

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université de Batna -2-
Faculté de Technologie
Département d'Hydraulique



THÈSE

Présentée pour l'obtention du diplôme de
DOCTORAT en SCIENCES
Spécialité: Hydraulique
Option: Hydraulique

Par

ZINE ALI

Thème

Analyse non linéaire des barrages poids en béton
sous charges sismiques, étude de la fissuration

Soutenue le 19 Décembre 2017

Devant le jury:

Boudoukha Abderrahmane	Professeur	Université Batna -2-	Président
Kadid Abdelkrim	Professeur	Université Batna -2-	Rapporteur
Chebili Rachid	Professeur	Université Biskra	Examineur
Bouziane Mohamed Tewfik	Professeur	Université Biskra	Examineur
Djemili Lakhdar	Professeur	Université Annaba	Examineur
Messaïd Belkacem	M.C.A.	Université Batna -2-	Examineur

*A mes Parents
A ma petite Famille
Pour leur soutien inconditionnel.*

*A mes Amis
Pour leur encouragement.*

REMERCIEMENTS

Je tiens tout d'abord à féliciter Monsieur Boudoukha Abderrahmane, Professeur de l'Université de Batna, d'avoir accepté de présider le jury et également par la même occasion je tiens à féliciter Messieurs: Chebili Rachid, et Bouziane Mohamed Tewfik, Professeurs de l'Université de Biskra; Djemili Lakhdar, Professeur de l'Université de Annaba, et Messaid Belkacem, Maître de Conférences de l'Université de Batna, pour avoir accepté d'examiner ce travail. Je tiens également à remercier mon encadreur (Directeur de thèse) de m'avoir donné l'opportunité de travailler sur ce captivant sujet de recherche. Je remercie Monsieur Kadid Abdelkrim, Professeur, pour son suivi, sa grande disponibilité, pour ses précieux conseils, et la confiance qu'il m'a accordée tout au long de ce projet de recherche, son implication et son support durant la réalisation de cette thèse. Je tiens également à remercier Messieurs: Yahiaoui Abdelhamid, Menani Redha, Fourar M'hammed, Bencer Said, Abdessemed Mostepha, Benabbes Mehieddine, Bouguerne Amar, Belkhiri Kamel, Belgaid Brahim, Saidani Abdelghani, Bahedi Mohamed, Ouezen Nabil, Gaouas Mostepha, Bella Nassim, Kareche Toufik, Bouzid Tayeb, Rahal Gherbi Djamel, Mouss Hamida, Kerkouri Ali, Houamel Farid, Yahiaoui Djarir, Saidani Noureddine, Lahbari Miloud, Mihi Abdelkader, Bouhalas Lakhdar, Chikhi Khaled, Hammoud Farid, Chelihi Mohamed, Mme Tebbi Fatima Zohra, Brinis Nafaa, Kalla Mehdi, Mme Dridi Hadda, Zekkour Mohamed, Lakhdhari Hussein Taha Messaoud, Melakhessou Abdelaziz, Kadid Maamar, Abdessemed Rachid, Houichi Larbi, Benoudjit Nabil, Zermane Messaoud, Menasria Youcef, Metmer Mohamed El Aid, Litim Moussa, Mouss Djamel, Timagoult Abdelhamid, Mme Mouss Hayet, Ali Bouacida Mohamed, Kadid Omar, Boudouh Mounir, Fourar Amine, Athemna Ali, Krimil Bachir, Zeraoula Mohamed, Bensmaine Malik, Touati Samir, Mahindad Otmane, Nezzari Lamine, Tadebiret Slimane, Madaci Abdelmadjid, Kareche Abdelhaq, Mekherbeche Boubaker, Dimia Salah, Medjadba Abdelmadjid, Madani Salah, Arar Djemai, Zine Abdallahkrim, Oucheriah Yasmine, Boumaarafi Belkacem, Gherbi Brahim, Brioua Mourad, Bendaikha tahar, Dekhinet kamel, Metatha Azzedine, Metatha Kamel, Trad Mostepha, Khedidja Abdelhamid, Fateh Youcef, Boughechel Noureddine, Belloula Kamel, Melizi Mohamed, Dif Abdesselem, Amrani Belkacem et Batouche Mohamed pour l'aide sur le point de vue psychologique. Des remerciements s'adressent également à ma petite famille, pour leurs supports et encouragements tout au long de mes études. Merci de m'avoir toujours encouragé à me surpasser. Merci à tous mes amis qui ont su me divertir et me changer les idées durant ces dernières années. Merci aussi à tous mes collègues de bureau qui ont su m'encourager et m'offrir leur support tout au long de la réalisation de ce projet.

Résumé

Les barrages poids en béton sont des ouvrages stratégiques pouvant être implantés dans des zones de forte sismicité et dont il est primordial d'assurer la sécurité. Dans cette thèse, on se propose d'entreprendre une analyse sismique non linéaire afin d'évaluer la réponse fortement non linéaire des barrages poids en béton. Du fait que le béton a une très faible résistance à la traction, il est susceptible de se fissurer et ceci est l'une des principales causes d'endommagement des barrages poids en béton. Dans le cadre de la méthode des éléments finis, la modélisation de la fissuration se fait à travers un modèle de la fissuration discrète ou répartie. Dans notre travail on a adopté le modèle de la fissuration répartie car il est le plus populaire et est implémenté dans le code de calculs ADINA. Pour le béton, un modèle considérant les principales caractéristiques du béton (lois constitutives en compression et en traction avec prise en compte de l'adoucissement en compression, du raidissement en traction et l'ouverture et la fermeture des fissures) a été adopté. La modélisation de la structure du barrage et du sol été faite par éléments finis bidimensionnels. Pour le fluide, l'hypothèse de l'incompressibilité de l'eau a été prise en compte à travers l'approche de la masse ajoutée de Westergaard. Une simulation numérique intensive a été entreprise pour visualiser les profils de la fissuration dans le corps des barrages à travers l'étude de trois barrages ayant des hauteurs différentes et soumis à des accélérogrammes ayant différents contenus fréquentiels. Les résultats obtenus permettent d'identifier les zones potentielles où un endommagement important est susceptible de se développer.

Mots clés : barrage poids, Eléments finis, Analyse non linéaire, Modèle de la fissuration répartie, Energie de fissuration, béton, Interaction fluide structure.

Abstract

Concrete gravity dams are strategic structures that can be implemented in high seismicity areas and whose security must be ensured. In this thesis, we intend to undertake a seismic nonlinear analysis to evaluate the strong nonlinear response of concrete gravity dams. Concrete has a low tensile strength, thus, it can crack and this is one of the main causes of damages in concrete gravity dams. In the framework of the finite element method, either the discrete cracking model or the smeared cracking model can be used to model cracking. In our work, we have adopted the smeared cracking model since it is the most popular and is implemented in the ADINA code. For concrete, a model taking into account the main characteristics of the behavior of concrete (constitutive laws in compression with softening in tension with stiffening and the opening and closing of cracks) has been adopted. A bi dimensional finite element model has been used for modeling the structure of the dam and the soil. For the fluid, the incompressibility hypothesis of water has been taken into account through the Westergaard approach of added masses. An intensive numerical simulation has been undertaken to visualize the profiles of cracks in the body of the dams through the study of three dams with different heights subjected to accelerograms with different frequency contents. The results obtained allow identifying the potential zones where important damages can develop.

Keywords: Gravity dam, finite element, nonlinear analysis, smeared crack model, fracture energy, concrete, fluid-structure interaction.

ملخص

السدود الكبرى بالخرسانة هي منشآت إستراتيجية بالإمكان أن تبنى في المناطق الأكثر تعرضا للزلازل والتي يكون فيها ضمان الأمن أولوية قصوى . في هذه الأطروحة، نقترح دراسة تحليلية زلزالية غير خطية، بهدف تقييم رد الفعل القوي الغير خطي للسدود الكبرى الثقيلة بالخرسانة، اعتمادا على أن للخرسانة قوة مقاومة ضعيفة في حالة الضغط ومن المحتمل أن تحدث تشققات، وهذا من الأسباب الرئيسية للضرر بالسدود الخرسانية الكبرى ، وفي إطار منهجية العناصر المنتهية، نمذجة هذه التشققات تتم عن طريق نموذج لتشققات مكتومة او منتشرة. في هذا العمل تطرقنا إلى نموذج التشققات المنتشرة لأنه الأكثر قبولا و انتشارا ووجوده في برنامج (ADINA). بالنسبة للخرسانة، تم العمل على نموذج يعتبر الخصائص الأساسية للخرسانة (القوانين الأساسية للضغط والجدب مع الاخذ بالاعتبار التلطيف بالضغط، والصلابة بالجدب، و فتح و غلق التشققات). نمذجة بنية السدود الثقيلة و الأرضية تمت بمنهجية العناصر المنتهية ثنائية الإبعاد. بالنسبة للسوائل فرضية عدم وجود ضغط الماء تم أخذها بالحسبان عن طريق مقارنة الكتلة المضافة لـ (Westergaard). تم القيام بمحاكاة رقمية مكثفة لرؤية مقاطع التشققات في بنية السدود عن طريق دراسة ثلاث سدود ثقيلة لها ارتفاعات مختلفة وتحت تأثير مسرعات زلزالية ذات سعة ذبذبات مختلفة . النتائج التي توصل إليها تسمح بالتعرف على المساحات الحقيقية التي يمكن أن يظهر فيها اي ضرر هام من الممكن ان يتطور.

الكلمات المفاتيح: السد الثقلي، منهجية العناصر المنتهية، دراسة تحليلية غير خطية، نوع التشقق المنتشر، طاقة التشقق، الخرسانة، الفعل بين السائل والمنشأة (السد).

TABLE DES MATIÈRES

Dédicace.....	2
Remerciements	3
Résumé en Français.....	4
Résumé en Anglais.....	5
Résumé en Arabe.....	6
Table des matières	7
Liste des figures.....	10
Liste des tableaux.....	16
Notations.....	17
<u>CHAPITRE 1 Introduction générale et Recherche bibliographique</u>	20
1. Introduction générale.....	21
2. Synthèse bibliographique.....	21
<u>CHAPITRE 2 Lois constitutives du béton</u>	28
2.1 Introduction.....	29
2.2 Description du modèle de béton implanté dans ADINA.....	29
2.2.1 Relations contrainte-déformation.....	30
2.2.2 Enveloppes de rupture du matériau.....	33
2.2.2.1 Loi contrainte-déformation uni axiale sous contraintes multiaxiales	34
2.2.2.2 Enveloppe de rupture en traction.....	37
2.2.2.3 Enveloppe de rupture en compression.....	40
2.2.3 Comportement du matériau après rupture.....	40
2.2.4 Comportement post-fissuration en traction.....	41
2.2.5 Comportement post-écrasement en compression, comportement-adoucissant	42
<u>CHAPITRE 3 Modèle de la fissure répartie</u>	44
3.1 Introduction.....	45
3.2 Concepts de la fissuration.....	46
3.2.1 Concept de la fissure répartie.....	46
3.2.1.1 Déformations de fissuration et contraintes de fissuration.....	46
3.2.1.2 Loi constitutive du béton.....	48
3.2.1.3 Loi constitutive de la fissure.....	49
3.2.1.4 Loi constitutive du béton fissuré.....	49
2.2.1.5 Paramètres de rupture de la fissure.....	50
2.2.1.6 Conclusions	56

CHAPITRE 4	Formulation dynamique par éléments finis	57
4.1	Introduction	58
4.1.1	Non linéarités géométriques (cinématiques)	58
4.1.2	Non linéarités constitutives (matérielles ou rhéologiques)	58
4.2	La formulation par éléments finis de l'équation de mouvement	59
4.2.1	Discrétisation spatiale	64
4.3	Méthodes d'intégration directe	65
4.3.1	Caractéristiques des schémas d'intégration	66
4.3.1.1	Stabilité	66
4.3.1.2	Nombre des systèmes implicites à résoudre	68
4.3.1.3	Exactitude	68
4.3.1.4	Dissipation algorithmique	69
4.3.1.5	Auto départ (auto démarrage)	71
4.3.1.6	Dépassement	71
4.4	Méthode de Houbolt	71
4.5	Méthode de Park	72
4.6	Méthode de Newmark	72
4.7	Méthode de l'accélération quadratique	75
4.8	Méthode de Wilson θ	76
4.9	Méthode de collocation	77
4.10	Méthode HHT	78
4.11	Méthode WBZ	79
4.12	Méthode α généralisée	80
4.13	Conclusions	83
CHAPITRE 5	Etude de cas pratiques	84
5.1	Généralités	85
5.2	Description des modèles des barrages	85
5.2.1	Géométrie et dimensions des barrages	85
5.2.1.1	Le barrage A	85
5.2.1.2	Le barrage B	85
5.2.1.3	Le barrage C	86
5.3	Modèles en éléments finis	86
5.3.1	Maillages	87
5.3.2	Propriétés matérielles	87

5.3.3 Accélérogrammes.....	87
5.4 Analyse non linéaire.....	90
5.5 Résultats numériques.....	91
5.5.1 Résultats modaux.....	91
5.6 Influence des caractéristiques dynamiques des barrages, du contenu Fréquentiel des accélérogrammes et de l'amortissement.....	91
Barrage A.....	91
Barrage B.....	94
Barrage C.....	97
5.7 Déplacements verticaux.....	100
5.8 Influence des conditions du sol.....	102
Barrage A.....	102
Barrage B.....	106
Barrage C.....	110
5.9 Influence des accélérations verticales.....	114
Barrage A.....	122
Barrage B.....	126
Barrage C.....	130
5.10 Influence de l'effet de l'énergie de fissuration.....	134
Barrage A	134
Barrage B.....	135
Barrage C.....	136
CONCLUSIONS.....	137
BIBLIOGRAPHIE.....	138

Liste des figures

Figure 2.1: Relation contrainte-déformation uni axiale utilisée dans le modèle du béton	31
Figure 2.2: Enveloppe de rupture en traction tridimensionnelle du béton.....	34
Figure 2.3: Enveloppe de rupture sous compression bi axiale du béton.....	35
Figure 2.4: Enveloppe de rupture en compression triaxiale.....	35
Figure 2.5: Définitions utilisées pour l'évaluation de la loi contrainte-déformation unidimensionnelle sous conditions de contraintes multiaxiales.	
a) Détermination de $\tilde{\sigma}'_c$ à partir de (${}^t\sigma_{p1}$, ${}^t\sigma_{p2}$) données.....	36
b) Comportement contrainte-déformation sous conditions de contraintes multiaxiales...	36
Figure 2.6: Modélisation du matériau pour le calcul de la contrainte après la rupture à la traction.....	39
a) Calcul du module de Young E_f , normal au plan de rupture en traction $\tilde{\sigma}_{tp}$ est la contrainte à la traction au point de coupure uni axial de la pré-fissuration.....	39
(b) Calcul du module de cisaillement dans le plan de rupture à la traction.	39
(c) Approche de la fissure répartie pour le calcul du paramètre ξ	39
Figure 2.7: Essai du chargement cyclique uni axial Contrainte/Déformation avec le modèle béton.....	41
Figure 3.1 - Contraintes de la fissure, déplacements relatifs et système de coordonnées global de la fissure	47
Figure 3.2 - Surface du produit de Rankine dans l'espace de contrainte Principale bidimensionnel.....	51
Figure 3.3 - Diagrammes traction avec adoucissement.	
(a) tri-linéaire, (b) exponentiel.....	52
Figure 3.4 - Deux approches distinctes pour modéliser le diagramme traction-adoucissement.	
(a) modèle Fissure discrète.....	55
(b) modèle fissure répartie	55

Figure 4.1: Relation entre les paramètres d'amortissement de Rayleigh et le taux d'amortissement (après Zerwer et al, 2002)	64
Figure 4.2: Illustration de l'erreur de la période et le l'amplitude dans une solution numérique.....	69
Figure 4.3: Le CAA avec et sans amortissement visqueux.....	70
Figure 4.4: Interpolation de l'accélération et l'interprétation des paramètres de Newmark α et δ (Après Argyrys et Mlejnek, 1991.....	73
Figure 4.5: Hypothèse de l'accélération linéaire de la méthode de Wilson θ	77
Figure 4.6: Evaluation des termes variés de l'équilibre de l'équation de mouvement aux différents points ci-inclus l'intervalle du temps avec l'algorithme HHT.....	79
Figure 4.7: Evaluation des termes de l'équilibre de l'équation de mouvement aux différents points ci-inclus l'intervalle du temps avec l'algorithme CH.....	81
Figure 5.1 : Géométries et dimensions des barrages.....	85
Figure 5.2 : Modèles en éléments finis des barrages (Nœuds choisis)	87
Figure 5.3 : Enregistrements sismiques utilisés.....	89
Figure 5.4 : Barrage A, accélérogramme de Dar El Beidha:	
a) avec amortissement.....	92
b) sans amortissement.....	92
Figure 5.5 : Barrage A, accélérogramme de Corralitos:	
a) avec amortissement.....	92
b) sans amortissement.....	93
Figure 5.6 : Barrage A, accélérogramme de Sakara:	
a) avec amortissement.....	93
b) sans amortissement.....	93
Figure 5.7 : Barrage A, accélérogramme de Chichi:	
a) avec amortissement.....	94
b) sans amortissement.....	94

Figure 5.8 : Barrage B, accélérogramme de Dar el Beidha:	
a) avec amortissement.....	95
b) sans amortissement.....	95
Figure 5.9 : Barrage B, accélérogramme de Corralitos:	
a) avec amortissement.....	95
b) sans amortissement.....	96
Figure 5.10 : Barrage B, accélérogramme de Sakara:	
a) avec amortissement.....	96
b) sans amortissement.....	96
Figure 5.11 : Barrage B, accélérogramme de Chichi:	
a) avec amortissement.....	97
b) sans amortissement.....	97
Figure 5.12 : Barrage C, accélérogramme de Dar el beidha:	
a) avec amortissement.....	98
b) sans amortissement.....	98
Figure 5.13 : Barrage C, accélérogramme de Corralitos:	
a) avec amortissement.....	98
b) sans amortissement.....	99
Figure 5.14 : Barrage C, accélérogramme de Sakara:	
a) avec amortissement.....	99
b) sans amortissement.....	99
Figure 5.15 : Barrage C, accélérogramme de Chichi:	
a) avec amortissement.....	100
b) sans amortissement.....	100
Figure 5.16 : Déplacements verticaux.....	101
Figure 5.17 : Barrage A, accélérogramme de Dar el beidha:	
a) $E=500000 \text{ KN/m}^2$, b) $E=2000000 \text{ KN/m}^2$, c) $E=10000000 \text{ KN/m}^2$	102
Figure 5.18 : Barrage A, accélérogramme de Corralitos:	
a) $E=500000 \text{ KN/m}^2$, b) $E=2000000 \text{ KN/m}^2$, c) $E=10000000 \text{ KN/m}^2$	103
Figure 5.19 : Barrage A, accélérogramme de Sakara:	
a) $E=500000 \text{ KN/m}^2$, b) $E=2000000 \text{ KN/m}^2$, c) $E=10000000 \text{ KN/m}^2$	104

Figure 5.20 : Barrage A, accélérogramme de Chichi:	
a) $E=500000 \text{ KN/m}^2$, b) $E=2000000 \text{ KN/m}^2$, c) $E=10000000 \text{ KN/m}^2$	105
Figure 5.21 : Barrage B, accélérogramme de Dar el beidha:	
a) $E=500000 \text{ KN/m}^2$, b) $E=2000000 \text{ KN/m}^2$, c) $E=10000000 \text{ KN/m}^2$	106
Figure 5.22 : Barrage B, accélérogramme de Corralitos:	
a) $E=500000 \text{ KN/m}^2$, b) $E=2000000 \text{ KN/m}^2$, c) $E=10000000 \text{ KN/m}^2$	107
Figure 5.23 : Barrage B, accélérogramme de Sakara:	
a) $E=500000 \text{ KN/m}^2$, b) $E=2000000 \text{ KN/m}^2$, c) $E=10000000 \text{ KN/m}^2$	108
Figure 5.24 : Barrage B, accélérogramme de Chichi:	
a) $E=500000 \text{ KN/m}^2$, b) $E=2000000 \text{ KN/m}^2$, c) $E=10000000 \text{ KN/m}^2$	109
Figure 5.25 : Barrage C, accélérogramme de Dar el beidha:	
a) $E=500000 \text{ KN/m}^2$, b) $E=2000000 \text{ KN/m}^2$, c) $E=10000000 \text{ KN/m}^2$	110
Figure 5.26 : Barrage C, accélérogramme de Corralitos:	
a) $E=500000 \text{ KN/m}^2$, b) $E=2000000 \text{ KN/m}^2$, c) $E=10000000 \text{ KN/m}^2$	111
Figure 5.27 : Barrage C, accélérogramme de Sakara:	
a) $E=500000 \text{ KN/m}^2$, b) $E=2000000 \text{ KN/m}^2$, c) $E=10000000 \text{ KN/m}^2$	112
Figure 5.28 : Barrage C, accélérogramme de Chichi:	
a) $E=500000 \text{ KN/m}^2$, b) $E=2000000 \text{ KN/m}^2$, c) $E=10000000 \text{ KN/m}^2$	113
Figure 5.29 : Accélérogramme de New hall (H) et spectre de réponse:	
a) Accélérogramme, b) Spectre de réponse.....	114
Figure 5.30 : Accélérogramme de New hall (V) et spectre de réponse:	
a) Accélérogramme, b) Spectre de réponse.....	115
Figure 5.31 : Accélérogramme de Array (H) et spectre de réponse:	
a) Accélérogramme, b) Spectre de réponse.....	116
Figure 5.32 : Accélérogramme de Array (V) et spectre de réponse:	
a) Accélérogramme, b) Spectre de réponse.....	117
Figure 5.33 : Accélérogramme de Corralitos (H) et spectre de réponse:	
a) Accélérogramme, b) Spectre de réponse.....	118

Figure 5.34 : Accélérogramme de Corralitos (V) et spectre de réponse: a) Accélérogramme, b) Spectre de réponse.....	119
Figure 5.35 : Accélérogramme de Petrolia (H) et spectre de réponse: a) Accélérogramme, b) Spectre de réponse.....	120
Figure 5.36 : Accélérogramme de Petrolia (V) et spectre de réponse: a) Accélérogramme, b) Spectre de réponse.....	121
Figure 5.37 : Barrage A, accélérogramme de New hall: a)H, b) H+V.....	122
Figure 5.38 : Barrage A, accélérogramme de Array: a)H, b) H+V.....	123
Figure 5.39 : Barrage A, accélérogramme de Corralitos: a)H, b) H+V.....	124
Figure 5.40 : Barrage A, accélérogramme de Petrolia: a)H, b) H+V.....	125
Figure 5.41 : Barrage B, accélérogramme de New hall: a)H, b) H+V.....	126
Figure 5.42 : Barrage B, accélérogramme de Array: a)H, b) H+V.....	127
Figure 5.43 : Barrage B, accélérogramme de Corralitos : a)H, b) H+V.....	128
Figure 5.44: Barrage B, accélérogramme de Petrolia: a)H, b) H+V.....	129
Figure 5.45 : Barrage C, accélérogramme de New hall: a)H, b) H+V.....	130
Figure 5.46 : Barrage C, accélérogramme de Array: a)H, b) H+V.....	131
Figure 5.47 : Barrage C, accélérogramme de Corralitos: a)H, b) H+V.....	132

Figure 5.48 : Barrage C, accélérogramme de Petrolia:	
a)H, b) H+V.....	133
Figure 5.49 : Barrage A, Energie de fissuration:	
Accélérogramme de Dar el beidha	
a) $G_f=200$ [N/mm] , b) $G_f=600$ [N/mm], c) $G_f=1000$ [N/mm]	134
Figure 5.50 : Barrage B, Energie de fissuration:	
Accélérogramme de Dar el beidha	
a) $G_f=200$ [N/mm] , b) $G_f=600$ [N/mm], c) $G_f=1000$ [N/mm]	135
Figure 5.51 : Barrage C, Energie de fissuration:	
Accélérogramme de Dar el beidha	
a) $G_f=200$ [N/mm] , b) $G_f=600$ [N/mm], c) $G_f=1000$ [N/mm]	136

Liste des tableaux

Tableau 5.1: Propriétés matérielles.....	87
Tableau 5.2: Caractéristiques des mouvements du sol.....	90
Tableau 5.3: Périodes des barrages.....	91

Notations

tE = La tangente multiaxiale équivalente du module de Young au temps t (la lettre supérieure à la droite " t " réfère le temps).

\tilde{E}_0 = Le coefficient tangent initial uni axial (toutes les quantités uni axiales sont identifiées avec " \sim ").

\tilde{E}_s = Le module sécant uni axial qui correspond à la contrainte ultime uni-axiale,

$$\tilde{E}_s = \frac{\tilde{\sigma}_c}{\tilde{e}_c}$$

\tilde{E}_u = Le module sécant uni axial qui correspond à la contrainte ultime uni-axiale,

$$\tilde{E}_u = \frac{\tilde{\sigma}_u}{\tilde{e}_u}$$

${}^t\tilde{E}_{pi}$ = Le module tangent uni axial dans la direction de ${}^t\sigma_{pi}$.

${}^te_{ij}$ = Les déformations totales

e_{ij} = Les déformations incrémentales

${}^t\tilde{e}$ = La déformation uni-axiale

\tilde{e}_c = La déformation à la compression uni-axiale ultime qui correspond à $\tilde{\sigma}_c$ ($\tilde{e}_c < 0$)

\tilde{e}_u = La déformation compressive uni-axiale ultime

${}^t\sigma_{ij}$ = Les contraintes totales

σ_{ij} = Les contraintes incrémentales

${}^t\tilde{\sigma}$ = La contrainte uni-axiale

$\tilde{\sigma}_t$ = La contrainte à la traction retranchée uni-axiale

$\tilde{\sigma}_{tp}$ = La contrainte à la traction retranchée uni-axiale à la pré-fissuration

($0 < \tilde{\sigma}_{tp} < \tilde{\sigma}_t$). est noté que si $\tilde{\sigma}_{tp} = 0$, ADINA mets $\tilde{\sigma}_{tp} = \tilde{\sigma}_t$.

$\tilde{\sigma}_c$ = La contrainte à la compression uni-axiale maximale ($\tilde{\sigma}_c < 0$)

$\tilde{\sigma}_u$ = La contrainte à la compression uni-axiale ultime ($\tilde{\sigma}_u < 0$)

${}^t\sigma_{pi}$ = La contrainte principale en direction de i (${}^t\sigma_{p1} \geq {}^t\sigma_{p2} \geq {}^t\sigma_{p3}$)

D^I	Module de rigidité au mode I
D^{II}	Module de rigidité au mode II
D^{cr}	Matrice constitutive de la fissure
D^e	Matrice constitutive élastique
D^{ecr}	Matrice constitutive élasto-fissure
D^{epI}	Matrice constitutive élasto-plastique
E_c	Module de Young du béton
G_c	Module de cisaillement du béton
G_f	Energie de fissuration du béton au mode I
\underline{T}^{cr}	Matrice transformée de la fissure
$f(\underline{\sigma}, k) = 0$	Surface produite
f_c	Force de compression du béton
f_{ct}	Force de traction du béton
h	Largeur de la bande de la fissure, Module de durcissement
h_c	Paramètre scalaire qui amplifie le vecteur de déplacement plastique
m	Nombre de changement de statut (position) de la fissure critique
n	Combinaison
n_{cr}	Nombre d'orientations de la fissure répartie distincte à chaque point d'intégration.
p	Pression hydrostatique
q	Itération
$\Delta \underline{\varepsilon}$	Vecteur de déformation incrémental
$\Delta \underline{\varepsilon}_I^{cr}$	Vecteur de déformation incrémental de la fissure (Dans (SLCF))
$\Delta \underline{\sigma}_I^{cr}$	Vecteur de contrainte incrémental de la fissure (Dans (SLCF))
α_{th}	Angle limite (seuil)
β	Fonction de rétention du cisaillement
γ_t^{cr}	Déformation cisaillement de la fissure
ε	Vecteur déformation
$\underline{\varepsilon}^{cr}$	Vecteur déformation de la fissure

$\underline{\varepsilon}_l^{cr}$	Vecteur déformation de la fissure (Dans (SLCF))
$\underline{\varepsilon}_n^{cr}$	Déformation normale de la fissure
θ	Angle entre l'axe global x_1 et l'axe normal de la fissure
k	Paramètre de durcissement
σ_n^{cr}	Contrainte normale de la fissure
τ_t^{cr}	Contrainte de cisaillement de la fissure
$\underline{\sigma}$	Vecteur contrainte
$\bar{\sigma}$	Contrainte effective
$\underline{\sigma}_l^{cr}$	Vecteur contrainte de la fissure (Dans (SLCF))
ν_c	Coefficient de Poisson de la fissure
(SLCF)	Système local des coordonnées de la fissure
(SCG)	Système des coordonnées globales
(SDOF)	Système à un degré de liberté
(CAA)	Accélération constante moyenne
(HHT)	Méthode de Hilbert, Hughes et Taylor
(WBZ)	Méthode de Wood, Bossak, et Ziekiewicz
(CH)	Méthode de Chung et Hilbert

CHAPITRE I

Introduction générale et Recherche bibliographique

1. Introduction générale

Les barrages poids en béton sont des ouvrages vitaux ayant plusieurs fonctions: alimentation en eau, production d'électricité et contrôle des crues. Un grand nombre de barrages a été construit à travers le monde dans des zones de forte sismicité et les séismes peuvent altérer leur fonctionnalité et provoquer des dommages catastrophiques pouvant entraîner de lourdes pertes en vies humaines et des dégâts matériels considérables. Le système réservoir-structure est un problème d'interaction fluide-structure et peut être considéré comme un système couplé ayant deux domaines: le fluide et la structure. Bien qu'un dommage mineur sous forme de fissuration limitée soit acceptable, une fissuration intensive résultant en une instabilité structurale et la perte du réservoir doit être évitée. Donc, il est primordial de modéliser la fissuration induite par un fort séisme lors de l'évaluation de la sécurité des barrages. Jusqu'à présent, deux approches ont été développées pour modéliser la fissuration des barrages poids en béton. La première approche, appelée modèle de la fissuration discrète, simule la fissuration discrète observée en se basant sur les principes de la mécanique de rupture avec une technique automatique de remaillage pour modéliser la propagation de la fissuration. La seconde approche, appelée modèle de la fissuration répartie, utilise des modèles et consiste en la modification de l'équation constitutive régissant le comportement du béton.

2. Synthèse bibliographique

Léger et Bhattacharjee (1995) ont entrepris des analyses sismiques non linéaires à l'aide d'un modèle en éléments finis en fissuration diffuse sur un barrage poids de 90m de hauteur situé présumément dans l'est du Canada. Des matrices de taille réduites indépendantes des fréquences ont été ajoutées pour représenter les effets d'interactions entre le réservoir et la fondation. Des analyses paramétriques ont été effectuées pour montrer l'influence des conditions initiales introduites par la température hivernale, et l'influence des mécanismes d'interaction de la fondation et du réservoir, sur le comportement sismique non linéaire du barrage. Ils ont conclu que le mouvement du sol choisi ne semble pas critique pour la sécurité de la structure quand les effets de la température ne sont pas pris en considération et l'intensité réduite de la fissuration est due à la flexibilité ajoutée et aux mécanismes de l'énergie de dissipation induits par les effets de l'interaction avec la fondation.

Taylor (1996) a décrit une méthodologie pour l'utilisation d'un code de calculs par éléments finis (ADINA) pour entreprendre une analyse sismique non linéaire d'un barrage poids en béton ayant une hauteur de 60 m en considérant les non linéarités dans la barrage et la fondation, l'interaction fondation-structure, l'amortissement radial et le couplage fluide-structure. Les principales conclusions de ce travail sont : l'utilisation de codes de calculs avec précaution permet d'avoir un aperçu sur les scénarios possibles de rupture et une fissuration est possible dans le barrage et la fondation.

Pekau et Yuzhu (2004) ont indiqué que le barrage de Koyna ayant une hauteur de 103m, a été endommagé durant le tremblement de terre du 11 Décembre 1967 à cause de la propagation de la fissuration dans le corps du barrage. Dans leur étude, ils ont entrepris une étude dynamique sur le barrage de Koyna en utilisant la méthode de l'élément distinct. Ils ont simulé les deux principaux modes de rupture du barrage fissuré : renversement ou glissement du bloc supérieur durant un séisme. Ils ont conclu que les fissures horizontales et inclinées à l'amont ont une marge de sécurité importante alors que les fissures inclinées à l'aval résultent en des ruptures sous mouvements de sols ultérieurs.

Ghanaat Yusof (2004) a présenté l'approche des modes de rupture pour l'estimation de la sécurité sismique des barrages. Il a discuté quelques modes de rupture qui peuvent affecter la stabilité du barrage en béton et sa fondation, tels que la sur contrainte, le glissement, l'ouverture du joint, et beaucoup d'autres. Il a proposé un nouveau critère de performance qui démontre que la sur contrainte entraîne l'ouverture du joint, la fissuration et peut mener à la rupture. Cette évaluation de la performance proposée implique deux analyses l'une élastique-linéaire et l'autre non linéaire incluant les effets de l'interaction barrage-eau et de l'interaction barrage-fondation. Il a conclu que l'approche des modes de rupture proposée fournit une méthodologie systématique pour l'estimation de la performance sismique et le niveau probable de l'endommagement dans l'intervalle de contrôle de l'endommagement du comportement.

Javarmandy et al., (2005) ont examiné les variations de la pression d'eau le long des fissures en béton avec le mouvement des parois théoriquement et expérimentalement. Ils ont étudié les effets de paramètres clés. Ils ont inclus la fréquence de l'excitation, le minimum de l'amplitude du déplacement de l'ouverture de l'orifice de la fissure, et la pression élevée statique initiale sur la magnitude de la pression développée. Ils ont conclu que le mécanisme du développement de la fissure dans le nouveau développement de la fissure et son

mouvement cyclique ouverture-fermeture subséquent durant le tremblement de terre est fondamentalement similaire pour une fissure existante.

Mirzabozorg et Ghaemian (2005) ont étudié le barrage Morrow-point en utilisant l'approche de la fissure répartie pour modéliser le comportement statique et dynamique de la masse en béton dans l'espace tridimensionnel en incluant les divers aspects pour simuler le comportement non linéaire de la masse béton dans les barrages en béton. Ils ont trouvé que le modèle proposé est précis et prédit bien les profils des fissures. La précision et la stabilité du modèle proposé a été vérifiée en utilisant des algorithmes de contrôle direct et indirect en déplacement. Il a été trouvé que le modèle proposé est précis et prédit bien les profils des fissures. La précision et la stabilité du modèle proposé a été vérifiée en utilisant des algorithmes de contrôles direct et indirect en déplacement. Il a été trouvé que le modèle proposé est précis aussi bien dans la prédiction du chemin de la propagation de la fissure que dans la détermination de la charge ultime de la structure et du comportement post-pic sous charges statique et dynamique.

Pierre Leger et al., (2005) ont développé un modèle théorique pour représenter les variations transitoires des sous-pressions dans les fissures du béton sous l'effet du mouvement sismique des parois. Ils ont d'abord effectué des essais pour valider le modèle proposé. Le modèle proposé a été ensuite implémenté dans un logiciel par éléments finis non linéaire à fissuration discrète pour l'analyse sismique hydromécanique couplée des barrages en béton. Un barrage de 90m de hauteur a par la suite été analysé. Les résultats obtenus montrent que l'eau peut pénétrer dans une fissure sismique produisant une saturation partielle. De façon globale on note une réduction des sous-pressions lors du mode d'ouverture de la fissure par rapport aux valeurs pré-sismiques, ce qui est favorable pour maintenir la stabilité sismique au glissement vers l'aval.

Mirzabozorg et al., (2008) en évaluant la performance sismique des barrages poids en béton ont trouvé que la manière dont la variation spatiale des mouvements des sols excite l'interaction barrage-réservoir revêt une grande importance. La fondation est supposée rigide et le fluide compressible est modélisé par des éléments finis fluides en utilisant le code de calculs ABAQUS. Le béton en traction est modélisé par une approche basée sur la théorie de l'endommagement. Leurs principales conclusions sont : 1- le profil de la fissuration est différent suivant que l'excitation est considéré uniforme ou non et 2- les contraintes

maximales en traction et les déplacements de la crête sont plus importants en cas d'excitation non uniforme.

Kimata et al., (2008) ont utilisé une analyse dynamique de la propagation de la fissuration pour évaluer la sécurité sismique des barrages poids en béton sous de grands séismes. Du fait que les caractéristiques d'amortissement jouent un rôle important dans l'initiation et la propagation de la fissuration dans le corps du barrage, ils ont d'abord discuté les caractéristiques d'amortissement en comparant les résultats d'essais sur tables vibrantes avec ceux obtenus par une analyse dynamique de la propagation de la fissuration et ont ensuite entrepris une analyse dynamique de la propagation sur un modèle à échelle réelle pour rendre plus claire l'initiation et la propagation de la fissuration durant de grands séismes.

AliReza Amini et al., (2008) ont étudié l'impact de l'interaction barrage-réservoir-fondation sur la réponse non linéaire des barrages poids en béton, en utilisant un modèle bidimensionnel en éléments finis et l'approche de la fissuration répartie. La principale conclusion de cette étude est que la considération de l'interaction barrage-réservoir dans les analyses non linéaires revêt une grande importance car elle améliore la prédiction de réponse non linéaire des barrages en béton.

Burman et Reddy (2008) ont examiné le barrage de Koyna sous trois excitations: Koyna, Northridge et El-Centro. Les excitations sont appliquées pour les mêmes propriétés du matériau. Ils ont essayé d'identifier les effets de la flexibilité et de la rigidité sur la réponse sismique du barrage poids en béton en utilisant SAP2000 et le modèle de plasticité basé sur le comportement hystérique proposé par Wen, qui est capable de représenter le comportement fortement non linéaire sous les deux chargements cyclique et aléatoire. Ils ont conclu que les résultats obtenus illustrent clairement l'importance de l'analyse non linéaire du système couplé barrage-fondation et que la non linéarité de la fondation peut accroître ou décroître la réponse en déplacements qui dépend des caractéristiques du mouvement du terrain, des propriétés environnantes de la fondation et du type de la structure.

Q. Cai et al., (2008) ont développé un modèle de la fissuration répartie basé sur la mécanique de rupture non linéaire qui permet de considérer un adoucissement linéaire ou bilinéaire et suppose un coefficient de rétention en cisaillement en fonction de la contrainte normale à la fissure. Une vérification de l'objectivité par rapport au maillage a été entreprise. Une étude comparative a montré l'utilité du modèle proposé et a indiqué que les résultats obtenus avec ce modèle étaient meilleurs que ceux prédits par la résistance des matériaux. Ils

ont ensuite entrepris une analyse paramétrique concernant les paramètres de rupture et de la réponse en fissuration. La principale conclusion est qu'en général, les paramètres de rupture n'ont pas une influence prépondérante sur la réponse en déplacement du barrage mais par contre, ils ont une influence importante sur les profils de la fissuration.

Motamedi et al., (2008) ont étudié l'interaction barrage-réservoir-fondation durant un tremblement de terre, en utilisant un modèle bidimensionnel en éléments finis d'un barrage poids en béton, incluant le corps du barrage, une partie de sa fondation ainsi qu'une partie du réservoir. De plus, des conditions aux limites adéquates ont été utilisées aussi bien pour le réservoir que pour le sol dans le but d'absorber l'énergie des ondes aux extrémités lointaines. En utilisant la méthode des éléments finis et l'approche de la fissuration répartie, différentes analyses sismiques non linéaires ont été entreprises dans le but d'étudier l'impact de la masse et de flexibilité de la fondation sur le comportement sismique du barrage. Les résultats obtenus montrent que la masse et la flexibilité de la fondation ont un effet non négligeable sur l'analyse non linéaire des barrages poids en béton et par conséquent il est essentiel de considérer l'effet de la fondation lors de l'analyse des barrages poids en béton.

Long Yichuan et al., (2009) ont entrepris des études comparatives pour examiner la réponse sismique d'un grand barrage poids de 160m de hauteur avec et sans armatures. Les analyses non linéaires ont pris en considération les modèles constitutifs du béton et de l'acier utilisés, la fissuration du béton en traction et l'effet de la perte d'adhérence. Les résultats numériques obtenus indiquent que l'ajout d'armatures a un effet bénéfique en augmentant la capacité de résistance au séisme du barrage.

Jia Chao et al., (2010) ont analysé un grand barrage en béton compacté réalisé en chine en utilisant une analyse non linéaire par éléments finis, en utilisant le modèle de la fissuration répartie et considérant le comportement adoucissant du béton à travers une courbe linéaire avec adoucissement. La réponse sismique du barrage a été étudiée en considérant les effets de l'interaction barrage-réservoir pour différents cas. Ils ont ensuite entrepris une analyse numérique sismique bidimensionnelle en utilisant des enregistrements de l'accélération du tremblement de terre de 1967 au niveau du barrage poids en béton de Koyna. Leur principal résultat consiste en une présentation des profils de fissuration qui peuvent s'avérer utiles pour la conception et la sécurité du barrage.

Abbas Mansouri et al., (2011) ont étudié le comportement sismique d'un barrage poids en béton en utilisant une théorie en éléments finis bidimensionnelle. Le modèle de Bazant qui

est un critère non linéaire de la mécanique de rupture et un modèle de la fissuration répartie ont été choisis pour développer les profils de la fissuration. Le système barrage et réservoir a été modélisé par une formulation Eulérienne-Lagrangienne. Les résultats obtenus en termes de profils de fissuration pour le cas d'un barrage plein et vide ont été comparés à ceux d'autres chercheurs et ont été trouvés proches.

Hairani et Ghaemian (2012) ont étudié le comportement dynamique non linéaire d'un barrage poids en béton, afin d'examiner l'effet de l'interaction barrage-réservoir-fondation une analyse bidimensionnelle par éléments finis et l'approche de la fissuration répartie ont été adoptées. Différentes conditions aux limites telles celles de Lysmer, Boulder ont été utilisées. Les résultats trouvés indiquent que quand l'analyse non linéaire considère l'interaction fondation-barrage, la masse, la flexibilité de la fondation et l'amortissement radial, la réponse sismique du barrage poids est acceptable.

Manzori et al., (2012) ont entrepris une analyse dynamique linéaire en utilisant le code de calculs ANSYS pour examiner le comportement d'un petit barrage en béton. Différents niveaux d'accélération ont été utilisés pour déterminer la réponse maximale du barrage. Leur principale conclusion est que les contraintes de traction pouvant se développer dans le corps du barrage peuvent causer la fissuration.

Pasbani et Ghorbani (2012) ont présenté une solution analytique pour une estimation de la pression hydrodynamique induite par les accélérations verticales. La solution analytique proposée tient compte de la compressibilité de l'eau et de l'absorption de l'onde au fond du réservoir. Ils ont conclu que du fait que les accélérations verticales provoquent des forces hydrodynamiques significatives dans la direction horizontale de la verticale amont, la réponse aux accélérations verticale est d'une grande importance dans l'analyse sismique des barrages poids en béton.

Joghataie et Dizaji (2014) ont étudié les améliorations dans le comportement sismique des barrages poids en béton induites par l'optimisation des propriétés matérielles du béton. Les critères pour mesurer l'amélioration du comportement sont : la réduction de l'étendue de la fissuration et l'augmentation du temps pour lequel les barrages sont capables à supporter les effets d'un séisme avant la rupture. Les propriétés considérées sont : la densité et le module d'élasticité. Les résultats obtenus montrent qu'en utilisant un béton de faible densité dans la zone supérieure et la zone de la crête, il est possible de diminuer l'étendue de la fissuration, et d'accroître le temps de portance avant la rupture du barrage.

Ce travail de recherche est structuré en cinq chapitres se terminant par des conclusions générales et des recommandations pour de futurs travaux.

Le premier chapitre a été consacré à une introduction générale concernant la problématique ainsi qu'à une synthèse bibliographique résumant les principaux travaux de recherche consacrés à l'analyse dynamique non linéaire des barrages poids en béton.

Dans le chapitre deux, ont été exposés en détail les principaux aspects du comportement complexe sous charges sismiques du béton ainsi à travers la description du modèle du béton implanté dans le code de calculs ADINA.

La prise en compte dans le cadre de la méthode des éléments finis du modèle de la fissuration répartie adopté dans cette étude a été décrite dans le chapitre trois.

Les principales techniques de résolution des équations d'équilibre dynamique ont été détaillées dans le chapitre quatre avec présentation de certains aspects importants inhérents à ces techniques de résolution dans le domaine non linéaire

Dans le chapitre cinq, tous les aspects développés dans les chapitres 2 à 4 ont été mis en œuvre à travers l'étude de cas et en considérant certains paramètres importants gouvernant la réponse non linéaire des barrages poids en béton. De nombreux résultats obtenus en termes de profils de fissuration en fonction de certains paramètres importants permettent d'appréhender les performances des barrages en béton sous charges sismiques et d'identifier les zones susceptibles à l'endommagement.

Chapitre II

Lois constitutives du béton

2.1 Introduction

Les structures en béton exhibent un comportement non linéaire même sous niveaux faibles de chargement, la fissuration en traction, le comportement post-fissuration avec adoucissement sont les sources principales de ce comportement fortement non linéaire. Le travail sur le développement de modèles non linéaires en éléments finis s'est poursuivi pour trois décennies et des aboutissements majeurs ont été réalisés pour les modèles constitutifs pour simuler le comportement du béton. Cependant, il convient de noter qu'il n'existe pas encore un modèle constitutif unique capable de décrire proprement tous les aspects du comportement non linéaire du béton et aucun type unique de modèle n'a été généralement accepté. Une raison pour cela, est sans aucun doute, la complexité du béton sous comportement multi axial. De plus, bien que de nombreux modèles aient été proposés, peu de modèles ont été utilisés en engineering avec succès pour traiter les structures en béton complexes ou les chargements complexes, par exemple, les charges sismiques. Par conséquent, la validation et l'utilisation des modèles du béton sont requises dans ce qui suit, on présente en détails tous les aspects inhérents à la formulation du modèle du béton implémenté dans le code de calculs ADINA utilisé dans cette étude.

2.2 Description du modèle de béton implanté dans ADINA

Bien que le modèle soit appelé "le modèle de béton", les caractéristiques constitutives de base sont telles que le modèle peut être aussi utilisé pour décrire le comportement d'autres matériaux, Les caractéristiques de base du matériau sont:

- * Une fissuration par rupture en traction se produisant pour une contrainte principale maximale en traction relativement petite.
- * Un écrasement en compression pour une compression élevée.
- * Un comportement adoucissant à partir de la rupture par écrasement de béton jusqu'à une déformation ultime, en laquelle le matériau est totalement endommagé.

Les ruptures par fissuration en traction et l'écrasement en compression sont gouvernées par les enveloppes de la fissuration en traction et l'écrasement en compression.

Ces caractéristiques du matériau appartiennent, par exemple, aux variétés de roches.

Il est largement accepté que le béton est un matériau très complexe. Le modèle incorporé ADINA ne peut contenir toutes les caractéristiques détaillées du matériau souhaitables. Néanmoins, en considérant la variabilité des matériaux du béton qui nécessitent d'être décrits en pratique, et en reconnaissant que le modèle peut aussi être utile pour la modélisation des matériaux de la roche, l'objectif est de prévoir un modèle

performant avec une flexibilité suffisante pour modéliser la plus part des comportements des matériaux utilisés.

Trois caractéristiques fondamentales sont utilisées dans le modèle du béton:

- * La relation contrainte-déformation non linéaire tient compte de l'affaiblissement du matériau sous des contraintes de compression croissantes.
- * Les enveloppes de rupture qui définissent la rupture à la fissuration en traction et à l'écrasement en compression.
- * Une stratégie pour modéliser les comportements post-fissuration et de l'écrasement du matériau.

2.2.1 Relations contrainte-déformation

Les relations générales contrainte-déformation multiaxiale sont dérivées de la relation contrainte-déformation uni axiale ${}^t\tilde{\sigma}$ par rapport à ${}^t\tilde{\epsilon}$.

Une relation de la contrainte uni axiale typique ${}^t\tilde{\sigma}$ par rapport à la déformation uni axiale ${}^t\tilde{\epsilon}$ est montrée dans la figure 2-1. Cette relation de la contrainte-déformation montre qu'il y a trois phases de déformation; à savoir, ${}^t\tilde{\epsilon} \geq 0$, $0 > {}^t\tilde{\epsilon} \geq \tilde{\epsilon}_c$, et $\tilde{\epsilon}_c > {}^t\tilde{\epsilon} \geq \tilde{\epsilon}_u$.

Où $\tilde{\epsilon}_c$ est la déformation qui correspond au minimum de la contrainte $\tilde{\sigma}_c$ (à l'écrasement) qui peut être atteinte, et $\tilde{\epsilon}_u$ est la déformation à la compression ultime.

Si ${}^t\tilde{\epsilon} > 0$, le matériau est en traction et la relation contrainte-déformation est linéaire jusqu'à la rupture en traction pour la contrainte $\tilde{\sigma}_t$. Un module de Young \tilde{E}_0 constant est utilisé, i.e.,

$${}^t\tilde{\sigma} = \tilde{E}_0 {}^t\tilde{\epsilon} \quad (2-1)$$

Pour ${}^t\tilde{\epsilon} \leq 0$, Nous supposons la relation suivante

$$\frac{{}^t\tilde{\sigma}}{\tilde{\sigma}_c} = \frac{\left(\frac{\tilde{E}_0}{\tilde{E}_c}\right) \left(\frac{{}^t\tilde{\epsilon}}{\tilde{\epsilon}_c}\right)}{1 + A \left(\frac{{}^t\tilde{\epsilon}}{\tilde{\epsilon}_c}\right) + B \left(\frac{{}^t\tilde{\epsilon}}{\tilde{\epsilon}_c}\right)^2 + C \left(\frac{{}^t\tilde{\epsilon}}{\tilde{\epsilon}_c}\right)^3}$$

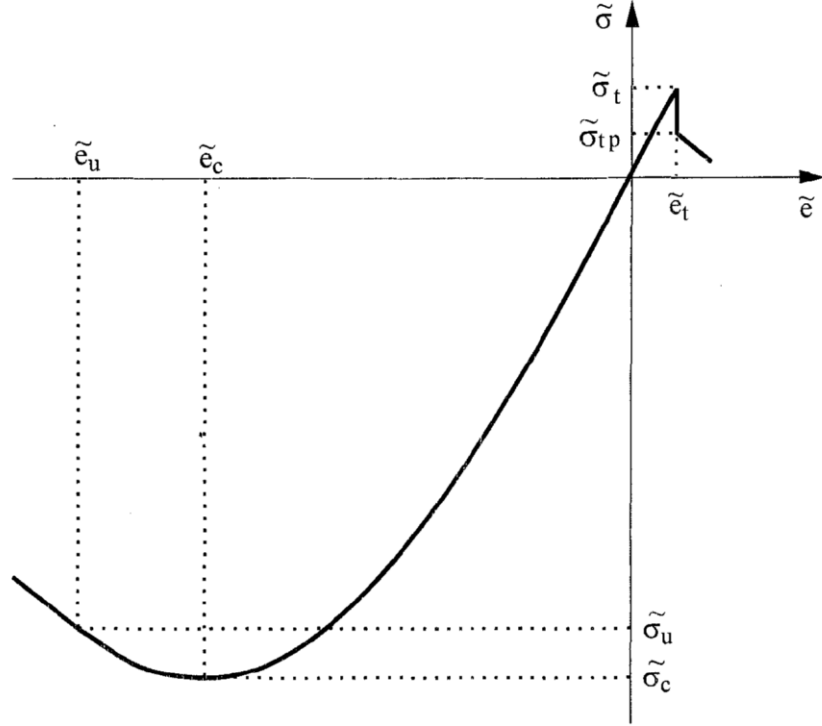


Figure 2.1: Relation contrainte-déformation uni-axiale utilisée dans le modèle du béton

et donc

$${}^tE = \frac{\tilde{E}_0 \left[1 - B \left(\frac{t_{\tilde{e}}}{\tilde{e}_c} \right)^2 - 2C \left(\frac{e_{\tilde{e}}}{\tilde{e}_c} \right)^3 \right]}{\left[1 + A \left(\frac{t_{\tilde{e}}}{\tilde{e}_c} \right) + B \left(\frac{t_{\tilde{e}}}{\tilde{e}_c} \right)^2 + C \left(\frac{t_{\tilde{e}}}{\tilde{e}_c} \right)^3 \right]^2} \quad (2-2)$$

Où

$$A = \frac{\left[\frac{\tilde{E}_0}{\tilde{E}_u} + (p^3 - 2p^2) \frac{\tilde{E}_0}{\tilde{E}_s} - (2p^3 - 3p^2 + 1) \right]}{[(p^2 - 2p + 1)p]}$$

$$B = \left[\left(2 \frac{\tilde{E}_0}{\tilde{E}_s} - 3 \right) - 2A \right]$$

$$C = \left[\left(2 - \frac{\tilde{E}_0}{\tilde{E}_s} \right) + A \right]$$

et les paramètres \tilde{E}_0 , $\tilde{\sigma}_c$, \tilde{e}_c , $\tilde{E}_s = \frac{\tilde{\sigma}_c}{\tilde{\sigma}_c}$, $\tilde{\sigma}_u$, \tilde{e}_u , $p = \frac{\tilde{e}_u}{\tilde{e}_c}$, $\tilde{E}_u = \frac{\tilde{\sigma}_u}{\tilde{\sigma}_u}$ sont obtenus à partir des essais uni axiaux.

La relation contrainte-déformation dans l'équation (2-2) suppose des conditions de chargement monotone. Pour les conditions de déchargement et de chargement avec retour à l'état de contrainte duquel a eu lieu le déchargement, le module initial de Young \tilde{E}_0 est utilisé. Pour les états de contrainte supérieures à $\tilde{\epsilon}_u$ en compression, il est supposé que les contraintes sont linéairement libérées vers zéro, en utilisant le module suivant:

$$\tilde{E}_u = \frac{\tilde{\sigma}_u - \tilde{\sigma}_c}{\tilde{\epsilon}_u - \tilde{\epsilon}_c}$$

Il convient de noter que le béton confiné peut donc être modélisé en utilisant les valeurs proches pour $\tilde{\sigma}_u$ et $\tilde{\sigma}_c$.

Sous des conditions de contraintes multiaxiales, les relations contrainte- déformation sont évaluées différemment suivant que le matériau est en chargement ou en déchargement. Le coefficient de Poisson est supposé constant en traction et peut varier en compression.

Pour caractériser les conditions de chargement et de déchargement un chargement scalaire ${}^t g$ est défini pour chaque point d'intégration,

$${}^t g = {}^t \sigma_e \quad (2-3)$$

Où ${}^t \sigma_e$ est la contrainte effective au temps t . Le matériau est en chargement au point d'intégration excepté quand les conditions de déchargement sont déterminées,

$${}^t g < g_{max} \quad (2-4)$$

Où g_{max} est la valeur maximale du chargement scalaire qui a été atteinte durant la solution complète.

Durant le déchargement, le matériau est supposé être isotrope et le module de Young initial \tilde{E}_0 , est utilisé pour former la matrice contrainte-déformation incrémentale, pour les deux calculs de la rigidité et de la contrainte.

Dans les conditions de chargement, les contraintes principales ${}^t \sigma_{pi}$ (Avec ${}^t \sigma_{p1} \geq {}^t \sigma_{p2} \geq {}^t \sigma_{p3}$) sont calculées. Pour chaque direction principale de la contrainte, Le module de Young tangent ${}^t \tilde{E}_{pi}$ qui correspond à l'état de déformation donnée ${}^t e_{pi}$ est évalué en utilisant les équations (2-1) et (2-2).

Dans l'équation (2-2) les déformations ${}^t e_{pi}$ sont utilisées simultanément avec les paramètres $\tilde{\sigma}_c$, $\tilde{\sigma}'_u$, $\tilde{\epsilon}'_c$ et $\tilde{\epsilon}'_u$ définis dans l'équation (2-8) qui tiennent compte des conditions des contraintes multiaxiales.

Le matériau est considéré comme orthotrope avec les directions de l'orthotropie définies par les directions des contraintes principales. Une fois que la fissuration se produit dans la direction i , cette direction est fixée à partir de ce point lors du calcul de ${}^t \sigma_{pi}$.

La matrice contrainte-déformation qui correspond à ces directions est, pour les conditions de contraintes tridimensionnelles, comme suit:

$$C = \frac{1}{(1+\nu)(1-2\nu)} \times \begin{bmatrix} (1-\nu) {}^t \tilde{E}_{p1} & \nu {}^t E_{12} & \nu {}^t E_{13} & 0 & 0 & 0 \\ \nu {}^t E_{21} & (1-\nu) {}^t \tilde{E}_{p2} & \nu {}^t E_{23} & 0 & 0 & 0 \\ \nu {}^t E_{31} & \nu {}^t E_{32} & (1-\nu) {}^t \tilde{E}_{p3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5(1-2\nu) {}^t E_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5(1-2\nu) {}^t E_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5(1-2\nu) {}^t E_{23} \end{bmatrix} \quad (2-5)$$

Où ν est le coefficient de Poisson constant et les ${}^t E_{ij}$ avec $i \neq j$ sont évalués en utilisant

$${}^t E_{ij} = \frac{|{}^t \sigma_{pi}| {}^t \tilde{E}_{pi} + |{}^t \sigma_{pj}| {}^t \tilde{E}_{pj}}{|{}^t \sigma_{pi}| + |{}^t \sigma_{pj}|} \quad (2-6)$$

Il est à noter que les relations contraintes-déformations ci-dessus pour les conditions de chargement du matériau sont seulement utilisées dans les calculs de la matrice de rigidité au temps t . En considérant l'évaluation de la contrainte incrémentale de t au temps $t+\Delta t$, nous avons

$$\sigma = \hat{C} e \quad (2-7)$$

Où la matrice contrainte-déformation \hat{C} est celle définie dans l'équation (2-5) mais en utilisant les modules de Young ${}^t \tilde{E}_{pi}$. Ces modules sont évalués en utilisant l'intégration de Gauss à trois points de \tilde{E}_{pi} entre ${}^t e_{pi}$ et ${}^{t+\Delta t} e_{pi}$, avec ${}^t e_{pi}$ et ${}^{t+\Delta t} e_{pi}$ les composantes des déformations mesurées dans les directions des contraintes principales respectives ${}^t \sigma_{pi}$ et ${}^{t+\Delta t} \sigma_{pi}$.

2.2.2 Enveloppes de rupture du matériau

Les enveloppes de rupture montrées dans les figures (2-2) à (2-5) sont utilisées pour établir la loi contrainte déformation uni axiale tenant compte des conditions de contraintes

multiaxiales, et pour identifier si une rupture en traction où à l'écrasement du matériau s'est produite.

2.2.2.1 Loi contrainte-déformation uni axiale sous contraintes multiaxiales

Ayant établi les contraintes principales ${}^t\sigma_{pi}$ avec ${}^t\sigma_{p1} \geq {}^t\sigma_{p2} \geq {}^t\sigma_{p3}$ les contraintes ${}^t\sigma_{p1}$ et ${}^t\sigma_{p2}$ sont maintenues constantes et la contrainte minimale pouvant être atteinte dans la troisième principale direction pour causer l'écrasement du matériau est calculée en utilisant l'enveloppe de rupture, voir figure (2-5 (a)). Nommons cette contrainte $\tilde{\sigma}'_c$, nous avons

$$\gamma_1 = \frac{\tilde{\sigma}'_c}{\tilde{\sigma}_c}$$

et

$$\tilde{\sigma}'_u = \gamma_1 \tilde{\sigma}_u; \quad \tilde{e}'_u = (C_1 \gamma_1^2 + C_2 \gamma_1) \tilde{e}_c; \quad \tilde{e}'_u = (C_1 \gamma_1^2 + C_2 \gamma_1) \tilde{e}_u \quad (2-8)$$

Où C_1 et C_2 sont des paramètres donnés. Normalement, $C_1 = 1.4$ et $C_2 = -0.4$. Les constantes $\tilde{\sigma}'_c$, $\tilde{\sigma}'_u$, \tilde{e}'_c et \tilde{e}'_u sont utilisés à la place des variables sans indices, en utilisant l'équation (2-2), la loi contrainte-déformation uni axiale sous conditions multiaxiales (voir figure (2-5(b))).

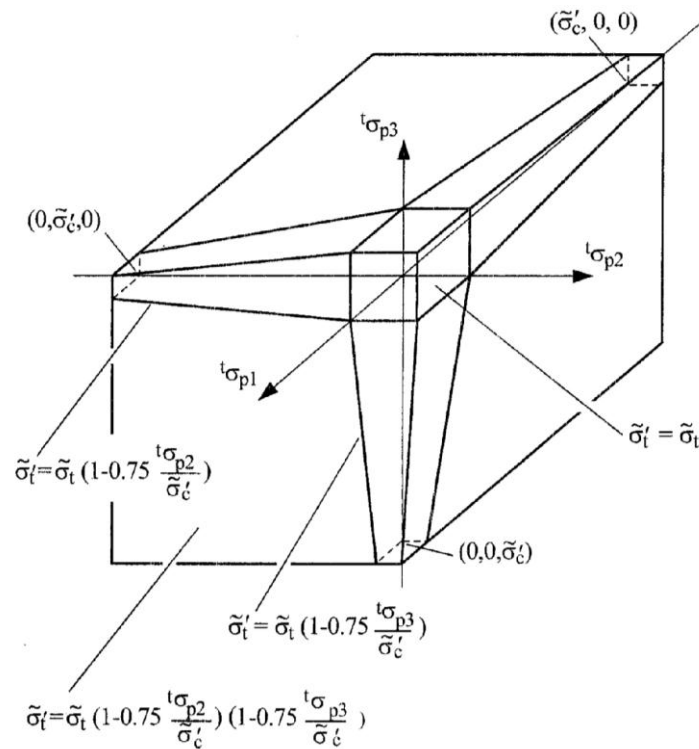


Figure 2.2: Enveloppe de rupture en traction tridimensionnelle du béton

$\tilde{\sigma}'_t$ = Contrainte de traction uni axiale maximale sous conditions multiaxiales.

$\tilde{\sigma}'_c$ = Contrainte de rupture en compression uni axiale sous conditions multiaxiales.

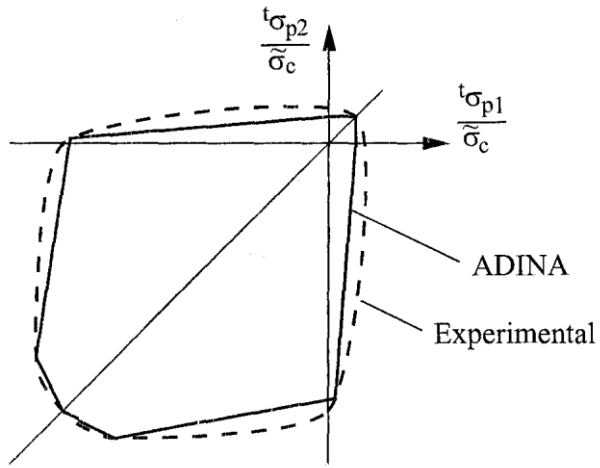


Figure 2.3: Enveloppe de rupture sous compression bi axiale du béton

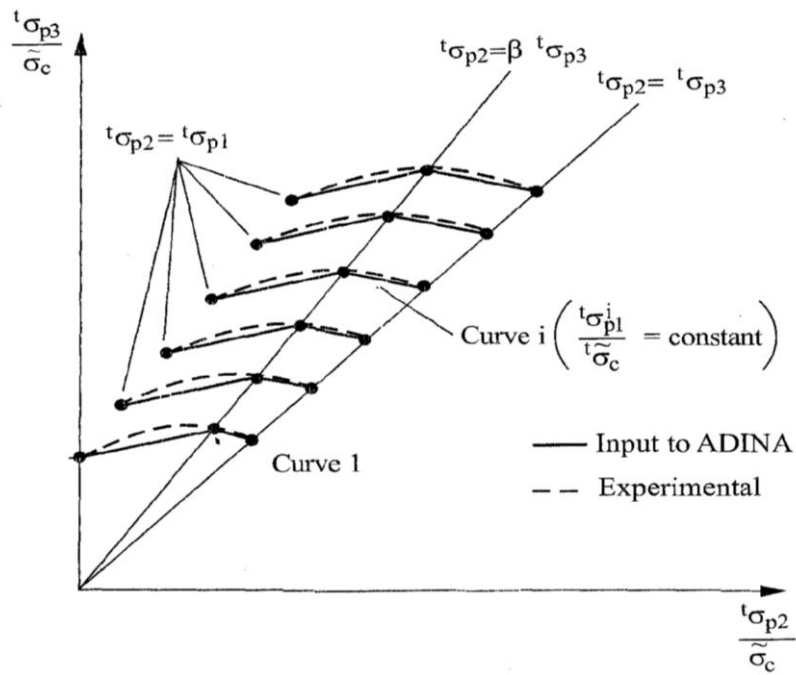
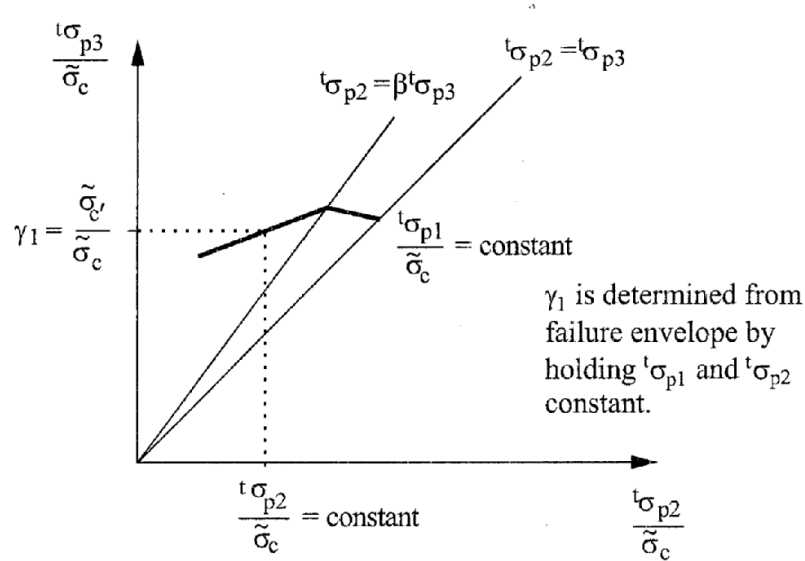
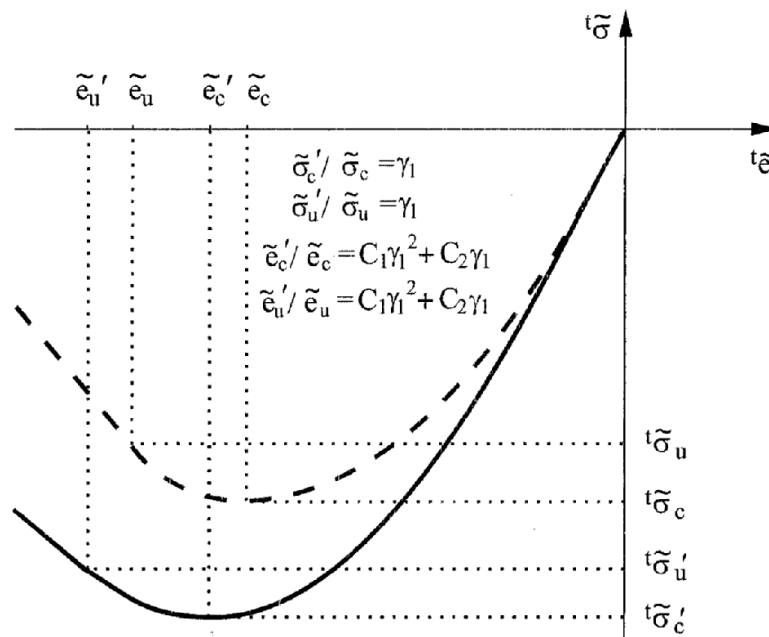


Figure 2.4: Enveloppe de rupture en compression triaxiale



(γ_1 est déterminé de l'enveloppe de rupture en prenant ${}^t\sigma_{p1}$, ${}^t\sigma_{p2}$ constantes).

(a) Détermination de $\tilde{\sigma}_c$ à partir de (${}^t\sigma_{p1}$, ${}^t\sigma_{p2}$) données



(b) Comportement contrainte-déformation sous conditions de contraintes multiaxiales

Figure 2.5: Définitions utilisées pour l'évaluation de la loi contrainte-déformation unidimensionnelle sous conditions de contraintes multiaxiales

2.2.2.2 Enveloppe de rupture en traction

L'enveloppe de rupture en traction utilisée dans le modèle du béton est montrée dans la figure (2-2). Pour identifier que le matériau a rompu, les contraintes principales sont utilisées pour localiser l'actuel état de contrainte. Il est à noter que la résistance en traction du matériau dans la direction principale ne dépend pas des contraintes à la traction dans les autres directions des contraintes principales, mais dépend des contraintes à la compression dans les autres directions.

La rupture en traction se produit si la contrainte de traction dans la direction de la contrainte principale dépasse la contrainte de rupture en traction. Dans ce cas il est supposé que le plan de la rupture se développe perpendiculairement à la direction de la contrainte principale correspondante. L'effet de cette rupture du matériau est que les rigidités: normale et de cisaillement et les contraintes à travers le plan de rupture sont réduits et les conditions de la déformation plane sont supposées exister dans le plan de rupture en traction.

Avant la rupture par traction, la loi contrainte-déformation du matériau est donnée par les équations (2-5) à (2-7). En supposant que ${}^t\sigma_{p1}$ est plus grande que la contrainte de rupture en traction, la matrice contrainte-déformation du nouveau matériau utilisé dans les calculs de la matrice de rigidité est donnée par

$$C = \begin{bmatrix} \tilde{E}_0\eta_n & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{1}{(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} {}^t\tilde{E}_{p2} & \nu {}^tE_{23} \\ & {}^t\tilde{E}_{p3} \end{bmatrix} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & \frac{\tilde{E}_0\eta_n}{2(1+\nu)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & \frac{\tilde{E}_0\eta_n}{2(1+\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & \frac{\tilde{E}_0\eta_n}{2(1+\nu)} & 0 & 0 \\ & & & & & & & \frac{\tilde{E}_0\eta_n}{2(1+\nu)} & 0 \\ & & & & & & & & \frac{\tilde{E}_0\eta_n}{2(1+\nu)} \end{bmatrix} \quad (2-9)$$

SYMETRIE

Où les ${}^t\tilde{E}_{pi}$ sont les modules de Young évalués dans les directions de contraintes principales en utilisant les équations (2-1) où (2-2), et les ${}^tE_{ij}$ sont évaluées en utilisant l'équation (2-6).

Les constantes η_n et η_s sont les facteurs de réduction de la rigidité normale et de cisaillement, respectivement. Typiquement, $\eta_n = 0.0001$ et $\eta_s = 0.5$. Le facteur η_s n'est

pas exactement égal à zéro afin d'éviter la possibilité d'une matrice de rigidité singulière. Le facteur η_s dépend d'un certain nombre de facteurs physiques et un recours au jugement engineering pour choisir sa valeur est requis. Pour utiliser le modèle de béton dans ADINA, η_n et η_s sont deux données.

Pour le calcul de la contrainte, les matrices de la contrainte-déformation suivantes sont utilisées:

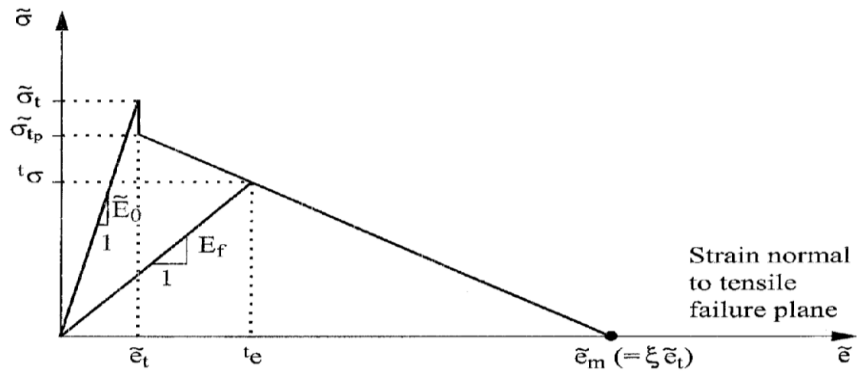
Pour la contrainte normale en traction normale au plan de rupture en traction et les contraintes de cisaillement dans ce plan, les déformations totales sont utilisées pour calculer les contraintes totales avec

$$\hat{C} = \begin{bmatrix} E_f & 0 & 0 \\ 0 & E_{12}^f & 0 \\ 0 & 0 & E_{13}^f \end{bmatrix} \quad (2-10)$$

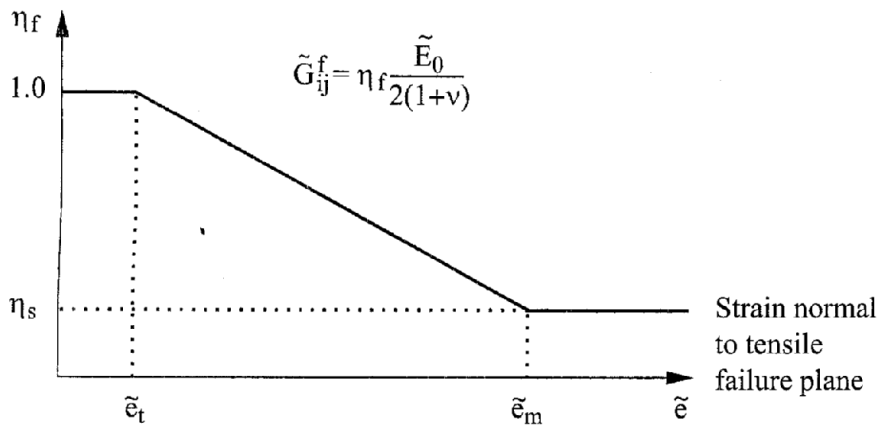
Où E_f et E_{12}^f , E_{13}^f sont évaluées comme montrées dans la figure (2.6). Dans cette figure, ξ est une variable donnée qui définit la quantité de raidissement. La figure (2.6(b)) montre que G_{ij}^f est évaluée à partir du module de cisaillement initial. Aussi, la figure (2.6(a)) suppose un chargement depuis la contrainte nulle directement dans la région de la traction. Si la contrainte en traction est atteinte par le déchargement à partir de la contrainte en compression, La déformation normale au plan de rupture en traction est mesurée à partir de la valeur de la déformation spécifique en laquelle la contrainte est zéro (voir la figure (2.7 (point 11))).

Une attention spéciale dans l'analyse doit être donnée au cas où ξ est choisi supérieur à 1.0, car l'adoucissement peut résulter en de solutions non uniques.

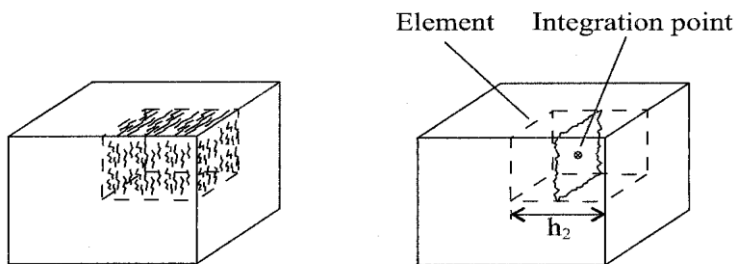
Pour obtenir une solution indépendante du maillage, l'énergie de fissuration G_f peut-être substituée à ξ . En faisant cela, ξ est évalué en chaque point d'intégration, en se basant sur la taille des éléments finis (voir la figure (2.6(c))). Dans ce cas, ADINA (2013) calcule automatiquement η_s et écrase la valeur fournie par l'utilisateur.



(Déformation normale par traction au plan de rupture ($\tilde{\epsilon}$)
 (a) Calcul du module de Young E_f , normal au plan de rupture en traction. $\tilde{\sigma}_{tp}$ est la contrainte à la traction au point de coupure uni axial de la pré-fissuration.



(b) Calcul du module de cisaillement dans le plan de rupture à la traction.



L'état physique avec les fissures multiples.

Le modèle avec la fissure unique.

$$\xi = \frac{2\tilde{E}_0 G_f}{\tilde{\sigma}_t^2 h_2} \text{ Avec l'énergie } G_f \text{ déchargée par unité de surface dans la direction perpendiculaire à la direction } h_2.$$

(c) Approche de la fissure répartie pour le calcul du paramètre ξ

Figure 2.6: Modélisation du matériau pour le calcul de la contrainte après la rupture à la traction.

* Pour les composantes restantes de la contrainte, les incréments sont évalués à partir des incréments des déformations en utilisant

$$C = \frac{1}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} \tau \tilde{E}_{p2} & \nu \tau \tilde{E}_{23} & 0 \\ & \tau \tilde{E}_{p3} & 0 \\ \text{Symetrie} & & \left(1 - \nu^2 \frac{\tau \tilde{E}_{23}}{2(1+\nu)}\right) \end{bmatrix} \quad (2-11)$$

Où les $\tau \tilde{E}_{pi}$ sont les modules de Young uni axial utilisés dans l'équation (2-7) et $\tau \tilde{E}_{23}$ est évalué en utilisant l'équation (2-6) mais avec $\tau \tilde{E}_{pi}$ au lieu de $\tau \tilde{E}_{pi}$.

2.2.2.3 Enveloppe de rupture en compression

L'enveloppe de rupture tri axiale utilisée dans le modèle de béton est montrée dans la figure (2.4). Il est à noter que l'enveloppe de rupture bi axiale montrée dans la figure (2.3) est la courbe 1 de l'enveloppe de rupture tri axiale. De plus, il convient de noter que les courbes des enveloppes bi-axiale et triaxiale peuvent être utilisées pour représenter un grand nombre d'enveloppes spécifiques par les données expliquées ci-dessous, et cette flexibilité rend possible la modélisation de nombreux matériaux de béton et de roche.

L'enveloppe de rupture tri axiale en compression est montrée dans la figure (2.4). Premièrement, les valeurs $\frac{\sigma_{p1}^i}{\sigma_c}$ sont données. Ces valeurs définissent les niveaux par lesquels $\tau \sigma_{p1}$ les fonctions des enveloppes de rupture bi dimensionnelle des contraintes $\tau \sigma_{p2}$ et $\tau \sigma_{p3}$ sont données.

Six enveloppes de rupture doivent être définies, chacune ayant trois points correspondants aux emplacements $\tau \sigma_{p2} = \tau \sigma_{p1} = \beta \tau \sigma_{\tau \sigma_{p2} p3}$ et $\tau \sigma_{p2} = \tau \sigma_{p3}$ où β est un paramètre donné ($0 \leq \beta \leq 1$).

Pour identifier la rupture à la compression, la contrainte principale maximale, $\tau \sigma_{p1}$, est utilisée pour établir la fonction de l'enveloppe de rupture bi axiale de $\tau \sigma_{p2}$ et $\tau \sigma_{p3}$, en utilisant l'interpolation montrée dans la figure (2.5(a)). Si l'état de contrainte correspondant à $\tau \sigma_{p2}$ et $\tau \sigma_{p3}$ s'étend sur ou en dehors de l'enveloppe de rupture bi axiale, alors le matériau est écrasé.

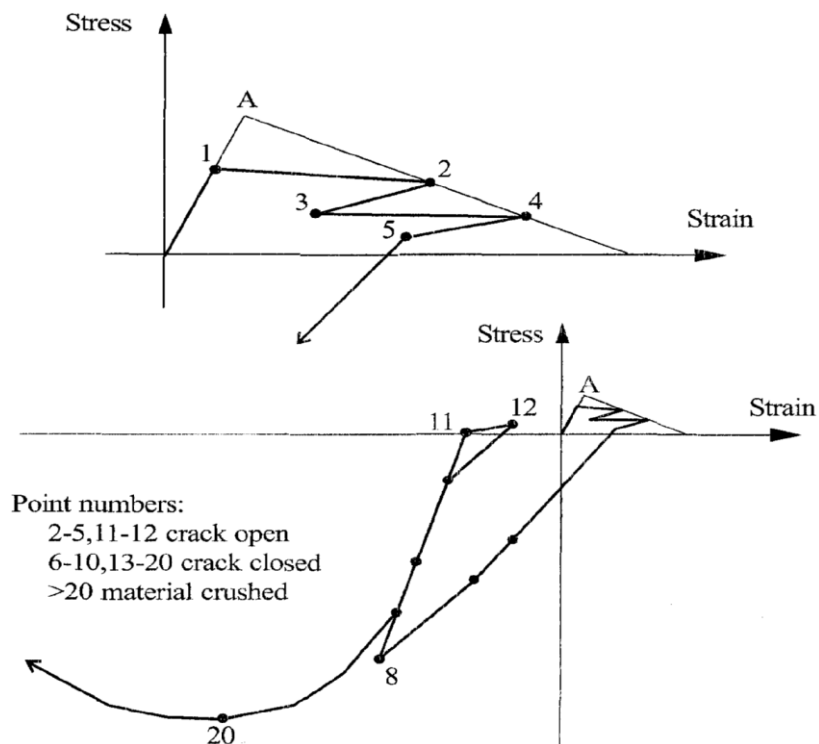
Il convient de noter que des valeurs appropriées pour les données des surfaces de rupture et d'autres paramètres doivent être choisies. Celles-ci peuvent varier significativement pour différents matériaux et structures et doivent être obtenus à partir des données expérimentales.

2.2.3 Comportement du matériau après rupture

Les comportements matériels à la rupture considérés dans le modèle du béton dans ADINA comprennent les comportements post-fissuration en traction, écrasement après compression et le comportement adoucissant.

2.2.4 Comportement post-fissuration en traction

Une fois le plan de traction à la rupture formé, il est vérifié en chaque pas de la solution subséquente pour voir si la rupture est toujours active. La rupture est considérée être inactive même la déformation normale à travers le plan devient négative et inférieure à la déformation pour laquelle s'est produite "la dernière" rupture, autrement elle est active. Donc, le plan de rupture en traction peut être successivement actif et inactif. Soit le cas du chargement cyclique uni axial montré à la Figure (2.7) dans lequel la déformation est prescrite. Lorsque la déformation atteint la résistance limite en traction, un plan de rupture en traction devient actif. Ce plan de rupture en traction demeure actif lorsque la déformation continue de décroître jusqu'au point 2 et ensuite elle décroît vers le point 3 et ensuite elle croît jusqu'au point 4 et ensuite décroît vers le point 5. Le plan de rupture devient inactif après le point 5 et demeure ainsi alors que la déformation décroît jusqu'au point 8 et croît encore jusqu'au point 11. Au point 11 la rupture en traction, devient encore active et demeure actif jusqu'à ce que la déformation atteigne le point 13 et au-delà.



Les points numéros: 2-5, 11-12 La fissure ouverte
6-10, 13-20 La fissure fermée.
> 20 Le matériau écrasé.

Figure 2.7: Essai du chargement cyclique uni-axial
Contrainte/Déformation avec le modèle béton.

Si une fois un plan de rupture en traction est développé, qui peut être actif ou inactif, Les relations contrainte-déformation du matériau sont toujours établies comme décrits ci-dessus, mais correspondant aux directions le long et perpendiculairement au plan de rupture. Donc, au lieu d'utiliser les contraintes principales et les directions correspondantes comme faits pour le matériau sain, les contraintes dans les directions définies par le plan de rupture en traction du matériau sont utilisées pour évaluer la matrice contrainte déformation, correspondant à ces directions. Une fois un plan de rupture initié, un plan de rupture ultérieur est supposé se former perpendiculairement à la direction du premier plan de rupture chaque fois que la contrainte normale le long du plan de rupture original a atteint la résistance à la traction. Il s'en suit que n'importe quel point d'intégration, la direction du troisième plan de rupture à la traction est fixée une fois que la rupture se soit produite dans les deux directions.

2.2.5 Comportement post-écrasement en compression, comportement -adoucissant

Si le matériau s'est écrasé en compression, il est supposé que le matériau a un comportement adoucissant dans toutes les directions.

Considérons d'abord des conditions contraintes uni axiales. Comme montré sur la Figure (2-1), quand la déformation uni axiale est supérieure à \tilde{e}_c , Le matériau supposé écrasé et un comportement adoucissant à lieu avec une augmentation de la déformation en compression ${}^t\tilde{E}$ est négatif.

Sous des conditions contraintes multiaxiales l'écrasement en compression est identifié en utilisant l'enveloppe de rupture multiaxiale, et une fois le matériau écrasé, les conditions iso tropiques sont supposées. Comme dans le cas des conditions uni axiales, dans les pas ultérieurs de la solution le module de Young est supposé être très petit mais positif dans les calculs de la matrice de rigidité, mais les contraintes incrémentales sont calculées à partir de la contrainte-déformation uni axiale avec les constantes $\tilde{\sigma}'_c$, \tilde{e}'_c et etc..., voir l'Equation (2-8), correspondant aux conditions multi axiales à l'écrasement. Le module de Young tE correspondant à la déformation incrémentale actuelle (courante) e_{p3} est évaluée en utilisant la relation contrainte-déformation uni axiale dans la Figure 2-1

$${}^tE = \frac{\left[\tilde{\sigma}'_c |_{t_{e_{p3}+e_{p3}}} - \tilde{\sigma}'_c |_{t_{e_{p3}}} \right]}{e_{p3}}$$

Où ${}^t e_{p3}$ et e_{p3} sont les composantes de la déformation et les composantes des déformations incrémentales au temps t mesurées dans la direction de la contrainte principale ${}^t \sigma_{p3}$. Pour obtenir la contrainte incrémentale, l'Equation (2-7) est utilisée où la matrice \hat{C} correspond aux conditions du matériau isotrope avec le module de Young ${}^t E$. Il est à noter que lorsque ${}^t e_{p3} \geq \tilde{e}'_u$, les contraintes tendent linéairement vers zéro.

Si le déchargement de matériau écrasé se produit dans la zone du comportement adoucissant, caractérisé par $e_{p3} \geq 0$, le module de Young initial \tilde{E}_0 est utilisé. En n'importe quel temps durant les calculs post-compression, si l'une des contraintes principales atteint une valeur positive, cette contrainte est prise égale à zéro.

Chapitre III

Modèle de la fissuration répartie

3.1 Introduction

La méthode des éléments finis est la base d'un outil du calcul puissant, pouvant être utilisé pour simuler la réponse des structures et des matériaux, quand ils sont soumis à des charges spécifiées. Cet outil a été utilisé d'une manière extensive pour évaluer le comportement des structures en béton.

Dans le but de simuler la réponse structurale des structures en béton armé dans le cadre de la méthode des éléments finis, l'idéalisation mathématique du comportement du matériau est requise. Cette approche mathématique est généralement nommée modèle constitutif ou modèle matériel, et permet une relation entre les tenseurs des contraintes et des déformations en un point matériel du corps. Pour prédire avec une grande précision le comportement des structures en béton, des modèles constitutifs appropriés doivent être utilisés. Ces modèles constitutifs doivent être capables de simuler le phénomène intéressant du matériau considéré (José Sena Cruz et al., (2004)).

La théorie de la mécanique de fracture non linéaire a été utilisée pour simuler la rupture quasi-fragile du béton (ACI 1991), (ACI 1997). Les concepts de la fissure discrète et répartie sont les plus utilisés pour modéliser la rupture du béton dans le cadre de la méthode des éléments finis. Pour les structures en béton avec une proportion de renforcement qui assure la stabilisation de la fissure, l'approche de la fissure répartie est plus appropriée que l'approche de la fissure discrète, puisque plusieurs fissures peuvent être formées dans la structure. L'approche de la fissure discrète est spécialement convenable pour simuler les structures en béton où la rupture est gouvernée par l'événement d'un petit nombre de fissures du chemin peut être prédit. L'approche de la fissure discrète n'est pas traitée dans ce présent travail. Néanmoins, La description détaillée de l'approche de la fissure discrète peut être trouvée ailleurs, e.g., Ngo et Scordelis (1967), Hilerborg et al., (1976), Rots (1988) et Bittencourt et al., (1992).

Dans les modèles de la fissure répartie, le processus de la fracture est initié quand la contrainte principale maximale dans un point du matériau dépasse sa résistance à la traction. La propagation de la fissure est surtout contrôlée par la forme du diagramme de l'adoucissement en traction et l'énergie de fracture du matériau. Pour assurer l'objectivité du maillage, l'énergie dissipée dans le processus de la propagation de la fissure est associée à une longueur caractéristique de l'élément fini (Bazant et Oh. 1983) dans la fissure répartie

originale où le concept de la fissure répartie uniquement fixé, l'orientation de la fissure, i.e., la direction qui est normale au plan de la fissure coïncide avec l'orientation de la contrainte principale maximale à l'initiation de la fissure, et reste fixée à travers le processus du chargement. Cependant, à cause de l'action de l'engrènement et de l'effet goujon de l'acier, les contraintes principales peuvent changer leur orientation et une fois encore peuvent dépasser la résistance à la traction. Dans ce cas, l'approche de la fissuration répartie avec une fissure répartie unique fixe prédit une réponse numérique qui est plus importante que celle des observations expérimentales. Pour éviter cet inconvénient, des modèles avec la fissure répartie unique tournante ou avec des fissures réparties multiples fixes ont été développés. Dans le premier, le système à coordonnées locales de la fissure tourne continuellement avec la modification des contraintes principales. Dans le second modèle plusieurs fissures réparties fixes pouvant se former, d'après un critère d'initiation de la fissuration.

3.2 Concepts de la fissuration

Dans cette section, le concept de la fissure répartie unique fixe est décrit, suivi par une généralisation du concept des fissures réparties multiples fixes. Les aspects algorithmiques les plus utiles sont détaillés (José Sena Cruz et al., (2004)).

3.2.1 Concept de la fissure répartie

Après l'initiation de la fissure, l'hypothèse de base des modèles de la fissure répartie, est la décomposition du vecteur de la déformation incrémentale, $\Delta \underline{\underline{\varepsilon}}$, en un vecteur de la déformation incrémentale de la fissure $\Delta \underline{\underline{\varepsilon}}^{cr}$, et un vecteur de la déformation incrémentale du béton entre les fissures $\Delta \underline{\underline{\varepsilon}}^{co}$:

$$\Delta \underline{\underline{\varepsilon}} = \Delta \underline{\underline{\varepsilon}}^{cr} + \Delta \underline{\underline{\varepsilon}}^{co} \quad (3-1)$$

La décomposition exprimée par (3-1) a été adoptée par plusieurs chercheurs (Litton (1974)), (Bazant et Gambarova (1980)), (de Borst et Nauta (1985)), (Rots et al. (1985)), (Rots (1988)).

3.2.1.1 Déformations de fissuration et contraintes de fissuration

La figure (3.1) montre la morphologie de la fissure pour le cas des contraintes planes. Les deux déplacements relatifs définissent le mouvement relatif des bords de la fissure: le

déplacement de l'ouverture de la fissure w , et le déplacement du glissement de la fissure s . Les axes n et t définissent le système local des coordonnées de la fissure (SLCF), n et t sont les directions normale et tangentielle de la fissure, respectivement.

Dans l'approche de la fissure répartie, w est remplacée par la déformation normale de la fissure définie dans le système local des coordonnées de la fissure (SLCF), ε_n^{cr} , et s est remplacée par la déformation de cisaillement de la fissure dans (SLCF), γ_t^{cr} . La même approche peut être appliquée aux déformations incrémentales normale et de cisaillement de la fissure ($\Delta\varepsilon_n^{cr}$ et $\Delta\gamma_t^{cr}$). Le vecteur de la déformation incrémentale de la fissure dans (SLCF), $\Delta\underline{\gamma}_1^{cr}$, est défini par

$$\Delta\underline{\varepsilon}_1^{cr} = [\Delta\varepsilon_n^{cr} \quad \Delta\gamma_t^{cr}]^T \quad (3-2)$$

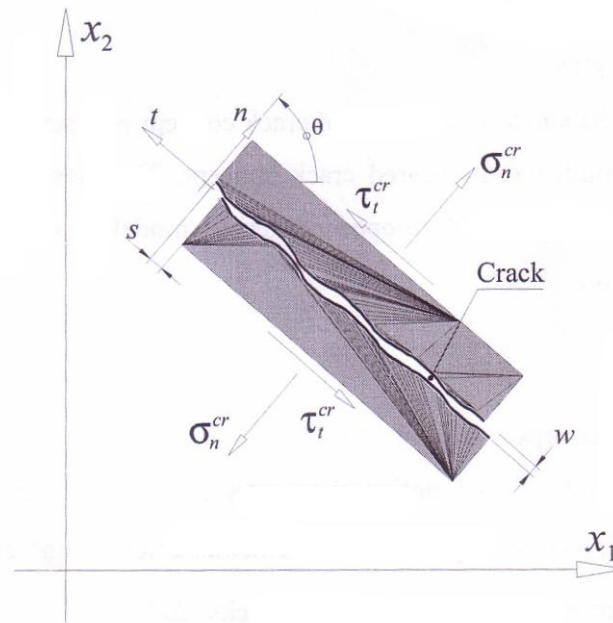


Figure 3.1 - Contraintes de la fissure, déplacements relatifs et système de coordonnées global de la fissure.

Le vecteur des déformations incrémentales de la fissure dans le système des coordonnées global (SCG), $\underline{\varepsilon}^{cr}$, a les trois composantes suivantes,

$$\Delta\underline{\varepsilon}^{cr} = [\Delta\varepsilon_1^{cr} \quad \Delta\varepsilon_2^{cr} \quad \Delta\gamma_{12}^{cr}]^T \quad (3-3)$$

La transformation du vecteur déplacement de la fissure incrémental du système local des coordonnées de la fissure (SLCF) au système de coordonnées global (SCG) donne

$$\begin{bmatrix} \Delta \varepsilon_1^{cr} \\ \Delta \varepsilon_2^{cr} \\ \Delta \gamma_{12}^{cr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & -\sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ 2 \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \varepsilon_n^{cr} \\ \Delta \gamma_t^{cr} \end{bmatrix} \quad (3-4)$$

où

$$\Delta \underline{\varepsilon}^{cr} = [\underline{T}^{cr}]^T \Delta \underline{\varepsilon}_l^{cr} \quad (3-5)$$

Où $[\underline{T}^{cr}]^T$ est la matrice de transformation du déplacement de la fissure et θ l'angle entre x_1 et n (voir Figure (3.1)). Le vecteur de contrainte incrémentale de la fissure incrémentale locale, $\Delta \underline{\sigma}_l^{cr}$, est défini par

$$\Delta \underline{\sigma}_l^{cr} = [\Delta \sigma_n^{cr} \quad \Delta \tau_t^{cr}]^T \quad (3-6)$$

Où $\Delta \sigma_n^{cr}$ et $\Delta \tau_t^{cr}$ sont les contraintes incrémentales normale et de cisaillement de la fissure, respectivement. La relation entre $\Delta \underline{\sigma}_l^{cr}$ et le vecteur de la contrainte incrémentale (dans SCG), $\Delta \underline{\sigma}$ peut être défini comme suit

$$\begin{bmatrix} \Delta \sigma_n^{cr} \\ \Delta \tau_t^{cr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 2 \sin \theta \cos \theta \\ -\sin \theta \cos \theta & \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \sigma_1 \\ \Delta \sigma_2 \\ \Delta \tau_{12} \end{bmatrix} \quad (3-7)$$

où

$$\Delta \underline{\sigma}_l^{cr} = \underline{T}^{cr} \Delta \underline{\sigma} \quad (3-8)$$

3.2.1.2 Loi constitutive du béton

En supposant un comportement élastique linéaire pour le béton entre les fissures (béton sain), la relation constitutive entre $\Delta \underline{\varepsilon}^{co}$ et $\Delta \underline{\sigma}$ est donnée par

$$\Delta \underline{\sigma} = \underline{D}^{co} \Delta \underline{\varepsilon}^{co} \quad (3-9)$$

Où \underline{D}^{co} est la matrice constitutive d'après la loi de Hook,

$$\underline{D}^{co} = \frac{E_c}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \nu/2 \end{bmatrix} \quad (3-10)$$

Où E_c et ν sont le module de Young et le coefficient de Poisson du béton ordinaire, respectivement (José Sena Cruz et al., (2004)).

3.2.1.3 Loi constitutive de la fissure

De la même manière, une relation entre $\Delta \underline{\sigma}_I^{cr}$ et $\Delta \underline{\varepsilon}_I^{cr}$ est établie pour simuler l'ouverture de la fissure et le glissement du au cisaillement en utilisant la matrice constitutive, \underline{D}^{cr} ,

$$\Delta \underline{\sigma}_I^{cr} = \underline{D}^{cr} \Delta \underline{\varepsilon}_I^{cr} \quad (3-11)$$

Où \underline{D}^{cr} est une matrice de 2X2 incluant les paramètres du mode I et du mode II de rupture de la fissure.

3.2.1.4 Loi constitutive du béton fissuré

En combinant les équations présentées dans les sections précédentes, une loi constitutive du béton fissuré est obtenue, en incorporant les équations (3-1) et (3-5) dans (3-9) on obtient, donc,

$$\Delta \underline{\sigma} = \underline{D}^{co} \left(\Delta \underline{\varepsilon} - [\underline{T}^{cr}]^T \Delta \underline{\varepsilon}_I^{cr} \right) \quad (3-12)$$

La multiplication des deux membres de l'équation (3-12) par \underline{T}^{cr} donne

$$\underline{T}^{cr} \Delta \underline{\sigma} = \underline{T}^{cr} \underline{D}^{co} \Delta \underline{\varepsilon} - \underline{T}^{cr} \underline{D}^{co} [\underline{T}^{cr}]^T \Delta \underline{\varepsilon}_I^{cr} \quad (3-13)$$

En substituant (3-8) dans le côté gauche de (3-13) on obtient

$$\Delta \underline{\sigma}_I^{cr} + \underline{T}^{cr} \underline{D}^{co} [\underline{T}^{cr}]^T \Delta \underline{\varepsilon}_I^{cr} = \underline{T}^{cr} \underline{D}^{co} \Delta \underline{\varepsilon} \quad (3-14)$$

En incluant (3-11) dans le côté gauche de (3-14), l'équation suivante définissant le vecteur contrainte incrémentale de la fissure dans le système local des coordonnées de la fissure (SLCF) est obtenue

$$\Delta \underline{\underline{\varepsilon}}^{\text{cr}} = \left(\underline{\underline{D}}^{\text{cr}} + \underline{\underline{T}}^{\text{cr}} \underline{\underline{D}}^{\text{co}} [\underline{\underline{T}}^{\text{cr}}]^{\text{T}} \right)^{-1} \underline{\underline{T}}^{\text{cr}} \underline{\underline{D}}^{\text{co}} \Delta \underline{\underline{\varepsilon}} \quad (3-15)$$

L'inclusion de (3-15) dans (3-12) aboutit à la loi constitutive du béton fissuré, qui est

$$\Delta \underline{\underline{\sigma}} = \left(\underline{\underline{D}}^{\text{co}} - \underline{\underline{D}}^{\text{co}} [\underline{\underline{T}}^{\text{cr}}]^{\text{T}} \left(\underline{\underline{D}}^{\text{cr}} + \underline{\underline{T}}^{\text{cr}} \underline{\underline{D}}^{\text{co}} [\underline{\underline{T}}^{\text{cr}}]^{\text{T}} \right)^{-1} \underline{\underline{T}}^{\text{cr}} \underline{\underline{D}}^{\text{co}} \right) \Delta \underline{\underline{\varepsilon}} \quad (3-16)$$

Où bien

$$\Delta \underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{D}}^{\text{crco}} \Delta \underline{\underline{\varepsilon}} \quad (3-17)$$

Où $\underline{\underline{D}}^{\text{crco}}$ est la matrice constitutive suivante pour le béton fissuré

$$\underline{\underline{D}}^{\text{crco}} = \underline{\underline{D}}^{\text{co}} - \underline{\underline{D}}^{\text{co}} [\underline{\underline{T}}^{\text{cr}}]^{\text{T}} \left(\underline{\underline{D}}^{\text{cr}} + \underline{\underline{T}}^{\text{cr}} \underline{\underline{D}}^{\text{co}} [\underline{\underline{T}}^{\text{cr}}]^{\text{T}} \right)^{-1} \underline{\underline{T}}^{\text{cr}} \underline{\underline{D}}^{\text{co}} \quad (3-18)$$

3.2.1.5 Paramètres de rupture de la fissure

Dans le présent modèle, la matrice constitutive de la fissure, $\underline{\underline{D}}^{\text{cr}}$ est supposée être diagonale

$$\underline{\underline{D}}^{\text{cr}} = \begin{bmatrix} D_{\text{I}}^{\text{cr}} & 0 \\ 0 & D_{\text{II}}^{\text{cr}} \end{bmatrix} \quad (3-19)$$

Dans cette matrice D_{I}^{cr} et $D_{\text{II}}^{\text{cr}}$ sont les modules de rigidité dus au mode I et au Mode II associés avec le comportement de la fissure (José Sena Cruz et al., (2004)).

L'initiation de la fissure est contrôlée par une surface de plastification de Rankine (voir Figure (3.2)), i.e., quand la contrainte principale maximale, σ_1 , dépasse la résistance en traction uni axiale, f_{ct} , une fissure se forme. Cette hypothèse est justifiée par les résultats expérimentaux obtenus par (Kupfer et al., (1969)) quand la fissuration en traction n'est pas accompagnée par une compression latérale significative.

Selon Rots (1988), l'approche la plus souhaitable pour simuler la propagation de la fissure dans le cadre des éléments finis passe par la prise en compte des paramètres de rupture

du béton, à savoir, la forme du diagramme en traction avec adoucissement et l'énergie de rupture.

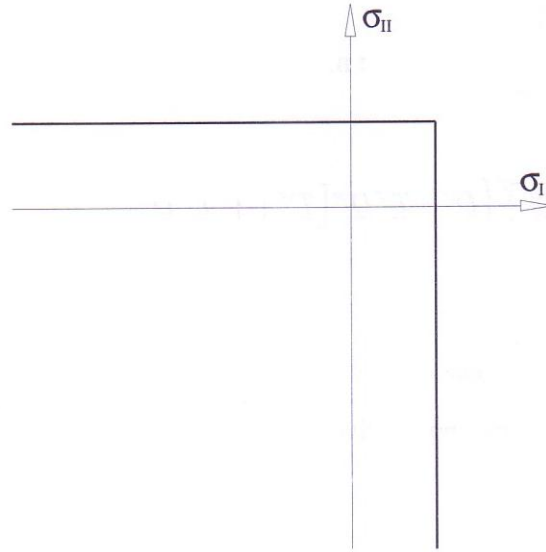


Figure 3.2 - Surface du produit de Ranking dans l'espace de contrainte principale bidimensionnel

Deux diagrammes distincts traction avec adoucissement sont disponibles: les digrammes tri-linéaires et exponentiels (voir Figure (3.3)). Le diagramme tri-linéaire montré dans la Figure (3.3(a)) est défini par les expressions suivantes

$$\sigma_n^{cr}(\varepsilon_n^{cr}) = \begin{cases} f_{ct} + D_{l,1}^{cr} \varepsilon_n^{cr} & \text{si } 0 < \varepsilon_n^{cr} \leq \xi_1 \varepsilon_{n,ult}^{cr} \\ \alpha_1 f_{ct} + D_{l,2}^{cr} (\varepsilon_n^{cr} - \xi_1 \varepsilon_{n,ult}^{cr}) & \text{si } \xi_1 \varepsilon_{n,ult}^{cr} < \varepsilon_n^{cr} \leq \xi_2 \varepsilon_{n,ult}^{cr} \\ \sigma_2 f_{ct} + D_{l,3}^{cr} (\varepsilon_n^{cr} - \xi_2 \varepsilon_{n,ult}^{cr}) & \text{si } \xi_1 \varepsilon_{n,ult}^{cr} < \varepsilon_n^{cr} \leq \varepsilon_{n,ult}^{cr} \\ 0 & \text{si } \varepsilon_n^{cr} > \xi_1 \varepsilon_{n,ult}^{cr} \end{cases} \quad (3-20)$$

Avec

$$D_{l,i}^{cr} = -k_i \frac{hf_{ct}^2}{G_f} \quad (3-21)$$

Où

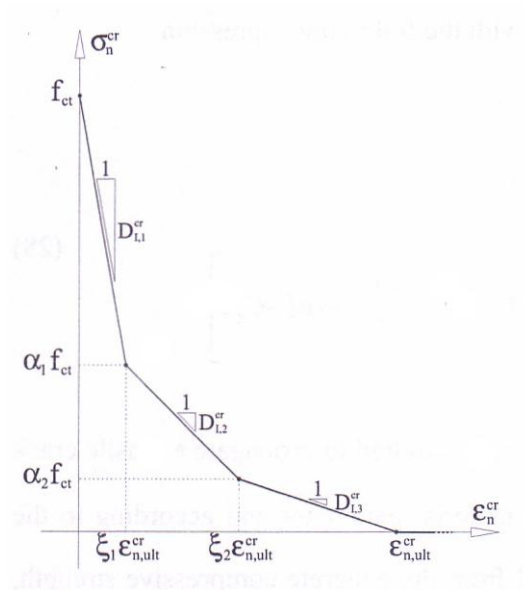
$$\begin{aligned} k_1 &= \frac{(1-\alpha_1)(\xi_1 + \alpha_1 \xi_2 - \alpha_2 \xi_1 + \alpha_2)}{2\xi_1} \\ k_2 &= \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)(\xi_1 + \alpha_1 \xi_2 - \alpha_2 \xi_1 + \alpha_2)}{2(\xi_2 - \xi_1)} \\ k_3 &= \frac{\alpha_2(\xi_1 + \alpha_1 \xi_2 - \alpha_2 \xi_1 + \alpha_2)}{2(1 - \xi_2)} \end{aligned} \quad (3-22)$$

La déformation normale ultime de la fissure, $\epsilon_{n,ult}^{cr}$, est donnée par,

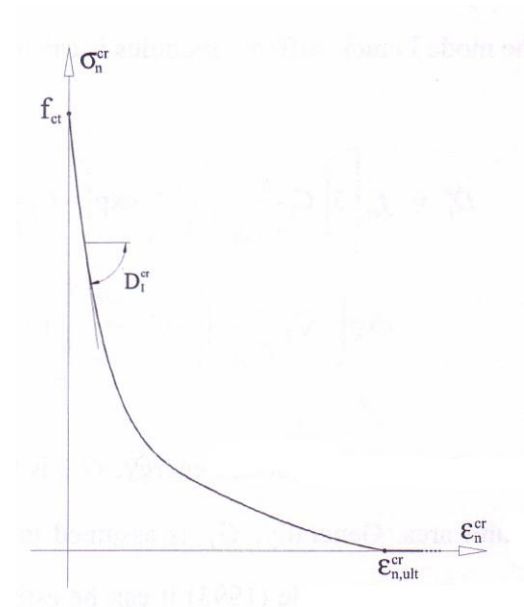
$$\epsilon_{n,ult}^{cr} = k_4 \frac{G_f}{f_{ct}h} \quad (3-23)$$

Où

$$k_4 = \frac{2}{\xi_1 + \alpha_1 \xi_2 - \alpha_2 \xi_1 + \alpha_2} \quad (3-24)$$



(a) tri-linéaire



(b) exponentiel.

Figure 3.3 - Diagrammes traction avec adoucissement.

Le diagramme avec adoucissement exponentiel proposé par (Cornelissen et al., (1986)) (voir Figure (3.3(b))) est défini par

$$\frac{\sigma_n^{cr}(\varepsilon_n^{cr})}{f_{ct}} = \begin{cases} \left(1 + \left(C_1 \frac{\varepsilon_n^{cr}}{\varepsilon_{n,ult}^{cr}}\right)^3\right) \exp\left(-C_2 \frac{\varepsilon_n^{cr}}{\varepsilon_{n,ult}^{cr}}\right) - \frac{\varepsilon_n^{cr}}{\varepsilon_{n,ult}^{cr}} (1 + C_1^3) \exp(-C_2) & \text{si } 0 < \varepsilon_n^{cr} < \varepsilon_{n,ult}^{cr} \\ 0 & \text{si } \varepsilon_n^{cr} \geq \varepsilon_{n,ult}^{cr} \end{cases} \quad (3-25)$$

où $C_1 = 3.0$ et $C_2 = 6.93$. La déformation normale ultime de la fissure, $\varepsilon_{n,ult}^{cr}$ est donné par,

$$\varepsilon_{n,ult}^{cr} = \frac{1}{k} \frac{G_f}{f_{ct} h} \quad (3-26)$$

Où

$$k = \left[\frac{1}{C_2} \left[1 + 6 \left(\frac{C_1}{C_2} \right)^3 \right] - \left[\frac{1}{C_2} + C_1^3 \left(\frac{1}{C_2} + \frac{3}{C_2^2} + \frac{6}{C_2^3} + \frac{6}{C_2^4} \right) + \frac{1}{2} (1 + C_1^3) \right] \right] \exp(-C_2) \quad (3-27)$$

Le module de rigidité de la fissure pour le mode I est calculé avec l'expression suivante

$$D_I^{cr} = f_{ct} \left[3 \left(C_1 \frac{\varepsilon_n^{cr}}{\varepsilon_{n,ult}^{cr}} \right)^2 \frac{C_1}{\varepsilon_{n,ult}^{cr}} \exp\left(-C_2 \frac{\varepsilon_n^{cr}}{\varepsilon_{n,ult}^{cr}}\right) + \exp\left(-C_2 \frac{\varepsilon_n^{cr}}{\varepsilon_{n,ult}^{cr}}\right) \left(-C_2 \frac{\varepsilon_n^{cr}}{\varepsilon_{n,ult}^{cr}}\right) \left[1 + \left(C_1 \frac{\varepsilon_n^{cr}}{\varepsilon_{n,ult}^{cr}} \right)^3 \right] - \frac{1+C_1^3}{\varepsilon_{n,ult}^{cr}} \exp(-C_2) \right] \quad (3-28)$$

L'énergie de rupture du béton, G_f , est l'énergie requise pour propager une fissure en traction par unité de surface. Généralement, G_f , est supposée être un paramètre matériel et selon le code du modèle (CEB-FIB (1993)) elle peut être estimée à partir de la résistance en compression du béton, f_c , et la taille maximale de l'agrégat (José Sena Cruz et al., (2004)).

Dans l'approche de la fissure répartie, la zone fracturée est distribuée suivant une certaine largeur des éléments finis, qui est appelée largeur de la bande de la fissure, h , comme indiquée dans la Figure (3.4). Dans ce modèle une distribution de déformation constante suivant la largeur h est supposée. Pour assurer l'objectivité du maillage l'énergie de fracture du béton et la largeur de la bande de la fissure doivent être dépendantes du maillage.

Plusieurs chercheurs ont proposés différentes méthodes pour estimer la largeur h (Bazant et Oh (1983)), (Rots et al., (1985)), (Leibengood et al., (1986)), (Onate et al., (1987)), (Dahlblom et Ottosen (1990)), (Oliver et al., (1990)), (Cervenka et al., (1990)), (Rots (1992)), (Feenstra (1993)). La largeur de la bande de la fissure peut être estimée de trois manières différentes: égale à la racine carrée de la surface de l'élément fini, égale à la racine carrée de la surface du point d'intégration ou égale à une valeur constante. Pour éviter le retour en arrière envers instable, la largeur de la bande de la fissure est sujette à la contrainte suivante (de Borst (1991)),

$$h \leq \frac{G_f E_c}{b f_{ct}^2} \quad (3-29)$$

où $b = \max\{k_i\}$ pour le comportement tri-linéaire avec adoucissement.

Et $b = k(C_2 + (1 + C_1^3) \exp(-C_2))$ pour le comportement avec adoucissement exponentiel.

L'application du concept de la décomposition de la déformation pour la fracture de la fissure mode II, donne

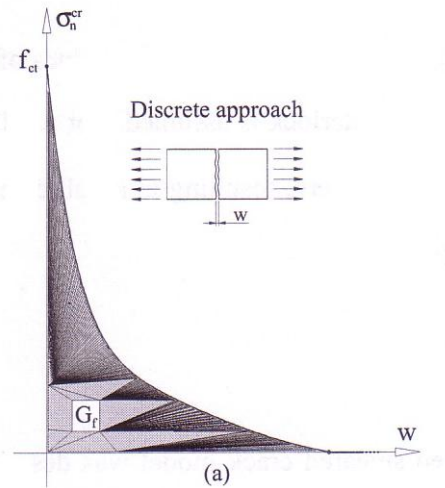
$$\Delta\gamma = \Delta\gamma^{cr} + \Delta\gamma^{co} \quad (3-30)$$

Où bien

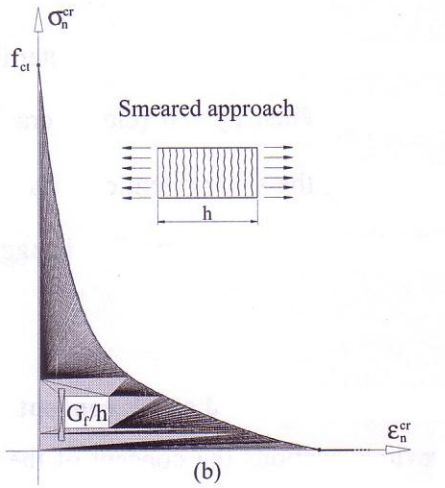
$$\frac{1}{\beta G_c} = \frac{1}{D_{II}^{cr}} + \frac{1}{G_c} \quad (3-31)$$

Résultant en

$$D_{II}^{cr} = \frac{\beta}{1-\beta} G_c \quad (3-32)$$



(a) modèle Fissure discrète



(b) modèle fissure répartie

Figure 3.4 - Deux approches distinctes pour modéliser le diagramme traction-adoucissement.

D_{II}^{cr} est le module de rigidité de rupture de la fissure au mode II. Le paramètre β est appelé le facteur de rétention de cisaillement et sa valeur dépend de la déformation normale de la fissure et de la déformation normale ultime de la fissure (Rots et al. (1988)), (Povoas (1991)), (Barros (1995)),

$$\beta = \left(1 - \frac{\epsilon_n^{cr}}{\epsilon_{n,ult}^{cr}}\right)^{P_1} \quad (3-33)$$

Dans cette équation P_1 est un paramètre entier que peut varier de 1, 2 ou 3 (Barros (1995))
Quand $\varepsilon_n^{cr} = 0$ (fissure fermée) un engrenement total est supposé. Pour une fissure pleinement ouverte ($\varepsilon_n^{cr} \geq \varepsilon_{n,ult}^{cr}$) le facteur de rétention de cisaillement est égal à zéro, en résultant en une rigidité au cisaillement de la fissure nulle qui correspond à engrenement négligeable.

3.2.1.6 Conclusions

Le présent chapitre décrit le développement du modèle de la fissure élasto plastique multi fixe. La formulation du développement du modèle de la fissure répartie élasto plastique multi fixe a été décrite en détail. Ce modèle se rapporte à deux surfaces indépendantes: L'une pour le béton en traction, l'autre pour le béton en compression. Les précédents contrôles de l'initiation et de la propagation de la fissure et les derniers contrôles du comportement plastique du béton comprimé. Le vecteur de la déformation incrémentale $\Delta \underline{\varepsilon}$ est décomposé dans l'ordre de simuler exactement l'évolution du statut de la fissuration. Le comportement post fissuration du béton dépend du diagramme de traction adoucissant (José Sena Cruz et al., (2004)).

Chapitre IV

Formulation dynamique par éléments finis.

4.1 Introduction

Notre étude porte sur l'analyse dynamique non linéaire des barrages poids en béton. Dans ce qui suit, on exposera de manière détaillée les méthodes les plus usuelles de résolution des systèmes non linéaires.

En premier lieu, il s'agit de répondre à la question pertinente suivante : c'est quoi un système non linéaire? L'analyse statique des structures se ramène à la résolution des systèmes linéaires $K.U = F$ où K est la matrice de rigidité, constante et indépendante de U et F , qui sont les vecteurs des déplacements et des forces respectivement. Donc, pour un système linéaire, $K.U = F$ Si cette équivalence n'est pas vérifiée, on est en présence d'un phénomène non linéaire et quelle que soit la source du non linéarité, la matrice de rigidité K n'est plus indépendante du déplacement U , ou de ses dérivées et des forces F . Les non linéarités appartiennent à l'une des deux classes suivantes.

4.1.1 Non linéarités géométriques (cinématiques):

Elles interviennent quand les déplacements et éventuellement les déformations sont suffisamment importants. Dans ce cas les caractéristiques de rigidité de la structure sont non linéaires. En effet, lorsque les déplacements sont grands, les équations d'équilibre basées sur la géométrie initiale ne sont plus valides et doivent être modifiées pour prendre en compte les variations géométriques. Ceci affecte les relations FORCES-DEPLACEMENT, car des forces internes supplémentaires sont générées, si ces déplacements causent de grandes déformations alors les termes non linéaires de déformation doivent être pris en compte.

4.1.2 Non linéarités constitutives (matérielles ou rhéologiques):

Elles se produisent dans le cas où le comportement du matériau ne peut plus être considéré comme élastique linéaire. Ces non linéarités sont propres au matériau et les paramètres physiques supposés indépendants des déplacements. Les non linéarités peuvent être :

- Instantanées comme l'élasticité non linéaire, la plasticité, la fissuration
- Différées comme le cas du fluage, du retrait, de la viscosité... etc.

Il n'existe pas de méthode de résolution directe d'un système non linéaire. Ce dernier est toujours solutionné par une suite de résolutions de problèmes linéaires où les conditions d'équilibre sont vérifiées avec une certaine précision. Dans la formulation par éléments finis

en déplacement, les relations de compatibilité sont automatiquement vérifiées, il suffit donc de vérifier les relations d'équilibre et les lois constitutives.

Dans toutes les méthodes non – linéaires, on calcule les forces internes à partir d'une estimation des déplacements, ces forces doivent être en équilibre avec les forces externes.

Dans le cas de structures linéaires soumises à des chargements dynamiques arbitraires, l'intégrale de Duhamel ou l'étude dans le domaine des fréquences procurent généralement la technique de résolution la plus commode. Il faut cependant souligner que du fait que le principe de superposition utilisé dans la définition de ces deux méthodes n'est valable que pour les systèmes linéaires, c'est à dire des systèmes dont les caractéristiques restent constantes sur l'ensemble de la réponse, pour de nombreuses structures il ne sera pas possible de supposer un comportement linéaire : ce sera par exemple le cas d'une structure soumise à un mouvement sismique assez sévère pouvant causer des endommagements graves. Il sera donc nécessaire de recourir à une autre méthode de calcul susceptible d'être utilisée dans le cas des systèmes non linéaires.

La méthode qui est probablement la plus puissante en analyse non linéaire est celle de l'intégration pas à pas. Dans cette technique, la réponse est calculée pas à pas pour une suite de d'intervalles de temps relativement courts Δt , généralement choisis fixes pour la commodité des calculs ou variables. L'équilibre dynamique est établi au début et à la fin de chaque intervalle de temps, et le mouvement du système pendant l'incrément de temps est approché sur la base d'un comportement présumé (qui ignore généralement le possible départ d'équilibre au sein de l'intervalle). La nature non linéaire du système est prise en compte par le calcul de nouvelles caractéristiques relatives à l'état déformé pris au début de chaque incrément de temps. La réponse complète est obtenue en prenant la vitesse et le déplacement relatifs à la fin d'un intervalle comme conditions initiales pour l'intervalle suivant ; le processus peut être poursuivi pas à pas depuis le début du chargement jusqu'à n'importe quel instant, approchant ainsi un comportement non linéaire au moyen d'une séquence de systèmes linéaires successifs (Stavroula. (2006)).

4.2 La formulation par éléments finis de l'équation de mouvement

La discrétisation spatiale par éléments finis pour les cas statiques s'applique aussi pour le cas de l'analyse dynamique. La composante additionnelle en analyse dynamique par éléments finis réside dans le fait des forces d'inertie et d'amortissement doivent être aussi considérées lors de l'établissement de l'équation d'équilibre dynamique du solide. Pour un

solide non amorti, l'équilibre dynamique est obtenu en utilisant le principe de d'Alembert. Donc, l'équilibre dynamique d'un élément sous forme incrémentale est exprimé par:

$$\Delta E_{E=} = \Delta W_E + \Delta I_E - \Delta L_E \quad (4-1)$$

Où ΔE_E est l'énergie potentielle incrémentale totale et ΔI_E est l'énergie d'inertie incrémentale. L'énergie de déformation incrémentale ΔW_E et le travail incrémental fait par les forces appliquées ΔL_E sont définis par les équations 4-2 et 4-3 respectivement.

$$\Delta W_E = \frac{1}{2} \int_{\text{vol}} \{\Delta \varepsilon\}^T \{\Delta \sigma\} d\text{Vol} \quad (4-2)$$

$$\Delta L_E = \int_{\text{vol}} \{\Delta d\}^T \{\Delta F\} d\text{Vol} + \int_{\text{surface}} \{\Delta d\}^T \{\Delta T\} d\text{Surf} \quad (4-3)$$

où

$$\{\Delta d\}^T = \{\Delta u, \Delta v\} = \text{les déplacements};$$

$$\{\Delta F\}^T = \{\Delta F_x, \Delta F_y\} = \text{les forces du corps};$$

$$\{\Delta T\}^T = \{\Delta T_x, \Delta T_y\} = \text{les tractions de surface};$$

En supposant que la masse est constante, d'après la seconde loi de Newton, la force appliquée sur le corps est égale au taux de change du moment. Donc la force incrémentale est égale au produit de l'accélération par la masse et l'énergie d'inertie incrémentale due au mouvement de translation peut être écrite comme suit:

$$\Delta I_E = \int_{\text{Vol}} \{\Delta d\} \rho \{\Delta \ddot{d}\} d\text{Vol} \quad (4-4)$$

Où ρ est la masse par unité de volume et Δd et $\Delta \ddot{d}$ sont les déplacements et les accélérations incrémentaux respectivement. En réalité, l'énergie est dissipée durant la vibration et aussi les forces d'amortissements doivent être considérées lors de l'étude de l'équilibre dynamique du système. Donc, pour une vibration amortie l'équation de l'équilibre dynamique devient:

$$\Delta E_E = \Delta W_E + \Delta I_E + \Delta D_E - \Delta L_E \quad (4-5)$$

Ou ΔD_E est l'énergie d'amortissement incrémentale. La force d'amortissement est généralement supposée dépendante de la vitesse et donc l'énergie d'amortissement incrémentale peut être définie par:

$$\Delta D_E = \int_{Vol} \{\Delta d\} c \{\Delta \dot{d}\} dVol \quad (4-6)$$

Ou $\{\Delta \dot{d}\}$ est la vitesse incrémentale et c est un constant représentant les caractéristiques d'amortissement du matériau. Ceci est une approximation pratique mais simpliste, du fait qu'en réalité il n'est pas possible de décrire mathématiquement le véritable mécanisme de l'amortissement en utilisant juste la constante c . Les limitations de cette approximation, connue sous le nom de l'amortissement visqueux équivalent, sera discutée ultérieurement dans ce chapitre.

En plus, il est supposé que les variations de la vitesse et de l'accélération à travers l'élément sont identiques à celles du déplacement. Le déplacement, la vitesse et l'accélération peuvent être exprimées en termes de leurs valeurs nodales, comme suit:

$$\begin{aligned} \{\Delta d\} &= \begin{Bmatrix} \Delta u \\ \Delta v \end{Bmatrix} = [N] \begin{Bmatrix} \Delta u \\ \Delta v \end{Bmatrix}_n = [N] \{\Delta d\}_n \\ \{\Delta \dot{d}\} &= \begin{Bmatrix} \Delta \dot{u} \\ \Delta \dot{v} \end{Bmatrix} = [N] \begin{Bmatrix} \Delta \dot{u} \\ \Delta \dot{v} \end{Bmatrix}_n = [N] \{\Delta \dot{d}\}_n \\ \{\Delta \ddot{d}\} &= \begin{Bmatrix} \Delta \ddot{u} \\ \Delta \ddot{v} \end{Bmatrix} = [N] \begin{Bmatrix} \Delta \ddot{u} \\ \Delta \ddot{v} \end{Bmatrix}_n = [N] \{\Delta \ddot{d}\}_n \end{aligned} \quad (4-7)$$

En écrivant les expressions de ΔW , ΔI , ΔL et ΔD en termes de leurs valeurs nodales, et en les substituant dans l'équation (4-5), l'énergie potentielle incrémentale totale du corps, exprimée comme la somme des énergies potentielles des éléments distincts est donnée par:

$$\Delta E = \sum_{i=1}^N (\{\Delta d\}_n^T)_i \left[\int_{Vol} \left(\frac{1}{2} [B]^T [D] [B] \{\Delta d\}_n + [N]^T \rho [N] \{\Delta \ddot{d}\}_n \right) dVol + [N]^T c [N] \{\Delta \dot{d}\}_n - [N]^T \{\Delta F\} - \int_{Surf} [N]^T \{\Delta T\} dSurf \right]_i \quad (4-8)$$

Pour déterminer l'équation d'équilibre dynamique par éléments finis, en utilisant une procédure similaire à celle utilisée en analyse statique, la dérivée de l'énergie potentielle

incrémentale totale ΔE_E par rapport aux déplacements nodaux incrémentaux est prise égale à zéro. Cela conduit à l'équation (4-9) qui représente l'équation incrémentale de la méthode des éléments finis et qui est généralement connue comme étant l'équation de mouvement.

$$\sum_{i=1}^N [M_E]_i \left(\{\Delta \ddot{d}_n\}_i \right) + \sum_{i=1}^N [C_E]_i \left(\{\Delta \dot{d}_n\}_i \right) + \sum_{i=1}^N [K_E]_i \left(\{\Delta d_n\}_i \right) = \sum_{i=1}^N \{\Delta R_E\} \quad (4-9)$$

Où

$$[M_E] = \int_{Vol} [N]^T \rho [N] dVol = \text{La matrice masse de l'élément}$$

$$[C_E] = \int_{Vol} [N]^T c [N] dVol = \text{La matrice d'amortissement de l'élément}$$

$$[K_E] = \int_{Vol} [B]^T [D] [B] dVol = \text{La matrice de rigidité de l'élément}$$

$$\{\Delta R_E\} = \int_{Vol} [N]^T \{\Delta F\} dVol + \int_{Surf} [N]^T \{\Delta T\} dSurf = \text{Le vecteur de chargement.}$$

Comme mentionné précédemment, l'atténuation de l'énergie de vibration d'un solide se produit à travers des mécanismes différents. Généralement deux types de dissipation d'énergie existent dans les problèmes de l'interaction sol-structure: l'amortissement matériel et l'amortissement de rayonnement (radiation). L'amortissement de rayonnement est d'origine géométrique due à la propagation de l'énergie à travers un grand volume du matériau. La modélisation de l'amortissement de rayonnement implique généralement l'incorporation de conditions aux limites d'absorption adéquates le long du fond et des cotes d'un maillage en éléments finis. L'amortissement matériel est un mécanisme complètement différent et peut être de nature hystérique ou visqueuse. L'amortissement hystérique est le mécanisme dominant et est causé par la perte due au frottement et la non linéarité de la relation contrainte-déformation du matériau. L'amortissement hystérique dépend du niveau de la contrainte et du nombre de cycles de vibrations, mais il est indépendant de la fréquence de vibration. De l'autre côté, l'amortissement visqueux est causé par la viscosité du fluide s'écoulant à l'intérieur des pores de la matrice sol et est dépendant de la fréquence.

L'amortissement visqueux équivalent est utilisé pour modéliser les deux parties hystérique et visqueuse de l'amortissement matériel. Il est donc supposé que la matrice d'amortissement $[C_E]$ est une combinaison linéaire des matrices de rigidité $[K_E]$ et de masse $[M_E]$ selon l'équation (4-10).

$$[C_E] = A[M_E] + B[K_E] \quad (4-10)$$

Ou A est la constante d'amortissement proportionnelle à la masse et B est la constante proportionnelle à la rigidité. Cette approximation est connue sous le nom de l'amortissement de Rayleigh. Pour un mode donné d'un système à plusieurs degrés de liberté la relation entre le rapport taux d'amortissement ξ_i et les constantes A et B est donnée par (Bathe, (1996)).

$$\xi_i = \frac{A}{2\omega_i} + \frac{B\omega_i}{2} \quad (4-11)$$

Ou ω est la fréquence angulaire et l'indice i se réfère au mode de vibration considéré. Le taux d'amortissement est une mesure adimensionnelle de l'amortissement et il exprime l'amortissement du système comme une fraction de l'amortissement critique (i.e, l'amortissement que annule complètement l'oscillation). La Figure (4.1) illustre la variation du taux d'amortissement critique avec la fréquence angulaire pendant un amortissement proportionnel à la masse. Un amortissement proportionnel à la masse et pour la somme des deux composantes. L'amortissement proportionnel à la masse est dominant dans l'intervalle des basses fréquences, alors que l'amortissement proportionnel à la rigidité domine l'intervalle des fréquences élevées. Du fait qu'en la réalité l'amortissement est indépendant de la fréquence, le but est d'évaluer les paramètres A et B de telle sorte que l'amortissement résultant est raisonnablement constant pour un intervalle de fréquence désiré. (Woodward et Griffiths (1996)) suggèrent que les paramètres A et B peuvent être ainsi calculés par l'équation (4-12).

$$A = \frac{2\omega_1\omega_2\xi_t}{\omega_1 + \omega_2} \quad (4-12)$$

$$B = \frac{2\xi_t}{\omega_1 + \omega_2}$$

Ou ω_1, ω_2 sont les deux fréquences définissant l'intervalle de fréquence pour lequel l'amortissement est approximativement constant et ξ_t et le rapport taux d'amortissement ciblé. L'idée est d'obtenir le vrai d'amortissement cible pour les fréquences importantes du problème. Selon (Zerwer et al., (2002)) ceci peut être obtenu dans une certaine mesure en prenant ω_1 comme la première fréquence naturelle du système et ω_2 comme la fréquence naturelle la plus élevée du mode de vibration ayant la plus grande contribution à la réponse. Clairement, l'amortissement de Rayleigh est uniquement une manière approximative pour

reproduire l'amortissement du matériau du fait qu'il est indépendant du niveau de contrainte et dépend de la fréquence de vibration.

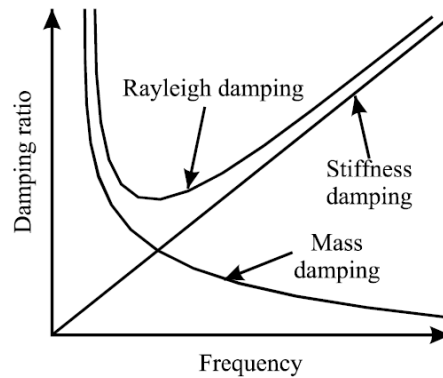


Figure 4.1: Relation entre les paramètres d'amortissement de Rayleigh et le taux d'amortissement (après Zerwer et al., 2002)

4.2.1 Discrétisation spatiale

Comme largement accepté en statique, le maillage optimal requiert le moins d'éléments possible pour réduire le coût de calcul et un affinage du maillage dans les zones de concentration des contraintes pour donner un résultat précis. Loin des zones de concentration des contraintes le maillage peut devenir grossier pour réduire le nombre global des degrés de liberté. Bien que ce soit vrai pour l'analyse statique, dans les problèmes de propagation des ondes la discrétisation spatiale du maillage est étroitement liée au contenu fréquentiel de l'excitation. Les éléments qui sont trop larges filtreront les ondes ayant des longueurs courtes. (Kuhlmeyer et Lysmer (1973)), en utilisant des fonctions de forme linéaire ont montré que pour une représentation précise de la transmission de l'onde à travers un maillage en éléments finis, la longueur du cote de l'élément, Δl , doit être approximativement égale au un-dixième ou un-huitième de la longueur de l'onde associée avec la plus haute fréquence de l'onde:

$$\Delta l \leq \frac{\lambda_{\min}}{10} \div \frac{\lambda_{\min}}{8} = \frac{V_{\min}}{10f_{\max}} \div \frac{V_{\min}}{8f_{\max}} \quad (4-13)$$

Ou V_{\min} est la vitesse de l'onde qui est d'intérêt dans la simulation et f_{\max} est la fréquence la plus élevée de l'onde. Cette fréquence peut être trouvée en entreprenant une analyse de Fourier de l'onde. La condition mentionnée précédemment s'accorde bien avec les résultats des analyses faites par (Hardy (2003)). (Kuhlemeyer et Lysmer (1973)) suggèrent aussi que la condition de l'équation (4-13) est valable uniquement quand une matrice masse consistante est utilisée et ils ont noté que ce critère doit être plus restrictif quand une matrice

masse concentrée est utilisée. De plus, (Bathe (1996)) suggère que la longueur Δl peut être prise comme étant l'espacement entre les nœuds et ainsi par exemple pour un élément solide à 8 nœuds la condition de l'équation (4-13) devient:

$$\Delta l \leq \frac{\lambda_{\min}}{5} \div \frac{\lambda_{\min}}{4} = \frac{V_{\min}}{5f_{\max}} \div \frac{V_{\min}}{4f_{\max}} \quad (4-14)$$

Il est important de noter dans l'analyse non linéaire les vitesses des ondes représentées dans les modèles en éléments finis changent durant sa réponse. Ainsi, l'évaluation de Δl doit tenir compte de cette variation de la vitesse de l'onde et l'incertitude concernant la valeur de V_{\min} .

4.3 Méthodes d'intégration directe

En termes mathématiques, l'équation d'équilibre dynamique en éléments finis (Equation (4-9)) représente un système d'équations différentielles de second ordre. Dans l'analyse par éléments finis il y a trois méthodologies distinctes pour résoudre ce système d'équations: L'analyse modale, l'analyse dans le domaine fréquentiel, et l'intégration directe. La première approche transforme l'équation (4-9) en un système d'équations découplées en coordonnées modales. La réponse de chaque mode de vibration peut ainsi être calculée indépendamment des autres et les réponses modales peuvent être ensuite superposées pour donner la réponse totale. L'analyse modale est une méthode très populaire en dynamique des structures.

De l'autre côté, l'analyse dans le domaine fréquentiel est largement utilisée dans les problèmes de la propagation des ondes du fait qu'elle peut considérer aussi bien l'amortissement matériel que l'amortissement de radiation. Cette approche suppose que tout chargement peut être approximé par les séries de Fourier. Donc, la réponse totale est la somme de la solution de chaque harmonique. Les deux analyses, l'analyse modale classique et l'analyse dans le domaine fréquentiel sont basées sur le principe de superposition et ne sont pas ainsi applicables pour les systèmes non linéaires. Dans cette présente étude seulement les méthodes directes seront examinées car elles peuvent être utilisées pour la résolution des systèmes non linéaires. L'idée fondamentale de ces méthodes est d'approximer les solutions de l'équation du mouvement par un ensemble d'équations algébriques qui sont évaluées pas à pas. Les procédures pas à pas supposent que l'équation de mouvement est satisfaite uniquement pour des intervalles de temps discrets Δt . De plus, des hypothèses sur les variations du déplacement, de la vitesse et de l'accélération durant un pas de temps sont

émises. Ce qui différencie les différents schémas d'intégration réside dans la manière avec laquelle elles approximent cette variation du déplacement, de la vitesse et de l'accélération durant un intervalle de temps. Bien qu'il existe de nombreux schémas d'intégration pas à pas, uniquement les plus populaires seront présentés dans cette thèse.

4.3.1 Caractéristiques des schémas d'intégration

Bien qu'il n'existe pas encore de nos jours un schéma d'intégration parfait largement accepté, (Hilbert et Hughes (1978)) proposent une liste de 6 caractéristiques qu'un schéma d'intégration doit avoir pour être compétitif et efficace.

1. La stabilité inconditionnelle pour les problèmes linéaires.
2. Uniquement un seul ensemble d'équations implicites doit être résolu pour chaque pas de temps.
3. La précision d'ordre deux.
4. Contrôle de la dissipation de l'algorithme de dissipation dans les modes supérieurs.
5. Démarrage automatique.
6. Aucune tendance pour le dépassement pathologique.

4.3.1.1 Stabilité

Un schéma d'intégration est dit être stable si la solution numérique sous n'importe quelles conditions initiales est inconditionnellement stable pour les problèmes linéaires et si la convergence de la solution est indépendante de la dimension du pas de temps Δt . Sinon, l'algorithme est conditionnellement stable pour les valeurs de Δt supérieures à une valeur critique Δt_{cr} . La valeur du pas de temps critique est égale à une constante multipliée par la période naturelle fondamentale du système et dépend aussi de l'amortissement matériel du système. Pour un système à plusieurs degrés de liberté, comme par exemple un maillage en éléments finis la stabilité exigée pour tous les modes de vibration impose de sévères restrictions sur la valeur du pas de temps critique et peut résulter en un coût de calcul élevé. Donc, dans l'analyse par éléments finis les schémas inconditionnellement stables sont généralement préférés, du fait que la taille du pas de temps est déterminée uniquement par la précision de la solution. De plus, tous les schémas d'intégration peuvent être classés soit comme méthodes explicites ou implicites. Le grand avantage des schémas explicites réside dans le fait que la solution n'exige pas l'inversion de la matrice de rigidité. Néanmoins, (Dahlquist (1963)) a démontré que toutes les méthodes explicites sont conditionnellement stables par rapport à la taille du pas de temps. De l'autre côté, la plus part des méthodes

d'intégration implicites sont inconditionnellement stables, mais l'inversion de la matrice de rigidité pour chaque pas de temps rend leurs calculs coûteux.

Comme mentionné antérieurement, dans l'analyse modale la réponse pour chaque mode de vibration est calculée indépendamment des autres modes et les réponses modales sont ensuite superposées pour donner la réponse totale. Si tous les modes du système linéaire sont intégrés avec le même pas de temps Δt , alors l'analyse par superposition modale est entièrement équivalente à une analyse par intégration directe de tout le système en utilisant le même pas de temps Δt et le même schéma d'intégration (Bathe, (1996)). En examinant les caractéristiques de stabilité, des schémas d'intégration dans le régime linéaire, il est courant de considérer les modes du système indépendamment avec un pas de temps commun Δt au lieu de considérer l'équation globale (4-9). De plus l'équation de mouvement d'un seul mode est équivalente à celle d'un système à un seul degré de liberté. Considérant l'équation de l'équilibre homogène du système (SDOF):

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = 0 \quad (4-15)$$

Où m est la masse, c est une constante représentant l'amortissement et k est la rigidité du système et u est l'unique degré de liberté en termes des déplacements. La résolution numérique de l'équation ci-dessus resultera en l'ensemble des équations suivantes:

$$\begin{Bmatrix} u_{k+1} \\ \dot{u}_{k+1} \\ \ddot{u}_{k+1} \end{Bmatrix} = [A] \begin{Bmatrix} u_k \\ \dot{u}_k \\ \ddot{u}_k \end{Bmatrix} \quad (4-16)$$

Où $[A]$ est la matrice d'amplification qui détermine les caractéristiques de l'algorithmique comme la stabilité, la précision et la dissipation numérique. Un schéma d'intégration est dit stable si la matrice d'amplification est bornée.

$$\|Ak\| \leq \text{constante} \quad (4-17)$$

Où k est un nombre réel, l'équation caractéristique cubique de A est:

$$-\det(A - \lambda I) = \lambda^3 - 2A_1\lambda^2 + A_2\lambda - A_3 = 0 \quad (4-18)$$

Où I indique la matrice identité, λ est la solution de l'équation (4-18), A_1 est la trace de A , A_2 est la somme des matières principales de A et A_3 est le déterminant de A . Comme l'équation (4-18) est cubique, trois solutions sont possibles ($\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$) lesquelles sont aussi connues comme étant les valeurs propres de A . Le rayon spectral $\rho(A)$ est défini comme:

$$\rho(A) = \max\{|\lambda_1|, |\lambda_2|, |\lambda_3|\} \quad (4-19)$$

L'algorithme est dit avoir une stabilité A quand les conditions suivantes sont remplies:

$$\rho(A) \leq 1 \quad (4-20)$$

Les valeurs propres de A ayant une multiplicité supérieure à un ont un module strictement inférieurs à un.

4.3.1.2 Nombre des systèmes implicites à résoudre

(Hilbert et Hughes (1978)) suggèrent que l'algorithme ne peut nécessiter la solution de plus d'un système implicite, de la taille des dimensions des matrices de masse et de rigidité, pour chaque pas de temps. Bien que, les algorithmes qui exigent deux ou plus systèmes implicites de dimension des matrices de masse et de rigidité à résoudre en chaque pas de temps possèdent des propriétés améliorées (e.g. (Argyris et al., (1973))). Ils exigent au moins deux fois ou plus de mémoire et d'efforts de calculs par rapport aux méthodes simples.

4.3.1.3 Exactitude

Après l'examen de la stabilité de l'algorithme, il est vital d'examiner sa précision. En général, la précision dépend de la dimension du pas de temps, plus le pas de temps est petit, la plus la solution est exacte, le schéma d'intégration est convergent si la solution numérique s'approche de la solution exacte lorsque Δt tend vers zéro. La magnitude de l'erreur numérique est proportionnelle à $((\Delta t/T)^\epsilon)$, ou ϵ exprime l'ordre de la précision. Selon (Hilbert et Hughes (1978)) les méthodes exactes du second ordre sont largement supérieures aux méthodes exactes de premier ordre.

Il convient de noter qu'il y a deux types d'erreurs numériques contrôlant la précision de l'algorithme. La figure (4.2), montre la réponse en déplacement de l'oscillateur SDOF en vibration libre non amortie normalisée par rapport au déplacement initial u_0 . La courbe en pointillées est la solution numérique et la courbe en trait plein est la solution exacte. La divergence entre les deux courbes indique l'erreur numérique. Le premier type d'erreur est la dispersion numérique qui peut être exprimée en termes de l'élongation de la période.

$$PE = (T' - T)/T \quad (4-21)$$

Ou T' est la période naturelle de la structure obtenue par une solution numérique et T est la période actuelle de la structure. Le second type d'erreur est la dissipation numérique qui peut être exprimée soit par l'amplitude décroissant (AD) au temps t_k défini par la fonction suivante:

$$AD = 1 - \frac{u(t_k+T')}{u(t_k)} \quad (4-22)$$

Ou par le rapport de l'amortissement logarithmique:

$$\xi' = \frac{-\text{Ln}(R_e^2) + I_m^2}{2\Omega'} \quad (4-23)$$

Ou R_e , I_m sont les parties réelle et imaginaire respectivement des valeurs propres $\lambda_{1,2}$ (i.e. $\lambda_{1,2} = R_e \pm I_m i$) et Ω' est la fréquence naturelle de la structure obtenue par la solution numérique et qui peut être calculée comme suit:

$$\Omega' = \frac{2\pi}{T'} = \arctan(Q/R) \quad (4-24)$$

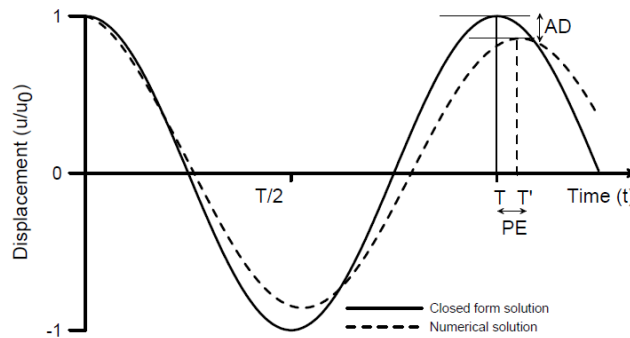


Figure 4.2: Illustration de l'erreur de la période et de l'amplitude dans une solution numérique.

4.3.1.4 Dissipation algorithmique

La nécessité pour les algorithmes d'intégration pas à pas de posséder un amortissement algorithmique est largement reconnue. Due à cause d'une mauvaise discrétisation spatiale, la méthode des éléments finis ne peut représenter exactement les modes supérieures des fréquences. (Strang et Fix (1973)), parmi d'autres ont montré que les modes correspondants aux fréquences supérieures deviennent de plus en plus incorrects. Donc le rôle de l'amortissement numérique est d'éliminer les oscillations des fréquences supérieures.

Spécifiquement, en génie parasismique, les modes supérieurs ne doivent pas être représentés exactement du fait que l'excitation sismique active uniquement les modes à basse fréquence, filtrant les modes supérieurs imprécis et préservent les modes à basse fréquence des fréquences importants.

Le rayon spectral peut être aussi utilisé comme une mesure de la dissipation algorithmique. Pour ρ égal à 1, la dissipation est égale à zéro, mais au fur et à mesure que ρ décroît, la dissipation algorithmique augmente. La manière pour examiner les caractéristiques de l'amortissement algorithmique d'un schéma d'intégration est d'étudier le rayon spectral $\rho(A)$ par rapport à $\Delta t/T$ (ou T est la période naturelle du système à 1 SDOF non amorti et Δt est le pas de temps. (Wood (1990)) suggère que le comportement dissipatif optimum est atteint quand ρ reste proche de un aussi longtemps que possible et décroît (diminue) jusqu'à 0,5 - 0,8 lorsque $\Delta t/T$ tend vers l'infini.

Une autre manière pour filtrer les modes supérieurs pourrait être l'utilisation de l'amortissement visqueux. Néanmoins, (Hughes, (1983)) affirme que l'utilisation de l'amortissement visqueux affecte (concerne) la bande moyenne des fréquences, mais pas les modes de hautes fréquences imprécis. La figure (4.3) illustre la courbe de ρ par rapport à $\Delta t/T$ pour la méthode de l'accélération moyenne constante pour les deux cas: Amorti ($\xi = 0.5$) et non amorti ($\xi = 0.0$). Clairement il est clair que le supplément de l'amortissement visqueux n'affecte pas les valeurs de ρ pour les modes supérieurs comme ρ est toujours égal à 1, quand le ratio (rapport) $\Delta t/T$ tend vers l'infini, alors que c'est qu'il affecte sérieusement la bande moyenne des fréquences. Ainsi, la seule voie adéquate pour amortir les modes disponibles c'est l'utilisation de l'amortissement algorithmique contrôlable.

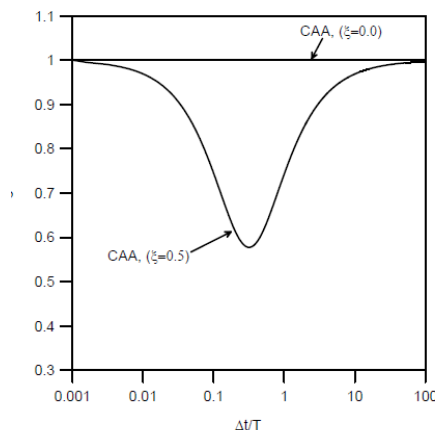


Figure 4.3: Le CAA avec et sans amortissement visqueux.

4.3.1.5 Auto départ (auto démarrage)

Les schémas d'intégration qui n'ont pas de démarrage automatique intrinsèque requièrent des données à partir de plus de deux pas de temps pour que la solution progresse. Dans ce cas, la pratique courante est de supposer des conditions initiales. Donc en dehors de l'algorithme, une procédure de démarrage doit être implémentée et analysée. Evidemment, ceci requiert un effort de calcul et de stockage supplémentaire. De plus, l'interaction des valeurs fictives de la procédure de départ avec la vraie solution n'est pas correcte. Par conséquent des procédures de démarrage automatique sont généralement préférées.

4.3.1.6 Dépassement

Le terme dépassement décrit la tendance d'un algorithme grand à excéder massivement la solution exacte dans les quelques premiers pas de temps, mais pour éventuellement converger vers la solution exacte. Ce phénomène particulier découvert pour la première fois par (Goudreau et Taylor (1972)) comme une propriété de la méthode θ de Wilson et il n'est pas lié à la stabilité et à la précision des algorithmes discutés jusqu'à présent.

4.4 Méthode de Houbolt

(Houbolt (1950)) a fait une des premières tentatives pour développer des schémas d'intégration de l'analyse par ordinateur de la dynamique aéronautique. Cette méthode utilise les deux formules de différences avec substitution à rebours pour l'accélération et la vitesse au temps $t = t_{k+1}$:

$$\dot{u}(t_{k+1}) = \frac{1}{6\Delta t} [11u(t_{k+1}) - 18u(t_k) + 9u(t_{k-1}) - 2u(t_{k-2})] \quad (4-25)$$

$$\ddot{u}(t_{k+1}) = \frac{1}{\Delta t^2} [2u(t_{k+1}) - 5u(t_k) + 4u(t_{k-1}) - u(t_{k-2})] \quad (4-26)$$

La substitution de ces variations de la vitesse et de l'accélération dans l'équation de l'équilibre global résulte en l'expression suivante:

$$\left\{ \frac{2}{\Delta t^2} [M] + \frac{11}{6\Delta t} [C] + [K] \right\} \{u(t_{k+1})\} = [M] \left\{ \frac{5}{\Delta t^2} u(t_k) - \frac{4}{\Delta t^2} u(t_{k-1}) - \frac{1}{\Delta t^2} u(t_{k-2}) \right\} + [C] \left\{ \frac{3}{\Delta t} u(t_k) - \frac{9}{2\Delta t} u(t_{k-1}) - \frac{1}{\Delta t} u(t_{k-2}) \right\} + \{R_{k+1}\} \quad (4-27)$$

Bien que la méthode est soit inconditionnellement stable et a une précision de second ordre, elle n'est plus populaire du fait qu'elle ne possède pas un self démarrage. De plus la

méthode de Houbolt n'autorise pas le contrôle paramétrique de la quantité de la dissipation numérique présente.

4.5 Méthode de Park

De même que la méthode Houbolt, Park a introduit l'algorithme multi pas qui aussi une précision d'ordre deux et est inconditionnellement stable. Les détails de cette dérivation peuvent être trouvés dans la publication originale (Park, (1975)). L'algorithme de Park est légèrement plus exact que la méthode de Houbolt, mais il exige aussi la procédure de départ spéciale et il n'autorise pas le contrôle paramétrique de quantité de la dissipation numérique présente.

4.6 Méthode de Newmark

La méthode de Newmark (Newmark, (1959)) est probablement la famille d'algorithmes les plus couramment utilisés pour résoudre le système des équations (4-9). Il utilise la forme tronquée des développements de Taylor pour approximer le déplacement et la vitesse au temps $t + \Delta t$, i.e. à $t + t_{k+1}$. En utilisant les séries de Taylor et en supposant que le déplacement, la vitesse et l'accélération sont connus au temps $t = t_k$, le déplacement et la vitesse au temps $t + t_{k+1}$ sont donnés par les équations (4-28) et (4-29) respectivement.

$$u(t_{k+1}) = u(t_k) + \dot{u}(t_k)\Delta t + \ddot{u}(t_k)\frac{\Delta t^2}{2} + \dddot{u}(t_k)\frac{\Delta t^3}{6} + \dots \quad (4-28)$$

$$\dot{u}(t_{k+1}) = \dot{u}(t_k) + \ddot{u}(t_k)\Delta t + \dddot{u}(t_k)\frac{\Delta t^2}{2} + \dots \quad (4-29)$$

Newmark a tronqué ces équations et les a exprimées sous la forme suivante:

$$u(t_{k+1}) = u(t_k) + \dot{u}(t_k)\Delta t + \left(\frac{1}{2} - \alpha\right)\ddot{u}(t_k)\Delta t^2 + \alpha\ddot{u}(t_{k+1})\Delta t^2 \quad (4-30)$$

$$\dot{u}(t_{k+1}) = \dot{u}(t_k) + (1 - \delta)\ddot{u}(t_k)\Delta t + \delta\ddot{u}(t_{k+1})\Delta t \quad (4-31)$$

Ou α et δ sont les termes qui approximent les termes restants dans les séries de Taylor et ils montrent comment beaucoup de dérivées troisièmes du déplacement et de la vitesse à la fin du paramètre de temps, sont pris en compte dans les relations du déplacement et de la vitesse. Les valeurs exactes des termes restants ne sont pas connues, ainsi le choix des paramètres algorithmiques (α, δ) contrôlant la stabilité et l'exactitude de la solution. En fonction de leurs valeurs, l'algorithme de Newmark prend différentes formes. (Argyris et

Mlejnek (1991)) ont écrit les équations (4-30) et (4-31) sous forme incrémentale pour expliquer le rôle des paramètres algorithmiques α et δ :

$$\Delta u = \dot{u}(t_k)\Delta t + \frac{1}{2}\ddot{u}(t_k)\Delta t^2 + \alpha\Delta\ddot{u}\Delta t^2 \quad (4-32)$$

$$\Delta\dot{u} = \ddot{u}(t_k)\Delta t + \delta\Delta\ddot{u}\Delta t \quad (4-33)$$

Dans la Figure (4.4), en utilisant une expression adimensionnelle pour la variable du temps $\tau = \frac{t-t_k}{\Delta t}$, permet une interprétation des paramètres algorithmiques α et δ . Le second terme de l'équation (4-32) représente l'aire du triangle $\frac{1}{2}\ddot{u}(t_k)$, alors que le troisième terme définit l'aire incrémentale A entre la courbe et l'aire triangulaire $\frac{1}{2}\ddot{u}(t_k)$ dans la figure (4.4(a)). De plus, le premier terme de l'équation (4-33) représente l'aire noircie dans la figure (4.4(b)), bien que le second terme représente l'aire additionnelle B due à la variation de l'accélération au cours du pas de temps.

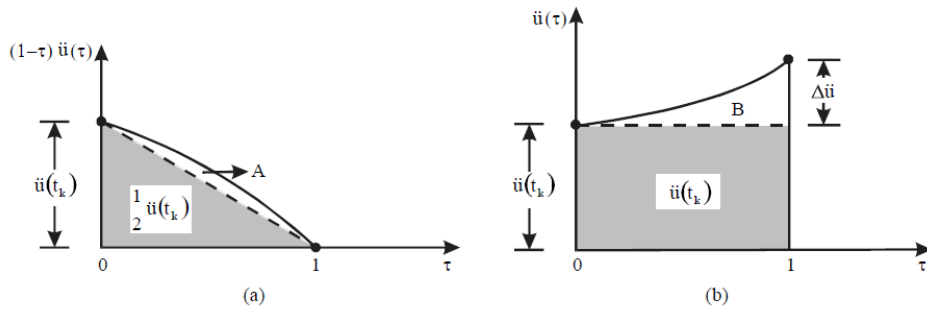


Figure 4.4: Interpolation de l'accélération et l'interprétation des paramètres de Newmark α et δ (Après Argyrys et Mlejnek 1991).

En approximant les surfaces A, B avec zéro et un triangle respectivement ($\alpha = 0$, $\delta = 1/2$). L'algorithme se réduit à la méthode de différence centrale. En considérant les équations (4-30) et (4-31) (pour $\alpha = 0$, $\delta = 1/2$) aux temps t_{k-1} et t_{k+1} et ensuite en les réarrangeant, les variations de la vitesse et de l'accélération de la méthode de différence centrale peuvent être obtenues.

$$\dot{u}(t_k) = \frac{1}{2\Delta t} [u(t_{k-1}) + u(t_{k+1})] \quad (4-34)$$

$$\ddot{u}(t_k) = \frac{1}{\Delta t^2} [u(t_{k-1}) - 2u(t_k) + u(t_{k+1})] \quad (4-35)$$

En substituant les équations (4-34) et (4-35) dans l'équation d'équilibre et en supposons que le déplacement est connu au temps $t = t_{k+1}$ et $t = t_k$, la solution en termes de déplacement au temps $t = t_{k+1}$ est donnée par l'équation (4.36).

$$\left(\frac{1}{\Delta t^2} [M] + \frac{1}{2\Delta t} [C]\right) \{u(t_{k+1})\} = \{R_k(t_k)\} - \left([K] - \frac{2}{\Delta t^2} [M]\right) \{u(t_k)\} - \left(\frac{1}{\Delta t^2} [M] - \frac{1}{2\Delta t} [C]\right) \{u(t_{k-1})\} \quad (4-36)$$

Evidemment la méthode de différence centrale est explicite, du fait que la solution de $u(t_{k+1})$ est basée sur l'équilibre au temps $t = t_k$. Le grand avantage de cette méthode est que lorsque une matrice de masse concentrée est utilisée et l'amortissement est négligé, le système d'équation (4-36) peut être résolu sans inversion de la matrice de rigidité.

De plus, pour obtenir la formule implicite de la méthode de Newmark pour le déplacement pour un programme en éléments finis basés sur les déplacements, les équations (4-30) et (4-31) ont besoin d'être réarrangées et combinées pour donner les expressions des vitesses et des accélérations incrémentales en termes des déplacements incrémentaux:

$$\Delta \dot{u} = \frac{\delta}{\alpha \Delta t} \Delta u - \frac{\delta}{\alpha} \dot{u}(t_k) + \left(1 - \frac{\delta}{2\alpha}\right) \Delta t \ddot{u}(t_k) \quad (4-37)$$

$$\Delta \ddot{u} = \frac{1}{\alpha \Delta t^2} \Delta u - \frac{1}{\alpha \Delta t} \dot{u}(t_k) - \frac{1}{2\alpha} \ddot{u}(t_k) \quad (4-38)$$

Les relations peuvent être ensuite substituées dans l'équation de l'équilibre incrémental et réarrangée pour donner l'équation suivante:

$$\left\{ \frac{1}{\alpha \Delta t^2} [M] + \frac{\delta}{\alpha \Delta t} [C] + [K] \right\} \{\Delta u\} = \{\Delta R\} + [M] \left\{ \frac{1}{\alpha \Delta t} \dot{u}(t_k) + \frac{1}{2\alpha} \ddot{u}(t_k) \right\} + [C] \left\{ \frac{\delta}{\alpha} \dot{u}(t_k) + \Delta t \left(\frac{\delta}{2\alpha} - 1 \right) \ddot{u}(t_k) \right\} \quad (4-39)$$

S'il est supposé que l'accélération varie linéairement avec le pas de temps ($\alpha = 1/6$ et $\delta = 1/2$), la méthode de Newmark se réduit à la méthode de l'accélération linéaire. Bien que cette méthode soit conditionnellement stable. Elle est souvent utilisée à cause de sa précision. Le pas de temps critique, pour les membres des algorithmes de la famille de Newmark conditionnellement stable, est donné par l'équation (4-40) (Newmark, (1959)).

$$\Delta t \leq \Delta t_{cr} = \frac{1}{\pi\sqrt{1-4\alpha}} T \quad (4-40)$$

La stabilité inconditionnelle de la méthode de Newmark est garantie quand:

$$\begin{aligned} \delta &\geq 0.5 \\ \alpha &\geq 0.25(0.5 + \delta)^2 \end{aligned} \quad (4-41)$$

La plus largement utilisée la famille des algorithmes de Newmark est aussi la méthode de l'accélération moyenne constante $\alpha = 1/4$ et $\delta = 1/2$) (comme sous le nom de la règle trapézoïdale). Cette méthode assume une valeur uniforme de l'accélération durant l'incrément. (Dahlquist, (1963)) a prouvé que la méthode de l'accélération moyenne constante est le schéma inconditionnellement stable le plus précis. Le principal inconvénient de la méthode réside dans le fait qu'elle ne possède pas d'amortissement numérique. Néanmoins, en sélectionnant des valeurs de δ supérieures à 0.5 l'amortissement numérique est introduit dans l'algorithme.

4.7 Méthode de l'accélération quadratique

(Papastamatiou, (1971)) a introduit la méthode de l'accélération parabolique laquelle est une modification explicite de l'algorithme de Newmark. (Tsatsanifos, (1982)) a révisé cette méthode et a étudié son comportement en termes de stabilité et de précision. Cet algorithme utilise un polynôme d'ordre supérieur pour représenter la variation de l'accélération durant un incrément. Donc, ce qui distingue cette méthode de la forme explicite de l'algorithme de Newmark est l'utilisation de la dérivée troisième du déplacement par rapport au temps. (Hardy, (2003)) a développé la méthode de l'accélération quadratique qui est une modification implicite de la méthode de l'accélération parabolique. Pour prendre en compte la dérivée troisième du déplacement par rapport au temps, Un paramètre additionnel γ est rajouté au schéma original de Newmark. La méthode de l'accélération quadratique comprend les équations suivantes:

$$\Delta \dot{u} = \frac{\delta}{\alpha \Delta t} \Delta u - \frac{\delta}{\alpha} \dot{u}(t_k) + \left(1 - \frac{\delta}{2\alpha}\right) \Delta t \ddot{u}(t_k) - \frac{\gamma}{6} \Delta t^2 \ddot{\ddot{u}}(t_k) \quad (4-42)$$

$$\Delta \ddot{u} = \frac{1}{\alpha \Delta t^2} \Delta u - \frac{1}{\alpha \Delta t} \dot{u}(t_k) - \frac{1}{2\alpha} \ddot{u}(t_k) - \gamma \Delta t \ddot{\ddot{u}}(t_k) \quad (4-43)$$

$$\{\Delta\ddot{u}\} = [M]^{-1}(\{\Delta\dot{R}\} - [C]\{\Delta\ddot{u}\} - [K]\{\Delta\dot{u}\}) \quad (4-44)$$

$$\text{Où } \{\Delta\dot{R}\} = \frac{\{\Delta R(t_{k+1}) - \Delta R(t_k)\}}{\Delta t}$$

En posant $\gamma = 1$, $\delta = 1/3$ et $\alpha = 1/12$, la forme implicite du schéma de l'accélération parabolique est obtenue elle est conditionnellement stable mais possède une grande précision.

4.8 Méthode de Wilson θ

L'hypothèse fondamentale de cette méthode (Wilson et al., (1973)) est que l'accélération varie linéairement durant l'intervalle de temps t_k , $t_k + \theta\Delta t$ où $\theta \geq 1$ (Figure (4.5)). Comme $\theta \geq 1$, l'équilibre est considéré en dehors du pas de temps original et aussi la solution au point d'intérêt est trouvée par l'extrapolation à rebours. Le paramètre θ contrôle la stabilité et la précision de l'algorithme. L'accélération en n'importe quel temps dans l'intervalle $0 \leq \tau \leq \Delta t$ peut être trouvée en utilisant l'équation (4-45).

$$\ddot{u}(\tau) = \ddot{u}(t_k) + \frac{\tau}{\theta\Delta t} [\ddot{u}(t_k + \theta\Delta t) - \ddot{u}(t_k)] \quad (4-45)$$

L'intégration de l'équation (4-45) (en supposant que les conditions initiales sont connues, $u(0) = u_0$, $\dot{u}(0) = \dot{u}_0$) une fois puis deux fois donne les variations suivantes de la vitesse et du déplacement respectivement:

$$\dot{u}(\tau) = \dot{u}(t_k) + \tau\ddot{u}(t_k) + \frac{\tau^2}{2\theta\Delta t} [\ddot{u}(t_k + \theta\Delta t) - \ddot{u}(t_k)] \quad (4-46)$$

$$u(\tau) = u(t_k) + \tau\dot{u}(t_k) + \frac{\tau^2}{2}\ddot{u}(t_k) + \frac{\tau^3}{6\theta\Delta t} [\ddot{u}(t_k + \theta\Delta t) - \ddot{u}(t_k)] \quad (4-47)$$

Au temps $\tau = \theta\Delta t$ les expressions ci-dessus prennent la forme:

$$u(t_k + \theta\Delta t) = u(t_k) + \theta\Delta t\dot{u}(t_k) + \frac{\theta^2\Delta t^2}{6} [\ddot{u}(t_k + \theta\Delta t) + 2\ddot{u}(t_k)] \quad (4-48)$$

$$\dot{u}(t_k + \theta\Delta t) = \dot{u}(t_k) + \frac{\theta\Delta t}{2} [\ddot{u}(t_k + \theta\Delta t) + \ddot{u}(t_k)] \quad (4-49)$$

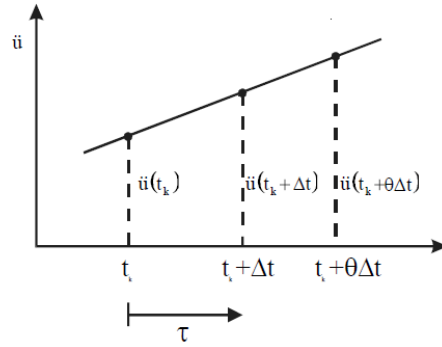


Figure 4.5: Hypothèse de l'accélération linéaire de la méthode de Wilson θ .

Les équations (4-48) et (4-49) peuvent ensuite être substituées dans l'équation d'équilibre pour trouver la solution du problème au temps $t_k + \theta\Delta t$. Du fait que l'équilibre est considéré en suivant un certain temps dans le futur, le vecteur de chargement linéairement extrapolé peut être utilisé:

$$R(t_k + \theta\Delta t) = R(t_k) + \theta[R(t_k + \Delta t) - R(t_k)] \quad (4-50)$$

Il convient de noter que la méthode de Wilson θ se réduit à la méthode de l'accélération linéaire pour $\theta = 1$. Bien que la méthode est inconditionnellement stable pour les valeurs de $\theta \geq 1.37$, elle n'est plus largement utilisée à cause de ses dépassements.

4.9 Méthode de collocation

(Hilbert et Hughes, (1978)) ont introduit la méthode de collocation, laquelle combine les caractéristiques de la méthode de Wilson θ et de la méthode de Newmark. Ainsi, identiquement à l'algorithme de Wilson θ , les accélérations varient linéairement durant l'intervalle de temps de t_k à $t_k + \theta\Delta t$ selon l'équation (4-45). La variation des déplacements et des vitesses est basée sur les deux méthodes de Newmark et de Wilson:

$$u(t_k + \theta\Delta t) = u(t_k) + \theta\Delta t\dot{u}(t_k) + (\theta\Delta t)^2 \left[\left(\frac{1}{2} - \alpha \right) \ddot{u}(t_k) + \alpha \ddot{u}(t_k + \theta\Delta t) \right] \quad (4-51)$$

$$\dot{u}(t_k + \theta\Delta t) = \dot{u}(t_k) + \theta\Delta t[(1 - \delta)\ddot{u}(t_k) + \delta\ddot{u}(t_k + \theta\Delta t)] \quad (4-52)$$

Les équations (4-51) et (4-52) peuvent ensuite être substituées dans l'équation d'équilibre pour trouver la solution du problème au temps $t_k + \theta\Delta t$. Comme l'équation du mouvement est satisfaite en un certain temps dans le futur, le vecteur chargement linéairement extrapolé de l'algorithme θ de Wilson (Equation (4-50) peut être utilisé.

Evidemment la méthode de collocation pour $\theta = 1$ se réduit au schéma de Newmark et pour $\alpha = 1/6$ et $\delta = 1/2$. Elle se réduit à la méthode de Wilson θ . Un choix optimum des paramètres α , δ et θ conduit à un algorithme inconditionnellement stable satisfaisant les caractéristiques de précision. (Hilbert et Hughes, (1978)) ont montré que la précision du second ordre est atteinte pour $\delta = 1/2$. De plus la stabilité inconditionnelle est atteinte pour:

$$\theta \geq 1 \quad (4-53)$$

$$\frac{\theta}{2(\theta+1)} \geq \alpha \geq \frac{2\theta^2-1}{4(2\theta^3-1)}$$

4.10 Méthode HHT (Hilbert, Hughes et Taylor, (1977))

(Hilbert, Hughes et Taylor, (1977)) ont introduit une généralisation de la méthode de Newmark dans le but d'aboutir à un algorithme contrôlable de la dissipation des modes supérieures de vibration. (Hughes, (1983)) a suggéré une légère modification à la méthode HHT. La méthode utilise les équations de Newmark (4.30) et (4.31) respectivement) et introduit un paramètre additionnel α_f dans l'équation du mouvement. L'idée de base de la méthode HHT est d'évaluer les divers termes de l'équation de mouvement d'équilibre en différents points au sein de l'intervalle du temps. La Figure (4-6) montre que les termes de l'inertie sont évalués au temps $t = t_{k+1}$ de l'intervalle de temps considéré Δt , alors que tous les autres termes sont évalués à un temps antérieur: $t = t_{k+1-\alpha_f}$. Ainsi l'équation du mouvement prend la forme

$$[M]\{\ddot{u}(t_{k+1})\} + [C]\{\dot{u}(t_{k+1-\alpha_f})\} + [K]\{u(t_{k+1-\alpha_f})\} = \{R(t_{k+1-\alpha_f})\} \quad (4-54)$$

Où

$$t_{k+1-\alpha_f} = (1 - \alpha_f)t_{k+1} + \alpha_f t_k$$

$$u(t_{k+1-\alpha_f}) = (1 - \alpha_f)u(t_{k+1}) + \alpha_f u(t_k) \quad (4-55)$$

$$\dot{u}(t_{k+1-\alpha_f}) = (1 - \alpha_f)\dot{u}(t_{k+1}) + \alpha_f \dot{u}(t_k)$$

$$R(t_{k+1-\alpha_f}) = (1 - \alpha_f)R(t_{k+1}) + \alpha_f R(t_k)$$

Clairement quand $\alpha_f = 0$, le schéma HHT se réduit à la méthode de Newmark. En substituant les expressions ci dessus dans l'équation (4-55) donc l'équation (4-56).

$$[M]\{\ddot{u}(t_{k+1})\} + (1 - \alpha_f)[C]\{\dot{u}(t_{k+1})\} + \alpha_f[C]\{\dot{u}(t_k)\} + (1 - \alpha_f)[K]\{u(t_{k+1})\} + \alpha_f[K]\{u(t_k)\} = (1 - \alpha_f)\{R(t_{k+1})\} + \alpha_f\{R(t_k)\} \quad (4-56)$$

La précision (l'exactitude) du second ordre et la stabilité inconditionnelle sont obtenues lorsque

$$0 \leq \alpha_f \leq \frac{1}{3}, \quad \alpha = \frac{(1+\alpha_f)^2}{4}, \quad \delta = \frac{(1+\alpha_f)}{2} \quad (4-57)$$

Finalement, (Chung et Hulbert, (1993)) ont convenablement exprimé le paramètre algorithmique α_f , comme une fonction de la valeur du rayon spectral à l'infini ρ_∞ :

$$\alpha_f = \frac{1-\rho_\infty}{1+\rho_\infty} \quad (4-58)$$

Où $\rho_\infty \in [1, 1/2]$.

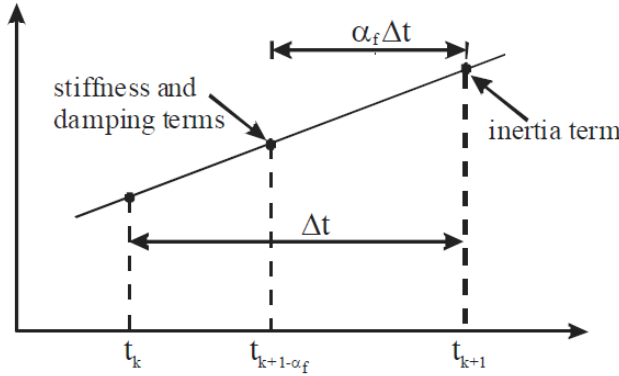


Figure 4.6: Evaluation des termes variés de l'équilibre de l'équation de mouvement aux différents points ci-inclus l'intervalle du temps avec l'algorithme HHT.

4.11 Méthode WBZ (Wood W.L., Bossak M. & Ziekiewicz O.C, (1981))

Idem que la méthode HHT, la méthode WBZ (Wood et al., (1981)) utilise les équations de Newmark pour les variations du déplacement et de la vitesse et introduit un paramètre additionnel α_m dans l'équation de l'équilibre dynamique. Encore une fois, l'idée de base est d'évaluer les termes de l'équation du mouvement en différents points au sein de l'intervalle de temps. Dans ce cas, les termes de l'inertie sont évalués au temps $t = t_{k+1-\alpha_m}$ de l'intervalle considéré Δt , tandis que tous les autres termes sont évalués au temps $t = t_{k+1}$. Donc, l'équation du mouvement prend la forme:

$$[M]\{\ddot{u}(t_{k+1-\alpha_m})\} + [C]\{\dot{u}(t_{k+1})\} + [K]\{u(t_{k+1})\} = \{R(t_{k+1})\} \quad (4-59)$$

Où

$$t_{k+1-\alpha_m} = (1 - \alpha_m)t_{k+1} + \alpha_m t_k \quad (4-60)$$

$$\ddot{u}(t_{k+1-\alpha_m}) = (1 - \alpha_m)\ddot{u}(t_{k+1}) + \alpha_m \ddot{u}(t_k)$$

Evidemment, quand $\alpha_m = 0$, la méthode WBZ se réduit à la méthode de Newmark. Ces expressions peuvent être substituées dans l'équation (4.59) pour obtenir l'équation (4.61).

$$(1 - \alpha_m)[M]\{\ddot{u}(t_{k+1})\} + \alpha_m[M]\{\ddot{u}(t_k)\} + [C]\{\dot{u}(t_{k+1})\} + [K]\{u(t_{k+1})\} = \{R(t_{k+1})\} \quad (4-61)$$

Les comportements des algorithmes WBZ et HHT sont très similaires et ils deviennent presque identique pour les faibles valeurs de α_m et de α_f . La précision de second ordre et la stabilité inconditionnelle pour l'algorithme WBZ sont atteintes lorsque:

$$-1 \leq \alpha_m \leq 0, \quad \alpha = \frac{(1-\alpha_m)^2}{4}, \quad \delta = \frac{(1-2\alpha_m)}{2} \quad (4-62)$$

Chung et Hulbert (1993) ont relié aussi le paramètre algorithmique α_m à la valeur du rayon spectral à l'infini ρ_∞

$$\alpha_m = \frac{\rho_\infty - 1}{\rho_\infty + 1} \quad (4-63)$$

Où $\rho_\infty \in [1,0]$

4.12 Méthode α généralisée

(Chung et Hulbert, (1993)) ont introduit la méthode généralisée α (CH) qui combine les caractéristiques d'algorithmes HHT et WBZ. Une fois encore, l'idée fondamentale de cette méthode est l'évaluation des termes de l'équation du mouvement aux différents points durant le pas de temps. La méthode CH utilise les équations de Newmark pour les variations du déplacement et de la vitesse (les équations (4-30) et (4-31) respectivement), mais il introduit deux paramètres additionnels α_m , α_f dans l'équation du mouvement. La figure (4-7) montre que les termes de l'inertie sont évalués au temps $t = t_{k+1-\alpha_m}$ de l'intervalle considéré Δt , alors que tous les autres termes sont évalués en un certain temps antérieur $t = t_{k+1-\alpha_f}$ avec ($\alpha_f \geq \alpha_m$) Donc, l'équation du mouvement prend la forme:

$$[M]\{\ddot{u}(t_{k+1-\alpha_m})\} + [C]\{\dot{u}(t_{k+1-\alpha_f})\} + [K]\{u(t_{k+1-\alpha_f})\} = \{R(t_{k+1-\alpha_f})\} \quad (4-64)$$

Où

$$t_{k+1-\alpha_f} = (1 - \alpha_f)t_{k+1} + \alpha_f t_k$$

$$t_{k+1-\alpha_m} = (1 - \alpha_m)t_{k+1} + \alpha_m t_k$$

$$u(t_{k+1-\alpha_f}) = (1 - \alpha_f)u(t_{k+1}) + \alpha_f u(t_k)$$

(4-65)

$$\dot{u}(t_{k+1-\alpha_f}) = (1 - \alpha_f)\dot{u}(t_{k+1}) + \alpha_f \dot{u}(t_k)$$

$$\ddot{u}(t_{k+1-\alpha_m}) = (1 - \alpha_m)\ddot{u}(t_{k+1}) + \alpha_m \ddot{u}(t_k)$$

$$R(t_{k+1-\alpha_f}) = (1 - \alpha_f)R(t_{k+1}) + \alpha_f R(t_k)$$

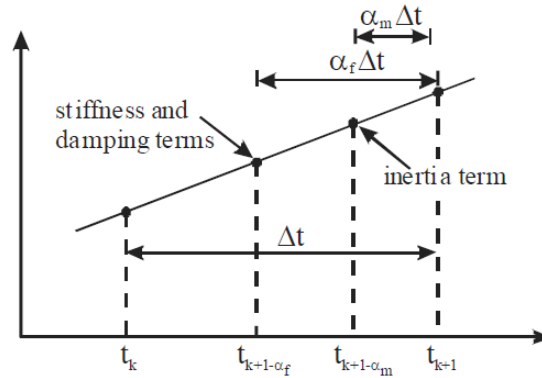


Figure 4.7: Evaluation des termes de l'équilibre de l'équation de mouvement aux différents points ci-inclus l'intervalle du temps avec l'algorithme CH.

Comme le nom de la méthode le suggère, c'est un schéma général qui inclut la méthode HHT($\alpha_m = 0$), la méthode WBZ ($\alpha_f = 0$) et la méthode classique de Newmark($\alpha_m = \alpha_f = 0$). En substituant les expressions ci dessus dans l'équation de l'équilibre dynamique résulte en l'équation (4-66).

$$\begin{aligned} (1 - \alpha_m)[M]\{\ddot{u}(t_{k+1})\} + \alpha_m[M]\{\ddot{u}(t_k)\} + (1 - \alpha_f)[C]\{\dot{u}(t_{k+1})\} + \alpha_f[C]\{\dot{u}(t_k)\} + \\ (1 - \alpha_f)[K]\{u(t_{k+1})\} + \alpha_f[K]\{u(t_k)\} = (1 - \alpha_f)\{R(t_{k+1})\} + \alpha_f\{R(t_k)\} \end{aligned} \quad (4-66)$$

Le grand avantage de la méthode CH réside dans le fait que si on désire contrôler le niveau de la dissipation des hautes fréquences, elle a peu d'impact sur les basses fréquences (Chung et Hulbert, (1993)). La stabilité inconditionnelle du schéma est garantie quand:

$$\alpha_m \leq \alpha_f \leq 0.5 \quad \text{et} \quad \alpha \geq \frac{1+2(\alpha_f-\alpha_m)}{4} \quad (4-67)$$

De plus la méthode CH atteint une précision de second ordre quand:

$$\delta = \frac{1}{2} - \alpha_m + \alpha_f \quad (4-68)$$

Finalement, le schéma permet une dissipation optimale dans les hautes fréquences avec un impact minimal sur les basses fréquences quand les trois conditions suivantes sont satisfaites:

$$\alpha_m = \frac{2\rho_\infty - 1}{\rho_\infty - 1}, \quad \alpha_f = \frac{\rho_\infty}{\rho_\infty + 1}, \quad \alpha = \frac{1}{4}(1 - \alpha_m + \alpha_f)^2 \quad (4-69)$$

Où ρ_∞ est la valeur voulue du rayon spectral à l'infini. De plus, pour obtenir la formulation incrémentale de la méthode CH convenable pour un programme en éléments finis basés sur les déplacements, l'équation (4-66) peut être réarrangée comme suit:

$$(1 - \alpha_m)[M]\{\Delta\ddot{u}\} + (1 - \alpha_f)[C]\{\Delta\dot{u}\} + (1 - \alpha_f)[K]\{\Delta u\} = \\ (1 - \alpha_f)\{\Delta R\} + \{R(t_k)\} - [M]\{\ddot{u}(t_k)\} - [C]\{\dot{u}(t_k)\} - [K]\{u(t_k)\} \quad (4-70)$$

Où les quatre derniers termes peuvent être écrits comme:

$$\{R(t_k)\} - [M]\{\ddot{u}(t_k)\} - [C]\{\dot{u}(t_k)\} - [K]\{u(t_k)\} = \{R^{\text{ext}}(t_k)\} - \{R^{\text{int}}(t_k)\} = \{\Delta R\}_{t_k} = 0$$

Ces termes expriment la force non équilibrée du pas de temps précédent, comme $\{R^{\text{ext}}(t_k)\}$, $\{R^{\text{int}}(t_k)\}$ représentent les forces externes et internes respectivement de l'incrément précédent. De plus, en substituant les expressions de récurrence de Newmark pour

la vitesse et l'accélération incrémentales (les équations (4-37) et (4-38) respectivement) dans l'équation ci-dessus et réarrangeant pour mettre tous les termes connus du côté droit résulte en l'équation (4-71).

$$\begin{aligned} & \left[\left(\frac{1-\alpha_m}{\alpha\Delta t^2} \right) [M] + \left(\frac{\delta(1-\alpha_f)}{\alpha\Delta t} \right) [C] + (1-\alpha_f)[K] \right] \{\Delta u\} = \\ (1-\alpha_f)\{\Delta R\} + (1-\alpha_f) & \left[\left(\frac{\delta}{\alpha} \right) \{\dot{u}(t_k)\} - \left(\Delta t \left(1 - \frac{\delta}{2\alpha} \right) \right) \{\ddot{u}(t_k)\} \right] [C] \quad (4-71) \\ + (1-\alpha_m) & \left[\left(\frac{1}{\alpha\Delta t} \right) \{\dot{u}(t_k)\} + \left(\frac{1}{2\alpha} \right) \{\ddot{u}(t_k)\} \right] [M] + \{\Delta R\}_{t_k} \end{aligned}$$

4.13 Conclusions.

Le chapitre détaille les extensions qui sont exigées dans les formules de la statique en éléments finis pour accomplir l'analyse dynamique. De là, la formulation des éléments finis de l'équilibre dynamique a été premièrement présentée. Les différentes procédures constitutives pour modéliser le comportement du sol sous l'exigence du chargement cyclique et de la discrétisation spatiale spéciale sont brièvement discutées. Une attention a été aussi focalisée sur certaines de la plus part des méthodes populaires du temps d'intégration cela est utilisé pour approximer la solution de l'équation d'équilibre dynamique. Là sont : Houbolt, Park, Newmark, L'accélération quadratique, Wilson θ , La collocation, HHT, WBZ et la méthode CH. Une étude comparative de ses schémas dans le régime linéaire a montré des propriétés avantageuses de l'algorithme CH dans l'Implémentation dynamic Capabilities of the géotechnical Finite Element Program (ICFEP) pour les deux analyses linéaire et non linéaire. (Stavroula, K. (2006))

CHAPITRE V

Etude de cas pratiques

5.1 Généralités

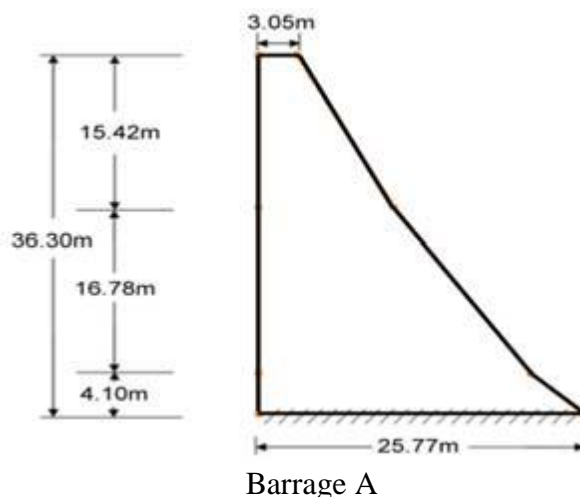
Dans cette étude, une analyse sismique détaillée de trois barrages poids en béton ayant des hauteurs et des caractéristiques dynamiques différentes sont étudiés sous l'action de plusieurs mouvements sismiques. L'interaction fluide-structure est considérée à travers l'utilisation du concept de la masse ajoutée de Westergaard. La fondation est supposée dans un premier temps rigide. Le modèle de la fissuration répartie est utilisé pour modéliser l'initiation et la propagation de la fissuration au sein du corps du barrage. La réponse du barrage est caractérisée en évaluant les caractéristiques modales, les déplacements et les profils de fissuration. Les résultats obtenus permettront d'avoir un aperçu sur le comportement espéré des barrages poids en béton sous l'action de séismes futurs.

5.2 Description des modèles des barrages

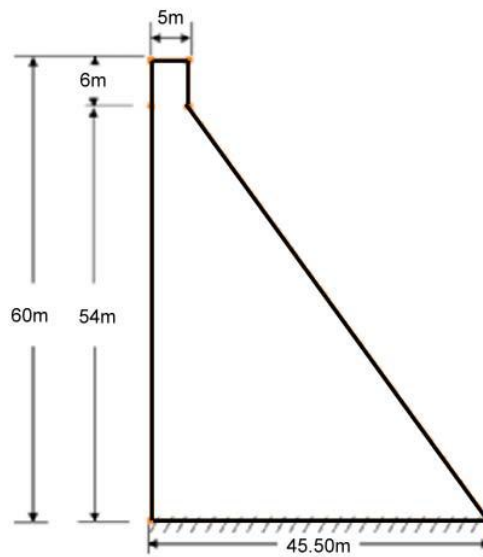
5.2.1 Géométrie et dimensions des barrages.

Les géométries des trois barrages utilisés dans cette étude sont montrées sur la figure (5.1).

5.2.1.1 Le barrage A. Illustré sur la figure ci-dessous a une hauteur de 36,30m, et une base de largeur de 25,77m. La profondeur du réservoir lors du séisme est de 36,00m.

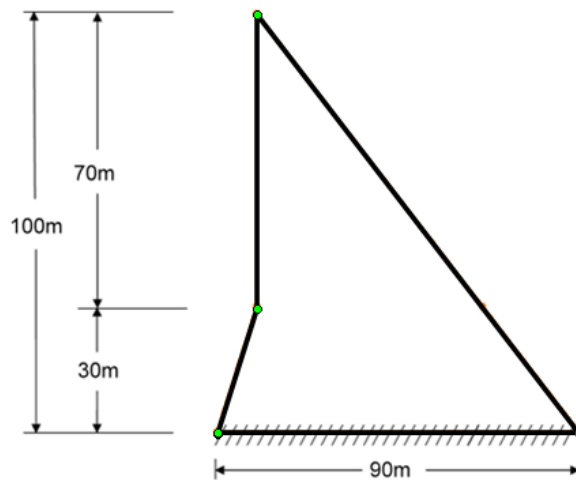


5.2.1.2 Le barrage B. Illustré sur la figure ci-dessous a une hauteur de 60,00m, et une base de largeur de 45,50m. La profondeur du réservoir lors du séisme est de 59,50m.



Barrage B

5.2.1.3 Le barrage C. Illustré sur la figure ci-dessous a une hauteur de 100,00m, et une base de base de 90,00m. La profondeur du réservoir lors du séisme est de 99,50m.



Barrage C

Figure 5.1 : Géométries et dimensions des barrages

5.3 Modèles en éléments finis

Pour l'analyse nous avons considéré un modèle bidimensionnel avec un état de contrainte plane. Le maillage en éléments finis utilisé lors de l'analyse est un maillage moyen; une étude paramétrique considérant trois types de maillage; grossier, moyen et fin (non présentée dans cette thèse), a montré que le maillage moyen donne de bons résultats. Les

modèles adoptés sont constitués d'éléments membranaires de premier ordre en contraintes planes.

5.3.1 Maillages

Les modèles en éléments finis des barrages A, B et C sont constitués de 280, 450 et 880 éléments iso paramétriques quadrilatéraux à 4 nœuds en déformation plane, respectivement, voir figure (5.2).

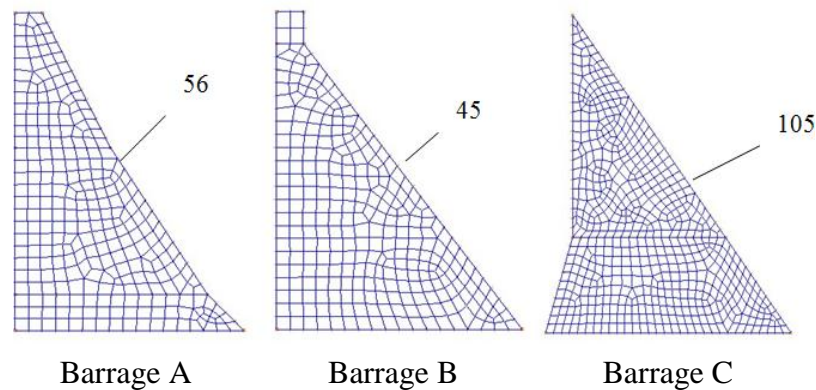


Figure 5.2 : Modèles en éléments finis des barrages (Nœuds choisis)

5.3.2 Propriétés matérielles

Les propriétés matérielles adoptées sont:

Tableau 5.1: Propriétés matérielles

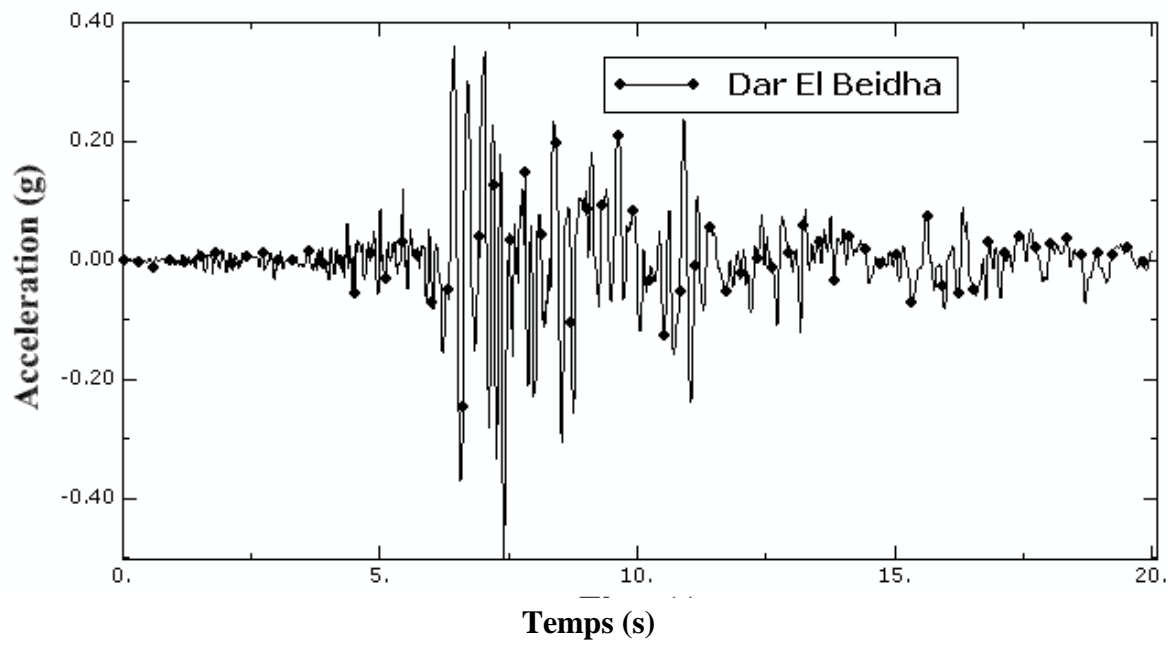
E_c (Mpa)	ν	f'_c (Mpa)	f' (Mpa)	G_f (N/mm)
32000	0.20	25	2	200

Où E_c est le module de Young, ν est le coefficient de Poisson, f'_c est la résistance uni axiale maximale en compression, f'_t est la résistance uni axiale maximale en traction et G_f est l'énergie de fissuration.

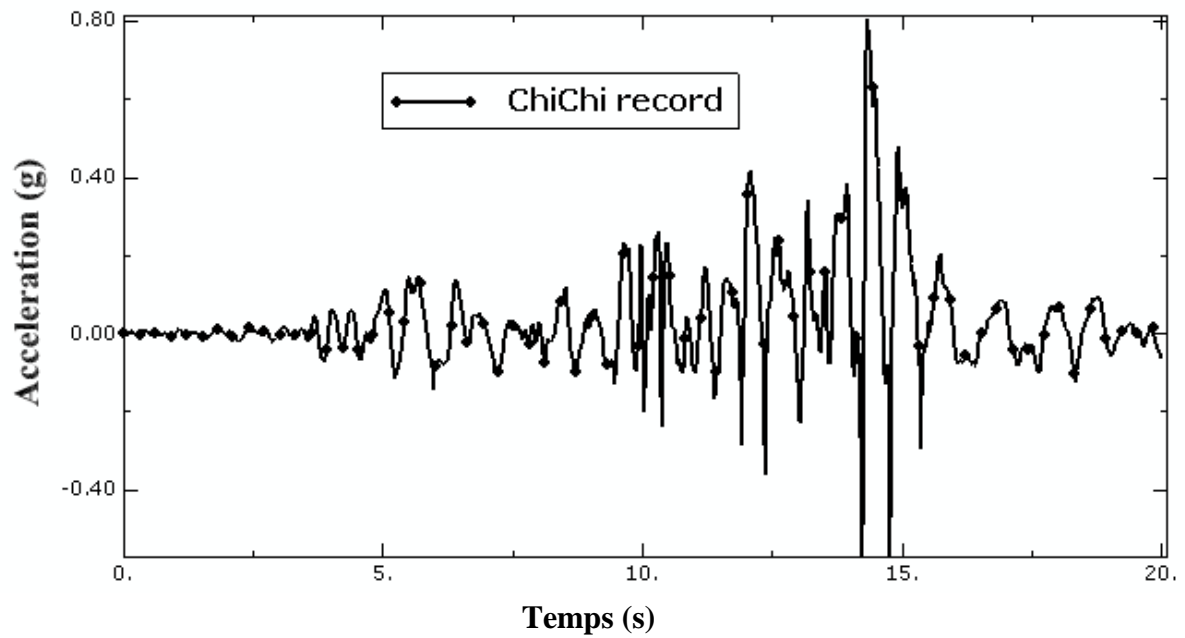
5.3.3 Accélérogrammes

Les trois barrages ont été soumis à quatre accélérogrammes enregistrés:

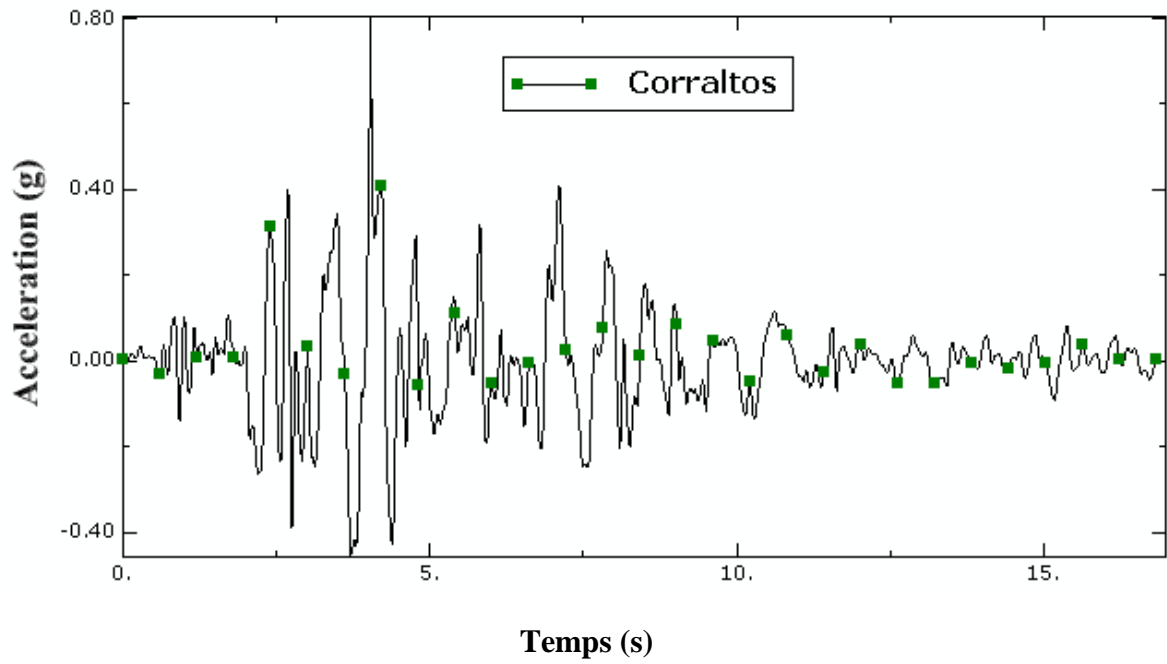
- Accélérogramme 1 Dar el Beidha. Seisme de Boumerdes (Algérie) en 2006.
- Accélérogramme 2 ChiChi. Seisme de Taiwan en 1999.
- Accélérogramme 3 Coralitos. Seisme de Kocaeli (Turquie) en 1999.
- Accélérogramme 4 Sakara. Seisme Américain en 1989.



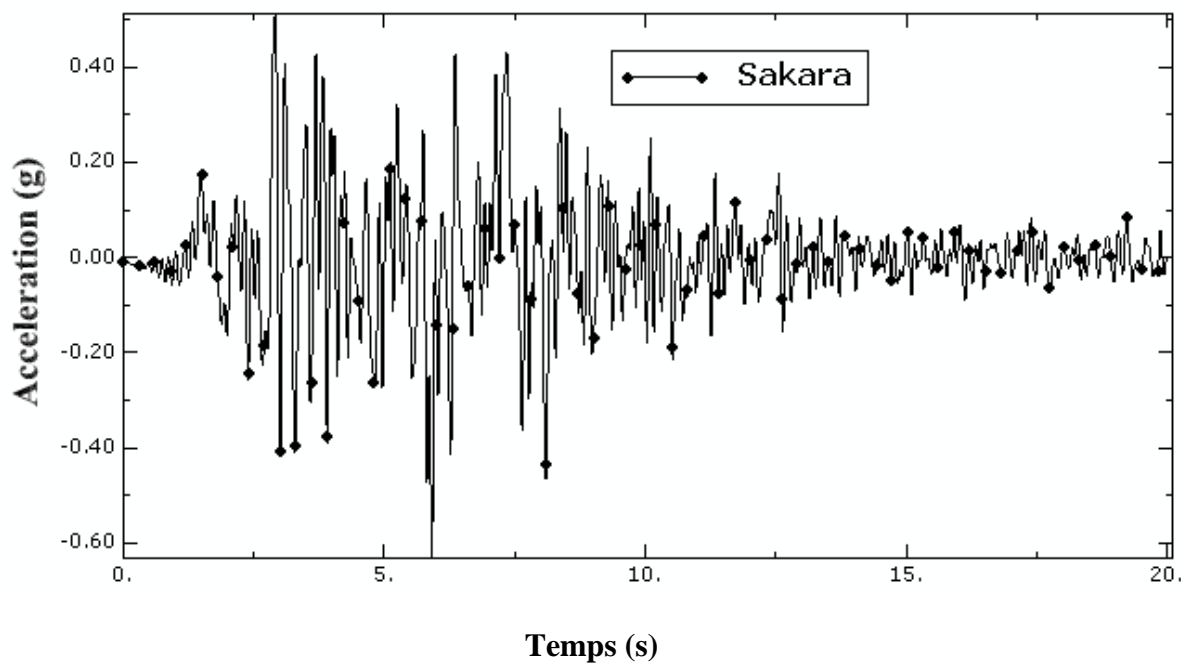
Accélérogramme de Dar el Beidha.



Accélérogramme de ChiChi.



Accélérogramme de Corralitos.



Accélérogramme de Sakara.

Figure 5.3 : Enregistrements sismiques utilisés

Tableau 5.2: Caractéristiques des mouvements du sol.

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
	(g)	(cm/s)	(m/s)	(cm ² /s)	(g*s)	(cm)	(g)
Chichi	0.808	680.434	5.191	2582171.055	0.654	261.992	0.835
	Au temps t=14.3s	Au temps t=15.980s					
Coralitos	0.799	58.814	4.218	3952.893	0.448	246.713	0.636
	Au temps t=4.040s	Au temps t=3.960s					
Dar El Beidha	0.499	39.865	1.875	2326.135	0.442	131.025	0.487
	Au temps t=7.410s	Au temps t=7.070s					
Sakara	0.628	77.369	4.753	7127.971	0.548	266.838	0.534
	Au temps t=5.920s	Au temps t=6.320s					

(1) Enregistrement, (2) Accélération maximale, (3) Vitesse maximale, (4) Intensité d'Arias, (5) Densité d'Energie spécifique, (6) Intensité du spectre d'accélération, (7) Intensité du spectre de vitesse, (8) Accélération de calcul effective.

5.4 Analyse non linéaire

Le barrage a été soumis tout d'abord à des charges statiques avant l'application des charges dynamiques. Les contraintes sous charges statiques ont été considérées comme conditions initiales pour l'analyse dynamique à travers l'option RESTART disponible dans ADINA. La pression hydrostatique a été appliquée sous forme de pression sur la face amont du barrage. La charge hydrodynamique a été approximée par la méthode de Westergaard des masses ajoutées. Dû au fait qu'un critère d'analyse de la fissuration dans les structures en béton armé basé sur la résistance peut résulter en des résultats non objectifs en fonction du maillage utilisé, c'est à dire, les contraintes deviennent progressivement plus larges autour de

la fissure au fur et à mesure que le maillage est raffiné, l'approche basée sur la mécanique de rupture qui est une technique rationnelle pour l'analyse de l'initiation et de la propagation de la fissuration dans les structures en béton armé et a été adoptée dans cette étude.

5.5 Résultats numériques

5.5.1 Caractéristiques modales

Les trois premières périodes des trois barrages sont présentées dans le tableau 5.3.

Tableau 5.3: Périodes des barrages.

Structures	Mode 1 (s)	Mode 2 (s)	Mode3 (s)
Barrage A	0.1307	0.04983	0.04021
Barrage B	0.1939	0.08312	0.06526
Barrage 6	0.2847	0.1293	0.1016

5.6 Influence des caractéristiques dynamiques des barrages, du contenu fréquentiel des accélérogrammes et de l'amortissement.

Dans le **Barrage A**. Les profils des fissures sous différents accélérogrammes sont montrés sur les figures, 5.4, 5.5, 5.6 et 5.7. Pour tous les enregistrements sismiques, la plus part des fissures sont concentrés sur la face avale avec une tendance de propagation vers le corps du barrage. Cependant, l'initiation de la fissuration à la base du barrage dépend de manière significative de l'enregistrement utilisé mettant ainsi en évidence l'influence du contenu fréquentiel du séisme. Pour ce barrage, le taux d'endommagement est relativement petit. La non considération de l'amortissement peut résulter en des résultats non réalistes.

5.6.1 Barrage A, accélérogramme de Dar El Beidha.

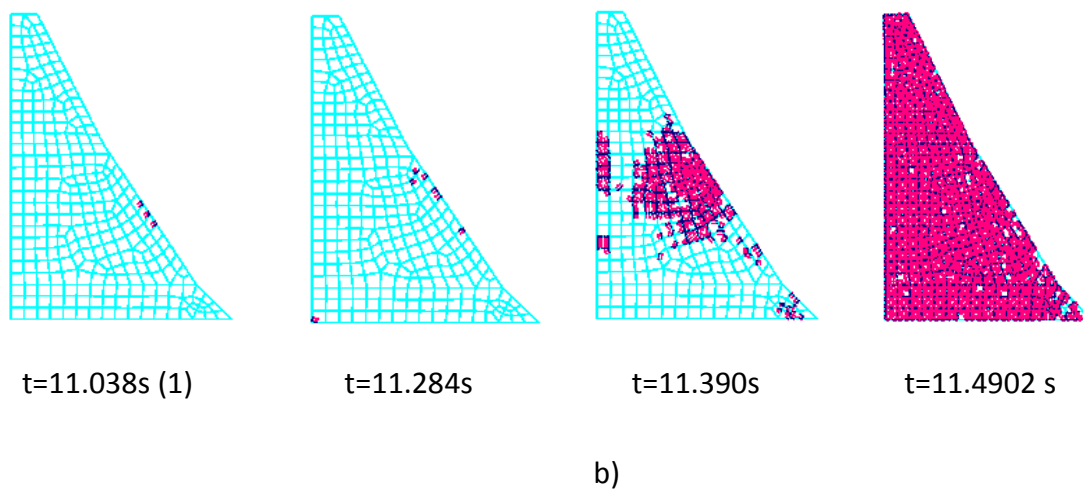
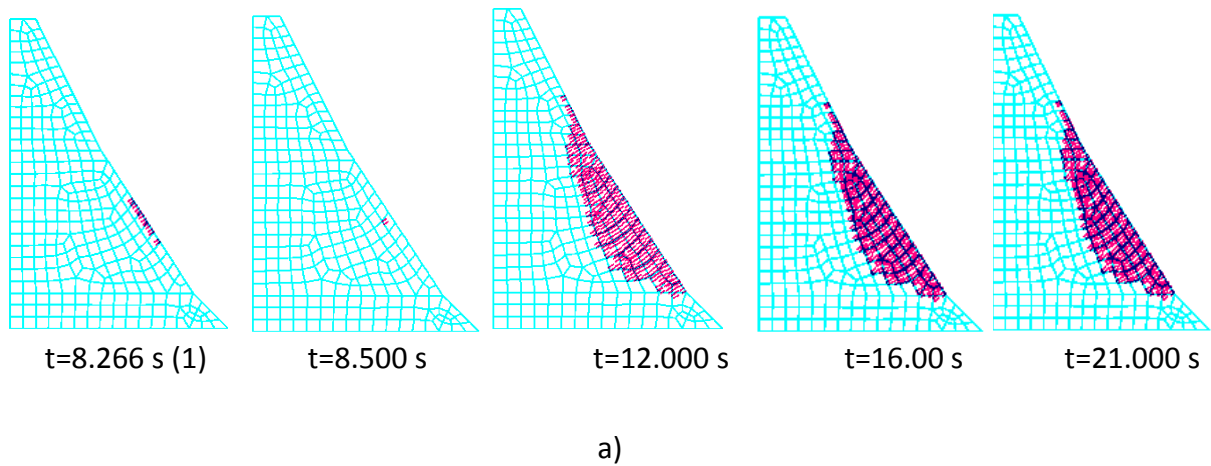
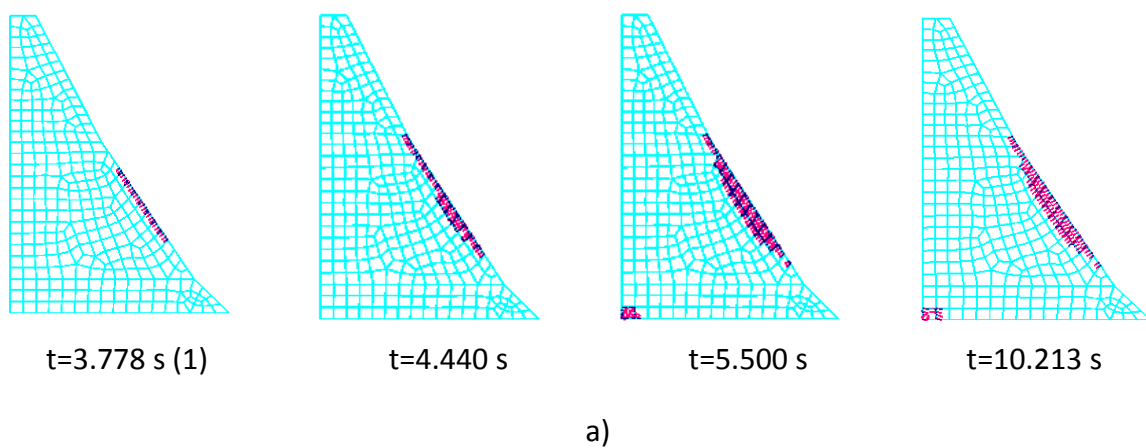


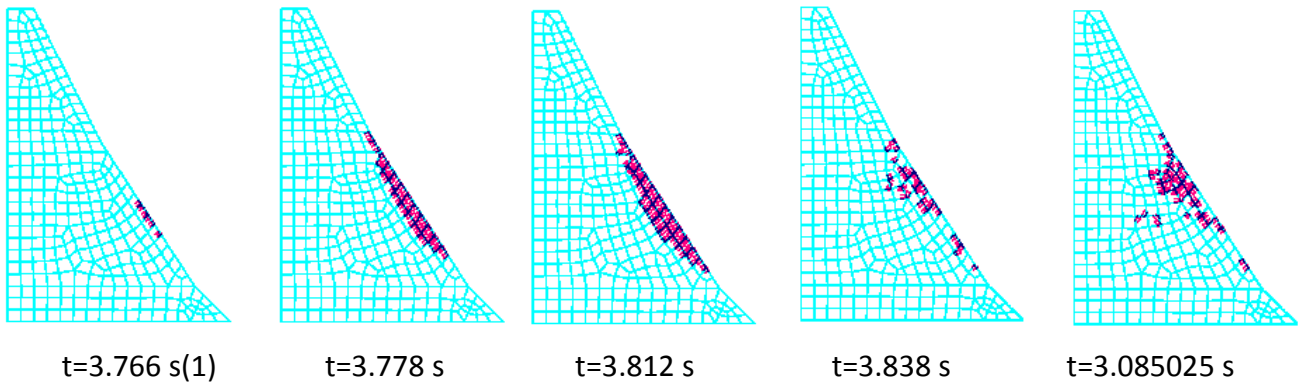
Figure 5.4 : Barrage A, accélérogramme de Dar El Beidha:

a) avec amortissement, b) sans amortissement.

(1) Début de la fissuration.

5.6.2 Barrage A, accélérogramme de Corralitos.

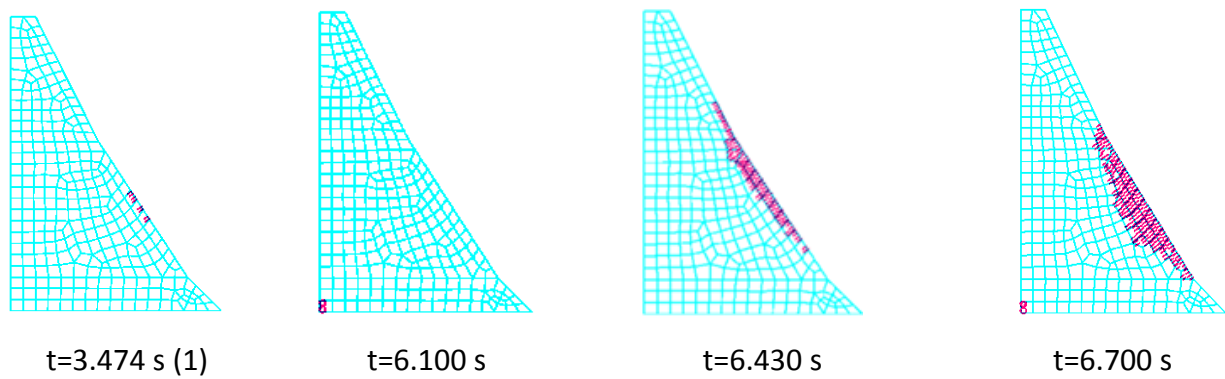




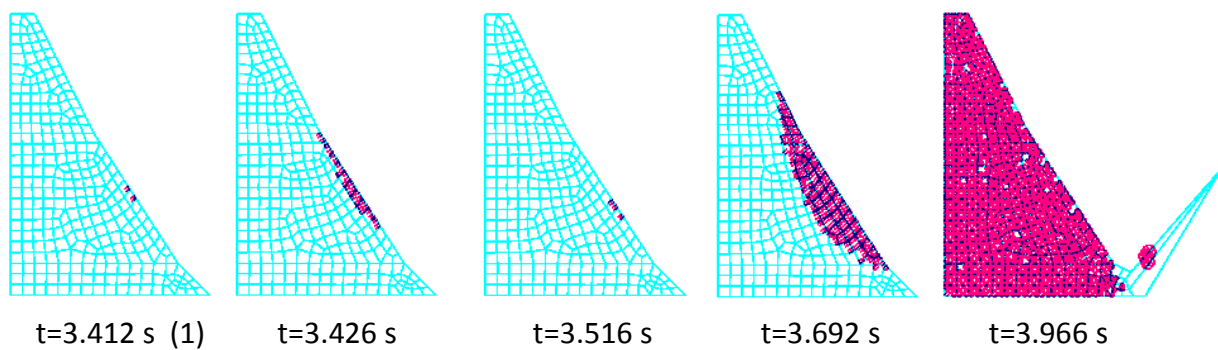
b)

Figure 5.5 : Barrage A, accélérogramme de Corralitos:
a) avec amortissement, b) sans amortissement.

5.6.3 Barrage A, accélérogramme de Sakara.



a)



b)

Figure 5.6 : Barrage A, accélérogramme de Sakara:
a) avec amortissement, b) sans amortissement.

5.6.4 Barrage A, accélérogramme de Chichi.

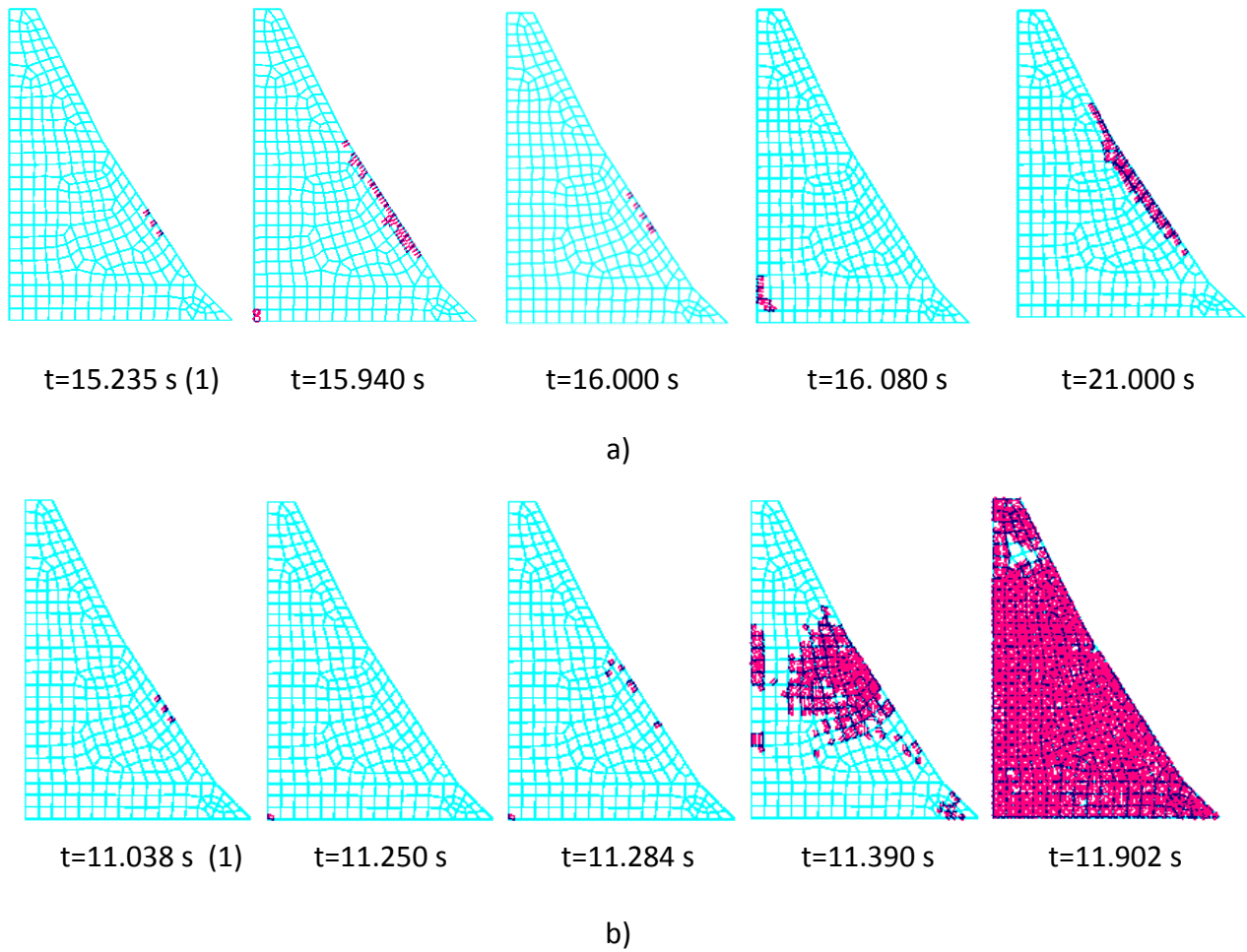
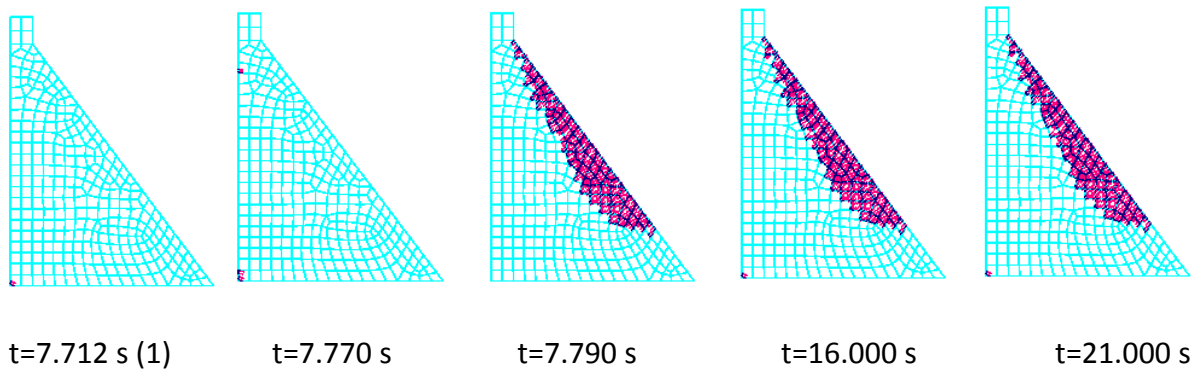


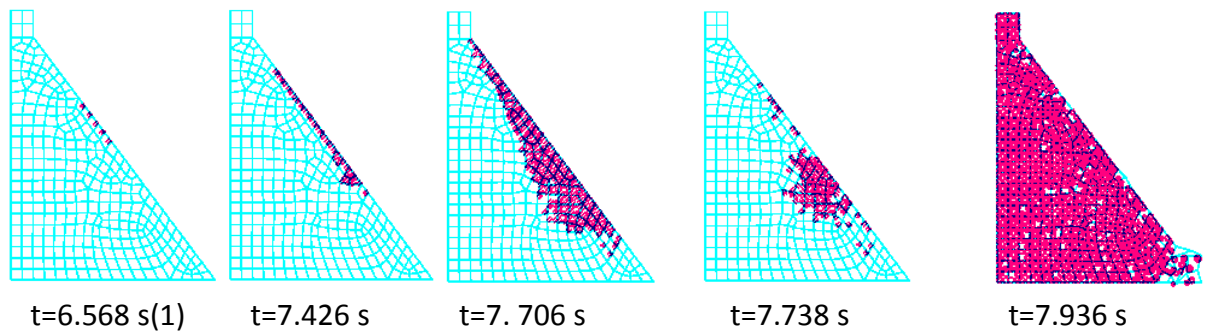
Figure 5.7 : Barrage A, accélérogramme de Chichi:
a) avec amortissement, b) sans amortissement.

Dans **le barrage B**, la fissuration est plus importante que celle du barrage A, Figures 5.8, 5.9, 5.10 et 5.11. La face amont peut être fissurée du sommet à la base pour les enregistrements de Chichi et de Sakara alors que pour les séismes de Dar el beidha et de Corralitos la fissuration est moindre sur la face amont et près de la base. Encore une fois, la face aval est soumise à une fissuration importante au cou du barrage au point de changement de pente.

5.6.5 Barrage B, accélérogramme de Dar el beidha.



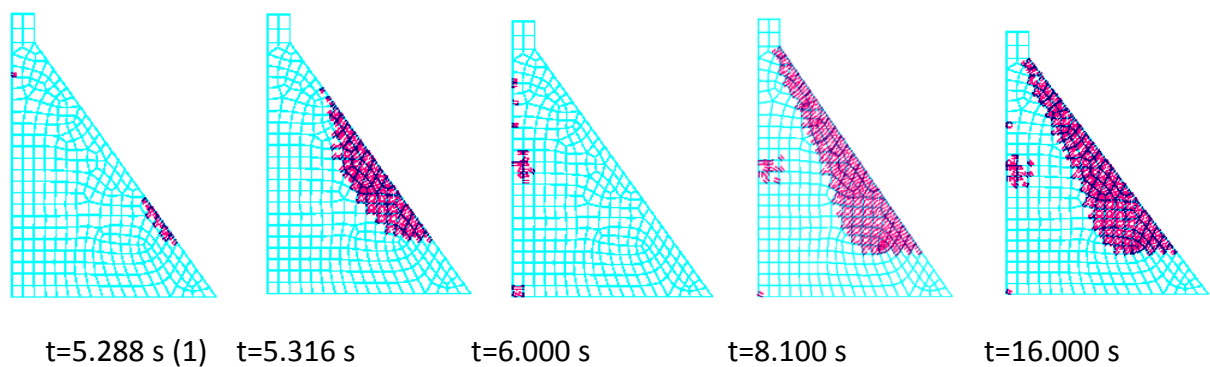
a)



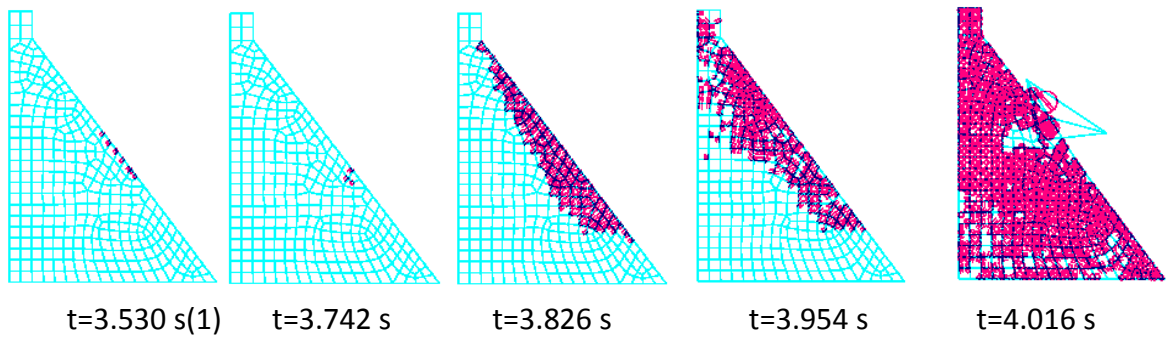
b)

Figure 5.8 : Barrage B, accélérogramme de Dar el Beidha:
a) avec amortissement, b) sans amortissement.

5.6.6 Barrage B, accélérogramme de Corralitos.



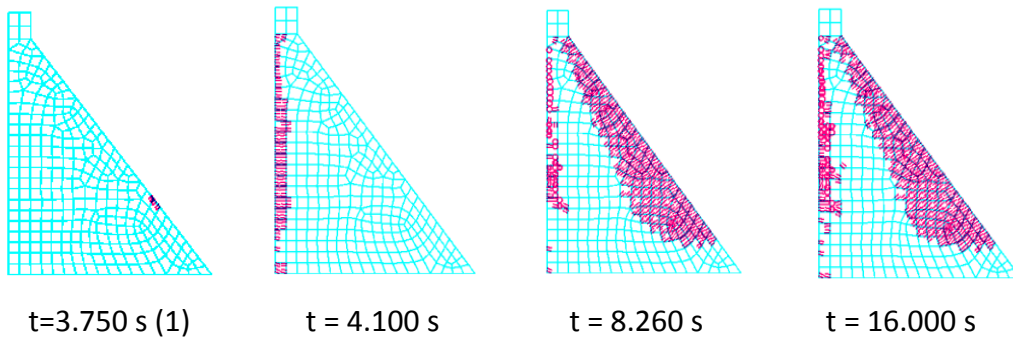
a)



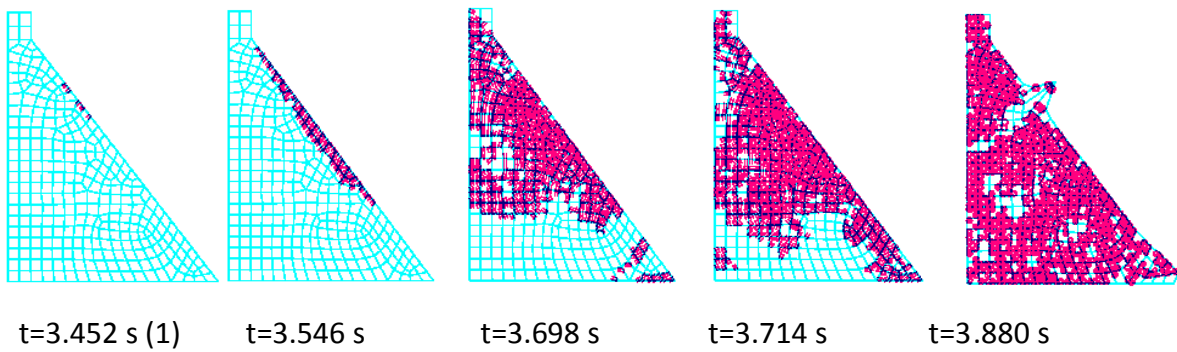
b)

Figure 5.9 : Barrage B, accélérogramme de Corralitos:
a) avec amortissement, b) sans amortissement.

5.6.7 Barrage B, accélérogramme de Sakara.



a)



b)

Figure 5.10 : Barrage B, accélérogramme de Sakara:
a) avec amortissement, b) sans amortissement.

5.6.8 Barrage B, accélérogramme de Chichi.

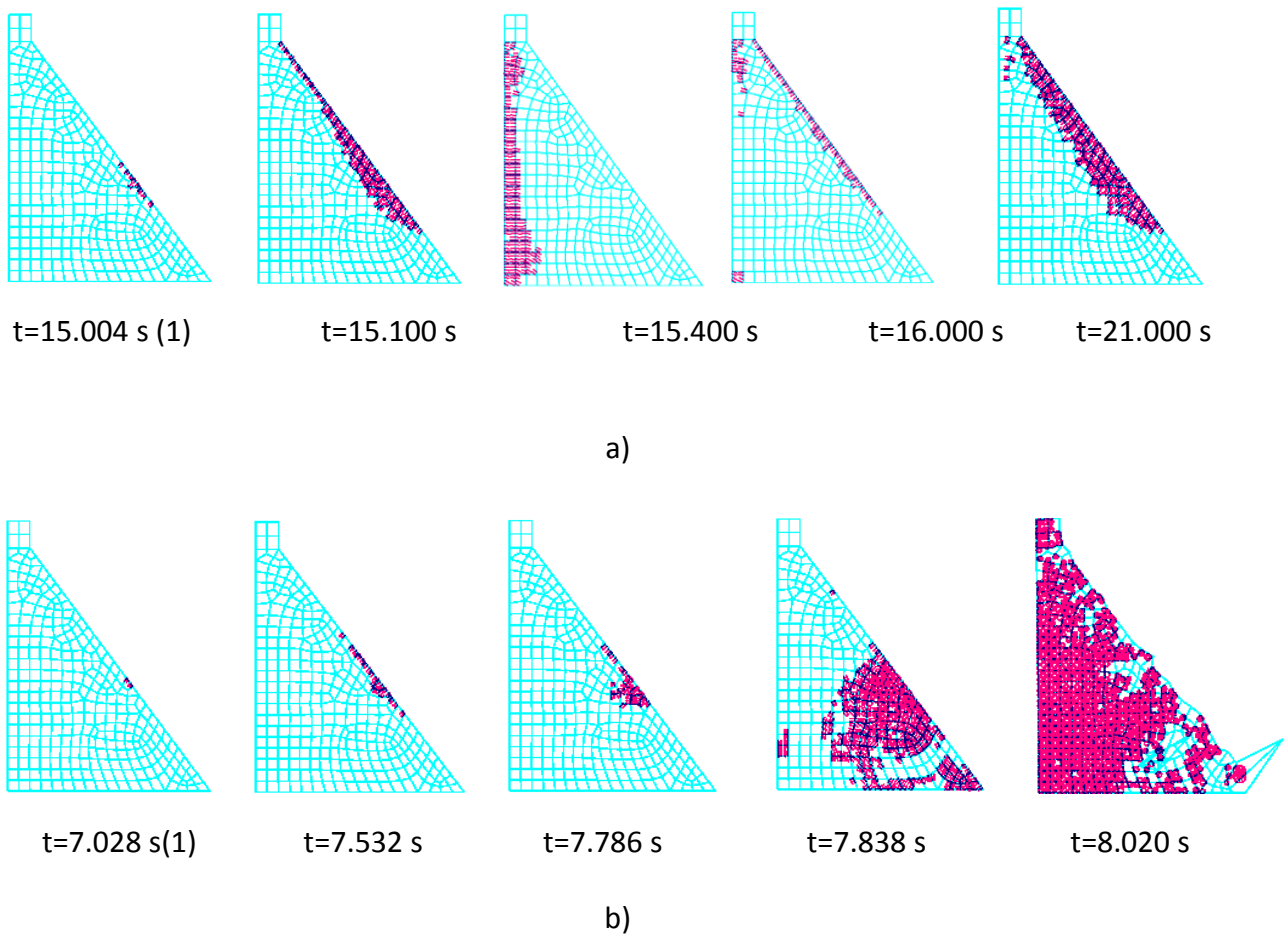


Figure 5.11 : Barrage B, accélérogramme de Chichi:
a) avec amortissement, b) sans amortissement.

Dans le barrage C, les Figures 5.12, 5.13, 5.14 et 5.15. Les fissures se sont produites sur la face avale, à la base et au point de changement de pente sur la face amont. Pour les enregistrements de Saka et de Corralitos l'analyse s'est arrêtée prématurément. Les fissures sur la face avale sont fusionnées avec celles de la face amont pour l'enregistrement de Dar el beidha pour $t = 16.000s$. L'influence du contenu fréquentiel des mouvements de sol est évidente du fait que le profil de la fissuration diffère d'un séisme à un autre. La densité de fissuration est plus importante pour le barrage A suggérant une influence des caractéristiques dynamiques des barrages sur l'initiation et la propagation de la fissuration.

5.6.9 Barrage C, accélérogramme de Dar el beidha.

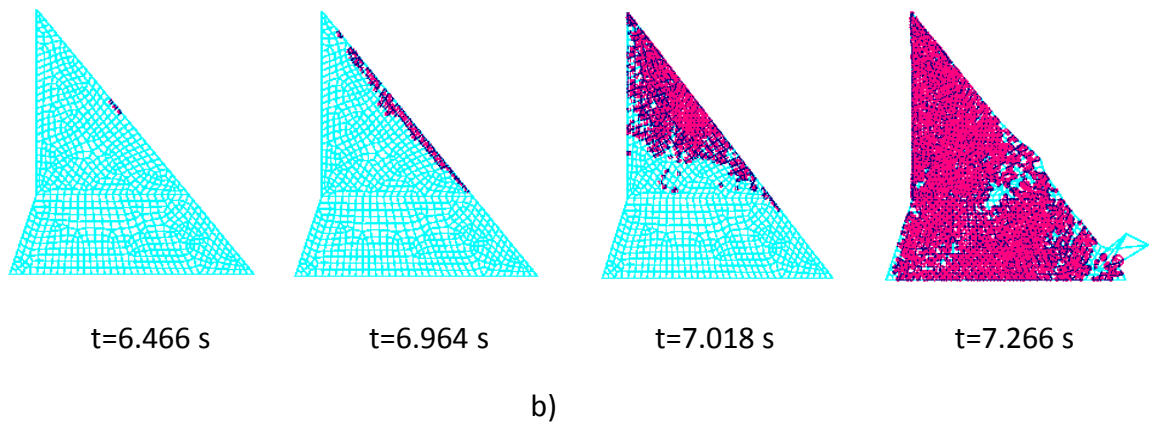
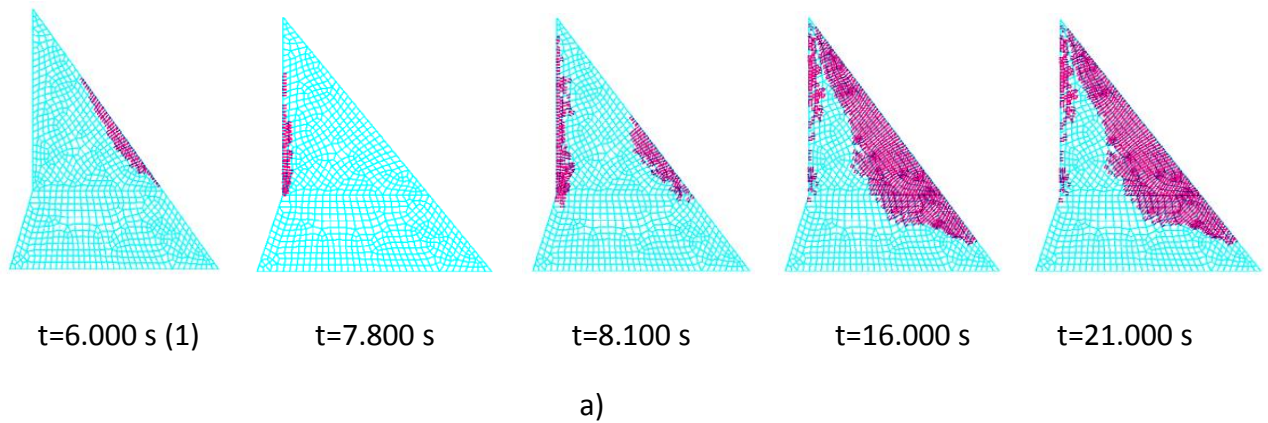
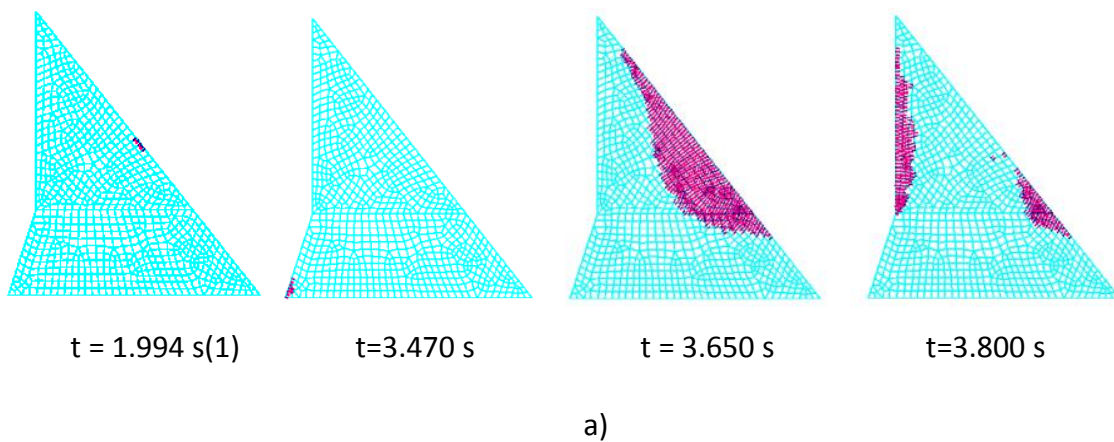


Figure 5.12 : Barrage C, accélérogramme de Dar el beidha:
a) avec amortissement, b) sans amortissement.

5.6.10 Barrage C, accélérogramme de Corralitos



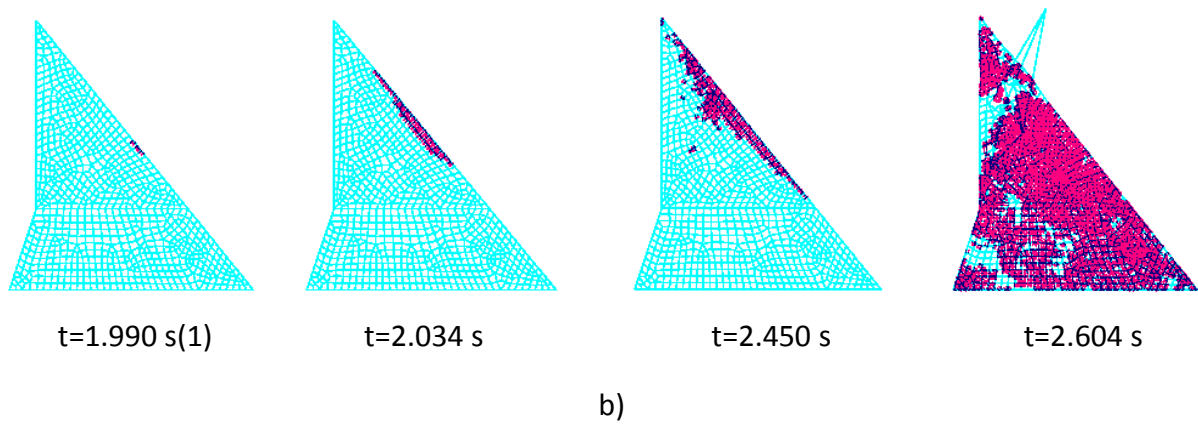


Figure 5.13 : Barrage C, accélérogramme de Corralitos:
a) avec amortissement, b) sans amortissement.

5.6.11 Barrage C, accélérogramme de Sakara.

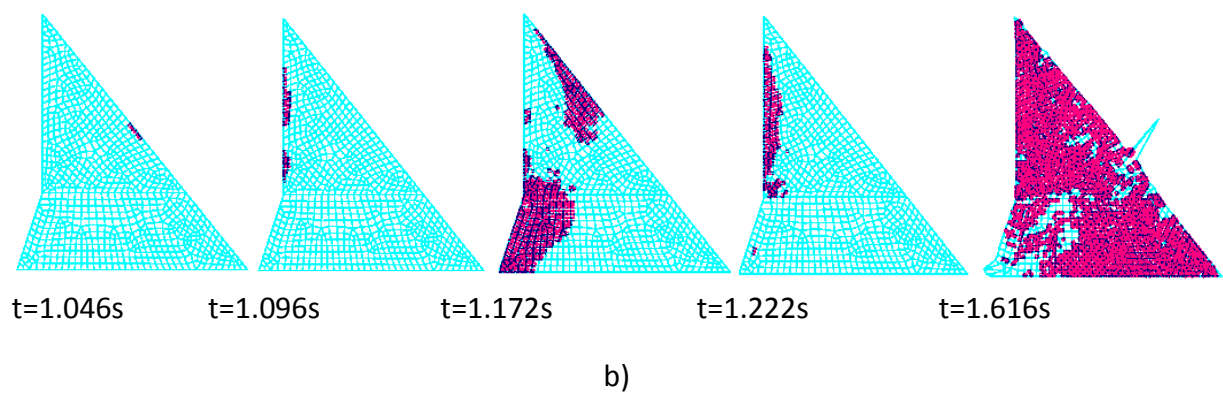
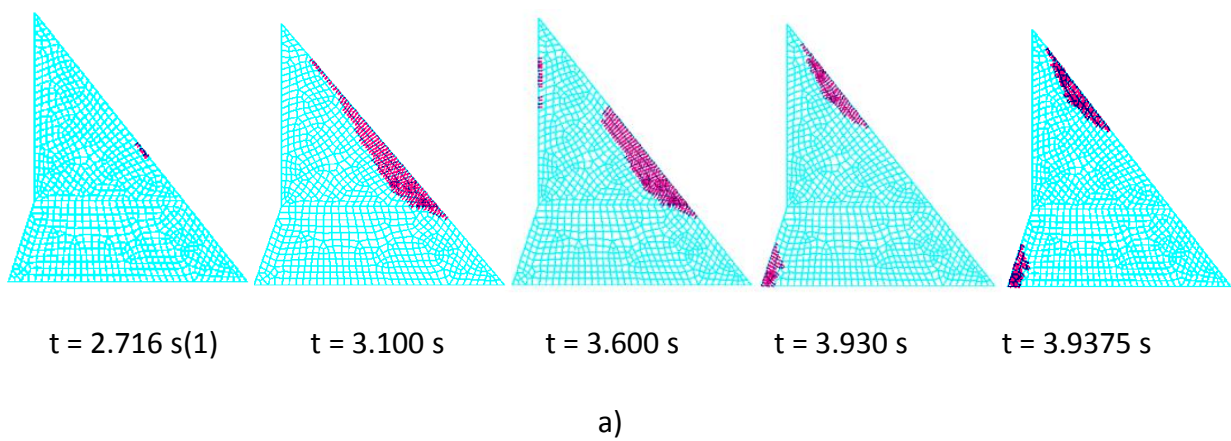


Figure 5.14 : Barrage C, accélérogramme de Sakara:
a) avec amortissement, b) sans amortissement.

5.6.12 Barrage C, accélérogramme de Chichi.

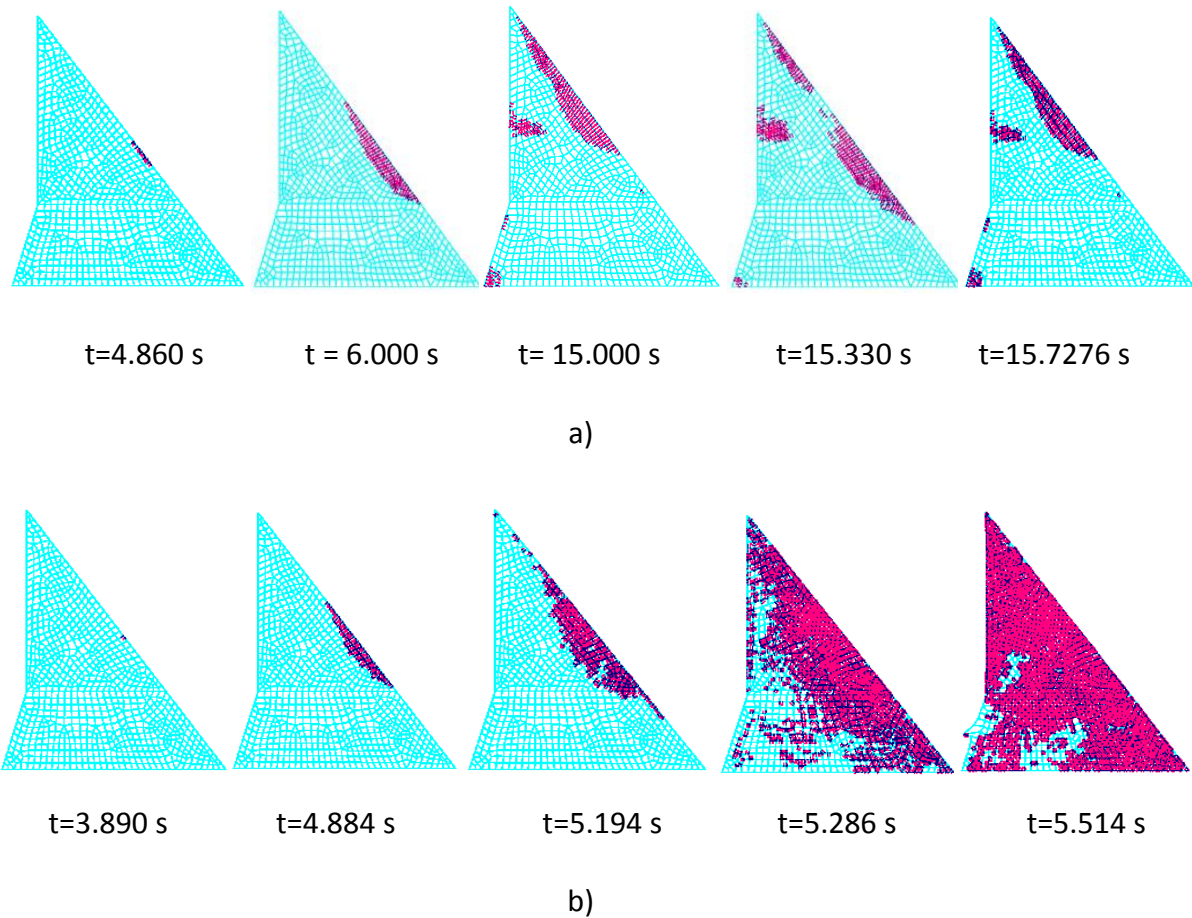
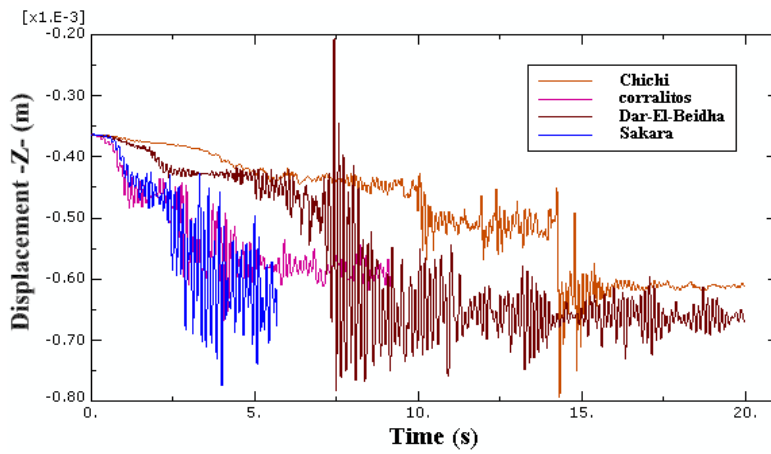


Figure 5.15 : Barrage C, accélérogramme de Chichi:

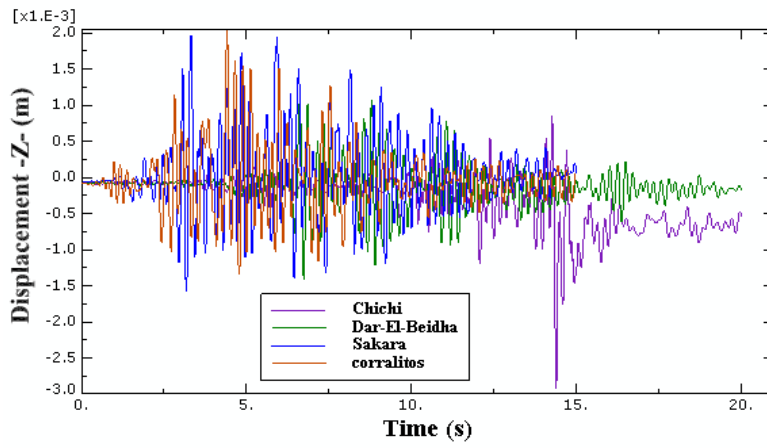
a) avec amortissement, b) sans amortissement.

5.7 Déplacements verticaux

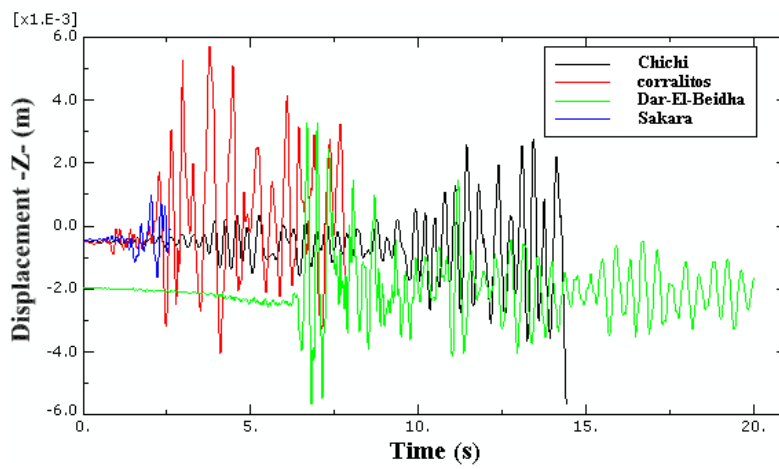
D'après (Mao et Taylor, (1997)), la réponse temporelle du déplacement vertical d'un nœud peut être considérée comme une largeur d'ouverture de la fissure. Le nœud au milieu de la face avale a été choisi car pour tous les barrages et pour tous les enregistrements sismiques, la plupart de la fissuration s'est produite dans cette zone. Les nœuds choisis pour les trois barrages sont: 56, 45 et 105 comme indiqué sur la figure (5.2). Le déplacement maximal vertical pour le barrage A est égal à 0.79 mm, 0.668 mm, 0.781 mm et 0.775 mm pour les enregistrements de Chichi, Coralitos, Dar el Beidha et Sakara respectivement. Pour les barrages B et C, les valeurs sont 2.9 mm, 1.34 mm et 1.41 mm, 1.58 mm et 5.62 mm, 4.03 mm et 5.66 mm, 1.64 mm respectivement, voir la figure (5.16). Donc la largeur de la fissure est beaucoup importante pour le barrage ayant une plus grande hauteur.



Barrage A



Barrage B



Barrage C

Figure 5.16 : Déplacements verticaux

5.8 Influence des conditions du sol

Barrage A

Comparativement au cas de la base fixe, la prise en considération des conditions du sol résulte en une modification du profil de la fissuration dans le barrage. Cette influence est beaucoup plus prononcée pour de faibles valeurs de E_{sol} et s'atténue pour une grande valeur de E_{sol} car dans ce cas on se rapproche du cas de la base rigide.

5.8.1 Barrage A, accélérogramme de Dar el beidha

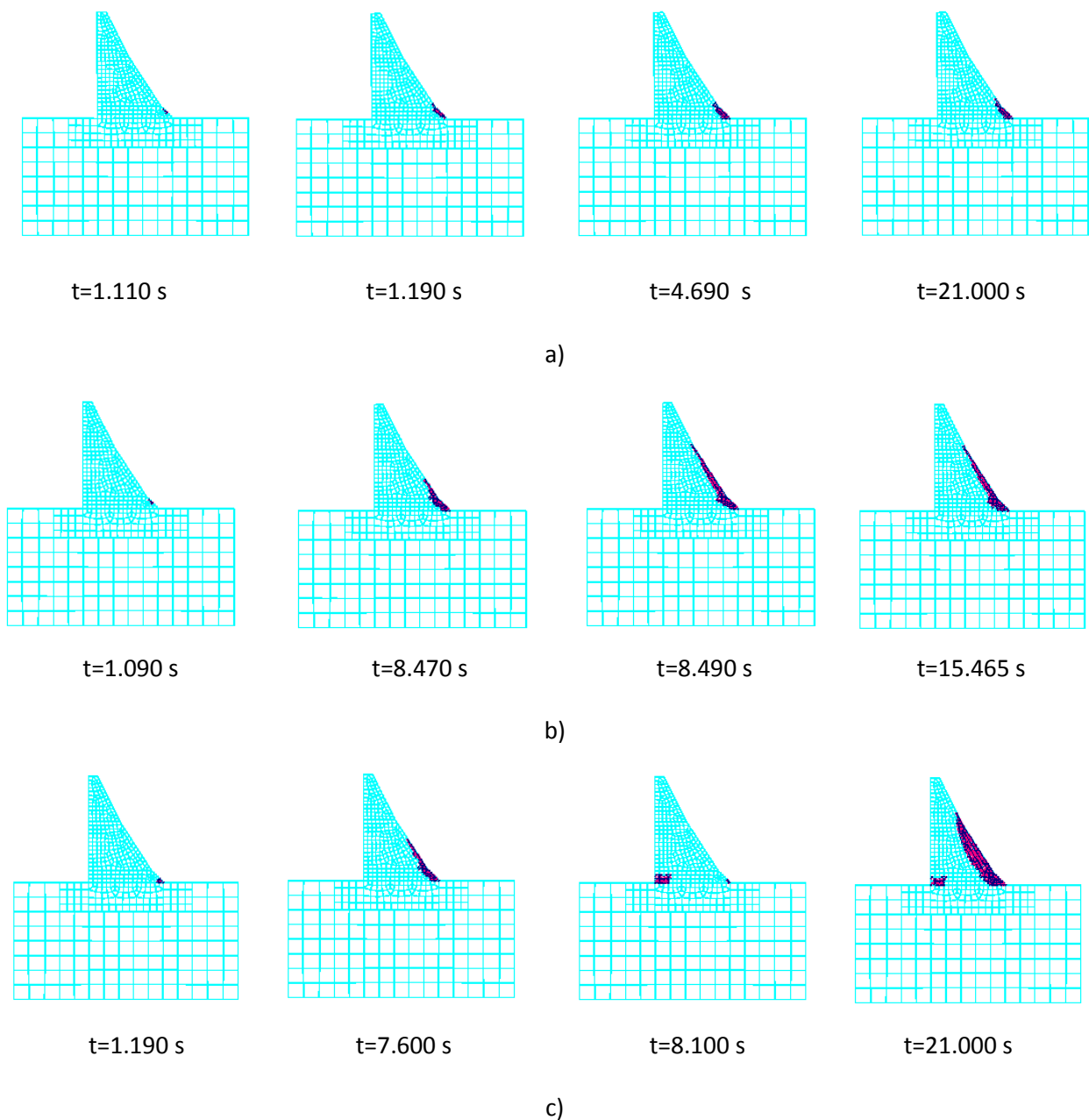


Figure 5.17 : Barrage A, accélérogramme de Dar el beidha:

a) $E=500000 \text{ KN/m}^2$, b) $E=2000000 \text{ KN/m}^2$, c) $E=10000000 \text{ KN/m}^2$

5.8.2 Barrage A, accélérogramme de Corralitos

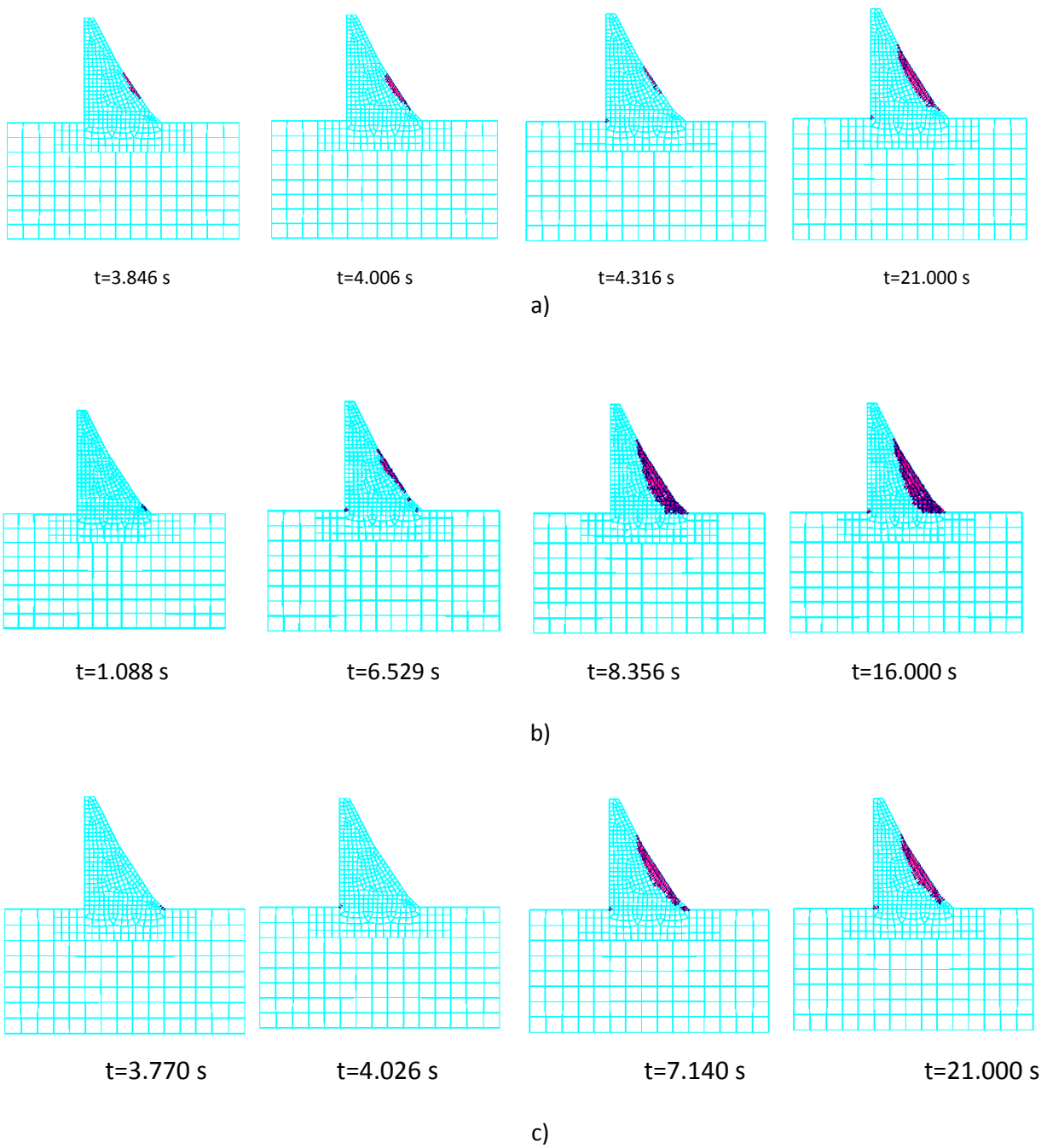


Figure 5.18 : Barrage A, accélérogramme de Corralitos:
a) $E=500000 \text{ KN/m}^2$, b) $E=2000000 \text{ KN/m}^2$, c) $E=10000000 \text{ KN/m}^2$

5.8.3 Barrage A, accélérogramme de Sakara

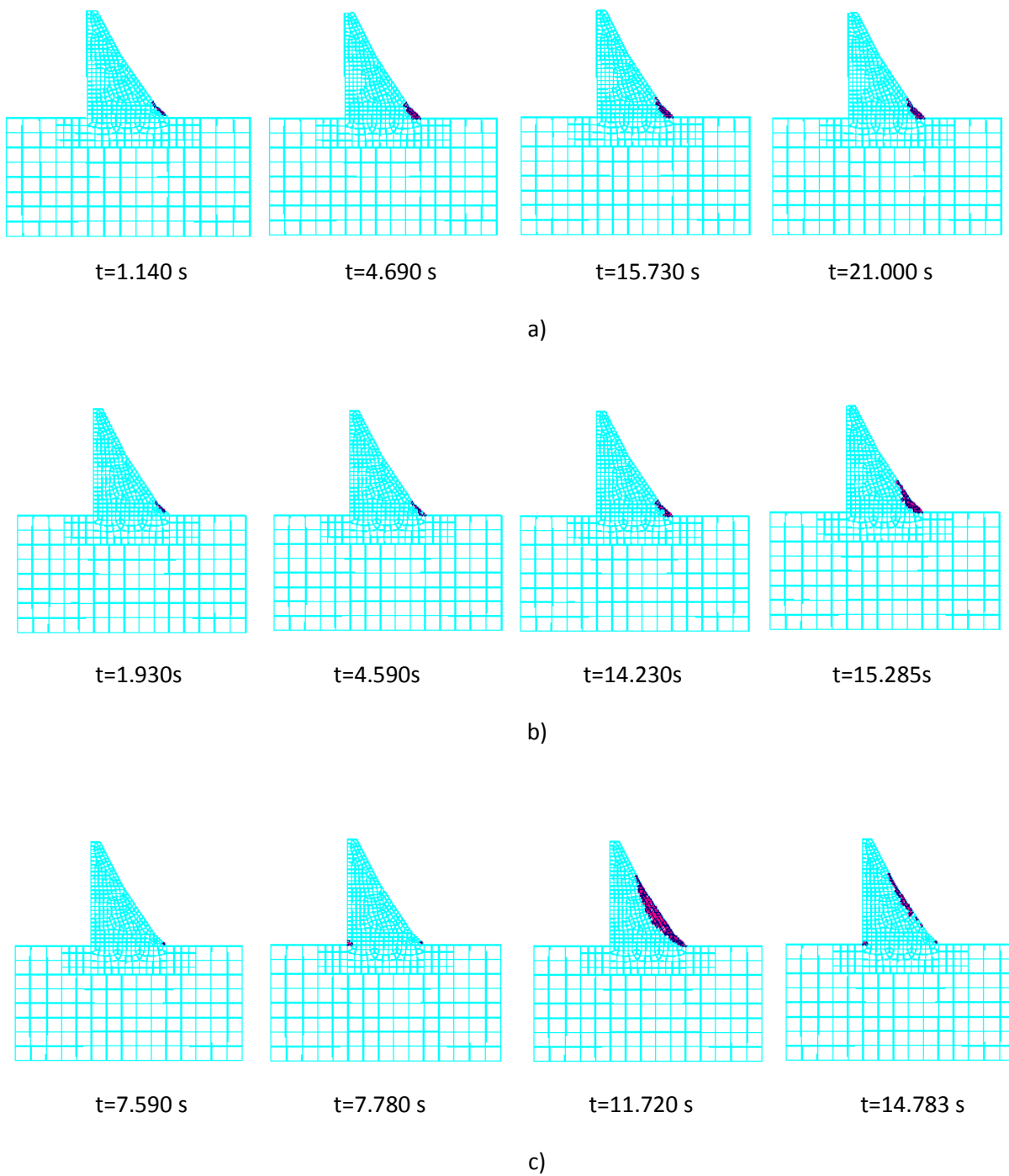


Figure 5.19 : Barrage A, accélérogramme de Sakara:
a) $E=500000$ KN/m^2 , b) $E=2000000$ KN/m^2 , c) $E=10000000$ KN/m^2

5.8.4 Barrage A, accélérogramme de Chichi

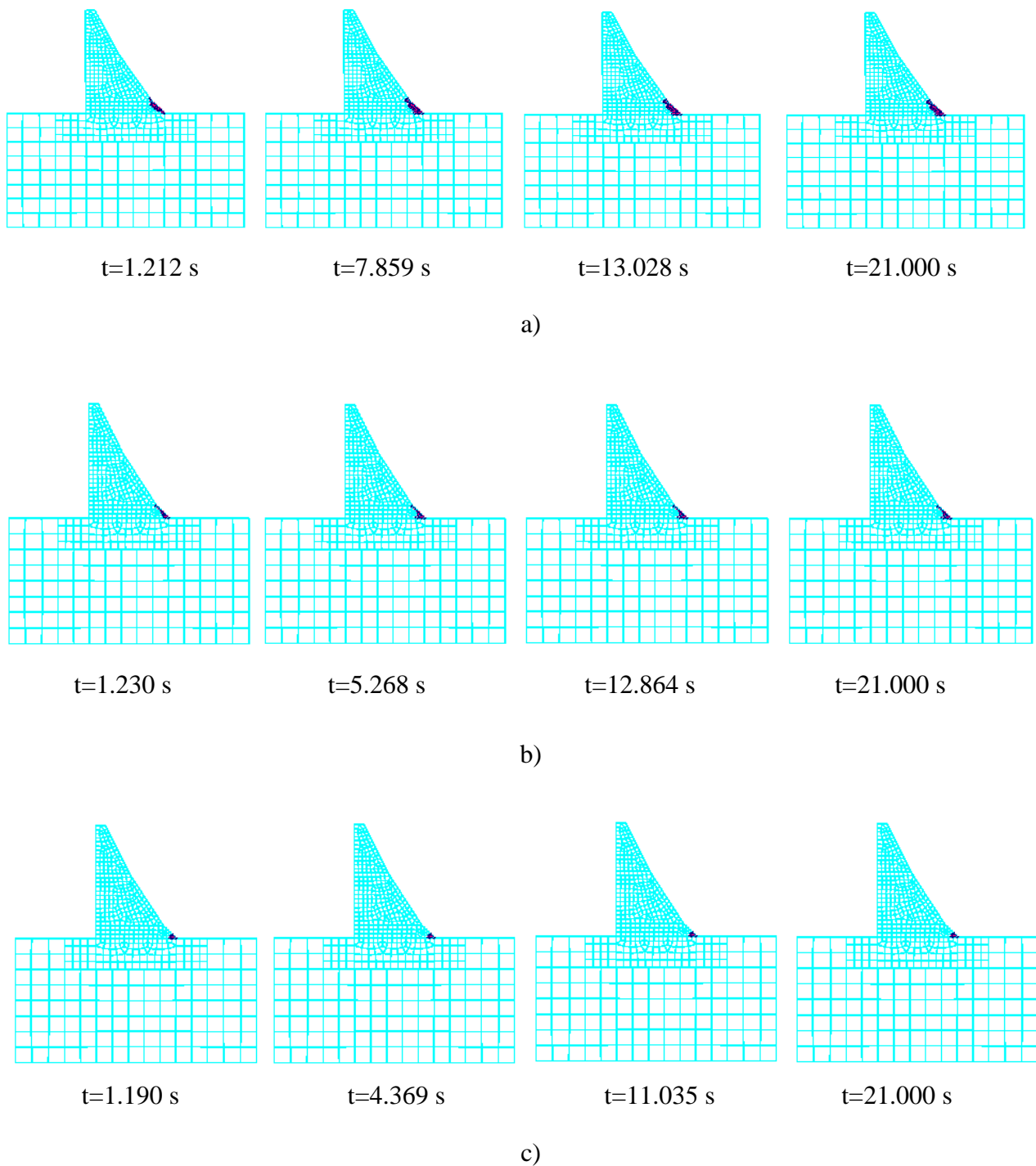


Figure 5.20 : Barrage A, accélérogramme de Chichi:
a) $E=500000$ KN/m², b) $E=2000000$ KN/m², c) $E=10000000$ KN/m²

Barrage B

Comparativement au cas de la base fixe, la prise en considération des conditions du sol résulte en une modification du profil de la fissuration dans le barrage. Cette influence est beaucoup plus prononcée pour de faibles valeurs de E_{sol} et s'atténue pour une grande valeur de E_{sol} car dans ce cas on se rapproche du cas de la base rigide.

5.8.5 Barrage B, accélérogramme de Dar el beidha

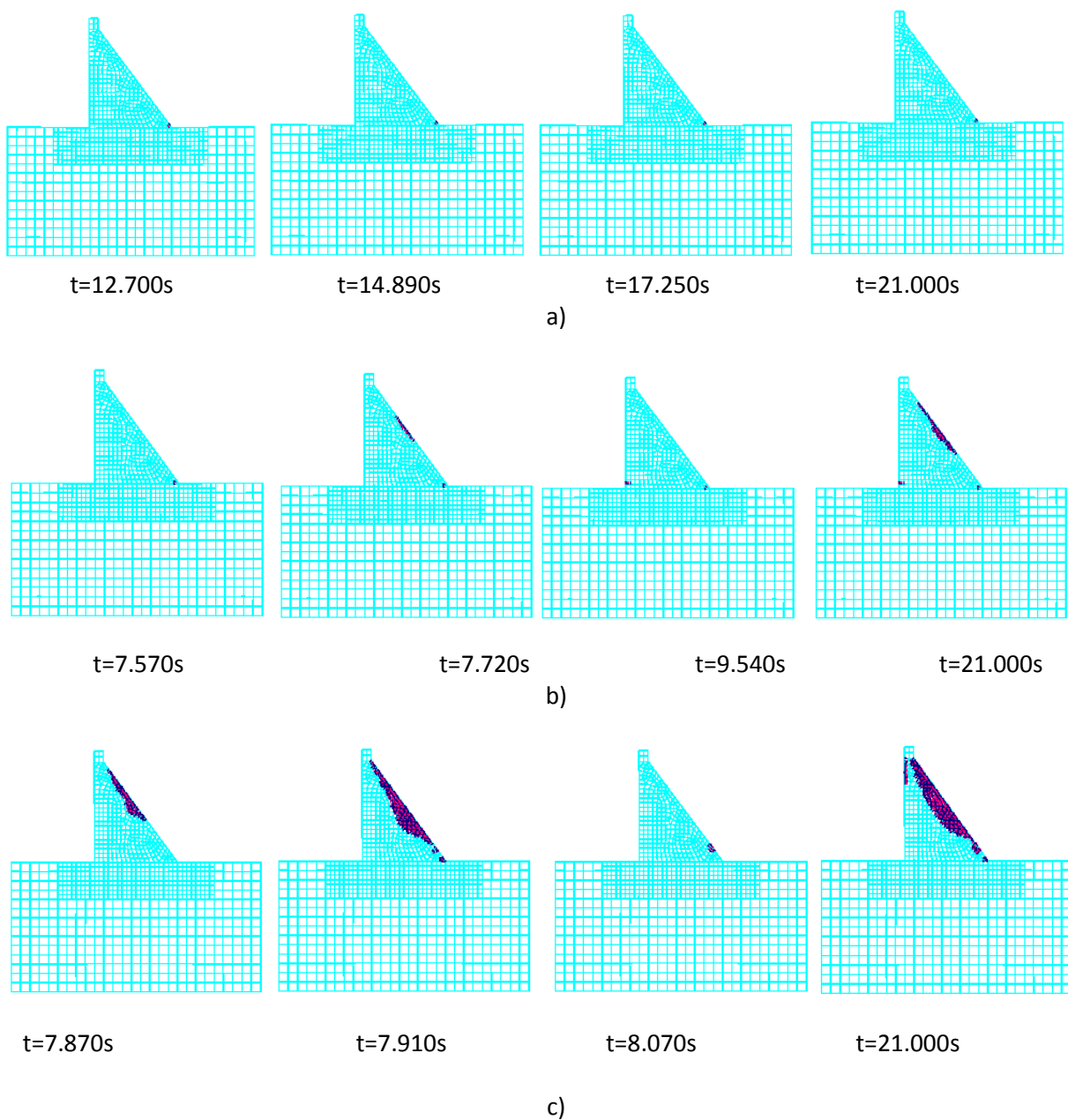


Figure 5.21 : Barrage B, accélérogramme de Dar el beidha:

a) $E=500000 \text{ KN/m}^2$, b) $E=2000000 \text{ KN/m}^2$, c) $E=10000000 \text{ KN/m}^2$

5.8.6 Barrage B, accélérogramme de Corralitos

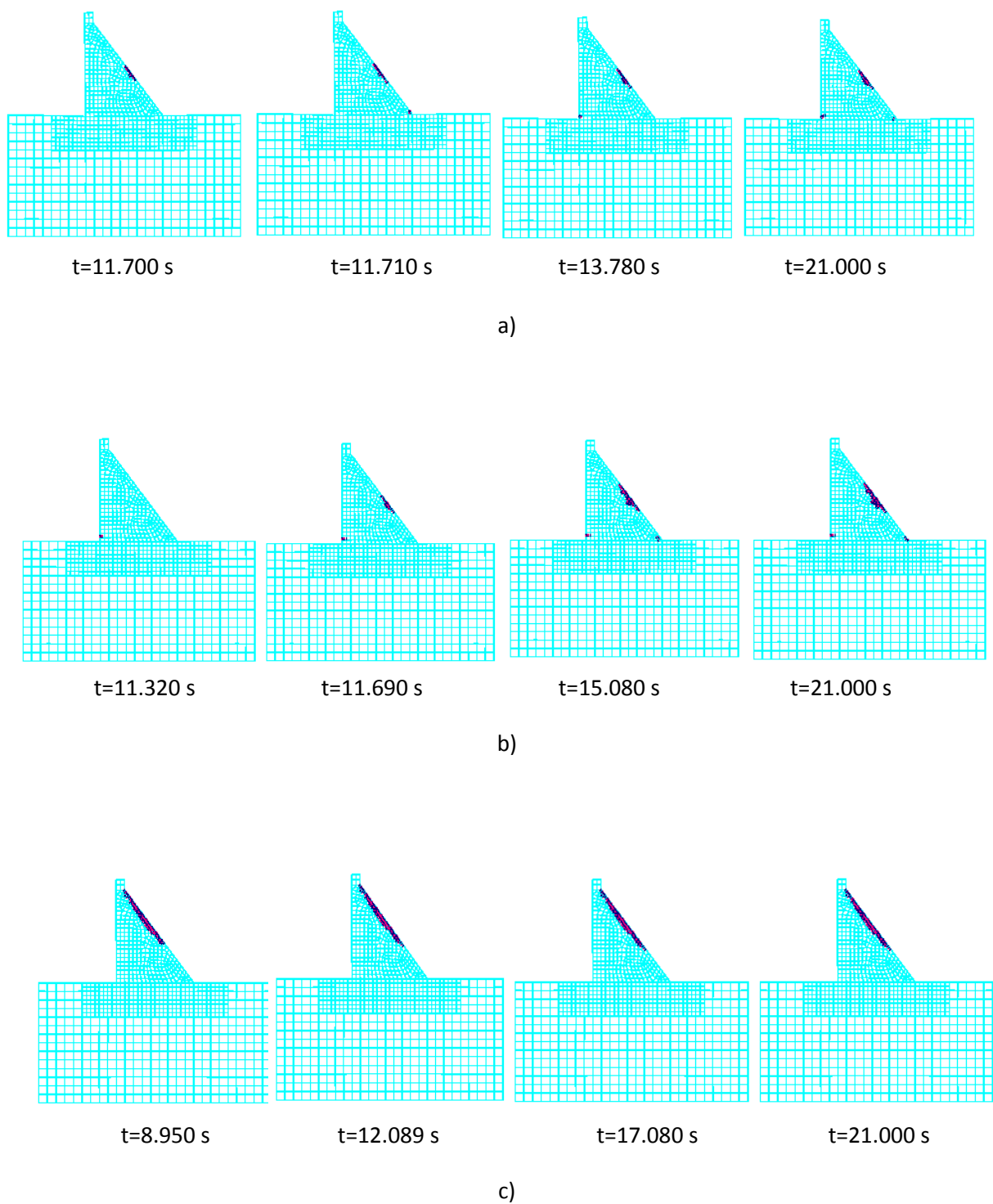
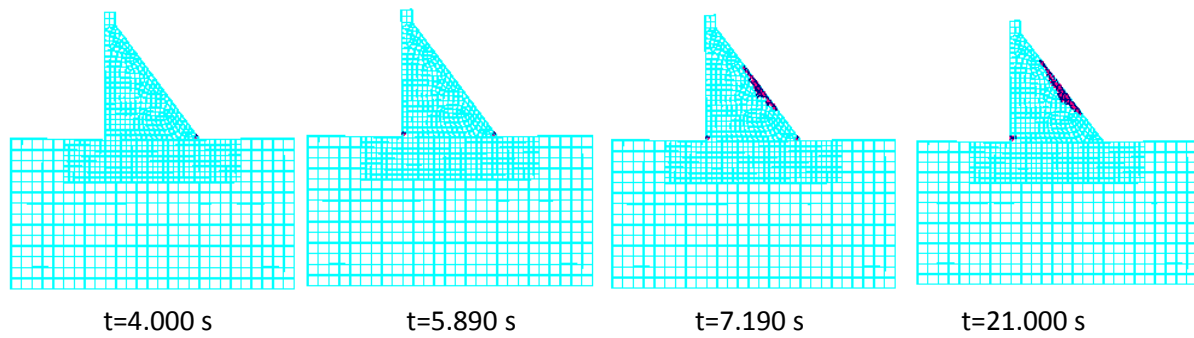
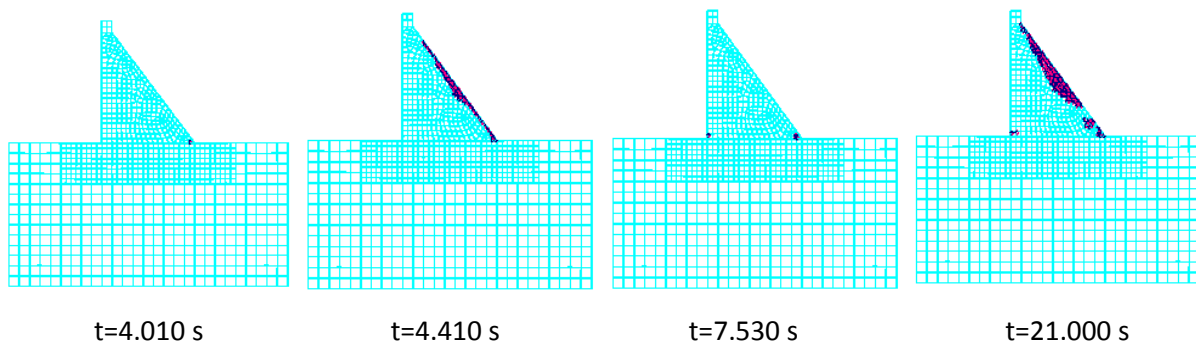


Figure 5.22 : Barrage B, accélérogramme de Corralitos:
a) $E = 500000 \text{ KN/m}^2$, b) $E = 2000000 \text{ KN/m}^2$, c) $E = 10000000 \text{ KN/m}^2$

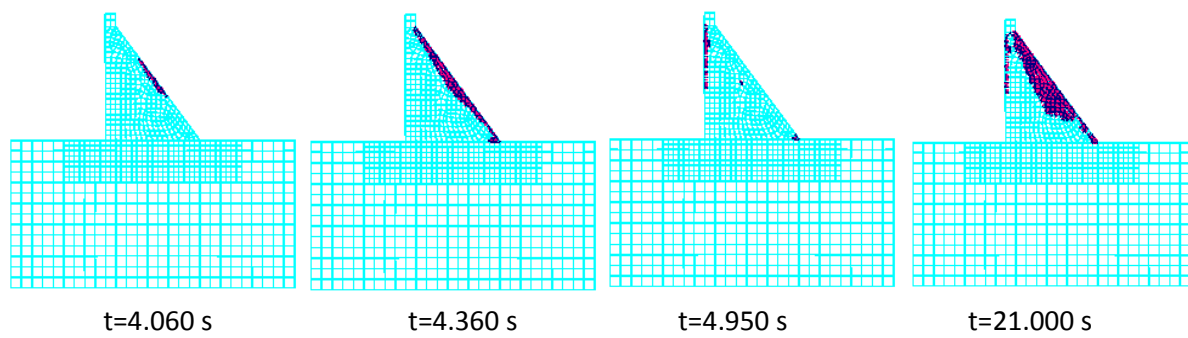
5.8.7 Barrage B, accélérogramme de Sakara



a)



b)

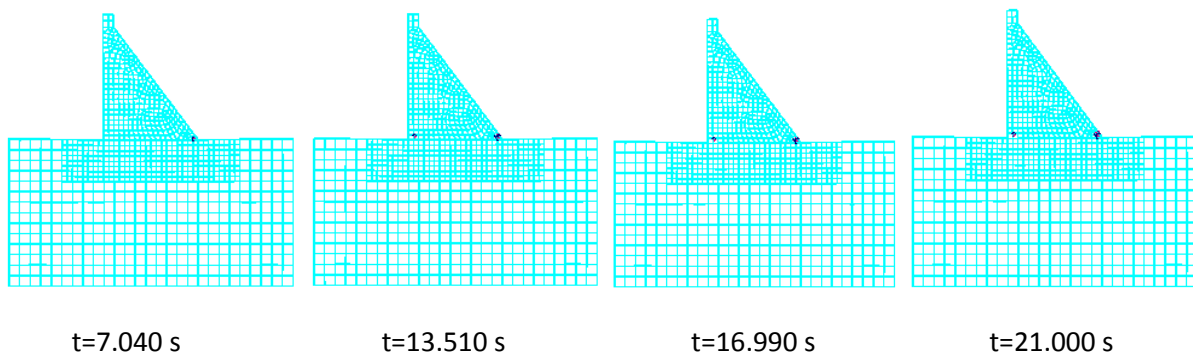


c)

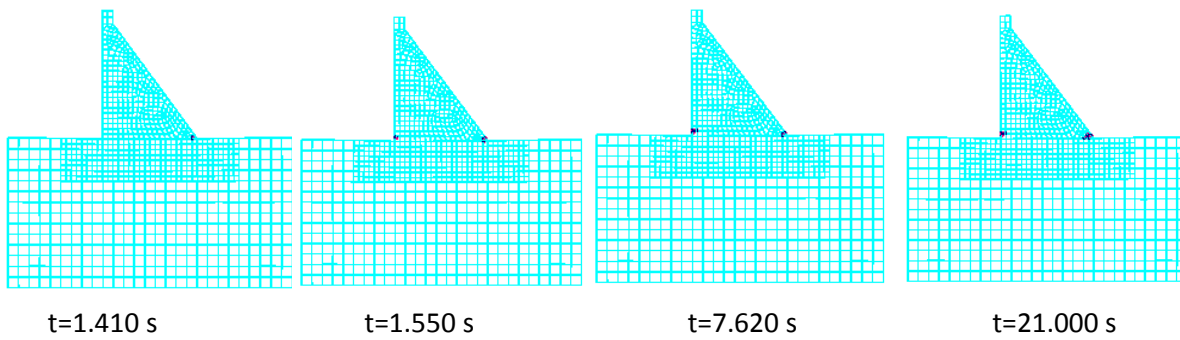
Figure 5.23 : Barrage B, accélérogramme de Sakara:

a) $E=500000 \text{ KN/m}^2$, b) $E=2000000 \text{ KN/m}^2$, c) $E=10000000 \text{ KN/m}^2$

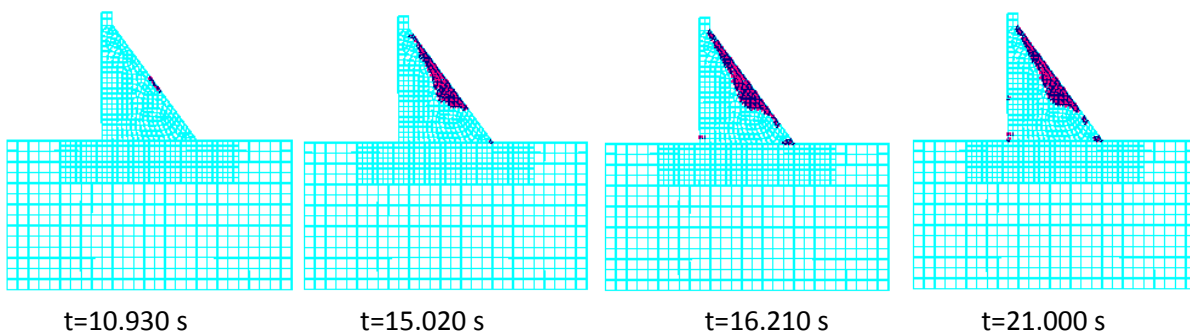
5.8.8 Barrage B, accélérogramme de Chichi



a)



b)



c)

Figure 5.24 : Barrage B, accélérogramme de Chichi:

a) $E=500000 \text{ KN/m}^2$, b) $E=2000000 \text{ KN/m}^2$, c) $E=10000000 \text{ KN/m}^2$

Barrage C

Comparativement au cas de la base fixe, la prise en considération des conditions de sol résulte en une modification du profil de la fissuration dans le barrage où la fissure se propage sur la face avale du barrage. Les conditions de sol combinées avec le contenu fréquentiel des séismes peuvent modifier les profils de la fissuration.

5.8.9 Barrage C, accélérogramme de Dar el beidha

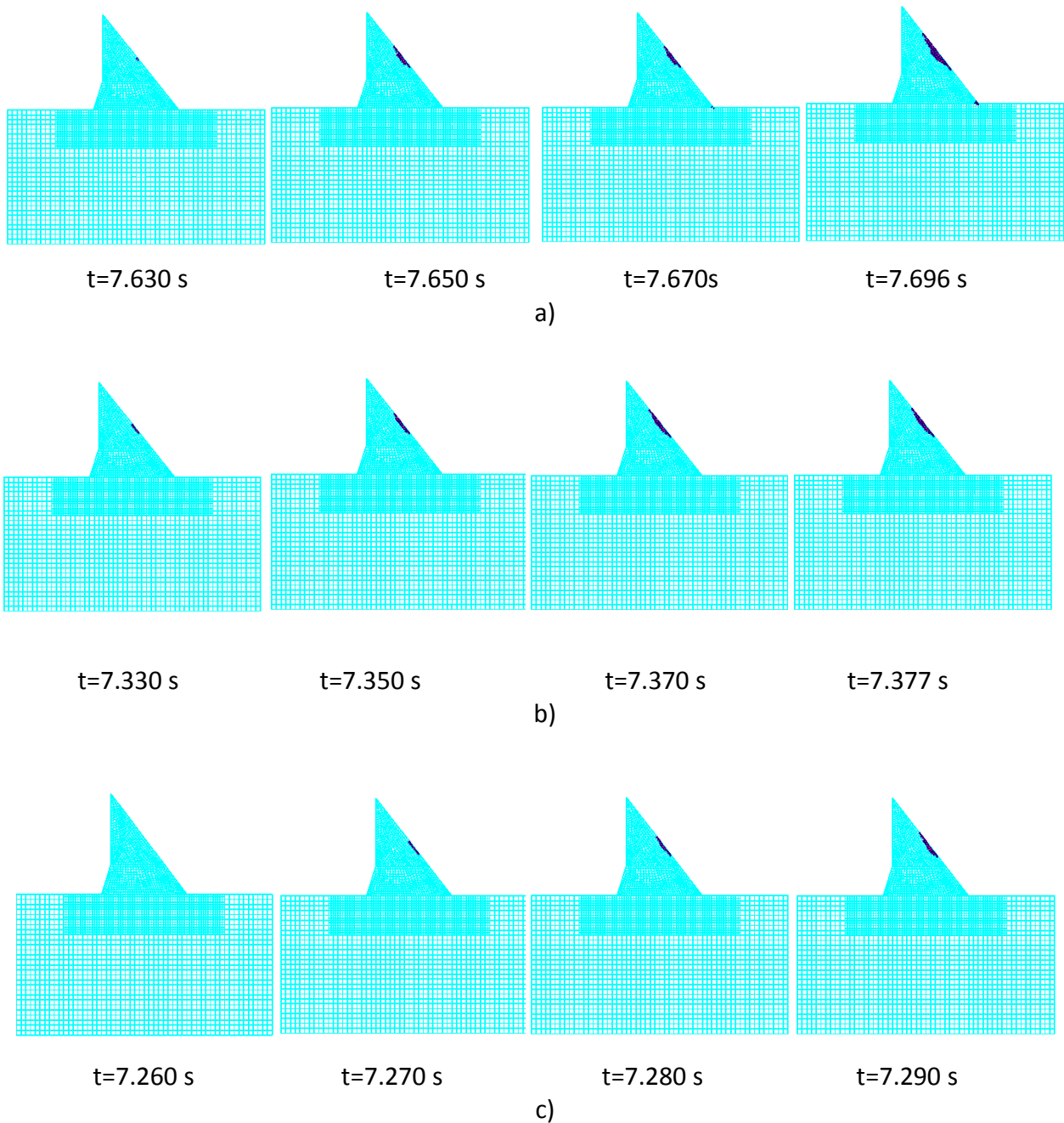
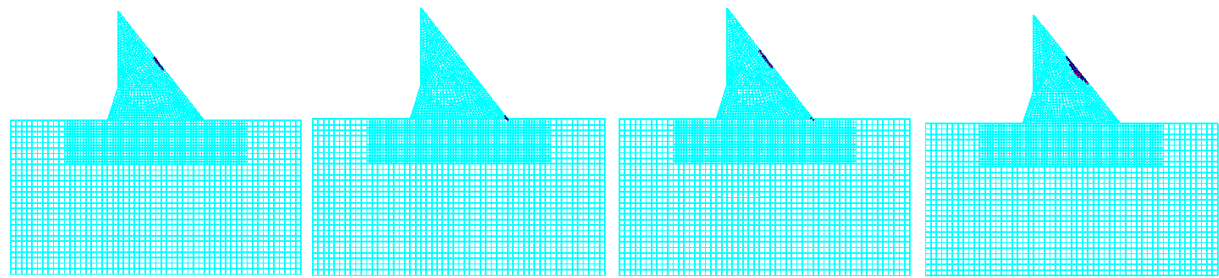


Figure 5.25 : Barrage C, accélérogramme de Dar el beidha:
a) $E=500000 \text{ KN/m}^2$, b) $E=2000000 \text{ KN/m}^2$, c) $E=10000000 \text{ KN/m}^2$

5.8.10 Barrage C, accélérogramme de Corralitos



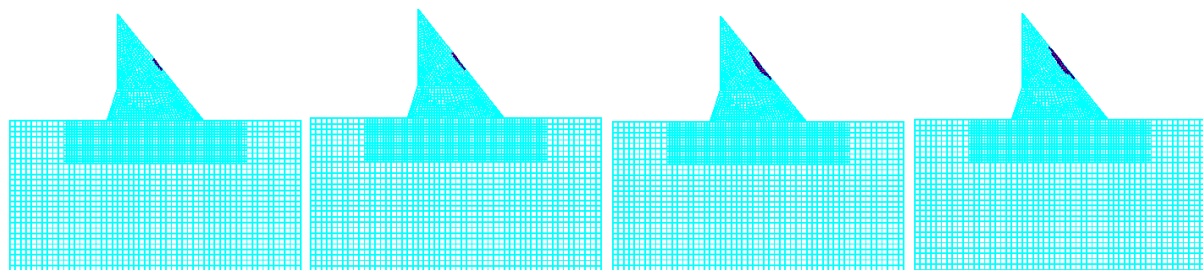
t=2.720 s

t=2.930 s

t=2.970 s

t=3.012 s

a)



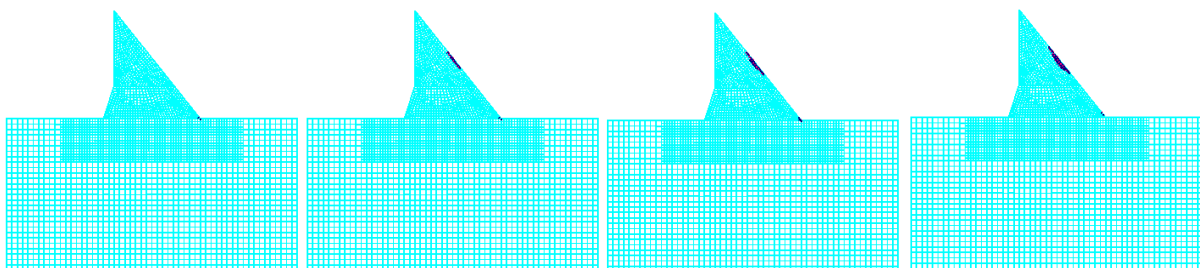
t=2.590 s

t=2.730 s

t=2.810 s

t=2.863 s

b)



t=2.910 s

t=2.950 s

t=2.980 s

t=2.989 s

c)

Figure 5.26 : Barrage C, accélérogramme de Corralitos:

a) $E=500000 \text{ KN/m}^2$, b) $E=2000000 \text{ KN/m}^2$, c) $E=10000000 \text{ KN/m}^2$

5.8.11 Barrage C, accélérogramme de Sakara

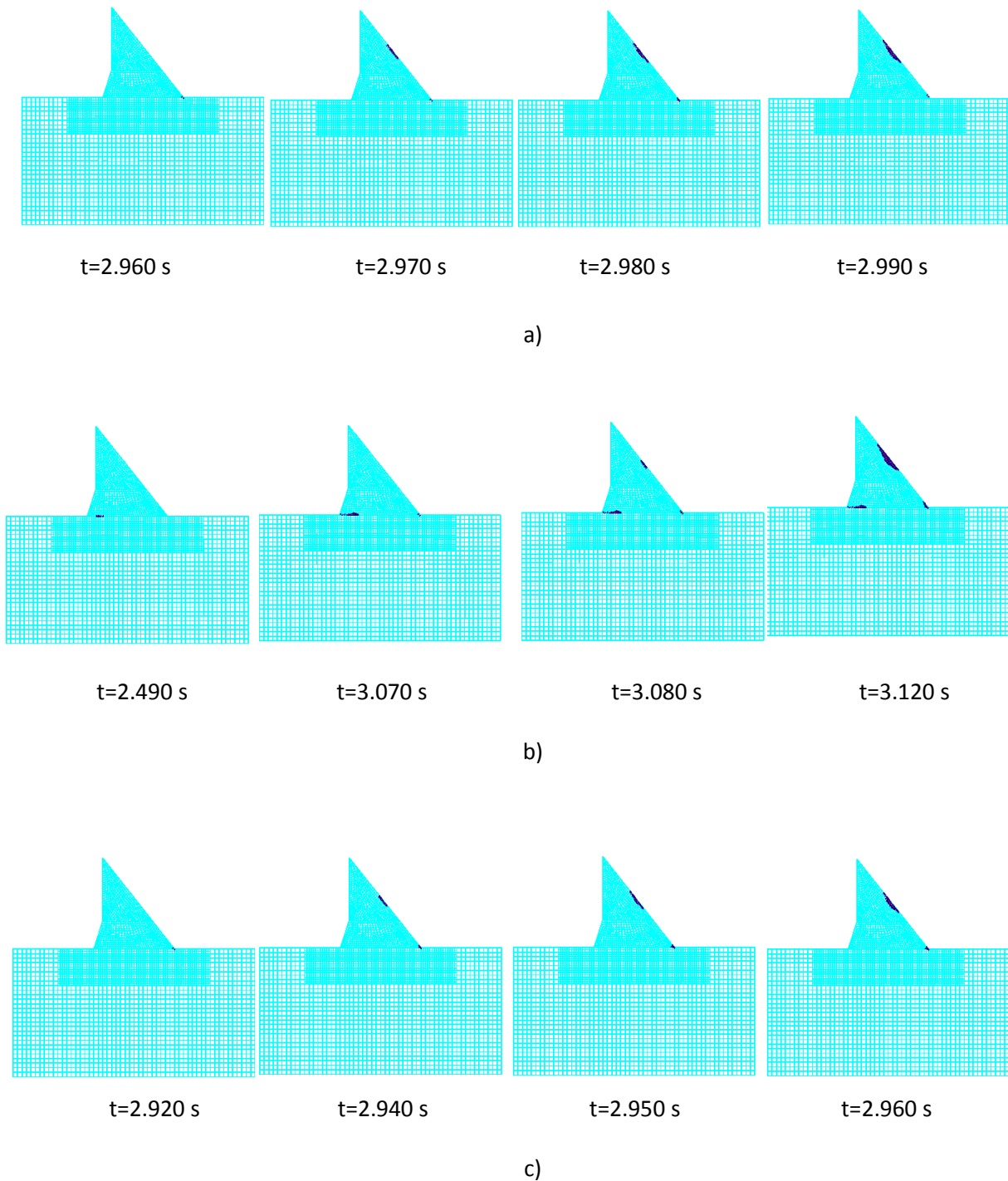
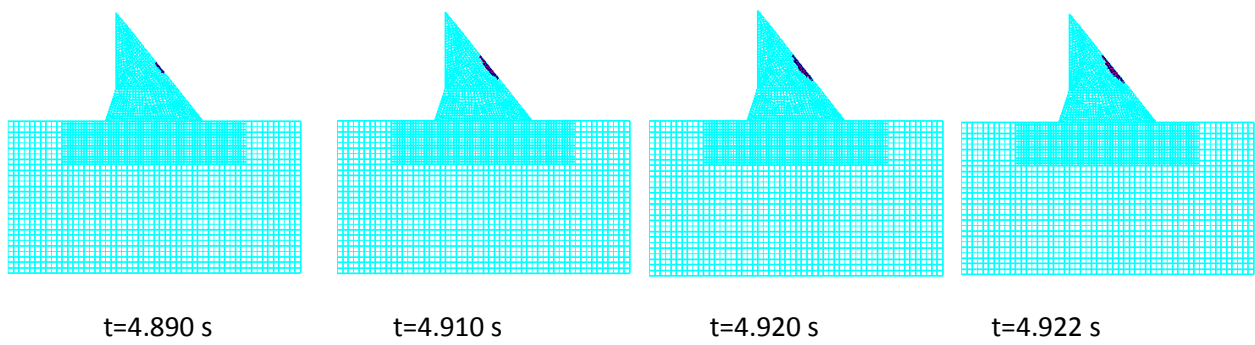
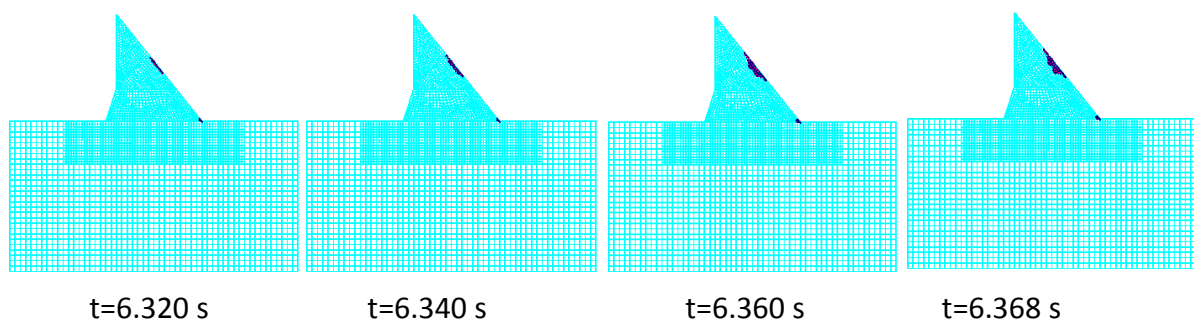


Figure 5.27 : Barrage C, accélérogramme de Sakara:
a) $E=500000 \text{ KN/m}^2$, b) $E=2000000 \text{ KN/m}^2$, c) $E=10000000 \text{ KN/m}^2$

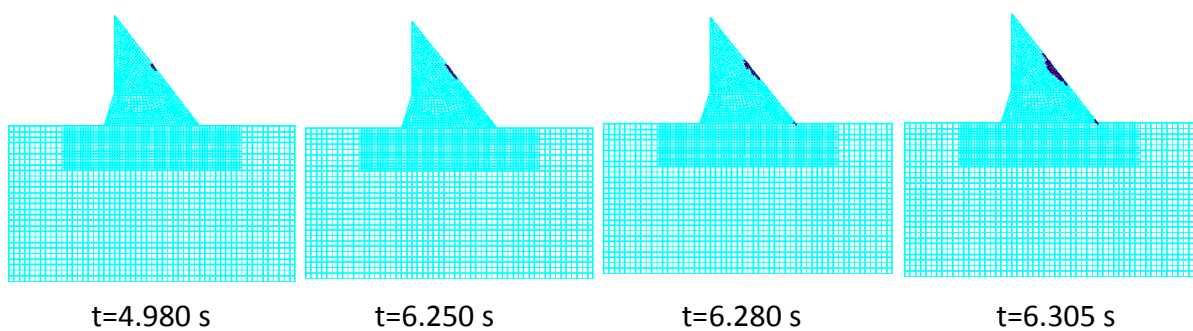
5.8.12 Barrage C, accélérogramme de Chichi



a)



b)

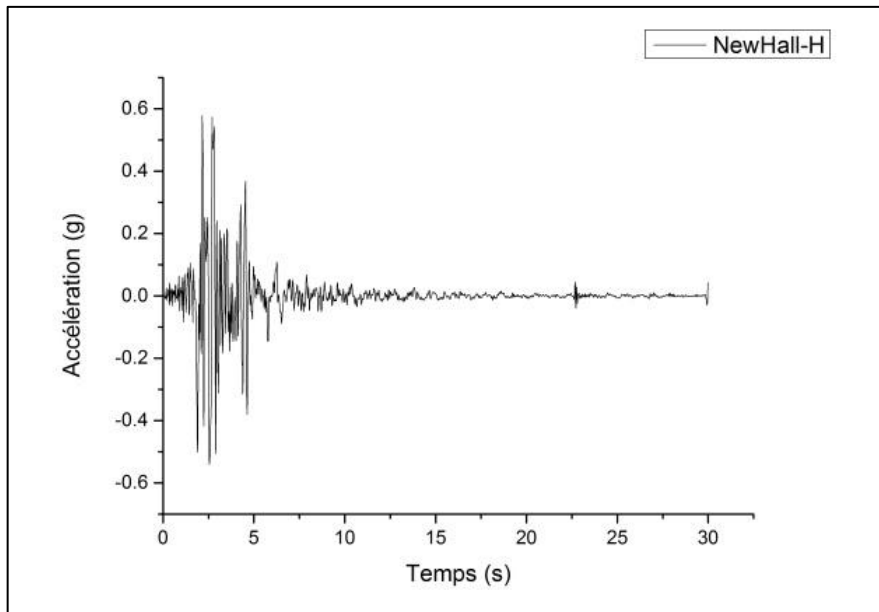


c)

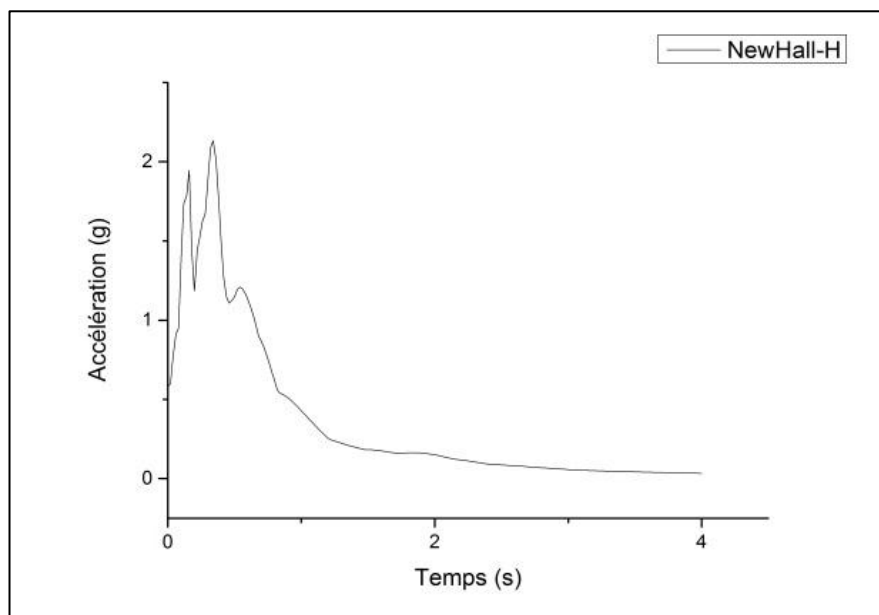
Figure 5.28 : Barrage C, accélérogramme de Chichi:
a) $E=500000 \text{ KN/m}^2$, b) $E=2000000 \text{ KN/m}^2$, c) $E=10000000 \text{ KN/m}^2$

5.9 Influence des accélérations verticales

5.9.1 Accélérogramme de New hall (H) et spectre de réponse



a)



b)

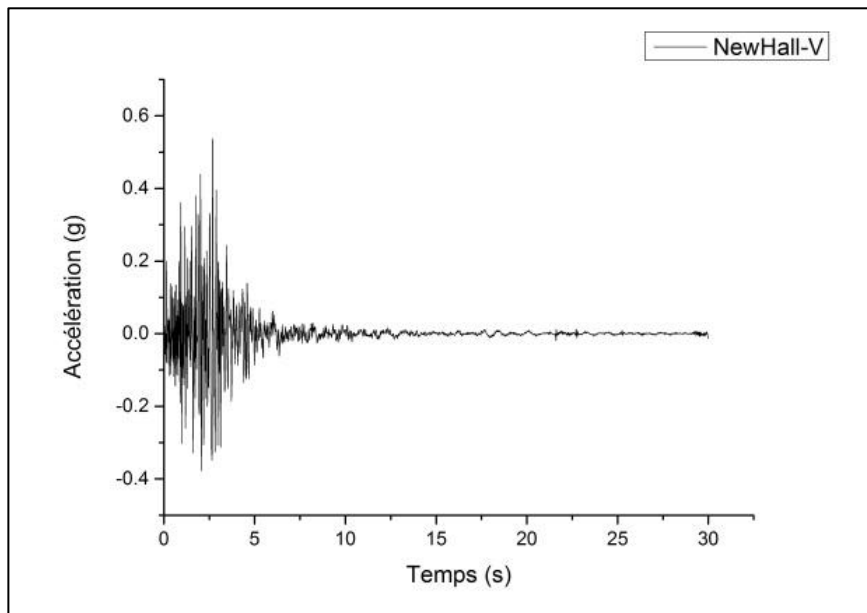
Figure 5.29 : Accélérogramme de New hall (H) et spectre de réponse:

a) Accélérogramme, b) Spectre de réponse

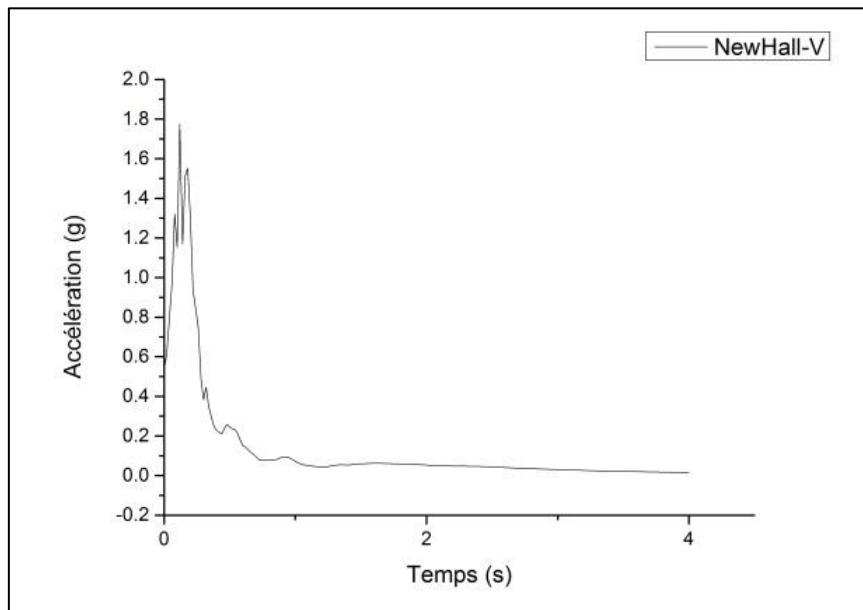
(H) : Accélération Horizontale

(V) : Accélération Verticale

5.9.2 Accélérogramme de New hall (V) et spectre de réponse



a)



b)

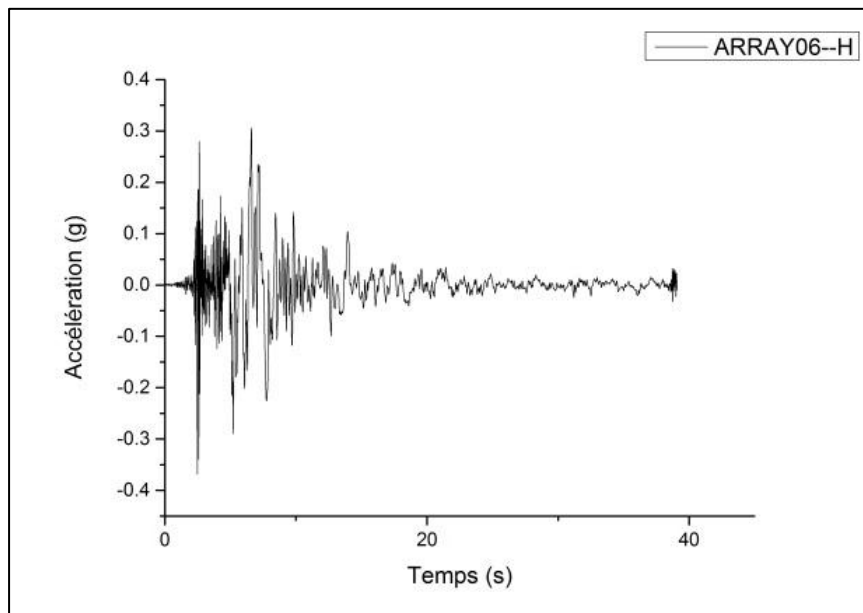
Figure 5.30 : Accélérogramme de New hall (V) et spectre de réponse:

a) Accélérogramme, b) Spectre de réponse

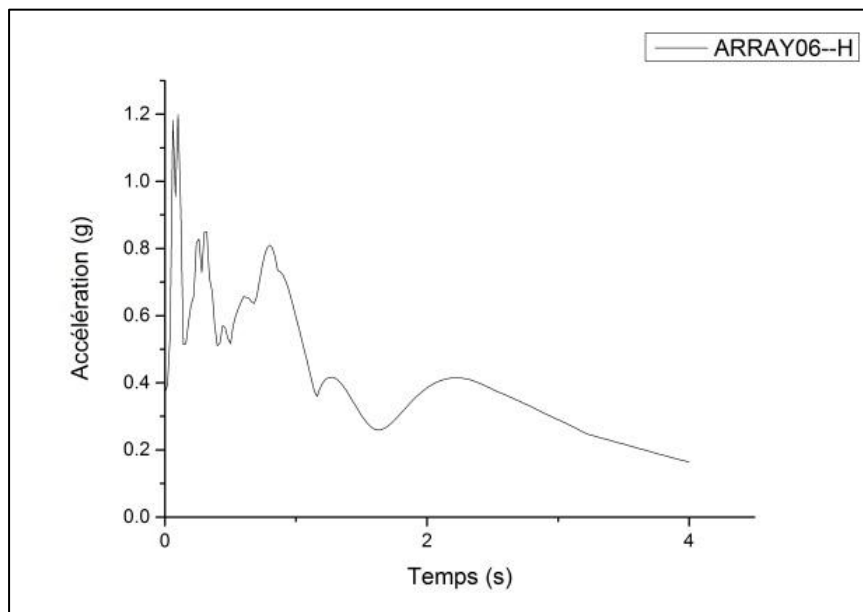
(H) : Accélération Horizontale

(V) : Accélération Verticale

5.9.3 Accélérogramme de Array (H) et spectre de réponse



a)

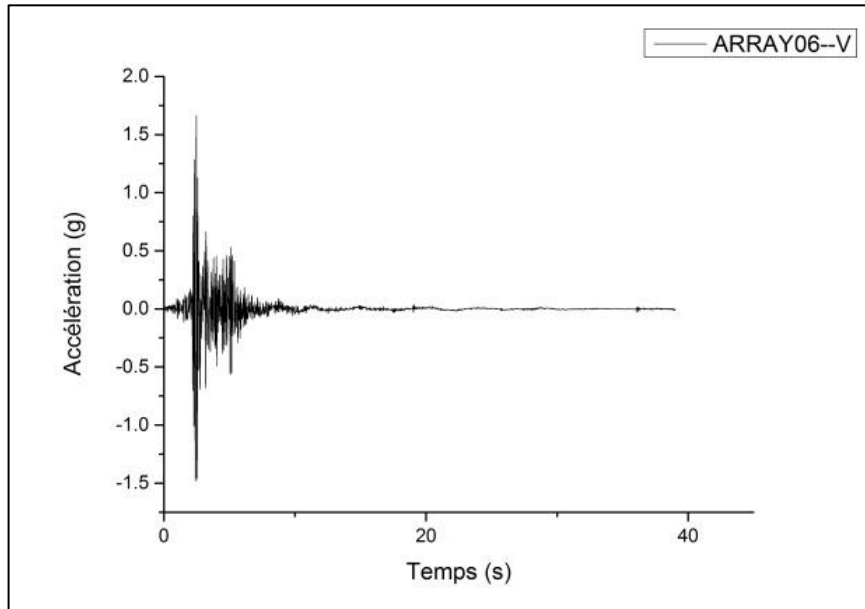


b)

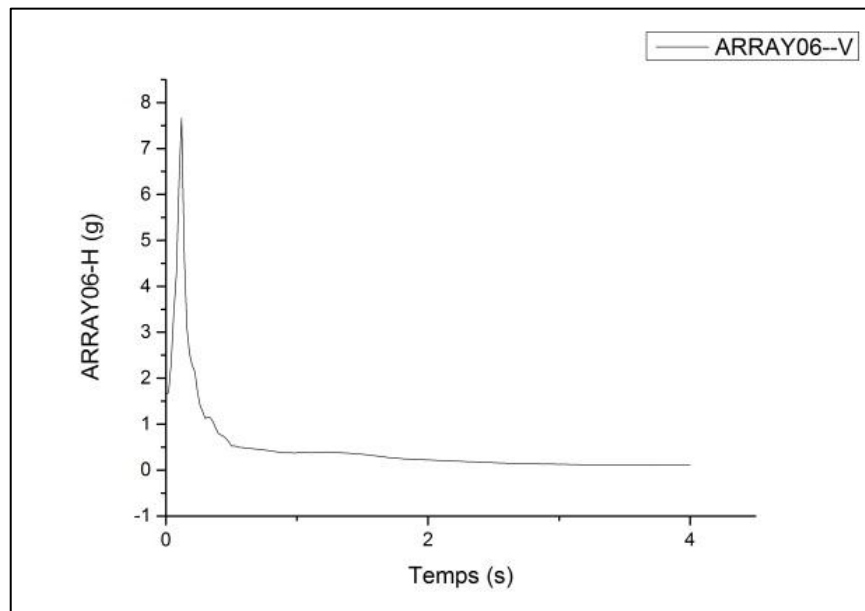
Figure 5.31 : Accélérogramme de Array (H) et spectre de réponse:

a) Accélérogramme, b) Spectre de réponse

5.9.4 Accélérogramme de Array (V) et spectre de réponse



a)

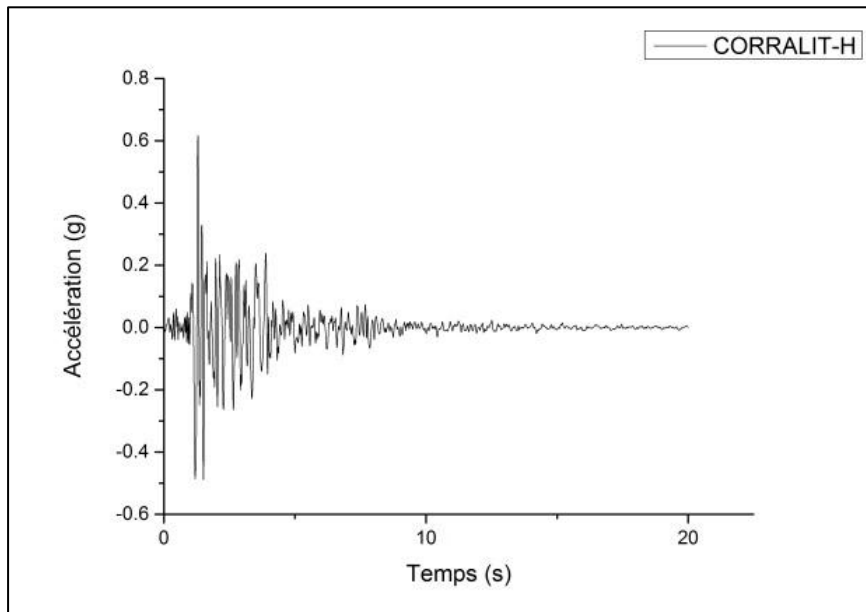


b)

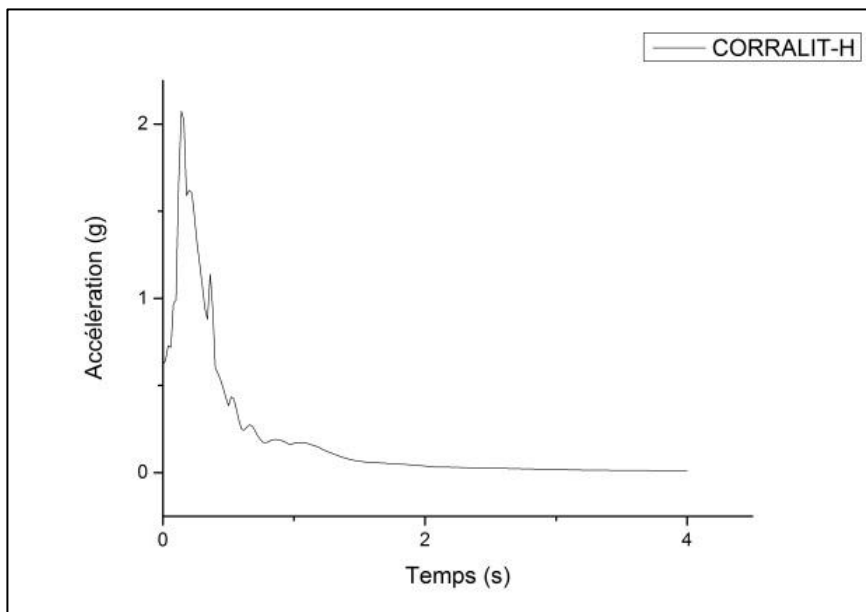
Figure 5.32 : Accélérogramme de Array (V) et spectre de réponse:

a) Accélérogramme, b) Spectre de réponse

5.9.5 Accélérogramme de Corralitos (H) et spectre de réponse



a)

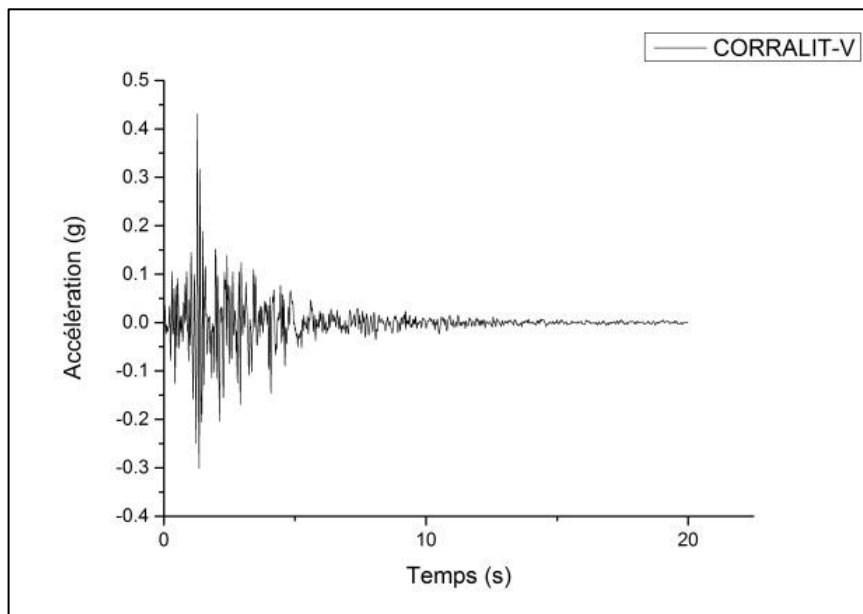


b)

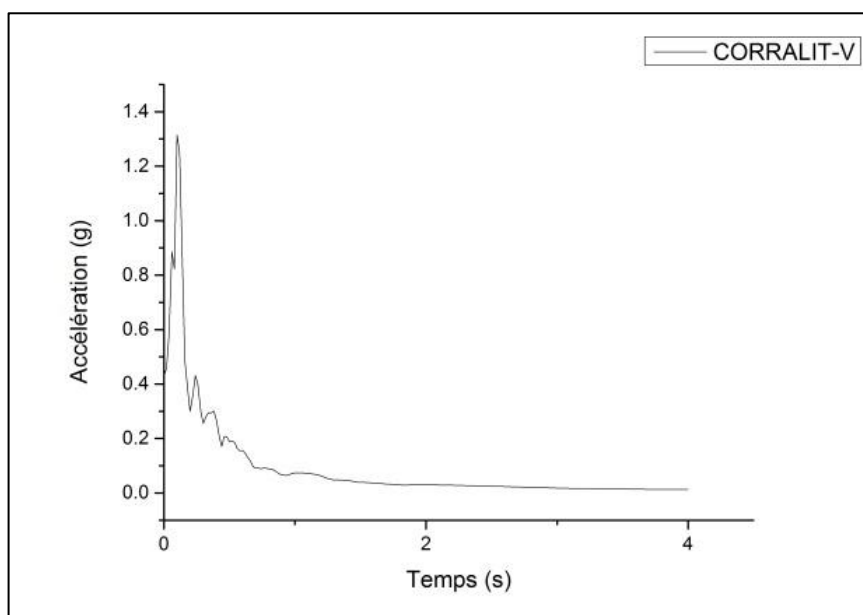
Figure 5.33 : Accélérogramme de Corralitos (H) et spectre de réponse:

a) Accélérogramme, b) Spectre de réponse

5.9.6 Accélérogramme de Corralitos (V) et spectre de réponse



a)

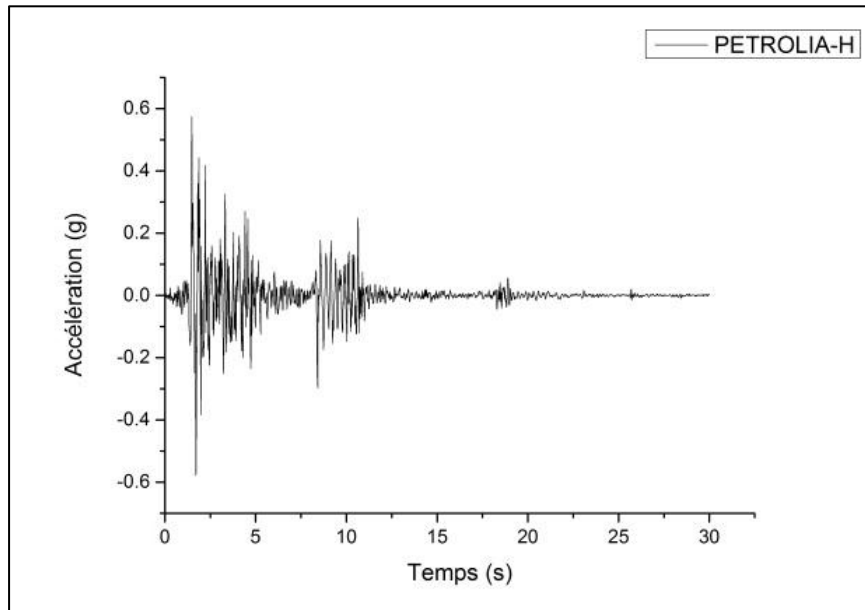


b)

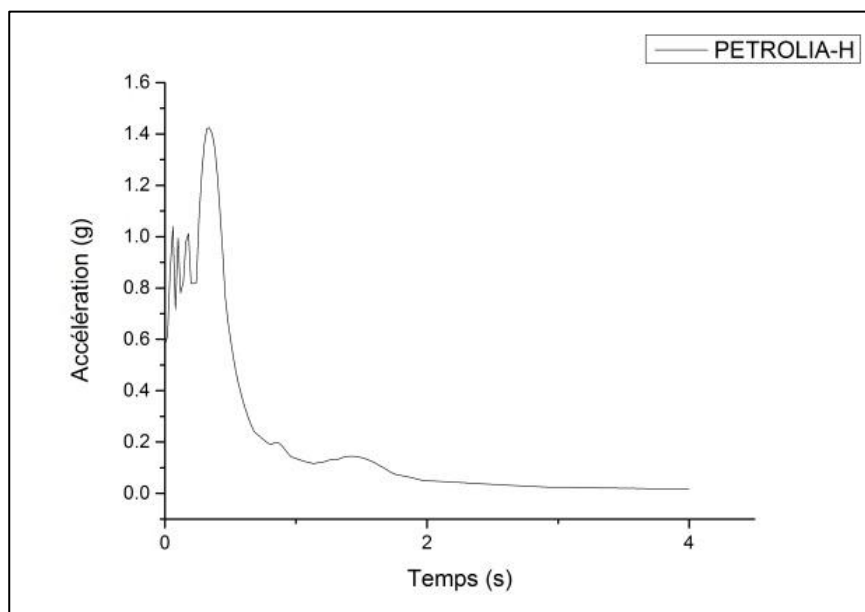
Figure 5.34 : Accélérogramme de Corralitos (V) et spectre de réponse:

a) Accélérogramme, b) Spectre de réponse

5.9.7 Accélérogramme de Petrolia (H) et spectre de réponse



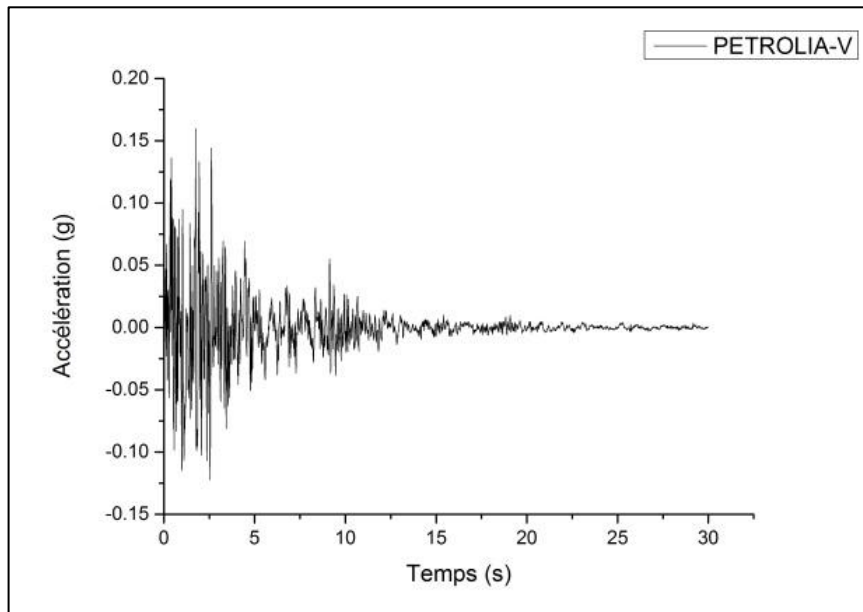
a)



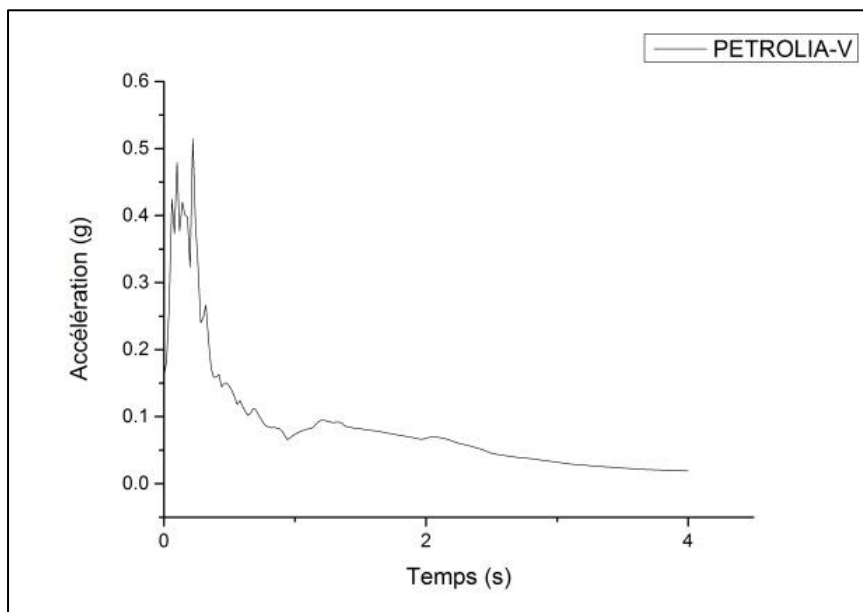
b)

Figure 5.35 : Accélérogramme de Petrolia (H) et spectre de réponse:
a) Accélérogramme, b) Spectre de réponse

5.9.8 Accélérogramme de Petrolia (V) et spectre de réponse



a)



b)

Figure 5.36 : Accélérogramme de Petrolia (V) et spectre de réponse:

a) Accélérogramme, b) Spectre de réponse

Barrage A

La considération de l'influence des accélérations verticales a pour effet d'induire une fissuration dans le barrage où la fissuration est absente lorsque les accélérations horizontales seules sont considérées. De plus le contenu fréquentiel peut modifier les profils de fissuration soit en augmentant soit en diminuant la densité de la fissuration.

5.9.9 Barrage A, accélérogramme de New hall

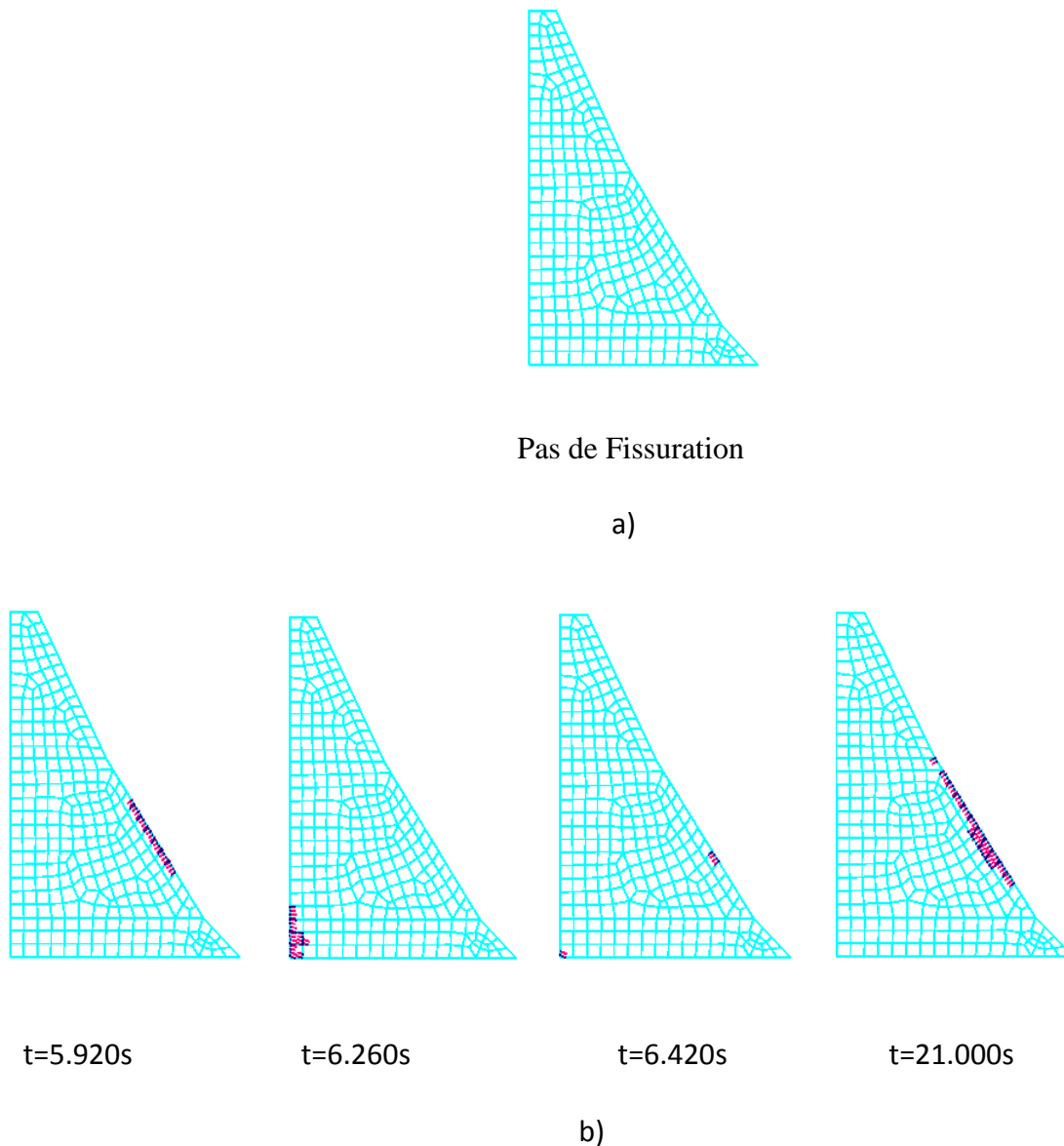


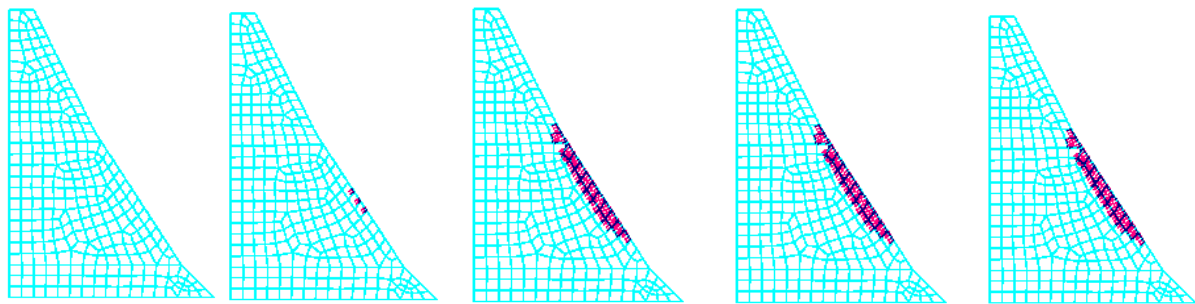
Figure 5.37 : Barrage A, accélérogramme de New hall:

a)H, b) H+V.

H: Accélération horizontale

H+V: Accélérations horizontale et verticale

5.9.10 Barrage A, accélérogramme de Array



t=5.670 s

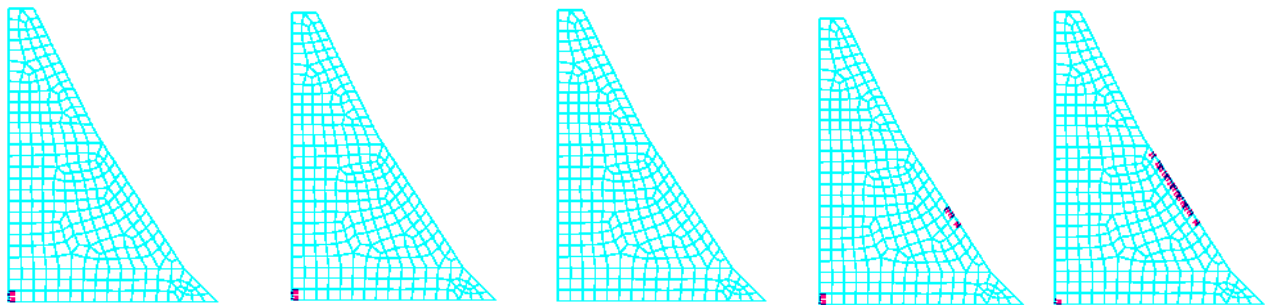
t=5.970 s

t=6.350 s

t=7.390 s

t=21.000 s

a)



t=5.670s

t=5.970s

t=6.350s

t=7.390s

t=21.000s

b)

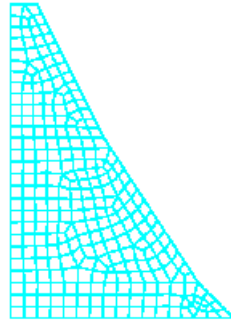
Figure 5.38 : Barrage A, accélérogramme de Array:

a)H, b) H+V.

H: Accélération horizontale

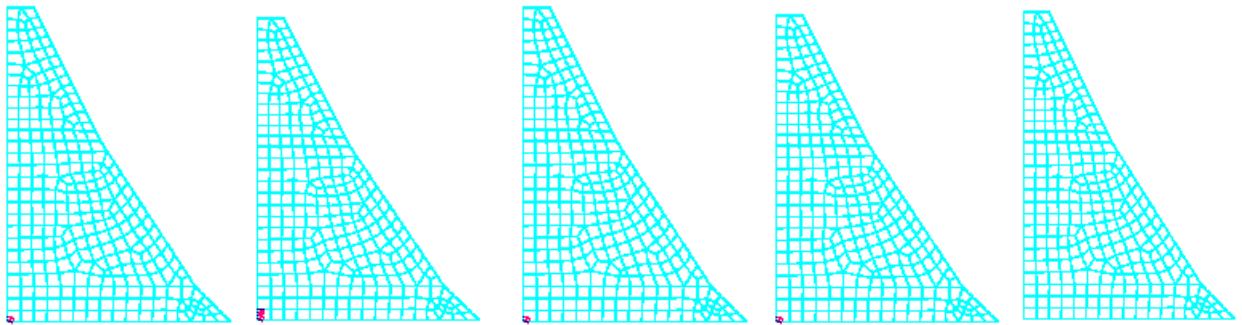
H+V: Accélérations horizontale et verticale

5.9.11 Barrage A, accélérogramme de Corralitos



Pas de fissuration

a)



t=3.570 s

t=4.970 s

t=5.000 s

t=6.700 s

t=21.000 s

b)

Figure 5.39 : Barrage A, accélérogramme de Corralitos:

a)H, b) H+V.

H: Accélération horizontale

H+V: Accélérations horizontale et verticale

5.9.12 Barrage A, accélérogramme de Petrolia

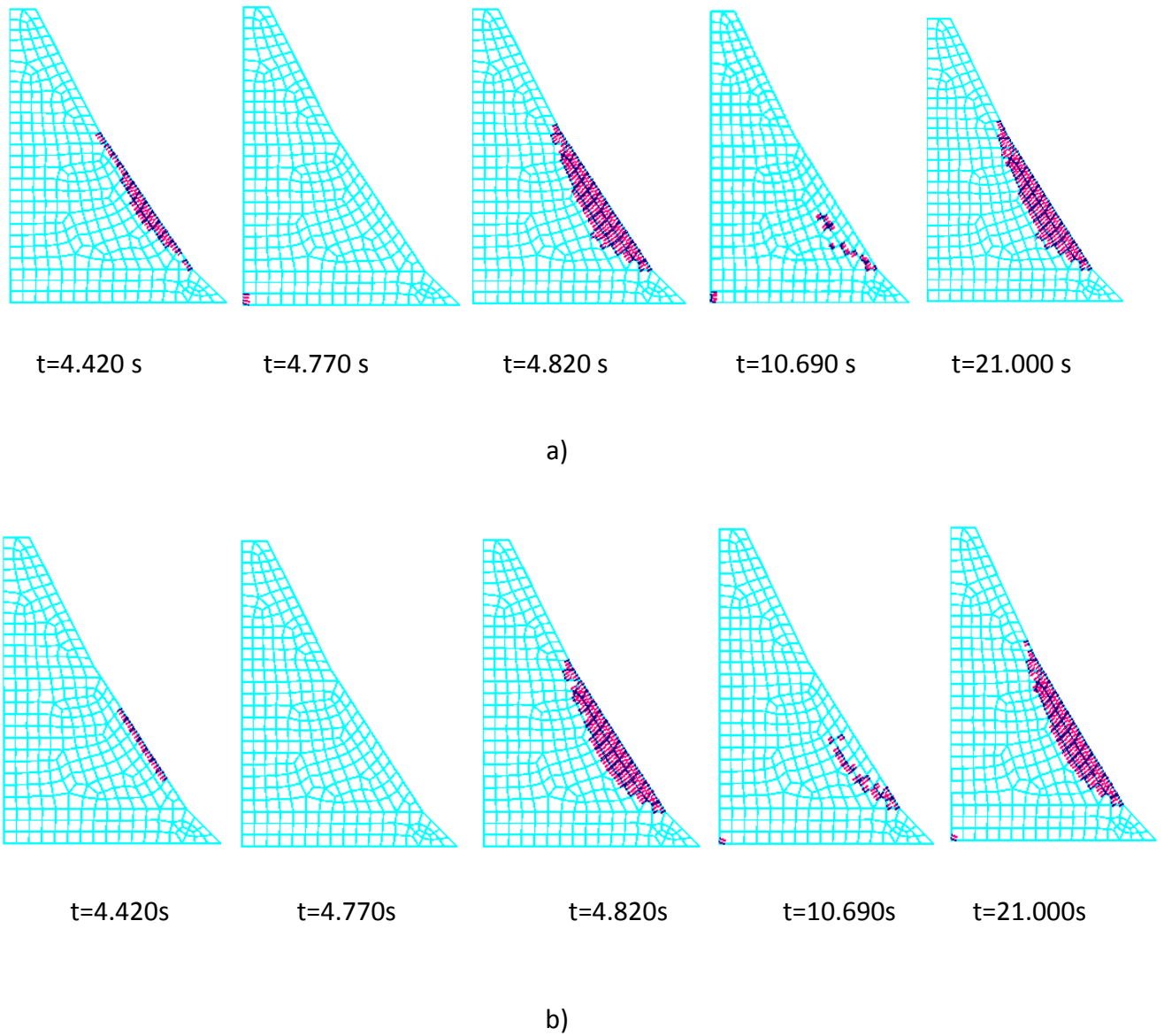


Figure 5.40 : Barrage A, accélérogramme de Petrolia:

a)H, b) H+V.

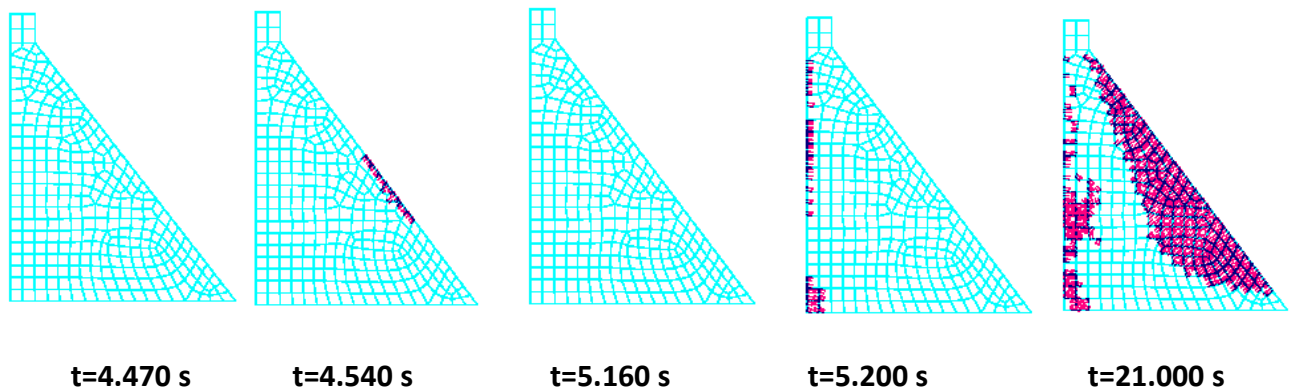
H: Accélération horizontale

H+V: Accélérations horizontale et verticale

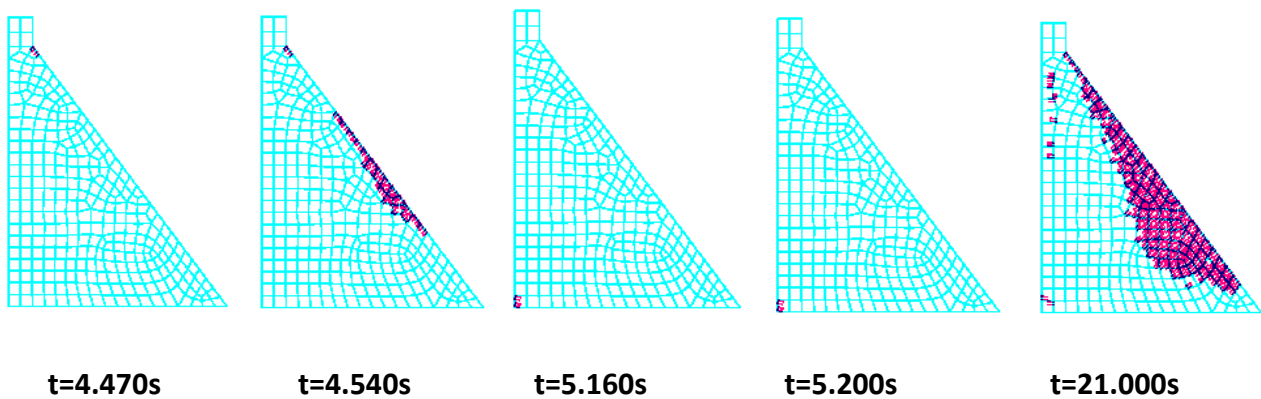
Barrage B

Les mêmes conclusions que celles trouvées pour le barrage A s'appliquent au barrage B.

5.9.13 Barrage B, accélérogramme de New hall



a)



b)

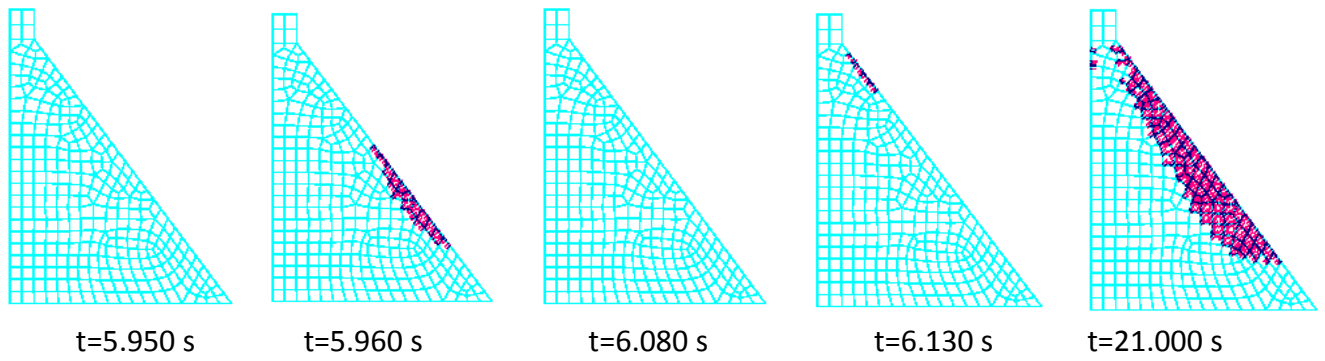
Figure 5.41 : Barrage B, accélérogramme de New hall:

a)H, b) H+V.

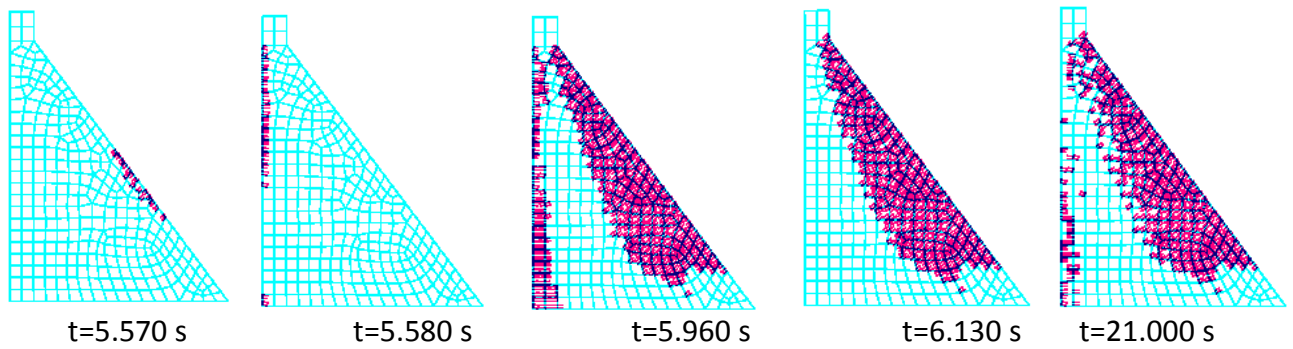
H: Accélération horizontale

H+V: Accélérations horizontale et verticale

5.9.14 Barrage B, accélérogramme de Array



a)



b)

Figure 5.42 : Barrage B, accélérogramme de Array:

a)H, b) H+V.

H: Accélération horizontale

H+V: Accélérations horizontale et verticale

5.9.15 Barrage B, accélérogramme de Corralitos

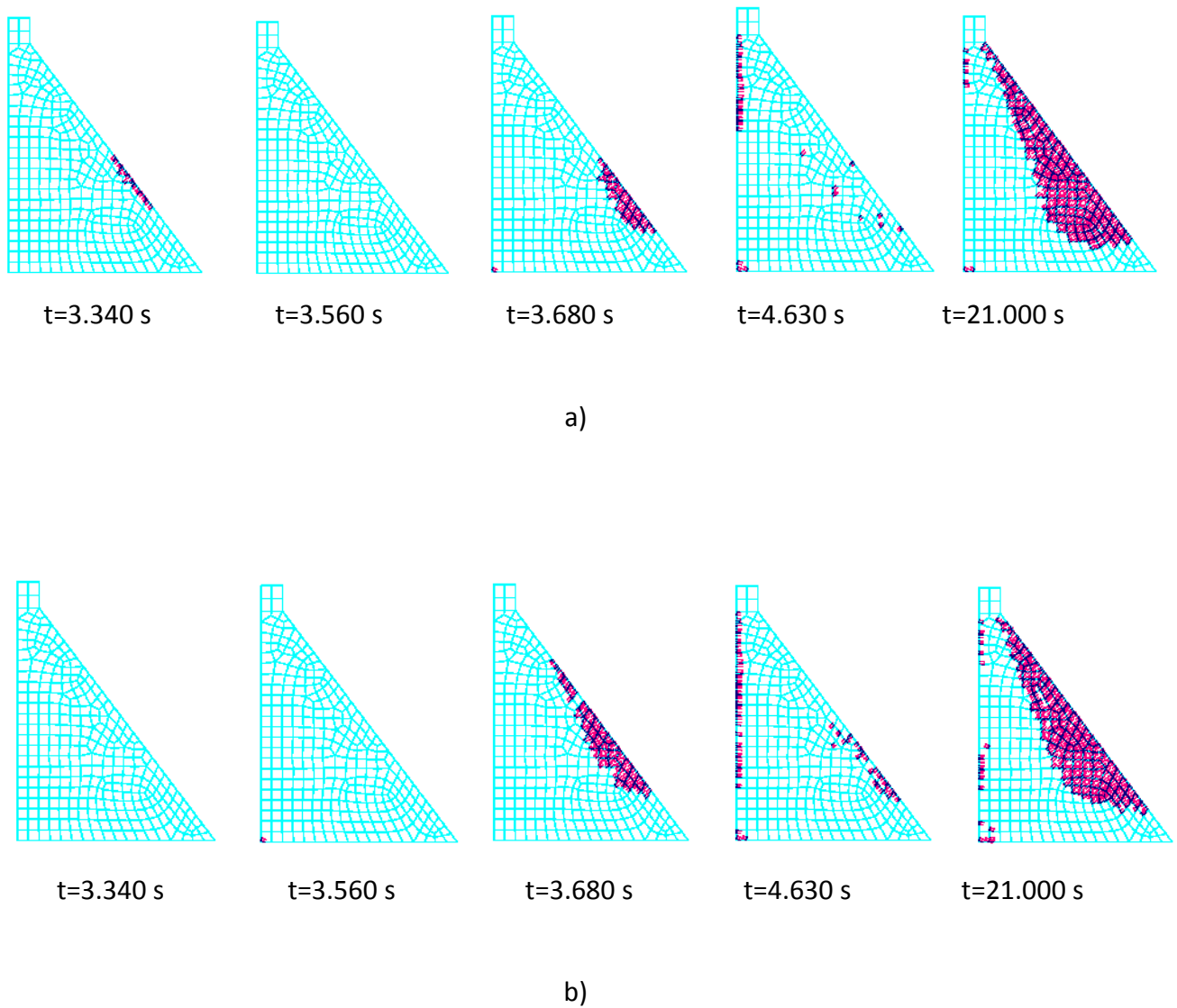


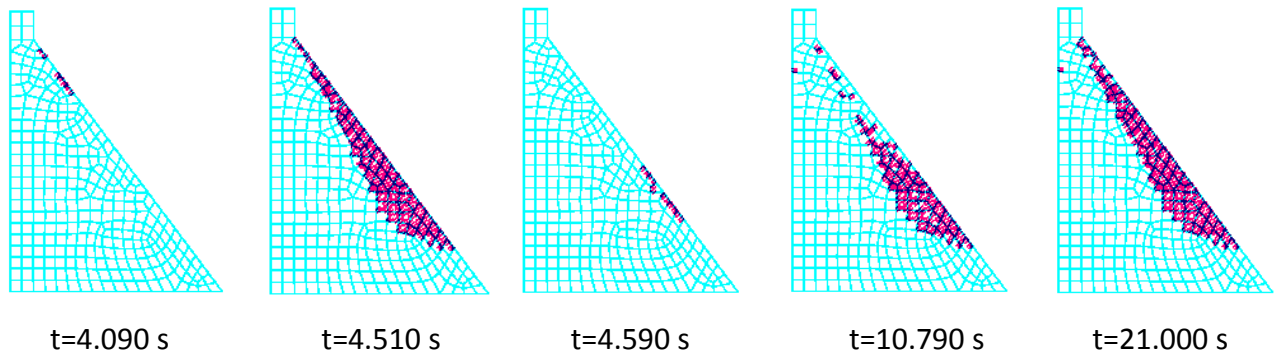
Figure 5.43 : Barrage B, accélérogramme de Corralitos :

a)H, b) H+V.

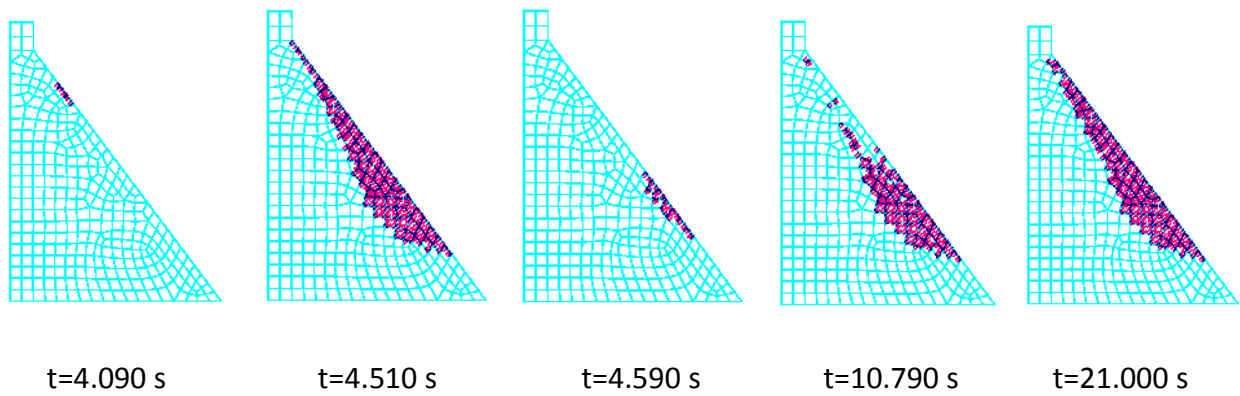
H: Accélération horizontale

H+V: Accélérations horizontale et verticale

5.9.16 Barrage B, accélérogramme de Petrolia



a)



b)

Figure 5.44: Barrage B, accélérogramme de Petrolia:

a)H, b) H+V.

H: Accélération horizontale

H+V: Accélérations horizontale et verticale

Barrage C

Pour le barrage C, la prise en compte des accélérations verticales a pour effet d'augmenter l'aire de la zone endommagée. La considération de l'influence des accélérations verticales a pour effet d'induire une fissuration dans le barrage où la fissuration à la face avale se propage et s'accroît pour former une bande droite. Cela conclut que l'influence des accélérations verticales est plus fondée que celle des accélérations horizontales seulement considérée.

5.9.17 Barrage C, accélérogramme de New hall

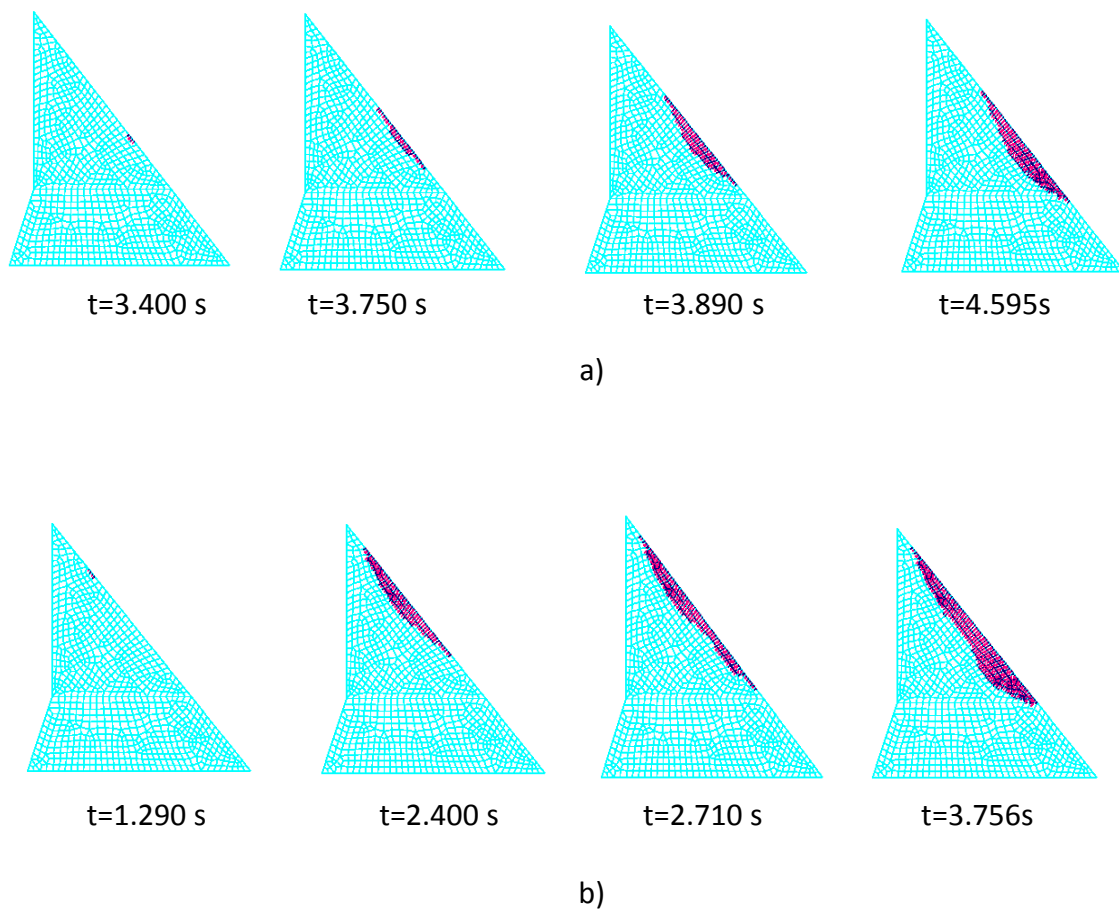
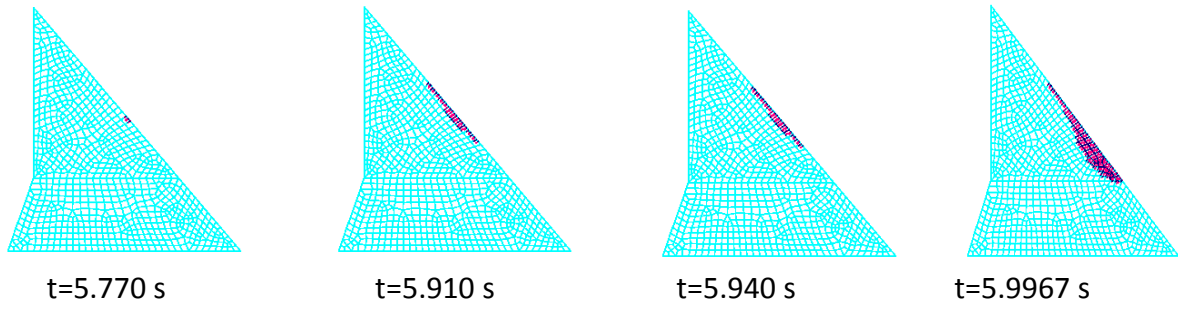


Figure 5.45 : Barrage C, accélérogramme de New hall:
a)H, b) H+V.

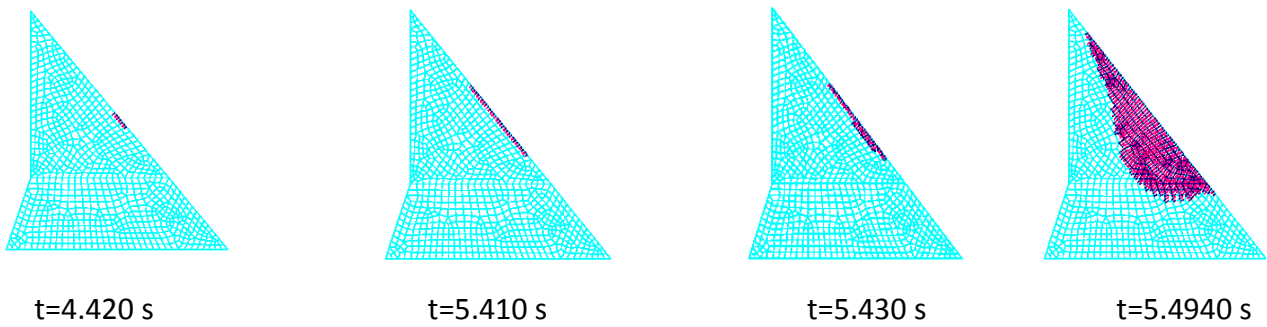
H: Accélération horizontale

H+V: Accélérations horizontale et verticale

5.9.18 Barrage C, accélérogramme de Array



a)



b)

Figure 5.46 : Barrage C, accélérogramme de Array:

a)H,

b) H+V.

H: Accélération horizontale

H+V: Accélérations horizontale et verticale

5.9.19 Barrage C, accélérogramme de Corralitos

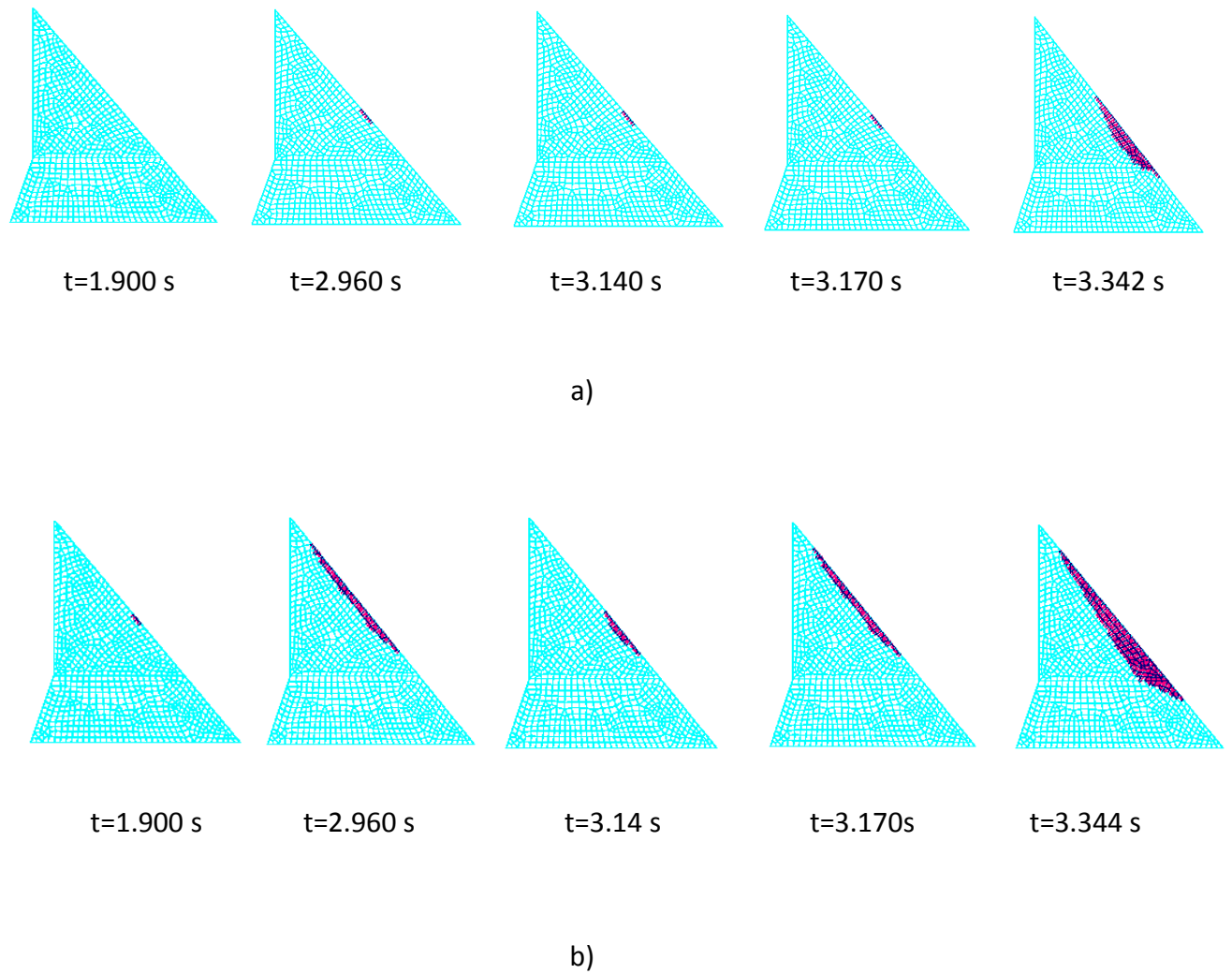


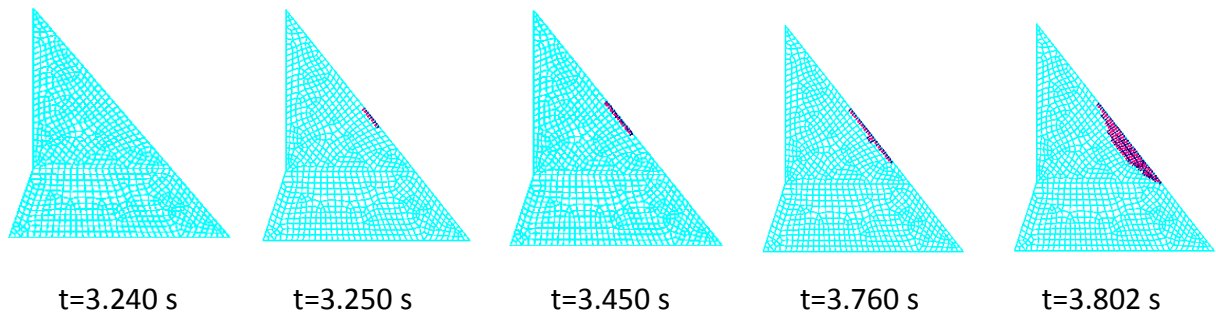
Figure 5.47 : Barrage C, accélérogramme de Corralitos:

a)H, b) H+V.

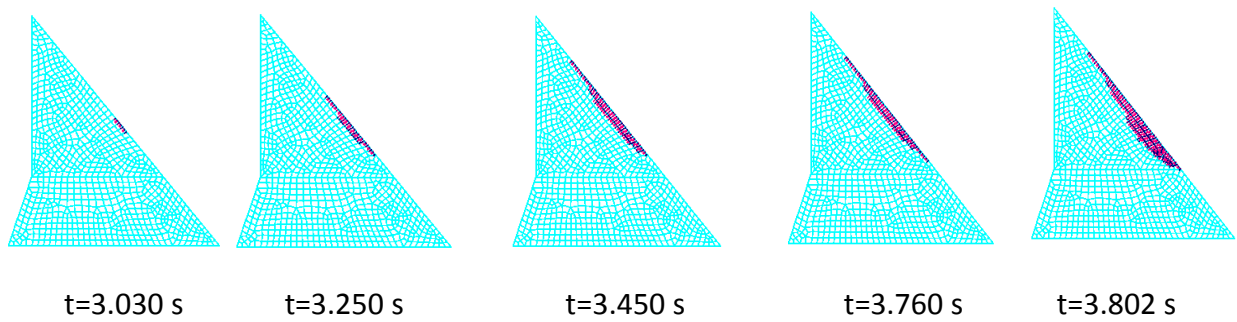
H: Accélération horizontale

H+V: Accélérations horizontale et verticale

5.9.20 Barrage C, accélérogramme de Petrolia



a)



b)

Figure 5.48 : Barrage C, accélérogramme de Petrolia:

a)H, b) H+V.

H: Accélération horizontale

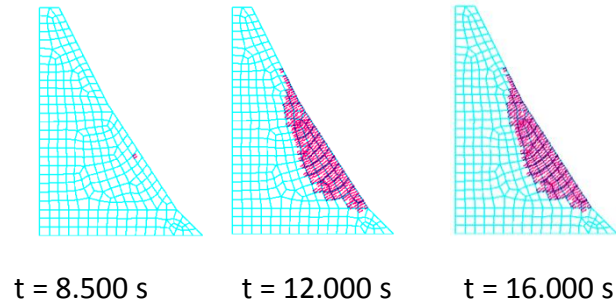
H+V: Accélérations horizontale et verticale

5.10 Influence de l'effet de l'énergie de fissuration

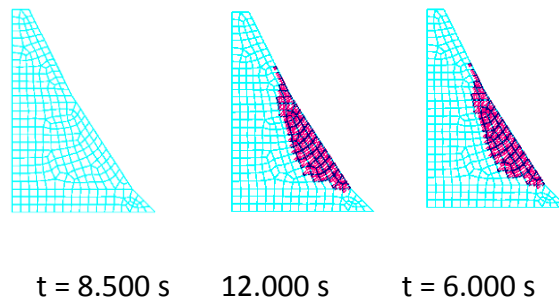
Barrage A

Il n'y a aucun effet de l'énergie de fissuration.

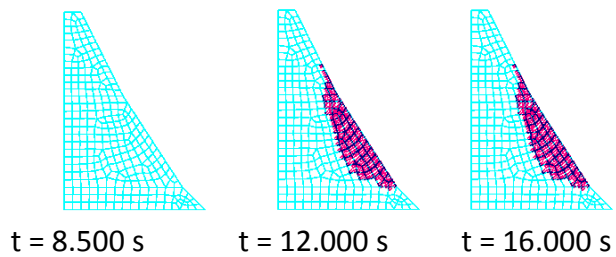
5.10.1 Barrage A, accélérogramme de Dar el beidha



a)



b)



c)

Figure 5.49 : Barrage A, Energie de fissuration:

Accélérogramme de Dar el beidha

a) $G_f=200$ [N/mm] , b) $G_f=600$ [N/mm], c) $G_f=1000$ [N/mm].

Barrage B

Il n'y a aucun effet de l'énergie de fissuration.

5.10.2 Barrage B, accélérogramme de Dar el beidha

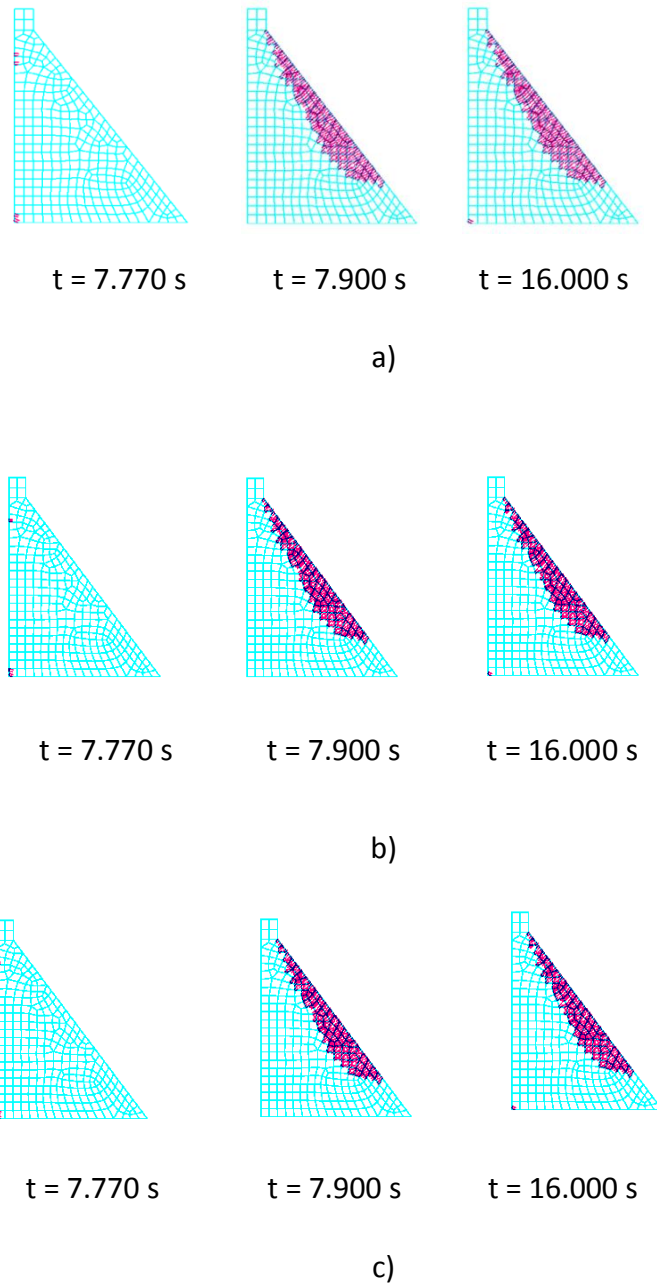


Figure 5.50 : Barrage B, Energie de fissuration:

Accélérogramme de Dar el beidha

a) $G_f=200$ [N/mm] , b) $G_f=600$ [N/mm], c) $G_f=1000$ [N/mm].

Barrage C

Il y a une influence de l'énergie de fissuration pour les valeurs de $G_f=200$ (N/mm), $G_f = 600$ (N/mm) et $G_f = 1000$ (N/mm), Ceci est dû au fait que les caractéristiques dynamiques du barrage C sont différentes de celles des barrages A et B, le contenu fréquentiel de l'accélérogramme de Dar el beidha et divers facteurs liés à la géométrie du barrage jouent un rôle important dans l'initiation de la propagation de la fissuration dans le corps du barrage.

5.10.3 Barrage C, accélérogramme de Dar el beidha

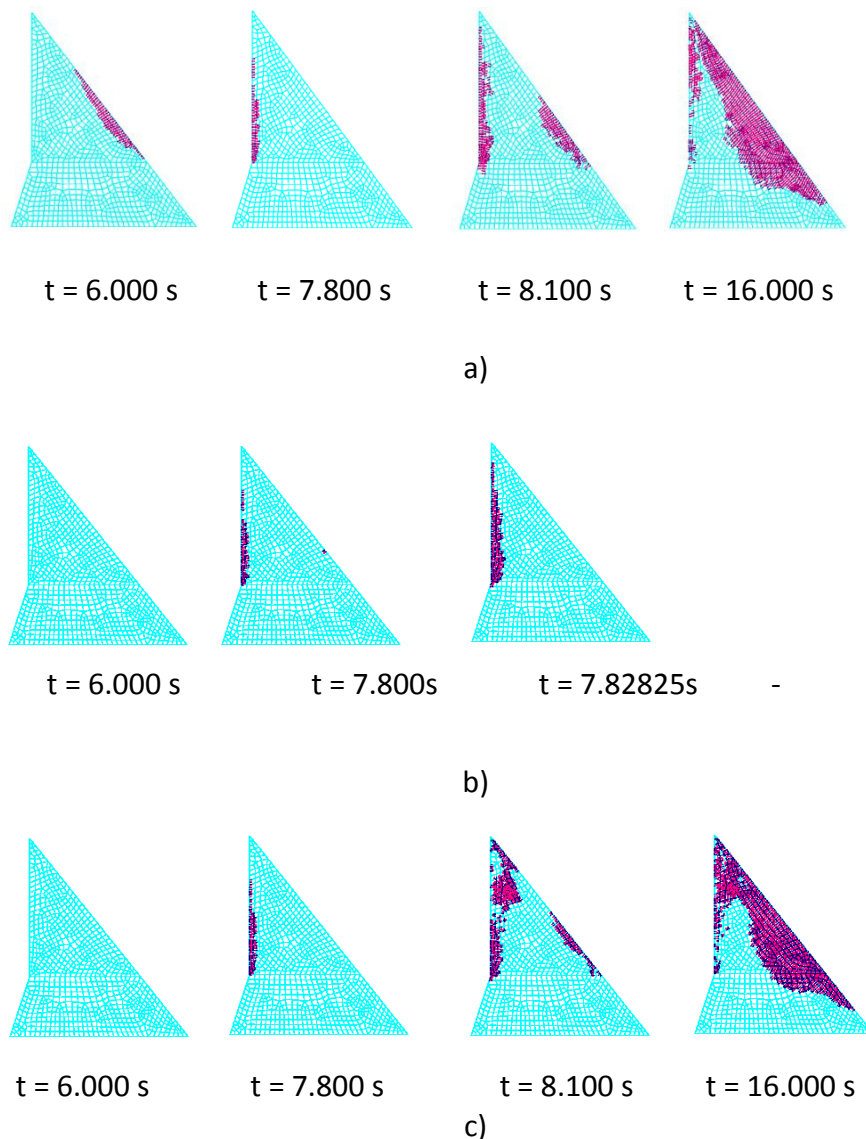


Figure 5.51 : Barrage C, Energie de fissuration:

Accélérogramme de Dar el beidha

a) $G_f=200$ [N/mm] , b) $G_f=600$ [N/mm], c) $G_f=1000$ [N/mm].

Conclusions

Dans cette étude, a été entreprise une analyse dynamique non linéaire par éléments finis de trois barrages poids en béton soumis à des charges sismiques avec deux objectifs principaux. Le premier objectif est de montrer l'utilisation de la méthode des éléments finis en analyse non linéaire en explicitant toutes les caractéristiques d'une telle analyse. Le second objectif est de comprendre le comportement des barrages poids en béton sous l'action de charges sismiques à travers la visualisation des zones d'endommagement représentées par la fissuration se produisant dans les barrages.

Les analyses numériques ont montré que la plupart de la fissuration s'est produite sur la face avale, à la base et au point de changement de pente sur la face amont. La hauteur du barrage est un important paramètre devant faire l'objet d'une attention particulière lors de l'évaluation de la fissuration dans les barrages. Le contenu fréquentiel des séismes peut changer de manière drastique le profil de la fissuration. Les fissures sur la face avale ont tendance à se propager vers le corps du barrage et à fusionner avec ceux se produisant près du cou de la face amont pour les barrages B et C. La densité de la fissuration pour le barrage A est moins importante par rapport à celle des barrages B et C. Les caractéristiques dynamiques des barrages influent sur la largeur d'ouverture de la fissure qui plus critique pour les barrages flexibles. Une analyse non linéaire est complexe et nécessite de bonnes connaissances sur les lois de comportement. Il est important de noter que les fissures déjà ouvertes peuvent éventuellement se fermer. Le modèle de la fissure répartie combiné avec un critère d'initiation de la fissuration basé sur la mécanique de rupture est attractif dans la mesure où il ne nécessite pas de remaillage de la structure mais juste une modification de la loi constitutive du matériau. Plus la hauteur du barrage est importante, plus le risque sismique augmente. L'effet des accélérations verticales ne doit pas être négligé. Les conditions de sol peuvent modifier de manière conséquente les profils de fissuration, surtout pour les valeurs faibles de E_{sol} . L'énergie de fissuration peut modifier le profil et la location des zones d'endommagement.

Perspectives

- Etude tridimensionnelle et avec prise en compte de la compressibilité de l'eau à travers par exemple une analyse Lagrangienne-Eulérienne couplées.
- Utilisation d'autres lois de comportement pour le béton tel que le modèle élasto-plastique avec endommagement.

Références Bibliographiques

Abbas Mansouri, Mir Ahmadi, Lashteh Neshei, and Reza Aghajany (2011). "Fracture analysis of concrete gravity dam under earthquake induced loads". *Journal of Application Sciences, Environmental and Management* - June, 2011 - Vol. 15 (2) pp 317 - 325.

ADINA, (2013). Version 8.2, Users Manuals. ADINA; R& D, Inc., Watertown, Massachusetts, USA.

ACI (1997). "Finite element analysis of fracture in concrete structures: state-of-the-art." Technical committee document 446.3R-97, American Concrete Institute (ACI), Committee 446, 33 pp.

ACI (1991). "Fracture mechanics of concrete: concepts, models and determination of material properties (Reapproved 1999)." Technical committee document 446.1R-91, American Concrete Institute (ACI), Committee 446, 146 pp.

Alireza Amini, Mohammad Hossein Motamedi, and Mohsen Ghaemian (2008). "The impact of dam-reservoir-foundation interaction on non linear response of concrete gravity dams". (AIP Conference Proceeding - Seismic Engineering Conference - 08-11 July 2008 - University of Reggio Calabria (Italy) - Paper 585.

Argyris J. & Mlejnek H.P. (1991), *Dynamics of Structures*, Elsevier Science Publishers, Amsterdam: North Holland.

Argyris J.H., Dunne P.C. & Angelopoulos T. (1973), "Dynamic response by large step integration", *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, Vol. 2, pp. 203-250.

Barros, J.A.O. (1995). "Comportamento do betão reforçado com fibras. Análise experimental e simulação numérica. Behavior of fiber reinforced concrete. Experimental analysis and numerical simulation." PhD Thesis, Faculty of Engineering, University of Porto, Portugal. [in Portuguese]

Bathe K.J. (1996), "Finite element procedures in engineering analysis" Prentice Hall, New Jersey.

Bazant, Z.P., and Oh, B.H. (1983). "Crack band theory for fracture of concrete." *Materials and Structures, RILEM*, 16(93), 155-177.

Bazant, Z.P., and Gambarova, P. (1980). "Rough cracks in reinforced concrete." *Journal of Structural Division, ASCE*, 106(4), 819-842.

Bittencourt, T., Ingraffea, A.R., and Llorca, J. (1992). "Simulation of arbitrary, cohesive crack propagation." Proceedings of the Conference Fracture Mechanics of Concrete Structures, Z. Bazant (ed.), Elsevier, New York, 339-350.

Burman A., and Reddy B.V. (2008). "Seismic analysis of concrete gravity dams considering foundation flexibility and non linearity". 12th International Conference on Computer Methods and Advances in Geomechanics 2008 - Goa, India 1-6 October 2008 - Volume 4/6- pp.2882-2888.

CEB-FIB (1993). "CEB-FIP Model Code 1990 - Design Code." Thomas Telford, Lausanne, Switzerland.

Cervenka, V., Pukl, H. and Eligehausen R. (1990). "Computer simulation of anchoring technique and design of concrete structures." Proceedings of the 2nd International Conference on Computer Aided Analysis and Design of Concrete Structures, N. Bicanic and H. Mang (eds.), Zell am See, Austria, 1-19.

Chung J. & Hulbert, G.M. (1993), "A time integration algorithm for structural dynamics for improved numerical dissipation: The generalized- α method", Journal of applied mechanics, Vol. 60, pp. 371-375.

Cornelissen, H.A.W., Hordijk, D.A., and Reinhardt, H.W. (1986). "Experimental determination of crack softening characteristics of normal weight and lightweight concrete." Heron, Fracture Mechanics and Structural Aspects of Concrete, 31(2), 45-56.

Dahlblom, O., and Ottosen, N.S. (1990). "Smearred crack analysis using generalized fictitious crack model." Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 116(1), 55-76.

Dahlquist, G. (1963). "A special stability problem for linear multistep methods" BIT, Vol. 3, pp. 27-43.

de Borst, R. (1991). "Computational methods in non-linear solid mechanics. Part 2: physical non-linearity." Report No. 25-2-91-2-06, Delft University of Technology, The Netherlands, 174 p.

de Borst, R., and Nauta, P. (1985). "Non-orthogonal cracks in smeared finite element model." Engineering Computations Journal, 2, 35-46.

Feenstra, P.H. (1993). "Computational aspects of biaxial stress in plain and reinforced concrete." PhD Thesis, Delft University of Technology, The Netherlands.

Ghanaat Yusof (2004). "Failure modes approach to safety evaluation of dams". The 13th World Conference on Earthquake Engineering - Vancouver, B.C., Canada - August 1-6, 2004 - Paper No. 1115.

Goudreau G.L & Taylor R.L. (1972), "Evaluation of numerical integration methods in structural dynamics" Computer Methods in Applied Mechanical Engineering, Vol. 2, pp. 69-97.

Hairani Zahra, and Mohsen Ghaemian (2012). "Effect of foundation in dynamic analysis of concrete gravity dams". GRAĐEVINAR 64 (2012) 8, pp.641-646.

Hardy S. (2003), "The implementation and application of dynamic finite element analysis in geotechnical problems" PhD thesis, imperial college, London.

Hillerborg, A., Modéer, M., and Petersson, P.E. (1976). "Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements." Cement and Concrete Research, 6, 773-782.

Hilbert H.M., Hughes T.J.R & Taylor R.L (1977), "Improved numerical dissipation for time integration algorithms in structural dynamics" Earthquake Engineering & Structural Dynamics, Vol. 5, pp. 283-292.

Houbolt J.C. (1950), "A recurrence matrix solution for the dynamic response of elastic aircraft", Journal of the Aeronautical Sciences, Vol. 17, pp. 540-550.

Hughes T.J.R (1983), "Analysis of transient algorithms with particular reference to stability behaviour", in Balytschko, T & Hughes T.J.R eds., Computational Methods for transient analysis, pp. 67-155.

Hughes T.J.R & Hilbert H.M. (1978), "Collocation, dissipation and overshoot for time integration schemes in structural dynamics" Earthquake Engineering & Structural Dynamics, Vol. 6, pp. 99-117.

Javarmandy Farrokh; Pièrre Lèger; and René Tinawi (2005). "Seismic water pressure in cracked concrete gravity dams: Experimental study and theoretical modeling". Journal of Structural Engineering-ASCE, 131(1), p. 139-150.

Jia Chao, Li Yafei and Ren Qingwen (2010). "Cracking analysis of high concrete gravity dams under flood water and seismic effects". Power and Energy Engineering Conference (APPEEC), 2010 Asia-Pacific - Chengdu china - 28-31 March 2010 - pp. 1-4.

Joghataie A. and Dizaji M.S. (2014). "Reducing extent of cracks and increasing time to failure of concrete gravity dams by optimization of properties of layers of concrete". ELSEVIER SCIENCE BV - Journal of SCIENTIA IRANICA - Vol. 21 - Issue 1. pp. 67-81.

José Sena Cruz, Joaquim Barros and Álvaro Azevedo. (2004). "Elasto-plastic multi-fixed smeared crack model for concrete". Report 04-DEC/E-05 - June 2004. University of Porto - Faculty of engineer And University of Minho - School of civil engineer - Portugal.

Kimata H., Fujita Y., Niimi K., Miyamoto D., Nakayama K., and Ushida Y. (2008). " Seismic safety of concrete gravity dams based on dynamic crack propagation analysis during large scale earthquakes". the 14th World Conference on Earthquake Engineering - Beijing, China. October 12-17, 2008. pp.1-8.

Kuhlmeyer R.L & Lysmer J. (1973), "Finite element method accuracy for wave propagation problems" Technical Note, Journal of Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, Vol. 99 N° 5, pp. 421-427.

Kupfer, H., Hilsdorf, H.K., and Rusch, H. (1969). "Behavior of concrete under biaxial stresses." *ACI Journal*, 66(8), 656-666.

Leibengood, L., Darwin, D., and Dodds, R.H. (1986). "Parameters affecting FE analysis of concrete structures." *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 112, 326-341.

Léger P. and Bhattacharjee S.S. (1995). Seismic fracture analysis of concrete gravity dams. *Canadian Journal of Civil Engineering* 22, 196-201 -1995.

Litton, R.W. (1974). "A contribution to the analysis of concrete structures under cyclic loading." PhD Thesis, University of California, Berkeley, US.

Long Yichuan, Zhang Chuhan, and Xu Yanjee (2009). "Nonlinear seismic analysis of a high gravity dam with and without the presence of reinforcement". *Journal of engineering structures* - vol. 31, n°10, pp. 2486-2494 -article -26.

Manzori Iman, Kamanbedast Amir Abbas, Erfanian Azmoudeh, and Mohammad Hossein (2012). "Dynamic analysis of concrete gravity dams due to seismic forces". *World Applied Sciences Journal* 17 (8): pp.1046-1053.

Mao, M. and Taylor, C.A. (1997). "Nonlinear seismic cracking analysis of medium-height concrete gravity dams". *Computers and Structures*. 64:5/6, 1197-1204.

Mirzabozorg H., R.Kianoush M., and Varmazyari M. (2008). "Traveling wave effects on nonlinear seismic behavior of concrete gravity dams". the 14th World Conference on Earthquake Engineering - Beijing, China. October 12-17, 2008.

Mirzabozorg H., and Ghaemian M. (2005). " Nonlinear behavior of mass concrete in three dimensional problems using smeared crack". *Journal of Earthquake engineering and Structural dynamics*, Vol. 34 issue 3, pp. 247-269.

Motamedi Mohammad Hosein, Alireza Amini, and Mohsen Ghaemian (2008). "The study of the foundation role in the seismic nonlinear behavior of concrete gravity dams". the 14th World Conference on Earthquake Engineering - Beijing, China. October 12-17, 2008. pp.1-8.

Newmark N.M. (1959), A method of computation for structural dynamics" , *Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE*, Vol. 85, pp. 67-94.

Ngo, D., and Scordelis, A.C. (1967). "Finite element analysis of reinforced concrete beams." *Journal of the American Concrete Institute*, 64(3), 152-163.

Oliver, J., Cervera, M., Oller, S., and Lubliner, J. (1990). "Isotropic damage models and smeared crack analysis of concrete." *Proceedings of the 2nd International Conference on Computer Aided Analysis and Design of Concrete Structures*, N. Bicanic, and H. Mang (eds.), Pineridge Press Ltd, 945-957.

Oñate, E., Oller, S., Oliver, J., and Lubliner, J. (1987). "A constitutive model for cracking of concrete based on the incremental theory of plasticity." *Proceedings of the International Conference in Computational Plasticity-Models, Software and Applications*, D.R. Owen, E. Hinton, and E. Oñate (eds.), Barcelona, Spain, 1311-1329.

Papastamatiou D.J. (1971) "Ground Motion and Response of Earth Structures Subjected to Strong Earthquakes", PhD Thesis, Imperial College, London.

Park K.C. (1975), "An improved stiffly stable method for direct integration of non linear structural dynamic equations" *Journal of Applied Mechanics*, ASME, Vol. 42, pp. 464-470.

Pasbani M., and Ghorbani M.A. (2012). "Hydrodynamic analysis of reservoir due to the vertical component of earthquake using an analytical solution". *World Academy of Science, Journal of Engineering and Technology* - Vol. 6 - 2012 - pp.09-24.

Pekau O.A., and Yuzhu Cui. (2004). "Seismic collapse behavior of damaged dams". the 13th World Conference on Earthquake Engineering - Vancouver, Canada. August 1-6, 2004 , Paper N° 1958.

Pière Lèger, Farrokh Javarmardy, et René Tinawi (2005). "Variations des sous pressions dans les fissures sismiques des barrages en béton" - *Modélisation numérique. 7iemes Colloque National de calcul en structures*, v. 2, p. 507-512.

Póvoas, R.H.C.F. (1991) "Modelos não-lineares de análise e dimensionamento de estruturas laminares de betão incluindo efeitos diferidos. Nonlinear models for the analysis and design of concrete laminate structures including time dependent effects." PhD Thesis, Faculty of Engineering, University of Porto, Portugal. [in Portuguese]

Q.Cai, J.M.Robberts and B.W.J.Van Rensberg (2008). "Finite element fracture modeling of concrete gravity dams". *Journal of the South African Institution of Civil Engineering* - Vol 50 No 1, 2008, Pages 13–24, Paper 640.

Rots, J.G., Nauta, P., Kusters; G.M.A., and Blaawendraad, J. (1985). "Smearred crack approach and fracture localization in concrete." *HERON*, 30(1), 1-48.

Rots, J.G. (1988). "Computational modeling of concrete fracture." PhD Thesis, Delft University of Technology, The Netherlands.

Rots, J.G. (1992). "Removal of finite elements in smearred crack analysis." *Proceedings of the 3rd International Conference on Computational Plasticity, Fundamentals and Applications*, D.R.J. Owen, E. Oñate, and E. Hinton (eds.), Pineridge Press, 669-680.

Stavroula K. (2006) "Development of time integration schemes and advanced boundary conditions for dynamic geotechnical analysis" PhD Thesis, Imperial College, London.

Strang G. & Fix G.J. (1973), "An analysis of the finite element method", Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.

Taylor C. A. (1996). "Non-linear analysis of the seismic behaviour of moderate height concrete gravity dams". Elsevier Science Ltd. Paper N° 2068. Eleventh World Conference on Earthquake Engineering.

Tsatsanifos C.P.(1982), "Effective stress method for dynamic response of horizontally layered soils" PhD Thesis, Imperial College, London.

Westergaard H.M. (1933). "Water pressures on dams under earthquakes". Transactions (ASCE) 1933; 98: 418-472.

Wilson E.L, Farhoomand I., & Bathe K.J. (1973) "Non-linear dynamic analysis of complex structures", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.1, pp 241-252.

Wood W.L., Bossak M. & Ziekiewicz O.C, (1981), "An alpha modification of Newmark's Method", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 15, pp. 1562-1566.

Wood W.L. (1990), Practical Time-Stepping Schemes, Clarendon Press, Oxford.

Woodward P.K. & Griffiths D.V. (1996), "Influence of viscous damping in the dynamic analysis of an earth dam using simple constitutive models", Computers and Geotechnics, Vol. 19, N° 3, pp. 245-263.

Zerwer A. Cascante G. & Hutchinson J. (2002), "Parameter estimation in finite element simulations in Rayleigh waves" Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, Vol. 128 N° 3, pp. 250-261.