République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université Batna 2 – Mostefa Ben Boulaïd Faculté de Technologie Département d'hydraulique



Thèse

Présentée pour l'obtention du diplôme de : Doctorat en Sciences hydrauliques Option : Sciences hydrauliques

Sous le Thème :

Modélisation numérique unidirectionnelle des écoulements transitoires et du transfert de chaleur dans les conduites en charge

Présentée par :

SAIDANI Amir

Devant le jury composé de :

TIRI Ammar FOURAR Ali MASSOUH Fawaz BERREKSI Ali SEKIOU Fateh DJEDDOU Messaoud Prof.Univ. Batna 2Prof.Univ. Batna 2Prof.ENSAM ParisProf.Univ. BejaiaMCAUniv. OEBProf.Univ. OEB

Président Rapporteur Co-directeur Examinateur Examinateur Examinateur

2021\2022

Dédicaces

Merci Allah, mon dieu, de m'avoir donné la capacité d'écrire et de réfléchir, la force d'y croire, la patience d'aller jusqu'au bout du rêve et le bonheur de lever mes mains vers le ciel et de dire « Ya Kayoum ».

A l'issue de cette thèse, je profite, pour passer mes remerciements à toute personne qui m'a aidé à bien mener ce travail de près ou de loin.

Particulièrement, je remercie profondément mon encadrant, Mr. Fourar Ali, Professeur des Universités à l'université de Batna2, de m'avoir suivi avec ses grandes qualités d'enseignant sa rigueur scientifique et ses larges potentialités humaines.

Je remercie aussi mon Co-encadreur Mr. Fawaz Messouh professeur à l'école nationale des arts et métiers de Paris.

Egalement, je remercie tout enseignant qui m'ont aidé et m'ont soutenu durant mon parcours universitaire, jusqu'à ce stade.

Je rends hommage à mon défunt père, que dieu l'accueille dans son vaste paradis.

Je tiens à adresser mes dédicaces à ma mère pour ces encouragements et sa patience, ainsi que pour ma sœur et mes frères.

Enfin, j'espère que le travail réalisé contribuera à la réponse aux questions de la pratique courante et de l'étude théorique dans le domaine de l'hydraulique pour les étudiants ou les chercheurs à l'avenir.

ملخص

هذه الأطروحة مخصصة لتحليل السريان الغير مستقر المضغوط للحالة أحادية الطور والحالة ثنائية الطور، مع مراعاة الحرارية للنظام. أولاً، يتم الحصول على النموذج الرياضي للتدفق الغير مستقر أحادي الطور, الذي يتكون من زوجين من المعادلات التفاضلية الجزئية من نوع القطع الزائد وغير الخطية، اعتمادا على معادلات الاستمرارية والحركة. ثم يتم عرض النماذج الرياضي الرياضية المحتلفة التي تحكم السريان ثنائي الطور. بعد ذلك، وبعد نظرة عامة على نموذج الاحتكاك شبه الثابت الكلاسيكي، قدمنا الرياضية المختلفة التي تحكم السريان ثنائي الطور. بعد ذلك، وبعد نظرة عامة على نموذج الاحتكاك شبه الثابت الكلاسيكي، قدمنا الرياضية المختلفة التي تحكم السريان ثنائي الطور. بعد ذلك، وبعد نظرة عامة على نموذج الاحتكاك شبه الثابت الكلاسيكي، قدمنا مادي ماذج الاحتكاك الغير مستقر المستندة على التوالي إلى التسارع الأني الذي اقترحه Brunone وعلى التكامل الالتفاقي لتلك التي الذي اقترحه Brunol وعلى التكامل الالتفاقي لتلك التي الماج القرحام الماخ الأني الذي اقترحه المعادنا على طريقة الخصائص مع معاد معامة على معادي مان الغير مستقر المستندة على التوالي إلى التسارع الأني الذي اقترحه معامة على طريقة الحصائص مع ماءاة الترجمان الغير مستقر المستندة على التوالي إلى الاسريان الغير معنوبي إلى الالمان عالاني الذي الذي القرح الرقمي ، اعتمدنا على طريقة الخصائص مع الماح الماج الماج الأني الذي اقترحه معامات العير مستقر معام مع ما أخل حساب السريان الغير مستقر معالا العمود DDCM و DDCM. بعد ذلك ، قمنا بعرض تطبيق الكمبيوتر المصمم من أجل حساب المريان الغير مستقر مع الأخذ بعين الاعتبار درجة الحرارة. أين تم إدماج ثلاثة تطبيقات جزئية، بما في ذلك أربعة نماذ الماحكك أحما السريان الغير مستقر مع الأخذ بعين الاعتبار درجة الحرارة. أين تم إدماج ثلاثة تطبيقات جزئية، ما في أبل مستقر المالم الغير مستقر المعمود عالم عادي المعرون الغير مستقر. معان مع مالن العرود المعود الرواية المستقرة والأخران مخصصان لحساب السريان الغير مستقر. مستقر الحكك، أحدها يحسب خصائص السريان الغير مستقر، وي الخولية المستقرة والأخر من م درجات مزور عالي مالتين مع معان لما المريان الغير مستقر. معن المحمول عليها ومنائة مرجعية عند درجات حرارة تثر اوح من 4 درجات منوية إلى 95 درجة مئوي، مومراي عاني عان مر على كل من تمصول عليها ومناقشتها.

Summary

This thesis is devoted to the analysis of unsteady flow in closed conduits for the single and the two phase flow cases, taking into account the thermal condition of the system. First, the mathematical model of the single phase transient flow, made up of a couple of hyperbolic and nonlinear partial differential equations, is obtained from the equations of continuity and momentum. Then, the different mathematical models governing the twophase flow are exposed. After an overview on the classical quasi-stationary friction model, we presented the unsteady friction models based respectively on the instantaneous acceleration proposed by Brunone and on the convolution integral of those proposed by Zielke, Zarzicky and Vardy & Brown. For the numerical modeling the transient flow models including single phase, DVCM and DGCM are implemented using the method of the characteristics. After that, we exposed the computer code designed to solve the transient problem taking into account the temperature condition. Three solvers are incorporated, including four friction models, one calculating the conditions at the initial steady state and the others dedicated to the unsteady state. We simulated a transient flow in a reference problem at temperatures ranging from 4°C to 95°C, and the results are compared and discussed. They show that the effect of temperature is considerable on the transient flow, which directly affects the frequency, amplitude and attenuation of the pressure waves. In addition, it greatly increases the possibility of the formation of large cavities sizes, which can cause column separations.

Résumé

Cette thèse est consacrée à l'analyse de l'écoulement instationnaire en charge pour le cas monophasique et le cas diphasique, en tenant compte de la condition thermique du système. D'abord, le modèle mathématique de l'écoulement transitoire monophasique

constitué d'un couple d'équations aux dérivées partielles hyperboliques et non linéaires, est obtenu à partir des équations de continuité et de mouvement. Puis, les différents modèles mathématiques régissant l'écoulement diphasiques sont exposés. Ensuite, et après un aperçu sur le modèle de frottement quasi stationnaire classique, nous avons présenté les modèles de frottement instationnaire basés respectivement sur l'accélération instantanée proposé par Brunone et sur l'intégrale de convolution de ceux proposés par Zielke, Zarzicky et Vardy & Brown. Quant à la modélisation numérique, nous nous somme basés sur la méthode des caractéristiques tout en incluant les modèles de la cavitation et la séparation de colonne DVCM et DGCM. Après cela, nous avons exposé le code de calcul conçu pour résoudre le problème transitoire tenant en compte la condition de température. Trois solveurs sont incorporés, incluant quatre modèles de frottement, l'un calcul les conditions à l'état initial du régime stationnaire et les deux autres consacrés à l'état instationnaire. Nous avons simulé un problème de référence à des températures allant de 4°C à 95°C, et les résultats ainsi obtenus sont comparés et discutés. Elles montrent que l'effet de la température est considérable sur l'écoulement transitoire, celle-ci affect directement la fréquence, l'amplitude et l'atténuation des ondes de pression. En plus, elle augmente énormément la possibilité de formation des cavités de tailles importantes, lesquelles peuvent provoquer des séparations de colonne.

Mots clés: écoulement instationnaire · écoulement transitoire · coup de bélier · cavitation · séparation de colonne · frottement instable

Notations

- *a* : célérité de l'onde, (m/s) ; P : pression hydraulique, (Pa) ; H : charge hydraulique, (m) ; t : temps, (s) ; T : température, (°K) ; ρ : masse volumique, (m³/s) ; μ : viscosité dynamique, (Pa. s) ; λ_c : conductivité thermique, (W/m.°C) ; β : module de compressibilité, (Pa) ; ν : viscosité cinématique, (m²/s) ; α_P : coefficient de dilatation thermique, (-) ; P_r : nombre de Prandtl, (-) ; τ : contrainte de cisaillement, (Pa) ;
- C_p: chaleur spécifique mesurée à pression constante, (J/Kg.°C) ;
 α_T: diffusivité thermique du fluide, (m²/s) ;
 h_c: coefficient d'échange par convection, (W m⁻²K⁻¹) ;
 R_{th}: résistance thermique de surface, (-) ;
 Re : nombre de Reynolds, (-) ;
 Nu : nombre de Nusselt, (-) ;
 Gr : nombre de Grashof, (-) ;
 E : module d'élasticité du matériau de la conduite, (Pa) ;
 e : épaisseur des parois de la conduite, (m).
- C_v: chaleur spécifique mesurée à volume constant, (J/Kg.°C) ;

Liste des figures et tableaux

Chapitre 1

Figure 1.1. Ecoulement stationnaire en état initial ;

- Figure 1.2. Ecoulement transitoire formation de l'onde ;
- **Figure 1.3.** Ecoulement transitoire propagation de l'onde à t = L/a;
- **Figure 1.4.** Ecoulement transitoire propagation de l'onde à t > L/a;

Figure 1.5. Ecoulement transitoire propagation de l'onde à t = 2L/a;

- **Figure 1.6.** Ecoulement transitoire propagation de l'onde à t > 2L/a;
- **Figure 1.7.** Ecoulement transitoire propagation de l'onde à t = 3L/a;
- **Figure 1.8.** Ecoulement transitoire propagation de l'onde à t > 3L/a;
- **Figure 1.9.** Ecoulement transitoire propagation de l'onde à t = 4L/a;
- **Figure 1.10.** Ecoulement transitoire propagation de l'onde à t > 4L/a;
- Figure 1.11. Variation de la charge au niveau de la vanne sans frottement ;
- Figure 1.12. Variation de la charge au niveau de la vanne avec frottement ;

Figure 1.13. Volume de contrôle utilisé pour le théorème des quantités de mouvement ;

Figure 1.14. Volume de contrôle utilisé pour l'équation de la continuité ;

Figure 1.15. Digramme de la charge hydraulique au niveau de la vanne pour une fermeture instantanée $t_f = 0$;

Figure 1.16. Digramme de la charge hydraulique au niveau de la vanne pour une fermeture brusque $0 < t_f < 2L/a$;

Figure 1.17. Les fonctions *F* et *f* ;

Figure 1.18. Diagramme de la méthode graphique ;

Chapitre 2

Figure 2.1. Grille *xt* pour résolution de problème de conduite unique ;

Figure 2.2. Lignes caractéristiques aux limites ;

Figure 2.3. Mode de fermeture de la vanne ;

Figure 2.4. Systèmes complexes (a) conduites e série (b) conduites en parallèles ;

Figure 2.5. Schémas d'interpolations (a) Hartee spacial interpolations (b) Vardy spacial interpolations ;

Figure 2.6. Schémas d'interpolations implicites ;

Figure 2.7. Schémas d'interpolations Temporal-Reachback ;

Figure 2.8. Schémas d'interpolations Spacial-Reachback;

Figure 2.9. Les erreurs d'interpolation dans le plan *xt* ;

Figure 2.10. La grille des caractéristiques ;

Chapitre 3

Figure 3.1. Jet rentrant dans un collapse de bulle ;

Figure 3.2. L'effet de la fraction du vide gazeux sur la célérité de l'onde ;

Figure 3.3. Les dommages Centrale hydroélectrique d'Oigawa en 1950 au Japon ;

Figure 3.4. Les dommages du coup de bélier à Daltares, Pays-Bas ;

Figure 3.5. Les enregistrements de pression montrant une séparation de colonne ;

Figure 3.6. Etude de la séparation des colonnes et la cavitation répartie dans les systèmes de pompage ;

Figure 3.7. Formation de pic de courte durée ;

Figure 3.8. Résultats expérimentales montrant des pics de pression de courte durée ;

<u>Figure 3.9.</u> Les charges maximales à la vanne en fonction de la vitesse initiale pour différentes charges au réservoir ;

Figure 3.10. La grille ($\Delta x = a\Delta t$) de la méthode des caractéristiques pour un système Réservoir-conduite-vanne ;

<u>Figure 3.11.</u> L'analyse théorique et expérimentale de la séparation de colonne dans un système de réservoir-conduite-vanne ;

Figure 3.12. Méthode graphique ;

Figure 3.13. Esquisse de définition du modèle de vapeur discrète (DVCM) ;

Figure 3.14. Les oscillations numériques par le DVCM ;

Figure 3.15. Les courbes \forall -*p*^{*};

Figure 3.16. Les ratios de célérités d'onde ;

Figure 3.17. Effet de la pression absolue partielle de gaz sur la célérité des ondes et la grille ;

Figure 3.18. Grille MOC en écoulement diphasique ;

<u>Figure 3.19.</u> Les pressions transitoires simulées à la vanne à opercule et les profiles de la surface libre de la cavité de vapeur ;

Figure 3.20. Résonance du rayon de la bulle à une onde sinusoïdale pression acoustique ;

Figure 3.21. Rayons de bulle et pression de contrôle ;

Figure 3.22. Pression motrice durant le coup de bélier ;

Figure 3.23. Réaction des bulles avec différents rayons initiaux ;

Figure 3.24. Réaction des bulles avec différents rayons initiaux et rayons d'équilibre à la pression de vapeur ;

Figure 3.25. Formation des cavitations et chocs dans une conduite horizontale ;

Figure 3.26. DVCM avec méthode des éléments finis ;

Tableau 1. Propriétés du fluide et taille initiale de bulle ;

Chapitre 4

Figure 4.1. Profil de vitesse avant et après passage de l'onde ;

Figure 4.2. Traces de pression obtenues depuis l'expérience et les modèles ;

Figure 4.3. La fonction de pondération W en fonction du nombre de Reynolds ;

Figure 4.4. Illustration de la discrétisation du modèle de frottement basé sur l'intégrale de convolution ;

Figure 4.5. Comparaison des fonctions de pondération ;

Figure 4.6. Illustration de la discrétisation du modèle de frottement basé sur l'accélération instantanée ;

Tableau 4.1. Coefficients pour le modèle de Vardy et Brown ;

Chapitre 5

Figure 5.1. Variation de la masse volumique de l'eau en fonction de la température ;

Figure 5.2. Variation de la masse volumique de l'eau en fonction de la température ;

Figure 5.3. Variation de la dilatation thermique de l'eau en fonction de la température ;

Figure 5.4. Variation de la conductivité thermique de l'eau en fonction de la température ;

Figure 5.5. Variation de la conductivité thermique de l'eau en fonction de la température ;

Figure 5.6. Variation de la conductivité thermique de l'eau en fonction de la température ;

Figure 5.7. Couche limite ;

Figure 5.8. Convection thermique ;

Figure 5.9. Transfert thermique établi avec écoulement de Poiseuille dans une conduite en charge à section circulaire ;

Tableau 5.1. Les modules de compressibilités utilisés pour différentes applications ;

Tableau 5.2. Propriétés thermo-physiques de l'eau ;

Tableau 5.3. Coefficient de transfert *h* ;

Chapitre 6

Figure 6.1. Système expérimental ;

Figure 6.2. Traces de pression de l'expérience. (a) Ecoulement monophasique; (b) Ecoulement diphasique ;

Figure 6.3. L'effet de la température sur la charge hydraulique à la vanne pour l'état stationnaire ;

Figure 6.4. Le débit à l'extrémité avale de la conduite pendant la fermeture de la vanne

Figure 6.5. L'effet de la température sur la célérité de l'onde ;

Figure 6.6. Comparaison entre l'expérience et les résultats monophasiques à 18,5 (°C) ;

Figure 6.7. Les résultats du cas monophasique à 4, 18.5, 53 et 95 (°C) ;

Figure 6.8. Comparaison entre l'expérience et les résultats diphasiques à 18,5 (°C) ;

Figure 6.9. Résultats diphasiques à 4, 18.5, 53 et 95 (°C) ;

Figure 6.10. Volume des cavités à 4, 18.5, 53 et 95 (°C) ;

Figure 6.11. Effet de la température sur les volumes cavités ;

Tableau 6.1. Les résultats des cas 1 et cas2 pour l'état stationnaire à la vanne ;

Tableau 6.2. Le premier cas, résultats d'écoulement monophasique ;

<u>**Tableau 6.3.</u>** Facteur de pondération ψ choisie pour DVCM et DGCM ;</u>

Tableau 6.4. Deuxième cas, résultats de DVCM avec modèles de frottement instationnaire ;

Tableau 6.5. Deuxième cas, résultats de DGCM avec modèles de frottement instationnaire ;

Tableau 6.6. Déviation du pic de la première zone de pression depuis l'expérience et

l'atténuation à la dixième zone de pression comparée à l'expérience pour DVCM et DGCM avec les modèles instationnaires du frottement à 4, 18.5, 53 et 95°C ;

<u>**Tableau 6.7.**</u> Volume de cavité obtenu pour la plage de températures avec DVCM et DGCM en combinaison les modèles de frottement instationnaires ;

Chapitre 7

Figure 7.1. Configuration du programme ;

Figure 7.2. Organigramme du solveur MOC classique ;

Figure 7.3. Organigramme du solveur MOC avec DVCM/DGCM ;

Figure 7.4. Organigramme du solveur DVCM des nœuds internes ;

Figure 7.5. Organigramme du solveur DGCM des nœuds internes ;

Figure 7.6. Interface du programme : donnés de simulation ;

Figure 7.7. Interface du programme : résultat graphique avec solveur monophasique ;

Figure 7.8. Interface du programme : résultats numérique ;

Figure 7.9. Interface du programme : résultat graphique solveur DVCM ;

Figure 7.10. Interface du programme : résultat graphique avec solveur DGCM ;

Figure 7.11. Interface du programme : résultat graphique animé du profil piézométrique pendant la simulation ;

Sommaire

ملخص I			
SummaryI			
RésuméI			
NotationsIII			
Liste des figures et tableauxIII			
SommaireVII			
Introduction générale1			
1. Historique1			
2. Problématique2			
3. Objectifs			
4. Organisation de la thèse			
Chapitre 1. Modélisation mathématique unidirectionnelle des écoulements transitoires monophasiques en charge			
1. Introduction			
2. Modélisation mathématique12			
2.1. Equation de quantités de mouvement12			
2.2. Equation de continuité14			
3. Méthodes de résolution			
3.1. Méthode analytique d'Allievi20			
3.2. Méthode graphique22			
4. Conclusion25			
Chapitre 2. Modélisation numérique unidirectionnelle des écoulements transitoires monophasiques en charge			
1. Introduction27			

2. La	méthode des caractéristiques27
2.1.	Equations aux caractéristiques27
2.2.	Equations aux différences finis
2.3.	Conditions aux limites
3. Sys	stèmes complexes
4. Fo:	rme intégrale des équations
4.1.	La méthode d'intervalle de temps spécifié40
4.2.	La grille des caractéristiques49
5. Au	tres schémas51
6. Mé	éthodes d'évaluation
6.1.	Méthode de Von Neumann53
6.2.	La méthode des normes L1 et L254
6.3.	L'approche des trois paramètres54
6.4.	L'approche balance de masse55
6.5.	L'approche EHDE55
6.6.	L'approche d'énergie
7. Co	nclusion
Chapitre : diphasiqu	3. Modélisation numérique unidirectionnelle des écoulements transitoires les en charge
1. Int	roduction
1.1. bélie	Premières observations des pressions sous-atmosphériques lors des coups de r 61
2. Ca	vitation de vapeur62
2.1.	Création de la cavitation et la contrainte de traction63
2.2.	Les cavités locales larges (séparation de la colonne)63

2	2.3.	Les petites cavités de vapeur réparties64
3.	La c	cavitation gazeuse
4.	Pics	de pression de courte durée après l'effondrement de la cavité62
4	4.1.	Violence de la cavitation70
5.	Mo	dèles mathématiques et méthodes numériques72
Ę	5.1.	Equations du coup de bélier72
Ę	5.2.	Les modèles de cavités uniques discrètes
Ę	5.3.	Modèles à cavités multiples discrètes76
Ę	5.4.	Modélisation d'un écoulement diphasique par la méthode des caractéristiques80
Ę	5.5.	Caractéristiques et limites des modèles à cavité discrète
Ę	5.6.	Modèles d'écoulement à surface libre82
Ę	5.7.	Modèles des écoulements diphasiques
Ę	5.8.	Modèles d'interface
Ę	5.9.	Modélisation du rejet de gaz99
Ę	5.10.	Méthodes alternatives pour modéliser la séparation des colonnes102
Ę	5.11.	Autres méthodes102
Ę	5.12.	Comparaison des modèles102
6.	Cor	nclusion
Chap	oitre 4	. Modélisation du frottement dans les écoulements transitoire en charge105
1.	Intr	oduction105
2.	Mo	dèles quasi-stationnaires de cisaillement à la paroi106
3.	Mo 107	dèles basés sur la correction empirique de la contrainte de cisaillement à la paro

4. Modèles basés sur la correction physique de la contrainte de cisaillement à la paroi 112

5. Modèle de frottement classique	
6. Model de Zielke	
7. Modèle de Zarzycki	
8. Modèle de Vardy & Brown	
9. La formulation de Vitkovsky pou	ır le modèle de Brunone122
10. Conclusion	
Chapitre 5. Transfert de chaleur dans	les conduites en charge126
1. Introduction	
2. Modèles de comportement	
3. Propriétés thermiques du fluide	
3.1. Masse volumique	
3.2. Module de compressibilité	
3.3. Dilatation thermique	
3.4. Viscosité	
3.5. Conductivité thermique	
3.6. Chaleur spécifique	
4. Historique des tables de propriét	és physiques de la vapeur IAPWS136
5. Transfert de chaleur	
5.1. Transfert de chaleur par con	vection139
5.2. Transfert thermique en écou	lement établi dans une conduite en charge144
6. Conclusion	
Chapitre 6. Résultats et discussions	
1. Introduction	
2. Description de l'expérience de ré	férence150

3. Inte	rprétation des résultats et discussion	152
3.1.	État stationnaire	
3.2.	Etat instationnaire	153
4. Con	clusion	165
Chapitre 7	. Implémentation du code informatique	168
1. Intr	oduction	168
2. Lect	ture des donnés	169
3. Solv	zeur régime stationnaire	170
4. Solv	zeurs régime instationnaire	170
4.1.	Solveur modèle monophasique	171
4.3.	Solveur DVCM des nœuds internes	173
4.4.	Solveur DGCM des nœuds internes	173
5. Con	clusion	179
Conclusior	n générale et perspectives	
Références		

Introduction générale

Introduction générale

Introduction générale

1. Historique

L'étude des écoulements transitoires dans les conduites en charge a fait l'objet de nombreux travaux théoriques et pratiques rigoureuses depuis plus d'un siècle, elle a commencé par l'investigation sur la propagation des ondes sonores dans l'air et l'écoulement du sang dans les artères ; cependant, nul de ces problèmes ne pouvait être résolu avant le développement de la théorie d'élasticité et la résolution des équations aux dérivées partielles les gouvernant. Newton présenta, dans son Princepia (1687), ses recherches sur la propagation des ondes dans l'air et dans un canal d'eau. Euler (1759) développa une théorie détaillée et dériva une équation aux dérivées partielles décrivant la propagation des ondes élastiques. Lagrange (1788) analysa l'écoulement des fluides compressibles et incompressibles, dont a développé le concept de potentiel de vitesse et a aussi dérivé une expression correcte de la célérité d'onde dans un canal. En 1789, Monge (1789) développa une méthode graphique pour l'intégration des équations aux dérivées partielles ; ainsi, il introduisit le terme : méthode de caractéristiques. Laplace (1808) expliqua les causes provoquant l'écart entre la valeur théorique et celle mesurée en pratique de la célérité de l'onde dans l'air par le fait que Newton et Lagrange se basaient sur la loi de Boyle laquelle n'est pas valide quand la température de l'air change sous l'effet de fluctuation de la pression. En 1869, Weber (1866) étudia l'écoulement d'un fluide incompressible dans une conduite élastique et conduisait des expériences pour déterminer la célérité des ondes de pression. Il développa aussi les équations de mouvement et de continuité. Korteweg (1878) étais le premier à déterminer la célérité de l'onde en tenant en compte à la fois de la compressibilité de l'eau et de l'élasticité de la conduite. Joukowsky (1898) dégagea une formule de la célérité de l'onde, en tenant compte l'élasticité de la conduite et la compressibilité de l'eau. Il étala aussi la relation entre les fluctuations de la pression dues aux variations de la vitesse en utilisant les principes de conservation de l'énergie et de la continuité. Il discuta la propagation et la réflexion des ondes de pression le long d'une conduite. Il étudia l'effet de cheminées d'équilibre, les ballons anti-bélier et les soupapes de décharge sur l'écoulement transitoire. Il a également montré que le pic de pression maximal est obtenu pour un temps de fermeture de la vanne inferieur au temps total d'aller et retour de l'onde. Allievi (1902) développa la théorie générale du coup de bélier, et l'équation de mouvement dont il a négligé les termes convectifs, était plus précise. Il a également produit des graphiques montrant les fluctuations de la pression à proximité d'une vanne obéissant à une loi d'ouverture ou de fermeture uniforme. Wood (1926) introduisit la méthode graphique pour l'analyse du coup de bélier. Löwy (1928) présenta une méthode graphique identique à celle de Wood en 1928. Il étudia également la résonance causé par une vanne périodique et la diminution de la pression due à l'ouverture graduelle de vannes. Il considéra les pertes de charge dans son analyse en incluant les termes de frottement dans les équations différentielles de base. Bergeron (1931) a étendu la méthode graphique pour déterminer les conditions dans les sections intermédiaires de la conduite, et Schnyder (<u>1932</u>) était le premier qui a introduit les pertes de charge dans l'analyse graphique. Angus (<u>1935</u>) présenta en 1938 l'analyse d'un système composé de conduites ramifiées ainsi que la séparation de la colonne d'eau durant l'écoulement transitoire. Grey (<u>1935</u>) introduisit la méthode de caractéristiques pour l'analyse du coup de bélier par ordinateur. Lai (<u>1936</u>) l'utilisa dans sa thèse de doctorat et son article avec Streeter (<u>1963</u>) était la pionnière publication qui a mis l'utilisation des ordinateurs pour l'analyse des écoulements transitoire populaire. (Chaudhry <u>1987</u>)

Par la suite, beaucoup d'améliorations aux équations gouvernantes du phénomène transitoire ont été apportés par plusieurs chercheurs; leurs efforts combinés ont aboutis au modèle classique des équations de masse et de mouvement pour un écoulement unidirectionnel. D'autres avancements au cours des deux dernières décennies, traitaient les sujets fondamentaux et les plus complexes de la mécanique des fluides, tels que la relation entre les équations d'états et la célérité de l'onde dans les écoulements transitoires monophasiques et multiphasiques, les diverses formes unidirectionnelle et bidirectionnelle ainsi que les équations gouvernantes du coup de bélier turbulent (Ghidaoui et al. 2005).

Actuellement les recherches dans le domaine des écoulements transitoires s'intéressent particulièrement au comportement du phénomène transitoire vis-à-vis les diverses conditions existantes en pratique et qui ont un effet directe sur la forme (Tijsselinga et al. 2008; Meniconi et al. 2011a, 2011b), la fréquence (Meniconi et al., 2013; Lee et al., 2013), la réflexion et l'atténuation des ondes (Elaoud et al. 2011 ; Duan et al. 2014 ; Siamao et al. 2015).

2. Problématique

En pratique, les conditions d'écoulement dans un système hydraulique sont loin d'être idéales tel que le modèle classique le décrit. Le frottement, au sens classique, donne lieu à des atténuations des ondes de pression. Cependant, dans la majorité des cas, les résultats obtenus ne sont pas satisfaisants et ne décrivent pas le phénomène tel qu'il est en réalité. Pour cela, des modèles de frottement plus avancés et adéquats, appelés modèles de frottements instables ou dépendants de la fréquence, ont été développé et appliqué. D'autres complications peuvent exister encore dans la pratique, tels que la présence d'air libre ou dissous dans l'eau, la cavitation et la séparation de la veine liquide durant les phases de basse pression, interaction fluide-structure FSI concernant les conduites instables, qui vibrent et bougent, comportement viscoélastiques des conduites notamment celles en plastique ou autre matériau qui se déforme plastiquement ; et encore plus, l'existence de fuites imperceptibles, obstructions cachées et piquages à des endroits non identifiés du système.

Toutefois, la température du système, qu'elle soit variable ou constante, affecte aussi les propriétés fondamentales du fluide telles que la densité, la viscosité, la compressibilité et la pression de vapeur, ainsi que l'élasticité de la conduite. Elle se manifeste sous forme de dilatation et contraction du fluide dans le système, laquelle sera différente de celle de la

conduite; cette différence de coefficients de dilatation et contraction doit être prise en compte, si la température du système augmente, une partie du fluide doit être évacuée ou purgée afin d'éviter l'accumulation de pression; par contre, si la température du système diminue, il faudra plutôt fournir du liquide au système pour éviter la transformation d'une partie du liquide du système en vapeur, ce qui pourrait provoquer des coups de bélier par condensation lorsque la pression du système augmentera subséquemment. D'autre part, durant l'écoulement transitoire la température du système joue un rôle considérable quant à l'amplitude, l'intensité et la fréquence des ondes, ainsi que leur rythme d'atténuation, audelà de l'écoulement transitoire monophasique, la température peut avoir un rôle primordial, encore plus grand, durant un écoulement transitoire multiphasique lors des phases de basse pression ; vue son influence directe sur la pression de vapeur et la pression de saturation du liquide lesquelles présentent le seuil critique de formation des cavités ainsi que la séparation de la veine liquide.

L'influence de la température sur le phénomène transitoire doit être prise en considération notamment dans la phase de conception des systèmes hydrauliques qui ont tendance d'avoir des conditions de fonctionnement thermique non stables ou variables provoquées généralement par les transferts de chaleur depuis le fluide vers le système ou bien le contraire, tels que les échangeurs de chaleur, les conduites de transport d'eau et des hydrocarbures ou d'autres systèmes hydrauliques exposés au changement thermique pendant leurs fonctionnements.

3. Objectifs

En premier lieu, le présent travail a pour but de connaitre l'effet de la température sur le phénomène du coup de bélier dans les cas d'écoulements unidirectionnels monophasiques et multiphasiques (vapeur d'eau et gaz dissous), l'analyse concerne spécialement l'amplitude, la fréquence ainsi que le rythme d'atténuation des ondes. Aussi l'influence de cette température sur la formation et l'ampleur de cavités ainsi que la séparation de la colonne liquide durant les phases de basse pression.

En deuxième lieu, il a pour but aussi de développer et d'implémenter un code de calcul informatique pour la simulation du coup de bélier, dans une conduite en charge à caractéristiques uniques ; incluant les modèles : classique, DVCM et DGCM et aussi les modèles de frottement stationnaire classique et ceux instationnaire. Le solveur simule le phénomène transitoire en fonction de la température du système et affiche les résultats sur des graphiques et des tableaux.

4. Organisation de la thèse

Tout d'abord, une introduction avec un aperçu sur l'historique des études menées sur les écoulements transitoires en charge, particulièrement le phénomène du coup de bélier, ainsi que l'état actuel de la recherche dans le domaine et les perspectives pour l'avenir y sont présentés. Une description des objectifs envisagés et l'étendue de la thèse y sont aussi produites. Enfin un plan de travail décrivant les principaux axes de l'étude.

En premier chapitre, une modélisation mathématique unidirectionnelle et monophasique du coup de bélier telle quelle est décrite par le modèle classique comprenant la démonstration et le développement des équations de mouvement et de continuité, ainsi que la résolution du système d'équations aux dérivées partielles y sont détaillées.

Le deuxième chapitre est consacré aux méthodes numériques de modélisation et de résolution des équations décrivant le problème.

En troisième chapitre de la thèse, une présentation des écoulements transitoires en charge multiphasiques est effectuée, ainsi que les phénomènes de cavitation et de séparation de la colonne liquide. Aussi une description des principaux modèles utilisés pour la résolution du phénomène du coup de bélier, dans les cas d'un écoulement multiphasique tels que le modèle discret de cavité de vapeur (Discrete Vapor Cavity Model- DVCM) et le modèle discret de cavité gazeuse (Discrete Gas Cavity Model- DGCM) est réalisée.

En quatrième chapitre, les différents modèles de frottement utilisés tels que : le modèle stationnaire et les modèles instationnaires incluant le modèle basé sur les accélérations instantanées (Instantanious Acceleration Based) et ceux basés sur la convolution (Convolution Based), sont présentés.

Le cinquième chapitre comporte un aperçu sur les différents modes de transfert de chaleur ainsi que les propriétés thermique de l'eau.

Le sixième chapitre est exclusivement réservé à la discussion des résultats obtenus avec les différents modèles et leur comparaison avec les résultats des expériences effectuées dans ce domaine, notamment l'expérience de Soares, afin de valider ceux obtenus par la simulation numérique du phénomène étudié.

Le septième chapitre est réservé à la présentation du programme informatique élaboré et sa structure, ainsi que l'organisation du code et les différents solveurs, employés pour la simulation.

Enfin, les conclusions et les perspectives.

Chapitre 1

Chapitre 1. Modélisation mathématique unidirectionnelle des écoulements transitoires monophasiques en charge

1. Introduction

L'écoulement transitoire dans les conduites en charge connu sous le nom du coup de bélier, dont les conditions de vitesse et de pression en un point quelconque changent avec le temps, est défini comme étant un état de transition entre deux régimes stationnaires. Le coup de bélier se manifeste sous forme d'ondes de pression qui se forme lors d'un changement brusque de vitesse de l'écoulement, due généralement à une manœuvre rapide de vanne, démarrage ou arrêt de pompe. Les ondes de pression ainsi se forment depuis le point de perturbation initiale et s'émettent vers tous les points du système. Elles se propagent avec une certaine célérité et ont tendance à s'atténuer et se refléter de même façon que les autres ondes mécaniques se comportent.

Afin d'illustrer le phénomène, on considère un système hydraulique constitué d'un réservoir d'eau ayant une surface libre infiniment grande, muni d'une conduite à caractéristique uniques et équipée à son extrémité avale avec une vanne comme le montre la figure (1.1).



Figure1.1. Ecoulement stationnaire en état initial

A l'état initial avant la manœuvre de la vanne considérée complètement ouverte, l'écoulement à travers la conduite est stationnaire avec une vitesse V_0 et une pression exprimée en hauteur de colonne d'eau H_0 constantes en chaque point de la conduite.

Pour déclencher le phénomène on ferme la vanne rapidement, l'écoulement à proximité de la vanne est brusquement stoppé et la vitesse devient nulle ainsi la pression en ce point augmente subséquemment due à l'inertie de l'écoulement initial, comme le montre la figure $(\underline{1.2})$.



Figure 1.2. Ecoulement transitoire formation de l'onde

Après un petit laps de temps le point suivant en allant vers le réservoir subit la même chose et ainsi de suite jusqu'à ce que la surpression atteigne le réservoir comme le montre la figure (<u>1.3</u>). La surpression créée à l'extrémité avale de la conduite se propage sous forme d'une onde avec une certaine célérité *a* au sens inverse de l'écoulement.



Figure 1.3. Ecoulement transitoire propagation de l'onde à t = L/a

Une fois que l'onde atteigne le réservoir l'écoulement est quasiment stoppé et la surpression règne dans la totalité de la conduite, en ce moment l'écoulement se régénère à l'extrémité amont au niveau du réservoir et inverse son sens initial voir figure (<u>1.4</u>) ci-dessous.



Chapitre 1.

Figure 1.4. Ecoulement transitoire propagation de l'onde à t > L/a

Formant ainsi une onde de dépression réfléchie depuis le réservoir, cet écoulement en sens inverse soulage la conduite jusqu'à ce que la pression initiale soit rétablie figure (1.5).



Figure 1.5. Ecoulement transitoire propagation de l'onde à t = 2L/a

L'écoulement avec un sens inverse continu depuis la conduite vers le réservoir par le fait de l'inertie, voir la figure (<u>1.6</u>), tout en créant une onde de dépression qui se déplace dans le sens opposé.



Figure 1.6. Ecoulement transitoire propagation de l'onde à t > 2L/a

Lorsque l'onde de dépression atteigne la vanne l'écoulement est quasiment stoppé de nouveau mais cette fois-ci c'est la dépression qui règne, comme le montre la figure (1.7).



Figure 1.7. Ecoulement transitoire propagation de l'onde à t = 3L/a

L'écoulement reprend de nouveau dans le sens initial, par le fait de la dépression, en générant une onde de pression allant dans la même direction jusqu'à atteindre la vanne, comme le montre la figure (1.8).

Chapitre 1.



Figure 1.8. Ecoulement transitoire propagation de l'onde à t > 3L/a

En ce moment, voir figure $(\underline{1.9})$, l'onde de pression a fait un aller et retour complets entre la vanne et le réservoir et ainsi la conduite a regagné de nouveau la pression initiale



Figure 1.9. Ecoulement transitoire propagation de l'onde à t = 4L/a

Cependant par le fait de l'inertie l'écoulement continue pour faire un autre cycle d'aller et retour semblable et ainsi de suite, voir figure (1.10).



Figure 1.10. Ecoulement transitoire propagation de l'onde à t > 4L/a

Le phénomène périodique de P = 4L/a continuera à l'infini tant que l'écoulement n'est pas amorti et se répète après chaque aller et retour de l'onde. La figure (<u>1.11</u>) montre la variation de la pression pendant l'écoulement transitoire à proximité de la vanne, supposons que les forces de frottement sont négligeables.



Figure 1.11. Variation de la charge au niveau de la vanne sans frottement

En pratique l'onde de pression se diminue, au fur et à mesure qu'elle se propage, voir figure (<u>1.12</u>), par l'effet des forces de frottement et la dispersion des ondes au-delà du système vers le milieu extérieur, à travers les supports et le milieu qui lui entour.



Figure 1.12. Variation de la charge au niveau de la vanne avec frottement

Alors l'énergie va se dissiper et le phénomène transitoire va finir par se stabiliser en un écoulement stationnaire.

2. Modélisation mathématique

La modélisation mathématique des écoulements transitoires en charge emploie essentiellement les équations des quantités de mouvement et de la continuité. Elles sont appliquées à une tranche infinitésimale d'une conduite. Cependant, pour le développement des équations on se base sur les suppositions suivantes :

L'écoulement transitoire est unidirectionnelle vue que les flux axiaux de masse, de mouvement et de l'énergie sont beaucoup plus larges que ceux radiaux.

A travers la section transversale on considère que la distribution des vitesses est uniforme et équivalente à la vitesse moyenne.

Le matériau de la conduite et l'eau se déforme d'une manière élastique et linéaire.

2.1. Equation de quantités de mouvement

Le théorème des quantités de mouvement montré dans l'équation (<u>1.1</u>) est appliqué à une tranche infinitésimale de la conduite comprise entre deux sections consécutives d'abscisses x et x + dx et dont l'aire A est fonction de la position x, comme le montre la figure (<u>1.13</u>). Il traduit la relation entre l'accélération et l'ensemble des forces agissantes sur la tranche élémentaire considérée (Streeter <u>1967</u>; Chaudhry <u>1987</u>).

$$\sum F_{ext} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} \rho V \mathrm{d} \forall + \int_{cs} \rho V(V.n) \, \mathrm{d} A \tag{1.1}$$



_ ____



La projection des forces de poids, de pressions et de frottement est faite sur un axe incliné d'un angle α par rapport à l'horizontal et orienté positivement de l'amont vers l'aval. Le théorème de quantité de mouvement s'exprime comme suit

$$pA - (pA + (pA)_x dx) + \left(p + p_x \frac{dx}{2}\right) A_x dx - \gamma A dx \sin \alpha - \tau_0 \pi D dx = \rho A dx \frac{dV}{dt}$$
(1.2)

A noter que le terme $\left(p + p_x \frac{dx}{2}\right) A_x dx$ présente la réaction de la paroi du tube à la composante horizontale de la pression, elle est nulle pour une section constante. Après arrangement et simplification, en négligeant le petit terme de $\left(p_x A_x \frac{dx^2}{2}\right)$, on aura :

$$P_x A + \gamma A \sin \alpha + \tau_0 \pi D + \rho A \frac{dV}{dt} = 0$$
(1.3)

Cependant, le terme d'accélération dans l'équation (1.3) peut s'écrire

$$\frac{dV}{dt} = VV_x + V_t \tag{1.4}$$

En remplaçant l'équation (1.4) dans l'équation (1.3)

$$\frac{P_x}{\rho} + VV_x + V_t + g\sin\alpha + \frac{\tau_0\pi D}{\rho A} = 0$$
(1.5)

L'équation (<u>1.5</u>) est valable pour une conduite divergente ou convergente. En termes d'hauteur piézométrique H

$$gH_x + VV_x + V_t + \frac{\tau_0 \pi D}{\rho A} = 0 \tag{1.6}$$

D'où

$$p_x = \rho g(H_x - z_x) = \rho g(H_x - \sin \alpha) \tag{1.7}$$

z : est l'élévation de l'axe de la conduite par rapport à la ligne de référence en position x. Dans le modèle classique, on considère que la contrainte de cisaillement a la même expression que celle d'un écoulement stationnaire

$$\tau_0 = \rho f \frac{V|V|}{8} \tag{1.8}$$

f : est le coefficient de frottement. L'équation (<u>1.8</u>) est développée d'une part de l'équation de Darcy-Weisbach

$$\Delta p = \frac{\rho f L V^2}{D 2} \tag{1.9}$$

L : est la longueur d'une conduite horizontale, et de l'autre part de l'équilibre des forces en régime stationnaire en éliminant Δp .

$$\Delta p \frac{\pi D^2}{4} = \tau_0 \pi D L \tag{1.10}$$

A signaler que la valeur absolue de la vitesse dans l'équation (<u>1.8</u>) assure que la contrainte tangentielle soit toujours au sens opposée de l'écoulement. Dans la majorité des cas de l'écoulement transitoire en charge, le terme VV_x est trop petit comparé à V_t alors il peut être retiré et ainsi l'équation (<u>1.6</u>) devient en termes d'hauteur piézométrique H et débit volumique Q

$$g\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{A}\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\tau_0 \pi D}{\rho A} = 0$$
(1.11)

L'équation (<u>1.11</u>) présente l'équation du mouvement pour un écoulement transitoire unidirectionnel.

2.2. Equation de continuité

En appliquant le théorème de transport de Reynolds et celui de la conservation de la masse pour la tranche élémentaire considérer dans la figure (<u>1.14</u>) (Ghidaoui <u>2005</u>).



```
Plan de référence
```



On aura

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{cv} (\rho) \mathrm{d}\forall + \frac{\partial}{\partial x} \int_{cs} (Vn) \mathrm{d}A = 0$$
(1.12)

Avec

cv, volume de contrôle;*cs*, surface de contrôle;*n*, vecteur unitaire normal à la surface considérée

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{x}^{x+\delta x} (\rho A) dx + \frac{\partial}{\partial x} \int_{cs} (Vn) dA = 0$$
(1.13)

La forme locale de l'équation (<u>1.13</u>) obtenue pour une tranche infinitésimale quand δx tend vers zéro

$$\frac{\partial(\rho A)}{\partial t} + \frac{\partial(VA)}{\partial x} = 0 \tag{1.14}$$

L'équation (<u>1.14</u>) fournit la forme conservative surface-équilibre moyen en masse pour un écoulement transitoire unidimensionnel pour un fluide compressible et dans une conduite élastique. Les deux termes à gauche de l'équation (<u>1.14</u>) représentent le changement local de la masse avec le temps due aux efforts combinés de la compressibilité du fluide, l'élasticité de la conduite et le flux de masse instantané. L'équation (<u>1.14</u>) peut être écrite sous la forme suivante :

$$\frac{1}{\rho}\frac{\mathrm{D}\rho}{\mathrm{D}t} + \frac{1}{A}\frac{\mathrm{D}A}{\mathrm{D}t} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \qquad ou \qquad \frac{1}{\rho}\frac{\mathrm{D}\rho}{\mathrm{D}t} + \frac{1}{A}\frac{\mathrm{D}A}{\mathrm{D}t} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \tag{1.15}$$

Avec $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + V \frac{\partial}{\partial x}$ dérivée particulaire à une dimension. Sachant que la densité et la section de la conduite varient avec la pression et on utilisant le théorème de dérivation des fonctions composées, l'équation (1.15) devient

$$\frac{1}{\rho}\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}p}\frac{\mathrm{D}p}{\mathrm{D}t} + \frac{1}{A}\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}p}\frac{\mathrm{D}p}{\mathrm{D}t} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \qquad ou \qquad \frac{1}{\rho a^2}\frac{\mathrm{D}p}{\mathrm{D}t} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \tag{1.16}$$

Où

$$a = \frac{1}{\sqrt{\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}p} + \frac{\rho}{A}\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}p}}}$$
(1.17)

L'équation (1.17) représente la célérité de l'onde, elle est fonction de la compressibilité du fluide d'une part $\frac{d\rho}{dp}$ et de l'autre de l'élasticité de la conduite $\frac{dA}{dp}$. Si l'on a un fluide incompressible le terme $\frac{d\rho}{dp} = 0$ alors $a^2 = \frac{A}{\rho} \frac{dp}{dA}$ et si l'on a une conduite rigide $\frac{dA}{dp} = 0$ alors $a^2 = \frac{dp}{\rho}$. Korteweg (1878) a établi la relation entre la célérité de l'onde et les propriétés du fluide et la conduite. Il introduisit, en particulier, les propriétés du fluide dans l'équation d'état $\frac{dp}{d\rho} = \frac{K_f}{\rho}$, où K_f représente le module de compressibilité du fluide. Il utilisa la théorie des milieux continus pour évaluer $\frac{dp}{dA}$ en termes de diamètre D, épaisseur e et le module de la conduite (Effet de Poisson) et aussi l'inertie de la conduite et cela n'est valable que pour de conduites ancrées contre les mouvements axiaux longitudinaux avec des joints d'expansion en travers. Par ces deux hypothèses une relation de quasi-équilibre est établie entre la force de la contrainte circonférentielle σ_{θ} par unité de longueur de la conduite $2ed\sigma_{\theta}Ddp = 2ed\sigma_{\theta}$ ou $dp = \frac{2e}{D} d\sigma_{\theta}$.

$$a = \frac{1}{\sqrt{\frac{\rho}{K_f} + \frac{D\rho}{eE}}}$$
(1.18)

La formule de la célérité de l'onde ci-dessus de Korteweg (<u>1878</u>) peut être élargie dans les cas où on considère l'effet de la tension longitudinale. Cela est abouti en incluant l'effet de Poisson dans le développement de la relation contrainte-dilatation. En particulier, la dilatation totale devient d $\varepsilon = \frac{d\sigma_{\theta}}{E} - \nu_P d\sigma_X / E$, où ν_P coefficient de Poisson, σ_X contrainte axiale. Subséquemment la formule de la célérité de l'onde devient :

$$a^{2} = \frac{\frac{K_{f}}{\rho}}{1 + c_{1} \frac{K_{f} D}{\rho E}}$$
(1.19)

Les valeurs du coefficient c_1 sont données selon le cas comme suit

Conduites à parois épaisses dont la distribution de la contrainte à travers les parois n'est pas uniforme et pour lesquelles le rapport entre le diamètre *D* de la conduite et l'épaisseur *e* de la paroi est approximativement inférieur à 25, nous avons (Streeter <u>1967</u>) :

Cas 1 la conduite ancrée seulement en amont

$$c_1 = \frac{2D}{e} (1 + \nu_P) + \frac{D}{D + e} \left(1 - \frac{\nu_P}{2} \right)$$

Cas 2 la conduite ancrée contre le mouvement longitudinal

$$c_1 = \frac{2D}{e}(1+\nu_p) + \frac{D(1-\nu_p^2)}{D+e}$$

Cas 3 la conduite a des joints d'expansion tout au long

$$c_1 = \frac{2D}{e} \left(1 + \nu_P \right) + \frac{D}{D + e}$$

Conduites à parois minces pour lesquelles le rapport entre le diamètre *D* de la conduite et l'épaisseur *e* de la paroi est approximativement supérieur à 25, nous avons (Chaudhry 1987) :

Cas 1 la conduite ancrée seulement en amont

$$c_1 = \frac{D}{e}(1 - v_P^2)$$

Cas 2 la conduite ancrée seulement en amont

$$c_1 = \frac{D}{e} (1.25 - v_P{}^2)$$

Cas 3 la conduite a des joints d'expansion tout au long

$$c_1 = \frac{D}{e}$$

La célérité de l'onde dépend sur les propriétés élastiques de la conduite et sur les contraintes externes. Les propriétés élastiques incluent les dimensions de la conduite, l'épaisseur et le matériau de la paroi. Tandis que les contraintes externes incluent le type des supports et la liberté de mouvement dans la direction longitudinale. Quant à lui, le module de compressibilité du fluide dépend sur la température, la pression et la quantité de gaz dissous dans le liquide. Pearshall (1965) a montré que la célérité de l'onde change d'environ d'un

pour cent par 5°C. La compressibilité du liquide augmente par la présence de gaz libre, et il a été trouvé Pearshall (<u>1965</u>) que pour 1 part de l'air dans 10000 parts de volume d'eau la célérité de l'onde se réduit d'environ 50 pourcent.

L'équation (<u>1.19</u>) inclue l'effet de Poisson mais néglige le mouvement et l'inertie de la conduite. Cela est acceptable pour les conduites rigides et ancrées telle que les conduites enterrées et celles rigides et de haute densité comme dans la majorité des systèmes de distribution de l'eau et de gaz naturel. Cependant, le mouvement et l'inertie des conduites peuvent devenir importants quand celles-ci sont mal maintenues ou de faible densité et rigidité, comme dans les systèmes d'injection de carburant pour avions et les systèmes de refroidissement.

3. Méthodes de résolution

Le modèle mathématique ainsi obtenu est un système d'équations aux dérivées partielles non linéaires et hyperboliques, autrement dites E.D.P ; En dehors de quelques configurations assez académiques, pour lesquelles ces équations sont linéaires, il n'est pas possible d'envisager, dans le cas général, une résolution directe par intégration du système. Alors, on doit recourir à d'autres méthodes basées soit sur la réduction du problème, en recherchant des solutions approchées qui concourent toutes à établir un système réduit dans le cadre d'hypothèses et uniquement justifiées dans un domaine de validité clairement défini.

Les principales méthodes de résolution les plus connues sont classé comme suit :

- Arithmétique. Néglige les pertes de charge elle est utilisée jusqu'à l'apparition de la méthode graphique en 1930.
- Graphique. Utilisée comme le principal moyen depuis le début des années 1930 jusqu'à l'avènement de l'outil informatique et les méthodes numériques en début des années 1960. Cette méthode néglige le frottement dans son développement théorique mais il est pris en considération par des moyens rectificatifs.
- Caractéristiques. Elle convertie les équations aux dérivées partielles de mouvement et de continuité en quatre équations aux dérivées totales lesquelles seront exprimées ensuite dans une forme de différences finis et résolus par ordinateur.
- Algébrique. Les équations algébriques sont, à la base, les deux équations aux caractéristiques pour les ondes dans les directions positive et négative dans un réseau de nœuds. Elles sont écrites d'une manière à mettre le temps comme indice. Un deuxième indice est parfois utilisé pour indiquer l'emplacement dans la conduite. Un avantage particulier c'est que les équations peuvent être appliquées à travers plusieurs nœuds. Un autre avantage important c'est le

fait qu'elles sont résolues facilement aux premiers pas de temps, qui fournit la base pour la synthèse de l'écoulement transitoire.

- Implicite. La méthode implicite centrée est une procédure de différences finis qui peut être utilisée avec succès pour la résolution de problèmes d'une catégorie des écoulements instationnaires. Son large application est dans les écoulements à surface libre instationnaire, cependant elle a été utilisée dans autres applications. Elle fournit l'opportunité d'avoir des schémas plus flexibles que les autres méthodes. Cette méthode est formulée d'une façon qui requière la satisfaction à la condition du Courant qui exige d'avoir un rapport entre le pas du temps et celui de l'espace pour maintenir un certain niveau de précision.
- Analytique linéaire. Par la linéarisation des termes de frottement, et négliger les termes non linéaires dans l'équation du mouvement, une solution analytique peut être trouvée pour des oscillations d'onde sinusoïdale.
- La méthode de l'onde plane utilisée par Wood, Dorsch et Lighter (<u>1966</u>) dans la procédure d'analyse est similaire à la méthode des caractéristiques dans le sens où les deux techniques incorporaient explicitement les traces de l'onde dans la procédure de solution. Cependant la méthode de l'onde plane requière des fonctions de perturbation de l'écoulement, telle que les courbes de vannes, soit rapprochées par des fractions de fonctions constantes. Cette perturbation du débit est rapprochée par une série de changement instantané dans les conditions de débit. La durée du temps d'intervalle entre deux changements instantanés consécutifs dans les conditions de l'écoulement est fixée. La fraction constante d'approximation de la fonction de perturbation implique que la précision du schéma soit en premier lieu dans l'ensemble espace-temps. Pour cela, une bonne discrétisation est nécessaire pour évaluer les solutions aux problèmes de coups de bélier.
- La méthode des volumes finis est largement utilisée dans la résolution des systèmes hyperboliques, cependant elle est rarement appliquée dans la résolution du coup de bélier. La première tentation pour appliquer un schéma FV était par Guinot (2002). Il a ignoré les termes d'advection, développa une solution du type Riemann pour le problème du coup de bélier, et utilisa cette solution pour développer un schéma de premier ordre FV Godunov. Ce schéma du premier ordre est très similaire à celui de la méthode des caractéristiques avec une interpolation espace-ligne linéaire. En ce moment, un deuxième article par Hwang and Chung (2002) qui utilisa aussi FV est apparu. Mais contrairement à Guinot (2002), les termes d'advection n'ont pas été négligés. Au lieu, ils utilisaient la forme conservative des équations d'un écoulement conservatif, dans lequel l'inconnu c'est la densité et pas la charge. Dans la pratique l'application d'un tel schéma requière une équation d'état relie la densité à la charge alors que toutes les conditions aux limites existantes

doivent être reformulées en termes de densité et débit plutôt que de charge et débit. Aussi à l'état initial d'écoulement la ligne de charge hydraulique doit être convertie à une courbe de densité en fonction de la distance longitudinale. Jusqu'à présent, aucune telle équation d'état n'existe pour l'eau. L'application de cette méthode est trop compliquée aux extrémités où on suppose généralement qu'il n'y a pas de compressibilité.

3.1. Méthode analytique d'Allievi

La méthode consiste à ramener le système constitué des équations (<u>1.20</u>) et (<u>1.21</u>) cidessous à deux équations différentielles linéaires du deuxième ordre qui peuvent être résolues (Carlier <u>1980</u>).

Equation de la continuité

$$\frac{g}{a^2}\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \tag{1.20}$$

Equation de la dynamique

$$\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} = 0 \tag{1.21}$$

En tenant la dérivée partielle de la première équation du système par rapport à t et la deuxième par rapport à x, l'une doit éliminer V, ce qui rend

$$\frac{\partial^2 H}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \tag{1.22}$$

Et l'autre de la même manière doit éliminer H donnant

$$\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \tag{1.23}$$

V et *H* sont liées au variables *x* et t par une équation différentielle qui est l'équation classique des cordes vibrantes ou équation de d'Alembert. On sait que la méthode de résolution consiste à poser

$$\begin{cases} z = t - \frac{x}{a} \\ w = t + \frac{x}{a} \end{cases}$$

On obtient par la suite

$$H = F\left(t + \frac{x}{a}\right) + f\left(t - \frac{x}{a}\right) + C^{te}$$
(1.24)

La constante représente la charge H_0 au point M à l'état initial t_0 avant la perturbation du régime permanent, donc

$$H-H_0 = F\left(t + \frac{x}{a}\right) + f\left(t - \frac{x}{a}\right)$$
(1.25)

Et de même

$$V - V_0 = -\frac{g}{a} \left[F\left(t + \frac{x}{a}\right) + f\left(t - \frac{x}{a}\right) \right]$$
(1.26)

 V_0 , représente la vitesse à l'état initial t_0

F et *f* sont deux fonctions qui dépendent des conditions à l'extrémité avale de la conduite généralement à la loi de fermeture ou d'ouverture de la vanne. Nous aurons pour une fermeture complète instantanée de la vanne où $t_f \approx 0$, la surpression au niveau de la vanne $H - H_0 = aV/g$. Ainsi le diagramme de la charge hydraulique aura l'aspect de la figure (<u>1.15</u>)



Figure 1.15. Digramme de la charge hydraulique au niveau de la vanne pour une fermeture instantanée $t_f = 0$

Alors que pour une fermeture brusque $0 < t_f < 2L/a$, nous aurons



Figure 1.16. Digramme de la charge hydraulique au niveau de la vanne pour une fermeture brusque $0 < t_f < 2L/a$

La méthode analytique de calcul du coup de bélier et les formules auxquelles elles aboutissent n'ont qu'un champ d'application assez restreint. Elle ne prend pas en considération ni l'effet de frottement et les pertes de charge qui en résultent ni les multiples caractéristiques et les conditions des systèmes hydrauliques usuelles.

3.2. Méthode graphique

Chapitre 1.

Othmar Schnyder (<u>1929</u>) a proposé la méthode graphique pour le calcul du coup de bélier dans les conduites de refoulement et qu'il a ensuite étendue aux systèmes en charge quelconques en particulier aux conduites sous-pression.

Pour n'importe quelle conduite à caractéristique géométrique unique, la solution générale simplifiée du coup de bélier montrée par la théorie d'Allievi est représentée par les équations (<u>1.25</u>) et (<u>1.26</u>) dont les fonctions *F* et *f* représentent des ondes qui se déplacent respectivement dans les directions – *x* et +*x* le long de la conduite avec une même vitesse *a* voir figure (<u>1.17</u>) ci-dessous.


Figure 1.17. Les fonctions *F* et *f*

En combinant les équations (<u>1.25</u>) et (<u>1.26</u>) pour éliminer la fonction f

$$H_{t,x} - H_0 - \frac{a}{g} \left(V_{t,x} - V_0 \right) = 2F \left(t + \frac{x}{a} \right)$$
(1.27)

C'est une équation qui est valide à chaque instant t et position x dans la conduite. Comme le montre la figure 1.17, en termes d'une onde F à la position x_1 et l'instant t_1 , l'équation est

$$H_{t1,x1} - H_0 - \frac{a}{g} \left(V_{t1,x1} - V_0 \right) = 2F \left(t_1 + \frac{x_1}{a} \right)$$
(1.28)

A n'importe quel instant *t* l'onde *F* sera à la position *x* et à Δt plus tard la distance parcourue sera- $\Delta x = -a\Delta t$, tant que cette onde se déplace dans la direction -x avec la célérité-*a*. Ainsi

$$2F\left(t_1 + \frac{x_1}{a}\right) = 2F\left(t_1 + \Delta t + \frac{x_1 - a\Delta t}{a}\right) = 2F\left(t + \frac{x}{a}\right)$$
(1.29)

En combinant ces trois équations, nous obtenons

$$H_{t,x} - H_{t1,x1} = \frac{a}{g} \left(V_{t,x} - V_0 \right)$$
(1.30)

Cette équation peut être mise sous forme adimensionnelle en introduisant

$$h = \frac{H}{H_0}v = \frac{V}{V_0} \tag{1.31}$$

Alors

$$h_{t,x} - h_{t1,x1} = \frac{aV_0}{gH_0} \left(v_{t,x} - v_{t1,x1} \right)$$
(1.32)

Où

$$\Delta h = B \Delta v \tag{1.33}$$

Les deux dernières équations en termes de *h* et *v* sont linéaires et représentes des droites, dans le plan *hv*, en passant par le point ($h_{t1,x1}, v_{t1,x1}$) avec un coefficient angulaire $tan\beta = B$, figure (<u>1.18</u>). Dans la figure (<u>1.17</u>) l'onde *F* est visualisée en se déplaçant vers le réservoir, dans la direction–*x*. Dans la figure (<u>1.18</u>) la ligne droite correspondante à la fonction *F* représentée sur le plan *hv*, relie les valeurs connues de *h* et *v* aux positions et instants particuliers à celles des valeurs inconnues aux différents positions et instants. Les paramètres *x* et *t* doivent obéir à la relation $x = x_1 - a(t - t_1)$ le long de la ligne *F*.



Figure 1.18. Diagramme de la méthode graphique

En utilisant la même procédure pour éliminer la fonction F depuis l'équation (<u>1.25</u>) et (<u>1.26</u>)

$$H_{t,x} - H_0 + \frac{a}{g} \left(V_{t,x} - V_0 \right) = 2f \left(t - \frac{x}{a} \right)$$
(1.34)

Avec la fonction f éliminée et pour une variation de temps Δt , l'onde f se déplacera avec $\Delta x = a\Delta t$

$$H_{t,x} - H_{t1,x1} = -\frac{a}{g} \left(V_{t,x} - V_{t1,x1} \right)$$
(1.35)

Où

$$\Delta h = -B\Delta v \tag{1.36}$$

De même, ces deux dernières équations en termes de *h* et *v* sont linéaires et représentes des droites, dans le plan *hv*, en passant par le point ($h_{t1,x1}, v_{t1,x1}$) avec un coefficient angulaire tan($-\beta$) = -B, figure (<u>1.18</u>). La plupart des utilisateurs de la méthode graphique préfèrent l'utilisation des variables *H*et *Q* au lieu des termes adimensionnels de *h* et*v*.

Pour utiliser la méthode graphique, il faut pouvoir tracer sur le diagramme H(Q) les courbes caractéristiques des singularités situées aux extrémités de la conduite et connaitre leur évolution en fonction du temps, telles que la courbe de manœuvre de vanne, courbe caractéristique de pompe ou conduite débouchant dans un grand bassin à niveau constant qui est représenté par une droite horizontale $H = H_0$.

Le principe de base de la méthode graphique peut s'énoncer comme suit : si on considère un observateur qui part d'un lieu M au temps t où le régime est (H_M, Q_M) et s'il se déplace le long de la conduite avec la vitesse a, il constate qu'en tout lieu au moment où il passe, la charge H et le débit Q sont liés l'un à l'autre par la même loi linéaire qui ne dépend que des constantes a et A de la conduite, du régime (H_M, Q_M) existant à l'instant et au lieu de son départ et du sens de son déplacement (Carlier <u>1980</u>).

La méthode graphique et la représentation picturale de la méthode des caractéristiques MOC ont beaucoup de liens en commun. Les caractéristiques apparaissent dans le plan des indépendantes variables xet t dans lequel la solution pour les variables dépendants H et Qdoit être suivi. La représentation graphique est dans le plan des variables indépendantes Het Q, où les lignes des caractéristiques relient H et Q à une location et un instant aux mêmes variables à un autre point de la conduite (distance Δx depuis le premier point) à un instant $\Delta x/a$ après.

4. Conclusion

Dans le but de la modélisation mathématique des écoulements transitoires en charge nous avons utilisé le principe de conservation de quantité de mouvement et de masse. Nous les appliquions à une tranche infinitésimale d'une conduite. Toutefois, nous avons préalablement supposé que l'écoulement est unidirectionnel et que le système se déforme d'une manière élastique et linéaire, en plus nous considérions uniquement la vitesse moyenne à travers une section transversale. Ainsi, nous avons abouti à un système d'équations aux dérivés partielles non linéaire et hyperbolique. Cependant, la solution analytique générale de ce genre d'équations n'est pas possible, à l'exception de quelques configurations assez académiques pour lesquelles ces équations sont linéaires. A cet effet, nous avons cité quelques méthodes classiques de résolution notamment la méthode analytique d'Allievi et la méthode graphique de Schnyder. Désormais, la modélisation numérique est l'approche le plus pratique pour résoudre le problème de l'écoulement transitoire, intégrer le système d'équations et rapprocher la solution.

Chapitre 2

Chapitre 2. Modélisation numérique unidirectionnelle des écoulements transitoires monophasiques en charge

1. Introduction

Les équations aux dérivées partielles qui gouvernent l'écoulement transitoire dans les conduites en charge sont hyperboliques et non linéaires. La solution analytique générale n'est pas possible à l'exception de quelques configurations assez académiques pour lesquelles ces équations sont linéaires.

Désormais, la simulation numérique est devenue l'approche principale de l'analyse des écoulements transitoires. Pour cela, plusieurs méthodes numériques ont apparus pour intégrer les équations aux dérivées partielles et rapprocher la solution du phénomène transitoire, tout en s'appuyant sur l'accroissement rapide de la puissance des calculateurs scientifiques qui s'est accompagnée depuis les années soixante-dix d'un développement considérable de ces méthodes numériques, spécialement celles adaptées à la résolution des équations du coup de bélier.

On peut constater que parmi les diverses approches qui ont été introduites pour le calcul des écoulements transitoires la méthode des caractéristiques MOC (Lister <u>1960</u>; Streeter et al. <u>1962</u>; Evangelisti <u>1969</u>), différences finies FD (Chaudhry et al. <u>1985</u>), éléments finis FE (Kochupillai et al. <u>2005</u>), volume finis (O'Brian et al. <u>1951</u>; Toro <u>2001</u>; Guinot <u>2002</u>; Hwang et al. <u>2002</u>) et la méthode de l'onde plane (Wood et al. <u>1966</u>). Présentées par différents chercheurs pour obtenir les valeurs de pression et de débit pendant le phénomène transitoire à chaque instant et à chaque emplacement du système.

Toutefois, parmi toutes ces méthodes s'est avéré que MOC est la plus populaire, que sur 14 logiciel du coup de bélier disponible dans le marché, 11 sont basés sur MOC et 3 sont basées sur FD. C'est la méthode la plus utilisée vue sa précision, efficacité et simplicité pour la programmation (Ghidaoui et al. <u>2005</u>).

2. La méthode des caractéristiques

2.1. Equations aux caractéristiques

Cette méthode transforme les équations aux dérivées partielles EDP quasi linéaires et hyperboliques de mouvement et de continuité en quatre équations aux dérivées partielles ordinaires EDO lesquelles seront exprimées ensuite dans une forme de différences finis et résolues par ordinateur.

En multipliant les équations aux dérivées partielles par le coefficient de Lagrange λ

$$L_1 = \frac{1}{A}\frac{\partial Q}{\partial t} + g\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\tau_0 \pi D}{\rho A}$$
(2.1)

Et

$$L_2 = a^2 \frac{\partial Q}{\partial x} + gA \frac{\partial H}{\partial t}$$
(2.2)

Ces deux équations peuvent être combinées linéairement comme suit :

$$L = L_1 + \lambda L_2 = \lambda A g \left[\frac{1}{\lambda} \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} \right] + \left[\frac{\partial Q}{\partial x} \lambda a^2 + \frac{\partial Q}{\partial t} \right] + \frac{\tau_0 \pi D}{\rho A} = 0$$
(2.3)

N'importe quels deux nombres réels différents de λ produisent également deux équations, en termes des deux variables dépendantes *H* et *Q*, lesquelles sont en chaque cas équivalentes aux équations (2.1) et (2.2). Le choix adéquat des deux valeurs particulières de λ permet la simplification de l'équation (2.3). Généralement, les deux variables *H* et *Q* sont fonctions de *x* et *t*. Si la variable indépendante *x* est permutée pour être une fonction de *t*, alors depuis les calculs

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial H}{\partial t}; \quad \frac{dQ}{dt} = \frac{\partial Q}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial Q}{\partial t}$$
(2.4)

Maintenant, si on met

$$\frac{dx}{dt} = \frac{g}{\lambda} = \frac{\lambda}{g}a^2 \tag{2.5}$$

L'équation (3) devient

$$\lambda A \frac{dH}{dt} + \frac{dQ}{dt} + \frac{\tau_0 \pi D}{\rho} = 0$$
(2.6)

La solution de l'équation (2.5) nécessite les deux valeurs particulières de λ

$$\lambda = \pm \frac{g}{a} \tag{2.7}$$

Par la substitution de ces deux valeurs de λ dans l'équation (2.5), la façon particulière avec laquelle *x* et *t* sont reliées est comme suit

$$\frac{dx}{dt} = \pm a \tag{2.8}$$

Cela montre que les changements spatial et temporel de l'onde sont reliés par la célérité de propagation *a*. La valeur de λ utilisée dans les équations (2.5) et (2.6) doit être du même signe. La substitution de ces valeurs de λ dans l'équation (2.6) conduit à deux pairs d'équations lesquelles sont regroupées et identifiées autant que des équations C^+ et C^-

$$C^+: \begin{cases} \frac{dx}{dt} = +a \\ \frac{dx}{dt} = +a \end{cases}$$
(2.9)

$$\left(\frac{dQ}{dt} + \frac{gA}{a}\frac{dH}{dt} - AJ = 0\right)$$
(2.10)

$$C^{-}: \begin{cases} \frac{dx}{\partial t} = -a \tag{2.11} \\ dO = aA dH \end{cases}$$

$$\left(\frac{dQ}{dt} - \frac{gA}{a}\frac{dH}{dt} + AJ = 0\right)$$
(2.12)

Où: $J = \frac{\tau_0 \pi D}{\rho A}$ représente le terme de frottement

Alors, les deux valeurs réelles de λ ont été utilisées pour convertir les deux équations aux dérivées partielles originales en deux équations différentielles totales (2.10) et (2.12) où chacune d'elles est valide seulement quand les équations (2.9) et (2.11) sont respectivement valides.

Il est convenable de visualiser la solution autant qu'elle se développe dans le plan des variables indépendantes xt. Dans la mesure où a est constante généralement pour une conduite donnée, l'équation (2.9) se manifeste sous forme d'une ligne droite dans le plan xt; et de même pour l'équation (2.11). Ces lignes dans le planxt sont les lignes caractéristiques pour lesquelles les équations (2.10) et (2.12) sont valides. Ces équation sont référées comme des équations de compatibilité, chacune est valide seulement sur la ligne caractéristique appropriée.

Aucune approximation mathématique n'est faite dans cette transformation des équations aux dérivées partielles originales. Alors, chaque solution de cette configuration sera une solution du système original présenté par les équations (2.1) et (2.2)

2.2. Equations aux différences finis

La conduite est divisée équitablement en longueur chaque Δx en *N* nœuds, comme le montre la figure (2.1). Un pas de temps $\Delta t = \Delta x/a$, et l'équation (2.9) est satisfaite par la diagonale inclinée positivement de la grille, montrée par la ligne *AP*. Si les variables *Q* et *H* sont connues en *A*, alors l'équation (2.10), qui est valide le long de la ligne *C*⁺, peut être intégrée entre les limitée *A* et *P*. L'équation (2.11) est satisfaite par la diagonale négative de la grille, montrée par *BP*. L'intégration de l'équation de compatibilité *C*⁻ le long de la ligne *BP*, avec les conditions connues en *B* et inconnues en *P*, mène à une deuxième équation en terme des mêmes variables inconnues en *P*. Une solution simultanée produit les conditions à un instant et une position particulières dans le plan *xt* désignés par le point *P*.



Figure 2.1. Grille *xt* pour résolution de problème de conduite unique

En multipliant l'équation (2.10) par a dt/g = dx/g, l'équation devient plus convenable pour l'intégration le long de la caractéristique C^+ , figure (2.1)

$$\int_{H_A}^{H_P} dH + \frac{a}{gA} \int_{Q_A}^{Q_P} dQ + \frac{f}{2gDA^2} \int_{x_A}^{x_P} Q|Q| \, dx = 0$$
(2.13)

En fait, la variation du débit Q avec x est inconnue. Alors une approximation est introduite dans son évaluation. Une approximation du premier ordre est satisfaisante pour la majorité des problèmes sauf ceux dans lesquels les termes de frottement dominent. L'intégration de l'équation (2.13), et d'une façon similaire, le long de la caractéristique négative C^- entre B et P, donne

$$H_P - H_A + \frac{a}{gA}(Q_P - Q_A) + \frac{f\Delta x}{2gDA^2}Q_A|Q_A| = 0$$
(2.14)

$$H_P - H_B - \frac{a}{gA}(Q_P - Q_B) - \frac{f\Delta x}{2gDA^2}Q_B|Q_B| = 0$$
(2.15)

Ces deux équations de compatibilité représentent la relation algébrique de base qui décrit la propagation de la pression et le débit de l'écoulement transitoire dans une conduite. En résolvant pour avoir H_P , les équations (2.14) et (2.15) peuvent êtres écrites comme suit

$$C^+: H_P = H_A - B(Q_P - Q_A) - RQ_A |Q_A| = 0$$
(2.16)

$$C^{-}:H_{P} = H_{B} + B(Q_{P} - Q_{B}) + RQ_{B}|Q_{B}| = 0$$
(2.17)

Dans lesquelles B = a/gA et $R = (f\Delta x)/(2gDA^2)$

Ces équations satisfont l'écoulement permanent, lequel est un cas spécial de l'écoulement transitoire. Pour le cas de l'écoulement permanent le débit égal $Q_P = Q_A = Q_A$ et $RQ_A|Q_A|$ est la perte de charge due au frottement à travers la section de longueur Δx .

La solution du problème transitoire commence d'habitude par les conditions de l'écoulement permanent à temps zéro, pour que les valeurs initiales à t = 0 de H et Q soient connues à chaque section de calcul, figure (2.1). La solution consiste à trouver H et Q pour chaque point de la grille pour $t = \Delta t$, puis procéder à $t = 2\Delta t$ et ainsi de suite, jusqu'à atteindre le temps total désiré. A n'importe quel point intérieur de la grille, qui correspond à la section d'indice*i*, les deux équations de compatibilités sont résolues simultanément pour déterminer les inconnues Q_P et H_P . Les équations (2.16) et (2.17) peuvent être simplifiées en écriture comme suit

$$C^+: H_{Pi} = C_P - BQ_{Pi} \tag{2.18}$$

$$C^{-}: H_{Pi} = C_M + BQ_{Pi} \tag{2.19}$$

Dans les quelles C_P et C_M sont toujours des constantes connues quand les équations sont appliquées

$$C_P = H_{i-1} + BQ_{i-1} - RQ_{i-1}|Q_{i-1}| = 0 (2.20)$$

$$C_M = H_{i+1} + BQ_{i+1} - RQ_{i+1}|Q_{i+1}| = 0$$
(2.21)

En éliminant en premier lieu Q_{Pi} dans les équations (2.18) et (2.19) on aura

$$H_{Pi} = (C_P + C_M)/2 \tag{2.22}$$

Par la suite Q_{Pi} peut-être trouvé directement depuis l'équation (2.18) ou bien (2.19). L'indice *i* utilisé dans les équations ci-dessus les rend convenable pour l'implémentation dans un code de calcul informatique, comme le montre la figure (2.1). A noter qu'une section *i* réfère à n'importe quel point d'intersection sur la grille dans le sens*x*. Les valeurs de *H* et *Q* à chaque section sont toujours disponibles à l'étape de temps précédente soit comme conditions initiales connues ou bien comme résultats d'étapes précédentes de calcul. Les nouvelles valeurs de charge et de débit à l'instant en cours pendant l'écoulement transitoire ont un indice *P* attribué. L'examen de la grille de la figure (<u>2.1</u>) montre que les points d'extrémités du système commencent d'influencer les points intérieurs dès le premier instant. Pour cela, afin d'accomplir tout le temps désiré de calcul, il est indispensable de fixer les conditions aux limites appropriées.

2.3. Conditions aux limites

A chaque extrémité de la conduite seulement une des équations de compatibilité est disponible. Pour l'extrémité amont, figure (2.2-a), l'équation (2.17) est valable le long de la caractéristique C^- , et pour l'extrémité avale figure (2.2-b), l'équation (2.16) est valide le long de la caractéristique C^+ . Ces équations en termes de H et de Q sont linéaires ; chacune d'elles transmet à son extrémité respective le comportement complet du fluide durant le phénomène transitoire. Une équation auxiliaire qui spécifie H_P et Q_P est indispensable à chaque cas ou bien une relation entre eux. Cette équation auxiliaire doit transmettre les informations concernant les conditions aux limites à la conduite. Chaque condition à l'une des limites est résolue indépendamment de l'autre, et indépendamment des points intérieurs de calcul de la conduite.



Figure 2.2. Lignes caractéristiques aux limites

Cas d'un réservoir en amont avec une hauteur spécifiée dans les réservoirs à grande surface la ligne de charge hydraulique est assumée constante pendant la courte période de l'écoulement transitoire. La condition à cette limite $\operatorname{est} H_{P_1} = H_R$, dans laquelle H_R est l'élévation de la surface libre de l'eau dans le réservoir au dessus du plan de référence. Si le plan d'eau change d'une façon connue, comme une onde sinusoïdale, la condition à la limite est

$$H_{P_1} = H_R + \Delta H \sin \omega t \tag{2.23}$$

Dans laquelle ω est la fréquence et ΔH est l'amplitude de l'onde. A chaque pas de temps, les valeurs de H_{P_1} sont connues, et Q_{P_1} sont déterminées par la solution directe de l'équation (2.19)

$$Q_{P_1} = (H_{P_1} - C_M)/B \tag{2.24}$$

L'indice 1 réfère à la section amont, voir figure (2.2-a), C_M est variable dans la procédure de calcul mais elle dépend seulement sur les valeurs connues depuis les étapes du temps précédentes. Dans ce cas depuis la section d'indice 2

Cas d'un débit spécifié comme fonction du temps à l'amont le débit fourni depuis une pompe peut être exprimé autant qu'une fonction explicite de temps, par exemple

$$Q_{P_1} = Q_0 + \Delta Q |\sin \omega t| \tag{2.25}$$

Avec Q_{P_1} est connue à chaque instant, l'équation (2.19) est appliquée directement pour trouver H_{P_1} à chaque pas de temps.

Cas d'une pompe centrifuge à l'extrémité amont avec une courbe charge-débit connue l'effet d'une pompe centrifuge peut être inclus dans l'analyse par la définition de la courbe caractéristique de la pompe. Dans un code de calcul informatique cela est accompli en réservant un tableau incluant les données de la courbe, ou par l'introduction d'une équation reliant les variables H et Q. Si la pompe est alimentée à partir d'un réservoir, lequel l'élévation de la surface libre est utilisée comme plan de référence pour la ligne de charge hydraulique, une équation de forme suivante peut être utilisée

$$H_{P_1} = H_S + Q_P(a_1 + a_2 Q_{P_1}) \tag{2.26}$$

Dans laquelle H_S est la charge hydraulique à l'arrêt, a_1 et a_2 sont des constantes pour décrire la courbe caractéristique. L'équation (26) fournit une relation analytique entre deux variables qui devraient être résolues simultanément avec l'équation (19). La solution est

$$Q_{P_1} = \frac{1}{2a_2} \Big[B - a_1 - \sqrt{(B - a_1)^2 + 4a_2(C_M - H_S)} \Big]$$
(2.27)

Avec Q_{P_1} connu, H_{P_1} peut être obtenu depuis l'équation (2.19) ou l'équation (2.26)

Cas d'une vanne à l'extrémité avale de la conduite les caractéristiques de fermeture ou d'ouverture de la vanne ont un large effet sur l'amplitude et la forme des ondes du coup de bélier, si le plan de comparaison est confondu avec la vanne, l'équation pour le régime permanent au niveau de la vanne est comme suit

$$Q_0 = (C_d A_G)_0 \sqrt{2gH_0}$$
(2.28)

Où Q_0 est le débit à l'état initial, H_0 est la charge à l'état initial au niveau de la vanne et $(C_d A_G)_0$ est la surface de la section ouverte de la vanne fois le coefficient du débit. En général on a

$$Q_P = C_d A_G \sqrt{2g\Delta H} \tag{2.29}$$

Dans laquelle ΔH est la perte de charge instantanée à travers la vanne. Après définir la loi d'ouverture adimensionnelle comme suit

$$\tau = \frac{C_d A_G}{(C_d A_G)_0} \tag{2.30}$$

Et divisant l'équation (2.29) par l'équation (2.28) on aura

$$Q_P = \frac{Q_0}{\sqrt{H_0}} \tau \sqrt{\Delta H} \tag{2.31}$$

Pour l'écoulement permanent $\tau = 1$ et pour un écoulement complètement stoppé où la vanne est fermée $\tau = 0$. Cependant, la valeur de τ peut être supérieure à l'unité si la vanne est ouverte depuis sa position à l'état permanent. Lorsque l'on attribue aux variables H_P et Q_P l'indice de l'extrémité avale *NS*, et on résout simultanément les équations (2.18) et (2.31), on obtient

$$Q_{P_{NS}} = -BC_{\nu}\sqrt{(BC_{\nu})^2 + 2C_{\nu}C_P}$$
(2.32)

Dans laquelle $C_v = (Q_0 \tau)^2 / 2H_0$. Les valeurs correspondantes de $H_{P_{NS}}$ peuvent êtres déterminées depuis l'équation (2.18) ou (2.31).

Les caractéristiques hydrauliques des vannes diffèrent largement, elles dépendent principalement sur le comportement du débit en fonction de l'ouverture de la vanne.

Le coefficient adimensionnel de fermeture de la vanne peut être défini d'autre manière comme suit

$$\tau = 1 - \left(\frac{t}{t_c}\right)^m \tag{2.33}$$

Où t_c est le temps de fermeture total de la vanne et m est une constante ajustable qui décrit le type de fermeture. Il y a quatre types de fermeture qui dépendent sur la valeur de m, comme illustré dans la figure (2.3) suivante

m = 0 Cela correspond à une fermeture instantanée de la vanne.

0 < m < 1 Dans cet intervalle la valeur de *m* produit une diminution de débit selon une courbe concave

m = 1 Une fermeture linéaire de la vanne.

 $1 < m < \infty$ Les valeurs de *m* supérieures à un produisent une diminution de débit selon une courbe convexe.



Figure 2.3. Mode de fermeture de la vanne

3. Systèmes complexes

Le programme basique du coup de bélier pour une conduite unique donne les éléments fondamentaux qui sont nécessaires pour le traitement de systèmes de conduites plus complexes. Différents types des conditions aux limites peuvent être introduites en changeant seulement la partie du programme concernée par les conditions aux limites. Quand le système contient plus d'une seule conduite, les sections intérieures de chaque conduite sont traitées indépendamment des autres parties du système à chaque instant. Les conditions de chaque conduite doivent interfacer avec les conduites adjacentes ou avec d'autres conditions aux limites. Encore, chaque condition à la limite est traitée indépendamment des autres parties du système. La nature explicite de la procédure de solution est l'une des plus forts attributs. A une connexion des conduites de différentes propriétés, l'équation de continuité doit être satisfaite à chaque instant, c'est-à-dire, qu'il n'y a pas de capacité de stockage à la jonction. Aussi, une ligne de charge hydraulique commune est supposée normalement à la jonction à chaque instant. La dernière supposition est comme si on dit qu'il n y'a pas de perte de charge locales au niveau des jonctions et le terme de la charge de vitesse peut être négligé. Cela n'est pas nécessaire mais il est une procédure acceptable dans la majorité des cas.

Quand un grand nombre des conduites est inclue dans un système il est nécessaire soit d'utiliser un indice double de notation, ou utiliser un sectionnement continu dans le système entier. Dans la notation de double indice, le premier indice réfère au nombre de la conduite et le second au nombre de la section, comme dans les systèmes de conduite unique.

Connexion en série. Bien que ce type de jonction soit montré dans la figure (<u>2.4-a</u>) comme un changement de diamètre, il s'applique également à une conduite à diamètre unique et avec un changement de rugosité, épaisseur ou les conditions de contraintes, ou n'importe quelle combinaison de ces variables possibles.

A la jonction, figure (<u>2.4-a</u>), l'équation (<u>2.18</u>) est valable pour la conduite 1, et l'équation (<u>2.19</u>) est valable pour la conduite 2. L'expression de continuité et la condition d'élévation de la ligne de charge hydraulique commune produisent deux équations comme suit, quand on s'exprime en notation de double indice

$$Q_{P_{1,NS}} = Q_{P_{2,1}} H_{P_{1,NS}} = H_{P_{2,1}}$$
(2.34)

Par la résolution de ces équations simultanément avec les équations (2.18) et (2.19) nous obtenons

$$Q_{P_{2,1}} = \frac{C_{P_1} - C_{M_2}}{B_1 + B_2} \tag{2.35}$$

Les autres inconnus peuvent être déterminés directement depuis les équations appropriées.

Connexion en parallèle. Pour ce type de jonction, figure (<u>2.4-b</u>) l'équation de continuité est utilisée, une charge commune est supposée quand les pertes mineures sont négligées, et les équations de compatibilité sont indispensable à chaque conduite : l'équation (<u>2.18</u>) pour les conduites 1 et 2, et l'équation (<u>2.19</u>) pour les conduites 3 et 4.



Figure 4. Systèmes complexes (a) conduites en série (b) conduites en parallèles

Si les équations de compatibilité sont écrites à la forme suivante, une sommation produit une solution simple pour la charge commune, H_P :

$$Q_{P_{1,NS}} = -\frac{H_P}{B_1} + \frac{C_{P_1}}{B_1}$$

$$Q_{P_{2,NS}} = -\frac{H_P}{B_2} + \frac{C_{P_2}}{B_2}$$

$$-Q_{P_{3,1}} = -\frac{H_P}{B_3} + \frac{C_{M_3}}{B_3}$$

$$-Q_{P_{4,1}} = -\frac{H_P}{B_4} + \frac{C_{M_4}}{B_4}$$

$$\sum Q_P = 0 = -H_P \sum \frac{1}{B} + \frac{C_{P_1}}{B_1} + \frac{C_{P_2}}{B_2} + \frac{C_{M_3}}{B_3} + \frac{C_{M_4}}{B_4}$$

Où

$$H_P = \frac{\frac{C_{P_1}}{B_1} + \frac{C_{P_2}}{B_2} + \frac{C_{M_3}}{B_3} + \frac{C_{M_4}}{B_4}}{\sum \frac{1}{B}}$$
(2.36)

Dans laquelle la sommation s'applique sur toutes les conduites dans les jonctions. Les équations de compatibilités donnent alors le débit dans chaque conduite. Cette méthode peut être appliquée pour n'importe quelle nombre de conduites, incluant les connections en série.

Conduites en parallèles et réseaux. Vu que les réseaux et les mailles consistent de jonctions en séries et en parallèles. Pas de nouvelles conditions aux limites sont requises pour développer une procédure de solution afin de manipuler les configurations compliquées des réseaux.

Le sectionnement des systèmes de canalisations. Dans le traitement avec les systèmes complexes de canalisations de deux conduites ou plus, il est nécessaire que l'incrément de temps soit commun pour toutes les conduites. Cela implique un certain niveau d'attention dans la sélection de Δt et le nombre des nœuds N_i dans chaque J de conduites.

Dans chaque conduite il est indispensable que

$$\Delta t = \frac{L_J}{a_j N_j} \tag{2.37}$$

Où N_j est un entier. On réalise rapidement que cette relation ne peut pas être exactement réalisée dans la majorité des systèmes. Dans la mesure où la célérité de l'onde est probablement n'est pas connue avec une grande précision, il peut être permis d'ajuster a_1 , a_2 , ..., légèrement, de sorte que N_1 , N_2 , ..., peuvent êtres trouvés. Sous forme d'équation cela est exprimé comme suit

$$\Delta t = \frac{L_J}{a_j (1 \pm \psi_j) N_j} \tag{2.38}$$

Dans laquelle ψ_j est la variation permise dans la célérité de l'onde, toujours inférieure à quelque limite maximale de 0,15. En commençant avec une conduite courte, on peut généralement satisfaire l'équation (2.38). En générale, une légère modification dans la célérité de l'onde est plus préférable que n'importe quelle altération dans les longueurs des conduites pour satisfaire à l'exigence du pas de temps commun.

Des alternatives existent pour le traitement des systèmes multi conduites pour lesquelles est difficile de satisfaire l'équation (2.38) mais la majorité des autres procédures ne sont pas totalement satisfaisantes. Une conduite disproportionnellement courte dans un système peut être particulièrement gênante dans la mesure où l'utilisation de Δt déterminé par sa longueur dans l'équation (2.38) doit donner un Δt peu économique d'un point de vue informatique. Il est possible de traiter une conduite aussi courte comme si le fluide était incompressible, cela, comme élément localisé. Les schémas d'interpolation quand va discuter par la suite sont encore une alternative pour soulager un peu les contraintes de l'équation (2.37). Cependant, la solution numérique perte rapidement la précision pour de large interpolation linéaire.

4. Forme intégrale des équations

D'autres cas peuvent apparaitre avec d'autres matériaux plus flexibles, pour lesquelles il sera préférable d'utiliser les équations basiques, de continuité et de mouvement, dans leurs formes intégrales. Les équations aux dérivées partielles combinées avec un multiplicateur quelconque λ donne

$$L_1 + \lambda L_2 = \lambda A g \left[\frac{1}{\lambda} \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial t} \right] + \left[\frac{\partial Q}{\partial x} \lambda a^2 + \frac{\partial Q}{\partial t} \right] - \lambda Q \sin \alpha + \frac{\tau_0 \pi D}{\rho A} = 0$$
(2.39)

Si

$$\frac{dx}{dt} = V + \frac{g}{\lambda} = V + \frac{a^2}{g}\lambda$$
(2.40)

Alors l'équation (2.39) devient l'équation différentielle ordinaire

$$\lambda A \frac{dH}{dt} + \frac{dQ}{dt} - \lambda Q \sin\alpha + \frac{\tau_0 \pi D}{\rho} = 0$$
(2.41)

Dans ce cas le multiplicateur prend les valeurs

$$\lambda = \pm \frac{g}{a} \tag{2.42}$$

De même que précédemment, l'équation (40) devient cette fois-ci

$$\frac{dx}{dt} = V \pm a \tag{2.43}$$

Qui représente les conditions imposés sur l'équation (<u>2.41</u>). Les quatre équations aux caractéristiques sont

$$C^+: \begin{cases} \frac{dx}{dt} = V + a \end{cases}$$
(2.44)

$$\left(\frac{dQ}{dt} + \frac{gA}{a}\frac{dH}{dt} - \frac{a}{g}V\sin\alpha + AJ = 0\right)$$
(2.45)

$$C^{-}: \begin{cases} \frac{dx}{\partial t} = V - a \end{cases}$$
(2.46)

$$\int \frac{dQ}{dt} - \frac{gA}{a}\frac{dH}{dt} + \frac{a}{g}V\sin\alpha + AJ = 0$$
(2.47)

Où: $J = \frac{\tau_0 \pi D}{\rho A}$ représente le terme de frottement

Généralement les caractéristiques C^+ et C^- décrites par les équations (2.44) et (2.46) apparaissent maintenant comme des lignes courbées dans le plan *xt* (figure 5), dans la mesure où V = V(x, t).

En multipliant chacune des équations (2.44), (2.45), (2.46) et (2.47) par dt, et utilisant une approximation du premier ordre dans l'intégration, les équations sous forme de différences finis sont

$$H_{P} - H_{R} + \frac{a_{R}}{gA}(Q_{P} - Q_{R}) - \frac{Q_{R}(t_{P} - t_{R})}{A}\sin\alpha + \frac{a_{R}f\,\Delta x}{2g\,D\,A^{2}}Q_{R}|Q_{R}|(t_{P} - t_{R})| = 0$$
(2.48)

$$x_P - x_R = (V_R + a_R)(t_P - t_R)$$
(2.49)

$$H_P - H_S - \frac{a_S}{gA}(Q_P - Q_S) - \frac{Q_S(t_P - t_S)}{A}\sin\alpha - \frac{a_S f \Delta x}{2g D A^2}Q_S|Q_S|(t_P - t_S)| = 0$$
(2.50)

$$x_P - x_S = (V_R + a_S)(t_P - t_S)$$
(2.51)

Ces quatre équations sont écrites en termes des quatre inconnus x_P, t_P, H_P et Q_P . L'aire de la section transversale de la conduite a été introduite dans les deux équations de compatibilité. Deux approches sont disponible pour avoir la solution l'une est la méthode d'intervalle de temps spécifié (Specified time intervals STI) et l'autre est la grille des caractéristiques (Characteristics grid CG)

4.1. La méthode d'intervalle de temps spécifié

Un développement significatif dans la solution numérique des équations hyperboliques publiées par Lister (<u>1960</u>). Elle trouva que le schéma MOC à grille-fixe, appelé aussi schéma à intervalle de temps fixe, est plus facile pour le calcul, fournit un contrôle total sur la sélection de la grille et permet le calcul des deux champs, de vitesse et de pression, dans l'espace à un temps constant. MOC à grille-fixe était utilisée depuis, avec un grand succès pour calculer les écoulements transitoires dans les conduites et les réseaux (Chaudhry <u>1987</u>; Almeida and Koelle <u>1992</u>; Wylie and Streeter <u>1993</u>).

Le compromis évident est entre la vitesse de calcul et la précision, en général plus le pas de temps est petit, plus le temps de calcul est long et plus la précision numérique est grande. Cependant, une difficulté qui se dévoile communément reliée à la sélection du niveau approprié de discrétisation (le pas de temps) utilisé pour l'analyse. La MOC à intervalle fixe requière l'utilisation d'un pas de temps Δt commun pour la solution des équations gouvernantes pour toutes les conduites du système. Toutefois, les conduites dans un système hydraulique ont tendance à avoir différentes caractéristiques et célérités d'onde rendant

impossible de satisfaire à la condition de Courant ($C_r = a\Delta t/\Delta x \le 1$) notamment si un pas de temps Δ*t* est utilisé en commun.

Le défi de la sélection d'un pas de temps est fait difficilement dans les systèmes de conduites avec deux contraintes conflictuelles. Premièrement, pour calculer plusieurs conditions aux limites, afin d'avoir les valeurs de la charge et du débit aux jonctions de deux ou plusieurs conduites, il est nécessaire que le pas de temps soit commun pour toutes les conduites. La deuxième contrainte apparue depuis la nature de MOC. Si les termes d'advection dans les équations gouvernantes sont négligés, MOC requière que le rapport du pas de l'espace et celui du temps soit égale à la célérité de l'onde dans chaque conduite. En d'autres termes, le nombre de Courant idéal soit égale à un et ne doit pas l'excéder pour raison de stabilité numérique.

Face à ce défi, les scientifiques ont cherché des voies de relaxation des contraintes numériques. Deux stratégies distinctes se sont présentées. La méthode d'ajustement de la célérité de l'onde qui change une des propriétés de la conduite (d'habitude la célérité de l'onde ou bien rarement la longueur de la conduite) pour satisfaire exactement à la condition de Courant. Malgré les libertés évidentes prises par ce genre d'ajustement depuis le problème physique, cette procédure est largement recommandée dans la littérature (Chaudhry <u>1987</u>; Karney et McInnis <u>1992</u>; Wylie et Streeter <u>1993</u>). La deuxième alternative est de garder les nombres de Courant inférieurs à un et faire appel aux techniques d'interpolations entre les points connus de la grille.

Les interpolations peuvent être réalisées soit en espace soit dans le temps ou bien avec quelques combinaisons des deux, toutefois, l'interpolation spatiale est la plus courante. Le schéma spatial simple, montré dans la figure (5-a) est attribué à Hartree (1962, 1958) ; des valeurs variables aux points R et S sont interpolées en utilisant les valeurs connues aux points A, B et C. Lister (1960) usa une interpolation linéaire espace-temps pour approximer les charges et les débits au bas de chaque ligne de caractéristique. Price (1973) et Vardy (1977) ont suggéré que ce schéma basique peut être amélioré en atteignant les tronçons adjacents comme le montre la figure (2.5-b).



Figure 2.5. Schémas d'interpolations (a) Hartee spacial interpolations (b) Vardy spacial interpolations

Thirkha (<u>1975</u>) a suggéré d'utiliser différents pas de temps pour chaque conduite. Cette stratégie permet de rendre possible l'utilisation de larges pas de temps, qui minimise le temps d'exécution et évite les erreurs d'interpolation spatiale. Cette augmentation de la flexibilité en contrepartie coute dans le fait d'avoir une interpolation aux limites qui peut être une source d'erreur quand des changements compliqués ou rapides sont considérés.

Wiggert et Sundquist (<u>1977</u>) dérivèrent un seul schéma qui combine l'interpolation classique espace-ligne avec des caractéristiques projetées de l'extérieur de la taille fondamentale de la grille. Dans les régions intérieures, des interpolations linéaires sont utilisées qui satisfont au critère de stabilité requis, et aux limites des interpolations linéaires le long des lignes de temps complètent la solution numérique. En utilisant, l'analyse de Fourier, ils étudièrent les effets de l'interpolation, l'espacement, et la taille de la grille sur la dispersion, l'atténuation et la stabilité numérique. Ces chercheurs trouvèrent que le degré d'interpolation ξ diminue avec l'augmentation du rapport entre la longueur d'ondeet le pas d'espace Δx . Comme résultat, la dissipation numérique et la dispersion sont améliorés. Cependant, ce schéma génère plus de points dans la grille et, par conséquent, nécessite des temps de calcul et un stockage informatique plus larges. En outre, un système alternatif doit être utilisé pour le calcul des conditions aux limites.

Le concept Reachback Time-Line, était anticipé par Streeter (<u>1967</u>) comme un soutien à l'efficacité de calcul. Les interpolations Time-line ont été introduites par Thirka (<u>1977</u>) pour les systèmes à plusieurs conduites, et par Wylie (<u>1979</u>, <u>1980a</u>, <u>1980b</u>) pour la solution de divers problèmes non linéaires. Comme le nom l'implique, les interpolations sont effectuées dans le temps à la grille rectangulaire convenable, plutôt que dans l'espace. La figure (<u>2.7</u>) montre les lignes des caractéristiques s'étendent en arrière dans le temps. Dans les problèmes avec des célérités d'onde variables, les lignes doivent atteindre plusieurs pas de temps en

arrière, ceux-ci sont référés comme des interpolations à des étapes temporelles antérieures (Reachback Time-Line interpolations).

L'un peut considérer aussi l'interpolation Time-Line à travers le pas de temps en cours, comme le démontre la figure (2.6). Cela produits une procédure de solution qui est implicite dans les variables de solution et elle est nommée le schéma Time-line implicite. Dans plusieurs problèmes, elle offre la possibilité pour un calcul efficace puisque la solution n'est pas restreinte par des limitations des pas de temps maximums. En d'autres termes, elle comporte les avantages d'autres schémas numériques implicites.



Figure 2.6. Schéma d'interpolation implicite

Le schéma d'interpolation Reachback Time-Line développé par Goldberg et Wylie (1983), utilise la solution à partir de *m* pas de temps précédemment calculés. Les auteurs ont observé que l'interpolation Reachback Time-Line est plus précise que l'interpolation Space-Line pour la même discrétisation. Ghidaoui et al. (2005) préconisent qu'il s'agit d'une comparaison subjective car, comme le degré d'interpolation temporelle *j* varie de 0 à 1, le degré d'interpolation spatiale α ne peut varier que de 1 / (*m* + 1) à 1 / *m*. Une comparaison plus équitable aurait été de diviser également la distance pas à pas de façon à ce que *j* et α varient également. De plus, Goldberg et Wylie (1983) affirment que les erreurs numériques sont réduites en augmentant *m*. Ceci est un peu trompeur car, pour un Δx fixe, augmenter *m* signifie augmenter le nombre d'étapes de calcul (c'est-à-dire réduire le pas de temps effectif Δt) qui à son tour génère des intervalles d'interpolation plus fins. De plus, dans les cas où le terme de frottement est important et / ou lorsque la célérité des ondes n'est pas constante, remonter dans le temps augmente l'erreur d'approximation de ces termes.



Figure 2.7. Schémas d'interpolation Temporal-Reachback

Lai (<u>1989</u>) combinait les interpolations (Implicit, Temporel Reachback, Spatial Reachback, Spatial Reachout, Time-Line et Space-Line) dans une technique appelée le schéma multi modes. Dépendant du choix de la taille de la grille(Δt , Δx) et de la limite maximale admissible des pas temporelles *m* en arrière, ce schéma peut fonctionner soit comme une méthode, soit comme une combinaison de deux méthodes. Les erreurs numériques ont été étudiées à l'aide d'une approche de balance de masse. Et les conditions de stabilité sont dérivées de l'analyse de Von Neumann. Le schéma multi modes donne à l'utilisateur la flexibilité de sélectionner le schéma d'interpolation qui offre les meilleures performances pour un problème particulier.



Figure 2.8. Schéma d'interpolation Spacial-Reachback

Yang et Hsu (<u>1990</u>, <u>1991</u>) ont publié deux articles traitant respectivement la solution numérique de l'équation de dispersion en 1D et 2D. Les auteurs proposent de remonter dans le temps plus d'un pas de temps puis d'utiliser la méthode Holly-Preissmann pour interpoler soit dans l'espace soit dans le temps. On prétend que la portée du schéma Holly-Preissmann

Reachback est supérieure à la méthode classique Holly-Preissmann. Une discussion intéressante de ce travail publiée par Bentley (1991), il a montré que la solution obtenue par le méthode classique Holly-Preissmann lorsque le pas de temps est égal à $m\Delta t$ est identique à celle obtenue par le schéma Holly Preissmann Spacial-Reachback (c'est-à-dire que le pied de la ligne caractéristique est étendu et recule plus d'un pas de temps jusqu'à ce qu'il coupe la ligne spatiale) avec *m* retours en arrière et un pas de temps égale Δt . La seule différence est que l'approche Reachback produit m - 1 des solutions extra intermédiaires ce qui résulte dans un temps de calcul plus long.

Sibetheros et al. (<u>1991</u>) ont montré que la technique de spline est bien adaptée pour prédire les conditions transitoires dans des conduites soumises à de simples perturbations, lorsque la nature du comportement transitoire du système est connue à l'avance. Le problème majeur avec l'interpolation spline est la spécification des conditions aux limites de la spline. Pour le cas étudié de fermeture soudaine de valve, la précision globale avec les splines est améliorée d'une façon significative par rapport à MOC avec des interpolations linéaires ou aux techniques explicites de différence finie du second ordre. Comparé à la méthode Hermite, le schéma de spline possède presque la même précision globale, il a aussi l'avantage d'offrir un choix entre plusieurs polynômes de spline avec différentes caractéristiques d'interpolation et d'être inconditionnellement stable. Cependant cette méthode présente quelques inconvénients pour les conduites courtes.

Karney et Ghidaoui (<u>1997</u>) ont développé une interpolation «hybride» d'approches qui inclue l'interpolation le long d'une ligne de caractéristique secondaire, une interpolation de «point minimum» (qui réduit la distance entre le point interpolé et la caractéristique principale) et une méthode "d'ajustement de la trajectoire des ondes" qui déforme la trajectoire propagation mais ne modifie pas directement la célérité des ondes. L'algorithme composite résultant peut être mis en œuvre en tant qu'une étape de prétraitement et donc utilise la mémoire efficacement, s'exécute rapidement et fournit un outil flexible pour étudier l'importance des erreurs de discrétisation dans les systèmes de conduites.

Un nombre de techniques d'interpolations non linéaires ont été proposés encore comprenant le schéma de Holly-Preissmann (<u>1977</u>), Holly-Preissman avec interpolation de ligne de temps (Liggett et Chen <u>1994</u>).

Interpolation Space-Line. Pour les systèmes complexes de deux conduites ou plus, il est nécessaire d'utiliser le même incrément du temps pour toutes les conduites pour que les conditions aux limites aux jonctions puissent être utilisées. Cet incrément du temps doit être choisi de telle sorte que la condition de Courant soit satisfaite. Si l'intervalle du temps Δt , est tel que la longueur entre nœuds pour n'importe quelle conduite dans le système n'est pas égale à $a\Delta t$, alors Δx , doit être plus grand que $a\Delta t$ pour satisfaire le critère de stabilité de Courant. En d'autre terme, les caractéristiques à travers *P* passent par *R* et *S* et pas par les points de la grille A et B (figure 2.5). Les conditions à chaque pas de temps sont, cependant,

calculés aux points de la grille seulement quand les conditions à R et S doivent être connues pour déterminer les conditions en P.

Dans la méthode d'intervalle de temps spécifié, avec les conditions connus à A,B et C (figure (2.5-a)), une interpolation linéaire peut être utilisée pour trouver Q et H aux points R et S.

Depuis la figure (2.5-a), nous avons

$$\frac{x_C - x_R}{x_C - x_A} = \frac{Q_C - Q_R}{Q_C - Q_A}$$
(2.52)

Par l'utilisation de l'équation (2.49), admettant que $x_P = x_C$ et $x_C - x_A = \Delta x$,

$$Q_R = \frac{Q_C - \zeta_R (Q_C - Q_R)}{1 + \frac{\theta}{A} (Q_C - Q_A)}$$
(2.53)

De façon similaire, les valeurs interpolées obtenues pour Q_S , H_R et H_S

$$Q_{S} = \frac{Q_{C} - \zeta_{S}(Q_{C} - Q_{B})}{1 - \frac{\theta}{A}(Q_{C} - Q_{B})}$$
(2.54)

$$H_R = H_C - \left(\frac{Q_R\theta}{A} - \zeta_R\right)(H_C - H_A)$$
(2.55)

$$H_S = H_C + \left(\frac{Q_S \theta}{A} - \zeta_S\right) (H_C - H_B)$$
(2.56)

Dans ces équations θ est le rapport de grille-maillage

$$\theta = \frac{\Delta t}{\Delta x} \tag{2.57}$$

Et

$$\zeta = \frac{\Delta t}{\Delta x}a = \theta a \tag{2.58}$$

Pour l'utilisation de la grille avec interpolation il est nécessaire de résoudre six équations pour trouver Q_P , H_P pour n'importe quelle section dans la conduite. Elles sont les équation (2.53) au (2.56) et équations (2.48) et (2.50). Les deux dernières équations peuvent êtres écrites dans la même forme que les équations (2.18) et (2.19) avec une nouvelle définition pour C_P et C_M

$$C_P = H_R + Q_R \left(B_R + \frac{\Delta t}{A} \sin \alpha - \frac{a_R f \Delta x}{2g D A^2} |Q_R| \right)$$
(2.59)

$$C_M = H_S - Q_S \left(B_S + \frac{\Delta t}{A} \sin \alpha - \frac{a_S f \,\Delta x}{2g \, D \, A^2} |Q_S| \right) \tag{2.60}$$

L'équation (2.22) donne la solution pour H_p

Une limitation importante dans la sélection du rapport de grille-maillage doit être prise en compte pour s'assurer que la condition de stabilité de Courant soit toujours satisfaite

$$\Delta t(V+a) \le \Delta x \tag{2.61}$$

Pour cela les caractéristiques à travers *P*, C^+ et C^- ne doivent pas se trouver en dehors la ligne du segment *AB* (figure 2.5-a)

Les termes d'accélération convective dans les équations partielles différentielles originales VV_x et VH_x ont l'influence de changer l'inclinaison des lignes de caractéristiques vers $V \pm a$. Si les effets de convection sont minimes (i. e. si $V \ll a$), comme il est généralement le cas dans la plupart des cas d'écoulement transitoire dans les conduites. L'inclinaison des lignes des caractéristiques peuvent être approximées par $\pm a$, en négligeant la vitesse. Les équations d'interpolation sont alors simplifiées comme suit

$$Q_R = Q_C - \zeta_R (Q_C - Q_A) \tag{2.62}$$

$$Q_S = Q_C - \zeta_S (Q_C - Q_B) \tag{2.63}$$

$$H_R = H_C - \zeta_R (H_C - H_A) \tag{2.64}$$

$$H_S = H_C - \zeta_S (H_C - H_B) \tag{2.65}$$

La valeur de ζ (équation (2.58)) peut être interprétée maintenant autant qu'une mesure de la grandeur de l'interpolation. Conformément à la condition de Courant il doit se situer dans la plage $0 < \zeta \leq 1$.

Il est souligné auparavant que les équations de compatibilité doivent êtres valides en régime permanent. A noter que les équations (2.48) et (2.50) ne sont pas satisfaites en régime permanent lorsque la conduite est inclinée (i. e. sin $\alpha \neq 0$). Le changement dans l'élévation de la ligne de charge en régime permanent doit uniquement être équivalent aux pertes de charge par frottement. L'examen des équations (2.48) et (2.50) montre qu'il y aura un déséquilibre maximum *V* Δt pour une conduite verticale. Normalement cela représente une petite quantité comparé avec d'autres termes dans l'équation pendant le régime transitoire alors il n'est pas considérer comme une déficience sérieuse. Il est, toutefois, un désagrément puisque le programme informatique ne va pas maintenir les conditions du régime permanent avant l'initiation du régime transitoire. Cette divergence est causée par la négligence des petits termes dans le développement des équations différentielles de base.

Les erreurs d'interpolation. L'un des avantages de la méthode d'interpolation c'est que premièrement elle permet de satisfaire à l'exigence d'incrément de temps commun dans les systèmes de conduites multiples sans ajustement de la célérité de l'onde ou la longueur de la conduite. L'inconvénient majeur c'est que l'interpolation introduit une atténuation numérique artificielle à la solution.

La manière par laquelle l'atténuation rentre dans la solution peut être visualisée par un examen d'une conduite à caractéristique unique avec un écoulement sans frottement, figure 9. Si un écoulement transitoire aigu est introduit au point *B* dans le plan *xt*, alors son effet devrait se faire sentir à l'autre extrémité de la conduite au point *D*. Cependant, si deux pas de l'espace sont utilisés dans la conduite, figure 2.9-a, et une interpolation externe de 50 pourcent est utilisée dans la solution numérique ($\zeta = 0.5$), on peut voir que 50 pourcent du changement sera transférer au point *S* et donc



Figure 2.9. Les erreurs d'interpolation dans le plan *xt*

transmis au point *U* au temps Δt . En outre 50 pourcent de ce changement sera transféré au point *W* et donc sera transmis au point *Y*. Alors 25 pourcent de la perturbation originale, arrivera à l'autre bout de la conduite en avance et aussi sera réfléchie vers la source avant l'onde physique, amortissant ainsi le phénomène transitoire.

Cette situation peut être largement améliorée par l'utilisation d'un grand nombre de nœuds comme le montre la figure (2.9-b). Avec quatre nœuds la perturbation atteint l'autre bout au même temps mais sa magnitude est réduite. Des nœuds additionnels donnent de grandes améliorations. Une interpolation petite ($\zeta \approx 1$) est également efficace pour réduire les erreurs numériques.

Les interpolations d'ordre élevés sont possible aussi et pour un régime transitoire sans frottement, produisent généralement de meilleurs résultats. Pour les fonctions à pas, lesquelles sont des cas typiques du coup de bélier, une interpolation d'ordre élevé peut introduire des fluctuations étrangères ; une situation qui peut être plus indésirable alors l'atténuation mathématique excessive en plus produites par l'interpolation linéaire.

Vardy (<u>1976</u>) a développé une procédure qui, pour un Δt donné, utilise *n* fois plus de nœuds. Les calculs sont réalisés pour chaque section, augmentant les couts de calcul par environ *n* fois. Les lignes des caractéristiques traversent plus d'un nœud, tout en réduisant la distance de l'interpolation, alors il en résulte une précision améliorée.

Le meilleur conseil c'est d'éviter l'interpolation tant que possible. S'il n'est pas possible, comme il est parfois le cas, un grand nombre de nœuds doit être utilisé, et la taille de l'interpolation doit être gardée à la minimale (ζ inférieur mais proche de l'unité)

4.2. La grille des caractéristiques

Lorsque un fluide avec une variation rapide de la célérité d'onde est analysé, comme un liquide comportant des petites bulles d'air ou un fluide dans un tube de grande élasticité, la procédure d'interpolation, qui est indispensable pour la méthode d'intervalle de temps spécifié, peut produire des erreurs notables. De même, pour les basses valeurs de la célérité d'onde, la vitesse de la particule fluide peut être de même ordre de magnitude que celle de l'onde, là encore l'interpolation dans la grille rectangulaire peut être inadéquate.

La méthode des caractéristiques évite la possibilité de reproduire cette erreur d'interpolation en utilisant une solution directe des équations (2.48) au (2.51) pour les quatre variables, Q_P , H_P , x_P et t_P . Une grille libre et flottante se développe dans le plan xt, comme le montre la figure (2.10), tant que les intersections des lignes des caractéristiques ne sont pas fixes. Les détails de programmation enfermés dans la solution de la grille des caractéristiques sont similaires à ceux de la grille rectangulaire. Une notation en indice est souhaitable pour garder une trace de l'emplacement à chaque point. Normalement on commence avec des longueurs de section identiques comme montré dans la figure (2.9). Les conditions sont considérées comme étant connus à l'état initial ; alors, par l'utilisation des équations (2.48) au (2.51), on peut trouver les conditions aux points a, b and c (figure (2.10)). Avec des valeurs de x, t, Q and H connues à chacune de ces locations, la grille peut être continue pour les points d et e.

Une solution simultanée des équations (2.49) et (2.51) donne la solution pour x et t aux points intérieurs

$$t_P = \frac{x_R - x_S - (V+a)_R t_R + (V-a)_S t_S}{(V-a)_S - (V+a)_R}$$
(2.66)

$$x_P = x_R + (V+a)_R (V+a)_R (t_P - t_R)$$
(2.67)

Avec t connu, les équations (2.48) et (2.50) peuvent être résolues simultanément.

$$Q_P = \frac{\left[H_P - H_S + Q_R \left(B_R - \frac{a_R f(t_P - t_R)|Q_R|}{2gDA^2}\right) + Q_S \left(B_S - \frac{a_S f(t_P - t_S)|Q_S|}{2gDA^2}\right)\right]}{(B_R + B_S)}$$
(2.68)

$$H_P = H_S + B_S \left[Q_P - Q_S + \frac{f}{2DA} Q_S |Q_S| (t_P - t_R) \right]$$
(2.69)

Le terme d'inclinaison de la conduite est négligé dans les équations (2.68) et (2.69). Si les termes d'accélération convective sont admises d'êtres sans importance dans un problème particulier, les simplifications seront réalisées en remplaçant ($V \pm a$) par $\pm a$ dans les équations (2.66) et (2.67).



Figure 2.10. La grille des caractéristiques

Encore une approximation du deuxième ordre est possible dans l'intégration des équations pour améliorer la précision dans les cas critiques.

Les équations (2.66) au (2.69) permettent d'obtenir une solution aux points intérieurs le long d'une conduite. L'influence des conditions aux limites sur la solution est montrée dans la figure (2.10). Aux limites la position x_p est généralement connue alors t_p peut être résolue directement depuis l'équation aux caractéristiques appropriée. La solution de la condition à la limite avec l'équation de compatibilité appropriée se fait pareillement que la méthode de grille rectangulaire.

Il est présumé que la (RG) doit toujours être employée quand il n'y a pas besoin pour les interpolations. Une comparaison détaillée entre les méthodes de la grille aux caractéristiques (CG) et la grille rectangulaire (RG) dans ce qui suit :

1. la CG montrées dans la figure (<u>2.9</u>) utilise une grille étalée comparée à une grille superposée pour la RG.

2. les résultats précis dans les points d'intersection de la grille sont produits par la méthode (CG). Cependant, les résultats ne sont pas directement disponibles à un instant particulier le long de la conduite ni à une section particulière comme fonction du temps. Quelques schémas d'interpolation doivent être utilisés pour avoir ces informations, si l'on a besoin. La méthode (RG) est capable de prévoir les résultats où on a besoin ; Mais, elle souffre de faible précision engendrée par les interpolations à chaque pas de temps, les incertitudes augmentent et les erreurs produisent sont beaucoup plus importants avec l'augmentation des intervalles d'interpolation.

3. On ne peut pas maintenir un contrôle sur une position des points d'intersections de la grille dans le plan *xt* avec la méthode (CG). Les points d'intersection doivent se déplacer en dehors de la région de la conduite et cela perd la signification physique. Pour surmonter le problème de la distorsion de la grille sous les conditions extrêmes dans la méthode (CG), une procédure a été utilisée pour redresser la grille en lui ajustant après un certain nombre de pas de temps. Elle enveloppe un schéma de double interpolations dans la région du plan *xt* dans lequel les donnés sont déjà calculées. Une fois un espacement régulier est rétabli la méthode de (CG) peut continuer sur un autre cycle de temps. Le nombre de périodes de temps nécessaire pour cette interpolation dépend sur la sévérité de la variation de la vitesse de l'onde. L'amortissement numérique introduit par cette interpolation n'est pas aussi important que celui introduit dans la grille rectangulaire.

4. la condition de Courant de la stabilité est toujours satisfaite dans la méthode (CG), tandis que, dans la méthode (RG), l'utilisateur doit être assuré que sa grille se conforme aux exigences.

5. Dans la méthode (CG), l'utilisateur n'a pas un contrôle direct sur les valeurs d'entrées aux limites, tandis que les conditions aux limites doivent être introduites à des temps prédéfinis dans l'approche (RG). Ce point rend l'approche de l'utilisateur presque inutile dans les systèmes complexes. De l'autre part cela est probablement le point favorable le plus puissant de la (CG).

6. l'équidistance entre les nœuds peut être sélectionnée et maintenue le long de la conduite dans la méthode (RG).

5. Autres schémas

La méthode d'onde plane (Wood <u>1966</u>) est similaire à la méthode des caractéristiques dans un sens où les deux techniques incorporent explicitement la trace de l'onde dans la procédure de solution. Cependant, la méthode de l'onde plane ne requière que les fonctions de perturbation du débit tel que pour les courbes de vannes soient approximées par des fonctions en fraction constantes. Pour cela, les perturbations du débit seront approximés par une série de changements instantanés des conditions du débit. L'intervalle de temps entre deux changements instantanés consécutifs du débit est fixé. L'approximation constante par fraction des fonctions de perturbation implique que la précision du schéma soit du premier ordre dans l'espace et dans le temps à la fois. Par conséquent, une discrétisation fine est nécessaire pour évaluer les solutions aux problèmes de coups de bélier.

La méthode d'onde plane regroupe le frottement au centre de chaque conduite. En particulier, la friction est modélisée à l'aide d'une fonction de perturbation, où la forme de cette fonction est déterminée à l'aide de l'orientation « analogie de l'orifice ». Cette fonction de perturbation est approximée par des fonctions constantes en fraction. La modélisation du frottement comme série de perturbations discrètes dans l'espace et le temps génère de petites ondes parasites. En général, avec de faibles valeurs de frottement, celles ne seraient observées que sous forme de bruit de faible amplitude sur le signal principal du régime transitoire. Il n'est pas clair comment d'autre modèle de frottement instationnaire comme l'intégral de Convolution peut être incorporé dans la méthode de l'onde plane.

Wylie et Streeter (<u>1970</u>) proposaient de résoudre les équations du coup de bélier dans les réseaux par la méthode différence fini centrée pour pouvoir utiliser de large pas de temps. Les équations de différence finie non linéaire résultantes sont organisées dans une forme de matrice espacée et sont résolues en utilisant la procédure de Newton-Raphson. Seulement les conditions aux limites des jonctions de conduites étaient considérées dans le cas étudié. Il est préconisé que la limitation du pas de temps maximal est définie par la fréquence des variables dépendants aux limites. Le grand avantage des méthodes implicites est quelles sont stable pour des large pas de temps.

Cependant, sur le plan de calcul, les schémas implicites augmentent à la fois le temps d'exécution et les besoins de stockage et nécessitent un solveur d'inversion de matrice dédié car un grand système d'équations doit être résolu. De plus, pour la plupart des problèmes, des schémas itératifs doivent également être invoqués. D'un point de vue mathématique, les méthodes implicites ne conviennent pas aux problèmes de propagation des ondes car elles déforment entièrement le chemin de propagation des informations, ce qui dénature le modèle mathématique. De plus, un petit pas de temps est requis pour la précision des problèmes de coups de bélier dans tous les cas (Wylie et al. <u>1993</u>). Pour ces raisons, la plupart des travaux effectués sur la modélisation numérique des équations hyperboliques au cours des trois dernières décennies se sont concentrés sur le développement, le test et la comparaison des schémas explicites. (Wiggert et al.<u>1977</u>; Goldberg et al. <u>1983</u>; Wylie et al. <u>1993</u>).

Chaudhry et Hussaini (<u>1985</u>) appliquaient les schémas MacCormack, Lambda et Gabutti aux équations du coup de bélier. Ces trois méthodes sont explicites, des schémas de différence finis du deuxième ordre (dans le temps et l'espace). Deux types de conditions aux limites sont utilisées: (1) une équation caractéristique et une équation aux limites, ou (2) une condition aux limites de la procédure d'extrapolation. La seconde méthode de solution des

conditions aux limites ajoute un nœud fictif en amont de la limite en amont et un autre en aval de la limite en aval. En utilisant les normes L_1 et L_2 comme indicateurs des erreurs numériques, il a été montré que ces schémas de différence finie du second ordre produisent de meilleurs résultats que la méthode du premier ordre des solutions de caractéristiques pour C_r = 0.8 et 0.5. Des oscillations numériques parasites sont cependant observées dans le profil d'onde.

Bien que les méthodes FV soient largement utilisées dans la solution des systèmes hyperboliques, par exemple, dans la dynamique des gaz et les ondes des eaux superficielles, voir les livres récents de Toro (1997, 2001), cette approche est rarement appliquée aux écoulements du coups de bélier. À la connaissance des auteurs, la première tentative d'application de schémas à base de FV a été faite par Guinot (2002). Basé sur FV Godunov. Ce schéma de premier ordre est très similaire au MOC avec interpolation linéaire. Au moment d'écrire ces lignes, un deuxième article de Hwang et Chung (2002), qui utilise également la méthode FV pour le coup de bélier, est paru. Contrairement à Guinot (2002), les termes advectifs ne sont pas négligés dans le travail de Hwang et Chung (2002). Au lieu de cela, ils utilisent la forme conservatrice des équations d'écoulement compressible, dans laquelle la densité, et non la charge, est traitée comme une inconnue. L'application d'un tel schéma dans la pratique nécessiterait une équation d'état reliant la densité à la charge de sorte que (1) Toutes les conditions aux limites existantes devraient être reformulées en termes de densité et de débit plutôt qu'en charge et en débit, et (2) la ligne de pente hydraulique initiale à l'état d'équilibre devrait être convertie en une courbe de densité en fonction de la distance longitudinale. À l'heure actuelle, aucune telle équation d'état n'existe pour l'eau. L'application de cette méthode serait encore plus compliquée aux extrémités où des conditions incompressibles sont généralement supposées s'appliquer.

6. Méthodes d'évaluation

Plusieurs approches ont été développées pour quantifier et évaluer la dissipation et la dispersion numérique. La plage large des méthodes numériques dans la littérature indique le mécontentement et le doute entre les chercheurs des techniques existantes les plus conventionnels. Un nombre de méthodes employées pour quantifier la dissipation et la dispersion numérique sont présentées comme suit :

6.1. Méthode de Von Neumann

Traditionnellement, les chercheurs en régime transitoire ont étudié la dispersion et la dissipation de la méthode des caractéristiques à grille fixe (Fixed-grid) en utilisant la méthode d'analyse de Von Neumann (ou Fourier) (<u>1977</u>, <u>1983</u>). L'analyse de Von Neumann était utilisée par O'Brian et al. (<u>1951</u>) pour étudier la stabilité de la solution numérique des équations différentielles partielles. L'analyse suit la trace d'un mode de Fourier unique avec le temps et la dissipation en déterminant comment le mode se réduit avec le temps. La

dispersion est évaluée en investiguant si les différents modes de Fourier déplacent ou non avec différentes célérités.

Il y a un nombre d'inconvénients importants de la méthode d'analyse de Von Neumann. Par exemple, elle manque des informations essentielles des limites, elle ignore l'influence du profile de l'onde sur les erreurs numériques, elle admet des coefficients constants et que les conditions initiales sont périodiques, et elle peut être uniquement appliquée pour les problèmes numériques linéaires (O'Brian et al. <u>1951</u>; Damuller et al. <u>1989</u>; Samuels et al. <u>1990</u>; Sibertheros et al. <u>1991</u>). Pour illustrer, les travaux de Wiggert et Sandquist (<u>1977</u>), Goldberg et Wylie (<u>1983</u>), et les autres montrent clairement que les coefficients d'atténuation et de dispersion obtenus depuis l'analyse de Fourier dépendent du nombre de Courant, le rapport de la longueur d'onde de la $K^{ièmeL_K}$ harmonique et la longueur Δx ainsi que le nombre des Reachback et/ou les Reachout, mais ne dépendent pas sur les conditions aux limites. Toutefois, la simulation des conditions aux limites et le savoir comment elles introduisent et reflètent les erreurs vers les sections internes de la conduite est crucial pour étudier les solutions numériques des problèmes hydrauliques. En bref, la méthode de Van Neumann ne peut pas être utilisée comme la seule référence pour choisir le schéma approprié pour les problèmes non linéaires hyperboliques.

6.2. La méthode des normes L₁ et L₂

Chaudhry et Hussaini (<u>1985</u>) ont développé les normes L₁ et L₂ pour évaluer les erreurs numériques associés aux solutions numériques des équations du coup de bélier par les schémas Macromack, Lamdba et Gabutti. Cependant, la méthode L₁ et L₂ peut seulement être appliquée pour les problèmes ayant des solutions exacte connues. En plus, ces deux normes ne mesurent pas une propriété physique comme la masse ou l'énergie, ainsi rendent l'interpolation des valeurs numériques de ces normes difficile. Par conséquent, les normes L₁ et L₂ peuvent être utilisées pour comparer les différents schémas, mais ne donnent pas une indication claire de la performance d'un schéma particulier.

6.3. L'approche des trois paramètres

Sibtetheros et al. (<u>1991</u>) ont utilisé trois paramètres adimensionnels pour étudier plusieurs erreurs numériques. Une discussion suivait par Kerney et Ghidhaoui (<u>1992</u>) et une conclusion a été produite par les auteurs. Le paramètre d'atténuation est projeté pour la mesure de la dissipation numérique avec différents schémas d'interpolation en examinant les valeurs des charges maximales à la vanne. Ce paramètre, cependant, sous-estime l'atténuation numérique puisque le calcul des charge et débits au niveau de l'extrémité avale de la conduite utilise une seule équation au caractéristique et une seule équation au limite. Le paramètre de dispersion est projeté pour mesurer la dispersion numérique par différents schémas d'interpolation. Ce paramètre est déterminé en affirmant que le changement de la forme de l'onde est gouverné par l'équation de diffusion constante avec les conditions aux

limites décrites par la fonction Heaviside. Bien que, cette méthode permet une comparaison rudimentaire des réactions d'un simple système, les conclusions générales ne peuvent pas être tirées pour une équation hyperbolique basée sur une équation de diffusion. Le paramètre de déplacement longitudinal est projeté pour mesurer l'étendue par laquelle les différents schémas numérique déplacent artificiellement le front de l'onde. Cependant, ce paramètre suggère seulement en quel degré la méthode d'interpolation utilisée est symétriquement dispersive et dit peu concernant la magnitude du déplacement artificielle de l'onde par le schéma numérique.

6.4. L'approche balance de masse

Cette méthode est une technique plus générale (Sivaloganathan <u>1978</u>; Wylie <u>1980</u>) que les autres méthodes existantes puisque cette approche peut être appliquée au problème non linéaires du régime transitoire avec conditions aux limites réalistes. L'idée basique est de vérifier étroitement comment une méthode numérique particulière conserve la masse. A noter que l'approche balance de masse peut devenir inefficace dans les cas où un schéma numérique conserve la masse mais pas l'énergie et le mouvement.

6.5. L'approche EHDE

Ghidaoui et Kerney (1994) ont développé un concept d'équation différentielle hyperbolique équivalente (EHDE) pour étudier comment les erreurs de discrétisation apparaissent dans les applications des conduites pour la majorité des techniques d'interpolation habituelles utilisées pour traiter le problème de discrétisation dans MOC à grille fixe. En particulier, il est montré que l'interpolation Space-Line et le schéma de Holly-preissmann sont équivalents au modèle Wave-diffusion avec une célérité de l'onde ajustée, mais cette dernière méthode a une source additionnelle et sink termes. De plus, l'interpolation Time-Line est montrée d'être équivalente à une superposition de deux ondes avec différentes célérités d'onde. Le concept EHDE évalue la consistance du schéma numérique, produit une description mathématique de la dissipation et la dispersion numérique, donne une manière indépendante de détermination de la condition de Courant, permet la comparaison des approches alternatives, trouve la trace de l'onde, et explique pourquoi les méthodes d'ordre supérieur doivent couramment être évitées. Ce cadre souligne clairement que l'approximation numérique des équations fondamentales du coup de bélier change le problème physique et doit être aperçue comme une transformation insignifiante des équations gouvernantes. Par exemple, les méthodes implicites, pendant quelle sont notées pour leurs stabilité des caractéristiques, transforment le problème du coup de bélier jusqu'à une superposition des problèmes d'onde, chacune desquelles a une célérité d'onde différente de celle physique et à la fin une de celles a une célérité infinie. La célérité d'onde numérique infinie associée avec les schémas implicites garantie que la dépendance du domaine numérique est large que la dépendance du domaine physique, et explique pourquoi celles sont hautement stable. Bien que bon pour la stabilité, le grand écart entre les domaines de dépendance numérique et physique entrave la précision de ces schémas. Un autre problème avec les schémas implicites est qu'ils sont souvent inefficaces en termes de calcul car ils nécessitent l'inversion de grandes matrices.

6.6. L'approche d'énergie

Ghidaoui et al. (1998) ont développé une approche d'énergie intégrée pour MOC à grille fixe pour étudier comment les erreurs de discrétisation associés avec des schémas d'interpolation commune dans les applications des conduites apparaissent et comment ces erreurs peuvent être contrôlés. Spécifiquement, les expressions de l'énergie développé dans ce travaille démontrent que les deux interpolations Time-Line et Space-Line atténuent l'énergie totale dans le système. L'ajustement de la célérité de l'onde, en revanche, préserve l'énergie totale tout en déformant la répartition de l'énergie entre les formes cinétiques et internes. Ces résultats analytiques sont confirmés par les études numériques de plusieurs systèmes des séries de conduites. Les expériences numériques et les expressions analytiques de l'énergie montrent que les erreurs de discrétisation sont minimes et peuvent être ignorés tant qu'il y a un travail continu dans le système. Quand le travail est nul, la valeur de Cr proche d'un est requise si la dissipation numérique doit être minimisée. L'approche d'énergie est générale est peut être utilisée pour analyser d'autres schémas numérique du coup de bélier.

7. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons abordé la modélisation numérique des écoulements transitoire monophasique. Pour cela, parmi les diverses approches numériques de résolution disponibles, nous avons choisi la méthode des caractéristiques MOC laquelle s'adapte à la résolution des EDP hyperboliques et s'avère être la plus robuste vu sa précision, son efficacité et sa simplicité pour la programmation. A cet effet, nous avons décrit comment cette méthode transforme les EDP hyperboliques en ODE linéaires formulées ensuite en différences finis pour avoir les solutions, du problème transitoire classique dans sa forme simplifié, exprimés en charge hydraulique et en débit le long des lignes caractéristiques constituant la grille MOC, développée dans un plan espace-temps. Tout en traitant des conditions aux limites et des systèmes complexes. Ensuite, nous avons présenté la résolution d'un problème transitoire monophasique dans sa forme intégrale par la méthode des caractéristiques avec interpolations. Enfin, nous avons montré quelques méthodes d'évaluation pour quantifier la dissipation et la dispersion numérique des schémas numériques.

Chapitre 3

Chapitre 3. Modélisation numérique unidirectionnelle des écoulements transitoires diphasiques en charge

1. Introduction

Pendant l'écoulement transitoire la pression peut atteindre ou chuter au-dessous de la pression de vapeur du liquide, ce qui permet au liquide dans les zones où règne la dépression de se transformer en vapeur. Ce processus connu sous le nom de cavitation, est caractérisé par la formation des bulles remplies de vapeur du liquide par l'effet de la diminution de la pression jusqu'à la pression de vapeur saturé à une température presque constante.

Dans les processus d'ingénierie pratiques, la vaporisation du liquide se produit souvent à la frontière entre le liquide et la paroi solide ou entre le liquide et de minuscules impuretés dans le liquide, ce processus de vaporisation est appelé nucléation hétérogène. Les endroits de nucléation sont le lieu optimal pour la croissance et l'apparence des macroscopiques bulles sur une surface solide. C'est sur ces endroits, lorsque la pression diminue, que les bulles sont générées et libérées dans le liquide.

La taille des bulles peut augmenter au maximum de l'ordre de 100 pour un écoulement à cavitation typique (Brennen <u>1995</u>). Lorsque la bulle s'effondre, un jet rentrant (micro jet) se développe, où une partie de la surface de la bulle va accélérer vers l'intérieur à grande vitesse, comme le montre la figure (<u>3.1</u>)



Figure 3.1. Jet rentrant dans un collapse de bulle (Tomita et al. 1990)
Au fur et à mesure que la bulle s'effondre, un nuage de petites bulles est généré, comme le montrent les images 11-18 de la figure (<u>3.1</u>). Lorsque la bulle s'effondre, elle peut provoquer des dommages matériels et des bruits forts causés par une pression élevée. Si la variation de pression est par exemple 0,1 bar, la pression maximale de collapse de la bulle est d'environ 10¹⁰ bars (supposant que la bulle est sphérique) (Brennen <u>1995</u>).

L'impact du micro jet d'eau étant très concentré sur la surface, la bulle subit alors des contraintes transitoires très élevées qui pourraient, si elles se répétaient, détériorer le matériau (Brennen <u>1995</u>). Pour l'onde de pression du coup de bélier avec écoulement à cavitation, la haute pression générée par l'effondrement de la bulle pourrait conduire à une pression encore plus élevée que celle observée avec un coup de bélier monophasique. Un autre effet de la formation de cavités de vapeur est que la célérité des ondes diminue et elle n'est plus constante. Sur la figure (<u>3.2</u>), la dépendance de la célérité des ondes à la fraction de vide du gaz est illustrée. Il est clair qu'avec l'augmentation de la fraction de vide vaporeux ou gazeux, il y aura une réduction de la vitesse des ondes. La raison est que les cavités fonctionnent effectivement comme des ressorts séparant les molécules d'eau. Ceci est contraire aux coups de bélier sans cavités où les molécules d'eau interagiraient directement les unes avec les autres, provoquant une plus grande célérité des ondes. (Wylie et al.<u>1993</u>).



Figure 3.2. L'effet de la fraction du vide gazeux sur la célérité de l'onde (Wylie et al. 1993)

La cavitation ou la séparation de colonne pendant l'écoulement transitoire peut avoir un effet néfaste sur un réseau hydraulique, un exemple bien connu est l'accident causant la mort de trois ouvriers en 1950 dans la centrale hydroélectrique d'Oigawa, conçue au début du 20^{ième}

siècle au Japon (Bonin <u>1960</u>). Une fermeture rapide de la vanne, pour la vidange du système de contrôle d'huile pendant la maintenance, a provoqué une onde haute pression qui a fissuré la conduite forcée. Le rejet d'eau résultant a généré une onde de basse pression formant ainsi une cavitation importante qui a provoqué l'écrasement d'une partie de la conduite sous l'effet de la charge extérieur exercée par la pression atmosphérique. La figure (<u>3.3</u>) montre quelques images des dommages survenus à la conduite.



Figure 3.3. Les dommages à la centrale hydroélectrique d'Oigawa en 1950 au Japon

Dans un autre cas, un grand banc d'essai de conduites à Deltares, aux Pays-Bas, équipé de deux vannes de contrôle automatique, l'une en amont et l'autre en aval de la conduite. En raison d'une panne de courant, les deux vannes de commande se sont fermées simultanément, créant un événement transitoire par une dépression à l'extrémité amont et une surpression à l'extrémité aval, provoquant des fuites au niveau des joints et des dommages aux supports de la conduite, comme le montre la figure (3.4).



Figure 3.4. Les dommages du coup de bélier à Daltares, Pays-Bas

Jaeger (<u>1948</u>) a passé en revue un certain nombre d'accidents les plus graves dus aux coups de bélier. Un bon nombre des défaillances étaient liées aux vibrations, à la résonance et à l'auto-oscillation et deux comprenait la séparation de colonnes. Dans un cas, un régulateur a provoqué l'ouverture soudaine d'une vanne et a ainsi produit une onde de basse pression qui a entraîné une séparation de la colonne à un point haut du profil de la conduite. Lorsque les deux colonnes de liquide se sont jumelées, de fortes valeurs de pression ont provoqué la fissuration d'une section en béton de la conduite forcée. Kottmann (<u>1989</u>) a décrit deux accidents liés à la séparation des colonnes dans lesquelles deux travailleurs sont morts. List et al. (<u>1999</u>) ont signalé de graves dommages au revêtement d'une canalisation de refoulement, causées par le collapse de cavité de vapeur, entraînant finalement des fuites.

1.1. Premières observations des pressions sous-atmosphériques lors des coups de bélier

Carpenter (<u>1894</u>) et Carpenter et Barraclough (<u>1894</u>) ont été les premiers à enregistrer des pressions sous-atmosphériques lors d'un coup de bélier, comme l'a noté Joukowsky (<u>1900</u>, pp. 3–5).





Joukowsky (<u>1900</u>, p. 31–32) a été le premier à observer (voir figure (<u>3.5</u>)) et interpréter la séparation des colonnes. Il a expliqué littéralement les événements dans son système expérimental source-conduite-vanne comme suit: " À partir du moment de fermeture de la vanne, l'eau est stoppée en permanence, ce qui la comprime, la canalisation se dilate et la pression augmente avec ΔP . Lorsque cet état se déplace avec la célérité a jusqu'à la source, cette dernière retransmet le long de la conduite la pression de la source (un peu élevée à cause du coup de bélier dans la source elle-même) et une vitesse de l'eau, dirigée dans la direction de la source. Cette phase passe d'abord les cabines II et III (points de mesure), de ce fait, la pression dans les indicateurs (jauges) dans

ces cabines chute à la pression de la source. Cependant, Lorsque la phase mentionnée atteint la vanne, cela provoque instantanément, une diminution de la pression à la vanne, puisque la vitesse de l'eau est orientée loin de la vanne. Si la vitesse V est si grande, que selon la théorie la pression réduite serait négative, une rupture de la masse d'eau se produira. La colonne d'eau sera séparée de la vanne, devant laquelle se développe un petit vide particulier. Des séparations similaires peuvent également se former dans d'autres parties d'une colonne liquide, les parties vers lesquelles la pression réduite s'est propagée.» Et « La condition, que la colonne d'eau soit séparé de la vanne, prolonge la durée de la pression réduite et rend le deuxième impact plus fort que le premier, car elle prend place avec la vitesse, à laquelle la colonne liquide accélère dans le vide particulier.» Voir aussi Simin (1904, pp.381–382).

Gibson (<u>1908</u>) a effectué des expériences de coup de bélier avec fermeture et ouverture d'une vanne en aval dans un système de conduites en laboratoire. Il a indiqué qu'une onde de basse pression avait déclenché une libération de gaz. Strowger et Kerr (<u>1926</u>) ont prévenu que la quantité du rejet gazeux pouvait entraîner une séparation complète de colonne dans la canalisation d'aspiration d'une turbine à réaction d'eau. Thorley (<u>1976</u>) attribue les premiers travaux sur les cavités de vapeur à Hogg et Traill (<u>1926</u>) et Langevin et Boullee (<u>1928</u>). Mostowsky (<u>1929</u>) a présenté la première analyse théorique de la séparation des colonnes dans une explication de ses mesures en laboratoire. Billings et al. (<u>1933</u>) a présenté un article lors du premier symposium sur les coups de bélier en 1933 à Chicago (Proceedings, <u>1933</u>) qui traitait «la séparation de la colonne d'eau». Les auteurs ont noté que des augmentations de pression instantanées dangereuses provenaient souvent de la partie supérieure d'une conduite forcée, lorsque la colonne de liquide se séparait et rejoignait brusquement.

2. Cavitation de vapeur

On distingue deux types de cavitation vaporeuse, la magnitude de la fraction du vide de la vapeur à travers le liquide est à la base pour les identifier lequel est défini comme le rapport entre le volume de vapeur, \forall_v et le volume total du mélange liquide/vapeur \forall_m :

$$\alpha_v = \frac{\forall_v}{\forall_m} \tag{3.1}$$

Le symbole α était introduit par Wallis (<u>1969</u>) dans son livre sur l'écoulement à deux phases. Pour des valeurs de la fraction du vide proche de l'unité ($\alpha_v \approx 1$) on obtient une séparation de colonne locale et pour des petites valeurs ($\alpha_v \approx 0$) on aura une cavitation répartie.

Contrairement à la séparation de la colonne qui se manifeste dans une zone particulière par une rupture de la colonne liquide à travers toute la section, une cavitation répartie est constituée d'un nuage de bulles distribuées sur une longueur étendue de la canalisation. Toutefois, on constate que toutes les cavités maintiennent la pression de vapeur du liquide

2.1. Création de la cavitation et la contrainte de traction

La pression de vapeur du liquide est adoptée comme étant le seuil d'apparition de la cavitation dans la majorité des modèles mathématique du régime transitoire. Cependant, il y a un nombre d'expériences réalisées avec pressions de création de cavitation (pics de pression négative absolue) plus basses que la pression de vapeur du liquide (Lee et al. 1985 ;Takenaka 1987 ; Fan et Tijsseling 1992 ; Simpson et Bergant 1996). Washio et al. (1994) ont observé encore des ondes de traction (ondes de pression négative absolue) dans une branche à bout fermé d'une canalisation principale dont l'amplitude vaut la résistance dynamique à la traction du liquide, elle est déterminée par les conditions d'écoulement et les propriétés de cavitation des liquides et des parois des conduites. Toutefois, une prépressurisation intense du liquide a tendance d'augmenter sa résistance à la traction.

Plesset (<u>1969</u>), Overton et al. (<u>1984</u>) et Trevena (<u>1984</u>, <u>1987</u>) donnent des interprétations en profondeur des contraintes de traction dans les liquides. Ultérieurement, certains résultats ont été présentés par Williams et al. (<u>1999</u>), Williams et al. (<u>2000</u>), Brown et Williams (<u>2000</u>) confirmant que La contrainte de traction est une condition métastable pour le liquide qui, dans un événement transitoire, est régi par un déséquilibre thermodynamique.

Shinada et Kojima (<u>1987</u>) ont mesuré de petites pressions absolues négatives de plus longue durée dans des tests de cavitation transitoire. Ils ont attribué cela à l'effet de la tension superficielle, qui peut être important lorsque la zone de cavitation distribuée se compose de nombreuses bulles minuscules.

2.2. Les cavités locales larges (séparation de la colonne)

Après les études sur la séparation des colonnes par Joukowsky (<u>1900</u>) et Mostowsky (<u>1929</u>), c'est Le Conte (<u>1937</u>) qui a présenté certains des premiers résultats expérimentaux pour une séparation locale sur une colonne liquide. Il a également proposé un modèle analytique basé sur l'analyse à colonnes rigides. Un coefficient arbitraire a dû être introduit pour assurer une correspondance entre les résultats analytiques et expérimentaux. Knapp (<u>1939</u>) attribue de nombreuses défaillances dans la partie supérieure d'une conduite forcée à l'augmentation de pression résultant de la séparation des colonnes au niveau d'un sommet dans le profil. Les causes de ces échecs précédemment citées avaient été décrites comme «d'origine obscure».

Lupton (<u>1953</u>) a présenté un résumé de la méthode graphique, avec une section consacrée à «la séparation des colonnes d'eau». Il a introduit la possibilité de formation d'une cavité de vapeur intermédiaire loin d'être située à côté d'un appareil hydraulique (vanne, turbine, etc.) ou à un point haut et il a présenté un exemple qui présentait la séquence des événements conduisant à la formation d'une telle cavité intermédiaire. Moores (<u>1953</u>) a entamé l'examen du sujet dans une discussion sur le document de Lupton, lorsqu'il a posé une question sur ce qui s'était passé lorsque les ondes de pression se rencontraient. La réponse de Lupton a déclaré que: " *si la rencontre des ondes était négative et que leur somme dépassait la charge absolue*

Ho existante initialement, un écart se formerait ". Jordan (1961) a développé une méthode analytique pour le calcul des emplacements exacts de cavités intermédiaires, le long d'une conduite. O'Neill (1959) a noté que la plupart des études graphiques précédentes ignoraient la formation de cavités intermédiaires, qui imposent une condition aux limites internes dans la canalisation. Des résultats expérimentaux avec des études de visualisation de la croissance et de la décroissance des cavités intermédiaires ont été présentés. Sharp (1960, 1965a, 1965b), poursuivant les travaux d'O'Neill, en prenant en considération la croissance et l'effondrement de petites cavités de vapeur produites par une onde de raréfaction où Il a analysé théoriquement une cavité sphérique idéale (Sharp, 1965a). Des résultats expérimentaux, qui comprenaient la photographie à grande vitesse de cavités intermédiaires uniques, ont été présentés. Sharp a proposé qu'un autre type de cavité existe également " pendant les premières et successives phases de rupture pour une raison entièrement différente ". Une succession d'un petit nombre de cavités à intervalles réguliers a été affirmé de se former en s'éloignant de la valve (Sharp, 1965a, 1977). L'inversion de l'écoulement transitoire dans la conduite a causé l'effondrement de ces cavités et une série d'impulsions régulières s'est produite lorsque les colonnes de liquide se sont rejointes. Ce phénomène apparaît être similaire à l'occurrence de cavitation vaporeuse répartie comme discuté ci-dessous.

2.3. Les petites cavités de vapeur réparties

La différence entre une séparation de colonne locale et une cavitation répartie a été décrite pour la première fois par Knapp (<u>1937b</u>) dans un article du deuxième symposium sur les coups de bélier à New York (Proceedings, <u>1937</u>), qui a élargi le travail dans une référence antérieure (Knapp, <u>1937a</u>). Il a présenté un exemple dans lequel une chute de pression a été produite par une rupture de canalisation juste en dessous d'une vanne d'arrêt. L'onde négative a remonté la conduite en gardant la même amplitude jusqu'à l'intersection du front de l'onde avec la «ligne de pression zéro». Le liquide entre le point d'intersection et le réservoir en aval s'est partiellement cavité, mais la séparation des colonnes n'a pas eu lieu. La réflexion de l'onde de pression du réservoir a ramené le liquide à son état d'origine (sans cavitation). Il a déclaré que " *des investigations supplémentaires étaient nécessaires pour éliminer complètement ces conditions de coups de bélier avec cavitation* ". Knapp (<u>1939</u>) a développé le concept de cavitation répartie dans une discussion du document de LeConte (<u>1937</u>) et a conclu que cela ne pouvait pas être résolu par la méthode graphique.

De Haller et Bedue (<u>1951</u>) ont présenté un traitement analytique de la séparation des colonnes. Ils ont suggéré que des cavités pourraient se produire le long de longues sections de conduite plutôt que de former un espace local occupant toute la section transversale de la canalisation.

Lupton (<u>1953</u>) a fourni une description de la séquence d'événements associés à la cavitation vaporeuse distribuée lors de la transmission d'une onde négative le long d'une canalisation sans frottement en pente ascendante. Bunt (<u>1953</u>) a présenté les résultats d'une étude en

laboratoire sur la séparation des colonnes à proximité d'une vanne et à des points hauts, où la possibilité de formation d'une région de cavitation vaporeuse distribuée a été reconnue.

Jordan (<u>1965</u>) a étudié la séparation des colonnes et la cavitation répartie dans les systèmes de pompage avec des sections de conduites horizontales, ascendantes et descendantes et il a étudié analytiquement l'effet de la ligne de charge hydraulique (HGL) et de la pente des canalisations sur la formation de zones de cavitation. Une zone de cavitation peut résulter du passage d'une onde négative se déplaçant dans le sens d'une diminution de la pression en régime permanent. En revanche, si la pression à l'état d'équilibre augmente dans le sens de la propagation des ondes, une zone de cavitation vaporeuse ne peut pas se produire (Zielke et Perko <u>1985</u>; Simpson <u>1986</u>; Simpson et Wylie <u>1989</u>). Ceci est représenté sur la figure (<u>3.6</u>).



Figure 3.6. Lignes pointillées : charge de vapeur ; lignes en petits tirets : La charge en régime stationnaire ; lignes en tirets : La charge en régime instationnaire. A gauche fermeture rapide de la vanne générant la cavitation dans (a) conduite en pente descendante, (b) conduite de pente nulle et (c) conduite en pente ascendante. A droite formation de cavitation à un point haut de la conduite en pente : (d) ascendante, (e) descendante mais toujours élevée en aval, et (f) descendante et basse en avale. (Zielke et Perko 1985, figures (3) et (4)

3. La cavitation gazeuse

De nombreux articles ont traité les effets du gaz libre, du gaz dissous et des rejets de gaz sur les écoulements transitoires dans les conduites en charge (Swaffield 1969, 1972a, 1972b; Enever 1972; Kranenburg 1974b; Martin et Padmanabhan 1975; Sundquist 1977; Wiggert et Sundquist 1979; Wylie 1980; Baasiri et Tullis 1983; Chaudhry et al. 1990; Hadj-Taieb et Lili 1998, 1999, 2000, 2001; Kessal et Amaouche 2001). L'une des principales caractéristiques des liquides est leurs capacités d'absorber une certaine quantité de gaz avec lequel ils entrent en contact à travers une surface libre. Contrairement à la rupture et à la vaporisation, qui ne prend que quelques microsecondes, le dégagement de gaz est un

processus diffusif, qui prend plusieurs secondes (dans l'eau à température ambiante). Cependant, l'absorption de gaz est beaucoup plus lente que la libération de gaz (quelques minutes) (Zielke et al. <u>1989</u>).

Le gaz dissous est une considération importante dans les canalisations d'eaux usées, le carburant d'aviation et les canalisations d'huile. Le gaz sort de la solution lorsque la pression baisse. On peut supposer que le gaz libéré reste dans les cavités et ne se dissout pas immédiatement après une augmentation de pression. Kobori et al. (1955), Pearsall (1965) et Raiteri et Siccardi (1975) ont montré que la présence de gaz libre réduit la vitesse des ondes et les variations de pression transitoires.

4. Pics de pression de courte durée après l'effondrement de la cavité

Les pics de pression de courte durée dépassant la valeur de Joukowsky donnée par l'équation (<u>3.2</u>) peuvent se produire après l'effondrement de la cavité.

$$\Delta H = \left(\frac{a}{g}\right) V_0 \tag{3.2}$$

Le phénomène est développé dans un système réservoir-conduite-vanne sans friction, figure (3.7-a). La fermeture instantanée de la vanne provoque une augmentation de la charge $\left(\frac{a}{g}\right)V_0$. L'augmentation de la charge s'étend vers le réservoir, où elle se réfléchit négativement, et revient à la vanne fermée au temps 2L / a. La figure (3.7-b) montre le modèle de propagation et de réflexion des ondes de pression dans le plan distance-temps. La figure (3.7-c) montre les charges au niveau de la vanne, calculées avec un modèle de coup de bélier avec (ligne continue épaisse) et sans (ligne continue fine) une cavité qui se forme à la vanne. Le liquide s'écoule en sens inverse (vers le réservoir) au temps 2L / a. L'arrêt complet de l''écoulement au niveau de la vanne nécessite désormais une diminution de charge de $(a / g) V_0$ par rapport à H_0 . Cette diminution (ligne continue fine sur la figure (3.7-c) entraînerait une charge inférieure à celle de vapeur (ligne horizontale en pointillés sur la figure (3.7-c). Cependant, la charge n'est pas sensée de descendre au-dessous de la charge de vapeur (trait plein épais sur la figure (3.7-c), subséquemment la vitesse inverse au niveau de la vanne n'est pas réduite à zéro au moment 2L / a, mais à (Mostowsky, 1929, figure (3.7-b) ici avec $\Delta H_{in} = H_0 + H_b$)

$$V_0 - \Delta V_{vc} = V_0 - \frac{g \,\Delta H_{in}}{a} \tag{3.3}$$

Où

$$\Delta H_{in} = H_0 + H_b - \frac{p_v^*}{\gamma} \qquad ; \Delta H_{in} < \Delta H \qquad (3.4)$$

Est la diminution de la charge (par rapport à H_0) qui déclenche la vaporisation. Ici, H_0 est la charge en état stationnaire à la vanne, H_b la charge barométrique, p_v^* la pression de vapeur absolue à la température T et $\gamma = \rho g$ le poids spécifique du liquide. Maintenant, au niveau

de la vanne fermée, l'écoulement se dirige vers le réservoir, le liquide se détache du solide et une cavité entame un développement. La cavité agit comme une condition limite à charge fixe pour les ondes de pression. A chaque intervalle de temps successif (4L / a, 6L / a, etc.)

Une onde de pression réfléchit la cavité de vapeur et la vitesse du liquide *inverse* diminue d'une quantité de $2\Delta V_{vc}$. À un certain moment, cette vitesse change de direction, la cavité commence alors à rétrécir et elle s'effondre finalement au point *A* de la figure (3.7-b) et (3.7-c). La charge instantanément produite par l'effondrement de la cavité est inférieure à la charge $H_0 + \Delta H$ générée par la fermeture de la vanne, mais la charge maximale (supérieure à l'élévation de la charge de pression Joukowsky !) Se produit, dans cet exemple, à un temps d'environ 6L / a (point *B* sur la figure 3.7(b) et (c)) sous la forme d'un pic de courte durée. Si l'effondrement de la cavité s'était produit exactement à l'arrivée d'un front d'onde de pression, à des moments qui sont des multiples de 2L / a, alors un pic de courte durée ne se serait pas produit.



Figure 3.7. Formation de pic de courte durée. (a) système de Réservoir-conduite-vanne. (b) trace de l'onde dans le plan distance-temps. (c) historique de la charge piézométrique à la vanne.

Dans une considération similaire, Wylie and Streeter (<u>1993</u>, pp.192–196) montraient que le temps d'existence de la première cavité de vapeur est approximativement

$$T_{cs} = \frac{2a}{g\Delta V_{in}} V_0 \frac{L}{a} = \frac{\Delta H}{\Delta H_{in}} \frac{2L}{a}$$
(5)

Confirmant ainsi la formule trouvée par Mostowsky (<u>1929</u>) et montrée sur la figure (<u>3.7</u>-a) en ce qui suit.

Angus (1935, 1937) a présenté un exemple dans lequel la collision d'une colonne de liquide avec une vanne fermée a entraîné un pic de pression de grande ampleur et de courte durée d'environ un dixième d'une période de 2 L / a. Les traces de pression mesurées par Binnie et Thackrah (1951) ont indiqué l'existence d'un pic de pression de courte durée, qui dépassait la «pression de choc principale», les auteurs ont attribué les pressions plus élevées à l'existence d'ondes de pression supplémentaires causées par les réflexions dans les coudes, les jonctions et d'autres discontinuités dans le pipeline. Leur analyse était basée sur la théorie des colonnes rigides et sur la théorie des coups de bélier. Certains exemples analytiques cités par O'Neill (1959) présentaient des pics de pression de courte durée, mais il n'était pas le cas dans ses relevés de pression expérimentaux. Gayed et Kamel (1959) ont clairement expliqué la survenue de pics de courte durée et ils ont affirmé leur apparition dans l'une des mesures (figure. (15-a) dans leur article). L'analyse du coup de bélier par la méthode graphique de Heath (1962) a prédit des pics de pression de courte durée, mais ceux-ci n'étaient pas apparents dans ses résultats expérimentaux. Sharp (1960) a publié dans *Nature* un exemple avec des pics de pression de courte durée, mais ceux-ci n'étaient pas

Walsh (<u>1964</u>) et Li et Walsh (<u>1964</u>) ont estimé l'augmentation maximale possible de la pression après l'effondrement de la première cavité à proximité d'une vanne en amont comme

$$\Delta H_{max} = \frac{a}{g} \left| V_f \right| + 2H_{RV} \tag{3.6}$$

Où V_f est la vitesse de la colonne de liquide à la vanne juste avant l'effondrement de la cavité et H_{RV} est la différence de la charge au réservoir et celle de vapeur à la vanne. Walsh (<u>1964</u>) a présenté les résultats d'un certain nombre d'essais expérimentaux, dont quelques-uns montrent éventuellement des pics de pression de courte durée, le temps d'existence de la première cavité était assez long par rapport à 2*L* / *a* et la vitesse V_f a été estimée à partir des résultats expérimentaux utilisant l'équation (<u>3.6</u>).

Des équations similaires à l'équation (3.6) ont été présentés par Moshnin (1961), Moshnin et Timofeeva (1965), De Almeida (1983), Simpson et Wylie (1985) et Wylie et Streeter (1993, p. 194 avec $\Delta H_{max} = \Delta H + 2\Delta H_{in}$) pour le cas de fermeture instantanée des vannes en amont et en aval où ΔH_{max} était plus de deux fois la valeur de Joukowsky équations (3.1). Tout fois, la situation peut même être pire lorsque des cavités intermédiaires se forment Sharp (1960). Kottmann (1989) a utilisé la théorie des colonnes rigides pour montrer que l'effondrement d'une cavité au milieu de la conduite provoquait des augmentations de pression de trois fois Joukowsky.

Yamaguchi et Ichikawa (<u>1976</u>) et Yamaguchi et al. (<u>1977</u>) ont présenté par l'oscilloscope des traces de résultats expérimentaux présentant ce qui semble être les premiers résultats de la littérature qui montrent clairement des pics de pression de courte durée. Tarasevich (<u>1980</u>) a examiné la séparation des colonnes à une vanne en amont. Il a prédit des pressions maximales en fonction de la vitesse d'écoulement initiale. Son analyse - basée sur la théorie de la colonne rigide - a été confirmée par les expériences de Smirnov et Zubov (<u>1972</u>). Les mesures de Martin (<u>1983</u>) concernaient une cavitation limitée où le temps d'existence de la cavité à la vanne est relativement court.

Les résultats expérimentaux ont montré que la pression maximale peut dépasser l'augmentation de pression de Joukowsky sous la forme d'un pic de pression de courte durée, comme indiqué sur la figure <u>3.8</u>(a). Malheureusement, la pression du réservoir augmentait pendant l'expérience parce que le réservoir était trop petit (Martin <u>1989</u>). On pensait que la pression mesurée du réservoir indiquée sur la figure <u>3.8</u>(b) était typique pour toutes les séries expérimentales. Kojima et al. (<u>1984</u>) ont présenté un modèle mathématique pour prédire à la fois l'augmentation de pression associée à l'effondrement de la cavité et la durée de la séparation des colonnes. Leurs résultats expérimentaux ont montré des pics de pression de courte durée. Simpson (<u>1986</u>) a montré une gamme de pics de pression de courte durée de la conduite, la cavité de vapeur était confinée pour être adjacente à la vanne sans cavitation distribuée le long de la conduite (au moins jusqu'à l'effondrement de la première cavité de vapeur).

4.1. Violence de la cavitation

Martin (<u>1983</u>) a déduit la violence de la cavitation à partir de la durée T_{cs} de la première plus grande séparation de colonne à la vanne. Il a introduit l'indice de la violence de la cavitation $S = T_{cs} a/(2L)$, qui selon l'équation (<u>3.5</u>) est équivalent à $S = \Delta H/H_{in}$. Paredes et al. (<u>1987</u>), Carmona et al. (<u>1987</u>, <u>1988</u>) et Anderson et al. (<u>1991</u>) ont proposé un indice quelque peu différent. Bergant et Simpson (<u>1999a</u>) ont fait une classification basée sur les charges maximales, montrées sur la figure (<u>3.9</u>), dépassant ou non la valeur de Joukowsky (équations (<u>3.1</u>)). La raideur des fronts des ondes est un autre paramètre important dans l'évaluation des charges dynamiques sur les systèmes de canalisations et leurs structures de support.



Figure 3.8. Résultats expérimentales montrant des pics de pression de courte durée. Variation absolue de HGL avec le temps (a) à la vanne, (b) au réservoir (Martin (<u>1983</u>, <u>1989</u>))



Figure 3.9. Les charges maximales à la vanne en fonction de la vitesse initiale pour différentes charges au réservoir. (Bergant et Simpson (<u>1999a</u>))

5. Modèles mathématiques et méthodes numériques

Une étude approfondie de la séparation des colonnes et de la cavitation dans les systèmes de canalisation n'a pas été possible avant les années 1960 [voir Hager (2001)] en raison de l'indisponibilité des ordinateurs. La plupart des études ont utilisé des procédures graphiques et arithmétiques, initialement présentées par Gibson (1919), Schnyder (1932), Angus (1935), Bergeron (1935), Stepanoff (1949), Bergeron(1950) et Parmakian (1955). Les premières procédures informatisées pour le traitement et l'analyse des coups de bélier comprennent les travaux de Thibessard (1961), Lai (1961, 1962), Streeter (1963, 1964), Van De Riet (1964), Vreugdenhil (1964), Streeter (1965), Streeter et Contractor (1965). Les premiers modèles informatiques de séparation des colonnes ont été développés par Thibessard (1961) à Liège en Belgique, Streeter et Wylie (1967), Baltzer (1967a, b) et Weyler (1969) à l'Université du Michigan, et Vreugdenhil (1964) et Siemons (1967) à Delft aux Pays-Bas.

5.1. Equations du coup de bélier

Les équations du coup de bélier sont appliquées lorsque la pression est supérieure à la pression de vapeur. Ils comprennent l'équation de mouvement et l'équation de continuité:

$$g\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial t} + V\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{fV|V|}{2D} = 0$$
(3.7)

$$\frac{\partial H}{\partial t} + V \frac{\partial H}{\partial x} - V \sin \theta + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0$$
(3.8)

Où *H* est la hauteur piézométrique (HGL), *t* le temps, *V* la vitesse d'écoulement, *x* la distance le long de la conduite, θ la pente de la canalisation, *a* la célérité de l'onde de pression, *g* l'accélération gravitationnelle, *f* le facteur de frottement de Darcy-Weisbach [son histoire est délicatement décrite par Brown (2002)] et *D* le diamètre intérieur de la conduite. Pour la plupart des applications d'ingénierie, les termes convectifs $V \frac{\partial H}{\partial x}$, $V \frac{\partial V}{\partial x}$ et $V \sin \theta$ sont très petits par rapport aux autres termes et sont donc négligés.

Le manuel classique de Streeter et Wylie (<u>1967</u>) a conduit le monde à la méthode des caractéristiques (MOC) comme méthode numérique pour résoudre les équations. (<u>3.7</u>) et (<u>3.8</u>) sur un ordinateur numérique. La MOC utilise les relations de compatibilité qui sont valides le long des lignes caractéristiques positives ($C^+:\frac{\Delta x}{\Delta t} = +a$) et négatives ($C^-:\frac{\Delta x}{\Delta t} = -a$) représentées sur une grille *xt*, voir figure (<u>3.10</u>).

$$C^{+}: H_{P} = C_{pc} - B_{pc}Q_{Pu} + R_{pc}Q_{Pu}|Q_{A}|$$
(3.9)

$$C^{-}: H_{P} = C_{mc} + B_{mc}Q_{P} - R_{mc}Q_{P}|Q_{B}|$$
(3.10)

Où C_{pc} , B_{pc} et R_{pc} sont des constantes pour la caractéristique positive (*pc*), et C_{mc} , B_{mc} et R_{mc} sont des constantes pour la caractéristique négative (*mc*). Dans l'anticipation des modèles de cavité discrète, le débit est supposé d'être discontinu avec des valeurs respectives en amont et aval Q_{Pu} et Q_P . Sous forme de différences finis les équations (3.9) et (3.10) pour la section de calcul *P* d'indice *j* deviennent

$$C^{+}: H_{j}^{t} - H_{j-1}^{t-\Delta t} + \frac{a}{gA} \left((Q_{u})_{j}^{t} - Q_{j-1}^{t-\Delta t} \right) + \frac{f\Delta x}{2gDA^{2}} (Q_{u})_{j}^{t} \left| Q_{j-1}^{t-\Delta t} \right| = 0$$
(3.11)

$$C^{-}: H_{j}^{t} - H_{j+1}^{t-\Delta t} - \frac{a}{gA} \left((Q)_{j}^{t} - (Q_{u})_{j-1}^{t-\Delta t} \right) - \frac{f\Delta x}{2gDA^{2}} Q_{j}^{t} | (Q_{u})_{j-1}^{t-\Delta t} | = 0$$
(3.12)

Où Δx la longueur du tronçon et Δt le pas du temps comme montré dans la figure (3.10)



Figure 3.10. La grille ($\Delta x = a \Delta t$) de la méthode des caractéristiques pour un système Réservoir-conduite-vanne





5.2. Les modèles de cavités uniques discrètes

Les modèles numériques à cavité unique traitent des séparations de colonnes locales comme décrit auparavant. Une seule cavité peut se former à une extrémité fermée, à un point haut ou à un changement de pente de canalisation. Toutes les solutions graphiques de coup de bélier utilisent cette approche de modélisation. La théorie des colonnes rigides a également été utilisée pour calculer le comportement des systèmes à cavités uniques.

Mostowsky (<u>1929</u>) a analysé la séparation des colonnes à une vanne en aval. La figure (<u>3.11</u>a) montre le diagramme pression-temps pour une canalisation sans frottement où la durée T_{cs} de la séparation des colonnes est un multiple entier du temps de parcours des ondes 2L / a. Cette figure est une confirmation de l'équation (<u>3.5</u>). La figure (<u>3.11</u>-b) montre le diagramme vitesse-temps correspondant qui détermine le temps de séparation. Mostowsky (<u>92</u>/1929) a effectué des mesures dans une canalisation de 29,5 m de long et 50 mm de diamètre. L'historique de pression mesuré sur la figure (<u>3.11</u>-c) montre que, contrairement à la figure (<u>3.11</u>-a), la deuxième augmentation de pression est inférieure à la première, et le nombre mesuré de 11 fois 2*L* / *a* n'est pas les 12 fois prédites par l'équation (<u>5</u>). Mostowsky (<u>1929</u>), attribuant ces écarts au frottement, a effectué une analyse à colonne rigide avec une loi de frottement quadratique. Il a trouvé des solutions sous forme fermée, par exemple une formule reliant le coefficient de frottement efficace à p_1 et p_2 (celles-ci sont indiquées sur la figure (<u>3.7</u>-c)), et une formule améliorée pour T_{cs} donnant une valeur de 10,6 fois 2*L* / *a*, qui est en accord étroit avec l'expérience. Angus (<u>1935</u>, <u>1937</u>) a inclus une seule cavité de vapeur à une limite dans la méthode graphique comme le montre la figure (<u>3.12</u>). Il a étudié la possibilité de former une cavité du côté de la canalisation d'un clapet anti-retour près d'une pompe de conduite de refoulement suite à sa défaillance.



Figure 3.12. Méthode graphique (Angus 1935).

Après la formation de la cavité et le retour de la colonne de liquide dans la vanne fermée, l'augmentation de pression s'est avérée être environ «quatre fois» supérieure à la valeur normale, en raison d'un pic de pression de courte durée important.

Le traitement de la séparation des colonnes par Bergeron (<u>1939</u>, <u>1950</u>) est similaire à celui d'Angus (<u>1935</u>). Il a indiqué que la dépression dans une cavité n'est pas le «vide barométrique», mais plutôt la pression de vapeur à la température du liquide. Il a négligé l'influence de la gravité sur la forme de l'interface liquide-vapeur. Dans son application de la méthode graphique, le frottement a été regroupé à l'extrémité amont en utilisant un orifice.

Un certain nombre de cycles de formation et d'effondrement successifs de séparation de colonne a été considérés. La perte de charge par frottement a entraîné un amortissement et la valeur moyenne de l'élévation de la charge a diminué à chaque cycle, tout comme la taille de la cavité. L'analyse de Gayed et Kamel (1959) a inclus la théorie des colonnes rigides de longueur variable et la théorie des coups de bélier avec excitation non instantanée. Kephart et Davis (1961) ont utilisé la théorie des colonnes rigides pour déterminer l'ampleur de la montée en pression lorsque les colonnes de liquide se rejoignaient dans des conduites de refoulement équipées de clapets anti-retour à la sortie de la pompe. Cette méthode a servi de technique de conception préliminaire. Escande (1962) a inclus des cavités et des frottements non linéaires localisés dans ses calculs graphiques. Ruus et al. (1984) ont effectué une étude numérique approfondie de la séparation des colonnes située à un point haut.

5.3. Modèles à cavités multiples discrètes

5.3.1. Le modèle à cavité de vapeur discrète (DVCM)

Le modèle discret (concentré, groupé) de la cavité de vapeur (DVCM) est le modèle le plus couramment utilisé pour la séparation des colonnes et la cavitation répartie à l'heure actuelle. Il peut être implémenté facilement dans un logiciel du coup de bélier standard et il reproduit un bon nombre des caractéristiques physiques des événements de séparation de colonne. Wylie et Streeter (<u>1978a</u>, <u>1993</u>) ont décrit le détail du DVCM et ont fourni un code informatique Fortran pour sa mise en œuvre.

Les cavités peuvent se former à n'importe quelle section de calcul (points de grille) si la pression est calculée comme étant inférieure à la pression de vapeur. Les cavités de vapeur sont ainsi confinées à des sections de calcul comme indiqué sur la figure <u>3.13</u> et un liquide pur avec une vitesse d'onde de pression constante est supposé entre les deux. La pression absolue dans une cavité est fixée égale à la pression de vapeur:

$$p^* = p_v^* \tag{13}$$



Figure 3.13. Esquisse de définition du modèle de vapeur discrète (DVCM)



Figure 3.14. Les oscillations numériques par le DVCM

Les débits amont et aval Q_{Pu} et Q_P au niveau d'une cavité sont calculées à partir des relations de compatibilité (<u>3.9</u>) et (<u>3.10</u>). Alors, le volume de la cavité \forall résulte de

$$\frac{\mathrm{d}\forall}{\mathrm{d}t} = Q_{Pu} - Q_P \quad \text{ou } \forall = \int_{t_{in}}^t (Q_{Pu} - Q_P) \,\mathrm{d}t \tag{3.14}$$

L'intégration numérique de l'équation (<u>3.14</u>) dans la MOC à grille fixe est généralement donnée par

$$\forall^{t} = \forall^{t-2} + 2 \Delta t \left(\psi \left(Q_{P}^{t} - Q_{Pu}^{t} \right) + (1 - \psi) \left(Q_{P}^{t-2} - Q_{Pu}^{t-2} \right) \right)$$
(3.15)

Dans laquelle \forall^t et \forall^{t-2} sont les volumes à l'instant actuel et à $2\Delta t$ avant, et ψ est un facteur de pondération numérique. Si le volume de la cavité devient nul ou négatif, la cavité disparaît et le calcul revient à la procédure standard de coup de bélier. Provoost (<u>1976</u>) a utilisé une condition de fermeture de cavité qui satisfait exactement le bilan massique.

Bien que le DVCM ait été correctement formulé par Thibessard (<u>1961</u>), Vreugdenhil (<u>1964</u>), Streeter (<u>1969</u>) et Tanahashi et Kasahara (<u>1969</u>), ces chercheurs n'ont pas appliqué le modèle aux régions de cavitation répartie. Cela a été fait par De Vries (<u>1972</u>, <u>1973</u>, <u>1974</u>) lorsqu'il a simulé les expériences effectuées par Vreugdenhil et al. (<u>1972</u>) et Kloosterman et al. (<u>1973</u>). De Vries (<u>1972</u>) a été le premier à rendre compte des oscillations numériques induites par la condensation d'une région de cavitation répartie (figure <u>3.14</u>). Pour supprimer ces oscillations, il a ajouté de petites quantités de gaz libre aux cavités discrètes. En fait, il a ensuite utilisé le modèle discret de cavité de gaz libre développé par Brown (<u>1968</u>), mais avec une pression de vapeur non nulle. Evans et Sage (<u>1983</u>) avaient une confiance dans le DVCM et l'utilisaient pour l'analyse de coup de bélier d'une ligne d'écoulement gravitaire de 110 km de long et de 0,9 à 1,6 m de diamètre. Bergant et Simpson (<u>1999b</u>) ont incorporé l'initiation de la cavitation avec une pression absolue négative (contrainte de traction) dans le DVCM. Les résultats numériques et expérimentaux, tous deux avec des pics de pression négatifs, ont été comparés. Le pic de pression négative au début de la cavitation n'a pas affecté de manière significative les résultats.

5.3.2. Le modèle à cavité de gaz discrète (DGCM)

Le modèle à cavité de gaz discrète (DGCM) est similaire au DVCM, avec une quantité d'air libre supposée concentrée à chaque section de calcul. La pression dans une cavité satisfait la loi du gaz idéal:

$$(p^* - p_v^*) \forall = (p_0^* - p_v^*) \forall_0 = \text{constante}$$
 (3.16)

Où le gaz libre est supposé se comporter de manière isotherme, ce qui est valable pour les minuscules bulles. Les grosses bulles et les séparations de colonnes ont tendance à se comporter de manière adiabatique. La seule différence avec le DVCM réside dans la courbe $\forall - p^*$, comme le montre la figure <u>3.15</u>.



Figure 3.15. Les courbes $\forall - p^*$ (pour DVCM (ligne de forme L. $\forall_0 = 0 \text{ mm}^3$) et pour DGCM (traits fines, $\forall_0 = 0.01 \text{ mm}^3$, $\forall_0 = 0.1 \text{ mm}^3$, $\forall_0 = 1 \text{ mm}^3$, $\forall_0 = 5 \text{ mm}^3$, $\forall_0 = 10 \text{ mm}^3$) avec $p_0^* = 1$ bar et $p_v^* = 0.2$ bar). La valeur de p_v^* (eau à 60°C) est choisie grande pour montrer son influence.



Figure 3.16. Les ratios de célérités d'onde. Points : célérité d'onde numérique (DGCM)/célérité d'onde gaz. Libre. Lignes : célérité d'onde mélange / célérité d'onde gaz. Libre

Ce qui nous indique également que le DVCM est un cas limité du DGCM. Le DGCM présente une dispersion des ondes de raréfaction et une accentuation des ondes de compression et permet ainsi la formation de fronts de choc. Brown (1968) a présenté la première tentative de décrire la séparation des colonnes avec les effets de l'air entraîné. L'air entraîné était supposé être uniformément réparti dans des poches concentrées à distance égale le long de la conduite. La présence d'air diminue la célérité globale de l'onde de pression. Une relation pression-volume gaz-idéal a été supposée décrire le comportement des poches d'air concentrées, dont les emplacements étaient supposés permanents sans changement en raison de la direction dominante du débit. La présence d'air entraîné était négligée au-dessus d'une certaine charge, où la solution revenait aux calculs normaux des coups de bélier. Après Brown (1968), ce modèle a été développé par De Vries (1973), Provoost (1976), Provoost et Wylie (1981) et Wylie (1984). Dans un traité mathématique rigoureux du DGCM, appliquant l'analyse de Von Neumann à un ensemble d'équations linéarisées, Liou (1999, 2000) a bien montré que la vitesse des ondes numériques converge vers la vitesse théorique (physique) (voir figure (3.16). Il a ainsi expliqué pourquoi le DGCM présente des caractéristiques de vitesse d'onde non linéaire variable. Le modèle DGCM a été utilisé avec succès par Enever (1972), Tullis et al. (1976), Aga et al. (1980), Ewing (1980), Suda (1990) et Barbero et Ciaponi (1991). Ewing (1980) a examiné divers mécanismes d'amortissement dans les mélanges liquide-gaz. Capozza (1986) a appliqué la méthode aux circuits de refroidissement des condenseurs. Wylie (1992) et Wylie et Streeter (1993, pp. 188-192, 202-205) ont comparé les résultats du DGCM avec des résultats analytiques, avec des données expérimentales de Akagawa et Fujii (<u>1987</u>) et avec des données expérimentales de séparation des colonnes de Simpson (1986).

5.4. Modélisation d'un écoulement diphasique par la méthode des caractéristiques

Cette section couvrira la modélisation du coup de bélier de l'écoulement diphasique qui se produit lorsque la pression est réduite à la pression de vapeur. Auparavant nous avons brièvement décrit la nature de la cavitation ainsi que leurs effets sur le phénomène du coup de bélier. Désormais, il est clair qu'il y a principalement deux choses qui devront être modélisées: la formation et l'effondrement des bulles ou cavités de vapeur et leur effet sur la célérité des ondes.

Pour un coup de bélier à deux phases, la célérité des ondes peut être calculée par l'équation (<u>3.17</u>).

$$a' = \frac{\sqrt{\frac{K_m}{\rho_m}}}{\sqrt{1 + \left[\left(\frac{K_m D}{Ee}\right) c1\right]}}$$
(3.17)

Où ρ_m est la densité du mélange, elle est calculée par l'équation (<u>3.18</u>), où on admet que la fraction du vide α est petite et par conséquence $\rho_m = \rho_l$

$$\rho_m = \alpha \rho_g + (1 - \alpha) \rho_l \approx \rho_l \tag{3.18}$$

Le module de compressibilité du mélange K_m peut être exprimé par l'équation (3.19)

$$K_m = \frac{K_m}{1 + \alpha \left(\frac{K_m}{P_a} - 1\right)}$$
(3.19)

Où K_l est le module de compressibilité de la phase liquide et P_g est la pression partielle absolue de la phase gazeuse, laquelle peut être décrite par l'équation

$$P_g = \rho_l g + (H - z - H_v) \tag{3.20}$$

Où H_v est la pression de saturation ou de vapeur, P_g est supposée égale au module de compressibilité de la phase gazeuse dans les conditions isothermes.

L'équation (3.19) peut être simplifiée en admettant que $K_l/P_g \gg 1$ comme suit

$$K_m = \frac{K_l}{1 + \alpha \frac{K_l}{P_a}} \tag{3.21}$$

En insérant l'équation (3.18) et (3.21) dans l'équation (3.17) et réarrangeant, on obtient l'expression de a' comme suit

$$a' = \frac{\sqrt{\frac{\kappa_l}{\rho_l}}}{\sqrt{1 + \alpha \frac{\kappa_l}{\rho_g} + \left(\frac{\kappa_l D}{Ee}\right) c 1}}$$
(3.22)

Laquelle peut être simplifiée

$$a' = \frac{a}{\sqrt{1 + \frac{\alpha \frac{K_l}{Pg}}{1 + \left(\frac{K_l D}{Ee}\right)c_1}}}$$
(3.23)

Où *a* est la célérité des ondes dans un écoulement monophasique, décrite auparavant. Un problème avec *a*' est le fait qu'elle dépend de la pression et change donc d'ampleur pendant la simulation. Ce sera un problème lors de la configuration des équations unidimensionnelles pour la MOC, car la taille des tronçons et du pas de temps changera avec le temps. Dans la figure <u>3.17</u>, un exemple de la façon dont la grille peut changer est montré, où les lignes rouges représentent la grille avec *a*', tandis que les endroits où les lignes grises se croisent représentent la grille avec *a*.



Figure 3.17. Effet de la pression absolue partielle de gaz sur la célérité des ondes et la grille

Dans les cas extrêmes, les nœuds peuvent se déplacer à l'extérieur des extrémités de la canalisation, ce qui n'est pas physiquement possible, et des nœuds devraient être supprimés lors du calcul. Un moyen de résoudre ce problème serait d'interpoler les résultats à chaque pas de temps ou périodiquement (par exemple à chaque cinquième pas de temps). Cela ramènera les nœuds à des positions prédéterminées et devrait supprimer la possibilité que les nœuds sortent de la configuration. Cependant, cela introduira une erreur d'interpolation, ce qui n'est pas intéressant.

Une autre façon de résoudre les problèmes de la grille mobile est de supposer que la célérité des ondes n'est pas affectée par la quantité de gaz libre présente. On suppose que tout le gaz libre, le long d'une portée, forme une seule poche de gaz au nœud et donc la célérité des ondes entre chaque nœud est constante et elle est de même valeur que dans un système monophasé. Cette hypothèse constitue la base des deux méthodes MOC couramment utilisées en écoulement diphasique, le modèle de cavité de vapeur discrète (DVCM) et le modèle de cavité de gaz discret (DGCM), DVCM et DGCM modélisent le volume de la poche de gaz $V_{\rm g}$ ($V_{\rm cav}$ pour DVCM) via l'équation (3.24). (wylie et Streeter 1993)

5.4.1. MOC avec DVCM

Si la pression du liquide calculée est inférieure à la pression de vapeur, des cavités peuvent se former aux points de la grille de la MOC et le liquide entre deux sections de calcul est supposé pur avec une célérité d'onde constante. La pression absolue dans une cavité est fixée égale à la pression de vapeur $H_P = H_v$ et le volume de la cavité au nœud est régi par l'équation de continuité (<u>3.24</u>):

$$V = \int_{t_{in}}^{t} (Q - Q_U) \partial t \tag{3.24}$$

Dans la MOC avec grille libre l'intégration numérique de l'équation (3.24) est comme suit

$$V_{cav,P} = V_{cav,P0} + 2\,\Delta t\,\left(\psi(Q_P - Q_{U,P}) + (1 - \psi)(Q_{P0} - Q_{U,P0})\right)$$
(3.25)

Où Qu est le débit au côté amont du nœud (entrant) et Q_P le débit au côté avale du nœud (sortant), V_{cav} est le volume de cavités, l'indice " $_P$ " indique les points au temps t, " $_{P0}$ " indique les points au temps t-2 Δt et ψ est un coefficient de pondération, il est généralement recommandé de choisir des valeurs de ψ proche de 0.5 pour avoir des résultats plus précis (Jensen et al. 2018).



Figure 3.18. Grille MOC en écoulement diphasique

On peut voir dans la figure <u>3.18</u> qu'il y a une modification pour la caractéristique négative C^{-} puisque elle part depuis $Q_{u, B}$ au lieu de Q_{B} . Pour cela Q_{B} est remplacé avec $Q_{u, B}$ et $Q_{u, P}$ est calculé par l'équation (<u>3.26</u>)

$$Q_{U,P} = \frac{C_p - H_P}{B}$$
(3.26)

Conditions aux limites. En amont, la charge au niveau du réservoir reste constante $H_P = H_0$, avec $V_{cav} = 0$, et toujours au-dessus de la pression de vapeur.

En avale au niveau de la vanne, le débit et la charge sont évalués respectivement par:

$$Q_{U,P} = -BC_{\nu} \sqrt{BC_{\nu}^{2} - 2C_{\nu}C_{p}}$$
(3.27)

$$H_P = C_p - BQ_{U,P} \tag{3.28}$$

5.4.2. MOC avec DGCM

Comme dans le DVCM, entre chaque section de calcul où le volume de gaz est concentré, un liquide pur avec une célérité d'onde constante est présumé. Chaque petit volume de gaz isolé se dilate et se contracte de manière isotherme à mesure que la pression varie, selon la loi du gaz parfait (Jensen et al. <u>2018</u>)

$$m_g R_g T = P_g \alpha V = P_{g,0} \alpha_0 V \tag{3.29}$$

Dans lequel *V* est le volume de gaz, $\alpha = V_g / V_m$, est la de fraction vide avec V_g est le volume de la cavité de gaz et V_m est le volume du mélange, R_g est la constante de gaz, *T* est la température, P_g est la pression partielle absolue du gaz libre, m_g est la masse supposée constante. Le DGCM est capable de simuler la cavitation vaporeuse en utilisant une faible fraction initiale de vide gazeux $\alpha_0 \leq 10^{-7}$ (Soares et al. 2015). L'équation (3.29) peut être écrite en termes de charge comme suit

$$(H_P - H_v)V_{g,P} = (H_v - H_0)V_{g,P0}$$
(3.30)

Le volume de cavité de gaz est donner par

$$V_{g,P} = V_{g,P0} + 2\,\Delta t\,\left(\psi\left(\frac{H_P - C_m}{B} - \frac{C_p - H_P}{B}\right) + (1 - \psi)(Q_{P0} - Q_{U,P0})\right)$$
(3.31)

L'équation (<u>3.31</u>) peut être écrite comme

$$V_{g,P} = \frac{C_3}{(H_p - H_\nu)}$$
(3.32)

Où

$$C_3 = \frac{P_{g,0}\alpha_0 V}{\rho_L g} \tag{3.33}$$

Les équations (3.26), (3.31) et (3.32)) peuvent êtres réarrangées en équation (3.34)

$$(H_P - H_v)^2 + 2B_1(H_P - H_v) - C_4 = 0$$
(3.34)

L'équation (3.34) peut être résolue autant qu'une équation quadratique, toutefois le débit est calculé par l'équation (3.26)

$$H_{P} = \begin{cases} -B_{1}(1 + \sqrt{1 + B_{B}}) + H_{v}, & \text{if } B_{1} < 0 \text{ and } B_{B} > 0.001 \\ -B_{1}(1 - \sqrt{1 + B_{B}}) + H_{v}, & \text{if } B_{1} > 0 \text{ and } B_{B} > 0.001 \\ -2B_{1} - \frac{C_{4}}{2B_{1}} + H_{v}, & \text{if } B_{1} < 0 \text{ and } B_{B} < 0.001 \\ \frac{C_{4}}{2B_{1}} + H_{v}, & \text{if } B_{1} > 0 \text{ and } B_{B} < 0.001 \\ \sqrt{C_{4}} + H_{v}, & \text{if } B_{1} > 0 \text{ and } B_{B} < 0.001 \\ \text{if } B_{1} = 0 \end{cases}$$
(35)

Où

 $B_2 = 0.25$, C_4 , B_1 , B_v , and B_B sont defines comme suit:

$$C_4 = \frac{B_2 B C_3}{\psi \,\Delta t} \tag{36}$$

$$B_1 = -B_2(C_p + C_m) + B_2 B B_v + \frac{H_v}{2}$$
(37)

$$B_{\nu} = \frac{\frac{V_{g,P0}}{2\Delta t} + (1 - \psi)(Q_{P0} - Q_{U,P0})}{\psi}$$
(38)

$$B_B = \frac{C_4}{{B_1}^2}$$
(39)

Tandis que le débit $Q_{U,P}$ est calculés par l'équation (3.26)

On constate que l'équation (3.35) contient cinq expressions au lieu de deux attendues. En effet, les deux premières expressions peuvent donner des résultats inexacts dans des conditions extrêmes de haute pression et de très faibles volumes de gaz libre, ou à très basse pression et de grands volumes de gaz libre, où $|B_B| = \left|\frac{C_4}{B_1^2}\right| \ll 1$. Un moyen de contourner cela est de mettre les expressions sous forme linéaire, ce qui produit la troisième et la quatrième expression. Quant à la cinquième expression, elle correspond à $B_1 = 0$

Conditions aux limites. En amont on utilise la même méthode de calcul que pour le débit monophasé le réservoir reste constant $H_P = H_0$. À la vanne en aval, le débit Q_u est calculé de manière similaire avec l'équation (<u>3.26</u>). Cependant, le paramètre B_2 est défini sur 0.5 pour calculer H_P .

5.5. Caractéristiques et limites des modèles à cavité discrète

Lorsque la pression absolue atteint la pression de vapeur, des cavités ou des bulles se développent dans le liquide. Dans les modèles à cavité discrète (comme DVCM et DGCM), les cavités sont concentrées aux points de la grille entre lesquelles on suppose que le liquide est pur et pour lequel les équations de base du coup de bélier restent valables. Cela signifie que la célérité de l'onde *a* est maintenue constante (et les termes convectifs négligés) entre les points de la grille dans les régions de cavitation réparties. Cependant, dans l'écoulement de

bulles, la célérité réelle de l'onde de pression est très faible et dépend de la pression. Ces questions sont implicites dans le modèle (Liou, <u>1999</u>, <u>2000</u>). Des descriptions complètes et claires des modèles de cavités discrètes sont données par Wylie (<u>1984</u>) et Zielke et Perko (<u>1985</u>).

Dans les modèles à cavité discrète, les cavités ne bougent pas. Ceci est cohérent avec l'approximation acoustique: comme l'échelle de temps globale est acoustique (coup de bélier), les déplacements des bulles de vapeur sont faibles. Cependant, Vreugdenhil (<u>1964</u>) a pris en compte, au sein du DVCM, le mouvement des frontières liquide-vapeur. La longueur maximale, $l = \forall/A$, d'une cavité doit être petite par rapport au maillage spatial. Simpson et Bergant (<u>1994a</u>) ont recommandé

$$\frac{l}{\Delta x} < 1 \tag{3.40}$$

Pour les régions de cavitation répartie, la condition (3.40) est principalement remplie. Si ce n'est pas le cas, le modèle à cavité discrète n'est pas valide et il convient d'envisager l'application de modèles des écoulements diphasiques à piston, du type Slug ou à surface libre. Pour les séparations de colonnes, la condition (3.40) peut parfois être violée, ce qui est acceptable du point de vue des auteurs, car la séparation des colonnes est un phénomène local, et seuls quelques points de grille sont concernés. Cependant, des précautions doivent être prises lorsque $l / \Delta x$ devient supérieur à 1. Dans ce cas, les limites liquide-vapeur se déplacent d'un point de grille à un autre et doivent être modélisées explicitement. D'un point de vue microscopique physique, le DVCM macroscopique n'est pas correct; une approche d'écoulement diphasique (Wallis 1969) serait préférable. Cependant, lors de la cavitation vaporeuse, l'équation (3.13) est physiquement une condition solide, s'il n'y a pas de gaz libre ou de dégagement de gaz dissous. De plus, l'équation de continuité est partout satisfaite, c'est-à-dire le bilan massique. Notez que la masse de vapeur a été négligée, tout comme l'influence des déplacements radiaux des canalisations sur le volume de la cavité. Le DVCM est un modèle relativement simple, capable de couvrir les phénomènes essentiels de la cavitation transitoire. Il correspond à l'approche MOC standard, de sorte qu'il peut être utilisé dans les codes informatiques généraux des coups de bélier. Sa principale déficience réside dans les oscillations numériques et les pointes irréalistes apparaissant dans les historiques de pression calculés, lorsque des régions de cavitation répartie se produisent (De Vries <u>1972</u>, Bergant et Simpson <u>1999a</u>). Une façon de supprimer partiellement les oscillations et les pointes consiste à supposer de petites quantités de gaz libre initial dans les points du réseau (De Vries <u>1973</u>; Provoost <u>1976</u>; Wylie <u>1984</u>; Zielke et Perko <u>1985</u>; Simpson <u>1986</u>; Barbero et Ciaponi 1991; Bergant 1992; Simpson et Bergant 1994a). La condition (3.13) est alors remplacée par l'équation (3.16), de sorte que DVCM devienne DGCM. Les fractions de vide gazeux recommandées à utiliser sont de l'ordre de 10-7 dans les conditions atmosphériques standard. L'intégration numérique de l'équation (3.16) peut également affecter la quantité d'oscillations et de pointes (Provoost et Wylie <u>1981</u>; Simpson et Wylie <u>1985</u>; Simpson et Bergant <u>1994a</u>; Liou <u>1999</u>, <u>2000</u>). L'application d'un filtre numérique peut être envisagée (Vliegenthart <u>1970</u>; Kranenburg <u>1974a</u>). Les modèles à cavité discrète sont capables de prédire avec précision les pressions maximales dans un système, mais ils sont généralement médiocres dans la prédiction du moment de la formation et de l'effondrement répétés de la cavité. L'inclusion de frottements instationnaires pourrait être utile à cet égard.

5.6. Modèles d'écoulement à surface libre

La modélisation des écoulements à surface libre a fourni la première véritable tentative de description plus réaliste d'écoulement à cavitation. Les bulles étaient supposées se former, s'élever rapidement et s'agglomérer en une seule cavité mince et longue, lorsque la pression atteignait la pression de vapeur.

Li (<u>1962</u>, <u>1963</u>) et Li et Walsh (<u>1964</u>) ont présenté une étude de la mécanique de l'écoulement dans les canalisations après une séparation des colonnes au niveau d'une vanne de fermeture en amont. L'étalement de l'interface vapeur – liquide a été décrit par la théorie des écoulements à surface libre avec deux équations différentielles partielles quasi linéaires. L'étude a révélé que l'étalement de la surface peut être négligé dans le calcul de la pression résultant de l'effondrement de la cavité. La théorie de la colonne rigide a été utilisée pour le liquide, ce qui a supposé que le temps d'existence de la cavité est long par rapport à 2L / a.



Figure 3.19. Les pressions transitoires simulées à la vanne à opercule et les profils de la surface libre de la cavité de vapeur

Baltzer (<u>1967a</u>, <u>1967b</u>) a utilisé un modèle d'écoulements à surface libre pour calculer la forme, le mouvement et l'effondrement d'une cavité de vapeur formée du côté amont d'une vanne. Une description détaillée du déroulement des événements est présentée sur la figure <u>3.19</u>.

5.7. Modèles des écoulements diphasiques

Kalkwijk et Kranenburg (<u>1971</u>, <u>1973</u>) ont présenté deux approches théoriques de «l'écoulement de bulles» pour décrire la cavitation vaporeuse répartie dans une conduite horizontal. La première approche était entièrement basée sur le comportement dynamique des bulles de gaz. La méthode a échoué au point où les rayons des bulles ont dépassé une valeur critique. À cette taille, les bulles sont devenues instables et les lignes caractéristiques du MOC sont devenues imaginaires. L'incorporation de masse liquide ajoutée pourrait résoudre ce problème (Geurst <u>1985</u>; Thorley et Wiggert <u>1985</u>; Gale et Tiselj <u>2003</u>).

La deuxième approche faisait la distinction entre les régions avec et sans cavitation. Différents systèmes d'équations retenus pour les régions du coup de bélier et de la cavitation vaporeuse (Kranenburg <u>1972</u>). La célérité de l'onde de pression dans la région de cavitation, par rapport aux particules du fluide, est réduite à zéro, car la pression dans une telle région est constante à la pression de vapeur. Des expressions analytiques ont été développées pour la célérité et la fraction du vide dans les zones vaporeuses horizontales. Lorsqu'une région de cavitation cesse de croître, un choc se forme lors de la transition du coup de bélier à la région vaporeuse, et pénètre dans la région de cavitation.

Kranenburg (1972, 1974b) a mis au point un modèle mathématique unidimensionnel simplifié, appelé modèle de «l'écoulement de bulles simplifié». La pente de la conduite et l'influence du dégagement de gaz ont été prises en compte. Kranenburg (1974a) a constaté qu'il y avait une difficulté considérable à utiliser la MOC en raison de la dépendance à la pression de la célérité des ondes en raison du gaz libre. Il a affirmé que les discontinuités ou chocs entre le coup de bélier et la région vaporeuse ne devraient être ajustés dans la solution continue que pour les cas simples. Pour simplifier son approche de modélisation, le régime d'écoulement des bulles a été supposé pour l'ensemble de la canalisation, même pour les régions des coups de bélier. Un terme de tension superficielle modifiée a été utilisé pour réaliser cette simplification. Ce modèle n'a pas montré de transitions explicites entre les régions du coup de bélier et de la cavitation vaporeuse. Kranenburg (1972) a utilisé un schéma numérique en deux étapes de Lax-Wendroff malgré apparition d'ondes de choc. Une viscosité artificielle a été utilisée pour supprimer l'instabilité numérique qui répartissait le front de choc en développement sur un certain nombre de points de la grille. La séparation des colonnes a été explicitement prise en compte aux points de maillage où elle devait se produire. Wylie et Streeter (1978b, 1993) ont développé un modèle analytique similaire spécifique au cas impliquant la cavitation vaporeuse.

5.7.1. Équations des écoulements diphasiques à cavitation vaporeuse répartie

Les équations de deux phases décrivant une région de cavitation vaporeuse sont les équations suivantes de continuité et de mouvement (Streeter <u>1983</u>; Bergant et Simpson <u>1992</u>; Wylie et Streeter <u>1993</u>):

$$\frac{\partial V_m}{\partial t} + V_m \frac{\partial V_m}{\partial x} + g \sin \theta + \frac{f V_m |V_m|}{2D} = 0$$
(3.41)

$$\frac{\partial \alpha_{\nu}}{\partial t} + V_m \frac{\partial \alpha_{\nu}}{\partial x} - \frac{\partial V_m}{\partial x} = 0$$
(3.42)

Où α_v est la fraction vide de vapeur et V_m la vitesse du mélange. La pression est supposée constante à la pression de vapeur, de sorte que seules les forces de gravitation et de friction agissent. Les deux équations sont valables pour les petites fractions de vide ($\alpha_v \ll 1$) et jusqu'à une température d'environ 330°K (Hatwin et al. <u>1970</u>), pour que les effets thermodynamiques ne seront pas importants. Le facteur de friction conventionnel de Darcy-Weisbach *f* pour un écoulement entièrement liquide est supposé dans l'équation (<u>3.41</u>), car l'effet de bulles sur la perte par frottement peut être ignoré pour les petites fractions de vide (Griffith <u>1987</u>).

La solution de l'équation (<u>3.41</u>) pour V_m dépend de la pente de la canalisation vers le haut, le bas ou l'horizontale et elle dépend de la vitesse du mélange liquide-vapeur au moment du début de la cavitation. En supposant que V_m est une vitesse uniforme indépendante de x dans chaque zone de cavitation particulière, les différents résultats d'intégration pour V_m peuvent être trouvés dans Streeter (<u>1983</u>), Bergant (<u>1992</u>) et Bergant et Simpson (<u>1999a</u>).

Equations de choc pour la condensation de la cavitation vaporeuse répartie. Les régions de cavitation vaporeuse se dilatent en raison d'ondes de basse pression qui se propagent. Puis, elles s'arrêtent et la condensation commence. Le mouvement de l'interface (front d'onde de choc) séparant le fluide monophasique (liquide) et diphasique (mélange liquide-vapeur) est décrit par des équations de choc. On suppose des conditions isothermes à l'interface de largeur infinitésimale (Campbell et Pitcher <u>1958</u>). Les équations de choc sont (Bergant <u>1992</u>, Bergant et Simpson <u>1992</u>):

$$a_{s}\left[\frac{g}{a^{2}}(H_{s}-H_{sv})+a_{v}\right]-(V-V_{m})=0$$
(3.43)

$$g(H_S - H_{sv}) + (V - V_m)(V - V_m - a_s) = 0$$
(3.44)

Où a_s la célérité de l'onde de choc, H_s la charge du côté liquide du front d'onde et H_{sv} la charge du côté cavitation du front d'onde. Les relations (3.43) et (3.44) unissent les équations du coup de bélier (3.7) et (3.8) et les équations d'écoulement diphasiques (3.41) et (3.42).

La dynamique des bulles. La dynamique d'une bulle unique en suspension dans un liquide influée par une pression acoustique sinusoïdale est illustrée dans la figure <u>3.20</u>.

Initialement la bulle est en équilibre avec un rayon R_0 à la pression ambiante. Au fur et à mesure que la pression diminue la bulle grossie lentement d'abord puis s'accélère jusqu'à ce que la pression soit proche de la pression initiale. Puis, l'augmentation du volume de la bulle commence à se ralentir jusqu'à ce qu'elle atteigne le rayon maximal. Après cela, la bulle s'effondre et aura un rayon minimal où elle rebondira et croîtra encore. Pendant l'effondrement, des vitesses de surface de bulles extrêmes sont obtenues. La raison de ce rebond est que le gaz et la vapeur sont fortement comprimés. Ce comportement d'effondrement et de rebond se poursuivra avec des amplitudes décroissantes jusqu'au repos (Suslick et al. 2008). Si la bulle est stable, et n'implose pas et ne se divise pas en petites bulles, l'équation de Rayleigh-Plesset peut être utilisée pour décrire la dynamique de la bulle.



Figure 3.20. Résonance du rayon de la bulle à une onde sinusoïdale pression acoustique (Suslick et al. <u>2008</u>)

Rayleigh-Plesset Equation. L'équation de Rayleigh-Plesset, équation <u>3.45</u>, décrit la dynamique d'une seule bulle sphérique, c'est-à-dire la croissance et l'effondrement, dans un domaine liquide infini. Elle est dérivée de l'équation de Navier-Stokes. On suppose que la température du liquide, la densité du liquide et la viscosité dynamique du liquide sont constantes. Pour la bulle, on suppose que la température est constante et que la pression de bulle interne, P_B , est uniforme (Brennen <u>1995</u>).

$$\rho\left(R\frac{d^2R}{dt^2} + \frac{3}{2}\left(\frac{dR}{dt}\right)^2\right) = P_B - P_\infty - \frac{2S}{R} - \frac{4\mu}{R}\frac{dR}{dt}$$
(3.45)

Le premier terme $\left(R\frac{d^2R}{dt^2}\right)$ décrit la pression générée par l'accélération de la paroi de la bulle, $\left(\frac{3}{2}\left(\frac{dR}{dt}\right)^2\right)$ provient des termes convectifs de l'équation de Navier-Stokes, (P_B) est la pression de la bulle interne, (P) est la pression dans le fluide loin de la bulle, $\left(\frac{2S}{R}\right)$ décrit la tension superficielle de la bulle, et $\left(\frac{4\mu}{R}\frac{dR}{dt}\right)$ est l'effet visqueux provoqué par la croissance de la bulle. Le terme $\left(\frac{4\mu}{R}\frac{dR}{dt}\right)$ étant la seule force visqueuse présente, on suppose que la bulle suit parfaitement l'écoulement. Si l'on suppose que P_1 connu, une description de P_B est nécessaire pour résoudre l'équation (3.45) pour le rayon de bulle. Pour décrire la pression de la bulle, le contenu de la bulle devra être supposé. On suppose qu'un gaz contaminant est présent dans la bulle avec une pression partielle, P_{G_0} à un rayon de référence à l'état stationnaire, R_0 , et à la température, T_1 . Ensuite, la pression partielle du gaz à un rayon donné peut être déterminée par l'équation. (3.46), si la température de la bulle est constante et le comportement du gaz est poly-tropique (Brennen 1995).

$$P_G = P_{G0} \left(\frac{R_0}{R}\right)^3 \tag{3.46}$$

Alors la pression de la bulle peut être déterminée par l'équation (3.47)

$$P_B = P_v + P_G \tag{3.47}$$

Où P_v est la pression de vapeur. Pour résoudre l'équation (<u>3.45</u>) numériquement elle est divisée en deux ODE du premier ordre avec $\frac{d^2R}{dt^2} = \frac{dy}{dt}$

$$\frac{dR}{dt} = y \tag{3.48}$$

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{3}{2R}y^2 + \frac{P_B - P_\infty}{\rho R} - \frac{2S}{\rho R^2} - \frac{4\mu}{\rho R^2}y$$
(3.49)

Les conditions initiales pour les équations aux dérivées ordinaires sont $R(t = 0) = R_0$ et $y(t = 0) = R_0$

La dernière étape consiste à choisir un solveur numérique. Alehossein et al. (2012) ont étudié de nombreux solveurs à pas de temps constant et variable pour résoudre l'équation de Rayleigh-Plesset pour les jets d'eau à cavitation. Ils ont conclu qu'un pas de temps variable est préférable, car à l'effondrement et au rebond de la bulle, la pente est proche de 1. Par conséquent, de très petits pas de temps sont nécessaires pour résoudre le rebond. Ils ont également conclu que le Runge-Kutta-Feldberg (RKF) offrait la solution la plus précise. Il a

également été découvert dans la littérature qu'un solveur basé sur Runge-Kutta a été appliqué avec succès à l'équation de Rayleigh-Plesset (Leeet al <u>1996</u> ; Sauer et al <u>2000</u>)

Réponse de Rayleigh-Plesset. Dans l'équation de Rayleigh-Plesset, c'est la pression motrice P_{∞} qui provoque le changement de rayon de la bulle. Par conséquent, la réponse des bulles à différentes pressions d'entraînement est étudiée. D'abord avec une petite pression motrice également utilisée par Alehossein et al. (2012) avec différentes solveurs pour tester l'implémentation. Puis avec une pression d'entraînement du cas 2 avec différentes tailles de bulles initiales.

Petite pression de contrôle. Alehossein et al. (2012) ont étudié l'équation de Rayleigh-Plesset pour la cavitation des jets d'eau. Pour tester les méthodes numériques, ils ont utilisé une version simplifiée de la pression motrice, voir Fig. 8.2. Cette pression d'entraînement simplifiée est également utilisée ici pour tester si l'équation de Rayleigh-Plesset est correctement implémentée et pour tester deux méthodes numériques: Euler et le solveur Runge-Kutta MATLAB "ode45" intégré (Jensen et al. 2018).

Dans la méthode d'Euler, un pas de temps constant de 2.10⁻¹⁰ s a été utilisé car plus de réduction du pas de temps n'avaient aucun effet sur la dynamique des bulles. Le solveur Runge-Kutta a utilisé un pas de temps variable qui dépend de la vitesse limite de la bulle. Les propriétés des fluides et la taille initiale des bulles utilisées pour la simulation sont répertoriées dans le tableau <u>3.1</u>.

Les résultats de la simulation sont présentés dans la figure <u>3.21</u>. Les solveurs Euler et Runge-Kutta donnent des résultats similaires prédisant la phase de croissance initiale et le premier effondrement et rebond. Mais après le premier rebond, un décalage entre les deux solveurs se produit. Ce petit décalage commence à se produire lorsque le taux de variation du rayon de la bulle commence à diminuer, c'est là que la taille du pas doit augmenter pour le solveur Runge-Kutta. Par conséquent, le décalage est susceptible d'être causée par cet effet. Le Runge-Kutta utilise nettement moins de pas de temps avec 177 pas de temps par rapport aux pas de 185001 utilisés par le solveur Euler. Par conséquent, le solveur MATLAB "ode45" intégré sera utilisé (<u>2017</u>). Les résultats obtenus ici donnent une croissance de bulles plus faible que celle obtenue par Alehossein et al. (<u>2012</u>), qui pourrait être causée par une méthode de calcul différente de Pg0, qui n'était pas donnée dans l'article.



Tableau 3.1. Propriétés du fluide et taille initiale de bulle

Figure 3.21. Rayons de bulle et pression de contrôle

5.7.2. Réaction des bulles aux ondes de pression du coup de bélier

Par rapport aux changements de pression précédentes, les variations de pression réelles lors d'un coup de bélier sont généralement à la fois plus fortes et plus importantes. Il sera donc plus difficile de résoudre l'effondrement et le rebond de la bulle. La réponse avec trois tailles de bulles initiales différentes est également testée. Sur la figure (<u>3.22</u>), la pression d'entraînement est illustrée pendant le cas 2.



Figure 3.22. Pression motrice durant le coup de bélier

Où le point (A) est la fin de la première zone haute pression, du point (A) à (B) est le changement de la zone haute pression à la zone basse pression, du point (B) à (C) il y a une petite baisse de pression jusqu'à atteindre la pression de vapeur en (C), de (C) à (D) la pression est celle de vapeur, du point (D) à (E) il y a une légère augmentation de pression, et du point (E) à (F) elle passe de la zone basse pression à la deuxième zone haute pression. Les données de pression ont été extraites avec le programme « ScanIt » et une interpolation linéaire entre les points est utilisée lors de la résolution de l'équation de Rayleigh-Plesset. Sur la figure (3.23), la réponse de trois bulles, en utilisant des rayons initiaux différents, peut être observée pour la pression motrice sur la figure (3.22)

Du temps zéro jusqu'au point (A), les trois bulles ont le même comportement, c'est-à-dire qu'elles restent initialement à R₀ suivies d'une compression du rayon provoquée par une augmentation de la pression. Aussi du point (A) à (B), c'est-à-dire la période où la pression passe de la zone haute pression à la zone basse pression, le comportement est similaire avec une augmentation de rayon ressemblant à une augmentation exponentielle. Ensuite, du point (B) à (C), le comportement des trois bulles commence à diverger, mais présente toujours la même tendance. La bulle avec le rayon initial de 10⁻⁵ m commence à osciller directement après le point (B), mais les oscillations sont amorties rapidement et ensuite la bulle commence à croître de façon exponentielle jusqu'au point (C). Les bulles avec des rayons initiaux de 5.10⁻⁵ m et 10⁻⁴ m commencent à osciller directement après le point (B)


Figure 3.23. Réaction des bulles avec différents rayons initiaux. Les traits pointillés indiquent les positions (A) au (E)

Après les oscillations, les deux bulles commencent à croître, mais maintenant les caractéristiques de la croissance ne sont pas exponentielles. Du point (C) à (D), la plus petite bulle semble atteindre rapidement un état d'équilibre puisqu'il n'y a pas de changement de rayon. Les deux plus grosses bulles n'atteignent pas un équilibre. Au lieu de cela, ils grandissent tous les deux initialement et pour la bulle avec un rayon initial de 5.10⁻⁵m commence à diminuer à nouveau avant le point (D). Étant donné que la pression est constante à la pression de vapeur, une explication de cela pourrait être due au dépassement du rayon qui la mettrait en équilibre. Du point (D) au point (E), la plus petite bulle subit une diminution de rayon due à une augmentation de la pression. Les deux plus grosses bulles s'effondrent et rebondissent. L'effondrement subi par la bulle avec un rayon initial de 10⁻⁴m

est si violent que le solveur "ode45" s'arrête. Après le point (F), la plus petite bulle s'effondre et atteint un nouvel état d'équilibre tandis que la bulle avec un rayon initial de 5.10^{-5} m s'effondre si violemment que le solveur échoue. Trois conclusions peuvent être tirées. Il semble que plus la bulle est grande, plus elle répondra lentement à la pression ou que les oscillations de la bulle devient plus grand et plus lent. L'inverse est vrai pour les petites bulles qui devraient réagir rapidement à la pression en ne provoquant que de petites oscillations. La seconde est que lors des coups de bélier, il semble qu'il soit possible que les bulles atteignent un état d'équilibre même si la pression est égale à la pression de vapeur. Ceci est une conséquence de l'hypothèse selon laquelle le transfert de masse à travers l'interface de la bulle peut être négligé. Il semble également que plus la bulle est grande plus l'effondrement est violent. Ces effondrements violents ont provoqué l'échec du solveur "ode45" car les tolérances d'intégration ne pouvaient pas être respectées sans baisser le pas de temps en dessous de la valeur minimale autorisée de 1.11 10⁻⁶. Le rayon qui fait que la bulle est en équilibre à la pression de vapeur peut être déterminé en combinant l'équation (3.45) à l'équation (3.47), et mettre $dR / dt = d^2R = dt^2 = 0$ et $P_1 = P_p$ et résoudre pour R.

$$R = \left(\frac{2S}{P_{G0}R_0^3}\right)^{-\frac{1}{2}}$$
(3.50)

Pour tester si les bulles atteignent effectivement un point d'équilibre, la pression sera maintenue à la pression de vapeur à partir du point (B) et au-delà. Les résultats sont représentés sur la figure <u>3.24</u>.



Figure 3.24. Réaction des bulles avec différents rayons initiaux et rayons d'équilibre à la pression de vapeur

De cela, il est clair que les bulles répondent réellement au changement de la pression de vapeur, mais qu'elles oscillent autour du rayon qui les rend en équilibre. On peut également voir que plus le rayon initial de la bulle est grand plus l'oscillation sera présente. C'est un problème car la bulle ne se développerait pas même si le fluide est à la pression de vapeur. Comme expliqué précédemment, cela est dû à l'hypothèse qu'il n'y a pas de transfert de masse à travers l'interface de la bulle. Cette hypothèse n'est valable que si la bulle n'est que peu de temps dans la région de la pression de vapeur. Ce qui n'est pas forcément le cas lors d'un coup de bélier. Par conséquent, pour une application aux événements de coups de bélier, le transfert de masse à travers l'interface doit être modélisé. Pour la mise en œuvre de l'équation de Rayleigh-Plesset, un autre solveur que le "ode45" doit être utilisé lors d'un coup de bélier car l'effondrement de la bulle est trop violent. D'autres solveurs tels que les solveurs rigides "ode23s" et "ode15s" ont également été utilisés, mais ils ont donné des résultats similaires et n'ont pas non plus résolu l'équation de Rayleigh-Plesset. Le solveur

utilisé doit être un solveur capable de gérer la discontinuité pendant l'effondrement et le rebond (Jensen <u>2018</u>).

5.8. Modèles d'interface

Ce type de modèle combine des cavités discrètes avec des écoulements diphasiques. Les régions d'écoulement avec des caractéristiques différentes (c'est-à-dire les coups de bélier, la cavitation vaporeuse distribuée, les cavités d'extrémité et les cavités intermédiaires) sont modélisées séparément, tandis que les interfaces des régions sont suivies. Kranenburg, (<u>1974b</u>) a modélisé la séparation des colonnes à une valve en combinaison avec la description des régions de cavitation vaporeuse en utilisant son modèle " écoulement de bulles ". Le modèle a été appliqué aux expériences de conduite inclinée de Baltzer (<u>1967a</u>, <u>b</u>).

Streeter (1983) était le premier qui a développé une analyse combinée pour modéliser les séparations de colonnes aux points hauts et un certain nombre de régions de cavitation vaporeuse réparties, tout en conservant l'approche de l'ajustement des chocs pour calculer explicitement les emplacements des transitions entre les coups de bélier et les régions de cavitation vaporeuse. La libération de gaz n'a pas été prise en compte, éliminant ainsi le problème lié à la célérité variable des ondes due à la présence de gaz libre. Le modèle était applicable aux conduites avec n'importe quelle pente. De nombreuses zones de cavitation distinctes pourraient être modélisées, ainsi que leur effondrement et leur formation. Les équations développées pour les régions vaporeuses concernaient diverses combinaisons de pente et de vitesse initiale au début de la cavité. Une section de calcul devient vaporeuse une fois qu'une pression inférieure à la pression de vapeur est calculée à partir de la MOC du coup de bélier. Une interpolation chronologique est utilisée pour estimer la première occurrence de vapeur dans une section de calcul. Le développement de Streeter (1983) a également considéré la formation de cavités de vapeur discrètes. Il a été affirmé qu'une cavité discrète ne peut se former que si l'angle d'inclinaison avec l'horizontale entre deux sections de canalisations adjacentes diminue dans la direction aval, comme à un point haut. Si la pression de vapeur se produit à une section, une séparation de colonne est supposée se former. Pour toutes les autres conditions de pente des canalisations, une région de cavitation distribuée a été supposée. Cette approche ne tient pas compte de la possibilité de cavités intermédiaires en raison de l'interaction de deux ondes à basse pression.

Bergant (1992) et Bergant et Simpson (1992) ont étendu un DVCM standard avec des zones de cavitation vaporeuse, des ondes de choc et divers types de cavités discrètes. Le modèle, appelé modèle de cavitation à vaporisation d'interface généralisée (GIVCM), gère un certain nombre de configurations de conduites (en pente et horizontales) et diverses interactions entre les régions à coups de bélier, les régions à cavitation à vapeur et les séparations de colonnes intermédiaires et limites. Par exemple, la figure <u>3.18</u> montre une séquence typique d'événements transitoires dans une canalisation horizontale comprenant la croissance et l'effondrement d'une cavité discrète, la propagation d'une zone de cavitation vaporeuse et

deux fronts d'ondes de choc. Essentiellement, l'algorithme GIVCM conserve la même structure de base que le DVCM et il est donc plus simple que les modèles d'interface précédents (Simpson <u>1986</u>). Une boucle pour le traitement de choc aux sections de calcul appropriées a été ajoutée à la boucle DVCM de base et un module pour le calcul combiné à cavité discrète et à cavitation répartie a été incorporé. Des indicateurs pour contrôler le comportement physique correct de diverses interactions de phase et pour identifier de nouvelles interactions possibles ont renforcé l'algorithme.

5.9. Modélisation du rejet de gaz

Dijkman (1968) et Dijkman et Vreugdenhil (1969) ont étendu le modèle d'écoulement écoulements à surface libre de Siemons (1967) en considérant le rejet de gaz dans une seule cavité à un point haut. L'augmentation de pression, après compression de la cavité contenant le gaz libéré, a été jugée moins grave que dans le cas de la vapeur uniquement. Les équations de débit de gaz ont été résolues en combinaison avec les équations d'écoulement à surface libre. La MOC a été appliqué pour résoudre le système hyperbolique du quatrième ordre résultant. Les auteurs ont conclu qu'il n'était pas certain de savoir comment les pressions d'effondrement pouvaient être calculées et ont suggéré une approche pour tenter de prévenir l'apparition de cavitation.

Kranenburg (<u>1974a</u>) a présenté un travail approfondi sur l'effet du gaz libre et du rejet de gaz sur la cavitation dans les conduites. Il a conclu que la libération de gaz dans la région vaporeuse provoque l'amortissement des pics de pression causés par les effondrements de séparations de colonnes.



Figure 3.25. Formation des cavitations et chocs dans une conduite horizontale

Pour soutenir cette affirmation, un bilan énergétique hydrodynamique a été calculé pour une séparation de colonnes dans un système réservoir-conduite horizontale-vanne. Les contributions au bilan énergétique comprenaient l'énergie élastique de la paroi du liquide et de la canalisation, l'énergie élastique du gaz libre, le travail effectué au réservoir, la dissipation causée par les ondes de choc et la dissipation causée par le frottement de la paroi. L'énergie élastique du gaz libre était faible par rapport aux termes de dissipation. Cela explique la faible influence du dégagement de gaz au niveau du vide de séparation de la colonne. Il n'y avait qu'un léger amortissement dû au frottement des parois. La conclusion tirée était que la perte d'énergie marquée peut être attribuée à la dissipation sur les fronts des ondes de choc due aux effets de transfert de chaleur et de viscosité. En résumé, Kranenburg, (1974b) a conclu que l'inclusion de la libération de gaz n'avait aucun effet lorsque seul l'écoulement de cavitation se produisait, tandis que l'influence était considérable lorsque la séparation des colonnes se produisait en combinaison avec l'écoulement de cavitation. La libération de gaz dans la région d'écoulement de cavitation adjacente à une séparation de colonne diminue la durée des séparations suivantes et donc les pressions maximales lors de l'effondrement. Barbero et Ciaponi (1991) ont examiné l'influence de gaz libre initiale et de la libération de gaz dissous dans leurs calculs.

5.10. Méthodes alternatives pour modéliser la séparation des colonnes

5.10.1. Méthode algébrique de Jordan

Jordan (<u>1965</u>, <u>1975</u>) a développé une méthode analytique pour le traitement des zones de cavitation vaporeuse réparties. Il a affirmé que les ondes de pression ne peuvent pas se propager à travers un mélange établi de liquide et de vapeur et que, par conséquent, la méthode graphique Schnyder – Bergeron ne pouvait pas être utilisée dans cette région. La Jordan a développé des équations pour la cavitation vaporeuse distribuée et pour la pénétration des colonnes de liquide dans les régions de cavitation. Il a ainsi calculé la durée de la cavitation. Tarasevich (<u>1975</u>, <u>1997</u>) a développé une méthode analytique similaire.

5.10.2. Méthode des éléments finis

howlett (<u>1971</u>) a modélisé le liquide contenu dans un système de canalisation au moyen de poutres solides sans rigidité en flexion dans une procédure de solution par éléments finis (FEM). Watt et al. (<u>1980</u>), Bach et Spangenberg (<u>1990</u>), Jovic (<u>1995</u>) et Shu (<u>2003a</u>) ont appliqué le FEM aux équations classiques du coup de bélier. Giesecke (<u>1981</u>) a utilisé le FEM et a mentionné le modèle à cavité discrète, mais n'a montré aucun résultat. Axisa et Gibert (<u>1982</u>) et Schwirian (<u>1982</u>, <u>1984</u>) ont utilisé le DVCM dans le contexte du FEM; des espaces ont été autorisés à se former entre les éléments du faisceau axial simulant le liquide comme le montre la figure <u>3.25</u>. Ils ont comparé les résultats numériques obtenus avec et sans cavitation.



Figure 3.26. DVCM dans le contexte de la méthode des éléments finis

5.11. Autres méthodes

Mansour (<u>1996</u>) a utilisé le DVCM en combinaison avec un schéma spécial de différences finies pour les équations du coup de bélier. Fanelli (<u>2000</u>) a présenté des équations d'écoulement instationnaires pour un système de canalisations d'eau de refroidissement à condenseur simple, y compris une célérité d'onde variable et des pertes par frottement dues

à la présence de bulles de gaz, et des équations pour la séparation des colonnes. De plus, un certain nombre de conditions aux limites ont été décrites en détail, représentant des pompes, des vannes, des condenseurs, des siphons, des réservoirs de surcharge et des clapets antiretour.

5.12. Comparaison des modèles

De Vries et al. (<u>1971</u>), Kalkwijk et al. (<u>1972</u>), Vreugdenhil et al. (<u>1972</u>) et Provoost (<u>1976</u>) ont comparé le modèle d'écoulement à surface libre de Siemons (<u>1967</u>) avec le modèle de « écoulement de bulles » de Kalkwijk et Kranenburg (<u>1971</u>, <u>1973</u>). Des résultats expérimentaux ont été présentés pour un circuit d'essai horizontal de 1450 m de long, construit avec de grandes conduites d'alimentation en eau aux Pays-Bas, permettant ainsi la génération de cavitation. Il était considéré comme une alternative aux coûteux dispositifs de contrôle des coups de bélier tels que les réservoirs de surpression, les réservoirs d'air et les volants d'inertie. Les auteurs ont conclu que les résultats obtenus à partir des deux programmes informatiques présentaient un accord adéquat avec les résultats expérimentaux pour le circuit d'essai horizontal. Provoost (<u>1976</u>) a constaté que le modèle d'écoulement à surface libre ne reproduisait pas les mesures sur le terrain pour un réseau de conduites à deux points hauts et que le « modèle de bulle simplifié » de Kranenburg (<u>1972</u>, <u>1974b</u>) n'était pas adapté pour décrire des séparations de colonnes aux points hauts. En conséquence, le DGCM a été utilisé par De Vries (<u>1973</u>) et Provoost (<u>1976</u>).

Simpson (<u>1986</u>), Bergant (<u>1992</u>) et Bergant et Simpson (<u>1999a</u>) ont comparé les résultats numériques des modèles de vapeur discrète (DVCM), de gaz discret (DGCM) et d'interface (généralisée) de cavitation vaporeuse (GIVCM) avec les résultats des mesures. La principale source de divergences entre les résultats calculés et mesurés s'est avérée provenir de la méthode de description physique de la cavitation vaporeuse répartie. Simpson et Bergant (<u>1994a</u>) et Bergant et Simpson (<u>1994b</u>) ont comparé un certain nombre de modèles de cavitation. Ils ont constaté qu'au sein du MOC, la grille libre est préférée à la grille rectangulaire, qui peut provoquer une instabilité.

Miwa et al. (1990) ont validé les résultats numériques du DVCM, du DGCM et d'un modèle à célérité d'onde variable en tenant compte de la libération de gaz par rapport aux données expérimentales. Dudlik (1999) et Dudlik et al. (2003) ont comparé les résultats des codes commerciaux avec de nouvelles données expérimentales. Dudlik et al. (2000) ont comparé le DVCM à un modèle triphasé qui permettait de calculer les changements soudains de la teneur en gaz dans le liquide. Shu (2003b) a comparé le DVCM à un modèle en deux phases et avec des données expérimentales de Sanada et al. (1990).

6. Conclusion

Cette partie de la thèse est consacrée à la modélisation numérique des écoulements transitoires diphasiques. Dans laquelle, nous avons pris en considération d'une part, l'effet de la formation des cavités de vapeur lors des phases de basse pression et de l'autre part,

l'effet de la présence des bulles de gaz libre dans l'eau sur le comportement de l'écoulement transitoire. Tout d'abord, nous avons fait un aperçu sur l'historique du coup de bélier diphasique. Puis, nous avons présenté les différents modèles élaborés pour résoudre ce genre de problème. D'où, nous avons décrit les deux modèles employé dans le cadre ce travail, traitants la cavitation et la séparation de colonne, dites respectivement modèle à cavité discrète de vapeur DVCM et modèle à cavité discrète de gaz DGCM. Ces deux modèles supposent que les poches de vapeur ou de gaz sont concentrées et regroupées aux sections de calcul où elles sont traitées comme des conditions aux limites locales. A la fin du chapitre, nous avons présenté une comparaison entre les différents modèles.

Chapitre 4

Chapitre 4. Modélisation du frottement dans les écoulements transitoire en charge

1. Introduction

Traditionnellement, les termes de frottement stationnaires et quasi-stationnaires sont incorporés dans les algorithmes standards du coup de bélier. Cette hypothèse satisfait les écoulements transitoires de faible célérité où la contrainte tangentielle à la paroi suit un comportement quasi-stationnaire. La validation expérimentale des modèles du frottement stationnaire pour des écoulements transitoire rapides (Holombe et al. 1967; Vardy et al. 1980; Brunone et al. 1990; Golia 1990, Bergant et al. 1994) montrent des écarts signifiants dans l'atténuation et le déphasage des traces de pression quand les résultats de calculs sont comparés avec les mesures. Les écarts sont introduits par une différence dans le profil de vitesse, la turbulence et la transition de l'écoulement laminaire vers l'écoulement turbulent. La magnitude de ces écarts est gouvernée par les conditions d'écoulement (écoulement transitoire lent ou rapide, laminaire ou turbulent) et les propriétés du fluide (viscosité). Ces incertitudes peuvent conduire à des prédictions erronées des événements de séparation de colonne et de cavitation (Van de Sande et al. 1980; Shuy et al. 1983; Bergant et al. 1994; Brunone el al. 1995). A l'heure actuelle, la gestion et le contrôle des systèmes hydrauliques nécessitent des prédictions précises de l'historique des pressions (Brunone 1994). L'influence des interactions fluide-structure et la libération du gaz doivent être exclus dans les expériences de validation de frottement instationnaire.

Dans les anciens modèles, tel que celui développé par Daily et al. (1956), les frottements instationnaires dépendent de la vitesse moyenne instantanée d'écoulement et l'accélération instantanée locale. Jusqu'à ce jour Plusieurs modèles similaires ont été proposés, Brunone et al. (1995) déduisaient une version améliorée dans laquelle l'accélération convective est ajoutée à la version de Golia (1990) du modèle basique de Daily. Le modèle de Brunone est relativement simple et produit une bonne concordance entre les résultats de calcul et les mesures expérimentales avec le coefficient de frottement empirique k prédit par Brunone (par essai et erreur). Zielke (1968) a dérivé un modèle pour la dépendance du frottement sur la fréquence d'écoulement transitoire laminaire. Le terme de frottement est relié à la vitesse moyenne d'écoulement et aux changements de la vitesse antérieure pondérée. L'avantage de cet approche est qu'il n y a pas besoin des coefficients empiriques qui sont calibrés pour certaines conditions d'écoulement. Le modèle de Zielke a été modifié par plusieurs chercheurs pour améliorer l'efficacité des calculs et pour développer les fonctions de pondération pour l'écoulement transitoire turbulent. Vardy et Brown (1995) déduisaient des fonctions de pondération depuis une approximation du noyau uniforme de la couche de cisaillement de l'écoulement turbulent. De plus, les auteurs ont lié leur modèle au modèle de Brunone (1996) et ont découvert une plage de validité pour les approches d'accélération instantanées où elles sont approximativement proportionnelles à la contrainte de cisaillement instationnaire quand les fréquences élevées considérées sont plus basses que

l'inverse du temps d'augmentation qui caractérise la diffusion de tourbillon à travers la couche de cisaillement. Une part des modèles unidimensionnels qui, dans un autre sens, incorporent le profil de la vitesse instantanée de la section transversale (par des coefficients empiriques, fonctions de pondération), un nombre de modèles bidimensionnels a été proposé incluant un premier modèle de couche limite développé par Wood et Funk (1970). Les modèles bidimensionnels calculent le profil réel de vitesse et les pertes d'énergie correspondantes en continu pendant le processus transitoire. Toutefois, ils requièrent des larges capacités de CPU et de mémoire.

2. Modèles quasi-stationnaires de cisaillement à la paroi

Dans l'analyse de l'écoulement transitoire conventionnelle, on suppose que les expressions reliant la contrainte de cisaillement à la paroi avec la vitesse moyenne à travers la section transversale pour les écoulements stationnaire restent valables dans des conditions instationnaires. Autrement dit, les expressions de contrainte de cisaillement aux parois, telles que les formules de Darcy-Weisbach et Hazen-Williams, sont supposées tenir à chaque instant pendant un écoulement transitoire. Par exemple, la forme de l'équation de Darcy-Weisbach utilisée dans les modèles de coup de bélier est (Streeter et al. <u>1985</u>) :

$$\tau_q = \tau_q(t) = \frac{\rho f(t)}{8} V(t) |V(t)|$$
(4.1)

Où $\tau_q(t)$ contrainte de cisaillement quasi-stationnaire à la paroi en fonction de t.

L'utilisation des relations de cisaillement à la paroi en régime permanent dans des problèmes instationnaires est satisfaisante que pour les états transitoires très lents (faible fréquence), du fait qu'elles n'appartiennent pas vraiment aux régimes des coups de bélier. Pour aider à clarifier les problèmes de cette approche pour les régimes transitoires rapides, considérons le cas d'un écoulement transitoire induit par une fermeture instantanée et complète d'une vanne à l'extrémité aval d'une canalisation. Avec le déplacement de l'onde vers l'amont, le débit et la vitesse moyenne à travers la section transversale derrière le front de l'onde seront nuls. De ce fait, l'utilisation de l'équation (4.1) produit une contrainte de cisaillement à la paroi nul et ceci est une erreur, la figure (4.1) montre des profils de vitesse transitoire typiques. En fait, Le passage des ondes crée une inversion d'écoulement près de la paroi de la conduite. La combinaison de l'inversion de l'écoulement avec la condition d'adhérence à la paroi de la conduite se traduit par de grandes contraintes de cisaillement à la paroi. En effet, des écarts entre les résultats numériques et les données expérimentales sont trouvés chaque fois qu'une équation de contrainte de cisaillement basée sur l'état stationnaire est utilisée pour modéliser le frottement dans les problèmes de coups de bélier (Vardy et al. 1991 ; Silva-Araya et al. 1997; Pezzinga 1999; Axworthy et al. 2000; Ghidaoui et al. 2002).



Figure 4.1. Profil de vitesse avant et après passage de l'onde

Soit $\tau_u(t)$ la différence entre la contrainte instantanée de cisaillement à la paroi $\tau(t)$ et celle quasi stationnaire $\tau_q(t)$ mathématiquement on aura

$$\tau(t) = \tau_q(t) + \tau_u(t) \tag{4.2}$$

 $\tau_u(t)$, est nulle pour un écoulement stationnaire, petite pour les écoulements transitoires lents et significative pour les écoulements transitoires rapides. La composante de frottement instationnaire tente de représenter les changements induits par l'écoulement transitoire dans le profil de vitesse, qui impliquent souvent une inversion de l'écoulement et de grands gradients près de la paroi de la conduite. Un résumé des différents modèles d'estimation du $\tau_u(t)$ dans les problèmes de coups de bélier est donné ci-dessous (Ghidaoui 2005).

3. Modèles basés sur la correction empirique de la contrainte de cisaillement à la paroi

Daily et al. (<u>1956</u>) ont mené des expériences en laboratoire et ils ont trouvé que $\tau_u(t)$ était positif pour des écoulements en accélération et négative en décélération. Ils ont argumenté que pendant l'accélération, la partie centrale de l'écoulement s'est quelque peu déplacée de sorte que le profil de vitesse s'est accentué, donnant un cisaillement plus élevé. Pour une conduite de diamètre constant, la relation donnée par Daily et al. (<u>1956</u>) peut être réécrite :

$$K_u = K_s + 2c_2 \frac{L}{V^2} \frac{\partial V}{\partial t}$$
(4.3)

Où K_u est un coefficient de l'écoulement instationnaire de la résistance à la paroi et la dynamique d'écoulement de la vitesse locale absolue. K_s , coefficient de résistance à l'état stationnaire égal $\frac{fL}{p}$.

Daily et al. (<u>1956</u>) ont noté que la vitesse longitudinale et les non-uniformités de la turbulence sont négligeables et que le coefficient $K_u \approx K = F/(\frac{\rho AV^2}{2})$, où $F = 2\pi DL\tau$ la force de résistance à la paroi. Par conséquent, l'équation (<u>4.3</u>) devient

$$\tau = \frac{\rho f V^2}{8} + \frac{c_2 \rho D}{4} \frac{\partial V}{\partial t}$$
(4.4)

Désignant c_2 par k et $(\rho f V^2)/8$ par τ_s l'équation (4.4) se réduit en ce qui suit

$$\tau = \tau_s + \frac{k\rho D}{4} \frac{\partial V}{\partial t} \tag{4.5}$$

Les formulations de Daily et al. (<u>1956</u>) montre que le coefficient $c_2 = k$ est une mesure des écarts, dus aux instabilités, du cisaillement à la paroi et de la dynamique de l'écoulement et de ce fait, k dépend généralement de x et t. Cette remarque est soutenue par l'approche thermodynamique étendue utilisée par Axworthy et al. (<u>2000</u>). La figure (<u>4.2</u>) illustre clairement la mauvaise harmonie entre le modèle et l'expérience lors d'utilisation de l'équation (<u>4.5</u>) avec une valeur constante de k.



Figure 4.2. Traces de pression obtenues depuis l'expérience et les modèles

Les données expérimentales de Daily et al. (<u>1956</u>) montrent que k = 0,01 pour des écoulements en accélération et k = 0,62 pour la décélération. En revanche, la recherche de Shuy (<u>1996</u>) a conduit à k = -0,0825 pour des écoulements en accélération et k=-0,13 pour la décélération. En fait, les données de Shuy l'ont amené à conclure que le frottement instationnaire à la paroi augmente dans les écoulements en décélération et diminue en accélération. Ce résultat contredit l'hypothèse précédemment acceptée, que le frottement instationnaire à la paroi diminue dans les écoulements en décélération et augmente dans les écoulements en accélération et augmente dans les écoulements en accélération et augmente dans les écoulements en décélération et augmente dans les écoulements en accélération et augmente dans les écoulements en accélération et augmente dans les écoulements en accélération de la contrainte de cisaillement aux parois en cas d'accélération à la re-laminairisation de l'écoulement (revenir à l'état laminaire). Compte tenu de sa conclusion controversée, cet article a généré une vague de discussions dans la littérature, les remarques les plus notables étant celles de Vardy et Brown (<u>1997</u>).

Vardy et Brown (1997) ont affirmé que les résultats de Shuy ne devraient pas être interprétés comme contredisant les mesures précédentes. Au lieu de cela, les résultats ont indiqué que le comportement d'écoulement observé dans les expériences de Shuy pouvait être différent du comportement d'écoulement dans les expériences précédentes. Vardy et Brown (1997) proposaient l'hypothèse de l'échelle de temps comme une explication possible des différents comportements des écoulements entre les expériences précédentes et celles de Shuy (1996). Ils ont également observé que les expériences de Shuy portaient sur des échelles de temps longues, alors que les mesures antérieures portaient sur des échelles de temps beaucoup plus courtes. Vardy et Brown (1997) ont fourni des arguments tranchants et convaincants sur l'importance de l'échelle de temps pour le comportement de l'écoulement instationnaires dans les canalisations. En fait, l'analyse de stabilité de Ghidaoui et Kolyshkin (2001) concorde avec l'hypothèse d'échelle de temps de Vardy et Brown (1997). De plus, l'analyse de stabilité montre que les expériences de Shuy appartiennent au domaine instable, alors que les autres expériences de Shuy appartiennent au domaine instable, alors que les autres

Des enquêtes théoriques visant à identifier le domaine d'applicabilité de l'équation (4.5) sont apparus dans la littérature. Par exemple, Carstens et Roller (1959) ont montré que l'équation (4.5) peut être dérivée en supposant que les profils de vitesse instationnaires obéissent à la loi de puissance comme suit:

$$\frac{u(x,r,t)}{V(x,t)} = \frac{(2n+1)(n+1)}{2n^2} \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/n}$$
(4.6)

Où n = 7 pour un nombre de Reynolds $R_e = 10^5$ et augmente avec le nombre de Reynolds, r = distance de l'axe dans une direction radiale, R= rayon de la canalisation. Un écoulement instationnaire donné par l'équation (4.6) décrit des écoulements qui présentent une accélération lente et ne permettent pas une inversion d'écoulement (c'est-à-dire, ne contiennent pas de points d'inflexion). En fait, l'équation (4.6) ne peut pas représenter des profils de vitesse de coup de bélier typiques tels que ceux trouvés dans Vardy et Hwang (1991), Eichinger et Lein (1992), Silva-Araya et Chaudhry (1997), Pezzinga (2000) et Ghidaoui

et al. (2002). Le travail théorique de Carstens et Roller (1959) montre seulement que l'équation (4.6) s'applique aux écoulements transitoires très lents dans lesquels le profil de vitesse instationnaire a la même forme que le profil de vitesse stationnaire. Malheureusement, l'étude Carstens et Roller (1959) ne soutient et ne réfute la possibilité d'utiliser l'équation (4.5) dans les problèmes de coups de bélier.

Le travail théorique de Vardy et Brown (<u>1996</u>) montre que l'équation (<u>4.5</u>) peut être dérivée dans le cas d'un écoulement instationnaire avec une accélération constante. De plus, ils montrent que ce modèle est approximativement valable pour les problèmes d'accélération dépendante du temps tant que l'échelle de temps de l'événement transitoire dépasse largement le temps d'ascension, qui est une mesure du temps requise pour la diffusion du tourbillon à travers la couche de cisaillement. Leur travail prévient également contre l'utilisation de l'équation (<u>4.5</u>) pour les problèmes d'accélération dépendante du temps transitoires avec des échelles de temps plus petites que le temps de ascension (c'est-à-dire L / a<<Td temps de diffusion radiale).

Axworthy et al. (2000) ont trouvé que l'équation (4.5) est conforme à la théorie de la thermodynamique irréversible étendue (EIT) et satisfait la deuxième loi de la thermodynamique. De plus, la dérivation EIT montre que des formules de frottement instationnaires basées sur une accélération instantanée telle que l'équation (4.5) sont applicables aux problèmes d'écoulement transitoire dans lesquels l'échelle de temps de simulation est significativement plus courte que l'échelle de temps de diffusion radiale du tourbillon. En utilisant l'équation du tourbillon, Axworthy et al. (2000) ont montré que pour des échelles de temps aussi courtes, la force et la structure de la turbulence sont inchangées (c'est-à-dire, «gelée»), et la dissipation d'énergie derrière un front d'onde est bien représenté par le degré de décalage de la valeur moyenne à la section transversale de la vitesse (c'est-à-dire, *dV* / *dt*) et la valeur moyenne à la section transversale de *V*, elle-même.

Les arguments d'échelle de temps de Vardy et Brown (<u>1996</u>) et Axworthy et al. (<u>2000</u>) représente deux cas limites, respectivement: les écoulements transitoires très lents et les écoulements transitoires très rapides. Dans le premier cas, il y a suffisamment de mélange pour que le modèle d'historique d'accélération soit détruit, seule l'accélération instantanée est significative pour la contrainte de cisaillement à la paroi. Dans le deuxième cas, la structure de l'écoulement préexistante est gelée, il n'y a pas d'historique d'accélération supplémentaire développé sauf celui de l'accélération instantanée. L'argument d'Axworthy et al. (<u>2000</u>) représente un état du débit de coup de bélier où l'accélération se comporte comme une impulsion, ils disent que le débit passe d'une valeur finie à zéro en peu de temps.

Une modification importante des modèles de frottement instationnaire basés sur l'accélération instantanée a été proposée par Brunone et Golia (<u>1999</u>), Greco (<u>1990</u>) et Brunone et al. (<u>1999</u>, <u>1999</u>). Le modèle bien connu de Brunone et al. (<u>1999</u>) est devenu la modification la plus utilisée dans l'application des coups de bélier en raison de sa simplicité

et de sa capacité de produire un accord raisonnable avec les traces expérimentales de la charge de pression. Brunone et al. (<u>1999</u>) ont incorporé le coefficient de correction de Coriolis et la contrainte de cisaillement instationnaire à la paroi dans l'équation d'énergie pour le coup de bélier comme suit:

$$\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{(\eta + \phi)}{g} \frac{\partial V}{\partial t} + J_s = 0$$
(4.7)

Où η différence depuis l'unité du coefficient de correction de Coriolis, $J_s = (f|V|V)/2gD$ terme de frottement à l'état stationnaire, $(\phi/g)(\partial V/\partial t)$ différence entre le frottement instable et son frottement stable correspondant. Dans l'équation (4.7), le terme convectif est négligé car le nombre de Mach de l'écoulement est faible en cas de coup de bélier.

Une équation constitutive est nécessaire pour $\eta + \phi$. Pour cela Brunone et al. (<u>1999</u>) ont proposé

$$\eta + \phi = k \left(1 - a \frac{\partial V}{\partial x} / \frac{\partial V}{\partial t} \right)$$
(4.8)

Ou en termes de contrainte de cisaillement à la paroi

$$\tau = \tau_s + \frac{k\rho D}{4} \left(\frac{\partial V}{\partial t} - a \frac{\partial V}{\partial x} \right)$$
(4.9)

Équation (4.9) fournit une dissipation supplémentaire pour un système de réservoirconduite-vanne lorsque l'écoulement transitoire est provoqué par une fermeture soudaine de la vanne en aval. Les traces de la charge de pression obtenues à partir des modèles et de l'expérience sont représentées sur la figure 4. Bien que la formule de Darcy-Weisbach et l'équation (4.5) avec k constant ne puissent produire suffisamment de dissipation d'énergie dans les traces de la charge de pression, le modèle de Brunone et al. (1999) réussit à produire les caractéristiques d'amortissement nécessaires des pics de pression, vérifiées par d'autres chercheurs (Eichinger et al. 1992; Bergant et al. 1994, 2001 ; Vitkovsky et al. 2000 ; Ghidaoui et al. 2002).

De légères modifications au modèle de Brunone et al. (<u>1999</u>), qui rend ce modèle applicable aux écoulements transitoires en amont et en aval, a été proposé dans (Pezzinga <u>2000</u>) et dans (Bergant et al. <u>2001</u>). En particulier, Pezzinga (<u>2000</u>) proposait

$$\eta + \phi = k \left(1 + \operatorname{sign}\left(V \frac{\partial V}{\partial x} \right) a \frac{\partial V}{\partial x} / \frac{\partial V}{\partial t} \right)$$
(4.10)

Et Bergant et al proposaient

$$\eta + \phi = k \left(1 + \operatorname{sign}(V) a \left| \frac{\partial V}{\partial x} \right| / \frac{\partial V}{\partial t} \right)$$
(4.11)

La dépendance de $\eta + \phi$ sur x et t ainsi que l'accélération de l'écoulement sont cohérentes avec les formulations théoriques de (Daily et al. <u>1956</u>) et (Axworthy et al. <u>2000</u>). De plus, la forme de $\eta + \phi$ apporte une correction significative pour le frottement instable lorsque l'écoulement est accéléré ($V\partial V/\partial t > 0$) et une petite correction lorsque l'écoulement est décéléré ($V\partial V/\partial t < 0$) (Brunone et al. <u>1999</u>).

L'utilisation des modèles présentés dans cette section nécessite une estimation fiable du paramètre k. Les données de Daily et al. (1956), Brunone et al. (2000) et d'autres montrent que k n'est pas une constante universelle. Une méthode empirique pour estimer ce paramètre a été proposée par Brunone et al. (2000) en ajustant la décroissance de l'historique de la charge de pression mesurée. Des graphiques du type diagramme de Moody pour k ont été développés par Pezzinga (2000) en utilisant un modèle de turbulence quasi-bidimensionnel. Vardy et Brown (1996) ont fourni une expression basée sur la théorie pour déterminer le coefficient k. Cette expression a été appliquée avec succès par Vitkovsky et al. (2000) et Bergant et al. (2001). Bien que la formule de Vardy et Brown (1996) et les graphiques de Pezzinga (2000) soient basés sur la théorie, leur fiabilité est limitée par le fait qu'ils s'appuient sur des modèles de turbulence en régime permanent pour représenter adéquatement la turbulence instable. Il convient toutefois de souligner que la modélisation des écoulements transitoires turbulents dans les canalisations n'est pas bien comprise actuellement (Ghidaoui 2005).

Le mécanisme qui explique la dissipation de la charge hydraulique est abordé dans la discussion de Ghidaoui et al. (2002). Ils ont constaté que la dissipation supplémentaire associée au modèle de frottement instationnaire basé sur l'accélération instantanée ne se produit qu'à la frontière en raison de la réflexion des ondes. Il a été montré qu'après n_c cycles complets d'ondes, la charge de pression est amortie d'un facteur équivalent à $[1/(1 + k)]^{2n_c}$.

4. Modèles basés sur la correction physique de la contrainte de cisaillement à la paroi

Cette classe de modèles de contrainte de cisaillement à la paroi instationnaire est basée sur la solution analytique des équations d'écoulement unidirectionnelles et a été lancée par Zielke (<u>1968</u>). En appliquant la transformée de Laplace à la composante axiale des équations de Navier-Stokes, il a dérivé l'expression de cisaillement à la paroi suivante pour un écoulement laminaire instationnaire dans une canalisation:

$$\tau = \frac{4\nu\rho}{R}V(t) + \frac{2\nu\rho}{R}\int_0^t \frac{\partial V}{\partial t'}(t')W(t-t')dt'$$
(4.12)

Où *t*' variable muette, physiquement représente le temps instantané dans l'historique temporel ; *v* viscosité cinématique du fluide ; W : fonction de pondération.

$$W(t) = e^{-26.3744 \left(\frac{\nu t}{R^2}\right)} + e^{-70.8493 \left(\frac{\nu t}{R^2}\right)} + e^{-135.0.198 \left(\frac{\nu t}{R^2}\right)} + e^{-218.9216 \left(\frac{\nu t}{R^2}\right)} + e^{-322.5544 \left(\frac{\nu t}{R^2}\right)}$$

Pour $\frac{vt}{R^2} > 0.02$

$$W(t) = 0.282095 \left(\frac{\nu t}{R^2}\right)^{-1/2} - 1.25000 + 1.057855 \left(\frac{\nu t}{R^2}\right)^{1/2}$$
(4.13)
Pour $\frac{\nu t}{R^2} < 0.02 + 0.937500 \frac{\nu t}{R^2} + 0.396696 \left(\frac{\nu t}{R^2}\right)^{3/2} - 0.351563 \left(\frac{\nu t}{R^2}\right)^2$

Le premier terme du côté droit de l'équation (4.12) représente la contrainte de cisaillement à la paroi en régime permanent τ_s et le deuxième terme représente la partie de correction due à l'instabilité d'écoulement τ_u . L'intégration numérique de l'intégrale de convolution dans l'équation (4.12) nécessite une grande quantité d'espace mémoire pour stocker toutes les vitesses précédemment calculées et une grande unité centrale de traitement (CPU) pour réaliser l'intégration numérique, surtout lorsque le pas de temps est petit et le temps de simulation grand. Trikha (1970) a utilisé trois termes exponentiels pour approximer la fonction de pondération. L'avantage de l'utilisation de formes exponentielles est qu'une formule récursive peut être facilement obtenue, de sorte que l'historique des écoulements peut être regroupé en quantités au pas de temps précédent. De cette manière, seules les quantités calculées au pas de temps précédent doivent être stockées dans la mémoire de l'ordinateur, et il n'est pas nécessaire de calculer l'intégrale de convolution depuis le début à chaque pas de temps. Cela réduit considérablement le stockage en mémoire et le temps de calcul. Dans Suzuki et al. (1991), pour t < 0.02 la somme est calculée de manière normale; pour t > 0.02, la formule récursive similaire à celle de Trikha (<u>1970</u>) est utilisée, car chacun des cinq termes inclus dans la fonction de pondération est exponentiel. Bien que la formule de Zielke soit dérivée pour l'écoulement laminaire, Trikha (<u>1970</u>) et d'autres (Bergant et al. <u>1994</u>, 2001) ont constaté que cette formule conduit à des résultats acceptables pour les écoulements turbulents à faible nombre de Reynolds. Cependant, Vardy et Brown (1996) ont prévenu contre l'application de la formule de Zielke en dehors du régime d'écoulement laminaire, mais ont noté que l'erreur dans l'application de la formule de Zielke aux écoulements turbulents diminue à mesure que la durée de l'impulsion de l'onde diminue.

Vardy et al. (1993) ont étendu l'approche de Zielke aux écoulements turbulents du coup de bélier dans les conduites lisses. Dans un article ultérieur, Vardy et Brown (1995) ont développé une extension du modèle de Vardy et al. (1993) qui était applicable aux écoulements transitoires à nombre de Reynolds élevé dans des conduites lisses. De plus, Vardy et Brown (1995) ont montré que ce modèle donne des résultats équivalents à ceux de Vardy et al. (1993) pour les écoulements à faible nombre de Reynolds et à ceux de Zielke (1968) pour les écoulements laminaires. Autrement dit, le modèle Vardy et Brown (1995) promet de fournir des résultats précis pour les nombres de Reynolds allant du régime laminaire au régime hautement turbulent. Ce modèle a la forme suivante:

$$\tau(t) = \rho f \frac{V(t)|V(t)|}{8} + \frac{4\nu\rho}{D} \int_0^t W(t - t') \frac{\partial V}{\partial t'} dt'$$
(4.14)

Où W(t) =
$$\frac{\alpha \exp(-\beta t)}{\sqrt{\pi t}}$$
; $\alpha = \frac{D}{4\sqrt{\nu}}$; $\beta = \frac{0.54\nu R_e^k}{D^2}$; $k = \frac{\log(14.3)}{R_e^{0.05}}$

 $R_{e:}$ nombre de Reynolds, semblablement au modèle de Zielke, la nature de convolution de l'équation (4.14) est indésirable sur le plan informatique. Une approximation précise, simple et efficace de l'équation de frottement instationnaire de Vardy-Brown est dérivée et s'est montrée facilement implémentée dans une solution de caractéristiques 1D pour un écoulement instationnaire en charge (Ghidaoui et al. 2002). À titre de comparaison, l'équation exacte de frottement instationnaire de Vardy-Brown est utilisée pour modéliser les contraintes de cisaillement dans les écoulements transitoires turbulents en charge et les équations du coup de bélier résultantes sont résolues par la méthode des caractéristiques. Le modèle approximatif de Vardy-Brown est plus efficace en termes de calcul (c'est-à-dire qu'il nécessite 1/6 du temps d'exécution et beaucoup moins de mémoire) que le modèle Vardy-Brown exact. Les deux modèles sont comparés aux données mesurées par différents groupes de recherche et aux données numériques produites par un modèle avec turbulence en deux dimensions (2D) du coup de bélier. Les résultats montrent que le modèle Vardy-Brown exact et le modèle Vardy-Brown approximatif sont en bon accord avec les expériences en laboratoire et numériques sur une large gamme de nombres de Reynolds et de fréquences d'onde. Le modèle approximatif proposé ne nécessite que le stockage des variables d'écoulement à partir d'un seul pas de temps tandis que le modèle Vardy-Brown exact nécessite le stockage des variables d'écoulement à tous les pas de temps précédents et le modèle 2D nécessite le stockage des variables d'écoulement à tous les nœuds radiaux.

Un résumé des hypothèses incluses dans la dérivation des équations (4.12) et (4.14) est en ordre. L'approche analytique de Zielke (1968) implique les hypothèses suivantes: (1) l'écoulement est pleinement développé, (2) les termes convectifs sont négligeables, (3) la version incompressible de l'équation de continuité est utilisée (c'est-à-dire que l'influence du stockage de masse sur le profil de vitesse est négligeable), et (4) le profil de vitesse reste axisymétrique (c'est-à-dire stable) pendant l'écoulement transitoire. Afin d'étendre l'approche de Zielke aux écoulements turbulents, Vardy et Brown (1995) ont fait deux hypothèses fondamentales concernant la viscosité turbulente des tourbillons en addition aux hypothèses (1) à (4). Tout d'abord, la viscosité cinématique turbulente est supposée varier linéairement à l'intérieur de la couche de cisaillement à la paroi et devient infinie (c'est-à-dire une distribution uniforme de la vitesse) dans la région centrale. Deuxièmement, la viscosité des tourbillons est supposée invariante dans le temps (c'est-à-dire gelée à sa valeur d'équilibre). Les hypothèses (1), (2), et (3) sont précises pour les écoulements de coups de bélier, où le nombre de Mach est souvent négligeable et la longueur de la conduite dépasse de loin la longueur de développement de l'écoulement. La validité d'hypothèses telles que l'écoulement reste axisymétrique (stable), que la viscosité des tourbillons est indépendante du temps, et que sa forme est similaire à celle d'écoulement constant, est discutée dans l'article Ghidhaoui et al. (2002, Sections 6 et 7)



Figure 4.3. La fonction de pondération W en fonction du nombre de Reynolds

Comprendre la relation entre l'équation (5) et les modèles de frottement instationnaires basés sur la physique proposés par Zielke (1968) et Vardy et Brown (1995) éclaire davantage les limites de l'accélération instantanée, les modèles de frottement instationnaires décrits dans la section précédente. En particulier, il est évident depuis les équations (4.12) et (4.14) que l'équation (4.5) est rétablie lorsque l'accélération est constante. De plus, les graphiques de W sur la figure (4.3) montrent que pour les écoulements avec un grand nombre de Reynolds, cette fonction est très petite partout sauf lorsque vt/R^2 approche de 0, c'est-à-dire lorsque t'est proche de t dans l'équation (4.14). La région où W (t-t') dans l'équation (4.14) devient significatif et fournit une mesure de l'échelle de temps de la diffusion radiale du tourbillon T_d. Si l'accélération varie lentement dans la région où W (t-t') est significatif, il est clair que les équations (4.12) et (4.14) peuvent être approximé avec précision par l'équation (4.5). Il s'agit simplement d'une autre façon d'affirmer que l'équation (4.5) est acceptable lorsque l'accélération n'est pas constante tant que l'échelle de temps de la perturbation de l'écoulement dépasse de loin l'échelle de temps de diffusion radiale du tourbillon à travers la couche de cisaillement. De plus, il est évident que l'équation (4.5) est une bonne approximation des équations (4.12) et (4.14) lorsque t est petit, comme l'intervalle de l'intégral étant si petit que l'intégrante peut être considérée comme une constante. De plus, l'intervalle de temps où W (t-t') est significatif diminue avec le nombre de Reynolds, ce qui montre que l'équation (4.5) devient plus précise pour les écoulements très turbulents.

5. Modèle de frottement classique

La contrainte de cisaillement τ_q est basée sur la formule transformée de Darcy-Weishbach

$$\tau_q = \frac{1}{8} \lambda V |V| \tag{4.15}$$

Où : λ est le facteur de friction, ρ est la densité du liquide, *V* est vitesse d'écoulement instantanée.

Il est connu que lors d'un écoulement laminaire liquide, les molécules remplissent les cavités poreuses et couvre les aspérités de la paroi de la canalisation, créant ainsi une «couche de glissement». En régime laminaire la résistance hydraulique est indépendante de la rugosité de la paroi de la conduite et dépend uniquement de la valeur du nombre de Reynolds. Le facteur de frottement dans l'écoulement laminaire est calculé en utilisant la loi de Hagen-Poiseuille:

$$\lambda = \frac{64}{R_e} \tag{4.16}$$

L'écoulement reste laminaire jusqu'à ce que la valeur critique du nombre de Reynolds (environ 2320) soit dépassée. Une fois que cette valeur critique du nombre de Reynolds est dépassée, L'écoulement devient turbulent et le coefficient de perte de charge par frottement pour les canalisations rugueuses peut être calculé à partir de la formule de Colebrook-White:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\left(\frac{2.51}{R_e\sqrt{\lambda}} + \frac{\varepsilon}{3.7D}\right) \tag{4.17}$$

Où ε/D est la rugosité relative de la paroi interne de la conduite.

Pour les canalisations hydrauliquement lisses, le coefficient de perte par frottement peut être calculé à partir de l'équation de Prandtl-Karman:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2\log(R_e\sqrt{\lambda}) - 0.8 \tag{4.18}$$

Les résultats expérimentaux ont montré que l'équation (4.18) convient très bien pour un écoulement monophasique pour de grand nombre de Reynolds.

Le terme de frottement quasi-stationnaire est défini comme suit

$$J_q = \lambda \frac{Q|Q|}{2DA^2} \tag{4.19}$$

Avec la MOC à grille rectangulaire, l'équation s'écrit sous la forme

$$J_q = \left(\frac{\lambda}{2DA^2} Q_i^{j-1} \operatorname{abs}\left(Q_i^{j-1}\right)\right)$$
(4.20)

Quant au terme de frottement instationnaire J_u est évalué par les modèles d'accélération instantanée et l'intégrale de convolution.

6. Model de Zielke

Zielke (<u>1968</u>) a présenté une solution analytique permettant de déterminer les pertes de charge instationnaires (contrainte de cisaillement instantanée à la paroi de la conduite sous la forme de l'intégrale de convolution de l'accélération locale du liquide et une fonction de pondération) pour l'écoulement laminaire. Le modèle de Zielke peut être facilement utilisé dans des équations décrivant un écoulement instationnaire unidimensionnel, notamment la méthode populaire des caractéristiques (MOC).

Dans ses délibérations, Zielke a évoqué la dépendance présentée dans l'article de Brown (1962), décrivant l'impédance d'une ligne hydraulique en fonction de la fréquence:

$$Z_{0} = \frac{\frac{\rho s}{\pi R^{2}}}{1 - \frac{2J_{1}\left(jR\sqrt{\frac{s}{\nu}}\right)}{jR\sqrt{\frac{s}{\nu}J_{0}\left(jR\sqrt{\frac{s}{\nu}}\right)}}}$$
(4.21)

Où s est l'opérateur de la transformation de Laplace ; ν coefficient de viscosité cinématique ; J_0 et J_1 les fonctions de Bessel du premier type d'ordre 0 et 1 ; j unité imaginaire ; R rayon intérieur de la conduite.

Par renversement de la transformation de Laplace, Zielke a obtenu la relation suivante de la contrainte instantanée de cisaillement à la paroi pour un écoulement laminaire (Zielke <u>1968</u>)

$$\tau = \frac{4\mu}{R}V + \frac{2\mu}{R}\int_0^t W(t-u)\frac{\partial V}{\partial t}du$$
(4.22)

Où μ coefficient de viscosité dynamique et W(t) fonction de pondération :

$$W(\hat{t}) = \sum_{i=1}^{6} m_i \hat{t}^{(i-2)/2} \qquad \text{Pour } \hat{t} \le 0.02 \qquad (4.23)$$

Et

$$W(\hat{t}) = \sum_{i=1}^{6} e^{-n_i \hat{t}}$$
 Pour $\hat{t} > 0.02$ (4.24)

Avec

$$\hat{t} = \frac{4\nu t}{D^2}$$

 $n_i = \{26.3744; 70.8493; 135.0198; 218.9216; 322.5544\}$

 $m_i = \{0.282095; -1.25; 1.057855; 0.9375; 0.396696; -0.351563\}$

La composante de la contrainte de cisaillement instantanée à la paroi τ_u , qui est variable dans le temps, peut être calculée numériquement et ainsi le terme de frottement instationnaire J_u est implémenté dans la grille rectangulaire de la MOC en utilisant l'approximation de différences finis du premier ordre (Zielke <u>1968</u>):

$$C^{+}: J_{u} = \frac{16\mu}{\rho D^{2} A} \sum_{j=1}^{n-1} \left(\frac{Q_{i-1}^{j+1} - Q_{i-1}^{j}}{\Delta t} \cdot W\left((n-j) \Delta \hat{t} - \frac{\Delta \hat{t}}{2} \right) \right)$$
(4.25)

$$C^{-}: J_{u} = \frac{16\mu}{\rho D^{2} A} \sum_{j=1}^{n-1} \left(\frac{Q_{i+1}^{j+1} - Q_{i+1}^{j}}{\Delta t} \cdot W\left((n-j) \,\Delta \hat{t} - \frac{\Delta \hat{t}}{2} \right) \right)$$
(4.26)

Où *i* l'indice de position de la section de calcul transversale ; j est l'indice du pas de temps ; n ≥ 3 le nombre total des pas du temps ; $\Delta \hat{t}$ le pas de temps adimensionnel $\Delta \hat{t} = \frac{4\nu\Delta t}{D^2}$



Figure 4.4. Illustration de la discrétisation du modèle de frottement basé sur l'intégrale de convolution

Sur la figure (<u>4.4</u>), une représentation graphique de la discrétisation, la valeur au point *P* est déterminée par les équations des caractéristiques positives et négatives. Pour les valeurs d'équation de caractéristiques positives de l'historique d'accélération au point A, et pour les valeurs d'équation de caractéristiques négatives au point B. Les lignes fines correspondent aux lignes caractéristiques du système. Pour calculer l'accélération au point A, des valeurs aux temps j_1 et j_2 sont utilisées. Ces deux valeurs ne sont pas sur la même grille de

caractéristiques, mais sur deux grilles losanges indépendantes qui est une conséquence de la grille rectangulaire (Jensen et al. <u>2018</u>).

Une analyse des deux dernières équations (4.25) et (4.26) explique pourquoi la solution de l'intégrale de convolution par Zielke est inefficace. En effet, le nombre d'expressions représentant la valeur instantanée de la contrainte de cisaillement à la paroi augmente dans le cadre du processus numérique à chaque pas de temps *j* successif. Avec le temps, il a été démontré par la suite (Zarzycki <u>1994</u>; Zarzycki <u>2000</u>; Vardy <u>2003</u>, <u>2004</u>) que l'équation (<u>4.22</u>) peut également être utilisée pour des écoulements turbulents transitoires. Cependant, la fonction de pondération dans un écoulement turbulent n'a pas de motif fixe, comme pour l'écoulement laminaire. Sa forme varie en fonction des conditions: à savoir la valeur du nombre de Reynolds.

7. Modèle de Zarzycki

Étant donné que la méthode de Zielke a montré un bon accord entre les données expérimentales et calculées pour l'écoulement laminaire, de nombreux chercheurs ont utilisé sa formulation de frottement instationnaire pour développer des modèles correspondants pour l'écoulement turbulent. L'un des modèles qui ont également montré une assez bonne conformité avec des nombres de Reynolds plus élevés, voir par exemple Adamkowski et Lewandowski (2006), est celui développé par Zarzycki. En analysant l'écoulement axisymétrique à l'aide d'une distribution de viscosité de Foucault à quatre régions, il a formulé des fonctions de pondération pour les écoulements laminaires ($Re \leq Re_{cu}$), la fonction de pondération est définie comme

$$W(\hat{t}) = C_1 \hat{t}^{1/2} + C_2 e^{-mt} \tag{4.27}$$

Où

$$\begin{array}{l} C_1 = 0.2812 \\ C_2 = -1.5821 \\ m = 8.8553 \end{array}$$
(4.28)

Avec

$$Re_{cu} = 800 \sqrt{\frac{\pi c D^2}{8L\nu}}$$
(4.29)

Pour les écoulements turbulents (Re >Recu) la fonction de pondération est définie comme suit

$$W(\hat{t}) = C_3 \frac{1}{\sqrt{\hat{t}}} R e^n \tag{4.30}$$

Les constantes sont définies comme suit

$$\begin{cases} C_3 = 0.299635\\ n = -0.005535 \end{cases}$$
(4.31)

La variable \hat{t} est définie de façon similaire comme dans Zielke $\hat{t} = \frac{4\nu t}{n^2}$

8. Modèle de Vardy & Brown

Sur la base de l'équation de Reynolds 2D (axiale-symétrique), de l'hypothèse de Boussinesq et des données expérimentales (concernant le coefficient de viscosité turbulente dans la section transversale de la canalisation). (Zarzycki et al. 2012), Vardy et Brown (2003, 2004) ont étendu la plage d'applicabilité au régime d'écoulement turbulent pour les nombres de Reynolds jusqu'à 10⁸ avec un modèle de viscosité turbulente à deux régions. Dans le modèle de viscosité turbulente à deux régions, on suppose que la viscosité turbulente varie linéairement de la paroi à la région centrale où elle reste constante. Ils supposent également que la distribution de viscosité est constante dans le temps. La fonction de pondération approximative dérivée pour une canalisation lisse a la forme suivante (Jensen 2018) :

$$W(\hat{t}) = \frac{A^* e^{\hat{t}B^*}}{\sqrt{\hat{t}}}$$
(4.32)

Où

$$A^* = \frac{1}{2\sqrt{\pi}'} B^* = \frac{R_e^k}{12.86'} \ k = \log\left(\frac{15.29}{R_e^{0.0567}}\right)$$

Un développement plus récent du modèle développé par Vardy et Brown (2007). Les auteurs supposent une distribution de viscosité des tourbillons constante par morceaux - Modèles de turbulence. En analysant les conditions d'écoulements idéalisées, la fonction de pondération ci-dessous est formulée

$$W(\hat{t}) = \sum_{i=1}^{17} m_i e^{-n_i \hat{t}}$$
(4.33)

Avec

Coefficient	Coefficient
${\cal n}{ m i}^{*}$	$m_{ m i}^*$
101	$9.06 \cdot 10^{0}$
101.5	$-4.05 \cdot 10^{\circ}$
10 ²	$1.20 \cdot 10^{1}$
102.5	$8.05 \cdot 10^{\circ}$
10 ³	$2.27 \cdot 10^{1}$
103.5	$3.52 \cdot 10^{1}$
10^{4}	$6.59 \cdot 10^{1}$
104.5	$1.15 \cdot 10^{2}$
105	$2.06 \cdot 10^{2}$
105.5	$3.65 \cdot 10^{2}$
10^{6}	$6.51 \cdot 10^{2}$
106.5	$1.15 \cdot 10^{3}$
107	$2.06 \cdot 10^{3}$
107.5	$3.63 \cdot 10^{3}$
10^{8}	$6.64 \cdot 10^{3}$
108.5	$1.07\cdot 10^4$
109	$2.62 \cdot 10^{4}$

Tableau 4.1. Coefficients pour le modèle de Vardy et Brown

_

_

Où

 $m_i = A^* m_i^*$; $n_i = B^* + n_i^*$;

Les coefficients m_i^* et n_i^* sont définis par le tableau (<u>4.1</u>). Quand à A^{*}et B^{*} sont définis comme suit

 $A^* = 1/2\sqrt{\pi}$ $B^* = \frac{-291.07 + 149.33 \cdot \ln(R_e) - 24.410 \cdot \ln(R_e)^2 + 1.3524 \cdot \ln(R_e)^3}{1 - 0.14810 \cdot \ln(R_e) + 00078897 \cdot \ln(R_e)^2 - 0.00014504 \cdot \ln(R_e)^3}$

_



Figure 4.5. Comparaison des fonctions de pondération

Dans la figure (4.5), les fonctions de pondération pour le modèle Vardy et Brown et le modèle Zarzycki sont visualisées en fonction du temps. Comme on peut le voir sur la figure, le comportement le plus récent de l'écoulement a le plus grand impact sur le terme de frottement. On peut également noter que les deux fonctions de pondération ont une forme très similaire. Les deux fonctions de pondération tendent asymptotiquement vers zéro pour des valeurs de plus en plus grandes du temps t (Rufelt 2010).

9. La formulation de Vitkovsky pour le modèle de Brunone

Le modèle de Brunone et al. (2000) a une approche différente que ceux montrés précédemment, il relie le frottement de la conduite à l'accélération locale $\partial V/\partial t$ et l'accélération convective $\partial V/\partial x$ comme suit (Jensen et al. 2018) :

$$J_u = \frac{k}{A} \left(\frac{\partial Q}{\partial t} - a \frac{\partial Q}{\partial x} \right) \tag{4.34}$$

Où k est le coefficient de frottement de Brunone, $\frac{\partial Q}{\partial t}$ est l'accélération locale, $\frac{\partial Q}{\partial x}$ est l'accélération convective locale. L'équation (4.34) prédit correctement l'accélération convective dans le cas d'une vanne en aval, mais Vitkovsky a montré qu'il n'a pas prédit d'autres cas tels qu'une vanne en amont. Ce qui a conduit à la version corrigée dans l'équation (4.35) (Bergant et al. 2001).

$$J_{u} = \frac{k}{A} \left(\frac{\partial Q}{\partial t} - a \cdot \operatorname{sign} \left(Q \right) \frac{\partial Q}{\partial x} \right)$$
(4.35)

Où

$$k = \frac{\sqrt{C^*}}{2} \tag{4.36}$$

 C^* coefficient d'atténuation du cisaillement pour le régime laminaire et vaut 0,00476. Cependant, pour un écoulement turbulent C^{*} est évalué comme suit

$$C^{*} = \frac{7.41}{\underset{R_{e}}{\log\left(\frac{14.3}{R_{e}^{0.05}}\right)}}$$
(4.37)

Le rôle du coefficient de proportionnalité, k, est crucial pour ce modèle. Ce coefficient peut être supposé soit constant avec la valeur ajustée pour se conformer aux résultats de calcul et expérimentaux ou en fonction de la valeur initiale de R_e ou en tant que variable, en fonction des valeurs instantanées de R_e pendant un écoulement instationnaire (Adam et al. <u>2006</u>).

La mise en œuvre du modèle de friction de Brunone avec une implémentation explicite et implicite a été étudiée par Vitkovsky et al. (2000) et montrait qu'il n'y avait pas de différence significative entre les deux. Par conséquent, l'accélération instantanée et l'accélération convective instantanée sont implémentées explicitement comme dans l'équation (4.39) et l'équation (4.39) et sont illustrés dans la figure (4.6).

$$C^{+}: \begin{cases} \frac{\partial Q}{\partial t} \approx \frac{Q_{i-1}^{j-1} - Q_{i-1}^{j-2}}{\Delta t} \\ \frac{\partial Q}{\partial x} \approx \frac{Q_{i}^{j-1} - Q_{i-1}^{j-1}}{\Delta x} \end{cases}$$
(38)
$$C^{-}: \begin{cases} \frac{\partial Q}{\partial t} \approx \frac{Q_{i+1}^{j-1} - Q_{i+1}^{j-2}}{\Delta t} \\ \frac{\partial Q}{\partial x} \approx \frac{Q_{i+1}^{j-1} - Q_{i}^{j-1}}{\Delta x} \end{cases}$$
(39)

Les équations (4.38) et (4.39) sont illustrées à la figure (4.6) suivante



Figure 4.6. Illustration de la discrétisation du modèle de frottement basé sur l'accélération instantanée

Dans la MOC basée sur grille rectangulaire, l'approximation par différences finis de l'équation (4.35) est donnée ci-dessous:

$$C^{+}: J_{u} = \frac{k}{A} \left(\frac{Q_{i-1}^{j-1} - Q_{i-1}^{j-2}}{\Delta t} - a \cdot \text{sign} \left(Q_{i-1}^{j-1} \right) \text{ abs} \left(\frac{Q_{i}^{j-1} - Q_{i-1}^{j-1}}{\Delta x} \right) \right)$$
(4.40)

$$C^{-}: J_{u} = \frac{k}{A} \left(\frac{Q_{i+1}^{j-1} - Q_{i+1}^{j-2}}{\Delta t} - a \cdot \operatorname{sign} \left(Q_{i+1}^{j-1} \right) \cdot \operatorname{abs} \left(\frac{Q_{i+1}^{j-1} - Q_{i}^{j-1}}{\Delta x} \right) \right)$$
(4.41)

10. Conclusion

La modélisation du frottement pendant l'écoulement transitoire a fait l'objet de ce chapitre. Tout d'abord, Nous avons commencé par un aperçu sur le modèle classique ou quasi-stationnaire où on suppose que les expressions reliant la contrainte de cisaillement à la paroi avec la vitesse moyenne à travers la section transversale pour les écoulements stationnaire restent valables dans des conditions instationnaires. Puis, nous avons abordé les modèles instationnaires basés respectivement sur la correction empirique et la correction physique de la contrainte de cisaillement à la paroi. Enfin, nous avons décrit les différents modèles employés dans ce travail. Ceux basés sur l'intégral de convolution de Zielke, Zarzycki et celui proposé par Vardy & Brown. Et celui basé sur l'accéléraion instantanée proposé par Brunone et reformulé par Vitkovsky.

Chapitre 5

Chapitre 5. Transfert de chaleur dans les conduites en charge

1. Introduction

Il a fallu longtemps pour que l'on puisse distinguer entre les différents types d'échange de chaleur et les classer en rayonnement, conduction, convection naturelle et convection forcée. Dans les fluides l'existence d'un champ de températures non-uniforme modifie localement la masse volumique de ces fluides et entraine, dans un champ de forces volumiques (pesanteur, force centrifuge), des mouvements dits de convection naturelle. Ces mouvements ont été étudiés pour la première fois par Bénard (1901) entre deux plaques horizontales à température différente.

La convection thermique est le mode de transmission qui implique le déplacement d'un fluide, liquide ou gazeux. Dans un fluide, il est pratiquement impossible d'assister à de la conduction pure car le moindre gradient de température entraine des courants de convections, c'est à dire un transport de masse. On distingue deux types de convection, la convection naturelle (libre) et la convection forcée.

La convection libre apparait spontanément, elle se produit dans un fluide au sein duquel existe un gradient de température. C'est le cas dans une pièce où l'air chaud produit au niveau du sol va monter au plafond tandis que l'air froid va descendre. Le mouvement est dû au fait que l'air chaud est moins dense que l'air froid et monte donc sous l'effet d'une force d'Archimède.

La convection forcée se produit quand le mouvement du fluide est imposé par une intervention extérieure. Par exemple une pompe ou un ventilateur (cas des radiateurs de voiture, des montages électronique refroidis ou chauffés par ventilateur, etc.).

Du point de vue thermodynamique, un fluide est un milieu matériel homogène dont l'état est défini par deux variables indépendantes qui peuvent être choisies, par exemple, parmi trois grandeurs physiques intuitives : la température, le volume massique et la pression. La température, c'est la manifestation mesurable de la chaleur elle s'exprime en degrés et sa valeur dépend des échelles utilisées. Celles préconisées par les normes internationales sont l'échelle Celsius (°C) et l'échelle Kelvin (K), reliées par T (K) = T (°C) + 273,15. Le volume massique s'exprime en mètres cubes par kilogramme (m³/kg). A cette notion chère aux thermodynamiciens, les mécaniciens des fluides préfèrent celle de masse volumique ρ qui s'exprime en kilogrammes par mètre cube (kg/m³). La pression (*P*) s'exprime en pascals (Pa), mais c'est une unité très petite, qui ne s'utilise que dans les calculs en raison de son appartenance au système international (SI). Dans la pratique courante, on utilise des multiples tels que :- l'hectopascal (h Pa) pour les faibles différences de pression. - le bar (bar), qui vaut 10⁵ Pa, pour les pressions industrielles courantes.

D'un point de vue fonctionnel, les effets thermiques interviennent dans les systèmes hydrauliques par le fluide circulant. Ce couplage thermo-hydraulique se manifeste à deux niveaux. Le premier est lié à la température d'environnement avec laquelle les propriétés du fluide varient largement, ce qui à son tour affecte la performance du système. Le deuxième couplage est lié à la chaleur engendrée par la perte de charge dans le système hydraulique et ses transferts avec l'environnement.

2. Modèles de comportement

Lorsqu'on modifie la pression d'un fluide, sa masse volumique en est affectée, dans une mesure plus ou moins grande suivant la nature du fluide. Cette variation est traduite par la loi de comportement, c'est-à-dire en définitive par l'équation d'état.

Les liquides sont très peu sensibles aux variations de pression, et leur comportement est en général bien décrit par le modèle incompressible ρ = cte.

Les gaz sont au contraire très sensibles aux variations de pression. En outre, leur comportement dépend de l'environnement thermique.

La distinction compressible/incompressible ne coïncide pas exactement avec la distinction liquide/gaz. Certains phénomènes en milieu liquide ne s'expliquent pas avec le modèle incompressible ; c'est le cas de notre étude qui concerne la propagation des ondes « les coups de bélier ». En fait, aucun fluide n'est rigoureusement incompressible, mais si la variation relative de masse volumique est faible, on peut la considérer proportionnelle à la surpression ; c'est le modèle faiblement compressible

$$d\rho / \rho = dP / \beta \tag{5.1}$$

Où β est le module de compressibilité, il est homogène à une pression. Pour l'eau à la température ambiante, il vaut 20 000 bars. Ainsi, pour une surpression de 100 bar, l'augmentation relative de la masse volumique (ou la diminution relative de volume) n'est que de 0,5 %.

En outre, leur comportement dépend de l'environnement thermique. Deux modèles extrêmes sont envisagés :

1/ Le modèle isotherme, dans lequel le contact du fluide avec son environnement est supposé parfait ; alors le fluide reste à une température constante.

2/ Le modèle adiabatique, qui suppose au contraire que le fluide n'échange aucune chaleur avec l'extérieur.

3. Propriétés thermiques du fluide

Le fluide possède quatre propriétés fondamentales indépendantes, qui sont : La masse volumique ρ , la viscosité dynamique μ , la conductivité thermique λ_c et la chaleur spécifique à pression constante C_P . A partir de ces propriétés essentielles, on trouve les autres propriétés comme : le module de compressibilité β , la viscosité cinématique ν , la chaleur spécifique à volume constant C_v , le coefficient de dilatation thermique (expansion volumique) α_P , le nombre de Prandtl P_r , le coefficient isentropique γ , l'enthalpie h.

La plupart des propriétés sont sensibles à la température et la pression, comme il est expliqué en ce qui suit.

3.1. Masse volumique

Tout d'abord, la masse volumique est un facteur important pour les calculs et l'évaluation des paramètres d'un système hydraulique. Elle est exigée également dans les analyses de l'écoulement comportant le nombre de Reynolds, le module de compressibilité, le transfert de matière et de chaleur comme dans l'équation de conservation d'énergie.

Considérons un milieu continu fluide à l'intérieur d'un volume \forall , et soit d \forall un volume élémentaire défini autour d'un point *m* du volume \forall . Désignons par dm la masse de fluide contenue dans le volume d \forall .

Le rapport : $\rho = dm / d\forall$ représente la masse volumique moyenne du fluide contenu dans le volume d \forall . On définit la masse volumique au point « M » par :

$$\rho = \lim_{d \forall \to 0} \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}\forall} \tag{5.2}$$

Donc la masse volumique « ρ » est par définition la masse de l'unité de volume de la substance considérée (Kg/m³).

Elle diminue énormément avec la température alors qu'elle augmente modérément avec la pression.

Pour représenter cette évolution, on utilise l'équation d'état qui lie la masse volumique à la pression et à la température. Comme cette évolution ne peut pas être établie mathématiquement à partir de considérations physiques et chimiques, on se sert habituellement du modèle (<u>5.3</u>) obtenu par développement en série de Taylor :

$$\rho = \rho_0 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial P}\right)_t \left(P - P_0\right) + \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p \left(T - T_0\right)$$
(5.3)

Avec:

 ρ : masse volumique à « *T* » et« *P* » (Kg/m³).

 ρ_0 : masse volumique aux conditions de référence « T_0 » et « P_0 » (Kg/m³).

Pour faciliter les calculs analytiques locaux (autour d'un point de fonctionnement), il est commode de linéariser l'équation d'état du fluide qui devient :

$$\rho = \rho_0 \left[1 + \frac{1}{\beta} (P - P_0) - \alpha_P (T - T_0) \right]$$
(5.4)

Où

$$\beta = \rho_0 \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_T \tag{5.5}$$

Et

$$\alpha_P = -\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_P \tag{5.6}$$

La combinaison des équations (5.3) et (5.4) fait ressortir deux nouveaux paramètres physiques de valeur positive qui sont :

 β : module de compressibilité (Bulk Modulus) (Pa).

 $\alpha_{\rm P}$: coefficient d'expansion volumique à pression constante (1/°K).

L'équation d'état (5.4) traduit l'augmentation de la masse volumique avec la pression et sa diminution avec la température.

D'autres propriétés peuvent être extraites de la masse volumique comme:

Le poids volumique $\overline{\omega}(N/m^3)$: $\overline{\omega} = \rho g$

Le volume massique ou spécifique v (m³/Kg) : $v = \frac{1}{2}$



Figure 5.1. Variation de la masse volumique de l'eau en fonction de la température

3.2. Module de compressibilité

Par définition, le module de compressibilité β est l'inverse de la compressibilité B, qui représente la diminution relative du volume du fluide à cause d'un accroissement de pression

$$B_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial \forall}{\partial P}\right)_T \tag{5.7}$$

Avec:

 $B_{\rm T}$: compressibilité isotherme (1/Pa).

 \forall : Volume total du fluide à température *T* et à pression *P*, (m³).

Le module de compressibilité est un terme employé pour montrer la capacité d'un fluide à résister à la réduction de volume, provoquée par la pression appliquée. C'est un paramètre important dans la conception de systèmes hydrauliques.

En conclusion, le module de compressibilité est souvent la plus importante propriété du fluide pour déterminer la performance dynamique des systèmes hydrauliques.

Il peut aussi être décrit sous la forme suivante en remarquant que $\frac{\partial \rho}{\rho} = \frac{\partial \forall}{\forall}$.

$$\beta_T = \frac{1}{B_T} = -\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_T = \rho \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_T$$
(5.8)

Avec :

 β_{T} : module de compressibilité isotherme (Pa).

Le module de compressibilité isotherme est utile pour les processus qui se produisent lentement en assurant un échange thermique qui manifeste une température constante. Par contre, dans le cas des processus rapides, le module de compressibilité adiabatique β_a est utilisé au lieu de β_T . C'est le cas des pompes et les moteurs où les processus sont relativement rapides, ce qui n'assure pas le temps pour l'échange thermique entre le fluide et l'environnement.

Pour les liquides, la valeur du module β_a reste au voisinage de celle de β_T , contrairement au cas des gaz. La relation qui lie les deux modules de compressibilité est :

$$\beta_a = \frac{C_p}{C_v} \beta_T = \gamma \beta_T \tag{5.9}$$

Avec:

 β_a : module de compressibilité adiabatique (Pa).

C_P: chaleur spécifique à pression constante (J/Kg/°C).

C_v: chaleur spécifique à volume constant (J/Kg/°C).

 $\boldsymbol{\gamma}$: coefficient isentropique pour gaz parfait (-).

Si la nature de processus n'est pas précisée, on considère généralement qu'il s'agit du module de compressibilité isotherme. D'autre part, la grandeur de la variation de pression indique la façon avec laquelle le module de compressibilité peut être calculé. Si la variation de pression est importante comme dans les pompes et les moteurs, le module de compressibilité est le module sécant équation (5.11). Par contre, si la variation se produit autour d'une pression constante de faible valeur le module est le module tangent équation (5.10).

$$\beta_T = -\forall \ \frac{\partial P}{\partial \forall} \tag{5.10}$$

Et

$$\beta_S = -\forall \ \frac{P - P_0}{\forall - \forall_0} \tag{5.11}$$

Avec :

 β_t : module de compressibilité tangente (Pa).

 β_s : module de compressibilité sécante (Pa).

Les modules les plus utilisés généralement sont récapitulés ci-dessous :
Fonctionnement	Variation de pression	Module de compressibilité	Application	
Dynamique	Petite	Adiabatique tangent	Actionneurs et Servo- systèmes	
Dynamique	Grande	Adiabatique tangent	Pompes hydrauliques	
Statique	Petite	Isotherme tangent	Utilisation limitée par système d'aération des véhicules	
Statique	Grande	Grande Isotherme sécant	Utilisation limitée par système d'aération des véhicules	

Tableau 5.1. Les modules de compressibilités utilisés pour différentes applications

Note : La notion petite est pour la variation de pression est inférieure à 10% de pression de système. La notion grande est pour la variation est supérieure à 80% de la pression du système.

A noter que le module de compressibilité est positif et qu'il diminue énormément en présence de gaz libre dans le liquide. L'effet de la respiration de l'enveloppe mécanique du composant sous l'effet de la pression peut également être introduit pour définir un module de compressibilité effectif « β_e », qui prend la forme :

$$\frac{1}{\beta_e} = \frac{1}{\beta_c} + \frac{1}{\beta_l} + \left(\frac{\forall_G}{T}\frac{1}{\beta_g}\right)$$
(5.12)

Avec :

 β_e : module de compressibilité effectif pour le système (Pa).

 β_c : module de compressibilité pour la matière de composant (Pa).

 β_1 : module de compressibilité pour le fluide (Pa).

 β_g : module de compressibilité équivalent du gaz contenu dans le fluide (Pa).

 \forall_g : volume de gaz (m³).

 $\forall_t: volume \text{ total de fluide et de gaz, } \forall_t = \forall_g + \forall_1 (m^3).$

 \forall_1 : volume du fluide (m³).

Selon l'équation (<u>5.12</u>), les effets capacitifs agissent en série. Par exemple, le module de compressibilité théorique d'un liquide à (P = 210 bar, T = 40°C) est β_{aT} = 17000 bar. La présence de 1% de volume d'air libre réduit cette valeur à 8000 bar si l'air évolue de façon adiabatique. Pour des flexibles des systèmes hydrauliques, l'effet de la déformation des enveloppes dans β_c fait descendre le module effectif à environ 3000 bar.

En ce qui concerne β_{g} , il peut être calculé de l'équation de l'état de gaz pour un gaz parfait et pour un processus isentropique (adiabatique et réversible), qui est de la forme :

$$P\forall^{\gamma} = \text{cte}$$
 (5.13)

Pour déterminer le terme de variation de volume avec la variation de la pression, on dérive l'équation (5.13) par rapport au temps, ce qui donne:

$$\frac{d\forall}{dT} = -\frac{\forall}{\gamma P} \frac{dP}{dT}$$
(5.14)

Le signe négatif signifie que l'augmentation de pression cause une diminution de volume et vice versa. En comparant l'équation (5.14) avec celle du fluide

$$\frac{d\forall}{dT} = -\frac{\forall}{\beta_l} \frac{dP}{dT}$$
(5.15)

La compressibilité du gaz est alors exprimée par la formule suivante :

$$\beta_g = \gamma P \tag{5.16}$$



Figure 6.2. Variation de la masse volumique de l'eau en fonction de la température

3.3. Dilatation thermique

C'est la variation relative du volume de la substance lorsqu'elle est soumise à un accroissement de température. Conformément à l'équation (<u>5.17</u>), elle est évaluée à pression constante.

$$\alpha_P = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_P = \frac{1}{\forall} \left(\frac{\partial \forall}{\partial T} \right)_P$$
(5.17)

Cette propriété a un intérêt particulier dans la conception des systèmes hydrauliques fermés qui doivent fonctionner sur une vaste plage de température. Toutefois, La température et la pression ont des effets relativement modérés sur le coefficient α_{P} .



Figure 5.3. Variation de la dilatation thermique de l'eau en fonction de la température

3.4. Viscosité

La viscosité, elle aussi, est une propriété importante du fluide, car elle manifeste sa résistance à l'écoulement du fluide. Elle conditionne la plage de température de fonctionnement des systèmes hydrauliques. D'une part, la bonne lubrification des composants et la réduction des fuites internes et externes exigent une viscosité élevée. D'autre part, la réduction des pertes dans les lignes hydrauliques et l'obtention d'une réponse rapide requièrent un fluide de basse viscosité.

Les efforts de cisaillement dans le fluide changent avec le gradient de vitesse à travers une section cisaillée donnée. Pour les fluides Newtoniens l'effort de cisaillement entre les couches du fluide est proportionnel au gradient de vitesse à travers la section cisaillée. Cette propriété des fluides Newtoniens simplifie grandement la relation de viscosité. Elle est bien vérifiée pour les fluides de notre étude.

L'équation de cisaillement pour les fluides newtoniens est :

$$\tau = \mu \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}S} \tag{5.18}$$

Avec:

 τ : Contrainte de cisaillement (Pa).

 μ : Viscosité dynamique ou viscosité absolue (Pa s).

 $\frac{dv}{ds}$: Gradient de vitesse dV à travers la section cisaillée en épaisseur dS (1/s).

Le rapport de la viscosité dynamique à la masse volumique du fluide apparaît fréquemment dans les développements analytiques et il est directement mesuré par les viscosimètres. Ce rapport est défini comme la viscosité cinématique v du fluide:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \tag{5.19}$$

Avec:

 ν : viscosité cinématique (m²/s).

La viscosité est sensible à la pression et la température. Elle diminue de manière significative avec l'augmentation de la température. Cette variation peut être représentée par la relation usuelle suivante:

$$\mu_T = \mu_0 e^{-k_1(T - T_0)} \tag{5.20}$$

Avec:

 $\mu_{\rm T}$: viscosité dynamique à température *T* (Pa s).

 μ_0 : viscosité dynamique à température de référence T_0 (Pa s).

*k*₁: coefficient de température-viscosité qui dépend du fluide (1/°C).



Figure 5.4.Variation de la conductivité thermique de l'eau en fonction de la température Par contre, la viscosité augmente assez légèrement avec la pression qui peut être présentée par l'équation de Barus:

$$\mu_P = \mu_0 e^{-k_2(P - P_0)}$$

Avec:

 μ_P : viscosité dynamique à la pression absolue *P*, (Pa s).

 μ_0 : viscosité dynamique à la pression de référence P_0 qui est la pression atmosphérique (Pa s).

*k*₂ : coefficient de pression-viscosité qui varie avec la température (1/Pa).

Comme cet effet est secondaire, il est rarement pris en compte dans les études.

D'autre part, le terme de la viscosité représente habituellement la perte d'énergie mécanique due à la déformation du volume causée par le cisaillement. Par contre, même si le volume varie sans changer de forme (pas de cisaillement), une viscosité secondaire apparaît.

Cette viscosité est engendrée par la dilatation et elle représente la dissipation d'énergie lors de la variation de volume. Elle a un effet important dans la transmission d'ondes de pression de grande fréquence dans des conduites.

A signaler que la viscosité du fluide diminue très rapidement au début de service. C'est la conséquence de la rupture des chaînes moléculaires longues des additifs de viscosité qui sont

destinés à réduire l'influence de la température. Cette perte de viscosité permanente qui peut atteindre 30%, est rarement mentionnée et très mal documentée. Elle n'est pas prise en compte dans notre travail.

3.5. Conductivité thermique

La conductivité thermique λ_c (W/m°C) est une propriété qui quantifie le flux de chaleur traversant le fluide. La conductivité thermique de la plupart des liquides diminue lorsque la température augmente et varie très légèrement avec le changement de la pression.





3.6. Chaleur spécifique

La chaleur spécifique d'un liquide est la quantité de la chaleur nécessaire pour augmenter la température de 1° pour un kilogramme de fluide. Elle est exprimée en (J/Kg.°C).

Généralement, dans les systèmes hydrauliques la chaleur est produite par la perte de charge dans les orifices de dosage, par la compression du liquide, par le frottement dans les lignes de transmission et par les fuites. L'analyse thermique de ces systèmes exige alors de connaître la chaleur spécifique du liquide pour bien calculer le transfert de chaleur conditionnant le taux de réchauffement ou de refroidissement du fluide.

La chaleur spécifique est donnée sous deux formes : la chaleur spécifique mesurée à pression constante C_{Pr} et la chaleur spécifique mesurée à volume constant C_v . Pour un liquide, les deux valeurs sont très voisines, contrairement aux gaz.

$$C_P = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_P C_V = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_V$$
(5.21)

Avec :

u : énergie interne spécifique (J/Kg).

h : enthalpie spécifique (J/Kg).



Le rapport de chaleurs spécifiques diminue généralement avec l'augmentation de la température, il est peu affecté par les pressions dans la gamme de (0 MPa à 69 MPa).



D'autres propriétés peuvent être définies à partir des paramètres présentés ci-dessus, comme les propriétés thermiques suivantes :

$$\alpha_T = \frac{\lambda_c}{\rho C_P} \tag{5.22}$$

Avec :

 α_T diffusivité thermique du fluide (m²/s).

Nombre de Prandtl P_r , il caractérise la diffusion de quantité de mouvement du fluide (représentée par la viscosité cinématique v) par rapport à la diffusion de la chaleur dans le fluide α_t :

$$P_r = \frac{\mu C_p}{\lambda_c} = \frac{\nu}{\alpha_t} \tag{5.23}$$

4. Historique des tables de propriétés physiques de la vapeur IAPWS

La vapeur d'eau est l'intermédiaire le plus utilisé pour transporter la chaleur au sein d'un complexe industriel et pour convertir l'énergie thermique en énergie mécanique ou électrique.

La connaissance précise des propriétés thermodynamiques de la vapeur d'eau est d'une grande utilité pour prédire le comportement des systèmes qui la produisent ou l'utilisent. Les valeurs de ces propriétés doivent être connues et admises par tous les intervenants, en particulier les fournisseurs d'équipements qui doivent offrir des garanties de performance, et les utilisateurs qui tiennent à ce que les promesses des premiers soient tenues.

Les travaux scientifiques permettent de déterminer ces propriétés dans des domaines généralement limités. Les résultats obtenus par des équipes différentes peuvent parfois diverger. L'ensemble du domaine d'utilisation peut ne pas être parfaitement couvert.

L'industrie a besoin que des organismes de normalisation fixent des valeurs de référence admises par tous, et des règles d'interpolation entre ces valeurs.

Ce travail de normalisation à l'échelle internationale a donné lieu à de nombreuses conférences dont la première eu lieu à Londre en 1929. En 1934 la troisième conférence adopta une première série de tables de propriétés. Ces travaux furent interrompus par la seconde guerre mondiale et ne reprirent qu'en 1954 lors de la quatrième conférence à Philadelphie. Une nouvelle série de tables furent adoptées en 1963 lors de la sixième conférence à New-York et servi de norme internationale jusqu'en 1984. La sixième conférence de 1963 décida également la création d'un groupe de travail dénommé International Formulation Comitee (IFC) avec pour mission la création d'équations pouvant être programmées sur ordinateurs pour calculer les valeurs contenues dans les tables. Ce groupe de travail abouti à deux jeux d'équations nommés Formulation for Industrial Use en 1967 (IFC-67) puis Formulation for scientific and General Use en 1968. IFC-67 servi de base pour la publication des ASME Steam tables. Depuis 1970 l'International Association for Properties of Steam (IAPS) devenue plus tard l'International Association for Properties of Water and Steam (IAPWS) a repris la coordination de ces travaux. En 1984 une nouvelle série d'équations est adoptée par la dixième conférence à Moscou pour les usages scientifiques. Elle est aussi connue sous la désignation NBS-84. La série d'équations destinée aux usages industriels reste quant à elle valide jusqu'en 1997.

Т (°С)	ρ (kg/m ³)	μ (Pa s)	C _p (J/kg K)	k (W/m K)	Pr	β (K ⁻¹)	<i>c</i> (m/s)	σ (N/m)
5	1000	0.001519	4200	0.5576	11.44	0.00001135	1426	0.07494
10	999.7	0.001307	4188	0.5674	9.642	0.00008743	1448	0.07422
15	999.1	0.001138	4184	0.5769	8.253	0.0001523	1467	0.07348
20	998.2	0.001002	4183	0.5861	7.152	0.000209	1483	0.07273
25	997.1	0.0008905	4183	0.5948	6.263	0.0002594	1497	0.07197
30	995.7	0.0007977	4183	0.603	5.534	0.0003051	1509	0.07119
35	994	0.0007196	4183	0.6107	4.929	0.000347	1520	0.0704
40	992.2	0.0006533	4182	0.6178	4.422	0.0003859	1528	0.06959
45	990.2	0.0005963	4182	0.6244	3.994	0.0004225	1534	0.06877
50	988	0.0005471	4181	0.6305	3.628	0.0004572	1537	0.06794
55	985.7	0.0005042	4182	0.636	3.315	0.0004903	1538	0.0671
60	983.2	0.0004666	4183	0.641	3.045	0.0005221	1537	0.06624
65	980.6	0.0004334	4184	0.6455	2.81	0.0005528	1534	0.06536
70	977.8	0.000404	4187	0.6495	2.605	0.0005827	1529	0.06448
75	974.9	0.0003779	4190	0.653	2.425	0.0006118	1523	0.06358
80	971.8	0.0003545	4194	0.6562	2.266	0.0006402	1514	0.06267
85	968.6	0.0003335	4199	0.6589	2.125	0.0006682	1504	0.06175
90	965.3	0.0003145	4204	0.6613	2	0.0006958	1491	0.06081
95	961.9	0.0002974	4210	0.6634	1.888	0.000723	1475	0.05987
100	0.5896	0.00001227	2042	0.02506	0.9996	0.002881	472.8	0.05891

Tableau 5.2. Propriétés thermo-physiques de l'eau

Source: Data obtained with EES software – Engineering Equation Solver (S.A. Klein, version 9.698). T = temperature, ρ = density, μ = dynamic viscosity, c_p = specific heat, k = thermal conductivity,

Pr = Prandtl number, β = volume expansion coefficient, c = sound speed, σ = superficial tension, ω = 0.3443 = accentric factor.

Critical parameters: $T_c = 373.984 \,^\circ\text{C}$, $P_c = 220.64 \,\text{bar}$, $v_c = 3.106 \,\text{dm}^3/\text{kg}$. Triple point parameters: $T_t = 0.01 \,^\circ\text{C}$, $P_t = 611.732 \,\text{Pa}$.

Drying Phenomena: Theory and Applications, First Edition. İbrahim Dinçer and Calin Zamfirescu. © 2016 John Wiley & Sons, Ltd. Published 2016 by John Wiley & Sons, Ltd.

5. Transfert de chaleur

Le transfert d'une quantité de chaleur δq pendant un intervalle de temps δt correspond à un flux de chaleur $\varphi = \delta q / \partial t$. Un flux de chaleur équivaut à une puissance échangée par un système à travers sa frontière sous forme de chaleur. Les flux de chaleur φ se mesurent en Watts. Comme le flux de chaleur n'est pas nécessairement uniforme sur toute la surface d'échange S, on introduit la notion de densité de flux locale \vec{J} (W. m⁻²). Le flux φ est alors l'intégrale de la densité de flux sur la surface d'échange S, $\varphi = \int \vec{J} d\vec{S}$ où $d\vec{S}$ représente un élément de surface orienté de telle sorte que le flux est sortant si $\vec{J}d\vec{S} > 0$ entrant si $\vec{J}d\vec{S} < 0$.

D'un point de vue plus physique, le transfert de chaleur trouve son origine dans les écarts de température. Ainsi, un transfert d'énergie sous forme de chaleur sera obtenu chaque fois qu'un gradient de température existera au sein d'un système ou lorsque deux systèmes, à températures différentes, seront mis en contact par l'intermédiaire d'une surface d'échange S. Le processus de transmission de la chaleur n'est pas régi par une relation unique mais résulte d'une combinaison de mécanismes physiques indépendants. Ces trois modes s'effectuent la plupart du temps en parallèle.

La conduction thermique existe dans tous les milieux continus et se manifeste par l'élévation de la température de proche en proche qui, pour les solides, correspond à un accroissement de l'énergie de vibration du réseau cristallin, tandis que pour les fluides, à une transmission d'énergie cinétique opérée par les chocs entre les particules, c'est J. Fourier (1822), que l'on doit la théorie analytique de la conduction de la chaleur qui a amené, en dehors des application physiques, à des progrès en analytique mathématique.

Dans les fluides l'existence d'un champ de température non-uniforme modifie localement la masse volumique de ces fluides et entraine dans un champ de forces de volume (pesanteur, force centrifuge), des mouvements dites convection naturelle, ces mouvements ont été étudié pour la première fois par Bénard (1901) entre deux plaques horizontales à températures différentes.

5.1. Transfert de chaleur par convection

La convection thermique est le mode de transmission qui implique le déplacement d'un fluide, liquide ou gazeux. Dans un fluide, il est pratiquement impossible d'assister la conduction pure car le moindre gradient de température entraine des courants de convection, c'est-à-dire, transport de masse, on distingue deux types de convection, la convection libre ou naturelle et convection forcée.

Le flux de chaleur transmis par convection, entre une paroi à température T_1 et un fluide à température T_2 (température mesurée loin de la paroi), peut s'écrire sous la forme :

$$\varphi = h_c S (T_1 - T_2) \tag{5.24}$$

(Loi de Newton) où h_c est le coefficient d'échange par convection (unité W.m⁻²K⁻¹). On distingue deux types de convection (Yves 2009).

5.1.1. La convection libre ou naturelle

Ce type de convection résulte des variations de masse volumique du fluide résultant des échanges de chaleur eux-mêmes (poussée d'Archimède sur les éléments de fluide chaud). Il en résulte une convection laminaire ou turbulente, suivant la valeur du nombre de Grashof « G_r » :

$$Gr = \frac{g \beta \rho^2 x^3 \Delta T}{\mu^2}$$
(5.25)

Ou de Rayleigh R_a :

$$R_a = P_r G_r \tag{5.26}$$

x est l'échelle caractéristique de longueur,

 ΔT est l'écart caractéristique de température,

g est l'accélération de la pesanteur,

 μ est la viscosité dynamique,

 $\beta = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dT}$, est le coefficient de dilatation.

En fonction de la valeur du nombre de Rayleigh, le transfert de chaleur a les caractéristiques suivantes :

 $R_a < 10^3$: convection négligeable ; le transfert a lieu essentiellement par conduction.

 $10^3 < R_a < 10^9$: le transfert a lieu en régime de convection libre laminaire (rouleaux convectifs stables dans le temps).

 $R_a > 10^9$: le transfert a lieu en régime de convection libre turbulente.

L'expérience montre que :

$$Nu = A R_A^{\ N} = A (P_r G_r)^n \tag{5.27}$$

Où *A* est une constante dépendant de la géométrie considérée et de la valeur du nombre de Rayleigh.

La convection libre apparaît spontanément, elle se produit dans un fluide auquel il existe un gradient de température. C'est le cas d'une pièce ou l'air chaud produit au niveau du sol va monter au plafond tandis que l'air froid va descendre. Le mouvement est dû au fait que l'air chaud est moins dense que l'aire froid et monte alors sous l'effet du principe d'Archimède (Philip 2006).

5.1.2. La convection forcée

La convection forcée se produit quand le mouvement est provoqué par une intervention extérieure comme des actions mécaniques telles qu'un dispositif de pompage ou de ventilation. L'écoulement est alors laminaire ou turbulent suivant la valeur du nombre de Reynolds $Re = \frac{\rho v x}{\mu}$ où x est une échelle de longueur caractéristique de l'écoulement (par exemple diamètre, dans le cas d'un écoulement de conduite), v est une vitesse caractéristique de l'écoulement (par exemple, la vitesse moyenne : $v = \frac{m}{\rho s}$ (m/s) dans le cas d'un écoulement

de conduite, *m* représentant le débit massique et *S* la section de passage), μ la viscosité dynamique (en Poiseuille (Pl) en SI) et ρ la masse volumique. Les coefficients d'échange h_c sont exprimées par l'intermédiaire du nombre de Nusselt N_u défini par $N_u = \frac{h_c x}{k}$ (k : la conductivité thermique du fluide, x : échelle de longueur caractéristique). Le nombre de Nusselt caractérise l'efficacité du transport thermique convectif par rapport à ce que serait le seul transport de conduction dans le gaz. L'expérience montre que $Nu = f(P_r, R_e)$ où $Pr = \frac{\mu C}{\kappa}$ est le nombre de Prandtl qui résume les propriétés thermo-physiques du fluide. Ainsi, on posera la plupart du temps $N_u = A R_e m P_r^n N u^m$ où A est une constante dépendant de la géométrie considérée et de la valeur du nombre de Reynolds.

Quel que soit le mode de convection, le transfert de l'énergie thermique entre la surface d'un corps solide à une température *T* et le fluide environnent se fait par conduction thermique puisque généralement la vitesse du fluide est nulle dans la couche limite en contact avec le corps solide. La continuité de la densité du flux d'énergie à la surface permet donc d'écrire :

$$\varphi|_{suface}(W.m^{-2}) = -\lambda_s \cdot \frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{\substack{solide\\x=0}} = -\lambda_f \cdot \frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{\substack{fluide\\x=0}}$$
(5.28)

Ou λ s et λ t sont respectivement les conductivités thermiques du solide et du fluide.

Le problème est de déterminer le gradient de température à la surface qui dépend du phénomène de la conduction. La densité du flux à la surface dépond du couplage entre un phénomène de conductivité transverse suivant (OX) et d'un phénomène de convection. Il s'agit donc d'un problème très compliqué où la thermique et la mécanique des fluides sont couplées. Il est hors de question de rentrer plus à fond dans les méandres de la mécanique des fluides. D'ailleurs, d'un point de vue pratique, les problèmes de convection sont traités par des formules semi-empiriques.

On définira la résistance thermique de surface par :

$$R_{th} = \frac{1}{hcS} \tag{5.29}$$

Cette relation ne constitue pas une loi, mais plutôt une description phénoménologique du processus de transmission par analogie avec la conduction. Quel que soit le régime d'écoulement, y compris turbulent, il existe au voisinage immédiat de la paroi une zone d'écoulement laminaire appelée couche limite (voir figure (<u>5.7</u>) ci-dessous). Ce film est adjacent à la surface avec condition d'arrêt de l'écoulement le long de la paroi (vitesse nulle).



Figure 5.7. Couche limite

Ce film constitue la principale résistance thermique au transfert de chaleur entre la paroi et le fluide en mouvement. C'est pourquoi on parle souvent de coefficient de film pour désigner le coefficient de transfert convectif à la paroi. Lorsque la turbulence de l'écoulement augmente, l'épaisseur du film laminaire diminue, sa résistance thermique décroît. Le flux de chaleur, pour un écart de température donné, est donc d'autant plus important que le régime d'écoulement est turbulent (Joseph <u>2019</u>).

Pour aborder le problème par le côté pratique cela, supposons un volume d'air immense à la température T_a (réservoir de température). Plaçons dans ce volume une résistance électrique. Loin de l'élément chauffant, une sonde de température indique la température T_a . Au fur et à mesure que la sonde est approchée de la surface de l'élément chauffant, la température augmente. Intuitivement on doit obtenir un profil de température analogue à celui de la figure (<u>5.8</u>) où T_s est la température de la surface de l'élément chauffant (Philip <u>2006</u>).



Figure 5.8. Convection thermique

(= 01)

La température chute donc dans une couche très faible près de la surface. On introduit alors le concept de couche limite notée ξ telle que la densité du flux d'énergie φ à la surface s'écrive:

$$\varphi|_{suface}(W.m^{-2}) = -\lambda_s \cdot \frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{\substack{solide\\x=0}} = -\lambda_f \cdot \frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{\substack{fluide\\x=0}} = -\lambda_f \cdot \frac{T_a - T_s}{\xi}$$
(5.30)

On peut alors définir le flux de chaleur échangé par convection.

$$\varphi(W) = hc S (T_s - T_a) \tag{5.31}$$

Avec :

$$h(W.m^{-2}.k^{-1}) = \frac{\lambda_f}{\xi}$$
(5.32)

Cette équation est appelée équation de newton où h représente le coefficient convectif. Ce coefficient ne dépend pas en général de la nature de la paroi mais uniquement des propriétés du fluide (viscosité, coefficient de dilatation thermique, densité) et de la nature de l'écoulement (laminaire ou turbulent). On retiendra que le coefficient d'échange convectif h décrit globalement le phénomène de convection et qu'il permet de définir une conductance thermique de convection :

$$G_{th \ convection} = h.S \tag{5.33}$$

Telle que :

$$\varphi = G_{th \ convection} \ . \ (T_s - T_a) \tag{5.34}$$

L'épaisseur de la couche limite ξ dépond du régime d'écoulement au voisinage de la paroi. Dans le cas d'un écoulement laminaire, les filets liquides contigus glissent les uns sur les autres sans se mélanger dans la direction normale aux filets. Autrement dit, il n'y a pas de brassage de fluide.

Quand la vitesse d'écoulement augment on aura une transition vers un régime d'écoulement turbulent dont les filets liquides sont animés par des mouvements tourbillonnaire à caractère aléatoire. Le mouvement du fluide sera dans ce cas dans trois dimensions avec un brassage important qui favorise les échanges thermique. L'épaisseur de la couche limite ξ diminue avec l'augmentation de la vitesse et la turbulence de l'écoulement.

Les ordres des grandeurs des coefficients de transfert convectifs *h* pour différents fluides sont donnés dans le tableau suivant :

Type de transfert	fluide	<i>h</i> (W. m ⁻² .k ⁻¹)
Convection libre	air	5 à 50
	eau	100 à 1000
Convection forcée	air	10 à 500
	eau	100 à 15000
	huile	50 à 1500

Tableau 5.3. Coefficient de transfert *h*

Métaux liquides 5000 à 250000

Valeurs du coefficient d'échange *h***.** Il est difficile de donner des valeurs de h, les valeurs pouvant varier énormément en fonction de la géométrie, du fluide et du type de convection. On peut cependant retenir que pour l'air, aux alentours de la température ambiante et en convection naturelle, h est donné par

$$h = \left(\frac{\theta}{D}\right)^{1.4} \tag{5.35}$$

Où, $\theta = T_{corps} - T_{ambiante}$ en Kelvin et *D* est le diamètre d'une barre (en mètre). Ceci donne des valeurs d'environ 5 (W m⁻²K⁻¹). Pour l'eau, toujours aux alentours de la température ambiante, le coefficient *h* est environ 10 fois plus élevé.

5.2. Transfert thermique en écoulement établi dans une conduite en charge

On considère ici différents cas de transfert thermique en écoulement établi en conduite cylindrique circulaire. Le profil de vitesse est connu: c'est le profil de Poiseuille. En négligeant la conduction de chaleur dans la direction axiale :

$$\frac{\partial T^2}{\partial x} \ll \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right)$$
(5.36)

L'équation de l'énergie se réduit à:

$$\rho \, c \, u \, \frac{\partial T^2}{\partial x^2} = k \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \mu \left(\frac{du}{dr} \right)^2 \tag{5.37}$$

Et d'après le profil des vitesses :

$$\frac{du}{dr} = -4\frac{u_m}{R}\frac{r}{R} \tag{5.38}$$

Le transfert thermique est dit établi lorsque le profil de différence de température T- T_{p} , avec T_{p} la température de la paroi, ne dépend pas de x et elle n'est fonction que de r:

$$\frac{\partial (T - T_p)}{\partial x} = 0 \quad \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial T_P}{\partial x}$$
(5.39)



Figure 5.9. Transfert thermique établi avec écoulement de Poiseuille dans une conduite en charge à section circulaire

Transfert thermique établi avec température de paroi constante. On considère tout d'abord le cas du transfert thermique établi avec température paroi constante :

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT_P}{dx} = cte \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \tag{5.40}$$

Il n'y a pas donc de conduction de la chaleur dans la direction axiale (i, e. pas besoin de la négliger elle s'annule exactement), l'équation d'énergie se simplifie alors d'avantage :

$$0 = k \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) + \mu \left(\frac{du}{dr} \right)^2$$
(5.41)

La dissipation visqueuse contrebalance exactement la conduction, ce qui conduit à :

$$k\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{d}{dr}(T-T_P)\right) = -16\mu\frac{u_m}{R^2}\left(\frac{r}{R}\right)^2$$
(5.42)

Par intégration on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial r}(T - T_P) = -4\frac{\mu u_m^2}{kR} \left(\frac{r}{R}\right)^3$$
(5.43)

Et donc, finalement, le profil de différence de température :

$$T - T_P = \frac{\mu u_m^2}{kR} \left(1 - \left(\frac{r}{R}\right) \right)^4 \tag{5.44}$$

La différence de température maximale est obtenue au centre de la conduite :

$$T_c - T_P = \frac{\mu u_m^2}{kR} \tag{5.45}$$

Par exemple, pour de l'eau à 20°C (μ =1.00 10⁻³ N s /m² et *k*=0.603 W /(m .k)) circulant avec une vitesse de débit, um=1 m/s, on obtient T_{c} - T_{p} = 0.0017°C, ce qui est faible. Comme nous le verrons plus loin la dissipation visqueuse est en fait souvent négligée dans les phénomènes de transfert de chaleur.

La chaleur produite au sein de l'écoulement par la dissipation visqueuse est dégagée vers l'extérieur par conduction à la paroi. Comme le profil de température ne dépend pas de x, le transfert de chaleur ne dépond non plus de x : il s'agit bien d'un transfert thermique établi. On a pour le transfert de chaleur à la paroi :

$$q_w = -k \left. \frac{dT}{dr} \right|_{r=R} = 4k \left. \frac{\left(T_c - T_p\right)}{R} \right.$$
(5.46)

Le coefficient adimensionnel de transfert de chaleur est le nombre de Nusselt défini par :

$$N_u = \frac{q_w}{\frac{k(T_c - T_p)}{D}}$$
(5.47)

On a donc déterminé ici que le nombre de Nusselt en transfert thermique établi pour un écoulement de Poiseuille en conduite circulaire est N_{μ} =8.

En fait la température maximale n'est pas la grandeur que l'on utilise pour définir un coefficient de transfert global. On utilise plutôt la température moyenne représentative du flux énergétique thermique au sein de la conduite. A chaque tube de courant à section d*A* correspond un flux énergétique local égal à $cT\rho udA$ (énergie thermique × débit massique) La température de référence (Cup Mixing Temperature) est définie par :

$$c T_m = \frac{\int c T \rho u \, dA}{\int \rho \, u \, dA} \tag{5.48}$$

Et donc, en incompressible :

$$T_m = \frac{\int T \ u \ dA}{\int u \ dA} = \frac{\int T \ u \ dA}{u_m A} \tag{6.49}$$

Le flux énergétique thermique global de la conduite est donc, par définition de T_m , égal à $c T_m \rho u_m A$ de manière équivalente, on a, par soustraction T_w , que :

Pour le profil de différence de température ci-dessus, on obtient, par intégration (avec dA=r $d\theta dr$ et en utilisant $\eta=r/R$):

$$T_m - T_p = \frac{1}{u_m \pi R^2} \frac{\mu u_m^2}{k} 2u_m 2\pi R^2 \int_0^1 (1 - \eta^4) (1 - \eta^2) \eta d\eta = \frac{5}{6} \frac{\mu u_m^2}{k}$$
(5.50)

On peut donc aussi écrire, le profil de différence de température comme suit

$$\frac{T - T_P}{T_m - T_P} = \frac{5}{6} \left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^4 \right)$$
(5.51)

Le transfert de chaleur à la paroi est alors :

$$q_p = 4\frac{\mu u_m^2}{R} = \frac{24}{5}k\frac{(T_m - T_P)}{R}$$
(5.52)

De sorte que le nombre de Nusselt défini en utilisant

$$N_u = \frac{q_p}{k(T_m - T_p)/D} = \frac{48}{5} = 9.6$$
(5.53)

6. Conclusion

Ce chapitre est réservé à la présentation du transfert de chaleur dans les conduites en charge. Nous avons commencé par un aperçu sur les différents types d'échange de chaleur classés en rayonnement, conduction, convection naturelle et convection forcée. Aussi, un aperçu sur les deux modèles de comportement envisagés : le modèle isotherme et le modèle adiabatique. Puis nous avons exposé en détail les propriétés thermo-hydrauliques fondamentales de l'eau, employés dans le cadre de cette thèse. Enfin, nous avons décrit le transfert de chaleur écoulement établi dans en une conduite charge. en

Chapitre 6

Chapitre 6. Résultats et discussions

1. Introduction

Les conditions de l'écoulement transitoire en charge dans les cas pratiques sont loin d'être idéales avec la façon décrite par le modèle mathématique standard. Plusieurs d'autres complications peuvent apparaitre dans les conditions réels, tels que la présence du gaz libre ou dissous dans le liquide, la cavitation et la séparation de la colonne (phénomènes de basse pression), les interactions fluide-structure FSI (mouvement des conduites), le comportement viscoélastique des parois de conduites, les fuites et les obstacles cachés et aussi les piquages dans des endroits inconnus dans le système.

Toutefois, la température du système, qu'elle soit constante ou variable, influe largement sur les propriétés fondamentale du liquide et de matériaux constituant les différentes composante du système, tels que la densité, la viscosité, le module de compressibilité du liquide et d'élasticité de la conduite et aussi la pression de vapeur et de saturation du liquide.

De plus, on constate que, tout changement de température provoquera la dilatation et la contraction du liquide dans le système, qui sera différent de la dilatation/contraction de l'enveloppe. Cette différence des coefficients de dilatation/contraction doit être prise en compte. Si la température du système augmente, il faudra purger une partie du liquide pour éviter l'accumulation de pression. Si la température diminue, il faudra plutôt fournir du liquide au système pour éviter la transformation d'une partie du liquide du système en vapeur, ce qui pourrait provoquer des coups de bélier par condensation lorsque la pression du système augmentera subséquemment. Ces étapes de purge et d'appoint sont particulièrement critiques pendant les phases de démarrage et d'arrêt. Le coup de bélier est plus dangereux dans les circuits de liquide, notamment si le liquide a une grande énergie cinétique en raison de sa masse et de sa vitesse.

Dans ce chapitre nous allons enquêter sur l'effet de la température ambiante du système sur le comportement de l'écoulement transitoire en charge. Spécialement, sur la célérité, l'amplitude et l'atténuation des ondes de pression et ainsi sur la cavitation et la séparation de la colonne.

Pour cela nous allons simuler un système hydraulique expérimental conçu par Soares *et al* (2015) traitant deux cas d'écoulement instationnaire à la fois. Le premier cas présente un écoulement transitoire monophasique et le second cas génère un écoulement transitoire diphasique.

Pour cela nous avons développé un solveur informatique incluant les deux modèles hydrauliques pour le calcul de la cavitation et la séparation de colonne qui sont le modèle de cavité de vapeur discrète (DVCM) et le modèle de cavité gazeuse discrète (DGCM). Toutefois, en plus du modèle de frottement quasi-stationnaire classique le code de calcul contient quatre modèles de frottement instationnaire un modèle basé sur l'accélération instantané proposé par Brunone et trois modèles basés sur l'intégrale de convolution proposé respectivement par Vardy &Brown, Zarzycki et Zieleke.

La simulation des deux cas, monophasique et diphasique, se déroule dans un intervalle de température allant de 4°C à 95°C pour 4°C, 10°C, 20°C, 30°C, 40°C, 50°C, 60°C, 70°C, 80°C, 90°C, 95°C. Cependant seuls les résultats significatifs obtenus sont présentés.

Les propriétés thermiques de l'eau sont obtenues depuis les tables d'ASME qui sont basées sur les normes IAPWS97.

On suppose que le système est isotherme et que la température reste constante pendant l'écoulement transitoire.

2. Description de l'expérience de référence

L'étude expérimentale menée par Soares et al. (2015) consiste en une conduite en cuivre droite de 15,22 m de longueur avec un diamètre intérieur de 20 mm et une épaisseur de paroi de 1,0 mm. (Voir figure 6.1)

L'installation d'essai comprend un réservoir hydropneumatique à l'extrémité amont et une vanne à boisseau d'un quart de tour à l'extrémité aval avec un actionneur pneumatique.

Le temps de fermeture de la vanne n'est pas décrit et, par conséquent, il est approximé par le temps qu'il faut pour atteindre la pression maximale à partir de la pression en régime permanent. Le temps de fermeture est estimé à 18 ms.

Deux expériences ont été menées par Soares et al. (2015) avec une vitesse initiale de 0,423 m/s (cas 1) et 0,497 m/s (cas 2).

La vitesse la plus faible produit un coup de bélier monophasique, tandis que la vitesse la plus élevée engendre un coup de bélier à deux phases. La charge initiale au réservoir est de 46 m pour les deux expériences. Pour la simulation, le facteur de fermeture de la vanne m est choisi 5, ce qui est le meilleur ajustement vu que t_v n'a pas été décrit par Soares et al (2015). Le fluide utilisé dans l'étude est de l'eau.



Figure 6.1. Système expérimental.

La figure (6.2) montre les résultats expérimentaux des traces de pression pour un écoulement monophasique (figure (6.2a) avec le débit initial, $Q_0 = 0,133$ l/s) ainsi que les données de pression transitoire pour un écoulement diphasique (figure (6.2b) avec débit initial, $Q_0 = 0,156$ l/s) acquises par le transducteur T₁ à la vanne.



Figure 6.2. Traces de pression de l'expérience. (a) Ecoulement monophasique; (b) Ecoulement diphasique.

3. Interprétation des résultats et discussion

3.1. État stationnaire

A l'état stationnaire avant la manœuvre de la vanne, le débit reste constant, tandis que la charge de pression chute le long de la conduite du fait des forces de frottement. Les résultats pour l'état stationnaire à travers la plage de température sont donnés dans le tableau (<u>6.1</u>) cidessous:

			Etat station	naire			
Température		Cas	1		Cas2		
(°C)	Débit	Charge	Atténuation	Débit	Charge	Atténuation	
	(l/s)	(m)	(%)	(l/s)	(m)	(%)	
4	0,133	45,745	-0,55	0,156	45,664	-0,73	
10	0,133	45,758	-0,53	0,156	45,680	-0,70	
18,5	0,133	45,772	-0,50	0,156	45,699	-0,65	
20	0,133	45,775	-0,49	0,156	45,702	-0,65	
30	0,133	45,788	-0,46	0,156	45,719	-0,61	
40	0,133	45,798	-0,44	0,156	45,732	-0,58	
50	0,133	45,807	-0,42	0,156	45,744	-0,56	
53	0,133	45,809	-0,42	0,156	45,747	-0,55	
60	0,133	45,814	-0,40	0,156	45,753	-0,54	
70	0,133	45,820	-0,39	0,156	45,761	-0,52	
80	0,133	45,825	-0,38	0,156	45,768	-0,50	
90	0,133	45,830	-0,37	0,156	45,774	-0,49	
95	0,133	45,832	-0,37	0,156	45,776	-0,49	

Tableau 6.1. Les résultats des cas 1 et cas 2 pour l'état stationnaire à la vanne.

La charge hydraulique à la vanne, pour les deux cas augmente avec la température comme le montre la figure (<u>6.3</u>).



Figure 6.3. L'effet de la température sur la charge hydraulique à la vanne pour l'état stationnaire.

La charge de pression maximale au niveau de la vanne est obtenue à 95°C pour les deux cas, cela est dû au fait que l'atténuation provoquée par les forces visqueuses diminue lorsque la température du système augmente.

3.2. Etat instationnaire

Pour la simulation de l'état transitoire, la grille MOC est définie avec un nombre de 48 sections de contrôle. Comme la durée de fermeture de la vanne n'a pas été décrite par Soares et al, alors elle est estimée à 18 ms, le temps qu'il faut pour atteindre la pression maximale à partir de la pression en régime permanent, *m* est choisi 5, ce qui est le meilleur ajustement de fermeture de la vanne (figure (6.4)).



Figure 6.4. Le débit à l'extrémité avale de la conduite pendant la fermeture de la vanne.

La valeur de la célérité des ondes dépend de la compressibilité du liquide, qui a une valeur maximale à 50°C (figure (<u>6.5</u>)). Elle est aussi affectée par la pression, la température et la teneur en gaz dans le liquide, ainsi que par l'élasticité de la conduite. Cependant, dans ce travail, seules la température et l'élasticité de la conduite sont prises en compte.

Le module d'élasticité du cuivre est supposé être fonction de la température et modélisé par une courbe polynomiale d'ajustement en fonction de la température (Engineering Toolbox 2004) comme suit:

$$E_{Cuivre} = 6894.757 * ((16233170) + (-2578.234 * ((T * 9 / 5) + 32))) - (1.464828 * ((T * 9 / 5) + 32)^{2}))$$
(6.54)



Figure 6.5. L'effet de la température sur la célérité de l'onde. (a) Rapports de a, B et E à ceux de 18,5 (° C); (b) Le comportement de la célérité des ondes dans la plage de température.

Comme le montre la figure (6.5), une valeur minimale de célérité de l'onde est obtenue à la température la plus basse de 4°C, puis, la célérité augmente avec la température jusqu'à ce qu'elle atteigne une valeur maximale de 1280,55 m/s à 53°C. Toutefois, comme la température ambiante de l'expérience n'a pas été donnée par Soares et al (2015), elle est estimée à partir de la courbe a = f(T), qui vaut 18,5°C à 1455 m / s.

Premier cas. Avec un débit initial $Q_0 = 0,113$ l/s, une comparaison, à la vanne, entre les données expérimentales et les résultats de calcul à 18,5°C, pour le cas monophasique est présentée par la figure (<u>6.6</u>) ci-dessous:



Figure 6.6. Comparaison entre l'expérience et les résultats monophasiques à 18,5°C ; (a) Traces de pression; (b) Atténuation de la ligne de charge.

Le modèle de frottement quasi stationnaire estime correctement le pic dans la première zone de pression, mais ne décrit pas avec précision l'atténuation de la ligne de charge. Cependant, aucun décalage entre les données expérimentales et les résultats de calcul avec des modèles de frottement instationnaire n'est constaté.



Figure 6.7. Les résultats du cas monophasique à 4, 18.5, 53 et 95°C. (a) Traces de pression; (b) Atténuation de la ligne de charge.

Comme le montre la figure (<u>6.7</u>), les résultats de calcul pour le cas initial sont donnés à chaque température significative. Les traces de la charge de pression représentent un décalage notable de phase et d'atténuation, augmentant dans le temps. Les valeurs de la fréquence d'oscillation, de la célérité des ondes et de la charge de pression sont résumées dans le tableau (<u>6.2</u>) comme suit:

Température (°C)	Célérité de l'onde (m/s)	Fréquence (Hz)	Premier pic (m)	Déviation (%)	Dixième pic (m)	Déviation (%)
4	1222.28	20.08	98.642	-1.430	79.73	-19.17
18.5	1254.89	20.61	100.073	-	82.86	-17.20
53	1280.55	21.03	101.186	+1.112	86.83	-14.19
95	1254.51	20.60	100.074	+0.001	87.97	-12.10

Tableau 6.2. Le premier cas, résultats d'écoulement monophasique.

La comparaison des résultats obtenus pour les différentes températures, et celles obtenues à 18,5°C, montre que le pic minimum de 98,642 m dans la première zone de pression est obtenu à 4°C avec la fréquence la plus basse de 20,08 Hz et qui correspond au plus grand écart négatif de la charge de pression: -1,43% et d'atténuation: -19,17%. Cependant, le pic maximal de 101,186 m est obtenu à 53°C avec la fréquence la plus élevée de 21,03 Hz, ce qui représente la plus grande déviation positive de la charge de pression: +1,112%. En revanche, à 95°C, des valeurs proches de celles de l'expérience ont été obtenues à l'exception du moindre rapport d'atténuation.

Deuxième cas. Dans le deuxième cas, le débit initial $Q_0 = 0,156$ l/s entraîne un écoulement transitoire diphasique. La MOC est configurée avec une grille de 48 nœuds, un facteur de fermeture de vanne m = 5 et une faible fraction de vide de gaz libre α de 10⁻⁷. Un facteur de pondération ψ de 0,55 pour DVCM et DGCM; cependant, à des températures supérieures à 53°C, le DGCM a nécessité des valeurs plus élevées de ψ pour minimiser les oscillations numériques excessives, voir le tableau (6.3) ci-dessous:

Tableau 6.3. Facteur de pondération ψ choisie pour DVCM et DGCM.

Température (°C)	DVCM	DGCM
$4 \le T < 53$	0.55	0.55
$53 \le T < 80$	0.55	0.65
$80 \le T \le 95$	0.55	0.80





Figure 6.8. Comparaison entre l'expérience et les résultats diphasiques à 18,5 (°C). (a) DVCM avec modèles de frottement instationnaire; (b) DGCM avec modèles de frottement instationnaire.

La figure (<u>6.8</u>) montre la comparaison entre les données expérimentales et les résultats de calcul à 18,5°C à la vanne, pour le DVCM et le DGCM avec les différents modèles de frottement instationnaire. On ne constate qu'il n'y a pas de décalage au niveau de la première et la deuxième zone de pression; cependant, à la troisième zone, aucun des modèles n'est capable de reproduire le plus grand pic de pression.









(c)



Figure 6.9. Résultats diphasiques à 4°C, 18.5°C, 53°C et 95°C. (a) DVCM-Brunone; (b) DVCM-Vardy & Brown; (c) DGCM-Brunone; (d) DGCM-Vardy & Brown.

Les résultats, pour le deuxième cas, comme le montre la figure ($\underline{6.9}$) pour DVCM et DGCM avec des modèles de frottement instationnaires sont donnés pour 4°C, 18.5°C, 53°C et 95°C. Comme pour le cas monophasique, on peut voir que pour toutes les combinaisons les traces de pression représentent un décalage notable de phase et d'atténuation, augmentant dans le temps. Cependant, une oscillation numérique excessive est obtenue avec le modèle de frottement instationnaire de Vardy & Brown par rapport à celui de Brunone. Les valeurs de la fréquence d'oscillation, de la célérité des ondes et de la charge de pression dans les première, deuxième et troisième zones de pression sont résumées dans les tableaux ($\underline{6.4}$) et ($\underline{6.5}$) comme suit:

— ()	6/1/ h/	T (Première	Première zone		Deuxième zone		Troisième zone	
Température	Célérité	Fréquence (Hz)	de pressio	de pression		de pression		de pression	
(°C)	(m/s)		Brunone	V&B	Brunone	V&B	Brunone	V&B	
4	1000 00	20.08	107.83	108.72	118.62	124.30	100.75	101.84	
4	1222.20	20.08	-10.26	-10.26	-10.26	-10.26	-10.26	-10.26	
19 5	1254.80	20.61	109.51	110.22	136.50	141.01	100.24	101.39	
10.5	1204.09		-10.14	-10.14	-10.14	-10.14	-10.14	-10.14	
53	1280 55	21.03	110.82	111.33	135.89	170.81	99.39	100.17	
55	1200.00	21.03	-9.00	-9.00	-9.00	-9.00	-9.00	-9.00	
95	1254 51	20.60	109.52	109.90	168.51	170.24	101.10	98.36	
75 1254.51	20.00	-1.77	-1.77	-1.77	-1.77	-1.77	-1.77		
Expérience	1055	20.61	107.89		142.96		144.98		
	1255		-9.3	8	-8.3	9	-5.2	9	

Tableau 6.4. Le deuxième cas, résultats de DVCM avec modèles de frottement instationnaire pour *H*_{max} et *H*_{min} à 4°C, 18.5°C, 53°C and 95°C dans la première, deuxième et la troisième zone de pression comparées à l'expérience.

Tableau 6.5.Le deuxième cas, résultats de DGCM avec modèles de frottement instationnaire pour *H*_{max} et *H*_{min} à 4°C, 18.5°C, 53°C and 95°C dans la première, deuxième et la troisième zone de pression comparées à l'expérience.

Température	Célérité	Fréquence	Première zone de pression		Deuxième zone de pression		Troisième zone de pression	
(°C)	(m/s)	(Hz)	Brunone	V&B	Brunone	V&B	Brunone	V&B
4	1000 00	20.08	107.82	108.72	112.51	115.59	103.49	109.92
4	1222.20	20.08	-10.24	-10.13	-10.24	-10.19	-10.02	-10.17
18 5	1254 80	20.61	109.51	110.21	132.94	154.52	104.39	121.42
10.5	1204.09		-10.14	-10.11	-10.13	-10.11	-9.97	-10.12
53	1280 55	21 03	110.82	111.32	146.50	169.55	112.11	116.54
55	1260.55	21.03	-9.00	-9.00	-9.00	-9.00	-8.95	-8.98
95	1254 51	20.60	109.51	109.89	165.85	169.68	132.20	140.54
75 1204.01	1254.51	20.00	-1.78	-1.78	-1.78	-1.78	-1.76	-1.77
Expérience	1055	20.61	107.89		142.96		144.98	
	1255		-9.3	8	-8.3	9	-5.2	9

La comparaison entre les résultats obtenus avec DVCM et DGCM à 18,5°C et l'expérience dans la première zone de pression montre une surestimation du pic de pression respectivement de +1,56% et +2,06% avec le modèle de Brunone et celui de Vardy & Brown, voir tableau (6.6). Alors que, dans la deuxième zone de pression, où le pic de pression le plus élevé est causé par l'implosion de bulles créées pendant les périodes de basse pression, l'estimation des deux modèles est légèrement inexacte. Cependant, aucun des modèles n'est capable de modéliser les pics de pression les plus importants dans la troisième zone de pression.

L'utilisation de DVCM en combinaison avec le modèle de frottement instationnaire suggéré par Brunone donne une atténuation à la dixième zone de pression de -23,24% par rapport à -

24,63% de l'expérience, qui présente les meilleurs résultats obtenus pour les deux modèles de séparation de colonnes.

Tomorémetres	DVCM				DGCM				
1 emperature	Déviation (%)		Atténuat	Atténuation (%)		Déviation (%)		Atténuation (%)	
(\mathbf{C})	ature <u>Déviation (</u> Brunone V -0.06 + +9.38 + +1.56 + +8.10 + +2.72 + 4.05	V&B	Brunone	V&B	Brunone	V&B	Brunone	V&B	
	-0.06	+0.66	-23.41	-19.56	-0.06	+0.77	-21.13	-15.16	
4	+9.38	+9.38	-182.36	-135.86	+9.16	+8.00	-158.30	-87.76	
10 E	+1.56	+2.06	-23.24	-18.23	+1.50	+2.15	-20.36	-13.70	
16.5	+8.10	+8.10	-169.13	-117.06	+8.10	+7.78	-137.48	-61.72	
53	+2.72	+3.08	-23.30	-18.32	+2.72	+3.18	-19.60	-14.00	
55	-4.05	-4.05	2.06-23.24-18.23+1.50+2.158.10-169.13-117.06+8.10+7.783.08-23.30-18.32+2.72+3.184.05-168.67-105.78-4.05-4.051.76-27.07-21.78+1.50+1.85	-122.22	-52.89				
95	+1.51	+1.76	-27.07	-21.78	+1.50	+1.85	-20.99	-18.47	
95	-81.1	-81.1	-762.71	-415.82	-81.02	-81.02	-457.87	-266.85	
Expórionco	-		-24.	-24.63		-		-24.63	
Experience	-		-176	.55	-		-176	.55	

Tableau 6.6. Déviation du pic de la première zone de pression depuis l'expérience et l'atténuation à la dixième zone de pression comparée à l'expérience pour DVCM et DGCM avec les modèles instationnaires du frottement à 4°C, 18.5°C, 53°C et 95°C.

Les résultats de la charge de pression obtenus à chaque température, comme indiqué dans les tableaux (6.4) et (6.5), montrent que les valeurs les plus basses dans la plage de température sont obtenues à 4°C avec DVCM et DGCM. Cependant, dans la première zone de pression, le pic le plus élevé dans toute la plage de températures est atteint à 53°C et correspond à une augmentation de +2,72% par rapport à 18,5°C. De l'autre part, contrairement à la première zone de pression, la deuxième et la troisième zone de pression atteignent leurs valeurs maximales à 95°C ce qui donne aussi l'atténuation la plus importante de la charge de pression.

Les volumes des cavités de vapeur et de gaz à 4°C, 18.5°C, 53°C and 95°C pour le DVCM et le DGCM avec les deux modèles de frottement instationnaire pendant les périodes de basse pression sont illustré à la figure (<u>6.10</u>) ci-dessous.



(a)

162



Figure 6.10. Volume des cavités à 4°C, 18.5°C, 53°C and 95°C. (a) DVCM-Brunone; (b) DVCM-Vardy & Brown; (c) DGCM-Brunone; (d) DGCM-Vardy & Brown.

On peut voir que les volumes de cavités obtenus avec DVCM et DGCM sont plus proches les uns des autres lorsque le même modèle de frottement est utilisé. Cependant une différence importante entre les résultats obtenus avec les deux modèles de frottement instationnaires employés. Les résultats pour le volume maximum de la cavité dans la plage de température sont donnés dans le tableau ($\underline{6.7}$) et présentés sur la figure ($\underline{6.11}$) comme suit:

Température	DVCM		DGC	^C M
(°C)	Brunone	V & B	Brunone	V & B
4	3.54	52.39	4.26	21.65
10	21.52	51.68	7.25	34.38
18.5	96.23	63.16	15.98	54.85
20	104.92	64.67	17.72	56.44
30	148.96	124.39	55.56	81.80
40	190.75	106.59	94.66	92.45
50	235.25	120.47	136.43	108.47
53	249.34	132.19	153.07	114.65
60	278.77	184.09	186.85	131.02
70	344.87	124.75	241.87	122.98
80	397.08	237.66	317.08	186.31
90	413.52	190.92	374.99	183.91
95	483.86	188.28	442.25	187.51

Tableau 6.7. Volume de cavité (en mm³) obtenu dans la plage de températures avec DVCM et DGCM en combinaison les modèles de frottement instationnaires.



Figure 6.11. Effet de la température sur les volumes des cavités.

Comme le montre la figure (<u>6.11</u>), le volume de la cavité augmente à mesure que la température augmente avec DVCM et DGCM. Cependant, des écarts importants entre les résultats obtenus avec les deux modèles de frottement instationnaire, en utilisant le modèle de Vardy & Brown donne des valeurs beaucoup plus élevées que le modèle de Brunone,

respectivement environ 400% et 200% d'augmentation à 95°C avec les deux modèles de frottement instationnaire.

4. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons montré que l'influence de la température sur les propriétés du fluide à une grande importance dans l'étude des systèmes hydrauliques. Comme nous avons vu, la majorité des paramètres du fluide : masse volumique, viscosité, conductivité thermique, chaleur spécifique ; dépendent de la température.

Le mode du transfert de la chaleur dans des conduites en charge à sections circulaires n'est pas l'objet essentiel de notre étude mais ce sujet reste indispensable.

Afin d'analyser les systèmes hydrauliques avec effet thermique, il faut associer la thermodynamique pour l'aspect thermique, la mécanique des fluides pour l'aspect hydraulique ainsi que le transfert de chaleur pour la transmission de chaleur du et vers le fluide.

Le solveur à coup de bélier a été développé pour la simulation monophasique et diphasique en utilisant le modèle à cavité de vapeur discrète DVCM et le modèle de cavité de gaz discrète DGCM. En plus du modèle de frottement quasi stationnaire, deux modèles de frottement instationnaire ont été incorporés, basés sur l'intégrale de convolution proposée par Vardy & Brown et sur l'accélération instantanée proposée par Brunone.

Au total, 196 simulations ont été effectuées pour les deux cas d'écoulement transitoire, respectivement à 4°C, 10°C, 18,5°C, 20°C, 30°C, 40°C, 50°C, 53°C, 60°C, 70°C, 80°C, 90°C et 95°C, en utilisant à la fois DVCM et DGCM en combinaison avec tous les modèles à friction. Alors que les résultats ont été rapportés pour les températures significatives de 4°C et 95°C correspondant aux températures les plus basses et les plus élevées, 18,5°C la température estimée de l'expérience et 53°C qui donne la célérité d'onde la plus élevée. En outre, un résumé a été donné des facteurs affectant la vitesse de l'onde, l'atténuation de la ligne de charge et le volume de la cavité dans le système. Ils dépendent des propriétés des fluides telles que le module de compressibilité, la viscosité et la pression de vapeur en plus de l'élasticité du matériau de la paroi, et leur prédiction dépend de la précision avec laquelle ils sont connus.

Juste avant de déclencher le coup de bélier, à l'état stationnaire, le débit permanent acquiert une énergie thermique supplémentaire à mesure que la température augmente, donc la charge de pression à la vanne est plus intense et atteint une valeur maximale à la température la plus élevée de 95°C. Cependant, pendant l'écoulement transitoire, les valeurs les plus élevées de la charge de pression et de la fréquence, pour les cas monophasiques et diphasiques, sont atteintes à 53°C au lieu de 95°C, l'explication de ce fait réside dans la dépendance de la célérité des ondes sur le module de compressibilité qui est le paramètre primordial et atteint sa valeur maximale à environ 50°C. Les résultats obtenus montrent que la température a un effet significatif sur les propriétés du coup de bélier, en particulier la fréquence, l'intensité de la pression et l'atténuation des ondes de pression. Plus l'énergie thermique augmente, plus les forces visqueuses sont réduites et subséquemment l'énergie hydraulique sera conservée. Contrairement à l'écoulement monophasique, dans lequel la valeur de la charge maximale est obtenue à 95°C et l'énergie totale est conservée, une énorme atténuation de la ligne de charge est causée par le grand volume de la cavité dans l'écoulement diphasique, entraînant par conséquent la chute de l'énergie totale et provoquant des pics maximaux dans les troisième et quatrième zones de pression.
Chapitre 7

Chapitre 7. Implémentation du code informatique

1. Introduction

Pour aborder le calcul numérique (à l'aide d'un outil informatique) des solutions d'un problème réel, on passe en premier lieu par une description qualitative des phénomènes physiques. Cette étape, effectuée généralement par des spécialistes des phénomènes que l'on veut quantifier (ingénieurs, chimistes, biologistes etc. ...) consiste à répertorier tous les mécanismes qui entrent en jeu dans le problème qu'on étudie. A partir de la description qualitative précédente on décrit un modèle mathématique, il s'agit de la modélisation mathématique. Dans notre cas le model amène à un système d'équations aux dérivées partielles (EDP). Selon les hypothèses effectuées, la modélisation peut aboutir à plusieurs modèles, plus ou moins complexes. Dans la plupart des cas, on ne saura pas calculer une solution analytique, explicite, du modèle ; on devra faire appel à des techniques de résolution approchée. Pour cela, on effectue une discrétisation afin de procéder à la résolution numérique du problème posé sur un domaine continu (espace - temps) par un ordinateur. Toutefois, on doit effectuer une analyse mathématique du schéma numérique. En effet, une fois le problème discret obtenu, il est raisonnable de se demander si la solution de ce problème est proche, et en quel sens, du problème continu. De même, si on doit mettre en œuvre une méthode itérative pour le traitement des non-linéarités, il faut étudier la convergence de la méthode itérative proposée. Enfin on entame l'étape de la mise en œuvre, programmation et analyse des résultats, la partie mise en œuvre est une grosse consommatrice de temps. Actuellement, de nombreux codes commerciaux existent, qui permettent en théorie de résoudre "tous" les problèmes. Il faut cependant procéder à une analyse critique des résultats obtenus par ces codes, qui ne sont pas toujours compatibles avec les propriétés physiques attendues...

Dans ce chapitre nous allons présenter le programme de simulation réalisé pour simuler les écoulements transitoires en charge dans un système hydraulique composé d'un réservoir muni d'une conduite horizontale à caractéristiques uniques, munie d'une vanne à son extrémité avale.

Le programme a été réalisé avec le langage Microsoft Visual Studio 2010. Il est composé de trois solveurs basés tous sur la méthode de caractéristique MOC. Le premier solveur traite le problème instationnaire classique à une seule phase, le deuxième traite le problème stationnaire diphasique par le modèle de cavité vaporeuse discrète DVCM et le troisième solveur traite aussi le cas diphasique mais par le modèle de cavité gazeuse discrète DGCM.

En plus du modèle de frottement classique ou quasi-stationnaire, trois autres modèles de frottement instationnaire sont implantés dans le programme. Deux modèles basés sur l'intégrale de convolution, l'un proposé par Zarzicky et l'autre par Vardy & Brown et un modèle basé sur l'accélération instantanée proposé par Brunone.

Une base de donnés intégrée dans le programme comporte les différentes propriétés de l'eau et du cuivre utilisé comme matériau de la conduite, en fonction de la température, ce qui permet de faire la simulation à différentes températures du système.

La fermeture de la vanne obéie à une loi de fermeture en fonction du temps de fermeture et le coefficient *m* comme décrit auparavant.

Les résultats des simulations sont représentés sur deux graphiques, montrant respectivement les traces de la charge de pression et les traces du débit en fonction du temps. De plus les résultats numériques peuvent être enregistrés sous formes de tableaux dans un fichier Excel.

La figure 7.1 ci-dessous montre la configuration et le fonctionnement du programme, après la lecture des donnés saisies par l'utilisateur le solveur du régime permanent calcul les conditions initiales à l'état stationnaire avant la manouvre de la vanne, ensuite le programme utilise le solveur du régime transitoire choisi parmi les trois modèles disponible :

- Solveur régime instationnaire/ Modèle monophasique.
- Solveur régime instationnaire/ Modèle diphasique DVCM.
- Solveur régime instationnaire/ Modèle diphasique DGCM



Figure 7.1. Configuration du programme

2. Lecture des donnés

Le programme commence par la lecture des paramètres et choix introduits par l'utilisateur :

- Conditions initiales: charge initiale *H*₀, vitesse initiale *V*₀ et température du système *T*.
- Caractéristiques de la conduite : longueur *L*, diamètre *D*, épaisseur de la paroi *e*, module d'élasticité du matériau *E*, coefficient de poisson *v*, rugosité absolue
- Paramètres de la simulation : nombre des nœuds n, durée de la simulation nt, temps tc et coefficient m de fermeture de la vanne, facteur ψ.
- Choix du solveur à utiliser et le modèle de frottement.
- Choix du nœud pour lequel on veut afficher les résultats.
- Choix si on veut créer un fichier Excel contenant les résultats.

3. Solveur régime stationnaire

Dans cette étape le programme détermine d'abord les propriétés du fluide en fonction de la température choisie: $\rho(T)$, B(T), $\mu(T)$ et $H_v(T)$ et cela à partir de la base de donnée intégrée dans le code.

Une fois ces propriétés sont déterminées le programme calcul les conditions d'écoulement initial à chaque section de control (nœud) $Q_{i,0}$, $H_{i,0}$ en plus de $Q_{Ui,0}$, V_{cav} en cas de DVCM et DGCM.

4. Solveurs régime instationnaire

Cette étape commence avec la manœuvre de la vanne, le programme calcul en premier lieu la célérité de l'onde *a*, le pas du temps d*t* et celui de l'espace d*x*. Puis il crée une boucle pour le calcul des conditions d'écoulement dans la région intérieur de la conduite (nœuds internes) où l'indice spatial, *i*, et l'indice de temps, *j*, sont fixés à 2 et tous les nœuds intérieurs sont calculés, c'est-à-dire de : i = 2 à i = n-1 à l'instant j = 2. Lorsque le calcul à i = n-1 est achevé, il passe au calcul des conditions aux limites à i = 1 et i = n, dans ce cas les conditions d'écoulement au niveau du réservoir et la vanne. Ensuite, les accélérations sont calculées si un modèle de frottement instationnaire basé sur l'intégral de convolution est utilisé. Après cela et si le pas de temps *j*<*n*_t, alors il est incrémenté de un : j = j + 1 et i = 2, et si $j = n_t$ la simulation est terminée et les données peuvent être sorties.

La figure <u>7.2</u> montre l'organigramme de la MOC implanté dans le code. En cas d'un écoulement monophasique et la figure <u>7.3</u> pour un écoulement diphasique.

4.1. Solveur modèle monophasique



Figure 7.2. Organigramme du solveur MOC classique



Figure 7.3. Organigramme du solveur MOC avec DVCM/DGCM

4.3. Solveur DVCM des nœuds internes

L'organigramme montré sur la figure 7.4 présente la méthode de calcul aux nœuds internes avec le DVCM, où le bloc : V_{cav} (*i*, *j*-1) > 0 vérifie la présence d'une cavité de vapeur au pas de temps précédent. Si une cavité de vapeur était présente, on suppose que le pas de temps actuel doit être traité comme une limite de pression. Si le nœud est calculé comme une limite de pression, les calculs sont suivis d'une vérification pour savoir si la cavité de vapeur est inférieure ou égale à zéro. Si cela est vrai, on suppose que la cavité de vapeur s'est condensée, mais la pression n'est pas montée au-dessus de la pression de vaporisation.

4.4. Solveur DGCM des nœuds internes

L'organigramme de la méthode de calcul aux nœuds internes avec le DGCM est montré sur la figure 7.5, le calcul est réalisé tout d'abord pour les paramètres P_0 , C_3 , B_2 , C_4 , B_v , B_B , B_1 afin de déterminer la charge H_P à l'instant t. Puis, le programme calcul les débits Q_P , Q_{UP} et le **volume de cavité gazeuse.**



Figure 7.4. Organigramme du solveur DVCM des nœuds internes



Figure 7.5. Organigramme du solveur DGCM des nœuds internes



Figure 7.6. Interface du programme : donnés de simulation



Figure 7.7. Interface du programme : résultat graphique avec solveur monophasique

n pp dy s	finished Solv Frict tat Transient sta	Out put er Single phase (ion model () No friction at Results Gra	• Two phases (DVC • Quasi steady ph	M) 🔿 Two phases	s (DGCM) T	(℃) 18.5 ▼ 'ardy-Brown ◎ U	nsteady Zarzycki		(Open Impc Sav	e ort to EXCEL	Clo
	t (s)	j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	0	0	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,0
	0,000505354	1	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,0
	0,001010709	2	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,0
	0,001516064	3	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,0
	0,002021419	4	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,0
	0,002526774	5	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,0
	0,003032129	6	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,000156137154	0,0
_												
	t (s)	j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	0	0	46	45,98746121528	45,97492243056	45,96238364584	45,94984486112	45,93730607640	45,92476729168	45,91222850696	45,899689722245	45,
	0,000505354	1	46	45,98746121528	45,97492243056	45,96238364584	45,94984486112	45,93730607640	45,92476729168	45,91222850696	45,899689722245	45,
	0,001010709	2	46	45,98746121528	45,97492243056	45,96238364584	45,94984486112	45,93730607640	45,92476729168	45,91222850696	45,899689722245	45,
	0,001516064	3	46	45,98746121528	45,97492243056	45,96238364584	45,94984486112	45,93730607640	45,92476729168	45,91222850696	45,899689722245	45,
	0,002021419	4	46	45,98746121528	45,97492243056	45,96238364584	45,94984486112	45,93730607640	45,92476729168	45,91222850696	45,899689722245	45,
	0,002526774	5	46	45,98746121528	45,97492243056	45,96238364584	45,94984486112	45,93730607640	45,92476729168	45,91222850696	45,899689722245	45,
	0,003032129	6	46	45,98746121528	45,97492243056	45,96238364584	45,94984486112	45,93730607640	45,92476729168	45,91222850696	45,899689722245	45,
	0.003537484	7	46	45 98746121528	45 97492243056	45 96738364584	45 94984486112	45 93730607640	45 97476779168	45 91222850696	45 899689777745	45:

Figure 7.8. Interface du programme : résultats numérique



Figure 7.9. Interface du programme : résultat graphique solveur DVCM



Figure 7.10. Interface du programme : résultat graphique avec solveur DGCM



Figure 7.11. Interface du programme : résultat graphique animé du profil piézométrique pendant la simulation

5. Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous avons décrit la partie implémentation du programme informatique développé dans le cadre de cette thèse. Lequel est conçu pour simuler les écoulements transitoires dans un système hydraulique composé d'un réservoir, considéré comme conditions amont, muni d'une conduite horizontale ou inclinée à caractéristiques uniques, équipée d'une vanne à son extrémité, traitée comme conditions au limite avale.

Le programme a été réalisé avec le langage Microsoft Visual Studio 2010. Il est composé de trois solveurs basés tous sur la méthode de caractéristique MOC. Traitant le problème instationnaire monophasique et multiphasique. En plus du modèle de frottement quasistationnaire, trois autres modèles de frottement instationnaire sont implantés dans le programme.

Le principale avantage du programme est qu'il possède une base de donnés intégrée dans son code, comportant les différentes propriétés de l'eau et du cuivre en fonction de la température choisi par l'utilisateur. Ce qui permet de faire la simulation à différentes conditions thermiques du système.

Autres avantages du programme se présentent dans la partie résultats graphiques, d'où on peut visualiser, sur des graphique, les fluctuations de la charge hydraulique et du débit à n'importe quelle section de la conduite choisi par l'utilisateur. De plus, le programme nous permet de faire une animation du profil piézométrique à l'état instationnaire montrant la propagation et la réflexion de l'onde tout au long de la conduite.

Enfin, les résultats numérique peuvent être sauvegardé, exporté ou importé vers ou depuis un fichier *.txt ou *.xls.

Conclusion générale et Perspectives

Conclusion générale et perspectives

L'étude que nous avons menée dans cette thèse, concernant La modélisation unidirectionnelle des écoulements transitoire en charge avec transfert de chaleur avait pour but de faire une approche vers la compréhension du phénomène transitoire ainsi que son comportement vis-à-vis les contraintes influant ses principales propriétés, notamment l'effet de la contrainte thermique sur la célérité, l'amplitude et l'atténuation des ondes et encore sur la formation et la magnitude des cavités vaporeuses ou gazeuses lors des phases de basse pression.

D'abord nous avons fait une description détaillée sur la modélisation mathématique unidimensionnelle du phénomène physique en cas d'un écoulement monophasique, en se servant de l'équation du mouvement et de principe de la continuité, appliquées à une tranche élémentaire de la conduite. Puis, nous avons décrit les modèles mathématiques régissant le cas d'écoulement transitoire à deux phases et traitant les phénomènes de cavitation et de séparation de la colonne liquide, en utilisant le modèle à cavité vaporeuse discrète DVCM et le modèle à cavité gazeuse discrète DGCM.

Afin de résoudre le système d'équations mathématique hyperboliques non linéaires, ainsi obtenu, et après que c'est avéré impossible de le résoudre analytiquement, en dehors de quelques configurations et simplifications assez académiques pour lesquelles ces équations sont linéaires, nous avons procédé à la discrétisation numérique. Nous nous somme servi de la méthode des caractéristiques qui est la méthode la plus répondu et adaptée pour la résolution de ce genre d'équations aux dérivées partielles et en plus connue pour sa précision, efficacité et simplicité en programmation.

En plus du modèle de frottement quasi-stationnaire classique d'autres modèles instationnaire sont présentés, celui basé sur l'accélération instantanée proposé par Brunone et ceux basés sur l'intégrale de convolution proposés par Zielke, Zarzicky et Vardy & Brown.

Ensuite, un solveur du coup de bélier a été développé et validé pour la simulation d'écoulement transitoire monophasique et diphasique en utilisant le modèle à cavité de vapeur discrète DVCM et le modèle de cavité de gaz discrète DGCM. En plus du modèle de frottement quasi stationnaire, deux modèles de frottement instationnaire ont été incorporés, basés sur l'intégrale de convolution proposée par Vardy & Brown et sur l'accélération instantanée proposée par Brunone.

Au total, 196 simulations ont été effectuées pour les deux cas d'écoulement transitoire, respectivement à $4^{\circ}C$; $10^{\circ}C$; $18,5^{\circ}C$; $20^{\circ}C$; $30^{\circ}C$; $40^{\circ}C$; $50^{\circ}C$; $53^{\circ}C$; $60^{\circ}C$; $70^{\circ}C$; $80^{\circ}C$; $90^{\circ}C$ et $95^{\circ}C$, en utilisant DVCM et DGCM en combinaison avec tous les modèles de frottement cité auparavant. Cependant, les résultats n'ont été rapportés que pour les températures ayant des résultats significatifs, à $4^{\circ}C$ et à $95^{\circ}C$ représentant les températures la

plus basse et la plus élevée, à 18,5°C la température estimée de l'expérience et 53°C qui produit la célérité d'onde la plus élevée. En outre, un résumé a été donné des facteurs affectant la célérité de l'onde, l'atténuation de la ligne de charge et le volume de la cavité dans le système. Ils dépendent d'une part sur les propriétés du fluide telles que le module de compressibilité, la viscosité et la pression de vapeur et de l'autre par sur l'élasticité du matériau de la conduite, où leur prédiction dépend de la précision avec laquelle ils sont définis.

Juste avant le déclenchement du coup de bélier, à l'état stationnaire, l'écoulement permanent acquiert une énergie thermique supplémentaire à mesure que la température augmente, subséquemment la charge de pression à la vanne est plus intense et atteint une valeur maximale à la température la plus élevée de 95 °C. Cependant, durant l'écoulement transitoire, les valeurs les plus élevées de la charge de pression et de la fréquence, pour les cas monophasiques et diphasiques, sont atteintes à 53 °C au lieu de 95 °C, l'explication de ce fait réside dans la dépendance de la célérité des ondes sur le module de compressibilité qui est le paramètre primordial et atteint sa valeur maximale aux alentours de 50°C.

Contrairement à l'écoulement monophasique, dans lequel la valeur de la charge maximale est obtenue à 95°C et l'énergie totale est conservée, une énorme atténuation de la ligne de charge est causée par le volume important des cavités dans l'écoulement diphasique, entraînant par conséquent la chute de l'énergie totale et provoquant des pics maximaux dans les troisième et quatrième zones de pression.

Alors nous constatons que l'augmentation de l'énergie thermique n'a pas un effet similaire pour les deux cas de l'écoulement transitoire. En cas monophasique elle réduit les contraintes visqueuses et par conséquence l'énergie hydraulique sera conservée. Cependant, en cas diphasique elle provoque la formation de grandes cavités et même peut engendrée des séparations de colonne qui contribuent à l'atténuation des ondes d'une part mais de l'autre part engendrent des pics de pression sérieux lors de leur collapse.

Enfin, depuis notre étude dédié à la modélisation des écoulements transitoires dans les conduites en charge avec transfert de chaleur et les résultats ainsi obtenus, nous pouvons conclure que la température a un effet significatif sur les propriétés du coup de bélier, en particulier la fréquence, l'intensité et l'atténuation des ondes de pression et aussi sur la cavitation et la séparation de la colonne. Cela peut avoir un impact direct et considérable sur les installations hydrauliques pendant les régimes transitoires, alors il sera nécessaire de prévoir cet effet lors de la conception et le dimensionnement de tels systèmes afin de préserver et de garantir les performances ainsi que le bon fonctionnement et d'éviter d'éventuelles accidents ou défaillances.

Dans le cadre de la poursuite de ces travaux, en utilisant les résultats des expériences et des simulations présentés dans cette thèse, une approche plus approfondie de la conception des circuits hydrauliques diphasiques est envisagée. Certains points du travail déjà réalisés peuvent encore être développés, dont: La maîtrise des écoulements et des transferts d'énergie dans les milieux poly phasiques. Le travail peut également être utilisé pour concevoir, dimensionner et simuler en 2D les phénomènes transitoires dans d'autres systèmes hydrauliques plus complexes. Aussi, la gestion des configurations diphasiques plus complexes telles que la coalescence de poches d'air, ou le transfert de masse entre phases liquide et vapeur. De plus, Les modèles diphasiques formulés à partir d'équations de Navier-stocks sont envisageables. D'où, la résolution est une avenue possible pour la simulation des écoulements transitoires diphasiques. Enfin, un travail doit porter sur :

- Le développement d'un modèle d'écoulement à bulles en tenant compte des célérités variables dans les systèmes complexes.
- Perfectionnement des modèles DVCM et DGCM en introduisant l'impact de la cavitation sur la célérité des ondes.
- Développement d'un software pour la simulation du coup de bélier poly phasique incluant le modèle de la dynamique des bulles et tenant en compte la température du système et faire des expériences au laboratoire à différentes températures.

Références

Références

A. Adamkowski and M. Lewandowski. 2006. "Experimental examination of unsteady friction models for transient pipe flow simulation". Journal of Fluids Engineering, 128(6):1351–1363.

A. E. Vardy and J.M. B. Brown, 2007. "Approximation of turbulent wall shear stresses in highly transient pipe flows". Journal of Hydraulic Engineering, 133(11):1219–1228.

Adam Adamkowski, Mariusz Lewandowski, 2006. "Experimental Examination of Unsteady Friction Models for Transient Pipe Flow Simulation". Journal of Fluids Engineering. Vol. 128, 1351-1363.

Aga, J., Karterud, T.J., Nielsen, T.K., 1980. "Testing of transient flow and column separation in crude oil pipelines". In: Proceedings of the Third International Conference on Pressure Surges. BHRA, Canterbury, UK, pp. 113–126.

Akagawa, K., Fujii, T., 1987. "Development of research on water hammer phenomena in two phase flow". In: Proceedings of the ASME-JSME Joint Technology Conference. Honolulu, Hawaii, USA, pp. 333–349.

Allievi, L. 1903, "Teoria generale del moto perturbato dell'acqu anei tubi in pressione," Ann. Soc. Ing. Arch. Italiana, (Frensh translation by Allievi, Revue de Mécanique, 1904).

Almeida, A. B., and Koelle, E. (1992). "Fluid Transients in Pipe Networks". Computational Mechanics Publications, Southampton. U.K., and Elsevier Applied Science, London, U.K.

Anderson, A., Arfaie, M., 1991. "Variable water hammer wave speed in column separation". In: Proceedings of the International Meeting on Hydraulic Transients with Water Column Separation. 9th Round Table of the IAHR Group, Valencia, Spain, pp. 183–199.

Angus, R.W., 1935. "Simple graphical solution for pressure rise in pipes and discharge lines". Journal of the Engineering Institute of Canada 18 (2), 72–81, 264–273.

Angus, R.W., 1937. "Water hammer in pipes, including those supplied by centrifugal pumps: graphical treatment". Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers 136, 245–331 (Also: Bulletin No. 152, University of Toronto, Canada, 1938).

Anton Bergant, Angus R. Simpson, and John Vitkovsky. 2001, "Developments In Unsteady Pipe Flow Friction Modeling". Journal of hydraulic research, vol. 39:249-257.

Axisa, F., Gibert, R.J., 1982. "Non-linear analysis of fluid-structure coupled transients in piping systems using finite elements". ASME-PVP 63, Flow-Induced Vibration of Circular Cylindrical Structures, pp. 151–165.

Axworthy, D. H., Ghidaoui, M. S., and McInnis, D. A., 2000, "Extended Thermodynamics Derivation of Energy Dissipation in Unsteady Pipe Flow," J. Hydraul. Eng. 126(4), pp. 276–287.

Baasiri, M., Tullis, J.P., 1983. "Air release during column separation". ASME Journal of Fluids Engineering 105, 113–118.

Bach, P., Spangenberg, S., 1990. "A numerical method for simulation of liquid and gas flow in pipeline networks". Rohre Rohrleitungsbau Rohrleitungs transport 3R (international) 29, 185–190.

Baltzer, R.A., 1967a. "A study of column separation accompanying transient flow of liquids in pipes". Ph.D. Thesis, the University of Michigan, Ann Arbor, Michigan, USA.

Baltzer, R.A., 1967b. "Column separation accompanying liquid transients in pipes". ASME Journal of Basic Engineering 89, 837–846.

Barbero, G., Ciaponi, C., 1991. "Experimental validation of a discrete free gas model for numerical simulation of hydraulic transients with cavitation". In: Proceedings of the International Meeting on Hydraulic Transients with Water Column Separation. 9th Round Table of the IAHR Group, Valencia, Spain, pp. 51–69.

Bentley, L. R., 1991, "Discussion of On the Use of the Reach-Back Characteristics Method for Calculation of Dispersion," by J. C. Yang, and EL Hsu, Int. J. Numer. Methods Fluids 13(5), pp. 1205–1206

Bergant, A. and Simpson, A. R., 1994, "Estimating Unsteady Friction in Transient Cavitating Pipe Flow," Proc. 2nd Int. Conf. on Water Pipeline Systems, Edinburgh, UK, May 24–26, BHRA Group Conf. Series Publ. No. 110, pp. 3–15.

Bergant, A., 1992. "Kavitacijski tok med prehodnimi rezimi v cevnih sistemih". (Transient cavitating flow in pipelines.). Ph.D. Thesis, University of Ljubljana, Ljubljana, Slovenia (in Slovene).

Bergant, A., and simpson, A.R. (1994). "Estimating unsteady friction in transient cavitating ppipe flow". Proc., 2nd Int. Conf. on Water Pipline Systems. BHR Group, Edinburg, Scotland. 333-342.

Bergant, A., Simpson, A. R., and Vitkovsky, J., 2001, "Developments in Unsteady Pipe Flow Friction Modelling," J. Hydraul. Res. 39(3), pp. 249–257.

Bergant, A., Simpson, A.R., 1992. "Interface model for transient cavitating flow in pipelines". In: Bettess, R., Watts, J. (Eds.), Unsteady Flow and Fluid Transients. A.A. Balkema, Rotterdam, pp. 333–342. Bergant, A., Simpson, A.R., 1994b. « Range of validity of the discrete vapor cavity model for pipeline water-hammer". Report No. R99, Department of Civil and Environmental Engineering, University of Adelaide, Adelaide, Australia.

Bergant, A., Simpson, A.R., 1999a. "Pipeline column separation flow regimes". ASCE Journal of Hydraulic Engineering 125, 835–848.

Bergant, A., Simpson, A.R., 1999b. « Cavitation inception in pipeline column separation". In: Proceedings of the 28th IAHR Congress, Graz, Austria, CD-ROM, 7pp.

Bergeron, L., "Variation de régime dans les conduites d'eau," Comptes Rendus des Travaux de la Soc. Hydrotech. De France, 1931.

Bergeron, L., 1939. "Discussion of "Experiments and calculations on the resurge phase of water hammer" by J.N. Le Conte and discussion of "Air chambers for discharge lines" by L. Allievi. Transactions of the ASME 61, 441–445.

Bergeron, L., 1950. "Du Coup de Bélier en Hydraulique Au Coup de Foudre en Électricité". (Water hammer in hydraulics and wave surges in electricity.). Dunod, Paris (in French). (English translation by ASME Committee, Wiley, New York, 1961.)

Billings, A.W.K., Dodkin, O.K., Knapp, F., Santos, A., 1933. "High head penstock design", In: Proceedings of ASME Water Hammer Symposium, Chicago, USA, pp. 29–61.

Binnie, A.M., Thackrah, D.G., 1951. "Water hammer in a pumping main and its prevention". Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers 165, 43–52, 65–73.

Bonin, C.C., 1960. "Water-hammer damage to Oigawa Power Station". ASME Journal of Engineering for Power 82, 111–119.

Brown, G.O., 2002. "The history of the Darcy-Weisbach equation for pipe flow resistance". In: Proceedings of the 150th Anniversary Conference of ASCE. Washington DC, USA, pp. 34–43.

Brown, R.J., 1968. "Water-column separation at two pumping plants". ASME Journal of Basic Engineering 90, 521–531

Brown, S.W.J., Williams, P.R., 2000. "The tensile behavior of elastic liquids under dynamic stressing". Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics 90, 1–11.

Brown. F. T., 1962, "The transient Response of transient lines", J. Basic Eng. Dec 1962, 84(4): 547-553

Brunone, B. and Carravetta, A. (1994). "Daily management of irrigation pipe networks. Water hammer pressure surges and happened damages". Proc., 2nd Int. Conf. on Water Pipeline Systems, BHR, Group, Edinburg, Scotland, 451-458. Brunone, B. and Golia, U. M., 1991, "Some Considerations on Velocity Profiles in Unsteady Pipe Flows," Proc. Int. Conf. on Enthropy and Energy Dissipation in Water Resources, Maratea, Italy, pp. 481–487.

Brunone, B. Golia, U.M., and Greco, M. (1995). "Effects of two-dimensionality on pipe transients modeling". Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 121(12), 906-912.

Brunone, B. Golia, U.M., and Greco, M. (1995)."Some remarks on the momentum equation for fast transients". Int. Meeting on Hydraulic Transients with Column Separation, 9th Round Table, IAHR, Valencia, Spain, 140-148.

Brunone, B., and Greco, M. (1990). "Un modello per la ricostruzione di fenomeni di colpo d'ariete anche in presenza di cavitazione". Riscontro sperimentale. Proc., 22nd Convengo Nazionale di Idraulica e Costruzioni Idraulich, Cosenza, Italy, Vol. 4, 147-160 (in Italian)

Brunone, B., Golia, U. M., and Greco, M., 1991, "Modelling of Fast Transients by Numerical Methods," Proc. Int. Conf. on Hydr. Transients With Water Column Separation, IAHR, Valencia, Spain, 273–280.

Brunone, B., Golia, U. M., and Greco, M., 1991, "Some Remarks on the Momentum Equation for Fast Transients," Proc. Int. Conf. on Hydr. Transients With Water Column Separation, IAHR, Valencia, Spain, 201–209.

Brunone, B., Karney, B. W., Mecarelli, M., and Ferrante, M., 2000, "Velocity Profiles and Unsteady Pipe Friction in Transient Flow," J. Water Resour. Plan. Manage. 126(4), pp. 236–244.

Bunt, E.A., 1953. "Preliminary study of valve cavitation in pipelines". Journal of the South African Institution of Mechanical Engineers 2, 235–260.

Campbell, I.J., Pitcher, A.S., 1958. "Shock waves in a liquid containing gas bubbles". Proceedings of the Royal Society, Series A 243, 535–545.

Capozza, A., 1986. TRANSID: "A computer program for the study of hydraulic transients (involving cavitation and water hammer"). Energia Nucleare 3 (2), 105–122.

Carlier, M. Hydraulique Générale et appliquée. Edition Eyrolls, 1980.

Carmona, R., Sanchez, A., Sanchez, J.L., 1987. "Experimental relation between the highest transient pressure and the severity of water column separation". In: Proceedings of the Eighth International Round Table on Hydraulic Transients in Power Stations. IAHR, Madeira, Portugal Paper D2. ARTICLE IN PRESS

Carmona, R., Sanchez, J.L., Carmona, L., 1988. "A simplified procedure to evaluate liquid column separation phenomena". Water Power and Dam Construction 40 (12), 42–46.

Carpenter, R.C., 1894. "Some experiments on the effect of water hammer". The Engineering Record 30, 173–175.

Carpenter, R.C., Barraclough, S.H., 1894. "Some experiments on the effect of water hammer". Transactions of the ASME 15, 510–535.

Carstens, M. R., and Roller, J. E., 1959, "Boundary-Shear Stress in Unsteady Turbulent Pipe Flow," J. Hydraul. Div., Am. Soc. Civ. Eng. 85(HY2), pp. 67–81.

Chaudhry, M. H. Applied Hydraulic Transient. Van Nostrand Reinhold, New York, N. Y. 1987.

Chaudhry, M. H., and Hussaini, M. Y., 1985, "Second-Order Accurate Explicitly Finite-Difference Schemes for Water Hammer Analysis," ASME J. Fluids Eng. 107, pp. 523–529.

Chaudhry, M.; Hussaini, M. Second-order accurate explicit finite-difference schemes for water hammer analysis. J. Fluids Eng. 1985, 107, 523–529.

Chaudhry, M.H., Bhallamudi, S.M., Martin, C.S., Naghash, M., 1990. "Analysis of transient pressures in bubbly, homogeneous, gas–liquid mixtures". ASME Journal of Fluids Engineering 112, 225–231.

Christopher E. Brennen. "Cavitation and Bubble Dynamics". Oxford University Press, 1 edition, 1995.

Contractor, D.N., 1965. "The reflection of water hammer pressure waves from minor losses". ASME Journal of Basic Engineering 87, 445–452.

Daily, W.L. Hankey, W.L. Olive, R.W., and Jordan, J.M. (1956). "Resistance coefficients for accelerated and decelerated flows through smooth tubes and orifices". Transactions of ASME, July, 1071-1077.

Damuller, D. C., Bhallamudi, S. M., and Chaudhry, M. H., 1989, "Modelling Unsteady Flow in Curved Channel," J. Hydraul. Eng. 115~11!, pp. 1471–1495.

De Almeida, A.B., 1983. "Cavitation and water-column separation by the method of characteristics". In: Proceedings of the Sixth International Symposium on Water Column Separation. IAHR, Gloucester, UK.

De Haller, P., Bedue, A., 1951. "The break-away of water columns as a result of negative pressure shocks". Sulzer Technical Review 43(4), 18–25.

De Vries, A.H., 1972. "Cavitatie door waterslag in horizontale leidingen". (Cavitation due to water hammer in horizontal pipelines.).Delft Hydraulics Laboratory, Report M 1116, Delft, the Netherlands (in Dutch).

De Vries, A.H., 1973. "Cavitatie door waterslag in horizontale leidingen met enige hoge punten". (Cavitation due to water hammer in horizontal pipelines with several high points.). Delft Hydraulics Laboratory, Report M 1152, Delft, The Netherlands (in Dutch).

De Vries, A.H., 1974. "Hydraulic aspects of cooling water systems for thermal power plants". In: Transactions of the Seventh IAHR Symposium, Section for Hydraulic Machinery, Equipment and Cavitation, Vienna, Austria. Also: Delft Hydraulics Laboratory, Publication No. 136.

De Vries, A.H., Vreugdenhil, C.B., Kranenburg, C., 1971. "Cavitatie door water slag in horizontale leidingen". (Cavitation due to water hammer in horizontal pipelines.). Delft Hydraulics Laboratory, Report S 143, Delft, The Netherlands (in Dutch).

Dijkman, H.K.M., 1968. "Cavitatieverschijnselen in een horizontale leiding met water waarin gas is opgelost". (Cavitation phenomena in a horizontal conduit filled with water in which gas is dissolved.). Delft Hydraulics Laboratory, Report S 103-III, Delft, The Netherlands (in Dutch).

Dijkman, H.K.M., Vreugdenhil, C.B., 1969. "The effect of dissolved gas on cavitation in horizontal pipe-lines". IAHR Journal of Hydraulic Research 7, 301–314 (Also: Delft Hydraulics Laboratory, Publication No. 70).

Dudlik, A., 1999. Vergleichende Untersuchungen zur Beschreibung von transienten Stromungsvorgangen in Rohrleitungen.(Comparing investigations on the description of transient flow processes in pipelines.). Ph.D. Thesis, Universitat Dortmund,UMSICHT – Schriftenreihe Band 20, ISBN: 3-8167-5550-X, Fraunhofer IRB Verlag, Dortmund (in German).

Dudlik, A., Schluter, S., Hoyer, N., Prasser, H.-M., 2000. "Pressure surges—experimental investigations and calculations with software codes using different physical models and assumptions". In: Anderson, A. (Ed.), Pressure Surges. Safe Design and Operation of Industrial Pipe Systems. Professional Engineering Publishing Ltd., Burry St. Edmunds, pp. 279–289.

Dudlik, A., Schonfeld, S.B.H., Hagemann, O., Fahlenkamp, H., 2003. "Water hammer and cavitational hammer in process plant pipe systems". Kerntechnik 68 (3), 91–96.

Eichinger, P. and Lein, G., 1992, "The Influence of Friction on Unsteady Pipe Flow", Unsteady Flow and Fluid Transients, Bettess and Watts (eds), Balkema, Rotterdam, The Netherlands, 41–50.

Enever, K.J., 1972. "Surge pressures in a gas–liquid mixture with low gas content. In: Proceedings of the First International Conference on Pressure Surges". BHRA, Canterbury, UK (Paper C1, 11pp).

Engineering Toolbox, 2004. "Young's Modulus of Elasticity for Metals and Alloys". Available online at: <u>https://www.engineeringtoolbox.com/young-modulus-d 773.html</u> (accessed on 08 October 2019).

Escande, L., 1962. "Arrêt instantané du débit d'une conduite forcée avec cavitations. (Instantaneous closing of the discharge in a penstock with cavitations".). In: Proceedings of the IAHR Symposium on Cavitation and Hydraulic Machinery, Sendai, Japan, pp. 113–124 (in French).

Euler, L., "De la propagation du son," Mémoires de l'Acad. d. Wiss., Berlin, 1759.

Evangelisti, G., "Water hammer Analysis by the method of characteristics," L'Energia Electrica, Nos. 10-12, 1969, pp. 673-692, 759-770, 839-858.

Evans, E.P., Sage, P.V., 1983. "Surge analysis of a large gravity pipeline". In: Proceedings of the Fourth International Conference on Pressure Surges. BHRA, Bath, UK, pp. 447–460.

Ewing, D.J.F., 1980. "Allowing for free air in water hammer analysis". In: Proceedings of the Third International Conference on Pressure Surges. BHRA, Canterbury, UK, pp. 127–146.

Fan, D., Tijsseling, A., 1992. "Fluid–structure interaction with cavitation in transient pipe flows". ASME Journal of Fluids Engineering 114, 268–274.

Fanelli, M., 2000. "Hydraulic Transients with Water Column Separation", IAHR Working Group 1971–1991 Synthesis Report, IAHR, Delft and ENEL-CRIS, Milan.

Fox, L., "Numerical Solution of Ordinary and Partial Differential Equations," Pergamon Press, London, England, 1962, pp. 339-342.

Gale, J., Tiselj, I., 2003."Modelling of cold water hammer with WAHA code". In: Proceedings of the International Conference—Nuclear Energy for New Europe, Portoroz, Slovenia, pp. 214.1–214.8.

Gayed, Y.K., Kamel, M.Y.M., 1959. "Mechanics of secondary water-hammer waves". Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers 173 (26), 675–686.

Geurst, J.A., 1985. "Virtual mass in two-phase bubbly flow". Physica A 129, 233–261.

Ghidaoui, M. S., and Karney, B. W., 1994, "Equivalent Differential Equations in Fixed-Grid Characteristics Method," J. Hydraul. Eng. 120(10), pp. 1159–1176.

Ghidaoui, M. S., and Kolyshkin, A. A., 2001, "Stability Analysis of Velocity Profiles in Water-Hammer Flows," J. Hydraul. Eng. 127(6), pp. 499–512.

Ghidaoui, M. S., and Mansour, S., 2002, "Efficient Treatment of the Vardy-Brown Unsteady Shear in Pipe Transients," J. Hydraul. Eng. 128(1), pp. 102–112.

Ghidaoui, M. S., Karney, B. W., and McInnis, D. A., 1998, "Energy Estimates for Discretization Errors in Water hammer Problems," J. Hydraul. Eng. 123(11), pp. 384–393.

Ghidaoui, M. S., Mansour, S. G. S., and Zhao, M., 2002, "Applicability of Quasi Steady and Axisymmetric Turbulence Models in Water Hammer," J. Hydraul. Eng. 128(10), pp. 917–924.

Ghidaoui, M.S.; Zhao, M.; McInnis, D.A.; Axworthy, D.H. A Review of Water hammer Theory and Practice. Appl. Mech. Rev. 2005, 58, 49–75.

Gibson, A.H., 1908. "Water Hammer in Hydraulic Pipelines.", Archibald Constable and Co. Ltd., London.

Gibson, N.R., 1919–1920. "Pressures in penstocks caused by gradual closing of turbine gates". Transactions of ASME 83, 707–775.

Giesecke, H.D., 1981. "Calculation of piping response to fluid transients including effects of fluid/structure interaction". In: Transactions of SMiRT6, Paris, France, Paper B4/4.

Goldberg, D. E., and Wylie, E. B., 1983, "Characteristics Method Using Time-Line Interpolations," J. Hydraul. Eng. 109(5), pp. 670–683.

Golia, U.M. (1990). "Sulla valutazione delle forze resistenti nel colpo d'ariete". Report n. 639, Dept. of Hydr. and Envir. Engrg., University of Naples, Naples, Italy (in Italian).

Greco, M., 1990, "Some Recent Findings On Column Separation During Water Hammer," Excerpta, G.N.I., Padua, Italy, Libreria Progetto, ed., 5, 261–272.

Grey, C. A. M., "The Analysis Of The Dissipation Of Energy In Water Hammer," Proc. Amer. Soc. Civ. Engrs., Proc. paper 274, vol. 119, 1953, pp. 1176-1194.

Griffith, P., 1987. "Characteristics of bubbly flow". In: Hewitt, G.F., Delhaye, J.J., Zuber, N. (Eds.), Multiphase Science and Technology 3. Hemisphere Publishing Corporation, Washington, pp. 155–162.

Guinot, V., 2002, "Riemann Solvers for Water Hammer Simulations by Godunov Method," Int. J. Numer. Methods Eng. 49, pp. 851–870. H. Alehossein and Z. Qin. "Numerical analysis of rayleigh-plesset equation for cavitating water jets". International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol.72:780, 807, 2012.

H. S. Lee and H. Merte JR. "Spherical vapor bubble growth in uniformly superheated liquids". International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 39:2427,2447, 1996

Hadj-Taieb, E., Lili, T., 1998. "Transient flow of homogeneous gas–liquid mixtures in pipelines". International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow 8, 350–368.

Hadj-Taieb, E., Lili, T., 1999. "The numerical solution of the transient two-phase flow in rigid pipelines". International Journal for Numerical Methods in Fluids 29, 501–514.

Hadj-Taieb, E., Lili, T., 2000. "Validation of hyperbolic model for water-hammer in deformable pipes". ASME Journal of Fluids Engineering 122, 57–64.

Hadj-Taieb, E., Lili, T., 2001. "Ecoulements transitoires dans les conduites déformables avec dégazage de l'air dissous ». (Transient flows in plastic pipes with dissolved air degasification.). La Houille Blanche 56, 99–107 (in French).

Hager, W.H., 2001. "Swiss contribution to water hammer theory". IAHR Journal of Hydraulic Research 39, 3–10.

Hartree, D. R., "Numerical Analysis," Oxford University Press, London, England, 1958, pp. 260-261.

Hatwin, P., Henwood, G.A., Huber, R., 1970. "On the collapse of water vapor cavities in a bubble analogue apparatus". Chemical Engineering Science 25, 1197–1209.

Heath, W.E., 1962. "Vapor-cavity formation in a pipe after valve closure". M.Sc. Thesis, Georgia Institute of Technology, Atlanta, USA.

Hogg, T.H., Traill, J.J., 1926. "Discussion of Speed changes of hydraulic turbines for sudden changes of load" by E.B. Strowger and S.L. Kerr. Transactions of the ASME 48, 252–257.

Holly, F. M., and Preissmann, A., 1977, "Accurate Calculation of Transport in Two Dimensions," J. Hydraul. Div., Am. Soc. Civ.Eng. 103(HY11), pp. 1259–1277.

Holombe, E.L., and Rouleau, W.T. (1967). "The effect of viscous shear in liquid lines". Journal of Basic Engineering, ASME, 89(1), 174-180.

Howlett, J.T., 1971. "Applications of NASTRAN to Coupled Structural and Hydrodynamic Responses in Aircraft Hydraulic Systems". NASTRAN: Users' Experiences, NASA TM X-2378. National Aeronautics and Space Administration, Washington, DC, pp. 407–419.

Hwang, Y. H., and Chung, N. M., 2002, "A Fast Godunov Method for the Water-Hammer Problem," Int. J. Numer. Methods Fluids 40, pp. 799–819

J. Sauer and G. H. Schnerr." Unsteady cavitating flow - a new cavitation model based on a modied front capturing method and bubble dynamics". In Proceedings of FEDSM'00 - 2000 ASME Fluids Engineering Summer Conference, 2000.

Jaeger, C., 1948. "Water hammer effects in power conduits." (4 Parts). Civil Engineering and Public Works Review 23, 74–76, 138–140,192–194, 244–246

Jensen, R. Larsen, J. Lassen, K. "Modeling of a Two Phase Water Hammer". Student report, AALBORG UNIVERSITY ESBJERG, 2018

Jordan, V., 1961. "Vpliv povratne lopute na hidravlicni udar pri izklopu crpalke". (The influence of check valves on water hammer at pump failure.). Strojniski Vestnik 7 (4, 5), 19–21 (in Slovene).

Jordan, V., 1965. (Prediction of water hammer at pump failure without surge protection under water column separation conditions.). Ph.D. Thesis, University of Belgrade, Belgrade, Yugoslavia (in Serbian).

Jordan, V., 1975. "Neue Ermittlungen uber den DruckstoX in Pumpenleitungen ohne DruckstoXdampfung". (New investigations on water hammer in pump pipelines without water hammer-damping.). GWF—Wasser/Abwasser 116 (12), 540–548 (in German).

Joukowski, N. E., Mem. Imperial Academy Soc. Of St. Petersbrurg, Vol. 9, n°5, 1898, 1900 (in Russian, translated by O. Simin, Proc. Amer. Water Works Assoc., Vol. 24, 1904, pp. 341-424).

Joukowsky, N., 1900. Uber den hydraulischen Stoss in Wasserleitungsrohren. (On the hydraulic hammer in water supply pipes.). Memoires de l'Academie Imperiale des Sciences de St.-Petersbourg, Series 8, vol. 9, No. 5 (in German). (English translation, partly, by Simin, 1904.

Jovic, V., 1995. "Finite elements and the method of characteristics applied to water hammer modeling". Engineering Modelling 8 (3–4), 51–58.

K. S. Suslick and D. J. Flannigan. "Inside a collapsing bubble: Sono luminescence and the conditions during cavitation". Annual Review of Physical Chemistry, vol. 59, 2008.

K. URBANOWICZ and Z. ZARZYCKI. "Convolution Integral in Transient Pipe Flow". TASK QUARTERLY 16 No 3–4, 277–291, 2012.

Kalkwijk, J.P.Th., Kranenburg, C., 1971." Cavitation in horizontal pipelines due to water hammer". ASCE Journal of the Hydraulics Division 97(HY10), 1585–1605. (Discussion by

Vreugdenhil, C.B., De Vries, A.H., in 98(HY9), 1723–1725.). Also part of: Delft University of Technology, Dept. of Civil Engineering, Laboratory of Fluid Mechanics, Report No. B/71/3.

Kalkwijk, J.P.Th., Kranenburg, C., 1973." Closure to Cavitation in horizontal pipelines due to water hammer". ASCE Journal of the Hydraulics Division 99 (HY3), 529–530.

Kalkwijk, J.P.Th., Kranenburg, C., Vreugdenhil, C.B., De Vries, A.H., 1972. "Cavitation caused by water hammer in horizontal pipelines". Delft Hydraulics Laboratory, Publication No. 97, Delft, The Netherlands.

Karney, B. W., and Ghidaoui, M. S., 1992, "Discussion on Spline Interpolations for Water Hammer Analysis," J. Hydraul. Eng. 118~11!, pp. 1597–1600.

Karney, B. W., and Ghidaoui, M. S., 1997, "Flexible Discretization Algorithm for Fixed Grid MOC in Pipeline Systems," J. Hydraul.Eng. 123(11), pp. 1004–1011.

Karney, B., and McInnis, D., (1992). "Efficient Calculation Of Transient Flow In Simple Pipe Networks." J. Hydr. Engr., ASCE, 118(7), 1014-1030.

Kephart, J.T., Davis, K., 1961. "Pressure surges following water-column separation". ASME Journal of Basic Engineering 83, 456–460.

Kessal, M., Amaouche, M., 2001. "Numerical simulation of transient vaporous and gaseous cavitation in pipelines". International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow 11, 121–137.

Kjerrumgaard Jensen, R.; Kær Larsen, J.; Lindgren Lassen, K.; Mandø, M.; Andreasen, A. "Implementation and Validation of a Free Open Source 1D Water Hammer "Code. *Fluids* 2018, *3*, 64.

Kloosterman, A.H., Kranenburg, C., De Vries, A.H., Wijdieks, J., 1973. "Niet-stationaire hydrodynamische verschijnselen intransportleidingen voor vloeistoffen". (Non-stationary hydrodynamic phenomena in fluid-conveying conduits.). Bijdragen KIvI Symposium, Delft, June 1972. Also: Delft Hydraulics Laboratory, Publication No. 109N, May 1973, Delft, The Netherlands (in Dutch).

Knapp, F., 1937a. Discussion of "Water hammer in pipes, including those supplied by centrifugal pumps: graphical treatment" by R.W. Angus. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers 136, 304–309.

Knapp, F., 1937b. "Operation of emergency shutoff valves in pipelines". Transactions of the ASME 59, 679–682.

Knapp, F., 1939. Discussion of "Experiments and calculations on the resurge phase of water hammer" by J.N. LeConte. Transactions of the ASME 61, 440–441.

Kobori, T., Yokoyama, S., Miyashiro, H., 1955. "Propagation velocity of pressure wave in pipe line". Hitachi Hyoron 37 (10).

Kochupillai, J.; Ganesan, N.; Padmanabhan, C. A new finite element formulation based on the velocity of flow for water hammer problems. Int. J. Press. Ves. Pip. 2005, 82, 1–14.

Kojima, E., Shinada, M., Shindo, K., 1984. "Fluid transient phenomena accompanied with column separation in fluid power pipeline". Bulletin of JSME 27 (233), 2421–2429.

Korteweg, D. J., 1878, "Uber die fortpflanzungsgeschwindigkeit des schalles in elastischen rohren," Ann. Phys. Chemie 5(12), pp.525–542.

Korteweg, D. J., "Ueber die Fortpflanzungsgeschwindingkeit des Schalles in elastischen Rohren," Annalen des Physik und Chemie, Wiedemann, eded., New series, vol. 5, n°12, 1878, pp. 525-542.

Kottmann, A., 1989. Vorgange beim AbreiXen einer Wassersaule. ("Phenomena during breakaway of a water column"). Rohre Rohrleitungsbau Rohrleitungstransport 3R (international) 28, 106–110 (in German).

Kranenburg, C., 1972. "The effect of free gas on cavitation in pipelines induced by water hammer". In: Proceedings of the First International Conference on Pressure Surges. BHRA, Canterbury, UK, pp. 41–52.

Kranenburg, C., 1974a. "Transient cavitation in pipelines". Ph.D. Thesis, Delft University of Technology, Dept. of Civil Engineering, Laboratory of Fluid Mechanics, Delft, The Netherlands. Also: Communications on Hydraulics, Delft University of Technology, Dept. of Civil Engineering, Report No. 73-2, 1973.

Kranenburg, C., 1974b. "Gas release during transient cavitation in pipes". ASCE Journal of the Hydraulics Division 100(HY10), 1383–1398. Also part of: The effect of gas release on column separation. Communications on Hydraulics, Delft University of Technology, Dept. of Civil Engineering, Report No. 74-3.

Lagrange, I. L., Mécanique Analytique, Paris, Bertrand's ed., 1788, p.192.

Lai, C., "A Steady of Water Hammer Including Effect of Hydraulic Loss," thesis presented in the university of Michigan, Ann arbor, Michigan, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy, 1962.

Lai, C., 1961. "A study of water hammer including effect of hydraulic losses". Ph.D. Thesis, The University of Michigan, Ann Arbor, Michigan, USA.

Lai, C., 1989, "Comprehensive Method of Characteristics Models for Flow Simulation," J. Hydraul. Eng. 114(9), pp. 1074–1095.

Langevin, A., Boullee, M., 1928. In: Bulletin de l'Union Technique du Batiment, p. 81. (Reference in (Gomez and Langevin, 1937) and (Bergeron, 1939, 1950)) (in French.)

Laplace, P. S., Celestial Mechanics, 4 volumes, Bowditch translation.

LeConte, J.N., 1937. "Experiments and calculations on the resurge phase of water hammer". Transactions of the ASME 59, Paper HYD-59-12, pp. 691–694.

Lee, I.Y., Kitagawa, A., Takenaka, T., 1985." On the transient behavior of oil flow under negative pressure". Bulletin of JSME 28 (240), 1097–1104.

Li, W.H., 1962. "Mechanics of pipe flow following column separation". ASCE Journal of the Engineering Mechanics Division 88 (4), 97–118.

Li, W.H., 1963. "Mechanics of pipe flow following column separation". Transactions of the ASCE 128 (Part I), 1233–1254

Li, W.H., Walsh, J.P., 1964. "Pressure generated by cavitation in a pipe". ASCE Journal of the Engineering Mechanics Division 90 (6), 113–133.

Ligget, J. A., and Chen, L.-C. (1994). "Monitoring water distribution systems: the inverse method as a tool for calibration and leak detection." Proc. Conf. On Improving Efficiency and Reliably of Water Distribution Sys.

Liou, J.C.P., 1999. "Numerical properties of the discrete gas cavity model for transients". In: Proceedings of the Third ASME-JSME Joint Fluids Engineering Conference, Symposium S-290 Water Hammer, San Francisco, USA, ASME-FED 248, Paper FEDSM99-6901, 9pp.

Liou, J.C.P., 2000. "Numerical properties of the discrete gas cavity model for transients". ASME Journal of Fluids Engineering 122, 636–639.

List, E.J., Burnam, J., Solbrig, R., Hogatt, J., 1999. "Vapor cavity formation and collapse: field evidence for major pipeline damage". In: Proceedings of the Third ASME-JSME Joint Fluids Engineering Conference, Symposium S-290 Water Hammer, San Francisco, USA, July 1999, ASME-FED 248, Paper FEDSM99-6886, 7pp.

Lister, M., 1960, "The Numerical Solution of Hyperbolic Partial Differential Equations by the Method of Characteristics," A Ralston and HS Wilf (eds), Numerical Methods for Digital Computers, Wiley New York, 165–179.

Lowy, R., "Druckschwankungen in Druckrohrleitungen," Springer, 1928.

Lupton, H.R., 1953. "Graphical analysis of pressure surges in pumping systems". Journal of the Institution of Water Engineers 7, 87–125.

Mansour, S.G.S., 1996. "The application of a space-compact high-order implicit scheme for cavitation computation in water hammer simulation". In: Proceedings of the Second International Conference on Hydro informatics, Zurich, Switzerland, pp. 315–319.

Martin, C.S., 1983. "Experimental investigation of column separation with rapid closure of downstream valve". In: Proceedings of the Fourth International Conference on Pressure Surges. BHRA, Bath, UK, pp. 77–88.

Martin, C.S., 1989. "Private communication to C.S.W. Lavooij at Delft Hydraulics", Delft, The Netherlands.

Martin, C.S., Padmanabhan, M., 1975. "The effect of free gases on pressure transients". L'Energia Elettrica 52, 262–267.

MATLAB. Version 9.3.0.713579 (R2017b). The MathWorks Inc., 2017

Miwa, T., Sano, M., Yamamoto, K., 1990. "Experimental studies on water hammer phenomenon including column separation". Water Supply 8, 430–438.

Monge, G., "Graphical Integration," Phil. Trans., Royal Society, London, 1808, pp. 164-186.

Moores, R.G., 1953. Discussion of "Graphical analysis of pressure surge in pumping systems" by H.R. Lupton. Journal of the Institution of Water Engineers 7, 139–140.

Moshnin, L.F., 1961. ("Instructions for the protection of conduits against water hammer".). USSR Scientific Research Institute (WNII) Wodgeo, State Publisher of Literature on Building, Architecture and Building Materials, Moscow, pp. 192–200 (in Russian).

Moshnin, L.F., Timofeeva, E.T., 1965. ("Pressure-rise in water hammer accompanied with column-separation".). (Water Supply and Sanitary Technology) 7, 3–5 (in Russian).

Mostowsky, A.F., 1929. "Investigation of water hammer in pipes at low pressures", Bulletins of the Moscow Transport Engineering Institute—in memory of F.E. Dzerjinsky 11, 263–304 (in Russian).

Newton, I., The Princepia, Royal Soc., London, Book 2, Dover Publication 44-46, 1687.

O'Brian, G. G., Hyman, M. A., and Kaplan, S., 1951, "A Study of the Numerical Solution of Partial Differential Equations," J. Math. Phys. 29 (4), pp. 223–251.

O'Neill, I.C., 1959. "Water-hammer in simple pipe systems". M.Sc. Thesis, University of Melbourne, Melbourne, Australia.

Overton, G.D.N., Williams, P.R., Trevena, D.H., 1984. "The influence of cavitation history and entrained gas on liquid tensile strength". Journal of Physics D 17, 979–987.

Paredes, R., Huerta, A., Sanchez, J.L., 1987. "Experimental relation between the highest transient pressure and the severity of water column separation". In: Proceedings of the Eighth International Round Table on Hydraulic Transients with Water Column Separation. IAHR, Madeira, Portugal.

Parmakian, J., 1955. "Water hammer Analysis". Prentice-Hall, New York (Reprint in 1963, Dover Publications, New York).

Pearsall, I.S., 1965. "The velocity of water hammer waves". Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers 180 (3E), 12–20.

Pearsall. I. The Velocity of Water Hammer Waves. National Engineering Laboratory, East Kilbride, Glasgow.Proc Instn Mech Engrs 1965-66.

Pezzinga, G., 1999, "Quasi-2D Model for Unsteady Flow in Pipe Networks," J. Hydraul. Eng. 125(7), pp. 676–685.

Pezzinga, G., 2000, "Evaluation of Unsteady Flow Resistances by Quasi-2d or 1d Models," J. Hydraul. Eng. 126(10), pp. 778–785.

Philip, R. Cours de thermiques, 2006.

Plesset, M.S., 1969. "The tensile strength of liquids". In: Proceedings of ASME Fluids Engineering and Applied Mechanics Conference. Cavitation State of Knowledge, Evanston, Illinois, USA, pp. 15–25.

Price, R. K., "Comparison of Four Numerical Methods for Flood Routing," Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 100, No. HY7, July, 1974, pp. 879-899.

Proceedings, 1933. Joint ASCE-ASME Symposium on Water Hammer, Chicago, USA (reprinted in 1949 and 1961).

Proceedings, 1937. Joint ASCE-ASME-AWWA Second Symposium on Water Hammer, New York, USA. Transactions of ASME 59, 651–713, Transactions, ASME 60, 605–610, 675–682.

Provoost, G.A., 1976. "Investigation into cavitation in a prototype pipeline caused by water hammer". In: Proceedings of the Second International Conference on Pressure Surges. BHRA, London, UK, pp. 13–29. Also: Delft Hydraulics Laboratory, Publication No. 170.

Provoost, G.A., Wylie, E.B., 1981. "Discrete gas model to represent distributed free gas in liquids". In: Proceedings of the Fifth International Symposium on Water Column Separation. IAHR, Obernach, Germany, 8pp. Also: Delft Hydraulics Laboratory, Publication No. 263, 1982

Raiteri, E., Siccardi, F., 1975. "Transients in conduits conveying a two-phase bubbly flow: experimental measurements of celerity". L'Energia Elettrica 52, 256–261.

Rufelt Alexander. "Numerical Studies of Unsteady Friction in Transient Pipe Flow". Master Thesis. Royal Institute of Technology. Stockholm, Sweden. 2010

Ruus, E., Karney, B., El-Fitiany, F.A., 1984. "Charts for water hammer in low head pump discharge lines resulting from water column separation and check valve closure". Canadian Journal of Civil Engineering 11, 717–742.

Samuels, G. P., and Skeel, P. C., 1990, "Stability Limits for Preissmann's Scheme," J. Hydraul. Div., Am. Soc. Civ. Eng. 116(HY8), pp. 997–1011.

Sanada, K., Kitagawa, A., Takenaka, T., 1990. "A study on analytical methods by classification of column separations in a water pipeline". Transactions of the JSME, Series B 56 (523), 585–593 (in Japanese).

Schnyder, O., "Druckstosse in Pumpensteigleitungen," Shweizerische Bauzeitung, Vol. 94, Nov.-Dec. 1929, pp. 271-273, 283-286.

Schnyder, O., 1932. Uber DruckstoXe in Rohrleitungen. (On water hammer in pipe lines.). Wasserkraft und Wasserwirtschaft 27 (5), 49–54; 27(6), 64–70; 27(8), 96 (in German).

Schwirian, R.E., 1982. "Methods for simulating fluid–structure interaction and cavitation with existing finite element formulations". ASME-PVP 64, Fluid transients and fluid–structure interaction, pp. 261–285.

Schwirian, R.E., 1984. "On the use of structural finite element computer codes to perform fluid-dynamical and fluid-structure interactive analyses". In: Proceedings of the International Conference on Numerical Methods for Transient and Coupled Problems, Venice, Italy, pp. 186–197.

Sharp, B.B., 1960. "Cavity formation in simple pipes due to rupture of the water column". Nature 185 (4709), 302–303.

Sharp, B.B., 1965a. "The growth and collapse of cavities produced by a rarefaction wave with particular reference to rupture of water column". Ph.D. Thesis, the University of Melbourne, Melbourne, Australia.

Sharp, B.B., 1965b. "Rupture of the water column". In: Proceedings of the Second Australasian Conference on Hydraulics and Fluid Mechanics. Auckland, New Zealand, pp. A169–A176.

Sharp, B.B., 1977. "A simple model for water column rupture". In: Proceedings of the 17th IAHR Congress, vol. 5. Baden-Baden, Germany, pp. 155–161.

Shinada, M., Kojima, E., 1987. "Fluid transient phenomena associated with column separation in the return line of a hydraulic machine press". JSME International Journal 30 (268), 1577–1586.

Shu, J.-J., 2003a. "A finite element model and electronic analogue of pipeline pressure transients with frequency-dependent friction". ASME Journal of Fluids Engineering 125, 194–199.

Shu, J.-J., 2003b. "Modeling vaporous cavitation on fluid transients". International Journal of Pressure Vessels and Piping 80, 187–195.

Shuy, E. B., 1996, "Wall Shear Stress in Accelerating and Decelerating Turbulent Pipe Flows," J. Hydraul. Res. 34(2), pp. 173–183.

Shuy, E.B., and Apelt, C.J. (1983). "Friction effect in unsteady pipe flows". Proc. 4th Int. Conf. on Pressure Surge, BHRA, Bath, England, 147-164.

Sibertheros, I. A., Holley, E. R., and Branski, J. M., 1991, "Spline Interpolations for Water Hammer Analysis," J. Hydraul. Eng. 117~10!, pp. 1332–1349.

Sibetheros, I.A.; Holley, E.R.; Branski, J.M. "Spline Interpolations for Water Hammer Analysis," J. Hydraul. Eng.-ASCE 1991, 117, 1332–1351.

Siemons, J., 1967. "The phenomenon of cavitation in a horizontal pipe-line due to a sudden pump-failure". IAHR Journal of Hydraulic Research 5, 135–152 (Also: Delft Hydraulics Laboratory, Publication No. 53).

Silva-Araya, W. F., and Chaudhry, M. H., 1997, "Computation of Energy Dissipation in Transient Flow," J. Hydraul. Eng. 123(2), pp. 108–115.

Simin, O., 1904.Water hammer. In: Proceedings of the 24th Annual Convention of the American Water Works Association, St. Louis, USA, pp. 341–424. (Including a partial translation of Joukowsky, 1900).

Simpson, A.R., 1986. "Large water hammer pressures due to column separation in sloping pipes". Ph.D. Thesis, The University of Michigan, Dept. of Civil Engineering, Ann Arbor, USA

Simpson, A.R., Bergant, A., 1994a. "Numerical comparison of pipe column-separation models". ASCE Journal of Hydraulic Engineering 120, 361–377.

Simpson, A.R., Bergant, A., 1996. "Interesting lessons from column separation experiments". In: Boldy, A. (Ed.), Pressure Surges and Fluid Transients in Pipelines and Open Channels. Mechanical Engineering Publications Ltd., Burry St. Edmunds, pp. 83–97.

Simpson, A.R., Wylie, E.B., 1985. "Problems encountered in modeling vapor column separation". In: Proceedings of Symposium on Fluid Transients in Fluid–Structure Interaction. ASME Winter Annual Meeting, Miami Beach, Florida, USA, pp. 103–107.

Simpson, A.R., Wylie, E.B., 1989. «Towards an improved understanding of water hammer column separation in pipelines". Civil Engineering Transactions 1989, the Institution of Engineers, Australia, CE 31 (3), 113–120.

Sivaloganathan, K., 1978, "Flood Routing by Characteristic Methods," J. Hydraul. Div., Am. Soc. Civ. Eng. 107(HY7), pp. 1075–1091.

Smirnov, D.N., Zubov, L.B., 1972. "Experimental investigation of water hammer accompanied with cavitation". Tr. Lab. Inzh. Gidrav. USSR Scientific Research Institute (WNII) Wodgeo, Moscow, Coll. 13 (in Russian).

Soares, A.K.; Martins, N.; Covas, D.I. "Investigation of Transient Vaporous Cavitation: Experimental and Numerical Analyses". Proc. Eng. 2015, 119, 235–242.

Stepanoff, A.J., 1949. "Elements of graphical solution of water-hammer problems in centrifugal-pump systems". Transactions of ASME 83, 1919–1920.

Streeter, V. L. and Wylie, E. B., 1985," Fluid Mechanics (8th Edition)", McGraw Hill New York.

Streeter, V. L., and Lai, C., "Water hammer analysis including Fluid Friction," trans. Amer. Soc. Civ. Engrs., vol. 128, 1963, pp. 1491-1524.

Streeter, V. L., and Lai, C., "Water hammer Analysis Including Fluid Friction," Journal of Hydraulic Div., Amer. Soc. Civil Engrs., Vol. 88, No. HY3, May 1962, pp. 79-112.

Streeter, V. L., and Wylie, E. B., Hydraulic Transients, Chap. 4, McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, N.Y., 1967.

Streeter, V.L., 1963. "Water hammer analysis with non-linear frictional" resistance. In: Proceedings of the First Australian Conference on Hydraulics and Fluid Mechanics. Pergamon Press, New York.
Streeter, V.L., 1964. "Water hammer analysis of pipelines". ASCE Journal of the Hydraulics Division 90 (HY4), 151–172.

Streeter, V.L., 1965. "Computer solution of surge problems". Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers 80 (3E), 62–82.

Streeter, V.L., 1969. "Water hammer analysis". ASCE Journal of the Hydraulics Division 95 (HY6), 1959–1972.

Streeter, V.L., 1983. "Transient cavitating pipe flow". ASCE Journal of Hydraulic Engineering 109 (HY11), 1408–1423.

Streeter, V.L., Lai, C., 1962. "Water hammer analysis including friction". ASCE Journal of the Hydraulics Division 88 (HY3), 79–112.

Strowger, E.B., Kerr, S.L., 1926. "Speed changes of hydraulic turbines for sudden changes of load". Transactions, ASME 48, 209–262.

Suda, M., 1990. Berechnung von DruckstoXen in einer flussigkeitsgefullten Rohrleitung bei Kavitationsprozessen. (Computer simulation of water hammer and cavitation process in a liquid pipeline.). Rohre Rohrleitungsbau Rohrleitungstransport 3R(international) 29, 378–381 (in German).

Sundquist, M.J., 1977. "Pipeline transients in highly saturated fluids with gaseous and vaporous cavitation". M.Sc. Thesis, Michigan State University, East Lansing, Michigan, USA.

Suzuki, K., Taketomi, T., and Sato, S., 1991, "Improving Zielke's Method of Simulating Frequency-Dependent Friction in Laminar Liquid Pipe Flow," ASME J. Fluids Eng. 113(4), pp. 569–573.

Swaffield, J.A., 1969–1970. "A study of column separation following valve closure in a pipeline carrying aviation kerosene". Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers 184 (3G), 57–64.

Swaffield, J.A., 1972a. "A study of the influence of air release on column separation in an aviation kerosine pipeline". Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers 186 (56/72), 693–703.

Swaffield, J.A., 1972b. "Column separation in an aircraft fuel system". In: Proceedings of the First International Conference on Pressure Surges. BHRA, Canterbury, UK, Paper C2, 16pp.

Takenaka, T., 1987. "Some problems on fluid transient phenomena". JSME International Journal, Series B 32 (266), 1200–1206.

Tanahashi, T., Kasahara, E., 1969. "Analysis of the water hammer with water column separation". Bulletin of the JSME 12 (50), 206–214

Tarasevich, V.V., 1975. (Method of control points for the calculation of water hammer with cavitating fluid flow. Hydraulic Design of Irrigation Systems) 17 (5), 47–60 (NIMI, Institute of Irrigation Engineering, Novocherkassk, Russia (in Russian)).

Tarasevich, V.V., 1980. "Maximum pressure during water hammer accompanied by discontinuity of the flow". Hydro technical Construction 14, 784–790.

Tarasevich, V.V., 1997. "Propagation and transformation of perturbations of water hammer with cavitation."). Acoustics of Non-Homogeneous Media). Institute of Hydrodynamics, Novosibirsk, Russia, pp. 226–234 (in Russian).

Thibessard, G., 1961. " La simulation du coup de bélier sur calculateur numérique. (The simulation of water hammer on a numerical calculator".). In: Proceedings of the Ninth IAHR Convention, Dubrovnik, Yugoslavia, pp. 881–890 (in French)

Thorley, A.R.D., 1976. "A Survey of Investigations into Pressure Surge Phenomena". Research Memorandum ML83. The City University, Department of Mechanical Engineering, London, UK

Thorley, A.R.D., Wiggert, D.C., 1985. "The effect of virtual mass on the basic equations for unsteady one-dimensional heterogeneous flows". International Journal of Multiphase Flow 11, 149–160

Toro, E. F., 1997," Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics," Springer-Verlag, Berlin.

Toro, E. F., 2001, "Shock-Capturing Methods for Free-Surface Shallow Flows," Wiley Ltd, Chichester, England.

Transfert de chaleur. TP - L3 Physique - Plate-forme TTE - C.E.S.I.R.E. - Université Joseph Fourier – Grenoble. <u>https://www-liphy.univ-grenoble-alpes.fr/</u>. Accédé en(2019)

Trevena, D.H., 1984. "Cavitation and the generation of tension in liquids". Journal of Physics D 17 (11), 2139–2164.

Trevena, D.H., 1987. "Cavitation and Tension in Liquids". Adam Hilger, Bristol, UK and Philadelphia, USA.

Trikha, A. K., "Variable Time Steps for Simulating Transient Liquid Flow by Method of Characteristics," Journal of Fluids Engineering, American Society of Mechanical Engineers, Mar., 1977, pp. 259-261.

Trikha, A. K., 1975, "An Efficient Method for Simulating Frequency-Dependent Friction in Transient Liquid Flow," ASME J. Fluids Eng. 97(1), pp. 97–105.

Tullis, J.P., Streeter, V.L., Wylie, E.B., 1976. "Water hammer analysis with air release". In: Proceedings of the Second International Conference on Pressure Surges. BHRA, London, UK, pp. 35–47.

Van De Riet, R.P., 1964. "A computational method for the water hammer problem". Mathematics Centrum, Report TW 95, Amsterdam, the Netherlands.

Van de Sande, E., Belde, A.P., Hamer, B.I.G, and Hiemstra, W. (1980). "Velocity profiles in accelerating pipe flows started from rest". Proc., 3rd Int. Conf. on Pressure Surge, BHRA, Canterbury, England, 1-14.

Vardy, A. E. and Brown, J, M., 1996, "On Turbulent, Unsteady, Smooth-Pipe Friction, Pressure Surges and Fluid Transient," BHR Group, London, pp. 289–311.

Vardy, A. E., "On the Use of the Method of Characteristics for the Solution of Unsteady Flows in Networks," Proceedings, Second International Conference on Pressure Surges, Sept. 22-24, 1976, British Hydromechanics Research Association, Fluid Engineering, Cranfield, England, 1977, pp. H 2 and 15-30.

Vardy, A. E., and Brown, J. M. B., 1995, "Transient, Turbulent, Smooth Pipe Friction," J. Hydraul. Res. 33, pp. 435–456.

Vardy, A. E., and Brown, J. M. B., 1997, "Discussion on Wall Shear Stress in Accelerating and Decelerating Pipe Flow," J. Hydraul. Res. 35(1), pp. 137–139.

Vardy, A. E., and Hwang, K. L., 1991, "A Characteristic Model of Transient Friction in Pipes," J. Hydraul. Res. 29(5), pp. 669–685.

Vardy, A. E., Hwang, K. L., and Brown, J. M. B., 1993, "A Weighting Model of Transient Turbulent Pipe Friction," J. Hydraul. Res. 31, pp. 533–548.

Vardy, A. E., "On the Use of the Method of Characteristics for the Solution of the Unsteady Flows in Networks," Proc. 2nd Int: Conf. Pressure Surges, Bedford, England, BHRA, Sept., 1976.

Vardy, A.E. (1980). "Unsteady flows: Fact and Friction. Proc., 3rd Int. Conf. on Pressure Surges", BHRA, Canterbury, Englad, 15-26.

Vardy, A.E., and Brown, J.M.B. (1995). "Transient, turbulent, smooth-pipe flow". Journal of Hydraulic Research, IAHR, 33(4), 435-456.

Vardy, A.E., and Brown, J.M.B. (1996). "On turbulent, unsteady, smooth-pipe flow". Proc., Int. Conf. on Pressure Surges and Fluid Transients, BHR Group, Harrogate, England, 289-311.

Vardy, A.E.; Brown, J.M.B. "Transient turbulent friction in fully rough pipe flows". J. Sound Vib. 2004, 270, 233–257.

Vardy, A.E.; Brown, J.M.B. "Transient turbulent friction in smooth pipe flows". J. Sound Vib. 2003, 259, 1011–1036.

Vitkovsky, J. P., Lambert, M. F., Simpson, A. R., and Bergant, A., 2000, "Advances in Unsteady Friction Modeling in Transient Pipe Flow," 8th Int. Conf. on Pressure Surges, The Hague, The Netherlands.

Vliegenthart, A.C., 1970. T"he Shuman filtering operator and the numerical computation of shock waves". Journal of Engineering Mathematics 4, 341–348.

Vreugdenhil, C.B., 1964. "Digital computations of water-hammer". Delft Hydraulics Laboratory, Report S 103-I, Delft, The Netherlands.

Vreugdenhil, C.B., De Vries, A.H., Kalkwijk, J.P.Th., Kranenburg, C., 1972. "Investigation into cavitation in long horizontal pipelines caused by water hammer". In: Transactions of the sixth IAHR Symposium, Section for Hydraulic Machinery, Equipment and Cavitation, Rome, Italy, Paper J3. Also: Kalkwijk et al., Delft Hydraulics Laboratory, Publication No. 115, 1974.

Wallis, G.B., 1969. "One-dimensional Two-phase Flow", McGraw-Hill, New York.

Walsh, J.P., 1964. "Pressure generated by cavitation in a pipe". M.Sc. Thesis, Syracuse University, New York, USA.

Washio, S., Takahashi, S., Konishi, T., Morikawe, H., 1994. "Creation and observation of tensile waves in oil column". JSME International Journal, Series B 37 (2), 342–348.

Watt, C.S., Boldy, A.P., Hobbs, J.M., 1980. "Combination of finite difference and finite element techniques in hydraulic transient problems". In: Proceedings of the Third International Conference on Pressure Surges. BHRA, Canterbury, UK, pp. 43–62.

Weber, W., "Theory der durch Wasser oder andere incompressible Flussigkeiten in elastischen Rohren fortgepflanzten Wellen," Leipzig, Germany. Mathematisch-Physische Klasse, 1866, pp. 353-357.

Weyler, M.E., 1969. "An investigation of the effect of cavitation bubbles on momentum loss in transient pipe flow". Ph.D. Thesis, the University of Michigan, Ann Arbor, USA.

Wiggert, D. C., and Sundquist, M. J., 1977, "Fixed-Grid Characteristics for Pipeline Transients," J. Hydraul. Div., Am. Soc. Civ. Eng.103 (HY12), pp. 1403–1415.

Wiggert, D.C., Sundquist, M.J., 1979. "The effect of gaseous cavitation on fluid transients". ASME Journal of Fluids Engineering 101, 79–86.

Williams, P.R., Williams, P.M., Brown, S.W.J., Temperley, H.N.V., 1999. "On the tensile strength of water under pulsed dynamic stressing". Proceedings of the Royal Society: Mathematical, Physical and Engineering Sciences A 455, 3311–3323.

Williams, P.R., Williams, R.L., 2000. "On anomalously low values of the tensile strength of water". Proceedings of the Royal Society (London) A: Mathematical and Physical Sciences 456, 1321–1332.

Wood, D. J., Dorsch, R. G., and Lightnor, C., 1966, "Wave-Plan Analysis of Unsteady Flow in Closed Conduits," J. Hydraul. Div., Am. Soc. Civ. Eng. 92(HY12), pp. 83–110.

Wood, D. J., Dorsch, R. G., and Lightnor, C., 1966, "Wave-Plan Analysis of Unsteady Flow in Closed Conduits," J. Hydraul. Div., Am. Soc. Civ. Eng. (HY12), pp. 83–110.

Wood, D.J., and Funk, J.E. (1970). "A boundary-layer theory for transient viscous losses I", turbulent flow. Journal of Basic Engineering, ASME, 92(4), 865-873.

Wood, F. M., Disscusion of Ref. 34, Trans. Amer. Soc. Mech. Engrs., Vol. 48, 1926, pp. 209-262.

Wylie, E. B. and Streeter, V. L., 1970, "Network System Transient Calculations by Implicit Method," 45th Annual Meeting of the Society of Petroleum Engineers of AIME, Houston, Texas October 4–7, paper No. 2963.

Wylie, E. B., "Free Air in Liquid Transient Flow," Proceedings, Third International Conference on Pressure Surges, British Hydromechancis Research Association, Fluids Engineering, Vol. 1, Cranfield, Bedford, England, Jan., 1980, pp. 27-42.

Wylie, E. B., "Inaccuracies in the Characteristics Method," ASCE, Proceedings, Computer and Physical Modeling, Aug., 1980, pp. 165-176.

Wylie, E. B., 1980, "Inaccuracies in the Characteristics Method," Proc. Spec. Conf. on Comp. and Physical Modelling in Hydr. Eng.ASCE, Chicago, 165–176.

Wylie, E. B., and Henke, R., "Nonlinear Soil Dynamics by Characteristics," Proceedings, Second U.S. National Conference on Earthquake Engineering, Stanford Univ., Calif., Aug. 1979. Wylie, E. B., Streeter, V. L., and Suo, Lisheng, 1993, Fluid Transient in Systems, Prentice-Hall, Englewood Cliffs,

Wylie, E. G., and Streeter, V. L., (1993). Fluid Transient in Systems. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J.

Wylie, E.B., 1980. "Free air in liquid transient flow". In: Proceedings of the Third International Conference on Pressure Surges. BHRA, Cantenbury, UK, pp. 27–42.

Wylie, E.B., 1984. "Simulation of vaporous and gaseous cavitation". ASME Journal of Fluids Engineering 106, 307–311.

Wylie, E.B., 1992. "Low void fraction two-component two-phase transient flow". In: Bettess, R., Watts, J. (Eds.), Unsteady Flow and Fluid Transients. A.A. Balkema, Rotterdam, pp. 3–9.

Wylie, E.B., Streeter, V.L., 1978a. "Fluid Transients". McGraw-Hill, New York (Republished with minor corrections by FEB Press, Ann Arbor, Michigan, USA, 1983.).

Wylie, E.B., Streeter, V.L., 1978b. "Column separation in horizontal pipelines". In: Proceedings of the Joint Symposium on Design and Operation of Fluid Machinery, vol. 1. IAHR/ASME/ASCE, Colorado State University, Fort Collins, USA, pp. 3–13.

Y. Tomita and A. Shima. "High-Speed Photographic Observations of Laser-Induced Cavitation Bubbles in Water". ACUSTICA, vol. 71, 1990.

Yamaguchi, K., Ichikawa, T., 1976. "Pressure surge due to oil column separation". In: Proceedings of the Second International Conference on Pressure Surges. BHRA, London, UK, pp. 29–46.

Yamaguchi, K., Ichikawa, T., Suzuki, S., 1977. "Transient characteristics of oil pipelines with column separation". Bulletin of the JSME 20 (143), 630–637

Yang, J. C., and Hsu, E. L., 1990, "Time-Line Interpolation for Solution of the Dispersion Equation," J. Hydraul. Res. 28(4), pp.503–523.

Yang, J. C., and Hsu, E. L., 1991, "On the Use of the Reach-Back Characteristics Method of Calculation of Dispersion," Int. J. Numer. Methods Fluids 12, pp. 225–235.

Yves, J. (2009). « Transferts Thermiques ». Ecole des Mines Nancy.

Z. Zarzycki and S. Kudzma. "Simulation of transient flows in a hydraulic system with a long liquid line". Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 45(4):853–871, 2007.

Zarzycki Z 1994 "A Hydraulic Resistance's of Unsteady Liquid Flow in Pipes", Published by Technical University of Szczecin 516 (in Polish)

Zarzycki Z 2000 Proc. 8th Int. Conf. on Pressure Sergues, BHR Group, The Hague, The Netherlands 39, pp. 529–534

Zielke, W. (1968). "Frequency-Dependent friction in transient pipe flow". Journal of Basic Engineering, ASME, 90(1), 109-115.

Zielke, W., Perko, H.-D., 1985. Unterdruckerscheinungen und DruckstoXberechnung (Low pressure phenomena and water hammer analysis.). Rohre Rohrleitungsbau Rohrleitungstransport 3R (international) 24, 348–355 (in German).

Zielke, W., Perko, H.-D., Keller, A., 1989. "Gas release in transient pipe flow". In: Proceedings of the Sixth International Conference on Pressure Surges. BHRA, Cambridge, UK, pp. 3–13.