombres réels.

$x \in \mathbb{R}^n$: Vecteur d'état.

x_* : Le point d'équilibre.

$\mathcal{L}_2$ *: Ensembles* des fonctions à énergie bornée.

$\|.\|_2$: Norme de $\mathcal{L}_2$

$f(x)$: Fonction affine.

$\frac{\partial}{\partial \mathrm{x}}$: Dérivées partielles.

∇ : Opérateur gradient.

EDP : Equation aux dérivées partielles.

PV : Panneau photovoltaïque.

DC-DC : courant continu-courant continu.

PH : Port Hamiltonien.

PBC : Commande basée sur la passivité.

CBI : Commande par interconnexion.

IDA : Interconnexion et assignement d'amortissement.

PI : Régulateur Proportionnel & Intégrateur.

KYP : Lemme de kalman-Yakubovich-Popov.

$H(x)$: Fonction énergétique.

$H_d(x)$: Energie désirée.

$H_c(x)$: Energie garantie par le contrôleur.

$\mathcal{J}(x)$: Matrice d'interconnexion.

$\mathcal{R}(x)$: Matrice d'amortissement.

$(\,)^{\perp}(x)$: La matrice orthogonale.

R_s : Résistance statorique.

L_s Inductance satorique.

R_r : Résistance statorique.

L_r : Inductance satorique.

M : Inductance Mutuelle.

Table des figures

Chapitre 01

Figure I.01: Illustration de la définition intuitive de la stabilité..... 4
Figure I.02: Principe de la commande à structure variable..... 6
Figure I.03: Démonstration du mode glissant..... 8
Figure I.04: Exemple d'élément linéaire passif statique « Résistance électrique »..... 13
Figure I.05: Signification graphique de la passivité..... 14
Figure I.06: Types de la caractéristique*: y=f(u)*..... 14
Figure I.07: Système dynamique passif « Circuit électrique RLC »..... 15
Figure I.08: Interprétation graphique de la passivité..... 17
Figure I.09: Représentation graphique de l'action parallèle sur la passivité..... 19
Figure I.10: Représentation graphique de la rétroaction sur la passivité..... 19
Figure I.11: Représentation graphique de la combinaison action parallèle+ rétroaction..... 20
Figure I.12: La connexion des systèmes passifs..... 21
Figure I.13: Types de connexions d'un intégrateur..... 23
Figure I.14: Diagramme de Nyquist d'un système linéaire passive..... 24
Figure I.15: Indice de passivité..... 26
Figure I.16: Exemple d'indice de passivité -secteur non linéaire-..... 27
Figure I.17: Interconnexion des systèmes non linéaires passifs..... 27

Chapitre 02

Figure II.01: PBC par Anticipation..... 33
Figure II.02: PBC par Interconnexion..... 36
Figure II.03: Interconnexion par retour d'état..... 36
Figure II.04: Circuit électrique RLC série..... 37
Figure II.05: Connexion partielles des systèmes passifs..... 39
Figure II.06: Moteur à C-C excitation séparée..... 43
Figure II.07: Boule de fer dans un champ magnétique..... 44
Figure II.08: Circuit électrique RLC paralléle..... 49
Figure II.09: Modèle d'un système électrostatique..... 56

Chapitre 03

Figure III.01: Schéma synoptique d'un hacheur série (dévolteur)..... 66
Figure III.02: Implantation d'un contrôleur IDA-PBC+Gain pour un hacheur dévolteur..... 68

Simulation

Essai1 [*r=100*Ω *γ=variable*]

Figure III.03: Tension de sortie..... 69
Figure III.04: Evolution de l'énergie..... 69

Figure III.05: Courant d'entrée..... 69
Figure III.06: Courant de sortie..... 69
Figure III.07: Trajectoire de l'erreur..... 69
Figure III.08: Vecteur d'état..... 69
Essai2 [*r=variable γ=1.5*]
Figure III.09: Tension de sortie..... 70
Figure III.10: Evolution de l'énergie..... 70
Figure III.11: Courant d'entrée..... 70
Figure III.12: Courant de sortie..... 70
Figure III.13: Trajectoire de l'erreur..... 71
Figure III.14: Vecteur d'état..... 71
Essai3 [Test e robustesse]
▪ Δ*=(R-50%R)*
Figure III.15: Tension de sortie..... 71
Figure III.16: Evolution de l'énergie..... 71
Figure III.17: Courant d'entrée..... 72
Figure III.18: Courant de charge..... 72
▪ Δ*=(L-50%L)*
Figure III.19: Tension de sortie..... 72
Figure III.20: Evolution de l'énergie..... 72
Figure III.21: Courant d'e ntrée..... 72
Figure III.22: Courant de charge..... 72
▪ Δ*=(C-50%C)*
Figure III.23: Tension de sortie..... 73
Figure III.24: Evolution de l'énergie..... 73
Figure III.25: Courant d'entrée..... 73
Figure III.26: Courant de charge..... 73
Test expérimental
Figure III.27: Ban d'essai du convertisseur dc-dc dévolteur..... 73
Figure III.28: Evolution de la tension de sortie..... 74
Figure III.29: Illustration du courant de sortie..... 74
Figure III.30: Courant d'entrée..... 74
Test de robustesse : Δ*=(R-50%R*
Figure III.31: Tension de sortie..... 75
Figure III.32: Courant de sortie..... 75
Figure III.33: Courant d'entrée..... 75

Hacheur Survolteur

Figure III.34: Schéma d'un hacheur survolteur..... 76
Figure III.35: Convertisseur survolteur associé à une cellule photovoltaïque..... 76
Figure III.36: Circuit équivalent d'une cellule PV avec une diode..... 77
Figure III.37: Effets des irradiations sur I(v)-P(v)..... 78
Figure III.38: Module solaire associé au convertisseur survolteur)..... 79
Figure III.39: Diagramme de la commande IDA-PBC+gain additif..... 80

Simulation

Figure III.40: Simulation d'IDA-PBC+gain pour un convertisseur survolteur..... 81
Figure III.41: Tension de sortie..... 82
Figure III.42: Réponse stable pour un contrôleur IDA+gain..... 82
Figure III.43: Dynamique de l'erreur..... 83
Figure III.44: Courant de sortie..... 83
Figure III.45: Courant d'entrée..... 83
Figure III.46: Signal de commande..... 83
Figure III.47: Evolution de l'énergie..... 83
Figure III.48: Vecteur d'état..... 84

- Perturbation de la Résistance de -*50%*

Figure III.49: Tension de sortie..... 84
Figure III.50: Courant de sortie..... 84
Figure III.51: Courant d'entrée..... 84
Figure III.52: Profil de l'énergie..... 84
Figure III.53: Vecteur d'état..... 85

- Perturbation de l'Inductance de -*50%*

Figure III.54: Tension de sortie..... 85
Figure III.55: Courant de sortie..... 85
Figure III.56: Courant d'entrée..... 85

- Perturbation de la capacité de -*50%*

Figure III.57: Tension de sortie..... 86
Figure III.58: Courant de sortie..... 86
Figure III.59: Courant d'entrée..... 86

Test expérimental

Figure III.60: Structure interne de laboratoire de teste..... 86
Figure III.61: Banc d'essai pratique du régulateur IDA+gain . Laboratoire LTI..... 87
Figure III.62: Dynamique de la tension de sortie..... 87
Figure III.63: Courant de sortie..... 87

Figure III.64: Courant d'entrée..... 87
Variation de la résistance -50%
Figure III.65: Tension de sortie..... 88
Figure III.66: Courant de sortie..... 88
Figure III.67: Courant d'entrée..... 88
Variation de l'inductance -50%
Figure III.68: Tension de sortie 88
Figure III.69: Courant de sortie..... 88
Figure III.70: Courant d'entrée..... 89
Variation de la capacité -50%
Figure III.71: Tension de sortie..... 89
Figure III.72: Courant de sortie..... 89
Figure III.73: Courant d'entrée..... 98
Figure III.74: Comparaison entre PI et IDA+gain..... 90
Figure III.75: Dynamique de l'erreur..... 90
Hacheur Dévolteur/survolteur
Figure III.76: Schéma d'un hacheur Déolteur/survolteur..... 90
Figure III.77: Structure de la commande IDA+Gain..... 92
Figure III.78: Influence du gain d'amortissement..... 93
Figure III.79: Influence de la dissipation virtuelle..... 93
Figure III.80: Tension de sortie et sa consigne..... 93
Figure III.81: Courant de sortie..... 93
Figure III.82: Courant dans l'inductance..... 93
Figure III.83: Dynamique de l'erreur..... 93
Figure III.84: Evolution de l'énergie..... 94
Variation de la charge
Figure III.85: Tension de sortie..... 94
Figure III.86: Courant de sortie..... 94
Figure III.87: Courant dans l'inductance..... 94
Variation de l'inductance
Figure III.88: Tension de sortie..... 95
Figure III.89: Courant de sortie..... 95
Figure III.90: Courant dans l'inductance..... 95
Variation de la capacité
Figure III.91: Tension de sortie..... 95
Figure III.92: Courant de sortie..... 95

Figure III.93: Courant dans l'inductance..... 96
Test expérimental
Figure III.94: Banc d'essai de la commande IDA pour un convertisseur Dévolteur-survolteur..... 96
Figure III.95: Valeurs d'équilibre de la Tension de sortie..... 97
Figure III.96: Courant de sortie..... 97
Figure III.97: Courant dans l'inductance de lissage..... 97
Moteur à induction
Figure III.98: La structure de IDA+gain pour un moteur à induction..... 100
Simulation
Profil1
Figure III.99: Evolution de la vitesse mécanique..... 101
Figure III.100: Erreur de la vitesse..... 101
Figure III.101: Tension statorique dans le repère (*d,q*)..... 101
Figure III.102: Courant statorique dans le repère (*d,q*)..... 101
Profil2 101
Figure III.103: Vitesse mécanique et sa référence..... 101
Figure III.104: erreur de la vitesse..... 101
Figure III.105: Tension statorique dans le repère (*d,q*)..... 102
Figure III.106: Courant statorique dans le repère (*d,q*)..... 102
Profil3
Figure III.107: Vitesse mécanique et sa référence..... 102
Figure III.108: Erreur de la vitesse..... 102
Figure III.109: Tension statorique dans le repère (*d,q*)..... 102
Figure III.110: Courant statorique dans le repère (*d,q*)..... 102
Test expérimental
Figure III.111: Diagramme de la commande IDA+gain en dSPACE..... 103
Profil1
Figure III.112: Evolution temporelle de la vitesse..... 103
Figure III.113: Erreur de la vitesse..... 103
Figure III.114: Tension statorique..... 104
Figure III.115: Courant inducteur..... 104
Figure III.116: Le courant statorique d'une phase..... 104
Profil2
Figure III.117: Vitesse mécanique et sa référence..... 104
Figure III.118: Erreur de la vitesse..... 104
Figure III.119: Tension statorique..... 105

Figure III.120: Courant inducteur..... 105
Figure III.121: Le courant statorique d'une phase..... 105
Profil3
Figure III.122: La vitesse de rotation..... 105
Figure III.123: Erreur de la vitesse..... 105
Figure III.124: Tension statorique..... 106
Figure III.125: Courant inducteur..... 106
Figure III.126: Le courant statorique d'une phase..... 106

Introduction Générale

1- Mise en contexte et problématique

La mise au point des organes de commande numérique, le développement de l'électronique de puissance ont ouvert la voie à plusieurs stratégies de commande des systèmes électrotechniques non linéaires. Parmi les nombreuses méthodes de commandes développées dans la littérature technique, la commande basée sur la passivité qui permet la modification structurel du système dynamique à commander afin qu'il réalise au mieux des fonctions souhaitées. Connue également sous la dénomination de commande structurelle, cette technique envisage le changement d'énergie des systèmes avec l'extérieur.

Cette thèse présente une approche de modélisation systématique et une stratégie de commande basée sur la passivité appliquée pour les hacheurs -à topologie variable- dévolteur, survolteur, dévolteur-survolteur et le moteur à induction.

En général, la commande par le biais de la passivité propose deux approches pour garantir la stabilité des systèmes électrotechnique : le modèle Lagrangien proposé par R. Ortega et J.M.A. Scherpen dans [1-2] et l'hamiltonien à port avec injection d'amortissement décrit par R. Ortega et A. Van Der Schaft dans [3].

Pour la première méthode les systèmes commandés sont mécaniques plus qu'électrotechnique (apparition de l'énergie cinétique et potentiel) tandis que le deuxième modèle nécessite la résolution des équations aux dérivées partielle très compliqués.

L'objet final de la recherche reportée dans cette thèse est la contribution au développement de la théorie hamiltonienne à port visant la commande des systèmes à structure électrotechnique non linéaire et la conception d'une loi de commande simplifiée sans avoir recours à la résolution des équations aux dérivées partielles [1-2-3]. Pour cela on propose de mettre en relief les principales idées de la commande par passivité, l'approche utilisée insistera sur l'application de cette technique aux systèmes d'électrotechnique ayant une structure non linéaire.

2- Organisation de la thèse :

Ainsi la thèse est structurée de la manière suivante:

Dans le premier chapitre nous évoquons un rappel de quelques notions mathématiques utiles pour comprendre la commande basée sur la passivité des systèmes linéaires ou non linéaires.

Le deuxième chapitre représente la technique basée sur la passivité avec ses propriétés et les différentes approches existantes pour la régulation des systèmes linéaires et non linéaires avec leurs avantages et inconvénients.

Le troisième chapitre évoquera notre apport pour détourner les inconvénients des modèles jugés non performants ou difficile à résoudre avec une structure sous la forme hamiltonienne des convertisseurs DC-DC statique et du moteur à induction de manière bien détaillée. nous implantons la commande proposée (IDA-PBC+gain de convergence) dans un schéma de simulation MATLAB/Sim Power et

Simulink de manière explicite notamment au niveau de l'ajout des gains d'amortissement avec une plate-forme expérimentale basée sur l'interface du système dSPACE afin de valider nos résultats de simulation et justifier les performances requises du régulateur.

Finalement une conclusion générale sera déduite de ce travail avec d'éventuelles perspectives.

Chapitre 1 :

Notions Mathématiques

1.1 Introduction

L'étude des systèmes non linéaire est difficiles à étudier parce qu'il est délicat d'en faire l'étude dans le domaine fréquentiel (fonction de transfert difficile à exploiter).

Il est alors préférable d'avoir un critère utilisant le modèle du système dans le domaine temporel. Pour étudier ce problème, on va présenter quelques techniques assurant le control de ces types de systèmes.

1.1.1 Définitions :

$$\Sigma : \begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \qquad \text{(I .01)}$$

Dans ce paragraphe, nous présentons quelques critères de stabilité qui peuvent être utilisés pour analyser les systèmes non linéaires.

On considère un système non linéaire Σ est définit par :

Avec:

$x \in \mathbb{R}^n$: Vecteur d'état.

$u \in \mathbb{R}^m$: Vecteur d'entrée et $y \in \mathbb{R}^m$: vecteur de sortie.

$f(x), h(x)$: Champs de vecteur.

La stabilité y était considérée comme la capacité du cycle limite de se maintenir même après perturbation de celui-ci. Ce type de stabilité sera appelé asymptotique.

Point d'équilibre d'un système non commandé:

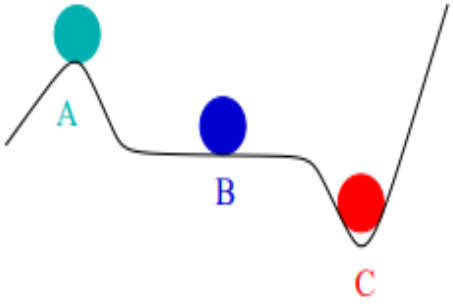
Si le système Σ non commandé définit par l'équation d'état $\dot{x} = f(x)$ possède une dynamique nulle en un point x_* alors ce point est un point d'équilibre du système.

On considérera toujours l'équilibre à l'origine 0. Pour le cas général, il suffit de faire une translation.

Point d'équilibre d'un système commandé :

Pour les systèmes commandés, la notion de stabilité est basée essentiellement sur l'énergie sans recours à la résolution des équations différentielles parait difficile.

Si le système est initialement "légèrement" perturbé de son point d'équilibre le système reste "proche" de ce point d'équilibre figure I.01.



A. Instable ; B. Stable ; C. Asymptotiquement stable

Figure I.01 : Illustration de la définition intuitive de la stabilité.

Stabilité asymptotique :

La stabilité asymptotique exige l'existence d'un voisinage autour du point d'équilibre $(x=0)$ pour un système d'équation : $\dot{x}=f(x,t)$ tel que toute trajectoire ayant pour condition initiale un point de ce voisinage converge vers le point d'équilibre. En somme, on aimerait que le système revienne et s'arrête au point d'équilibre lorsqu'il en est légèrement perturbé.

Stabilité asymptotiquement globale :

Le point d'équilibre déjà mentionné est dit globalement asymptotiquement stable si le rayon R_0 de la boule des conditions initiales est infini - celle-ci correspond à tout l'espace d'état.

Etat zéro détectable et observable :

Soit le système Σ définit par l'équation I.01 :

$$\Sigma:\begin{cases}\dot{x}=f(x)+g(x)u\\ y=h(x)\end{cases} \quad \text{et} \quad x(0)=x_0\in\mathbb{R}^n \tag{I.02}$$

Σ : Est zéro état observable (ZEO) avec une entrée nulle $u=0$ depuis la sortie y si :

$\forall x_0\in\mathbb{R}^n$ nous avons : $y(t)\equiv 0\Rightarrow x(t)\equiv 0$.

Σ : est zéro état détectable (ZED) si :

$y(t)=0\Rightarrow \lim_{t\to\infty} x(t)=0$.

La définition de la stabilité présente certains désavantages :

– Il est nécessaire de pouvoir calculer de manière explicite chaque solution correspondant à chacune des conditions initiales.

– Le maniement de la définition est fastidieux.

Par conséquent, des résultats permettant de déterminer la stabilité sans devoir intégrer les équations dynamiques seront des solutions approuvables, c'est ce qui va être représenté dans le paragraphe suivant.

1.1.2 Stabilité au sens de Lyapunov :

Un système est stable au sens de Lyapunov, si $\forall R > 0,\ \exists r > 0$ tel que: $\| x_0 \| < r \Rightarrow \| x(t) \| < R$ avec x_0 condition initiale du système.

Cette définition signifie que, quelle que soit la boucle d'éxigence de rayon R, il est toujours possible de choisir une certaine sous-boucle de taille r telle que, pour toutes conditions initiales comprises dans cette sous-boucle, les trajectoires résultantes seront, en tout temps, comprises dans la boucle d'éxigence de rayon R.

Lorsque le système est stable, il est toujours possible de trouver une telle sous-boucle, même lorsque le rayon R de la boucle d'éxigence a diminué de maniére de le rendre arbitrairement petit, augmentant ainsi les contraintes sur les conditions initiales.

Remarque :

Un système est instable au sens de Lyapunov lorsqu'il n'est pas stable au sens de Lyapunov.

Fonction candidate de Lyapunov :

Le candidat de Lyapunov est une fonction $V(x)$ qui possède deux propriétés essentielles :

1) La première est la qualité d'extremum au point d'équilibre, à savoir s'il s'agit d'un maximum ou d'un minimum. Le point d'équilibre a tendance à être stable si cet extremum est un minimum.

Afin de forcer la présence d'un minimum au point d'équilibre, la fonction sera contrainte à être positive pour toute valeur différente de l'origine. Elle ne pourra s'annuler qu'à l'origine.

2) La deuxième particularité de la fonction candidate de Lyapunov est que : lors de la présence d'un système stable, elle a tendance à diminuer ou d'être conservée lors de l'évolution du système.

En conséquence, on exigera en plus du candidat de Lyapunov que sa dérivée soit négative : $\dot{V}(x) = \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right)^T f(x) < 0$.

Exemple :

La fonction énergétique $V(x) = \frac{1}{2} x^2$ est une fonction candidate de Lyapunov qui présente ce type de particularité.

Ainsi, le théorème de stabilité fondamental (*méthode directe)* de la théorie de Lyapunov peut être énoncé de la manière suivante :

Si une fonction candidate de Lyapunov $V(x)$ existe pour un système donné, alors ce système est stable en plus si la fonction de Lyapunov est strictement décroissante $\left(\dot{V}(x) < 0,\ \forall x \neq 0 \right)$ alors la stabilité est asymptotique.

Cette définition de la stabilité sera adoptée pour exposer la commande des systèmes non linéaire.

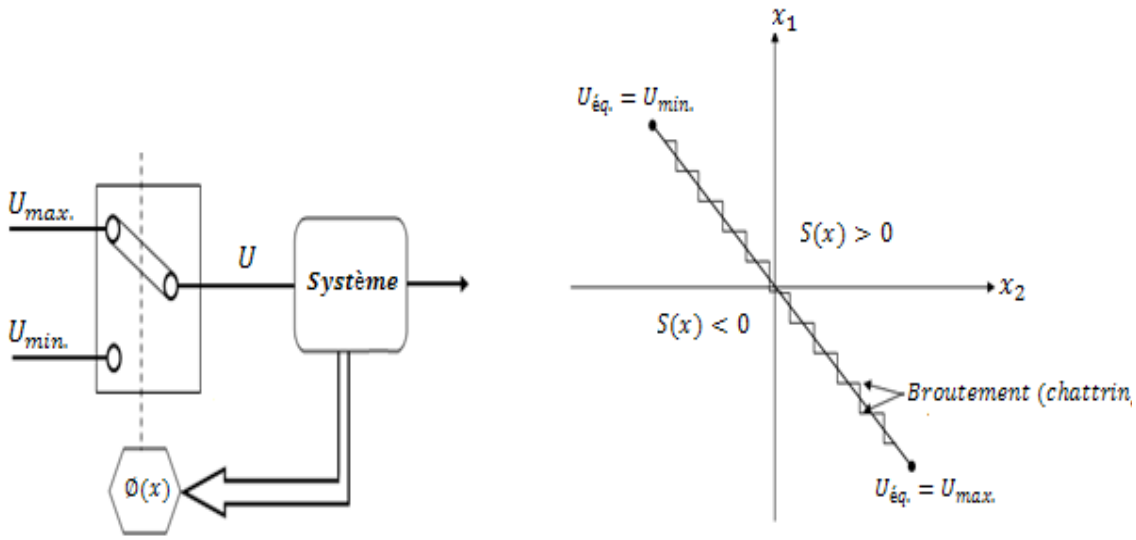
1.1.3 La commande à structure variable :

Cette technique a connu un développement théorique au début des années 60 par l'école Soviétique plus connue sous la dénomination de « la commande par mode glissant »grâce à la résolution des équations différentielles a entrée discontinue avec second membre par le mathématicien russe A.Fillipov, suivie des recherches de S. Emelyanov en 1967 puis c'est Utkin [4] qui a introduit la notion de commande équivalente en 1977. Cette dernière définit le comportement du système une fois la consigne (surface glissante) atteinte.

Principe :

Le réglage par mode glissant est un mode de fonctionnement particulier des systèmes de réglage à structure variable [5-6].

Un système à structure variable est un système pouvant changer de structure en faisant commuter sa commande entre deux valeurs suivant une logique de commutation bien spécifique $(\varnothing(x))$ comme illustré dans la figure I.02(a), permettant à toutes les variétés de trajectoires de converger vers un comportement désiré et de les maintenir sur cette trajectoire appelée « surface de glissement ».



(a)
Réglage par commutation

(b)
Trajectoire avec loi proportionnel en mode glissant

Figure I.02: Principe de la commande à structure variable

Algorithme :

L'algorithme de la commande par mode glissant est basé sur trois étapes :

1. *Détermination de la surface de glissement*

Pour déterminer la surface de glissement, J.J. Slotine propose une forme d'équation générale :

$$S(X) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{n-1} e \qquad \text{(I.03)}$$

n : Ordre du système.

λ : Coefficient positive.

e : L'erreur commise entre l'état désiré X_d et le vecteur d'état X .

2. *Condition de convergence*

La condition de convergence est définie par l'équation de Lyapunov : $S(X)\dot{S}(X) < 0$ qui rend la surface de commutation attractive et invariante.

$\dot{S}(X)$: La dérivée de la fonction d'état $S(X)$.

3. *Calcul de la loi de commande*

Les lois de commande par mode glissant sont en générale de type relais $\frac{U_{min}}{U_{max}}$ ou par changement de la contre-réaction d'état, les fréquences de commutation sont d'environ 10 à 20kHz pour des puissances de quelques kw.

Considérons le cas d'une loi de commutation du type proportionnel : $S(X_c) = K_E X_d - K_x X_c$.

Avec :

X_c : vecteur d'état à commander et $(K_x, K_E) \in \mathbb{R}^2$.

La loi de commade impose :

$$U = \begin{cases} U_{max} & \text{pour } S(X_c) > 0 \\ U_{min} & \text{pour } S(X_c) < 0 \end{cases} \qquad \text{(I.04)}$$

U oscille continuellement entre ces deux valeurs avec une fréquence de commutation infini. Dans cecas le vecteur d'état reste sur la trajectoire : $S(X_c) = 0$ (figure I.02.(b)).

Pour éliminer l'erreur statique et réduire l'effet de broutement, un intégrateur peut être rajouté dans la loi de commande.

Condition d'existence du mode glissant:

La condition qui prélude à l'existence de la commande est la propriété de transversalité qui s'apparente à la notion de degré relatif unitaire qui exige que la commande équivalente soit comprise entre les valeurs extrêmes de la commande instantanée c.-à-d. les commutations ont lieu continuellement entre U_{max} et U_{min} ce phénomène est illustré dans la figure (I.03) pour le cas d'un système de réglage du deuxième ordre avec les deux variables d'état x_1 et x_2 .

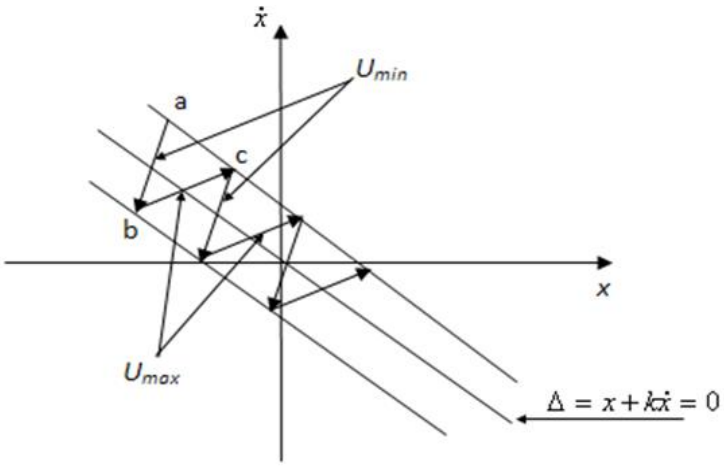


Figure I.03 : Démonstration du mode glissant.

Cette commande, robuste par principe, suppose en théorie une fréquence de commutation arbitrairement élevée mais s'apparente dans les cas réels et simples à une commande par hystérésis.

On considère d'abord une hystérésis sur la loi de commutation $S(x)=0$ (droite en trait interrompu), les commutations ont lieu sur les droites décalées parallèlement de $\pm\Delta S$ une trajectoire avec $U=U_{max}$ touche au point "a" le seuil de basculement inférieur. Si avec $U=U_{min}$ la trajectoire est orientée vers l'intérieur de la zone de l'hystérésis, elle touche au point "b" le seuil de basculement supérieur ou lieu de commutation sur $U=U_{min}$ si la trajectoire est de nouveau orientée vers l'inférieur et ainsi de suite. Il y a donc un mouvement continu à l'intérieur de la zone de l'hystérésis. Par conséquent la loi de commutation fait un mouvement infiniment petit autour de $S(x)=0$ et le vecteur x suit une trajectoire qui respecte cette condition.

1.2. La commande basée sur la passivité (PBC):

1.2.1 Introduction :

La conception de la commande basée sur la passive (Passivity Based Control) est structurée sur l'idée de la formation d'énergie des systèmes inspirée des travaux de Takegaki et Arimoto[7] dans la commande des manipulateurs des robots, ce champ bien connu et fortement réussi.

Un des premiers résultats sur la passivité remonte aux années 50, où le raccordement entre la passivité et la stabilité des réseaux linéaires a été établi par le travail de Youla, dans le contexte de la théorie de circuit.

L'utilisation de ces idées pour une grande classe des systèmes (par exemple le modèle d'Euler-Lagrange) été suggéré dans [8], (voir également le papier innovateur de Slotine [9] et la vue relative sur la commande des systèmes physiques par Hogan [10]).

Employer la notion fondamentale de la passivité, le principe plus tard a été formalisé dedans [11], où la limite de la commande passive était inventée pour définir une méthodologie de conception de

contrôleur dont le but est de rendre le système en boucle fermée passif avec une fonction de stockage attribuée.

L'importance de lier la passivité à l'énergie formée peut à peine être surestimée. D'une part, visionnement de l'action de commande en termes d'interconnexions des systèmes passifs fournit une interprétation de la balance énergétique du mécanisme de stabilisation.

La commande passive a été ensuite, prolongée pour couvrir des applications étendue.

A la même époque, J. Wyatt *et al* [12-13] ont réalisé le lien entre la propriété dissipative [14] et les propriétés passives des réseaux électriques. En plus, une forme canonique de représentation des systèmes conservatifs a été développée. La propriété antisymétrique de certaines matrices des modèles bilinéaires d'une large classe de circuits électriques est démontrée pour la première fois.

R. Ortega et al.[15] ont présenté la commande passive adaptative en 1989, concernant toujours les robots-manipulateurs. L'originalité vient du fait que, pour la première fois, l'ensemble commande-estimateur-système sont intégrés au même processus de calcul et de synthèse du correcteur stabilisant, ce qui donne des résultats de stabilité globale très intéressants.

Il faut attendre 1990 pour voir apparaître la première commande d'un convertisseur basée sur le « modelage » de l'énergie totale via Lyapunov, mais n'exploite que le critère de Lyapunov pour concevoir une commande stabilisant le système [11].

En 1993 R. Ortega et al.[16] utilisent l'approche passive pour stabiliser un système caractérisé par plus de degrés de liberté que d'actions de commande : la régulation du couple d'un moteur à induction. Ils assurent la stabilité globale du système grâce à une étude de la dynamique des zéros non généralisable à une classe de systèmes plus vaste. Néanmoins, ils ouvrent une voie de recherche et d'applications très large.

Ce n'est qu'en 1995 que la première commande passive d'un convertisseur statique est présentée par Sira-Ramirez et al [17]. Il s'agit de stabiliser des convertisseurs DC-DC de type hacheur parallèle et série/parallèle. Ce type de convertisseur présente l'avantage d'avoir une dynamique des zéros d'ordre unitaire, ce qui simplifie la vérification de la stabilité.

Pour finir ce petit historique, il faut mentionner l'article de Ortega et al.[18], où une approche mixte commande passive/modes glissants est adoptée.

1.2.2 Notions mathématiques :

Dans la suite, nous donnons quelques indications clés de la passivité, tout en étant très proche du théorème du petit gain, afin de pouvoir bien comprendre comment l'exploiter dans la commande des systèmes flexibles -comprenant des modes résonnants- en électrotechnique et la manière de garantir leurs stabilités en boucle fermée.

Espace $\mathcal{L}_q$:

L'espace $\mathcal{L}_q$, $q \in \{1,2,\ldots\}$ est défini comme l'ensemble des fonctions : $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$ qui contentent l'inégalité :

$$\int_0^\infty |f(t)|^q \, dt < \infty \tag{I.05}$$

$\mathcal{L}_2$: est l'espace d'ensembles des fonctions $f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$ à énergie bornée :

$$\int_0^\infty |f(t)|^2 \, dt < \infty \tag{I.06}$$

La norme de l'espace $\mathcal{L}_q$:

La fonction $\|.\|_q : \mathcal{L}_q \to \mathbb{R}^+$ est appelée norme de $\mathcal{L}_q$ définit par :

$$f(t)_q = \left[\int_0^\infty |f(t)|^q \, dt \right]^{1/q}, q \in \{1,2,\ldots,\infty\} \tag{I.07}$$

- La norme euclidienne $\mathcal{L}_2$ est ainsi formulée :

$$\| f(t) \|_2 = \sqrt{\int_0^\infty |f(t)|^2 \, dt} \, . \tag{I.08}$$

- L'application des fonctions vecteur définit par : $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^m$ qui ont une norme euclidienne bornée : $\| f \|_2 < \infty$ est appelée l'espace $\mathcal{L}_2^m$ de Hilbert (l'indice exposant indique la dimension).

L'opérateur dans l'espace $\mathcal{L}_q$:

Un opérateur est une application $G : \mathcal{L}_q \to \mathcal{L}_q$ reliant l'entrée $u \in \mathcal{L}_q$ et la sortie $y \in \mathcal{L}_q$ tels que : $y = G.u$

Un tel opérateur est : additionnel, commutatif, associatif et linéaire.

Fonction sans mémoire :

L'application $G : \mathcal{L}_q \to \mathcal{L}_q$ est dite « fonction sans mémoire » si la sortie $y = G(u(t_0))$ ne dépend que de l'instant t_0 .

La dérivée de Lie :

C'est une fonction scalaire définit comme étant la dérivée d'une fonction $h : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ suivant la direction d'un champ vecteur f notée $L_f h$, c'est le produit scalaire entre le gradient de cette fonction et le champ de vecteur : $L_f h = \nabla h . f$

$\nabla = \dfrac{\partial}{\partial \mathrm{x}}$: Opérateur gradient.

Cette dérivée représente le taux d'évolution de la fonction h le long du champ de vecteur $f(x)$

Si g un autre champ de vecteur, alors on a : $L_g L_f h = \nabla(L_f h) g = L_g \left(\dfrac{\partial h}{\partial x} f \right)$.

Taux d'approvisionnement :

Le taux d'approvisionnement d'un système quelconque définit respectivement par u, y comme entrée et sortie c'est le débit d'arrivée d'énergie vers ce système $= \frac{1}{2}(\gamma^2 \| u \|^2 - \| y \|^2)$.

Avec : $\gamma \in \mathbb{R}$.

Stockage disponible :

Pour tout variable d'état $x \in X$ on définit le stockage disponible :

$$V_a(x): X \to \mathbb{R}^+ \quad \text{par} : V_a(x(T)) = sup \frac{1}{2} \int_0^T \left(\gamma^2 \| u \|^2 - \| y \|^2 \right) dt. \tag{I.09}$$

Avec :

$x(0) = x_0$: L'état initial du système, $\gamma \in \mathbb{R}$.

u : L'entrée du système $u \in \mathcal{L}_2[0,T], \ T > 0$

y : La sortie.

L'interprétation du stockage disponible $V_a x(t)$ comme étant la plus grande quantité d'énergie qui peut être extraite à partir du système.

Fonction de stockage :

Elle mesure la quantité d'énergie contenue dans le système.

Une fonction $H(x): X \to \mathbb{R}^+$ est dite de stockage si l'intégral suivant est satisfait $(\forall t > t_0)$:

$$H(x(t)) - H(x(t_0)) \leq \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t} \left(\gamma^2 u^2 - y^2 \right) d\tau \tag{I.10}$$

Avec : $H(0) = 0$, $u \in \mathcal{L}_2[t_0, t]$ et $x(t_0)$ comme condition initiale avec t_0 fixe.

<u>Notons bien que</u> : La fonction de stockage $H(x)$ n'est pas unique pour un système donné, car elle dépend du choix de la constante γ et de l'entrée u en plus, elle change à tout moment.

L'intégral droite représente l'énergie fournie au système, tandis que celui de gauche est composée de la différence entre l'énergie fournie à l'entrée et celle perdue à la sortie.

Système dissipatif :

Un système est dit dissipatif, avec un taux d'approvisionnement $= \frac{1}{2}(\gamma^2 \| u \|^2 - \| y \|^2)$ si la fonction de stockage $H(x)$ citée ci-dessus existe.

1.2.3 Notions de passivité :

Avant d'introduire les notions de passivité et de dissipative, il est commode de motiver ces concepts avec quelques exemples tirés de la théorie des circuits électriques, on commence par rappeler que l'énergie est définie comme suit :

$E(t) = \int_{t_0}^{t} P(\tau) d\tau$ Ou : $P(t) = \frac{dE(t)}{d(t)}$ la puissance exprimée comme étant le transfert d'énergie par unité du temps.

Dans la théorie des circuits, les éléments qui ne génèrent pas leur propre énergie, sont dits
Passifs.

Plusieurs définitions caractérisent la notion de passivité des systèmes, on peut retenir les déterminations suivantes :

Définition intuitive de la passivité :

Le système représenté par l'équation d'état suivante :

$$\Sigma : \begin{cases} \dot{x} = f(x,u) \\ y = h(x,u) \end{cases} \qquad \text{(I.11)}$$

Possédant à la fois une entrée u et une sortie $y = h(x,u)$, (utilisées pour injecter ou soutirer de la puissance) est dit passif s'il ne peut pas y avoir de génération interne de puissance.

En d'autre terme, l'apport de puissance est positif $(P = u.y \geq 0)$.

Ainsi, le soutirage de la puissance se fait au détriment du stock interne d'énergie du système. Pour une compréhension facile des concepts de dissipation et de passivité, il est convenable d'imaginer que Σ est un système physique caractérisé par la propriété que son énergie peut être augmentée seulement par l'approvisionnement d'une source extérieure.

Système statique passif :

Les systèmes passifs les plus simples sont ceux qui ne comportent pas de dynamique. La sortie est directement fonction de la valeur de la grandeur d'entrée.

Pour simplifier encore d'avantage la présentation, on considère que l'entrée u comporte une seule dimension idem pour la sortie.

Donc, pour que la puissance consommée soit entièrement dissipée à chaque instant, il faut que le produit entrée-sortie soit positif.

Exemple :

La résistance électrique de la figure I.04 illustre parfaitement ce cas de système.

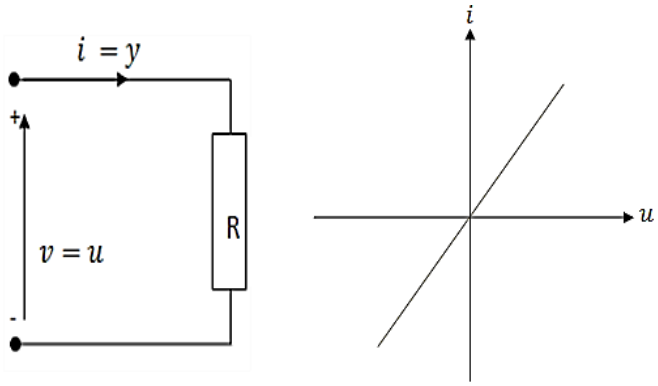


Figure I.04 : Exemple d'élément linéaire passif statique « Résistance électrique ».

$v = Ri$

Avec :

$u = v$: L'entrée du système représente la tension d'alimentation.

$y = i$: La sortie du système représente le courant de circulation.

R : La résistivité de l'élément passif.

Etant donné que le système est statique, la puissance est dissipée instantanément par effet joule, il n'y a pas de notion de stockage interne de puissance.

Un simple calcul donne aisément : $u.y = Ri^2 \geq 0$.

Cas général :

L'exemple de la résistance électrique peut s'étendre par analogie à une plus large classe de systèmes. L'extension doit cependant prendre en compte la nécessité de dissiper instantanément la puissance que donne le couple (entrée-sortie). En conséquence, il est impératif que : $u.y \geq 0$.

La caractéristique graphique $y = f(u)$ doit être implantée dans le premier et le troisième quadrant du plan (figure I.05).

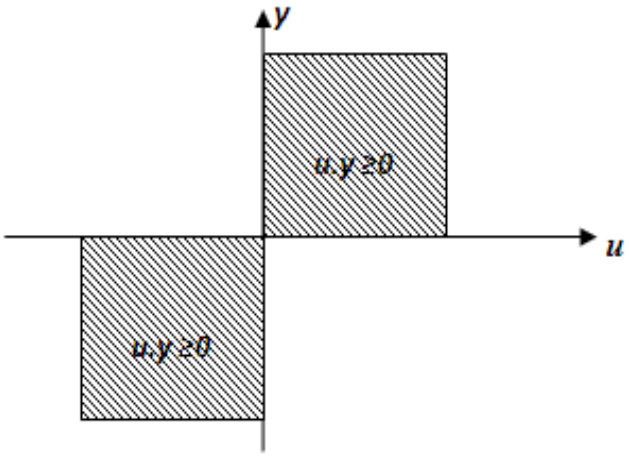
Si le système est à multiports alors, (u, y) sont des vecteurs et le flux de puissance dans le réseau est

exprimé par : $u^T y = \sum_{i=1}^{p} u_i y_i$ (I.12)

u^T : Vecteur ligne.

p : Nombre de port « entrées=sortis » du système.

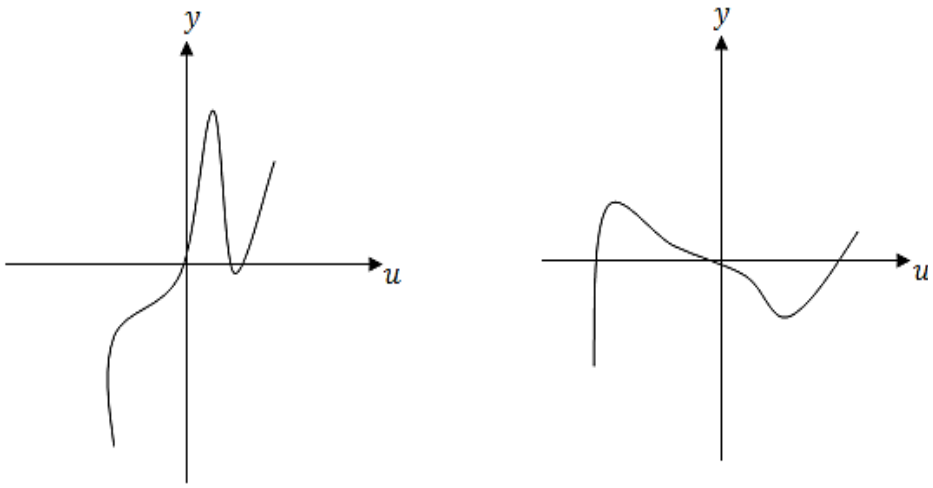
Alors, dans ce cas le système est passif si : $u^T y \geq 0, \ \forall u$.



FigureI.05 : Signification graphique de la passivité.

Remarque :

- Pour un système passif non linéaire, la caractéristique $y = f(u)$ générée est non linéaire (figure I.06(a)).
- Pour un système non passif la caractéristique $y = f(u)$ appartienne à tout l'espace, comme illustrée dans la figure I.06(b).



(a)
Système passif non linéaire

(b)
Système non passive

Figure I.06 : Types de la caractéristique: $y = f(u)$.

Système dynamique passif :

Lorsque le système comporte une partie dynamique, certaines variables d'état sont associées a ce dernier, le produit de l'entrée par la sortie (u, y) ne suffit plus pour caractériser la passivité, en effet, la puissance peut être emmagasinée dans les éléments dynamiques comme elle peut également être restituée à l'entrée du système.

Equation énergétique d'équilibre -EBE- :

Equation énergétique d'équilibre consiste à dire qu'un système dynamique est passif si l'énergie fournie à ce dernier est divisée en deux tranches : l'une stockée à l'intérieur et l'autre dissipée, mathématiquement on a :

$$\int_0^t u(s)\,y(s)\,ds = H\left(x(t),t\right) + D\left(x(t),t\right) \tag{I.13}$$

$$Energie\ fournie = Energie\,stockée\ +\ Energie\,dissipée$$

Où $H\left(x(t),t\right) >$ constante : est la fonction de stockage.

$D\left(x(t),t\right)$: Une fonction positive qui capture les effets de dissipation (exemple : résistance électrique, les frictions…etc.).

Cette égalité est intitulée « équation énergétique d'équilibre (en anglais EBE) » et ainsi un système qui satisfait EBE est passif.

En termes de puissance : $\dot{H}(t) = u(t)\,y(t) - \Psi(t)$ (I.14)

Avec :

$\dot{H}(t) = \dfrac{dH(t)}{dt}$ *:* La puissance stockée dans le système.

$\Psi(t) = \dot{D}(t)$: Une fonction définit positive représentant la dissipation.

Alors un système dynamique est passif si sa puissance stockée est inférieur à la puissance fournit à son entrée $\left(\dot{H}(t) \le u(t)\,y(t)\right)$ cette définition de la passivité est appelée '' définition différentielle ''.

Exemple :

Considérons un circuit électrique dynamique comportant des résistances, une inductance et une capacité comme indiqué sur la figure I.07. :

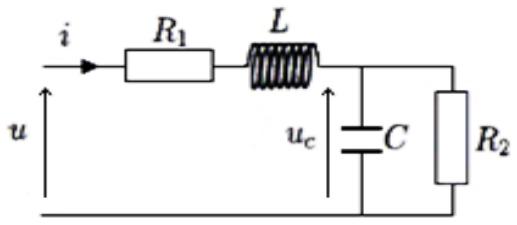


Figure I.07. : Système dynamique passif « Circuit électrique RLC »

Ce circuit peut recevoir le flux de puissance par l'intermédiaire du couple $(u, y) = (tension).(courant)$, celle-ci peut être dissipée partiellement dans les résistances R_1, R_2 et stockée dans les deux éléments $L\ et\ C$.

Le circuit peut également fournir de la puissance à l'entrée en diminuant son stock interne d'énergie (à partir de la charge dans la capacité ou le champ magnétique dans la bobine).

La dynamique d'un tel système est décrite par :

$$\begin{cases} u = R_1 i + L\dfrac{di}{dt} + u_c \\ y = C\dfrac{du_c}{dt} + \dfrac{1}{R_2}u_c \end{cases} \tag{I.15}$$

Avec :

u : Tension d'alimentation.

$y = i$: Courant électrique.

On pose comme variables d'état : $x_1 = i$, $x_2 = u_c$ on parvient à la représentation d'état :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\dfrac{R_1}{L}x_1 - \dfrac{1}{L}x_2 + \dfrac{1}{L}u \\ \dot{x}_2 = -\dfrac{1}{C}x_1 - \dfrac{1}{R_2 L}x_2 \\ y = x_1 \end{cases} \tag{I.16}$$

L'énergie emmagasinée dans le circuit est : $H(x) = \dfrac{1}{2}Lx_1^2 + \dfrac{1}{2}Cx_2^2$.

On peut définir l'évolution de cette énergie dans le temps par :

$$\begin{aligned} \dot{H}(x) &= \frac{\partial H(x_1, x_2)}{\partial(x_1, x_2)} = Lx_1\dot{x}_1 + Cx_2\dot{x}_2 = Lx_1\left(-\frac{R_1}{L}x_1 - \frac{1}{L}x_2 + \frac{1}{L}u\right) + Cx_2\left(-\frac{1}{C}x_1 - \frac{1}{R_2 L}x_2\right) \\ \dot{H}(x) &= uy - \left(R_1 x_1^2 + \frac{1}{R_2}x_2^2\right) \end{aligned} \tag{I.17}$$

Posons $\Psi(x) = R_1 x_1^2 + \dfrac{1}{R_2}x_2^2 \geq 0$: comme étant la puissance dissipée dans le circuit.

Alors : $\dot{H}(x) \leq u.y$

Le circuit R-L-C est un système dynamique passif.

Cas particulier :

Si $\dot{H}(t) = u(t).y(t)$: le système est sans perte.

Cas général :

Une extension mathématique de la notion de passivité à des systèmes multiports est possible.

Soit la représentation d'état de l'équation (II.02) où : (u, y) sont des vecteurs, alors s'il existe une constante : $\gamma > -\infty$, $H > \gamma$ et $\dot{H}(x) = u^T y - \Psi(x)$ alors le système est passif.

Définition intégrale:

Il est possible de donner une autre définition équivalente de la passivité sous forme d'intégrale ne faisant pas intervenir de notion différentielle.

Soit le système (II.02) passif multiport, alors :

$$\exists \gamma \in \mathbb{R} / \gamma > -\infty,\ \ H(x) > \gamma \text{ et } \Psi(x) \geq 0 \text{ et tel que : } \dot{H}(x) = uy - \Psi(x) \qquad \text{(I.18)}$$

Ceci implique : $\exists \alpha \in R / \alpha > -\infty$ telle que ''la définition intégrale'' suivante est satisfaite :

$\int_0^{\infty} u^T(\tau)\, y(\tau)\, d\tau > \alpha \Rightarrow$ Le système est passif.

En fait, la définition intégrale signifie qu'il est impossible en jouant sur l'entrée de rendre arbitrairement petit le stock interne d'énergie car il est borné inférieurement $\left(H(x) > \gamma\right)$.

Remarque :

Pour voir la correspondance entre les deux définitions on résonne comme suit :

$$\int_0^{\infty} \dot{H}(\tau)\, d\tau = \int_0^{\infty} u^T(\tau)\, y(\tau)\, d\tau - \int_0^{\infty} \Psi(\tau)\, d\tau \leq \int_0^{\infty} u^T(\tau)\, y(\tau)\, d\tau \Rightarrow H(x) - H(o) \leq \int_0^{\infty} u^T(\tau)\, y(\tau)\, d\tau$$

Or : $H(x) > \gamma$ et $\int_0^{\infty} u^T(\tau)\, y(\tau)\, d\tau > \alpha$, alors :

$$\alpha = \gamma - H(0) \leq H(\infty) - H(0) \leq \int_0^{\infty} u^T(\tau)\, y(\tau)\, d\tau \qquad \text{(I.19)}$$

Signification graphique de la passivité :

Si le terme de la passivité est assigné à toute fonction $y = h(t,u)$ indépendamment de son origine physique, on dit que le graphe $y = h(t,u)$ doit appartenir au secteur $[0, +\infty]$, où zéro et l'infini représentent la limite de la pente du graphe (figure I.08).

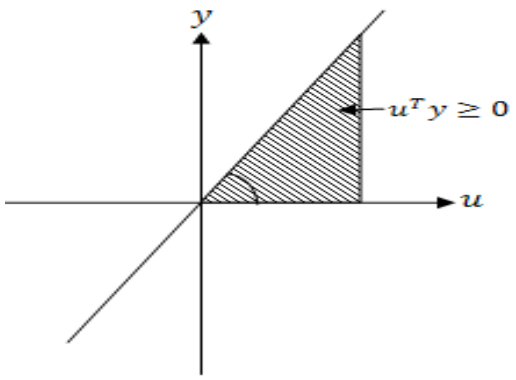


Figure I.08 : Interprétation graphique de la passivité.

Remarque :

- Si la caractéristique $y = h(t,u)$ change avec le temps, le graphe $u - y$ varie aussi dans le temps mais sans dépasser le secteur $[0,+\infty]$ pour que $u^T h(t,u) \geq 0,\ \forall(t,u)$ reste valable tout le temps.

- Si : $u^T y = 0$ l'extrême cas de passivité, le système est sans perte [19].

- Pour une fonction de vecteur, nous pouvons donner une représentation graphique de la passivité dans le cas spécial où $h(u,t)$ est découplé, i.e. $h(u,t)$ dépendent seulement de u : $h(t,u) = \begin{bmatrix} h_1(t,u_1) \\ h_2(t,u_2) \\ \cdots \\ h_m(t,u_m) \end{bmatrix}$.

Dans ce cas le graphe de chaque composante appartient au secteur $[0,+\infty]$.

La représentation graphique est rarement sollicitée, on utilise contrairement la définition analytique.

1.2.4. Propriétés de la passivité

1.2.4.1 Excès et restriction de la passivité :

Pour modifier l'état de passivité d'un système, on s'appuie sur les critères suivants [20] :

a) Action parallèle d'entrée :

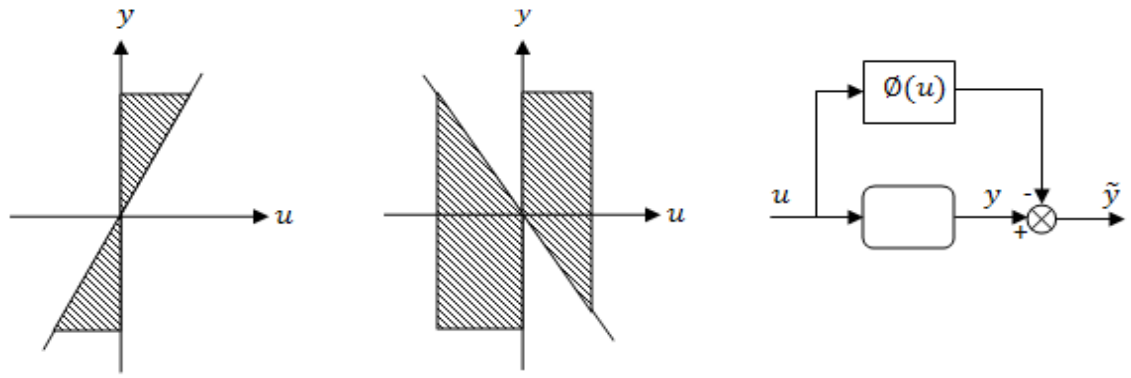
Considérons la fonction $y = h(t,u)$ qui satisfait $u^T y \geq u^T \varnothing(u)$ pour certaine fonction $\varnothing(u)$. Lorsque $u^T \varnothing(u) > 0, \forall u \neq 0$, h est appelée « entrée strictement passive » car, la passivité est stricte dans le sens que: $u^T y = 0$ seulement si $u = 0$ (le graphe $u - y$ ne touche l'axe u que dans le point d'origine). Quand $h(t,u)$ est un scalaire et $\varnothing(u) = k.u$ où : $k \in \mathbb{R}$ un gain d'ajustement on a :

- Si : $k > 0$ on dit que le système a un excès de passivité (ne touche plus l'axe u) figure I.09(a).
- Si : $k < 0$ le système n'est pas obligatoirement passif « restriction de passivité » figure I.06(b).

L'excès et la restriction de passivité peuvent être modifiés par une action d'entrée en parallèle (Feedforward) figure I.09(c), avec une nouvelle sortie définie par : $\tilde{y} = y - \varnothing(u)$, on obtient le nouveau système caractérisé par la puissance :

$$u^T \tilde{y} = u^T.\left(y - \varnothing(u)\right) = u^T.y - u^T.\varnothing(u) \geq 0 \qquad \text{(I.20)}$$

Donc, toute fonction qui satisfait : $u^T y \geq u^T \varnothing(u)$ peut être transformée en une fonction appartenant au secteur $[0,+\infty]$ via une entrée en parallèle.



(a) : $k > 0$ Excès de la Passivité

(b) : $k < 0$ Restriction de la passivité

(c) Déplacement de la passivité par action parallèle

Figure I.09 : Représentation graphique de l'action parallèle sur la passivité.

b) Rétroaction de la sortie:

Supposant que : $u^T y \geq y^T . \rho(y)$ pour certaine fonction (y).

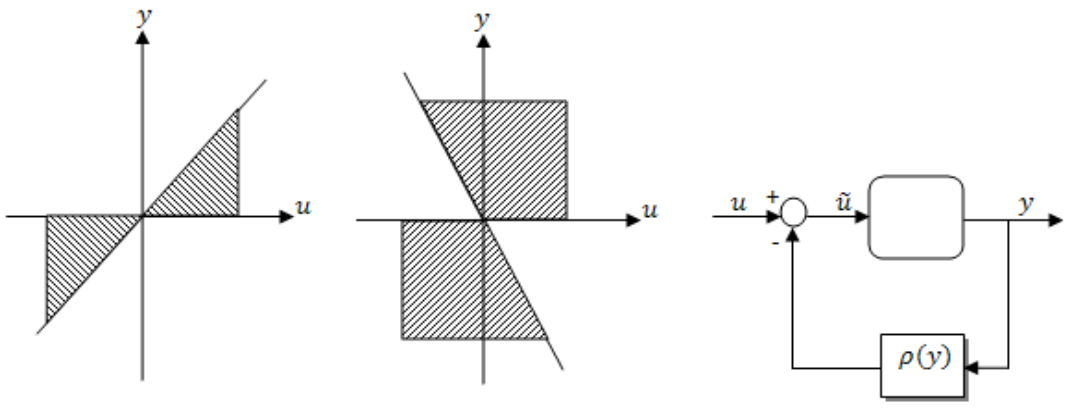
Identiquement à l'analyse pour la technique précédente, lorsque $y^T \rho(y) > 0, \forall y \neq 0$, il y a un excès de passivité et si $y^T \rho(y) < 0$ pour quelques valeurs de y, alors il y a striction de passivité.

Si $h(t,u)$ est un scalaire et $\rho(y) = \varepsilon . y$ où : $\varepsilon \in [-\infty, +\infty]$ un gain d'ajustement on a :

- Si $\varepsilon > 0$ on dit que le système a un excès de passivité (ne touche plus l'axe y) figure I.10(a).
- Si $\varepsilon < 0$ le système n'est pas obligatoirement passif « restriction de passivité » figure I.10(b).

Excès et restriction de passivité peuvent être modifiés par une opération de rétroaction de la sortie (Feedback) figure I.10(c), avec la nouvelle entrée définie par $\tilde{u} = u - \rho(y)$ on obtient le nouveau système caractérisé par la puissance :

$$\tilde{u}^T y = \left(u - \rho(y)\right)^T y = u^T y - y^T \rho(y) \geq 0$$



Excès de la Passivité

Restriction de la passivité

déplacement de la passivité par rétroaction

Figure I.10 : Représentation graphique de la rétroaction sur la passivité

.

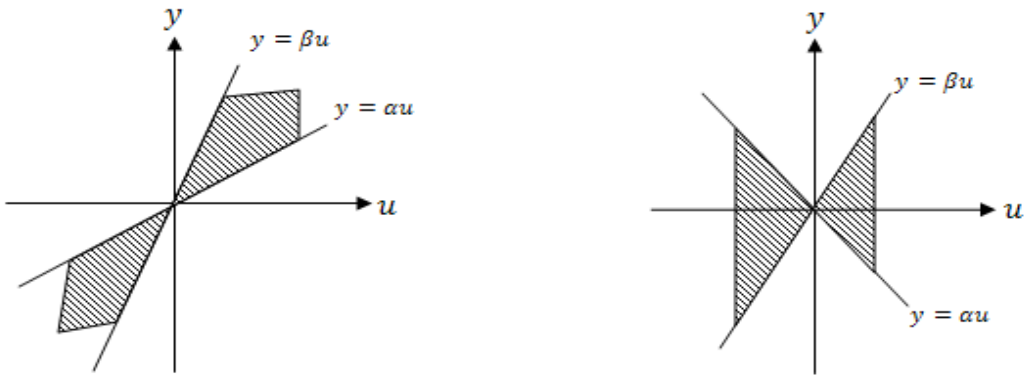
Donc, toute fonction qui satisfait : $u^T y \geq y^T \rho(y)$ peut être transformée en une fonction appartenant au secteur $[0, +\infty]$ via rétroaction de la sortie.

c) Combinaison des deux actions :

Considérant la fonction scalaire $y = h(t,u)$ qui satisfait l'inégalité:

$$\alpha u^2 \leq u^T y \leq \beta u^2 \ ; \ (\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2 \text{ et } \alpha \leq \beta, \ \forall (t,u) \qquad \text{(I.21)}$$

La caractéristique de la fonction $h(t,u)$ est limitée par les deux droites : $y = \beta u, \ y = \alpha u$ on dit que $h(t,u)$ appartiennent à l'intervalle borné $[\alpha, \beta]$ pour $\alpha \in [-\infty, +\infty]$ et $\beta > 0$ (figure I.11 (a-b)).



(a) $\alpha > 0$ (b) $\alpha < 0$

Figure I.11 : Représentation graphique de la combinaison action parallèle + rétroaction.

Si on compare le champ de la figure (I.11) avec celui des figures (I.09-10), nous remarquons que la fonction $h(t,u)$ dans l'intervalle $[\alpha, \beta]$ combine entre la passivité par entrée en parallèle et la passivité par rétroaction. Alors, le secteur $[\alpha, \beta]$ est l'intersection de l'intervalle $[\alpha, \infty]$ avec $[0, \beta]$.

On peut dire qu'une fonction $h(t,u)$ peut être transformée en une autre fonction appartenant au secteur $[0, \infty]$ par une séquence : entrée en parallèle+rétroaction de sortie.

Ce résultat est importante dans la commande des systèmes par la passive via rétroaction et entrée en parallèle.

1.2.4.2 Connexion des systèmes passifs :

L'immense avantage des systèmes passifs est leur plasticité lors de connexion en tout genre. En effet, ces systèmes se comportent très bien lors d'une connexion série, en parallèle et par rétroaction car ils agissent en quelque sorte indépendamment de leur connexion. Ce dernier cas est important lors d'association des sous-systèmes passifs par retour de sortie.

La connexion des systèmes passifs, donne ceci :

a) Connexion parallèle :

Lors d'une connexion parallèle de deux systèmes passifs $i=1,2$ avec les fonctions de stockage interne et de dissipation du système (i) V_i, Ψ_i respectivement, la passivité est préservée.

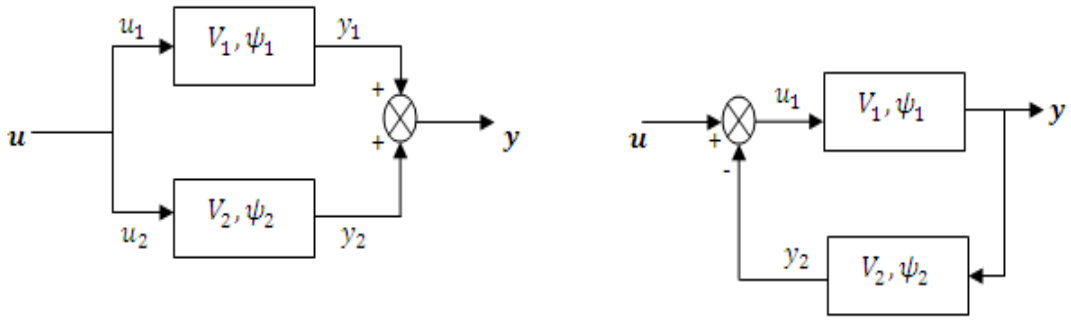
Preuve :

Selon la figure I.12(a) et d'après la définition différentielle on a :

$$\begin{cases} \dot{V}_1 = u_1 y_1 - \Psi_1 \\ \dot{V}_2 = u_2 y_2 - \Psi_2 \end{cases} \tag{I.22}$$

$$\dot{V} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 = u_1 y_1 + u_2 y_2 - \Psi_1 - \Psi_2 = u\left(y_1 + y_2\right) - \left(\Psi_1 + \Psi_2\right) = uy - \Psi$$

Le Système globale est passif, avec : $\Psi = \Psi_1 + \Psi_2 \geq 0$.



(a) Connexion parallèle

(b) connexion par rétroaction

Figure I.12 : La connexion des systèmes passifs

b) Connexion par rétroaction :

Etant donné que lors de la connexion par rétroaction les deux systèmes interagissent d'amont en aval et ceci à l'infini. La passivité est donc maintenue.

Preuve :

Soit donc la connexion par rétroaction négative de la figure I.12(b).

En tenant compte de la particularité de la connexion :

$$\begin{cases} \dot{V}_1 = u_1 y - \Psi_1 \ ; & \Psi_1 \geq 0 \\ \dot{V}_2 = y y_2 - \Psi_2 \ ; & \Psi_2 \geq 0 \end{cases} \tag{I.23}$$

$$\dot{V} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 = \left(u - y_2\right) y + y y_2 - \Psi_1 - \Psi_2 = uy - y_2 y + y_2 y - \left(\Psi_1 + \Psi_2\right) = uy - \Psi$$

Le système est passif, avec : $\Psi = \Psi_1 + \Psi_2 \geq 0$.

Remarque :

La propriété de maintenir la passivité après connexion par rétroaction négative de deux systèmes passifs est extrêmement utile pour la synthèse des lois de commande. En effet, il est possible d'identifier des sous-systèmes passifs dans un système à commander. Lorsque ceci n'est pas directement le cas, un bouclage partiel peut transformer une sous-partie passive. Lorsque le système complet admet (après bouclage) une décomposition en systèmes passifs (chaque sous-système est

connecté aux autres par connexion parallèle, série ou par rétroaction négative) la stabilité sera garantie par les propriétés de connexion élaborées ci-dessus. Ceci permet de constituer une fonction de Lyapunov compliquée à partir de fonctions plus simples associées aux sous-parties passives. Nous examinerons de telles techniques dans la section consacrée à la synthèse.

Quelques exemples :

01) *Intégrateur pur :*

L'intégrateur est un système sans perte, d'après la figure I.13(a) on a :

$u = \dot{x} \Rightarrow y = \int u = x$, l'énergie emmagasinée dans un tel système est :

$$V = \frac{1}{2}x^2 \Rightarrow \dot{V} = x\dot{x} = uy \tag{I.24}$$

Système sans perte.

02) *Intégrateur en cascade avec une fonction sans mémoire* :

L'équation d'état d'un tel système (figure I.13(b)) est : $\begin{cases} \dot{x} = u \\ y = H(x) \end{cases}$

La fonction de stockage : $\dot{V}(x) = H(x)\dot{x} = uy$ le système est sans perte $\forall H$

03) *Connexion en parallèle d'intégrateur avec une fonction sans mémoire :*

L'équation d'état d'un tel système (figure I.13(c)) est définie par :

$$\begin{cases} \dot{x} = u \Rightarrow \int u = x \\ y = x + H(u) \end{cases} \tag{I.25}$$

L'énergie emmagasinée : $V = \frac{1}{2}x^2 \Rightarrow \dot{V} = \big(y - H(u)\big)u = uy - uH(u)$.

- Si : $H(u) \in [0, +\infty]$ le système est passif.

- Si : $uH(u) > 0, \forall u \neq 0$: le système est strictement passif.

04) *Connexion par rétroaction d'intégrateur avec une fonction sans mémoire :*

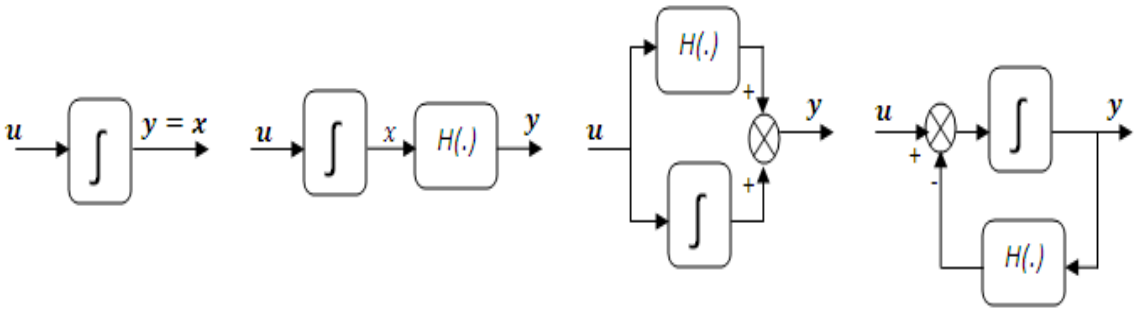
L'équation d'état d'un tel système -figure I.13(d)- est définie par :

$$\begin{cases} \dot{x} = u - H(x) \\ y = x \end{cases} \tag{I.26}$$

L'énergie emmagasinée : $V = \frac{1}{2}x^2 \Rightarrow \dot{V} = y\big(u - H(y)\big) = uy - H(y)y$

- Si : $H(y) \in [0, +\infty]$ le système est passif.

- Si : $H(y)y > 0, \forall y \neq 0$ le système est strictement passif.



(a) Intégrateur pure | (b) Intégrateur en cascade | (c) Connexion parallèle | (d) Connexion par rétroaction

Figure I.13 : Types de connexions d'un intégrateur.

1.3. Passivité des systèmes linéaire:

Les deux définitions de la passivité (différentielle et intégrale), s'appliquent aussi bien aux systèmes linéaires que non-linéaires.

Pour les systèmes linéaires, la propriété de la passivité peut se caractériser par la fonction de transfert du système $G(s)$ en variable de Laplace (s) dans le domaine fréquentielle.

Il est possible aussi de caractériser la passivité en fonction de la réponse harmonique du système linéaire.

Soit le système linéaire :

$$S:\begin{cases}\dot{x}=Ax+Bu\\ y=Cx\end{cases} \tag{I.27}$$

u : L'entrée du système.

y : La sortie.

$A\in\mathbb{R}^{nxn}, B, C\in\mathbb{R}^n$, (A,B) commandable et (A,C) observable.

$$G(s)=\frac{y(s)}{u(s)}=C(sI-A)^{-1}B=\frac{b_m s^m+b_{m-1}s^{m-1}+\ldots+b_1 s+b_0}{a_n s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\ldots+a_1 s+a_0}=\frac{\prod_{i=0}^{m}(s-z_i)}{\prod_{i=0}^{n}(s-p_i)}$$

Avec :

z_i : Zéros de $G(s)$, m le nombre des zéros.

p_i : Pôles de $G(s)$, n le nombre des pôles.

Degré relatif :

Le degré relatif du système S est définit comme : $r=n-m$.

Etant donné qu'un système physique est causal, son degré relatif sera toujours considéré positif ou nul $(r\geq 0)$.

Minimum de phase :

$G(s)$ est à minimum de phase si tous les zéro ont la partie réelle strictement négative $(Re(z_i) < 0)$ donc une dynamique nulle.

La notion de minimum de phase joue un rôle majeur lors de la commande de système par linéarisation entrée-sortie. Cette propriété est liée à la position des zéro dans le plan complexe.

Stabilité d'un système linéaire :

Le système S est stable si tous les pôles de $G(s)$ sont à partie réelle négative $(Re(p_i) < 0)$

1.3.1 Domaine fréquentiel

Le système S définit dans le domaine fréquentiel par sa fonction de transfert $G(j\omega)$ est passif si $G(j\omega)$ est à partie réelle positif : $Re[G(j\omega)] \geq 0, \forall \omega \geq 0$ (figure I.14).

Le résultat de ce théorème indique qu'un système passif ne pourra jamais dépasser l'intervalle $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

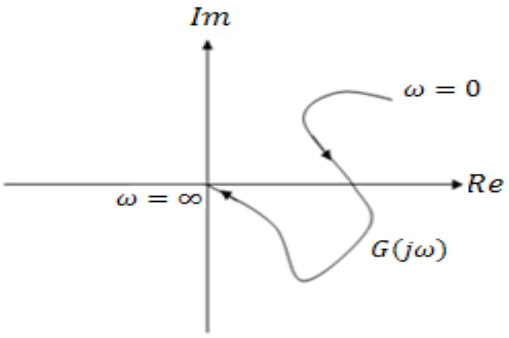


Figure I.14 : Diagramme de Nyquist d'un système linéaire passive.

Le système S est strictement passif si : $Re[G(s)] > 0, \forall \omega > 0$. Une telle caractéristique indique que le système est strictement stable (sans pôle sur l'axe imaginaire). La démonstration de ce théorème peut être consultée dans [21].

Le théorème précédent implique la définition de la passivité des systèmes linéaires en fonction de la partie réelle de leur réponse harmonique.

Remarque :

Pour détecter les systèmes à partie réelle positive, deux notions jouent un rôle fondamental dans cette analyse :

1. Le degré relatif est nul ou égal à 1.

2. $G(s)$ est à phase minimale.

Alors le système est stable [21].

Il est intéressant de s'interroger sur la structure de la représentation d'état d'un système linéaire passif.

1.3.2 Lemme de Kalman-Yakubovich-Popov (KYP) :

Soit : $G(s)=C(sI-A)^{-1}-B$ la fonction de transfert du système S sans lien direct entrée/sortie qui est à la fois commandable et observable.

Notre système est passif au sens du lemme KYP si et seulement s'il existe une fonction de stockage quadratique : $H(x)=\frac{1}{2}x^TQx$, $Q=Q^T\geq 0$ tels que [22] :

$$\begin{cases} QA+A^TQ\leq 0 \\ C=B^TQ \end{cases} \tag{I.28}$$

Pour se rapprocher plus des systèmes physiques qui sont caractérisés par une modélisation non linéaire, on va étendre la passivité pour cette classe intéressante.

1.4. La passivité des systèmes non linéaire

Soit le système affine non linéaire multi variables représenté par l'équation d'état :

$$\Sigma:\begin{cases} \dot{x}=f(x)+g(x)u \\ y=h(x) \end{cases} \quad \text{et} \quad x(0)=x_0\in\mathbb{R}^n \tag{I.29}$$

Avec :

$x\in\mathbb{R}^n$: Variable d'état,

$u\in\mathbb{R}^m$: Vecteur d'entrée et $y\in\mathbb{R}^m$ vecteur de sortie.

$f(x)$: champ de vecteur on supposons qu'il a au moins un point d'équilibre, on peut assumer que: $f(0)=0$, $h(0)=0$.

Définissant le débit de puissance : $w(t)=u^Ty$.

Par définition, Σ est passif s'il est dissipatif par rapport au débit énergétique [7-11] et le lemme suivant est d'une importance majeur pour les systèmes non linéaire

1.4.1 Lemme KYP :

Supposant que le système Σ est passif, dérivable r fois et possédant une fonction de stockage $H(x)$, alors par définition:

$\forall x\in\mathbb{R}^n,\ \forall u\in\mathbb{R}^m \Rightarrow \dot{H}(x)\leq u^Ty$.

Or: $\dot{H}(x)=\nabla H^T(x)\dot{x}=\nabla H^T(x)f(x)+\left(\nabla H^T(x)g(x)-h^T(x)\right)u\leq 0$; pour satisfaire cette inégalité, il faut que : $\begin{cases} \nabla H^T(x)f(x)\leq 0 \\ \nabla H^T(x)g(x)=h^T(x) \end{cases}$ (I.30)

La condition (I.30) est l'énoncée du lemme de KYP de la passivité pour les systèmes non linéaire.

$\nabla H^T(x) f(x) = L_f H(x)$: représente la dérivée de Lie de $H(x)$ le long du vecteur $f(x)$.

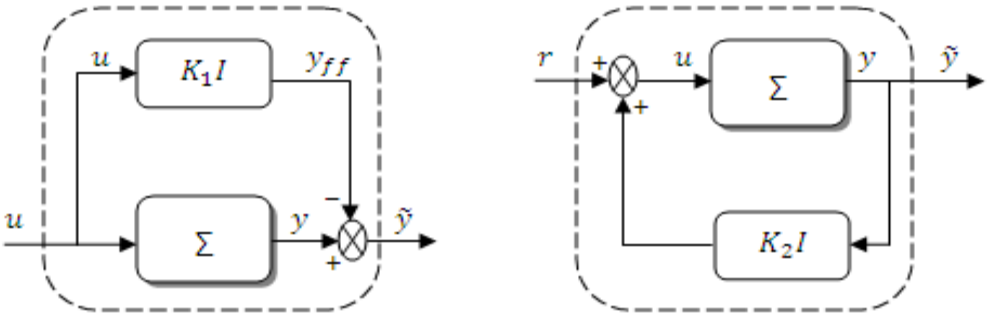
Un système non linéaire, ayant une fonction de stockage qui satisfait la propriété de KYP est passif et réciproquement [23].

1.4.2 Indice de passivité :

Pour étudier la condition de stabilité des systèmes passifs et non-passifs, on définit les indices de passivité qui mesurent le degré de celle-ci. Ces indices de passivité peuvent être définis en termes d'excès ou de manque de passivité, ce qui a été prouvé précédemment par action d'entrée en parallèle et par rétroaction.

Considérons le système Σ à entrée/sortie multi variables de la figure I.15, définissons une matrice de gain $[K_i I]$, $i = 1,2$ où I matrice identité et K_i constantes, telle que :

- Σ est passif en anticipation d'entrée avec la matrice de gain $(-K_1 I)$, s'il est dissipatif pour : $w(u,y) = u^T y - K_1 \| u \|^2$ où $K_1 > 0$ figure I.15(a).
- Σ est passive en rétroaction de sortie avec la matrice de gain $(-K_2 I)$, s'il est dissipatif pour : $w(u,y) = u^T y - K_2 \| y \|^2$ où $K_2 > 0$ figure I.15(b).



(a) Connexion en parallèle (b) Connexion par rétroaction

Figure I.15 : Indice de passivité

Exemple : (secteur statique non linéaire)

Considérons le système statique non linéaire de la figure I.16 et soit $\varnothing(u) = y$ une fonction bornée contrôlable alors on peut écrire :

$$\alpha u \le y \le \beta u \Rightarrow \alpha u^2 \le u\varnothing(u) \le \beta u^2 \qquad \text{(I.31)}$$

Si on manipule $\varnothing(u)$ on obtient :

$uy - \alpha . u^2 \ge 0$ et : $uy - \frac{1}{\beta} . y^2 \ge 0$.

Ainsi, le secteur non linéaire $y = \varnothing(u)$ est passif par anticipation d'entrée $(K_1 = \alpha)$ aussi bien qu'il est passif par rétroaction de sortie $\left(K_2 = \frac{1}{\beta}\right)$.

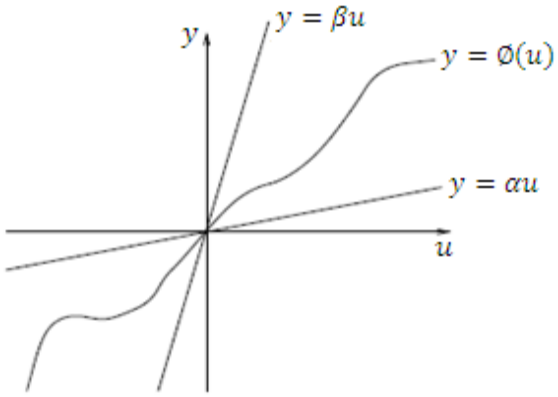


Figure I.16 : Exemple d'indice de passivité -secteur non linéaire-

1.4.3 Propriétés

Interconnexion des systèmes non linéaire passifs :

Soient deux systèmes non linéaires $\Sigma_1 : u_1 \mapsto y_1$ et $\Sigma_2 : u_2 \mapsto y_2$, connectés de manière classique $u_2 = y_1$ et $u_1 = -y_2$ (figure II.17).

Si Σ_1 et Σ_2 sont passifs, alors le système en boucle fermé $\Sigma: u = \begin{pmatrix} u_1 & u_2 \end{pmatrix}^T \mapsto y = \begin{pmatrix} y_1 & y_2 \end{pmatrix}^T$ est aussi passif.

De plus, s'ils sont à sortie strictement passive, alors Σ l'est aussi [22].

L'interconnexion par rétroaction est un exemple typique de la conservation de la puissance $(u_1^T y_1 + u_2^T y_2 = -y_2^T y_1 + y_1^T y_2 = 0)$

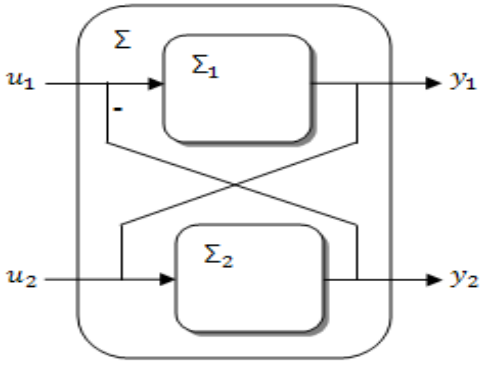


Figure II.17 : Interconnexion des systèmes non linéaires passifs.

Stabilité des systèmes non linéaire passifs :

Le concept de la stabilité via la passivité implique l'utilisation d'une fonction de stockage $H(x)$ définie semi positive, cette stabilité n'est pas toujours assurée par la passivité, il faut des exigences additives.

Par exemple :

Si un système est définit par deux variable d'états $x = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}^T$ et d'une fonction de stockage définie semi positive : $H(x) = \frac{1}{2} x_1^2$, alors la passivité avec $H(x)$ n'implique pas la stabilité de x_2. Des conditions additionnelles sur la détectabilité et l'observabilité d'état zéro sont requises.

Donc, si le système Σ est à sortie strictement passive avec cette fonction de stockage $H(x)$ on a :

- Si Σ est à état zéro observable, alors $H(x) > 0$ pour tout $x \neq 0$.
- Si $H(x) > 0$ pour tout $x \neq 0$, $H(0) = 0$ et Σ est à état zéro détectable, alors $x = 0$ est un état d'équilibre localement asymptotiquement stable de $\dot{x} = f(x)$. De plus, si $H(x)$ est non bornée $(H(x) \to \infty \ quand \ ||x|| \to \infty)$ alors la stabilité est globale (voir [22]).

Plusieurs méthodes sont utilisées pour la stabilité des systèmes via la passivité, on peut citer :

<u>Stabilité par l'intermédiaire d'énergie formée</u> :

- L'énergie d'un système non contrôlé $(u^T = 0)$ est décroissante $H[x(t)] \leq H[x(0)]$ elle diminue réellement en présence de dissipation; comme la fonction de stockage $H(x)$ est bornée inférieurement, le système converge volontairement vers un point d'équilibre minimum x_* donc $H(x)$ est qualifiée comme une fonction de Lyapunov.
- $H(x)$ est aussi décroissante pour la sortie $y = 0$.

Toutes les trajectoires du système Σ ainsi définis sont « à une dynamique zéro ».

<u>Stabilité par injection d'amortissement</u> :

En outre, si on termine le port de Σ par un retour d'état $u = -Ky$, avec $K = K^T > 0$ un prétendu gain d'amortissement injecté afin de stabiliser un point d'équilibre assigné x_* et si $H(x) > 0$ on a : $\dot{H} \leq u^T y = -y^T K y \leq 0$ avec : $y = h(x)$.

Alors il est facile de prouver que le point d'équilibre (x_*) est asymptotiquement stable s'il est détectable par la sortie $-y-$ (c'est à dire si l'implication $y(t) \equiv 0 \Rightarrow \lim_{t \to \infty} x(t) = x_*$ est vraie).

1.5 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons défini les notions mathématiques de bases utilisées essentiellement pour modéliser les systèmes passifs. Par la suite on a montré qu'à l'aide des critères mathématiques on peut prouver la notion de passivité des systèmes linéaires et non linéaires.

Après avoir montrée les différents outils mathématiques nécessaires pour comprendre la stratégie de commande basée sur la passivité, le chapitre suivant détaillera bien cette technique.

Chapitre 2 :

La commande basée sur la passivité

2.1 Introduction :

La PBC a été présentée par Ortega et Spongen 1989 [11] avec la conception d'un contrôleur qui réalise la stabilité via la passivité. L'objectif du contrôleur été en premier lieu, d'imposer au système passif une énergie de stockage minimum au point d'équilibre désiré, d'assurer en deuxième étape une stabilité asymptotique à la sortie du système passif. L'idée a été inspirée de l'équilibre des systèmes mécaniques, formulés par les équations d'Euler-Lagrange, par la formation seulement d'énergie potentielle [19].

La PBC a été également appliquée aux systèmes physiques électriques et électromécaniques [16-17-18]. Cette technique admet des contrôleurs robustes qui ont une interprétation physique claire en termes d'interconnexions du système avec son environnement.

Pour les systèmes électrotechniques, à partir des propriétés de passivité du processus, on va concevoir un contrôleur passif ou l'énergie joue un rôle primordial.

En particulier, pour la PBC l'énergie totale du système en boucle fermée est la différence entre l'énergie du système et l'énergie fournie par le contrôleur [23-24].

Le principe de base de la PBC consiste à modifier l'énergie totale du système afin de stabiliser un point d'équilibre $x_* \in \mathbb{R}^n$, on vise une fonction énergétique positive $H(x)$ définie afin d'agir à titre de fonction de Lyapunov en lui rajoutant un terme d'amortissement pour améliorer la réponse transitoire et atteindre la stabilité asymptotique.

Si par cette commande, on modifie l'énergie du système pour converger vers une énergie minimum désirée $H_d(x)$ alors le gradient décrivant sa variation temporelle est nul :

$\nabla H_d(x) = 0 \Rightarrow x_* = Arg \min H_d(x)$ est une condition nécessaire.

Pour accélérer la vitesse de convergence à l'état désiré, un régulateur passif doit être capable d'injecter un terme dissipatif additif positif au système plus performant par rapport à celui obtenue avec la dissipation naturelle fournie par le système lui-même.

N.B :

Il faut bien savoir que, le point où l'énergie en boucle ouverte est minimale (état nul) n'a pas habituellement d'intérêt pratique et la PBC est présente pour faire fonctionner le système autour d'un certain point d'équilibre différent de zéro.

Pour atteindre cet objectif trois formulations sont possibles :

1) Soit par le changement de l'énergie du système par un retour d'état passive.
2) Soit utiliser une commande par interconnexion pour l'ajout de l'énergie.
3) Où la décomposition du processus en bloques secondaires et concevoir un contrôle PBC pour chacun d'eux.

2.2. Types de la commande par Passivité :

2.2.1 PBC par rétroaction (feedback)

Pour rendre le stockage interne d'énergie pour un processus ≤ l'apport extérieur via la rétroaction c'est possible, une telle conception est stable et facile à commander.

1) Principe :

Soit le système non linéaire Σ décrit par la fonction affine :

$$\Sigma : \begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad \text{(II.01)}$$

Si on peut trouver une transformation par un feedback d'état définit par :

$$u = \alpha(x) + v \quad \text{(II.02)}$$

Avec (v) une entrée virtuelle.

La nouvelle dynamique de Σ en boucle fermée est :

$$\begin{cases} \dot{x} = f_d(x) + g(x)v \\ y_d = h_d(x) \end{cases} \quad \text{(II.03)}$$

$f_d(x) = f(x) + g(x)\alpha(x)$ et y_d la sortie désirée de telle sorte que la fonction de stockage désirée $H_d(x)$ à un minimum de phase en x_* et qui vérifie :

$$\dot{H}_d(x) \le v.y_d^T \quad \text{(II.04)}$$

Donc, le système Σ est passif par rétroaction.

En termes d'EBE, on a :

$$\dot{H}_d(x) = \left(\frac{\partial H(x)}{\partial x}\right)^T \left(f(x) + g(x)\alpha(x)\right) + \left(\frac{\partial H(x)}{\partial x}\right)^T g(x)v \quad \text{(II.05)}$$

Par intégration on obtient :

$$H_d(x(t)) - H_d(x(0)) = \int_0^t v^T(s)\, y_d(s)ds - d_d(t) \quad \text{(II.06)}$$

$d_d(t) = -\int_0^t \left(\frac{\partial H_d}{\partial x}\right)^T \left(f(x) + g(x)\alpha(x)\right)ds \ge 0$: Une fonction positive remplaçant le terme dissipatif elle augmente le taux de convergence en ajustant sa valeur elle injecte de l'amortissement.

$y_d = g^T(x)\left(\frac{\partial H_d(x)}{\partial x}\right)$: La sortie désirée.

2) Propriétés :

- La dynamique du système Σ est nulle par rétroaction, alors il est asymptotiquement stable [3].
- Il est bien connu que stabiliser le système par l'intermédiaire de la passivité assure automatiquement les propriétés de sa robustesse [24].
- Si on compare la balance énergétique en boucle ouverte avec celle de la boucle fermée, on constate que la sortie est aussi modifiée, si $y = h(x)$ ne satisfait pas $\nabla hg(0) > 0$ alors le système n'est pas qualifié comme une conception à retour d'état.

Remarque :

- Le choix de la dissipation désirée dans l'étape d'injection d'amortissement est loin d'être évidente, par exemple nous pouvons réaliser la stabilité asymptotique et l'amortissement peut dégrader cette stabilité.
- Le vecteur commande (u) dans beaucoup de cas pratiques, contient quelques variables externes non manœuvrables, telles que les perturbations, où leurs action de commande n'intervient pas par exemple : les dispositifs de commutations.

3) Synthèse :

La PBC par rétroaction réalise deux étapes de base :

1) Une modification de la fonction énergétique du système pour assigner l'équilibre désiré.

2) Injection d'amortissement dans la dynamique de l'erreur d'asservissement :

$x - x_{consigne} \Rightarrow$ Stabilité asymptotique $(x_*, 0)$.

2.2.2 PBC par anticipation (feedforward)

Beaucoup de processus stable peuvent être rendu passif par une anticipation statique [25].

1) Principe :

Soit le processus Σ_1 définit par (II.07) connecté en parallèle avec Σ_2 (figure (II.01)) :

$$\Sigma_1 : \begin{cases} \dot{x} = f_1(x) + g_1(x)u_1 \\ y_1 = h_1(x) \end{cases} \qquad \text{(II.07)}$$

Supposons que le processus Σ_1 n'est pas passif mais globalement stable on $x = 0$, avec la fonction candidate de Lyapunov $H_1(x)$ .Le système en parallèle Σ_2 peut être conçu pour rendre Σ_1 passif.

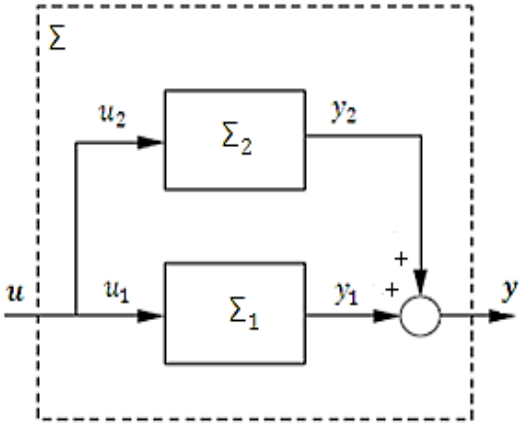


Figure II.01 : PBC par Anticipation

La méthode de concevoir cette anticipation est de s'assurer que le système globale Σ a la même équation d'état que Σ_1 et de trouver une sortie appropriée $y(t)=h(x)$ tel que Σ est passif :

$$\Sigma:\begin{cases}\dot{x}=f_1(x)+g_1(x)u_1\\ y=h(x)\end{cases} \qquad \text{(II.08)}$$

On se réfère au lemme de KYP (I.30), avec $H(x)$ une fonction de stockage de Σ, alors :

La condition : $L_{f_1}H(x)\le 0$ est toujours satisfaite.

Si on choisit : $h^T(x)=L_{g_1}H(x)$, alors le système Σ est passif.

Le système de connexion en parallèle Σ_2 peut être obtenu par la soustraction y de y_1 :

$$\Sigma_2:\begin{cases}\dot{x}=f_1(x)+g_1(x)u_2\\ y_2=L_{g_1}Hx)-h_1(x)\end{cases} \qquad \text{(II.09)}$$

Une telle anticipation stabilisera la dynamique des zéro de Σ_1 tel que Σ soit à minimum de phase et avoir un degré relatif ne dépassant pas 1.

2) Propriétés :

– Pour les systèmes linéaires, la connexion en parallèle est obtenue en utilisant le lemme de KYP linéaire.

– Il est impossible de rendre un processus, instable, passif avec une connexion en parallèle, car il n'affecte pas les dynamiques libre du système (quand $u=0$). Dans ce cas la passivité par rétroaction est seule sollicitée.

3) Synthèse :

N'importe quelle commande qui stabilise le processus peut être passive par connexion en parallèle.

2.2.3 PBC par la balance énergétique et dissipation (EB) :

1) Principe :

La PBC par EB a été employée pour la première fois en robotique (Takegaki et Arimoto, 1981) avec la stabilisation des systèmes mécanique entièrement actionnés qui vise essentiellement l'énergie potentielle [7]. Cette technique consiste à trouver une fonction de stockage désirée $H_d(x)$ en boucle fermée comme étant la différence entre l'énergie stockée du processus et l'énergie assurée par le contrôleur ($H_a(x)$) :

$$H_d(\mathrm{x}) = H(\mathrm{x}) - H_a(\mathrm{x}) \tag{II.10}$$

En outre, si $H_d(x)$ est minimum au point d'équilibre désiré alors le système sera stable.

Pour réaliser ce concept, considérons un retour d'état du processus $u = \alpha(x) + v$ tel qu'avec la nouvelle entrée v le système est passif donc: $H_d(x(t)) - H_d(x(0)) = \int_0^t v^T(s)\, y_d(s)\, ds - d_d(t)$

En effet si : $-\int_0^t v^T(s)\, y(s)\, ds = H_a(x(t)) + k, k > 0$, pour une certaine énergie $(H_a(x(t))$ façonnée par le contrôleur, alors : $v \mapsto y$ est passive en boucle fermée avec la nouvelle fonction énergétique c'est le principe d'EB.

Exemple :

Considérons l'exemple classique du règlement de la position d'un système mécanique entièrement actionné avec les coordonnées généralisées $q \in \mathbb{R}^{n/2}$ et l'énergie total $H(q, \dot{q}) = \frac{1}{2}\dot{q}^T D(q) q + V(q)$

Où : $D(q) = D^T > 0$: Matrice des masses générales.

$V(q)$: L'énergie potentielle du système, elle est bornée inférieurement

La sortie passive d'un tel système est la vitesse $(y = \dot{q})$.

La manière la plus simple de satisfaire EB avec la forme de l'énergie est de considérer un retour d'état $u = \alpha(x) + v$ tel que: $v(q) = \frac{\partial V(q)}{\partial q} - k_p(q - q_*)$ ou $k_p = k_p^T > 0$ un gain d'ajustement et q_* la position désirée.

En remplaçant dans l'expression ci-dessus, on obtient :

$$-\int_0^t v^T(q(s))\dot{q}(s).ds = -V(q(t)) + \frac{1}{2}K_p\left[q(t) - q_*\right]^2 + k$$

Ainsi la nouvelle énergie est :

$H_d(q, \dot{q}) = \frac{1}{2}\dot{q}^T D(q) q + \frac{1}{2}K_p\left[q(t) - q_*\right]^2$: avec un minimum désiré $(q_*, 0)$.

Pour s'assurer que la trajectoire converge réellement à ce minimum (c.-à-d., l'équilibre est asymptotiquement stable), on injecte un amortissement: $v = -K_{di}\dot{q}$.

Naturellement, le contrôleur présenté ci-dessus est très bien connu (Proportionnel Dérivateur+compensation de pesanteur [7]).

Le but de l'exemple est de fournir une nouvelle interprétation pour l'actionde ce contrôleur, soulignant le fait que la fonction de stockage qui est assignée à la boucle fermée est la différence entre l'énergie stocké et l'énergie assurée par le contrôleur :

$$H_d(x) = H(x) - \int_0^t u^T(s)\, y(s)\, ds$$

Par conséquent, l'application de PBC via EB pour le règlement de position de mécanique est bien rentable.

2) Propriétés:

La stabilisation par la balance énergétique peut être appliquée au système non-linéaires passif Σ définit précédemment.

Comme Σ est passif, il existe une fonction de stockage non négative $H(x)$qui satisfait la condition (I.30) de KYP : $\left(\frac{\partial H(x)}{\partial x}\right)^T f(x) \le 0$, $\left(\frac{\partial H(x)}{\partial x}\right)^T g(x) = h^T(x)\cdot$

Si Σ admet un point d'équilibre x_* avec la fonction énergétique désirée $H_d(x)$ et si on peut trouver la fonction $\alpha(x)$ de sorte que l'équation différentielle suivante est satisfaite :

$$\left(\frac{\partial H_a(x)}{\partial x}\right)^T \left[f(x) + g(x).\alpha(x) \right] = -h^T(x)\alpha(x) \qquad \text{(II.11)}$$

$H_a(x)$ est la solution de l'équation (II.03) et la fonction $H_d(x)$ définit précédemment est minimum en x_* alors : $u = \alpha(x) + v$ est une commande par EB.

Par conséquent, pour $(v = 0)$ nous avons (x_*) un point d'équilibre stable avec la différence entre l'énergie stockée et celle façonnée par le contrôleur constituant une fonction de Lyapunov.

Inconvénients :

- Ce résultat, bien que tout à fait général, est d'intérêt limité, pour le modèle (f, g, h) qui n'indique pas le rôle joué par la fonction énergétique dans la dynamique du système. Par conséquent il est difficile d'incorporer l'information préalable pour choisir $\alpha(x)$ afin de résoudre l'équation différentielle (II.11). Un résultat plus pratique sera présenté plus tard pour une classe plus appropriée des modèles, à savoir, les systèmes modélisés sous la forme Hamiltonienne à Ports.

- L'application d'EB est sévèrement limitée par la dissipation normale du système : Comme on vient de le voir dans l'exemple du règlement dela position d'un système mécanique, une condition nécessaire pour la résolution de l'équation différentielle est :

$$f(\bar{x}) + g(\bar{x})\alpha(\bar{x}) = 0 \Rightarrow h^T(\bar{x}).\alpha(\bar{x}) = 0 \qquad \text{(II.12)}$$

L'extraction de la puissance à l'équilibre $(= h^T \alpha)$ doit être nulle.

Donc : EB est applicable seulement pour les systèmes sans amortissement dominant.

3) Synthèse :

La PBC par EB est robuste pour la régulation des systèmes mécaniques (puissance $= F^T \dot{q}$), mais restrictive pour les systèmes électrique et électromécanique (puissance $= v^T i$).

2.2.4 PBC par interconnexion (CBI) :

1) Principe :

Pour avoir une interprétation physique des idées précédentes, le processus Σ et le contrôleur Σ_c sont considérés comme deux systèmes physiques qui échangent l'énergie à travers un réseau de connexion Σ_I choisit de telle sorte que les énergies de Σ et Σ_c s'additionnent (figure II.02), c'est le principe de commande PBC par interconnexion (CBI):

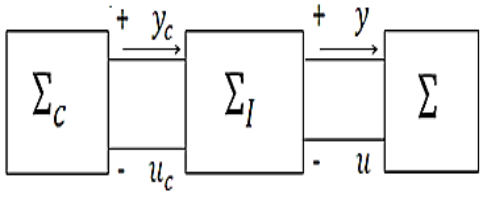


Figure II.02 : PBC par interconnexion.

La CBI impose la conservation de la puissance $u_c^T(t)\,y_c(t) + u^T(t)\,y(t) = 0 \quad \forall t > 0$ (II.13)

Exemple :

L'interconnexion classique par retour d'état représentée par la figure II.03 du processus avec son contrôleur :

$\begin{bmatrix} u \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} u_c \\ y_c \end{bmatrix}$ conserve la puissance puisque : $uy + u_c y_c = -u_c . y_c + u_c . y_c = 0$.

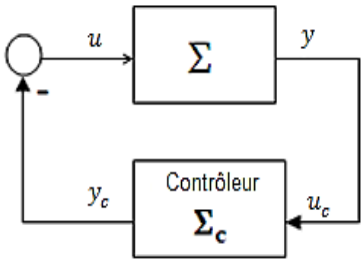


Figure II.03 : Interconnexion par retour d'état

Si on assume une interconnexion par anticipation comme indiqué en figure II.01 avec des entrées externes (v, v_c) tels que : $\begin{bmatrix} u \\ u_c \end{bmatrix} = \Sigma_I \begin{bmatrix} y \\ y_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v \\ v_c \end{bmatrix}$ (II.14)

Si Σ_I est sans perte et si Σ, Σ_c sont passifs avec des variables d'états x et ξ et des fonctions énergitiques $H(x), H_c(\xi)$ respectivement, alors l'application $(v, v_c) \mapsto (y, y_c)$ est aussi passive pour le système interconnecté, avec la nouvelle fonction énergitique: $H_d(x, \xi) = H(x) + H_c(\xi)$

Preuve :

$$\int_0^t \begin{bmatrix} v^T(s) & v_c^T(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(s) \\ y_c(s) \end{bmatrix} ds = \int_0^t u^T(s) y(s) ds + \int_0^t u^T{}_c(s) y_c(s) ds \geq H(x(t)) - H(x(0)) +$$
$$+ H_c(\xi(t)) - H_c(\xi(0))$$

Où : la première équation est issue de la propriété de Σ_I (sans perte), et la dernière inégalité est obtenue de la propriété de Σ_c, Σ qui sont passifs.

De la propriété citée ci-dessus, on conclut que les contrôleurs passifs et l'interconnexion préservant la puissance peut, en principe, être utilisés " pour former " toute l'énergie en boucle fermée. Cependant, bien que $H_c(\xi)$ puisse être assigné librement, la fonction énergétique $H(x)$ du système est définit, elle n'est pas claire comment nous pouvons efficacement former l'énergie globale.

2) Propriétés:

Méthode de la Fonction Invariante :

L'idée principale de la méthode de l'invariance de fonctions [23-26] est de limiter le mouvement du système en boucle fermée a un certain sous espace de (x, ξ) ainsi nous pouvons exprimer toute l'énergie en boucle fermée $H_d(x, \xi)$ en fonction de x seulement, et d'avoir un minimum au point désiré.

Pour réaliser cet aspect, il faut limiter la dynamique d'espace paramétré (x, ξ) a (x), donc la variable d'état du contrôleur peut s'exprimer par : $\xi = F(x) + k$.

k : est une constante de niveau déterminée par le contrôleur CBI, alors :

$$H_d(x) = H(x) + H_c(F(x) + k) \qquad \text{(II.15)}$$

Soit : $P(x, \xi)$ la fonction candidate invariable telle que : $P(x, \xi) = F(x) - \xi$.

Donc trouver $F(.)$ qui rend la dynamique de $P(x, \xi)$ invariable c.-à-d. : $\left(\left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)^T \dot{x} - \dot{\xi} \right)_{\xi = F(x) + k} = 0$.

Exemple :

Soit le circuit électrique RLC série de la figure II.04 :

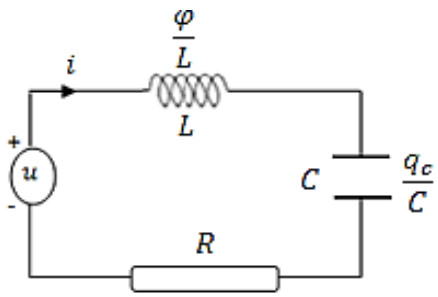


Figure II.04 : Circuit électrique RLC série.

Avec : u comme tension d'alimentation.

φ_L : Le flux de la bobine.

q_c : La charge électrique de la capacité

$x = \begin{bmatrix} q_c & \varphi_L \end{bmatrix}^T$: Vecteur d'état.

L'équation dynamique du circuit est décrite par :

$$\Sigma : \begin{cases} \dot{x}_1 = \dfrac{1}{L} x_2 \\ \dot{x}_2 = -\dfrac{1}{C} x_1 - \dfrac{R}{L} x_2 + u \\ y = \dfrac{1}{L} x_2 \end{cases} \qquad \text{(II.16)}$$

Soit un contrôleur Σ_c du type intégrateur définit par :

$$\Sigma_c : \begin{cases} \dot{\xi} = u_c \\ y_c = \dfrac{\partial H_c}{\partial \xi}(\xi) \end{cases} \qquad \text{(II.17)}$$

Avec une interconnexion Σ_I par retour d'état: $\begin{bmatrix} u \\ u_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ y_c \end{bmatrix}$ et un choix de la fonction candidate

invariante : $P(x_1, \xi) = F(x_1) - \xi$ alors : $\dfrac{dP}{dt} = \dfrac{1}{L} x_2 \left(\dfrac{\partial F(x_1)}{\partial x_1} - 1 \right)$.

On choisit: $F(x_1) = x_1$ avec un contrôleur d'énergie : $H_c(\xi) = \dfrac{1}{2C_a} \xi^2 - \left(\dfrac{1}{C} + \dfrac{1}{C_a} \right) x_{1*} \xi$

(C_a : Un paramètre de conception) on récupère le précédent.

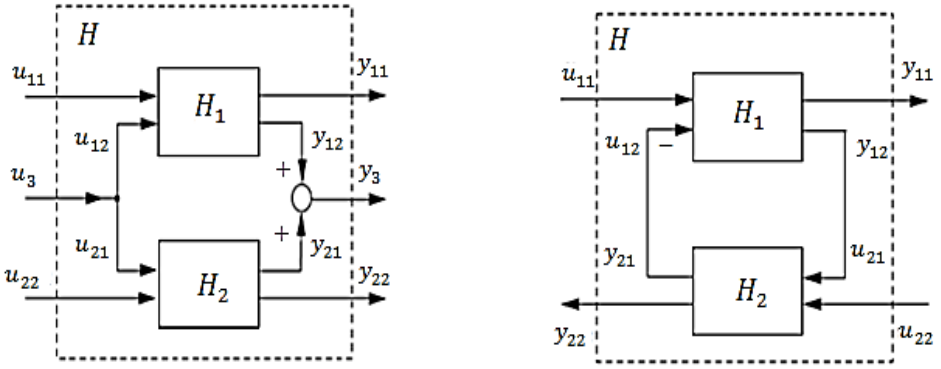
$x_* = \begin{bmatrix} x_{1*} & 0 \end{bmatrix}^T$: est le point d'équilibre ou la puissance extraite est nulle.

Interconnexion partielle :

Considérons les systèmes $H_1 : u_1 \mapsto y_1$ et $H_2 : u_2 \mapsto y_2$ de la figure (II.05) avec :

$$u_1 = \left[u_{11}^T u_{12}^T\right]^T, u_2 = \left[u_{21}^T u_{22}^T\right]^T, y_1 = \left[y_{11}^T y_{12}^T\right]^T, y_2 = \left[y_{21}^T y_{22}^T\right]^T \quad \text{(II.18)}$$

Si les systèmes H_1 et H_2 sont passifs, alors les deux systèmes, l'un obtenu par une connexion partielle et l'autre par connexion en boucle fermée sont tous les deux passifs [25].



(a) Connexion Parallèle (b) Connexion Feedback

Figure II.05 : Connexion partielles des systèmes passifs.

Si $S_1(x_1), S_2(x_2)$ des fonctions de stockage et dérivables respectivement de H_1 et H_2, alors le point d'équilibre $(x_1, x_2) = (0,0)$ des deux systèmes est stable.

Avec : x_1, x_2 les variables d'état de H_1 et H_2 respectivement.

Preuve :

H_1 et H_2 passifs $\Rightarrow \exists S_1(x_1), S_2(x_2)$ deux fonctions de stockage définies positive, telles que :

$$S_i(x_i(t_1)) - S_i(x_i(t_0)) \le \int_{t_0}^{t_1} u_i^T y_i .dt, i = 1,2. \quad \text{(II.19)}$$

Définissons : $S(x) = S_1(x_1) + S_2(x_2)$ positive et $x = \left[x_1^T, x_1^T\right]^T$ variable d'état donc :

$$S(x(t_1)) - S(x(t_0)) \le \int_{t_0}^{t_1} (u_1^T y_1 + u_2^T y_2).dt = \int_{t_0}^{t_1} (u_{11}^T y_{11} + u_{12}^T y_{12} + u_{21}^T y_{21} + u_{22}^T y_{22}).dt$$

Pour le système a connexion partielle parallèle : $u_3 = u_{12} = u_{21}, y_3 = y_{12} + y_{21}$, la combinaison d'entrée (u) et de sortie (y) avec : $u = \left[u_{11}^T u_3^T u_{22}^T\right]^T, y = \left[y_{11}^T y_3^T y_{22}^T\right]^T$.

Alors : $S(x(t_1)) - S(x(t_0)) \le \int_{t_0}^{t_1} (u_{11}^T y_{11} + u_3^T y_3 + (u_{22}^T y_{22}).dt = \int_{t_0}^{t_1} y^T u.dt$.

Pour le système en boucle fermée: $y_{12} = -y_{21}, u_{21} = y_{12}$ la combinaison d'entrée (u) et de sortie (y) avec :

$$u = \left[u_{11}^T u_{22}^T\right]^T, y = \left[y_{11}^T y_{22}^T\right]^T \quad \text{(II.20)}$$

$$\text{Alors}: S\left(x(t_1)\right) - S\left(x(t_0)\right) \le \int_{t_0}^{t_1} (u_{11}^T y_{11} - y_{21}^T y_{12} + y_{12}^T y_{21} + u_{22}^T y_{22}).dt = \int_{t_0}^{t_1} y^T u dt \qquad \text{(II.21)}$$

Par conséquent, les deux interconnexions sont passives.

Si : H_1, H_2 satisfait KYP conditions, l'équilibre $\left(x_1, x_2\right) = \left(0,0\right)$ des deux connexions est stable par principe de Lyapunov.

3) Synthèse :

En conséquence, si un processus est passif, il peut être stabiliséau point d'équilibre ($x = 0$) par n'importe quel contrôleur passif via l'interconnexion (CBI), même s'il est fortement non-linéaire et/oufortement couplé.

2.2.5 PBC par Le modèle d'Euler-Lagrange :

Cette approche consiste à établir les grandeurs et fonctions d'Euler-Lagrange des circuits électrotechniques à savoir:

– L'énergie cinétique : emmagasinée dans les inductances.

– L'énergie potentielle celle emmagasinée dans les condensateurs

– La fonction de dissipation: correspond en pratique à la dissipation par effet Joule.

– et aux entrées exogènes du système.

Cette approche est expliquée en détail dans [1,27], elle est appliquée, essentiellement, aux systèmes mécaniques (robots manipulateurs…).

2.2.6 PBC par la forme Hamiltonienne à Ports (PH) :

Notre travail va cibler l'étude des systèmes électrotechnique dynamiques complexes modélisés sous la forme hamiltonienne à port (PH). Ce modèle est une méthode adaptée, car elle permet de caractériser la dynamique des sous-ensembles en employant une structure de liaison Dirac [28-29] et décrire de manière naturelle les propriétés fondamentales physiques du système (lois de conservation, termes de dissipation,…) [30].

1) Principe :

La modélisation sous forme PH et son utilisation pour la commande des systèmes non-linéaires a été introduite par Dalsmo et van der Schaft en 1998 dans de nombreux domaines de la physique tels que la mécanique, l'électromagnétisme, la mécatronique,…etc. [31], puis elle a été étendue aux systèmes dynamiques décrits par des équations aux dérivées partielles [32].

Le système PH est un modèle non linéaire sans pertes muni de ports extérieurs (interface d'un élément avec un autre défini par deux variables -l'effort et l'écoulement-) agissant comme des entrées et définit par une représentation d'état traditionnel. Il est caractérisé par une inclusion explicite de la

contribution du gradient de l'énergie totale du système dans les équations différentielles décrivant l'évolution du vecteur d'état (pour plus de détaille voir [23-25]).

En plus, L'interconnexion des systèmes Hamiltonien à Ports est encore un système PH.

2) Propriétés :

La représentation mathématique des systèmes PH qui relie l'entrée, la sortie et l'état du modèle est définit sous la forme suivante :

$$\Sigma_{(u,y)}:\begin{cases}\dot{x}=\left[\mathcal{J}(x)-\mathcal{R}(x)\right]\nabla H(x)+g(x)u\\ y=g^{T}(x)\nabla H(x)\end{cases} \tag{II.22}$$

$x\in\mathbb{R}^{n}$: Vecteur d'état.

$\mathcal{J}(x)\in\mathbb{R}^{n}x\mathbb{R}^{n}$: Matrice antisymétrique d'interconnexion naturelle dépend strictement de (x) caractérisée par la continuité de la puissance $\left(\mathcal{J}(x)+\mathcal{J}^{T}(x)=0\right)$.

$\mathcal{R}(x)\in\mathbb{R}^{n}x\mathbb{R}^{n}$: Matrice d'amortissement reflète les pertes internes du système elle est symétrique, en général ne dépend que de (x) avec: $\mathcal{R}(x)=\mathcal{R}^{T}(x)\geq 0$.

Pour simplifier l'énoncé on pose :

$$F(x)=\mathcal{J}(x)-\mathcal{R}(x)\Rightarrow F+F^{T}=-2\mathcal{R}\leq 0 \tag{II.23}$$

$H:\mathbb{R}^{n}\rightarrow\mathbb{R}$: La fonction Hamiltonienne représentant l'énergie du système (n'est pas forcément semi défini et positif ni bornée inférieurement),

$\nabla H(x)=\dfrac{\partial H(x)}{\partial \mathrm{x}}$: Le gradient de H.

$u\in\mathbb{R}^{m}, m\leq n$: L'action de la commande.

$y\in\mathbb{R}^{m}$: La sortie.

$g(x)\mathbb{R}^{n}x\mathbb{R}^{m}$: Matrice de connexion externe décrivant le port de raccordement du système avec l'extérieur, elle définit l'écoulement de l'énergie (du/vers) du système à travers les variables conjuguées $\left(u^{T},y\right)$ dont le produit est l'unité de puissance définissant le sens d'échange de cette dernière avec l'environnement du système, par exemple : le courant et la tension dans les circuits électriques, la force et la vitesse pour les systèmes mécaniques.

La variation de l'énergie du système (II.04) est décrite par :

$$\begin{aligned}\dot{H}(x)&=\left(\frac{\partial H(x)}{\partial x}\right)^{T}\dot{x}=\left(\frac{\partial H(x)}{\partial x}\right)^{T}\left(\left[\mathcal{J}(x)-\mathcal{R}(x)\right]\nabla H(x)+g(x).u\right)\\ \dot{H}(x)&=-\left(\frac{\partial H(x)}{\partial x}\right)^{T}\mathcal{R}(x)\frac{\partial H(x)}{\partial x}+u^{T}g^{T}(x)\frac{\partial H}{\partial x}\end{aligned} \tag{II.24}$$

Donc : $\dot{H}(x) \le u^T y \Rightarrow$ le système $\Sigma_{(u,y)}$ est dissipatif.

On terme de balance énergétique on a pour $t \ge 0$:

$$\int_0^t u^T(s)y(s)ds = H[x(t)] - H[x(0)] + \int_0^t \left(\frac{\partial H}{\partial x}(s)\right)^T \mathcal{R} \frac{\partial H}{\partial x}(s)ds \qquad \text{(II.25)}$$

énergie fourni = énergie stockée+énergie dissipée

C'est l'énergie d'équilibre formée via la commande par interconnexion.

La relation entre les systèmes PH et les systèmes passifs peut être déduite de la propriété précédente par le faite de dire qu'un système PH avec dissipation est passif.

Preuve :

Le système $\Sigma_{(u,y)}$ (II.22) peut être interprété comme étant un système affine non linéaire de la forme Σ (II.01) avec :

$$f(x) = \left[\mathcal{J}(x) - \mathcal{R}(x)\right]\nabla H(x) \qquad \text{(II.26)}$$

$$y = h(x) = g^T(x)\nabla H(x)$$

Vérifions si la condition (I.30) de KYV est satisfaite.

On a:

$$\begin{cases} \nabla H^T(x) f(x) = \nabla H^T(x)\left[\mathcal{J}(x) - \mathcal{R}(x)\right]\nabla H(x) \\ \nabla H^T(x) g(x) = h^T(x) \end{cases} \qquad \text{(II.27)}$$

En exploitant l'antisymétrie de $\mathcal{J}(x)$ et l'inégalité : $\mathcal{R} = \mathcal{R}^T \ge 0$ on aura :

$$\begin{cases} \nabla H^T(x) f(x) = -\nabla H^T(x)\mathcal{R}(x)\nabla H \le 0 \\ \nabla H^T(x) g(x) = \left[g^T(x)\nabla H\right]^T \end{cases} \qquad \text{(II.28)}$$

Donc : la condition de KYV est satisfaite et le système (II.22) est passif.

Remarque :

- S'il n'y a aucune dissipation dans le système $(\mathcal{R} = 0)$ alors $\nabla H^T(x) f(x) = 0$ est le système sera sans perte.

- Si $(\mathcal{R} > 0)$ le système PH est strictement passif. Ainsi, la propriété de la passivité des système PH peuvent être déterminées en vérifiant simplement le signe de la matrice $\mathcal{R}(x)$.

- Les systèmes PH sont caractérisés par une limite inférieure de la fonction hamiltonienne: $H(x) \ge -K;\ K \in \mathbb{R}^+$ dans ce cas, il est toujours possible de prouver qu'un système PH est un système passif en considérant $H^*(x) = H(x) + K \ge 0$ comme fonction de stockage.

***Exemple 01*:**

On définit $x=\left[x_1=q_c \quad x_2=\varnothing_L\right]^T$ comme vecteur d'état pour le circuit linéaire RLC de la figure (II.04),

L'énergie stockée dans le circuit est: $H(x)=\frac{1}{2C}x_1^2+\frac{1}{2L}x_2^2 \Rightarrow \nabla H(x)=\frac{1}{C}x_1+\frac{1}{L}x_2$.

Le modèle PH est décrit par :

$$\begin{cases}\dot{x}=F(x).\nabla H(x)+gu\\ y=g^T(x)\nabla H(x)\end{cases} \qquad \text{(II.29)}$$

Où : $F(x)=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -1 & -R\end{bmatrix}$; $g=\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}$.

Exemple 02 :

La former PH du moteur à courant continu à excitation séparée de la figure II.06 s'exprime par :

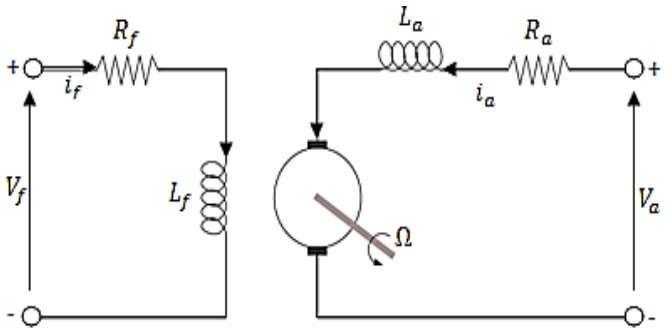


Figure II.06 : Moteur à C-C excitation séparée

$$\begin{cases}\dot{x}=\left[\mathcal{J}(x)-\mathcal{R}(x)\right]\nabla H(x)+gu\\ y=g^T(x)\nabla H(x)\end{cases} \qquad \text{(II.30)}$$

Avec comme ports d'entrée $u^T=\left[V_f \quad V_a \quad C_r\right]$ et le vecteur de sortie $y^T=\left[i_f \quad i_a \quad \Omega\right]$

$x^T=\left[\varnothing_f \quad \varnothing_a \quad \Omega\right]$: vecteur d'état.

$H(x)=\frac{1}{2L_f}\varnothing_f^2+\frac{1}{2L_a}\varnothing_a^2+\frac{1}{2}J\Omega^2$: la fonction Hamiltonienne.

$$\mathcal{J}=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -L_a i_f\\ 0 & L_a i_f & 0\end{bmatrix}; \quad \mathcal{R}=\begin{bmatrix}R_f & 0 & 0\\ 0 & R_a & 0\\ 0 & 0 & \frac{f_r}{J}\end{bmatrix}$$

$g(x)=I_3$ matrice identité sortie

Exemple 03 :

Soit le système électromécanique de la figure II.07 constitué d'une boule de fer en mouvement dans un champ magnétique commandé par un inducteur.

Avec $x=\left[x_1=p \quad x_2=q \quad x_3=\varnothing\right]^T$ comme vecteur d'état.

p : La position de la boule.

$q=m\dot{x}_1$: Quantité de mouvement.

$\varnothing$: Flux magnétique de l'inducteur.

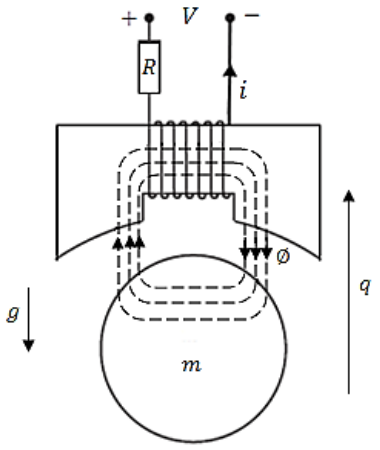


Figure II.07 : Boule de fer dans un champ magnétique.

Soit : $L\left(x_1\right)$ inductance magnétique, R résistance électrique de l'enroulement parcouru par un courant i et F_m la force magnétique.

Donc: $x_3=L\left(x_1\right)i$, $F_m=\dfrac{\partial W_c}{\partial x_1}$

W_c : Co-énergie magnétique assumée comme linéaire : $W_c=\dfrac{1}{2}L\left(x_1\right)i^2$

Le modèle mathématique de mouvement du système est définit par :

$$\begin{cases} \dot{x}_1=\dfrac{x_2}{m} \\ \dot{x}_2=mg+F_m \\ \dot{x}_3=-Ri+V \end{cases} \tag{II.31}$$

En générale, $L\left(x_1\right)$ est une fonction complexe en x_1 et une approximation classique pour un petit déplacement peut-être définit : $L\left(x_1\right)=\dfrac{K_1}{K_2+x_1}$ avec $(K_1,K_2)\in\mathbb{R}^2$.

Donc :

$$i=\frac{x_3}{L\left(x_1\right)}=\frac{K_2+x_1}{K_1}x_3 \Rightarrow i^2=\frac{\left(K_2+x_1\right)^2}{K_1^2}x_3^2 \Rightarrow W_c=\frac{K_2+x_1}{2K_1}x_3^2$$

$$F_m=\frac{\partial W_c}{\partial x_1}=\frac{x_3^2}{2K_1}$$

La représentation d'état du système satisfait :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \dfrac{x_2}{m} \\ \dot{x}_2 = mg + \dfrac{x_3^2}{2K_1} \\ \dot{x}_3 = -R\dfrac{(K_2 + x_1)}{K_1}x_3 + V \end{cases} \quad \text{(II.32)}$$

L'énergie emmagasinée est :

$$H(x) = mgx_1 + \frac{x_2^2}{2m} + \frac{1}{2}\frac{(K_2 + x_1)}{K_1}x_3^2 \Rightarrow \nabla H(x) = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial H}{\partial x_1} & \dfrac{\partial H}{\partial x_2} & \dfrac{\partial H}{\partial x_3} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} mg + \dfrac{x_3^2}{2K_1} & \dfrac{x_2}{m} & \dfrac{(K_2 + x_1)x_3}{K_1} \end{bmatrix}^T$$

La description de la dynamique du modèle sous la forme PH est donnée par :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{\partial H}{\partial x_1} \\ \dfrac{\partial H}{\partial x_2} \\ \dfrac{\partial H}{\partial x_3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} V \quad \text{(II.33)}$$

$$\text{Avec : } F(x) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -R \end{bmatrix}; \quad g(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix};$$

C'est le type d'accouplement entre deux systèmes physique (mécanique & magnétique) via PH, où la variable magnétique dans ce cas et le flux $\varnothing$ tandis que la variable mécanique est la position q

2.3. Types de commandes par passivité des systèmes PH :

2.3.1 Commande par interconnexion (CBI):

Dans la commande par interconnexion CBI, le façonnementd'énergie est accompli en choisissant un contrôleur qui est aussi Hamiltonien à port. Le dispositif est composé d'une interconnexion préservant la puissance entre le processus et le contrôleur, ce qui entraîne une fonction de stockage égale à la somme des fonctions du processus et du dispositif de la commande.

Le contrôleur de base est un PH actionné par les flux de la forme :

$$\Sigma_c(u_c, y_c): \begin{cases} \dot{\xi} = \left[\mathcal{J}_c(\xi) - \mathcal{R}_c(\xi)\right]\dfrac{\partial H_c}{\partial \xi}(\xi) + g_c(\xi)u_c \\ y_c = g_c{}^T(\xi)\dfrac{\partial H_c}{\partial \xi}(\xi) \end{cases} \quad \text{(II.34)}$$

ξ : L'état du contrôleur et $H_c(\xi)$ une fonction de stockage a déterminé.

Une interconnexion par retour d'état de $\Sigma_c(u_c, y_c)$ avec le système (II.22) préserve la puissance :

$$\begin{bmatrix} u \\ u_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ y_c \end{bmatrix} \tag{II.35}$$

L'ensemble définit dans l'espace d'état prolongé (x, ξ) peut être écrit sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{J}(x) - \mathcal{R}(x) & -g(x).g_c^T(\xi) \\ g_c(\xi).g^T(x) & \mathcal{J}_c(\xi) - \mathcal{R}_c(\xi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial H}{\partial x}(x) \\ \frac{\partial H_c}{\partial \xi}(\xi) \end{bmatrix} \tag{II.36}$$

Avec l'énergie totale stockée du modèle PH commandé par CBI $=H(x) + H_c(\xi)$.

Fonction de casimir :

On introduit le concept des fonctions de casimir qui sont des quantités conservées du système pour tout choix du hamiltonien déterminées d'une façon géométrique par la structure d'interconnexion du système et qui définissent l'invariance de la structure du système PH [27].

Considérons le système PH suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = \left[\mathcal{J}(x) - \mathcal{R}(x)\right] \frac{\partial H}{\partial x}(x) + g(x)u \\ y = g^T(x) \frac{\partial H}{\partial x}(x) \end{cases} \tag{II.37}$$

Avec un espace d'état X et la fonction hamiltonienne $H : X \to \mathbb{R}$.

Par définition la fonction scalaire $P(x, \xi) : X \text{x} X \to \mathbb{R}$ est une fonction de casimir du système $\Sigma(u, y) + \Sigma_c(u_c, y_c)$ si et seulement si sa dérivée par rapport au temps est nulle le long de la dynamique en boucle fermée pour toutes les fonctions hamiltonienne $H(x)$, ceci signifie que :

$$\frac{dP(x,\xi)}{dt} = \frac{\partial^T P(x,\xi)}{\partial x} \dot{x} + \frac{\partial^T P(x,\xi)}{\partial \xi} \dot{\xi} = 0$$

Alors :

$$\begin{cases} \frac{\partial^T P(x,\xi)}{\partial x} \left[\mathcal{J}(x) - \mathcal{R}(x)\right] - \frac{\partial^T P(x,\xi)}{\partial \xi} \left[g(x).g_c^T(\xi)\right] = 0 \\ \frac{\partial^T P(x,\xi)}{\partial \xi} \left[\mathcal{J}_c(\xi) - \mathcal{R}_c(\xi)\right] + \frac{\partial^T P(x,\xi)}{\partial x} \left[g_c(\xi).g^T(x)\right] = 0 \end{cases} \tag{II.38}$$

Ces conditions sont des conséquences directes de la loi d'interconnexion CBI.

L'existence de la fonction de casimir d'un système en boucle fermée joue un rôle important dans la commande par interconnexion et la formation de l'énergie.

Dans la commande CBI il n'existe aucun lien entre l'état du système et celui du contrôleur, le choix de l'énergie du contrôleur pour régler le système est difficile.

Dans ce cas, la solution est de limité l'état du système en boucle fermée en un certain sous espace d'état $\xi = F(x) + k,\ \ k \in \mathbb{R}$ correspondant à la fonction de casimir du type :

$$P(x,\xi) = F(x) - \xi \tag{II.39}$$

Ceci signifie que nous recherchons les solutions de l'équation aux dérivées partielles (EDP) :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^T F(x)}{\partial x}\left[\mathcal{J}(x) - \mathcal{R}(x)\right] + g(x).g_c^T(\xi) = 0 \\ -\mathcal{J}_c(\xi) + \mathcal{R}_c(\xi) + \dfrac{\partial^T F(x)}{\partial x}\left[g_c(\xi).g^T(x)\right] = 0 \end{cases} \tag{II.40}$$

La fonction (II.22) satisfait EDP (II.39) si (voir [31]):

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^T F(x)}{\partial x}\mathcal{J}(x) = -g_c(\xi).g^T(x) \\ \mathcal{R}(x)\dfrac{\partial F(x)}{\partial x} = 0 \\ \dfrac{\partial^T F(x)}{\partial x}\left[g_c(\xi).g^T(x)\right] = \mathcal{J}_c(\xi) \\ \mathcal{R}_c(\xi) = 0 \end{cases} \tag{II.41}$$

Dans ce cas, la dynamique réduite du système (II.22) est un modèle PH de la forme :

$$\dot{x} = \left[\mathcal{J}(x) - \mathcal{R}(x)\right]\frac{\partial H_d}{\partial x}(x) \tag{II.42}$$

Avec l'énergie façonnée type : $H_d(x) = H(x) + H_c\left(F(x) + k\right)$

L'état : $\mathcal{R}(x)\dfrac{\partial F(x)}{\partial x} = 0$ de (II.41) caractérise la dissipation admissible pour la balance d'énergie de la PBC en termes de coordonnées là où l'énergie peut être formée.

En effet, si l'état précédent est pris pour: $\mathcal{R}(x)\dfrac{\partial H_c(F)}{\partial x}(x) = 0$ pour toute fonction de contrôle d'énergie H_c en général, ceci signifie que H_c ne devrait pas dépendre des coordonnées où il y a amortissement normal. La dernière restriction peut alors être interprétée comme: dissipation dans la balance d'énergie PBC est admissible seulement sur les coordonnées qui n'exigent pas un façonnement d'énergie. Par exemple: dans les systèmes mécaniques où l'état constitué de la position et des vitesses, l'amortissement est associé aux derniers; par conséquent, dans la commande de la position, seule l'énergie potentielle est concernée; ainsi la condition $\mathcal{R}(x)\dfrac{\partial H_c(F)}{\partial x}(x) = 0$ sera satisfaite.

En conclusion, on peut appliquer la stratégie CBI aux systèmes PH avec un flux construit antérieurement, qui garantissela préservation avec une dissipation sans contraintes additionnelles.

2.3.2 Commande par modulation état-source :

Pour prolonger PBC aux systèmes avec une dissipation infinie, nous présentons deux transformations principales :

01) D'abord, comme ces systèmes ne peuvent pas être stabilisés par extraction d'une quantité d'énergie finie du contrôleur, nous considérons ce dernier comme une source d'énergie infinie décrit par :

$$\Sigma_c\left(u_c, y_c\right): \begin{cases} u_c = \dot{\xi} \\ y_c = \dfrac{\partial H_c\left(\xi\right)}{\partial \xi} \end{cases} \tag{II.43}$$

Avec la fonction énergétique: $H_c\left(\xi\right) = -\xi$.

02) En second lieu, une interconnexion unitaire classique en boucle fermée (par les variables de port de puissance) qui impose des contraintes strictes sur les structures des systèmes et du contrôleur reflété par les conditions :

$$\begin{aligned} &\left(\frac{\partial F\left(x\right)}{\partial x}\right)^T \mathcal{J}\left(x\right).\frac{\partial F\left(x\right)}{\partial x} = \mathcal{J}_c\left(\xi\right) \\ &\left(\frac{\partial F\left(x\right)}{\partial x}\right)^T \mathcal{J}\left(x\right) = g_c\left(\xi\right).g^T\left(x\right) \end{aligned} \tag{II.44}$$

Pour fournir plus de conception élastique, nous proposons d'incorporer l'information d'état, en couplant le système de source avec le système façonné par l'intermédiaire d'une interconnexion état modulée de la forme :

$$\begin{bmatrix} u\left(s\right) \\ u_c\left(s\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\beta\left(x\right) \\ \beta\left(x\right) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y\left(s\right) \\ y_c\left(s\right) \end{bmatrix} \tag{II.45}$$

Cette interconnexion est clairement de puissance préservée.

Le système global (II.22), (II-43) et (II-45) relié ensemble, peut être écrit :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{J}\left(x\right) - \mathcal{R}\left(x\right) & -g\left(x\right).\beta\left(x\right)) \\ \beta^T\left(x\right).g^T\left(x\right) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{\partial H\left(x\right)}{\partial x} \\ \dfrac{\partial H_c\left(\xi\right)}{\partial \xi} \end{bmatrix} \tag{II.46}$$

Ce qui est toujours un système PH avec une énergie totale: $H\left(x\right) + H_c\left(\xi\right)$.

Il est important de noter que la dynamique de x décrit le comportement du système :

$$\Sigma:\begin{cases}\dot{x}=f(x)+g(x)u\\ y=h(x)\end{cases} \tag{II.47}$$

Avec une rétroaction statique d'état : $u=\beta(x)$ par conséquent, notre choix de β pour la fonction d'état-modulation (voir [15]).

La restriction d'amortissement : $\mathcal{R}(x)\dfrac{\partial F}{\partial x}(x)=0$ est une condition nécessaire pour l'existence de la fonction de casimir dans ce cas aussi bien [3]. Le point clé ici est que l'énergie du sous-ensemble de x peut être formée et la structure PH préservée sans génération de fonctions de casimir. En effet, si : pour $\mathcal{J}(x),\mathcal{R}(x)$ et $g(x)$ données nous pouvons résoudre l'équation aux dérivées partielle :

$$g(x)\beta(x)=\left[\mathcal{J}(x)-\mathcal{R}(x)\right]\frac{\partial H_a}{\partial x}(x) \tag{II.48}$$

Pour quelque $\beta(x)$ alors la dynamique du système de façonnement est décrite par :

$$\dot{x}=\left[\mathcal{J}(x)-\mathcal{R}(x)\right]\frac{\partial H_d}{\partial x}(x),\ \text{avec la fonction énergétique : } H_d(x)=H(x)+H_a(x) \tag{II.49}$$

En outre, si nous pouvons s'assurer que $H_d(x)$ a un minimum au point d'équilibre désiré, alors la commande par retour d'état $u=\beta(x)$ rend ce point stable.

Notons qu'il n'y a aucune contrainte " dissipation finie " pour la résolution de (II.48); donc cette nouvelle conception de PBC est, en principe, applicable aux systèmes avec dissipation infini.

Exemple :

Soit le circuit R-L-C parallèle de la figure II.08 :

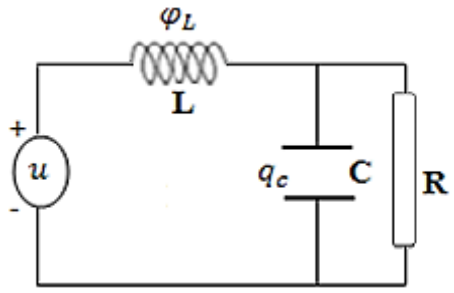


Figure II.08: Circuit électrique RLC parallèle

L'équation d'état de cet exemple est décrite par :

$$\Sigma:\begin{cases}\dot{x}_1=\dfrac{1}{L}x_2-\dfrac{1}{CR}x_1\\ \dot{x}_2=-\dfrac{1}{C}x_1+u\\ y=\dfrac{1}{L}x_2\end{cases} \tag{II.50}$$

Où : $x_1=q_c,\ \ x_2=\Phi_L$

Le résultat principal de cet exemple est un procédé systématique pour PBC des systèmes électrotechnique commandés de la forme hamiltonienne à ports.

Soit x_* un point de fonctionnement désiré quand doit stabiliser via PBC donc :

$$x_* = \left[x_{1*} = Cu_* \quad x_{2*} = \frac{L}{R} u_* \right]^T \tag{II.51}$$

La description de la dynamique du circuit RLC peut être modélisé sous la forme (II.11) avec comme fonction énergétique : $H(x) = \frac{1}{2C} x_1^2 + \frac{1}{2L} x_2^2$ et des matrices :

$$\mathcal{J}(x) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathcal{R}(x) = \begin{bmatrix} \frac{1}{R} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad g = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Le résultat de l'équation aux dérivées partielles (II.48) est :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial H_a(x)}{\partial x_2} - \dfrac{1}{R} \dfrac{\partial H_a(x)}{\partial x_1} = 0 \\ \beta(x) = -\dfrac{\partial H_a(x)}{\partial x_1} \end{cases} \tag{II.52}$$

Où :

- La première équation: peut-être généralement résolue pour : $H_a(x) = \Gamma(Rx_1 + x_2)$ avec $\Gamma : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ est une fonction différenciable arbitraire choisit de telle que $H_d(x)$ est minimale au point d'équilibre désiré x_*.

Pour simplification, on choisit une fonction quadratique :

$$H_a(x) = \frac{K_p}{2} \left[(Rx_1 + x_2) - (Rx_{*1} + x_{*2}) \right]^2 - Ru_* (Rx_1 + x_2) \tag{II.53}$$

On peut vérifier que l'énergie désirée façonnée $H_a(x)$ est obtenue pour :

$$K_p > \frac{-1}{L + CR^2} \tag{II.54}$$

Et la fonction assignée d'énergie, comme prévue, est quadratique incrémentée.

$$H_d(x) = (x - x_*^T) \begin{bmatrix} \frac{1}{C} + R^2 K_p & RK_p \\ RK_p & \frac{1}{L} + K_p \end{bmatrix} (x - x_*) + k \tag{II.55}$$

Clairement, (II.54) est une condition nécessaire et suffisante pour que x_* soit l'unique minimum de la fonction désirée $H_d(x)$.

- La deuxième équation définit la loi de commande qui est simple (type linéaire à retour d'état) définit par :

$$u(x) = -K_p \left[R(x_1 - x_{1*}) + x_2 - x_{2*} \right] + u_* \tag{II.56}$$

Remarque :

Bien que cet exemple linéaire soit simple, ceci ne sera pas le point de vérité pour le cas général non-linéaire. En outre, l'importance de la détermination des conditions nécessaires et suffisantes pour la solution de l'équation aux dérivées partielles peut à peine être surestimée. Une application pour les convertisseurs DC-DC sera envisagée dans le chapitre qui suit.

2.3.3. Commande par interconnexion et assignement d'amortissement (IDA) :

2.3.3.1 Principe :

On vient de voir que la conception d'un contrôleur PBC s'articule essentiellement sur nos capacités à résoudre l'équation aux dérivées partielles (II.48), hormis sa solution ne soit pas facile.

Ainsi, l'incorporation de la commande IDA-PBC avec la connaissance antérieure du système va simplifier la tâche.

L'idée fondamentale de cette technique est d'imposer une forme énergétique désirée $H_d(x)$ au système en boucle fermée par une action de commande $u=\beta(x)$. L'aspect mathématique de cette commande est la résolution de la prétendue équation aux dérivées partielle :

$$\left[\mathcal{J}(x)-\mathcal{R}(x)\right]\frac{\partial H(x)}{\partial x}+g(x).\beta(x)=\left[\mathcal{J}_d(x)-\mathcal{R}_d(x)\right]\frac{\partial H_d(x)}{\partial x} \qquad \text{(II.57)}$$

Avec de nouvelles matrices d'interconnexion et d'amortissement, respectivement: $\mathcal{J}_d(x)=-\mathcal{J}_d^T(x);\quad \mathcal{R}_d(x)=\mathcal{R}_d^T(x)\geq 0.$

Qui satisfaites : $\mathcal{J}_d(x)=\mathcal{J}(x)+\mathcal{J}_c(x);\quad \mathcal{R}_d(x)=\mathcal{R}(x)+\mathcal{R}_c(x)$

Où : $\mathcal{J}_c(x),\mathcal{R}_c(x)$ sont les nouveaux paramètres de conception qui ajoutent plus de degrés de liberté à la résolution de l'EDP qu'on verra plus tard, c'est le principe d'IDA-PBC.

Remarque :

$H_d(x)=H(x)+H_c(x)$. Où : $H_c(x)$ l'énergie garantie par le contrôleur en boucle fermée.

2.3.3.2 Conception:

La conception de la méthode d'IDA-PBCest basée essentiellement sur deux étapes [11]:

1) <u>*Energie façonnée*</u> : nous modifions toute la fonction énergétique du système pour assigner un point d'équilibre désiré (x_*).

2) <u>*Injection d'amortissement*</u> : pour réaliser une stabilité asymptotique et préserver l'énergie, nous exigeons également du système en boucle fermée d'être de la forme PH [33].

Le régulateur IDA-PBC utilise le modèle mathématiquement (II.22), L'échange interne d'énergies est saisi par les matrices d'interconnexion $\mathcal{J}(x)$ et d'amortissements $\mathcal{R}(x)$.

Elle est rapportée en deux concepts :

♦ Quand les matrices d'interconnexion et d'amortissement $\left(\mathcal{J}(x),\mathcal{R}(x)\right)$ sont laissés inchangé, la conception est appelée IDA-PBC Basic (BIDA).

♦ Quand ils sont modifiés, on appel la conception IDA-PBC simplement.

Ni l'un ni l'autre des arrangements n'est limité par l'obstacle de dissipation.

En conclusion, la conception d'un contrôleur IDA-PBC est basée sur les principes suivants :

En premier lieu : on fixe la structure désirée de ses matrices (IDA).

Puis : nous dérivons l'équation aux dérivées partielles paramétrées par le choix des matrices solutions caractéristique de toutes les fonctions énergétique assignées.

Finalement : parmi ces solutions on choisit celle qui satisfait le minimum requit

Ensuite on calcule la commande.

Mathématiquement en calcul la commande en boucle fermée $u=\beta(x)$ afin de trouver l'état statique précisément et avoir une dynamique de la forme $\dot{x}=\left[\mathcal{J}_d(x)-\mathcal{R}_d(x)\right]\frac{\partial H_d(x)}{\partial x}$

La nouvelle fonction énergétique à un minimum strictement localisé au point d'équilibre x_*.

Application aux systèmes non-linéaires:

La méthode (IDA–PBC) manipule la dissipation dominante, elle ne compte pas sur la dynamique par incrémentation, ainsi que les fonctions énergétiques seront (en général) non quadratiques.

Malheureusement, dans quelques applications de technologie les modèles physiques PH sont trop complexes pour la commande, la conception et une étape de réduction est habituellement nécessaire. Par conséquent, l'intérêt de prolonger IDA-PBC à une classe plus générale des systèmes comme décrit dans la proposition suivante :

Considérons le système non linéaire suivant :

$$\dot{x}=f(x)+ug(x) \tag{II.58}$$

Avec :

$x\in\mathbb{R}^n$: Vecteur d'état.

$f(x)$: Vecteur fonction.

$u\in\mathbb{R}^m$: L'action de commande ($m\leq n$).

$g(x)\mathbb{R}^n\rightarrow\mathbb{R}^{nxm}$: Matrice de commande.

Supposont l'éxistance des matrices: $\mathcal{J}_d(x)=-\mathcal{J}_d{}^T(x)$, $\mathcal{R}_d(x)=\mathcal{R}_d{}^T\geq 0$ et la fonction $H_d:\mathbb{R}^n\rightarrow\mathbb{R}$ qui vérifie l'équation aux dérivées partielles suivante :

$$g^{\perp}(x) f(x) = g^{\perp}(x)\left[\mathcal{J}_d(x) - \mathcal{R}_d(x)\right]\frac{\partial H_d(x)}{\partial x} \tag{II.59}$$

Où : $g^{\perp}(x)$ est la matrice orthogonale de $g(x)$ de rang $(n-m)$.

Soit $x_* \in \left\{x \in \mathbb{R}^n \,/\, g^{\perp}(x) f(x) = 0\right\}$ le point d'équilibre à stabiliser.

Avec: $x_* = argmin\, H_d(x)$ (II.60)

Le système (II.58) en boucle fermée (doit avoi une loi de commande du type :

$$\beta(x) = \left[g^T(x).g(x)\right]^{-1}.g^T(x) \times \left\{\left[\mathcal{J}_d(x) - \mathcal{R}_d(x)\right]\frac{\partial H_d}{\partial x} - f(x)\right\} \tag{II.61}$$

Avec une forme PH du type :

$$\dot{x} = \left(\mathcal{J}_d(x) - \mathcal{R}_d(x)\right)\frac{\partial H_d(x)}{\partial x} \tag{II.62}$$

Pour que le point d'équilibre (local) x_* soit asymptotiquement stable il faut que celui ci est un minimum isolé de $H_d(x)$ ainsi que le plus grand ensemble invariable au-dessous de la dynamique (II.61) contenue dans $\left\{x \in \mathbb{R}^n \,/\, \left[\frac{\partial H_d}{\partial x}\right]^T \mathcal{R}_d(x)\frac{\partial H_d}{\partial x} = 0\right\} = \{x_*\}$ [03].

Une estimation de son domaine d'attraction est donnée par le plus grand degré limité de l'ensemble $\left\{x \in \mathbb{R}^n \,/\, H_d(x) \le c\right\}$ où c une constante.

Preuve :

Remplaçons u du terme droite de (II.54) par $u = \beta(x)$, faire l'égalité avec le terme droite de (II.61), on obtient l'expression :

$$f(x) + g(x)\beta(x) = \left[\mathcal{J}_d(x) - \mathcal{R}_d(x)\right]\frac{\partial H_d(x)}{\partial x} \tag{II.63}$$

Multiplions (II.63) par $g^{\perp}(x)$ on obtient l'EDP (II.50), l'expression de la commande est obtenue par la multiplication du terme gauche par la pseudo-inverse de $g(x)$. La stabilité de x_* est établit le long de la trajectoire de (II.62) et nous avons :

$$\dot{H}_d = -\left[\frac{\partial H_d(x)}{\partial x}\right]^T \mathcal{R}_d(x)\frac{\partial H_d(x)}{\partial x} \le 0 \tag{II.64}$$

Alors, $H_d(x)$ est qualifiée comme une fonction de Lyapunov.

En conclusion, s'assurer que les solutions demeurent bornées, nous estimons le domaine d'attraction de $H_d(x)$ comme le plus grand ensemble a degré limité.

Discussion :

Il est clair que l'étape principale dans la conception IDA-PBC est la résolution de l'équation (II.59) ; nous soulignons le fait que dans cette équation:

(i) $\mathcal{J}_c(x)$ et $\mathcal{R}_c(x)$ sont libres.

(ii) $H_d(x)$ peut être totalement ou partiellement fixé et nous pouvons assurer (II.59).

(iii) il y a un degré de liberté additionnelle dans $g^{\perp}(x)$ qui n'est pas uniquement définit par $g(x)$ (ce degré de liberté peut être employé par exemple pour éliminer la non-linéarité de l'EDP qui apparaît dans les systèmes mécaniques).

2.3.3.3 Types de la commande IDA-PBC :

Pour résoudre l'équation aux DP (II.59), au moins, trois manières sont envisagées:

- ***IDA Non-Paramétré*** : un cas extrême [3], on peut fixer, apriori $\mathcal{J}_c(x), \mathcal{R}_c(x)$ (en première étape égales à zéro) ainsi que $g^{\perp}(x)$ pour le système PH (II.22), ce qui mène alors à une EDP en fonction de $H_d(x)$ donnant un ensemble de solutions qui définissent l'énergie admissible ($H_d(x)$ pour les matrices d'interconnexion et d'amortissement données) [3]. Parmi la famille des solutions nous choisissons celle qui satisfait (II.60).

- ***IDA Algébrique*** : l'autre cas extrême (proposition originale [34]), on fixe la fonction d'énergie désirée $H_d(x)$, alors l'EDP est une équation algébrique en fonction de : $\mathcal{J}_c(x), \mathcal{R}_c(x)$ et $g^{\perp}(x)$.

- ***IDA Paramétré*** : Pour certains types de systèmes physiques il est souhaitable de limiter la fonction d'énergie désirée à une certaine classe de fonctions.

Par exemple, pour les systèmes mécaniques ce sera la somme de l'énergie potentielle $V_d(q)$ qui ne dépend que de la position et de l'énergie cinétique qui est une forme quadratique des moments $M_d^{-1}(q)$ [34] :

$$H_d(q,p) = \frac{1}{2} p^T M_d^{-1}(q)\, p + V_d(q).$$

En donnant une structure fixe à la fonction $H_d(x)$ on obtient une nouvelle EDP qui impose quelques contraintes sur les matrices d'interconnexion et d'amortissement.

Choix de $\mathcal{J}_d(x), \mathcal{R}_d(x)$ *et* $g^{\perp}(x)$

De la proposition1, on déduit que la sélection de $\mathcal{J}_d(x), \mathcal{R}_d(x)$ *et* $g^{\perp}(x)$ est essentielle pour le succès de la version IDA-PBC paramétrée ou non-paramétrée. Adopter un simple point de vue informatique peut être assimilé à « une commande à actions additionnelle » qui sont utilisés pour simplifier la solution d'EDP (II.59). Par exemple, elles peuvent être choisies pour vérifier les condiditions du théorème de Frobenius :

$g^{\perp}(x)\left[\mathcal{J}_d(x)-\mathcal{R}_d(x)\right]\dfrac{\partial H_d}{\partial x}=0$ qui est une solution (génériquement) nécessaire pour (II.59). Ce point de vue est purement analytique et peut être utilisé en pratique et c'est souvent préférable d'essayer d'incorporer la connaissance antérieure disponible au sujet pour l'application actuelle, en particulier lors du traitement des systèmes physiques.

Exemple 01:

Soit le système non linéaire représenté par l'équation d'état suivante :

$$\begin{cases}\dot{x}_1=-x_1+Kx_2^2\\ \dot{x}_2=-x_1x_2+u\end{cases} \tag{II.65}$$

Avec : $K>0$ un gain et u la commande.

Pour une fonction énergétique : $H(x)=\dfrac{1}{2}x_1^2+\dfrac{1}{2}Kx_2^2$ le système s'exprime sous la forme PH avec :

$$\mathcal{J}(x)=\begin{bmatrix}0 & x_2\\ -x_2 & 0\end{bmatrix};\mathcal{R}(x)=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix};g=\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}$$

L'objectif de la commande est de réguler, par exemple, x_2 à une valeur désirée x_{2d} .

Le point d'équilibre correspondant à l'équation (II.65) est donnée par : $\left(x_{1*}=K\left(x_{2d}\right)^2, u_*=K\left(x_{2d}\right)^3\right)$

Soit (e_1,e_2) l'erreur de position commise sur (x_1,x_2) respectivement.

En utilisant la technique IDA algébrique, nous écrivons l'équation PH comme suit :

$$\dot{x}=\left[\mathcal{J}_d(x)-\mathcal{R}_d(x)\right]\frac{\partial H_d(x)}{\partial x} \tag{II.66}$$

Avec : $\mathcal{J}_d(x)=\begin{bmatrix}0 & \alpha(x)\\ -\alpha(x) & 0\end{bmatrix}$; $\mathcal{R}_d(x)=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & r\end{bmatrix}$

Et : $H_d(x)=\dfrac{1}{2}\left(x_1-x_{1*}\right)^2+\dfrac{1}{2\gamma}\left(x_2-x_{2d}\right)^2$ (II.67)

$\alpha(x)$ est une fonction qui sera déterminée par l'équation matricielle ci-dessous et $\gamma>0, r>0$ sont des paramètres ajustables, donc :

$$\left[\mathcal{J}(x)-\mathcal{R}(x)\right]\frac{\partial H(x)}{\partial x}+g(x)\beta(x)=\left[\mathcal{J}_d(x)-\mathcal{R}_d(x)\right]\frac{\partial H_d(x)}{\partial x} \tag{II.68}$$

A partir de la première ligne de l'équation (II.68) on obtient :

$$Kx_2^2-x_1=\frac{\alpha(x)}{\gamma}e_2-e_1\Rightarrow\alpha(x)=\gamma K\left(2x_2-e_2\right) \tag{II.69}$$

En substituant ce résultat dans la deuxième ligne de l'équation (II.68) on aura :

$$\beta(x) - x_1 x_2 = -\alpha e_1 - \frac{r}{\gamma} e_2 \tag{II.70}$$

Ainsi, la loi de commande est d'écrite par :

$$\beta(x) = x_1 x_2 - \gamma K\left(x_2 + x_{2d}\right) e_1 - \frac{r}{\gamma} e_2 \tag{II.71}$$

Cette commande représente un système PH en boucle fermé avec $\mathcal{J}_d(x), \mathcal{R}_d(x)$ et $H_d(x)$ qui a un point d'équilibre globalement asymptotiquement stable $\left(x_{1^*}, x_{2d}\right)$.

Exemple 02 : Pour bien illustrer les trois approches d'IDA-PBC, considérons le problème de régulation de la position du système électrostatique de la figure (II.09) [35]:

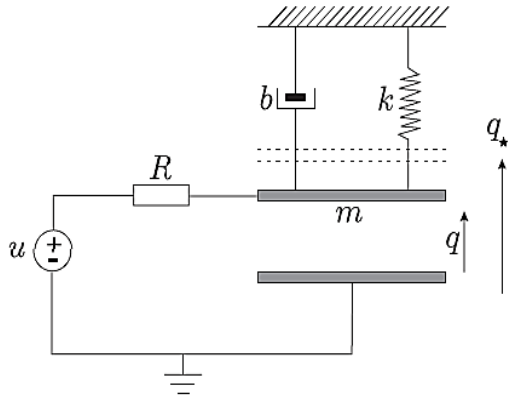


Figure II.09 : Modèle d'un système électrostatique

L'équation dynamique du mouvement est définit par :

$$\begin{cases} \dot{q} = \dfrac{p}{m} \\ \dot{p} = -k\left(q - q_*\right) - \dfrac{Q^2}{2A\varepsilon} - \dfrac{b}{m} p \\ \dot{Q} = -\dfrac{qQ}{RA\varepsilon} + \dfrac{1}{R} u \end{cases} \tag{II.73}$$

Les variables d'état qui emmagasinent de l'énergie sont :

p : La quantité de mouvement (habituellement difficile a mesurée),

q : La position.

Q : La charge du dispositif.

A, m et ε représentent respectivement l'air, la masse et la perméabilité.

La raideur du ressort et le coefficient de frottement sont données respectivement par k, b

R : La résistance d'entrée et u la tension de commande.

Avec : $(q_*, 0, 0)$ comme point d'équilibre à stabiliser.

Le modèle PH du type (II.11) d'un tel système peut être formulé avec :

$$\mathcal{J}=\begin{bmatrix}0&1&0\\-1&0&0\\0&0&0\end{bmatrix};\ \mathcal{R}=\begin{bmatrix}0&0&0\\0&b&0\\0&0&\dfrac{1}{R}\end{bmatrix};\ g^T=\begin{bmatrix}0&0&\dfrac{1}{R}\end{bmatrix} \tag{II.74}$$

La fonction énergétique est de la forme : $H(q,p,Q)=\frac{1}{2}k(q-q_*)^2+\frac{1}{2m}p^2+\frac{q}{2A\varepsilon}Q^2$ (II.75)

- Commençons avec IDA Algébrique : supposons qu'on va assigner une fonction d'énergie quadratique : $H_d(p,q,Q)=\frac{\gamma_1}{2}(q-q_*)^2+\frac{1}{2m}p^2+\frac{\gamma_2}{2}Q^2$ où : $(\gamma_1,\gamma_2)\in\mathbb{R}^{+2}$ des paramètres libres. Définissons les matrices d'interconnexion et d'amortissement désirées par :

$$\mathcal{J}_d=\begin{bmatrix}0&j_{12}&j_{13}\\-j_{12}&0&j_{23}\\-j_{13}&-j_{23}&0\end{bmatrix};\ \mathcal{R}_d=\begin{bmatrix}r_1&0&0\\0&r_2&0\\0&0&r_3\end{bmatrix} \tag{II.76}$$

Après un calcul simple, l'équation aux dérivées partielles (II.59) devient algébrique avec une seule solution matricielle : $\mathcal{J}_d=\begin{bmatrix}0&1&0\\-1&0&-\dfrac{Q}{2A\gamma_2}\\0&\dfrac{Q}{2A\gamma_2}&0\end{bmatrix};\ \mathcal{R}_d=\begin{bmatrix}0&0&0\\0&b&0\\0&0&r_3\end{bmatrix}$

où $r_3\in\mathbb{R}^+$ et $j_{23}=-\dfrac{Q}{2A\gamma_2}\neq 0$

La loi de commande (II.61) est décrite par :

$$\beta(q,p,Q)=\left(\frac{1}{m.2A\varepsilon.\gamma_2}p-r_3\gamma_2\right)R.Q+\frac{1}{A\varepsilon}qQ \tag{II.77}$$

Notons Biens que la loi de commande dépend de l'état p non mesurable.

- Pour appliquer IDA Paramétré : on utilise la même structure $(\mathcal{J}_d-\mathcal{R}_d)$ de l'équation dynamique du système, EDP s'écrit :

$$r_1\nabla_q H_d+j_{12}\nabla_p H_d+j_{13}\nabla_Q H_d=\frac{p}{m} \tag{II.78}$$

$$-j_{12}\nabla_q H_d-r_2\nabla_p H_d+j_{23}\nabla_Q H_d=-k(q-q_*)-\frac{Q^2}{2A\varepsilon}-\frac{b}{m}p \tag{II.79}$$

Il n'y a aucune indication claire sur la façon de choisir les éléments de $(\mathcal{J}_d-\mathcal{R}_d)$, nous les fixons comme des constantes. Basé sur des considérations physiques, nous pouvons choisir la matrice $(\mathcal{J}_d-\mathcal{R}_d)$ de la façon suivante :

$$\mathcal{J}_d - \mathcal{R}_d = \begin{bmatrix} 0 & j_{12} & 0 \\ -j_{12} & -r_2 & j_{23} \\ 0 & -j_{23} & -r_3 \end{bmatrix} \tag{II.80}$$

La solution de EDP est une expression encombrante avec un contrôleur plus compliqué qui dépend toujours de p , posons $r_2 = j_{12}b$ on obtient la fonction d'énergie désirée :

$$H_d(q,p,Q) = \frac{1}{2.j_{12}}\left(\frac{1}{m}p^2 + \frac{k}{2A\varepsilon}(q-q_*)^2 + \frac{j_{23}^2}{3j_{12}^2 A\varepsilon}q^3 + \frac{j_{23}}{j_{12}A\varepsilon}q^2Q + \frac{1}{A\varepsilon}qQ^2\right) + \psi\left(\frac{j_{23}}{j_{12}}q + Q\right) \tag{II.81}$$

$\psi(.)$: Une fonction libre sélectionnée pour garantir l'équilibre assigné (II.61).

La loi de commande est donnée par :

$$\beta(q,p,Q) = \frac{j_{23}R}{j_{12}m}p - r_3R\left(\frac{j_{23}}{2.j_{12}^2 A\varepsilon}q^2 + \frac{1}{4j_{12}A\varepsilon}q + \dot{\psi}_Q\right) + \frac{1}{A\varepsilon}qQ \tag{II.82}$$

Finalement, la partie mécanique du système suggère la considération d'une fonction énergétique constituée de la somme d'énergie cinétique en boucle ouverte et d'une fonction $\varphi(q,Q)$ à définir :

$$H_d(q,p,Q) = \frac{1}{2m}p^2 + \varphi(q,Q) \tag{II.83}$$

Cette paramétré fixe $(\mathcal{J}_d - \mathcal{R}_d)$ d'une manière à avoir : $\mathcal{J}_d - \mathcal{R}_d = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & -b & 0 \\ 0 & 0 & -r_3 \end{bmatrix}$

La solution d'EDP (II.59) rapport : $\varphi(q,Q) = \frac{k}{2}(q-q_*)^2 + \frac{1}{2A\varepsilon}qQ^2 + \psi(Q)$, avec $\psi(Q)$ gain libre de l'équilibre assigné. Après un calcul, on obtient la loi de commande en boucle fermée :

$\beta(q,Q) = -(r_3R-1)\frac{1}{A\varepsilon}qQ - r_3R\dot{\psi}$ qui ne dépend plus de l'état non mesuré (p).

Remarque :

- Un cas particulier $r_3 = \frac{1}{R}$ et $\psi(Q)$ quadratique qui décrit le fameux contrôleur de charge linéaire en boucle fermée [36], mais il garantit également l'emploi des fonctions non-linéaires, par exemple, niveaux de saturation.
- Nous devrions également mentionner que l'arrangement de la commande a été obtenu en utilisant un control par amortissement plus l'approche interconnexion.

2.3.3.4 Propriété d'IDA-PBC :

1)Interconnexion état – modulée :

Soit le contrôleur a énergie infinie définit par :

$$\Sigma_c : \begin{cases} \dot{\zeta} = u_c \\ y_c = \dfrac{\partial H_c(\zeta)}{\partial \zeta} \end{cases} \tag{II.84}$$

Avec la fonction énergétique : $H_c(\zeta) = -\zeta$.

L'interconnexion par état-modulé (préservation de la puissance) Σ_I est ainsi définit :

$\begin{bmatrix} u(s) \\ u_c(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\beta(x) \\ \beta(x) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(s) \\ y_c(s) \end{bmatrix}$. Ou : $\beta(x) = u(x)$ en boucle fermée.

De façon générale l'interconnexion du système (II.22) avec l'énergie totale $(H(x) + H_c(\zeta))$ est :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\zeta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{J}(x) - \mathcal{R}(x) & -g(x)\beta(x) \\ \beta^T(x) g^T(x) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dfrac{\partial H}{\partial x}(x) \\ \dfrac{\partial H_c}{\partial \zeta}(\zeta) \end{bmatrix} \tag{II.85}$$

2) Balance d'énergie

Le mécanisme de stabilisation par IDA-PBC est, en particulier, clair une fois appliqué aux systèmes (II.11) avec certaines propriétés d'amortissement. En effet, il a été montré dans [3] que si l'amortissement naturel du système PH satisfait :

$$\mathcal{R}(x).(\nabla H_d - \nabla H) = 0 \tag{II.86}$$

Donc pas d'amortissement supplémentaire à injecter et $\mathcal{R}(x) = \mathcal{R}_d(x)$ ainsi (le long des trajectoires de la boucle fermée du système), l'expression de la fonction énergétique désirée est donnée par :

$$H_d(x(t)) = H(x(t)) - \int_0^t u^T(s) y(s).ds \tag{II.87}$$

L'équation indique que, dans ce cas-ci, l'IDA-PBC assigne comme fonction énergétique la différence entre l'énergie stockée dans le système et l'énergie assurée par l'environnement, par conséquent on dit que le contrôleur est de type « balance d'énergie ».

IDA-PBC est une balance d'énergiesi nous modifions seulement l'énergie potentielle du système[37]. Même lorsque (II.86) n'est pas satisfaite, l'action de commande d'IDA-PBC admet la balance d'énergie comme interprétation.

Dans [35], si l'interconnexion et l'amortissement ne sont pas modifiés, c.-à-d.- : $\mathcal{J}_d(x)=\mathcal{J}(x);\ \mathcal{R}_d(x)=\mathcal{R}(x)$ avec la matrice $\mathcal{J}(x)-\mathcal{R}(x)$ est de plein rang, alors $H_d\left(x(t)\right)$ satisfait toujours (II.87) avec la nouvelle sortie :

$$\tilde{y}=-g^T(x)\left[\mathcal{J}(x)-\mathcal{R}(x)\right]^{-T}\times\left\{\left[\mathcal{J}(x)-\mathcal{R}(x)\right]\nabla H-g(x)u\right\} \tag{II.88}$$

De même, Nous avons pour une entrée simple du système qui vérifie (II.86) la nouvelle sortie $\tilde{y}$ coïncide exactement avec y naturelle. Bien que $u^T\tilde{y}$ n'a pas (en général) l'unité de puissance, il est aussi démontré dans [38], que pour les systèmes électromécaniques le nouveau port variable est obtenu par le théorème de Thevenin-Norton de la transformation de la tension-courant au port variable (u,y).

3) Action Intégrale

L'IDA-PBC avec une action intégrale : $u=u_{es}+u_{di}+v$

Ou : $\dot{v}=-K_I g^T\dfrac{\partial H_d}{\partial x};\quad K_I=K_I{}^T>0$, préserve la stabilité.

Preuve :

Soit : $W(x,v)=H_d+\dfrac{1}{2}v^TK_I^{-1}v$ le système en boucle fermée s'écrit :

$$\begin{bmatrix}\dot{x}\\ \dot{v}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathcal{J}_d(x)-\mathcal{R}_d(x) & gK_I\\ -K_Ig^T & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dfrac{\partial W}{\partial x}\\ \dfrac{\partial W}{\partial v}\end{bmatrix}$$ est clairement un système PH.

2.3.3.5 Synthèse:

Pour la version IDA PBC, on a suggéré l'action d'IDA basique étendu pour une solution explicite aux équations algébriques concernant la dissipation et la fonction d'énergie désirées.

En plus, IDA manipule la dissipation dominante, elle est plus proche de l'interprétation de la commande comme une application de l'espace d'étatsdans l'espace des entrées.

Pour élargir l'ensemble de systèmes stabilisé via IDA-PBC, on suggère d'effectuer simultanément l'énergie façonnée et l'injection d'amortissement, cette méthode est définit par SIDA–PBC (Simultaneous Injection Damping and Assignment).

2.3.4 Commande par SIDA:

Considérons le problème de stabilisation d'un point d'équilibre du système non linéaire (II.58) :

$$\dot{x}=f(x)+g(x)u \tag{II.89}$$

Comme on vient de voir, l'objectif de commande par IDA-PBC est d'accompli:

<u>*En premier lieu*</u> : d'assurer le signal de control $u=u_{es}+u_{di}$ composé des deux termes :

u_{es} : Responsable de l'étape de formation d'énergie.

u_{di} : La commande qui injecte de l'amortissement.

Deuxièmement : La résolution de l'équation clé :

$$g^{\perp}(x) f(x) = g^{\perp}(x)\left[\mathcal{J}_d(x)\right]\nabla H_d \tag{II.90}$$

ou :

$$\mathcal{J}_d(x) + \mathcal{J}_d^T(x) = 0 \tag{II.91}$$

Pour quelques H_d; $\mathcal{J}_d(x)$ et $g^{\perp}(x)$.

Et l'assignement de l'équilibre désiré x_* avec : $x_* = ArgminH_d(x)$ en boucle fermée où :

$$u_{es} = \left[g^T(x) g(x)\right]^{-1} g^T(x) \times \left[\mathcal{J}_d(x)\nabla H_d - f(x)\right] \tag{II.92}$$

Rend notre systéme du type :

$$\begin{cases} \dot{x} = \mathcal{J}_d(x)\nabla H_d + g(x) u_{es} \\ y = g^T(x)\nabla H_d \end{cases} \tag{II.93}$$

Ce système PH sans le terme de dissipation est conservateur ($\dot{H}_d = 0$) et x_* est un point d'équilibre stable.

Pour ajouter de la dissipation a notre système, nous bouclons la sortie passive y, par exemple, avec :

$$u_{di} = -K_{di} y. \qquad K_{di} = K_{di}^T > 0 \tag{II.94}$$

Alors, on obtient un système PH avec dissipation :

$$\begin{cases} \dot{x} = \left[\mathcal{J}_d(x) - \mathcal{R}_d(x)\right]\nabla H_d + g(x).v \\ y = g^T(x)\nabla H_d \end{cases} \tag{II.95}$$

Où :

v : Signal ajouté pour définir le port varialble.

$$\mathcal{R}_d(x) = g(x) K_{di} g^T(x) > 0 \tag{II.96}$$

Le nouveau système en boucle fermée satisfait $\dot{H}_d = y^T K_{di} y$ c'est facile de vérifier que x_* est asymptotiquement stable s'il est détectable par la sortie $\left(y(t) \equiv 0 \Rightarrow \lim_{t\to\infty} x(t) = x_*\right)$.

01) Principe :

La motivation d'élargir la classe des systèmes pour les quels cette équation est établie nous proposons en cela, pour éviter la décomposition de la commande en énergie formée et injection d'amortissement, d'effectuer simultanément les deux étapes et remplacé l'équation (II.59), par celle désignant la SIDA–PBC :

$$g^{\perp}(x) f(x,t) = g^{\perp}(x) F_d(x,t)\nabla H_d \tag{II.97}$$

Avec la condition que:

$$F_d(x,t)+F_d^T(x,t)\le 0 \tag{II.98}$$

$$\mathcal{J}_d(x)=\frac{1}{2}\left(F_d(x,t)-F_d^T(x,t)\right) \text{ et } \mathcal{R}_d(x)=-\frac{1}{2}\left(F_d(x,t)+F_d^T(x,t)\right)\ge 0 \tag{II.99}$$

La loi de commande s'exprime par :

$$u=\left[g^T(x).g(x)\right]^{-1}g^T(x)\times[F_d(x,t)\nabla H_d - f(x,t)] \tag{II.100}$$

Puisque l'ensemble des matrices symétriques est strictement contenu dans l'ensemble des matrices avec la partie négative symétrique semi définie, il est clair que l'ensemble des fonctions $\left\{f(x,t),g(x)\right\}$ pour lequel l'équation (II.90), avec la condition (II.91), est solvable soit strictement petit que l'ensemble auquel l'équation : $g^{\perp}(x)\,f(x,t)=g^{\perp}(x)F_d(x,t)\nabla H_d$,avec la condition : $F_d(x,t)+F_d^T(x,t)\le 0$, est solvable.

Exemple :

Considérons l'exemple cité ci-dessus définit par l'équation (II.58):

Avec : $f(x)=\begin{bmatrix}-x_1+Kx_2^2\\ -x_1x_2\end{bmatrix}$; $g(x)=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$ et u la commande.

L'objectif de la commande par SIDA-PBC est de réguler x_2 à une valeur désirée $x_{2d} \Rightarrow x_{1^*}=Kx_{2d}^2$ on doit chercher : $F_d=\begin{bmatrix}F_{11} & F_{12}\\ F_{21} & F_{22}\end{bmatrix}$ et la loi de commande (II.100) tel que :

$$u=F_{21}\frac{\partial H_d}{\partial x_1}+F_{22}\frac{\partial H_d}{\partial x_2}+x_1x_2 \tag{II.101}$$

Où : F_{21} et F_{22} des paramètres qui satisfaire : $F_d(x,t)+F_d^T(x,t)\le 0$ et l'équation (II.60).

Notons bien : que nous avons plus de degrés de liberté que la technique IDA-PBC.

- Le choix évident de la fonction énergétique est du type quadratique :

$$H_d(x)=\frac{1}{2}(x_1-x_{1^*})^2+\frac{1}{2}K(x_2-x_{2d})^2 \Rightarrow \nabla H_d^T(x)=\left[x_1-x_{1^*}\quad K(x_2-x_{2d})\right]^T \tag{II.102}$$

Posons : $F_{21}=-x_2$; $F_{22}=-\dfrac{A}{K}$

A : paramétre libre.

Donc la loi de commande par SIDA-PBC est la suivante : $u=x_{1^*}x_2-A(x_2-x_{2d})$ un control par rétroaction plus simple qui ne dépend que d'un seul état mesuré x_2.

- F_{11} et F_{12} sont choisis de sorte qu'ils doivent satisfaire la dynamique de x_1 :

$$Kx_2^2-x_1=F_{11}(x_1-x_{1^*})+F_{12}K(x_2-x_{2d}) \tag{II.103}$$

Pour simplifier le calcul, on prend : $F_{11} = -1 \Rightarrow F_{12} = x_2 + x_{2d}$.

Finalement, pour prouver la stabilité du système il suffit de s'assurer que: $F_d + F_d^T = \begin{bmatrix} -2 & x_{2d} \\ x_{2d} & -\frac{2A}{K} \end{bmatrix} \leq 0$ donc

on doit satisfaire l'inégalité de Schur d'où :

$$A \geq \frac{1}{4} K x_{2d}^2 = \frac{1}{4} x_{1*} \qquad \text{(II.104)}$$

2.4 Conclusion :

Du point de vue théorique, la PBC définie la commande comme étant l'acte d'interconnecter des systèmes dans le but d'obtenir un comportement désiré. Nous affirmons que l'´énergie joue un rôle fondamental dans la modélisation et que le façonnement de l'énergie devrait être incorporé comme principe de conception. A priori, ce paradigme repose sur la prémisse que, dans le but de commander, l'interconnexion des systèmes et l'échange d'énergie sont plus intuitifs, conceptuellement plus attirants et plus naturels que le traitement des signaux et le principe entrée/ sortie.

Au niveau technique, nous avons obtenu une caractérisation de tous les régulateurs basés sur la passivité surtout pour IDA -PBC.

Vu les nombreux avantages de cette méthode, on va essayer de l'utiliser pour rendre la commande des convertisseurs DC-DC statique et le moteur à induction robuste du point de vue variations paramétriquesce qui fera l'objectif du chapitre suivant.

Chapitre 03

Application de la Commande Basée sur la Passivité aux systèmes Electrotechnique

3.1 Introduction

On va essayer dans ce chapitre de montrer notre apport pour détourner les inconvénients des modèles jugés non performants ou difficile à résoudre avec une structure sous la forme hamiltonienne d'une classe des systèmes électrotechnique à savoir : les convertisseurs DC-DC statique et le moteur à induction de manière bien détaillée.

Une classe particulière d'électrotechnique dont l'importance pratique est remarquable est celle des convertisseurs statique DC-DC. Lors de l'insertion de ses derniers dans des systèmes caractérisés par des dynamiques lentes une commande plus performante est essentiel pour la poursuite de la dynamique de référence avec une minimisation des oscillations (en termes moyens ou à l'échelle de la période de commutation).

Les lois de commande classique de type linéaire offre certains solution aux problèmes de régulation autour d'un point de fonctionnement mais n'assument pas la stabilité qu'au prix d'un comportement conservatif qui est une illustration du compromis performance/robustesse [39-40].

Donc l'intérêt de prospecter des solutions dans le contexte non linéaire et de nombreuses formes ont été définis soit en continu ou en discret [41-42-43], on peut évoquer :

1. Commande par mode glissent

La commande par modes glissants est naturellement applicable aux convertisseurs car ils présentent une structure variable du fait du jeu des interrupteurs. Cette commande suppose en théorie une fréquence de commutation arbitrairement élevée mais s'apparente dans les cas réels et simples à une commande par hystérésis [44].

L'inconvénient majeur vient de la fréquence de commutation libre qui génère des spectres de tensions et/ou de courants non confinés.

2. Commande basée sur la fonction de Lyapunov

Cette technique est basée sur le critère de stabilité de Lyapunov, la fonction candidate définie positive et sa dérivée doit être négative. Pour les convertisseurs non linéaires le choix d'une telle fonction est généralement heuristique.

Si une critique peut être formulé pour cette technique c'est le faite qu'elle est sensible aux erreurs de paramètres.

Le classement de différentes commandes citées ci-dessus ne représente pas une liste intégrale des types de contrôles non-linéaires. En fait, plusieurs combinaisons sont possibles (voir [44-45]).

3.2. Application de la PBC aux systèmes d'électrotechnique

L'histoire et le développement de la période moderne de la commande des systèmes d'électrotechnique montrent qu'en pratique le processus de linéarité & des techniques fréquentielles ne donnent pas toujours de bons résultats à cause de la discontinuité du fonctionnement des interrupteurs de commande.

L'application des commandes classiques linéaires engendrent une divergence de l'information de la consigne désirée et des oscillations en régime transitoire. Des techniques temporelles appropriées doivent être proposées pour faire face aux développements des systèmes électrotechniques considérés initialement linéaires, continus et stationnaires. Cette version idéale a permis de développer des structures de commande relativement simple et non robuste vis-à-vis des variations paramétriques. Par exemple, le moteur à induction et les convertisseurs statiques sont basés sur des fonctionnements discrets et non linéaires (ouvertures et fermetures d'interrupteurs) avec des commandes classiques (PI, régulateur par hystérésis, modulation de largeur d'impulsion...) le mode opératoire s'avère non efficace.

L'Objet de notre travail est l'application de la commande basée sur la passivité aux convertisseurs statiques dc-dc non-linéaires représentés par : les hacheurs dévolteur, survolteur inséré avec des panneaux solaires comme source d'énergie renouvelable, dévolteur-survolteur ainsi que le moteur à induction afin d'imposer une loi de commande simple et améliorer les performances de ces systèmes non linéaires.

3.2.1 Problématique:

Ce n'est qu'en 1995 que la première commande basée sur la passivité d'un convertisseur statique est présentée par Sira-Ramirez et al. [18]. Il s'agit de stabiliser la tension de sortie des convertisseurs DC-DC de type hacheur parallèle et série/parallèle ou la résolution des équations aux dérivées partielle, modèle Euler-Lagrange par exemple, sont généralement qualifiées difficile [19].

Alors, nous proposons un modèle des convertisseurs du genre PH avec une commande hybride type IDA-PBC+ un gain de convergence (ou un régulateur passif Proportionnel Intégral (PI)), cette technique présente l'avantage d'avoir une dynamique des zéros d'ordre unitaire ce qui simplifie la vérification de la stabilité. L'application de cette technique pour différents types de convertisseurs et au moteur à induction va nous permettre de bien comprendre l'exploitation de la passivité pour la synthèse des lois de commande et l'insertion des correcteurs pour détourner les inconvénients qui surgissent [46-47].

Les performances et la robustesse de cette technique pour les convertisseurs statiques : dévolteur, survolteur, dévolteur-survolteur et le moteur à induction sont évaluées par des tests de simulation sous Matlab en Simulink et en Sim-power pour différents profils de consigne.

Les essais expérimentaux sont effectués sur des bancs d'essais basés essentiellement sur une Plate-forme dSPACE DS1103PPC, des capteurs de tensions et de courants type LA-25NP et LV-25P respectivement, l'interrupteur de base des convertisseurs DC-DC est un IGBT modèle SKM100GAL123D alimenté par une source de tension continue et une interface d'isolation galvanique utilisée afin de tester les signaux ; la charge utilisée pour l'expérience du moteur à induction est un moteur à courant continu 55kw.

3.2.2 Les convertisseurs DC-DC :

Un convertisseur DC/DC a pour but d'assurer la fluence d'énergie entre une source de tension continue vers une source de courant continu. La mise en œuvre de tels convertisseurs se justifie dans les cas suivants:

- On doit alimenter une source continue, et l'on dispose d'emblée d'une alimentation continue, de type panneaux solaire par exemple, Il est important dans ce cas de disposer d'un convertisseur direct qui assure l'échange d'énergie entre de telles sources.
- On doit alimenter une source continue, mais l'on dispose d'une source d'alimentation alternative. La conversion d'énergie peut se réaliser alors en deux étapes:

1- conversion alternative–continue par un convertisseur de courant.

2- conversion continue–continue, pour ajuster les valeurs des grandeurs de sortie continues.

On sait qu'un convertisseur de courant peut permettre à lui seul d'assurer la fluence d'énergie entre une source alternative et une source continue. Cependant, par la mise en série d'un convertisseur DC/DC (appelé également convertisseur de courant continu à pulsation), on tire parti de la caractéristique de ces derniers de fonctionner à fréquence de commutation élevée [39].

Comme on a la possibilité de représenter n'importe quel convertisseur par une équation de la forme Euler-Lagrange [47-48], alors on peut configurer cette forme au modèle PH c'est ce qui va être étudié dans le paragraphe suivant.

3.2.3 Hacheur dévolteur *(Buck)* :

L'hacheur dévolteur dans sa forme de base est conçu pour convertir une tension irrégulière d'entrée d'un certain niveau à une tension de sortie régulière de différente niveaux avec une grande efficacité de conversion (>90%).

Sa topologie est utilisée pour les faibles tensions est habituellement employé comme chargeur de batteries et dans des systèmes de pompage de l'eau.

1) Principe :

Son principe est d'assurer la fluence d'énergie entre une source de tension continue, et une source de courant continu avec une tension de sortie inférieure à celle de l'entrée (figure III.01).

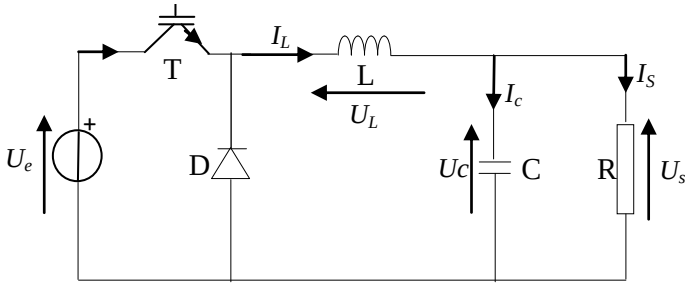


Figure III.01 : Schéma synoptique d'un hacheur série (dévolteur).

Dans cette représentation, l'interrupteur (noté T) commandé à l'amorçage et au blocage est un IGBT, ses commutations commandées entraîneront l'amorçage spontanée de la diode D.

Un tel convertisseur fixe une tension de sortie moyenne U_{smoy} aux bornes de la source I_s, qui réponde aux critères: $0 \le \frac{U_{smoy}}{U_e} \le 1$

Avec :

$\alpha = \frac{U_{smoy}}{U_e}$: Rapport cyclique du dispositif.

Par les mécanismes de mise en conduction et de blocage des deux interrupteurs, le modèle moyen décrivant la dynamique d'hacheur dévolteur est :

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{u}{L} \\ 0 \end{pmatrix} U_e \qquad \text{(III.01)}$$

Ou : $u = \{0,1\}$ signal de commande.

$x = \begin{bmatrix} x_1 = I_L & x_2 = U_c \end{bmatrix}^T$: Le vecteur d'état représenté par le courant de l'inductance et la tension aux bornes du condensateur.

On tenant compte de la fonction énergétique : $H(x) = \frac{1}{2} L x_1^2 + \frac{1}{2} C x_2^2$ le modèle hamiltonien à port sera définit par :

$$\begin{cases} \dot{x} = \left[\mathcal{J}(x) - \mathcal{R}(x) \right] \nabla H(x) + g(x) u \\ y = g^T(x) \nabla H(x) \end{cases} \qquad \text{(III.02)}$$

$$\mathcal{J} = -\mathcal{J}^T = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{CL} \\ \frac{1}{CL} & 0 \end{pmatrix}; \ \mathcal{R} = \mathcal{R}^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & RC^2 \end{pmatrix} \ge 0; \ g = \begin{pmatrix} \frac{U_e}{L} \\ 0 \end{pmatrix}.$$

$y = U_e . x_1$: est la sortie du système représentant l'apport de puissance.

Comme notre modèle est linéaire alors les matrices $(\mathcal{J}, \mathcal{R}, g)$ sont constantes.

L'évolution de l'énergie est : $\dot{H}(x) = \nabla H^T(x) . \dot{x} = u^T y - \nabla H^T(x) \mathcal{R}(x) \nabla H(x) \le u^T y \Rightarrow$ L'hacheur de la figure III.01 est passif et sa stabilisation peut être conçue via un retour d'état.

2) Conception du contrôleur:

Notre but pour ce type d'hacheur est la commande de la tension de sortie à une valeur désirée x_2^d . Le point d'équilibre pour cette tension est :

$$\begin{cases} x_1^* = \frac{1}{R} x_2^d \\ u^* = \frac{x_2^d}{U_e} \end{cases} \qquad \text{(III.03)}$$

L'implantation d'un contrôleur PBC associé à un régulateur proportionnel+intégrateur (PI) en boucle fermée afin d'assigner une énergie bien désirée $H_d(x)$.

En utilisant la technique IDA-Basic avec l'insertion d'un gain de convergence positif -afin d'accélérer le régime transitoire-, l'équation (III.02) sera formulée de la manière suivante :

$$(\mathcal{J}-\mathcal{R})\nabla H(x)+gu(x)=(\mathcal{J}_d-\mathcal{R}_d)\nabla H_d(x) \tag{III.04}$$

Avec : $H_d(x)=\frac{1}{2}e_1^{\,2}+\frac{1}{2\gamma}e_2^{\,2}$ (III.05)

$e_1=x_1-x_1^*$, $e_2=x_2-x_2^d$: Erreurs de position et $\gamma\in\mathbb{R}^+$ un gain ajustable

Comme la commande (u) dépende de la résistance de la charge on introduit :

$$J_d=\begin{bmatrix}0 & \alpha(x)\\ -\alpha(x) & 0\end{bmatrix},\quad \mathcal{R}_d=\begin{pmatrix}r & 0\\ 0 & RC^2\end{pmatrix}. \tag{III.06}$$

$r\in\mathbb{R}^+$: Un terme dissipatif additif afin d'accélérer la vitesse de convergence à l'état désiré.

La loi de commande ainsi que $\alpha(x)$ sont déterminées à partir de la résolution de l'équation aux dérivées partielles (III.04) on obtient :

$$\begin{cases} u(x)=\frac{1}{U_e}x_2-\frac{rL}{U_e}e_1-\frac{1}{U_e e_1}\left(C^2x_2-RC^2x_1-\frac{L}{\gamma}e_2\right)\\ \alpha(x)=\frac{1}{e_1}\left(\frac{1}{LR}x_2-\frac{1}{L}x_1-\frac{1}{RC^2\gamma}e_2\right)\end{cases} \tag{III.07}$$

Lors de l'implantation du contrôleur basé sur la passivité des erreurs statiques surgissent en raison de l'impact du bruit et de l'erreur sur le modèle; afin d'améliorer la robustesse du système un régulateur PI est sollicité d'où :

$$u(x)=\frac{1}{U_e}x_2-\frac{rL}{U_e}e_1-\frac{1}{U_e e_1}\left(C^2x_2-RC^2x_1-\frac{L}{\gamma}e_2\right)+K_pe_2+z.\ \text{Avec: } \dot{z}=K_Ie_2 \tag{III.08}$$

$(K_P,K_I)\in\mathbb{R}^{+2}$

Une telle commande assure la convergence de la tension de sortie du dévolteur vers le point d'équilibre : $x_*=\begin{bmatrix}x_1^* & x_2^d\end{bmatrix}^T$ avec : $\left.\frac{\partial H_d}{\partial x}\right|_{x=x_*}=0$.

Le schéma bloc d'un tel contrôleur est représenté par la figure III.02:

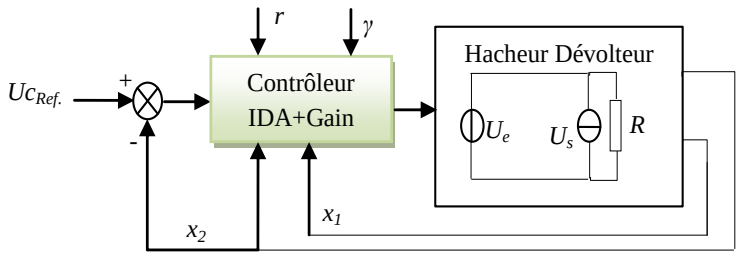


Figure III.02 : Implantation d'IDA-PBC+gain de convergence pour un hacheur dévolteur.

3) Simulation et interprétation:

Le fonctionnement du dispositif complet a été simulé sous environnement Matlab/Simulink ainsi des résultats sont évoqués ci-dessous pour différentes valeurs d'amortissement r, γ. Les paramètres du convertisseur dévolteur sont reportés en annexe.

Essai1 **:** effet du gain de convergence : $[r = 100\Omega \quad \gamma = \text{variable}]$

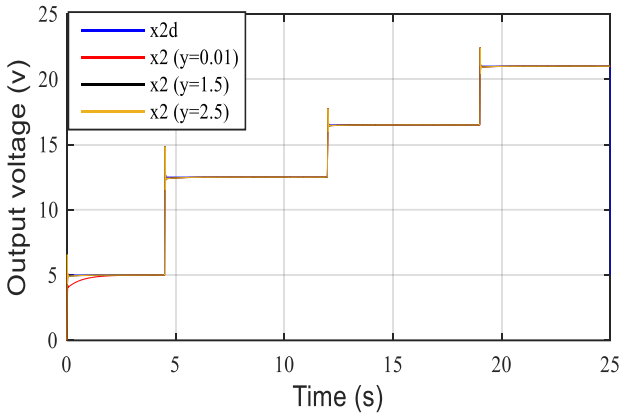


Figure III.03 : La tension de sortie

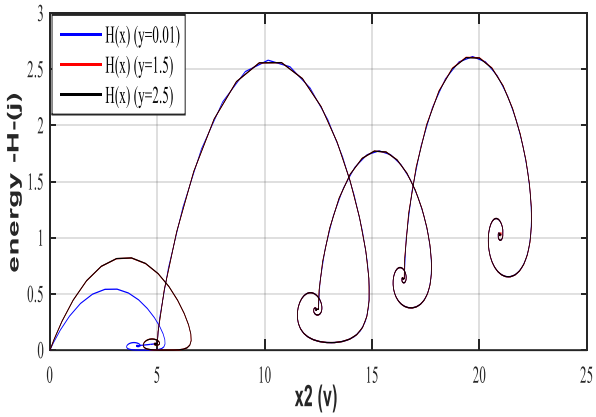


Figure III.04 : Evolution de l'énergie

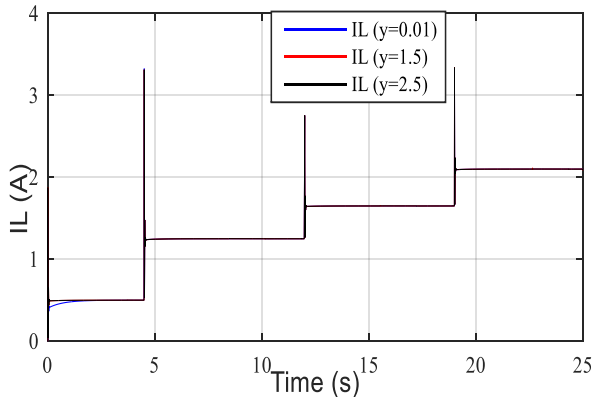


Figure III.05 : Courant d'entrée

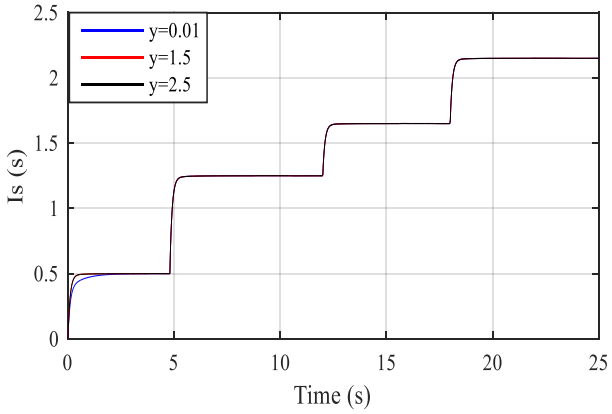


Figure III.06 : Courant de sortie.

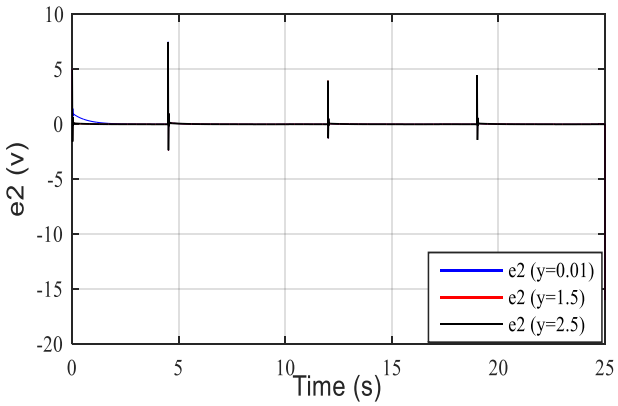


Figure III.07 : Trajectoire de l'erreur

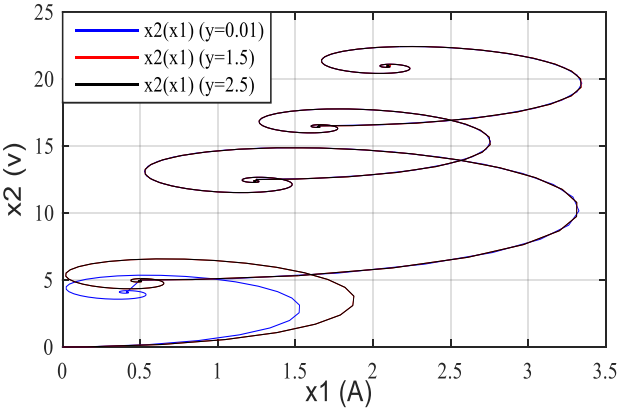


Figure III.08 : vecteur d'état pour $x_2^d = 5v$

On premier lieu une simulation concernant l'influence du gain γ a été effectué ; selon ces figures la variation du gain γ entraine une influence sur le temps de réponse du système et au fur et à mesure de

l'augmentation du gain de convergence la vitesse du régime transitoire est rapide. Ainsi le système converge rapidement à la valeur désirée pour des valeurs plus élevées du gain γ.

Selon la figure (III.07) l'erreur statique du régime permanant est nulle ce qui prouve la performance du contrôleur IDA+gain de convergence.

Durant toute la simulation pour différentes profils l'énergie du convertisseur dévolteur est minimale aux points d'équilibre figure III-04.

Comme la charge est résistive le profil du courant de sortie est identique à celui de la tension du condensateur.

Essai2: effet de la résistance de dissipation : $[r = \text{variable} \quad \gamma = 1.5]$

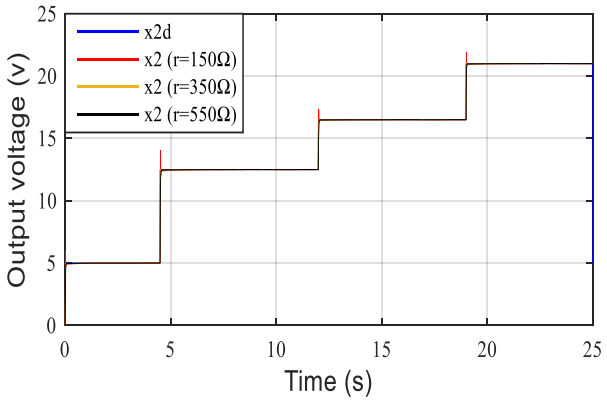


Figure III.09 : Tension de sortie

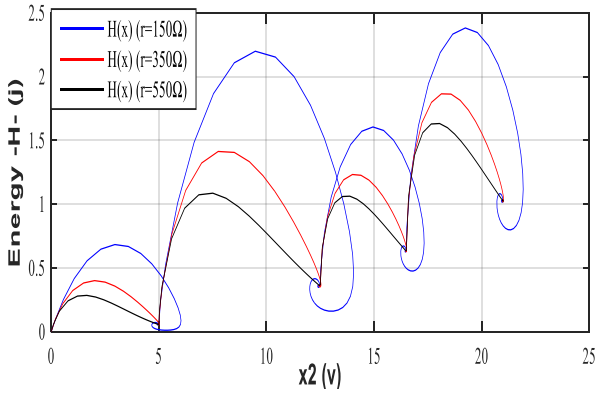


Figure III.10 : Evolution de l'énergie

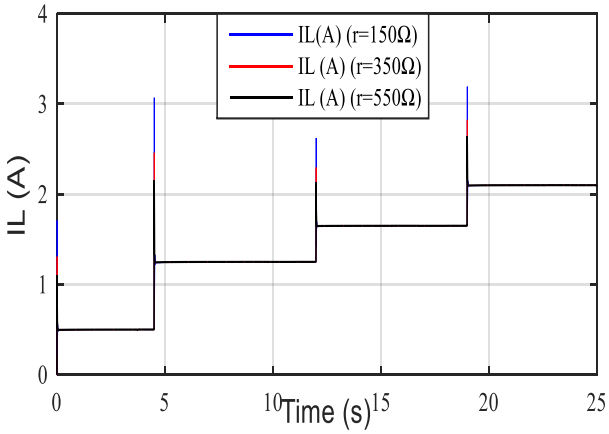


Figure III.11 : Courant d'entrée

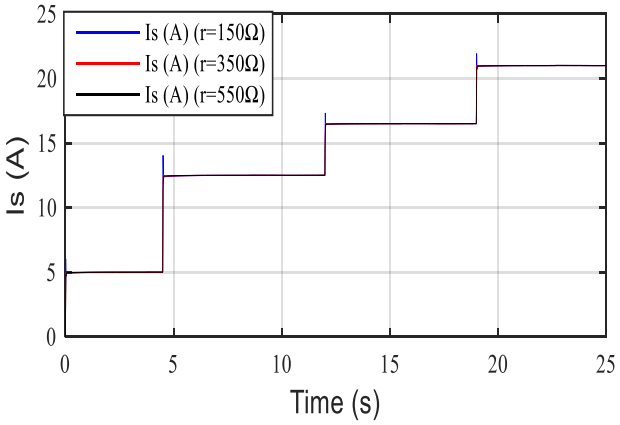


Figure III.12 : Courant de sortie.

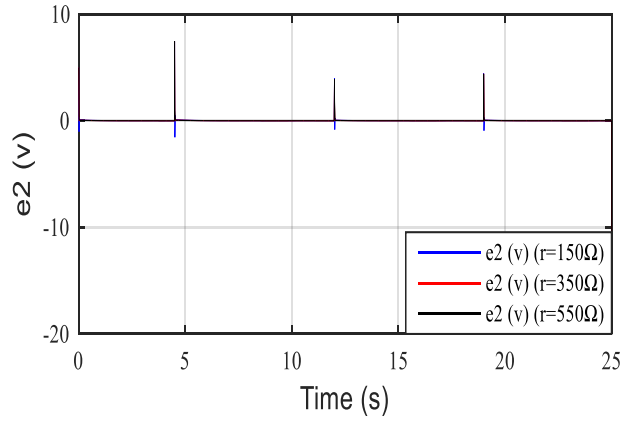


Figure III.13 : Trajectoire de l'erreur

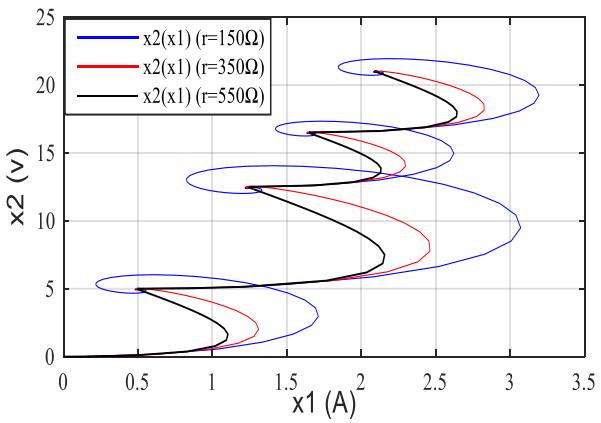


Figure III.14 : vecteur d'état

On second test l'augmentation de la charge du dévolteur par l'insertion d'une résistance additive fictive (*r)* entraine la suppression des oscillations et le régime permanant converge avec une erreur statique nulle figure III-09.

Le courant de sortie est de même profile que la tension suivant la valeur de la résistance de charge figure III-12.

A partir de ces test on peut juger que la tension de sortie du dévolteur suit de près son profile durant les intervalles de temps variables et sans erreurs statiques.

Essai3 : test de robustesse

Soit : $[r = 350\Omega \quad \gamma = 1.5]$ un test de robustesse aux variations paramétriques a été effectué pour valider le contrôleur proposé basée sur la passivité.

- Variation de la charge : ΔR=R-50%

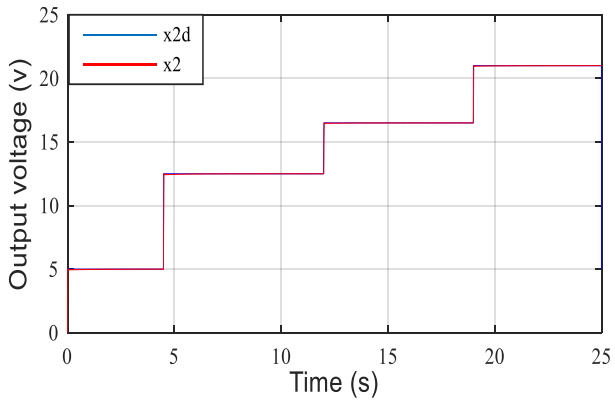


Figure III.15 : Tension de sortie

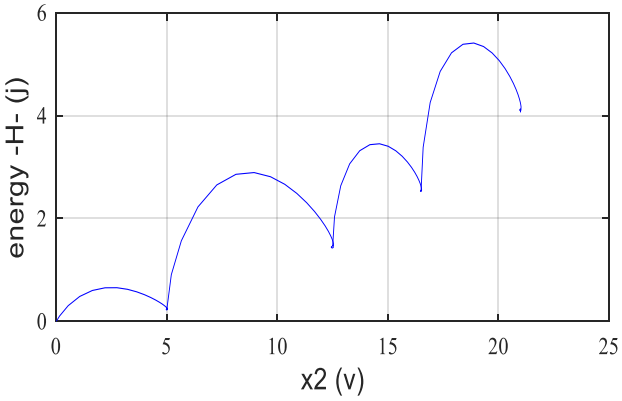


Figure III.16 : Evolution de l'énergie

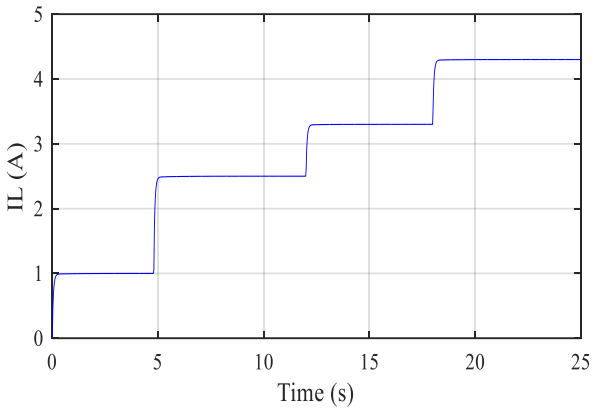


Figure III.17 : Courant d'entrée

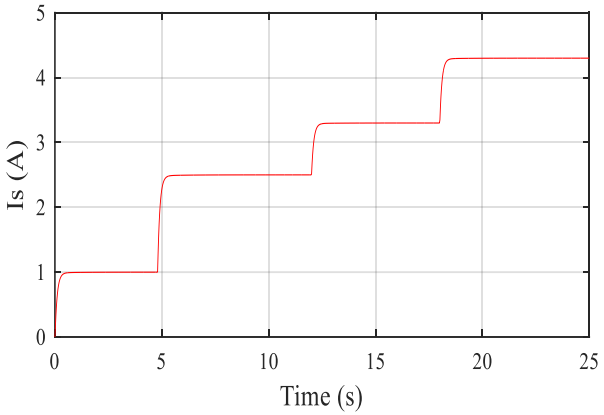


Figure III.18 : Courant de charge

- Variation de l'inductance : ΔL=L-50%L

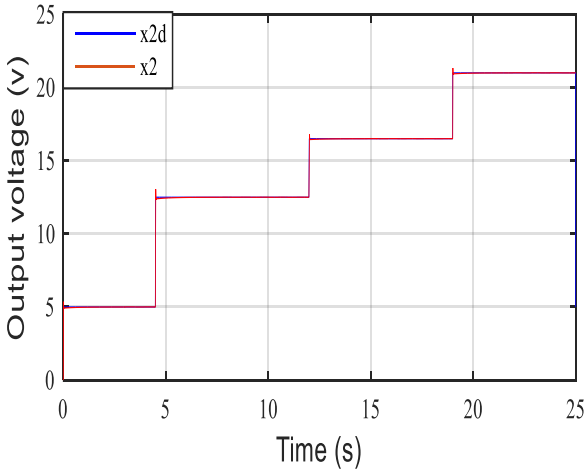


Figure III.19 : Tension de sortie

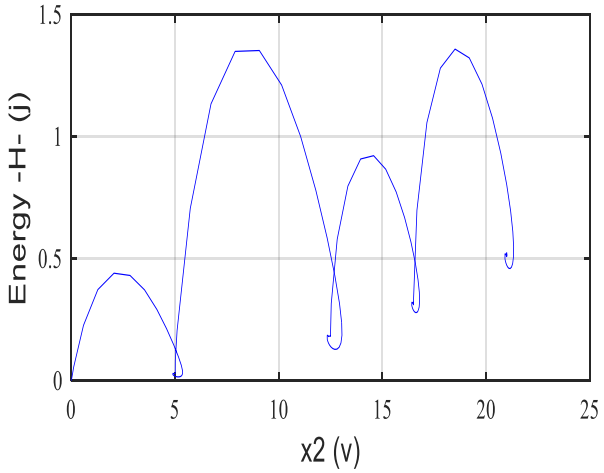


Figure III.20 : Evolution de l'énergie.

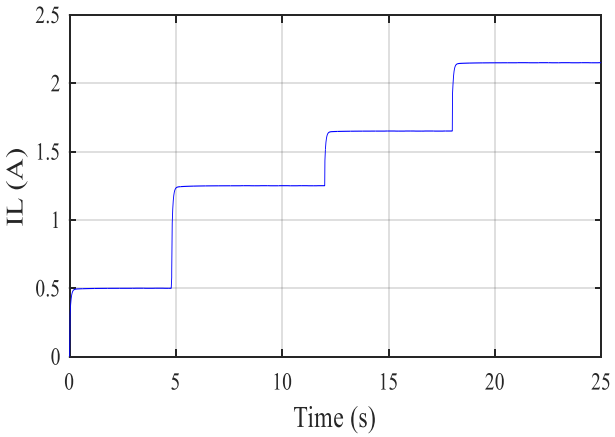


Figure III.21 Courant d'entrée

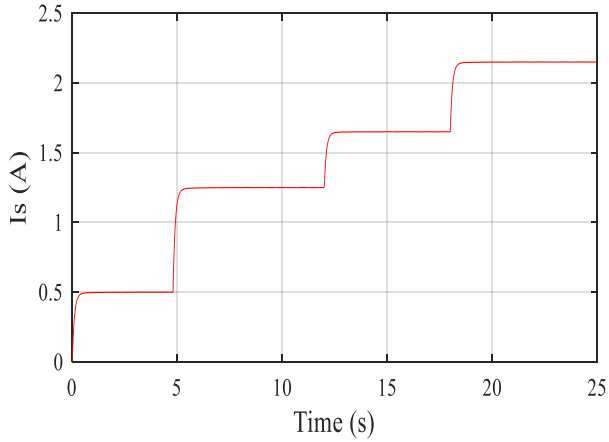


Figure III.22 : courant de charge

- Variation du condensateur : ΔC=C-50%C

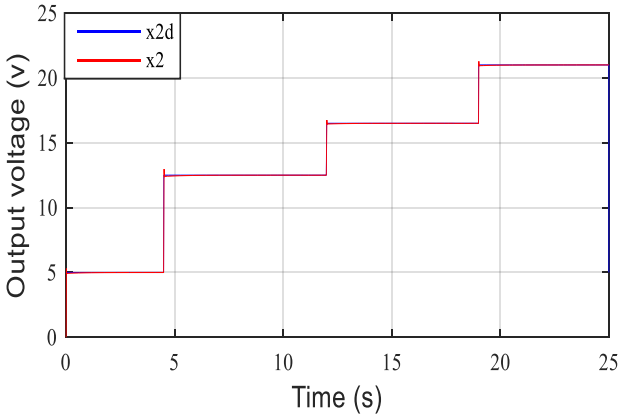


Figure III.23 : Tension de sortie

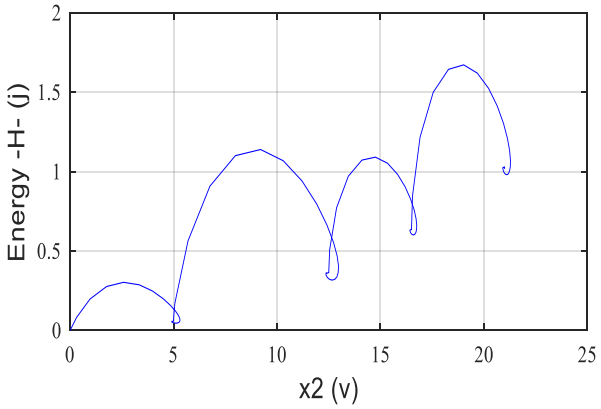


Figure III.24 : Evolution de l'énergie.

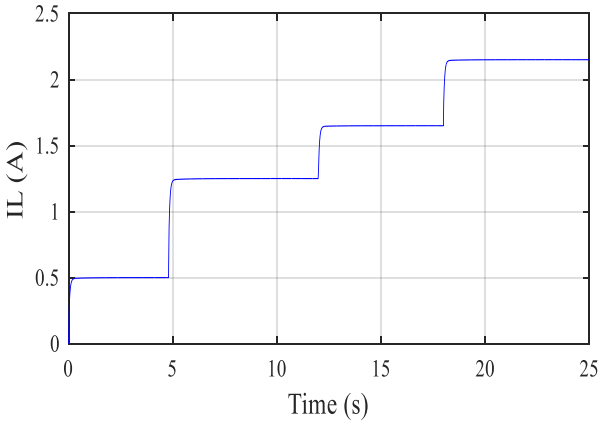


Figure III.25 : Courant d'entrée

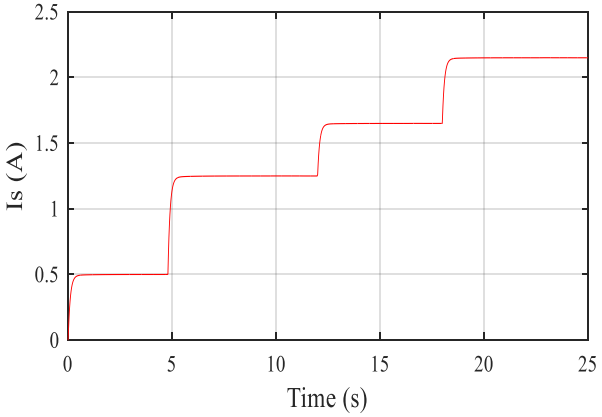


Figure III.26 : Courant de charge

Les résultats de simulation pour l'essai de robustesse montrent que le modèle PH du convertisseur dévolteur génère un signal de commande par le controleur IDA+gain de convergence robuste vis à vis des incertitudes paramétrique malgré l'évolution de la tension de consigne avec une dynamique rapide et sans erreur statique pour une sortie désirée figures (III.15-19 et 23).

Evolution du courant de sortie est de même allure que la tension divisée par une constante égale (R+*r*).

4) Test expérimental:

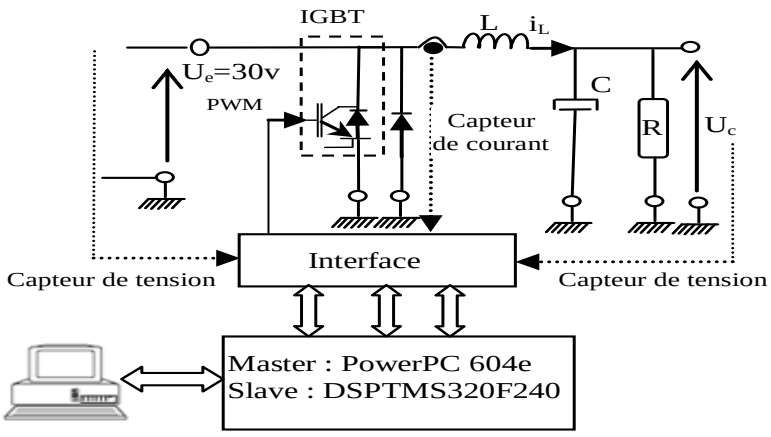


Figure III.27 : Banc d'essai du convertisseur dc-dc dévolteur

Afin de valider la simulation un banc d'essai expérimental représenté par la figure III.27 constitué d'un hacheur dévolteur commandé par un interrupteur IGBT type SKM100GAL123D alimenté par une source de tension continue (30v) avec l'utilisation des capteurs de tensions et de courants modèle LA-25NP et LV-25P respectivement incorporés dans une interface d'isolation galvanique pour l'ensemble du système dSPACE DS1103PPC est utilisée afin de tester les signaux de commande.

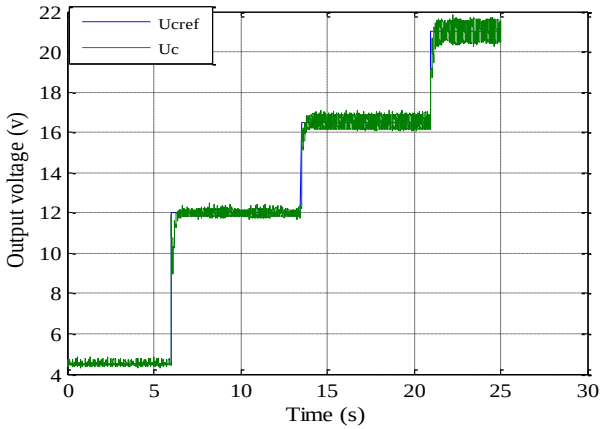


Figure III.28 : Evolution de la tension de sortie

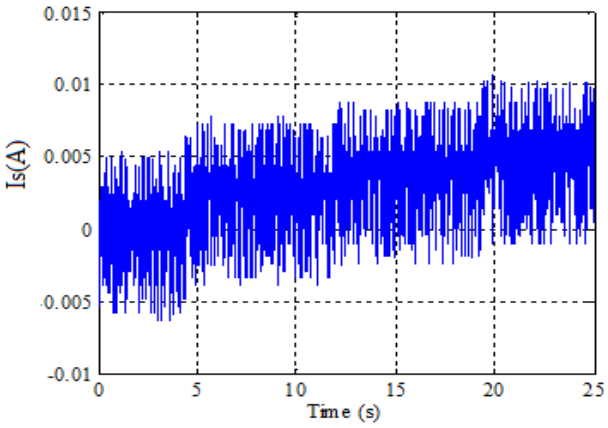


Figure III.29 : Illustration du courant de sortie

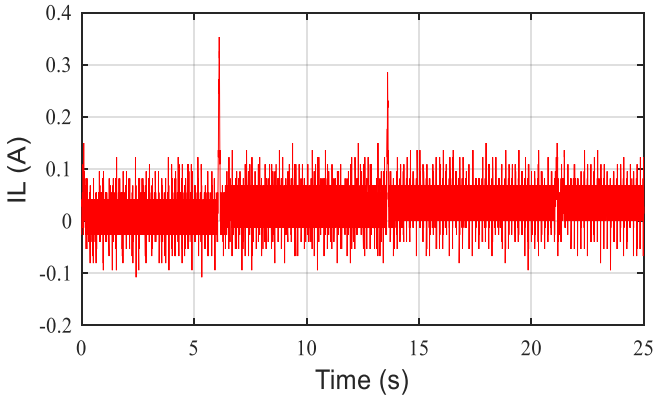


Figure III.30 : courant d'entrée

La référence de la tension de sortie d'hacheur dévolteur est prise entre 05v-22v ainsi l'allure de la tension de sortie suit de près sa référence sans dépassement en régime transitoire et aucune erreur statique sur un intervalle de temps de 25s figure (III.28). Les courants de sortie et d'entrée sont stables et de même forme que la simulation figures (III.29-30).

Finalement un test de robustesse est réalisé suite à une variation de la charge de -50%

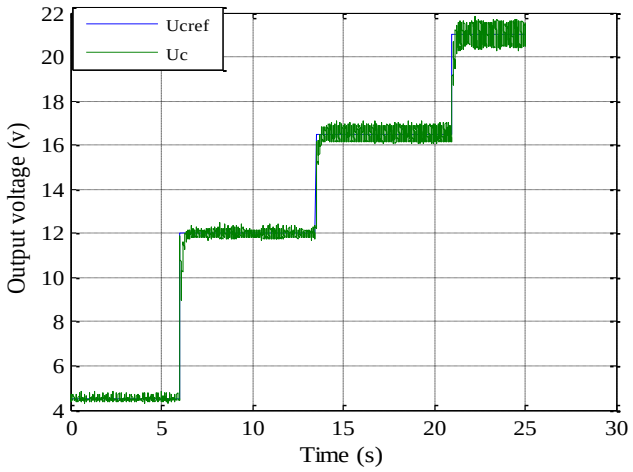


Figure III.31 : tension de sortie

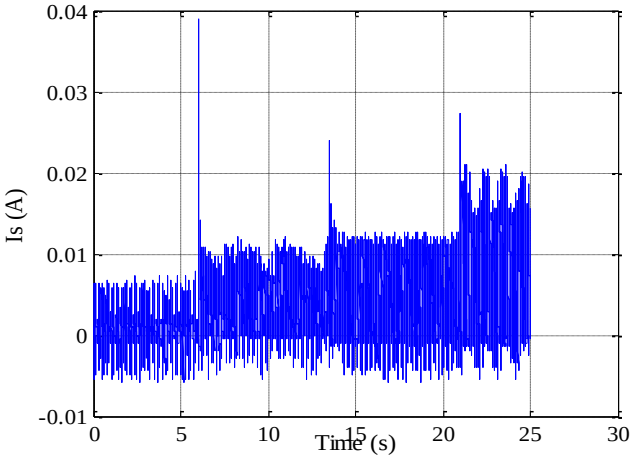


Figure III.32 : courant de sortie

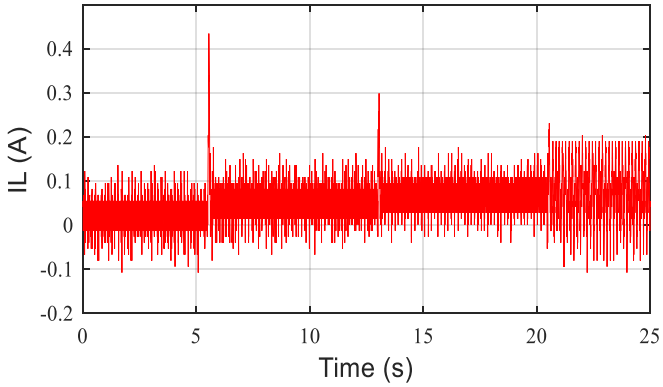


Figure III.33 : courant d'entrée

On remarque que la variation de la résistance de charge n'affecte pas l'allure de la tension de sortie donc en conclusion notre contrôleur passif est jugé robuste.

3.2.4 Hacheur survolteur (Boost) :

La topologie survolteur est utilisée pour augmenter la tension comme pour les systèmes de production de l'énergie qui emploient le convertisseur Boost afin d'amplifier la tension de sortie au niveau du service avant l'étage de l'onduleur.

1) Principe :

Lorsque l'on désire augmenter la tension d'une source continue, on peut utiliser l'hacheur parallèle (figure III.34), ce dispositif de l'électronique de puissance met en œuvre un ou plusieurs interrupteurs commandés et qui permet de modifier la valeur de la tension d'entrée avec un rendement élevé. Le découpage se fait à une fréquence très rapide ce qui a pour effet la création d'une tension moyenne.

Le domaine d'utilisation de ce type d'hacheur est : la variation de la vitesse des moteurs à courant continu, même les véhicules hybrides, ainsi que les systèmes d'éclairage.

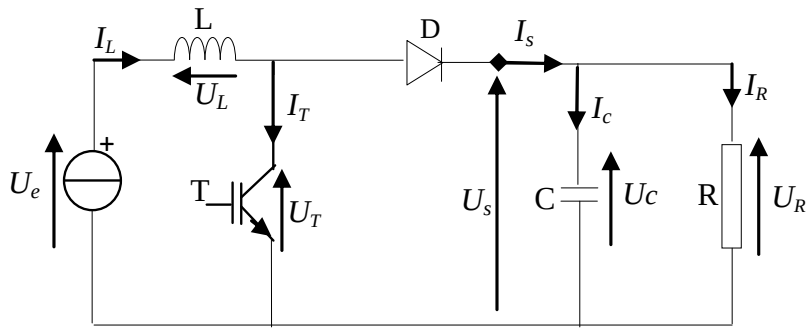


Figure III.34: Schéma d'un hacheur survolteur.

Comme la cellule photovoltaïque assure actuellement une part très importante et toujours croissante des énergies renouvelable et sa commande complexe.

L'idée de ce travail est d'imposer au convertisseur survolteur une tension d'entrée variable délivrée par une cellule solaire sensible à la variation climatique (fig.III.35).

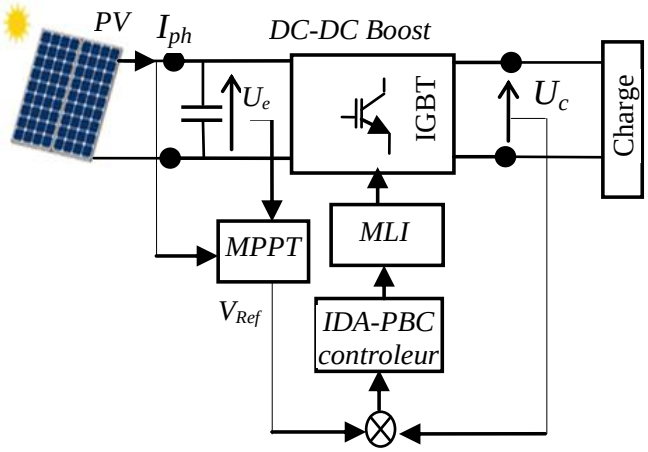


Figure III.35: Convertisseur survolteur associé à une cellule photovoltaïque

Ce type de convertisseur représente une classe des systèmes d'électrotechnique non linéaire (II.54).

Notre objectif est de simplifier la loi de commande basée sur la résolution des équations aux dérivées partielles généralement complexe pour une commande IDA-PBC [3]. Pour un survolteur composé d'une tension d'entrée fournie par une cellule photovoltaïque (PV) (fig.III.34).

L'implantation d'un contrôleur robuste combiné d'un IDA PBC+PI va modifier le modèle hamiltonien à port via un retour d'état ce nouveau concept garantit un point d'équilibre a minimum d'énergie et une erreur statique nulle.

2) Modélisation du système photovoltaïque :

Deux approches ont été développées pour la modélisation des systèmes photovoltaïque. La première basée sur le circuit équivalent et la seconde c'est le modèle empirique [49-50].

Dans notre cas le système PV va être représenté par un circuit équivalent représenté dans la fig.III.36.

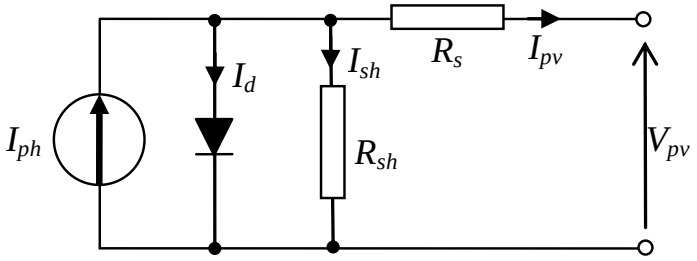


Figure III.36: Circuit équivalent d'une cellule PV avec une diode

Les caractéristiques de cette cellule peuvent être obtenues on utilisant l'équation standard (III.09) :

$$I_{pv} = \frac{R_{sh}}{R_{sh}+R_s}\left(I_{ph} - I_s\left(e^{\frac{V_{pv}+R_s I_{pv}}{aV_T}} - 1 \right) - \frac{V_{pv}}{R_{sh}} \right) \quad \text{(III.09)}$$

I_{pv} : Le courant photonique de la cellule PV

I_s : Courant de saturation

R_s : Résistance série équivalente.

R_{sh} : Résistance shunt équivalente.

a : Constante de la diode idéale.

$V_T = kT / q$: Tension thermique

T : La température absolue de la jonction P-N

k : Constante de Boltzmann

q : Charge d'électron.

L'équation (III.09) décrit la relation mathématique entre le courant et la tension de la cellule PV.

Le courant lumineux généré par la cellule PV décrit dans l'équation (III.10) ci-dessous est linéairement dépendant de l'irradiation solaire et systématiquement influé par la température.

$$I_{pv} = \left[I_{pv,n} + K_I \Delta T \right] \frac{G}{G_n} \quad \text{(III.10)}$$

$I_{pv,n}$: Courant lumineux généré dans les conditions nominales ($25^0 C$ et $1000\ W/m^2$)

K_I : Coefficient de courant.

G : L'éclairement sur la surface du dispositif [W/m^2]

G_n : L'éclairement nominal.

$\Delta T = T - T_n$

Où :

T : La température actuelle [K]

T_n : La température nominale [K]

Le courant de saturation est donné par l'équation (III-11) :

$$I_s = \frac{I_{sc,n} + K_I \Delta T}{e^{\left(\frac{V_{oc,n} + K_v \Delta T}{a V_T}\right)} - 1} \qquad \text{(III.11)}$$

I_{sc} : Courant de court-circuit.

V_{oc} : Tension du circuit-ouvert.

(K_I, K_v) : Les coefficients du courant et de la tension respectivement qui dépendent fortement de la température.

Les paramètres du panneau solaire sont référés en annexe

Les caractéristiques I(v), P(v) de la cellule PV pour différentes valeurs d'irradiation solaire (1000, 800,600 et 400W/m^2) sont reportées dans la figure (III.37). Pour le point ou la puissance est maximum (MPPT) le module solaire est adapté à sa charge pour générer une puissance maximum [52].

On constate bien que la puissance de sortie a une relation presque linéaire avec la tension ce qui permet d'atteindre le point MPPT.

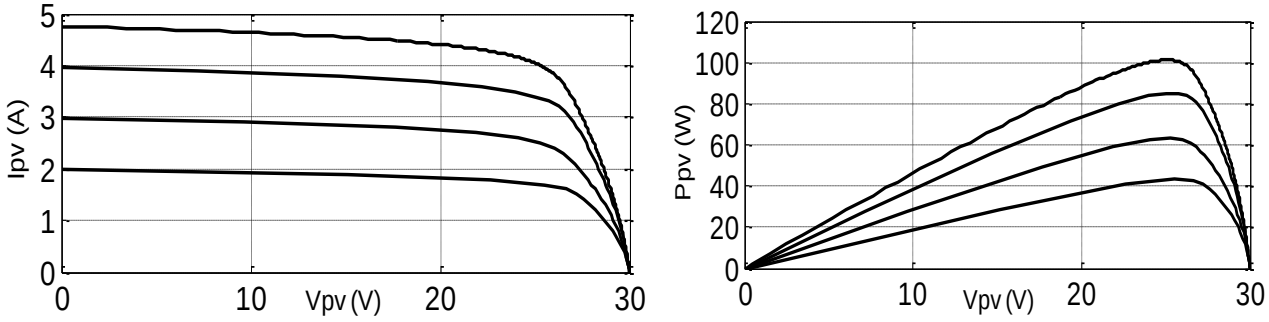


Figure III.37: effets des irradiations sur I(v)-P(v).

3) Modélisation du convertisseur survolteur:

Le convertisseur survolteur représenté dans la figure (III.35) peut adapter la tension d'entrée de la cellule PV déduite de la puissance maximale fournie par le panneau solaire en utilisant la technique de la MPPT $U_{c\mathrm{Re}f} = \frac{P_{\max}}{I_{pv}}$ à la tension de charge.

La sortie du panneau solaire sera en court-circuit ou bien en circuit ouvert lors d'ouverture ou de la fermeture d'un interrupteur. Dans notre conception le commutateur (T) sera un IGBT commandé par un contrôleur supposé idéal faisant fonctionner les panneaux à leur niveau de puissance optimal (figure III.38) :

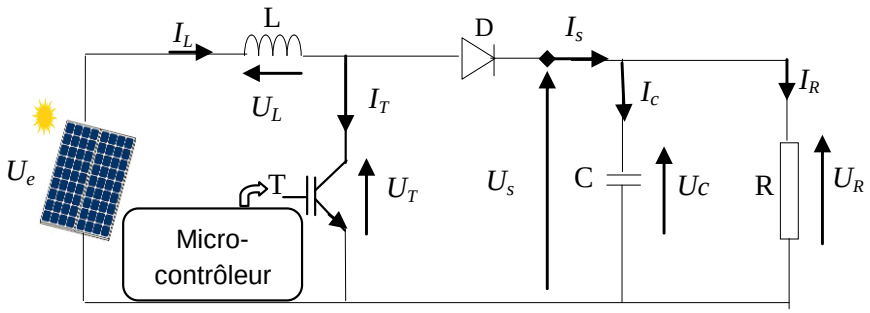


Figure III.38: Module solaire associé au convertisseur survolteur.

Soit, en mode continu, le vecteur d'état $x = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \end{pmatrix}^T$ composé de :

$x_1 = I_L$: Le courant circulant dans l'inductance.

$x_2 = U_c$: La tension de sortie du convertisseur.

$U_c = \dfrac{U_e}{1-\alpha}$; $0 \le \alpha < 1$: Le rapport cyclique.

Le modèle d'état moyen se formule comme suit :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{U_e}{L} - \dfrac{x_2}{L} \\ \dfrac{x_1}{C} - \dfrac{x_2}{RC} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dfrac{x_2}{L} \\ -\dfrac{x_1}{C} \end{bmatrix} u \tag{III.12}$$

En déduit pour le point d'équilibre $x_* = \begin{bmatrix} x_1^* & x_2^d \end{bmatrix}^T$:

$$\begin{cases} x_1^* = \dfrac{x_2^{d2}}{RU_e} \\ u^* = 1 - \dfrac{U_e}{x_2^d} \end{cases} \tag{III.13}$$

L'équation (III.12) peut s'écrire sous la forme PH :

$$\begin{cases} \dot{x} = \left[\mathcal{J}(u) - \mathcal{R} \right] \nabla H(x) + G \\ y = U_e x_1 \end{cases} \tag{III.14}$$

Avec :

$$\mathcal{J}(u) = \begin{bmatrix} 0 & \dfrac{u-1}{LC} \\ -\dfrac{u-1}{LC} & 0 \end{bmatrix} \in R^{2x2} \; ; \mathcal{R} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{RC^2} \end{bmatrix} > 0 \in R^{2x2} \; ; G = \begin{bmatrix} \dfrac{U_e}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \in R^{2x1}$$

y : La puissance délivrée par la cellule photovoltaïque.

$H \in C : R^n \to R_+ \; / \; H(x) = \dfrac{1}{2} x^T Q x, \forall x; Q = \begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix} \ge 0$: l'énergie emmagasinée.

$$\nabla H^T(x) = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial H(x)}{\partial x_1} & \dfrac{\partial H(x)}{\partial x_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Lx_1 & Cx_2 \end{bmatrix} \tag{III.15}$$

Dans le modèle (III.14), les échanges d'énergie internes sont capturés par les matrices d'interconnexion et d'amortissement, par conséquent, notre idée principale est l'attribution au point d'équilibre une fonction énergétique désirée en boucle fermée via IDA-PBC.

Le convertisseur survolteur est passif vu que pour (*L*>>*C*), pour on a:

$$U_e x_1 - \frac{x_2^{\,2}}{R} - y \le 0 \Rightarrow H\left(x(t_{i+1})\right) - H\left(x\left(t_i\right)\right) \le \int_{t_i}^{t_{i+1}} x_1 U_e dt \qquad \text{(III.16)}$$

Pour t ≥0 : $H(x(t)) = H(x(0)) + \int_0^t u^T(\tau) y(\tau) d\tau - R \int_0^t \nabla H^2\left[x(\tau)\right].d\tau$ (III.17)

Comme l'énergie interne du système est limitée inférieurement, la quantité extraite est finie.

4) Loi de commande :

Le but de cette commande est le réglage de la tension de sortie du convertisseur (x_2^d) selon le profil de la tension délivrée par la cellule photovoltaïque via la puissance. Pour cela on doit procéder aux étapes suivantes :

-Trouvez une action de contrôle en boucle fermée $(u = \beta(x) + v)$ dans le but de modifier l'énergie dissipée et d'amortir les oscillations en régime transitoire par l'injection d'une résistance additionnelle *r>0*

$$\mathcal{R}_d = \begin{bmatrix} r & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{RC^2} \end{bmatrix}. \qquad \text{(III.18)}$$

- Créer une nouvelle énergie potentielle fournie par le condensateur via un gain ajustable $(\gamma > 0)$ sans la modification de la structure d'interconnexion du boost avec une valeur minimale au point d'équilibre x^* (figure (III.39)) tel que:

$$H_d(e) = \frac{1}{2} L\, \mathrm{e}_1^2 + \frac{1}{2} \gamma C e_2^2; \quad \mathrm{e}_1 = \left(x_1 - x_1^*\right), \ \mathrm{e}_2 = \left(x_2 - x_2^*\right).$$

$$H_d(x(t)) = H(x(0)) + \int_0^t \beta^T(\tau) y(\tau) d\tau + \int_0^t v^T(\tau) y(\tau) d\tau - R_d \int_0^t \nabla H^2\left[x(\tau)\right] d\tau \qquad \text{(III.19)}$$

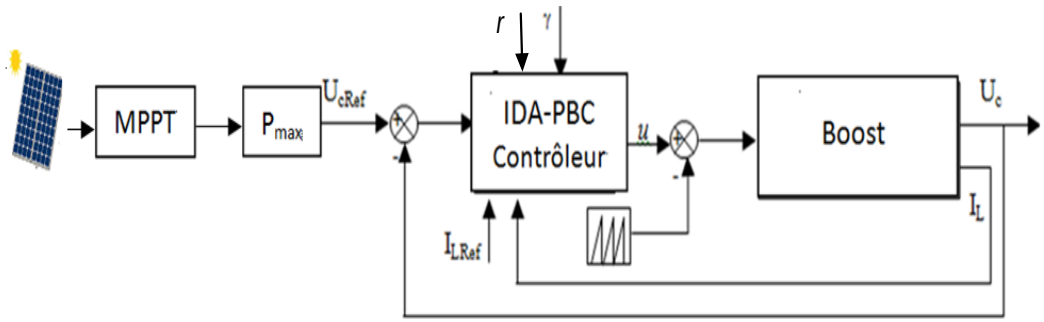


Figure III.39: Diagramme de la commande IDA-PBC+gain additif.

La stabilité asymptotique pour l'état désiré sera garantie vue que : $\left.\frac{\partial H_d}{\partial x}\right|_{x=x_*} = 0$; $\left.\frac{\partial^2 H_d}{\partial^2 x}\right|_{x=x_*} > 0$

Cette technique ne nécessite pas l'implantation d'un régulateur PI, le gain ajustable permet l'assignement de l'équilibre désiré avec une erreur statique nulle.

La dynamique désirée de l'équation (III.14) est du type :

$$\dot{x} = \left[\mathcal{J}(u) - \mathcal{R}_d\right] \nabla H_d(e) \qquad \text{(III.20)}$$

L'application de la technique IDA algébrique et pour les conditions initiales $\left(x(0),u(0),y(0)\right)$, l'équation (III -14) doit satisfaire (III.20):

$$\left[\mathcal{J}(u)-\mathcal{R}_d\right]\left(\nabla H(x)-\nabla H_d(e)\right)+G=0 \qquad \text{(III.21)}$$

Par la résolution de l'équation aux dérivées partielles (III.21) on obtient une loi de commande type :

$$u=1-\gamma\frac{R(x_2^d-U_e)\left(rL^2x_1+U_e\right)-rL^2x_2^{d2}}{R(x_2^d-U_e)\left(x_2^d+(\gamma-1)x_2\right)}$$

Un microcontrôleur ou DSP avec un capteur de tension est utilisé pour cette commande [47-48].

5) Analyse de la stabilité :

Afin de prouver la stabilité du contrôleur proposé on peut choisir la fonction énergétique $H_d(x)$ comme étant une fonction candidate de Lyapunov ainsi la stabilité du système dépend de la première dérivée :

$$\frac{dH_d}{dt}=\nabla H_d^T\dot{x}=\nabla H_d^T\mathcal{J}(u)\nabla H_d-\nabla H_d^T\mathcal{R}_d\nabla H_d=-\nabla H_d^T\mathcal{R}\nabla H_d=-\left(\left(\frac{\partial H_d(x)}{\partial x_1}\right)^2 r+\left(\frac{\partial H_d(x)}{\partial x_2}\right)^2\frac{1}{RC^2}\right)\le 0$$

La dérivée de $H_d(x)$ est négative jugée par la deuxième méthode de Lyapunov l'état désiré x_* est asymptotiquement stable.

6) Simulation :

On s'intéresse au contrôleur IDA-PBC avec insertion d'un gain d'amortissement pour le convertisseur survolteur en Sim-Power (figure III.40). Les paramètres du convertisseur sont reportés en annexe.

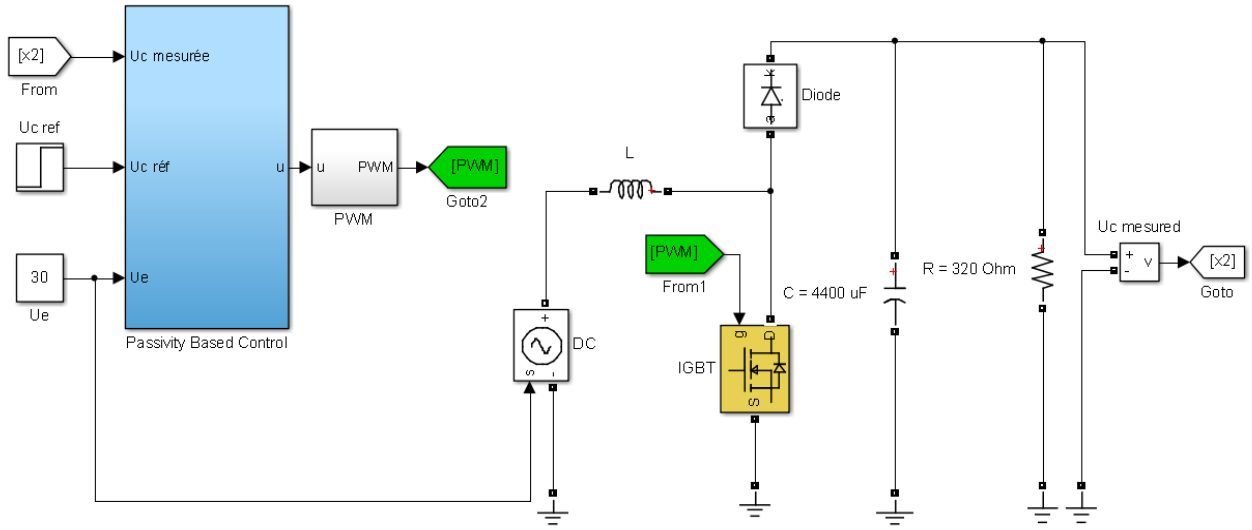


Figure III.40: Simulation d'IDA-PBC+gain de convergence pour un convertisseur survolteur.

Afin d'améliorer la précision du dispositif une simulation pour différentes valeurs de (γ) a été procédée (figure III.41).

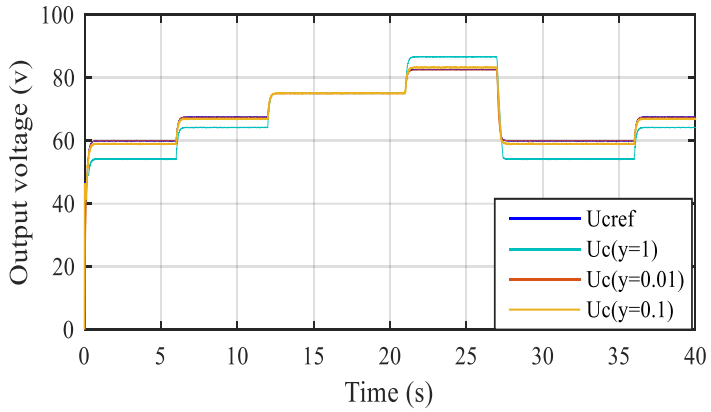


Figure III.41 : Tension de sortie

D'après cette simulation la tension de sortie converge vers sa référence avec une erreur statique variable en fonction de la valeur de (γ), l'erreur statique est bien atténué pour $(\gamma \leq 0.05)$.

Pour les résultats qui succèdent suivent on considère $(\gamma = 0.01)$.

Pour un profil variable grâce à l'action du régulateur IDA-PBC la tension de sortie suit sa référence de près à une vitesse rapide (figure III.42).

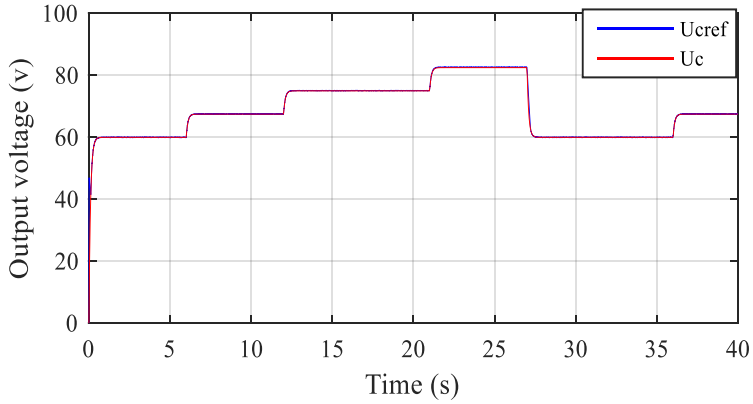


Figure III.42 : Réponse stable pour un régulateur IDA-PBC+gain

Le fonctionnement du convertisseur survolteur ne génère aucun dépassement en réponse transitoire avec un temps d'adaptation très rapide pour une convergence plus douce sans erreur de précision (figure III.43). Par conséquent cette méthode a de meilleures performances vis-à-vis des perturbations.

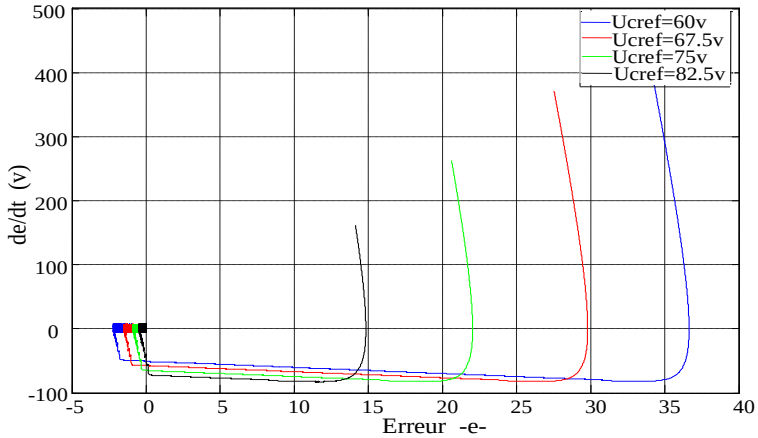


Figure III.43 : Dynamique de l'erreur

Comme la charge est résistive le profil du courant de sortie est similaire à la courbe de la tension (figure (III.44)).

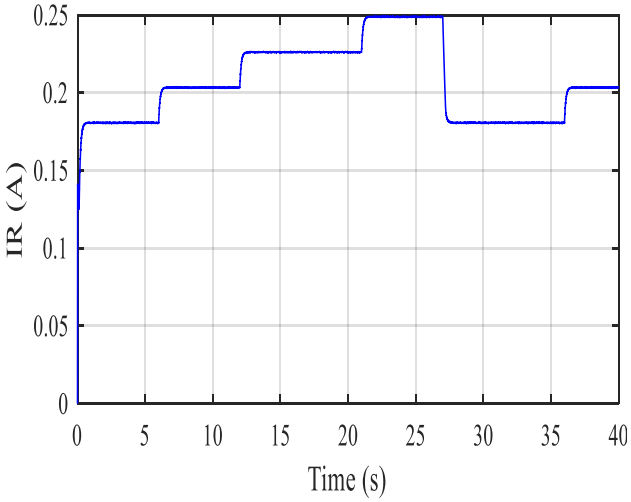


Figure III.44 : Courant de sortie

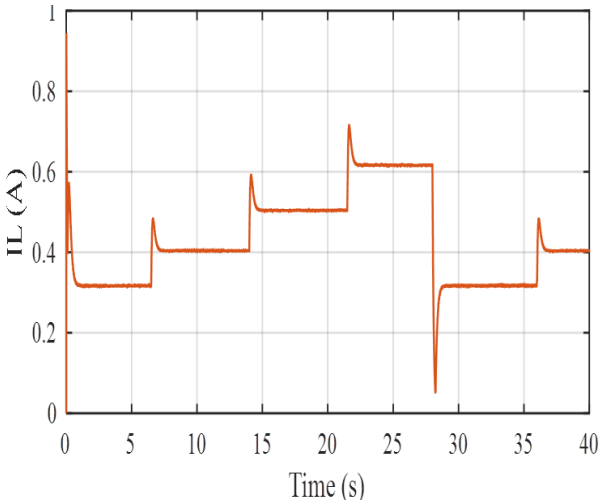


Figure III.45 : Courant d'entrée

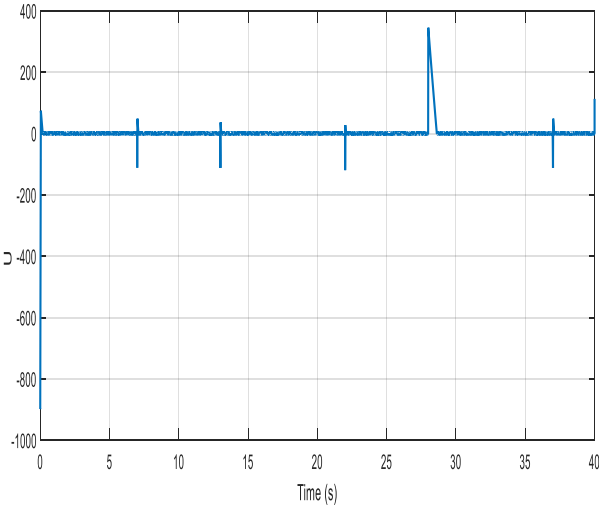


Figure III.46 : Signale de commande

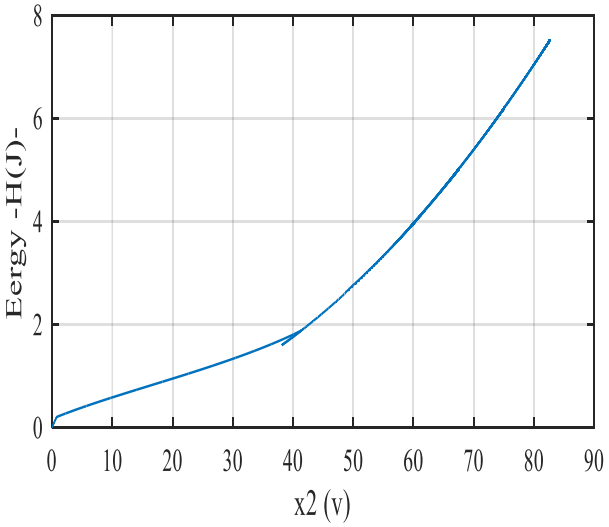


Figure III.47 : Evolution de l'énergie.

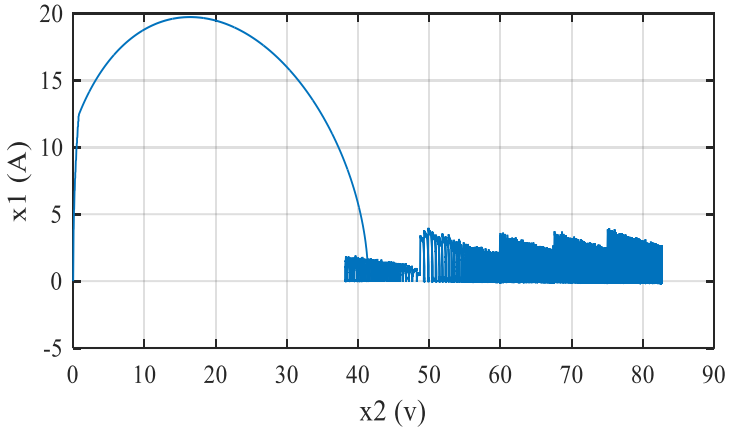


Figure III.48 : Vecteur d'état.

Pour l'analyse de la robustesse du contrôleur conçu on suscite un test de sensibilité via à vis des variations paramétriques.

- Perturbation de la Résistance de *-50%*

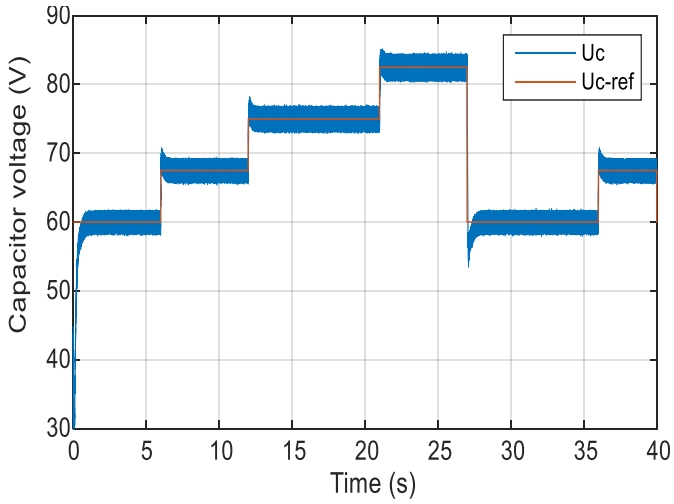


Figure III.49 : Tension de sortie.

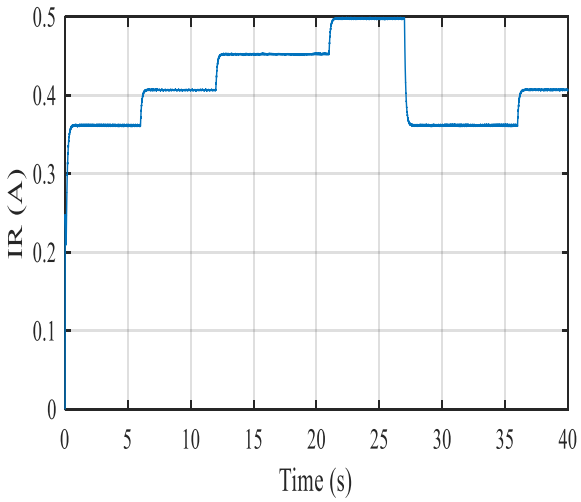


Figure III.50 : Courant de sortie.

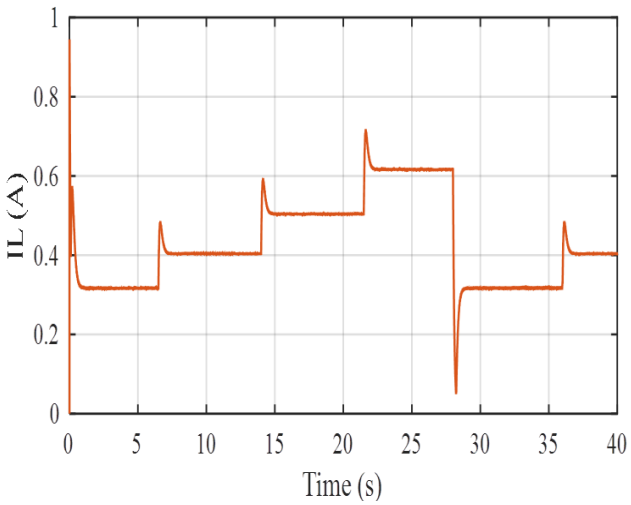


Figure III.51 : Courant d'entrée.

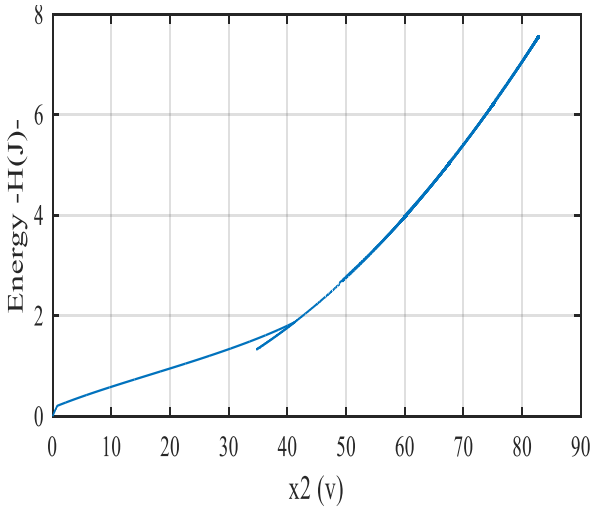


Figure III.52 : profil de l'énergie.

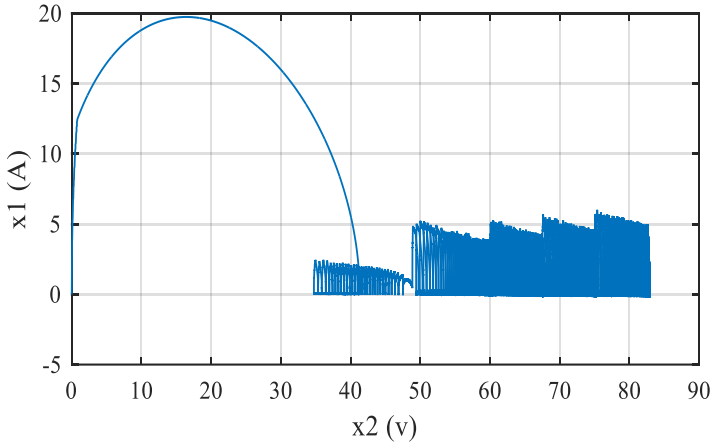


Figure III.53 : Vecteur d'état.

- Perturbation de l'inductance de -*50%*

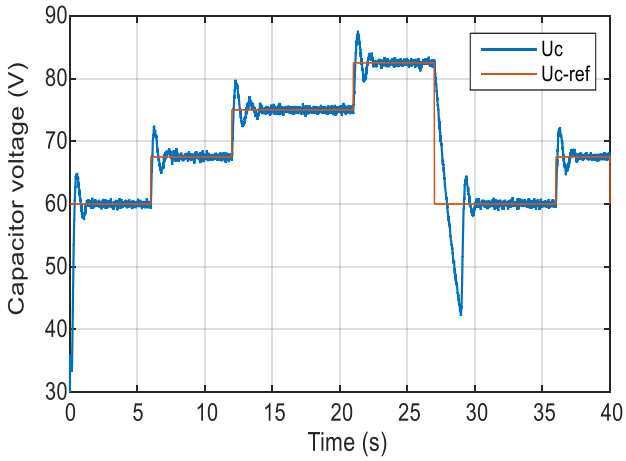


Figure III.54 : Tension de sortie.

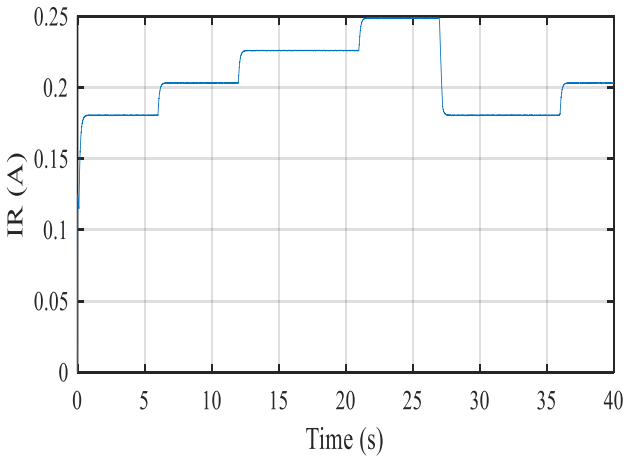


Figure III.55 : Courant de sortie.

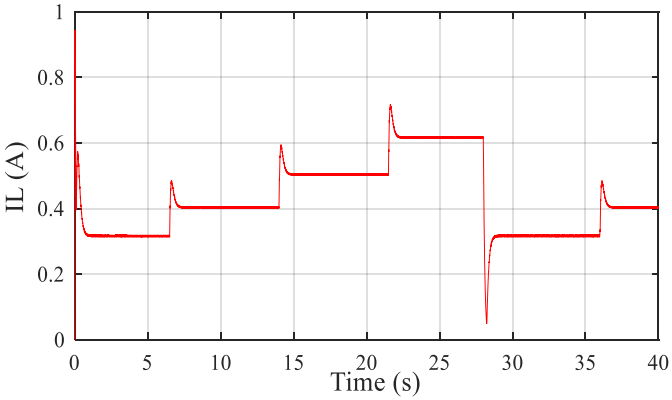


Figure III.56 : Courant d'entrée.

- Perturbation de la capacité de *-50%*

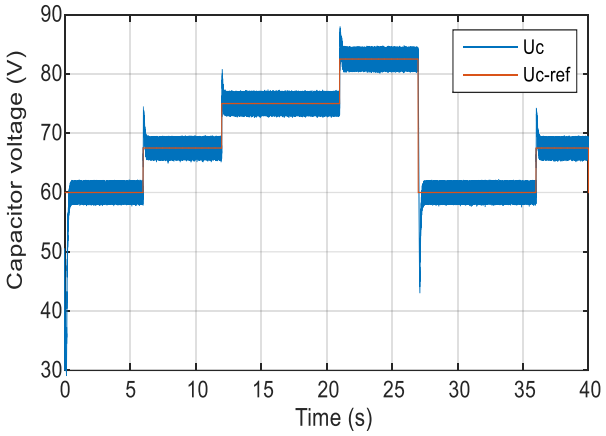


Figure III.57 : Tension de sortie.

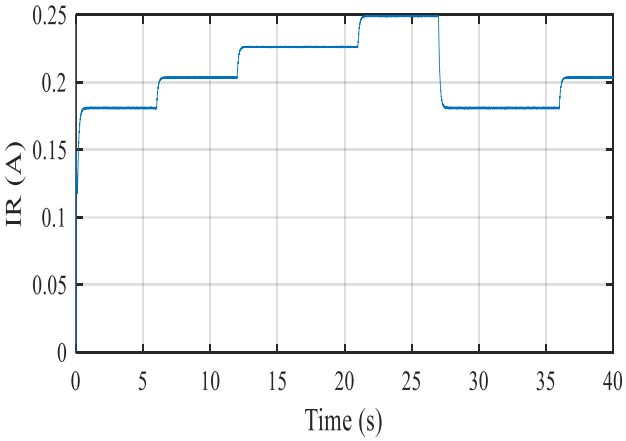


Figure III.58 : Courant de sortie.

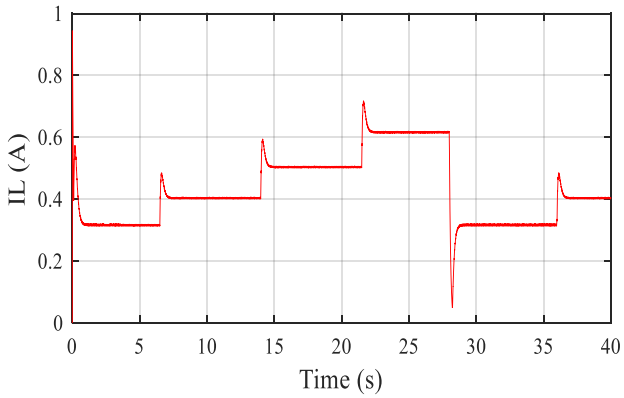


Figure III.59 : Courant d'entrée.

7) Test expérimental:

Un convertisseur survolteur de base a été connecté au panneau solaire (annexe tableau03) afin de valider réellement notre approche (figure III.60.)

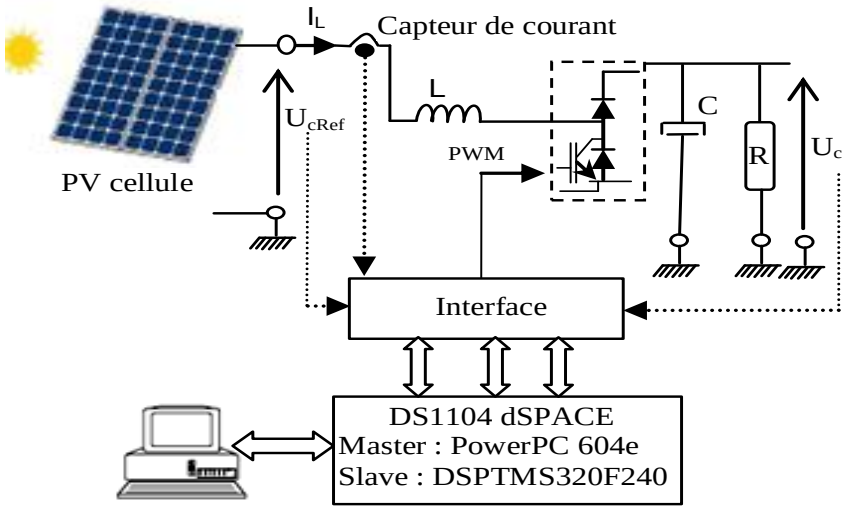


Figure III.60 : Structure interne de laboratoire de teste

L'interrupteur de base du convertisseur est un IGBT type SKM100GAL123D alimenté par une source de tension continue (annexe). Les capteurs de tensions et de courants sont respectivement LA-25NP et LV-25P. Une interface d'isolation galvanique pour l'ensemble du système dSPACE DS1103PPC est utilisée afin de tester les signaux figure III.61.

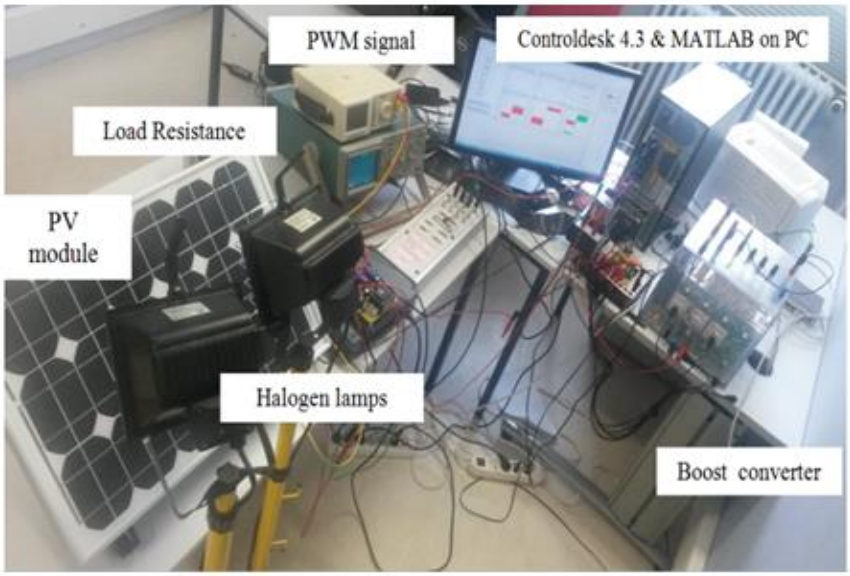


Figure III.61 : Banc d'essai pratique du régulateur IDA+Gain. Laboratoire LTI -France-.

Le comportement dynamique et statique des tests expérimentaux sont quasiment identiques aux résultats de simulation figure III.62.

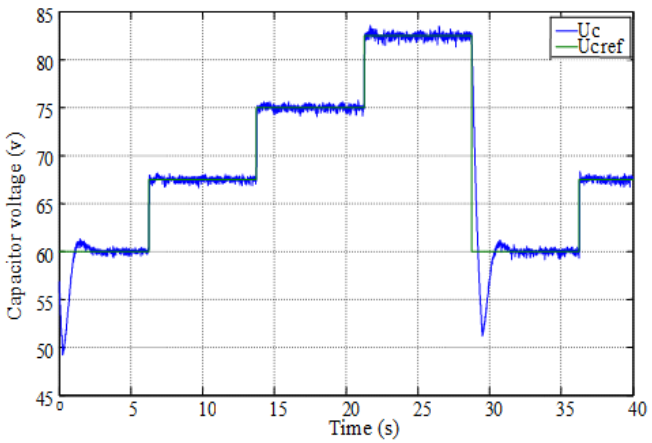


Figure III.62 : Dynamique de la tension de sortie

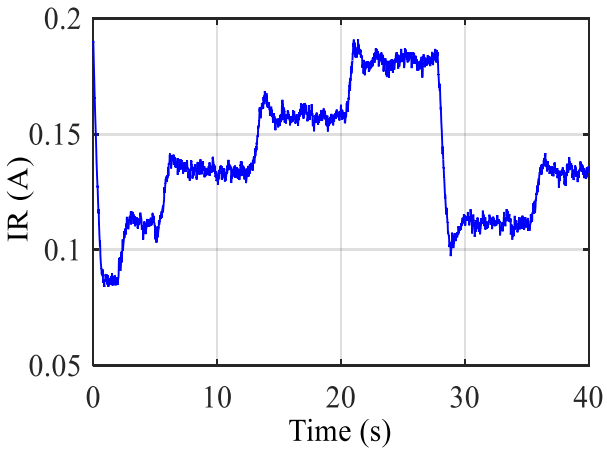


Figure III.63 : Courant de sortie

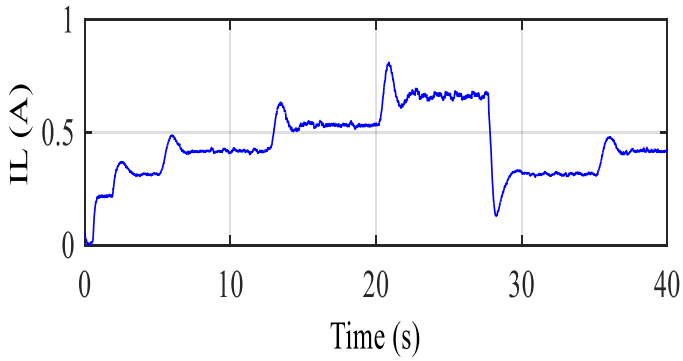


Figure III.64: Courant d'entrée

Pour le test de robustesse de la technique IDA+gain on a procédé à des essais de sensibilité paramétriques selon les profils ci-dessous (figures III.65-67).

Variation de la résistance -50% ;

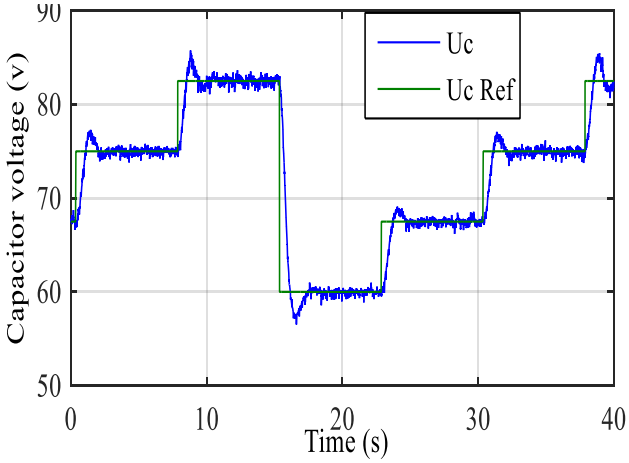


Figure III.65: Tension de sortie.

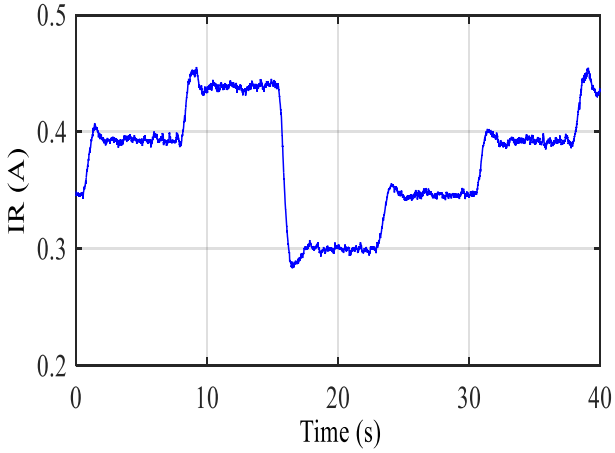


Figure III.66: Courant de sortie.

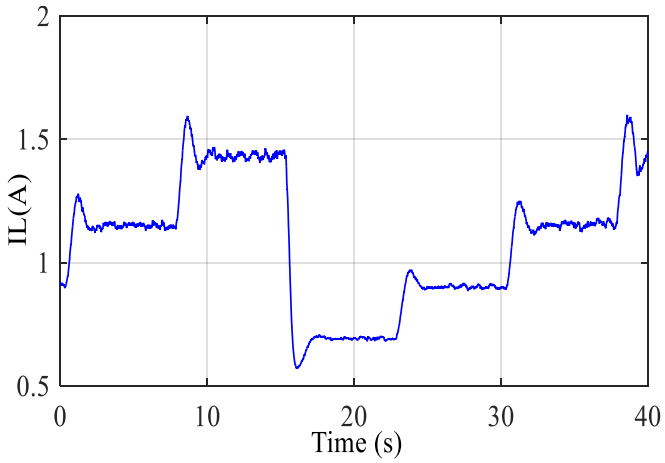


Figure III.67: Courant d'entrée.

Variation de l'Inductance -50% ;

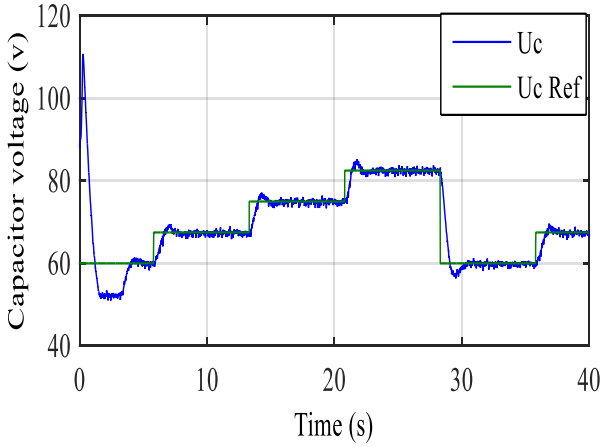


Figure III.68: Tension de sortie.

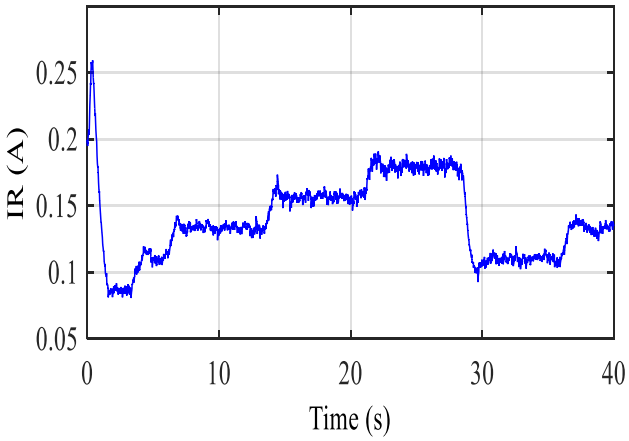


Figure III.69: Courant de sortie.

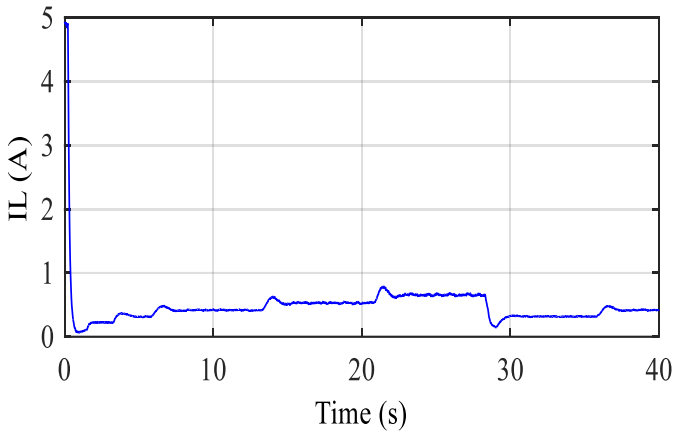


Figure III.70: Courant d'entrée.

Variation de la capacité -50% ;

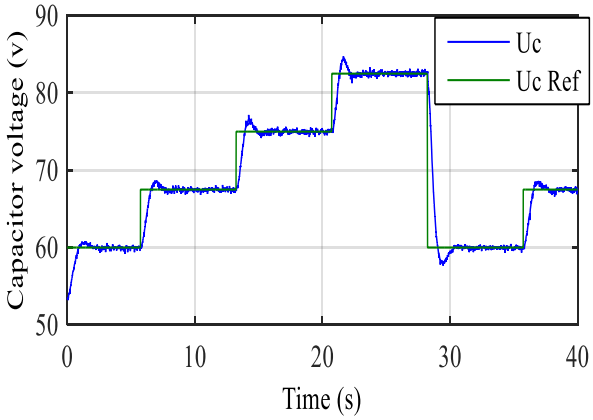


Figure III.71: Tension de sortie.

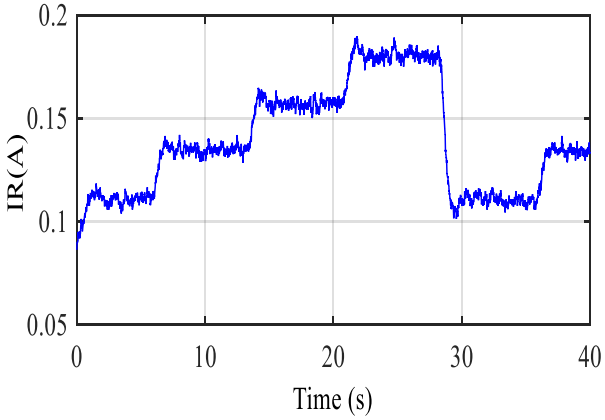


Figure III.72: Courant de sortie.

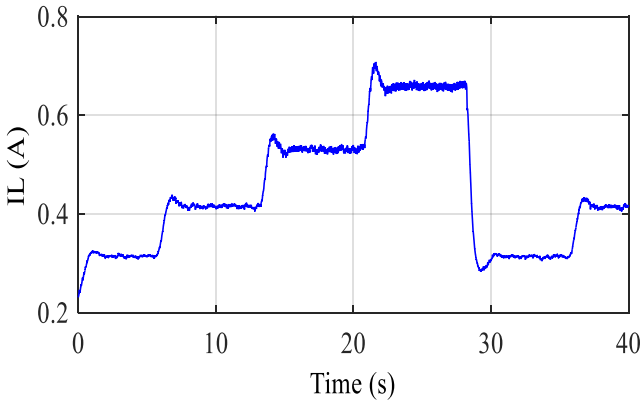


Figure III.73: Courant d'entrée

Ainsi une meilleure robustesse est obtenue avec le contrôleur IDA+gain de convergence vis-à-vis des variations paramétriques.

Finalement et afin de démontrer les avantages de la méthode proposée, une étude comparative en simulation est faite avec le régulateur classique Proportionnel Intégral (PI).

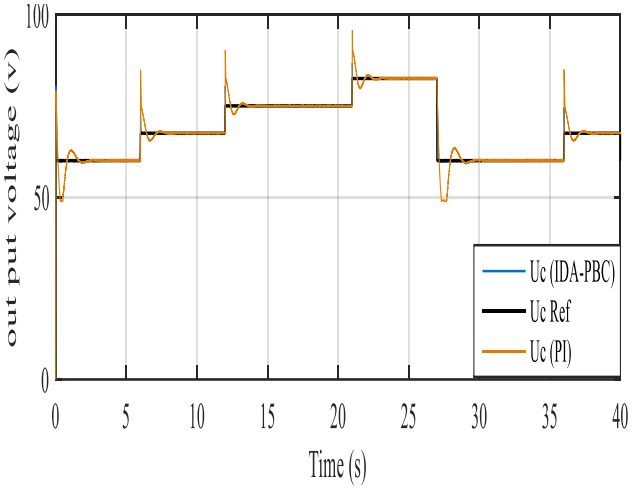


Figure III.74 : Comparaison entre PI et IDA+gain .

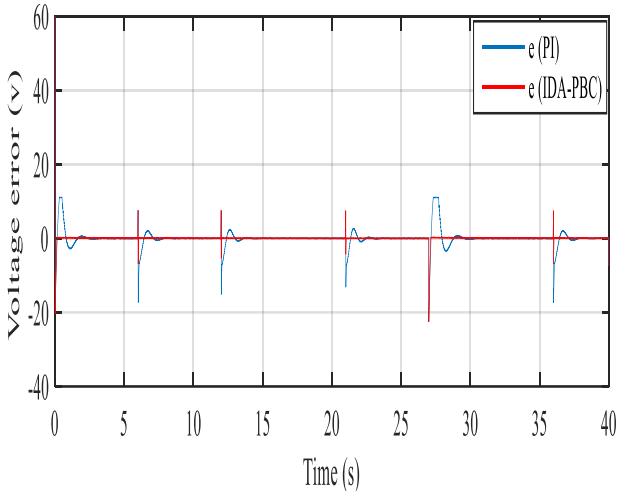


Figure III.75 : Dynamique de l'erreur.

Selon les figures III.74-75, l'évolution de la tension de sortie du convertisseur survolteur commandée via IDA-PBC+gain est plus performante qu'un régulateur PI classique.

Ces résultats montrent que ce type de contrôleur permet d'avoir une robustesse et une réponse rapide sans erreur statique selon la variation de la consigne due aux changements climatiques.

08) Synthèse:

Comme conclusion, on voit bien que la commande IDA+gain est bien adapté aux systèmes électrotechniques non linéaires à savoir le convertisseur survolteur incorporé avec une cellule photovoltaïque comme source d'énergie renouvelable.

3.2.5 Hacheur dévolteur-survolteur (Buck-Boost) :

Le schéma global d'un convertisseur type dévolteur –survolteur représentant les composantes (annexe) sous la condition d'une condition continu reporté dans la figure (III.76) :

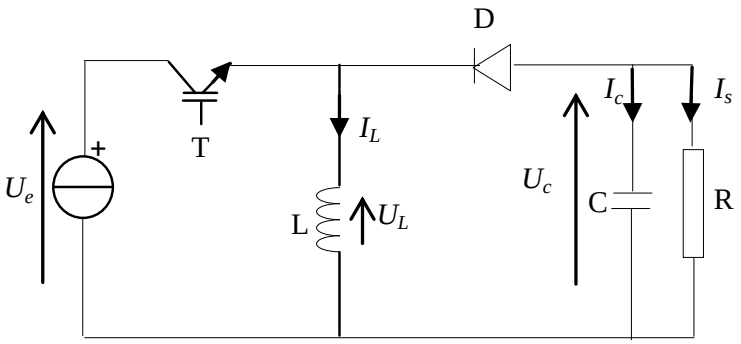


Figure III.76. : Schéma d'un hacheur dévolteur/survolteur

1) Principe:

Le fonctionnement d'un convertisseur dévolteur-survolteur peut être divisé en deux configurations suivant la commande *u* de l'état de l'interrupteur T avec l'accumulation ou la restitution de l'énergie emmagasinée dans les éléments passifs du dispositif [53].

La tension aux bornes du condensateur varie selon la formule : $U_c = \frac{\alpha}{1-\alpha} U_e$.

α: le rapport cyclique.

Suivant la même procédure que dans le cas du survolteur; comme le convertisseur dévolteur-survolteur présente l'avantage d'avoir une dynamique des zéros d'ordre unitaire, ce qui simplifie la vérification de la stabilité, l'objectif essentiel est de concevoir une loi de commande optimale par la technique IDA-PBC au formalisme PH (III.22) du système afin d'imposer une tension de sortie bien désirée (x_2^d) selon un profil variable :

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \left[\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{CL} \\ -\frac{1}{CL} & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{RC^2} \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} Lx_1 \\ Cx_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{U_e - x_2}{L} \\ \frac{x_1}{C} \end{pmatrix} u \Rightarrow \begin{cases} \dot{x} = [\mathcal{J} - \mathcal{R}] \nabla H(x) + g(x)u \\ y = U_e x_1 \end{cases} \quad \text{(III.22)}$$

Avec :

$x = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \end{pmatrix}^t$: Vecteur d'état représente respectivement le courant d'entré et la tension de sortie.

$$\mathcal{J} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{CL} \\ -\frac{1}{CL} & 0 \end{bmatrix} \in R^{2x2} \; ; \mathcal{R} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{RC^2} \end{bmatrix} > 0 \in R^{2x2} \; ; g(x) = \begin{bmatrix} \frac{U_e - x_2}{L} \\ \frac{x_1}{C} \end{bmatrix} \in R^{2x1}$$

y : Le port d'acquisition de la puissance.

$H(x) = \frac{1}{2} L x_1^2 + \frac{1}{2} C x_2^2 \geq 0 \Rightarrow \nabla H^t(\mathrm{x}) = \begin{bmatrix} Lx_1 & Cx_2 \end{bmatrix}$: Energie interne.

En général, l'application de la commande passive type IDA+gain permet d'émuler le système tout en augmentant le taux de convergence de l'état vers le point d'équilibre grâce à l'injection d'amortissement. La grandeur de commande est obtenue à partir de cette «émulation». On peut augmenter l'ordre de la commande en ajoutant une structure adaptative passive ; le tout est défini de sorte que la condition de stabilité au sens de lyapunov soit garantie. On peut conclure que la commande IDA-PBC n'est qu'une technique directe pour assurer la stabilité d'un système au sens de lyapunov.

En boucle fermée la fonction énergétique désirée doit satisfaire :

$$[\mathcal{J} - \mathcal{R}] \nabla H(x) + g(x)u = [\mathcal{J} - \mathcal{R}_d] \nabla H_d(x) \quad \text{(III.23)}$$

$$H_d(x) = \frac{1}{2} L \left(x_1 - x_1^* \right)^2 + \frac{1}{2} \lambda C \left(x_2 - x_2^d \right)^2 ; \; \left. \frac{\partial H_d}{\partial x} \right|_{x=x_d} = 0 ; \; \left. \frac{\partial^2 H_d}{\partial x^2} \right|_{x=x_d} > 0 ; \; \lambda \in \mathbb{R}^+ \quad \text{(III.24)}$$

$$\mathcal{R}_d = \mathcal{R} + \begin{bmatrix} r & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r & 0 \\ 0 & \frac{1}{RC^2} \end{bmatrix}.$$

$r \in \mathbb{R}^{*+}$: Résistance a effet d'amortissement naturel.

$x_d = \begin{pmatrix} x_1^* & x_2^d \end{pmatrix}^t$: Vecteur d'état désiré.

2) Loi de commande:

Grâce à la résolution de l'équation aux dérivées partielles (III.23) on arrive à l'expression de la loi de commande du type (III.25) :

$$u = \frac{r\lambda L^2\left(x_1 - x_1^*\right) + \left(x_2 - x_2^d\right) - \lambda x_2}{\lambda\left(U_e - x_2\right)}; \quad x_1^* = \frac{x_2{}^d\left(x_2{}^d - U_e\right)}{RU_e} \tag{III.25}$$

A ce stade, l'action de commande change la structure intrinsèque du système, on peut atteindre l'état désiré par simple commutation périodique entre les différentes structures possibles, ce qui donne une structure moyenne et donc une évolution moyenne des variables d'état autour de la trajectoire d'équilibre, on décrit la structure de commande dans la figure III.77.

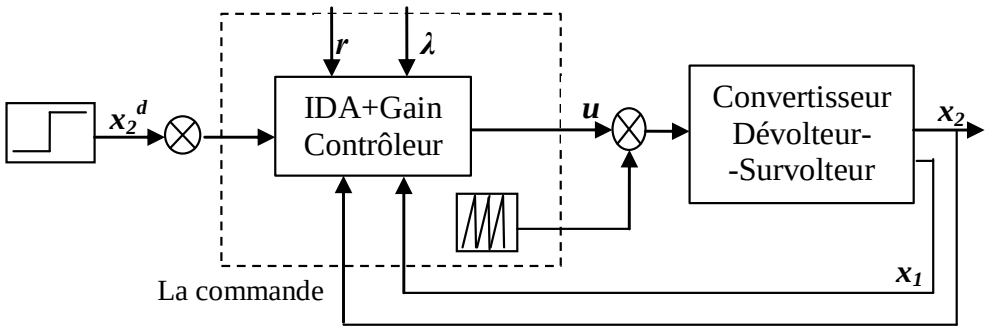


Figure III.77: structure de la commande IDA+Gain.

3) Analyse de la stabilité :

Pour pouvoir analyser la stabilité du convertisseur, on va procéder au calcul de la dynamique de l'énergie qualifiée comme candidate de lyapunov :

$$\frac{dH_d}{dt} = \nabla H_d^T \dot{x} = -\left(Lr(x_1 - x_1^*)^2 + \frac{\lambda}{RC}(x_2 - x_2^d)^2 \right) \le 0 \tag{III.26}$$

On remarquera que la dérivée de la fonction énergétique sera d'autant plus négative que le terme *r* est important. Ceci montre bien la justesse de la dénomination de la matrice diagonale d'Injection d'Amortissement. Donc l'état désiré est asymptotiquement stable.

4) Simulation :

Comme dans le cas d'hacheur survolteur on a simulé l'effet de la commande passive avec injection d'amortissement en boucle fermée sous Matlab Sim-Power avec une valeur de consigne variable.

Les valeurs des composants utilisés sont reportées en annexe.

L'influence du gain λ est claire sur la précision du contrôleur IDA+gain, plus la valeur du gain est faible plus la précision du système est garanti ; tandis que la résistance de dissipation de l'énergie n'affecte pas la dynamique du système figures III.78-79.

D'une certaine forme de la structure du circuit, on voit que l'effet dissipatif du circuit affecte directement le condensateur ; par contre, l'effort extérieur, l'entrée d'énergie, n'est appliqué que sur l'inductance.

C'est pour cela que l'injection d'amortissement au niveau des variables commandées est mieux adaptée pour la commande des systèmes d'électrotechnique par la technique IDA+gain.

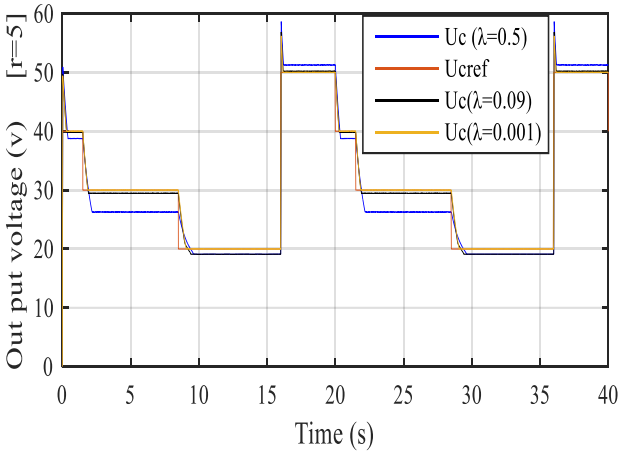


Figure III.78: Influence du gain d'amortissement.

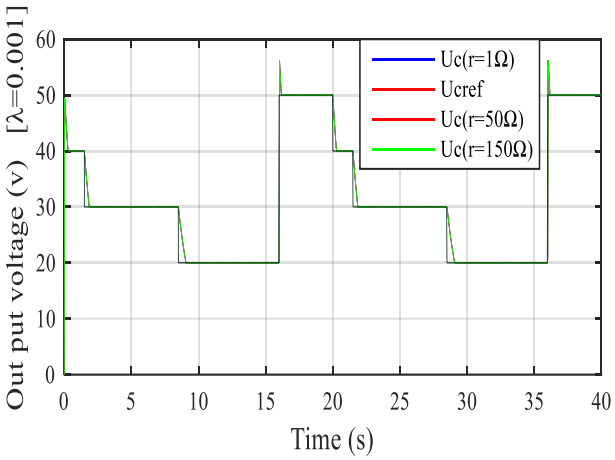


Figure III.79: Influence de la dissipation virtuelle.

La commande ainsi synthétisée donne de bons résultats de la tension de sortie et des courants face à un profil variable et authentifient l'efficacité de cette commande pour l'hacheur dévolteur–survolteur figures III.80-83.

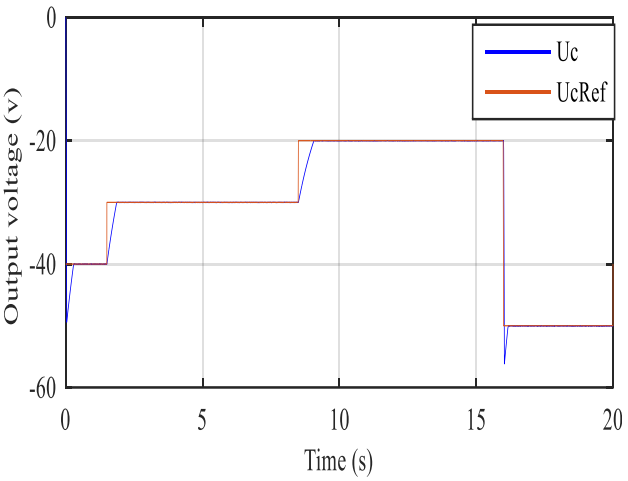


Figure III.80 : Tension de sortie et sa consigne.

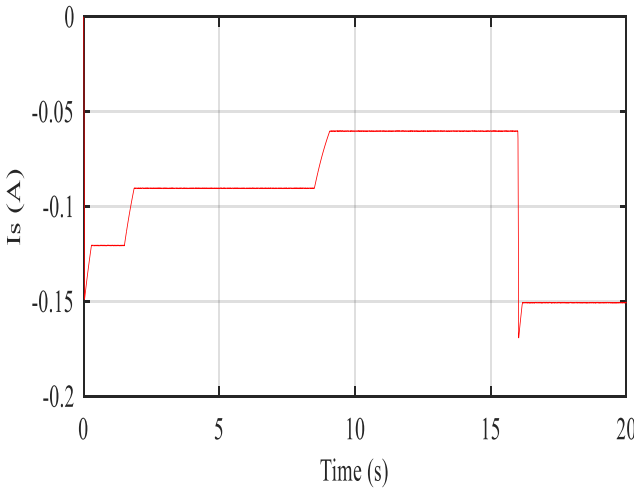


Figure III.81 : Courant de sortie.

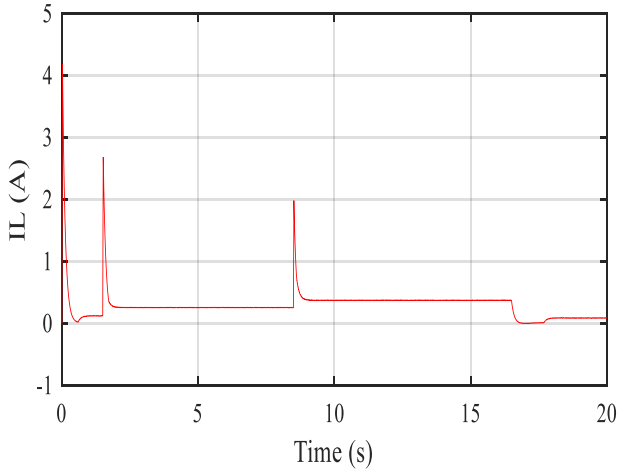


Figure III.82: Courant dans l'inductance.

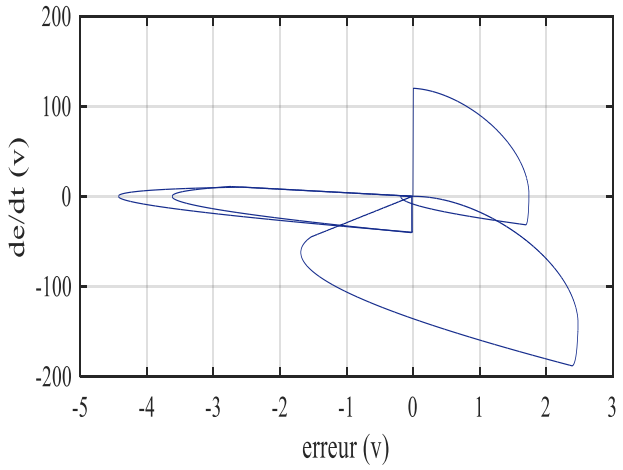


Figure III.83 : Dynamique de l'erreur.

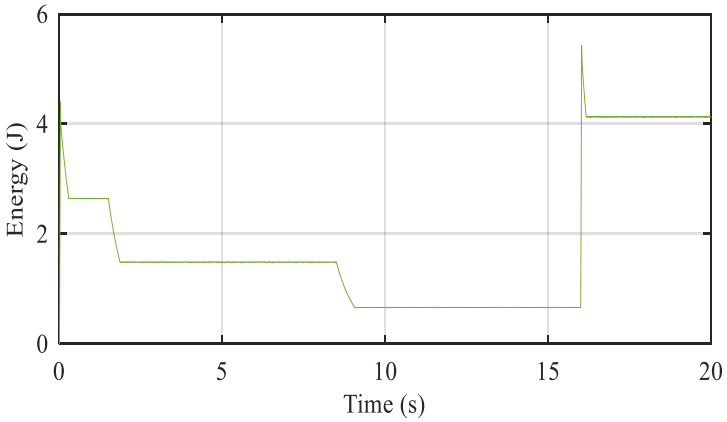


Figure III.84 : Evolution de l'énergie.

Une analyse de la robustesse montre que cette commande permet de parcourir toute la plage de fonctionnement avec une convergence approuvable figures III.85-93.

Réponse à une variation de la charge (-50%) :

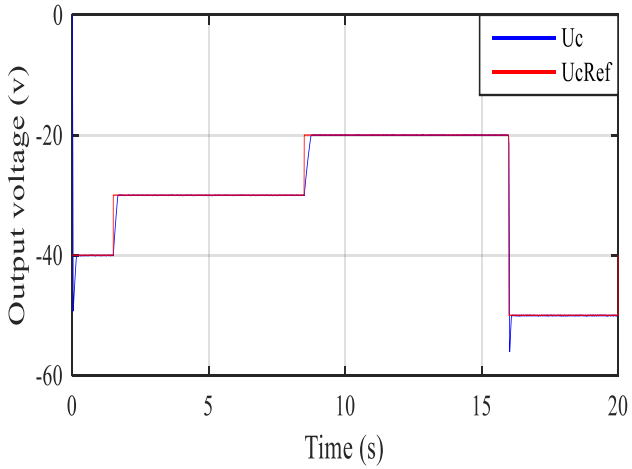


Figure III.85 : Tension de sortie.

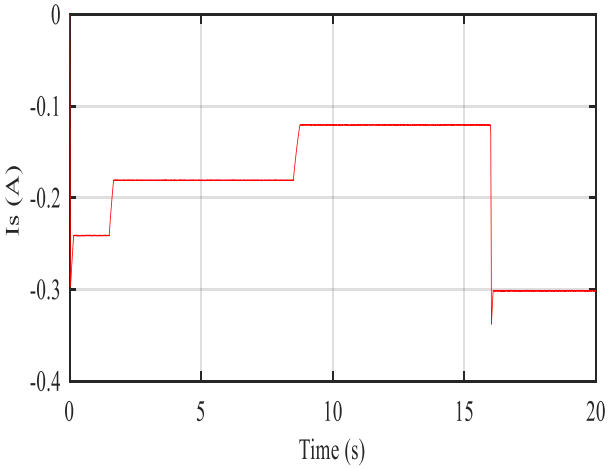


Figure III.86 : Courant de sortie.

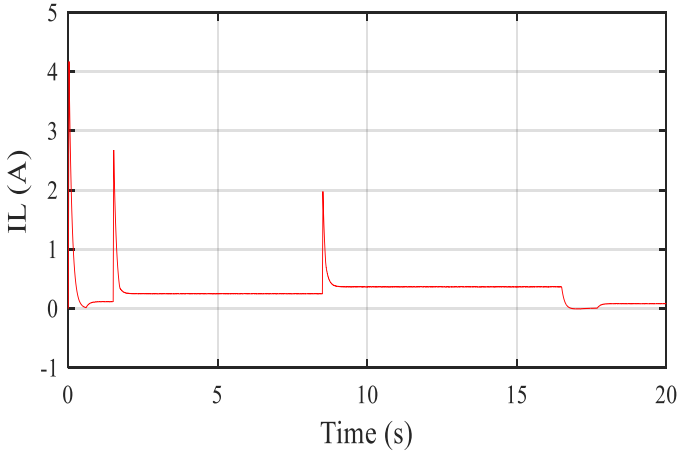


Figure III.87 : Courant dans l'inductance.

Variation de l'inductance (-50%) :

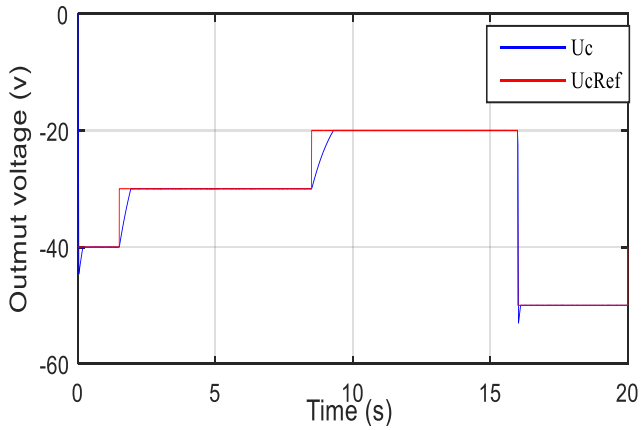


Figure III.88 : Tension de sortie.

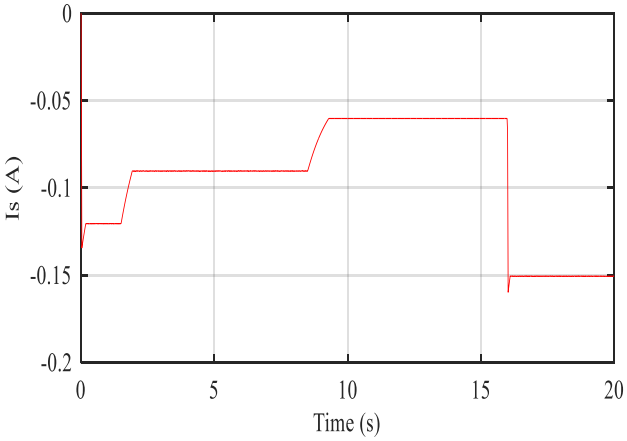


Figure III.89 : Courant de sortie.

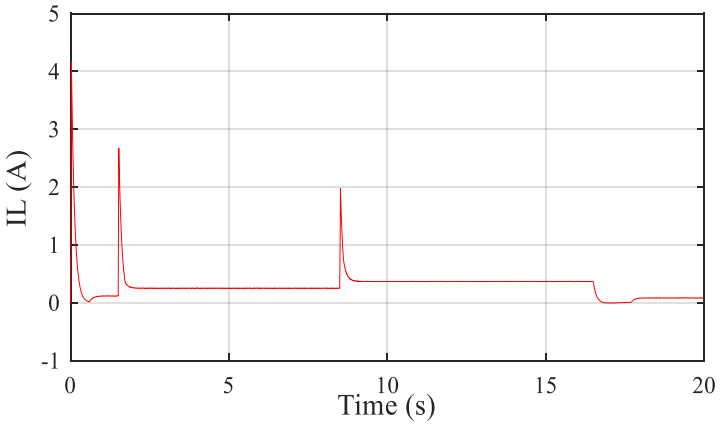


Figure III.90 : courant dans l'inductance.

Variation de la capacité (-50%) :

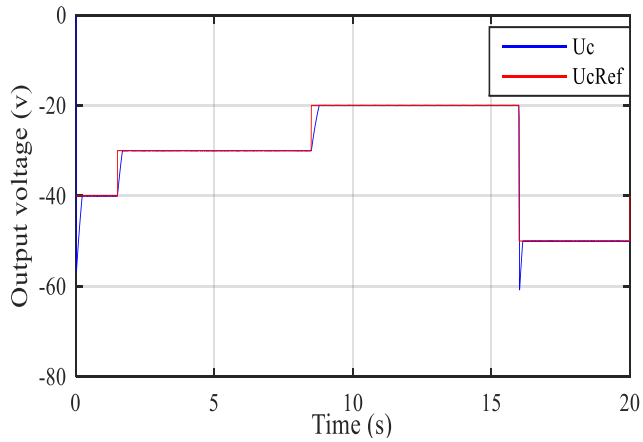


Figure III.91 : Tension de sortie.

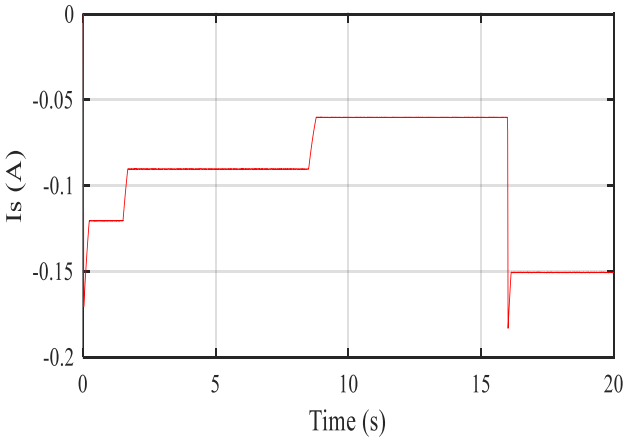


Figure III.92 : Courant de sortie.

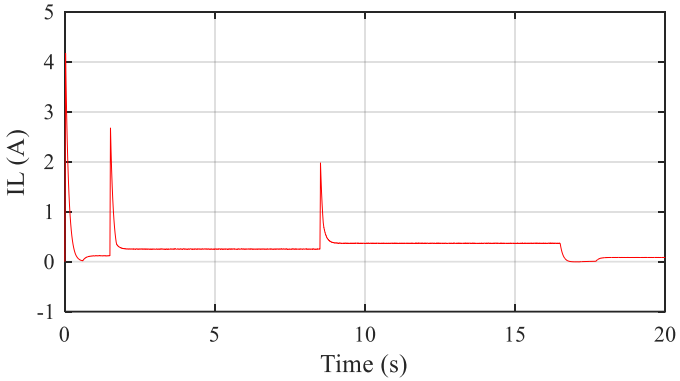


Figure III.93 : courant dans l'inductance.

L'analyse de l'expression de la commande (III.25) confirme le caractère de robustesse lié à la commande passive, ainsi la technique IDA+gain est extrêmement robuste vis-à-vis des perturbations paramétriques.

5) Test expérimental :

Pour valider le tout, une étude expérimentale a été réalisée pour le même modèle topologique de simulation sur un banc d'essai composé d'une source de tension continue (annexe) alimentant un convertisseur de base type dévolteur-survolteur (paramètres en annexe) commandé par un interrupteur IGBT type SKM100GAL123D et une interface d'isolation galvanique inséré au niveau du système dSPACE DS1103PPC. Les capteurs de tensions et de courants sont respectivement LA-25NP et LV-25P (figure III.94)

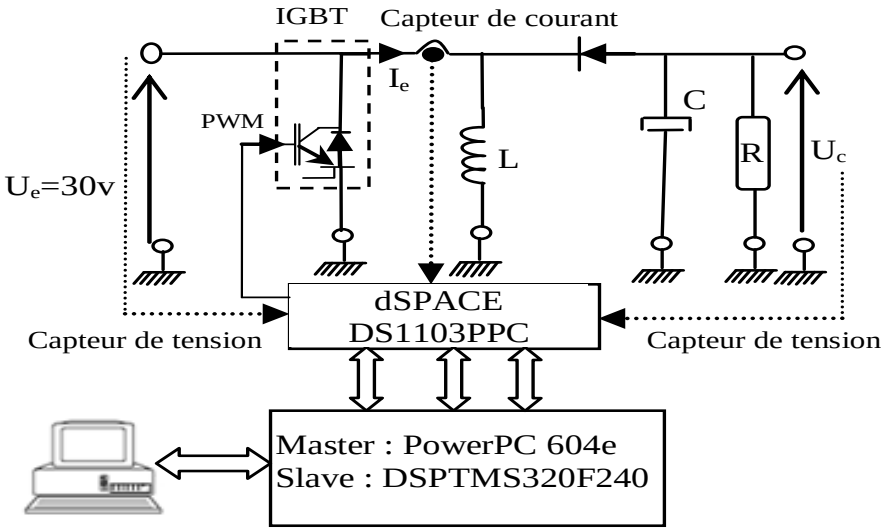


Figure III.94: Banc d'essai de la commande IDA pour un convertisseur Dévolteur-survolteur

Les résultats obtenus sont très proches de ceux de la simulation sur toute la plage de fonctionnement et illustre nos commentaires antérieurs (figures III.95-97).

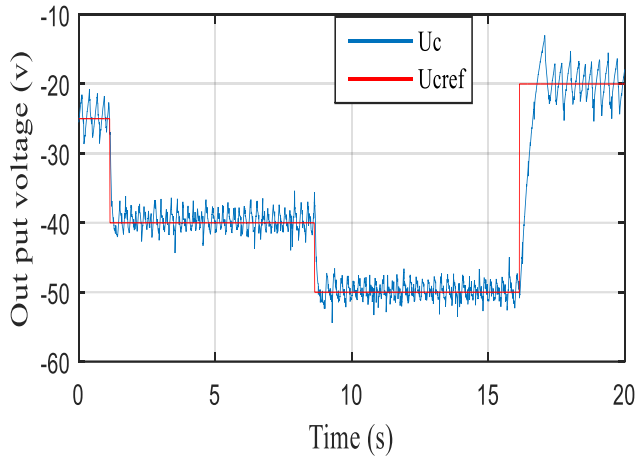


Figure III.95 : Valeurs d'équilibre de la Tension de sortie.

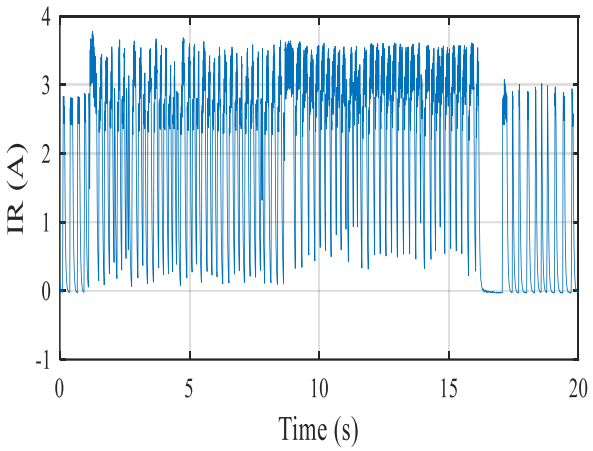


Figure III.96 : Courant de sortie.

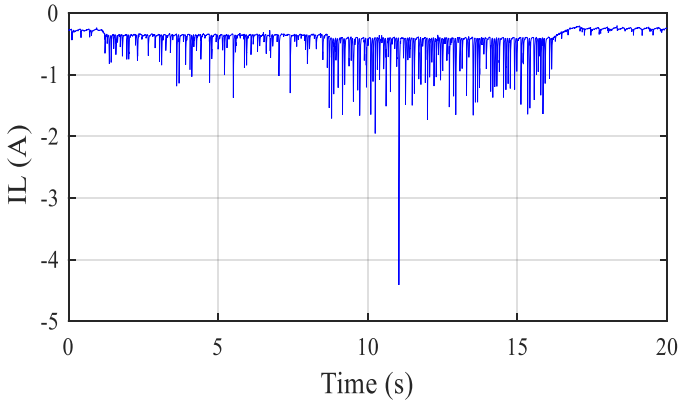


Figure III.97 : Courant dans l'inductance de lissage.

On constate aussi une bonne correspondance de la stabilité en régime permanant entre les résultats obtenus et la simulation sous Matlab.

6) Synthèse :

L'approche IDA+gain de convergence de la commande passive est bien adaptée au convertisseur non linéaire survolteur-dévolteur, la stabilité globale est garantie selon les résultats obtenus et l'application de la commande passive s'avère plus performante que les autres techniques linéaires.

Nous pouvons toutefois avancer la remarque qu'une grande part des convertisseurs continus-continus est entièrement commandée par la technique de la passivité, surtout concernant les systèmes non linéaire.

La préoccupation majeure des recherches en asservissement est la commande des machines électriques car elles sont caractérisée par un comportement non linéaire, de plus la majorité des tâches qui lui sont confiées sont délicates et exigent une très grande précision sous des trajectoires rapides. Afin de répondre à des critères de performances toujours croissants, des algorithmes de commande de plus en plus complexes ont été développés.

Dans la théorie de la commande classique, les équations non linéaires des machines sont linéarisées afin de déterminer les lois de commande, mais dans certains cas l'approche linéaire n'est pas suffisante. Par

conséquent, l'application de la commande par passivité pour les modèles non linéaire des machines électriques est nécessaire.

3.2.6 Moteur à induction

Comme arboré dans [54] le modèle mathématique lié au champ tournant d'un moteur à induction peut être obtenus à partir des tensions, courants et les flux comme suit :

$$\begin{cases} V_{sd} = R_s I_{sd} + \dot{\varphi}_{sd} - \omega_s \varphi_{sq} \\ V_{sq} = R_s I_{sq} + \dot{\varphi}_{sq} + \omega_s \varphi_{sd} \\ 0 = R_r I_{rd} + \dot{\varphi}_{rd} - \omega_r \varphi_{rq} \\ 0 = R_r I_{rq} + \varphi_{rq} + \omega_r \varphi_{rd} \\ J \dfrac{d\Omega}{dt} = T - B\Omega - T_L \end{cases} \quad \text{(III.27)}$$

$$\begin{cases} \varphi_{sd} = L_s I_{sd} + M I_{rd} \\ \varphi_{sq} = L_s I_{sq} + M I_{rq} \\ \varphi_{rd} = L_r I_{rd} + M I_{sd} \\ \varphi_{rd} q = L_r I_{rq} + M I_{sq} \end{cases} \quad \text{(III.28)}$$

Avec:

$V_{sd\text{-}q}$, $\varphi_{sd\text{-}q}$: respectivement tension, flux statorique.

$I_{sd\text{-}q}$, $I_{rd\text{-}q}$: respectivement courants statorique, rotorique.

$\varphi_{rd\text{-}q}$: flux rotorique.

ω_s, ω_r : respectivement la fréquence de l'alimentation, pulsation rotorique.

Ω : Vitesse mécanique.

R_s, R_r : respectivement résistance statorique, rotorique.

L_s, L_r : respectivement l'inductance statorique, rotorique.

M : inductance mutuelle.

J : moment d'inertie.

B : Coefficient de la friction visqueuse.

T_L: Couple de charge.

T: Couple généré par le moteur.

Le moteur à induction est un système non linéaire difficile a commandé [55-22] ; son utilisation plus large remplace les moteurs à courant continu a été une incitation pour développer des techniques de commande plus performantes et obtenir un emploi efficace de l'énergie.

En se basant sur les caractéristiques énergétiques et la forme hamilotnien du moteur on va utiliser le concept de la commande IDA+gain de convergence ou le port fondamental d'entrée représente la tension d'alimentation et la sortie le courant statorique.

01) Principe:

Le modèle hamiltonien du moteur à induction dans le repère lié au champs tournant *(d,q)* est :

$$\dot{x} = \left[\mathcal{J}(x) - \mathcal{R}\right]\nabla H(x) + g(x)u \tag{III.29}$$

$x = \left[x_1 = \varphi_{sd} \quad x_2 = \varphi_{sq} \quad x_3 = \varphi_{rd} \quad x_4 = \varphi_{rq} \quad x_5 = \Omega \right]^T$: Vecteur d'état.

$$\mathcal{J}(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{P}{J}x_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{P}{J}x_3 \\ 0 & 0 & \frac{P}{J}x_4 & -\frac{P}{J}x_3 & 0 \end{bmatrix};\ \mathcal{R} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{B}{J^2} \end{bmatrix};\ g(x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & x_2 \\ 0 & 1 & -x_1 \\ 0 & 0 & x_4 \\ 0 & 0 & -x_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^5 x \mathbb{R}^3$$

$$u^T = \left[V_{sd} \quad V_{sq} \quad \omega_s\right];\ y^T = \left[I_{sd} \quad I_{sq} \quad 0\right] \Rightarrow u^T y = V_{sd}I_{sd} + V_{sq}I_{sq}$$

P: Nombre de pair de pole.

L'énergie emmagasinée dans le moteur définit positive s'exprime en fonction des variables d'état de la manière suivante :

$$H(x) = \frac{x_1^2}{2\sigma L_s} + \frac{x_2^2}{2\sigma L_s} + \frac{x_3^2}{2\sigma L_r} + \frac{x_4^2}{2\sigma L_r} - \frac{M\left(x_1x_3 + x_2x_4\right)}{\sigma L_s L_r} + \frac{1}{2}Jx_5^2 \tag{III.30}$$

$$H(x) = \frac{1}{2}\left[x_{1,2,3,4}\right]^T L^{-1}\left[x_{1,2,3,4}\right] + \frac{1}{2}Jx_5^2$$

$$L^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 & -\frac{M}{\sigma L_s L_r} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} & 0 & -\frac{M}{\sigma L_s L_r} \\ -\frac{M}{\sigma L_s L_r} & 0 & \frac{1}{\sigma L_r} & 0 \\ 0 & -\frac{M}{\sigma L_s L_r} & 0 & \frac{1}{\sigma L_r} \end{bmatrix};\ \sigma = 1 - \frac{M^2}{L_s.L_r}.$$

$$\nabla H^T(x) = \left[\frac{x_1}{\sigma L_s} - \frac{Mx_3}{\sigma L_s L_r} \quad \frac{x_2}{\sigma L_s} - \frac{Mx_4}{\sigma L_s L_r} \quad \frac{x_3}{\sigma L_r} - \frac{Mx_1}{\sigma L_s L_r} \quad \frac{x_4}{\sigma L_r} - \frac{Mx_2}{\sigma L_s L_r} \quad J\Omega \right]$$

$$\nabla H^T(x) = \left[\alpha x_1 + \beta x_3 \quad \alpha x_2 + \beta x_4 \quad \beta x_1 + \gamma x_3 \quad \beta x_2 + \gamma x_4 \quad Jx_5\right] = \left[I_{sd} \quad I_{sq} \quad I_{rd} \quad I_{rq} \quad Jx_5\right]$$

$$\alpha = \frac{1}{\sigma L_s};\ \gamma = \frac{1}{\sigma L_r};\ \beta = -\frac{M}{\sigma L_s L_r}$$

02) Loi de commande:

Soit l'asservissement de la vitesse mécanique du moteur $(x_5 = x_5^{\,d})$ définissant l'état désiré du système $x^* = \left[x_1^* \quad x_2^* \quad x_3^* \quad x_4^* \quad x_5^{\,d}\right]^T$; pour différents valeurs d'échelon un contrôleur basé sur la passivité par injection d'amortissement assure la mise en forme d'une nouvelle fonction énergétique $H_d(x)$ en boucle fermée (figure.III.98) tel que : $\lim_{t\to\infty}(x_5 - x_5^{\,d}) = 0$.

$$\dot{e}+\dot{x}^{*}=\left(\mathcal{J}(x)-\mathcal{R}\right)\frac{\partial H_d(x)}{\partial x}+g(x)u \tag{III.31}$$

$H_d(x)=\frac{1}{2}\left[x_{1,2,3,4}-x^{*}_{1,2,3,4}\right]^T L^{-1}\left[x_{1,2,3,4}-x^{*}_{1,2,3,4}\right]+\frac{1}{2}J\lambda\left(x_5-x_5^d\right)^2$; $\left.\frac{\partial H_d}{\partial x}\right|_{x=x^*}=0$; $\left.\frac{\partial^2 H_d}{\partial x^2}\right|_{x=x^*}>0$: l'énergie désirée pour : $\left.\frac{\partial H_d(x)}{\partial x}=0\right|_{x=x^*}$; $\frac{\partial^2 H_d(x)}{\partial x^2}\geq 0$.

$\lambda\in\mathbb{R}^+$: Gain d'amortissement introduit afin d'améliorer la convergence du système.

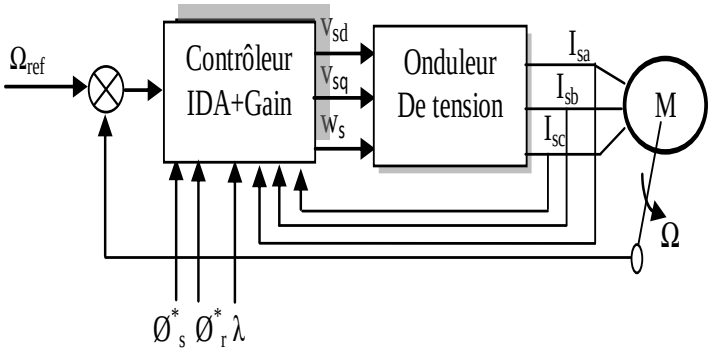


Figure III.98 : La structure de IDA+gain pour un moteur à induction.

Pour des conditions initiales nulles après l'évaluation de $e\to 0$ on obtient la loi de commande (III.32):

$$\begin{cases} V_{sd}=\frac{x_2^2+x_3^2+x_4^2}{x_3^2+x_4^2}\alpha R_s x_1^{*}+\beta R_s x_3^{*}\frac{-x_2}{x_3^2+x_4^2}\left[\alpha R_s\left(x_2x_1^{*}-x_1x_2^{*}\right)+\beta R_s\left(x_2x_3^{*}-x_1x_4^{*}\right)+\beta R_r\left(x_4x_1^{*}-x_3x_2^{*}\right)+\gamma R_r\left(x_4x_3^{*}-x_3x_4^{*}\right)\right] \\ V_{sq}=\frac{x_2^2+x_3^2+x_4^2}{x_3^2+x_4^2}\alpha R_s x_1^{*}+\beta R_s x_3^{*}\frac{-x_2}{x_3^2+x_4^2}\left[\alpha R_s\left(x_2x_1^{*}-x_1x_2^{*}\right)+\beta R_s\left(x_2x_3^{*}-x_1x_4^{*}\right)+\beta R_r\left(x_4x_1^{*}-x_3x_2^{*}\right)+\gamma R_r\left(x_4x_3^{*}-x_3x_4^{*}\right)\right] \end{cases} \tag{III.32}$$

Les variables d'état de référence ainsi que les paramètres nominaux sont reportés dans l'annexe.

03) Analyse de la stabilité:

Selon la PBC : $\dot{H}_d(x)=\dot{H}_d(x)=-\frac{\partial H_d^T(x)}{\partial x}\mathcal{R}\frac{\partial H_d(x)}{\partial x}+u^T y\leq u^T y\Rightarrow\lim_{t\to\infty}x=x^{*}$ le point d'équilibre est asymptotiquement stable.

04) Simulation:

Suivant la procédure de simulation sous Matlab nous avons essayé de choisir le meilleur réglage possible du gain d'amortissement (voir annexe).

Les diagrammes de la simulation sont reportés dans les figures ci-dessous.

Profil 1 :

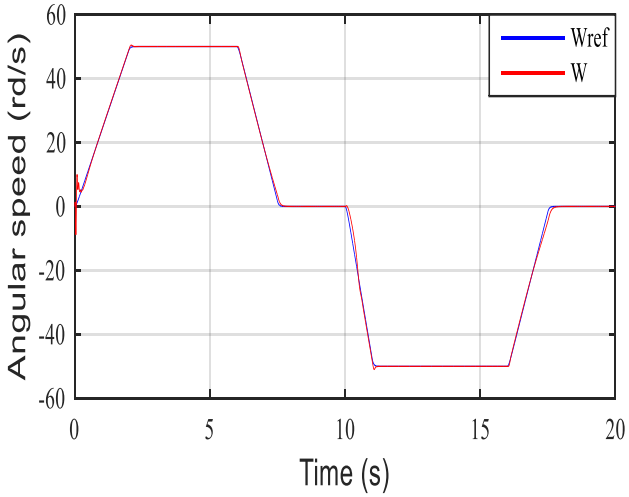


Figure III.99 : Evolution de la vitesse mécanique

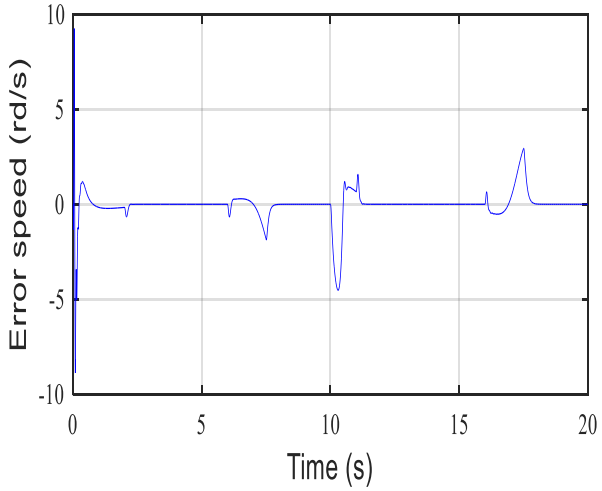


Figure III.100 : Erreur de la vitesse

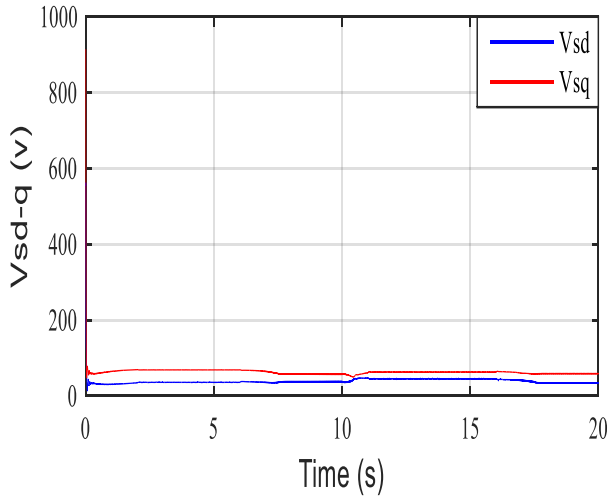


Figure III.101 : Tension statorique dans le repère (*d*,*q*)

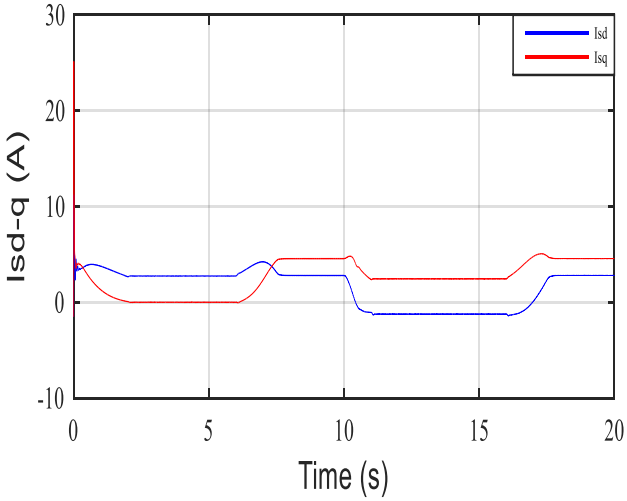


Figure III.102: Courant statorique dans le repère (*d*,*q*)

Profil 2 :

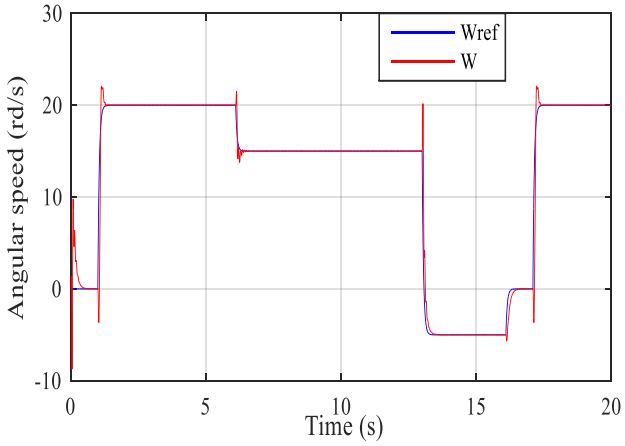


Figure III.103 : Vitesse mécanique et sa référence

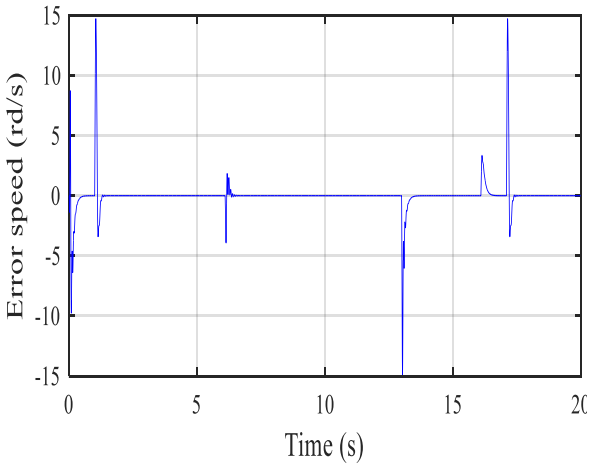


Figure III.104 : Erreur de la vitesse

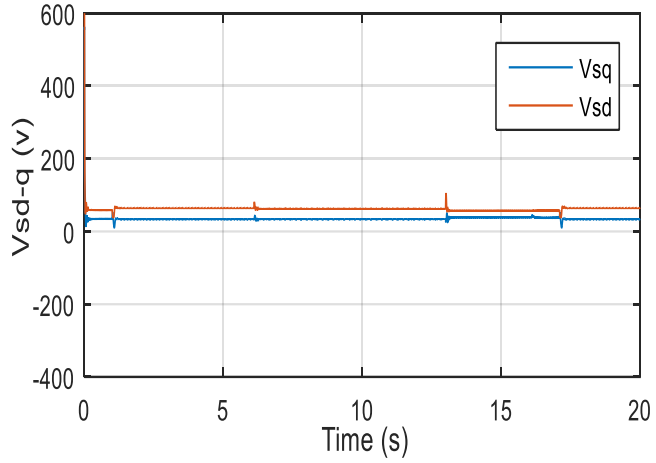


Figure III.105 : Tension statorique dans le repère (*d*,*q*)

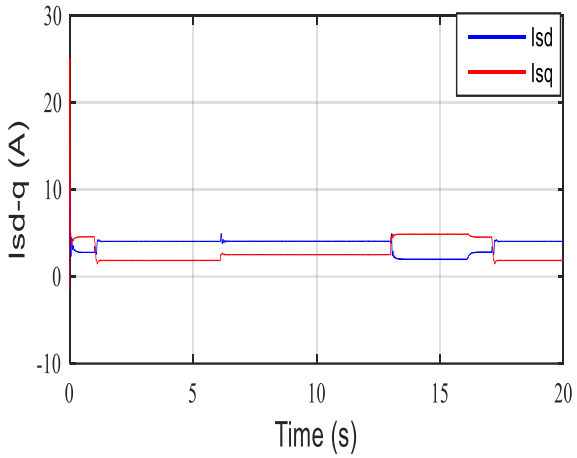


Figure III.106 : Courant statorique dans le repère (*d*,*q*)

Profil 3 :

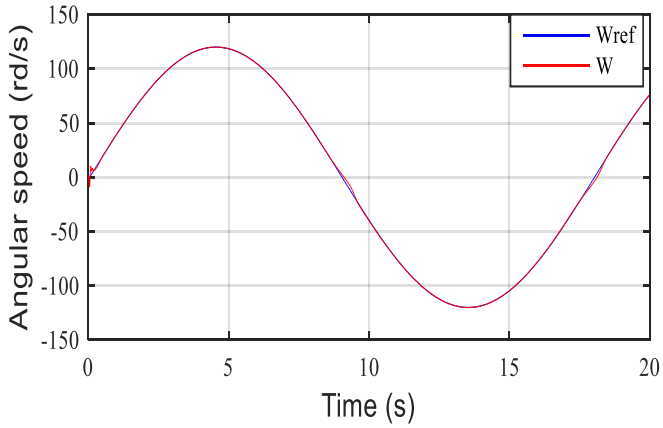


Figure III.107 : Vitesse mécanique et sa référence

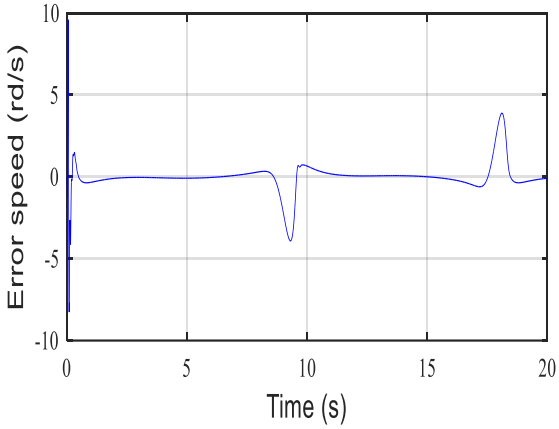


Figure III.108 : Erreur de la vitesse

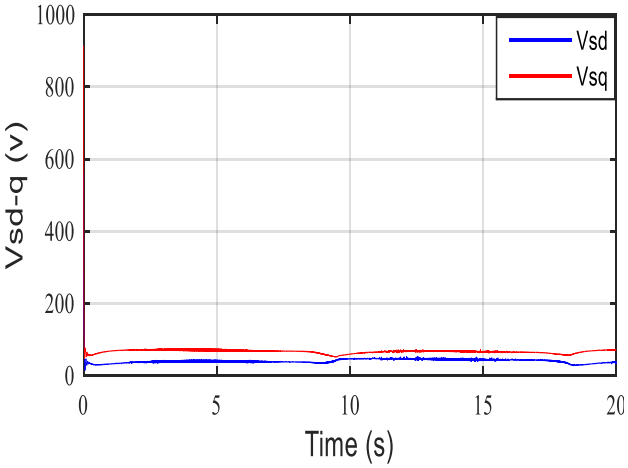


Figure III.109 : Tension statorique dans le repère (*d*,*q*)

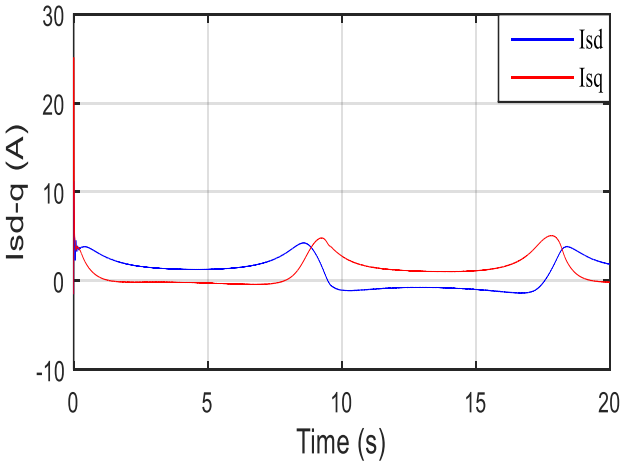


Figure III.110 : Courant statorique dans le repère (*d*,*q*)

Il est clair que la dynamique de la sortie du moteur à induction sous plusieurs consignes de vitesse est bien stable et sans erreur de vitesse en régime permanant et on peut valider les performances du contrôleur expérimentalement sur un banc d'essai.

05) Test expérimental :

La structure de base du laboratoire de test est illustrée dans la figure III.111. Une machine à courant continu est utilisée comme charge, le stator du moteur à induction est alimenté par un convertisseur SEMKRON (4KW, modules IGBT) piloté directement par la carte DS1104 PPC branché au PC ; le codeur sert à mesurer la vitesse mécanique. Les capteurs de courants et de tensions sont respectivement LA-55NP et LV-25P. L'interface fournit une isolation galvanique à tous les signaux connectés au contrôleur DS1104PPC.

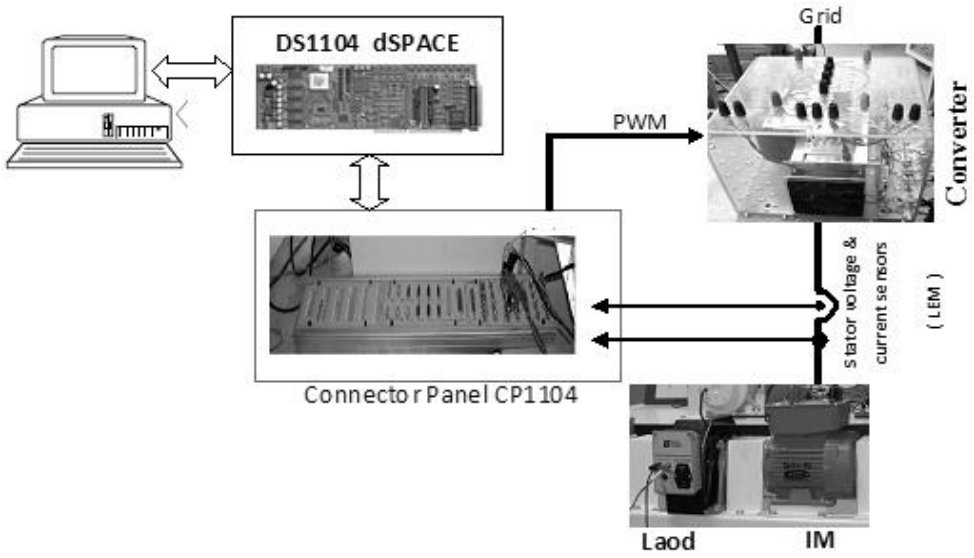


Figure III.111 : Diagramme de la commande IDA+gain en dSPACE

D'après les figures (III.112, 117,122) on constate que la vitesse de référence est suivie de près par la vitesse réelle en régime permanant avec une précision admissible et un bref état transitoire bien amortis.
Les figures (III.114, 119 et 124) présentent les résultats expérimentaux de la tension statorique commandée suivant le repère (d,q).

Profil 1 :

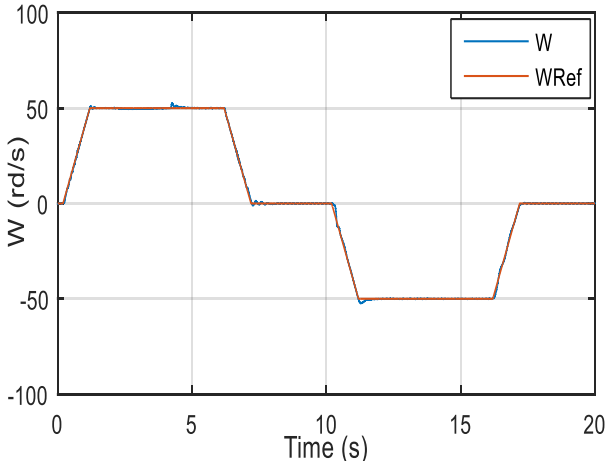


Figure III.112 : Vitesse mécanique et sa référence

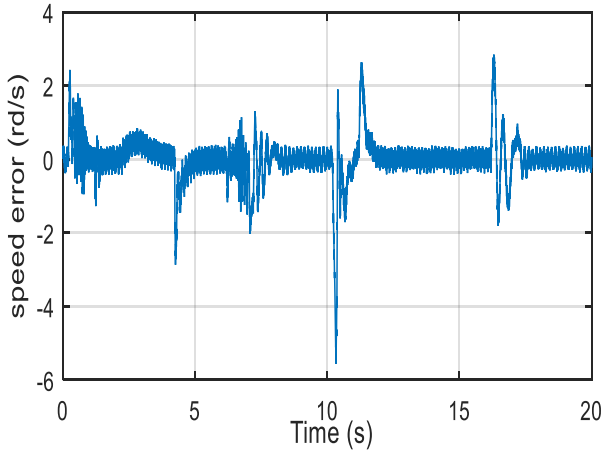


Figure III.113 : Erreur de la vitesse

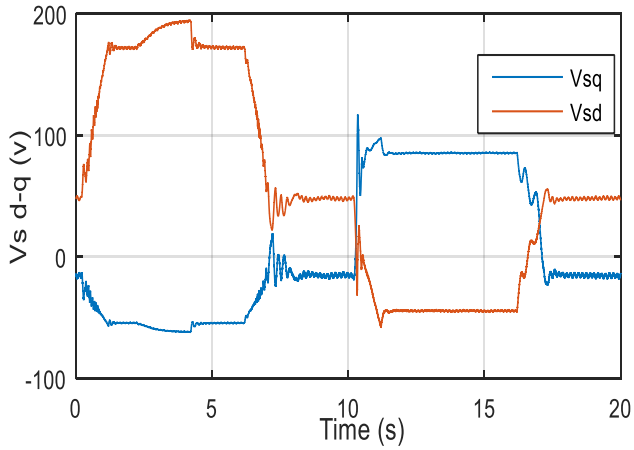


Figure III.114 : Tension statorique

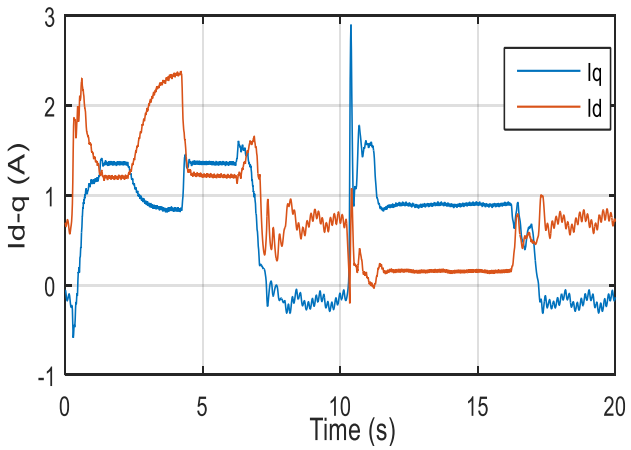


Figure III.115 : Courant inducteur

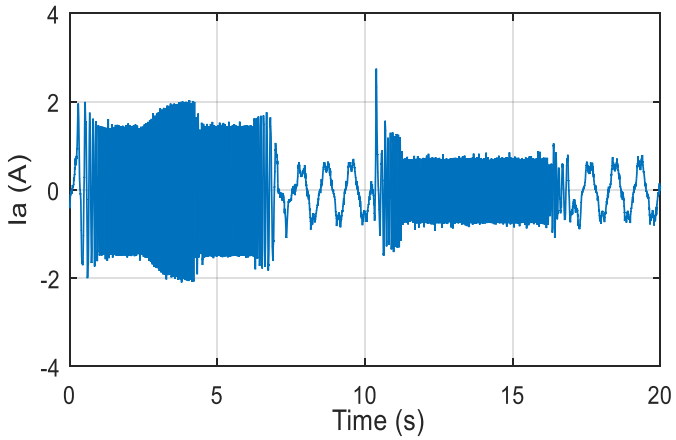


Figure III.116 : Le courant statorique d'une phase

Profil 2 :

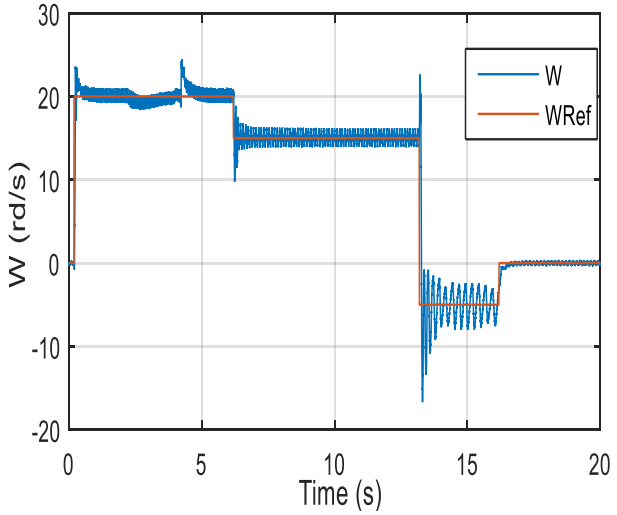


Figure III.117 : Vitesse mécanique et sa référence

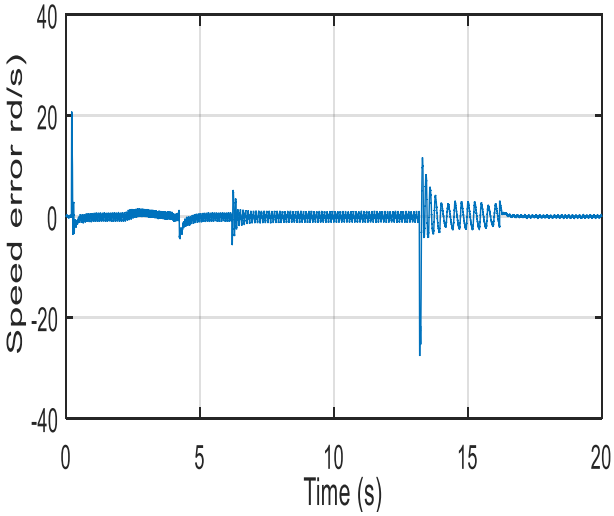


Figure III.118 : Erreur de la vitesse

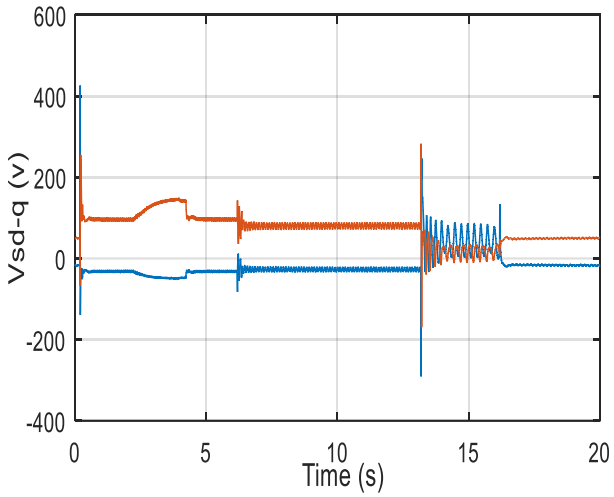


Figure III.119 : Tension statorique

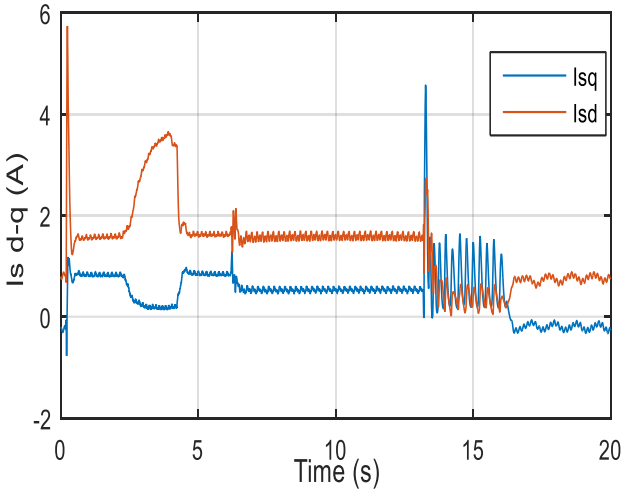


Figure III.120 : Courant inducteur

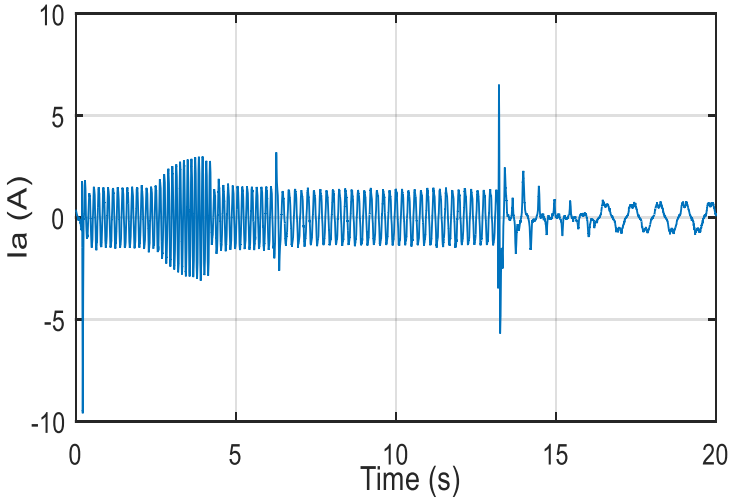


Figure III.121 : Courant statorique d'une phase

Profil 3 :

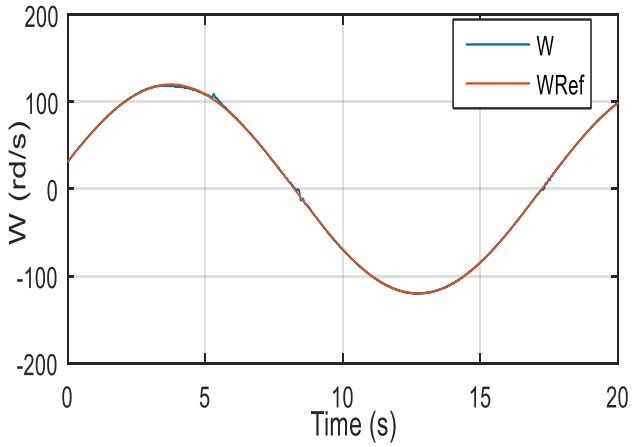


Figure III.122 : Vitesse mécanique et sa référence

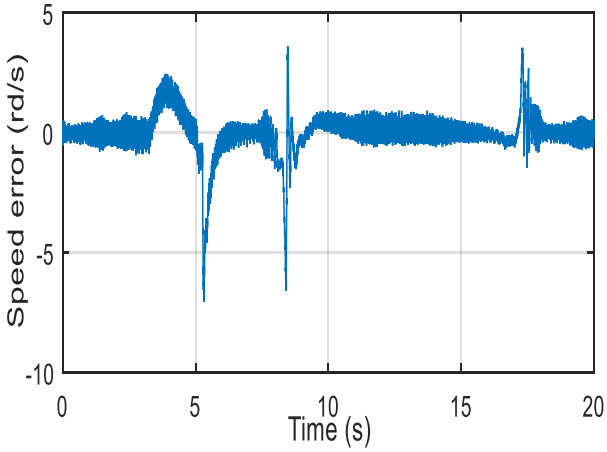


Figure III.123 : Erreur de la vitesse

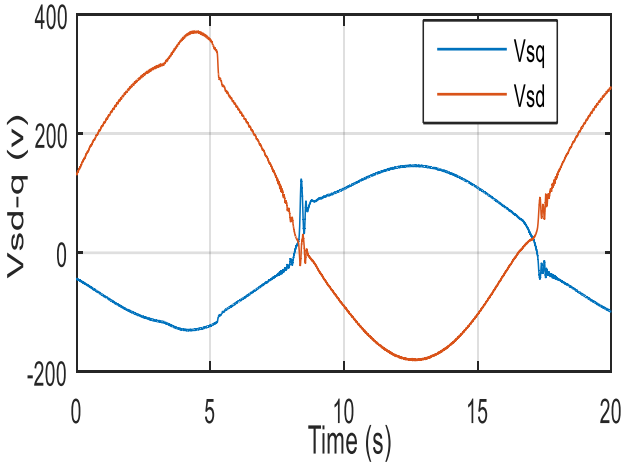


Figure III.124 : Tension statorique

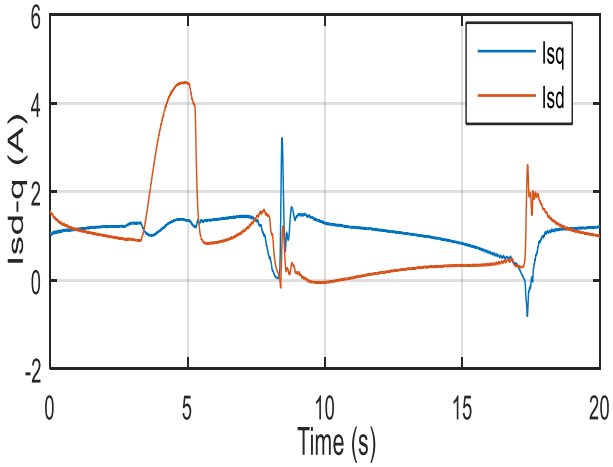


Figure III.125 : Courant inducteur

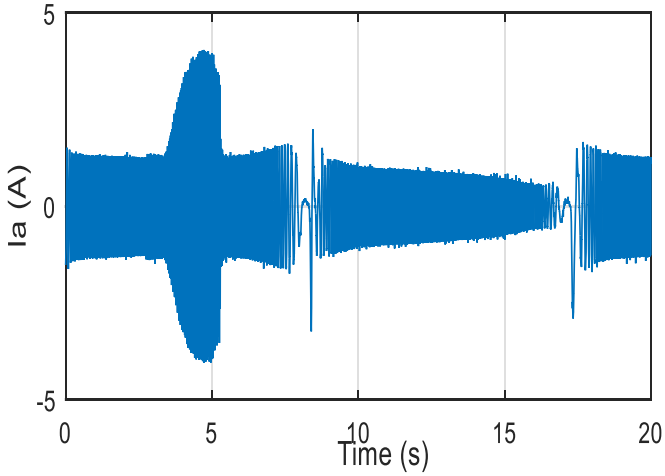


Figure III.126 : Courant statorique d'une phase

06) Synthèse :

La mise en évidence de la commande IDA-PBC avec le façonnement d'une énergie désirée par injection d'amortissement au niveau de l'état commandé a permet d'apporter une amélioration sur les performances de la régulation de la vitesse mécanique du moteur à induction vu son comportement non linéaire.

Les résultats de simulation et expérimentaux ont dévoilé un comportement remarquable du contrôleur en régulation et en poursuite, ainsi l'utilisation d'un tel contrôleur permet d'exploiter de façon rationnelle la structure hamiltonienne de la machine à induction.

3.3 Conclusion :

Nous avons établi dans ce chapitre une généralisation de la structure hamiltonienne à ports qui prend en compte tous les convertisseurs DC-DC possibles utilisés dans le domaine des énergies renouvelable ainsi que le moteur à induction avec les propriétés énergétiques associées ce qui simplifie le calcul et l'implantation de la commande basée sur la passivité et sa version IDA-PBC avec le caractère d'injection des gains afin d'accélérer la convergence des systèmes et réduire le temps de réponse du régime transitoire. Plus

intéressant encore, les propriétés de connexion sont préservées quand une transformation de l'énergie façonnée intervienne.

Pour l'analyse de la stabilité nous avons évoqués le critère de lyapunov avec le choix de la fonction énergétique comme candidate.

En revanche, les résultats de simulation et pratiques nous ont permet d'évaluer la robustesse (au sens des variations paramétriques) de la régulation via IDA-PBC+gain de convergence des systèmes électrotechnique non linéaire et peut se montrer avantageuse.

Conclusion Générale

Conclusion générale

Nous avons abordé dans ce mémoire l'application de la commande basée sur la passivité des systèmes électrotechnique non-linéaires (hacheurs et moteur à induction) qui fait clairement apparaitre la modification structurelle des systèmes à commander afin qu'il réalise au mieux les fonctions souhaitées, connue également sous la dénomination de commande structurelle,

Pour cela nous avons utilisé le formalisme hamiltonien pour l'étude des hacheurs et du moteur à induction pour mettre en évidence l'évolution et la maitrise de l'énergie et nous permet de montrer:

- l'intérêt du modèle PH pour les systèmes électrotechnique.
- La possibilité de l'application de la commande par passivité pour un modèle PH.

En revanche nous avons évoqué dans ce travail la technique IDA-PBC en termes d'injection de gain d'amortisseur ainsi que la résistance de dissipation fictive et en prenant en compte l'optimisation de la loi de commande par la résolution des équations aux dérivées partielles afin d'assurer la stabilité de la tension de sortie des hacheurs et de la vitesse mécanique du moteur à induction.

L'élargissement de cette étude aux énergies renouvelables avec l'implantation des panneaux solaire, pour l'hacheur survolteur, comme source d'énergie nous a permet de maitriser le comportement dynamique ainsi que la stabilité asymptotique de la tension de sortie de ce type de convertisseurs au niveau des éléments dissipatifs et d'accélérer le processus de convergence.

Par ailleurs, nous avons pu montrer par l'aspect expérimental que la mise en œuvre pratique est aisée.

Enfin, plusieurs voies restent à explorer

Perspectives

A l'issu de ce travail diverses voies s'exposent, aussi bien du point de vue de la commande ou de la modélisation pour les dispositifs polyvalents insérant des sources d'énergies renouvelables et d'étendre le concept à d'autres structures comme : les moteurs linéaire et la génératrice à double alimentation (GADA) utilisée pour les éoliennes, envisager une application sur les réseaux électriques et les convertisseurs statiques DC-AC dans le champ de l'électrotechnique de manière plus générale.

Bibliographie

[1] R. Ortega, A. Loria, P. J. Nicklasson, H. Sira-Ramirez, "*Passivity based Control of euler-lagrange systems: mechanical, electrical and electrochemical applications*," *London, U.K.: Springer-Verlag*, 1998.

[2] J.M.A. Scherpen, D. Jeltsema, J.B. Klaassens, "*Lagrangian modeling of switching electrical networks*", *Systems & Control Letters, vol. 48,* Issue 5, pp. 365-37415, April 2003.

[3] R. Ortega, A.Van Der Schaft, B. Maschke, G. Escobar,"*Interconnection and damping assignment passivity-based control of port-controlled hamiltonian systems*," *Automatica, vol. 38,* Issue 4, pp. 585-596 , April 2002.

[4] V.A. Utkin, " *Equations of sliding mode control in discontinuous systems* ", Automation and Remote Control, Vol.1, Nº 12, pp 1897-1907, 1971.

[5] A. Benchaib, R.Ahmed, A.Eric, M.Tadjine, *" Real-Time sliding-mode observer and control of an induction Motor "*, IEEE Transactions on industrial electronics, Vol.46, N°01, pp.128-138 February 1999.

[6] C. Attainnese, A.Damiano, I. Marongiu and A. Perfetto, *"Robust model reference control of induction motor drive ",* PEMC, *pp.1102-1107, 20-22* (Warsaw-Poland) *September* 1994.

[7] M. Takegaki, S. ARIMOTO, "*A new feedback method for dynamic control of manipulators*", ASME J. Dyn. Syst. Meas. Cont., vol. 102, pp. 119-125, 1981.

[8] E. Jonckheere, "*Lagrangian theory of large scale systems*", in Proc. European Conf. Circuit Th. and Design, The Hague, , pp. 626-629. The Netherlands, 1981

[9] J.J. Slotine, "*Putting physics in control—the example of robotics*", IEEE Contr. Syst. Mag., vol.8, pp. 12-17, Décembre 1988.

[10] N. Hogan, "*Impedance control: An approach to manipulation: Part 1—Theory*," ASME J. Dyn. Syst. Meas. Contr., vol. 107, pp 1-7, Mar. 1985.

[11] R. Ortega and M. Spongen, "*Adaptive motion control of rigid robots: A tutorial*,"Automatica, vol.25, no. 6, pp. 877-888, 1989.

[12] J.L. Wyatt, JR., L.O. Chua, J.W. Gannett, I.C. Göknar, D.N. Green, ''*Energy concepts in the state-space theory of nonlinear n-ports : part I-Passivity''*, IEEE Transactions on Circuits and Systems, vol. CAS-28, No. 1, 1981.

[13] J.L. Wyatt, JR., L.O. Chua, J.W. Gannett, I.C. Göknar, D.N. Green, " *Energy concepts in the state-space theory of nonlinear n-ports : part II-Losslessness* ", IEEE Transactions on Circuits and Systems, vol. CAS-29, No. 7, 1982.

[14] J.C. Willems, ''*Dissipative dynamical systems. Part I : General theory''*, Arch. Rational Mech. Anal., 45, 5, pp321-351, 1972.

[15] R. Ortega, A.J. van der Schaft, and B. Maschke, "*Putting energy back in contro*l," IEEE Control Syst. Mag., vol. 21, no. 2, pp.18–33, Apr. 2001.

[16] S.R. Sanders, G.C. Verghese: "*Lyapunov-Based Control for Switched Power Converters*", PESC'90, pp 51-58. 1990.

[17] R. Ortega, G. Espinosa, "*Torque regulation of induction motors*", Automatica, Vol. 29,No. 3, pp.621-633, 1993.

[18] H. Sira-Ramirez, R. Ortega, "*Passivity-Based Controllers for the Stabilization of DC to DC Power Converters* ", 34th Conference on Decision & Control, New Orleans; pp 3471-3476, December 1995.

[19] R. Ortega, H. Sira-Ramirez, "*Lagrangian modeling and control of switch regulated DC to DC power converters*", Control using logic-based switching, Springer-Verlag, 1996.

[20] H. Bai, M. Arcak, J. Wen, ''*Cooperative control design-A systematic, passivity based approach*'', springer-New New york Dordrecht Heidlber London pp15-19 LLC 2011.

[21] Philippe Mullhaupt, "*Introduction à l'analyse et à la commande des systèmes non linéaires*", pp.114-120, Lausanne- Suisse, juin 2007.

[22] K. Hassen Khalil., "*Nonlinear Systems"*, pp.227-262, Printice halle New jersey, Third Edition, pp.227-245, USA, 2002.

[23] J.Bao, Peter L.Lee, ''*Process control, the passivity systems approach*'', Springer-verlag London pp11-14-2007.

[24] R. Ortega, A. J. van der Schaft, F. Castânos, and A. Astolfi, "*Control by interconnection and standard passivity-based control of port-Hamiltonian systems"*,IEEE Trans. Autom. Control, pp. 2527 – 2542, 53 – 2008 -.

[25] Byrnes, C. I., Isidori, A., and Willems, J. C., "*Passivity, feedback equivalence, and the global stabilization of minimun phase nonlinear systems*". IEEE Trans. Autom. Control 36, 1228–1240. 1991.

[26] M. Dalsmo and A.J. van der Schaft, "*On representations and integrability of mathematical structures in energy-conserving physical systems,*" *SIAM J. Optimize. Contr.*, vol. 37, no. 1, 1999.

[27] M.C. Kim, S.K. Park, H.G. Ahn, and S.S. Yoon. "*Robust Passivity Based Control with Sliding Mode for DC-to-DC Converters.*" In IEEE International Conference on Industrial Technology, pages 1690–1693, 99, 114, 2006.

[28] T. Courant, *''Dirac manifolds''*, Trans. Am. Math. Soc. 319 (1990) 631–661.

[29] I. Dorfman,*'' Dirac Structures and Integrability of Nonlinear Evolution Equations''*, Wiley, Chichester, 1993.

[30] A.J. Van der Schaft *'' L2- Gain and passivity techniques in nonlinear* control'' Springer-Vergla London LTD, 2nd edition, pp72-100, 2000.

[31] Dalsmo, M., van der Schaft, A., On representations and integrability of mathematical structures in energyconserving physical systems. *SIAM J. Control Optim.*, 1998.

[32] [R. Ortega, A. van der Schaft, B. Maschke, and G. Escobar, "*Energy-shaping of port-controlled Hamiltonian systems by interconnection*", **37**(1):54-91. in *Proc. IEEE Conf. Dec. and Control*, Phoenix, AZ, December. 1999.

[33] A.J. Van der Schaft*," $\mathcal{L}_2$-Gain and Passivity Techniques in Nonlinear Control*." Berlin,: Springer-Verlag, 01st edition Germany, 1999.

[34] Ortega R, Spong M, Go´ mez F, Blankenstein G." *Stabilization of underactuated mechanical systems via interconnection and damping assignment* ". IEEE Trans Autom Control; 47(8): 1218–1233- 2002.

[35] Maithripala DHS, Berg JM, Dayawansa WP. "*Nonlinear dynamic output feedback stabilization of electrostatically actuated MEMS*". IEEE conference on decision and control, Maui, Hawaii, USA, December 2003.

[36] Fujimoto K, Sugie T."*Canonical transformations and stabilization of generalized Hamiltonian systems"*. Syst Control Lett; 42(3): 217–227- 2001.

[37] R. Ortega and Eloisa Garcia-Canseco "*Interconnection and Damping Assignment Passivity-Based-Control: A Survey*", European Journal of Control, EUCA 2004.

[38] Jeltsema D, Ortega R, Scherpen J. "*An energy-balancing perspective of IDA-PBC of nonlinear systems"*. Automatica; 40(9): 1643–1646, 2004.

[39] H. Buhler. ‘’*Convertisseurs Statiques’’*. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 1991.

[40] S. Bacha, I. Munteanu, and A. I. Bratcu, *’’Power Electronic Converters Modeling and Control with Case Studies, Advanced Textbooks in Control and Signal Processing’’*: Springer London, Chap. 8. , 2014

[41] A. Isidori, *’’Nonlinear Control System: an introduction’’*, 2ud edition, Springer-Verlag, 1989.

[42] P. Petitclair, *’’Modélisation et Commande de structures FACTS: Application au STATCOM’’*, Thèse de Doctorat de l'INPG, Grenoble 1997.

[43] H.Sira-Ramirez, ‘’*DifferentiaI geometric methods in variable-structure control’’*, Int. J. Contrl, Vol. 48, No.. 4, 1359-1390, 1988,

[44] B. Nicolas, M. Fadel, Y. Chéron, *’’ Sliding mode control of DC-DC converters with input filter based on the Lyapunov-function approach’’*, EPE'95, pp 1.338-1.343, 1995.

[45] J.P.HAUTIER *’’Contribution à la conception des commandes dans les systèmes à convertisseurs statiques’’*, Rapport de synthèse d’Habilitation, No H16, Université des Sciences et Techniques de Lille, 1989.

[46] L. Harnefors, L. Zhang, M. Bongiorno: Frequency-Domain Passivity-Based Current Controller Design. IET Power Electronics, vol. 1, no. 4, pp. 455-465, December 2008.

[47] E. O.-Usabiaga. *’’Commande Passive des structures de l’Electronique de Puissance’’*. Energie électrique. Institut National Polytechnique de Grenoble – INPG Français, pp34-54, 1998.

[48] W. Du, Q. Jiang, M. J. Erickson, and R. H. Lasseter, “*Voltage-source control of pv inverte in a certs microgrid,”* IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 29, no. 4, pp. 1726–1734, August 2014.

[49] N. Patcharaprakiti and S. Premrudeepreechacharn, *“Maximum PowerPoint Tracking Using Adaptive Fuzzy Logic Control for Grid connected Photovoltaic System”*, PESW2002, volume 1, PP:372-377, 2002.

[50] D. G. Montoya, C. A. Ramos-Paja, and R. Giral, “Improved design of sliding-mode controllers based on the requirements of mppt techniques,” IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 31, no. 1, pp. 235–247, January 2016.

[51] Vmquez, N., Hernandez, C., Alvarez, J., Arau, J., 2003. Sliding Mode Control for DC/DC Converters: a New Sliding Surface. Int. Symp. on Industrial Electronics, p.422-426.Walker, G. Evaluating MPPT converter topologies using a Matlab PV model. *J. Electr. Electron. Eng. Aust.*,**21**(1):49-56, 2001.

[52] Ramos-Hernanz J., Uriarte I., Lopez-Guede J.M., Fernandez-Gamiz U., Mesanza A., Zulueta E. Temperature based maximum power point tracking for photovoltaic modules. Scientific Reports, vol. 10, no. 1, p. 3 (12476), 2020. **doi:** https://doi.org/10.1038/s41598-020-69365-5.

[53] Macias, David Navarro & Domingo Cortes. *’’Controlling multi-input converters to act as electric energy router’’*, Studies in Informatics and Control, ISSN 1220-1766 24, no. 1, pp. 23-32, 2015.

[54] M. Suetak, I.I. Silva, A. Goedetl, Ambedded,”dsp-based control compact fuzzy system and its application for induction motor V/F speed, IEEE transactions on industrial electronics 58 (3) pp 750-760 -2011.

[55] D. Karagiannis, R. Ortega, A. Astolfi, et al. A nonlinear tracking controller for voltage-fed induction motors with uncertain load torque[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2008 (in press).

Annexe

Table01. Paramètres du convertisseur dévolteur

Description	Valeurs
Tension d'entrée	U_e=30v
Inductance	L=466mH
Capacité	C=2200µF
Charge	R=10Ω
Gain proportionnel	K_p=1.5
Gain intégral	K_i=2.5

Table02. Paramètres du convertisseur Survolteur

Description	Valeurs
Tension d'entrée	U_e=30v
Inductance	L=54mH
Résistance de la bobine	R_L=0.6Ω
Capacité	C=4400µF
Charge	R=320Ω
Résistance virtuelle de dissipation	r=4Ω
Gain de convergence ajustable	γ =0.5
Gain proportionnel (test expérimental)	K_p=10
Gain intégral (test expérimental)	K_i=02

Table03. Paramètres panneau solaire type BPSX100

Description	Valeurs
Vco (circuit ouvert)	32v
Isco (courant de court-circuit)	05A
Vpp (tension max)	24v
Ipp (courant max)	4.38A
Ppp (puissance max)	*105w*

Table04. Paramètres du convertisseur Dévolteur--Survolteur

Description	Valeurs
Tension d'entrée	U_e=30v
Inductance	L=54mH
Résistance de la bobine	R_L=0.6Ω
Capacité	C=3300µF
Charge	R=332Ω
Résistance virtuelle	r=5Ω
Gain ajustable	λ=0.001

Table05. Paramètres du moteur à Induction

Description	Valeurs
Résistance statorique	R_s=12.75 Ω
Résistance rotorique	R_r=05.145 Ω
Inductance statorique	L_s=0.499H
Inductance rotorique	L_r=0.433H
Inductance mutuelle	M=0.433H
Moment d'inertie	J=0.0035kg.m^2
Coefficient de frottement	B=0.001
Gain d'amortissement	λ=0.08
Flux statorique directe	φ^*_{sd}=0.6w
Flux statorique quadratique	φ^*_{sq} =0.3w
Flux rotorique directe	φ^*_{rd} =0.5w
Flux rotorique quadratique	φ^*_{rq} =1.8w