

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Mostefa Benboulaïd -Batna -2-



Faculté de Technologie
Département d'Électronique



THÈSE

Présentée pour l'obtention du diplôme de
DOCTORAT EN SCIENCES
Spécialité : Électronique
Option: *Micro-ondes pour Télécommunications*

Par

SOUMALI CHAABANE

Thème

Modélisation des effets non-linéaires
dans les structures piézoélectriques

Soutenue le 30 Janvier 2018

Devant le jury :

Dr. DIBI Zohir	Prof.	Université Batna 2	Président
Dr. BENATIA Djamel	Prof.	Université Batna 2	Rapporteur
Dr. FORTAKI Tarek	Prof.	Université Batna 2	Examineur
Dr. BENSLAMA Malek	Prof.	Université Constantine 1	Examineur
Dr. KHEDROUCHE Djamel	M.C.A.	Université de M'Sila	Examineur
Dr. BELATAR Mounir	M.C.A.	Université de Skikda	Examineur

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Dédicaces

Je dédie ce travail à : tous qu'ils me sont chers, mes parents, mes frères, mes sœurs, ma femme ,mes enfants et tous mes amis.

Remerciement

Je tiens premièrement à remercier notre seigneur ``Allah`` qui nous a adopté de la merveilleuse faculté de raisonnement.

Je remercie aussi profondément mon encadreur Pr BENATIA Djamel durant ce travail de doctorat pour ses aides, ses encouragements et ses précieux conseils.

Je remercie tous les membres de jury, le président Pr DIBI Zohir, Pr FORTAKI Tarek, Pr BENSLAMA Malek, Dr KHEDROUCHE Djamel et Dr. BELATTAR Mounir d'avoir accepté l'évaluation de notre thèse.

Résumé

Les travaux présentés dans cette thèse portent sur l'étude de l'impact des non linéarités du substrat piézoélectrique sur la propagation des ondes acoustiques de surface générées par un transducteur interdigital déposé sur ce dernier.

La première partie de l'étude se concentre sur la modélisation de la propagation des ondes acoustiques de surface sur un substrat piézoélectrique en tenant compte que des coefficients du second ordre du matériau, c'est-à-dire l'étude du cas linéaire.

Mais souvent et dans plusieurs applications, ces substrat piézoélectriques sont soumis à des champs mécaniques ou électriques de polarisation forts, ce qui nous mène à la deuxième partie de cette étude à étudier l'influence des constantes non linéaires du substrat piézoélectrique sur la propagation des ondes acoustiques de surface.

Mots-clés : Ondes acoustiques de surface, substrat piézoélectrique, constantes non linéaires du matériau, coefficients d'atténuation.

Abstract

The works presented in this thesis deal with the study of the impact of nonlinearities of the piezoelectric substrate on the propagation of surface acoustic waves generated by an interdigital transducer deposited on the latter.

The first part of the study focuses on the modeling of the propagation of surface acoustic waves on a piezoelectric substrate, taking into account only the second order coefficients of the material, i.e. the study of the linear case.

But often and in several applications, these piezoelectric substrates are subjected to strong mechanical or electrical fields of polarization, which leads us in the second part of this study to study the influence of the nonlinear constants of the piezoelectric substrate on the propagation of the surface acoustic waves.

Keywords: Surface acoustic waves; Piezoelectric substrate, nonlinear material constants, decay coefficients.

ملخص

العمل المقدم في هذه الأطروحة يتعلق بدراسة تأثير لا خطية الركيزة كهروضغطية على انتشار الموجات الصوتية السطحية المولدة بواسطة محول بين الأصابع موضوع على هذه الأخيرة.

يركز الجزء الأول من هذه الدراسة على نمذجة انتشار الموجات الصوتية السطحية على ركيزة كهروضغطية مع الأخذ بعين الاعتبار إلا الثوابت من الدرجة الثانية للمادة يعني دراسة الحالة الخطية.

لكن في كثير من الأحيان وفي العديد من التطبيقات تخضع هذه الركائز كهروضغطية إلى حقول استقطاب ميكانيكية او كهربائية عالية الشدة الشيء الذي يقودنا في الجزء الثاني من هذه الدراسة الى دراسة تأثير الثوابت اللاخطية للركيزة كهروضغطية على انتشار الموجات الصوتية السطحية.

كلمات مفتاحيه : الموجات الصوتية السطحية ، ركيزة كهروضغطية، الثوابت اللاخطية للمادة ، معاملات التخماد.

Liste des figures

Figure I.1 : Piézoélectricité du quartz naturel à l'équilibre.....	05
Figure I.2 : Piézoélectricité du Quartz avec une force appliquée.....	05
Figure I.3 : Propagation d'une onde longitudinale.....	08
Figure I.4 : Propagation d'une onde transversale.....	09
Figure I.5 : Propagation de l'onde de Rayleigh.....	10
Figure I.6 : Structure d'un transducteur interdigital.....	11
Figure I.7 : Structure de base d'un dispositif à ondes acoustiques de surface.....	11
Figure I.8 : Structure des dispositifs à deux IDT (filtre transversal).....	12
Figure I.9 : Résonateur à ondes acoustiques de surface.....	13
Figure II.1 : Système de coordonnées.....	14
Figure II.2 : Représentation des forces sur un cube unitaire.....	15
Figure II.3 : Représentation d'un transducteur interdigital (IDT).....	16
Figure II.4.a : Variation de la partie réelle du coefficient d'atténuation du mode Quasi- électrostatique.....	26
Figure II.4.b : Variation de la partie réelle du coefficient d'atténuation du mode Quasi-longitudinal.....	27
Figure II.4.c : Variation de la partie réelle du coefficient d'atténuation du mode Quasi-transversal.....	27
Figure II.4.d : Variation de la partie imaginaire du coefficient d'atténuation du mode Quasi-électrostatique.....	28
Figure II.4.e : Variation de la partie imaginaire du coefficient d'atténuation du mode Quasi-longitudinal.....	28
Figure II.4.f : Variation de la partie imaginaire du coefficient d'atténuation du mode Quasi-transversal.....	29
Figure II.5.a : Variation de la partie réelle de la composante du vecteur déplacement du mode Quasi-transversal.....	29
Figure II.5.b : Variation de la partie réelle de la composante du vecteur déplacement du mode Quasi-longitudinal.....	30
Figure II.5.c : Variation de la partie réelle de la composante du vecteur déplacement du mode Quasi-électrostatique.....	30

Figure II.5.d : Variation de la partie imaginaire de la composante du vecteur déplacement du mode Quasi-transversal.....	31
Figure II.5.e : Variation de la partie imaginaire de la composante du vecteur déplacement du mode Quasi-longitudinal.....	31
Figure II.5.f : Variation de la partie imaginaire de la composante du vecteur déplacement du mode Quasi-électrostatique.....	32
Figure II.6.a : Variation de la partie réelle du coefficient d'atténuation du mode Quasi-électrostatique.....	35
Figure II.6.b : Variation de la partie réelle du coefficient d'atténuation du mode Quasi-longitudinal.....	36
Figure II.6.c : Variation de la partie réelle du coefficient d'atténuation du mode Quasi-transversal lent.....	36
Figure II.6.d : Variation de la partie réelle du coefficient d'atténuation du mode Quasi-transversal rapide.....	37
Figure II.6.e : Variation de la partie imaginaire du coefficient d'atténuation du mode Quasi-électrostatique.....	37
Figure II.6.f : Variation de la partie imaginaire du coefficient d'atténuation du mode Quasi-longitudinal.....	38
Figure II.6.g : Variation de la partie imaginaire du coefficient d'atténuation du mode Quasi-transversal lent.....	38
Figure II.6.h : Variation de la partie imaginaire du coefficient d'atténuation du mode Quasi-transversal rapide.....	39
Figure III.1 : Mouvement d'un continuum.....	41
Figure III.2 : Représentation des différents états du corps électro-élastique.....	50
Figure IV.1 : Structure piézoélectrique de génération et détection des ondes acoustiques de surface.....	57
Figure IV.2 : Variation de la partie réelle du coefficient d'atténuation du mode Quasi-électrostatique.....	65
Figure IV.3 : Variation de la partie imaginaire du coefficient d'atténuation du mode Quasi-électrostatique.....	66
Figure IV.4 : Variation de la partie réelle du coefficient d'atténuation du mode Quasi-longitudinal.....	66
Figure IV.5 : Variation de la partie imaginaire du coefficient d'atténuation du mode Quasi-longitudinal.....	67

Figure IV.6 : Variation de la partie réelle du coefficient d'atténuation du mode Quasi-transversal lent.....	67
Figure IV.7 Variation de la partie imaginaire du coefficient d'atténuation du mode Quasi-transversal lent.....	68
Figure IV.8 : Variation de la partie réelle du coefficient d'atténuation du mode Quasi-transversal rapide.....	68
Figure IV.9 Variation de la partie imaginaire du coefficient d'atténuation du mode Quasi-transversal rapide.....	69
Figure IV.10 : Variation de la partie réelle du coefficient d'atténuation du mode Quasi-longitudinal.....	73
Figure IV.11 : Variation de la partie réelle du coefficient d'atténuation du mode Quasi-transversal lent.....	74
Figure IV.12 : Variation de la partie réelle du coefficient d'atténuation du mode Quasi-transversal rapide.....	74
Figure IV.13 : Variation de la partie imaginaire du coefficient d'atténuation du mode Quasi-longitudinal.....	75
Figure IV.14 : Variation de la partie imaginaire du coefficient d'atténuation du mode Quasi-transversal lent.....	75
Figure IV.15 : Variation de la partie imaginaire du coefficient d'atténuation du mode Quasi-transversal rapide.....	76

Liste des tableaux

Tableau I.1 : Les réseaux de Bravais.....	04
Tableau I.2 : Classes cristallines.....	07
Tableau IV.1 : Paramètres de simulation et vitesses de coupures des différents modes de propagation sous l'action d'une contrainte mécanique.....	64
Tableau IV.2 : Paramètres de simulation et vitesses de coupures des différents modes de propagation sous l'action d'un champ électrique	76

TABLE DES MATIERES

Introduction.....	01
Chapitre I : Généralités et Etat d’art.....	03
I.1 Notions sur la piézoélectricité.....	03
I.1.1 Historique et définitions de la piézoélectricité.....	03
I.1.2 Structure cristalline.....	03
I.1.3 Piézoélectricité naturelle.....	04
I.1.4 Les matériaux piézoélectriques.....	05
I.2 Ondes élastiques dans les solides.....	07
I.2.1 Définitions.....	07
I.2.2 Ondes élastiques.....	08
I.3 Les transducteurs interdigitaux.....	10
I.4 Applications des ondes acoustiques de surface.....	12
I.5 Conclusion.....	13
Chapitre II : Analyse de la propagation des ondes acoustiques de surface dans un milieu non contraint.....	14
II.1 Introduction.....	14
II.2 Notations.....	14
II.3 Hypothèses.....	15
II.4 Formulation du problème.....	16
II.4.1 Représentation d’un transducteur interdigital.....	16
II.4.2 Equations fondamentales.....	16

II.4.3 Equations d'onde.....	17
II.4.4 Résolution des équations d'onde.....	18
II.5 Notions sur les modes acoustiques.....	20
II.6 Calcul des champs acousto-électriques.....	23
II.6.1 Calcul des champs dans le substrat.....	23
II.6.2 Conditions d'interface substrat-vide.....	23
II.6.3 Calcul des proportions entre les différents modes acoustiques.....	23
II.6.4 Calcul des champs dans le demi-espace vide.....	24
II.7 Etude de la propagation des ondes acoustiques sur le Niobate de Lithium.....	24
II.8 Etude de la propagation des ondes acoustiques sur la Langasite.....	31
II.8.1 La Langasite.....	31
II.8.2 Simulation et résultats.....	32
II.8.2.1 Exemple de calcul.....	32
II.9 Conclusion.....	24
Chapitre III : Analyse des non linéarités dans les structures piézoélectriques.....	39
III.1 Introduction.....	39
III.2 Théorie de l'électroélasticité non linéaire.....	39
III.2.1 Déformation et mouvement d'un continuum.....	39
III.2.2 Lois globales de conservation.....	44
III.2.2.1 Polarisation.....	44
III.2.2.2 Lois de conservation.....	44
III.2.2.3 Lois de conservations locales.....	45
III.2.3 Relations constitutives.....	46

III.3 Equations linéaires pour petits champs superposés sur des champs de polarisation	
Finis.....	48
III.3.1 Linéarisation des équations par rapport à un champ de polarisation.....	49
III.3.1.1 Linéarisation des équations différentielles.....	51
III.3.1.2 Polarisation par champs infinitésimales.....	53
III.4 Conclusion.....	68
Chapitre IV : Analyse de la propagation des ondes acoustiques de surface dans un milieu contraint.....	55
IV.1 Introduction.....	55
IV.2 Etude de la propagation d'une onde acoustique de surface sur substrat piézoélectrique sous l'action d'une contrainte mécanique uniforme.....	55
IV.2.1 Analyse.....	56
IV.2.2 Equation d'onde.....	57
IV.2.3 Résolution de l'équation d'onde.....	58
IV.2.4 Calcul des vecteurs déplacements.....	60
IV.2.5 Simulation de la propagation des ondes acoustiques sur le Niobate de Lithium sous contrainte mécanique uniforme.....	61
IV.2.6 Simulation de la propagation des ondes acoustiques sur la Langasite sous l'action d'un champ électrique continu.....	67
IV.4 Conclusion.....	75
Conclusion Générale.....	76
Bibliographie.....	78
Annexe I: Constantes linéaires et non linéaires du Niobate de Lithium	
Annexe II : Constantes linéaires et non linéaires de la Langasite	

INTRODUCTION GENERALE

Avec le développement de la technologie de l'intégration, la taille des composants électroniques diminue de plus en plus. Les MEMS (Micro-Electro-Mechanical-System) sont des composants miniaturisés composés d'éléments mécaniques et électriques couplés entre eux ; les dispositifs à ondes acoustiques de surface est un cas de ces MEMS, c'est des dispositifs à base de substrats piézoélectriques sur lesquels sont déposés des électrodes métalliques, capables de convertir l'énergie électrique en énergie mécanique et inversement. Ces dispositifs remplissent plusieurs fonctions en électronique telles que le filtrage, l'amplification, le retard, la convolution, la corrélation, et d'autres fonctions en traitement de signal. Ils trouvent leurs applications aussi dans la transduction ultrasonore (imagerie médicale et contrôle non destructif) aussi dans le domaine industriel (capteurs et actionneurs).

Lors de la modélisation et la conception de ces dispositifs à ondes acoustiques, on ne tenait compte que des constantes (élastiques, piézoélectriques et diélectriques) du deuxième ordre qui sont responsables du comportement linéaire du matériau (substrat piézoélectrique qui est le milieu de propagation), vu que l'onde (perturbation) qui se propage est infinitésimale. Mais souvent ces dispositifs sont soumis à des sollicitations externes mécaniques ou électriques selon l'application. Exemple des transducteurs utilisés en acoustiques sous-marine, ils sont soumis à l'effet d'une contrainte mécanique pour optimiser leurs performances ; aussi les sondes ultrasonores utilisées dans le domaine biomédical exploitent l'effet d'un champ électrique statique (continu) afin d'améliorer leurs réponses.

Une exploration de la littérature relative aux phénomènes non linéaires dans les dispositifs à ondes acoustiques de surface révèle que beaucoup de travaux expérimentaux et théoriques mesurant le décalage en vitesse et ou en fréquence dû à l'application de champs de polarisation continu de type mécaniques ou électriques [1-6] ou l'application de cet effet est dans les capteurs à ondes acoustiques de surface de pression, de température, de présence de gaz et autres [2,7,8] ; aussi cet effet est source d'instabilité de fréquence dans les oscillateurs à ondes acoustiques de surface [7, 9]. Beaucoup de travaux aussi, ont été faits en décrivant l'onde acoustique à l'interface de deux cristaux sous l'effet de champs de polarisations continus ; mais les travaux sur les phénomènes non linéaires dans les dispositifs à ondes acoustiques de surface sont relativement moins rapportés et trouvent donc des espaces pour des investigations plus poussées. Le but de notre travail est d'étudier l'effet d'un champ de polarisation statique (mécanique ou électrique) sur la propagation d'une petite onde acoustique générée par un

transducteur interdigital sur un substrat piézoélectrique, autrement dit voir l'effet des constantes du matériau du troisième ordre qui sont liées à son comportement non linéaire.

En premier lieu, nous débutons ce manuscrit par une introduction à la piézoélectricité, puis nous donnons quelques notions sur les ondes élastiques en particulier les ondes acoustiques de surface dites ondes de *Rayleigh*, ensuite nous donnons un aperçu sur les transducteurs interdigitaux capables de générer ces ondes acoustiques de surface. Et nous terminons par des exemples d'applications de ces ondes dans le domaine de l'électronique.

Dans le deuxième chapitre, nous traitons la propagation des ondes acoustiques de surface générées par un transducteur interdigital, sans aucune polarisation, c'est-à-dire en tenant compte uniquement des constantes du matériau du deuxième ordre qui sont responsable de son comportement linéaire. En fin de ce chapitre nous donnons une solution de l'équation de propagation des ondes acoustiques générées sur la Langasite (LGS).

Dans le troisième chapitre, nous exposons la théorie de l'électro-élasticité non linéaire qui traite les larges déformations et les champs électriques forts. À partir de cette théorie, le cas particulier, champ statique superposé à une propagation d'une onde infinitésimale est étudié ; puis les équations constitutives obtenues sont linéarisées.

Le dernier chapitre est dédié à l'exploitation des équations constitutives linéarisées pour obtenir l'équation de propagation d'une onde acoustique infinitésimale sur un substrat piézoélectrique polarisé par un champ (mécanique ou électrique) c'est-à-dire étudier l'effet des constantes non linéaires du matériau (substrat piézoélectrique) sur la propagation de cette onde. Et pour bien illustrer cette étude, deux exemples de simulation sont proposés ; le premier est la propagation d'une onde acoustique sur le Niobate de lithium sous contrainte mécanique appliquée, et le deuxième est la propagation d'une onde acoustique sur la Langasite (LGS) sous l'effet d'un champ électrique.

CHAPITRE I : GENERALITES ET ETAT DE L'ART

I.1 NOTIONS SUR LA PIEZOELECTRICITE

I.1.1 HISTORIQUE ET DEFINITION DE LA PIEZOELECTRICITE

L'effet piézoélectrique a été découvert en 1880 par les frères *Curie*. En 1917 *Langevin* sert de cristaux de Quartz pour générer des ondes de pressions, la découverte des sels piézoélectrique, dans les années 40, permettait d'augmenter le couplage électromécanique.

La piézoélectricité est la propriété que possèdent certains matériaux (cristaux, céramiques, polymères ou composites) à pouvoir transformer l'énergie électrique en une énergie mécanique. La charge électrique est proportionnelle à la contrainte mécanique appliquée ; c'est l'effet piézoélectrique direct. L'application d'un champ électrique externe provoque une déformation mécanique du matériau, c'est l'effet inverse.

L'effet piézoélectrique direct a été observé et expliqué par les frères *Curie*, mais c'est *Lippmann* qui suggéra théoriquement l'effet inverse qui fut confirmé expérimentalement par les frères *Curie*.

I.1.2 STRUCTURE CRISTALLINE

Un solide cristallin est constitué par la répétition d'un motif atomique ou moléculaire dans l'espace. La périodicité de sa structure est représentée par un ensemble de points régulièrement disposés. Cet ensemble est appelé réseau cristallin et les points le constituant, dont le motif géométrique forme la maille élémentaire, sont appelés nœuds du réseau.

Il existe sept réseaux primitifs ayant pour maille l'un des sept parallélépipèdes (Tableau I.1). Dans chacun de ces systèmes la possibilité d'ajouter des nœuds dans la maille permet de générer des réseaux différents. L'environnement de chaque nœud devant être le même, les seuls emplacements possibles sont le centre de la maille ou des faces. Un réseau de Bravais est un réseau de nœuds obtenu à partir d'un nœud unique translaté suivant des vecteurs de base. Il existe 14 réseaux de Bravais différents, possédant des groupes d'espaces et des groupes ponctuels de symétrie différents. Tous les matériaux de type monocristaux ont une symétrie correspondant à l'un de ces réseaux.

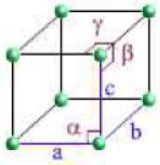
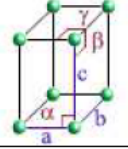
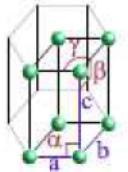
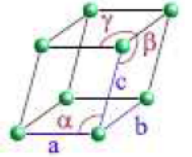
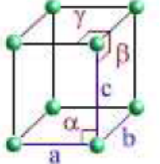
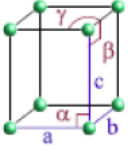
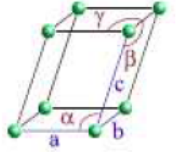
Réseaux		Paramètres	Angles	Représentation
Cubique	Primitif	$a = b = c$	$\alpha = \beta = \gamma = \pi/2$	
	Centré			
	Faces Centrées			
Tétragonal (Quadratique)	Primitif	$a = b \neq c$	$\alpha = \beta = \gamma = \pi/2$	
	Centré			
Hexagonal	Primitif	$a = b \neq c$	$\alpha = \beta = \pi/2$ $\gamma = 2\pi/3$	
Rhombohédrique (Trigonal)	Primitif	$a = b = c$	$\alpha = \beta = \gamma \neq \pi/2$ $< 2\pi/3$	
Orthorhombique	Primitif	$a \neq b \neq c$	$\alpha = \beta = \gamma = \pi/2$	
	Centré			
	Faces Centrées			
	Bases Centrées			
Monoclinique	Primitif	$a \neq b \neq c$	$\alpha = \beta = \pi/2$	
	Bases Centrées		$\gamma \neq \pi/2$	
Triclinique	Primitif	$a \neq b \neq c$	$\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq \pi/2$	

Tableau I.1 : Les réseaux de Bravais

I.1.3 PIEZOELECTRICITE NATURELLE

Il existe dans la nature des matériaux qui sont piézoélectriques tel que le Quartz. Une maille de cristal de quartz est composée d'atomes de silicium portant une charge électrique positive et d'atomes d'oxygène portant une charge électrique négative. En l'absence de déformation, le barycentre des charges positives est confondu avec celui des charges négatives.

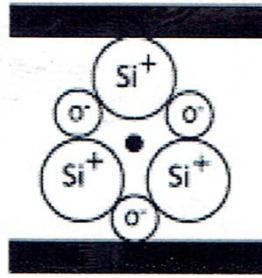


Figure I.1 Piézoélectricité du quartz naturel à l'équilibre.

Si on applique une force de compression, la maille cristalline se déforme de telle sorte que les barycentres des charges positives et négatives s'écartent. On crée ainsi un dipôle électrique qui par réaction, va faire apparaître des charges de signes opposées sur les deux électrodes, c'est l'effet direct de la piézoélectricité. Par contre si on crée une différence de potentiel entre les électrodes (on crée un champ électrique), alors, pour rétablir l'équilibre des forces électrostatiques, c'est la maille cristalline qui se déforme, c'est l'effet inverse de la piézoélectricité.

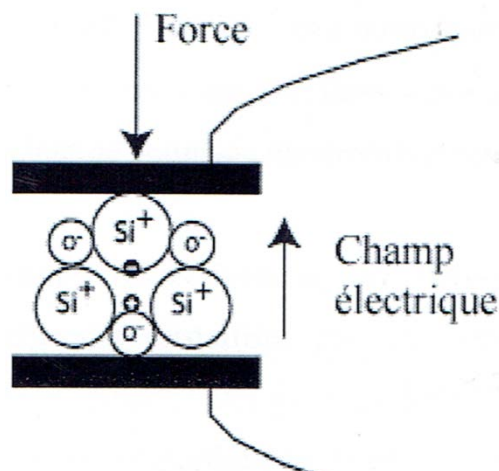


Figure I.2 Piézoélectricité du quartz avec une force appliquée.

I.1.4 LES MATERIAUX PIEZOELECTRIQUES

Tous les matériaux ne sont pas piézoélectriques, en effet, il faut déjà que la maille cristalline ne possède pas de centre de symétrie, autrement dit, tous les matériaux piézoélectriques sont anisotropes. Ceci signifie qu'ils possèdent des propriétés physiques variant selon la direction considérée. Parmi les 32 classes cristallines existantes, 20 sont dépourvues de

centre de symétrie et peuvent donc présenter l'effet piézoélectrique. Dix des vingt classes cristallines piézoélectriques présentent une polarisation électrique spontanée en l'absence de contrainte ou champ extérieur. Ces classes sont dites polaires et sont appelées pyroélectriques en raison de l'effet de la température sur leur polarisation spontanée.

Les matériaux piézoélectriques peuvent se regrouper en trois classes principales, les cristaux, les polymères et les céramiques :

Les cristaux, dont le plus connu est le quartz, ont des propriétés peu attrayantes pour des applications telles que les générateurs d'ultrasons. Leur principal défaut est le coefficient de couplage électromécanique faible.

Les polymères ou les co-polymères comme respectivement le poly-Vinyl-DiFluorure ou PVDF et le P(VDF-TrFE) partiellement cristallisés peuvent permettre d'obtenir des matériaux plus compliant, mécaniques adaptés aux grandes déformations ou à l'acoustique sous-marine en réception.

Les céramiques piézoélectriques se sont vite imposées par leurs forts coefficients piézoélectriques. La famille des céramiques comporte de nombreux éléments, citons entre autres, les titanates de baryum qui sont les ancêtres des céramiques actuelles, les titanates de plomb ou les méta-niobates de plomb utilisés pour l'imagerie haute résolution. La famille des PZT (plomb, zirconate, titanate) compte à elle seule cinq à six compositions différentes sans compter les structures dopées type PLZT. C'est cette famille des PZT qui offre le plus de possibilités au niveau de l'industrialisation.

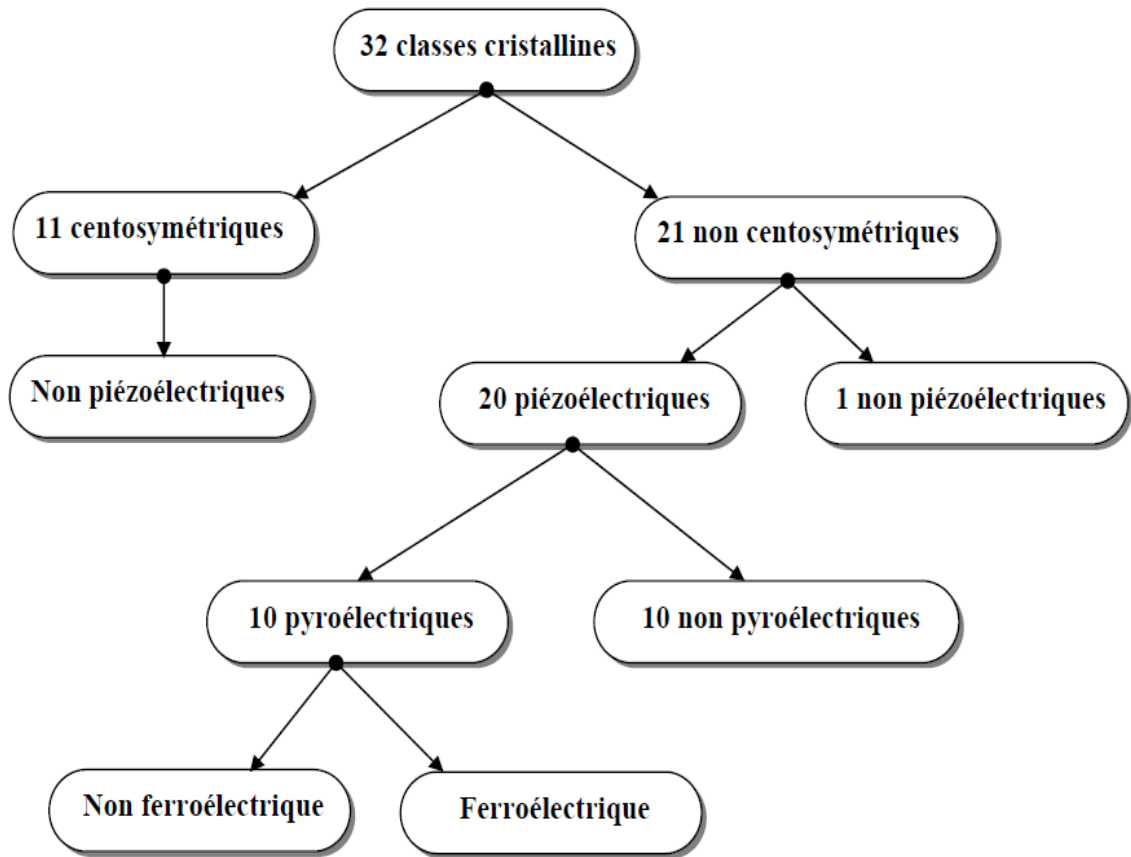


Tableau I.2 Classes cristallines.

I.2 ONDES ELASTIQUES DANS LES SOLIDES

I.2.1 DEFINITIONS

L'état mécanique d'un solide peut être caractérisé par deux grandeurs fondamentales : les déformations et les contraintes.

Déformation :

Sous l'action des forces extérieures, tous les points d'un solide se déplacent. Les déformations résultent des modifications des positions relatives des particules, soumises à des déplacements.

Contraintes :

Dans le solide déformé apparaissent des tensions mécaniques (contraintes) qui tendent à le ramener à son état de repos pour assurer l'équilibre de la matière. Dans un corps élastique non piézoélectrique, les contraintes et les déformations sont liées par la loi de *Hooke*.

I.2.2 ONDES ELASTIQUES

Les ondes élastiques sont des ondes de matière résultantes des déplacements des particules, elles n'existent que dans les fluides ou solides, contrairement aux ondes électromagnétiques qui se propagent aussi dans le vide. Leur propagation est régie par l'équation de la mécanique de Newton. Il existe deux types d'ondes fondamentales :

- les ondes longitudinales appelées ondes de compression (Fig. I.3). Elles sont caractérisées par un déplacement des particules parallèle à la direction de propagation, c'est-à-dire par une polarisation colinéaire au vecteur d'onde. Le passage d'une onde longitudinale plane entraîne une variation de la distance entre les plans parallèles contenant les particules.

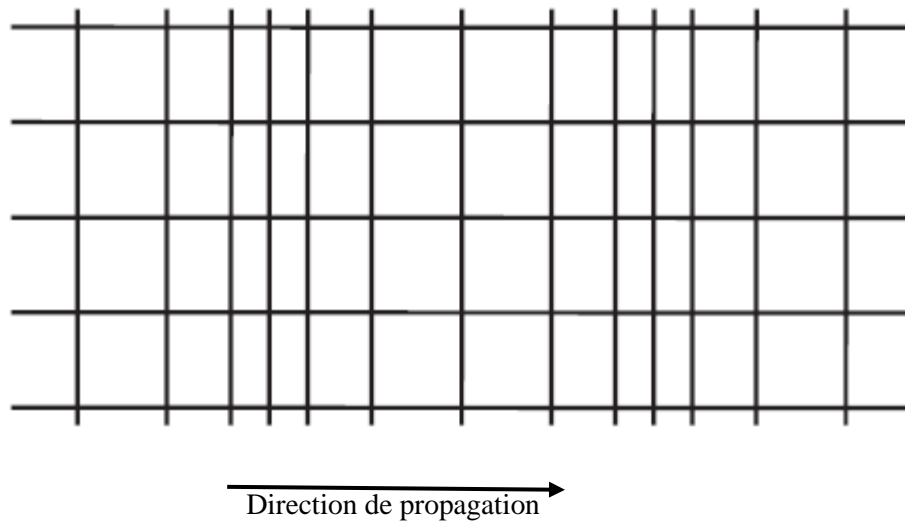


Figure I.3: Propagation d'une onde longitudinale.

-Les ondes transversales, appelées aussi ondes de cisaillement (Fig. I.4), le déplacement des particules s'effectue perpendiculairement au vecteur d'onde.

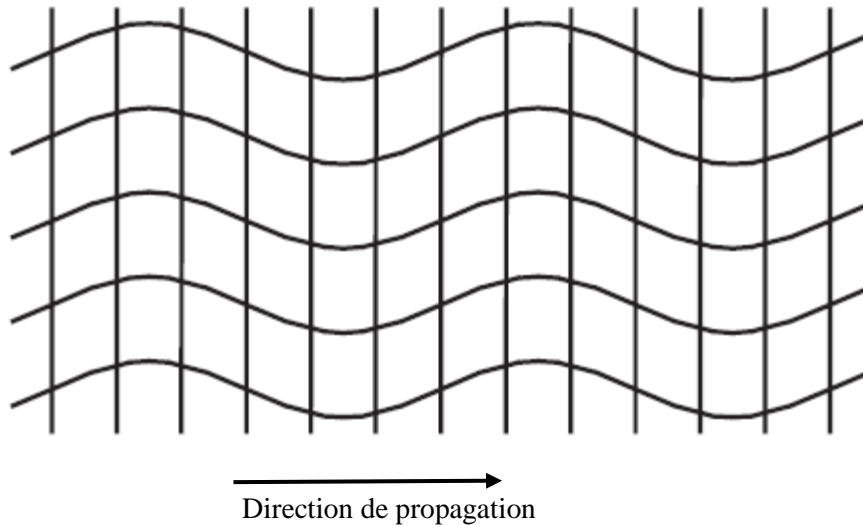


Figure I.4 : Propagation d'une onde transversale.

Ces ondes se propagent dans des milieux solides isotropes illimités. Lorsque le milieu, toujours, illimité et anisotrope c'est-à-dire cristallin, trois ondes peuvent se propager suivant une direction quelconque et dans le cas le plus compliqué, aucune de ces ondes n'est purement longitudinale ou purement transversale.

La situation est en effet la suivante : quelque soit la direction choisie ; il y a propagation :

- D'une onde quasi-longitudinale
- D'une onde quasi-transversale rapide
- D'une onde quasi-transversale lente

Quand le milieu a des dimensions finies, des conditions aux limites mécaniques et électriques (si le milieu est piézoélectrique) sont à satisfaire ; par exemple tension mécanique nulle sur une surface libre, continuité des composantes normales de l'induction électrique en l'absence de charges.

A la surface de tout milieu semi-infini, une onde complexe, portant le nom de *Rayleigh*, peut se propager. Dans le cas simple d'un solide isotrope, c'est une onde constituée d'une composante longitudinale et d'une composante transversale déphasée de $\pi/2$, contenues dans le plan sagittal, plan défini par le vecteur d'onde et la normale à la surface. La décroissance en fonction de la profondeur est différente pour chaque composante. Comme la composante longitudinale s'annule puis change de signe à une distance de la surface de 0.2λ environ, la

polarisation devient purement transversale puis à nouveau elliptique mais avec sens de rotation opposé. Le déplacement des particules est définitivement nul à partir d'une profondeur de 2λ .

Les ondes de *Rayleigh*, sont des ondes complexes se propageant à la surface de tout milieu. Elles se composent, dans les cas simples, d'un déplacement longitudinal et d'un déplacement transversal déphasé de $\pi/2$ qui s'annulent définitivement à une profondeur de l'ordre de deux longueurs d'onde. Toutefois cette complexité est compensée par un avantage important : les ondes de Rayleigh peuvent être excitées et détectées sur des substrats piézoélectriques par des transducteurs interdigitaux de technologie simple et aptes à remplir d'autres fonctions électroniques que la conversion électromécanique.

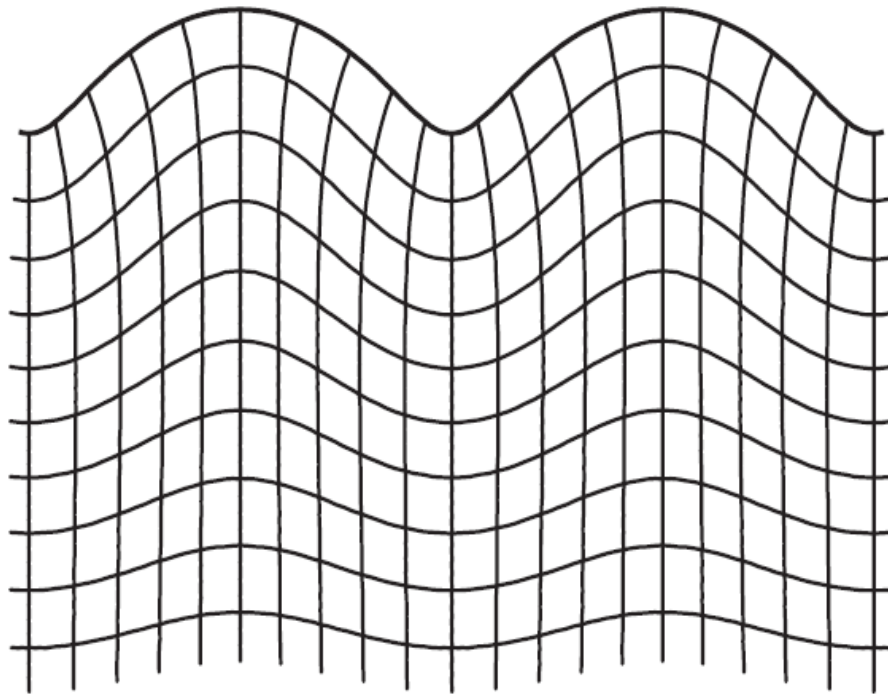


Figure I.5 : Propagation de l'onde *Rayleigh*

I.3 LES TRANSDUCTEURS INTERDIGITAUX

Le transducteur interdigital (IDT) est composé essentiellement d'un substrat piézoélectrique sur lequel sont déposées des électrodes métalliques de conductivité infinies et d'épaisseur très faible.

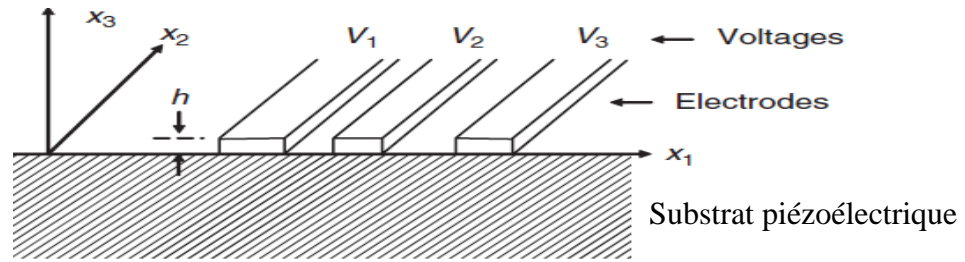


Figure I.6 : Structure d'un transducteur interdigital.

Le transducteur interdigital est largement utilisé dans l'excitation et la détection des ondes acoustiques de surface [10]. Ils existent plusieurs types de transducteurs interdigitaux qui se différencient par la connexion des électrodes, mais le plus répandu est le transducteur à simple électrode vue la simplicité de sa structure.

Généralement les dispositifs à ondes acoustiques de surfaces contiennent deux transducteurs interdigitaux. Le premier IDT est connecté à une source de tension, tandis que le second IDT est relié à la charge, les deux liaisons aux transducteurs sont faites à travers des circuits adaptateurs.

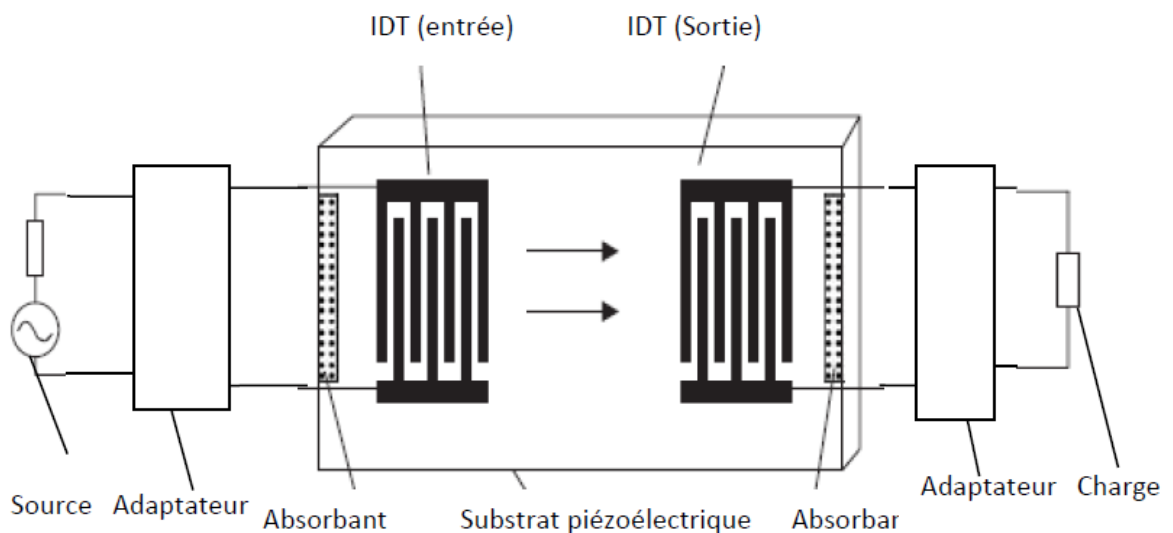


Figure I.7 : Structure de base d'un dispositif à onde acoustique de surface.

I.4 APPLICATIONS DES ONDES ACOUSTIQUES DE SURFACE

C'est en 1885 que *Lord Rayleigh* découvrit les ondes élastiques de surface ; mais ce n'est qu'à partir de 1965 qu'elles furent utilisées au traitement de signal grâce à *White* et *Voltmer* [11] qui montrèrent que le transducteur interdigital était un moyen efficace sur des substrats piézoélectriques.

De nombreux avantages de ce type d'ondes (faibles vitesse, confinement à la surface permettant des interactions avec d'autres phénomènes physiques, faible atténuation etc...) leurs permettent d'occuper une importante place dans les différents applications de l'électronique [12-14].

Les applications directes de ce type d'ondes sont les lignes à retards et les filtres [15,16] ; d'autres fonctions peuvent être accomplies par utilisation des interactions avec d'autres phénomènes physiques (couche semi-conductrice, couche supraconductrice, lumière etc...)

La figure I.7 montre une ligne à retard dont la distance entre les deux transducteurs d'entrée et de sortie précise le retard. Du moment que la vitesse de l'onde acoustique est très faible devant celle de l'onde électromagnétique, on peut alors obtenir des retards considérables avec des petits dispositifs.

Une configuration similaire peut être utilisée pour réaliser des filtres transversaux passe bande, la réponse en fréquence est obtenue par utilisation d'un transducteur de sortie pondéré (apodisé)

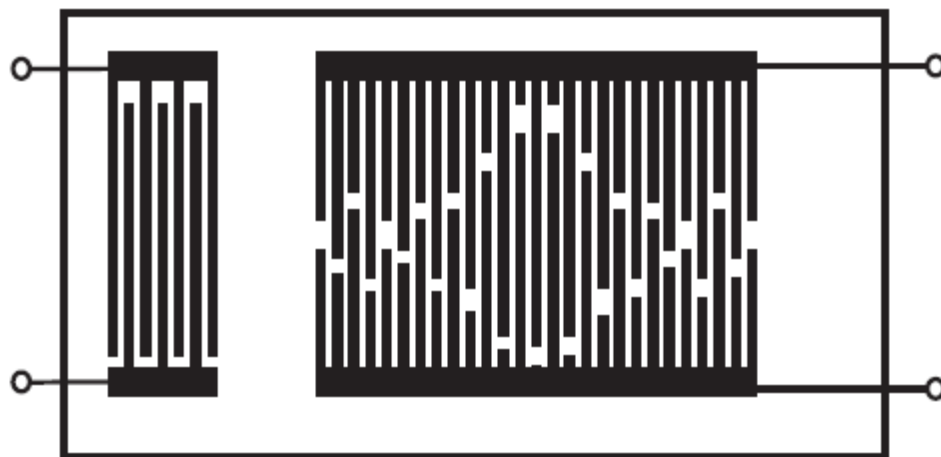


Figure I.8 : Structure des dispositifs a deux IDT (Filtre transversal).

2- Résonateur :

Un résonateur est montré sur la figure I.9, il est constitué d'un seul transducteur et deux réflecteur de chaque côté.

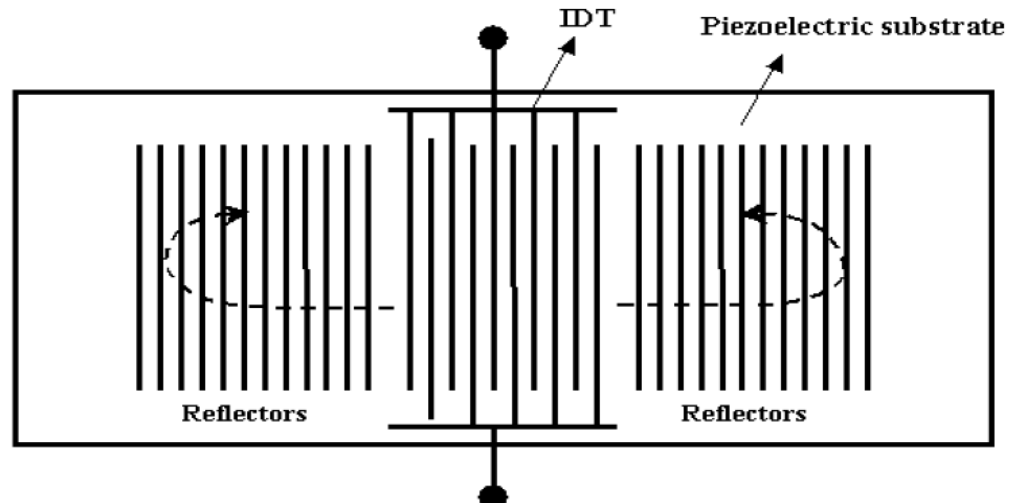


Figure I.9 Résonateur à ondes acoustiques de surface

I.5 CONCLUSION

Dans ce premier chapitre, nous avons donné un aperçu sur le phénomène piézoélectrique aussi sur les ondes élastiques dans les solides et en particulier les ondes acoustiques de surface. Nous nous sommes intéressés aux transducteurs interdigitaux permettant de générer et détecter les ondes acoustiques de surface aussi qu'aux modes de propagation possibles. Tout cela permettra d'étudier et de modéliser la propagation de ces ondes.

CHAPITRE II : ANALYSE DE LA PROPAGATION DES ONDES ACOUSTIQUES DE SURFACE DANS UN MILIEU NON CONTRAINT

II.1 INTRODUCTION

Dans cette partie nous analysons la propagation des ondes acoustiques générées par un transducteur interdigital sur un substrat piézoélectrique qui n'est soumis à aucun champ de polarisation (mécanique ou électrique) c'est-à-dire on traite le cas linéaire.

II.2 NOTATIONS

Le système de coordonnées utilisé est montré sur la figure (II.1), le substrat occupe le demi espace $X_2 < 0$, et la direction de propagation est suivant l'axe X_3 , le terme représentant la variation temporelle est omis et vu l'anisotropie du substrat utilisé, la notation des tenseurs est utilisée. L'apparition de n'importe quel indice après une virgule indique qu'on doit prendre la dérivée de la quantité par rapport à la variable correspondante à l'indice. La dérivée par rapport au temps est indiquée par un point sur la variable à dériver, on note aussi que la dérivée par rapport au temps revient à multiplier la variable par le terme $(j\omega)$.

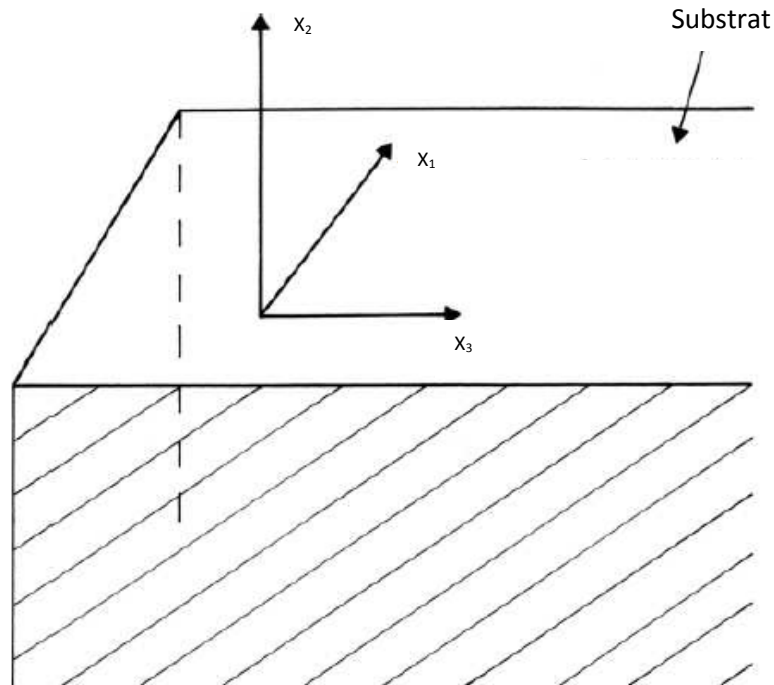


Figure II.1 : Système de coordonnées

Le terme T_{ij} représente la force de direction j sur la face i du cube unitaire (Fig. II.2) ; le terme S_{ij} représente la déformation du matériau par rapport à sa forme d'équilibre. La contrainte et la déformation sont liées par la loi de *Hooke* par les constantes d'élasticité.

La particule déplacement, qui est le décalage d'un point du matériau de sa position d'équilibre est notée par u_i , ceci est pareil à la déformation mais cette dernière montre de déplacement relatif aux points voisins.

L'existence d'une certaine symétrie ($T_{ij} = T_{ji}$; $S_{ij} = S_{ji}$ etc...) nous permet d'utiliser la notation des indices réduits [10] ; deux indices peuvent être combinés pour donner un seul indice selon la loi suivante :

$ij = 11, 22, 33, 23$ ou $32, 13$ ou $31, 12$ ou 21 , deviennent $I = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ respectivement.

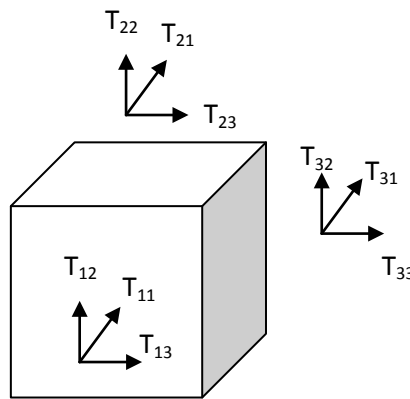


Figure II.2 : Représentation des forces sur cube unitaire.

II.3 HYPOTHESES DE BASE

Dans notre analyse la théorie quasi-statique des ondes électroacoustiques linéaires [10] est utilisée où les champs acoustiques sont régies par la théorie des acoustiques linéaire, le champ électrique est donné par le gradient d'un potentiel électrostatique et le champ magnétique est négligé.

La vitesse de propagation des ondes électromagnétiques est extrêmement élevée par rapport à celle des ondes élastiques (10^5), ce qui justifie l'approximation quasi-statique.

D'autres hypothèses concernant la géométrie du dispositif sont nécessaires, le substrat est supposé être semi infini, les électrodes sont supposées des parfaits conducteurs et de masse nulle.

Il est commode de supposer qu'il n'y a pas variation transversale c'est-à-dire suivant la direction x_1 , l'effet de la diffraction est ignoré aussi.

II.4 FORMULATION DU PROBLEME

II.4.1 REPRESENTATION DU TRANSDUCTEUR INTERDIGITE (IDT)

Ce transducteur déposé par la technique de photolithographie sur un substrat piézoélectrique.

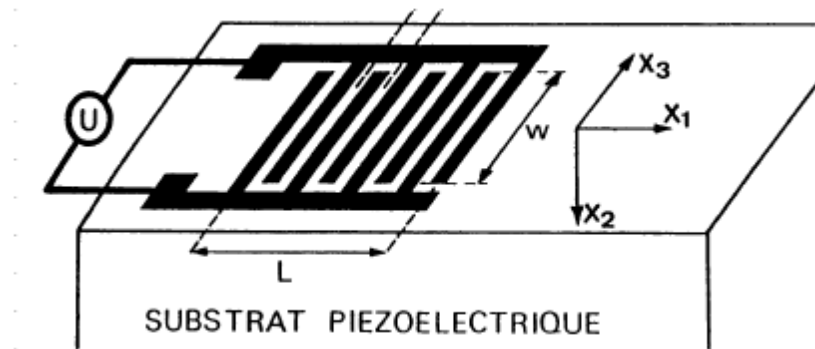


Figure II.3 : Représentation d'un transducteur interdigité (IDT)

II.4.2 EQUATIONS FONDAMENTALES

Sous forme tensorielle, les relations fondamentales de la piézoélectricité s'écrivent :

$$T_{ij} = C_{ijkl}S_{kl} - e_{kij}E_k$$

$$D_i = e_{ikl}S_{kl} + \varepsilon_{ik}E_k \quad (\text{II.1})$$

La déformation est donnée par :

$$S_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (\text{II.2})$$

T_{ij} : Tenseur de contrainte.

C_{ijkl} : Tenseur d'élasticité.

e_{kij} : Tenseur de contrainte piézoélectrique.

E_k : Vecteur champ électrique.

D_i : Tenseur induction électrique.

ε_{ik} : Tenseur diélectrique du milieu piézoélectrique.

On fait appel aussi à l'équation de *Newton* pour le milieu piézoélectrique ($F = m\gamma$)

$$T_{ij,j} = \rho u_i \quad (\text{II.3})$$

ρ : Densité de masse.

La loi de *Gauss* sera aussi utilisée :

$$D_{i,i} = q \quad (\text{II.4})$$

q : Densité de charge.

II.4.3 EQUATIONS D'ONDE

Dans cette section les équations d'onde sont déterminées pour un milieu piézoélectrique infini. L'approximation quasi-statique nous permet d'écrire la relation suivante :

$$E_i = -\varphi_{,i} \quad (\text{II.5})$$

Le développement des équations (II.3) et (II.4) mène à :

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial T_{12}}{\partial x_2} + \frac{\partial T_{13}}{\partial x_3} &= \rho \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} \\ \frac{\partial T_{21}}{\partial x_1} + \frac{\partial T_{22}}{\partial x_2} + \frac{\partial T_{23}}{\partial x_3} &= \rho \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} \\ \frac{\partial T_{31}}{\partial x_1} + \frac{\partial T_{32}}{\partial x_2} + \frac{\partial T_{33}}{\partial x_3} &= \rho \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} \\ \frac{\partial D_1}{\partial x_1} + \frac{\partial D_2}{\partial x_2} + \frac{\partial D_3}{\partial x_3} &= q \end{aligned} \quad (\text{II.6})$$

La substitution de (II.2) et (II.5) dans (II.1) donne :

$$\begin{aligned} T_{ij} &= C_{ijkl} u_{k,l} + e_{kij} \varphi_{,k} \\ D_i &= e_{ikl} u_{k,l} - \varepsilon_{ik} \varphi_{,k} \end{aligned} \quad (\text{II.7})$$

Substituons ceci dans les équations (II.3) et (II.4) pour une région sans densité de charge, nous aurons les équations d'onde pour le substrat :

$$-\rho\ddot{u}_i + c_{ijkl}u_{k,li} + e_{kij}\varphi_{,ki} - \varepsilon_{ik}\varphi_{,ki} = 0$$

$$e_{ijk}u_{k,li} - \varepsilon_{ik}\varphi_{,ki} = 0 \quad (\text{II.8})$$

Pour le demi-espace vide, tous les champs acoustiques doivent être nuls, en conséquence les équations d'onde se réduisent à l'équation de *Laplace* pour le potentiel :

$$\varphi_{,ii} = 0 \quad (\text{II.9})$$

II.4.4 RESOLUTION DES EQUATIONS D'ONDE

Les équations d'onde peuvent être simplifiées en supposant une variation en $(e^{j\omega t})$ ce qui rend la dérivation par rapport au temps une multiplication par la quantité $(j\omega)$ et en supposant aussi qu'il n'y a pas de variation selon la direction x_1 ce qui annule les dérivées par rapport à x_1 .

Cependant, il reste difficile la résolution de ces équations pour s'affranchir de ces difficultés on utilisera la décomposition de *Fourier*.

La transformée de Fourier et l'inverse transformée d'un champ symbolisé par ψ sont données par :

$$\bar{\psi}(k, x_2) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(x_3, x_2) e^{(jkx_3)} dx_3$$

$$\psi(x_3, x_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{\psi}(k, x_2) e^{(-jkx_3)} dk \quad (\text{II.10})$$

La variation par rapport à x_2 est supposée de la forme $e^{(\alpha k x_2)}$ [17] ; où α représente le coefficient d'atténuation dans la direction x_2 .

Les équations (II.8) deviennent [17] :

$$\begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} & \Gamma_{13} & \Gamma_{14} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} & \Gamma_{23} & \Gamma_{24} \\ \Gamma_{31} & \Gamma_{32} & \Gamma_{33} & \Gamma_{34} \\ \Gamma_{41} & \Gamma_{42} & \Gamma_{43} & \Gamma_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.11})$$

Où :

$$\Gamma_{11} = \alpha^2 C_{66} - 2j\alpha C_{56} - C_{55} + \rho v^2$$

$$\Gamma_{12} = \Gamma_{21} = \alpha^2 C_{62} - C_{54} - j\alpha(C_{64} + C_{52})$$

$$\Gamma_{13} = \Gamma_{31} = \alpha^2 C_{46} - C_{53} - j\alpha(C_{63} + C_{54})$$

$$\Gamma_{14} = \Gamma_{41} = \alpha^2 e_{26} - e_{35} - j\alpha(e_{25} + e_{36})$$

$$\Gamma_{22} = \alpha^2 - 2j\alpha C_{24} - C_{44} + \rho v^2$$

$$\Gamma_{23} = \Gamma_{32} = \alpha^2 C_{24} - C_{43} - j\alpha(C_{23} + C_{44})$$

$$\Gamma_{24} = \Gamma_{42} = \alpha^2 e_{22} - e_{34} - j\alpha(e_{24} + e_{32})$$

$$\Gamma_{33} = \alpha^2 C_{44} - 2j\alpha C_{34} - C_{33} + \rho v^2$$

$$\Gamma_{34} = \Gamma_{43} = \alpha^2 e_{24} - e_{33} - j\alpha(e_{23} + e_{34})$$

$$\Gamma_{44} = \varepsilon_{33} - \alpha^2 \varepsilon_{22} + 2j\alpha \varepsilon_{23}$$

Où $v = \omega/k$ est la vitesse de phase suivant la direction x_3 , cette dernière équation est pratiquement l'équation de *Christoffel* [18], seulement la variable dans l'équation de *Christoffel* est la direction du vecteur d'onde et non pas sa composante suivant une direction comme dans notre cas. Afin d'éviter les solutions triviales l'équation (II.11) nécessite la condition suivante :

$$\text{Det [matrice]}=0 \tag{II.12}$$

Le développement de cette condition mène à un polynôme du 8^{ieme} degré, qui représente la relation de dispersion. Les racines du polynôme peuvent être complexes, la forme générale de ces racines est :

$$\alpha = \pm\alpha_r + j\alpha_i \ ; \ \alpha_r, \alpha_i \in R \tag{II.13}$$

Pour avoir atténuation dans le demi-espace $x_2 < 0$ (substrat), α_r doit être positive, donc quatre solutions seulement sont valables.

Discussion des racines : les quatre racines retenues sont de la forme :

$$\alpha = \alpha_r + j\alpha_i \ ; \ \alpha_r \in R^+, \alpha_i \in R$$

- Cas où $\alpha_r = 0 \rightarrow \alpha = j\alpha_i$

Ce type de racines représente les ondes de volumes dont le vecteur d'onde est de direction θ et d'amplitude β

$$\theta = \text{artg} \left(\frac{1}{\alpha_i} \right)$$

$$\beta = \sqrt{1 + \alpha_i^2} \quad (\text{II.14})$$

Le tracé de tous ces vecteurs d'onde en fonction de k donne la courbe des lenteurs.

- Cas où $\alpha_r > 0 \rightarrow \alpha = \alpha_r + j\alpha_i$

Ce type de racines représente les ondes confinées à une certaine profondeur de la surface c'est-à-dire les ondes de surface.

II.5 NOTIONS SUR LES MODES ACOUSTIQUES

Les quatre racines retenues c'est-à-dire valable dans le demi-espace $x_2 < 0$ (substrat) correspondent à quatre modes de propagation de l'onde élastique générée, donc l'onde totale est composée de quatre ondes partielles.

Ces ondes partielles peuvent être classées dans quatre modes séparés, un mode longitudinal, deux modes transversaux et un mode électrostatique.

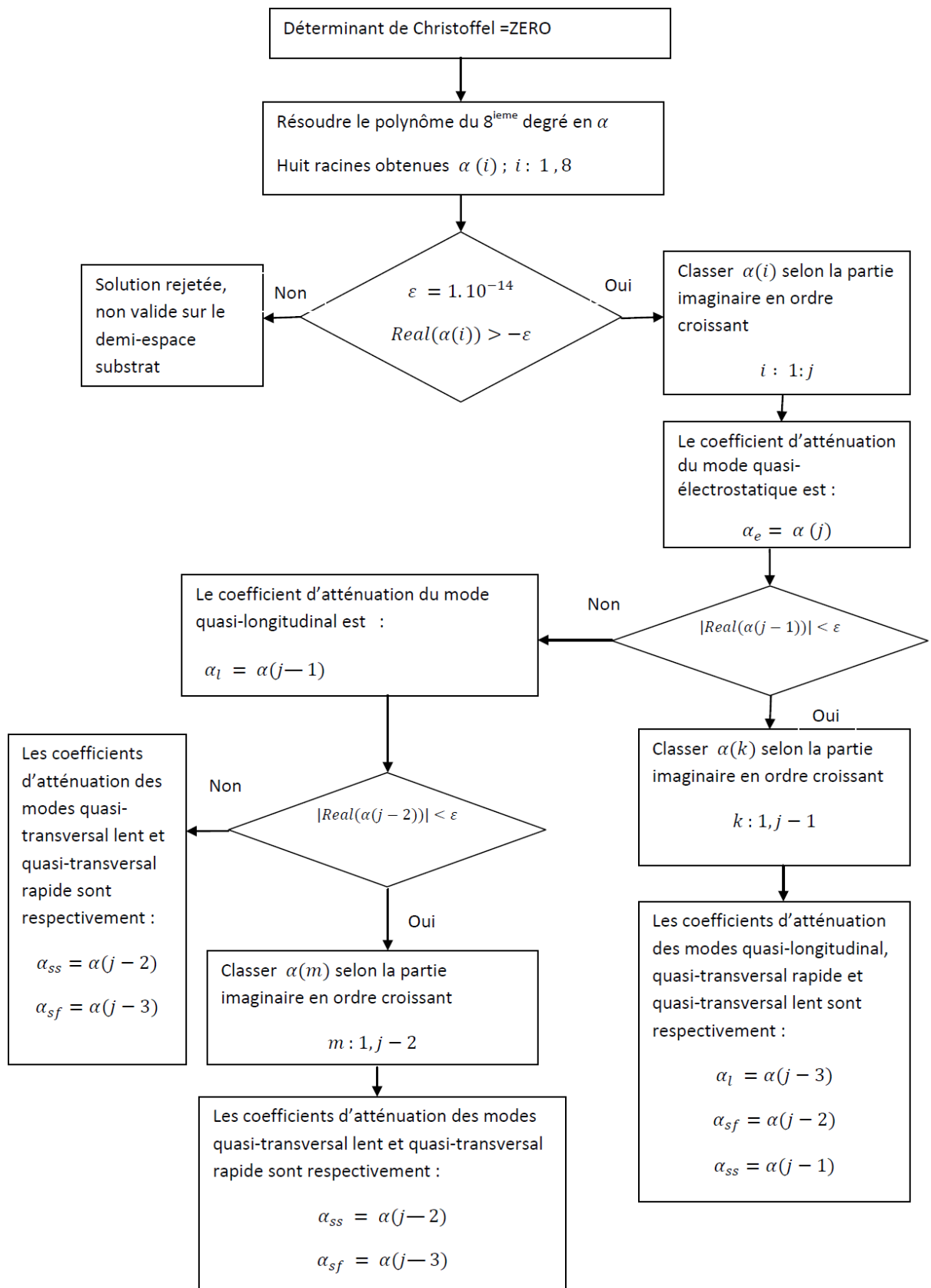
Le mode longitudinal est caractérisé par un vecteur déplacement de direction identique à la direction de propagation et par une vitesse supérieure à celles des autres modes. Les modes transversaux sont caractérisés par des vecteurs déplacements de directions orthogonaux à la direction de propagation, le mode qui est polarisé horizontalement, composé de u_1 dans notre cas, est plus rapide que l'autre mode dont la polarisation est verticale [18].

La propagation du mode transversal horizontal se fait dans le plan (x_1, x_3) et dans la direction x_3 , tandis que la propagation du mode transversal vertical se fait dans le plan (x_2, x_3) et dans la direction x_3 .

Lorsque le milieu est anisotrope, aucune de ces ondes n'est purement longitudinale ou purement transversale c'est pour cette raison que le préfixe "quasi" est utilisé pour ces ondes. Le mode quasi-électrostatique est une conséquence de l'approximation quasi-statique.

La séparation et le classement des différents modes est de grande importance dans l'étude et la modélisation de ces dispositifs.

Le tri entre les différents modes se fait en considérant les coefficients d'atténuation et non pas les composantes du déplacement (u_1, u_2, u_3) . Un critère de tri entre ces modes acoustiques à été mis en évidence sous une forme algorithmique [19].



Algorithme I.1 : Algorithme de tri entre les modes acoustiques.

II.6 CALCUL DES CHAMPS ACOUSTELECTRIQUES

II.6.1 CALCUL DES CHAMPS DANS LE SUBSTRAT

On peut trouver, facilement, les vecteurs déplacements ainsi que le potentiel pour chaque mode, par substitution de α_n dans l'équation (II.11). la résolution du système obtenu donne directement les composantes $u_i^{(n)}$, le potentiel est noté par u_4 , donc la résolution du système se fait pour le vecteur ;

$$u^{(n)} \begin{bmatrix} u_1^{(n)} \\ u_2^{(n)} \\ u_3^{(n)} \\ u_4^{(n)} \end{bmatrix} \quad (\text{II.15})$$

Ces amplitudes sont arbitraires, une normalisation est faite par rapport à la 4^{ème} composante, par conséquent $u_4 = 1 \text{ volt}$, ceci est similaire au problème des vecteurs et valeurs propres. Ainsi tout champ est donné par une superposition de ces modes, chacun avec un coefficient d'amplitude, ces dernières sont déterminées à partir des conditions aux limites.

$$u(k, x_2) = \sum_{n=1}^4 A_n u^{(n)} e^{(\alpha_n k x_2)} e^{-j k x_3} \quad (\text{II.16})$$

II.6.2 CONDITIONS D'INTERFACE SUBSTRAT-VIDE

La surface du substrat doit satisfaire les conditions aux limites mécaniques et électriques suivantes :

- Tension mécanique nulle à la surface

$$T_{2j}(0) = 0 \quad (\text{II.17})$$

- $D_2(0^+) - D_2(0^-) = \sigma$ pour surface métallisée (II.18)

- $D_2(0^+) - D_2(0^-) = 0$ pour surface libre (II.19)

- Continuité du champ électrique tangentiel et du potentiel à la surface.
- Potentiel constant sur toutes les électrodes connectées ensembles.

II.6.3 CALCUL DES PROPORTIONS ENTRE LES DIFFERENTS MODES ACOUSTIQUES

L'exploitation de l'équation (II.17) nous donne les différentes proportions entre les différents modes.

$$T_{2j}(0) = k \sum_{k=1}^4 A_n \left[(\alpha_n C_{2jk2} - j C_{2jk3}) u_k^{(n)} + \alpha_n e_{22j} - j e_{32j} \right] = [0] \quad (\text{II.20})$$

Le développement de la dernière équation mène au système suivant :

$$\begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \delta_{13} & \delta_{14} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \delta_{23} & \delta_{24} \\ \delta_{31} & \delta_{32} & \delta_{33} & \delta_{34} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.21})$$

Où :

$$\delta_{jn} = (\alpha_n C_{2jk2} - j C_{2jk3}) u_k^{(n)} + \alpha_n e_{22j} - e_{32j}$$

Une normalisation par rapport à la 4^{ième} composante A_4 rend la résolution du système possible, ainsi tous les champs valides dans le substrat sont donnés par la relation (II.6).

II.6.4 CALCUL DES CHAMPS DANS LE DEMI -ESPACE VIDE

A partir de l'équation de *Laplace* pour le potentiel et la condition de radiation le potentiel doit avoir la forme suivante :

$$\varphi(k, x_2) = \varphi_0 e^{(|k|x_2)} \quad (\text{II.22})$$

L'amplitude φ_0 est déterminée par la condition suivante :

- Continuité du potentiel à la surface du substrat

$$\varphi_0 = \varphi(k, 0) = \sum_{n=1}^4 A_n u_4^{(n)} = \sum_{n=1}^4 A_n \quad (\text{II.23})$$

Avec $u_4^{(n)} = 1 \text{ volt}$

Et par conséquent le potentiel est donné par :

$$\varphi(k, x_2) = [\sum_{n=1}^4 A_n] e^{(-|k|x_2)} \quad (\text{II.24})$$

II.7 ETUDE DE LA PROPAGATION DES ONDES ACOUSTIQUES SUR LE NIOBATE DE LITHIUM

Le Niobate de lithium est largement utilisé dans la fabrication des dispositifs à onde acoustiques de surface [20] tels que : filtres IF, lignes à retard; convoluteur, corrélateur etc.. Dans cette partie on se propose de simuler la propagation de l'onde acoustique générée par un transducteur interdigital déposé sur un substrat de Niobate de lithium. Ceci en exploitant les solutions des équations vues précédemment de la propagation des ondes et en utilisant les constantes du matériau (Annexe I).

Les coefficients d'atténuations des différents modes sont calculés et classés selon l'algorithme de tri entre les modes possible de propagation ; une fois obtenus ces coefficients, ils sont remplacés dans les équations de propagation et en tenons compte des conditions aux limites d'autres quantités liés à la propagation de l'onde sont calculés tel que vecteurs déplacement et autres.

Les figures (II.4) montrent la variation du coefficient d'atténuation pour chaque mode de propagation sur le substrat du Niobate de lithium en fonction de la lenteur (inverse de la vitesse) ; il est clair que le mode quasi-électrostatique est fortement atténué pour toutes les valeurs de la lenteur. Alors que les deux modes de propagation quasi-longitudinale et quasi-transversale sont atténués à partir des lenteurs de coupure (0.000136 s/m) et (0.000281 s/m) respectivement. On constate aussi que ces deux modes sont fortement atténués à partir de la lenteur (4×10^{-4} s/m).

Sur la figure (II.4.b) qui représente la variation de la partie réelle du coefficient d'atténuation pour le mode quasi-longitudinal, on remarque la propagation des ondes acoustiques de surface jusqu'à la vitesse de coupure (7352,94 m/s), au-delà de cette vitesse de coupure on note la propagation d'ondes de volumes pures. Alors que sur la figure (II.4.c) montrant la variation de la partie réelle du coefficient d'atténuation pour le mode quasi-transversal on note une vitesse de coupure de (3558,72 m/s) qui est nettement inférieure à celle du mode quasi-longitudinal, idem on remarque une propagation d'onde de volume pure pour les vitesses supérieures à cette vitesse de coupure et une propagation d'ondes de surface pour les vitesses inférieures à cette vitesse de coupure.

Une fois calculer les coefficients d'atténuations et classés dans les modes de propagation ; tous les entités concernant l'onde acoustiques peuvent être dérivées facilement, tel

que vecteurs déplacements ; proportion entre les vecteurs déplacements pour chaque mode, facteur de couplage électromécanique ; énergie véhiculée (vecteur de poyting) etc... ou tout simplement on peut calculer la fonction permittivité effective définie par *Mil'som* [8]. Cette fonction détient toutes les informations mécaniques et électriques concernant l'onde acoustique.

A titre d'exemple les vecteurs déplacements sont calculés et représentés sur les figures (II.5) pour chaque mode de propagation.

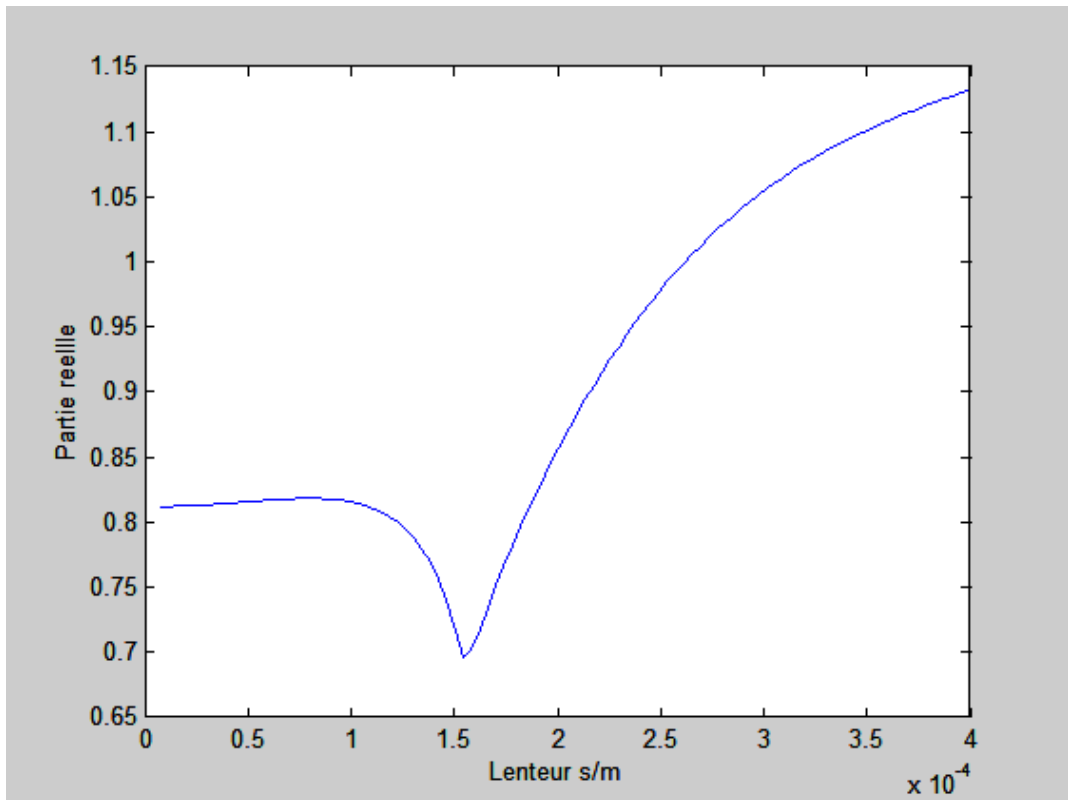


Figure II.4.a Variation de la partie réelle du coefficient d'atténuation du mode Quasi-électrostatique.

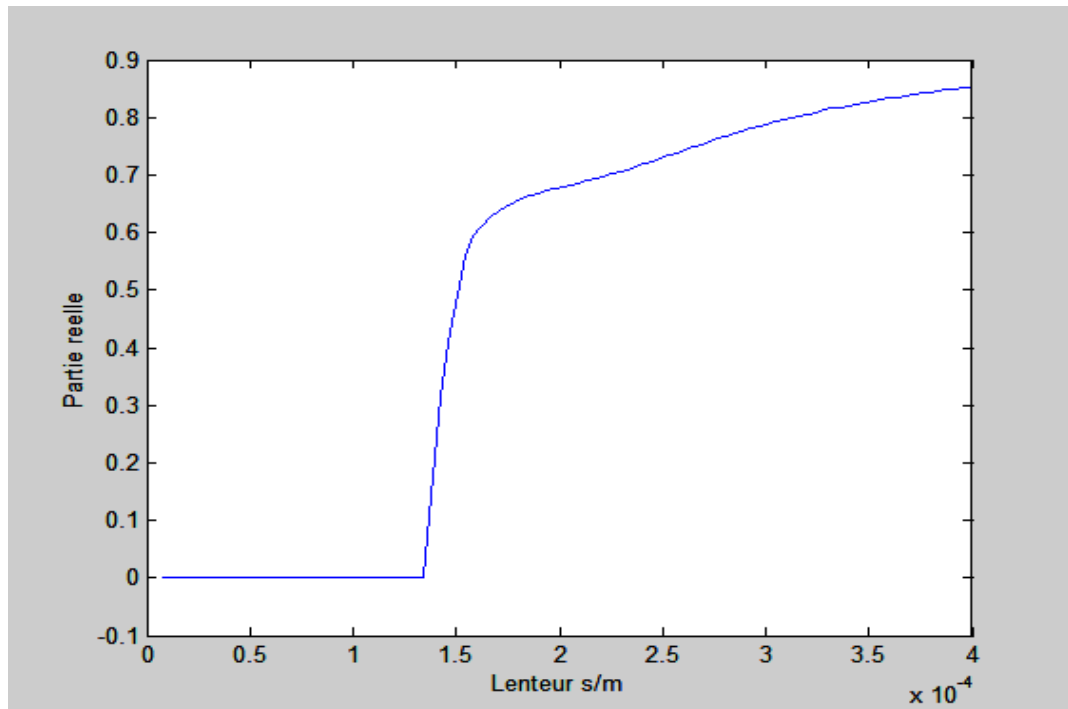


Figure II.4.b Variation de la partie réelle du coefficient d'atténuation du mode Quasi-longitudinal.

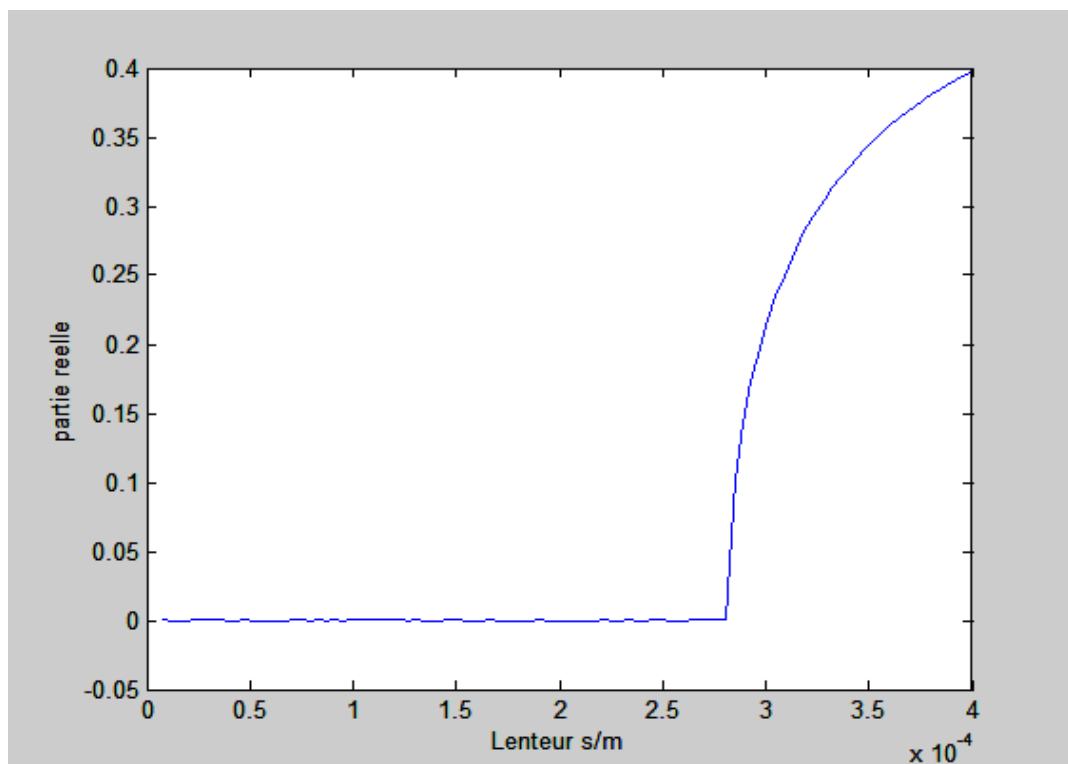


Figure II.4.c Variation de la partie réelle du coefficient d'atténuation du mode Quasi-transversal.

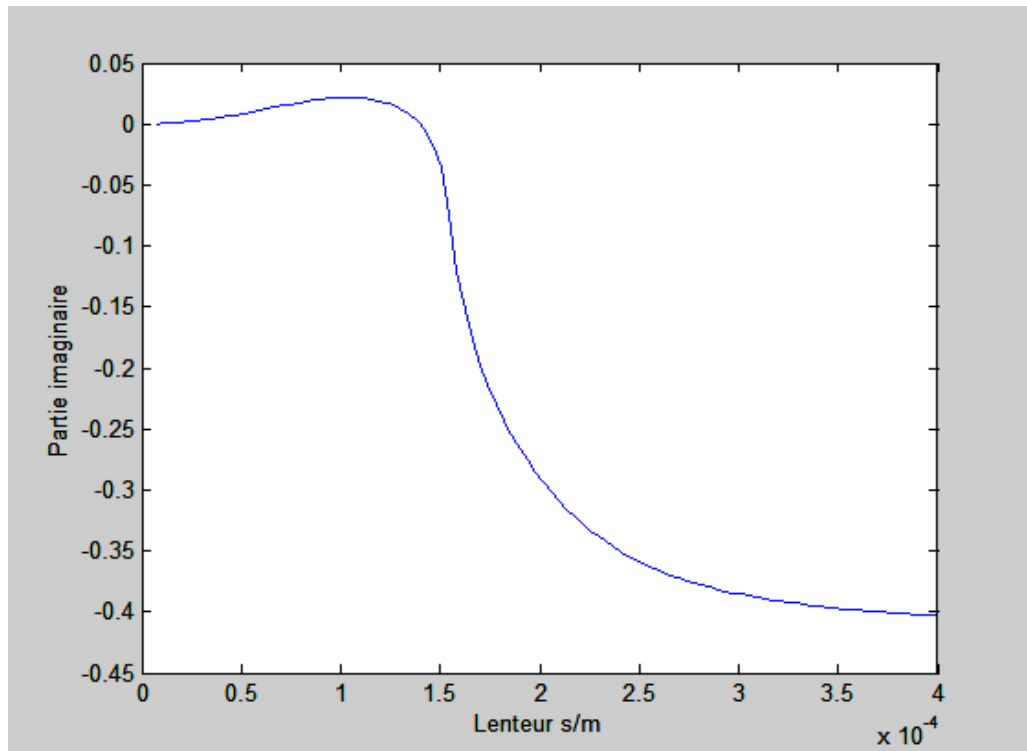


Fig. II.4.d Variation de la partie imaginaire du coefficient d'atténuation du mode Quasi-électrostatique.

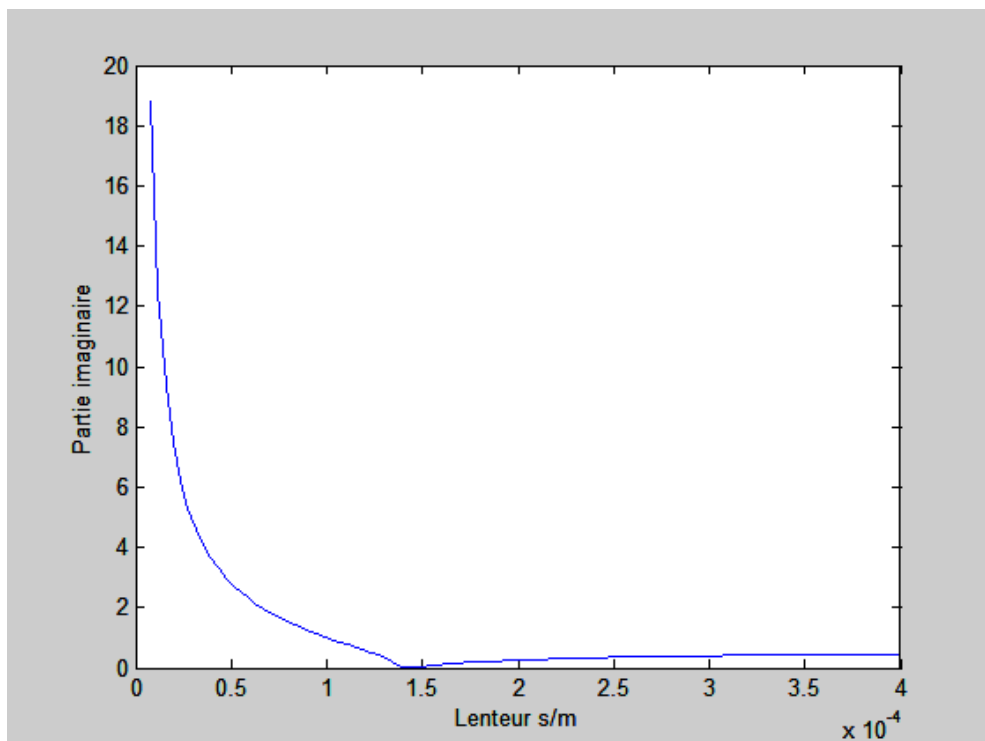


Fig. II.4.e Variation de la partie imaginaire du coefficient d'atténuation du mode Quasi-longitudinal.

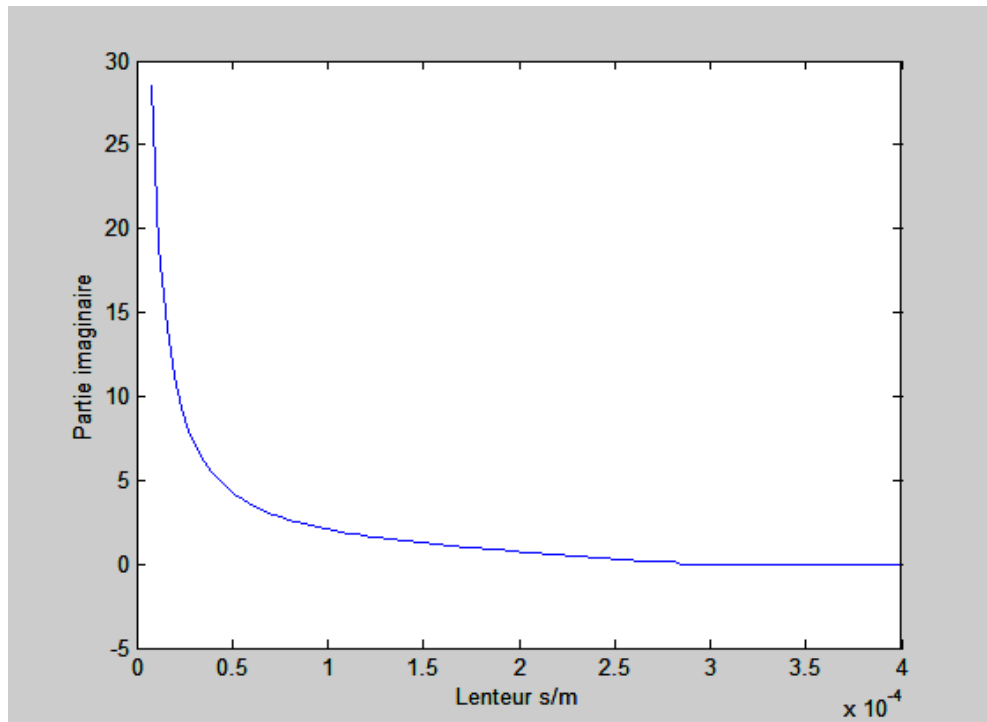


Fig. II.4.f Variation de la partie imaginaire du coefficient d'atténuation du mode Quasi-transversal.

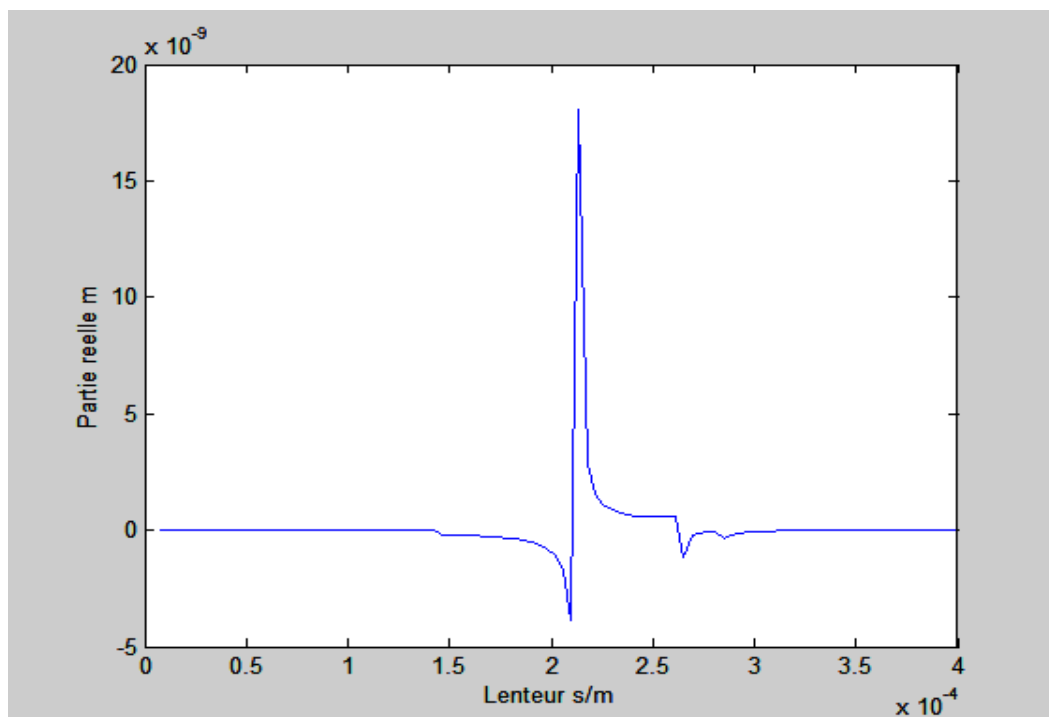


Figure II.5.a Variation de la partie réelle de la composante du vecteur déplacement du mode Quasi-transversal.

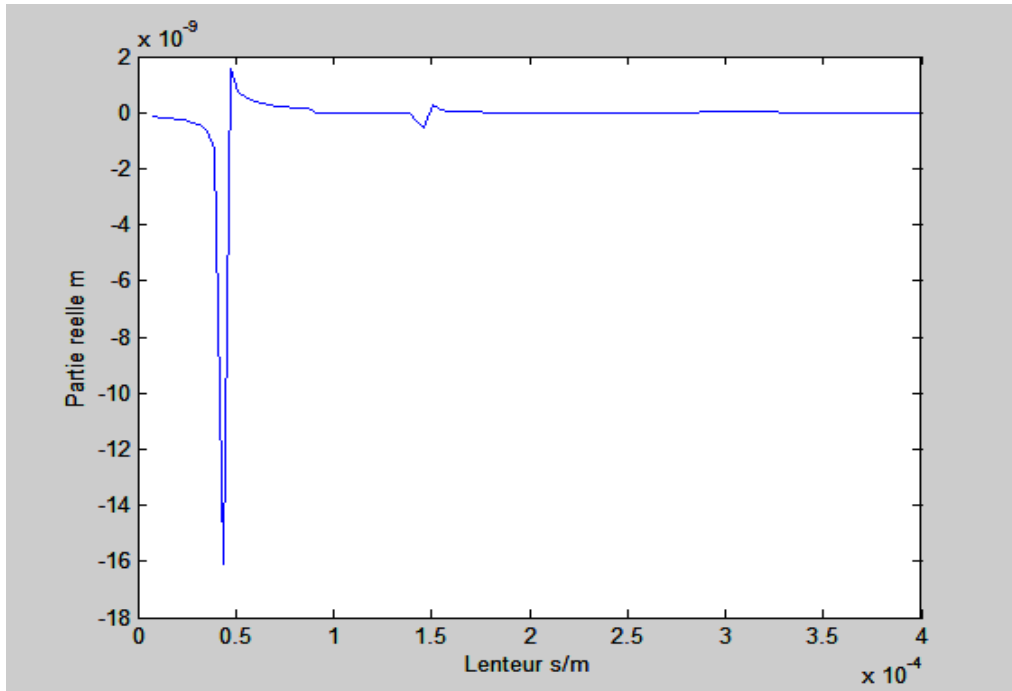


Figure II.5.b Variation de la partie réelle de la composante du vecteur déplacement du mode Quasi-longitudinal.

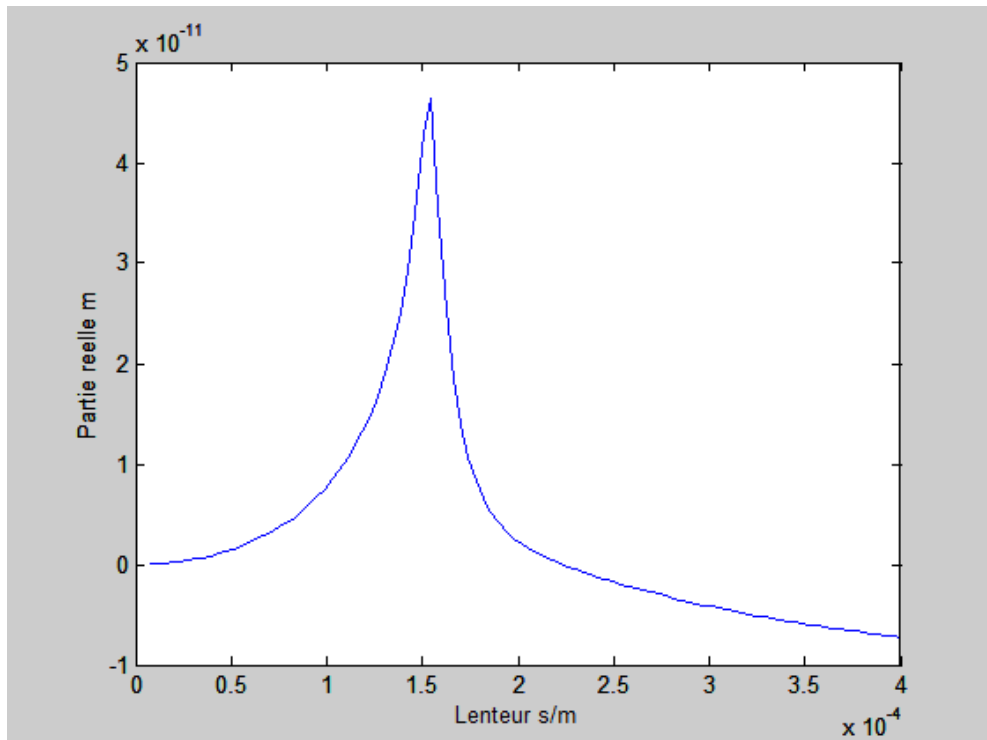


Figure II.5.c Variation de la partie réelle de la composante du vecteur déplacement du mode Quasi-électrostatique.

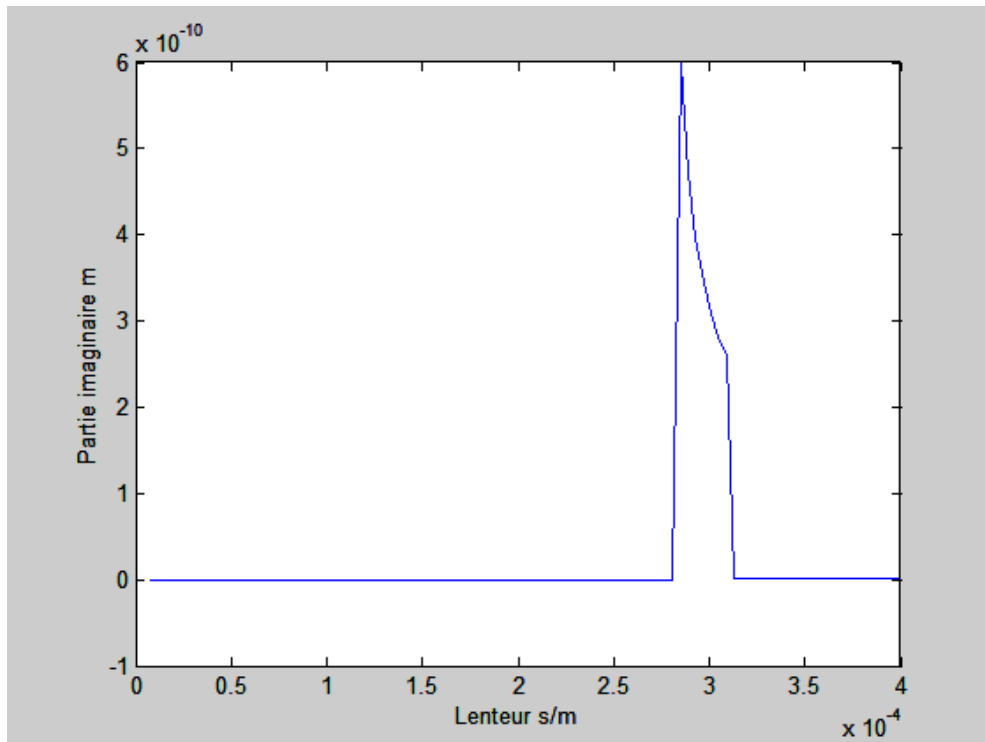


Figure II.5.d Variation de la partie imaginaire de la composante du vecteur déplacement du mode Quasi-transversal.

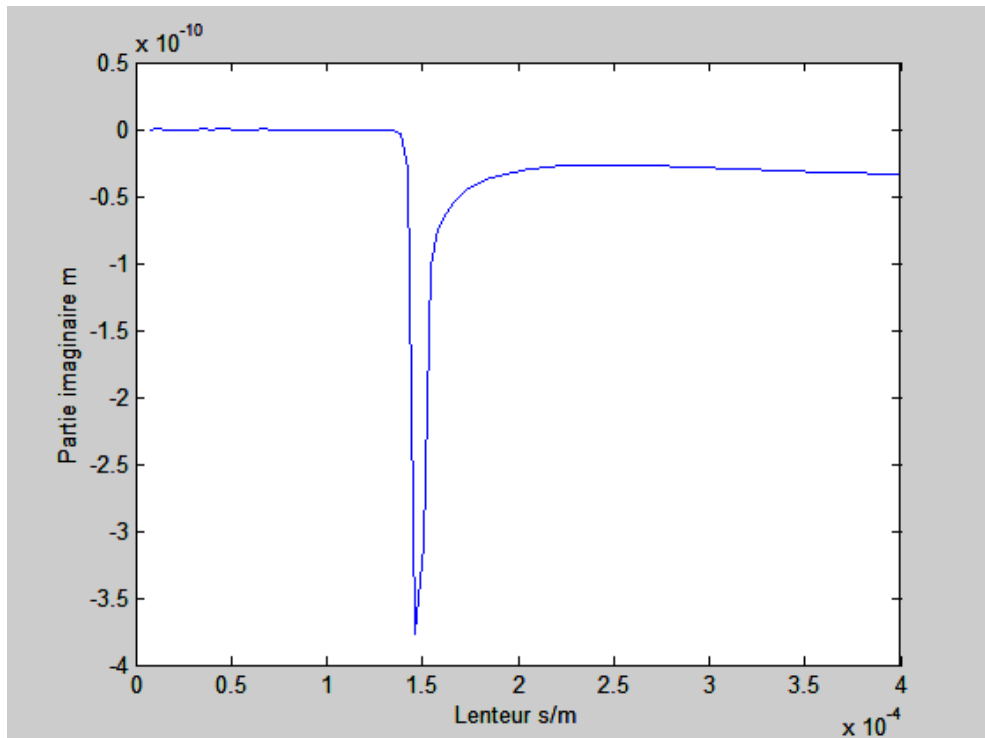


Figure II.5.e Variation de la partie imaginaire de la composante du vecteur déplacement du mode Quasi-longitudinal.

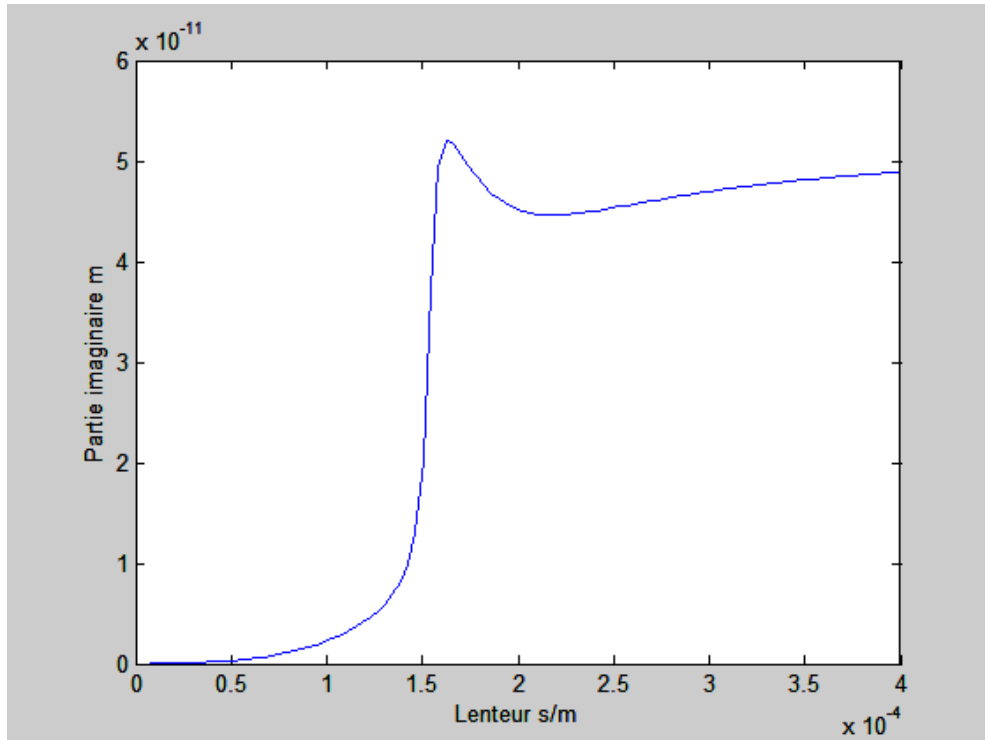


Figure II.5.f Variation de la partie imaginaire de la composante du vecteur déplacement du mode Quasi-électrostatique.

II.8 ETUDE DE LA PROPAGATION DES ONDES ACOUSTIQUES SUR LA LANGASITE

Dans cette section on se propose de décrire la propagation des ondes acoustiques générées par un transducteur interdigital (IDT) déposé sur un substrat en Langasite (LGS), ceci par application de la théorie et l'analyse précédemment développées.

II.8.1 LA LANGASITE

La famille des Langasites regroupe des composés appartenant au groupe d'espace P321 [21] et dont l'organisation générale est $A_3BC_3D_2O_{14}$ incluant les cristaux $La_3Ga_5SiO_{14}$, $La_3Ga_5Ta_{0.5}O_{14}$ ou encore $La_3Ga_{5.5}Ta_{0.5}O_{14}$. ces composés possèdent généralement un bon coefficient de qualité Q , une bonne stabilité en température, pas de transition de phase jusqu'à la fusion et un bon coefficient de couplage électromécanique.

Les coefficients du second ordre c'est-à-dire linéaires de la Langasite $La_3Ga_5SiO_{14}$ sont [24] :

Densité de masse : $\rho = 5743 \text{ Kg/m}^3$

$$[C_{pq}] = \begin{bmatrix} 18.875 & 10.475 & 9.589 & -1.412 & 0 & 0 \\ 10.475 & 18.875 & 9.589 & 1.412 & 0 & 0 \\ 9.589 & 9.589 & 26.14 & 0 & 0 & 0 \\ -1.412 & 1.412 & 0 & 5.35 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5.35 & -1.412 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1.412 & 4.2 \end{bmatrix} \times 10^{-10} N/m^2$$

$$[e_{ip}] = \begin{bmatrix} -0.44 & 0.44 & 0 & -0.08 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.08 & 0.44 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} C/m^2$$

$$[\varepsilon_{ij}] = \begin{bmatrix} 18.92\varepsilon_0 & 0 & 0 \\ 0 & 18.92\varepsilon_0 & 0 \\ 0 & 0 & 50.7\varepsilon_0 \end{bmatrix} C/Vm$$

$\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} F/m$: permittivité de l'espace libre.

II.8.2 SIMULATION ET RESULTATS

Le remplacement de ces données du Langasite dans les équations développées précédemment (II.11) et (II.12) et l'utilisation de l'algorithme de tri entre les différents modes [19] nous permet de résoudre les équations de propagation et de décrire la propagation des différentes ondes (modes de propagation).

II.8.2.1 EXEMPLE DE CALCUL

$v = 5263 \text{ m/s}$ Cette vitesse correspond à une lenteur de $s = 1,8997 \text{ s/m}$

Les résultats trouvés sont :

- L'ensemble des coefficients d'atténuation
 $-1.63061053-j3.32689487 \times 10^{-1}$
 $-1.61631197+j2.57398211 \times 10^{-2}$
 $-1.07246596-j3.48058340 \times 10^{-1}$
 $-6.86828076+j1.95907902 \times 10^{-1}$
 $1.63061053-j3.32689487 \times 10^{-1}$
 $1.61631197+j2.57398211 \times 10^{-2}$
 $1.07246596-j3.48058340 \times 10^{-1}$
 $6.86828076+j1.95907902 \times 10^{-1}$
- Coefficient d'atténuation du mode quasi-électrostatique
 $1.63061053-j3.32689487 \times 10^{-1}$
- Coefficient d'atténuation du mode quasi-longitudinal
 $1.61631197+j2.57398211 \times 10^{-2}$
- Coefficient d'atténuation du mode quasi-transversal lent
 $1.07246596-j3.48058340 \times 10^{-1}$
- Coefficient d'atténuation du mode quasi-transversal rapide
 $6.86828076+j1.95907902 \times 10^{-1}$

On constate sur les figures (II.6) montrant la variation des coefficients d'atténuation des différents modes de propagation que le mode quasi-électrostatique est toujours fortement atténué sur tout l'intervalle des lenteurs. Par contre le mode longitudinal et les modes quasi-transversaux rapide et lent sont atténués à partir des lenteurs de coupures (0.000142 s/m) ; (0.000331 s/m) et (0.000301 s/m) respectivement ; au-delà de (0.0004 s/m) tous les modes sont fortement atténués.

Notons que les vitesses de coupure entre la propagation des ondes de surface et les ondes de volume pour la langasite sont (7042 s/m ; 3322,26 s/m ; 3030,30 s/m) pour le mode quasi-longitudinal ; le mode quasi-transversal rapide et le mode transversal lent respectivement sont inférieures comparativement aux vitesses de coupure des différents modes de propagation vu précédemment pour le niobate de lithium.

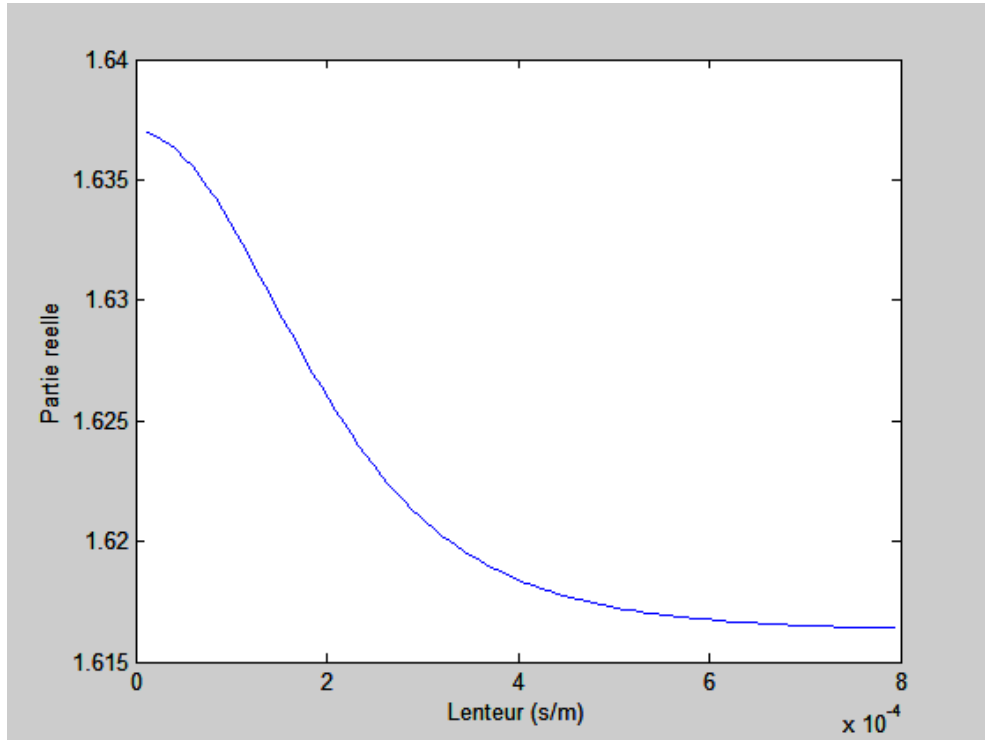


Fig. II.6.a Variation de la partie réelle du coefficient d'atténuation du mode Quasi-électrostatique.

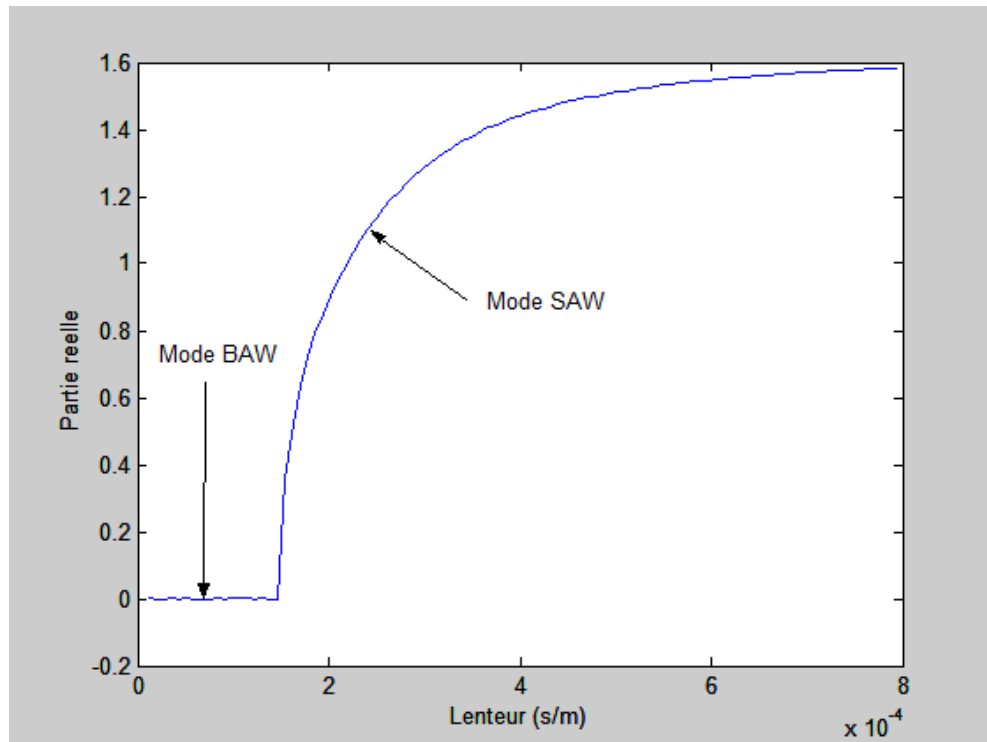


Fig. II.6.b Variation de la partie réelle du coefficient d'atténuation du mode Quasi-longitudinal.

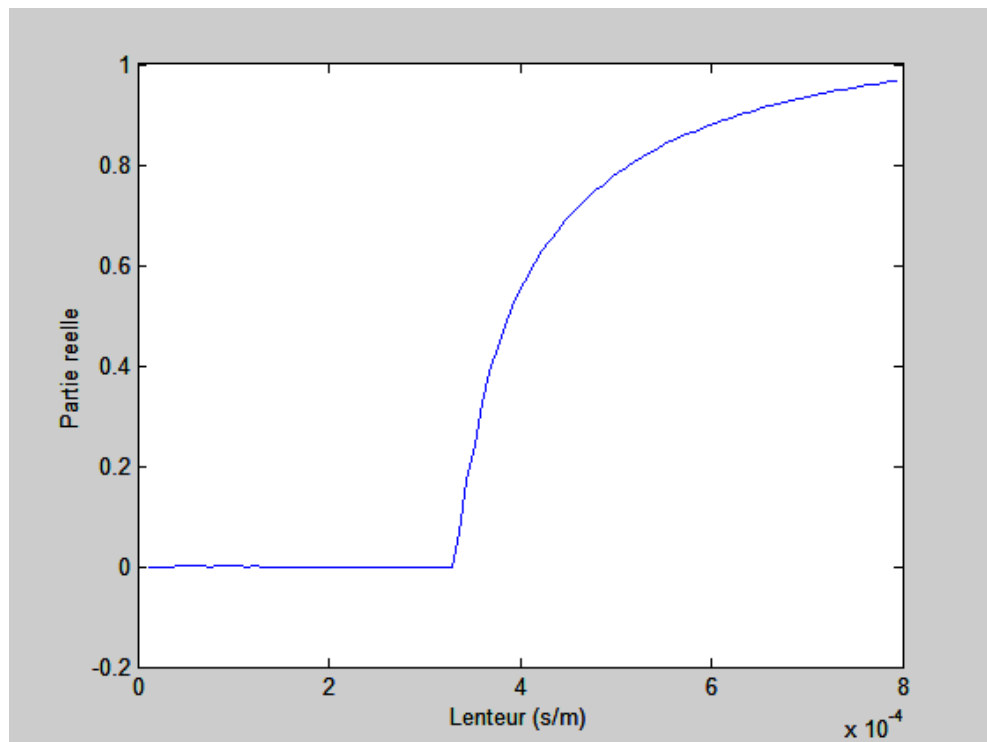


Fig. II.6.c Variation de la partie réelle du coefficient d'atténuation du mode Quasi-transversal lent.

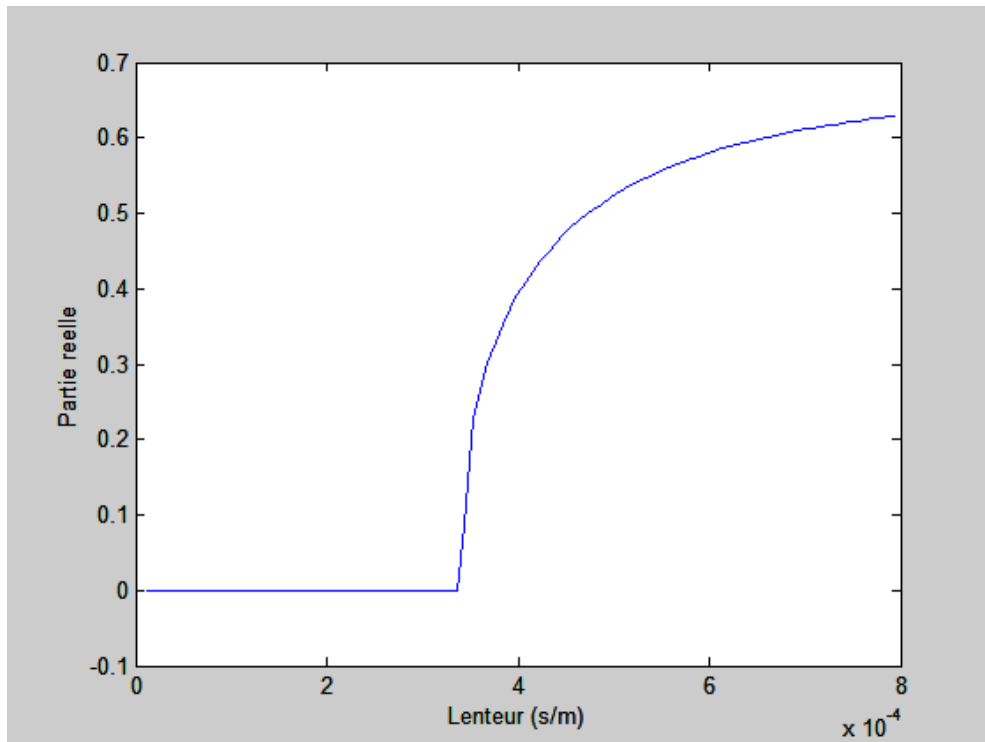


Fig. II.6.d Variation de la partie réelle du coefficient d'atténuation du mode Quasi-transversal rapide.

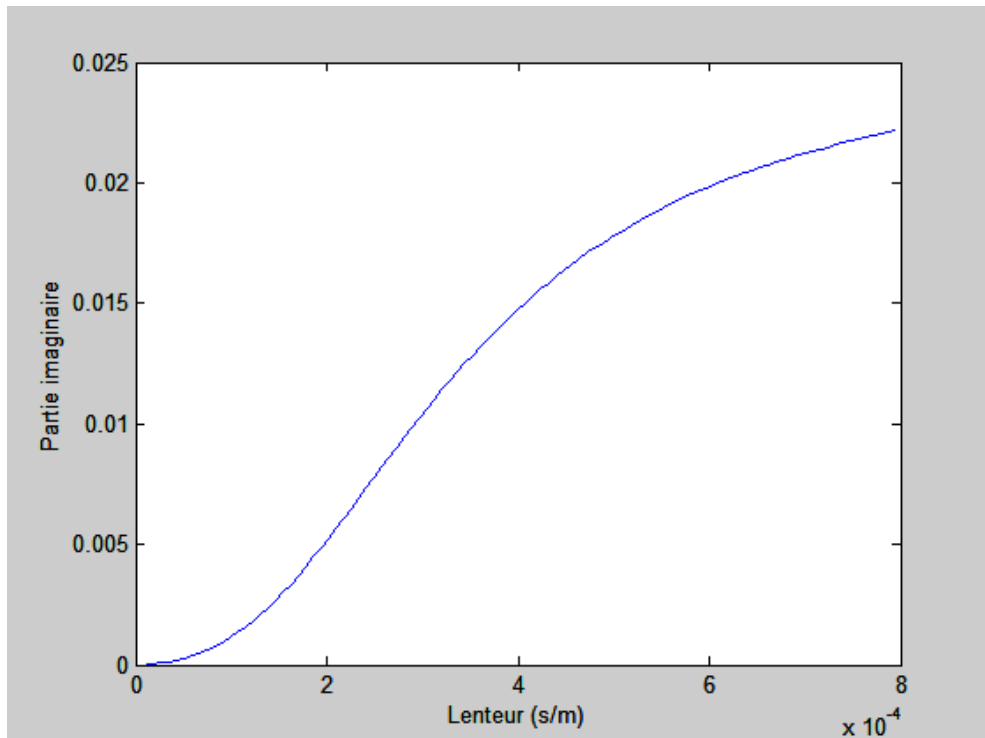


Fig. II.6.e Variation de la partie imaginaire du coefficient d'atténuation du mode Quasi-électrostatique.

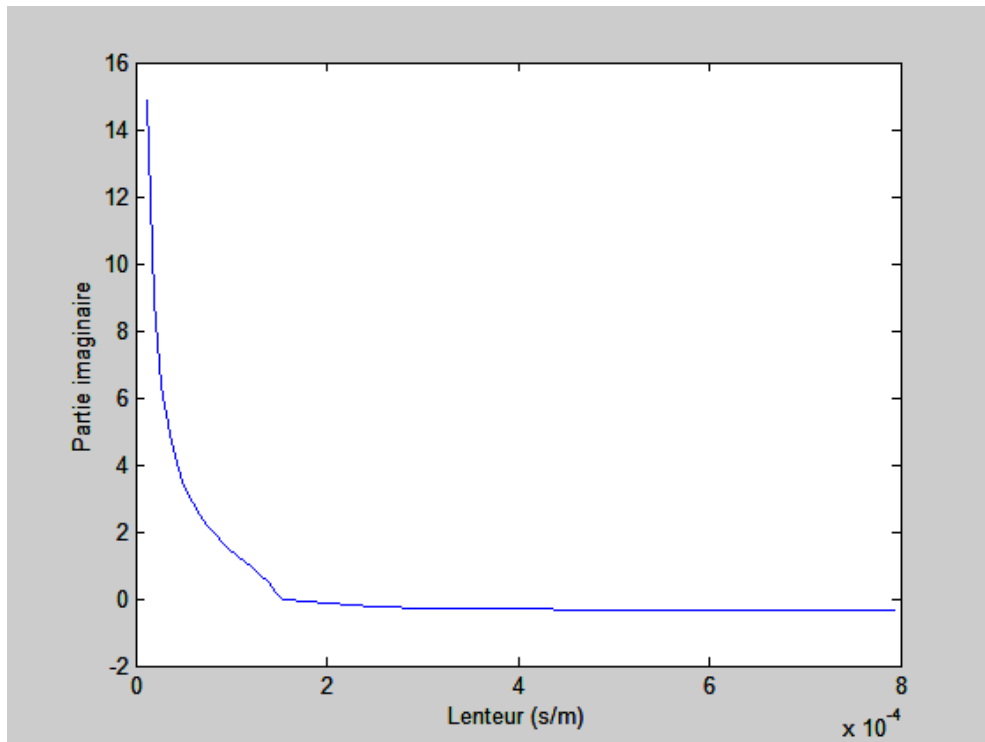


Fig. II.6.f Variation de la partie imaginaire du coefficient d'atténuation du mode Quasi-longitudinal.

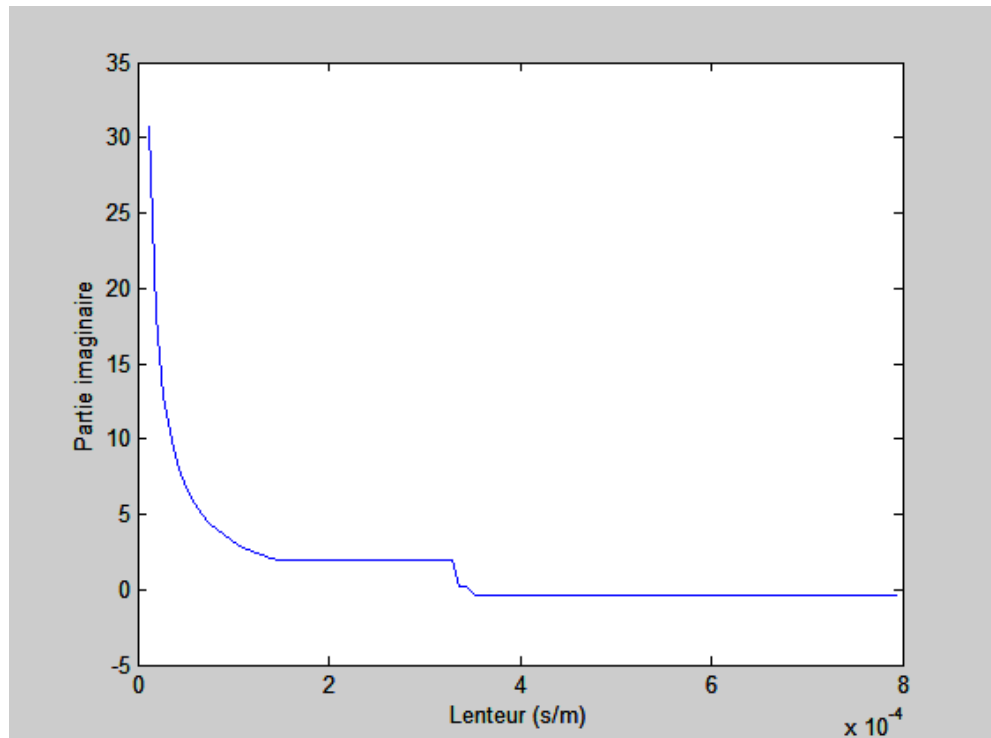


Fig. II.6.g Variation de la partie imaginaire du coefficient d'atténuation du mode Quasi-transversal lent.

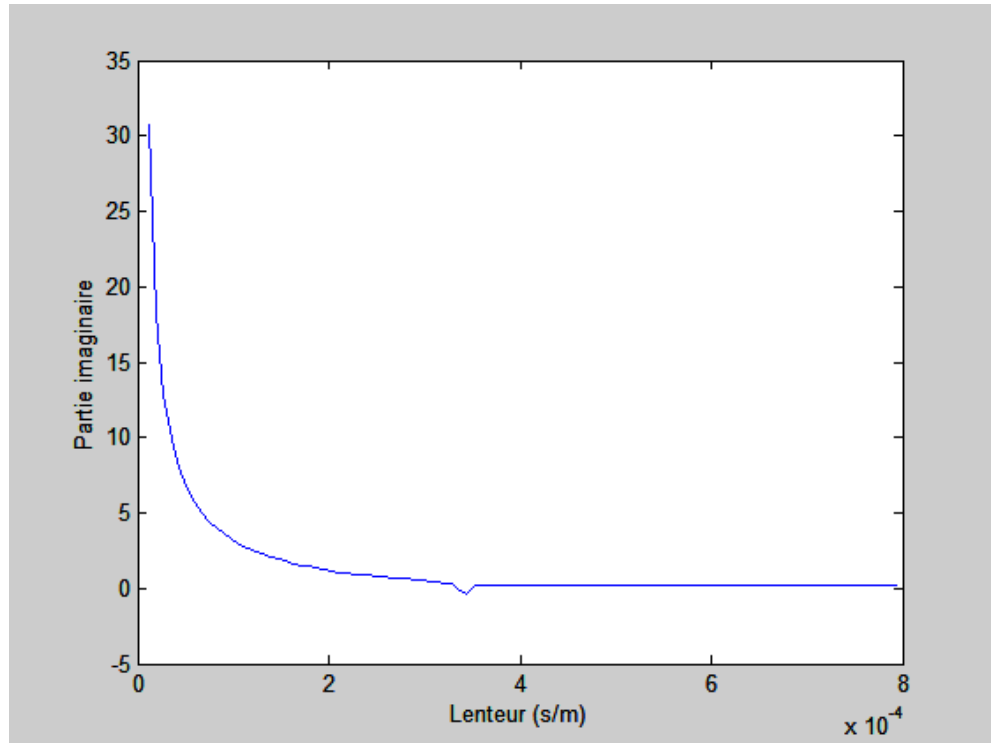


Fig. II.6.h Variation de la partie imaginaire du coefficient d'atténuation du mode Quasi-transversal rapide.

II.9 CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons simulé la propagation des ondes acoustiques de surface générées par les transducteurs interdigitaux pour le cas non contraint, c'est-à-dire le cas linéaire. L'équation d'onde est obtenue à partir des équations constitutives de la piézoélectricité et la loi de *Newton*, elle est résolue en tenant compte des conditions aux limites mécaniques et électriques. Pour séparer les modes de propagation dégagés de cette équation d'onde, nous avons proposé un algorithme de tri entre ces différents modes de propagation en tenant compte des coefficients d'atténuation et non pas des vecteurs déplacements. Enfin une simulation est faite pour deux cas de substrat (milieu de propagation), le Niobate de lithium et la Langasite. Ces méthodes de simulations et résultats seront utilisées pour traiter le cas de propagation de ondes acoustiques de surface en tenant compte des constantes non linéaires du milieu de propagation.

CHAPITRE III : ANALYSE DES NONLINEARITE DANS LES STRUCTURES PIEZOELECTRIQUES

III.1 INTRODUCTION

Dans ce chapitre on se propose de donner les relations constitutives décrivant l'état du matériau soumis à un champ électrique statique fort ou une large déformation mécanique. En se basant sur la théorie de l'électro-élasticité non linéaire qui traite les champs électriques forts et les larges déformations [22-24].

III.2 THEORIE DE L'ELECTROELASTICITE NON LINEAIRE

Dans cette section on se propose de donner un aperçu sur la théorie non linéaire de l'électro élasticité pour des déformations larges et champs électriques forts.

III.2.1 DEFORMATION ET MOUVEMENT D'UN CONTINUUM

Considérons un continuum déformable qui, dans l'état de référence au temps t_0 , occupe une région V avec une surface du contour S (figure III.1) ; N est le vecteur normal à la surface S . dans cet état le corps est libre de toutes déformations ou champs .la position d'un point du corps dans cet état est notée par le vecteur position $X = X_K I_K$ dans un repère de coordonnées X_K , au temps t , le corps occupe une région v de surface de contour s et une normale à la surface n . La position actuelle du point du corps associée à X est donnée par $y = y_k i_k$; qui dénote les coordonnées spatiales de ce point.

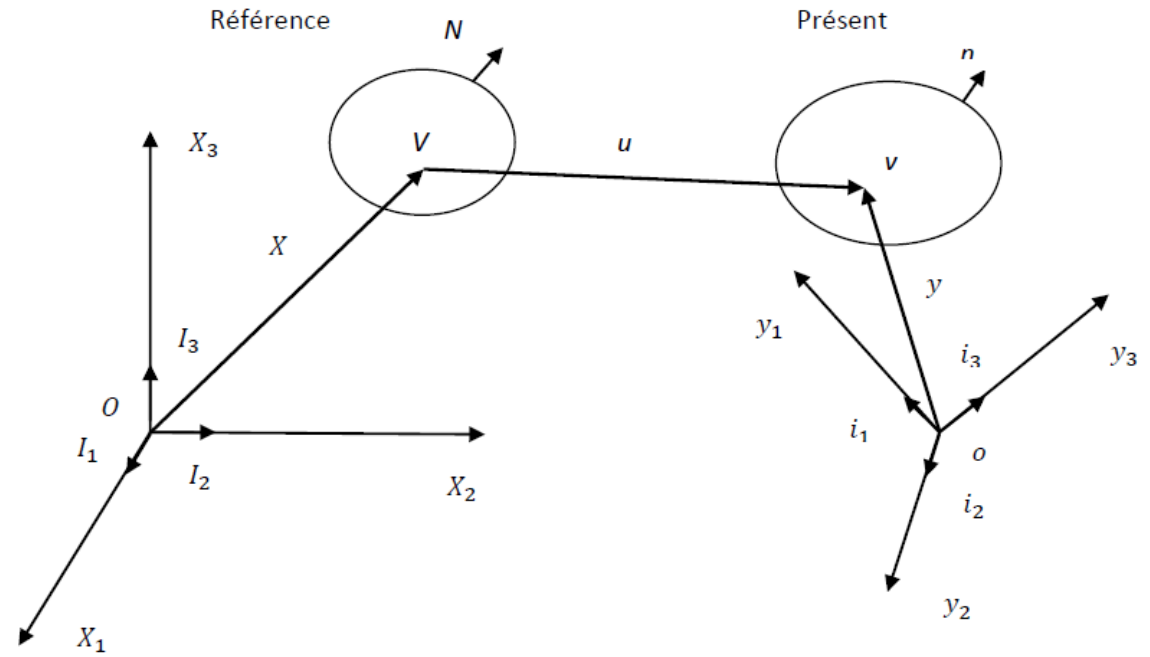


Figure III.1 Mouvement d'un continuum

Les systèmes de coordonnées sont orthogonaux alors :

$$i_k i_l = \delta_{kl} , I_K I_L = \delta_{KL} \quad (\text{III.1})$$

$\delta_{kl} , \delta_{KL}$: Symbole Kroncker

$$[\delta_{kl}] = [\delta_{KL}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{III.2})$$

Les coefficients de transformation entre les deux systèmes de coordonnées sont notés par :

$$i_k I_L = \delta_{kL} \quad (\text{III.3})$$

Les deux systèmes sont considérés coïncidents c'est-à-dire :

$$O = O ; i_1 = I_1 ; i_2 = I_2 ; i_3 = I_3 \quad (\text{III.4})$$

Dans ce cas δ_{kL} devient le symbole Kronecker qui nous permet de représenter les vecteurs dans les différents systèmes de coordonnées.

Exemple on peut écrire :

$$y = y_K I_K \quad (III.5)$$

$$y_M = \delta_{Mi} y_i \quad (III.6)$$

Le mouvement du corps est décrit par :

$$y_i = y_i(X, t) \quad (III.7)$$

Le vecteur déplacement u du point matériel est définie par :

$$y = X + u \quad (III.8)$$

Où :

$$y_i = \delta_{iM} (X_M + u_M) \quad (III.9)$$

Un élément du corps dX à t_0 , se déforme à l'élément suivant au temps t :

$$dy_i|_{t \text{ fixe}} = y_{i,K} dX_K \quad (III.10)$$

Où le gradient de déformation est un tenseur à deux points.

$$y_{k,K} = \delta_{kK} + \delta_{KL} u_{L,K} \quad (III.11)$$

Le déterminant suivant est appelé le Jacobien de la déformation :

$$J = \det(y_{k,K}) = \epsilon_{ijk} y_{i,1} y_{j,2} y_{k,3} = \epsilon_{KLM} y_{1,K} y_{2,L} y_{3,M} = \frac{1}{6} \epsilon_{klm} \epsilon_{KLM} y_{k,K} y_{l,L} y_{m,M} \quad (III.12)$$

Où ϵ_{klm} et ϵ_{KLM} sont les tenseurs de permutation

$$\epsilon_{ijk} = \begin{cases} 1 : ijk = 1,2,3 ; 2,3,1 ; 3,1,2 \\ -1 : ijk = 3,2,1 ; 2,1,3 ; 1,3,2 \\ 0 \quad \text{ailleurs} \end{cases} \quad (III.13)$$

L'identité suivante est vérifiée :

$$\epsilon_{ijk} \epsilon_{pqr} = \begin{vmatrix} \delta_{ip} & \delta_{iq} & \delta_{ir} \\ \delta_{jp} & \delta_{jq} & \delta_{jr} \\ \delta_{kp} & \delta_{kq} & \delta_{kr} \end{vmatrix} \quad (III.14)$$

Pour le cas particulier $i = p$:

$$\epsilon_{ijk}\epsilon_{ipr} = \delta_{iq}\delta_{kr} - \delta_{jr}\delta_{kq} \quad (\text{III.15})$$

La combinaison de (III.12) et (III.14) mène à :

$$J = \frac{1}{6} \left[2 \frac{\partial y_K}{\partial X_L} \frac{\partial y_L}{\partial X_M} \frac{\partial y_M}{\partial X_K} - 3 \frac{\partial y_K}{\partial X_K} \frac{\partial y_L}{\partial X_M} \frac{\partial y_M}{\partial X_L} + \left(\frac{\partial y_M}{\partial X_M} \right)^3 \right] \quad (\text{III.16})$$

Quelque soit L,M, N la relation suivante est vérifiée

$$\epsilon_{ijk}y_{i,L}y_{j,M}y_{k,N} = J\epsilon_{LMN} \quad (\text{III.17})$$

A partir de la dernière équation (III.17) on obtient les relations suivantes :

$$\epsilon_{ijk}y_{i,M}y_{k,N} = J\epsilon_{LMN}X_{L,i} \quad (\text{III.18})$$

$$\epsilon_{ijk}\epsilon_{LMN}y_{i,M}y_{k,N} = 2JX_{L,i} \quad (\text{III.19})$$

La dérivée du Jacobien par rapport à un élément est :

$$\frac{\partial J}{\partial y_{i,L}} = JX_{L,i} \quad (\text{III.20})$$

A partir de la relation (III.19) on peut montrer que :

$$(JX_{K,k})_{,K} = 0 \quad (\text{III.21})$$

La longueur d'un élément avant déformation est :

$$(dS)^2 = dX_K dX_K = \delta_{KL} dX_K dX_L \quad (\text{III.22})$$

Après déformation :

$$(ds)^2 = dy_i dy_i = y_{i,K} dX_K y_{i,L} dX_L = C_{KL} dX_K dX_L \quad (\text{III.23})$$

Ou C_{KL} est le tenseur d'elasticité :

$$C_{KL} = y_{k,K} y_{k,L} = C_{LK} \quad (\text{III.24})$$

Son inverse est :

$$C_{KL}^{-1} = X_{K,k} X_{L,k} = C_{LK}^{-1}$$

$$C_{KL}^{-1} C_{LM} = \delta_{KM} \quad (\text{III.25})$$

A partir de l'équation (III.24) on a :

$$\det(C_{KL}) = J^2 \quad (III.26)$$

Cette dernière relation définit J comme fonction de C .

On montre que :

$$\frac{\partial J}{\partial C_{KL}} = \frac{1}{2} J C_{LK}^{-1} \quad (III.27)$$

La dérivée de C^{-1} par rapport à C est donnée par :

$$\frac{\partial C_{KN}^{-1}}{\partial C_{LM}} = -\frac{1}{2} (C_{KL}^{-1} C_{MN}^{-1} + C_{KM}^{-1} C_{LN}^{-1}) \quad (III.28)$$

A partir des équations (III.22) et (III.23)

$$(ds)^2 - (dS)^2 = (C_{KL} - \delta_{KL}) dX_K dX_L = 2S_{KL} dX_K dX_L \quad (III.29)$$

Le tenseur contrainte est défini par :

$$S_{KL} = (C_{KL} - \delta_{KL})/2 = (u_{K,L} + u_{M,K} + u_{M,K} u_{M,L})/2 = S_{LK} \quad (III.30)$$

Considérons, pour le même point du corps deux éléments non colinéaires $dX^{(1)}$ et $dX^{(2)}$ qui sont déformés en $dy^{(1)}$ et $dy^{(2)}$; les surfaces des parallélogrammes formées par $dX^{(1)}$ et $dX^{(2)}$ et aussi par $dy^{(1)}$ et $dy^{(2)}$ peuvent être représentés par les vecteurs suivants respectivement :

$$N_L dA = dA_L = \epsilon_{LMN} dX_M^{(1)} dX_N^{(2)} \quad (III.31)$$

$$n_i da = da_i = \epsilon_{ijk} dy_j^{(1)} dy_k^{(2)} \quad (III.32)$$

Et ces vecteurs sont liés par :

$$da_i = J X_{L,i} dA_L \quad (III.33)$$

Et similairement pour les volumes :

$$v = J dV \quad (III.34)$$

La vitesse et l'accélération d'un point du corps sont données par :

$$v_i = \frac{Dy_i}{Dt} = \dot{y}_i = \left. \frac{\partial y_i(X,t)}{\partial t} \right|_{X \text{ fixe}} \quad (\text{III.35})$$

$$\dot{v}_i = \frac{Dv_i}{Dt} = \left. \frac{\partial^2 y_i(X,t)}{\partial t^2} \right|_{X \text{ fixe}} \quad (\text{III.36})$$

La dérivée du Jacobien est :

$$\dot{j} = Jv_{k,k} \quad (\text{III.37})$$

III.2.2 LOIS GLOBALES DE CONSERVATION

Dans cette section nous exposons les lois fondamentales qui gouvernent le mouvement d'un diélectrique élastique.

III.2.2.1 POLARISATION

Quand un diélectrique est placé dans un champ électrique, les charges électriques dans les molécules se redistribuent à l'échelle microscopique donnant ainsi une polarisation macroscopique.

La polarisation macroscopique est définie par :

$$P = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{\sum \Delta v P_{micro}}{\Delta v} \quad (\text{III.38})$$

III.2.2.2 LOIS DE CONSERVATION

La théorie de l'électro-élasticité postule les lois suivantes sous forme intégrales :

- Lois de *Gauss* (équation de charge)

$$\int_S \mathbf{D} da = \int_v \rho_e dv \quad (\text{III.39.a})$$

- Lois de *Faraday*

$$\int_l \mathbf{E} dl = 0 \quad (\text{III.39b})$$

- Lois de conservation de masse

$$\frac{D}{Dt} \int_v \rho dv = 0 \quad (\text{III.39c})$$

- Loi de conservation de la quantité de mouvement linéaire

$$\frac{D}{Dt} \int_v \rho v dv = \int_v (\rho f + F^E) dv + \int_s t da \quad (\text{III.39d})$$

- Lois de conservation de la quantité de mouvement angulaire

$$\frac{D}{Dt} \int_v y \rho v dv = \int_v [y(\rho f + F^E) + C^E] dv + \int_s y t da \quad (\text{III.39e})$$

- Lois de conservation d'énergie

$$\frac{D}{Dt} \int_v \rho \left(\frac{1}{2} v \cdot v + e \right) dv = \int_v [(\rho f + F^E)v + w^E] dv + \int_s t v da \quad (\text{III.39f})$$

Où :

D : déplacement électrique.

f : Force mécanique par unité de masse.

t : Tension sur la surface S .

e : Énergie interne par unité de masse.

On a aussi :

$$D = \varepsilon_0 E + P \quad (\text{III.40})$$

ε_0 : Permittivité de l'espace libre.

III.2.2.3 LOIS DE CONSERVATION LOCALES.

Ces lois se résument dans les relations suivantes :

$$D_{i,i} = \rho_e$$

$$\epsilon_{ijk} E_{k,j} = 0$$

$$\dot{\rho} + \rho v_{i,i} = 0$$

$$\tau_{ij,i} + \rho f_i = \rho \dot{v}_j \quad (\text{III.41})$$

$$\epsilon_{ijk} \tau_{ik} = 0$$

$$\rho \dot{\psi} = \sigma_{ij} v_{j,i} - P_i \dot{E}_i$$

Du moment que E est électrostatique ; un potentiel peut être introduit :

$$E_i = -\phi_{,i} \quad (III.42)$$

Jusqu'à ce point, toutes les équations précédentes sont écrites en fonction de la coordonnée y_i ; dans le cas où la coordonnée de l'état de référence est connue et celle de l'état de présent est non connue, il est important d'avoir ces équations en fonction de la coordonnée de l'état de référence ; en résumé ces lois s'écrivent comme suit :

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{K,K} &= \rho_E \\ \epsilon_{IJK} \mathbb{E}_{K,J} &= 0 \\ \rho_0 &= \rho J \\ K_{Lk,L} + \rho_0 f_k &= \rho_0 \dot{v}_k \quad \text{Où} \quad K_{Lj} = J X_{L,i} \tau_{ij} \end{aligned} \quad (III.43)$$

$$\epsilon_{ijk} y_{i,L} K_{Lj} = 0$$

$$\rho_0 \dot{\psi} = T_{KL}^S \dot{S}_{KL} - \mathcal{P}_K \dot{\mathbb{E}}_K$$

Où :

$\mathcal{D}_L = J X_{L,i} D_i$: Déplacement électrique dans l'état de référence.

$\rho_E = \rho_e J$: Charge électrique dans l'état de référence.

$\mathbb{E}_K = E_i y_{i,K}$: Champ électrique dans l'état de référence.

$\rho_0 = \rho J$: Densité de masse dans l'état de référence.

$\mathcal{P}_K = J X_{K,k} P_k$: Polarisation dans l'état de référence.

$T_{LK}^S = J X_{K,k} X_{L,l} \sigma_{kl}^S$: Tenseur de contrainte dans l'état de référence.

III.2.3 RELATIONS CONSTITUTIVES

Pour avoir les relations constitutives considérons la relation qui lie l'énergie ψ , la contrainte T et le champ \mathbb{E} [25]

$$\left(T_{KL}^S - \rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial S_{KL}} \right) \dot{S}_{KL} - \left(\mathcal{P}_K + \rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial \mathbb{E}_K} \right) \dot{\mathbb{E}}_K = 0 \quad (III.44)$$

Du moment que (III.44) est linéaire par rapport à \dot{S}_{KL} et $\dot{\mathbb{E}}_K$; nous pouvons en déduire les relations suivantes :

$$T_{KL}^S = \rho_0 \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \psi}{\partial S_{KL}} + \frac{\partial \psi}{\partial S_{LK}} \right) = \rho_0 \frac{\partial \psi}{S_{KL}} \quad (\text{III.45})$$

$$\mathcal{P}_K = -\rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial \mathbb{E}_K}$$

Alors :

$$\begin{aligned} K_{Lj} &= JX_{L,i}\tau_{ij} = JX_{L,i}(\sigma_{ij}^S + \sigma_{ij}^M) = JX_{L,i}(J^{-1}y_{i,K}y_{i,M}T_{KM}^S) + JX_{L,i}\varepsilon_0(E_iE_j - \frac{1}{2}E_kE_k\delta_{ij}) \\ &= y_{j,M}T_{ML}^S + y_{i,K}JX_{K,k}X_{L,l}\varepsilon_0(E_kE_l - \frac{1}{2}E_mE_m\delta_{kl}) \\ &= y_{j,K}\rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial S_{KL}} + y_{j,K}T_{KL}^M = F_{Lj} + M_{Lj} \end{aligned} \quad (\text{III.46})$$

Où les facteurs suivants ont été introduits :

$$\begin{aligned} T_{KL}^M &= JX_{K,k}X_{L,l}\varepsilon_0(E_kE_l - \frac{1}{2}E_mE_m\delta_{kl}) \\ F_{Lj} &= JX_{L,i}\sigma_{ij}^S = y_{j,K}T_{KL}^S = y_{j,K}\rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial S_{KL}} \end{aligned} \quad (\text{III.47})$$

$$M_{Lj} = JX_{L,i}\sigma_{ij}^M = y_{j,K}T_{KL}^M = JX_{L,i}\varepsilon_0(E_iE_j - \frac{1}{2}E_kE_k\delta_{ij})$$

A partir de la relation suivante :

$$D_i = \varepsilon_0 E_i + P_i \quad (\text{III.48})$$

On a:

$$\mathcal{D}_K = \varepsilon_0 JX_{K,i}D_i = \varepsilon_0 JX_{K,i}E_i + JX_{K,i}P_i = \varepsilon_0 J C_{KL}^{-1} \mathbb{E}_L + \mathcal{P}_K = \varepsilon_0 J C_{KL}^{-1} \mathbb{E}_L - \rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial \mathbb{E}_K} \quad (\text{III.49})$$

La densité d'énergie ψ qui détermine les relations constitutive non linéaires de l'électro élasticité est donnée par [25] :

$$\begin{aligned}
 \rho_0 \psi(S_{KL}, \mathbb{E}_K) = & \frac{1}{2} c_{ABCD} S_{AB} S_{CD} - e_{ABC} \mathbb{E}_A S_{BC} - \frac{1}{2} \chi_{AB} \mathbb{E}_A \mathbb{E}_B + \frac{1}{6} c_{ABCDEF} S_{AB} S_{CD} S_{EF} + \\
 & \frac{1}{2} k_{1ABCDE} \mathbb{E}_A S_{BC} S_{DE} - \frac{1}{6} b_{ABCD} \mathbb{E}_A \mathbb{E}_B S_{CD} - \frac{1}{6} \chi_{ABC} \mathbb{E}_A \mathbb{E}_B \mathbb{E}_C + \frac{1}{24} c_{ABCDEFGH} S_{AB} S_{CD} S_{EF} S_{GH} + \\
 & \frac{1}{6} k_{2ABCDEFG} \mathbb{E}_A S_{BC} S_{DE} S_{FG} + \frac{1}{4} a_{ABCDEF} \mathbb{E}_A \mathbb{E}_B S_{CD} S_{EF} + \frac{1}{6} k_{3ABCDE} \mathbb{E}_A \mathbb{E}_B \mathbb{E}_C S_{DE} - \\
 & \frac{1}{24} \chi_{ABCD} \mathbb{E}_A \mathbb{E}_B \mathbb{E}_C \mathbb{E}_D + \dots
 \end{aligned} \tag{III.50}$$

Ou les constantes sont :

c_{ABCD} : Constante élastique du deuxième ordre.

e_{ABC} : Constante piézoélectrique du deuxième ordre.

χ_{AB} : Constante de susceptibilité électrique du deuxième ordre.

c_{ABCDEF} : Constante élastique du troisième ordre.

k_{1ABCDE} : Première constante impaire électroélastique.

b_{ABCD} : Constante electrostrictive.

χ_{ABC} : Constante de susceptibilité électrique du troisième ordre.

$c_{ABCDEFGH}$: Constante élastique du quatrième ordre.

$k_{2ABCDEFG}$: Deuxième constante impaire électroélastique.

a_{ABCDEF} : Première constante paire électroélastique.

k_{3ABCDE} : Troisième constante impaire électroélastique.

χ_{ABCD} : Constante de susceptibilité électrique du quatrième ordre.

III.3 EQUATIONS LINEAIRES POUR PETITS CHAMPS SUPERPOSES SUR DES CHAMPS DE POLARISATION FINIS

La théorie linéaire de la piézoélectricité suppose une déviation infinitésimale à partir de l'état de référence du corps qui n'est soumis à aucun champ mécanique ou électrique. Sous l'action de champs de polarisation (électrique ou mécanique), le matériau se comporte comme un autre matériau et rend, par conséquent, la théorie linéaire de la piézoélectricité invalide.

La connaissance du comportement du matériau électro-élastique sous la polarisation des champs appliqués est de grande importance dans plusieurs applications tel que : stabilité en fréquence des résonateurs piézoélectriques ; capteurs à ondes acoustiques basés sur le décalage de fréquence du aux champs de polarisation ; caractérisation des matériaux électro-élastiques non linéaires par la propagation des petites ondes dans les corps électro-élastiques sous des champs de polarisation etc....

Dans ce qui suit nous aborderons la théorie des petits champs superposés sur des champs de polarisations appliques sur des corps électro-élastiques.

III.3.1 LINEARISATION DES EQUATIONS PAR RAPPORT A UN CHAMP DE POLARISATION

Considérons les trois états d'un corps électro-élastique, soumit à un champ de polarisation statique.

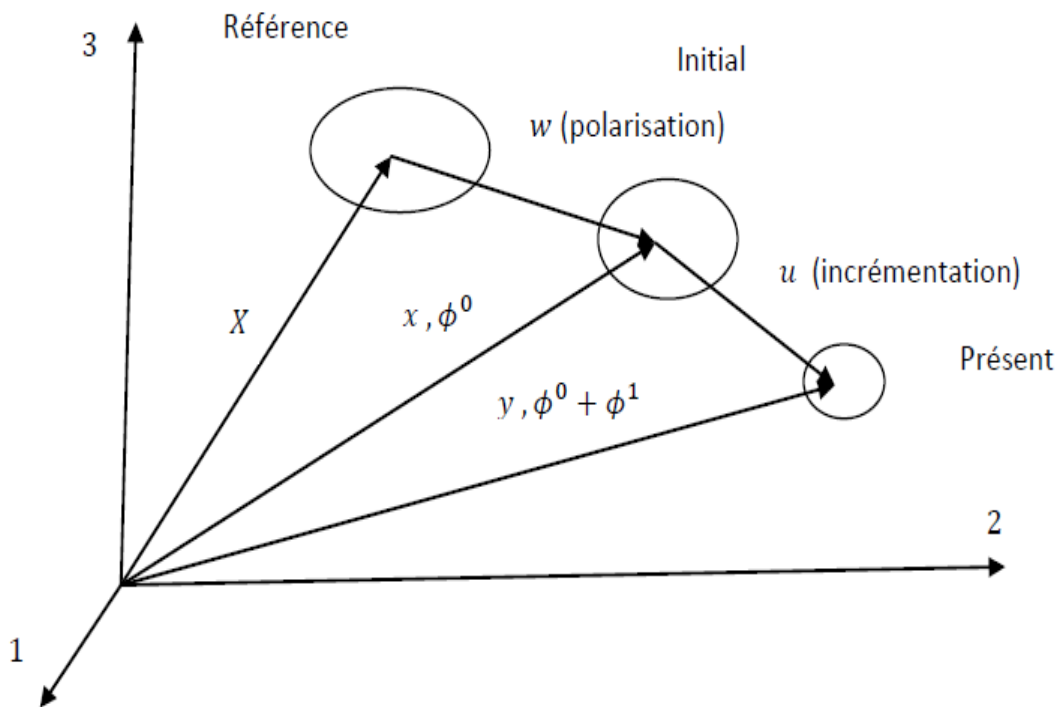


Figure III.2 Représentation des différents états du corps électro-élastique.

Etat de référence :

Dans ce cas le corps (matériau) est non déformé et libre de tous champs électriques. Considérons un point dans cet état noté par X dont les coordonnées cartésiennes sont X_K , la densité de masse est noté par ρ_0 .

Etat initial :

Dans ce cas le matériau est déformé de façon finie et statiquement et porte des champs électriques statiques finis. Le matériau est sous l'action d'une force f_α^0 , sa charge est ρ_E^0 , sa position est \bar{x}_α , la traction de surface est \bar{T}_α^0 , le potentiel de surface $\bar{\phi}^0$, et la charge de surface est $\bar{\sigma}_e^0$. La déformation et les champs pour cette configuration sont les champs initiaux ou les champs de polarisation. La position du point du corps associé à X est donnée par $x = x(X)$ ou $x_\gamma = x_\gamma(X)$, et la déformation est S_{KL}^0 ; le potentiel et le champ électriques pour cet état sont : $\phi^0(X)$; \mathbb{E}_K^0 .

$x(X)$ et $\phi^0(X)$ Obéissent à l'équation statique de l'électro-élasticité non linéaire :

$$\begin{aligned} S_{KL}^0 &= \frac{x_{\alpha,K}x_{\alpha,L} - \delta_{KL}}{2}, \quad \mathbb{E}_K^0 = -\phi_{,K}^0, \quad E_\alpha^0 = -\phi_{,\alpha}^0, \quad T_{KL}^0 = \rho_0 \left. \frac{\partial \psi}{\partial S_{KL}} \right|_{S_{KL}^0, \mathbb{E}_K^0}, \quad \mathcal{P}_K^0 = \\ &\rho_0 \left. \frac{\partial \psi}{\partial \mathbb{E}_K} \right|_{S_{KL}^0, \mathbb{E}_K^0}, \quad J^0 = \det(x_{\alpha,K}), \quad K_{K\alpha}^0 = x_{\alpha,L} T_{KL}^0 + M_{K\alpha}^0, \quad \mathcal{D}_K^0 = \varepsilon_0 J^0 X_{K,\alpha} X_{L,\alpha} \mathbb{E}_L^0 + \\ \mathcal{P}_K^0, \quad M_{K\alpha}^0 &= J^0 X_{K,\beta} \varepsilon_0 \left(E_\beta^0 E_\alpha^0 - \frac{1}{2} E_\gamma^0 E_\gamma^0 \delta_{\beta\alpha} \right), \quad K_{K\alpha,K}^0 + \rho_0 f_\alpha^0 = 0, \quad \mathcal{D}_{K,K}^0 = \rho_E^0 \end{aligned} \quad (\text{III.51})$$

Etat présent :

Dans ce cas de petites déformations et champs électriques, qui varient en fonction du temps, sont appliqués sur le matériau déformé à l'état initial. Le matériau est sous l'action de : $f_i, \rho_E, \bar{y}_i, \bar{T}_i, \bar{\phi}$, et $\bar{\sigma}$.

La position finale de X est donnée par : $y = y(X, t)$ et le potentiel électrique final est donné par : $\phi(X, t) = \phi^0(X) + \phi^1(X, t)$.

$y(X, t)$ et $\phi(X, t)$ doivent satisfaire les équations dynamiques de l'électro-élasticité non linéaire :

$$\begin{aligned}
 S_{KL} &= \frac{(y_{i,K}y_{i,L} - \delta_{KL})}{2} ; \mathbb{E}_K = -\phi_{,K} ; E_i = -\phi_{,i} ; T_{KL}^S = \rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial S_{KL}} \Big|_{S_{KL}, \mathbb{E}_K} ; \mathcal{P}_K = \\
 &-\rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial \mathbb{E}_K} \Big|_{S_{KL}, \mathbb{E}_K} ; \mathcal{P}_K = \rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial \mathbb{E}_K} \Big|_{S_{KL}, \mathbb{E}_K} ; K_{Lj} = y_{j,K} T_{KL}^S + M_{Lj} ; \mathcal{D}_K = \varepsilon_0 J C_{KL}^{-1} \mathbb{E}_L + \mathcal{P}_K ; M_{Lj} = \\
 &J X_{L,i} \varepsilon_0 \left(E_i E_j - \frac{1}{2} E_k E_k \delta_{ij} \right) ; K_{Lj,L} + \rho_0 f_i = \rho_0 \dot{v}_j ; \mathcal{D}_{K,K} = \rho_E
 \end{aligned} \tag{III.52}$$

III.3.1 LINEARISATION DES EQUATIONS DIFFERENTIELLES

Considérons un déplacement incrémental $u(X, t)$, u et ϕ^1 sont supposés infinitésimales, on peut écrire alors :

$$\begin{aligned}
 y_i(X, t) &= \delta_{i\alpha} [x_\alpha(X, t) + \lambda u_\alpha(X, t)] \\
 \phi(X, t) &= \phi^0(X, t) + \lambda \phi^1(X, t)
 \end{aligned} \tag{III.53}$$

Où λ est un paramètre sans dimension a été introduit pour indiquer la grandeur des champs et déformations. Dans ce qui suit les puissances de λ seront négligés.

La substitution de (III.53) dans (III.52) mène à :

$$\begin{aligned}
 S_{KL} &= (y_{i,K}y_{i,L} - \delta_{KL})/2 = S_{KL}^0 + \lambda S_{KL}^1 \\
 \mathbb{E}_K &= -\phi_{,K} = \mathbb{E}_K^0 + \lambda \mathbb{E}_K^1
 \end{aligned} \tag{III.54}$$

Où :

$$S_{KL}^1 = (x_{\alpha,K} u_{\alpha,L} + x_{\alpha,L} u_{\alpha,K})/2$$

$$\mathbb{E}_K^1 = -\phi_{,K}^1 \tag{III.55}$$

Et :

$$\begin{aligned}
 T_{KL}^S &= T_{KL}^0 + \lambda T_{KL}^1 \\
 \mathcal{P}_K &= \mathcal{P}_K^0 + \lambda \mathcal{P}_K^1
 \end{aligned} \tag{III.56}$$

Où :

$$T_{KL}^1 = \rho_0 \frac{\partial^2 \psi}{\partial S_{KL} \partial S_{MN}} \Big|_{S_{KL}^0, \mathbb{E}_K^0} S_{MN}^1 + \rho_0 \frac{\partial^2 \psi}{\partial \mathbb{E}_K \partial \mathbb{E}_M} \Big|_{S_{KL}^0, \mathbb{E}_K^0} \mathbb{E}_M^1$$

$$\mathcal{P}_K^1 = -\rho_0 \frac{\partial^2 \psi}{\partial \mathbb{E}_K \partial S_{MN}} \Big|_{S_{KL}^0, \mathbb{E}_K^0} S_{MN}^1 - \rho_0 \frac{\partial^2 \psi}{\partial \mathbb{E}_K \partial \mathbb{E}_M} \Big|_{S_{KL}^0, \mathbb{E}_K^0} \mathbb{E}_M^1 \quad (\text{III.57})$$

Développons la relation suivante et tenons compte uniquement des facteurs du premier ordre de λ .

$$\begin{aligned} X_{K,j} &= X_{K,\alpha} x_{\alpha,j} = X_{K,\alpha} (\delta_{i\alpha} y_i - u_{\alpha,j}) \\ &= X_{K,\alpha} (\delta_{i\alpha} \delta_{ij} - \lambda u_{\alpha,j}) = X_{K,\alpha} (\delta_{j\alpha} - \lambda u_{\alpha,L} X_{L,j}) \\ &= X_{K,\alpha} [\delta_{j\alpha} - \lambda u_{\alpha,L} X_{L,\beta} (\delta_{j\beta} - \lambda u_{\beta,M} X_{M,j})] \\ &= X_{K,\alpha} [\delta_{j\alpha} - \lambda u_{\alpha,L} X_{L,\beta} \delta_{j\beta}] \\ &= \delta_{j\alpha} X_{K,\alpha} - \lambda X_{K,\alpha} u_{\alpha,L} X_{L,\beta} \delta_{\beta j} \end{aligned} \quad (\text{III.58})$$

L'exploitation de (III.19) mène à :

$$\begin{aligned} JX_{K,j} &= \frac{1}{2} \epsilon_{KLM} \epsilon_{jlm} y_{l,L} y_{m,M} \\ &= J^0 \delta_{j\alpha} X_{K,\alpha} + \lambda \epsilon_{KLM} \epsilon_{j\beta\gamma} x_{\beta,L} u_{\gamma,M} \\ &= J^0 \delta_{j\alpha} X_{K,\alpha} + \lambda J^0 \delta_{j\alpha} (X_{K,\alpha} X_{L,\gamma} - X_{K,\gamma} X_{L,\alpha}) u_{\gamma,L} \end{aligned} \quad (\text{III.59})$$

Pour le champ électrique :

$$\begin{aligned} E_i &= -\phi_{,i} = -\phi_{,K} X_{K,i} = \mathbb{E}_K X_{K,i} \\ &= \delta_{i\alpha} E_{\alpha}^0 + \lambda \delta_{i\alpha} (\mathbb{E}_M^1 X_{M,\alpha} - E_{\beta}^0 u_{\beta,M} X_{M,\alpha}) \end{aligned} \quad (\text{III.60})$$

Ainsi nous aurons :

$$\begin{aligned} M_{Ki} &= \delta_{i\alpha} (M_{K\alpha}^0 + \lambda M_{K\alpha}^1) \\ JC_{KL}^{-1} \mathbb{E}_L &= (JC_{KL}^{-1} \mathbb{E}_L)^0 + \lambda (JC_{KL}^{-1} \mathbb{E}_L)^1 \end{aligned} \quad (\text{III.61})$$

Où :

$$\begin{aligned} M_{K\alpha}^1 &= g_{K\alpha L\gamma} u_{\gamma,L} - r_{LK\alpha} \mathbb{E}_L^1 \\ (JC_{KL}^{-1} \mathbb{E}_L)^1 &= r_{KL\gamma} u_{\gamma,L} + l_{KL} \mathbb{E}_L^1 \end{aligned} \quad (\text{III.62})$$

Avec :

$$\begin{aligned}
 g_{K\alpha L\gamma} &= \varepsilon_0 J^0 \left[E_\alpha^0 E_\beta^0 (X_{K,\beta} X_{L,\gamma} - X_{K,\gamma} X_{L,\beta}) - E_\alpha^0 E_\gamma^0 X_{K,\beta} X_{L,\beta} + E_\beta^0 E_\gamma^0 (X_{K,\alpha} X_{L,\beta} - X_{K,\beta} X_{L,\alpha}) \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{2} E_\beta^0 E_\beta^0 (X_{K,\gamma} X_{L,\alpha} - X_{K,\alpha} X_{L,\gamma}) \right] \\
 r_{KL\gamma} &= \varepsilon_0 J^0 (E_\alpha^0 X_{K,\alpha} X_{L,\gamma} - E_\alpha^0 X_{K,\gamma} X_{L,\alpha} - E_\gamma^0 X_{K,\alpha} X_{L,\alpha}) \\
 l_{KL} &= \varepsilon_0 J^0 X_{K,\alpha} X_{L,\alpha}
 \end{aligned} \tag{III.63}$$

Alors :

$$\begin{aligned}
 K_{Ki} &= y_{i,L} T_{KL}^s + M_{Ki} = \delta_{i\alpha} (K_{K\alpha}^0 + \lambda K_{K\alpha}^1) \\
 \mathcal{D}_K &= \varepsilon_0 J C_{KL}^{-1} \mathbb{E}_L + \mathcal{P}_K = \mathcal{D}_K^0 + \lambda \mathcal{D}_K^1
 \end{aligned} \tag{III.64}$$

Où :

$$\begin{aligned}
 K_{K\alpha}^1 &= u_{\alpha,L} T_{KL}^0 + x_{\alpha,L} T_{KL}^1 + M_{K\alpha}^1 \\
 \mathcal{D}_K^1 &= \varepsilon_0 (J C_{KL}^{-1} E_L)^1 + \mathcal{P}_K^1
 \end{aligned} \tag{III.65}$$

Cette dernière relation peut être réécrite sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
 K_{L\gamma}^1 &= G_{L\gamma M\alpha} u_{\alpha,M} - R_{ML\gamma} \mathbb{E}_M^1 \\
 \mathcal{D}_K^1 &= R_{KL\gamma} u_{\gamma,L} + L_{KL} \mathbb{E}_L^1
 \end{aligned} \tag{III.66}$$

Cette dernière relation montre que le tenseur de contrainte et le vecteur déplacement électrique dépendent linéairement en fonction du gradient du déplacement et du gradient du potentiel.

Avec :

$$\begin{aligned}
 G_{K\alpha L\gamma} &= x_{\alpha,M} \rho_0 \frac{\partial^2 \psi}{\partial S_{KM} \partial S_{LN}} \Big|_{S_{KL}^0, \mathbb{E}_K^0} x_{\gamma,N} + T_{KL}^0 \delta_{\alpha\gamma} + g_{K\alpha L\gamma} \\
 R_{KL\gamma} &= -\rho_0 \frac{\partial^2 \psi}{\partial \mathbb{E}_K \partial S_{ML}} \Big|_{S_{KL}^0, \mathbb{E}_K^0} x_{\gamma,M} + r_{KL\gamma} \\
 L_{KL} &= -\rho_0 \frac{\partial^2 \psi}{\partial \mathbb{E}_K \partial \mathbb{E}_L} \Big|_{S_{KL}^0, \mathbb{E}_K^0} + l_{KL}
 \end{aligned} \tag{III.67}$$

$G_{K\alpha L\gamma}$, $R_{KL\gamma}$ et L_{KL} Sont appelés les constantes apparentes ou effectives élastique, piézoélectrique et diélectrique respectivement. Ces constantes dépendent de la déformation initiale $x_\alpha(X)$ et le potentiel électrique $\phi^0(X)$.

III.3.1.2 POLARISATION PAR CHAMPS INFINITESIMALES

Dans quelques applications les déformations et les champs de polarisations sont aussi infinitésimales. Dans ce cas seuls les effets du premier ordre sur les champs incrémentales sont à considérer. Ainsi on se limite à un polynôme cubique de la densité d'énergie :

$$\begin{aligned} \rho_0 \psi(E_{KL}, \mathbb{E}_K) = & \frac{1}{2}(c_{ABCD} S_{AB} S_{CD} - e_{ABC} \mathbb{E}_A S_{CB} - \frac{1}{2} \chi_{AB} \mathbb{E}_A \mathbb{E}_B + \frac{1}{6} c_{ABCDEF} S_{AB} S_{CD} S_{EF} + \\ & \frac{1}{2} k_{ABCDE} \mathbb{E}_A S_{BC} S_{DE} - \frac{1}{2} b_{ABCD} \mathbb{E}_A \mathbb{E}_B S_{CD} - \frac{1}{6} \chi_{ABC} \mathbb{E}_A \mathbb{E}_B \mathbb{E}_C \end{aligned} \quad (\text{III.68})$$

Pour des champs de polarisations infinitésimales il est commode d'introduire un vecteur déplacement infinitésimal de la déformation initiale, donné par :

$$x_\alpha = \delta_{\alpha K} X_K + w_\alpha \quad (\text{III.69})$$

Ainsi en négligeant les termes quadratiques en ϕ^0 , les constantes effectives du matériau seront [26] :

$$G_{K\alpha L\gamma} = c_{K\alpha L\gamma} + \hat{c}_{K\alpha L\gamma}$$

$$R_{KL\gamma} = e_{KL\gamma} + \hat{e}_{KL\gamma} \quad (\text{III.70})$$

$$L_{KL} = \varepsilon_{KL} + \hat{\varepsilon}_{KL}$$

Où :

$$\begin{aligned} \hat{c}_{K\alpha L\gamma} = & T_{KL}^0 \delta_{\alpha\gamma} + c_{K\alpha L\gamma} w_{\gamma,N} + c_{KNL\gamma} w_{\alpha,N} + c_{K\alpha L\gamma AB} S_{AB}^0 + k_{AK\alpha L\gamma} \mathbb{E}_A^0 \\ \hat{e}_{KL\gamma} = & e_{KL\gamma} w_{\gamma,M} - k_{KL\gamma AB} S_{AB}^0 + b_{AKL\gamma} \mathbb{E}_A^0 + \varepsilon_0 (\mathbb{E}_K^0 \delta_{L\gamma} - \mathbb{E}_L^0 \delta_{K\gamma} - \mathbb{E}_M^0 \delta_{M\gamma} \delta_{KL}) \\ \hat{\varepsilon}_{KL} = & b_{KLAB} S_{AB}^0 + \chi_{KLA} \mathbb{E}_A^0 + \varepsilon_0 (S_{MM}^0 \delta_{KL} - 2S_{KL}^0) \end{aligned} \quad (\text{III.71})$$

$$S_{AB}^0 = (w_{A,B} + w_{B,A})/2$$

$$\mathbb{E}_K^0 = -\phi_{,K}^0$$

III.4 CONCLUSION

Dans ce troisième chapitre nous avons exprimé les équations linéaires pour des petites perturbations superposées sur des champs finis de polarisation ; ce cas est un cas particulier de la théorie non linéaire de l'électro-élasticité. Un aperçu général sur la théorie non linéaire de l'électro-élasticité a été établi afin d'introduire le cas particulier qui est la superposition de champs finis sur une petite perturbation ; les équations dérivées de la théorie non linéaire de l'électro-élasticité pour ce cas sont linéarisées. Ce cas est adapté pour la propagation des ondes acoustiques de surface sur un substrat piézoélectrique sous la polarisation de champs continus de type mécanique ou électrique.

CHAPITRE IV : ANALYSE DE LA PROPAGATION DES ONDES ACOUSTIQUES DE SURFACE DANS UN MILIEU CONTRAINT

IV.1 INTRODUCTION

Les dispositifs à ondes acoustiques de surface sont généralement utilisés sous différentes conditions soit sous haute température ou pression pour l'application capteurs, ou émergés dans des champs électriques forts ou sous contraintes mécaniques appliqués. L'application d'un champ électrique ou une contrainte mécanique sur le substrat piézoélectrique c'est-à-dire le milieu de propagation, modifiera les constantes piézoélectriques, élastiques et diélectriques [27-29] , par conséquent un effet sur la propagation des ondes acoustiques sur ce substrat [30].

L'effet d'un champ externe électrique ou mécanique diminuera ou augmentera les constantes du matériau provoquant ainsi des effets non linéaires [31,32]. L'étude de l'impact de ces effets est de grande importance dans la conception des dispositifs à ondes acoustiques de surfaces, aussi ça ouvre une perspective pour concevoir des dispositifs a ondes acoustiques de surface contrôlables mécaniquement ou électriquement.

IV.2 ETUDE DE LA PROPAGATION D'UNE ONDE ACOUSTIQUE DE SURFACE SUR SUBSTRAT PIEZOELECTRIQUE SOUS L'ACTION D'UNE CONTRAINTE MECANIQUE UNIFORME

Considérons la propagation d'une onde acoustique de surface générée par un transducteur interdigital déposé sur un substrat piézoélectrique, ce dernier est soumis à une contrainte mécanique uniforme (Fig. IV.1).

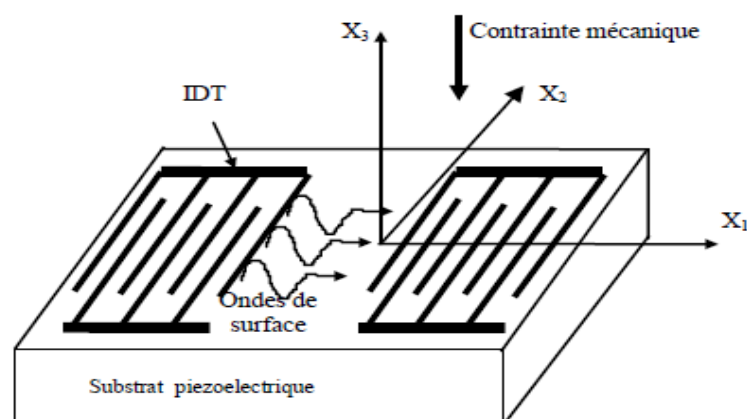


Figure IV.1 : Structure piézoélectrique de génération et détection des ondes acoustiques de surface.

A la présence de cette contrainte, le substrat piézoélectrique se comporte autrement dû aux changements de ces constantes, et par conséquent rend la théorie linéaire de la piézoélectricité invalide ; la théorie non linéaire de l'électro-élasticité, vue dans le chapitre précédent, est adapté pour ce cas [23]. Les équations constitutive non linéaires sont linéarisées en décomposant la contrainte mécanique et les autres champs en deux parties ; la partie statique de polarisation et la partie dynamique reliée a l'onde acoustique de surface[31,33].

L'équation de propagation de l'onde acoustique de surface sous la contrainte appliquée a ce milieu de propagation est obtenue en utilisant les équations constitutives linéarisées et en incorporant la contrainte mécanique dans l'équation de mouvement et en tenant compte des constantes linéaires et non linéaires du substrat piézoélectrique publiés dans la littérature.

IV.2.1 ANALYSE

Considérons une onde acoustique de surface générée par le transducteur (IDT) se propagent sur un substrat piézoélectrique selon la direction X_1 et s'atténuant selon la direction X_3 ; Une contrainte mécanique est appliquée sur le substrat (milieu de propagation).

Dans ce cas l'équation de mouvement s'écrit [34] :

$$T_{ij,i} + \sigma_{ik}u_{j,ki} = \rho u_j \quad (IV.1)$$

ρ : Densité de masse ;

T_{ij} : Tenseur de contrainte ;

u_i : Déplacement élastique ;

σ_{ik} : Contrainte mécanique appliquée ;

Les relations constitutives pour une petite onde acoustique superposée sur un champ de polarisation est [31] :

$$\begin{aligned} T_{ij} &= C_{ijkl}^* S_{kl} - e_{kji}^* E_k \\ D_i &= e_{ikl}^* S_{kl} + \varepsilon_{ik}^* E_k \end{aligned} \quad (IV.2)$$

Où les nouvelles constantes effectives élastiques, piézoélectriques et diélectriques varient linéairement en fonction de la contrainte appliquée, et sont définies par [35,36] :

$$\begin{aligned}
 C_{abkl}^* &= C_{abkl} + C_{abklqr} S_{qrmn} \sigma_{mn} \\
 e_{nab}^* &= e_{nab} + e_{nabkl} S_{klmn} \sigma_{mn} \\
 \varepsilon_{mn}^* &= \varepsilon_{mn} + H_{nmab} S_{abkl} \sigma_{kl}
 \end{aligned}
 \tag{IV.3}$$

σ : Tenseur contrainte appliquée au substrat

C_{abklqr} : Tenseur d'élasticité non linéaire du troisième ordre

e_{nabkl} : Tenseur piézoélectriques non linéaire du troisième ordre

H_{nmab} : Tenseur electrostrictive

C_{abkl} : Tenseur d'élasticité du second ordre

e_{nab} : Tenseur piézoélectriques du second ordre

ε_{nm} : Tenseur diélectriques du second ordre

S_{klmn} : Tenseur de souplesse du second ordre

IV.2.2 EQUATION D'ONDE

L'approximation quasi-statique nous permet d'écrire les équations de *Maxwell* sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
 D_{i,i} &= q \\
 E_i &= -\phi_{,i}
 \end{aligned}
 \tag{IV.4}$$

Où :

D_i : Déplacement électrique

E_i : Champ électrique

ϕ_i : Potentiel électrique

q : Densité de charge libre

On suppose que le déplacement élastique u_i relié la petite perturbation acoustique (onde acoustique) est séparé du déplacement causé par le champ de polarisation [37] (contrainte mécanique appliquée au substrat) ; donc on peut écrire :

$$S_{ij} = \frac{1}{2}(u_{k,l} + u_{l,k}) \quad (\text{IV.5})$$

S_{ij} : Tenseur de déformation

La substitution des équations (IV.1), (IV.4) et (IV.5) dans (IV.2), pour une région sans densité de charge donne l'équation d'onde pour le substrat :

$$\begin{aligned} \sigma_{ik}u_{j,ki} + C_{ijkl}^*u_{k,li} + \varepsilon_{kij}^*\phi_{,ki} &= \rho\ddot{u}_j \\ e_{ikl}^*u_{k,li} - \varepsilon_{ik}^*\phi_{,ki} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{IV.6})$$

Ces équations sont valides dans le demi espace substrat ($X_3 < 0$) , pour le second demi espace ($X_2 > 0$) tous les champs acoustiques sont nuls , donc l'équation d'onde se réduit à l'équation de *Laplace* :

$$\phi_{,ii} = 0 \quad (\text{IV.7})$$

IV.2.3 RESOLUTION DE L'EQUATION D'ONDE

Les vecteurs déplacements électriques u_i et le potentiel électrique ϕ doivent s'atténuer dans le substrat, d'où les solutions de l'équation d'onde doivent avoir la forme suivante :

$$u_i = A_i e^{(-\alpha\omega\frac{x_3}{v})} e^{j\omega(t-\frac{x_1}{v})} \quad (\text{IV.8})$$

$$\phi = A_4 e^{(-\alpha\omega\frac{x_3}{v})} e^{j\omega(t-\frac{x_1}{v})} \quad (\text{IV.9})$$

A_i : Amplitude de l'onde

v : vitesse de l'onde acoustique

α : Coefficient d'atténuation dans le substrat

La substitution des équations (IV.8) et (IV.9) dans l'équation (IV.6) mène au système d'équations suivant :

$$\begin{bmatrix} \Gamma_{11} + \rho v^2 & \Gamma_{12} & \Gamma_{13} & \Gamma_{14} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} + \rho v^2 & \Gamma_{23} & \Gamma_{24} \\ \Gamma_{31} & \Gamma_{32} & \Gamma_{33} + \rho v^2 & \Gamma_{34} \\ \Gamma_{41} & \Gamma_{42} & \Gamma_{43} & \Gamma_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.10})$$

Où :

$$\Gamma_{11} = (C_{55}^* + \sigma_{33})\alpha^2 + (C_{15}^* + \sigma_{13})2j\alpha - (C_{11}^* + \sigma_{11})$$

$$\Gamma_{12} = \Gamma_{21} = C_{46}^*\alpha^2 + (C_{14}^* + C_{56}^*)j\alpha - C_{16}^*$$

$$\Gamma_{13} = \Gamma_{31} = C_{35}^*\alpha^2 + (C_{13}^* + C_{55}^*)j\alpha - C_{15}^*$$

$$\Gamma_{14} = \Gamma_{41} = e_{35}^*\alpha^2 + (e_{15}^* + e_{31}^*)j\alpha - e_{11}^*$$

$$\Gamma_{22} = (\sigma_{33} + C_{44}^*)\alpha^2 + (\sigma_{13} + C_{46}^*)2j\alpha - (C_{66}^* + \sigma_{11})$$

$$\Gamma_{23} = \Gamma_{32} = C_{34}^*\alpha^2 + (C_{36}^* + C_{45}^*)j\alpha - C_{56}^*$$

$$\Gamma_{24} = \Gamma_{42} = e_{34}^*\alpha^2 + (e_{14}^* + e_{36}^*)j\alpha - e_{16}^*$$

$$\Gamma_{33} = (\sigma_{33} + C_{33}^*)\alpha^2 + (\sigma_{13} + C_{35}^*)2j\alpha - (C_{55}^* + \sigma_{11})$$

$$\Gamma_{34} = \Gamma_{43} = e_{33}^*\alpha^2 + (e_{13}^* + e_{35}^*)j\alpha - e_{15}^*$$

$$\Gamma_{44} = -\varepsilon_{33}^*\alpha^2 - 2j\alpha\varepsilon_{13}^* + \varepsilon_{11}^*$$

Les constantes C e et ε sont réduits à la notation matricielle standard [10].

Afin d'éviter les solutions triviales de l'équation (IV.10), le déterminant de la matrice doit être nul. Le développement de cette condition nous mène à un polynôme du huitième degré en α , qui est égale à zéro :

$$C_8\alpha^8 + jC_7\alpha^7 + C_6\alpha^6 + jC_5\alpha^5 + C_4\alpha^4 + jC_3\alpha^3 + C_2\alpha^2 + jC_1\alpha + C_0 = 0 \quad (\text{IV.11})$$

Où les coefficients sont purement réels pour une valeur supposée de la vitesse.

La résolution de l'équation (IV.11) donne huit racines α , quatre seulement sont valides ceux qui assurent l'atténuation des ondes dans le substrat. Ces quatre racines valides représentent quatre modes de propagation, un mode quasi électrostatique, un mode quasi longitudinal et deux modes quasi transversaux un rapide et l'autre lent.

Les racines ont une forme complexe :

$$\alpha = \alpha_r + j\alpha_i$$

α_r Doit être positive pour assurer l'atténuation dans le substrat.

Si $\alpha_r > 0$ on a une onde acoustique de surface (SAW)

Si $\alpha_r = 0$ on a une onde de volume (BAW) dont la direction de propagation est :

$$\theta = \arctg(1/\alpha_i)$$

La sélection entre les différents modes de propagation est de grande importance dans la modélisation et la conception des dispositifs à ondes acoustiques de surface, une méthode de sélection et classification de ces modes, sous forme algorithmique a été proposée [19] ; en considérant les coefficients d'atténuation et non pas les vecteurs déplacements.

IV.2.4 CALCUL DES VECTEURS DEPLACEMENTS

Une fois les coefficients d'atténuations obtenus et classés dans les différents modes de propagation, on peut alors exprimer les champs totaux (déplacements mécaniques et potentiel électrique) comme une combinaison linéaire des champs liés aux coefficients d'atténuations retenus :

$$u_i = \sum_{k=1}^4 B_k A_i^k e^{(-\alpha_k \omega \frac{x_3}{v})} e^{j\omega(t - \frac{x_1}{v})} \quad (IV.12)$$

$$\phi = \sum_{k=1}^4 B_k A_4^k e^{(-\alpha_k \omega \frac{x_3}{v})} e^{j\omega(t - \frac{x_1}{v})} \quad (IV.13)$$

Où B_k sont les coefficients de proportion entre les différents modes existants. Afin d'évaluer ces constantes nous utiliserons la condition aux limites suivante :

Tension mécaniques nulle à la surface du substrat ($T_{3j} = 0$ pour $X_3 = 0$)

Dans notre cas le substrat est sous une contrainte mécanique appliquée σ alors, la contrainte totale sera :

$$T'_{ij} = T_{ij} + \sigma_{ik} u_{j,k} \quad (IV.14)$$

La substitution des équations (IV.12) et (IV.13) dans l'équation (IV.14) mène au système d'équations suivant :

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^4 \{A_{1k}[j(\sigma_{31} + C_{15}^*) + \alpha_k(\sigma_{33} + C_{55}^*)] + A_{2k}(jC_{56}^* + \alpha_k C_{45}^*) + A_{3k}(jC_{55}^* + \alpha_k C_{35}^*) \\ + A_{4k}(je_{15}^* + \alpha_k e_{35}^*)\} B_k = 0 \end{aligned} \quad (IV.15)$$

$$\sum_{k=1}^4 \{A_{1k}(jC_{14}^* + \alpha_k C_{45}^*) + A_{2k}[j(\sigma_{13} + C_{46}^*) + \alpha_k(\sigma_{33} + C_{44}^*)] + A_{3k}(jC_{45}^* + \alpha_k C_{34}^*) + A_{4k}(je_{14}^* + \alpha_k e_{34}^*)\}B_k = 0 \quad (IV.16)$$

$$\sum_{k=1}^4 \{A_{1k}(jC_{13}^* + \alpha_k C_{35}^*) + A_{2k}(jC_{36}^* + \alpha_k C_{34}^*) + A_{3k}[j(\sigma_{31} + C_{35}^*) + \alpha_k(\sigma_{33} + C_{33}^*)] + A_{4k}(je_{13}^* + \alpha_k e_{33}^*)\}B_k = 0 \quad (IV.17)$$

Dans le système d'équations ci-dessus, on a quatre variables B_k et trois équations seulement, dans ce cas nous devons normaliser par B_4 pour obtenir la solution, cette solution représente les vecteurs propres du système.

IV.2.5 SIMULATION DE LA PROPAGATION DES ONDES ACOUSTIQUES SUR LE NIOBATE DE LITHIUM SOUS CONTRAINE MECANIQUE UNIFORME

Dans cette section on se propose de simuler la propagation des ondes acoustiques générées par un transducteur (IDT) sur un substrat de Niobate de lithium sous l'action d'une contrainte mécanique.

L'application d'une contrainte uniforme selon la direction X_1 modifie la symétrie ponctuelle initiale cubique (23) à la symétrie orthorhombique (222) selon le principe *Curie* de la symétrie [38].

$$\begin{aligned} C_{11}^* &= C_{11} + [C_{111}s_{11} + (C_{112} + C_{113})s_{12}]\sigma \\ C_{33}^* &= C_{11} + [C_{112}s_{11} + (C_{113} + C_{111})s_{12}]\sigma \\ C_{13}^* &= C_{12} + [C_{113}s_{11} + (C_{123} + C_{112})s_{12}]\sigma \\ C_{44}^* &= C_{44} + [C_{144}s_{11} + (C_{166} + C_{155})s_{12}]\sigma \\ C_{55}^* &= C_{44} + [C_{155}s_{11} + (C_{144} + C_{166})s_{12}]\sigma \\ C_{66}^* &= C_{44} + [C_{166}s_{11} + (C_{155} + C_{144})s_{12}]\sigma \\ C_{12}^* &= C_{12} + [C_{112}s_{11} + (C_{113} + C_{123})s_{12}]\sigma \\ C_{23}^* &= C_{12} + [C_{123}s_{11} + (C_{112} + C_{113})s_{12}]\sigma \\ C_{22}^* &= C_{11} + [C_{113}s_{11} + (C_{111} + C_{112})s_{12}]\sigma \\ e_{14}^* &= e_{14} + [e_{114}s_{11} + (e_{124} + e_{134})s_{12}]\sigma \\ e_{36}^* &= e_{14} + [e_{124}s_{11} + (e_{134} + e_{114})s_{12}]\sigma \\ e_{25}^* &= e_{14} + [e_{134}s_{11} + (e_{114} + e_{124})s_{12}]\sigma \\ \varepsilon_{11}^* &= \varepsilon_{11} + [H_{11}s_{11} + (H_{12} + H_{13})s_{12}]\sigma \\ \varepsilon_{33}^* &= \varepsilon_{11} + [H_{11}s_{11} + (H_{31} + H_{32})s_{12}]\sigma \end{aligned} \quad (IV.18)$$

Tenant compte des relations (IV.18) et les constants linéaires et non linéaires du Niobate de lithium [22,39], le polynôme du huitième degré en α est résolu et les coefficients d'atténuation sont triés et classés dans quatre modes de propagation selon l'algorithme de tri [19].

Les simulations faites pour le Niobate de lithium pour un set de pression (1MPa, 100 MPa, 1 GPa) montrent un décalage des vitesses de coupures des différents modes (Tab1)

Mode de propagation	Contrainte	Vitesse de coupure (m/s)
Quasi-Longitudinal	0 Pa	7433.83
	1 MPa	6551.36
	100MPa	7006.72
	1 GPa	6551.36
Quasi-Transversal rapide	0 Pa	3609.06
	1 MPa	3317.40
	100 MPa	3317.40
	1 GPa	3317.40
Quasi-Transversal lent	0 Pa	3558.21
	1 MPa	3970.77
	100 MPa	3970.77
	1 GPa	3820.29

Tableau IV.1 : Paramètres de simulation et vitesses de coupure des différents modes de propagation sous l'action d'une contrainte mécanique.

L'exécution du programme de résolution des équations de propagation sur un intervalle de lenteurs (vitesses) nous permet de tracer pour chaque mode les coefficients d'atténuation.

Sur la figure IV.2 montrant la variation de la partie réelle du coefficient d'atténuation du mode quasi-électrostatique, nous remarquons que l'effet d'une contrainte mécanique sur la propagation des ondes acoustiques est une atténuation davantage. Alors que sur les figures (IV.4 ; IV.6 ; IV.8) montrant de la partie réelle des différents modes de propagations restants, on remarque un décalage des vitesses de coupures sous l'effet de l'application d'une contrainte mécanique continu sur le milieu de propagation (substrat piézoélectrique) ; les valeurs des vitesses de coupures sont rapportées sur le tableau (IV.1) pour différentes contraintes. Ce

décalage de vitesse de coupure sous l'effet de contrainte mécanique est expliqué par un phénomène de dégénérescence des ondes acoustiques se propageant sur ce milieu contraint, c'est-à-dire transformation des ondes acoustiques de volume en ondes acoustiques de surface dans l'intervalle de décalage des vitesses de coupures.

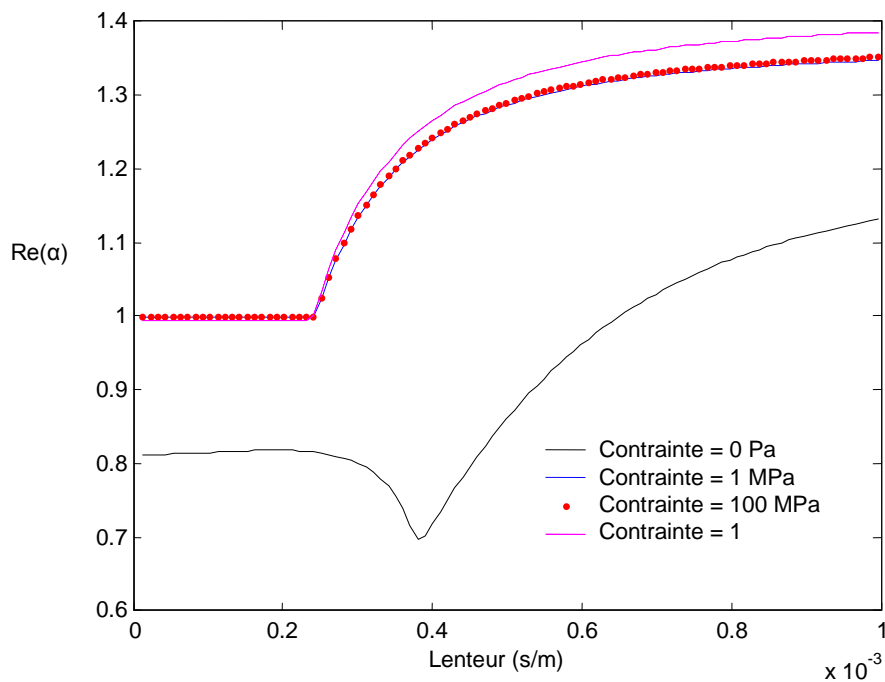


Figure IV.2 : Variation de la partie réelle du coefficient d'atténuation : mode quasi-électrostatique

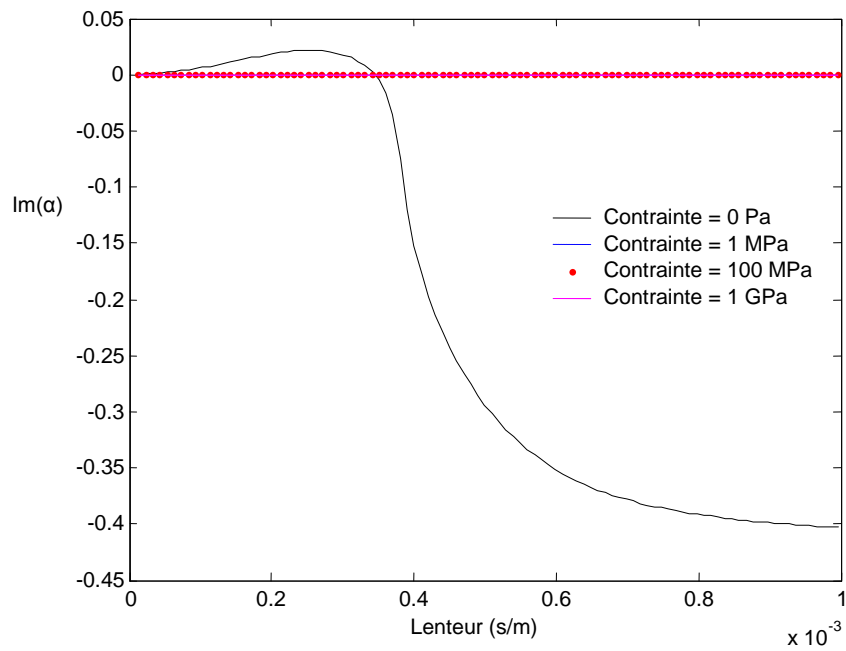


Figure IV.3 : Variation de la partie imaginaire du coefficient d'atténuation : mode quasi-électrostatique

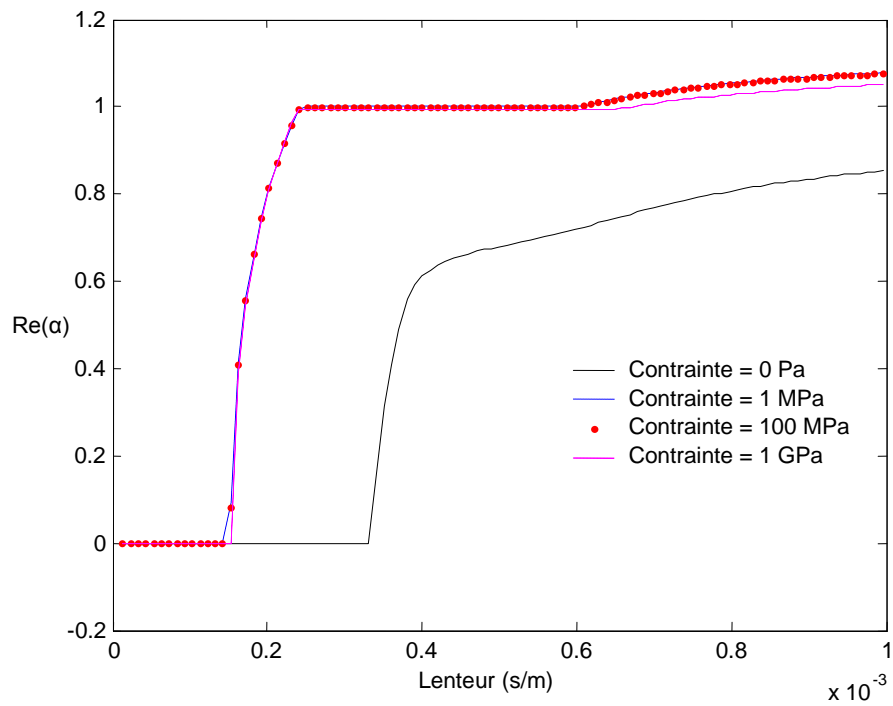


Figure IV.4 : Variation de la partie réelle du coefficient d'atténuation : mode quasi-longitudinal

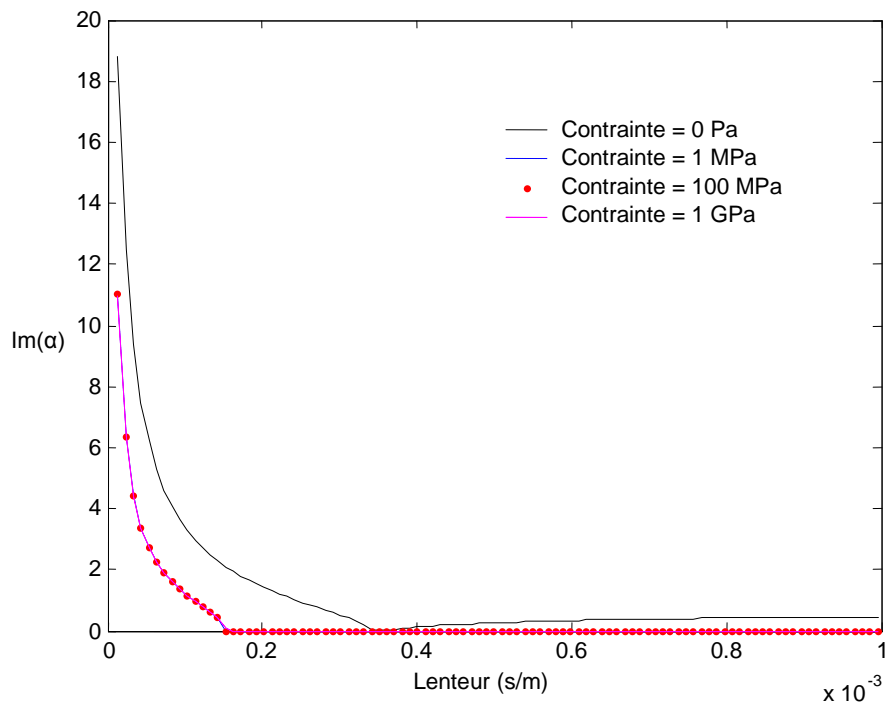


Figure IV.5 : Variation de la partie imaginaire du coefficient d'atténuation : mode quasi-longitudinal

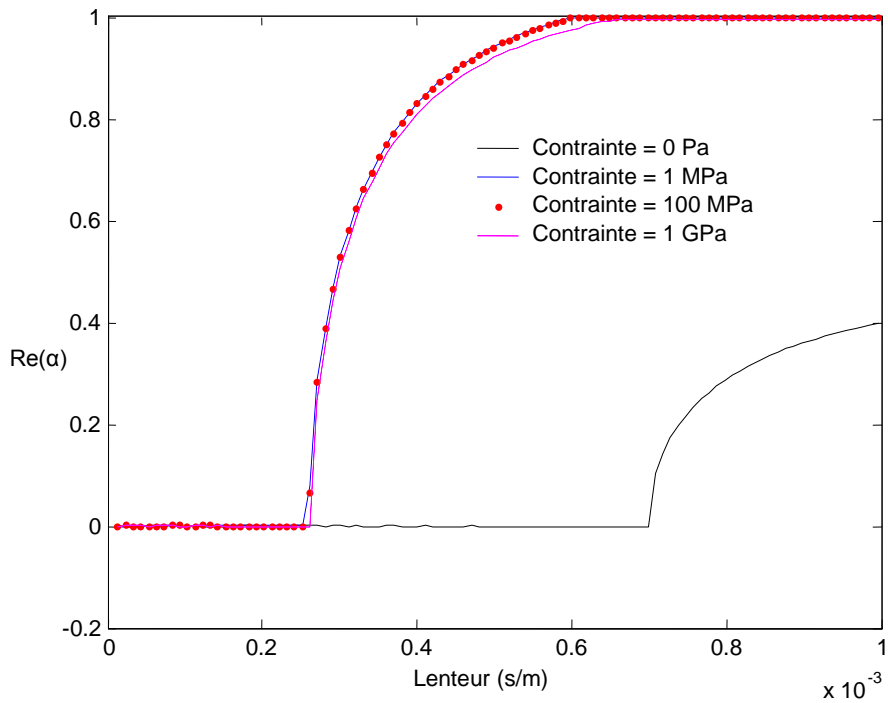


Figure IV.6 : Variation de la partie réelle du coefficient d'atténuation : mode quasi-transversal lent

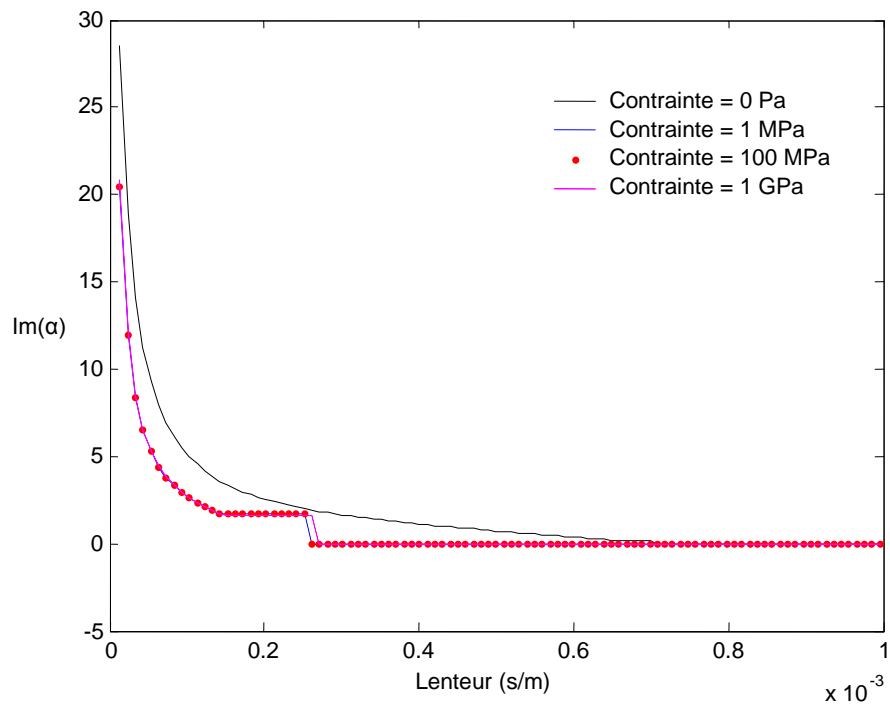


Figure IV.7 : Variation de la partie imaginaire du coefficient d'atténuation : mode quasi-transversal lent

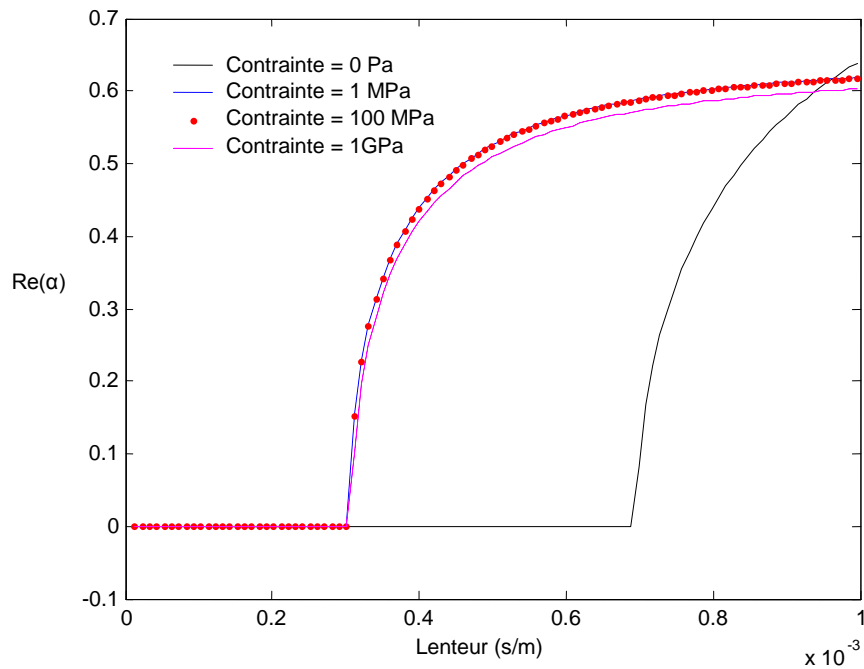


Figure IV.8 : Variation de la partie réelle du coefficient d'atténuation : mode quasi-transversal rapide

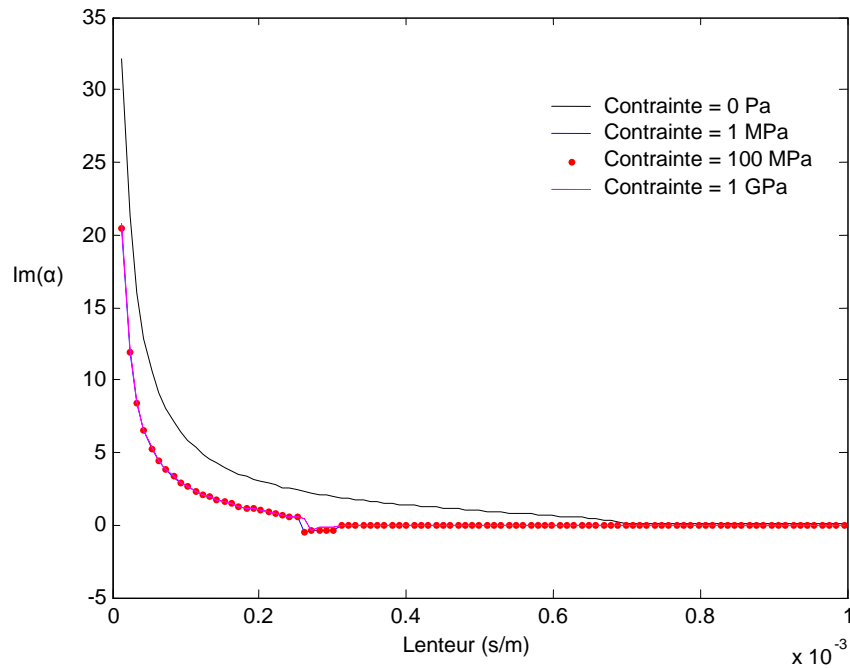


Figure IV.9 : Variation de la partie imaginaire du coefficient d'atténuation : mode quasi-transversal rapide

IV.2.6 SIMULATION DE LA PROPAGATION DES ONDES ACOUSTIQUES SUR LA LANGASITE SOUS UN CHAMP ELECTRIQUE CONTINU

La Langasite est un nouveau cristal piézoélectrique très promoteur, il a grande importance dans la fabrication des dispositifs acousto-électronique ; vu ses caractéristiques significatives tel que sa thermo-stabilité, faible atténuation des ondes acoustiques et un bon coefficient de couplage électromécanique en comparaison avec le quartz [40]. En plus la Langasite possède une bonne stabilité chimique et aucune transition de phase jusqu'à le point de fusion (1470°C). Cette dernière caractéristique donne la possibilité de fabrication des dispositifs à haute température [41].

Dans cette section on se propose d'étudier l'influence d'un champ électrique continu sur la propagation d'une onde acoustique de petite amplitude générée par un transducteur déposé sur un substrat en Langasite c'est-à-dire d'étudier l'effet des termes non-linéaires du cristal sur la propagation de l'onde de petite amplitude.

Afin d'aboutir l'équation de propagation, considérons les équations constitutives de la piézoélectricité pour une petite perturbation superposée sur un champ de polarisation (IV.2) :

$$T_{ij} = C_{ijkl}^* S_{kl} - e_{kji}^* E_k$$

$$D_i = e_{ikl}^* S_{kl} + \varepsilon_{ik}^* E_k$$

Où les nouvelles constantes (constantes effectives) sont définies par [43] :

$$\begin{aligned} C_{jklm}^* &= C_{jklm} + (C_{jklmpq} d_{j pq} - e_{jklm}) M_j E_{dc} \\ e_{nik}^* &= e_{nik} + (e_{nikpq} d_{j pq} + H_{njpq}) M_j E_{dc} \\ \varepsilon_{nm}^* &= \varepsilon_{nm} + (H_{nmik} d_{jik} + \varepsilon_{nmj}) M_j E_{dc} \end{aligned} \quad (IV.19)$$

E_{dc} : Champ électrique continu appliqué au substrat.

M_j : Vecteur unité de la direction du champ électrique continu.

$C_{ijklmpq}$: Tenseur d'élasticité non linéaire du troisième ordre.

e_{nikpq} : Tenseur piézoélectrique non linéaire du troisième ordre.

ε_{nmj} : Tenseur diélectrique non linéaire du troisième ordre.

H_{nmik} : Tenseur electrostrictive.

C_{ijklm} : Tenseur d'élasticité linéaire du deuxième ordre.

$e_{nik}(d_{j pq})$: Tenseur piézoélectrique linéaire du deuxième ordre.

ε_{nm} : Tenseur diélectrique linéaire du deuxième ordre.

En acceptant les nouvelles constantes du matériau données dans l'expression (IV.19) les non linéarités physiques du substrat piézoélectrique sont tenus en compte.

Le substrat est libre de toutes forces internes et externes alors l'équation de *Newton* se réduit à :

$$T_{ij,j} = \rho \ddot{u}_i \quad (IV.20)$$

D'une manière similaire au cas précédent l'équation de propagation est obtenue :

Pour le substrat :

$$\begin{aligned} -\rho \ddot{u}_i + C_{ijkl}^* u_{k,lj} &= \varepsilon_{kij}^* \phi_{,kj} \\ e_{ikl}^* u_{k,li} - \varepsilon_{ik}^* \phi_{,ki} &= 0 \end{aligned} \quad (IV.21)$$

Pour le demi-espace vide l'équation se réduit à la relation de *Laplace*.

$$\phi_{,ii} = 0$$

La résolution de l'équation de propagation est faite en suivant les étapes vues précédemment dans le deuxième chapitre, en utilisant une translation des équations du domaine temporel au domaine fréquentiel par utilisation de la transformée de *Fourier*.

Ces équations deviennent [17] :

$$\begin{bmatrix} \Gamma_{11} + \rho v^2 & \Gamma_{12} & \Gamma_{13} & \Gamma_{14} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} + \rho v^2 & \Gamma_{23} & \Gamma_{24} \\ \Gamma_{31} & \Gamma_{32} & \Gamma_{33} + \rho v^2 & \Gamma_{34} \\ \Gamma_{41} & \Gamma_{42} & \Gamma_{43} & \Gamma_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.22})$$

Où :

$$\begin{aligned} \Gamma_{11} &= \alpha^2 C_{66}^* - 2j\alpha C_{56}^* - C_{55}^* \\ \Gamma_{12} = \Gamma_{21} &= \alpha^2 C_{62}^* - C_{54}^* - j\alpha(C_{64}^* + C_{52}^*) \\ \Gamma_{13} = \Gamma_{31} &= \alpha^2 C_{46}^* - C_{53}^* - j\alpha(C_{63}^* + C_{34}^*) \\ \Gamma_{14} = \Gamma_{41} &= \alpha^2 e_{26}^* - e_{35}^* - j\alpha(e_{25}^* + e_{36}^*) \\ \Gamma_{22} &= \alpha^2 - 2j\alpha C_{22}^* - C_{44}^* \\ \Gamma_{23} = \Gamma_{32} &= \alpha^2 C_{24}^* - C_{43}^* - j\alpha(C_{23}^* + C_{44}^*) \\ \Gamma_{24} = \Gamma_{42} &= \alpha^2 e_{22}^* - e_{34}^* - j\alpha(e_{24}^* + e_{32}^*) \\ \Gamma_{33} &= \alpha^2 C_{44}^* - 2j\alpha C_{34}^* - C_{33}^* \\ \Gamma_{34} = \Gamma_{43} &= \alpha^2 e_{24}^* - e_{33}^* - j\alpha(e_{23}^* + e_{34}^*) \\ \Gamma_{44} &= \varepsilon_{33}^* - \alpha^2 \varepsilon_{22}^* + 2j\alpha \varepsilon_{23}^* \end{aligned} \quad (\text{IV.23})$$

Comme précédemment pour avoir des solutions non triviales le déterminant de la matrice dans l'équation (IV.22) doit être nul ce qui mène à un polynôme du huitième degré en α ; dont les quatre solutions retenues en utilisant l'algorithme de sélection [19] représentent les quatre modes de propagation possible sur le substrat.

Après l'obtention et la résolution des équations de propagations sous l'application d'un champs électrique ; on se propose dans ce qui suit de simuler et étudier l'effet de ces champs de polarisation sur la propagation des ondes acoustiques sur la Langasite (LGS, $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_5$).

L'application d'un champ électrique selon la direction X_3 tend a ramener symétrie cristalline au système monoclinique ; par conséquent quelques nouvelles constantes effectives sont induites mais principalement y a une modification des constantes existantes [43].

$$\begin{aligned}
 C_{11}^* &= C_{11} + (C_{111}d_{11} - C_{112}d_{11} + C_{114}d_{11} - e_{111})E_{dc} \\
 C_{22}^* &= C_{11} + (C_{111}d_{11} + C_{112}d_{11} - 2C_{222}d_{11} - C_{114}d_{14} \\
 &\quad - 2C_{124}d_{14} - e_{122})E_{dc} \\
 C_{33}^* &= C_{33} \\
 C_{44}^* &= C_{44} + (C_{144}d_{11} - C_{155}d_{11} + C_{444}d_{14} - e_{144})E_{dc} \\
 C_{55}^* &= C_{44} + (C_{144}d_{11} - C_{155}d_{11} + C_{444}d_{14} - e_{144})E_{dc} \\
 C_{66}^* &= C_{66} + (-C_{111}d_{11} + C_{222}d_{11} + C_{124}d_{14} - e_{166})E_{dc} \\
 C_{12}^* &= C_{12} + (C_{111}d_{11} + C_{222}d_{11} + C_{124}d_{14} - e_{112})E_{dc} \\
 C_{13}^* &= C_{13} + (C_{113}d_{11} - C_{123}d_{11} + C_{134}d_{14} - e_{113})E_{dc} \\
 C_{14}^* &= C_{14} + (C_{114}d_{11} - C_{124}d_{11} + C_{144}d_{14} - e_{114})E_{dc} \\
 C_{23}^* &= C_{13} + (C_{123}d_{11} - C_{113}d_{11} - C_{134}d_{14} + e_{113})E_{dc}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C_{24}^* &= -C_{14} + (C_{114}d_{11} + 3C_{124}d_{11} + C_{155}d_{14} - e_{124})E_{dc} \\
 C_{34}^* &= (2C_{134}d_{11} + C_{344}d_{14} - e_{134})E_{dc} \\
 C_{56}^* &= C_{14} + (2C_{124}d_{11} - 0.5C_{144}d_{14} + 0.5C_{155}d_{14} - e_{156})E_{dc} \\
 C_{15}^* &= C_{16}^* = C_{25}^* = C_{26}^* = C_{35}^* = C_{36}^* = C_{45}^* = C_{46}^* = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 e_{11}^* &= e_{11} + (e_{111}d_{11} - e_{112}d_{11} + e_{114}d_{14} + H_{11})E_{dc} \\
 e_{12}^* &= -e_{11} + (e_{112}d_{11} - e_{112}d_{11} + e_{124}d_{14} + H_{12})E_{dc} \\
 e_{13}^* &= (2e_{113}d_{11} + e_{134}d_{14} + H_{13})E_{dc} \\
 e_{14}^* &= e_{14} + (e_{114}d_{11} + e_{124}d_{12} + e_{144}d_{14} + H_{14})E_{dc} \\
 e_{25}^* &= -e_{14} + (e_{114}d_{11} - e_{124}d_{11} + e_{144}d_{14} + H_{14})E_{dc} \\
 e_{26}^* &= -e_{11} + (e_{111}d_{11} + e_{122}d_{11} - e_{156}d_{14} + H_{66})E_{dc} \\
 e_{35}^* &= (2e_{315}d_{11} + H_{44})E_{dc} \\
 e_{36}^* &= (e_{346}d_{14} + H_{41})E_{dc} \\
 e_{15}^* &= e_{16}^* = e_{21}^* = e_{22}^* = e_{23}^* = e_{24}^* = e_{31}^* = e_{32}^* = e_{33}^* = e_{34}^* = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{11}^* &= \varepsilon_{11}^S + (H_{11}d_{11} - H_{12}d_{11} + H_{14}d_{14} + \varepsilon_{111}^S)E_{dc} \\
 \varepsilon_{22}^* &= \varepsilon_{11}^S + (H_{12}d_{11} - H_{11}d_{11} - H_{14}d_{14} - \varepsilon_{111}^S)E_{dc} \\
 \varepsilon_{33}^* &= \varepsilon_{33}^S \\
 \varepsilon_{23}^* &= (2H_{41}d_{11} + H_{44}d_{14})E_{dc} \\
 \varepsilon_{12}^* &= \varepsilon_{13}^* = 0
 \end{aligned}$$

Selon les variations des coefficients d'atténuations des différents modes de propagation sur la Langasite (LGS) sous une polarisation électrique de 1.e+8 V/m représentés sur les figures précédentes, on remarque un décalage dans les lenteurs de coupure dans tous les modes de

propagation sans exception ; ce résultat est interprété par une transformation du mode de propagation onde de volume (BAW) au mode de propagation onde de surface (SAW) c'est-à-dire une dégénérescence entre les modes. Cette dégénérescence est produite dans les intervalles de lenteurs mentionnées sur le tableau (IV.2).

Mais au niveau de l'atténuation des vecteurs de déplacements des différents modes de propagation, on remarque, sous l'action d'un champ électrique de polarisation, une forte atténuation du mode quasi-transversal rapide par rapport aux autres modes de propagations ce qui nous permet de favoriser ce mode par rapport aux autres par le biais d'une polarisation électrique (figure IV. 10, 11, 12, 13, 14 et 15).

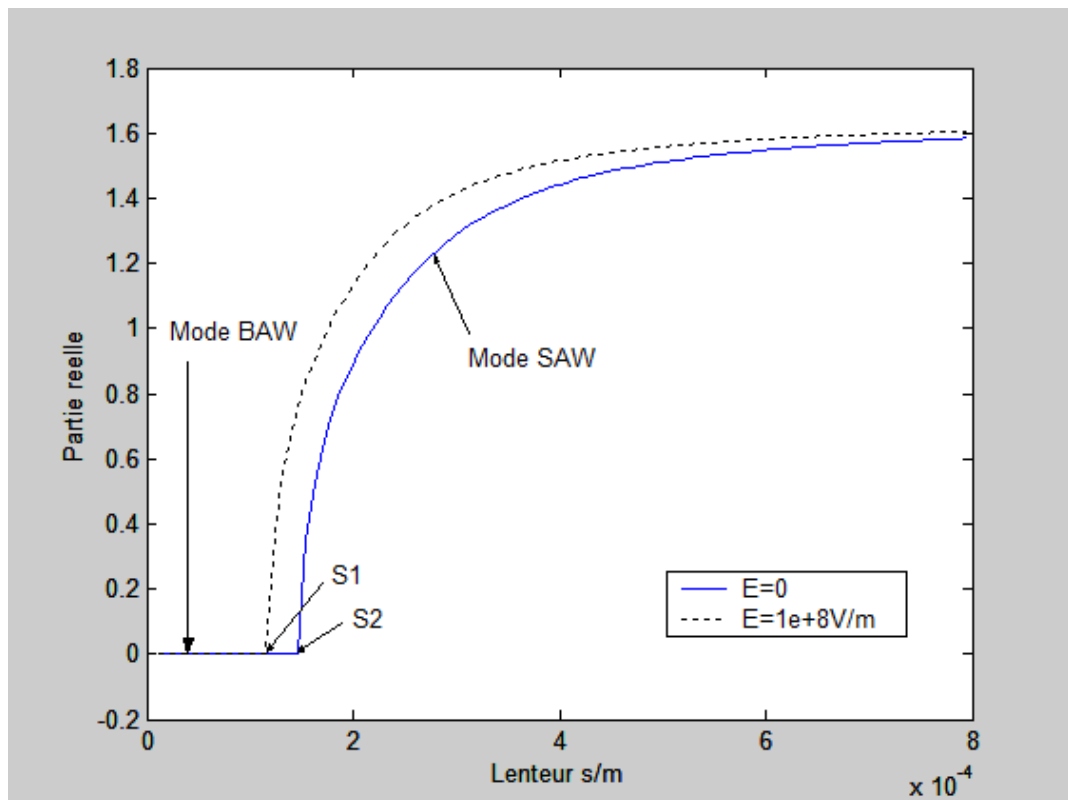


Figure IV.10 : Variation de la partie réelle du coefficient d'atténuation : mode quasi-longitudinal

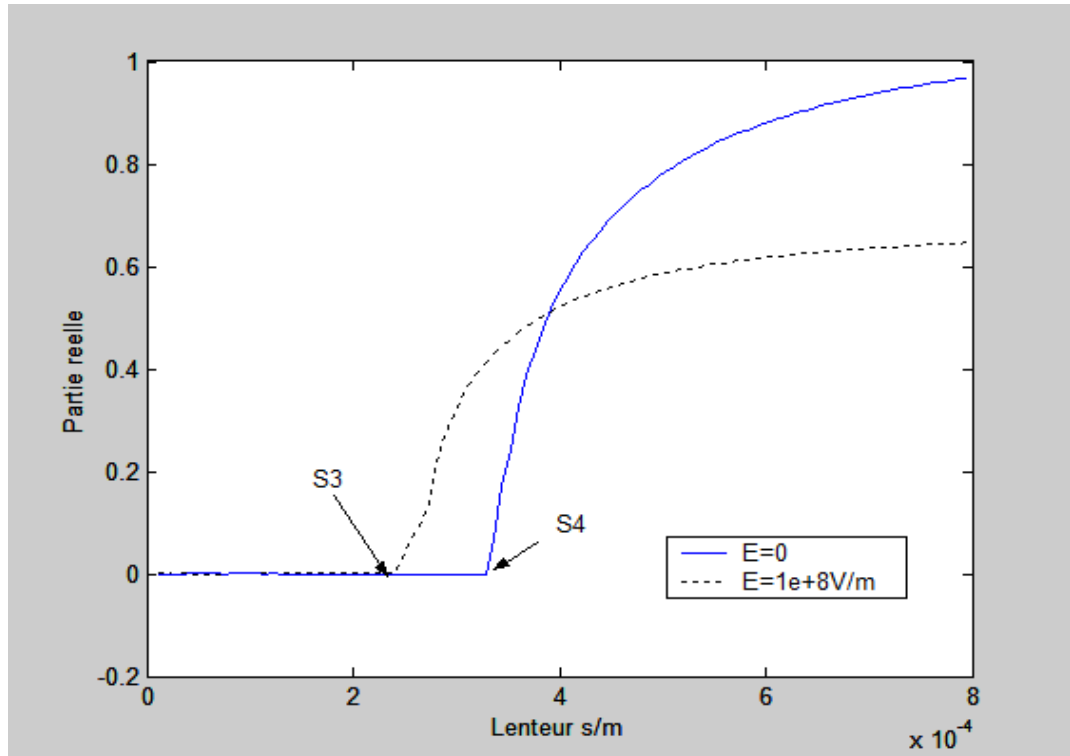


Figure IV.11 : Variation de la partie réelle du coefficient d'atténuation : mode quasi-transversal lent

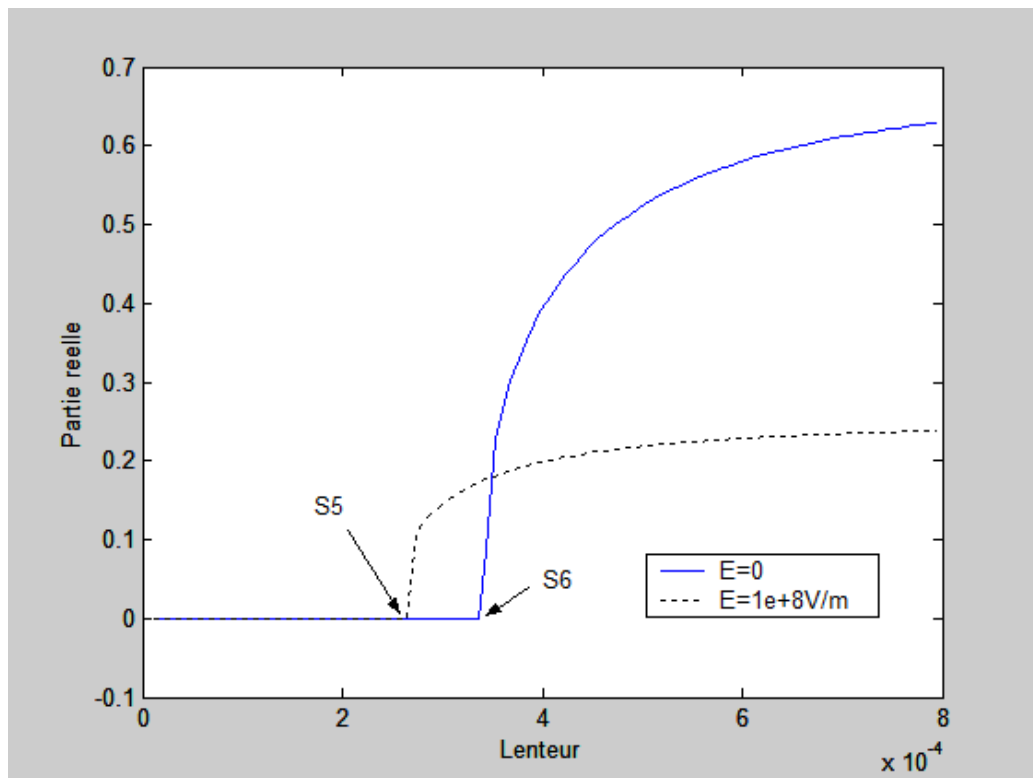


Figure IV.12 : Variation de la partie réelle du coefficient d'atténuation : mode quasi-transversal rapide

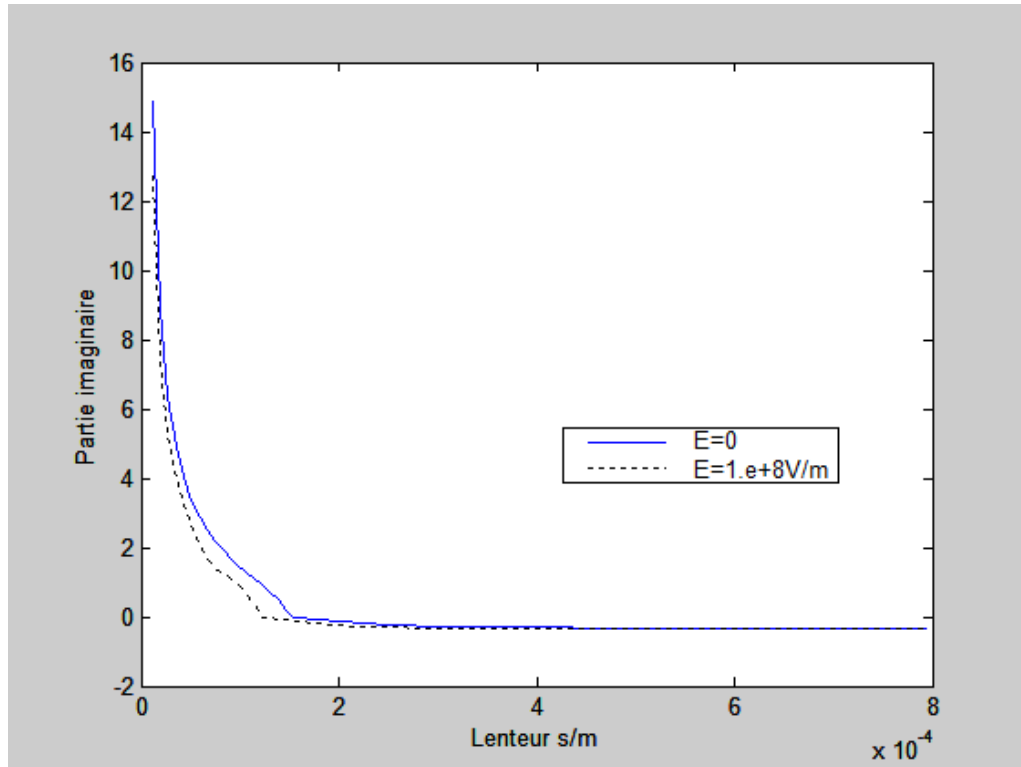


Figure IV.13 : Variation de la partie imaginaire du coefficient d'atténuation : mode quasi-longitudinal

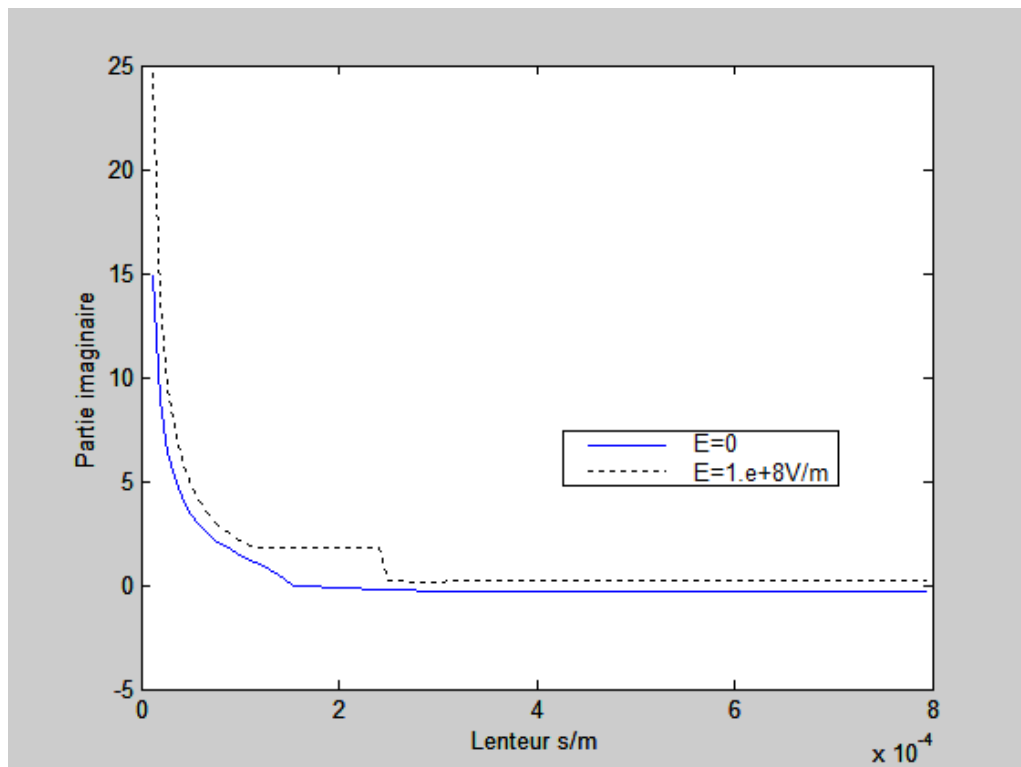


Figure IV.14 : Variation de la partie imaginaire du coefficient d'atténuation : mode quasi-transversal lent

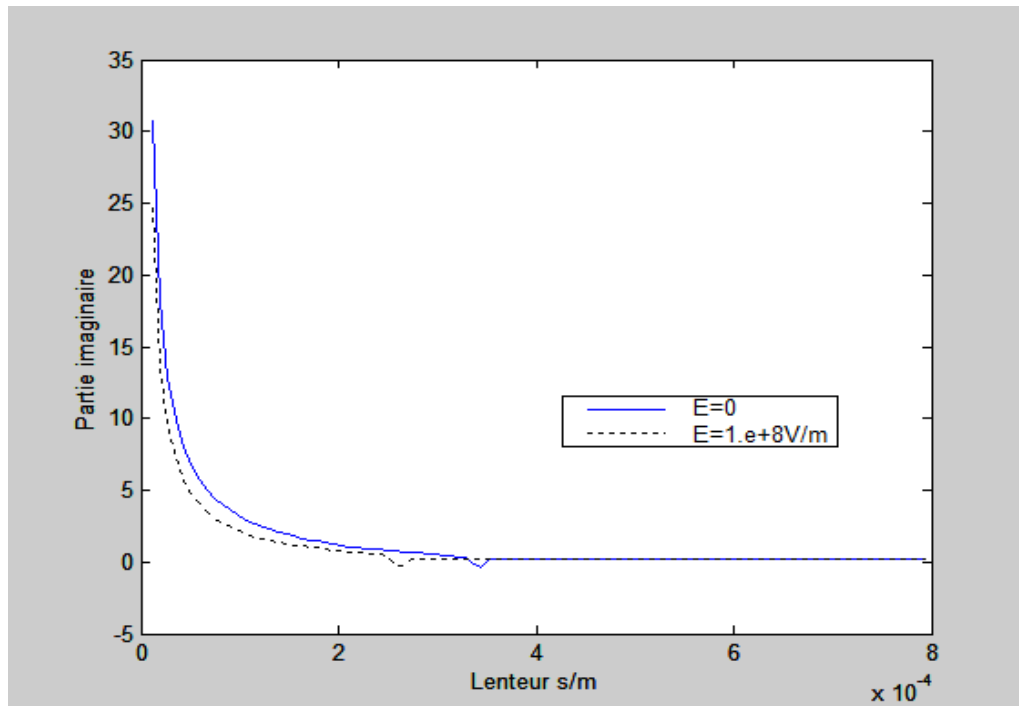


Figure IV.15 : Variation de la partie imaginaire du coefficient d'atténuation : mode quasi-transversal rapide

Les paramètres de simulations et les principaux résultats sont relevés sur la tableau ci-dessus :

Mode de propagation	Champ électrique	Vitesse de coupure (m/s)
Quasi-Longitudinal	0	7006.72
	1 e+8 V/m	6830.60
Quasi-Transversal lent	0	3317.40
	1 e+8 V/m	3043.58
Quasi-Transversal rapide	0	3019.32
	1 e+8 V/m	2971.94

Tableau IV.2 : Paramètres de simulation et vitesses de coupure des différents modes de propagation sous l'action d'un champ électrique.

IV.3 CONCLUSION

Dans ce dernier chapitre on a adapté le système d'équations linearisés obtenu dans le chapitre III pour étudier la propagation des ondes acoustiques de surface générées par un transducteur interdigital sur un substrat piézoélectrique sous l'effet d'un champ de polarisation. Les méthodes et algorithmes vues précédemment dans le chapitre II sont utilisés et adaptées pour résoudre ces équations. Afin d'illustrer cette étude deux cas de figures sont simulés, le premier est la propagation des ondes acoustiques de surface générées sur le Niobate de Lithium sous l'effet d'une contrainte mécanique continue ; le deuxième cas est la propagation des ondes acoustiques de surface générées sur la Langasite sous l'effet d'un champ électrique continu. Plusieurs résultats sont obtenus dont la plus importante est la dégénérescence des modes acoustiques.

CONCLUSION GENERALE

Ce travail de thèse a porté sur la compréhension, l'étude et la simulation de la propagation des ondes acoustiques de surface générées par un transducteur interdigital sur un substrat piézoélectrique sous l'action d'une contrainte de type mécanique ou électrique.

Dans un premier temps, nous avons donné un aperçu sur la piézoélectricité et les matériaux piézoélectriques, aussi nous avons décrit les différents types d'ondes élastiques et leurs propagation, puis nous avons décrit les transducteurs interdigitaux capables de générer les ondes acoustiques de surface se propageant sur les substrats piézoélectriques, et on finalise la première partie par les plus importantes applications des ondes acoustiques dans l'électronique plus particulièrement en traitement de signal.

En deuxième partie nous avons donné un aperçu sur la propagation des ces ondes acoustiques de surface dans un milieu non contraint c'est-à-dire on ne considérant que les constantes du deuxième ordre responsables du comportement linéaire du substrat piézoélectrique. En partant des relations constitutives de la piézoélectricité linéaire nous avons obtenu l'équation d'onde, sa résolution est faite par utilisation de la transformée de *Fourier* c'est-à-dire une translation du domaine temporel au domaine fréquentiel. Une fois résolue cette équation d'onde c'est-à-dire les coefficients d'atténuations obtenus, nous avons proposé un algorithme de séparation entre les différents modes acoustiques de propagation, en se basant sur les coefficients d'atténuations et non pas sur les vecteurs déplacements. Et afin de mieux illustrer ces résultats nous avons étudié deux cas de la propagation des ondes acoustiques ; le premier sur le Niobate de lithium et le second sur la Langasite.

En troisième partie nous avons établi les équations constitutives décrivant l'état du matériau soumis à un champ statique superposé à une perturbation dynamique en se basant sur la théorie non linéaire de l'électro-élasticité. Aussi on a abordé le cas particulier d'une petite perturbation dynamique superposée à un champ de polarisation fini ou les équations obtenues sont linéarisées dont les nouvelles constantes ou constantes effectives sont fonction du champ de polarisation.

Dans la quatrième partie nous avons exploité et adapté les équations décrivant une petite perturbation dynamique soumis à un champ statique obtenu dans la section précédente pour étudier la propagation d'une onde acoustique générée par un transducteur interdigital sous l'action d'un champ de polarisation. Nous commençons cette dernière partie par l'étude de la propagation d'une onde acoustique sous l'action d'une contrainte de type mécanique uniforme,

l'équation de propagation est obtenue par incorporation de la contrainte uniforme dans l'équation de mouvement et par utilisation des équations linéarisées obtenues précédemment. La résolution de l'équation d'onde est réalisée en utilisant les procédés et les algorithmes développés dans le chapitre II. La propagation des ondes acoustiques sur le substrat piézoélectrique du Niobate de lithium sous l'action d'une contrainte mécanique est simulée, on constate un décalage des lenteurs de coupures ce qui est expliqué par une transformation du mode onde de volume (BAW) au mode onde de surface (SAW) autrement dit une dégénérescence entre les modes de propagation.

Nous avons finalisé ce dernier chapitre par la simulation de la propagation des ondes acoustiques générées par un transducteur interdigital sur un substrat piézoélectrique de Langasite sous l'action d'un champ électrique continu ; l'équation d'onde est obtenue et résolue de même manière que précédemment ; on constate sous l'action d'un champ électrique, les lenteurs de coupures se décalent ; ce qui donne une dégénérescence entre les modes acoustiques.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] D.E Cullen and T.M .Reeder, "Measurement of SAW velocity versus strain for YX and ST quartz", *Ultras. Symp. Proc.*, 519, 1975.
- [2] A.L. Nalamwarab and M. Epstein, "SAW in strained media", *J. Phys.* 47, 43, 1976.
- [3] B.K. Sinha and H.F. Tiersten, "On the influence of flexural biasing state on the velocity of piezoelectric surface waves", *Wave Motion* 1,1,37, 1979.
- [4] Y.Jing, J.Chen, X.Gong, J.Duan, "Stress-induced frequency shifts in rotated Y-cut langasiteresonators with electrodes considered", *IEEE Trans. on Ultrason., Ferroel. and Freq. Control*,54(2007), no. 5, 906-909.
- [5] K. S. Aleksandrov, B. P. Sorokin, P. P. Turchin, S. I. Burkov, D. A. Glushkov, and A. A.Karpovich, "Effects of static electric field and of mechanic pressure on surface acoustic wavespropagation in La₃Ga₅SiO₁₄ piezoelectric single crystals", *Proc. of 1995 IEEE Ultrason. Symp.vol. 1*, pp. 409-412, 1995.
- [6] B. P. Sorokin, P. P. Turchin, S. I. Burkov, D. A. Glushkov, and K. S. Aleksandrov, "Influence of static electric field, mechanic pressure and temperature on the propagation of acoustic waves inLa₃Ga₅SiO₁₄ piezoelectric single crystals", *Proc. of 1996 IEEE Intl Freq. Contr. Symp.*, pp. 161-169, 1996.
- [7] B. Y. Ye, H. F. Zhang, and J. A. Kosinski," Experimental measurement of the frequency shifts of degenerate thickness-shear modes in a rotated Y-cut quartz resonator subject to diametrical forces," *IEEE Transaction on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 62, no. 3, pp. 560-564, 2015.
- [8] H.F. Zhang, J. A. Kosinski, and L. Zuo, "Analysis of contributions of material constants to temperature velocity shifts of quartz surface acoustic wave resonators", *Ultrasonics*, 71,189-193, 2016.
- [9] D. Hauden, M. Plant and J.J Gagnepain, "Nonlinear properties of SAW : applications to oscillators and sensors", *IEEE Trans. Sonics Ultrason*, vol. 28, pp. 342-348, 1981.
- [10] E.Bigler, R. Coquerel and D. Hauden, "Temperature and stress sensitivities of SAW quartz cuts", *Ultras. Symp.Proc*, pp. 285-288, 1987.
- [11] H.F. Tiertsen and D.V.Shick, "An analysis of the normal acceleration sensitivity of contoured quartz resonators rigidly supported along the edges", *Ultras.Symp.Proc*. pp. 357-363, 1988.
- [12] B.A .Auld, "Acoustic fields and waves in solids", New York, Wiley, 1973.

- [13] R.M. White and F. W. Voltmer, “Direct piezoelectric coupling to surface elastic waves“, *Appl. Phys. Lett.* 7314, 1965.
- [14] D. P. Morgan, “A History of Surface Acoustic Wave Devices”, *International Journal of High Speed Electronics and Systems*, vol. 10, no. 3, pp. 553–602, 2000.
- [15] K. Hashimoto and K. Hashimoto, “Surface acoustic wave devices in telecommunications“, (Berlin, Heidelberg: Springer), 2000.
- [16] G.S. Kino, “Acoustoelectric interactions in acoustic-surface-wave devices“, *Proc. IEEE*, vol. 64, pp. 724–748, 1976.
- [17] C. K. Campbell, “Surface Acoustic Wave Devices for Mobile and Wireless Communications“, California: Academic Press, 1998.
- [18] D. P. Morgan, “Surface acoustic wave filters with application to electronic communications and signal processing“, Elsevier second edition, 2007
- [19] R.F. Milsom, N.H.C. Reilly and M. Redwood, “Analysis of generation and detection of surface and bulk acoustic waves by interdigital transducer“, *IEEE trans. sonics. ultrason.*, vol. SU-24, pp. 147-166, 1977.
- [20] E. Dieulesaint and D. Royer, “Ondes élastiques dans les solides, application au traitement de signal”, édition Masson et compagnie, 1974.
- [21] S. Chaabane and D. Benatia, “Analysis of Contributions of Nonlinear Material Constants on Acoustic Wave Propagation on Langasite“, *International Journal on Communications Antennas and Propagation (IRECAP)*, vol. 4, n°2, pp. 32-36, 2014.
- [22] J.C. Andle, J.F. Vetelino, *Sensor .Actuat. A44*, 167, 1994.
- [23] E.L. Belokoneva, S.Y. Stefanovich, Y.V. Pisarevskii and A.V. Mosunov, “Refined structures of $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$ and $\text{Pb}_3\text{Ga}_2\text{Ge}_4\text{O}_{14}$ and the crystal-chemical regularities in the structure and properties of compounds of the langasite family“, *Russ .J .Inorg. chem.*, vol. 45, pp. 1642-1651, 2000.
- [24] J. Yang, “Analysis of piezoelectric devices“, World Scientific Publishing, 2006.
- [25] J. Yang, “An Introduction to the theory of piezoelectricity“, Springer, 2005.
- [26] J. Tichy, J. Erhart, E. Kittinger and J. Privratska, “Fundamentals of piezoelectric sensorics, mechanical, dielectric and thermodynamical properties of piezoelectric materials“, Springer 2010.
- [27] H. F. Tiersten, “Nonlinear electroelastic equations cubic in the small field variables“, *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 57, pp. 660-666, 1975.

- [28] J. C. Baumhauer and H. F. Tiersten, "Nonlinear electroelastic equations for small fieldssuperposed on a bias", *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 54, pp. 1017-1034, 1973.
- [29] G. Yang, S. F. Liu and W. Renet B. K. Mukherjee, "Uniaxial stress Dependence of the Piezoelectric Properties of Lead ZirconateTitanate Ceramics. Smart structures and Materials", vol. 3992, pp. 431-434, 2000.
- [30] M. Lematre, P. Tran and G. Feuillard, "Modeling and Numerical study of the Electro-Acoustic behaviour in Integrated Piezoelectric Structures under External Mechanical Stress", *IEEE International Ultrasonics Symposium*, 2008.
- [31] M. Lematre, M. Domenjoud and L. P. Tran-Huu-Hue, "Exact second order formalism for the study of electro-acoustic properties in piezoelectric structure under an initial mechanical stress", *Ultrasonics*, vol. 51, pp. 898-910, 2011.
- [32] J. Suchanicz, D. Sitko, N. T. H. Kim-Ngan and A. G. Balogh, "Electric properties of soft PZT ceramics under combined electric and mechanic fields". *Journal of Applied Physics*, vol. 104, pp. 1-4, 2008.
- [33] D. Gafkaet and J. Tani, "Sensitivity of surface acoustic wave velocity in lithium Niobate to electric field or biasing stress". *J. Appl. Phys*, vol. 73, pp. 7145-7151, 1993.
- [34] D. Damjanovic, "Stress and Frequency dependence of the direct piezoelectric effect in ferroelectric ceramics", *American Institute of Physics*, vol. 82, pp. 1788-1797, 1997.
- [35] D. Gafka, "Surface Acoustic Wave sensitivity on an external mechanical or electrical bias. *Archives of acoustics*", vol. 19, n° 2, pp.239-258, 1994.
- [36] V.V.Bolotin, "Non conservative problems of the theory of elastic stability", *Macmillan New York*, 1963.
- [37] S. I. Burkov, O. P. Zolotova, B. P. Sorokina and P. P. Turchin, "The analysis of the effect of homogeneous mechanical stress on the acoustic wave propagation in the "La₃Ga₅SiO₁₄/fused silica" piezoelectric layered structure", *Ultrasonics*, vol 55, pp. 104-112, 2015.
- [38] Sergey I. Burkov, Olga P. Zolotova and Boris P. Sorokin, "The influence of uniform pressure on propagation of acoustic waves in piezoelectric layered structures", *J. Sib. Fed. Univ. Math. Phys.*, vol. 7, n° 1, pp. 10–21, 2014.
- [39] S. I. Burkov, O. P. Zolotova, and P. P. Turchin, "Influence of Uniaxial Pressure on Elastic Waves Propagation in Piezoelectric Layered Structures"Y-cut langasite/fused silica", *J. Sib. Fed. Univ. Math. Phys.*, vol. 8, n° 1, pp. 7–21, 2015.

- [40] C. Soumali and D.Benatia, "Analysis of Surface Acoustic Wave Propagation Under Uniform Stress", *International Journal on Communications Antenna and Propagation (IRECAP)*, vol. 5, n° 1, pp. 28-32, 2015.
- [41] K.S.Aleksandrov, B.P.Sorokin and S.I.Burkov, "Effective piezoelectric crystals for acoustoelectronics, piezotechnics and sensors", vol. 2, Novosibirsk, SB RAS Publishing House, 2008
- [42] Haifeng Zhang, Joseph A. Turner, Jiashi Yang and John A. Kosinski, "Force–frequency effect of thickness mode langasite resonators", *Ultrasonics*, vol. 54, n° 10, pp. 2120-2128, 2007.
- [43] I. M. Silvestrova, Yu. V. Pisarevsky, I. A. Senyushenkov, and A. I. Krupnyi, "Temperature dependences of elastic properties of single crystal $\text{La}_3\text{Ga}_5\text{SiO}_{14}$," *Physics of the Solid State*, vol. 28, pp. 2875–2878, 1986.
- [44] R. Fachberger, G. Bruckner, G. Knoll, et al, "Applicability of LiNbO_3 , langasite and GaPO_4 in high temperature SAW sensors operating at radio frequencies," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroel.Freq. Contr.*, vol. 51, no. 11, pp. 1427-1431, 2004.
- [45] O.P. Burkov, B.P. Zolotova, Sorokin and P.P. Turchin, "Anisotropy of Lamb and SH Waves Propagation in Langasite Single Crystal Plates under the Influence of dc Electric Field", *Ultrasonics*, vol. 52, n° 3, pp.345-350, 2012.
- [46] O.P. Burkov, B.P. Zolotova, Sorokin and P.P. Turchin, "Zero and First order Lamb and SH Waves Propagation in Langasite Single Crystal Plates under the Influence of dielectric Field", *Arxiv 1012.0657*, 2010.

ANNEXE I

Constantes linéaires et non linéaires du Niobate de lithium

I.1 Constantes électro-élastiques du Niobate de Lithium

I.1.1 Constantes du deuxième ordre

$$\rho = 4700 \text{ kg/m}^3$$

$$[C_{pq}] = \begin{bmatrix} 2.03 & 0.53 & 0.75 & 0.09 & 0 & 0 \\ 0.53 & 2.03 & 0.75 & -0.09 & 0 & 0 \\ 0.75 & 0.75 & 2.45 & 0 & 0 & 0 \\ 0.09 & -0.09 & 0 & 0.6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.6 & 0.09 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.09 & 0.75 \end{bmatrix} \times 10^{11} \text{ N/m}^2$$

$$[e_{ip}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 3.7 & -2.5 \\ -2.5 & 2.5 & 0 & 3.7 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0.2 & 1.3 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ C/m}^2$$

$$[\varepsilon_{ij}] = \begin{bmatrix} 38.9 & 0 & 0 \\ 0 & 38.9 & 0 \\ 0 & 0 & 25.7 \end{bmatrix} \times 10^{-11} \text{ C/Vm}$$

I.1.2 Constantes du troisième ordre

I.1.2.1 Constantes élastiques du troisième ordre

Constante	Valeur (10^{11} N/m^2)	Erreur standard
C_{111}	-21.2	4.0
C_{112}	-5.3	1.2
C_{113}	-5.7	1.5
C_{114}	2.0	0.8
C_{123}	-2.5	1.0
C_{124}	0.4	0.3
C_{133}	-7.8	1.9
C_{134}	1.5	0.3
C_{144}	-3.0	0.2
C_{155}	-6.7	0.3
C_{222}	-23.3	3.4
C_{333}	-29.6	7.2
C_{344}	-6.8	0.7
C_{444}	-0.3	0.4

I.1.2.2 Constantes piézoélectriques du troisième ordre

Constante	Valeur (C/m^2)	Erreur standard
e_{115}	17.1	6.6
e_{116}	-4.7	6.4
e_{125}	19.9	2.1
e_{126}	-15.9	5.3
e_{135}	19.6	2.7
e_{136}	-0.9	2.7
e_{145}	20.3	5.7
e_{311}	14.7	6.0
e_{312}	13.0	11.4
e_{313}	-10.0	8.7
e_{314}	11.0	4.6
e_{333}	-17.3	5.9
e_{344}	-10.2	5.6

I.1.2.3 Constantes électrostrictives du troisième ordre

Constante	Valeur ($10^{-9}F/m^2$)	Erreur standard
l_{11}	1.11	0.39
l_{12}	2.19	0.56
l_{13}	2.32	0.67
l_{31}	0.19	0.61
l_{33}	-2.76	0.41
l_{14}	1.51	0.17
l_{41}	1.85	0.17
l_{44}	-1.83	0.11

I.1.2.4 Constantes diélectriques du troisième ordre

Constante	Valeur ($10^{-19}F/V$)	Erreur standard
ϵ_{331}	-2.81	0.06
ϵ_{222}	-2.4	0.09
ϵ_{333}	-2.91	0.06

ANNEXE II

Constantes linéaires et non linéaires de la Langasite

II.2 Constantes électro-élastiques du Langasite

II.2.1 Constantes du deuxième ordre

$$\rho = 5743 \text{ kg/m}^3$$

$$[C_{pq}] = \begin{bmatrix} 18.875 & 10.475 & 9.589 & -1.412 & 0 & 0 \\ 10.475 & 18.875 & 9.589 & 1.412 & 0 & 0 \\ 9.589 & 9.589 & 26.14 & 0 & 0 & 0 \\ -1.412 & 1.412 & 0 & 5.35 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5.35 & -1.412 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1.412 & 4.2 \end{bmatrix} \times 10^{10} \text{ N/m}^2$$

$$[e_{ip}] = \begin{bmatrix} -0.44 & 0.44 & 0 & -0.08 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.08 & 0.44 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ C/m}^2$$

$$[\varepsilon_{ij}] = \begin{bmatrix} 167.5 & 0 & 0 \\ 0 & 167.5 & 0 \\ 0 & 0 & 448.9 \end{bmatrix} \times 10^{-12} \text{ C/Vm}$$

II.2.2 Constantes du troisième ordre

II.2.2.1 Constantes élastiques du troisième ordre

Constante	Valeur (10^{10} N/m^2)
C_{111}	-97.2
C_{112}	0.7
C_{113}	-11.6
C_{114}	-2.2
C_{123}	0.9
C_{124}	-2.8
C_{133}	-72.1
C_{134}	-4.1
C_{144}	-4.0
C_{155}	-19.8
C_{222}	-96.5
C_{333}	-183.4
C_{344}	-38.9
C_{444}	20.2

II.2.2.2 Constantes piézoélectriques du troisième ordre

Constante	Valeur (C/m^2)
e_{111}	9.3
e_{113}	-3.5
e_{114}	1.0
e_{122}	0.7
e_{124}	-4.8
e_{134}	6.9
e_{144}	-1.7
e_{315}	-4

II.2.2.3 Constantes électrostrictives du troisième ordre

Constante	Valeur ($10^{-11}N/V^2$)
H_{11}	-26
H_{12}	65
H_{13}	20
H_{14}	-43
H_{31}	-24
H_{33}	-40
H_{41}	-170
H_{44}	-44

II.2.2.4 Constantes diélectriques du troisième ordre

Constante	Valeur ($10^{-20}F/V$)
ϵ_{111}	-0.5