



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ DE BATNA 2
FACULTE DE TECHNOLOGIE
DEPARTEMENT DE MECANIQUE

Thèse présentée pour obtenir le grade de Docteur en Sciences

Spécialité : MECANIQUE

Option : ENERGETIQUE

PAR

Abdelhakim MEBROUKI

Thème

**CONTRÔLE ACTIF D'UN ÉCOULEMENT THERMO-CONVECTIF
DANS UNE ENCEINTE FERMÉE**

Devant le jury :

Président :	Pr. RAHAL Samir	Université de Batna 2
Rapporteur :	MCA. Zineddine ALLOUI	Université de Batna 2
Examineurs :	MCA. OUZANI Riadh	Université de Batna 2
	Pr. AKSAS Mounir	Université de Batna 1
	MCA. BOULAHROUZ Salim	Université de Khenchela
	MCB. BENMACHICHE Abdelmoumène	Université de Biskra

2020

DEDICACE

Je dédie ce modeste travail :

À mes très chers parents

À mes frères et sœurs

À ma famille

À mes amis

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier toutes les personnes qui, par leur participation et leur encouragement, m'ont permis de mener à terme mon travail de mémoire.

Plus particulièrement, je remercie mon Directeur de thèse Dr. ALLOUI Zineddine pour m'avoir suivi avec patience et intérêt dans mon projet et pour la confiance qu'il a placé en moi tout au long de ce travail. Ses conseils précieux et ses encouragements m'ont été d'une aide très importante dans la réalisation de ce projet.

Je tiens aussi à remercier le Professeur RAHAL Samir de l'université Mostefa Ben Boulaïd de Batna pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury de ma soutenance, et les membres du jury, le professeur AKSAS Mounir de l'université Hadj Lakhder de Batna, le Dr. OUZANI Riadh de l'université Mostefa Ben Boulaïd de Batna et le Dr. BOULAHROUZ Salim de l'université Abbès Laghrour de Khenchela ainsi que le Dr. BOULAHROUZ de l'université Mohamed Khider de Biskra, pour avoir accepté d'examiner mon travail de thèse.

RESUME

Cette thèse porte sur la stabilisation de la convection naturelle dans une couche de fluide horizontale avec génération de chaleur interne. Les limites horizontales du système sont refroidies de manière isothermique. La couche est stabilisée à l'aide de plusieurs capteurs et actionneurs à commande individuelle qui modifient l'intensité locale de la puissance de chauffage. Les actionneurs de longueur et d'espacement donnés sont situés sur les frontières horizontales du système. Les capteurs thermiques sont positionnés à une certaine hauteur de la couche de fluide. Lorsqu'un contrôle actif proportionnel à rétroaction est activé, la puissance de chauffage du système est modulée afin de retarder le début de l'instabilité ou d'annihiler l'intensité de la convection. Des simulations numériques bidimensionnelles des équations gouvernantes en utilisant la méthode des différences finies ont été effectuées. Les résultats des simulations ont permis de déterminer l'influence des paramètres importants tels que la longueur et l'espacement des actionneurs, la position des capteurs thermiques et le gain sur le contrôle du système. Une corrélation en fonction du nombre de Rayleigh a été proposée pour prédire la longueur critique des actionneurs au-delà de laquelle l'état de non-mouvement ne peut pas être maintenu.

Mots clés : Instabilité convective, Contrôle actif, Couche fluide, Chauffage volumique.

ABSTRACT

This thesis deals with the stabilization of natural convection in a horizontal fluid layer with internal heat generation. The horizontal boundaries of the system are cooled isothermally. The system is stabilized using multiple sensors and discrete individually controlled actuators that modify the local intensity of the heating power. The discrete controllers of finite length and spacing are located on the horizontal boundaries of the system. The thermal sensors are positioned at a given vertical height of the fluid layer. Upon using feedback proportional control, the heating power of the system is modulated in order to postpone the onset of motion or annihilate the intensity of convection. Two-dimensional numerical simulations of the full governing equations using the finite-difference method are carried out. The results are used to determine the influence of the governing parameters such as length and spacing of the actuators, positions of the thermal sensors and control gain on the control of the system. A correlation equation is proposed to predict the critical length of the actuators, above which the no-motion state cannot be maintained in the layer, as a function of the Rayleigh number.

Key words: Convective instability, Active control, Fluid layer, Volumetric heating.

ملخص

تتناول هذه الأطروحة التثبيت الحركي للحمل الطبيعي الحراري في طبقة أفقية من المائع تحتوي على توليد داخلي للحرارة. يتم تبريد الحدود الأفقية للطبقة باستخدام درجات حرارة متساوية. تم التثبيت الحركي للمنظومة باستخدام أجهزة استشعار متعددة ومولدات حرارة منفصلة يتم التحكم فيها بشكل فردي والتي تعمل على تعديل قوة التسخين الموضعية للطاقة الحرارية. توجد مولدات الحرارة ذات الطول والمسافة المحدودة على الحدود الأفقية للطبقة. يتم وضع أجهزة الاستشعار الحرارية على ارتفاع معين في طبقة المائع. عند استخدام التحكم التناسبي مع التغذية الراجعة، يتم تعديل طاقة التسخين للنظام من أجل تأجيل بدء الحركة أو إبطال شدة الحمل الحراري. تم إجراء عمليات نمذجة عددية ثنائية الأبعاد لحل المعادلات التي تحكم هذه الظاهرة باستعمال طريقة الفروق المنتهية. استخدمت نتائج هذه النمذجة العددية لتحديد تأثير مجموعة من المتغيرات الفاعلة مثل طول مولدات الحرارة وتباعدها، مواقع المستشعرات الحرارية وثابت الكسب في التحكم في النظام. تم اقتراح معادلة ارتباط مع عدد رايلي للتنبؤ بالطول الحرج الأقصى لمولدات الحرارة، والذي إذا زاد عن ذلك لا يمكن الحفاظ على حالة عدم الحركة في الطبقة.

الكلمات الدالة: عدم الاستقرار الحراري ، التحكم النشط ، طبقة مائع ، التسخين الحجمي.

TABLE DES MATIERES

DEDICACE	iii
REMERCIEMENTS	iv
RESUME	v
TABLE DES MATIERES	viii
LISTE DES FIGURES	x
LISTE DES TABLEAUX	14
NOMENCLATURE	xv
INTRODUCTION GÉNÉRALE	1
CHAPITRE 1 GÉNÉRALITÉS ET SYNTHÈSE BIBLIOGRAPHIQUE	3
1.1 Introduction.....	3
1.2 Généralités	3
1.2.1 La convection naturelle	3
1.2.2 Notions sur le chauffage ohmique	4
1.2.3 Contrôle des écoulements.....	5
1.2.4 Classification des stratégies de contrôle des écoulements.....	6
1.3 Revue bibliographique	8
1.3.1 Convection naturelle avec génération de chaleur interne.....	8
1.3.2 Contrôle actif de la convection naturelle.....	23
1.4 Conclusion	38
CHAPITRE 2 MODÈLES PHYSIQUE ET MATHÉMATIQUE	39
2.1 Introduction.....	39
2.2 Description du problème.....	39
2.3 Hypothèses Simplificatrices	40
2.4 Formulation mathématique	41
2.4.1 Équation de continuité	41
2.4.2 Équation de la conservation de la quantité de mouvement	41
2.4.3 Équation de conservation d'énergie	42
2.4.4 Introduction du contrôle actif	42
2.4.5 Adimensionnalisation	44

2.5	Formulation fonction du courant-vorticité.....	46
2.5.1	Équation de la vorticité ω	46
2.5.2	Équation de conservation d'énergie	47
2.5.3	Équation de fonction du courant.....	47
2.6	Conditions initiales et aux limites.....	47
2.6.1	Conditions initiales	47
2.6.2	Conditions aux limites	47
2.7	Transferts thermique	48
2.8	Conclusion	48
CHAPITRE 3 MÉTHODE NUMÉRIQUE.....		49
3.1	Introduction.....	49
3.2	Discrétisation des équations gouvernantes	49
3.2.1	Équation d'énergie et de vorticité.....	50
3.2.2	Équation de fonction du courant.....	54
3.2.3	Champs de vitesse	54
3.2.4	Conditions aux limites	55
3.3	Algorithme et organigramme.....	56
3.4	Critère de convergence	57
3.5	Conclusion	57
CHAPITRE 4 RÉSULTATS ET DISCUSSIONS.....		58
4.1	Introduction.....	58
4.2	Validation du code de calcul.....	58
4.3	Comparaison avec des résultats expérimentaux	60
4.4	Choix du maillage et du pas de temps	61
4.5	Résultats et discussion	63
4.5.1	Système sans contrôle actif	63
4.5.2	Système avec contrôle actif.....	68
4.6	Conclusion	85
CONCLUSION GÉNÉRALE.....		87
RÉFÉRENCES.....		89

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1 Schéma montrant le principe du chauffage ohmique.....	5
Figure 1.2 Classification des stratégies de contrôle des écoulements.....	6
Figure 1.3 Contrôle prédéterminé (boucle ouverte)	7
Figure 1.4 Schéma bloc du contrôle réactif des écoulements: a) contrôle à action directe en boucle ouverte, b) contrôle à rétroaction en boucle fermée.....	7
Figure 1.5 Structures multicellulaires de la convection de Rayleigh-Bénard: a) Rouleaux contrarotatifs, b) Structure cellulaire hexagonale.....	9
Figure 1.6 Schéma des modèles d'écoulement dans une grande cellule hexagonale.....	11
Figure 1.7 Schéma de principe de l'installation de Kulacki et Goldstein (1972)	12
Figure 1.8 Nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh proche de la valeur critique, pour différentes valeurs du nombre de Prandtl.....	14
Figure 1.9 Lignes de courant : a) $Ra = 2 \times 10^4$, $\alpha = 3.2$, b) $Ra = 10^5$, $\alpha = 7.85$	15
Figure 1.10 Configuration étudié par Emara et Kulacki (1980)	16
Figure 1.11 Visualisation des mouvements thermoconvectifs en fonction du temps.	17
Figure 1.12 Visualisation des isothermes en fonction du nombre de Rayleigh.....	19
Figure 1.13 Variation de la fraction de chaleur produite qui s'échappe à travers la plaque inférieure avec Ra et Pr	22
Figure 1.14 Description schématique du dispositif expérimental de Singer et Bau (1991)	23
Figure 1.15 Le champ de température (isothermes) pour $Ra = 4000$ et $Pr = 0.7$: a) sans contrôle $K_p = 0$, b) avec contrôle actif $K_p = 20$	25
Figure 1.16 Représentation schématique de l'anneau porteur et des capteurs diodes utilisé par Tang et Bau (1998a)	26

Figure 1.17 Schéma de principe de l'installation de Howle (1997a)	27
Figure 1.18 Amplitude de la convection en fonction du nombre de Rayleigh pour les cas non contrôlés ($g_p = 0$) et contrôlés ($g_p = 5$)	28
Figure 1.19 Schéma de l'implémentation du contrôle LQG: R_N , régulateurs; F_N , filtres; et FFT, transformée de Fourier rapide.....	30
Figure 1.20 Variation temporelle du Nusselt de la paroi du haut et du bas.....	31
Figure 1.21 Configuration étudié par (Or et Kelly, 2001)	32
Figure 1.22 Lignes de vorticité (� gauche) et isothermes (� droite) pour : a) cas sans contrôle; b) cas avec contrôle.....	33
Figure 1.23 Nombre de Rayleigh au début de la convection en fonction du nombre d'onde pour différents gain G	36
Figure 1.24 Comparaison du contrôle avec linéarisation espace-état et le contrôle avec rétroaction active linéaire et non linéaire.....	37
Figure 2.1 Représentation schématique du modèle physique.....	40
Figure 2.2 Profil de température conductif et convectif.....	43
Figure 2.3 Schéma de la boucle de contrôle.....	44
Figure 4.1 Lignes de courant pour $Ra = 10^7$, $A = 1$ et $Pr = 0.7$: a) Présent travail, et b) Résultat de Shim et Hyum (1996)	59
Figure 4.2 Isothermes pour $Ra = 10^7$, $A = 1$ et $Pr = 0.7$: a) Présent travail, b) Résultat de Shim et Hyum (1996)	60
Figure 4.3 Comparaison de nos résultats avec les résultats expérimentaux, en terme de variation du nombre de Nusselt moyen avec le nombre de Rayleigh.....	61
Figure 4.4 Le taux de transfert de chaleur Nu_m en fonction du nombre de Grille.....	62
Figure 4.5 Evolution temporelle du taux de transfert de chaleur, Nu_m , pour deux valeurs d'incrément du temps, Δt , et $Ra = 10^5$	62
Figure 4.6 Lignes de la fonction de courant (en haut) et des isothermes (en bas) pour $Ra = 4 \times 10^4$	64

Figure 4.7 Évolution temporelle de la fonction du courant maximal pour diverses valeurs du nombre de Rayleigh Ra	65
Figure 4.8 Évolution temporelle durant une période de la fonction de courant minimal (a) et maximal (b) pour $Ra = 65000$	66
Figure 4.9 Lignes de courant durant une période complète ($\tau = 12.86$) pour $Ra = 65000$	67
Figure 4.10 Variation de la fonction de courant maximale (minimale) $\bar{\Psi}_{\max}$ ($\bar{\Psi}_{\min}$) moyennée dans le temps avec le nombre de Rayleigh Ra , pour $L_{act} = 0.4$, $\delta_s = L_{act} / 2$, $y_s = 0.75$ et diverses valeurs de G	68
Figure 4.11 Les contour de la fonction de courant (en haut) et des isothermes (en bas) pour $Ra = 5 \times 10^4$ et $L_{act} = 0.15$, a) $G = 0$; b) $G = 4$ et c) $G = 6$	69
Figure 4.12 Variation de la fonction de courant maximale (minimale) Ψ_{\max} (Ψ_{\min}) avec le temps pour $Ra = 7.5 \times 10^4$; à $t = 30$ un contrôle actif proportionnel est appliqué avec $L_{act} = 0.15$ et $G = 17$	70
Figure 4.13 Lignes de courant (en haut) et isothermes (en bas) pour $Ra = 75000$: a) au temps $t = 30$ avant l'application du contrôle, b) au temps $t = 35$ après l'application du contrôle actif avec $L_{act} = 0.15$ et $G = 17$	71
Figure 4.14 Variation de la fonction de courant maximale (minimale) $\bar{\Psi}_{\max}$ ($\bar{\Psi}_{\min}$) moyennée dans le temps avec le gain proportionnel de contrôle G , pour $L_{act} = 0.15$ et diverses valeurs de Ra	72
Figure 4.15 Effet de la position horizontale δ_s des capteurs de température sur la valeur minimale du gain de contrôle G_C pour $L_{act} = 0.20$ et $y_s = 0.75$	74
Figure 4.16 Effet de la position verticale des capteurs de température y_s sur la valeur minimale du gain de contrôle G_C pour $L_{act} = 0.15$ et $\delta_s = L_{act} / 2$	75
Figure 4.17 Isothermes en conduction pour $G = 0$, $L_{act} = 0.4$, $\delta_s = L_{act} / 2$ et $y_s = 0.75$: a) $b = 0.05$, b) $b = 0.1$, c) $b = 0.2$ et d) $b = 0.4$	76

Figure 4.18 Variation de la fonction de courant maximale (minimale) $\bar{\Psi}_{\max}$ ($\bar{\Psi}_{\min}$) moyennée dans le temps avec le nombre de Rayleigh Ra pour $G = 0$, $L_{act} = 0.4$, $\delta_s = L_{act} / 2$, $y_s = 0.75$ et diverses valeurs de b 77

Figure 4.19 Lignes de courant et isothermes pour $G = 0$, $L_{act} = 0.4$, $b = 0.2$:
a) $Ra = 10^3$, $\Psi_{\min} = -0.029$, $\Psi_{\max} = 0.029$, $T_{\max} = 0.1122$, b) $Ra = 2 \times 10^4$,
 $\Psi_{\min} = -0.611$, $\Psi_{\max} = 0.611$, $T_{\max} = 0.1119$, c) $Ra = 5 \times 10^4$, $\Psi_{\min} = -1.822$,
 $\Psi_{\max} = 1.822$, $T_{\max} = 0.1094$ 78

Figure 4.20 Évolution temporelle de la fonction du courant maximal et minimal pour $G = 0$, $L_{act} = 0.4$, $b = 0.2$ et $Ra = 10^5$ 79

Figure 4.21 Variation de la fonction de courant maximale (minimale) $\bar{\Psi}_{\max}$ ($\bar{\Psi}_{\min}$) moyennée dans le temps avec le gain proportionnel de contrôle G , pour $L_{act} = 0.4$, $\delta_s = L_{act} / 2$, $y_s = 0.75$, $b = 0.2$ et $Ra = 2 \times 10^4$ 80

Figure 4.22 Variation de la température T le long de l'axe x pour $Ra = 5 \times 10^4$, $L_{act} = 0.752$, $G = 0$ et 20 81

Figure 4.23 Variation de la température T le long de l'axe x pour $Ra = 5 \times 10^4$, $L_{act} = 0.426$, $G = 0$ et 20 82

Figure 4.24 Lignes de courant et isothermes pour $Ra = 50000$ et $G = 20$: a) contrôle actif avec $L_{act} = 0.752$, b) contrôle actif avec $L_{act} = 0.426$ 83

Figure 4.25 Effet de la longueur des actionneurs L_{act} sur la fonction de courant maximale (minimale) $\bar{\Psi}_{\max}$ ($\bar{\Psi}_{\min}$) moyennée dans le temps pour $Ra = 6 \times 10^4$, $A = 20$ et $G = 100$ 84

Figure 4.26 Longueur optimale des actionneurs L_{act}^{cond} en fonction du nombre de Rayleigh Ra 85

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 4.1 Comparaison des valeurs de la fonction de courant extremum de la cavité avec les résultats rapportés par Shim et Hyum (1996).....	59
Tableau 4.2 Comparaison des valeurs de la température maximale avec les résultats rapportés par Shim et Hyum (1996).....	59

NOMENCLATURE

A	rapport de forme de la cavité, L'/H'
b'	distance entre les actionneurs
C_p	capacité calorifique du fluide à pression constante
E'	amplitude du champ électrique
G'	gain proportionnel du contrôleur
\vec{g}	accélération de la pesanteur
H'	hauteur du système
k	conductivité thermique du fluide
L'	largeur du système
L'_{act}	longueur des actionneurs
Nu	nombre de Nusselt
\dot{q}'	puissance de chauffage spécifique
\dot{q}'_E	partie constante de la puissance de chauffage
\dot{q}'_A	partie ajoutée de la puissance de chauffage par les actionneurs
P'	pression hydrodynamique
Pr	nombre de Prandtl, ν/α
Ra	nombre de Rayleigh, $g\beta'\dot{q}'_E H'^5/\nu\alpha^2$
t'	temps dimensionnel
T'	température dimensionnelle
u'	vitesse dimensionnelle dans la direction x
v'	vitesse dimensionnelle dans la direction y
x', y'	coordonnées cartésiennes dimensionnelles
y'_s	position verticale du capteur de température

Symboles grecques

α	diffusivité thermique du fluide
β	coefficient d'expansion thermique du fluide
δ'_s	position horizontale du capteur de température

λ	longueur d'onde des cellules convectives
μ	viscosité dynamique du fluide
ν	viscosité cinématique du fluide
ρ	masse volumique du fluide
τ	période d'oscillation
σ	conductivité électrique du fluide
ω	vorticité
ψ	fonction de courant

Exposants

'	variables dimensionnelles
---	---------------------------

Indices

m	valeur moyenne
c	condition critique
r	valeur de référence
0	valeur à $y = 0$
1	valeur à $y = 1$

INTRODUCTION GÉNÉRALE

La convection naturelle est un phénomène de la mécanique des fluides, qui se produit quand une zone change de température et qu'elle se déplace alors verticalement sous l'effet de la poussée d'Archimède. Le changement de température d'un fluide influe en effet sur sa masse volumique, qui se trouve modifiée comparé à la masse volumique du fluide environnant. Les forces de flottabilité dues aux différences de masse volumique peuvent être générées par un réchauffement différentiel du fluide à ses frontières ou par un réchauffement interne du fluide. La convection induite par une génération interne de chaleur au sein d'un fluide confiné se produit dans plusieurs systèmes industriels et naturels. Dans l'industrie on peut citer comme exemple la convection naturelle dans le cœur des réacteurs nucléaires, la modélisation de la combustion, le chauffage appliqué au secteur agroalimentaire, etc. Les exemples dans la nature incluent le mouvement d'air dans l'atmosphère où la chaleur est générée par l'absorption du rayonnement solaire et la convection dans le manteau terrestre où la chaleur se produit de la désintégration radioactive des isotopes.

Dans ce travail on considère que la génération de chaleur résulte du chauffage par effet Joule, également connu sous le nom de chauffage ohmique, ou chauffage direct par résistance électrique. Cela implique le passage d'un courant électrique à travers une substance dans le but de la chauffer. Comme la chaleur est générée dans tout le volume, les substances qui ont une distribution spatiale uniforme de la conductivité électrique ont tendance à chauffer uniformément dans leur volume. Cette approche offre de nombreux avantages par rapport aux méthodes de chauffage conventionnelles, où les limitations de transfert de chaleur et la conductivité thermique du matériau jouent un rôle important.

Puisque le chauffage ohmique ne repose pas sur le transfert de chaleur avec une source externe de chaleur, il n'y a théoriquement pas de limite de température à laquelle un matériau peut être chauffé. En pratique, cependant, des limites sont imposées par les pertes de chaleur dans l'environnement et les changements de phase dans le milieu chauffé. Dans de nombreux systèmes industriels, il est donc important de contrôler le transfert de chaleur pour optimiser les différentes conditions de traitement. Ainsi, il peut être intéressant de maintenir un état de non-mouvement, ou de diminuer l'intensité de la convection. Les systèmes de contrôle sont le plus souvent basés sur le principe de retour,

dans lequel un signal à contrôler est comparé à un signal de référence souhaité et la différence est utilisée pour calculer l'action de contrôle corrective.

Dans le présent travail, nous étudions numériquement la stabilisation de la convection naturelle dans une couche fluide horizontale avec génération de chaleur interne. Le système est stabilisé à l'aide de plusieurs actionneurs contrôlés individuellement par des capteurs de température, ce qui permet de modifier l'intensité locale de la puissance de chauffage. Notre objectif est de comprendre l'effet du contrôle actif sur le mécanisme de la convection naturelle. Dans ce contexte, nous avons développé notre propre code de calcul et mené une étude paramétrique regardant l'influence des paramètres de contrôle tels que la longueur des actionneurs, les positions des capteurs thermiques et le gain de contrôle sur l'efficacité du système.

Le travail présenté est organisé en quatre chapitres :

Le premier chapitre présente des généralités sur le chauffage par effet Joule et sur le contrôle des écoulements. Par la suite les travaux numériques et expérimentaux menés en convection naturelle avec contrôle actif dans des enceintes et qui sont en relation avec notre étude seront cités.

Dans le deuxième chapitre, on présente la configuration géométrique étudiée (modèle physique) ainsi que le modèle mathématique traduisant les équations régissant le phénomène de la convection naturelle avec génération de chaleur interne.

Le troisième chapitre sera consacré à la présentation de la méthode des différences finies et sa mise en œuvre pour la discrétisation des équations du problème.

Nous rassemblerons dans le quatrième chapitre les principaux résultats numériques de cette étude. Les commentaires, interprétations et analyses des divers résultats sont présentés à partir des distributions de grandeurs paramétriques.

Finalement, une conclusion générale, qui résume les principaux résultats obtenus, est donnée à la fin de ce mémoire. Quelques recommandations pour les études futures sont également formulées.

CHAPITRE 1 ***GÉNÉRALITÉS ET*** ***SYNTHÈSE*** ***BIBLIOGRAPHIQUE***

1.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons dresser une revue de la littérature concernant les travaux les plus pertinents dans le domaine de la convection naturelle avec génération volumique de chaleur. On s'intéresse en particulier à la stabilisation des écoulements thermo-convectifs dans les enceintes fermées. Notre recherche bibliographique concerne les travaux théoriques, numériques et expérimentaux menés en convection naturelle avec contrôle actif.

1.2 Généralités

1.2.1 La convection naturelle

Le terme "convection" semble avoir été inventé pour désigner un mode de propagation de la chaleur. La convection est une science qui groupe la mécanique des fluides et le transfert de chaleur. Elle est le mode de transfert thermique privilégié entre un solide et un fluide. Dans la convection le transport d'énergie se fait par l'action combinée de la conduction, de l'accumulation de l'énergie et du mouvement d'un fluide. Le transfert d'énergie par convection d'une surface dont la température est supérieure à celle du fluide qui l'entoure s'effectue en plusieurs étapes. D'abord la chaleur s'écoule par conduction de la surface aux particules fluides adjacentes, l'énergie ainsi transmise sert à augmenter la température et l'énergie interne de ces particules. Ensuite ces dernières vont se mélanger avec d'autres particules situées dans une région à basse température et transférer une partie de leur énergie, celle-ci est à présent emmagasinée dans les

particules fluides et elle est transportée sous l'effet de leur mouvement. La transmission de chaleur par convection est désignée, selon le mode d'écoulement du fluide, par convection libre et convection forcée. Lorsqu'il se crée au sein du fluide des mouvements résultant des différences de densité, on dit que la convection est naturelle ou libre. Par contre si le mouvement du fluide est provoqué par une action externe, telle une pompe ou un ventilateur, le processus est appelé convection forcée. En convection naturelle, les mouvements du fluide sont provoqués par des gradients de densité due à la non uniformité du champ de température. Les couches chaudes, donc de masse volumique plus faible, sont soumises à des forces dirigées vers le haut, suivant un mécanisme analogue à celui de la poussée d'Archimède. Dans les régions à température élevée, le fluide prend ainsi un mouvement ascendant. Le phénomène inverse de courants descendants se produit pour les parties du fluide dont la température est inférieure à celle du fluide chaud.

Les courants de convection naturelle sont alors dus à des différences de masse volumique et par conséquent le phénomène se produit en raison de l'existence du champ de pesanteur terrestre.

Les effets de la convection naturelle sont familiers. On peut les observer quotidiennement dans l'eau que l'on chauffe dans un récipient, dans les panaches de certaines cheminées d'usines, dans la circulation atmosphérique, les vents et les tempêtes sont aussi des effets de la convection naturelle.

1.2.2 Notions sur le chauffage ohmique

Le chauffage ohmique ou chauffage par effet Joule est une technologie émergente et son exploitation commerciale en est à un stade relativement précoce. Par exemple, le chauffage ohmique est utilisé dans la pasteurisation thermique de produits alimentaires (Varghese et al., 2014), dans le traitement des eaux destiné aux hôpitaux (Sudhir, 2008) ainsi que dans les réacteurs chimiques de synthèse (Silva et al., 2017).

Le principe du chauffage ohmique est très simple, comme illustré sur la figure 1.1. Le chauffage ohmique est basé sur le passage d'un courant électrique alternatif (AC) à travers un corps qui sert de résistance électrique et dans lequel de la chaleur est générée

(Ruan et al., 2001). Une tension alternative est appliquée aux deux extrémités du corps à travers des électrodes. Le taux de chauffage est directement proportionnel au carré de l'intensité du champ électrique et de la conductivité électrique. L'intensité du champ électrique peut être modifiée en ajustant la tension appliquée. Cependant, le facteur le plus important est la conductivité électrique de la substance à chauffer et sa dépendance à la température. Si la substance a plus d'une phase, comme dans le cas d'un mélange de liquide et de particules solides, la conductivité électrique de toutes les phases doit être prise en compte. La conductivité électrique augmente avec l'augmentation de la température, ce qui suggère que le chauffage ohmique devient plus efficace avec l'augmentation de la température, ce qui pourrait théoriquement provoquer un échauffement excessif.

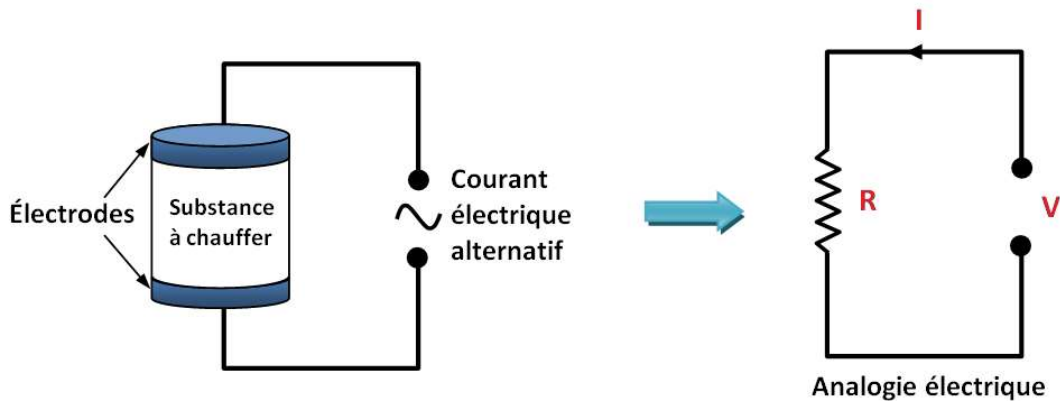


Figure 1.1 Schéma montrant le principe du chauffage ohmique.

1.2.3 Contrôle des écoulements

Les systèmes de contrôle sont ce qui fait que les machines, au sens le plus large du terme, fonctionnent comme prévu. Sans le contrôle des systèmes, il pourrait y avoir aucune industrie, aucun véhicule, aucun ordinateur, bref, aucune technologie (Doyle et al., 1990). Le contrôle des écoulements est un domaine de la mécanique des fluides qui consiste en la manipulation des écoulements dans le but d'obtenir des changements favorables en leur sein. Il s'agit de modifier l'état naturel d'un écoulement vers un état désiré, en introduisant une perturbation à petite échelle, dans l'objectif de modifier le comportement de l'écoulement à grande échelle (Joslin et Miller, 2009).

Prandtl (1904) a été le premier à utiliser le contrôle des écoulements de manière moderne, il a utilisé le contrôle actif de la couche limite pour montrer la grande influence qu'un tel contrôle peut exercer sur le modèle d'écoulement. Plus précisément, Prandtl a utilisé l'aspiration pour retarder la séparation de la couche limite de la surface d'un cylindre.

1.2.4 Classification des stratégies de contrôle des écoulements

Les stratégies de contrôle sont classées suivant la technique employée. Comme le montre la figure 1.2, un dispositif de contrôle peut être passif, ne nécessitant aucune alimentation auxiliaire et aucune boucle de contrôle, ou actif, nécessitant une dépense d'énergie (Gad-el-Hak, 2001). Ensuite, au sein même des stratégies de contrôle actif, une distinction est faite selon que le forçage varie ou non dans le temps. Si le forçage est invariant dans le temps, le système ne requiert pas de capteurs pour connaître l'état de l'écoulement : le contrôle est alors qualifié de prédéterminé ou "en boucle ouverte". À l'inverse, un algorithme mathématique peut gérer la commande du forçage, et ainsi des capteurs sont nécessaires pour connaître l'état de l'écoulement : il s'agit alors du contrôle "réactif" ou "en boucle fermée". Par la suite, la boucle de contrôle peut être qualifiée d'action directe ou anticipatrice (feedforward) si elle utilise une mesure de l'état sans contrôle pour adapter la commande, ou de rétroaction (feedback) si elle mesure directement les effets du contrôle sur l'écoulement pour l'adapter.

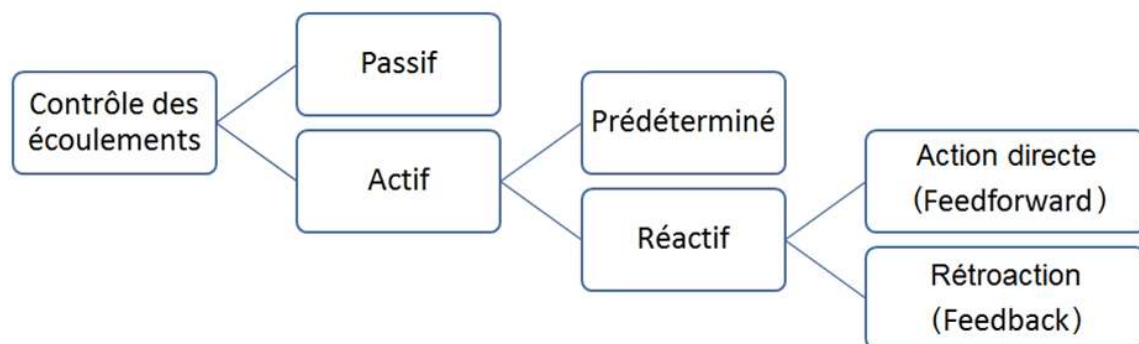


Figure 1.2 Classification des stratégies de contrôle des écoulements.

(Gad-el-Hak, 2001)

Le contrôle prédéterminé inclut l'application d'un apport d'énergie constant sans tenir compte de l'état particulier de l'écoulement. Dans ce cas, la boucle de commande est ouverte, comme le montre la figure 1.3, et aucun capteur n'est requis. Etant donné qu'aucune information détectée n'est transmise, cette boucle de contrôle ouverte n'est pas un feedforward. Ce point subtil est souvent confondu dans la littérature, floutant un contrôle prédéterminé avec un contrôle réactif à action direct.

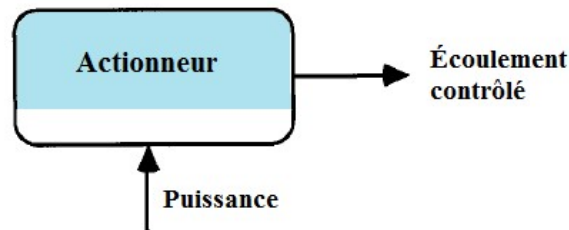


Figure 1.3 Contrôle prédéterminé (boucle ouverte)

(Gad-el-Hak, 2001)

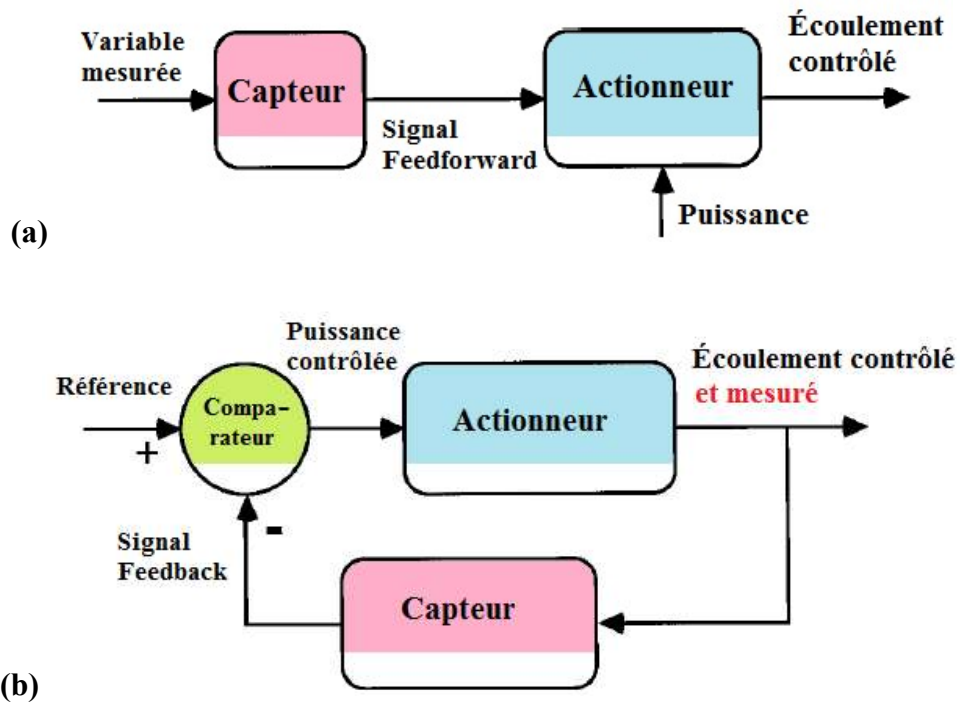


Figure 1.4 Schéma bloc du contrôle réactif des écoulements:

a) contrôle à action directe en boucle ouverte, b) contrôle à rétroaction en boucle fermée

(Gad-el-Hak, 2001)

Le contrôle réactif est une classe spéciale du contrôle actif dans laquelle l'entrée du contrôle est ajustée en permanence en fonction des mesures. Dans ce cas, la boucle de régulation peut être une boucle ouverte à réaction directe (Fig. 1.4a) ou une boucle de retour fermée (Fig.1.4b). La théorie du contrôle classique traite, en grande partie, du contrôle réactif.

1.3 Revue bibliographique

1.3.1 Convection naturelle avec génération de chaleur interne

Depuis les travaux pionniers de Bénard (1900), Rayleigh (1916) et Pearson (1958), la convection naturelle dite de Rayleigh-Bénard a été considérablement étudiée au cours du siècle dernier et fait toujours l'objet de beaucoup d'intérêt, tandis que la convection naturelle induite par une génération de chaleur interne est étudiée seulement depuis les années 1960. Cette dernière suscite également une grande attention étant donné ses nombreuses applications dans divers domaines technologiques et industriels, comme par exemple le transfert de chaleur dans le domaine du génie nucléaire (Kulacki et Nagle, 1975), la transformation des aliments (Shiby et al., 2014) et les réacteurs de chauffage pour synthèse chimique (Silva et al., 2017).

Le livre Goluskin (2016) passe en revue les caractéristiques de base de la convection induite par une génération de chaleur interne et de la convection de Rayleigh-Bénard, ainsi que les résultats obtenus sur la convection avec source de chaleur à partir d'expériences en laboratoire et de simulations numériques. L'auteur du livre examine les principales quantités qui caractérisent le transport de chaleur dans chaque modèle, ainsi que les contraintes sur ces quantités. Les similitudes et les différences entre les cas sont mises en évidence dans ce livre. Les conditions nécessaires et suffisantes pour le déclenchement des mouvements de convection sont données, et les résultats de simulations antérieures et d'expériences de laboratoire sont résumés et réexaminés.

La convection naturelle générée par une source de chaleur interne, dans une cavité limitée par des parois horizontales de même température, a été étudiée en laboratoire par Tritton et Zarraga (1967), Schwiderski et Schwab (1971), Jahn et Reineke (1974), Jaupart et al. (1984), Jaupart et Brandeis (1986), Kulacki et Goldstein (1972), Lee et al. (2007),

ainsi que numériquement, à la fois en deux dimensions par Emara et Kulacki (1980), Goluskin et Spiegel (2012), Peckover et Hutchinson (1974), Straus (1976), Tveitereid (1978) et en trois dimensions par Goluskin et Poel (2016), Wörner et al. (1997).

Une étude expérimentale essentiellement qualitative a été effectuée par Tritton et Zarraga (1967) sur les modèles de convection cellulaire produits par l'instabilité d'une couche horizontale de fluide chauffée uniformément dans tout son volume et refroidie par le haut. Le fluide utilisé est une solution aqueuse de sulfate de zinc et le chauffage volumique est produit par un courant électrolytique. Ces auteurs ont trouvé que le développement des structures cellulaires convectives en fonction de la variation du nombre de Rayleigh était similaire à celui de la convection de Bénard. La figure 1.5 montre deux structures possible de la convection de Rayleigh-Bénard d'une huile de silicone dans une cavité chauffée par le bas. Les cellules convectives peuvent être sous forme de rouleaux contrarotatifs parallèles (Fig. 1.5a) ou d'une structure cellulaire hexagonale (Fig. 1.5b).

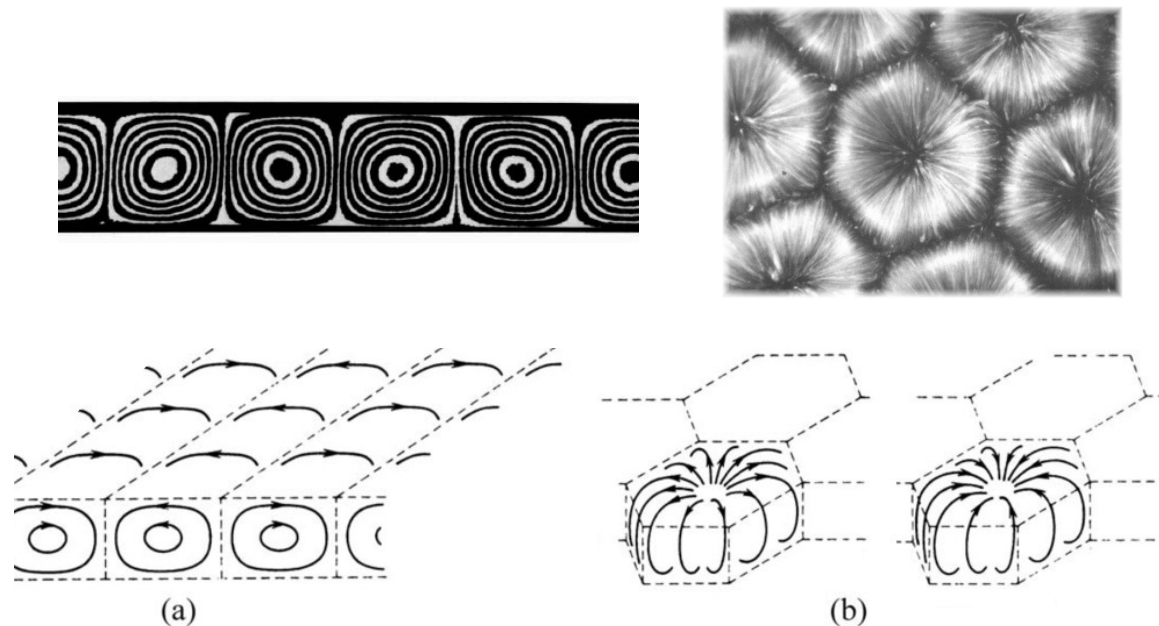


Figure 1.5 Structures multicellulaires de la convection de Rayleigh-Bénard

a) Rouleaux contrarotatifs, b) Structure cellulaire hexagonale.

(Van Dyke, 2008 et Getling 2012)

Tritton et Zarraga (1967) ont découvert qu'il y avait deux différences frappantes dans le développement des structures cellulaires convectives dans le cas du chauffage volumique.

Premièrement, le fluide descend au centre des cellules et monte à la périphérie; cela était probablement associé à l'asymétrie entre le chauffage et le refroidissement. Deuxièmement, et de manière plus surprenante, l'échelle horizontale des motifs de convection était exceptionnellement grande, la distance entre les courants ascendants et descendants atteignait généralement cinq fois la profondeur de la couche.

Roberts (1967) a réalisé une étude théorique du cas de l'expérimentation de Tritton et Zarraga (1967) dans laquelle les mouvements de convection étaient générés dans une couche fluide horizontale par l'application d'un chauffage uniforme. Le problème de stabilité marginale pour une telle couche est résolu et un nombre de Rayleigh critique de 2772 est obtenu. Ce travail est consacré aussi à la convection d'amplitude finie qui survient lorsque le nombre de Rayleigh est supérieur à 2772. L'auteur montre que, pour tout Rayleigh, il existe une forme de convection stable sous forme de rouleaux et que le nombre d'onde augmente progressivement avec le nombre de Rayleigh. Cette solution est, à tous égards, indépendante du nombre de Prandtl. Numériquement, il a été constaté que les écoulements convectifs sous forme d'hexagones avec des mouvements ascendants dans leurs centres sont instables, mais que les hexagones avec des mouvements descendants dans leur centre sont complètement stables, à condition que le nombre de Rayleigh dépasse une valeur critique qui dépend du nombre de Prandtl.

L'étude expérimentale de Tritton et Zarraga (1967) a été reprise une autre fois par Schwiderski et Schwab (1971) afin d'étudier les phénomènes rapportés, jusqu'alors inconnus et qui contredisaient la théorie correspondante de Roberts (1967). Alors que le dispositif expérimental était essentiellement inchangé, des arrangements ont été incorporés pour étudier l'influence possible de plusieurs paramètres d'écoulement et d'équipement sur les modèles de convection. À l'exception de la dépendance de la conductivité électrique en fonction de la température, les expériences de Schwiderski et Schwab n'ont montré aucun effet essentiel des paramètres de convection. Des expériences avec des couches de fluide peu profondes ont révélé une nette co-orientation des écoulements de convection avec le courant électrique et une forte dépendance temporelle des motifs hexagonaux. Il a été observé par ces auteurs à diverses occasions que, dans une cellule particulièrement grande, l'écoulement du fluide changea son comportement caractéristique. Tandis que normalement le fluide descend au centre et monte à la périphérie des cellules (Fig. 1.6a), un nouveau schéma d'écoulement s'est développé

comme indiqué sur la figure 1.6(b). Dans ce cas le fluide monte au centre de la cellule et un écoulement vertical supplémentaire s'établit entre le centre et la périphérie, ce qui n'était pas le cas auparavant. Le passage du schéma habituel de la figure 1.6(a) au schéma de la figure 1.6(b) a été observé uniquement à des niveaux de puissance de $Ra = 3.2 \times 10^4$ et $Ra = 4.3 \times 10^4$.

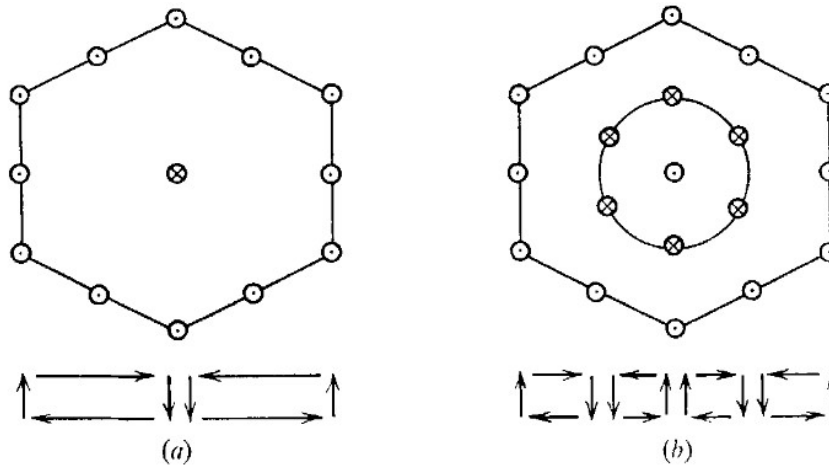


Figure 1.6 Schéma des modèles d'écoulement dans une grande cellule hexagonale.

(Schwidorski et Schwab, 1971)

Les expériences avec des couches de fluide plus profondes ont montré une dépendance considérablement réduite de l'écoulement convectif avec le temps, ainsi qu'une réduction significative de la dilatation des cellules convectives. Sur la base de ces observations, il a été conclu par ces auteurs qu'il n'existe aucune différence radicale entre la théorie et les expériences, ni entre le chauffage interne et externe, à condition que le chauffage soit suffisamment uniforme.

Une étude expérimentale de la convection naturelle avec une source de chaleur internes a été effectuée par Kulacki et Goldstein (1972). Le transfert de chaleur est mesuré pour des nombres de Rayleigh jusqu'à 675 fois la valeur critique (valeur donnée par la théorie de la stabilité linéaire) dans une couche d'électrolyte dilué limitée horizontalement par deux plans rigides de températures constantes et égales (Fig. 1.7). Le chauffage par effet Joule utilisant un courant alternatif traversant la couche permet de fournir la source d'énergie volumétrique. Les profils de température moyennés sont déterminés avec une méthode optique. Ces auteurs montrent que les distributions de température moyennes à l'intérieur de la couche fluide sont asymétriques aux nombres de

Rayleigh élevés, le transport d'énergie à la paroi supérieure de la couche fluide étant plus de deux fois supérieur à celui de la paroi inférieure. Trois régimes d'écoulement sont identifiés et des transitions dans le transport d'énergie semblent exister lorsque l'écoulement est turbulent. L'extrapolation des données expérimentales du nombre de Nusselt pour obtenir l'état de conduction donne un nombre de Rayleigh critique supérieur de 10.7% à la valeur théorique de la stabilité linéaire. Aucune convection sous-critique a été observée lorsque des perturbations d'amplitude finie sont introduites dans le fluide à un nombre de Rayleigh compris entre les valeurs critiques prédites par la théorie de la stabilité linéaire et la théorie de l'énergie.

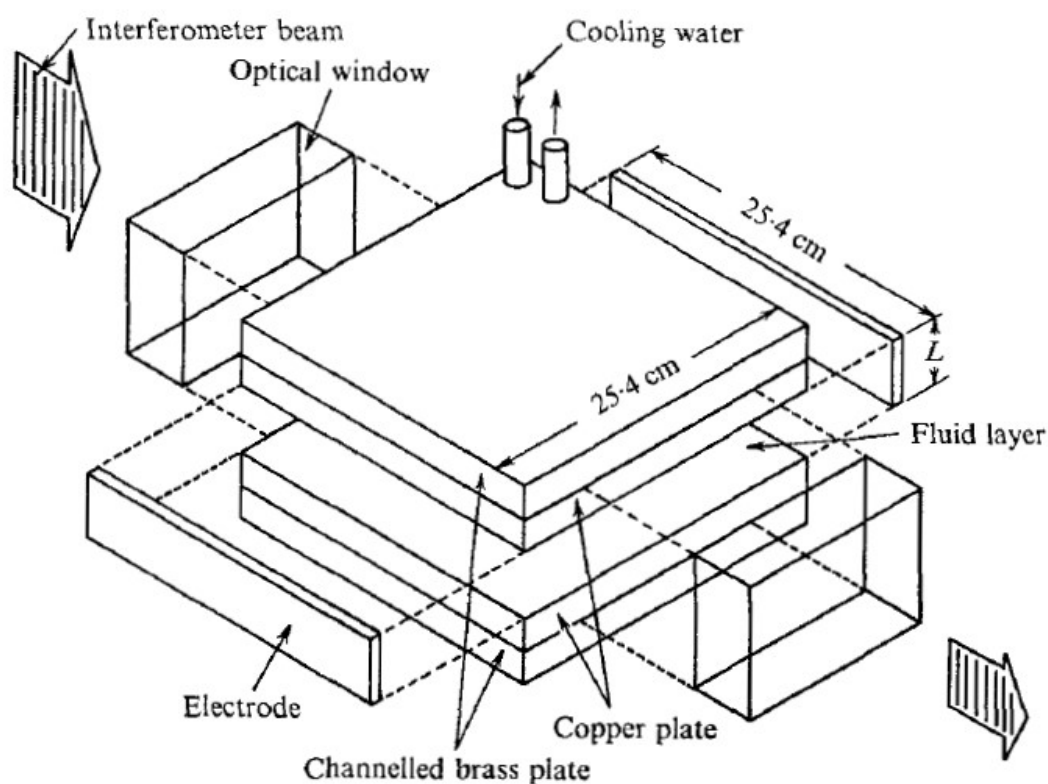


Figure 1.7 Schéma de principe de l'installation de Kulacki et Goldstein (1972).

Une étude numérique de la convection naturelle dans les bassins à chauffage interne contenues dans une cavité rectangulaire a été réalisée par Jahn et Reineke (1974). Ces auteurs ont constaté que le champ de température suggérait la présence de tourbillons non uniformes dans la région supérieure du bassin avec une couche de liquide stable et calme dans la région inférieure. Ils ont conclu que la chaleur était transférée plus efficacement dans la région supérieure par rapport à la région inférieure pour cette géométrie.

La convection bidimensionnelle dans une couche de fluide à chauffage volumétrique confiné entre des limites horizontales libres a été étudiée numériquement par Peckover et Hutchinson (1974). La dépendance du nombre de Rayleigh et de la fraction du flux thermique sortant de la surface supérieure a été trouvée par ces auteurs pour un Rayleigh inférieur ou égale à quatre vingt fois le seuil critique. La forme de la convection dans les panaches de convection qui descendent et les grandes régions montantes a été expliquée qualitativement par le fait que le fluide doit s'élever lentement pour permettre au chauffage volumique d'augmenter sa température, et doit tomber rapidement pour maintenir sa température basse pendant la descente. Les points de stagnation au cœur des rouleaux stables sont situés près des panaches froids et les forts gradients de température permettent de refroidir efficacement les régions stagnantes par la conduction.

L'étude de Tveitereid et Palm (1976) traite la convection générée par une source volumique de chaleur uniformément répartie dans une couche de fluide horizontale. Dans cette étude numérique, il a été constaté que les cellules convectives sont de forme hexagonales dirigé vers le bas pour des nombres de Prandtl infinis et pour des nombres de Rayleigh d'au moins 15 fois le seuil critique. Le mouvement est également étudié pour les nombres de Prandtl finis et pour les petits nombres de Rayleigh en utilisant une expansion en amplitude. Ces auteurs trouvent qu'un petit régime sous-critique existe (Fig. 1.8). De plus, il apparaît également que pour les nombres de Prandtl inférieurs à 0.25, la forme stable des cellules convectives est hexagonales dirigé vers le haut.

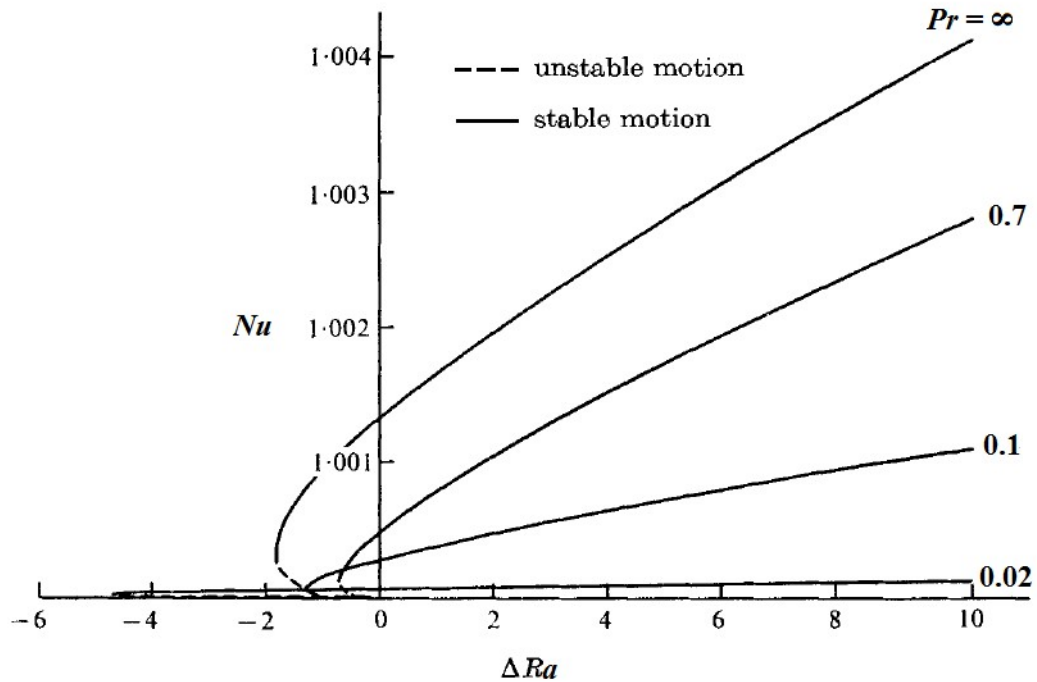


Figure 1.8 Nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh proche du seuil critique, pour différentes valeurs du nombre de Prandtl (Tveitereid et Palm, 1976).

Les propriétés de la convection pénétrante d'amplitude infinitésimale et finie dans une couche de fluide de Boussinesq chauffée en volume ont été étudiées par Straus (1976). Les effets d'un gradient de température stabilisant ont été également traités, et les résultats de simulations numériques pour des nombres de Rayleigh allant jusqu'à 17 fois le seuil critique ont été discutés. L'auteur montre que le mouvement de convection ne se limite pas aux régions de stratification instable, mais qu'il dépasse les régions stables. Les cellules à forte circulation centrées dans la partie stratifiée instable de la couche sont accompagnées de cellules plus faibles remplissant le reste de la couche (Fig. 1.9). De cette manière, un mélange lent de la couche entière est effectué. Des comparaisons entre les profils de température et les taux de transfert de chaleur calculés avec ceux des résultats expérimentaux antérieurs ont été présentées.

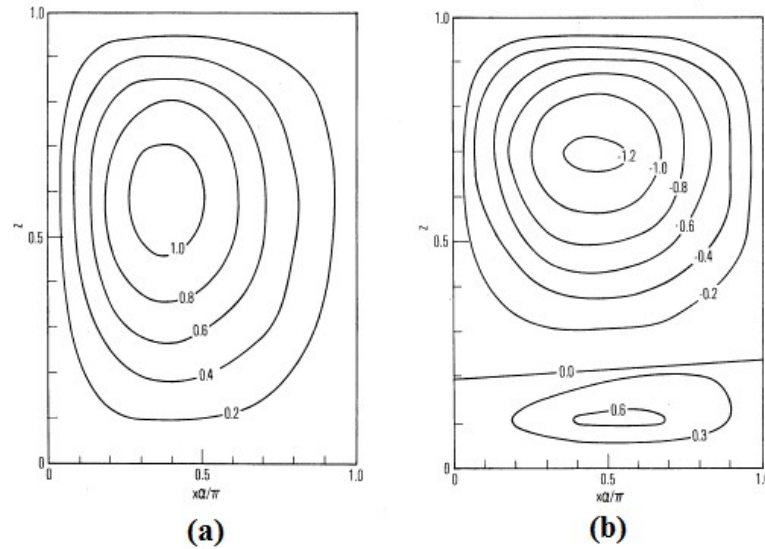


Figure 1.9 Lignes de courant pour :
 a) $Ra = 2 \times 10^4$, $\alpha = 3.2$, b) $Ra = 10^5$, $\alpha = 7.85$.
 (Straus, 1976)

L'article de Tveitereid (1978) traite le problème de la convection thermique dans une couche horizontale de fluide limitée par deux plans rigides à des températures constantes et égales. La convection est générée par une source de chaleur volumique uniformément distribuée. L'auteur trouve que des formes hexagonales stables s'établissent pour des nombres de Rayleigh qui atteignent 3.6 fois le seuil critique. Les formes hexagonales sont dans le sens descendant quand le fluide est chauffé et dans l'autre sens quand le fluide est refroidi. De plus, les formes hexagonales peuvent exister dans une région sous-critique.

Emara et Kulacki (1980) ont utilisé la méthode des différences finies pour étudier la convection naturelle générée par une source d'énergie volumétrique uniforme pour les écoulements bidimensionnels dans un domaine rectangulaire (Fig. 1.10). Les conditions aux limites considérées sont une surface inférieure et des côtés rigides et adiabatiques, et une surface supérieure isotherme rigide ou libre (c'est-à-dire à cisaillement nul). Les calculs ont été effectués pour des nombres de Prandtl de 0.05 à 20 et pour des Rayleigh de 5×10^4 à 5×10^8 . Ces auteurs ont trouvé que les nombres de Nusselt et les profils de température moyenne au sein de la couche sont en bon accord avec les données expérimentales pour les limites rigides-rigides. Pour le cas d'une surface libre, les nombres de Nusselt sont plus grands que dans le premier cas. Il a été démontré que la

structure des champs d'écoulement et de température dans les deux cas est dominée par les rouleaux, sauf pour les grands nombres de Rayleigh où se produit un transport tourbillonnaire à grande échelle. Les auteurs ont trouvé aussi qu'en règle générale, les écoulements ascendants à faible vitesse sur de larges régions sont contrebalancés par des écoulements descendants à plus grande vitesse lorsque l'écoulement présente une structure cellulaire. La contrainte hydrodynamique à la surface supérieure et le nombre de Prandtl n'influencent que la nature détaillée des champs d'écoulement et de température. Les auteurs ne trouvent pas dans cette étude de champs de vitesse et de température véritablement stables en dépit du fait que les nombres moyens de Nusselt atteignent des valeurs stables.

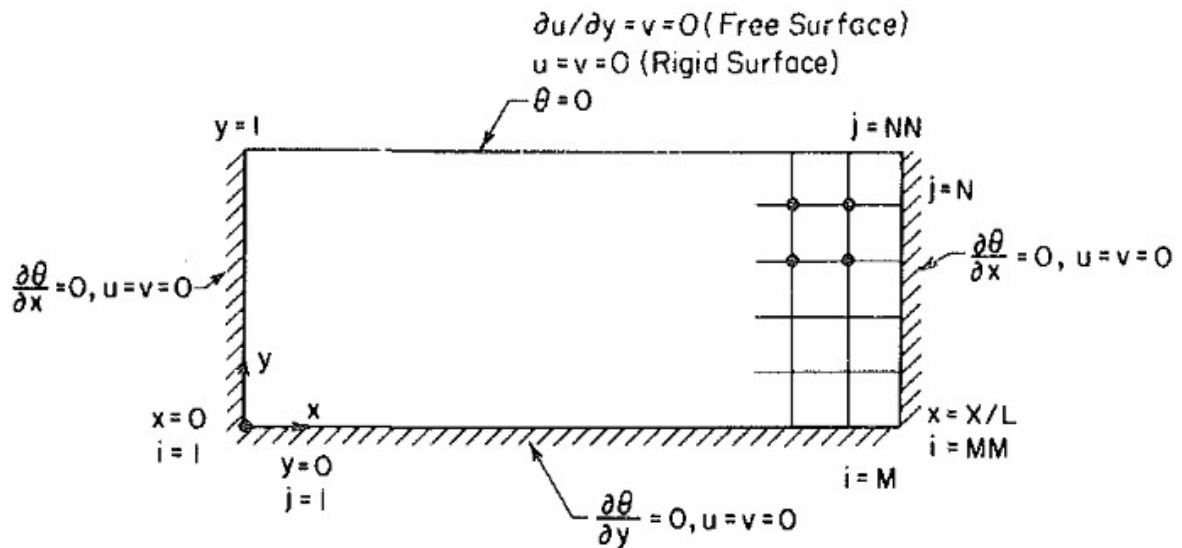


Figure 1.10 Configuration étudié par Emara et Kulacki (1980).

Jaupart et al. (1984) ont étudié la convection purement thermique dans une chambre magmatique de grand format qui est refroidie à la fois par ses limites supérieure et inférieure. Ils ont effectué des expériences de laboratoire sur la dynamique des fluides dans des conditions turbulentes et transitoires et ont montré qu'une couche stagnante se développait au fond, isolée de la partie convective de la chambre (Fig. 1.11). Les caractéristiques essentielles de cette couche sont qu'elle n'est pas affectée par le mélange et qu'un gradient thermique important y est maintenu.

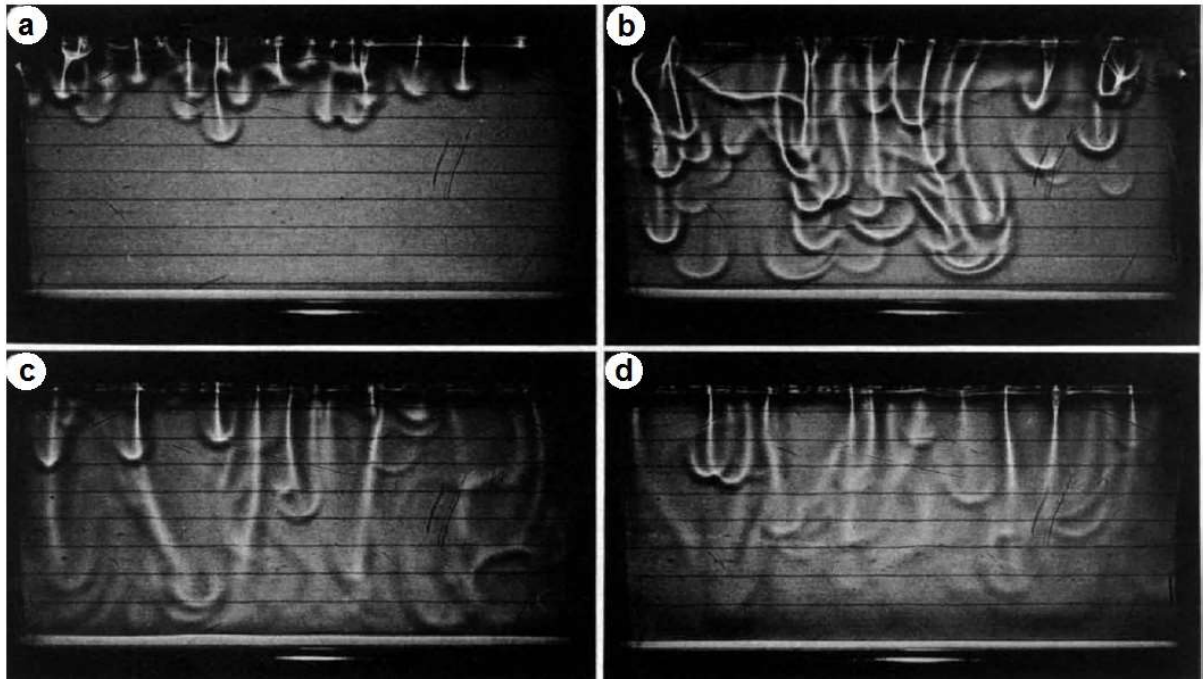


Figure 1.11 Visualisation des mouvements thermo-convectifs en fonction du temps.
(Jaupart et al., 1984)

Pour interpréter les nombreuses observations faites sur les chambres magmatiques caractérisées par une convection turbulente et un refroidissement de tous les côtés, Jaupart et Brandeis (1986) ont effectué une série d'expériences de laboratoire sur des fluides à nombre de Prandtl élevé soumis à une convection thermique turbulente transitoire. Au début des expériences, une couche plane d'huile de silicone visqueuse initialement isothermique est refroidie à la fois par ses limites supérieure et inférieure. Ces auteurs ont étudié une gamme de nombres de Rayleigh allant de 10^6 à 10^8 . Ils ont montré qu'une couche stagnante se développe au fond du réservoir. Cette couche n'est pas pénétrée par les panaches de convection et n'est pas affectée par le mélange convectif. Ils ont développé une théorie en accord avec les observations et ont montré que l'épaisseur de la couche stagnante varie suivant une loi en Ra^{-16} .

Des simulations numériques directes (DNS) sont rapportées par Wörner et al. (1997) pour la convection dans une couche de fluide de convection chauffée de manière volumique et délimitée par des parois horizontales rigides et isothermes à température égale. Les simulations pour un nombre de Prandtl fluide égale à sept couvrent sept nombres de Rayleigh internes distincts dans la plage 10^5 à 10^9 . Les auteurs ont analysé les

modifications des modèles de convection en fonction du nombre de Rayleigh, c'est-à-dire en fonction de l'augmentation de l'intensité de la turbulence (Fig. 1.12). Afin de soutenir l'amélioration des modèles statistiques de turbulence pour ce type spécial de convection, des données de turbulence pour les températures et vitesses moyennes et fluctuantes ont été fournies. De plus, les hypothèses de fermeture couramment utilisées dans les modèles statistiques de turbulence sont testées par rapport aux données de la DNS. Ces auteurs ont constaté que le transport diffusif turbulent est fortement sous-estimé par les modèles standard. La modélisation des flux de chaleur turbulents par une approche du nombre de Prandtl turbulente est totalement inadéquate pour la convection chauffée de manière volumique.

Horvat et al (2001) ont simulé l'écoulement convectif laminaire et turbulent dans une cavité fermée carrée avec une source de chaleur interne et des parois isothermes. Ils ont observé l'évolution de la structure de l'écoulement en fonction du nombre de Rayleigh suivante: à $Ra = 10^6$, l'écoulement est stable et formé de deux tourbillons contrarotatifs de type Rayleigh-Bénard. Lorsque $Ra = 10^7$, des instabilités de type Rayleigh-Taylor (un fluide lourd au-dessus d'un fluide plus léger) induites par le refroidissement intensif au niveau de la paroi du haut entraînent la formation d'un bloc de fluide froid dans la partie haute du domaine de simulation. Les deux tourbillons qui se forment dans ce bloc froid sont parallèlement symétriques aux deux premiers. Pour $Ra = 10^8$, la symétrie du fluide est cassée et à 10^9 les instabilités de type Rayleigh-Bénard en haut et de Kelvin-Helmholtz (cisaillement) sur les côtés entraînent une transition locale puis globale du laminaire vers le turbulent. Ainsi, à $Ra=10^{11}$, l'écoulement devient complètement turbulent dans le domaine des simulations et ne comporte plus de structure permanente.

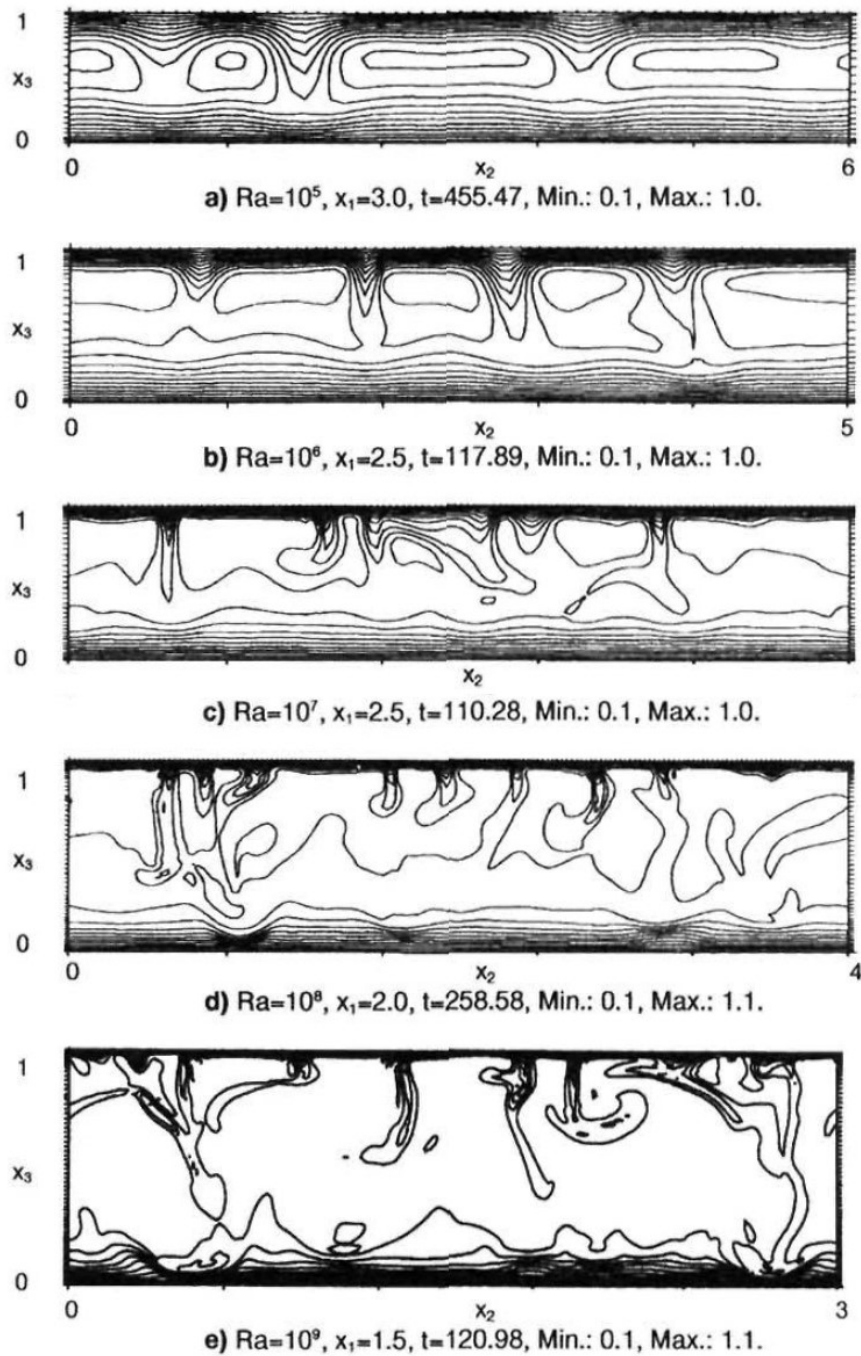


Figure 1.12 Visualisation des isothermes en fonction du nombre de Rayleigh.

(Wörner et al., 1997)

La convection naturelle impliquant une génération de chaleur interne a été étudiée expérimentalement par Dong et al. (2003). La section d'essai est une cavité rectangulaire dont la longueur, la largeur et la hauteur sont respectivement de 500 mm, 80 mm et 250 mm. Au total, 24 thermocouples de type T ont été installés dans la boucle de test pour mesurer la distribution de la température. Une méthode de chauffage direct a été adoptée

dans les essais pour simuler le dégagement de chaleur uniforme. Les expériences effectuées par ces auteurs couvraient une plage de nombre de Rayleigh, Ra , compris entre 4.87×10^7 et 2.32×10^{14} et de nombre de Prandtl, Pr , compris entre 0.7 et 3.98. Les limites supérieure et inférieure de la cavité ont été maintenues à une température uniforme de 10°C . La comparaison des résultats de cette étude avec les autres corrélations rapportées dans la littérature a révélée que le nombre de Nusselt est manifestement sous-estimé. Il a été démontré que la dépendance des caractéristiques de transfert de chaleur par rapport au nombre de Prandtl n'est pas mineure dans une cavité rectangulaire.

Tasaka et Takeda (2005) ont étudié les effets d'une distribution de source de chaleur sur la convection naturelle provoquée par un chauffage volumique d'une couche horizontale de fluide. Une analyse de stabilité linéaire a été réalisée pour étudier les effets de la distribution sur le nombre de Rayleigh critique et le nombre d'onde critique. La quantité totale de chaleur générée pour régler la convection et l'asymétrie du mouvement de convection sont discutées dans deux cas extrêmes de distribution de source de chaleur. L'effet du chauffage supplémentaire de la paroi inférieure sur l'état critique et l'asymétrie du mouvement de convection est également étudié.

L'étude de Lee et al. (2007) présente les résultats d'expériences en régime permanent, portant sur le transfert de chaleur par convection naturelle dans un bassin rectangulaire, en fonction du nombre de Nusselt par rapport au nombre de Rayleigh variant de 10^9 à 10^{12} . Des cartouches chauffantes ont été immergées dans le fluide de travail pour simuler une production de chaleur volumétrique uniforme. Deux types de conditions aux limites ont été adoptés dans cette étude : bassin refroidi par le haut seulement et bassin refroidi par le haut et le bas. Les autres côtés du bassin ont été maintenus isolés. Ces auteurs ont trouvé que dans le cas de la condition aux limites refroidi par le haut et le bas, le rapport de transfert de chaleur vers le haut s'est avéré être compris entre 0.7 et 0.8 dans la plage de Ra entre 1.05×10^{10} et 3.68×10^{11} .

Perekattu et Balaji (2009) présentent les résultats d'une étude analytique et numérique visant à déterminer l'effet de la génération de chaleur interne sur l'apparition de la convection, dans une couche de fluide peu profonde chauffée de manière différentielle. Une analyse de stabilité linéaire a été d'abord effectuée dans le cas d'une cavité d'une largeur infinie. L'effet du rapport de forme sur l'apparition de la convection est étudié en résolvant les équations de Navier-Stokes et l'équation d'énergie. Les résultats

numériques sont utilisés pour tracer les courbes de stabilité de huit rapport de forme différents. Une corrélation générale est développée pour déterminer le début de la convection dans une cavité chauffée de manière différentielle pour divers rapports de forme. Pour un rapport de forme de 10, il a été démontré par ces auteurs que la cavité se rapproche de la limite d'une cavité infinie. Il a été démontré aussi que les résultats analytiques obtenus en utilisant une analyse de stabilité linéaire sont en très bon accord avec les simulations numériques, pour un rapport de forme de dix.

Des simulations numériques directes bidimensionnelles sont effectuées par Goluskin et Spiegel (2012) pour étudier la convection naturelle induite par un chauffage volumique uniforme dans une couche de fluide horizontale. Les températures des limites supérieure et inférieure de la couche sont fixes et égales. Les nombres de Prandtl dans cette étude varient de 0.01 à 100 et les nombres de Rayleigh atteignent jusqu'à 5×10^5 fois le Rayleigh critique du début de la convection. Les auteurs discutent dans ce papier la mise à l'échelle de la température moyenne et l'asymétrie du flux de chaleur, qui selon eux, sont de meilleures quantités pour le diagnostic du problème que les nombres de Nusselt supérieurs et inférieurs généralement utilisés.

La convection d'un fluide chauffé en volume, confinée entre des plaques horizontales de même température, est étudiée par Goluskin et Poel (2016) en utilisant la simulation numérique directe en deux et trois dimensions. Les simulations sont rapportées pour des nombres de Prandtl compris entre 0.1 et 10 et pour des nombres de Rayleigh allant jusqu'à 5×10^{10} . La région supérieure du fluide est stratifiée de manière instable entraînant une convection qui pénètre dans la région inférieure stratifiée de manière stable. Il a été constaté dans cette étude que la fraction de chaleur produite qui s'échappe à travers la plaque inférieure, qui correspond à une moitié sans convection, décroît initialement à mesure que la convection se renforce (Fig. 1.13). En régime turbulent, cette diminution s'inverse en deux dimensions mais se poursuit de manière monotone en trois dimensions. Il a été constaté aussi que le rapport entre la vitesse de chauffage et la température du fluide est assimilé au nombre de Nusselt de la convection de Rayleigh-Bénard.

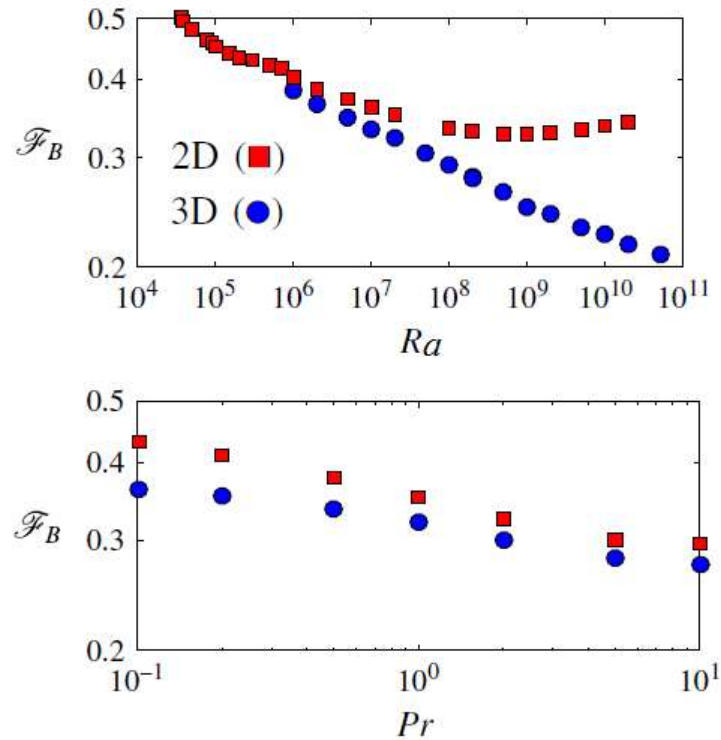


Figure 1.13 Variation de la fraction de chaleur produite qui s'échappe à travers la plaque inférieure avec Ra et Pr (Goluskin et Poel, 2016)

La convection naturelle produite par une source de chaleur volumique non uniforme a été étudiée numériquement par Pigeonneau et al. (2018). Cette étude se limite à une enceinte à deux dimensions avec un rapport de forme égal à deux. La source d'énergie est une dissipation par effet Joule produite par un potentiel électrique appliqué à travers deux électrodes correspondant à une partie des parois verticales. Le système d'équations de conservation de masse, de quantité de mouvement, d'énergie et de potentiel électrique est résolu en utilisant l'approximation de Boussinesq avec une méthode d'éléments finis de Galerkin. Trois paramètres interviennent dans le problème: le nombre de Rayleigh, le nombre de Prandtl et la longueur d'électrode normalisée par la hauteur de l'enceinte. Le seuil de convection est établi au dessus d'un nombre de Rayleigh critique, $Ra = 1702$. Il a été démontré par les auteurs qu'en raison des conditions aux limites asymétriques sur le champ thermique, le début de la convection est caractérisé par une bifurcation transcritique. Les auteurs ont constaté que la réduction de la taille des électrodes (de bas en haut) entraîne la disparition du seuil de convection. Dès que la longueur de l'électrode est inférieure à la hauteur de la cavité, la convection se produit

même pour de petits nombres de Rayleigh inférieurs à la valeur critique déterminée précédemment. Il a été constaté aussi par ces auteurs qu'aux nombres de Rayleigh modérés, la structure de l'écoulement est principalement composée d'une cellule de rotation vers la gauche et une autre de rotation vers la droite, réparties symétriquement autour de l'axe médian vertical de l'enceinte.

1.3.2 Contrôle actif de la convection naturelle

Une des premières études démontrant théoriquement qu'un contrôle actif peut être utilisé pour stabiliser la convection thermique est faite par Singer et Bau (1991). Il a été démontré par ces auteurs qu'avec l'utilisation d'un contrôleur, on peut modifier les caractéristiques de la convection thermique dans une boucle verticale chauffée par le bas et refroidie par le haut (Fig. 1.14).

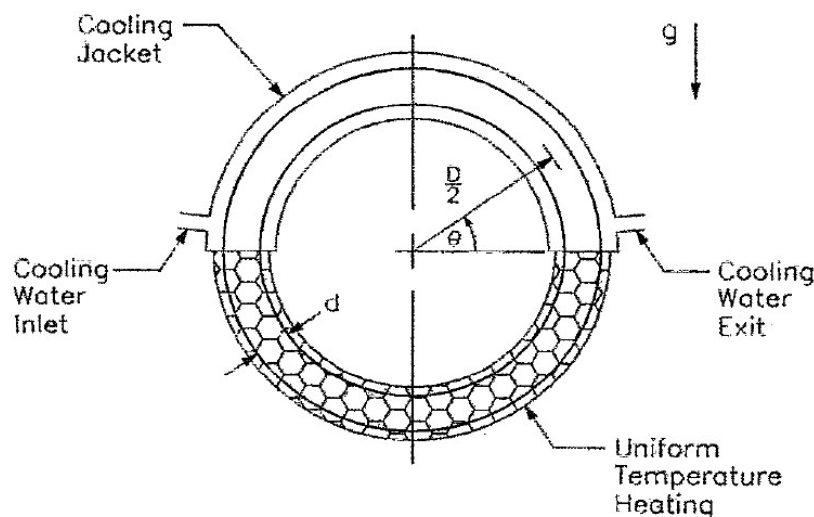


Figure 1.14 Description schématique du dispositif expérimental de Singer et Bau (1991)

Lorsque la différence de température entre les sections chauffées et refroidies de la boucle augmente, l'écoulement dans la boucle non contrôlée passe d'un état de non mouvement à un état de mouvement stationnaire; ensuite en un mouvement oscillant dans le temps et en fin un état chaotique. Avec l'utilisation d'un contrôleur de rétroaction effectuant de petites perturbations dans les conditions aux limites, il est possible de maintenir l'état de non-mouvement à des différences de température nettement plus élevées que celles correspondant au début de la convection dans le système non contrôlé.

Alternativement, ces auteurs ont montré qu'on peut maintenir un écoulement constant et indépendant du temps dans des conditions dans lesquelles l'écoulement serait chaotique. Autrement dit, le contrôleur peut être utilisé pour supprimer le chaos. De même, il est possible de stabiliser les mouvements périodiques non stables qui existent dans le régime chaotique du système non contrôlé. Enfin, le contrôleur peut également être utilisé pour induire le chaos dans un écoulement laminaire et non chaotique.

Il a été démontré théoriquement et expérimentalement par Tang et Bau (1993a, 1993b, 1995, 1998a, 1998b) et Tang (1996) que le contrôle par rétroaction est très efficace pour supprimer les instabilités d'écoulement dans une couche de fluide chauffée par le bas. À l'aide d'actionneurs, la méthode de contrôle utilisée par ces auteurs a consisté à perturber légèrement la température locale de la frontière inférieure, mesurée par des capteurs à mi-hauteur de la couche, proportionnellement à l'écart par rapport à sa valeur de l'état de conduction. De cette manière, il est possible de maintenir un état de repos pour des nombres de Rayleigh dépassant de loin le seuil critique pour le début de la convection. En outre, il est possible de contrôler des modèles d'écoulement convectifs complexes.

Tang et Bau (1993a) ont considéré une couche poreuse saturée par un fluide, confinée dans une cavité cubique, chauffée par le dessous et refroidie par le haut. En l'absence d'un contrôleur, le fluide maintient un état de non-mouvement pour les nombres de Rayleigh sous-critiques $Ra < Ra_c$, où Ra_c dépend du rapport de format de la cavité. Une fois ce nombre critique dépassé, il en résulte des mouvements convectifs du fluide. Ces auteurs ont démontré qu'avec l'utilisation d'une stratégie de contrôle de rétroaction qui supprime les instabilités, il est possible de maintenir un état de non-mouvement stable pour des nombres de Rayleigh, bien au-delà du seuil critique classique pour l'apparition de la convection.

Il a été théoriquement démontré par Tang et Bau (1993b) que le nombre critique de Rayleigh pour la transition de l'état de non-mouvement (conduction) à l'état de mouvement dans le problème de Rayleigh-Bénard d'une couche fluide infinie chauffée par le bas et refroidie par le haut peut être significativement augmenté par l'utilisation d'une stratégie de contrôle avec rétroaction entraînant de petites perturbations dans les conditions aux limites.

À l'aide de la théorie de la stabilité linéaire et de simulations numériques, Tang et Bau (1995) ont montré que le nombre critique de Rayleigh pour la bifurcation de l'état de conduction à l'état de convection dans le problème de Rayleigh-Bénard d'une couche de fluide infinie chauffée par le bas avec un flux de chaleur et refroidi par le haut peut être considérablement augmenté grâce à l'utilisation d'une stratégie de contrôle par rétroaction en utilisant des petites perturbations sur les frontières horizontales de la couche fluide. Dans cette étude le bas de la couche est chauffé par un réseau de dispositifs de chauffage dont l'alimentation est modulée proportionnellement aux écarts des températures à divers endroits du fluide par rapport aux températures de conduction. Le champs de température illustré sur la figure 1.15(a) pour le cas sans contrôle est mis en contraste avec celui du cas avec contrôle montré sur la figure 1.15(b). Les deux cas sont soumis à des conditions de chauffage similaires mais le contrôle a réussi à supprimer les mouvements de convection. Les auteurs ont montré que des stratégies de contrôle similaires peuvent également être utilisées pour induire des écoulements complexes et dépendants du temps à des nombres de Rayleigh relativement faibles.

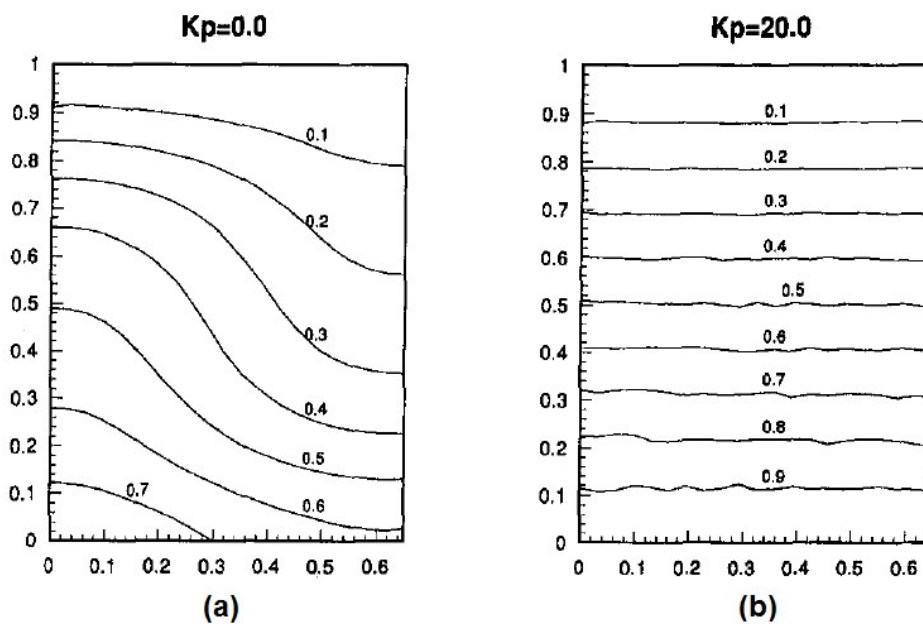


Figure 1.15 Le champ de température (isothermes) pour $Ra = 4000$ et $Pr = 0.7$:

a) sans contrôle $K_p = 0$, b) avec contrôle actif $K_p = 20$.

(Tang et Bau, 1995)

Il a été démontré expérimentalement par Tang et Bau (1998a) qu'il était possible de stabiliser l'état conductif d'une couche de fluide confinée dans un cylindre circulaire chauffé par le bas et refroidi par le haut (problème de Rayleigh-Bénard), grâce à une commande de rétroaction qui permet de décaler la transition conduction-convection. Le système de contrôle utilisé par ces auteurs comporte plusieurs capteurs et actionneurs. Les actionneurs sont constitués par des éléments chauffants micro-fabriqués à commande individuelle placés sur une tranche de silicium qui forme le fond de la cellule de test. Les capteurs sont des diodes installées à mi-hauteur de la couche fluide (Fig. 1.16). Les capteurs surveillent l'écart des températures de fluide par rapport aux valeurs prédéfinies et ordonnent aux actionneurs d'agir de manière à éliminer ces écarts.

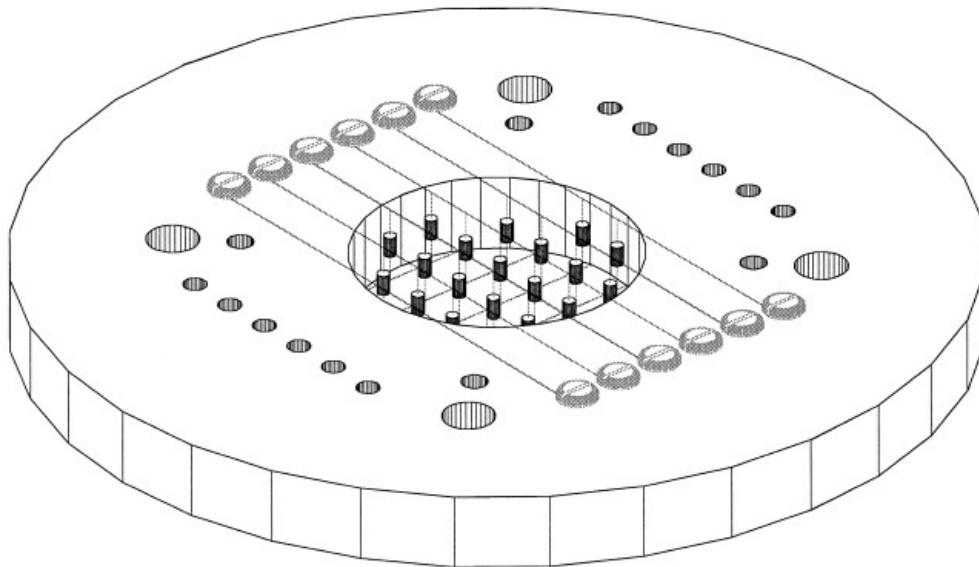


Figure 1.16 Représentation schématique de l'anneau porteur et des capteurs diodes utilisé par Tang et Bau (1998a)

La faisabilité de contrôler l'écoulement de la convection de Rayleigh-Bénard dans une couche de fluide confinée dans un cylindre circulaire chauffé par le bas et refroidi par le haut a été étudiée numériquement par Tang et Bau (1998b). Il a été démontré par ces auteurs que, grâce à la commande à rétroaction, il est possible de stabiliser l'état de non-mouvement, retardant ainsi la transition d'un état de conduction à une convection cellulaire. Le système de contrôle utilise plusieurs capteurs et actionneurs. Les actionneurs sont constitués par des éléments chauffants à commande individuelle

positionnés sur la surface inférieure du cylindre. Les capteurs sont installés à mi-hauteur du fluide et surveillent l'écart des températures du fluide par rapport aux valeurs souhaitées. Les prédictions numériques de cette étude ont été comparées avec les observations expérimentales.

Howle (1997a, b, c) a obtenu des résultats similaires à ceux de Tang et Bau. Il a utilisé une représentation graphique du motif de convection, en tant qu'entrée dans une boucle de commande proportionnelle linéaire, afin de déterminer la distribution du flux de chaleur devant être appliquée à la limite inférieure par un réseau de dispositifs de chauffage locaux.

Il a été rapporté par Howle (1997a) comment stabiliser l'état instable dans une expérience de convection de Rayleigh-Bénard dans une cavité avec un rapport de forme modéré (Fig. 1.17). Un algorithme de commande proportionnelle linéaire utilise la visualisation par shadowgraphie pour déterminer les perturbations du flux thermique qui sont appliquées à la limite inférieure par un réseau d'éléments de chauffage locaux. Cet auteur a montré que le contrôle linéaire simple stabilise l'état de non-mouvement (conduction) par ailleurs instable, sur une plage substantielle des nombres de Rayleigh supercritiques.

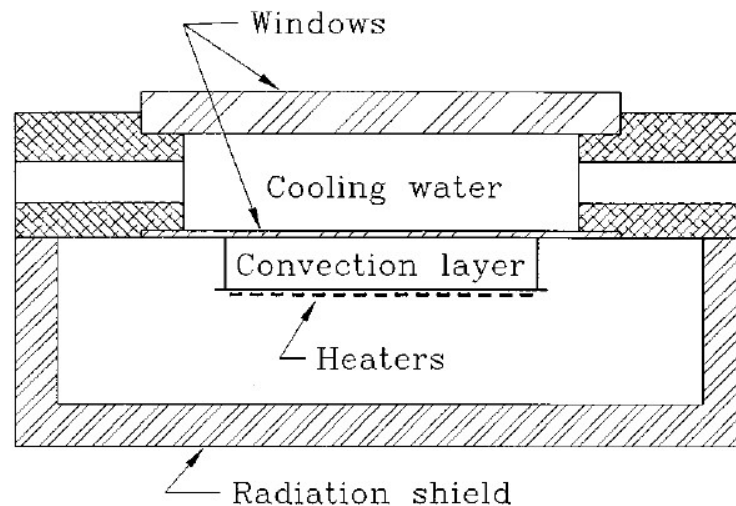


Figure 1.17 Schéma de principe de l'installation de Howle (1997a).

Le contrôle actif de la convection de Rayleigh-Bénard dans la cavité horizontale à petit rapport de forme, par perturbation de la condition limite thermique inférieure, est présenté par Howle (1997b). Un schéma de commande proportionnel utilise les informations de la visualisation par shadowgraphie comme rétroaction pour déterminer la distribution du flux de chaleur de la limite inférieure. Un ensemble d'éléments chauffants à commande individuelle impose la distribution de chaleur. Une suppression significative de l'amplitude de la convection est possible jusqu'à au moins 10 fois le nombre de Rayleigh critique a été obtenue par l'auteur (Fig. 1.18). Cette méthode de contrôle de la convection offre une alternative économique à la suppression de la convection magnétique.

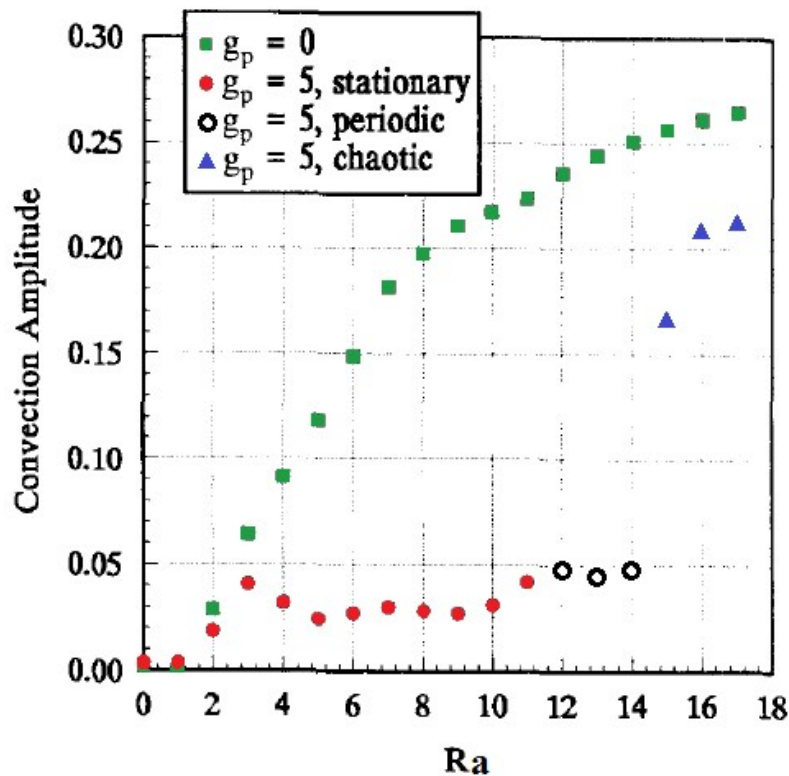


Figure 1.18 Amplitude de la convection en fonction du nombre de Rayleigh pour le cas non contrôlé ($g_p = 0$) et contrôlé ($g_p = 5$) (Howle, 1997b).

Howle (1997c) a effectué une analyse de stabilité linéaire de la convection de Rayleigh-Bénard dans une couche horizontale infinie avec contrôle actif du flux de chaleur dans la limite inférieure. Il s'agit d'une étude complémentaire du travail

expérimental de Howle (1997b). Une boucle de commande proportionnelle linéaire simple est utilisée pour répartir activement le flux de chaleur de la limite inférieure, tandis que la limite supérieure est maintenue à une température constante. Dans cette étude l'auteur trouve qu'il est possible de déplacer le seuil de convection d'un facteur d'environ trois.

Il a été démontré par Remilieux et al. (2007), à la fois théoriquement et expérimentalement, qu'une fois que le gain du contrôleur dépasse une valeur donnée, une bifurcation de Hopf peut survenir de sorte que l'écoulement devient oscillatoire. Dans cette situation, il est possible d'augmenter encore le nombre de Rayleigh critique en appliquant un contrôle dérivatif. Afin d'améliorer la stabilisation de la convection de Rayleigh-Bénard, des contrôleurs plus sophistiqués qu'un contrôleur proportionnel ont été envisagés. Par exemple, il a été montré par Or et al. (2001) et Or et Speyer (2005, 2006), en utilisant une stratégie de commande Linéaire-Quadratique-Gaussien (LQG), il était possible de stabiliser l'état d'absence de mouvement jusqu'à plus de 10 fois le nombre critique de Rayleigh. Le contrôle de la convection de Marangoni-Bénard d'une couche de fluide chauffée par le dessous a également été étudié.

Or et al. (2001) ont étudié l'application du contrôle de rétroaction Linéaire-Quadratique-Gaussien pour la stabilisation des mouvements de la convection de Rayleigh-Bénard dans une couche infinie de fluide (Fig. 1.19). Ils ont utilisé deux méthodes de détection et d'activation: le modèle à capteur plan (Tang & Bau, 1993a) et le modèle par shadowgraphie (Howle, 1997b). En étendant le modèle de capteur plan au boîtier multi-capteurs, il a été démontré par ces auteurs qu'un contrôleur LQG est capable de stabiliser l'état conductif jusqu'à 14.5 fois le nombre critique de Rayleigh, les résultats indiquent que le contrôleur LQG offre des performances robustes, même à des nombres de Rayleigh élevés.

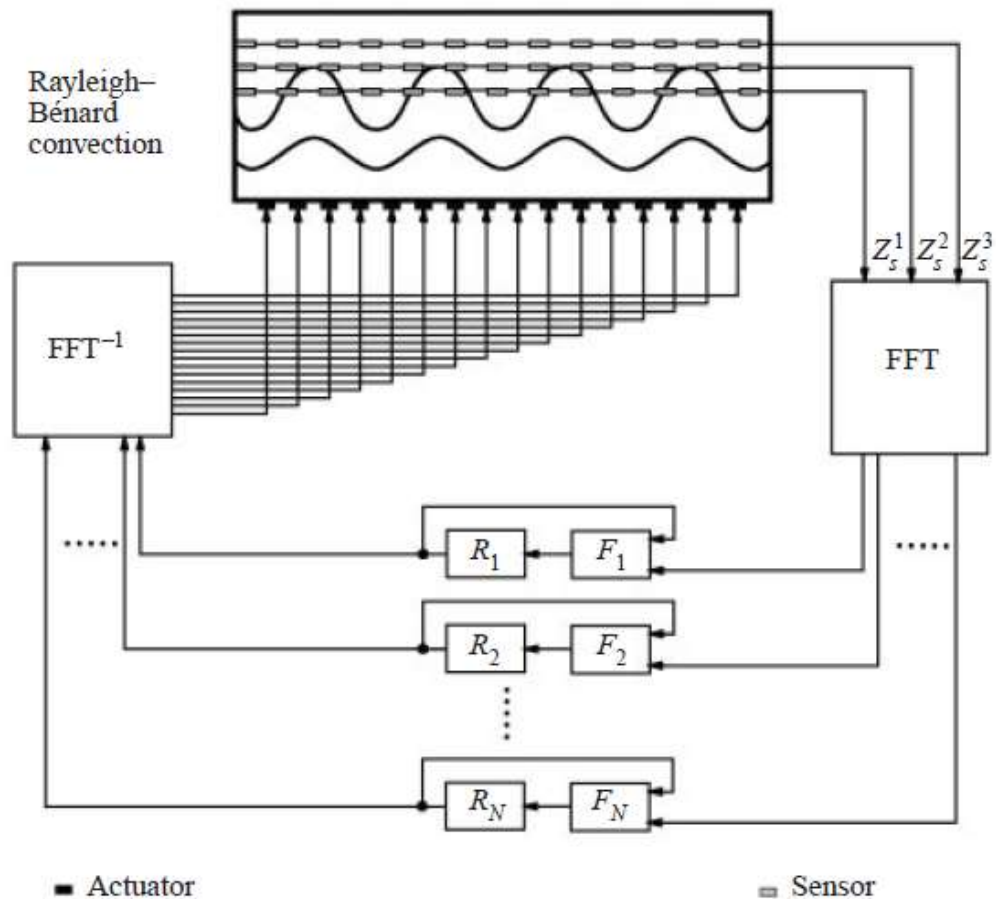


Figure 1.19 Schéma de l'implémentation du contrôle LQG:
 R_N , régulateurs; F_N , filtres; et FFT, transformée de Fourier rapide.
 (Or et al., 2001)

Plusieurs études sur le contrôle de rétroaction de la convection de Rayleigh-Bénard indiquent qu'il est possible de maintenir l'état de non mouvement à un nombre de Rayleigh supercritique modéré en utilisant uniquement la compensation proportionnelle. Cependant, la stabilisation se produit à un nombre de Rayleigh beaucoup plus élevé en utilisant le contrôle Linéaire-Quadratique-Gaussien. La restriction est que le modèle de convection est linéaire. Or et Speyer (2005) ont montré qu'un degré comparable de stabilisation est réalisable pour un état de convection totalement non linéaire. Le processus est présenté en deux étapes à l'aide d'un modèle en trois dimensions totalement non linéaire, compensé par un contrôleur à ordre réduit. Les résultats des simulations non linéaires de cette étude suggèrent que le système non linéaire peut être stabilisé à la limite prédite par l'analyse linéaire. Les simulations montrent aussi que la grande variation du nombre de Rayleigh induit une température transitoire importante dans la composante

conductrice, ce qui semble avoir un très faible impact sur la stabilisation. Lorsque le nombre de Nusselt de la paroi du bas est supérieur à celui de la paroi du haut, la chaleur nette est pompée dans la couche via la paroi inférieure. Cette situation est observée au début de la simulation, indiquant que le contrôleur commence par extraire de la chaleur nette dans la couche (Fig. 1.20).

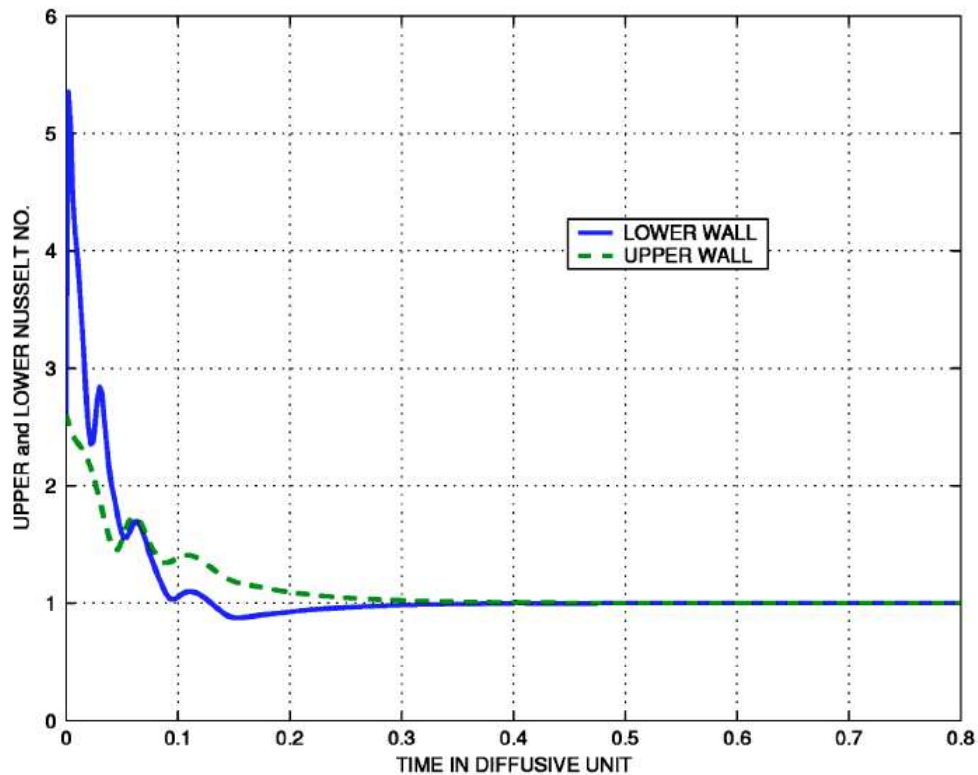


Figure 1.20 Variation temporelle du Nusselt de la paroi du haut et du bas.
(Or et Speyer, 2005)

La robustesse du contrôle actif est une exigence pour maintenir une couche de fluide à l'équilibre conductif chauffé à un état hautement supercritique. La robustesse détermine la quantité d'incertitudes ou d'adéquations des paramètres de conception pouvant être tolérées. L'analyse de la stabilité linéaire et les simulations tridimensionnelles totalement non linéaires sont utilisées par Or et Speyer (2006) pour l'étude du contrôleur Linéaire-Quadratique-Gaussien. Les résultats de ces auteurs suggèrent que l'action de compensation LQG peut préserver la stabilité en boucle fermée à plus de dix fois le nombre critique de Rayleigh, à condition que les asymétries dans le niveau du capteur et l'épaisseur de la paroi soient faibles. Les incompatibilités dans le nombre de Prandtl et les propriétés des matériaux des parois ont peu d'impact. Les

techniques de mesure de la température de sortie de l'installation à plusieurs niveaux avec une précision suffisante peuvent constituer un défi de mise en œuvre.

Bau (1999) a démontré que le nombre critique de Marangoni pour la transition de l'état de conduction à l'état de convection dans le problème de Marangoni-Bénard d'une couche fluide infinie chauffée par le bas et refroidi par le haut peut être augmenté grâce à l'utilisation de stratégies de contrôle.

Or et Kelly (2001) ont étudié l'effet du contrôle par rétroaction proportionnelle sur l'apparition et le développement de la convection Rayleigh-Bénard-Marangoni (RBM) à longueur finie en utilisant la théorie faiblement non linéaire, qui inclut à la fois la thermocapillarité et la flottabilité, mais ignore la déformation de la surface libre. Une configuration de modèle à deux couches est utilisée par ces auteurs, qui comporte une couche de gaz purement conductrice au-dessus du liquide (Fig. 1.21). Dans l'analyse du contrôle de rétroaction, une action de contrôle sous forme de température ou de flux de chaleur est considérée. Les mesures et les actions de contrôle sont supposées être continues dans l'espace et dans le temps. En plus de démontrer que la stabilisation de l'état de base peut être obtenue sur une base linéaire, les résultats de ces auteurs montrent également qu'une large gamme de propriétés d'écoulement faiblement non linéaires peut également être modifiée par les processus de contrôle linéaire et non linéaire. Celles-ci incluent le changement de la nature de la convection hexagonale et la quantité d'hystérésis sous-critique associée à la bifurcation sous-critique.

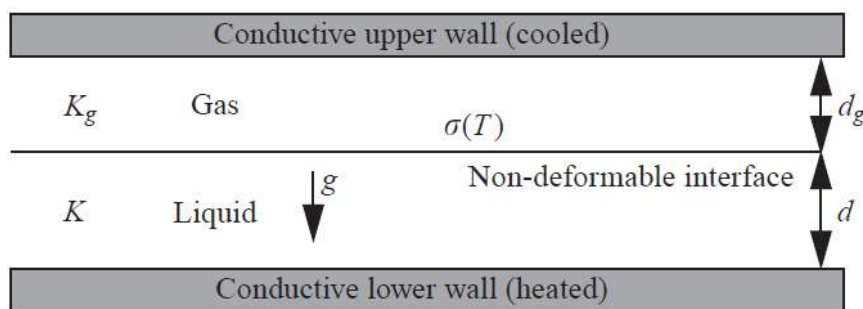


Figure 1.21 Configuration étudié par (Or et Kelly, 2001).

L'effet du contrôle sur l'apparition de la convection de Marangoni-Benard dans une couche horizontale de fluide avec génération de chaleur interne chauffée par le bas et

refroidie par le haut a été étudié par Bachok et al. (2008). Le problème de valeur propre est résolu et les effets du contrôle sont étudiés en examinant les nombres critiques de Marangoni et les nombres d'ondes. Il a été constaté que l'utilisation de la commande peut retarder l'apparition de la convection de Marangoni-Benard avec génération de chaleur interne.

Le contrôle actif de la convection naturelle dans une couche fluide avec source de chaleur volumique a été étudié par Marimbordes et al. (2002). En utilisant l'analyse de stabilité linéaire et la simulation numérique, ces auteurs ont montré que le nombre critique de Rayleigh lié à la bifurcation de l'état conducteur immobile à un état convectif peut être augmenté en contrôlant la puissance de chauffage. Une stratégie de rétroaction utilisant l'écart entre la température réelle du fluide et celle de l'état conducteur associé est appliquée à cette fin. Dans le cas d'un nombre élevé de Rayleigh, la commande de rétroaction s'est révélée efficace pour supprimer les cellules convectives et ramener le fluide à l'état immobile et rétablir le profil de température de conduction (Fig. 1.22).

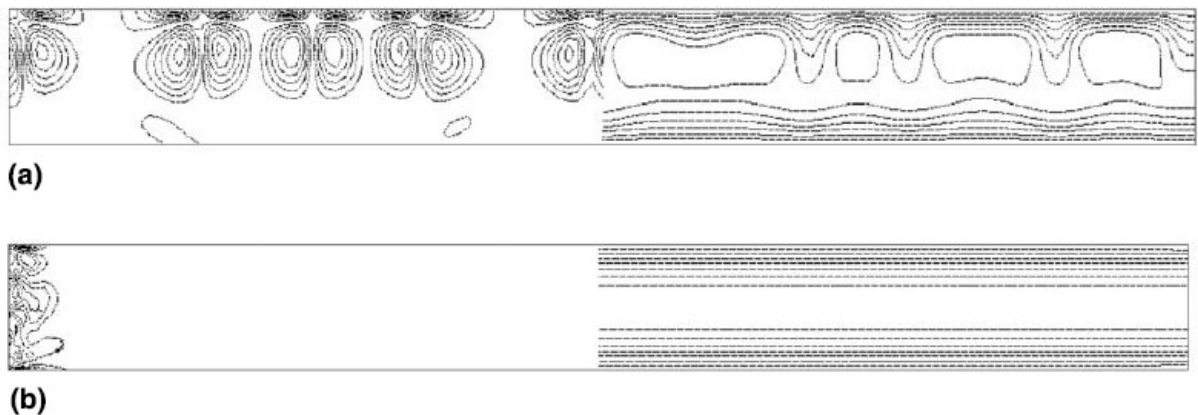


Figure 1.22 Lignes de vorticité (à gauche) et isothermes (à droite) pour :
 a) cas sans contrôle ; b) cas avec contrôle
 (Marimbordes et al., 2002)

L'effet du contrôle par rétroaction sur le seuil d'apparition de la convection de Marangoni dans une couche de fluide micropolaire horizontal a été étudié théoriquement par Abidin et al. (2012). La surface libre supérieure de la couche fluide est supposée non déformable et la limite inférieure est rigide et isotherme. Une analyse de stabilité linéaire

est utilisée dans cette étude avec la méthode de Galerkin pour trouver numériquement les paramètres de stabilité critiques. Il a été constaté par ces auteurs que le déclenchement de l'instabilité peut être retardé par l'utilisation du contrôle de rétroaction. Dans le même registre Khalid et al. (2013) ont étudiés l'apparition de la convection de Rayleigh-Bénard dans une couche de fluide micropolaire horizontale en utilisant une stratégie de contrôle avec rétroaction. Il a été démontré par ces auteurs qu'il était possible de stabiliser la couche de fluide micropolaire.

Mokhtar et al. (2012) ont utilisé la méthode de la stabilité linéaire pour étudier l'effet de la distribution uniforme de la génération de chaleur interne sur la convection de Bénard-Marangoni dans des fluides micropolaires avec contrôle à rétroaction. Le problème des valeurs propres est résolu numériquement à l'aide de la méthode de Galerkin. L'influence de la génération de chaleur interne et le paramètre de contrôle de la rétroaction a été analysé.

L'étude de Mokhtar et al. (2016) fait état d'une analyse de stabilité de la convection de Rayleigh-Bénard dans une couche horizontale de fluide micropolaire chauffée par le bas. L'effet d'une stratégie de contrôle à rétroaction sur l'apparition de la convection en présence d'une source de chaleur interne est étudié de manière théorique à l'aide de la technique de Galerkin. Les valeurs propres sont obtenues pour une combinaison de frontières libre-libre, rigide-rigide et libre-rigide avec une condition limite de température constante. L'influence de divers paramètres micropolaires sur l'apparition de la convection a également été analysée par ces auteurs.

Une analyse de la stabilité linéaire a été réalisée par Khalid et al. (2017) pour examiner l'effet d'une source de chaleur interne sur l'apparition de la convection double diffusive dans une couche de nanofluide en rotation et avec effet Soret et effet Dufour, en présence d'un contrôle à rétroaction. Le système est chauffé par le bas et le modèle utilisé pour la couche de nanofluide intègre les effets de la thermo-diffusion et du mouvement brownien. Trois types de conditions aux limites ont été examinés, à savoir : des surfaces libre-rigide, libre-libre et rigides-rigide. Il a été constaté que l'effet de la source de chaleur interne et du paramètre Soret déstabilise le système tout en augmentant la force de Coriolis. Cependant le contrôle de rétroaction et le paramètre de Dufour aident à retarder l'apparition de la convection.

L'influence du contrôle par rétroaction et de la source de chaleur interne sur l'apparition de la convection de Rayleigh-Bénard dans une couche horizontale de nanofluide ont été étudiées analytiquement en fonction des paramètres de Soret et Dufour par Mokhtar et al. (2017a). Les frontières horizontales de la couche de nanofluide (inférieure et supérieure) sont supposées être libres-libres, rigides-libres et rigides-rigides, avec une source de chaleur provenant du dessous. La théorie de la stabilité linéaire a été appliquée et la solution des valeurs propres est obtenue numériquement à l'aide de la technique de Galerkin. En se concentrant sur la convection stationnaire, il a été démontré par ces auteurs que l'introduction de la génération de chaleur volumique dans le système est clairement un facteur de déstabilisation. Il a été constaté que le système avec des limites horizontales rigides-rigides est le plus stable. Les possibilités de suppression ou d'augmentation de la convection de Rayleigh-Bénard dans une couche de nanofluide ont été également discutées en détail dans cette étude.

L'étude de Mokhtar et al. (2017b) analyse l'effet du contrôle de rétroaction dans une couche de nanofluide sur la convection naturelle. Les équations différentielles partielles impliquées dans le problème sont résolues par des approximations asymptotiques et les composants des nanoparticules sont calculés analytiquement et discutés graphiquement pour diverses valeurs de rétroaction. Les auteurs de cette étude ont constaté qu'une augmentation du contrôle de rétroaction supprime l'apparition de la convection naturelle dans la couche de nanofluide et que les paramètres de nanofluide ont un effet significatif sur la stabilité thermique du système.

Le contrôle de l'apparition de la convection dans une couche de fluide horizontale avec génération de chaleur interne est étudié par Alloui et al. (2018). Les limites horizontales du système sont refroidies de manière isothermique. La stabilité de la couche de fluide est étudiée sur la base de la théorie de la stabilité linéaire et le problème de valeurs propres qui en résulte est résolu numériquement. Lors de l'utilisation d'une régulation proportionnelle à rétroaction, la puissance de chauffage du système est modulée afin de compenser toute déviation de la température du fluide par rapport à sa valeur conductrice. En conséquence, il est possible de décaler de manière significative l'apparition du mouvement. Les positions optimales des capteurs thermiques peuvent être prédites sur la base de la théorie de la stabilité linéaire. L'analyse de la stabilité linéaire révèle également l'existence possible de la bifurcation de Hopf au début du mouvement

(Fig. 1.23). Ce type de bifurcation peut être retardé à l'aide de contrôleurs différentiels. Des simulations numériques bidimensionnelles des équations gouvernantes ont été réalisées et jugées en bon accord avec la prédiction de la théorie de la stabilité linéaire.

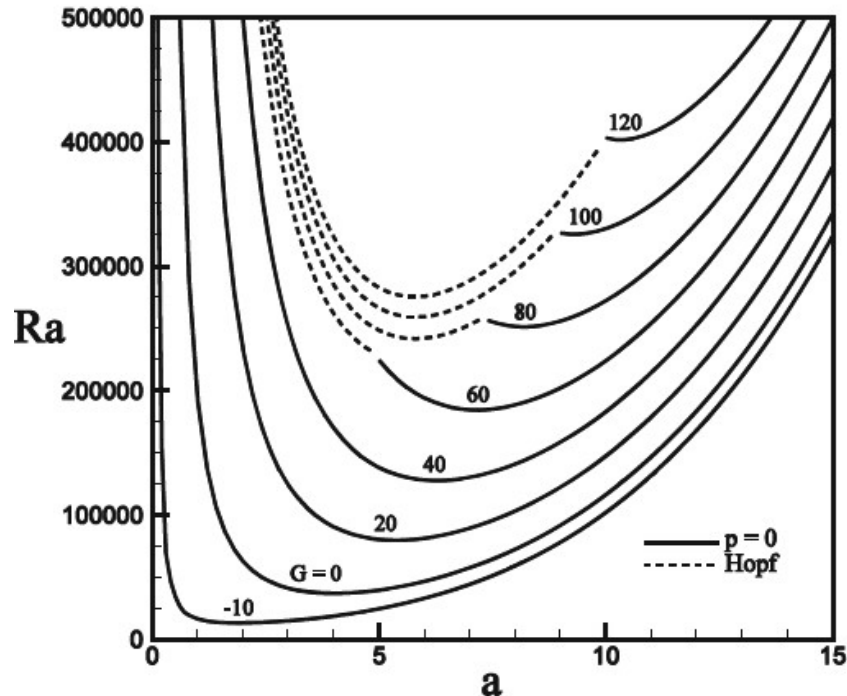


Figure 1.23 Nombre de Rayleigh au début de la convection en fonction du nombre d'onde pour différents gain G .

(Alloui et al., 2018)

Ranaa et al. (2019) ont étudié le contrôle du chaos dans une boucle de convection thermique. Le comportement chaotique produit une oscillation de température dans la boucle de convection, ce qui diminue la stabilité de fonctionnement en toute sécurité du système. Il est nécessaire de supprimer le chaos pour augmenter la stabilité opérationnelle de la boucle de convection. Dans cette étude les auteurs ont converti l'écoulement chaotique de la boucle de convection thermique en un écoulement laminaire en appliquant une technique de contrôle par linéarisation espace-état. Cette technique convertit le système non linéaire en système linéaire par le biais d'une transformation de coordonnées, basée sur le concept de parenthèses de Lie. Le contrôleur d'une boucle de convection thermique est conçu pour une sortie non linéaire arbitraire. Ces auteurs ont également effectué des simulations numériques pour confirmer les résultats analytiques. De plus, des

comparaisons de la méthode de linéarisation espace-état avec d'autres techniques de contrôle (rétroaction active linéaire et non linéaire) ont été présentées (Fig. 1.24). Il a été constaté que le contrôle activé par rétroaction non linéaire est moins efficace que les deux autres méthodes. Tandis que, le contrôle par linéarisation espace-état est meilleur que le contrôleur actif linéaire. Aussi, le contrôle par linéarisation espace-état minimise les oscillations plus efficacement.

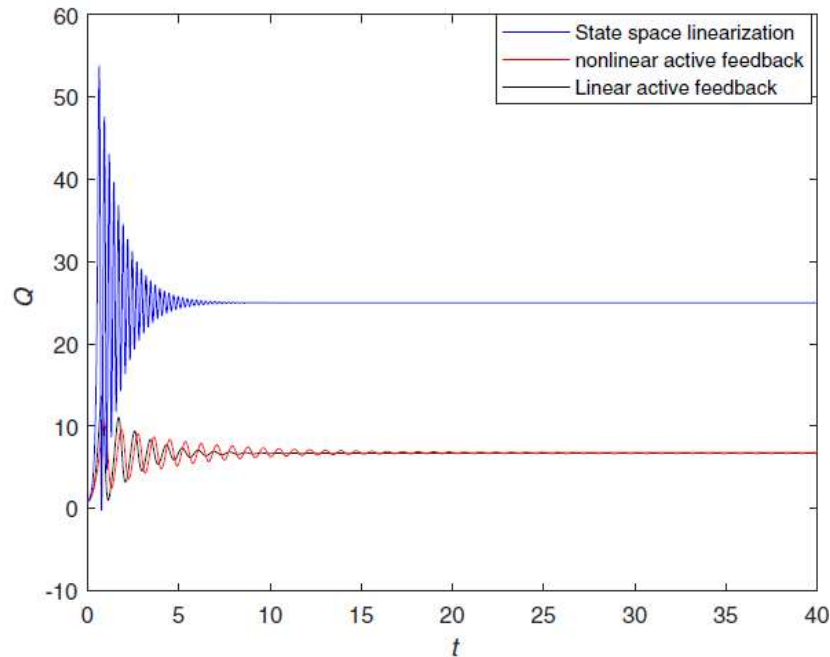


Figure 1.24 Comparaison du contrôle avec linéarisation espace-état et le contrôle avec rétroaction active linéaire et non linéaire.

(Ranaa et al., 2019)

Récemment, Samoïlova et Nepomnyashchy (2019) ont utilisés un contrôle proportionnel linéaire pour supprimer l'instabilité de Marangoni dans un film mince chauffé par le bas. Cette étude se concentre sur le mode oscillatoire récemment révélé, provoqué par le couplage de deux instabilités monotones à ondes longues, l'instabilité de Pearson et l'instabilité de déformation. Shklyaev et al. (2012) ont montré que le mode oscillatoire est essentiel dans le cas d'un substrat de très faible conductivité. Pour stabiliser l'état de conduction du film, les auteurs appliquent deux stratégies de contrôle de rétroaction linéaires basées sur la variation du flux de chaleur sur le substrat. La première stratégie utilise la déviation inter-faciale de la position moyenne comme critère du début de l'instabilité. Dans la deuxième stratégie, la variable qui décrit l'instabilité est

l'écart des températures mesurées par rapport aux valeurs conductrices désirées. Deux types de calculs ont été effectués. Le premier est l'analyse de la stabilité linéaire des équations dérivées de l'approximation de lubrification. Le second est l'analyse de la stabilité linéaire réalisée dans le cadre du problème de Bénard-Marangoni pour des longueurs d'onde arbitraires. La comparaison des différentes stratégies de contrôle révèle que le contrôle par rétroaction basé sur l'écart de la température de surface libre est le moyen le plus efficace de supprimer l'instabilité de Marangoni.

1.4 Conclusion

Nous avons constaté au cours de notre recherche bibliographique, que le contrôle actif de la convection de Rayleigh-Bénard a reçu un intérêt considérable, contrairement au contrôle actif de la convection naturelle induite par une génération de chaleur interne.

Dans la plupart des études en convection de Rayleigh-Bénard et en convection naturelle avec source volumique de chaleur, la méthode de contrôle utilisée consiste à perturber légèrement la température locale de la limite inférieure de la couche fluide. Il y a seulement deux études dans lesquelles le contrôle se fait directement par la modulation de la puissance du chauffage volumique dans la couche fluide (Marimbordes et al., 2002, Alloui et al., 2018).

Dans toutes les études numériques effectuées, portant sur le contrôle actif de la convection avec source volumique de chaleur, les actionneurs sont modélisés comme des points discrets le long des limites horizontales de la couche fluide. Cependant, dans des situations pratiques, il est clair que les actionneurs seront de taille finie. En plus, aucune étude ne s'est intéressée à l'effet de la dimension des actionneurs sur le contrôle du système.

Dans ce travail, nous essayerons d'apporter plus d'éclaircissement et de lumière à ce sujet, et de mettre en évidence l'effet de la dimension des actionneurs sur l'efficacité du contrôle actif. Ainsi, les actionneurs seront modélisés d'une façon plus réaliste, et l'influence des paramètres déterminants, tels que la longueur et l'espacement des actionneurs, la position des capteurs thermiques et le gain sur le contrôle du système sera étudié.

CHAPITRE 2 *MODÈLES PHYSIQUE ET* *MATHÉMATIQUE*

2.1 Introduction

Modéliser un phénomène physique, c'est le traduire sous forme mathématique, de façon à le rendre prévisible et à en donner une connaissance plus approfondie. Dans les écoulements causés par la force de flottabilité, le comportement de fluide est complètement décrit par le champ d'écoulement, le champ thermique, la distribution de pression et les propriétés locales de fluide. Ces variables sont gouvernés par les lois fondamentales de conservation de la masse, la quantité de mouvement et la conservation d'énergie. La solution de cet ensemble des équations gouvernantes dépend des valeurs de plusieurs nombres adimensionnels ainsi que des conditions aux limites.

Dans ce chapitre, nous allons décrire le problème considéré et établir les différentes équations mathématiques, les hypothèses simplificatrices ainsi que les conditions initiales et aux limites appropriées à notre configuration permettant la résolution du problème.

2.2 Description du problème

Le modèle physique considéré est schématisé sur la figure 2.1. Il s'agit d'une cavité horizontale de dimension ($L' \times H'$). Une génération de chaleur par unité de volume q' est appliquée par le passage d'un courant électrique à travers un fluide conducteur. La cavité est constituée de plusieurs capteurs et actionneurs à commande individuelle qui modifient l'intensité locale de la puissance de chauffage. Les actionneurs (électrodes) sont situés sur les frontières horizontales et les capteurs thermiques sont positionnés à une certaine hauteur de la couche de fluide. Les parois horizontales de la cavité sont soumises à une température constante T_r' et les parois verticales sont supposées adiabatiques.

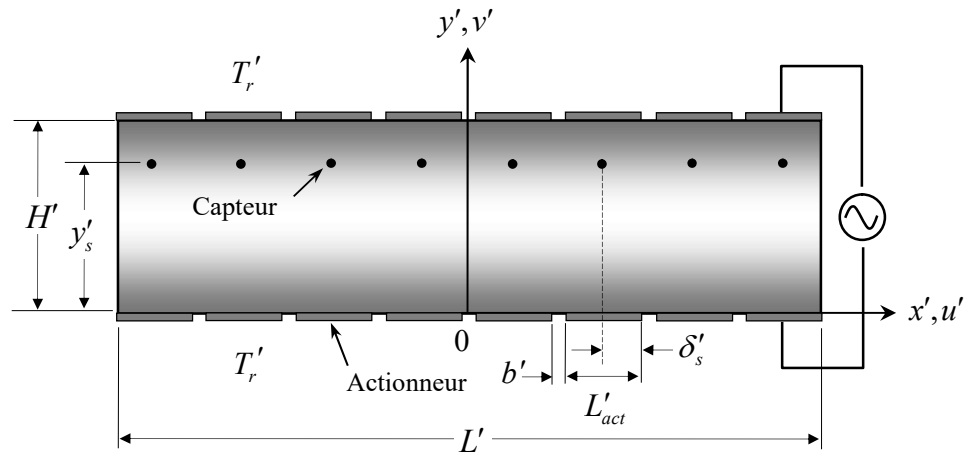


Figure 2.1 Représentation schématique du modèle physique.

2.3 Hypothèses Simplificatrices

De façon à obtenir un modèle mathématique simple, on adopte les hypothèses suivantes :

1. Le phénomène est bidimensionnel.
2. Le fluide conducteur électrique est Newtonien et incompressible.
3. L'écoulement engendré est laminaire et transitoire.
4. Le travail induit par les forces visqueuses et de pression est négligeable.
5. Le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable.
6. Les propriétés thermophysiques du fluide sont constantes et sont évaluées à la température de référence. Cependant, la densité du fluide dans le terme des forces de volume varie linéairement avec la température suivant l'approximation de Boussinesq (1897). Elle est donnée par la relation suivante :

$$\rho = \rho_r [1 - \beta(T' - T'_r)] \quad (2.1)$$

où ρ_r est la masse volumique du fluide à la température de référence T'_r et β est le coefficient d'expansion volumique thermique du fluide. Il est défini par :

$$\beta = -\frac{1}{\rho_r} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T'} \right)_{P'} \quad (2.2)$$

2.4 Formulation mathématique

L'application des principes généraux de la physique nous permet d'établir les différentes équations nécessaires à la résolution du problème considéré dans cette étude. Ces principes basés sur la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie se traduisent mathématiquement par les équations citées ci-après.

2.4.1 Équation de continuité

L'équation de continuité ou de conservation de la masse s'écrit :

$$\frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial y'} = 0 \quad (2.3)$$

u' et v' étant les composantes du champ de vitesse dans les directions x' et y' respectivement.

2.4.2 Équation de la conservation de la quantité de mouvement

L'équation de conservation de la quantité de mouvement ou de Navier-Stocks, en utilisant l'approximation de Boussinesq Eq (2.1), s'écrit pour chacune des composantes u' et v' comme suit:

$$\frac{\partial u'}{\partial t'} + u' \frac{\partial u'}{\partial x'} + v' \frac{\partial u'}{\partial y'} = -\frac{1}{\rho_r} \frac{\partial P'}{\partial x'} + \frac{\mu}{\rho_r} \left(\frac{\partial^2 u'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2} \right) \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v'}{\partial t'} + u' \frac{\partial v'}{\partial x'} + v' \frac{\partial v'}{\partial y'} = & -\frac{1}{\rho_r} \frac{\partial P'}{\partial y'} + \frac{\mu}{\rho_r} \left(\frac{\partial^2 v'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 v'}{\partial y'^2} \right) \\ & + [1 - \beta(T' - T'_r)]g \end{aligned} \quad (2.5)$$

où g est la constante gravitationnelle, μ la viscosité dynamique du fluide, P' la pression en un point du système et t' représente le temps.

2.4.3 Équation de conservation d'énergie

L'équation de conservation de l'énergie s'écrit :

$$\frac{\partial T'}{\partial t'} + u' \frac{\partial T'}{\partial x'} + v' \frac{\partial T'}{\partial y'} = \frac{k}{\rho_r C_p} \left(\frac{\partial^2 T'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 T'}{\partial y'^2} \right) + \dot{q}' \quad (2.6)$$

où \dot{q}' est la source de chaleur volumique ou la puissance de chauffage spécifique.

2.4.4 Introduction du contrôle actif

L'état convectif est caractérisé par une dissymétrie entre le transfert thermique sur la paroi supérieur et celui sur la paroi inférieure comme le montre la figure 2.2. Le but de l'introduction d'une boucle de contrôle est de ressymétriser ces transferts (paroi haute - paroi basse) et de les homogénéiser. Pour cela il faut moduler localement, dans la direction horizontale, la source de chaleur \dot{q}' pour retarder l'apparition des instabilités convectives. Pour le faire, comme illustré sur la figure 2.1, un ensemble de capteurs discrets situés aux positions (δ'_s, y'_s) détectent les écarts de la température $T'(\delta'_s, y'_s)$ de sa valeur conductrice $T'_{cond}(\delta'_s, y'_s)$. Les actionneurs de longueur finie L'_{act} sont séparés par une distance b' . Ces contrôleurs modulent l'intensité de la source de chaleur $\dot{q}'(x')$ proportionnellement à l'écart de température dans la colonne de fluide au-dessus des actionneurs, afin de maintenir l'état de repos. La stratégie de contrôle choisie dans notre travail est donc proportionnelle, ce qui veut dire que l'écart de température existant entre le régime convectif et celui conductif sera amplifiée par un gain et ce terme définira la modulation de la puissance à effectuer.

Ainsi, dans l'équation (2.6), la puissance de chauffage spécifique fournie localement à la couche fluide est exprimée comme suit:

$$\dot{q}'(x') = (\dot{q}'_E - \dot{q}'_A) \quad (2.7)$$

où la partie constante de \dot{q}' est donnée par $\dot{q}'_E = \sigma E'^2 / (\rho_r C_p)$, avec σ la conductivité électrique du fluide et E' l'amplitude du champs électrique. La partie fluctuante, \dot{q}'_A , fournie au système par les actionneurs est exprimée comme suit:

$$\dot{q}'_A(x') = G'[T'(\delta'_s, y'_s) - T'_{cond}(\delta'_s, y'_s)] \quad (2.8)$$

Où G' est le gain proportionnel du contrôleur.

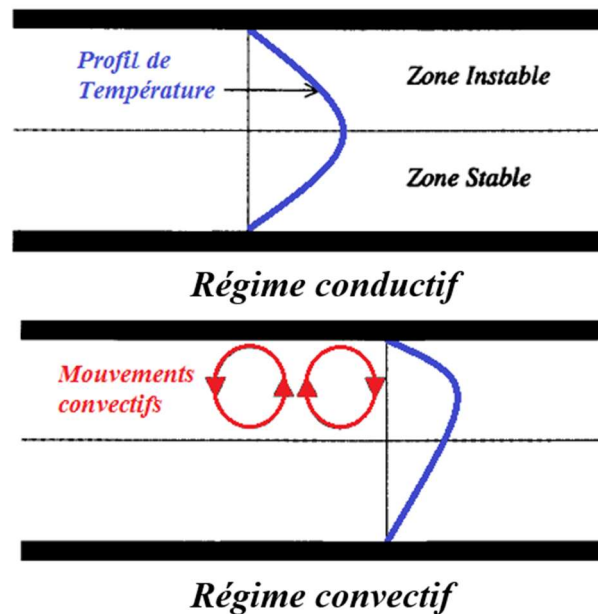


Figure 2.2 Profil de température conductif et convectif.

(Alloui, 2001)

La boucle de contrôle se traduit numériquement comme le montre la figure 2.3. En aval de la boucle de contrôle proprement dite un filtre est disposé, ce qui permet de limiter la puissance dissipée à des valeurs vraisemblables :

- si $\dot{q}'_E \geq \dot{q}'_A$ alors $\dot{q}' = (\dot{q}'_E - \dot{q}'_A)$
- si $\dot{q}'_E < \dot{q}'_A$ alors $\dot{q}' = 0$

Ce filtre est justifié par le fait que l'on peut chauffer dans le volume mais pas refroidir.

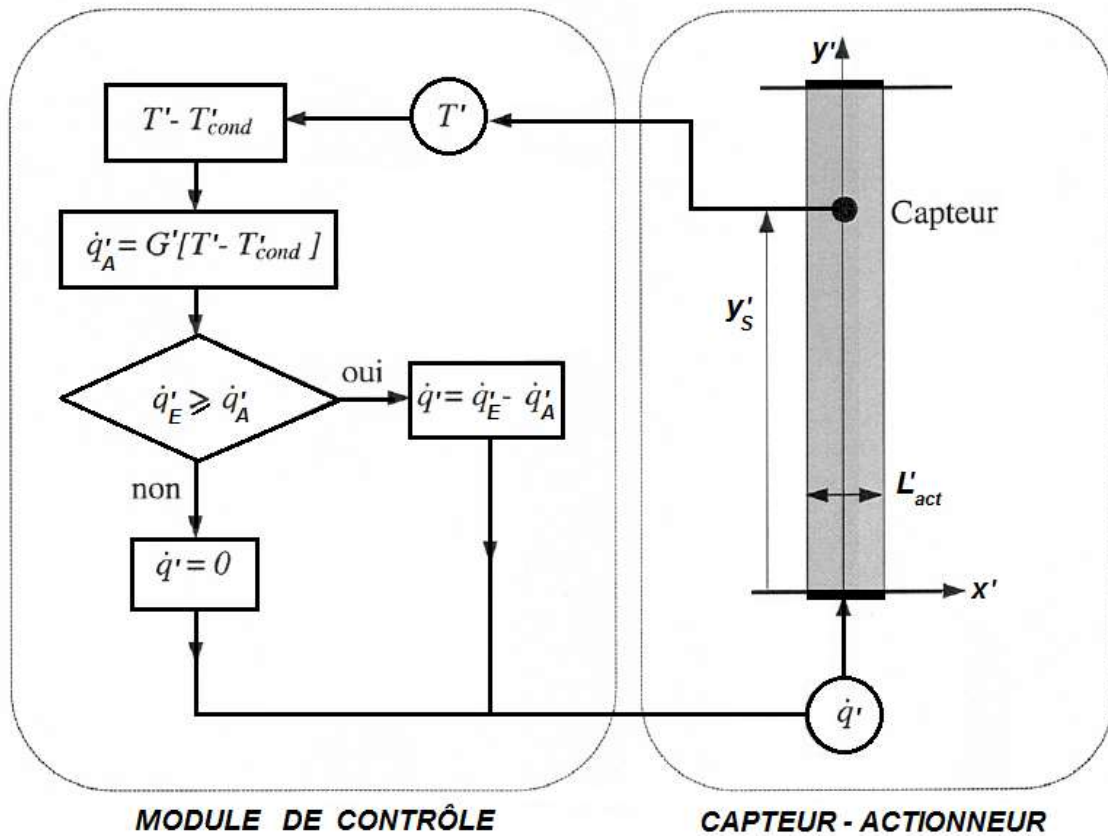


Figure 2.3 Schéma de la boucle de contrôle

2.4.5 Adimensionnalisation

L'adimensionnalisation ou la normalisation consiste à transformer les variables dépendantes et indépendantes en des variables sans dimensions, c'est-à-dire qu'elles seront normalisées par rapport à certaines dimensions caractéristiques. Cela permet de spécifier les conditions d'écoulement avec un nombre restreint de paramètres de façon à rendre la solution plus générale.

De façon à rendre les équations précédentes adimensionnelles, elles seront transformées par les relations suivantes :

$$\left. \begin{aligned} (x, y) &= \left(\frac{x'}{l^*}, \frac{y'}{l^*} \right), & (u, v) &= \left(\frac{u'}{U^*}, \frac{v'}{U^*} \right) \\ t &= \frac{t'}{t^*}, & P &= \frac{P'}{P^*} \\ T &= \frac{(T' - T_r')}{\Delta T^*} \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

T_r' est la température de référence.

où l^*, P^*, t^*, U^* sont la longueur, la pression, le temps et la vitesse caractéristiques, respectivement.

Ces grandeurs sont définies comme suit :

$$l^* = H', \quad U^* = \frac{\alpha}{l^*}, \quad t^* = \frac{l^*}{U^*}, \quad P^* = \rho_r U^{*2} \quad (2.10)$$

où A est le rapport de forme de la cavité. est défini par :

$$A = \frac{L'}{H'} \quad (2.11)$$

Par ailleurs, ΔT^* est une différence de température caractéristique défini comme suit :

$$\Delta T^* = \frac{\dot{q}'_E H'}{\alpha} \quad (2.12)$$

En introduisant les grandeurs sans dimensions dans les équations (2.3)-(2.8), on obtient respectivement :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial x} + Pr \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} + Pr \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - Pr Ra T \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \dot{q} \quad (2.16)$$

La source de chaleur sans dimension \dot{q} dans l'équation (2.16) est donnée par la relation suivante:

$$\dot{q}(x) = 1 - \dot{q}_A(x) \quad \text{avec} \quad \dot{q}_A(x) = G[T(\delta_s, y_s) - T_{cond}(\delta_s, y_s)] \quad (2.17)$$

Les paramètres Ra et Pr sont respectivement, le nombre de Rayleigh et le nombre de Prandtl. Ils sont définis par les relations suivantes :

$$Ra_T = \frac{g\beta_T \Delta T^* l^{*3}}{\nu\alpha}, \quad Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad (2.18)$$

Le nombre de Rayleigh est simplement défini comme le produit du nombre Grashof, qui représente le rapport des forces de gravité sur les forces visqueuses, et le nombre de Prandtl, qui représente rapport entre la diffusivité de la quantité de mouvement (viscosité cinématique) et celle de la chaleur (diffusivité thermique). G est le gain de contrôle proportionnel adimensionné.

2.5 Formulation fonction du courant-vorticité

En introduit la formulation de la fonction du courant et celle de la vorticité à partir du modèle mathématique du problème considéré pour but d'éliminer la pression des équations primaires et ainsi réduire le nombre de variables et les équations à résoudre.

La fonction de courant et la vorticité sont définies par les relations suivantes :

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad \omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (2.19)$$

En utilisant cette formulation nous obtenons le système d'équations suivant :

2.5.1 Équation de la vorticité ω

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = Pr \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) - PrR \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2.20)$$

2.5.2 Équation de conservation d'énergie

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \dot{q} \quad (2.21)$$

2.5.3 Équation de fonction du courant

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\omega \quad (2.22)$$

2.6 Conditions initiales et aux limites

La résolution du système d'équations obtenu précédemment nécessite l'incorporation des conditions initiales et aux limites pour chaque variable dépendante.

2.6.1 Conditions initiales

Dans un premier temps, le fluide est au repos et sa température adimensionnelle est nulle dans toute la cavité.

$$\text{à } t = 0 \quad u = v = 0 \quad \text{et} \quad T = 0 \quad (2.23)$$

2.6.2 Conditions aux limites

Les conditions hydrodynamiques sur toutes les parois de la cavité sont les suivantes :

$$\left. \begin{array}{l} x = \pm \frac{A}{2} \quad u = v = 0 \quad \left(\psi = \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0 \right) \\ y = 0, 1 \quad u = v = 0 \quad \left(\psi = \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0 \right) \end{array} \right\} \quad (2.24)$$

Les conditions aux frontières thermiques adimensionnalisées s'expriment par :

$$\left. \begin{array}{l} x = \pm \frac{A}{2} \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \\ y = 0, 1 \quad T = 0 \end{array} \right\} \quad (2.25)$$

La vorticité sur les parois solides est évaluée par un développement de Taylor de premier ordre de la fonction de courant ψ . L'expression mathématique de cette condition sera développée dans le chapitre suivant.

2.7 Transferts thermique

L'étude du transfert de chaleur dans la cavité est donnée par le biais du nombre de Nusselt, sa valeur moyenne dans l'espace et le temps est donnée par :

$$Nu_m = \frac{1}{A \Delta t} \int_0^{\Delta t} \int_{-\frac{A}{2}}^{+\frac{A}{2}} Nu(t, x) dx dt \quad (2.26)$$

où $Nu(t, x)$ est le nombre de Nusselt local sur la paroi défini selon Kulacki et Goldstein (1972) comme suit :

$$Nu(t, x) = \frac{H' |dT'/dy'|_{paroi}}{T'_{max} - T'_r} = \frac{|dT/dy|_{y=0,1}}{T_{max} - T_r} \quad (2.27)$$

La méthode de Trapez a été utilisée pour calculer numériquement l'intégrale dans l'équation du nombre de Nusselt moyen.

2.8 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté le modèle physique considéré ainsi que les équations qui régissent le phénomène de la convection naturelle avec génération de chaleur volumique en régime laminaire et instationnaire dans une cavité horizontale. Un contrôle actif proportionnel a été introduit pour permettre de moduler localement la source de chaleur volumique.

Nous avons développé les équations dynamiques et thermiques qui sont issues de la thermodynamique et de la mécanique des fluides, ainsi que les conditions aux limites associées à notre configuration pour modéliser numériquement le problème. La méthode des différences finies a été choisie pour la discrétisation des équations gouvernantes. Les questions relatives à la technique de résolution, ainsi que le choix du maillage seront abordées dans le chapitre suivant.

CHAPITRE 3

MÉTHODE NUMÉRIQUE

3.1 Introduction

Afin de résoudre numériquement les équations aux dérivées partielles établies dans le chapitre précédent, nous allons procéder à leurs discrétisations dans le but d'obtenir un système d'équations algébriques dont la résolution nous permet de déterminer les champs de toutes les variables du problème considéré. La méthode des différences finies a été adoptée pour accomplir cette discrétisation.

La méthode des différences finies est la plus ancienne des méthodes numériques. Elle a été introduite au 18^{ème} siècle par Euler. Cette méthode a été largement utilisée pour résoudre les problèmes de convection en régime transitoire pour différentes configurations géométriques. La modélisation par différences finies procède avant tout à la décomposition du domaine physique en éléments de lignes reliés entre eux et mis en continuité en un nombre fini de points. Ces points de continuité, appelés nœuds, sont disposés à l'intérieur et sur le pourtour du domaine physique.

Dans un repère cartésien, chaque nœud est identifié par le couple d'indices (i, j) désignant les lignes d'intersection du maillage.

3.2 Discrétisation des équations gouvernantes

À l'intérieur du domaine discrétisé, les dérivées partielles de premier et deuxième ordre sont approchées selon un schéma aux différences finies centrées à savoir :

$$\begin{aligned}
\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_{i,j} &= \frac{f_{(i+1,j)} - f_{(i-1,j)}}{2\Delta x}, \quad \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{i,j} = \frac{f_{(i,j+1)} - f_{(i,j-1)}}{2\Delta y} \\
\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)_{i,j} &= \frac{f_{(i+1,j)} + f_{(i-1,j)} - 2f_{(i,j)}}{\Delta x^2}, \quad \left(\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\right)_{i,j} \\
&= \frac{f_{(i,j+1)} + f_{(i,j-1)} - 2f_{(i,j)}}{\Delta y^2}
\end{aligned} \tag{3.1}$$

où f représente soit la température T ou la vorticité ω ou la fonction du courant ψ et $(\Delta x), (\Delta y)$ sont les espaces entre deux nœuds voisins suivant la direction x et y , respectivement.

La méthode implicite aux directions alternées (A.D.I) a été choisie pour résoudre les équations d'énergie et de la vorticité. Cette technique donne lieu à deux systèmes matriciels tridiagonaux dans les deux directions et pour chaque pas de temps. L'un est obtenu par la discrétisation implicite selon la direction x et explicite selon la direction y , l'autre par la discrétisation implicite selon la direction y et explicite selon x . Ensuite l'équation du mouvement est résolue par la méthode de surrelaxation successive (S.O.R) à partir de champs de température déjà établi. Cette méthode donne directement la valeur de ψ à l'instant $(n + 1)$ au nœud considéré.

3.2.1 Équation d'énergie et de vorticité

Les équations d'énergie (2.21) et de vorticité (2.20) peuvent s'écrire sous la forme conservative suivante :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial(uT)}{\partial x} + \frac{\partial(vT)}{\partial y} = \nabla^2 T + \dot{q} \tag{3.2}$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial(u\omega)}{\partial x} + \frac{\partial(v\omega)}{\partial y} = Pr\nabla^2 \omega - PrRa \frac{\partial T}{\partial x} \tag{3.3}$$

a) *Forme Implicite en x et explicite en y*

On utilise une méthode implicite dans la direction x , en optant pour des différences centrées au temps $n + \frac{1}{2}$ pour les dérivées en x et au temps n pour les dérivées en y ,

Chaque terme des équations (3.2) et (3.3) est discrétisé comme suit :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{i,j} &= \frac{f_{i,j}^{n+1/2} - f_{i,j}^n}{\left(\frac{\Delta t}{2}\right)} \\ \left(\frac{\partial(uf)}{\partial x}\right)_{i,j} &= \frac{u_{i+1,j}^n f_{i+1,j}^{n+1/2} - u_{i-1,j}^n f_{i-1,j}^{n+1/2}}{2\Delta x} \\ \left(\frac{\partial(vf)}{\partial y}\right)_{i,j} &= \frac{v_{i,j+1}^n f_{i,j+1}^n - v_{i,j-1}^n f_{i,j-1}^n}{2\Delta y} \\ (\nabla^2 f)_{i,j} &= \frac{f_{i+1,j}^{n+1/2} - 2f_{i,j}^{n+1/2} + f_{i-1,j}^{n+1/2}}{\Delta x^2} + \frac{f_{i,j+1}^n - 2f_{i,j}^n + f_{i,j-1}^n}{\Delta y^2} \end{aligned} \quad (3.4)$$

où f représente soit la température T ou la vorticité ω . On obtient ainsi l'équation suivante:

$$A_i f_{i-1,j}^{n+1/2} + B_i f_{i,j}^{n+1/2} + C_i f_{i+1,j}^{n+1/2} = D_i \quad (3.5)$$

Avec les coefficients suivant pour l'équation de l'énergie :

$$\begin{aligned} A_i &= -\frac{u_{i-1,j}^n}{2\Delta x} - \frac{1}{\Delta x^2} B_i = \frac{2}{\Delta t} + \frac{2}{\Delta x^2} C_i = \frac{u_{i+1,j}^n}{2\Delta x} - \frac{1}{\Delta x^2} \\ D_i &= \left[\frac{v_{i,j-1}^n}{2\Delta y} + \frac{1}{\Delta y^2} \right] T_{i,j-1}^n + \left[\frac{2}{\Delta t} - \frac{2}{\Delta y^2} \right] T_{i,j}^n + \left[-\frac{v_{i,j+1}^n}{2\Delta y} + \frac{1}{\Delta y^2} \right] T_{i,j+1}^n - \dot{q}_{i,j}^n \end{aligned} \quad (3.6)$$

Pour l'équation de vorticité, les coefficients précédant prennent les valeurs suivantes :

$$\begin{aligned}
 A_i &= -\frac{u_{i-1,j}^n}{2\Delta x} - \frac{Pr}{\Delta x^2} B_i = \frac{2}{\Delta t} + \frac{2Pr}{\Delta x^2} \quad C_i = \frac{u_{i+1,j}^n}{2\Delta x} - \frac{Pr}{\Delta x^2} \\
 D_i &= \left[\frac{v_{i,j-1}^n}{2\Delta y} + \frac{Pr}{\Delta y^2} \right] \omega_{i,j-1}^n + \left[\frac{2}{\Delta t} - \frac{2Pr}{\Delta y^2} \right] \omega_{i,j}^n + \left[-\frac{v_{i,j+1}^n}{2\Delta y} + \frac{Pr}{\Delta y^2} \right] \omega_{i,j+1}^n \\
 &\quad - Pr R_T \frac{T_{i+1,j}^n - T_{i-1,j}^n}{2\Delta x}
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

b) Forme Implicite en y et explicite en x

C'est un schéma aux différences centrées au temps $(n + \frac{1}{2})$ pour les dérivées en x et au temps $(n + 1)$ pour les dérivées partielles par rapport à y. Les termes des équations (3.2) et (3.3) seront discrétisés comme suit :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{i,j} = \frac{f_{i,j}^{n+1} - f_{i,j}^{n+1/2}}{\left(\frac{\Delta t}{2} \right)}$$

$$\left(\frac{\partial(uf)}{\partial x} \right)_{i,j} = \frac{u_{i+1,j}^{n+1/2} f_{i+1,j}^{n+1/2} - u_{i-1,j}^{n+1/2} f_{i-1,j}^{n+1/2}}{2\Delta x}$$

$$\left(\frac{\partial(vf)}{\partial y} \right)_{i,j} = \frac{v_{i,j+1}^{n+1/2} f_{i,j+1}^{n+1} - v_{i,j-1}^{n+1/2} f_{i,j-1}^{n+1}}{2\Delta y}$$

$$\begin{aligned}
 (\nabla^2 f)_{i,j} &= \frac{f_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 2f_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + f_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x^2} \\
 &\quad + \frac{f_{i,j+1}^{n+1} - 2f_{i,j}^{n+1} + f_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y^2}
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

Où f représente soit la température T ou la vorticité ω .

On obtient alors la forme implicite en y suivante :

$$A'_i f_{i-1,j}^{n+1/2} + B'_i f_{i,j}^{n+1/2} + C'_i f_{i+1,j}^{n+1/2} = D'_i \quad (3.9)$$

Pour l'équation d'énergie :

$$\begin{aligned} A'_i &= -\frac{v_{i,j-1}^{n+1/2}}{2\Delta y} - \frac{1}{\Delta y^2} B'_i = \frac{2}{\Delta t} + \frac{2}{\Delta y^2} C'_i = \frac{v_{i,j+1}^{n+1/2}}{2\Delta y} - \frac{1}{\Delta y^2} \\ D'_i &= \left[\frac{u_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{2\Delta x} + \frac{1}{\Delta x^2} \right] T_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}} + \left[\frac{2}{\Delta t} - \frac{2}{\Delta x^2} \right] T_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} \\ &\quad + \left[-\frac{u_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{2\Delta x} + \frac{1}{\Delta x^2} \right] T_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - \dot{q}_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (3.10)$$

Pour l'équation de vorticité :

$$\begin{aligned} A'_i &= -\frac{v_{i,j-1}^{n+1/2}}{2\Delta y} - \frac{Pr}{\Delta y^2} B'_i = \frac{2}{\Delta t} + \frac{2Pr}{\Delta y^2} C'_i = \frac{v_{i,j+1}^{n+1/2}}{2\Delta y} - \frac{Pr}{\Delta y^2} \\ D'_i &= \left[\frac{u_{i-1,j}^{n+1/2}}{2\Delta x} + \frac{Pr}{\Delta x^2} \right] \omega_{i-1,j}^{n+1/2} + \left[\frac{2}{\Delta t} - \frac{2Pr}{\Delta x^2} \right] \omega_{i,j}^{n+1/2} + \left[-\frac{u_{i+1,j}^{n+1/2}}{2\Delta x} + \frac{Pr}{\Delta x^2} \right] \omega_{i+1,j}^{n+1/2} \\ &\quad - PrRa_T \frac{T_{i+1,j}^{n+1/2} - T_{i-1,j}^{n+1/2}}{2\Delta x} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Si on tient compte de l'ensemble des nœuds on obtient un système d'équations dont la solution se ramène à l'inversion d'une matrice tri-diagonale.

3.2.2 Équation de fonction du courant

Chaque terme de l'équation de mouvement (2.22) est discrétisé selon un schéma centré classique (3.1), en utilisant la méthode de sur-relaxation successive on trouve l'expression suivante :

$$\psi_{(i,j)}^{n+1} = (1 - \omega_{opt})\psi_{i,j}^n + \omega_{opt} \cdot [a(\psi_{i+1,j}^n + \psi_{i-1,j}^n) + b(\psi_{i,j+1}^n + \psi_{i,j-1}^n) + c\omega_{(i,j)}^n] \quad (3.15)$$

$$a = \frac{\Delta y^2}{2(\Delta x^2 + \Delta y^2)}, \quad b = \frac{\Delta x^2}{2(\Delta x^2 + \Delta y^2)}, \quad c = \frac{\Delta x^2 \Delta y^2}{2(\Delta x^2 + \Delta y^2)} \quad (3.16)$$

$$\left. \begin{aligned} \omega_{opt} &= \frac{4}{2 + \sqrt{4 - C^2}} \\ C &= \cos\left(\frac{\pi}{m_x}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{m_y}\right) \end{aligned} \right\} \quad (3.17)$$

Tell que m_x , m_y sont les nombres de divisions dans l'espace suivant x et y , et ω_{opt} est facteur de relaxation optimale qui nous donne le plus faible nombre d'itération pour que le système atteigne la convergence.

3.2.3 Champs de vitesse

Les composantes du champ de vitesse sont obtenues explicitement à partir de la définition de la fonction de courant c'est-à-dire :

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (3.18)$$

Une fois les valeurs de la fonction de courant sont calculées, les vitesses seront déduites par les relations suivantes :

$$u_{(i,j)}^{n+1} = \frac{\psi_{(i,j+1)}^{n+1} - \psi_{(i,j-1)}^{n+1}}{2\Delta y}, \quad v_{(i,j)}^{n+1} = -\frac{\psi_{(i+1,j)}^{n+1} - \psi_{(i-1,j)}^{n+1}}{2\Delta x} \quad (3.19)$$

3.2.4 Conditions aux limites

Les conditions aux frontières (2.25) sont discrétise selon un schéma aux différences finies du première ordre décentré avant ou arrière selon la paroi considérée.

$$\left. \begin{array}{l} x = \pm \frac{A}{2} \\ y = 0,1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \\ T = 0 \end{array} \quad (2.25)$$

Pour les parois verticales on a :

$$\left. \begin{array}{l} \text{à } x = -\frac{A}{2} \\ \text{à } x = +\frac{A}{2} \end{array} \right\} \begin{array}{l} T_{1,j} = \frac{4T_{2,j} - T_{3,j}}{3} \\ T_{NXT,j} = \frac{4T_{NXT-1,j} - T_{NXT-2,j}}{3} \end{array} \quad (3.20)$$

Pour les parois horizontales :

$$\left. \begin{array}{l} \text{à } y = 0 \\ \text{à } y = 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} T_{i,1} = 0 \\ T_{i,NYT} = 0 \end{array} \quad (3.21)$$

La vorticité aux parois est donné en deuxième ordre selon la méthode de Jensen (Weinan et Liu, 1996) comme la suite :

Parois horizontales :

$$\left. \begin{array}{l} \text{à } x = -\frac{A}{2} \quad \omega_{1,j} = -\frac{-7\psi_{1,j} + 8\psi_{2,j} - \psi_{3,j}}{2\Delta x^2} \\ \text{à } x = +\frac{A}{2} \quad \omega_{NXT,j} = -\frac{-7\psi_{NXT,j} + 8\psi_{NXT-1,j} - \psi_{NXT-2,j}}{2\Delta x^2} \end{array} \right\} \quad (3.22)$$

Parois verticales :

$$\left. \begin{array}{l} \text{à } y = 0 \quad \omega_{i,1} = -\frac{-7\psi_{i,1} + 8\psi_{i,2} - \psi_{i,3}}{2\Delta y^2} \\ \text{à } y = 1 \quad \omega_{i,NYT} = -\frac{-7\psi_{i,NYT} + 8\psi_{i,NYT-1} - \psi_{i,NYT-2}}{2\Delta y^2} \end{array} \right\} \quad (3.23)$$

3.3 Algorithme et organigramme

La formulation $\psi - \omega$ exige un traitement simultané de trois équations (fonction du courant, vorticité et énergie). Les principales étapes sont résumées par l'algorithme suivant :

1. Définition du domaine et lecture des données.
2. Génération du maillage
3. Introduction des conditions initiales.
4. Début de la boucle sur le temps.
 - Introduction des conditions aux limites.
 - Calcule du champ de la température par la méthode A.D.I.
 - Calcule du champ de la vorticité par la méthode A.D.I.
 - Calcul du champ de la fonction de courant par la méthode S.O.R.

- Détermination du champ de vitesse (u, v) à partir de la relation (3.18).
- Répétition des calculs jusqu'à l'obtention du régime établi.

Fin de la boucle sur le temps.

5. Impression des résultats.

3.4 Critère de convergence

À chaque pas du temps, la mise à jour des nouvelles variables physiques est faite jusqu'à ce que le critère de convergence ci dessous, soit satisfait.

$$\sum |(\phi_{i,j}^{n+1} - \phi_{i,j}^n)| / \sum |(\phi_{i,j}^{n+1})| \leq 10^{-6} \quad (3.24)$$

3.5 Conclusion

À travers ce chapitre, nous avons présenté la méthodologie de résolution numérique des équations de fonction de courant, de vorticité et d'énergie en utilisant la méthode des différences finies.

La méthode implicite aux directions alternées (A.D.I) a été adopté dans cette étude pour résoudre les équations d'énergie et de la vorticité. L'équation de la fonction de courant est résolue par la méthode de sur relaxation successive (S.O.R).

La résolution des équations discrétisées est obtenue en utilisant deux balayages successifs suivant la direction horizontale et verticale. Cette méthode consiste à rendre les systèmes d'équations pendiagonaux en systèmes tri-diagonaux. La résolution de ces derniers s'effectue par l'algorithme de Thomas.

CHAPITRE 4

RÉSULTATS

ET DISCUSSIONS

4.1 Introduction

Nous présentons dans ce chapitre les résultats obtenus, par le code de calcul élaboré pour étudier la stabilisation de la convection naturelle dans une couche de fluide horizontale avec génération de chaleur interne. L'objet principal de l'étude est d'évaluer l'influence des paramètres de contrôle sur l'efficacité du contrôle actif.

4.2 Validation du code de calcul

Afin de valider le programme numérique développé dans le cadre du présent travail, nous présentons quelques comparaisons avec la littérature en convection naturelle dans le cas d'une cavité chauffée par les côtés et soumise à une source de chaleur volumique. Nous avons choisi l'étude de Shim et Hyum (1996) dans laquelle des simulations numériques transitoires ont été menées, pour étudier la variation en fonction du temps de la convection naturelle dans une cavité carrée. Dans ce travail la génération de chaleur interne est mesurée par le nombre de Rayleigh interne Ra_I .

Notre simulation numérique a été réalisée pour un rapport de forme $A = 1$ et pour différents nombres de Rayleigh interne ($Ra_I = 10^6$ et 10^7), un nombre de Prandtl $Pr = 0.7$ et un maillage uniforme de 81×81 .

La comparaison est résumée dans le tableau 4.1 et 4.2 et les figure (4.1) et (4.2). Ces résultats montrent un bon accord entre les résultats de Shim et Hyum (1996) et ceux obtenus avec le présent code. Des écarts relatifs variant de 0.0% et 2.3% ont été observés.

Tableau 4.1 Comparaison des valeurs de la fonction de courant extremum de la cavité avec les résultats rapportés par Shim et Hyum (1996).

Ra_l	$ \psi_{ext} $		Écart relatif (%)
	<i>Shim et Hyum (1996)</i>	<i>Présente étude</i>	
10^6	17.0	17.0	0.0
10^7	24.5	24.01	2.04

Tableau 4.2 Comparaison des valeurs de la température maximale avec les résultats rapportés par Shim et Hyum (1996).

Ra_l	T_{max}		Écart relatif (%)
	<i>Shim et Hyum (1996)</i>	<i>Présente étude</i>	
10^6	0.87	0.89	2.30
10^7	5.54	5.51	0.54

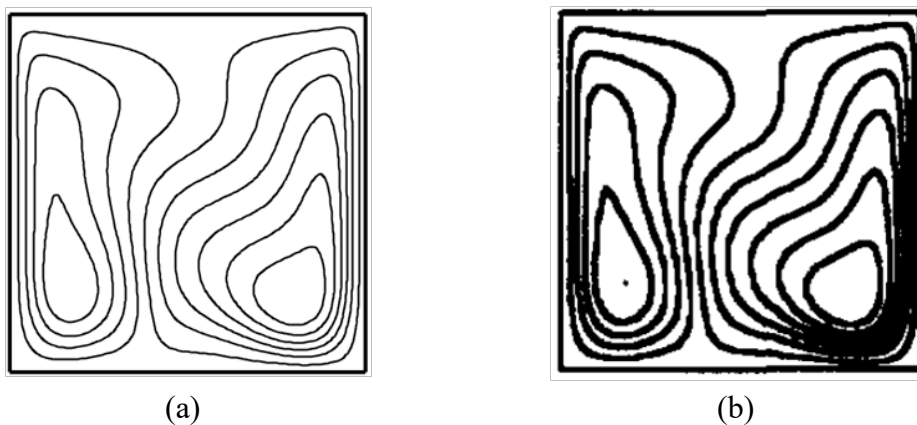


Figure 4.1 Lignes de courant pour $Ra = 10^7$, $A = 1$ et $Pr = 0.7$
a) Présent travail, et b) Résultat de Shim et Hyum (1996).

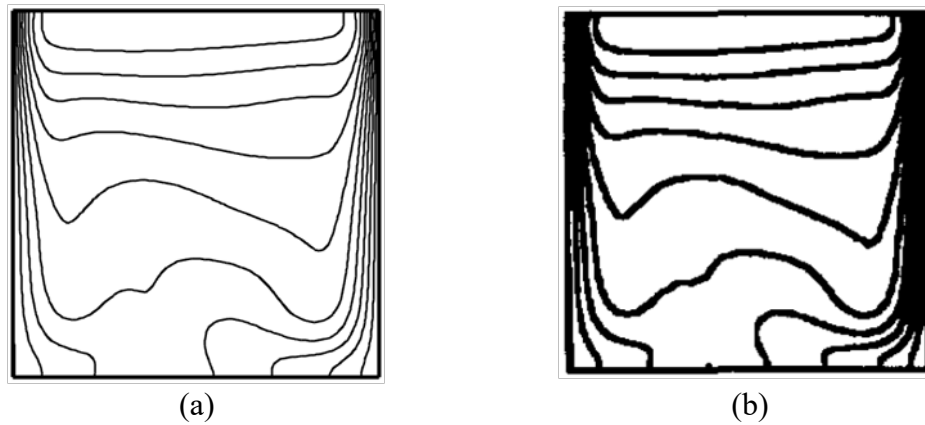


Figure 4.2 Isothermes pour $Ra = 10^7$, $A = 1$ et $Pr = 0.7$

a) Présent travail, b) Résultat de Shim et Hyum (1996).

4.3 Comparaison avec des résultats expérimentaux

Dans le cas d'une cavité horizontale chauffée par effet Joule, les résultats de la présente étude, sont comparés aux résultats expérimentaux et à la corrélation proposée par Kulacki et Goldstein (1972), à savoir $Nu_m = 0.879(Ra/64)^{0.236}$.

La figure 4.3 montre la variation du nombre de Nusselt moyen, avec le nombre de Rayleigh Ra , prédit par la procédure numérique actuelle ainsi que les résultats de la littérature. La figure 4.3 indique que nos résultats numériques sont globalement en bon accord avec les résultats expérimentaux de Kulacki et Goldstein (1972) et les résultats numériques de Perekattu et Balaji (2009). Pour des nombres de Rayleigh de l'ordre de 10^7 le nombre de Nusselt numérique, présenté par une ligne solide, est un peu en dessous de celui expérimentale (différence de 10 à 15%).

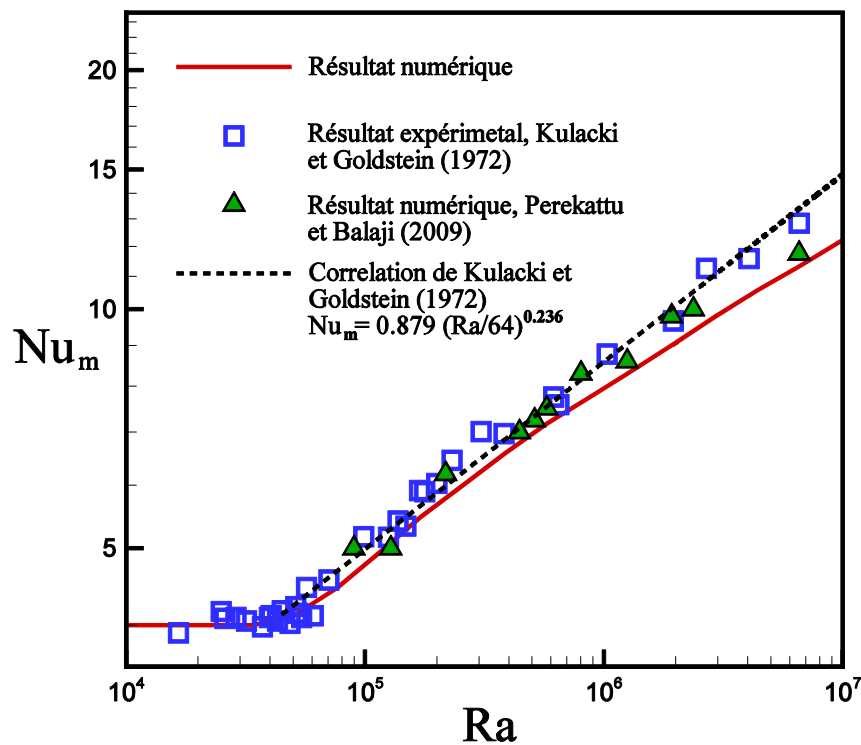


Figure 4.3 Comparaison de nos résultats avec les résultats expérimentaux, en termes de variation du nombre de Nusselt moyen avec le nombre de Rayleigh.

4.4 Choix du maillage et du pas de temps

Le maillage utilisé est un maillage uniforme, cinq grilles de maillage sont créées pour étudier la dépendance à la solution. La figure 4.4 montre la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de nœuds du maillage. On constate que la valeur du Nusselt moyen devient insensible à partir du nombre de nœuds égale à 80 ($\Delta x = \Delta y = 0.0125$). L'écart des résultats entre les maillages à partir de cette grille est égal ou inférieur à 0.013%. On a choisi donc ce maillage pour obtenir d'une manière quantitative des résultats précis avec un minimum de temps de calcul.

La figure 4.5 montre l'évolution temporelle du taux de transfert de chaleur, Nu_m , pour deux valeurs d'incrément du temps, $\Delta t = 5 \times 10^{-6}$ et $\Delta t = 10^{-6}$. On observe que pour les deux valeurs d'incrément du temps, l'évolution temporelle prend le même temps physique pour la convergence vers un état stationnaire, par contre le temps de calcul est nettement différent. La solution devient insensible à l'incrément du temps à partir

de $\Delta t = 5 \times 10^{-6}$, ce qui fait que ce pas de temps a été considéré pour réaliser nos simulations.

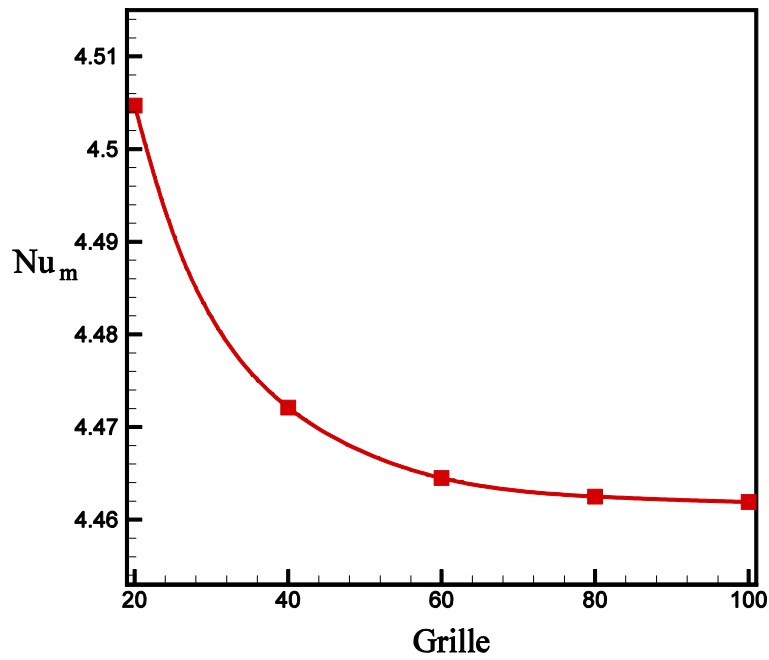


Figure 4.4 Le taux de transfert de chaleur Nu_m en fonction du nombre de Grille.

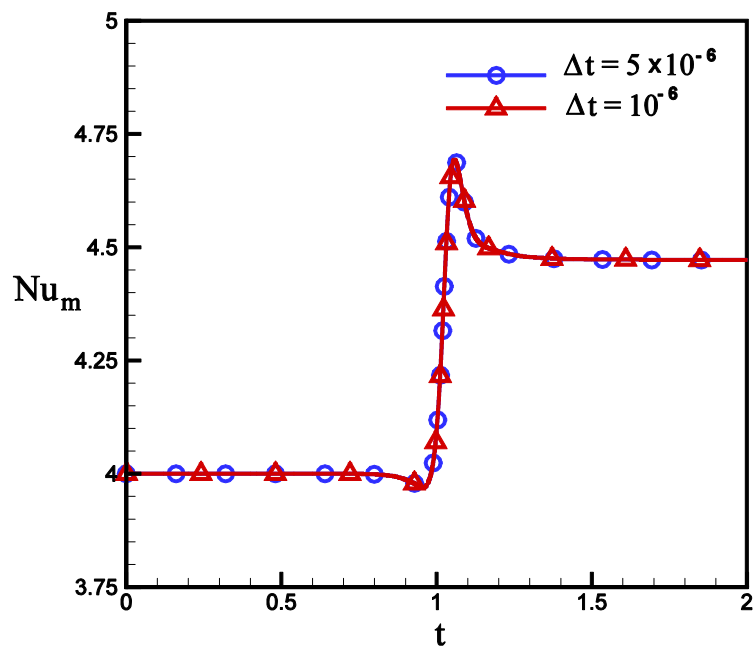


Figure 4.5 Evolution temporelle du taux de transfert de chaleur, Nu_m , pour deux valeurs d'incrément du temps, Δt , et $Ra = 10^5$.

4.5 Résultats et discussion

Le problème actuel est régi par huit paramètres, à savoir Ra , Pr , A , G , L_{act} , δ_s , y_s et b . En raison de l'abondance des paramètres, dans la présente étude, le nombre de Prandtl est fixé à $Pr = 7$. De plus, sauf indication contraire, dans la plupart des résultats présentés ici le rapport de forme de la cavité est maintenu à $A = 10$ et l'espacement entre les actionneurs à $b \approx 0.075$. Dans la discussion des résultats le cas classique d'un système non contrôlé sera considéré en premier. Par la suite, les effets de l'intensité du gain de contrôle G , la position horizontale et verticale des capteurs de température (δ_s, y_s) , l'espacement et la longueur des actionneurs discrets L_{act} sur l'efficacité du contrôle actif sera discuté.

4.5.1 Système sans contrôle actif

De nombreux auteurs ont déjà étudié la convection thermique dans une couche de fluide horizontale avec génération de chaleur interne, voir par exemple Kulacki et Goldstein (1972), Yuji et Yasushi (2005), Perekattu et Balaji (2009), Goluskin et Spiegel (2012). À ce stade, il est intéressant de mentionner que l'état de repos ($\Psi = 0$, $T = (y - y^2)/2$) est caractérisé par le fait que le profil de température de conduction dans la couche de fluide est parabolique, avec un maximum situé au centre du plan verticale de la cavité, ($T_{\max} = 0.125$). Ainsi, le système consiste en une couche de fluide possiblement instable dans sa moitié supérieure, ($1/2 < y < 1$), et complètement stable dans sa moitié inférieure, ($0 < y < 1/2$). Cette situation est similaire au cas d'une couche d'eau froide à une température voisine de 4°C , le point à laquelle la densité de l'eau atteint une valeur maximale (voir par exemple Mamou et al., 1999). L'état de repos, pour le problème actuel, est maintenu à condition que le chauffage volumique (c.-à-d. le nombre de Rayleigh) reste au-dessous d'une valeur critique qui peut être prévue par la théorie de stabilité linéaire. Au-dessus de cette valeur, un mouvement cellulaire convectif est généré, ce qui modifie la distribution de la température parabolique de conduction. Il a été démontré par Kulacki et Goldstein (1972), sur la base de la théorie de la stabilité linéaire et de la théorie de l'énergie, respectivement, que le début de la convection pour une couche infinie se produit à $Ra_C = 37325$. Dans la présente étude, nous avons trouvé

numériquement que, pour une cavité peu profonde avec un rapport d'aspect $A=10$, le début de la convection se produit à environ $Ra_C = 38000$.

La figure 4.6 illustre les résultats obtenus numériquement pour $Ra = 4 \times 10^4$, c'est-à-dire légèrement au-dessus du nombre de Rayleigh critique. L'écoulement résultant consiste en douze cellules contrarotatives, avec des valeurs positives et négatives des lignes de courant Ψ correspondant aux circulations antihoraire et horaire, respectivement. On observe que la position des cellules en rotation n'est pas limitée à l'épaisseur de la couche supérieure instable, mais pénètre considérablement à l'intérieur de la couche inférieure stable. Les centres des rouleaux de convection sont situés au-dessus de la ligne médiane horizontale de la cavité, contrairement au cas classique de la convection de Rayleigh Bénard.

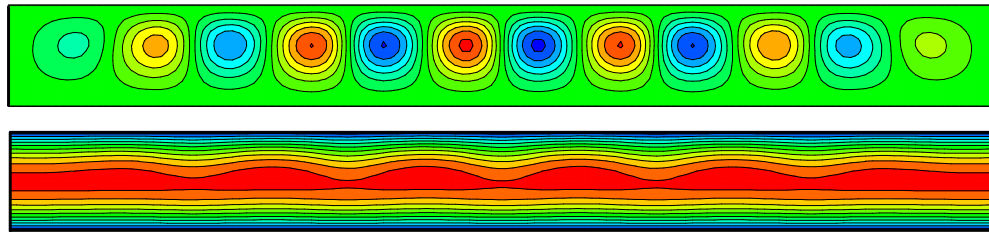


Figure 4.6 Lignes de la fonction de courant (en haut) et des isothermes (en bas) pour $Ra = 4 \times 10^4$.

La variation de la fonction de courant maximum à l'intérieur de la cavité, Ψ_{\max} , en fonction du temps, t , est illustré sur la figure 4.7 pour diverses valeurs de Ra . Pour les valeurs faibles du nombre de Rayleigh, c'est-à-dire $Ra = 4 \times 10^4$ et 5×10^4 , nous constatons que l'écoulement résultant est stationnaire. Cependant, comme observé expérimentalement par Kulacki et Goldstein (1972), au-dessus d'un nombre de Rayleigh donné, l'écoulement devient rapidement instationnaire. Il a été démontré numériquement par Goluskin et Spiegel (2012) que dans une couche infinie l'état stable représenté sur la figure 4.6 peut être maintenue jusqu'à un nombre de Rayleigh $Ra_C^{\text{Hopf}} \approx 60000$. Au-dessus de cette valeur, l'écoulement commence à osciller dans le temps, comme illustré sur la figure 4.7 pour $Ra = 6.5 \times 10^4$. Les résultats indiquent aussi que l'écoulement dans ce cas oscille de façon presque périodique dans le temps. Cet écoulement périodique devient de plus en plus irrégulier à mesure que le nombre de Rayleigh augmente, comme le montrent

les résultats obtenus pour $Ra = 7.5 \times 10^4$. Le comportement de ce régime d'écoulement chaotique a été discuté en détail dans le travail de Goluskin et Spiegel (2012).

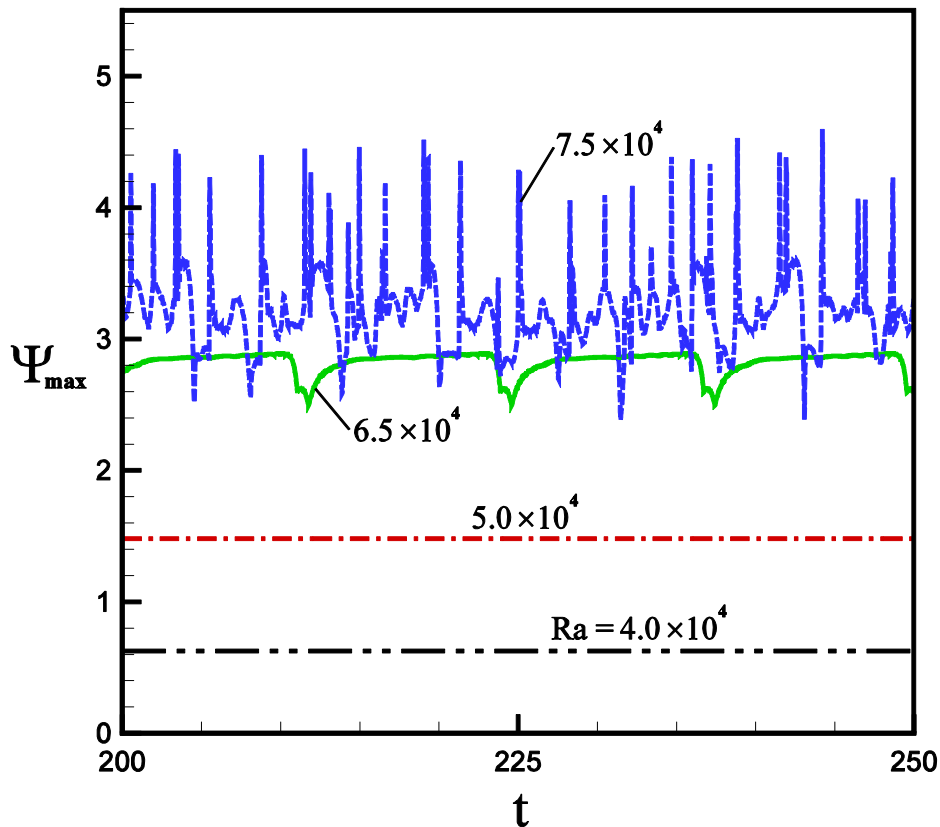


Figure 4.7 Évolution temporelle de la fonction du courant maximal pour diverses valeurs du nombre de Rayleigh Ra .

Sur les figures 4.8(a) et 4.8(b) sont représentées les évolutions temporelles de la fonction de courant minimal et maximal durant une période complète ($\tau = 12.86$) pour le cas de $Ra = 65000$. Sur cette figure des points de (1) à (13) sont indiqués par des petits carrés, chaque point représente un état d'écoulement différent montré sur la figure 4.9. Au début du cycle à l'instant t_0 (point 1), choisi arbitrairement, il y a 16 cellules contrarotatives, de taille plus ou moins similaires. Durant la période de temps située dans l'intervalle entre le temps (1) et le temps (10), on assiste à une diminution de l'intensité de deux cellules convectives situées à gauche de la cavité, jusqu'à la disparition complète de ces deux cellules au temps (11), dans ce cas la cavité contient seulement 14 cellules convectives. Il faut noter l'apparition d'une cellule de recirculation juste après au temps (12) et une deuxième à côté d'elle au temps (13) pour revenir à une configuration de 16 cellules comme le montre la figure 4.9.

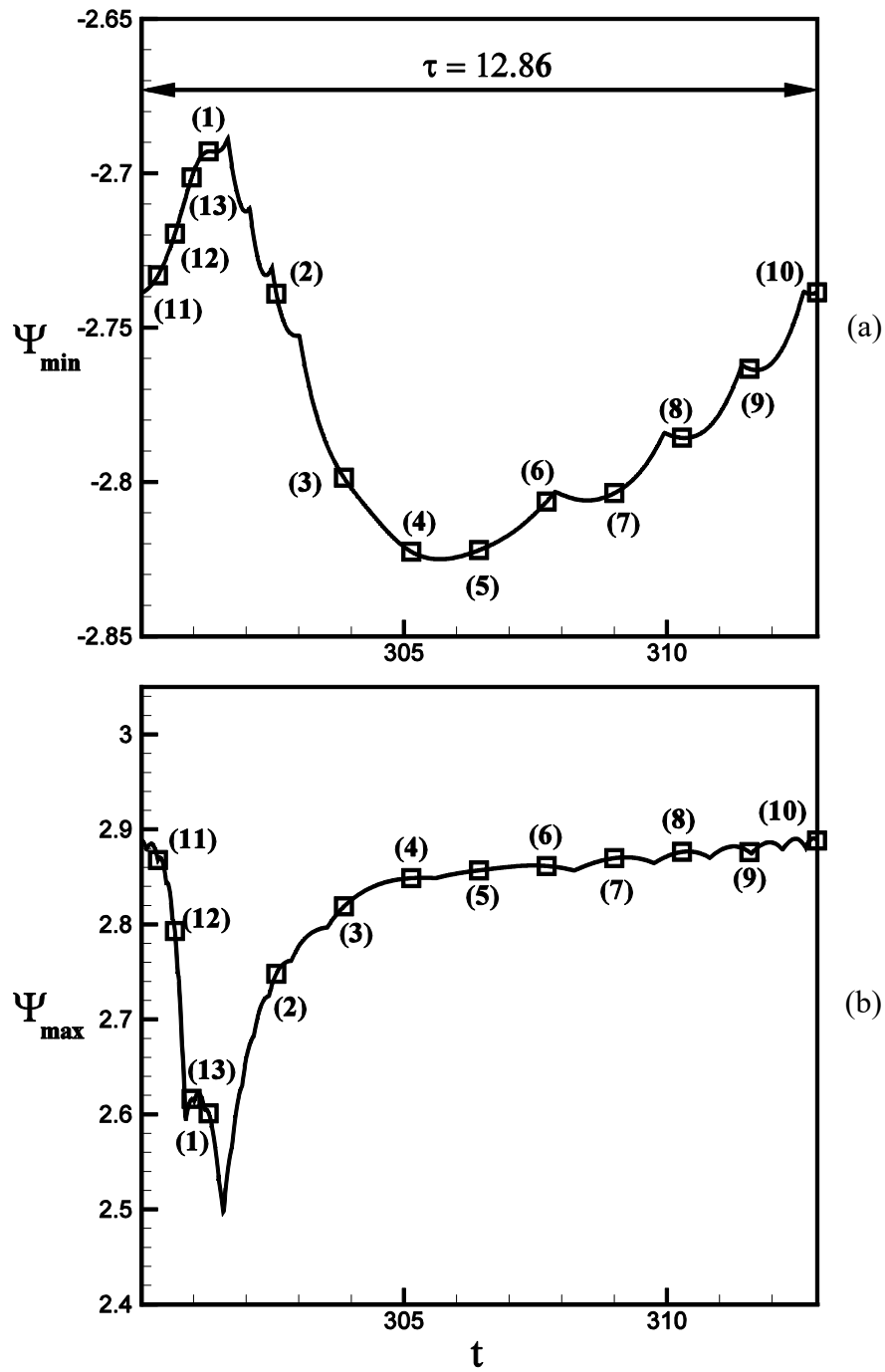


Figure 4.8 Évolution temporelle durant une période de la fonction de courant minimal (a) et maximal (b) pour $Ra = 65000$.

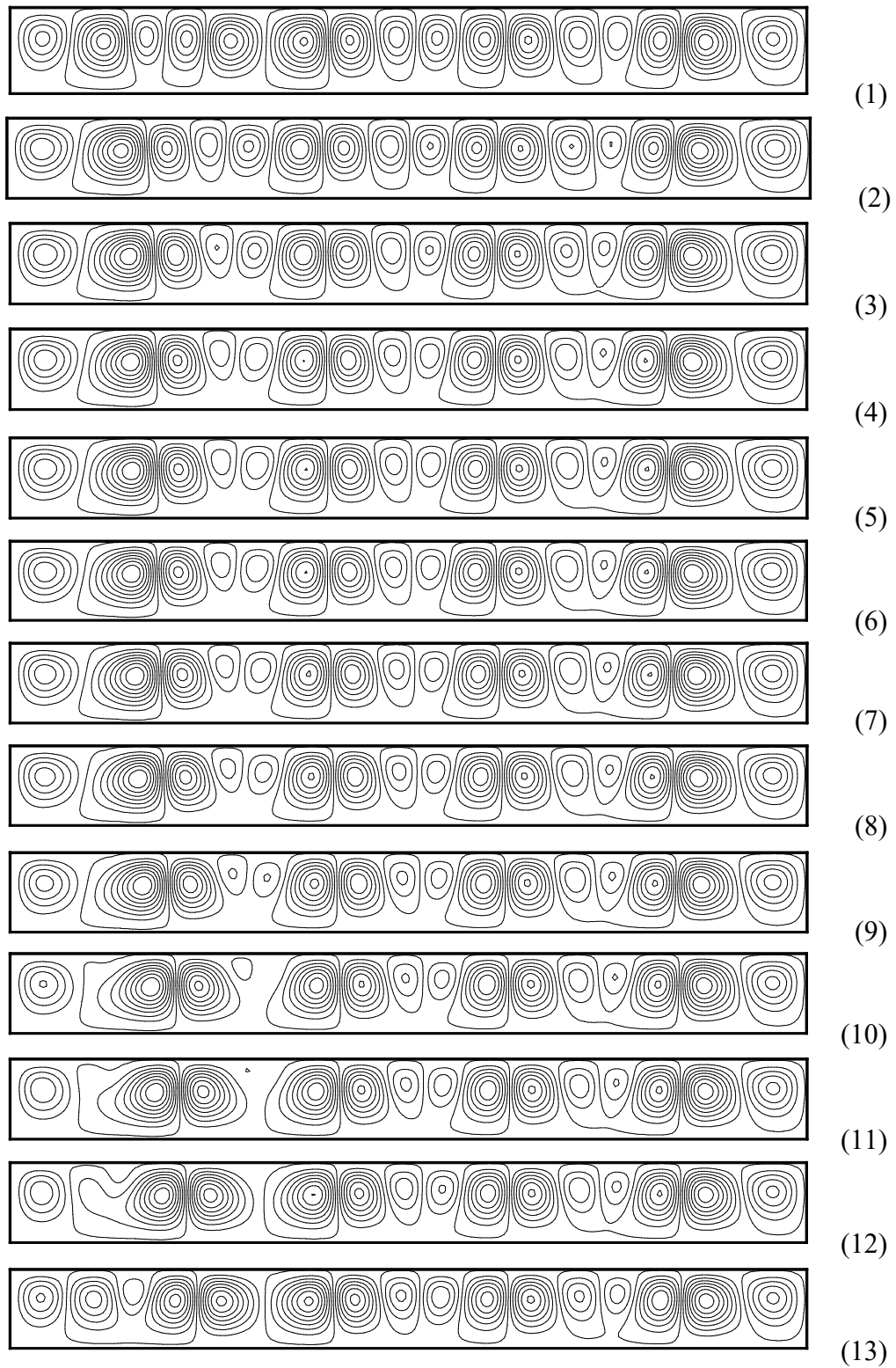


Figure 4.9 Lignes de courant durant une période complète ($\tau = 12.86$) pour $Ra = 65000$.

4.5.2 Système avec contrôle actif

Le problème du contrôle actif proportionnel sera étudié dans cette section. Comme indiqué précédemment dans la revue de la littérature, la plupart des études disponibles sur le contrôle actif, sur la convection naturelle dans une couche fluide, concernent des contrôleurs de taille infiniment petits ($\delta_s \rightarrow 0$). Pour les contrôleurs discrets considérés ici, les paramètres qui régissent le problème sont les suivants: Ra , G , L_{act} , b , δ_s et y_s .

4.5.2.1 Effet du gain proportionnel de contrôle

Pour voir l'effet du gain de contrôle sur le développement de la convection dans la cavité, nous avons tracé sur la figure 4.10 les courbes de bifurcation pour trois différents gain $G = 0, 5$ et 10 . Il apparaît de cette figure que pour $G = 0$ (système non contrôlé) le seuil critique du déclenchement de la convection est d'environ $Ra_c = 38000$. Cependant, lorsque le gain de contrôle augmente nous constatons que la courbe de bifurcation change en se décalant vers la droite. En effet, pour $G = 5$ la valeur du nombre de Rayleigh critique est égale à 47000 et pour $G = 10$ le Rayleigh critique est égale à environ 54500 . Le contrôle actif dans la cavité a donc pour effet de stabiliser la couche fluide et retarder l'apparition de la convection.

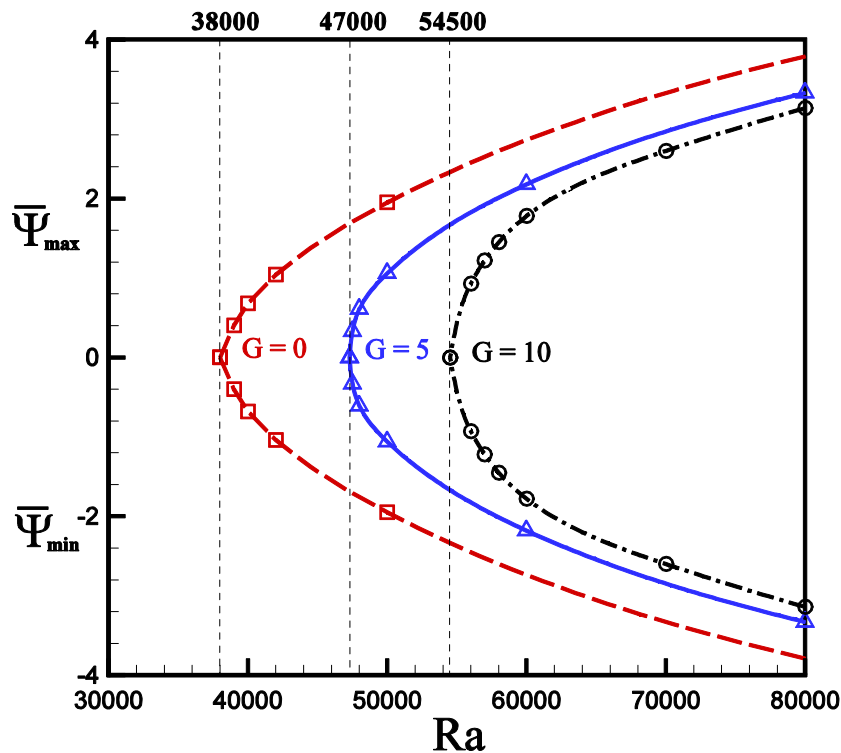


Figure 4.10 Variation de la fonction de courant maximale (minimale) $\bar{\Psi}_{\max}$ ($\bar{\Psi}_{\min}$) moyennée dans le temps avec le nombre de Rayleigh Ra , pour $L_{act} = 0.4$, $\delta_s = L_{act} / 2$, $y_s = 0.75$ et diverses valeurs de G .

La figure 4.11 illustre les effets du gain de contrôle G sur les lignes de courant et les isothermes obtenus numériquement pour $Ra = 5 \times 10^4$ et $L_{act} = 0.15$. En l'absence de contrôle, $G = 0$, les lignes de courant et les isothermes de température sont illustrés sur la figure 4.11(a). Cette solution, obtenue en utilisant l'état de repos comme condition initiale, montre la formation de seize cellules contrarotatives. Cependant, en raison du nombre plus élevé de Rayleigh considéré ici, les cellules convectives sont plus confinées dans la couche instable supérieure où les isothermes sont fortement déformées. De plus, la force de convection est relativement élevée ($\Psi_{\max} = 1.51$). En appliquant un gain de contrôle $G = 4$ sur le système, les résultats obtenus sont représentés sur la figure 4.11(b). La ligne horizontale de points dans la cavité représente la position des capteurs de température utilisée dans la boucle de contrôle. On constate pour ce cas que la force de convection est naturellement annihilée ($\Psi_{\max} = 0.96$), tandis que le nombre de cellules dans la cavité est réduit à quatorze. En augmentant encore le gain de contrôle à $G = 6$, il

est constaté que l'état de repos ($\Psi_{\max} = 0$, $T_{\max} = 0.125$) est restaurée comme indiqué sur la figure 4.11(c), où les isothermes sont maintenant des lignes horizontales.

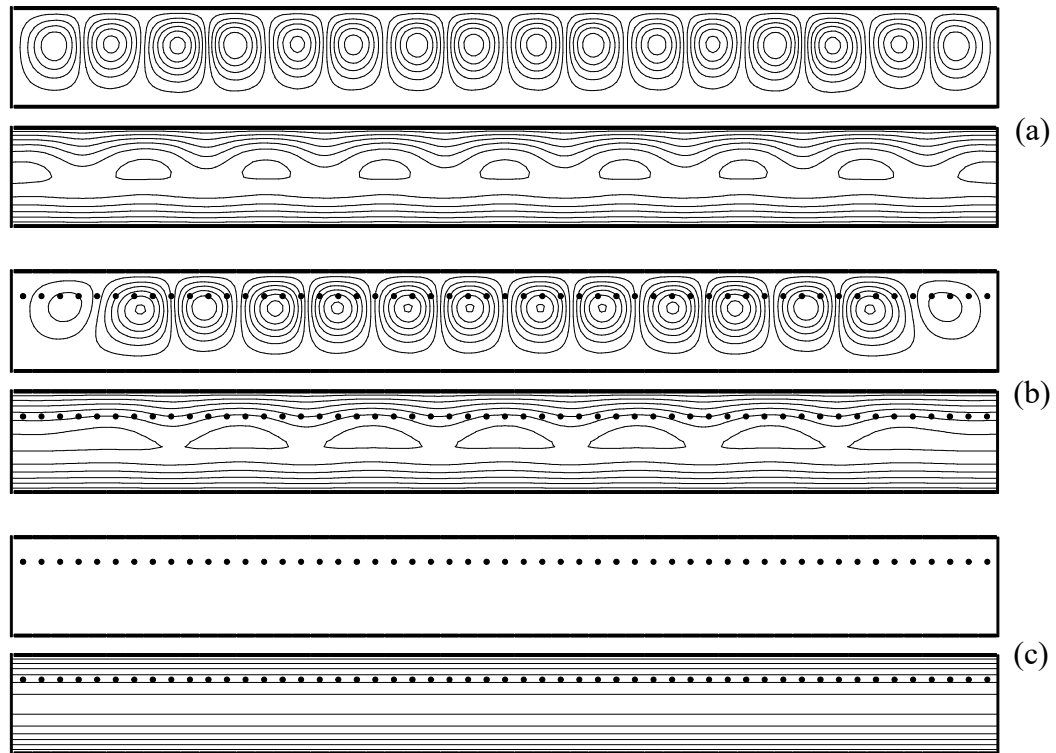


Figure 4.11 Les contours de la fonction de courant (en haut) et des isothermes (en bas) pour $Ra = 5 \times 10^4$ et $L_{act} = 0.15$, a) $G = 0$; b) $G = 4$ et c) $G = 6$.

L'évolution dans le temps de la valeur maximale (minimale) de la fonction de courant, Ψ_{\max} (Ψ_{\min}), obtenue par la solution numérique pour $Ra = 7.5 \times 10^4$ et $L_{act} = 0.15$ est illustrée sur la figure 4.12. On voit que l'écoulement est instationnaire comme illustré par les lignes continues. La valeur moyenne de la fonction de courant est représentée dans le graphe par des lignes pointillées. L'effet de l'action des contrôleurs proportionnels est illustré sur ce graphe. Ainsi, à $t = 30$, lorsqu'on applique un gain relativement petit aux contrôleurs, à savoir $G = 17$, la solution numérique montre que les modèles d'écoulement deviennent stables et que la force de l'écoulement convectif est considérablement réduite.

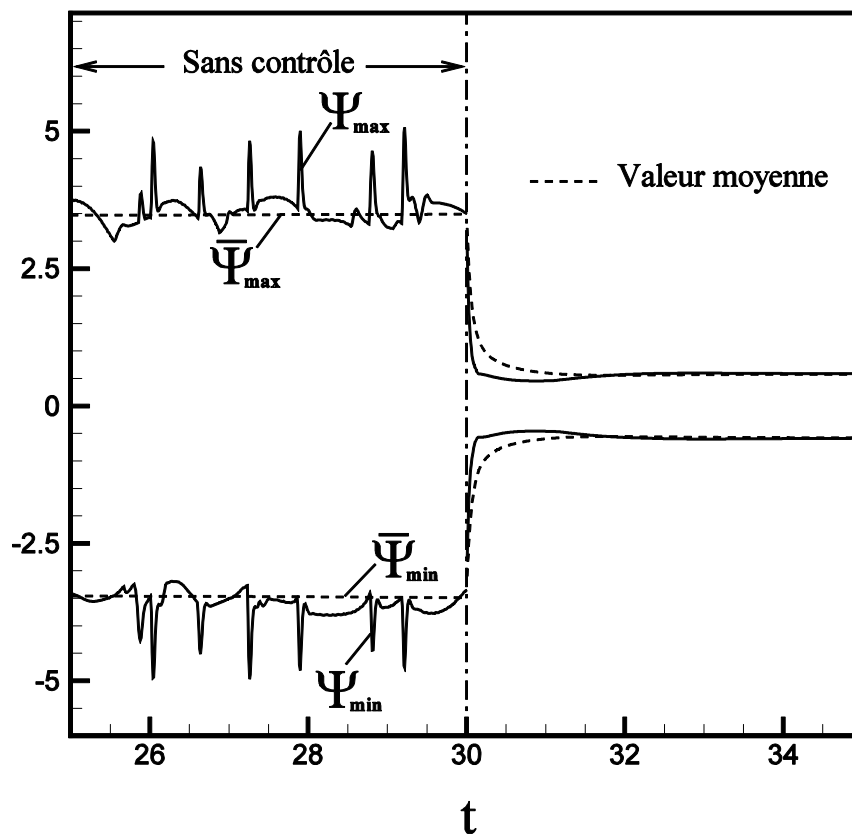


Figure 4.12 Variation de la fonction de courant maximale (minimale) Ψ_{\max} (Ψ_{\min}) avec le temps pour $Ra = 7.5 \times 10^4$; à $t = 30$ un contrôle actif proportionnel est appliqué avec $L_{act} = 0.15$ et $G = 17$.

Les lignes de courant et les isothermes avant l'application du contrôle au temps $t = 30$ et après l'application du contrôle actif au temps $t = 35$ sont illustré sur la figure 4.13(a) et la figure 4.13(b), respectivement. Il est clair sur la figure 4.13 que le contrôle actif n'a pas supprimé les mouvements convectifs, mais il a permis de diminuer l'intensité de l'écoulement et d'homogénéiser la taille des cellules convectives dans la cavité.

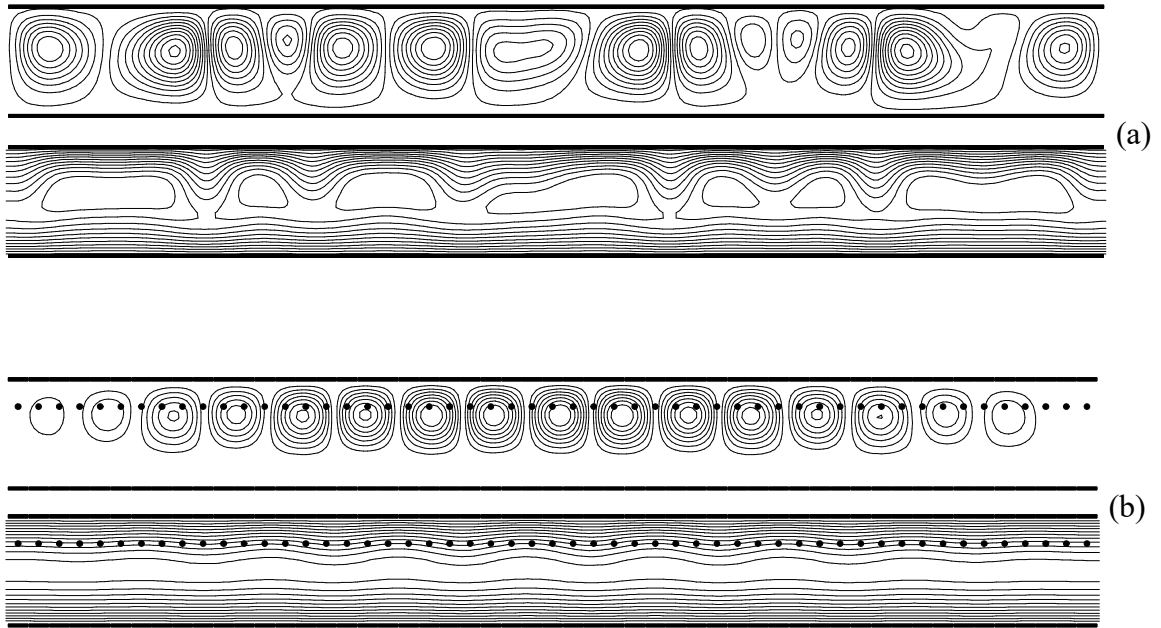


Figure 4.13 Lignes de courant (en haut) et isothermes (en bas) pour $Ra = 75000$:
a) au temps $t = 30$ avant l'application du contrôle, b) au temps $t = 35$ après l'application
du contrôle actif avec $L_{act} = 0.15$ et $G = 17$.

La figure 4.14 illustre l'effet du gain de contrôle G sur la valeur maximale (minimale) de la fonction de courant moyennée dans le temps, $\bar{\Psi}_{max}$ ($\bar{\Psi}_{min}$), pour $L_{act} = 0.15$ et diverses valeurs du nombre de Rayleigh. Les résultats indiquent que pour les nombres de Rayleigh considérés la convection est maximale pour le système non contrôlé ($G = 0$). En augmentant la valeur du gain de contrôle, l'intensité du mouvement de convection est progressivement annihilée jusqu'à atteindre une valeur critique, G_c , pour laquelle l'état de non-mouvement (état conductif) est rétabli, c'est la valeur minimal nécessaire pour que le control soit efficace. Comme on peut le prévoir, la valeur critique du gain de contrôle G_c augmente avec Ra . Ainsi on trouve $G_c \approx 6$ pour $Ra = 5 \times 10^4$ et $G_c \approx 29$ pour $Ra = 10^5$. Les lignes pointillées verticales dans le graphe correspondent aux résultats de l'analyse de la stabilité linéaire de Alloui et al. (2018), concernant la valeur G_c nécessaire pour maintenir l'état de repos, à un nombre de Rayleigh donné.

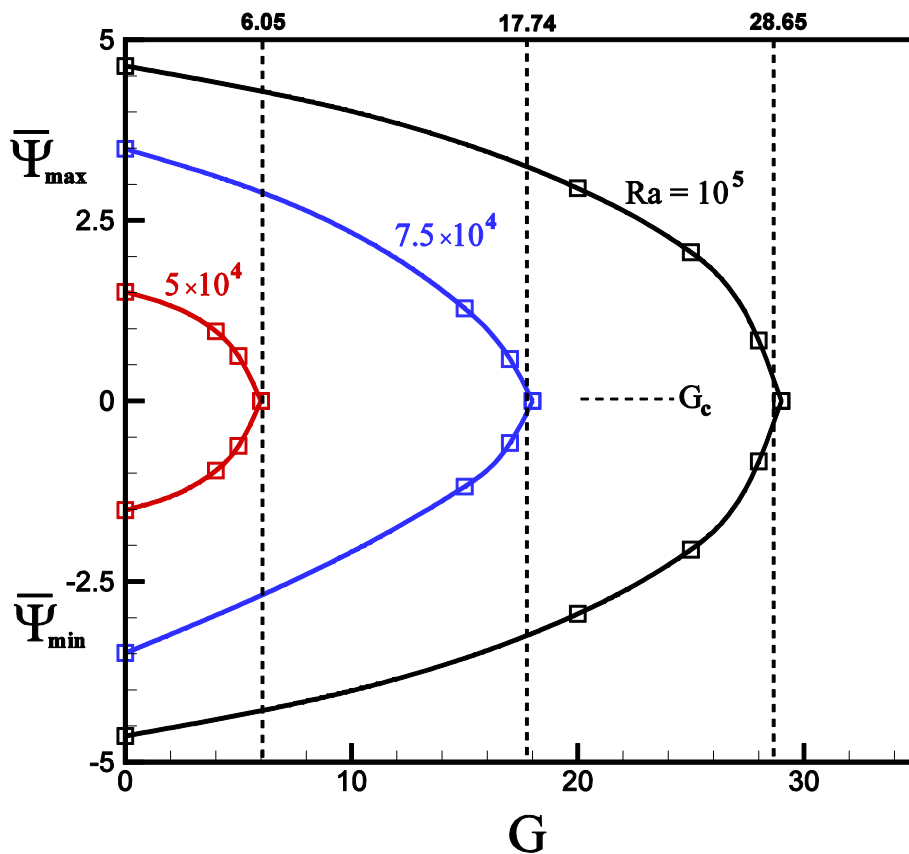


Figure 4.14 Variation de la fonction de courant maximale (minimale) $\bar{\Psi}_{\max}$ ($\bar{\Psi}_{\min}$) moyennée dans le temps avec le gain proportionnel de contrôle G , pour $L_{act} = 0.15$ et diverses valeurs de Ra .

4.5.2.2 Détermination de la position optimale des capteurs de température

Puisque nous traitons avec des actionneurs discrets, de longueur finie L_{act} , il est intéressant de déterminer la position optimale x_s et y_s des capteurs de température, en ce qui concerne les actionneurs, afin d'obtenir un contrôle optimal du système. La figure 4.15 montre la variation de la valeur minimale du gain de contrôle G_C , pour restaurer l'état de repos dans un système convectif, par rapport à la position horizontale du capteur de température δ_s . Les résultats ont été obtenus pour $L_{act} = 0.20$, $y_s = 0.75$ et diverses valeurs du nombre de Rayleigh Ra . Il est clair que, indépendamment de la valeur du nombre de Rayleigh, la position optimale des capteurs de température est au centre des actionneurs, c'est-à-dire à $\delta_s = L_{act} / 2$.

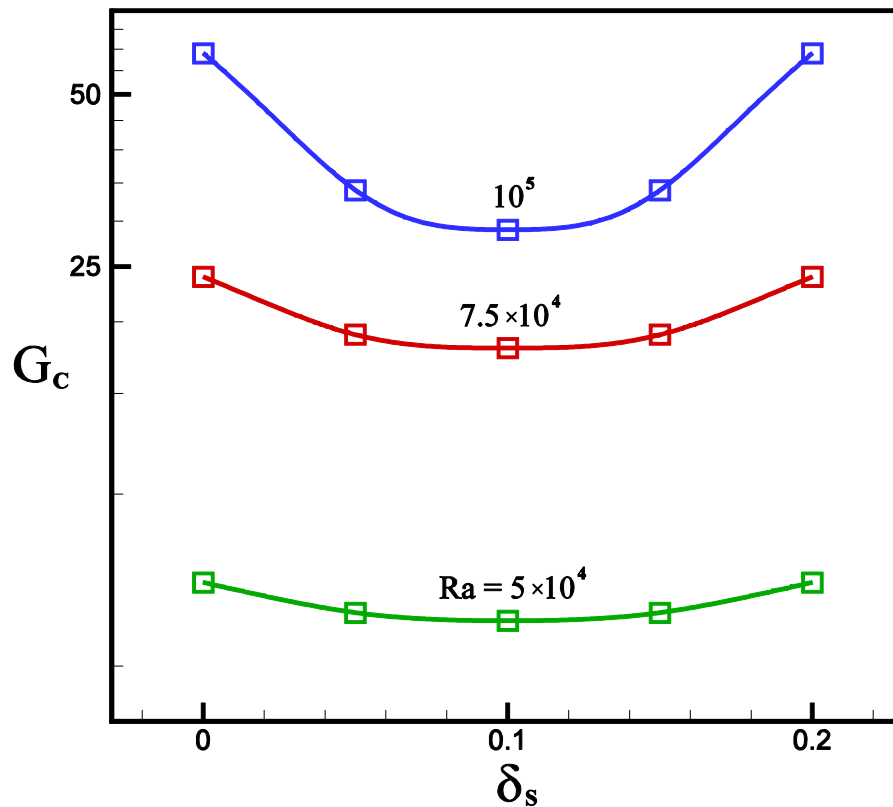


Figure 4.15 Effet de la position horizontale δ_s des capteurs de température sur la valeur minimale du gain de contrôle G_C pour $L_{act} = 0.20$ et $y_s = 0.75$.

D'autre part, la position verticale optimale y_s des capteurs de température est illustré sur la figure 4.16 pour $L_{act} = 0.15$, $\delta_s = L_{act} / 2$ et $Ra = 5 \times 10^4$, 7.5×10^4 et 10^5 . Naturellement, seule la moitié supérieure de la cavité ($1/2 \leq y_s \leq 1$) est prise en compte, la moitié inférieure étant stable. Les résultats indiquent que la valeur optimale du gain de contrôle G_C est atteinte à environ $y_s \approx 0.75$, indépendamment de la valeur du nombre de Rayleigh. Une conclusion similaire a été trouvée par Marimbordes et al. (2002), tout en envisageant un système de contrôle actif continu. Ainsi, tous les résultats qui suivent sont présentés pour les capteurs de température situés à l'emplacement : $\delta_s = L_{act} / 2$ et $y_s = 0.75$.

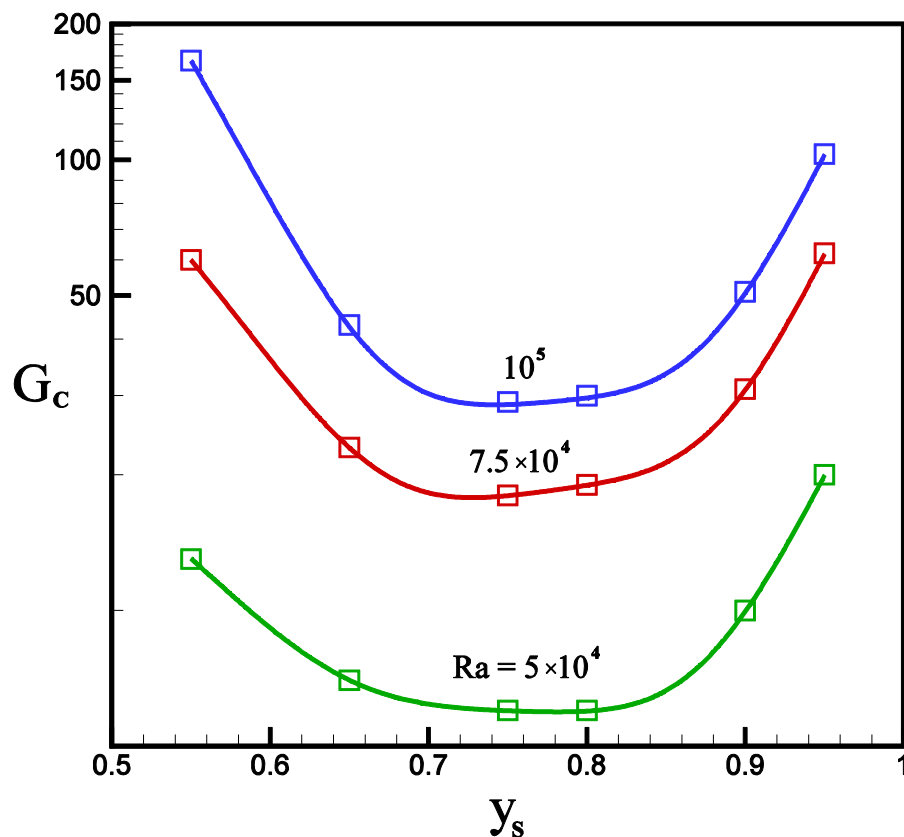


Figure 4.16 Effet de la position verticale des capteurs de température y_s sur la valeur minimale du gain de contrôle G_c pour $L_{act} = 0.15$ et $\delta_s = L_{act} / 2$.

4.5.2.3 Effet de l'espacement entre les actionneurs b .

La figure 4.17 présente les isothermes obtenues en conduction ($Ra = 0$) pour un système non contrôlé ($G = 0$) avec $L_{act} = 0.4$ et pour différentes valeurs de l'espacement b . On constate que pour le cas $b = 0.05$ les isothermes sont parfaitement horizontales. Au fur et à mesure que l'espacement b augmente, les isothermes se distordent de plus en plus au milieu du vide entre les actionneurs. La distorsion n'est pas due à la convection puisque on est en régime de conduction pure, mais cela est causé par le fait qu'il n'y a pas de chauffage volumique dans l'intervalle vide entre les actionneurs. Cette modification dans la forme des isothermes a pour conséquence le déclenchement de la convection dans la cavité immédiatement même avec un très faible nombre de Rayleigh. Cela est illustré sur la figure 4.18 qui montre les courbes de bifurcation pour trois différents espacements $b = 0.1, 0.2$ et 0.4 . On constate aussi que l'amplitude de l'écoulement convectif augmente

avec l'augmentation de l'espacement b . Pigeonneau et al. (2018) a noté le même phénomène dans une cavité avec des actionneurs (électrodes) localisés dans la partie supérieur des parois verticales avec un vide en bas.

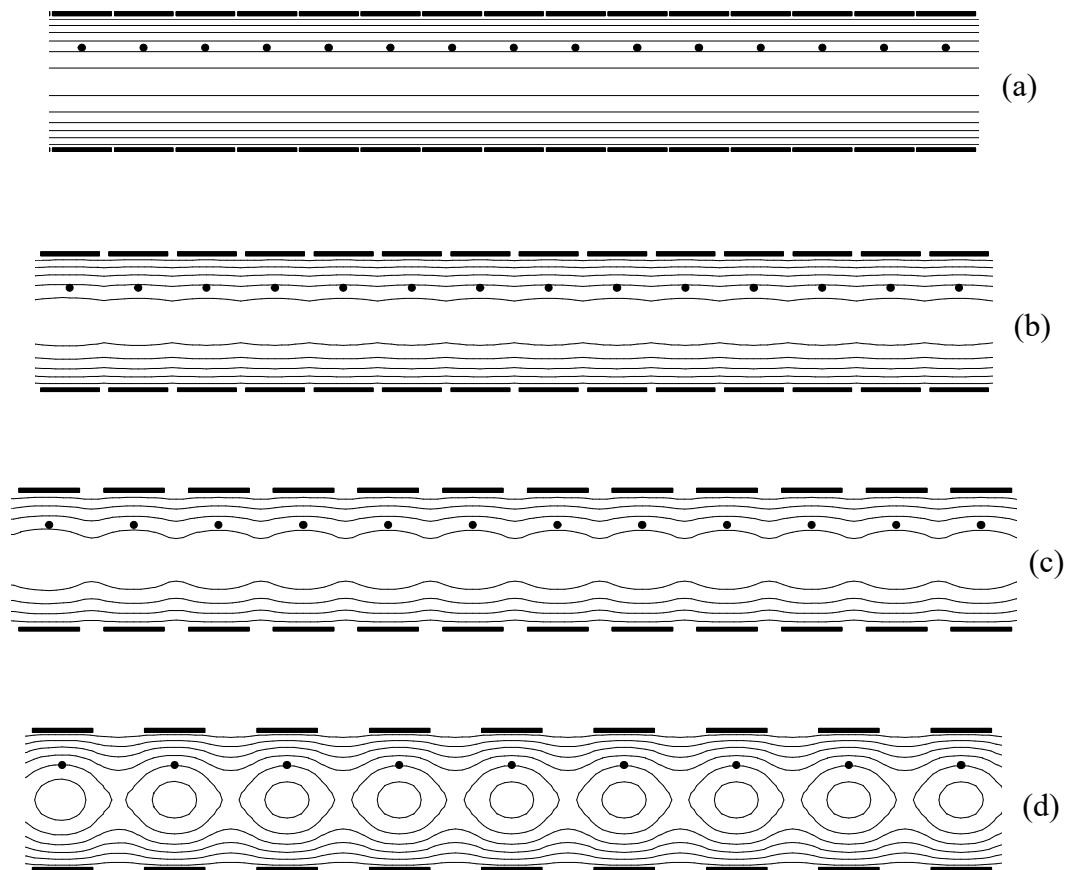


Figure 4.17 Isothermes en conduction pour $G = 0$, $L_{act} = 0.4$:

a) $b = 0.05$, b) $b = 0.1$, c) $b = 0.2$ et d) $b = 0.4$.

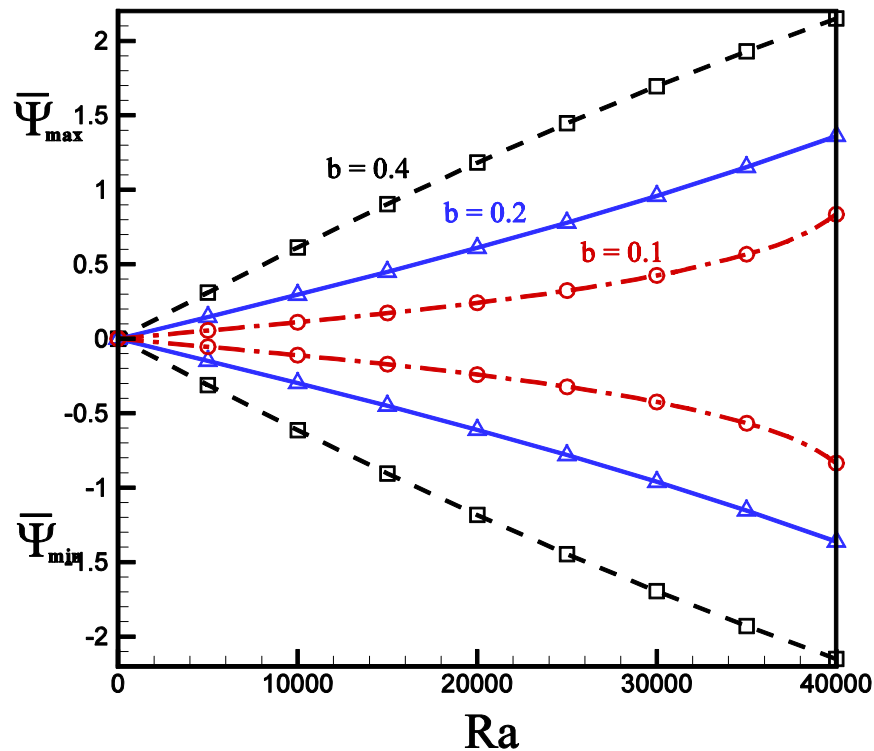


Figure 4.18 Variation de la fonction de courant maximale (minimale) $\bar{\Psi}_{\max}$ ($\bar{\Psi}_{\min}$) moyennée dans le temps avec le nombre de Rayleigh Ra pour $G = 0$, $L_{act} = 0.4$ et diverses valeurs de b .

Le champ d'écoulement et de température pour plusieurs valeurs du nombre de Rayleigh et pour un système non contrôlé avec $L_{act} = 0.4$ et $b = 0.2$ est illustré sur la figure 4.19. Pour un nombre de Rayleigh relativement faible, $Ra = 1000$, les lignes de courant et les isothermes sont représentés sur la figure 4.19(a). L'intensité de l'écoulement pour ce cas est assez faible avec $\Psi_{\min} = -0.029$ et $\Psi_{\max} = 0.029$, avec une température maximale au sein de la cavité $T_{\max} = 0.1122$. La forme des isothermes dans la couche fluide est identique à elle du cas de conduction pure, représenté sur la figure 4.17(c). L'intensité de la convection naturelle augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh. Lorsque le nombre de Rayleigh passe de 2×10^4 (Fig. 4.19b) à 5×10^4 (Fig. 4.19c) la fonction de courant extremum s'élève de $|\Psi_{ext}| = 0.611$ à $|\Psi_{ext}| = 1.822$, respectivement. Pour $Ra = 2 \times 10^4$ et 5×10^4 on constate que la forme générale du champs de l'écoulement et de température reste inchangée avec des cellules convectives de taille uniforme, tandis que pour le cas $Ra = 5 \times 10^4$ le nombre de cellules dans la cavité s'est

réduit et la taille des cellules n'est plus homogène. Il est à noter que les écoulements représentés sur la figure 4.19 sont stationnaires. Pour $Ra = 10^5$ les résultats indiquent que l'écoulement devient oscillant dans le temps, comme illustré sur la figure 4.20.

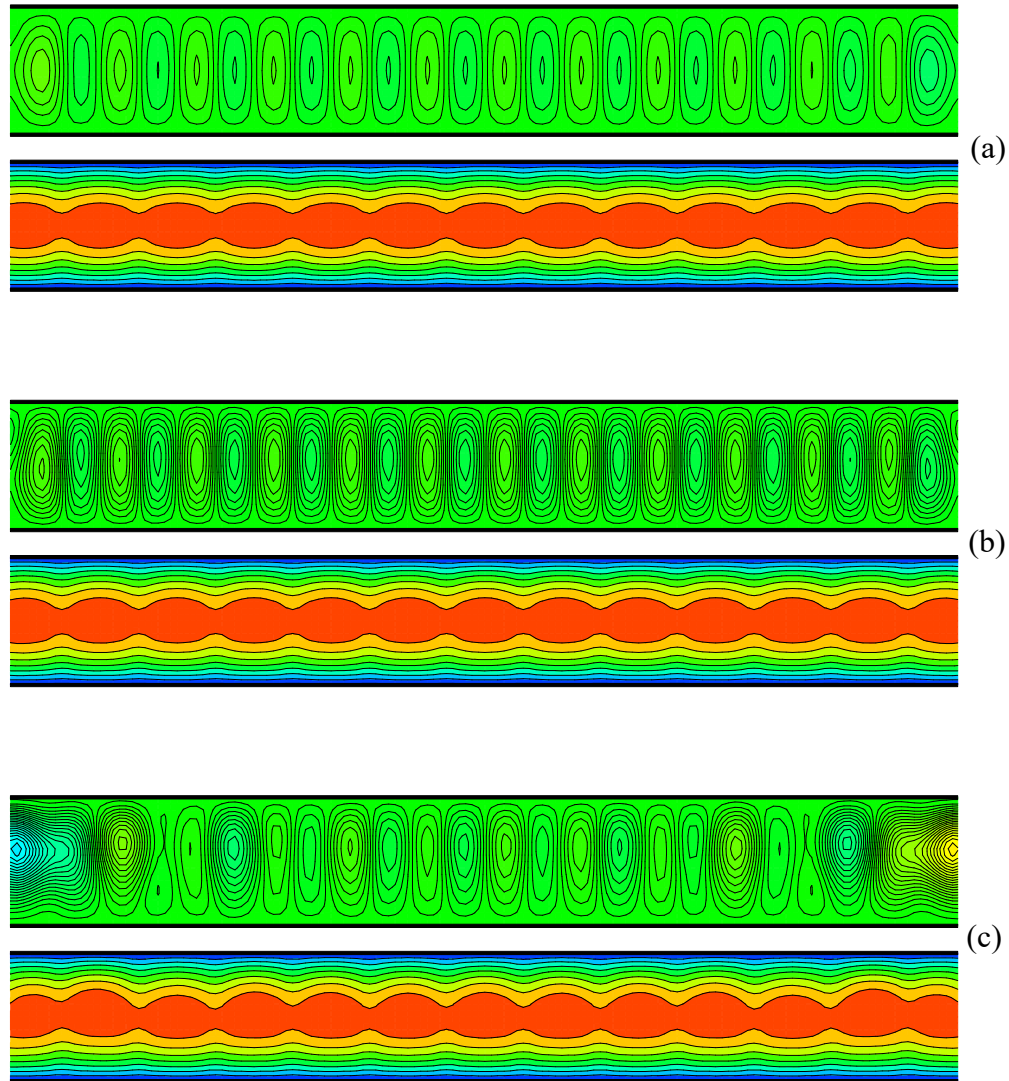


Figure 4.19 Lignes de courant et isothermes pour $G = 0$, $L_{act} = 0.4$, $b = 0.2$:

- a) $Ra = 10^3$, $\Psi_{\min} = -0.029$, $\Psi_{\max} = 0.029$, $T_{\max} = 0.1122$,
- b) $Ra = 2 \times 10^4$, $\Psi_{\min} = -0.611$, $\Psi_{\max} = 0.611$, $T_{\max} = 0.1119$,
- c) $Ra = 5 \times 10^4$, $\Psi_{\min} = -1.822$, $\Psi_{\max} = 1.822$, $T_{\max} = 0.1094$.

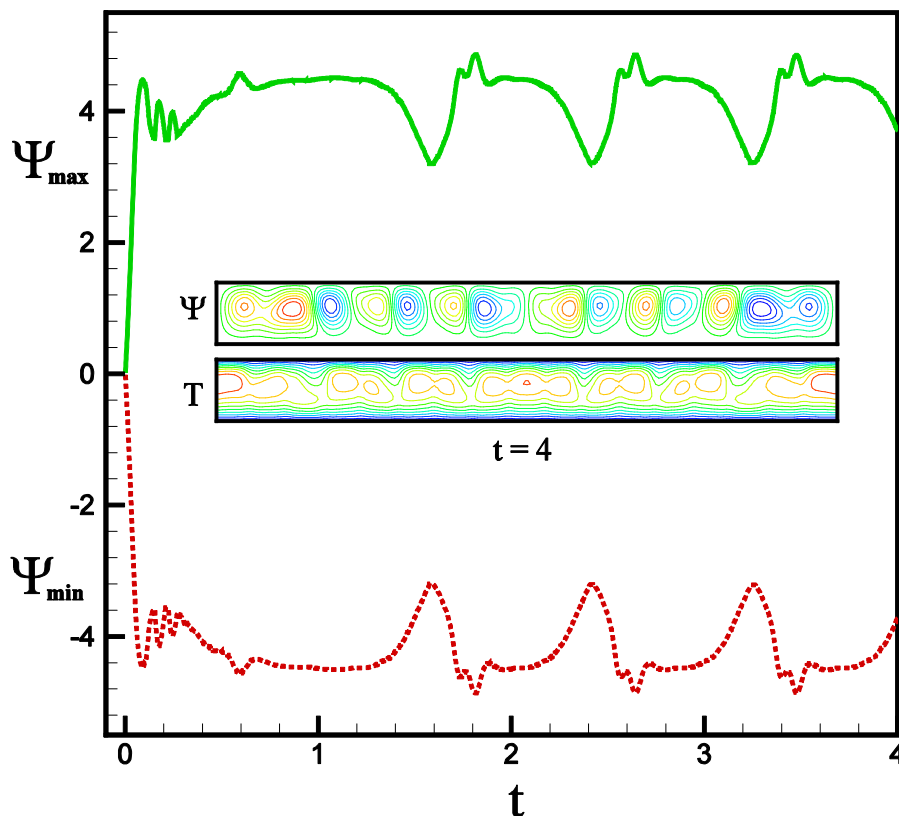


Figure 4.20 Évolution temporelle de la fonction de courant maximal et minimal pour $G = 0$, $L_{act} = 0.4$, $b = 0.2$ et $Ra = 10^5$

La figure 4.21 présente la variation de la fonction de courant maximale et minimale moyennée dans le temps avec le gain proportionnel de contrôle G , pour $L_{act} = 0.4$, $\delta_s = L_{act} / 2$, $y_s = 0.75$, $b = 0.2$ et $Ra = 2 \times 10^4$. Lorsque le gain de contrôle augmente de 0 à 100 la fonction de courant maximale et minimale diminuent de moitié environ. Au-dessus de $G = 100$ l'augmentation du gain de contrôle n'influence plus l'intensité de l'écoulement, dans ce cas il n'est pas possible de stabiliser la convection et d'obtenir un régime de conduction pure dans la couche de fluide.

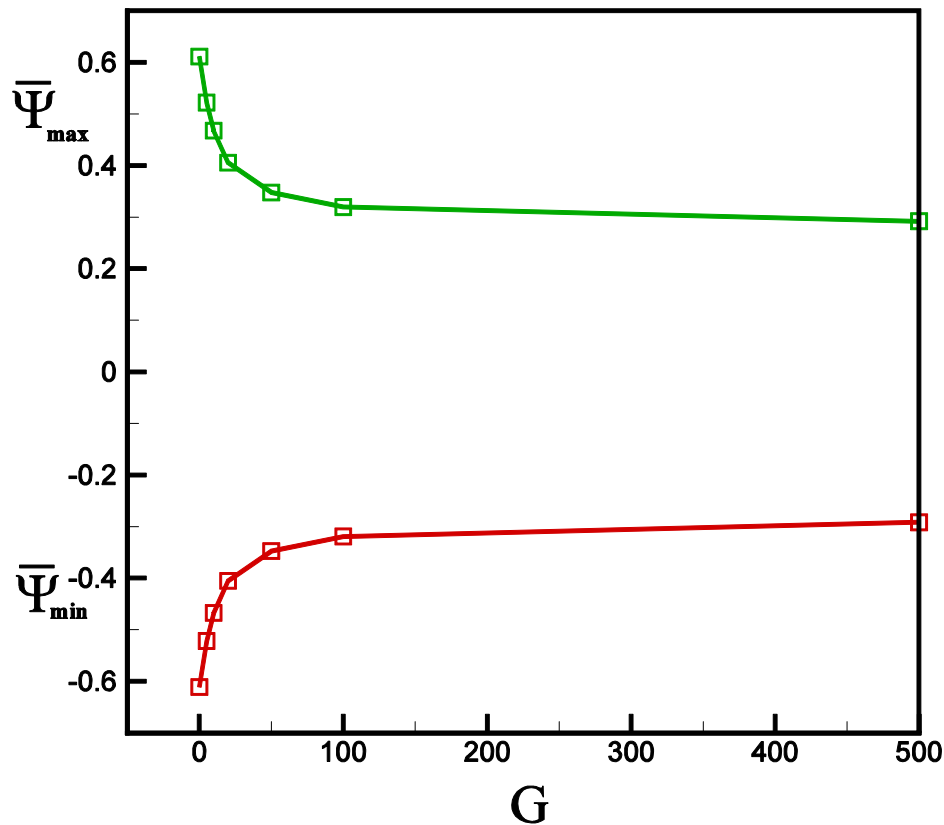


Figure 4.21 Variation de la fonction de courant maximale (minimale) $\bar{\Psi}_{max}$ ($\bar{\Psi}_{min}$) moyennée dans le temps avec le gain proportionnel de contrôle G , pour

$$L_{act} = 0.4, \delta_s = L_{act} / 2, y_s = 0.75, b = 0.2 \text{ et } Ra = 2 \times 10^4.$$

4.5.2.4 Effet de la longueur des actionneurs sur l'efficacité du contrôle

Les figures 4.22 et 4.23 montrent l'effet du gain de contrôle G sur le profil de température par rapport à l'axe horizontal x , pour $Ra = 5 \times 10^4$ et deux valeurs différentes de la longueur des actionneurs L_{act} . La température T est mesurée à $y_s = 0.75$, c'est-à-dire à la position des capteurs de température. Pour cette situation, la température de conduction pure est donnée par $T = 0.09375$, et illustrée sur les figures 4.22 et 4.23 par une ligne pointillée horizontale. Pour un système non contrôlé ($G = 0$) le profil de température est sinusoïdal du fait que le nombre de Rayleigh considéré est compris entre $37323 \leq Ra \leq 60000$, pour lequel l'écoulement est stationnaire dans le temps. Le profil qui en résulte est illustré dans les graphiques par des lignes pointillées. En appliquant un

gain de contrôle $G = 20$ nous constatons que la solution dépend fortement de la longueur des actionneurs. Ainsi, la figure 4.22 indique qu'en utilisant les actionneurs de longueur $L_{act} = 0.752$ ces derniers sont capables de restituer localement la valeur de la température de conduction pure $T = 0.09375$, à la position des sondes de température (représentés par des cercles noirs). Cependant, on remarque qu'entre les sondes, la température s'écarte considérablement de la valeur de conduction pure, de sorte qu'un écoulement d'amplitude finie reste présent dans la cavité. D'autre part, en diminuant la longueur des actionneurs jusqu'à $L_{act} = 0.426$, la figure 4.23 indique que le contrôle actif est maintenant capable de stabiliser le système, de sorte que l'état de repos soit rétabli.

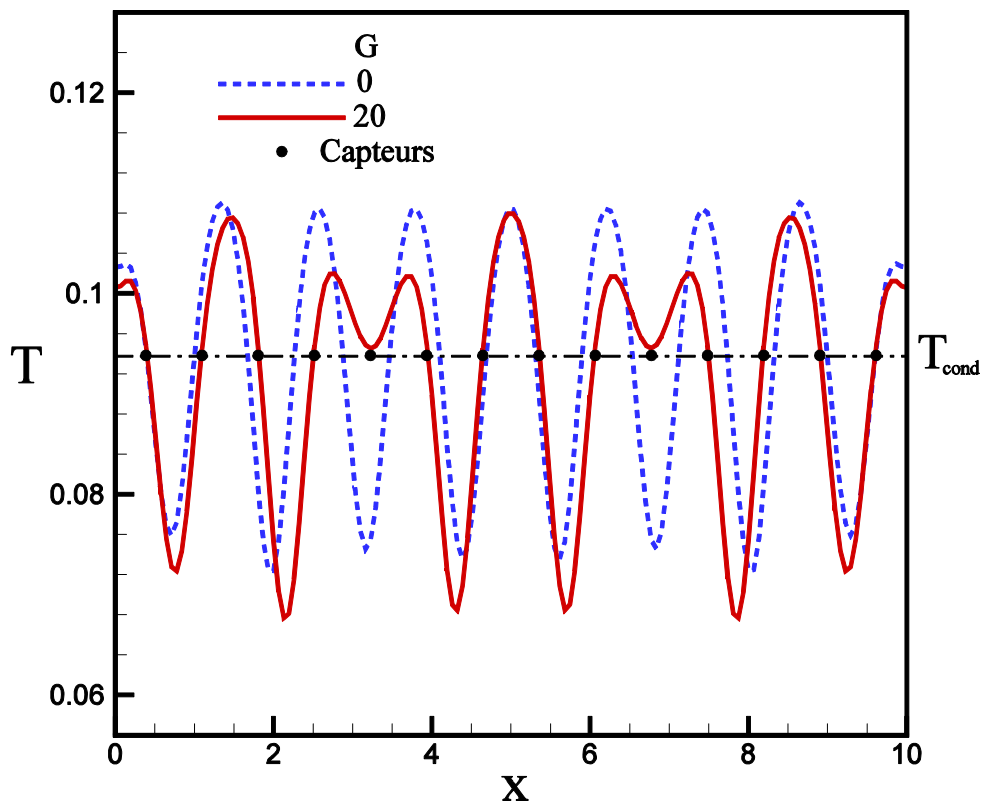


Figure 4.22 Variation de la température T le long de l'axe x pour $Ra = 5 \times 10^4$,
 $L_{act} = 0.752$, $G = 0$ et 20 .

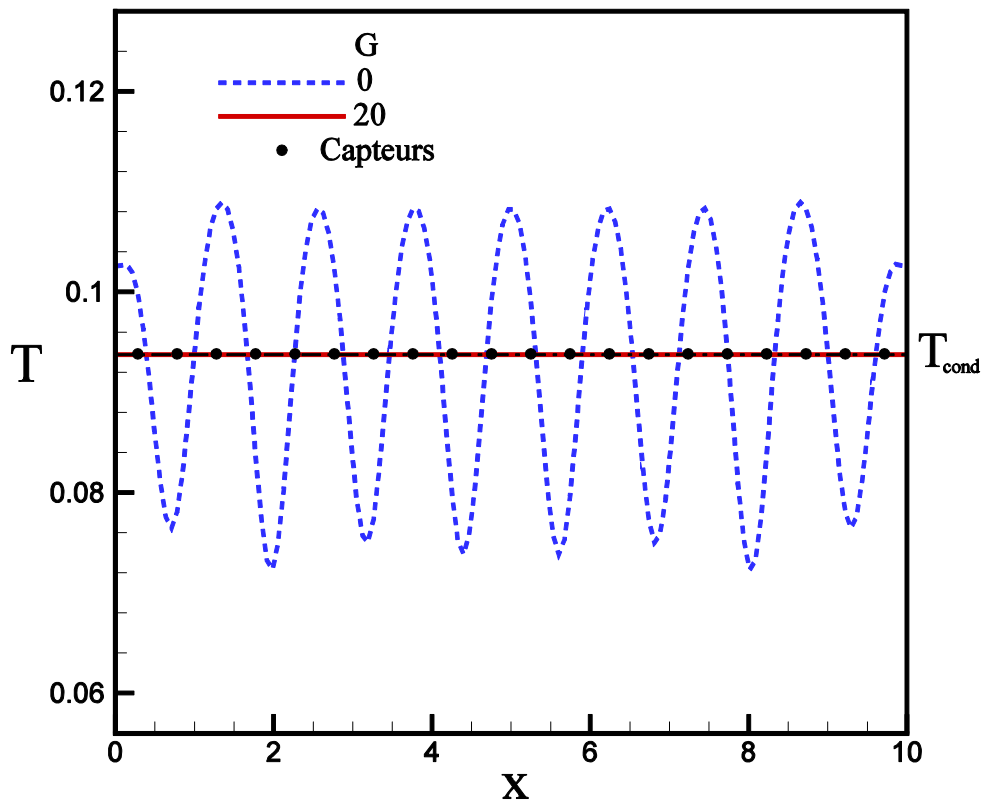


Figure 4.23 Variation de la température T le long de l'axe x pour $Ra = 5 \times 10^4$,
 $L_{act} = 0.426$, $G = 0$ et 20 .

Le champs d'écoulement et de température illustré sur la figure 4.24(a) pour le cas utilisant un contrôle avec une longueur d'actionneur $L_{act} = 0.752$ est mis en contraste avec celui du cas utilisant une longueur d'actionneur $L_{act} = 0.426$ montré sur la figure 4.24(b). Les deux cas sont soumis à des conditions similaires mais le contrôle a réussi à supprimer les mouvements de convection pour la longueur d'actionneur $L_{act} = 0.426$ contrairement au cas de $L_{act} = 0.752$.

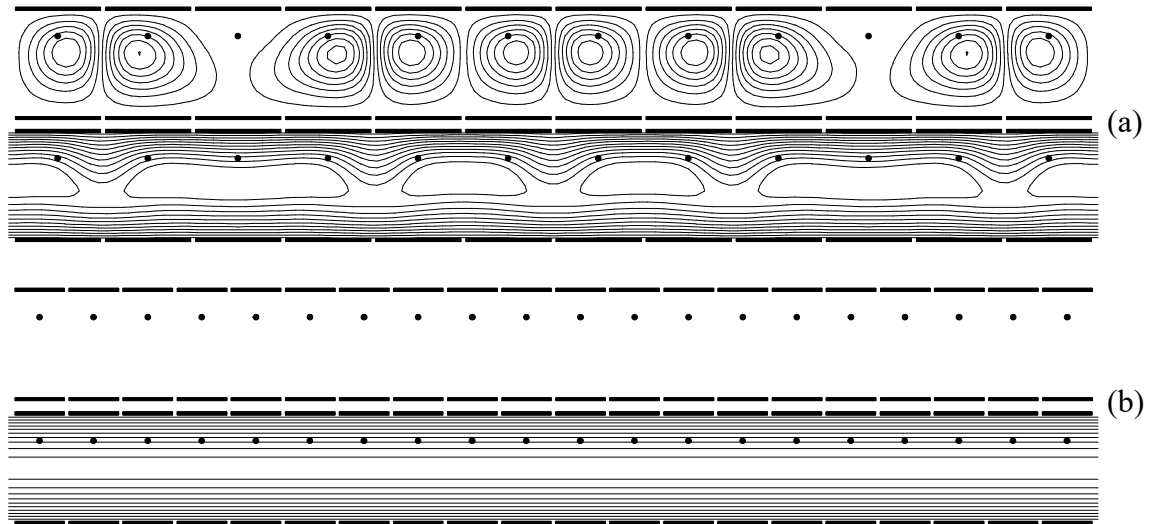


Figure 4.24 Lignes de courant et isothermes pour $Ra = 50000$ et $G = 20$:

a) contrôle actif avec $L_{act} = 0.752$, b) contrôle actif avec $L_{act} = 0.426$.

Ces résultats montrent clairement qu'il existe une longueur donnée L_{act}^{cond} au-dessus de laquelle il n'est pas possible de maintenir un état de repos. Ce point est illustré sur la figure 4.25, qui montre l'effet de la longueur des actionneurs L_{act} sur la fonction de courant maximale (minimale) $\bar{\Psi}_{max}$ ($\bar{\Psi}_{min}$) moyennée dans le temps pour $Ra = 6 \times 10^4$ et $G = 100$. En augmentant progressivement la longueur des actionneurs de $L_{act} = 0.265$ à $L_{act} = 0.552$ on constate que l'état de repos peut être maintenu jusqu'à la valeur critique $L_{act}^{cond} = 0.370$, au-dessus duquel se produit un écoulement convectif dans le système. Ceci est dû au fait qu'avec les valeurs des paramètres considérés ici, le nombre de sondes de température au-dessus du centre des actionneurs n'est pas suffisant pour stabiliser efficacement l'écoulement. Pour $0.370 \leq L_{act} \leq 0.552$, l'intensité du mouvement de convection dans le système augmente considérablement ($0 \leq \Psi_{max} \leq 2.58$).

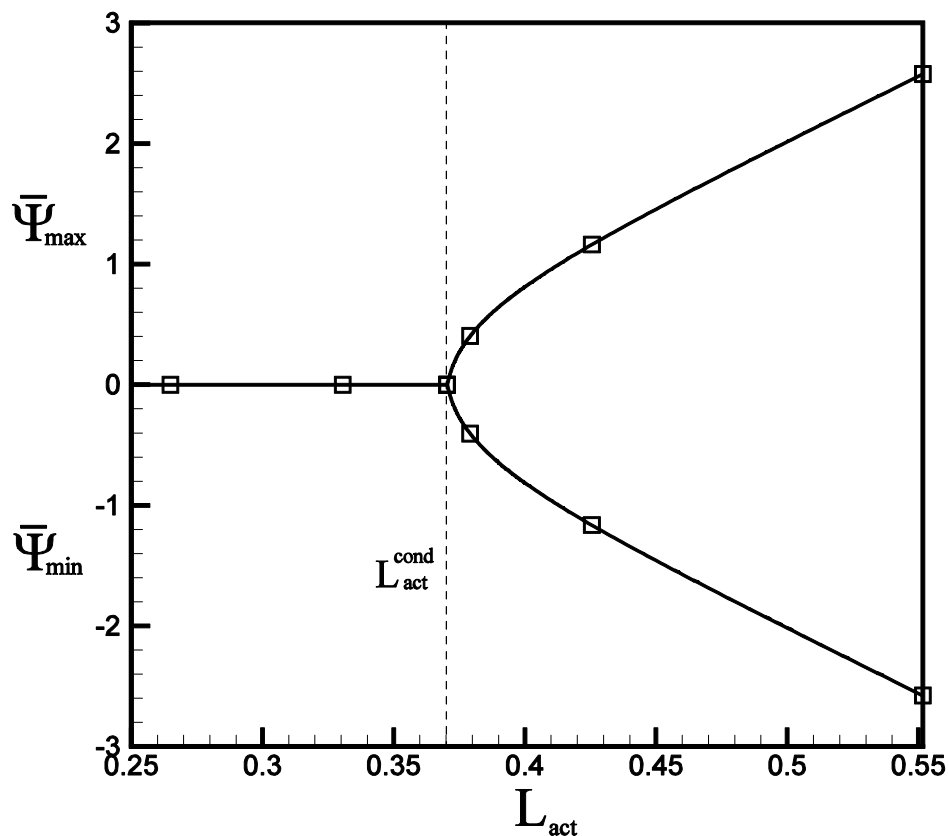


Figure 4.25 Effet de la longueur des actionneurs L_{act} sur la fonction de courant maximale (minimale) $\bar{\Psi}_{max}$ ($\bar{\Psi}_{min}$) moyennée dans le temps pour $Ra = 6 \times 10^4$, $A = 20$ et $G = 100$.

Naturellement, comme illustré sur la figure 4.26, la longueur minimale des actionneurs L_{act}^{cond} , nécessaire pour maintenir le régime de conduction pure dans la couche de fluide, dépend fortement du nombre de Rayleigh. Ainsi, pour $Ra = 4 \times 10^4$ (puisque nous sommes légèrement au-dessus du nombre de Rayleigh critique pour le début du mouvement, Ra_c), l'intensité de l'écoulement convectif résultant est relativement faible, de sorte que seuls quelques actionneurs discrets sont nécessaires pour stabiliser le système et $L_{act}^{cond} \approx 1.327$. Lorsque le nombre de Rayleigh augmente de plus en plus de sondes de température (et d'actionneurs) sont nécessaires. En conséquence, la taille minimale des actionneurs diminue de façon monotone jusqu'à $L_{act}^{cond} \approx 0.152$ pour $Ra = 5 \times 10^5$. Il a été trouvé que toutes les données numériques (représentés par des carrés) rapportées dans la figure 4.26 étaient raisonnablement appariées par la corrélation suivante :

$$L_{act}^{cond} = 3.473(Ra - 39920)^{-0.201} - 0.103 \quad (18)$$

Il est à noter que tous les résultats présentés sur la figure 4.26 ont été obtenus pour une cavité avec un rapport de forme $A = 20$, afin de simuler avec une plus grande précision le cas d'une couche de fluide infinie.

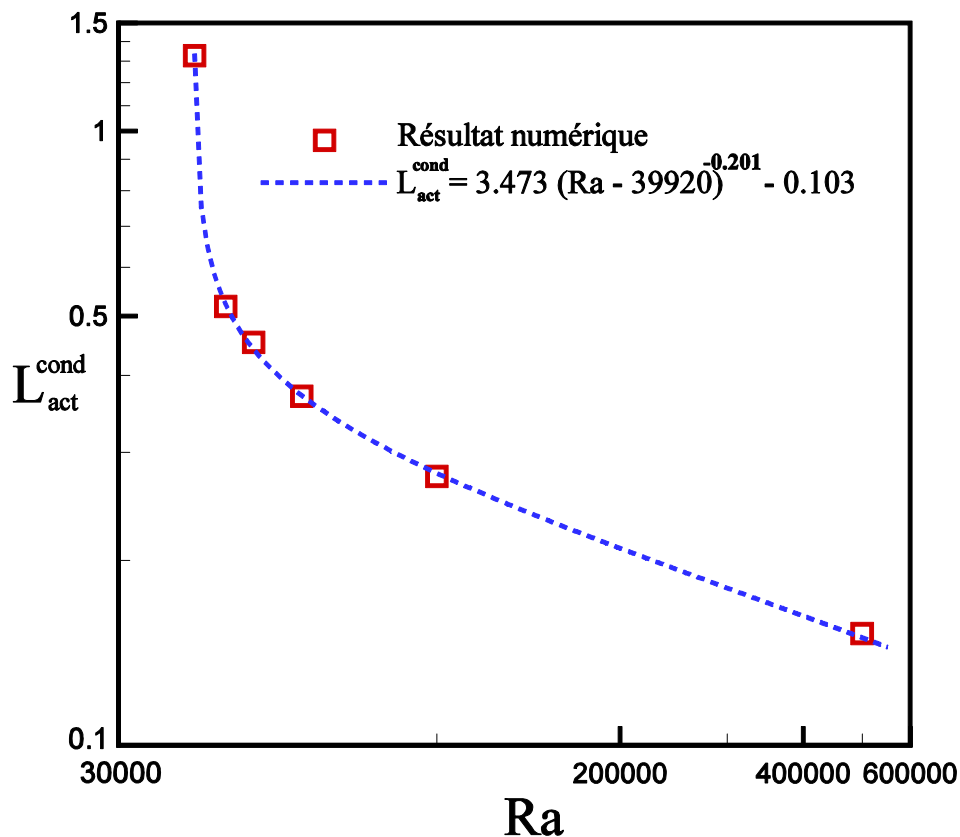


Figure 4.26 Longueur optimale des actionneurs L_{act}^{cond} en fonction du nombre de Rayleigh Ra .

4.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons exposé les résultats numériques du contrôle actif de la convection naturelle avec source de chaleur volumique due à un chauffage par effet Joule. Nos simulations numériques ont été réalisées pour une large variation des paramètres de contrôle.

Les résultats montrent que l'efficacité du contrôle actif proportionnel dépend beaucoup des paramètres de contrôle tels la position des capteurs de température, la longueur des actionneurs, l'espacement entre les actionneurs et le gain du contrôle.

Enfin, La position optimale des capteurs de température a été déterminée et une corrélation en fonction du nombre de Rayleigh a été proposée pour prédire la longueur critique des actionneurs au-delà de laquelle l'état de non-mouvement ne peut pas être maintenu.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Dans ce travail, le contrôle actif de la convection naturelle avec chauffage volumique en milieux fluides a été étudié numériquement. La géométrie considérée est une cavité horizontale soumise à des températures constantes sur les parois horizontales. Le problème se caractérise par un état de conduction pur pour lequel la moitié supérieure de la couche de fluide est instable, tandis que la partie inférieure est stable. Le phénomène de la convection est régi par les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Les paramètres de contrôle du problème sont le nombre de Rayleigh, le nombre de Prandtl, la position des capteurs de température, la longueur des actionneurs, l'espacement entre les actionneurs et le gain du contrôleur proportionnel. Les équations gouvernantes sont résolues numériquement en utilisant la méthode des différences finies. Les principales conclusions de la présente étude peuvent être résumées comme suit :

1° Selon la théorie de la stabilité linéaire, le début du mouvement dans une couche infinie se produit à un nombre de Rayleigh critique $Ra_c = 37325$. Ce critère a été confirmé numériquement par la présente étude, en considérant le cas d'une couche peu profonde avec un facteur de forme de dix. En augmentant le nombre de Rayleigh au-dessus du nombre de Rayleigh critique, l'écoulement reste stable jusqu'à environ un Rayleigh de 65000, au-dessus duquel se produit une bifurcation de Hopf. À mesure que le nombre de Rayleigh augmente, l'écoulement commence à osciller de manière périodique, puis de plus en plus de façon chaotique.

2° Il a été démontré que la position horizontale optimale des capteurs de température est au centre des actionneurs, à savoir $\delta_s = 0.5$. En revanche, la position verticale optimale de ces capteurs se situe approximativement au milieu de la couche supérieure instable, c'est-à-dire à $y_s \approx 0.75$.

3° L'augmentation de l'espacement entre les actionneurs b engendre le déclenchement de la convection dans la cavité immédiatement même avec de très faibles nombres de Rayleigh. Dans ce cas il n'est plus possible de stabiliser le système et d'obtenir un régime de conduction pure dans la couche fluide.

4° Dans la gamme des paramètres de contrôle considérés dans cette étude, la longueur maximale des actionneurs, nécessaire au maintien de l'état d'équilibre dans la couche, a été évaluée numériquement. La longueur maximale des actionneurs a été corrélée en fonction du nombre de Rayleigh, sous forme polynomiale. Lorsque le nombre de Rayleigh augmente, la longueur maximale des actionneurs diminue considérablement.

Perspectives

Dans une thématique aussi riche que celle-ci, de nombreuses perspectives restent bien ouvertes.

Du point de vue numérique, ce travail est limité par l'hypothèse d'écoulements bidimensionnels, l'étude du problème en configuration 3D pourrait prolonger ce travail de thèse.

L'étude de l'influence du nombre de Prandtl et du rapport de forme de la cavité sur les structures d'écoulement et le contrôle actif sont deux points d'intérêt pour un travail futur.

L'effort doit être porté sur la recherche de nouvelles stratégies et méthodes de contrôle et étudier l'influence des conditions frontières, le cas d'une cavité présentant des parois avec des conditions aux limites convectives est un exemple.

En dernier lieu, la possibilité d'envisager une réalisation expérimentale serait intéressante pour valider les résultats numériques obtenus.

RÉFÉRENCES

A

Abidin N.H.Z., Mokhtar N.F.M., Arbin N., Said J.M., Arifin N.M., Marangoni convection in a micropolar fluid with feedback control, *IEE Symposium on business and industrial applications*, 1-5, **2012**.

Alloui Z., Étude numérique du contrôle actif d'un écoulement thermoconvectif dans une cavité soumise à un chauffage volumique, Rapport de DEA, École Polytechnique de l'Université de Nantes, **2001**.

Alloui Z., Alloui Y., Vasseur P., Control of Rayleigh-Bénard convection in a fluid layer with internal heat generation, *Microgravity Science and Technology*, 30, 885-897, **2018**.

B

Bachok N., Arifin N.Md., Ali F.Md., Effects of control on the onset of Marangoni-Bénard convection with uniform internal heat generation, *Matematika*, 24, 23-29, **2008**.

Bau H.H., Control of Marangoni-Bénard convection, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 42, 1327-1341, **1999**.

Bénard H., Les tourbillons cellulaires dans une nappe liquide, *Rev. Gén. Sci. Pures Appl*, 11, 1261-1271, **1900**.

Boussinesq J., Théorie de l'écoulement tourbillonnant et tumultueux des liquides dans les lits rectilignes à grande section, Gauthier-Villars et Fils, **1897**.

D

Dong S., Hee K., Suh K.Y., Natural Convection Heat Transfer in a Rectangular Pool with Volumetric Heat Sources, *GENES4/ANP2003.Sep. Kyoto, JAPAN*, 15-19, **2003**.

Doyle J., Francis B., Tannenbaum A., *Feedback Control Theory*, Macmillan Publishing Co, **1990**.

E

Emara A.A., Kulacki F.A., A numerical investigation of thermal convection in a heat generating fluid layer. *J. Heat Transf.* 102, 531–537, **1980**.

G

Gad-el-Hak M., Flow Control: The Future, *Journal of Aircraft*, 38(3), 402–418, **2001**

Getling A. V., Rayleigh-Bénard convection. *Scholarpedia*, 7, 7702, **2012**.

Goluskin D., Spiegel E.A., Convection Driven by internal heating, *Physics Letters A*, 377, 83-92, **2012**.

Goluskin D., Internally Heated Convection and Rayleigh-Bénard Convection, *Springer*, **2016**.

Goluskin D., Poel E.P., Penetrative internally heated convection in two and three dimensions, 791, R6, **2016**.

H

Horvat I., Kljenaket S. M., Two-dimensional large-eddy simulation of turbulent natural convection due to internal heat generation. *Journal of Heat and Mass Transfer*, 44 3985-3995, **2001**.

Howle L.E., Active control of Rayleigh-Bénard convection, *Phys. Fluids*, 9, 1861-1863, **1997a**.

Howle L.E., Control of Rayleigh-Bénard convection in a small aspect ratio container, *Int. J. Heat Mass Trans.*, 40, 817-822, **1997b**.

Howle L.E., Linear stability analysis of controlled Rayleigh-Bénard convection using shadowgraphic measurement, *Phys. Fluids*, 9, 3111-3113, **1997c**.

J

Jahn M., Reineke H.H., Free convection heat transfer with internal heat sources, calculations and measurements. *In: Proceedings of 5th International Heat Transfer Conference*, 74–78, **1974**.

Jaupart C., Brandeis G., Allègre C.J., Stagnant layers at the bottom of convecting magma chambers. *Nature*, 308, 535–538, **1984**.

Jaupart C., Brandeis G., The stagnant bottom layer of convecting magma chambers, *Earth Planet. Sci. Lett*, 80, 183–199, **1986**.

Joslin R. D., Miller D. N., Fundamentals and applications of modern flow control, American Institute of Aeronautics and Astronautics, **2009**.

K

Khalid I.K., Mokhtar N.F.M., Arifin N.M., Rayleigh-Bénard convection in microplar fluid with feedback control effect, *World Applied Sciences Journal*, 21, 112-118, **2013**.

Khalid I.K., Mokhtar N.F.M., Hashim I., Ibrahim Z.B., Gani S.S.A., Effect of internal heat source on the onset of double-diffusive convection in a rotating nanofluid layer with feedback control strategy, *Advances in Mathematical Physics*, 2789024, **2017**.

Kulacki F.A., Goldstein R. J., Thermal convection in a horizontal fluid layer with uniform volumetric energy sources, *J. Fluid Mech*, 55, 271-287, **1972**.

Kulacki F.A., Nagle M.E., Natural convection in horizontal fluid layer with volumetric energy sources, *Journal of Heat Transfer*, 97, 204-211, **1975**.

L

Lee S.D., Lee J.K., Suh K.Y., Boundary condition dependent natural convection in a rectangular pool with internal heat sources, *J. Heat Transf*, 129(5), 679–682, **2007**.

M

Mamou M., Robillard L., Vasseur P., Thermoconvective instability in a horizontal porous cavity saturated with cold water, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 42, 4487-4500, **1999**.

Marimbordes T., Ould-El-Moctar A., Peerhossaini H., Active control of natural convection in a fluid layer with volume heat dissipation, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 45, 667-678, **2002**.

Mokhtar N.F.M., Khalid I.K., Arifin N.M., Effect of internal heat generation on Bénard-Marangoni convection in micropolar fluid with feedback control, *Icast Contemporary Mathematics, Mathematical Physics and their Applications*, 435, doi:10.88/1742-6596/435/1/012029, **2012**.

Mokhtar N.F.M., Khalid I.K., Stabilization of convective instability in micropolar fluid model by feedback control strategy subjected to internal heat source, *International Journal of Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, 10, 27-33, **2016**.

Mokhtar N.F.M., Khalid I.K., Siri Z., Ibrahim Z.B., Gani S.S.A., Control strategy on the double-diffusive convection in a nanofluid layer with internal heat generation, *Physics of Fluids*, 29, 107105, **2017a**.

Mokhtar N.F.M., Khalid I.K., Gani S.S.A., Natural convection in a nanofluid layer with feedback control strategy, *International Journal of Management and Applied Science*, 5, 30-35, **2017b**.

O

Or A.C., Kelly R.E., Feedback control of weakly nonlinear Rayleigh-Bénard-Marangoni convection, *J. Fluid Mech*, 440, 27-47, **2001**.

Or A.C., Cortelezzi L., Speyer J.L., Robust feedback control of Rayleigh-Bénard convection, *J. Fluid Mech*, 437, 175-202, **2001**.

Or A.C., Speyer J.L., Gain-scheduled controller for the suppression of convection at high Rayleigh number, *Physical Review E*, 71, 046302, **2005**.

Or A.C., Speyer J.L., Robust control for convection suppression in a fluid layer: The effects of boundary properties, actuator lag, and major parameter uncertainties, *Physical Review E*, 73, 046307, **2006**.

P

Peaceman D.W., Rachford H.H., The numerical solution of parabolic and elliptic differential equations, *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, 3, 28-41, **1955**.

Pearson J.R.A., On convective cells induced by surface tension, *J. Fluid Mech*, 4, 489-500, **1958**.

Peckover R.S., I.H. Hutchinson, Convective rolls driven by internal heat sources, *Phys. Fluids*, 17(7), 1369–1371, **1974**.

Perekattu G.K., Balaji C., On the onset of natural convection in differentially heated shallow fluid layers with internal heat generation, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 52, 4254-4263, **2009**.

Pigeonneau F., Cornet A., Lopépe F., Thermoconvective instabilities of a non-uniform Joule-heated liquid enclosed in a rectangular cavity, *Journal of Fluid Mechanics*, 843, 601-636, **2018**.

Prandtl L., Uber Flussigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung, *Proceedings of the Third International Math. Congress*, 484–491, **1904**.

R

Ranaa Z., Aqeela M., Ayuba J., Shaukat M., Control of chaos in thermal convection loop by state space linearization, *Chinese Journal of Physics*, 58, 166-178, **2019**.

- Rayleigh L., On convective currents in a horizontal layer of fluid when the higher temperature is on the underside, *Phil. Mag*, 32, 529-546, **1916**.
- Remillieux M.C., Zhao H., Bau H., Suppression of Rayleigh-Bénard convection with proportional-derivative, *Physics Fluids*, 19, 017102, **2007**.
- Roberts P.H., Convection in horizontal layers with internal heat generation: Theory, *J. Fluid Mech*, 30, 33–49, **1967**.
- Ruan R., Ye X., Chen P., Doona C.J., Chapter 13: Ohmic heating, Thermal technologies in food processing, CRC Press, **2001**.

S

- Samoilova A.E., Nepomnyashchy A., Feedback control of Marangoni convection in a thin film heated from below, *Journal of Fluid Mechanics*, 876, 573-590, **2019**.
- Sastry S., Ohmic Heating and moderate electric field processing, *Food Science and Technology International*, 14(5), 419–422, **2008**.
- Silva V. L. M., Santos L. M. N. B. F., Silva A. M. S., Ohmic Heating: An Emerging Concept in Organic Synthesis, *Chem. Eur. J*, 23, 7853, **2017**.
- Singer J., Bau H.H., Active control convection, *Phys. Fluids*, 12, 2859-2865, **1991**.
- Shim Y.M., Hyun J.M., Transient confined natural convection with internal heat generation, *J. Heat and Fluid Flow*, 18, 328-333, **1997**.
- Shiby K., Varghese, Pandey M. C., Radhakrishna K., A. S. Bawa, Technology, Applications and Modelling of Ohmic Heating: a review, *Journal of Food Science and Technology*, DOI 10.1007/s13197-012-0710-3, **2012**.
- Shiby K., Pandey M.C., Radhakrishna K., Bawa A.S., Technology, Applications and Modelling of Ohmic Heating: A Review, *Journal of Food Science and Technology*, 51, 2304-2317, **2014**.
- Shklyaev S., Khenner M., Alabuzhev A.A., Long-wave Marangoni convection in a thin film heated from below, *Phys. Rev. E* 85, 016328, **2012**.

Straus J.M., Penetrative convection in a layer of fluid heated from within, *Astrophys. J.*, 209, 179–189, **1976**.

T

Tang J., Active control of Rayleigh-Bénard convection, *Ph.D. thesis, University of Pennsylvania*, **1996**.

Tang J., Bau H.H., Feedback control stabilization of the no-motion state of a fluid confined in a horizontal porous layer heated from below, *J. Fluid Mech.*, 257, 485-505, **1993a**.

Tang J., Bau H.H., Stabilization of the no-motion state in Rayleigh Bénard convection through the use of feedback control, *Phys. Rev. Lett.*, 70, 1795-1798, **1993b**.

Tang J., Bau H.H., Stabilization of the no-motion state in of a horizontal fluid layer heated from below with Joule heating, *J. Heat Transfer*, 117, 329-333, **1995**.

Tang J., Bau H.H., Experiments on the stabilization of the no-motion state of a fluid layer heated from below and cooled from above, *J. Fluid Mech.*, 363, 153-171, **1998a**.

Tang J., Bau H.H., Numerical investigation of the stabilization of the no-motion state of a fluid layer heated from below and cooled from above, *Physics of fluids*, 10, 1597-11610, **1998b**.

Tritton D. J., Zarraga M.N., Convection in horizontal layers with internal heat generation: Experiments, *J. Fluid Mech.*, 30, 21–32, **1967**.

Tveitereid M., Palm E., Convection due to internal heat sources, *J. Fluid Mech.*, 76, 481–499, **1976**.

Tveitereid M., Thermal convection in a horizontal fluid layer with internal heat sources, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 21, 335–339, **1978**.

V

Van Dyke M.. An Album of Fluid Motion [12th ed.] Parabolic Press, **2008**.

W

Weinan E., Liu J.G., Vorticity boundary condition and related issues for finite difference schemes, *J. Comput. Phys*, 124, 368–382, **1996**.

Wörner M., Schmidt M., Grötzbach G., Direct numerical simulation of turbulence in an internally heated convective fluid layer and implications for statistical modeling, *Journal of Hydraulic Research*, 35(6), 773–797, **1997**.

Y

Young, D., Iterative Solution of Large Linear Systems, *Academic Press*, **1971**.

Yuji T., Yasushi T., Effects of heat source distribution on natural convection induced by internal heating, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 48, 1164-1174, **2005**.