



**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA  
RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

**UNIVERSITÉ DE BATNA 2  
FACULTÉ DE TECHNOLOGIE  
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE**

**THESE**

Présentée pour l'obtention du diplôme de docteur en Sciences

Spécialité: MECANIQUE

Option : MECANIQUE ENERGETIQUE

**Par  
NEZAR DJEMAA**

**THEME**

---

**ETUDE DE LA CONVECTION THERMOCAPILLAIRE DANS  
UNE ENCEINTE SOUMISE A DIFFERENTES CONDITIONS  
LIMITES DE TEMPERATURE**

---

Soutenue publiquement, le **05 /03 / 2017** devant le jury composé de :

M / BENMOUSSA Hocine	Professeur, Université de Batna 2	Président
M / RAHAL Samir	Professeur, Université de Batna 2	Rapporteur
Mme / TITOUNA Dalila	M. Conférences. A, Université de Batna 2	Examineur
M / BOURAS Fethi	M. Conférences. A, Université de l'Oued	Examineur
M / KHALDI Fouad	Professeur, Université de Batna 1	Examineur
M / MASMOUDI Kamel	M. Conférences. A, Université de Batna1	Examineur

## REMERCIEMENTS

الحمد لله

- Je tiens à remercier vivement mon directeur de thèse, **Mr Samir RAHAL**, Professeur à l'Université BATNA -2-, pour l'honneur qu'il m'a accordé en acceptant d'encadrer ce travail de recherche. Je lui suis très reconnaissante pour sa patience, pour son support académique tout au long de ce travail et pour ses précieux conseils qui m'ont été et me seront très utiles. J'ai beaucoup apprécié les années que j'ai passées sous sa supervision et je lui souhaite tout le succès dans ce qu'il entreprend.
- Je tiens aussi à exprimer toute ma gratitude à **Mr Houcine BEN MOUSSA**, Professeur à l'Université BATNA -2-, qui m'a honoré en acceptant de présider le jury de cette thèse. Comme je le remercie vivement pour son support académique et ses précieux conseils
- J'exprime aussi toute ma gratitude à **Mr Fethi BOURAS**, Maître de Conférences A à l'Université de l'OUED, pour son aide, ses précieux conseils son encouragement et d'avoir accepté de faire partie du jury, qu'il trouve ici toute ma reconnaissance.
- Je remercie **Mr Fouad KHALDI**, professeur à l'université BATNA-1- d'avoir accepté de juger et mettre en valeur ce modeste travail.
- Mes remerciements vont également à **Mme Dalila TITOUNA**, Maître de Conférences A à l'Université BATNA -2- pour ses encouragements et d'avoir accepté de faire partie de mon jury.
- Je remercie également **Mr Kamel MASSMOUDI** Maître de Conférences A à l'Université BATNA-1- pour avoir accepté de juger et mettre en valeur ce travail.
- Mes remerciements vont également à mes collègues et chères amies **Samira Noui, djamila Benyoycef, Nassima Bellouz et Kafia Oulmi** pour leurs aides précieuses et leurs soutiens moraux tout au long de ce travail.
- Je n'oublierais pas de remercier mes collègues et enseignants du département de mécanique pour les longues années que j'ai passé avec eux, je cite en particulier : **Mebarki Ghazali** pour son aide, **Nouara Soltani, Nora Bouzghaia, Nora Aggoune, Fattouma Bouguerne, M. Naoun, W Kaddouri**, pour leurs encouragements incessants.
- Mes remerciements s'adressent aussi au staff de la faculté des sciences **ENSEIGNANTS et PERSONNELS** pour les années que j'ai passées avec eux.
- Enfin, j'espère que toute personne ayant contribué de près ou de loin à ce travail, trouve ici toute ma gratitude et mes chaleureux remerciements.

# SOMMAIRE

NOMENCLATURE	1
INTRODUCTION GENERALE	4
CHAPITRE I	
SYNTHESE BIBLIOGRAPHIQUE	7
CHAPITRE II :	
MODÉLISATION ET PROCÉDURES NUMÉRIQUES	30
II.1. FORMULATION MATHÉMATIQUE	30
II.1.1 ÉQUATION DE CONTINUITÉ	30
II.1.2. ÉQUATION DE QUANTITÉ DE MOUVEMENT:	31
II.1.3. ÉQUATION DE CONSERVATION DE L'ÉNERGIE	31
II.2 HYPOTHÈSES SIMPLIFICATRICES	31
II.2.1. ÉQUATIONS SOUS FORME DIMENSIONNELLE:	32
II.2.1.1. COORDONNEES CARTESIENNES	32
II.2.1.2. COORDONNEES CYLINDRIQU	33
II.2.2. CONDITIONS INITIALES ET AUX LIMITES SOUS FORMES DIMENSIONNELLES	34
II. 3.1. ÉQUATIONS SOUS FORME ADIMENSIONNELLES	35
II.3.2. CONDITIONS INITIALES ET AUX LIMITES SOUS FORMES ADIMENSIONNELLES	36
II.4 METHODE DES VOLUME FINIS	36
II.4.1. DEFINITION DE LA METHODE DES VOLUMES FINIS	37
II.4.2.MAILLAGE	37
II.5. DISCRETISATION	40
II.6. DESCRIPTION DE LA CONFIGURATION SIMULEE	41
II.6.1 MODELE D'UNE SEULE COUCHE	42
II.7. PROCEDURE DE RESOLUTION	44
II.7. 1. ALGORITHME DE CALCUL	44
II.8. CONCLUSION	45

## **CHAPITRE III**

### **ÉTUDE DE LA CONVECTION THERMO CAPILLAIRE DANS UNE ENCEINTE 47 SOUmise A UN GRADIENT DE TEMPÉRATURE VERTICAL OU HORIZONTAL**

#### **Partie 1 : APPLICATION D'UN GRADIENT VERTICAL 47**

##### **III.1. ETUDE THEORIQUE 47**

##### **III.2 CONVECTION THERMOCAPILLAIRE DANS UNE ENCEINTE 48 CYLINDRIQUE**

###### **III. 2.1. METHODE ET MAILLAGE UTILISES 50**

###### **III. 2.2. RESULTATS ET DISCUSSIONS 50**

##### **III.3. CONVECTION THERMOCAPILLAIRE DANS UNE ENCEINTE 58 PARALLELEPIPEDIQUE**

###### **III. 3.1. RESULTATS ET DISCUSSIONS 60**

#### **Partie 2 : APPLICATION D'UN GRADIENT HORIZONTAL 62**

##### **III.1. CONVECTION THERMOCAPILLAIRE DANS UNE ENCEINTE 62 PARALLELEPIPEDIQUE**

###### **III. 2. RESULTATS ET DISCUSSIONS 63**

###### **III.3. INTERPRETATION ET DISCUSSIONS DES RÉSULTATS 67**

###### **III.4. CONCLUSION 68**

## **CHAPITRE IV**

### **SIMULATION NUMERIQUE DE LA THERMOCAPILARITE 70**

#### **IV.1 CONFIGURATION ET DOMAINE DE CALCUL 70**

#### **IV.2. PROCEDURE NUMERIQUE 72**

#### **IV.3. RESULTATS ET DISCUSSION 75**

<b>IV. 4. ANALYSE SPECTRALE</b>	<b>81</b>
<b>IV. 5. INTERPRETATION DES RESULTATS</b>	<b>87</b>
<b>IV.6. CONCLUSION</b>	<b>88</b>
<b>CONCLUSION GENERALE</b>	<b>90</b>
<b>ANNEXE 1</b>	
<b>TUTORIAL FLUENT</b>	
<b>ANNEXE 2</b>	
<b>ANALYSE SPECTRALE</b>	

## NOMENCLATURE

### Symboles latins

A	L'aire de la surface libre, $m^2$
Biot	Nombre de Biot
Bd	Nombre de Bond dynamique
Cp	Capacité spécifique, $J.kg^{-1}.K^{-1}$
d	Epaisseur de la couche de fluide, $m 10^{-3}$
d <sub>g</sub>	Epaisseur de la couche d'air, $m 10^{-3}$
d <sub>l</sub>	Epaisseur de la couche d'huile silicone, $m 10^{-3}$
g	Accélération gravitationnelle, $m.s^{-2}$
$\overline{grad_x}T$	Gradient de température horizontal le long de la surface libre, $K.m^{-1}$ .
k	Conductivité thermique, $Wm^{-1}K^{-1}$
k <sub>g</sub>	Conductivité thermique du gaz (air), $W m^{-1}K^{-1}$
k <sub>l</sub>	Conductivité thermique du liquide (l'huile), $Wm^{-1}K^{-1}$
M <sub>ah</sub>	Nombre de Marangoni horizontal
M <sub>av</sub>	Nombre de Marangoni Vertical
M <sub>ac</sub>	Nombre de Marangoni critique
n	Vecteur normal

---

P	Pression, Pa
P'	Pression adimensionnelle
Pr	Nombre de Prandtl
Ra	Nombre de Rayleigh
Re	Nombre de Reynolds
$S_\phi$	Terme source
$T_C$	Température chaude, K
$T_F$	Température froide, K
$\Delta T$	Différence de température à travers la couche de liquide, K
$V_x, V_y, V_z$	Composantes de la vitesse, $\text{ms}^{-1}$
$V_x', V_y', V_z'$	Composantes adimensionnelles de la vitesse
x, y, z	Coordonnées cartésiennes, m
$x', y', z'$	Composantes adimensionnelles

### **Symboles grecs**

$\beta$	Coefficient d'expansion volumique, $\text{K}^{-1}$
$\varepsilon$	Ecart au seuil convectif
$\chi$	diffusivité thermique, $\text{m}^2\text{s}^{-1}$
$\Gamma$	Rapport d'aspect
$\nu$	Viscosité cinématique, $\text{m}^2\text{s}^{-1}$
$\eta$	Viscosité dynamique, $\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$

$\rho_0$	Masse volumique, $\text{kg.m}^{-3}$
$\sigma$	Tension de Surface, $\text{N.m}^{-1}$
$\Phi$	Variable dépendante ( assimilable à toute grandeur : vitesse, température, etc).
$\Gamma_\Phi$	Coefficient de diffusion
$\theta$	Temperature adimensionnelle



## INTRODUCTION GENERALE

### PROBLEMATIQUE

Les effets thermocapillaires (ou effets Marangoni) peuvent avoir un impact important dans plusieurs situations impliquant des écoulements à surface libre avec convection thermique. Quand un gradient thermique est appliqué perpendiculairement à une couche mince et plane d'un fluide à surface libre, la convection s'ordonne sous forme cellulaire à partir d'un état de repos initial. Le déclenchement de cette convection est dû aux effets combinés de la déstabilisation de la couche thermique et aux effets thermocapillaires.

### QU'EST CE QU'UNE CONVECTION THERMO CAPILLAIRE ?

Le chauffage latéral induit un gradient de température sur la surface libre. Ce gradient provoque des inhomogénéités de tension de surface, mettant le fluide en surface en mouvement, en général des points chauds vers les points froids, **c'est la convection thermocapillaire.**

La convection thermocapillaire est caractérisée par un nombre adimensionnel, c'est le nombre de Marangoni ( $Ma$ ). Ce nombre est le rapport de la vitesse de convection thermocapillaire à la surface libre sur la vitesse de diffusion thermique. Il est en général dépendant de l'échelle de température sur la surface libre. Un autre nombre adimensionnel important est celui de Prandtl qui est le rapport de la vitesse de diffusion de quantité de mouvement sur la vitesse de diffusion thermique.

Le phénomène de convection dominant, pour des matériaux à faible nombre de Prandtl, est dû aux forces thermocapillaires et non pas à la force d'Archimède. Typiquement, une huile ou du miel ont un grand nombre de Prandtl car ils sont visqueux et ne conduisent pas nécessairement bien la chaleur. Les métaux liquides ont un faible nombre de Prandtl car ils conduisent très bien la chaleur et sont, en général, beaucoup moins visqueux que l'huile.

Vu son omniprésence dans tout les domaines industriels : croissance cristalline, composants électroniques semi conducteurs...etc. Le problème de la convection thermocapillaire occupe la plus grande majorité des études aussi bien expérimentale, théorique que numérique et ce afin de minimiser les défauts qui surgissent suite à ce problème. Qui dit défauts dit impuretés

dans la structure cristalline des circuits dit aussi hétérogénéité des propriétés des composants électrique et électronique donc c'est un obstacle au fonctionnement électronique.

Dans ce contexte s'inscrit le présent travail qui a pour thème : « L'ETUDE DE LA CONVECTION THERMOCAPILLAIRE DANS UNE ENCEINTE SOUMISE A DIFFERENTES CONDITIONS AUX LIMITES. ».

Dans ce manuscrit nous abordons la convection thermocapillaire suivant plusieurs axes de recherche, à savoir : hydrodynamique, topologique, dynamique, théorique, et numérique, ceci va ainsi permettre de traiter en partie quelques une des instabilités convectives existantes. Pour commencer, on considère l'instabilité de Bénard Marangoni (i.e ; à gradient de température vertical). Ensuite, on s'intéressera à l'étude des instabilités thermocapillaires (avec gradient de température horizontal) et ce, en considérant l'influence des paramètres externes (gradient de température, nombre de Prandtl, rapport d'aspect) sur les structures qui apparaissent et ce pour deux configurations (parallélépipédique et circulaire). Arriver à ce stade de raisonnement, l'étude de la convection thermocapillaire en appliquant un gradient de température incliné est l'approche qui permet de donner l'aspect généralisé à notre étude et à l'influence des paramètres suscités dans le cas d'une configuration en particulier. Enfin, l'étude portera sur la convection thermocapillaire pour un gradient de température incliné où l'on s'intéresse à l'influence des paramètres externes cités ci-dessus et ce pour une configuration parallélépipédique.

Bien que la synthèse bibliographique montre un taux exhaustif des recherches effectuées dans ce domaine, cependant, on remarque que peu sont les références qui ont évoqué l'effet des instabilités thermocapillaires issues de l'application d'un gradient de température incliné.

### **OBJECTIF DU MEMOIRE:**

A la lumière de cette présentation, apparait l'objectif du travail qui n'est autre que l'étude de la convection thermo capillaire dans une enceinte soumise à différents gradients de température, en faisant varier le nombre de Prandtl et le rapport d'aspect, dans des configurations spécifiques et les conditions limites de température.

## **ORGANISATION DE LA THÈSE:**

Cette étude s'articule autour des axes suivants :

Dans le **chapitre I**, nous avons développé une synthèse bibliographique qui englobe l'essentiel des études de recherche effectuées sur le phénomène des instabilités thermocapillaires et nous l'avons fait suivre par la présentation simple et abordable de certaines définitions relatives à la thermo capillarité et la problématique ayant pour objectif d'éclaircir l'intérêt et le but de l'étude

Le **chapitre II**, a été consacré à la formulation mathématique du problème de la convection thermo capillaire et des méthodes numériques adoptées pour la résolution du problème.

Le **chapitre III** a eu pour objet la description du processus de simulation et l'interprétation des résultats trouvés dans les conditions d'application d'un gradient horizontal et d'un gradient vertical.

Dans le **chapitre IV**, l'intérêt a été porté essentiellement sur l'étude numérique de la thermocapillarité, en appliquant un gradient incliné, suivi de la discussion des résultats obtenus et d'une analyse spectrale.

Une **conclusion générale** portera sur l'ensemble du travail réalisé

---

## SYNTHESE BIBLIOGRAPHIQUE

L'étude de la convection thermocapillaire a pour but l'évaluation des défauts produits durant le processus d'écoulement thermique. Afin de comprendre ses différents problèmes et de mener convenablement cette étude, les prochaines sections auront pour objet la description des principaux types d'instabilités et les travaux de recherches réalisés dans ce domaine.

En effet, les instabilités convectives dans les couches de liquides horizontales sont généralement dues à l'application d'un gradient de température à travers la couche de liquide. Celle-ci est souvent supposée contrôlée directement de l'extérieur du système à travers les conditions aux limites. Parmi ces instabilités, on a :

- L'instabilité dite instabilité de Rayleigh-Bénard (RB), due à la gravité et aux variations de la densité,
- L'instabilité de Bénard-Marangoni (BM), désigne le cas où la force engendrée par la variation de la tension superficielle est dominante [1-3].
- L'instabilité dite de Rayleigh-Bénard-Marangoni(RBM), produite par le couplage des deux effets.

Cette dernière c.-à-d., la convection (RBM) est largement reconnue pour son importance pratique, justifiée par son omniprésence dans une large gamme de domaine tels que la croissance cristalline par la technique de la zone flottante; les couches minces [1, 2]...etc.

L'étude du couplage des deux effets thermo-gravitaire et thermocapillaire a été entamée, en 1964, par **Nield**, lorsqu'il s'est penché sur l'étude de la convection cellulaire, « pour une couche infinie ». Ce dernier a constaté que la stratification thermique a été déstabilisée sous l'effet d'un gradient de température vertical [3]. Dans le même axe, plusieurs études expérimentales et numériques ont été développées en tenant compte de ce couplage.

L'écoulement cellulaire des structures de (RBM), peut être obtenu pour les deux types de gradients vertical et horizontal. Le dernier cas peut avoir lieu quand les parois latérales de la cavité sont différentiellement chauffées, alors que le premier cas est obtenu à travers l'échauffement de la cavité du liquide par le bas. Dans ce cas, les forces thermocapillaires apparaissent aussitôt que la température de la surface libre aura une distribution non uniforme.

En 1996, **M. Huerta** a étudié expérimentalement la dynamique des structures de la convection de Bénard-Marangoni dans une cavité carrée, les conditions adoptées sont : un rapport d'aspect petit et un nombre de Rayleigh élevé en régime instationnaire. Le comportement identifié était chaotique de faible dimension. Pour modéliser le phénomène et vérifier les prévisions induites expérimentalement par l'évolution de la température, **M. Huerta** proposa un système dynamique. La comparaison des données expérimentales à celles obtenues à partir du modèle proposé, a montré que celles-ci reposent sur les propriétés topologiques (braid type) de l'orbite instable [4].

En 1998, **S.T. Yua** a présenté des simulations numériques tridimensionnelles de la convection de Bénard-Marangoni d'une couche de fluide plane. L'étude a été basée sur la méthode des éléments finis des moindres carrés (Least-Squares Finite Element Method) (LSFEM). La convection de Bénard-Marangoni a été étudiée, dans de petits récipients carrés de : deux, trois, quatre et cinq cellules. Les structures obtenues étaient identiques à celles trouvées par **Koschmieder et Prahl**, en (1990)[5].

Parallèlement, **H. Bazzi** (1998) a étudié numériquement, en adoptant la méthode des volumes finis, l'écoulement thermocapillaire oscillatoire à l'intérieur d'un pont liquide cylindrique de  $\text{NaNO}_3$ , suspendu entre deux disques coaxiaux et dont la température varie en fonction du temps. Il observa que, pour certains intervalles du nombre de Marangoni, des états axisymétrique et oscillatoire apparaissent, et ce, suivant le type de transfert de chaleur de la zone (échauffement ou refroidissement). Il a ensuite, montré que le deuxième nombre de Marangoni critique qui correspond à la transition oscillation-axisymétrie dépend du taux de refroidissement de la zone [6].

Dans le même axe de recherche, **Z. Zeng (1999)** a vérifié numériquement, et par la méthode tridimensionnelle des volumes finis, la convection thermocapillaire dans un pont liquide. Deux écoulements, périodique et quasi-périodique ont été trouvés pour un nombre de Prandtl  $Pr = 6,0849$  et un  $Ma = 3,3 \cdot 10^4$ . Les résultats ont montré que les oscillations périodiques et quasi-périodiques dépendent du rapport d'aspect pour des nombres de  $Pr$  et  $Ma$

donnés. La valeur résultante du nombre de l'onde azimutale était de l'ordre de l'unité pour un rapport d'aspect supérieur à 2 [7].

**J.Leyboldt *et al.***, (2000), ont simulé numériquement la dynamique des écoulements thermo capillaires dans une configuration « dite pont liquide » cylindrique différentiellement chauffé, et ce en utilisant la méthode des volumes finis couplée avec la méthode pseudo-spectrale. Ils ont trouvé que pour des nombres de Prandtl élevés, ( $P_r = 4$  et  $7$ ), et des nombres de Reynolds suffisamment grands, l'écoulement axisymétrique de base devient instable et se transforme en ondes hydrothermiques tridimensionnelles. L'amplitude finale des ondes azimutalement verticales, ont été trouvées sous formes d'ondes voyageuses (travelling waves) [8].

**Schatz *et al*** [9] (2001) ont synthétisé les études expérimentales réalisées sur les instabilités thermocapillaires dont les écoulements à surface supérieure libre. Les conditions d'experimentation prises en compte sont : l'effet de la géométrie (configuration circulaire, carrée), du rapport d'aspect  $L/d$  (grand et petit) (où  $L$  : largeur du récipient et  $d$  : épaisseur du liquide), et du nombre de Prandtl. Les résultats obtenus dans ce cas pour un rapport d'aspect petit et une instabilité de courte longueur d'onde sont des structures cellulaires trouvés au seuil de la convection. D'après ces auteurs (**Schatz *et al.*1995**), les cellules convectives observées étaient typiquement hexagonales.

Dans le même contexte de recherche, **Cerisier *et al*** (1987b, 1996a), ont étudié à travers la convection de Marangoni, l'évolution du désordre. Ils ont trouvé que, les structures hexagonales observées au seuil de la convection, perdent la stabilité pour ( $\varepsilon$ ) suffisamment grand où :

$$\varepsilon \equiv \frac{Ma - Ma_c}{Ma_c} ;$$

Avec  $Ma$  : le nombre de Marangoni et ;

$Ma_c$  : le Marangoni critique.

La thermocapillarité était trouvée dominante dans le cas de l'huile de silicone, et ce, d'après les deux essais expérimentaux suivants :

- Pour un nombre de Prandtl  $P_r \approx 1000$ , **Cerisier et al (1987b, 1996a)** ont trouvé que pour de faibles valeurs de  $\varepsilon$ , les structures étaient dominées par des hexagones.
- Tandis que, pour un nombre de Prandtl plus petit  $P_r \approx 100$ , (**Nitschke et Thess 1995, Eckert et al 1998, Schatz et al 1999**) ont trouvé que les hexagones perdent la stabilité vers des structures carrées.

Ces différentes transitions ont été validées numériquement par (**Besthorn 1996**) [9].

Cependant pour un rapport d'aspect petit, ils ont trouvé que pour une instabilité de courte longueur d'onde, la symétrie cellulaire était fortement influencée par la forme des parois latérales.

**Koscmieder et Prahl (1990)** ont trouvé que les parois déterminent la forme des structures de l'écoulement, comme exemple et pour une configuration circulaire, ils ont prouvé : qu'avec l'augmentation du rapport d'aspect, les structures présentaient une symétrie circulaire, et le nombre de cellules augmentait proportionnellement avec l'accroissement de ce rapport [3, 9].

**A titre d'exemple :**

- pour  $L/d \geq 9$  et une configuration circulaire donnée, se forme, au voisinage des parois de la géométrie, un ensemble de structures distinct, qui renferment au centre un groupement de structures polygonales lesquels présentent une symétrie hexagonale visible.
- Avec l'accroissement du rapport d'aspect et une configuration carrée ils ont trouvé une progression similaire au cas précédent ; cependant ils ont trouvé qu'il ya une grande tendance d'observer des structures non symétriques pour  $L/d < 9$ .

**J. Burguete et al. (2001)** ont effectué des expériences sur les instabilités thermocapillaires, en utilisant un récipient rectangulaire, caractérisé par des couches de liquides différentiellement chauffées. Les résultats trouvés pour un liquide ayant un nombre de Prandtl  $P_r = 10$ , ont montré que les deux écoulements de base se déstabilisent en formant des ondes obliques et de rouleaux longitudinaux stationnaires, et ce, respectivement, pour les rapports d'aspects petits et les grandes épaisseurs de liquide. La mesure de la température et l'enregistrement du rapport temps-distance ont montré que ces ondes correspondent aux

ondes hydrothermiques découvertes durant l'analyse de la stabilité linéaire de **Smith et Davis** [10].

En 2003 **Othman Bouizi, et al.** ont mené une étude de la stabilité de l'écoulement axisymétrique stationnaire dans la zone flottante, en considérant des perturbations 2D et 3D, pour de faibles nombres de Prandtl. Les observations ont montré différents types de bifurcations (Hopf et fourche) de l'écoulement thermocapillaire stationnaire 2D en zone flottante. Les seuils de transition des perturbations 3D étaient inférieurs à ceux résultant des perturbations axisymétriques [11].

Dans la même année, **E. Semma et al.** ont étudié les effets de la convection thermocapillaire sur les instabilités de la phase fluide et de l'interaction solide/liquide en croissance dirigée. Le couplage de la convection thermocapillaire et la convection naturelle a été réalisé, pour une configuration de Bridgman horizontale à faible nombre de Prandtl, et ce en respectant le même sens d'action ( $Re > 0$ ). Les résultats numériques ont montré que la forme de l'interface solide/liquide était largement affectée lorsque les forces de surface dominent celles de volume. Mais, en présence de la convection thermocapillaire, la stabilité de l'écoulement était améliorée et les transitions (au sens des seuils) vers le régime oscillatoire étaient retardées [12].

**V. Kumar et al.** (2003) ont employé une approche directe de quasi simulations numériques pour étudier l'influence de la convection thermocapillaire sur la croissance des cristaux de silicium dans un creuset type Czochralski industriel. Ils ont montré qu'en raison de la présence de gradients de tension de surface, la vitesse radiale en direction du cristal devient élevée à la surface libre et la température s'accroît. Ainsi, la convection thermocapillaire réduit les fluctuations de température au-dessous du cristal et de la surface libre de la masse fondue. L'énergie cinétique turbulente, augmente aux différentes profondeurs à l'état fondu lorsque l'effet thermocapillaire est considéré [13].

Les transferts de chaleur « fluide-paroi » induits par convection thermocapillaire ont été réalisés expérimentalement par **C.Reynard et al (2003)**. Ces essais ont été établis dans le but d'étudier l'influence du nombre de Prandtl. Ces chercheurs ont trouvé que lorsque la bulle d'air est introduite dans la couche de liquide, en régime conductif stable, la densité de flux de chaleur augmente et atteint un nouvel état stationnaire. Cette augmentation est éventuellement induite par la convection thermocapillaire. L'action ici du gradient de la tension superficielle est celle d'une contrainte appliquée par l'interface de la bulle sur les fluides adjacents (air et



huile) ce qui favorise l'apparition d'un écoulement de convection thermocapillaire (stationnaire ou oscillatoire) dans la direction d'une augmentation de la tension superficielle.

En 2005, **V. Shevtsova et al.** ont étudié numériquement la convection thermocapillaire, non linéaire dans un système symétrique à trois couches. Dans cette étude, le gradient de température a été appliqué le long des interfaces des couches. Les résultats obtenus ont montré qu'avec l'augmentation du nombre de Marangoni l'état stationnaire devient instable et les oscillations s'accroissent dans le système. Pareillement, des ondes hydrothermiques se développent dans les cavités longues. Ces ondes se déplacent dans la direction du gradient de température [14].

Dans la même année, **K.T. Chiang** a simulé numériquement l'effet qualitatif d'un gradient de température non uniforme sur la stabilité (stationnaire et oscillatoire) au début de la convection de BM dans une couche de liquide horizontale. La méthode utilisée est celle de Rung-Kutta-Gill du quatrième ordre couplée à la méthode itérative Broyden. L'étude effectuée a concerné les effets du nombre de Crispation à la surface déformable supérieure libre et l'effet de conduction des conditions non stationnaire à l'intérieur de la couche de fluide au début de la convection. Les résultats trouvés montrent que le nombre de Crispation est un facteur déstabilisant alors que l'effet de conduction (des conditions non stationnaires à l'intérieur de la couche de fluide) peu stabiliser le système. Le système devient très stable pour les nombres élevés de Prandtl, de Biot et de Bond [15].

En 2006, **Q.S. Liua et al.** ont étudié l'instabilité convective de RMB dans les systèmes de deux couches (huile de silicone (10St)-Fluorinert (FC70), huile de silicone (2cSt)-eau liquide). Pour étudier l'influence de la force thermocapillaire sur l'instabilité convective du système à deux couches, ils ont analysé les instabilités linéaires et non linéaires (simulation numérique 2D). Les résultats obtenus montrent que les forts effets de la force thermocapillaire sur les oscillations, à l'interface, dépendent du temps au début de l'instabilité de la convection. Le phénomène d'instabilité secondaire discerné dans un système réel de deux couches (huile de silicone au-dessus de l'eau), apparait clair, dans la comparaison des résultats expérimentaux de **Degen et al.** à ceux résultants des analyses de la stabilité linéaires de **Renardy et al.** [16].

**I. Simanovskii et al.** (2006) ont étudié l'effet de la composante horizontale du gradient de température sur le régime non linéaire de la convection oscillatoire de Marangoni, et ce, dans un système symétrique réel de trois couches. Ils ont étudié la transition entre les

différents régimes d'écoulement, ce qui a permis de construire le diagramme général des régimes [17].

En 2007, **S.Rahal et al.** ont étudié expérimentalement l'instabilité de BM. Dans ce banc d'essai, ils ont pu visualiser la déformation de la surface libre par interférométrie et détecter le champ de température par thermographie infrarouge (camera thermique). Ces deux techniques sont complémentaires, puisque chacune d'elles, fournit les informations spécifiques, qui permettent la détection des phénomènes particuliers tels que la résonance spatiale (une situation dans laquelle la déformation interfaciale n'est pas conforme au modèle d'écoulement). Dans cette étude, les auteurs ont pris en considération l'influence du rapport d'aspect, des nombres de Rayleigh, du Biot et du Prandtl. Les résultats trouvés ont montré que [18]:

- En augmentant le nombre de Biot la dynamique s'accélère, et vice-versa, l'augmentation du nombre de Prandtl réduit la dynamique.
- L'amplitude de la déformation augmente en fonction du gradient de température.

Selon la valeur du gradient de température appliqué, ces auteurs ont observé deux comportements de la déformation, en fonction des nombres de Prandtl et de Biot. Les résultats obtenus [18] ont fait l'objet de validation avec les résultats expérimentaux, théoriques et numériques précédents.

Dans le même axe de recherche, **S. Rahal et al.** (2007) ont étudié les structures dynamiques et la déformation de l'interface dans la convection de BM, dans un récipient circulaire ayant un rapport d'aspect ( $\Gamma = 6$ ). Dans cette étude, les auteurs ont considéré l'influence de la variation des nombres de Marangoni (jusqu'à 2623), du Biot et du Prandtl. En plus des remarques effectuées précédemment, ces auteurs ont constaté que la déformation augmente en fonction du nombre de Marangoni jusqu'à la valeur asymptotique, qui est fonction des nombres du Biot et du Prandtl [19].

De plus, ces mêmes auteurs ont étudié les régimes dynamiques de la convection de BM, en variant les nombres de Prandtl et de Marangoni et ce, dans une géométrie ayant différents rapports d'aspects ( $\Gamma = 2,2$  et  $2,8$ ). L'étude expérimentale a été réalisée, pour un intervalle de Marangoni variant entre 148 et 3636, dans un petit récipient hexagonal. L'analyse spectrale de Fourier et d'auto-corrélation a été utilisée pour reconnaître les différents régimes :

- Pour un nombre de Prandtl ( $Pr = 440$ ) et un rapport d'aspect ( $\Gamma = 2,2$ ), les états mono-périodique, bi-périodique et chaotique ont été successivement observés lorsque le nombre de Marangoni a augmenté.
- Les dimensions de corrélation des attracteurs étranges correspondants aux régimes chaotiques ont été calculées. Ils ont trouvé que, ces dimensions sont plus larges que celles obtenues par d'autres auteurs pour une convection de Rayleigh-Bénard dans une géométrie ayant le même rapport d'aspect. En outre, ils ont observé la transition de l'état temporel chaotique vers l'état spatio-temporel chaotique.
- Pour  $\Gamma = 2,2$  et en imposant des valeurs élevées de Marangoni ( $Ma = 1581$  pour  $Pr = 160$  et  $Ma = 740$  pour  $Pr = 440$ ), les auteurs ont observé que des modes spatiaux ont été influencées par des structures convectives dynamiques [20].

**W. Guo et al.** (2007) ont étudié la convection combinée Rayleigh-Marangoni, dans un récipient cylindrique vertical chauffé par le bas, en utilisant l'analyse de la stabilité linéaire. Ces auteurs ont trouvé que seules les épaisseurs des couches de liquide et du gaz ont un effet dominant sur le contrôle de l'effet Marangoni et que la largeur de l'ouverture du cylindre (gap width of an annulus) n'a aucun effet significatif pour le contrôle de l'effet Marangoni. Quant aux structures des cellules obtenues, elles étaient fonction du rapport d'aspect et de l'échelle de la largeur d'ouverture du récipient. Comme, ils ont montré que la longueur critique de l'onde, dans la direction azimutale, décroît proportionnellement avec la décroissance de l'échelle de la largeur de l'ouverture du récipient (scaled gap width). En ce qui concerne les parois isolées, des structures axisymétriques sont obtenues seulement à grande échelle de la largeur d'ouverture du récipient [21].

La contribution numérique des auteurs **E. Sauvage et al.** en (2007), a concerné la structuration de l'écoulement d'une huile de silicone (de nombre de Prandtl  $Pr = 10,3$ ) dans une cellule annulaire à surface libre chauffée en son centre. Ils ont trouvé que pour un nombre de Marangoni ( $Ma$ ) suffisamment faible, l'écoulement est stationnaire et axisymétrique. Des ondes hydrothermiques apparaissent pour une valeur critique de  $Ma$  qui dépend du nombre de Bond dynamique ( $Bd$ ) et du rapport d'aspect de l'enceinte [22].

Quant à **R. ES SAKHY et al.**, en étudiant numériquement les écoulements convectifs au sein d'une couche de fluide horizontale contenue dans un récipient cylindrique ouvert ; ils ont

visé l'analyse de l'effet des paramètres de transfert de chaleur, sur la structure de l'écoulement et ce, en faisant varier le nombre de Marangoni et le nombre de Biot pour un nombre de Prandtl constant. Les résultats trouvés montrent que la variation du nombre de Marangoni influe sur la forme et le nombre des cellules. L'analyse quantitative de l'effet du  $Ma$  sur la vitesse du fluide à la surface libre, a montré une augmentation très significative de cette grandeur lorsque  $Ma$  et les niveaux de la cellule centrale augmentent. Ces derniers peuvent aller jusqu'à trois fois les niveaux des cellules périphériques. Pour un nombre de Marangoni égal à 1800, et de faibles nombres de Biot variant entre (5 et 18), les cellules convectives observées occupent la majorité de la cavité. Et pour des nombres de Biot plus élevés, ces cellules reculent vers le centre de la cavité et leur taille devient plus réduite. Pour différents nombres de Biot, une diminution légère de la vitesse est remarquée avec l'augmentation de Biot [23].

En 2007, **Dietrich Schwabe** [24] a présenté un travail expérimental basé sur des données théoriques et des observations effectuées sur des instabilités thermocapillaires. Il a entamé l'étude de l'instabilité thermocapillaire d'un système simple. Ensuite, il s'est penché sur l'analyse des cas complexes réel, en ajoutant au système initial, soit : la force de gravité, un gradient de température incliné, une déformation statique et dynamique de la surface libre, ou encore, l'effet soluto-capillaire... etc. Quant à l'interprétation de ses observations : l'auteur a commenté celles résultants du système complexe entre autres : ondes hydrothermiques; rouleaux linéaires ou cellules de Bénard dans les couches d'extensions infinies, comme des dérivées du cas simple.

Dans ce travail, **Schwabe** a considéré principalement les liquides de nombre de Prandtl  $Pr > 1$ . En ce qui concerne le domaine d'application, la croissance cristalline de ce « melt » est le domaine en perspective pour l'application des connaissances retenues des instabilités thermocapillaires (Marangoni) et ce pour deux raisons :

1. Le métal adjacent au cristal en phase de croissance possède une surface libre d'après: la technique de Czochralski ou celle de la zone flottante et dans la solidification directionnelle (le cas de la géométrie horizontale). Cette surface libre est éventuellement, purifiée pour répondre aux caractéristiques désirées, ce qui correspond au cas des mono-cristaux parfaits dont les paramètres de l'écoulement thermocapillaire et des instabilités de Marangoni sont donnés.

2. Les gradients de température élevés au voisinage de l'interface du cristal en formation doivent éviter les sous-refroidissements (supercooling) avec leurs effets catastrophiques sur la qualité du cristal.

Dans l'étude expérimentale, du modèle simple, l'auteur a considéré des couches de liquide avec une surface supérieure libre ou un pont liquide et ce lors de l'étude des cas suivants :

**a) Application d'un gradient de température vertical :** dans ce cas la couche de liquide était chauffée par le bas et refroidie par le haut. L'état de base de ce cas est une couche stagnante, présentant la transition très connue de structures hexagonales de la convection cellulaire de l'instabilité de Bénard-Marangoni (BMI), étudiée par **Koschmieder** (1993) et **Bénard** (1900). **Pearson** (1958) analysa ce cas en excluant l'effet de gravité et **Nield** (1964) en l'incluant. Comme résultat, ils ont trouvé que l'effet Marangoni et les forces gravitationnelles renforcent l'une l'autre, abaissant (lowering) respectivement, les valeurs critique de  $Ma$  ou de  $Ra$  et influençant les structures. En réalisant ces tests, dans les récipients profonds, ils ont trouvés différents types de structures cellulaires, néanmoins, comparables à celles des couches minces et de microgravité (effet Marangoni pur).

**b) Application d'un gradient de température horizontal :** dans ce cas la couche de liquide était soumise à un gradient de température horizontal. Dans cette étude, l'auteur a considéré le cas où l'écoulement est linéaire c.-à-d. sans le contre flux (écoulement de retour) et le cas de l'écoulement thermocapillaire avec écoulement de retour, cas réalisé par **Smith** et **Davis** (1983).

Les états de bases de ces cas étaient des couches dynamiques. L'analyse de stabilité de ces couches a illustré des instabilités pour un écoulement linéaire appelé rouleaux linéaires (roll-axis aligned with the basic flow) (les axes de rouleaux alignés avec l'écoulement de base) et comme instabilité d'un écoulement thermocapillaire avec un écoulement de retour appelé ondes hydrothermiques (hydrothermal waves) **Smith** et **Davis** (1983). Le vecteur directeur de ces ondes hydrothermiques est incliné par rapport au gradient de température appliqué, cette inclinaison augmente avec la diminution de  $Pr$ .

Dans cette expérience et pour ce  $Pr$ , comme découvert par **Smith** et **Davis** (1983), les ondes hydrothermiques (HTWs) dans la couche mince de l'huile de silicone se déplacent du froid vers le chaud.

Pour un gradient de température radialement orienté comme dans une forme cylindrique (cylindrical annuli), les (HTWs) deviennent des spirales d'Archimède suivant l'angle formé entre le vecteur d'onde et le gradient de température appliqué **Garnier** (2001).

En 2008, **H.C.Kuhlmann et al.** ont étudié la stabilité linéaire d'un écoulement de convection gravitationnelle et thermocapillaire dans une enceinte rectangulaire, avec un rapport d'aspect variant de 1,2 à 8 et un nombre de Prandtl  $P_r = 10$ . Ils ont trouvé que le transfert de l'énergie entre l'écoulement de base et celui de perturbation révèle l'inexistence d'un effet direct de la gravité sur l'instabilité. De plus, pour les rapports d'aspect inférieurs à trois, un écoulement cellulaire stationnaire tridimensionnel apparaît [25].

**M. Medale et B. Cochelin** (2009) ont développé un modèle numérique pour calculer avec précision les solutions de la combinaison d'un état stationnaire de la convection flottable et la thermocapillarité. Ce modèle a été validé sur une solution existante d'une étude analysant l'influence de la forme et des dimensions du récipient sur les structures cellulaires de la convection de Rayleigh–Bénard–Marangoni [26].

**I. Ueno et al.** (2010) ont étudié numériquement l'écoulement thermocapillaire induit dans un film liquide sous l'effet d'un gradient de température appliqué le long de la surface libre. En conséquence, un écoulement de retour à double couches surgit comme écoulement de base ayant un faible effet thermocapillaire. Mais, lorsque l'effet thermocapillaire augmente, une instabilité à double couches d'ondes hydrothermiques survient dans le film. Pour vérifier ces résultats, les auteurs ont réalisé une approche expérimentale, où une couche de liquide mince libre est soumise à l'effet d'un gradient de température appliqué entre les parois limites. Ils ont prédit l'apparition d'un écoulement à double couche de faible effet thermocapillaire. Quoique l'instabilité d'onde hydrothermique stable n'a pas été accomplie dans ce film. Alors qu'un écoulement cellulaire monocouche a surgi [27].

En 2011, **R. Pardo et al.** ont mené une étude théorique en vue de confirmer l'existence de solutions pour le problème stationnaire de la convection de Bénard-Marangoni dans un domaine fini à surface supérieure plate, bifurquant à partir d'un état de base de conduction thermique. Concernant la régularité du résultat, ils ont obtenus des solutions par l'utilisation de la formulation simple [28].

Dans la même année, **Zhu et al.** (2011) ont investi expérimentalement les caractéristiques de l'oscillation de surface de l'huile de silicone dans un récipient rectangulaire. Ils ont montré que :

- la différence de température appliquée entre les deux parois latérales induit :
  - un écoulement de cisaillement le long de la surface libre du chaud vers le froid et,
  - un écoulement de retour dans la couche sous-jacente, et
- avec l'accroissement de la différence de température, l'écoulement stationnaire de base devient instable vers l'écoulement instationnaire. Et pour mesurer la position de la surface du liquide de façon dynamique, et la transformée de Hilbert – Huang afin d'analyser les données d'essai, ils ont utilisé une caméra (CCD) à haute résolution [29].

**K. Li *et al.*** (2012) ont étudié numériquement la convection couplée (Marangoni et thermocapillaire), dans une couche finie de liquide ( $Pr = 11,6$ ), en adoptant les conditions de microgravité. Ils ont constaté que le nombre de Marangoni critique décroît avec l'accroissement du rapport volumique. Et en analysant la structure de l'écoulement multicellulaire et l'instabilité limite marginale de la convection couplée, ils ont découvert la convection oscillatoire couplée dans les couches liquides concaves de rapport volumique compris entre 0,80 et 0,85 [30].

En 2013, **Peng Zhu *et al.*** ont présenté expérimentalement la transition vers le chaos de la convection thermocapillaire dans une enceinte rectangulaire de l'huile de silicone (0,65 cSt ou 1 cSt). La différence de température appliquée entre les deux parois latérales a été ajustée dans un intervalle 0-43°C. Ils ont trouvé à travers l'analyse des nombres adimensionnels que l'augmentation de la convection flottable et la réduction du rapport d'aspect peuvent stabiliser l'écoulement induit par le gradient de température. En ce qui concerne la transition de l'huile de silicone caractérisée par : 1 cSt et une épaisseur de 3mm, elle suit le chemin quasi-périodique jusqu'au chaos. De plus, une relation proportionnelle entre la fréquence d'oscillation et le nombre de Marangoni a été déduite [31].

Dans la même année **Zijing Ding *et al.*** (2013) ont considéré l'analyse de l'instabilité linéaire de la convection thermocapillaire dans un système de deux couches de liquides immiscibles : l'huile de silicone 10 cSt et le Fluorinert FC70. Le système est limité par le bas par une paroi rigide plate et par le haut par une surface libre en couche de gaz passif. En appliquant un gradient de température horizontal le long des interfaces, ils ont trouvé que la convection dans les deux couches peut se produire dans un mode stationnaire ou oscillatoire.

Le mode oscillatoire peut prendre la forme d'onde qui se propage dans une seule direction. La convection s'est produite dans les deux couches en mode oscillatoire. Ils ont aussi étudié l'influence du nombre de Biot et celle du rapport des épaisseurs sur les modes instables dans le système à deux couches [32].

**Hoyas *et al.*** (2013) ont analysé, par la méthode de la stabilité linéaire, les instabilités de la thermoconvection dans un récipient cylindrique, pour différents nombres de Bond dynamique ( $Bd$ ) et de Biot ( $Bi$ ), et ce, en utilisant deux nombres de Prandtl. L'écoulement était chauffé par le bas avec un profil linéaire de température horizontal décroissant de l'intérieur vers l'extérieur du récipient. Quant à la surface supérieure, elle était exposée à l'atmosphère, alors que la surface latérale était maintenue adiabatique. Les résultats ont confirmé que le contrôle de l'état de base était principalement gouverné par le nombre de bond dynamique «  $Bd$  ». En outre et pour les nombres de Prandtl élevés, il a été possible d'identifier, dans cette géométrie, l'intervalle du nombre de Bond où soit la gravité ou bien la thermocapillarité présentait un effet dominant [33, 34].

En 2014, **Melnikov et Shevtsova** ont examiné la stabilité hydrodynamique d'un écoulement thermocapillaire dans un pont liquide de dimension finie. L'interface non-déformable était chauffée par le haut et couverte par une couche de gaz passif. L'étude a été réalisée au moyen d'une simulation numérique tridimensionnelle directe. Un écoulement convectif dans l'huile de silicone de nombre de Prandtl  $Pr$  égal à 18 était induit par la combinaison des effets de forces gravitationnelle et thermocapillaire. Pour différentes conditions thermiques externes dans la phase gazeuse ; l'étude a permis d'évaluer les effets interfaciaux de l'échange de chaleur sur la stabilité hydrothermique de l'écoulement. Ils ont trouvé que le refroidissement de l'interface peut déplacer significativement le point de bifurcation où l'écoulement thermocapillaire devient oscillatoire. L'effet du champ thermique interfacial peut être stabilisant ou déstabilisant selon le profil de température dans le gaz et la hauteur du pont liquide et ce si le nombre de Biot n'est pas grand. Aussi, pour un taux élevé de chaleur perdue, la stabilisation s'est produite sans tenir compte de la distribution de la température dans le gaz ambiant. Dans cette étude, plusieurs régimes d'écoulements ont été identifiés ce qui a permis d'établir les diagrammes de stabilité détaillés sous les conditions thermiques ambiantes considérées [35].

**C.M. Wu *et al.*** (2014) ont étudié dans une configuration numérique 3D les caractéristiques fondamentales d'un écoulement instationnaire complexe. Ce dernier a été induit par les effets



de rotation et de tension superficielle. La configuration utilisée correspond à un récipient cylindrique peu profond avec une surface partiellement libre. Les résultats obtenus ont montré que : lorsque les forces motrices sont faibles, l'écoulement de base est stationnaire et axisymétrique. Mais, lorsque le nombre de Reynolds total dépasse sa valeur critique, l'écoulement passe vers un état oscillatoire tridimensionnel. En conséquence plusieurs structures ont été obtenues dans différentes directions. Quant aux effets relatifs à : - la force thermocapillaire, - à la température maximale à la vitesse linéaire - au nombre d'onde et à la vitesse angulaire, l'étude a été exhaustive et son intérêt s'est étalé aux mécanismes de l'écoulement instationnaire oscillatoire 3D [36].

**H. C. Kuhlmann** (2014) a considéré, lors de son étude, les écoulements thermocapillaires dans les films minces chauffés par les parois latérales. Il s'est intéressé particulièrement à la contribution entre deux types de mouvement: l'un nommé écoulement de retour dans lequel l'écoulement oppose l'écoulement thermocapillaire de la surface libre et ce pour préserver la conservation de masse. L'autre, est l'écoulement à grande échelle qui apparaît comme écoulement tampon, dans lequel, la vitesse est indépendante de la composante perpendiculaire au film. Afin de favoriser l'écoulement de grande échelle à celui de retour quand l'épaisseur du film diminue, les conditions physiques doivent être basées sur la minimisation de l'énergie de surface. L'écoulement à grande échelle apparaît comme un écoulement cellulaire avec une vorticité alternativement perpendiculaire à la surface du film. Le sens de rotation de ces tourbillons n'est pas déterminé quand le film est adiabatique ou son épaisseur est constante. Si, cependant, l'épaisseur du film varie perpendiculairement à l'application du gradient de température, le sens de l'écoulement est déduit par la minimisation de l'énergie de surface [37].

En 2015, **T. G. Roisman** s'est intéressé à la convection de Marangoni dans un film liquide supporté par un substrat avec une distribution périodique de température. Cette étude a été menée pour de faibles nombres de Reynolds et de Marangoni et un nombre élevé de Prandtl. Dans le modèle utilisé, il a examiné l'interaction entre la convection de Marangoni induite par le chauffage mural non-uniforme et l'instabilité de Marangoni des ondes courtes [38].

**J.J. Yu et al.** (2015) ont effectué une série d'expériences sur les caractéristiques de base de la convection thermocapillaire. Ils ont utilisé pour cet essai, un mélange binaire ayant un nombre de Prandtl modéré. Le récipient contenant le mélange est de forme annulaire, peu profond, chauffé par le cylindre extérieur et refroidi par celui intérieur pour différents rapports d'aspect.

Les résultats montrent que: l'écoulement stationnaire bi-dimensionnel, les ondes hydrothermiques et les phénomènes chaotiques se produisent respectivement avec l'augmentation du nombre de Reynolds. Durant l'essai, ils ont constaté qu'au seuil des ondes hydrothermiques, le nombre de Reynolds critique décroît avec l'accroissement du rapport d'aspect et la concentration de la solution. Avec l'accroissement du rapport d'aspect, le nombre d'onde, l'angle de propagation et la fréquence fondamentale des ondes hydrothermiques, diminuent uniformément. Cependant, la concentration de la solution influe légèrement sur ces paramètres caractéristiques des ondes hydrothermiques [39].

**A. Fath et al.** (2015) ont testé expérimentalement et numériquement la convection de Marangoni de courte échelle dans un film liquide sur une paroi structurée et uniformément chauffée. Ils ont visualisé, expérimentalement, la production en 2D, de rouleaux convectifs ; dans l'environnement expérimental fermé, ce qui permet le contrôle de la température et le nombre de Biot. La simulation numérique est réalisée pour étudier l'influence de la hauteur du film, la température de la paroi, les changements topographiques et l'effet de la gravité sur les caractéristiques de l'écoulement [40].

Étant la combinaison des deux gradients de température (horizontal et vertical); la convection RBM est le cas le plus complexe de l'application d'un gradient de température incliné. Il n'y a que peu d'études qui ont considéré le couplage des deux gradients de températures. Pour étudier l'influence de l'effet de la gravité et celui de la tension superficielle sur la formation des structures convectives thermocapillaires, **Ueno et al.** (2002), ont utilisé une géométrie cylindrique avec un intervalle d'épaisseurs de couches liquides (des huiles de silicones), pour les nombres suivants de Prandtl ( $Pr = 27.9, 67.0, 111.9$  et  $206.8$ ). Cinq types de structures ont été trouvés : (Marangoni-Bénard convection, Flowing Bénard cells, Streak convection, Horizontal circulation et Stagnation) d'après la référence [41].

En 2004, **E.S. Oleg et al.** ont repris numériquement l'étude de l'écoulement thermocapillaire généré par un gradient de température incliné. En se servant de l'analyse de la stabilité linéaire, l'écoulement thermocapillaire a été étudié, dans la limite de disparition du nombre de Biot (in the limit of a vanishing Biot number), pour une eau ayant un nombre de Prandtl  $Pr = 7$ . Ces auteurs ont trouvé que l'application d'un gradient horizontal joue un rôle important sur la formation et le développement des régimes convectifs dans les couches horizontales de liquide chauffées par le bas. L'analyse de la stabilité a permis la découverte de trois modes d'instabilités qui sont :

- La transition de l'écoulement parallèle de retour stable vers l'écoulement périodique qui s'est produit à partir de rouleaux longitudinaux,
- Des rouleaux traînant (drifting rolls) se déplaçant en aval, ou
- des ondes hydrothermiques (travelling hydrothermal waves) se déplaçant en amont dépendant du contrôle des paramètres.

Ils ont trouvé qu'en présence du gradient de température incliné l'écoulement de retour parallèle peut être stabilisé par l'augmentation de la composante verticale du gradient de température.

Les calculs réalisés, pour un petit rapport d'aspect, révèlent l'existence de deux différents types de structures hexagonales ordonnées : le long et à travers la direction du gradient de la tension superficielle. Les calculs effectués, plus tard, pour des rapports d'aspects grands, ont confirmé la présence de deux structures hexagonales avec l'orientation inclinée.

Ils ont montré que la direction des rouleaux stationnaires longitudinaux le long du gradient de température horizontal entraîne un meilleur transfert de chaleur à travers la couche de liquide à l'opposé des rouleaux voyageurs (travelling rolls transverse). Ils ont aussi noté qu'ils obtiennent plus souvent des rouleaux longitudinaux que des rouleaux voyageurs transverses. Cette observation est similaire au résultat connu pour la convection gravitationnelle où les rouleaux longitudinaux sont aussi couramment constatés (**Kelly 1994**). Durant cette simulation, ils ont observé différents types de structures quadrangulaires (quadrilatères). Aussi, ils ont trouvé que la région de stabilité de ces structures est localisée au dessus de la région des structures hexagonales stable comme elle l'est en l'absence du gradient de température horizontal [42].

**Mizev et Schwabe** (2009) [43] ont effectué une étude sur une géométrie rectangulaire, contenant de l'huile de silicone de nombre de Prandtl  $Pr = 102$  et dont l'épaisseur est variable. Ils ont trouvé cinq structures d'écoulement différentes : un écoulement stationnaire parallèle, des cellules de Bénard-Marangoni, des cellules de Bénard-Marangoni mobiles et des rouleaux longitudinaux. Les résultats obtenus étaient comparables à ceux trouvés par **Ueno et al.** [41].

**Ortiz-Perez et al.** (2011) ont étudié l'instabilité d'un écoulement d'une couche de liquide supposée infinie soumise à un gradient de température incliné. Cette couche de liquide est comprise entre deux parois rigides, horizontales et parallèles lesquelles sont perpendiculaires à la gravité et soumis à un gradient de température vertical. Les calculs ont été effectués pour

un intervalle de Prandtl variant de 0,026 à 1. En utilisant la méthode numérique de Galerkin; les auteurs ont trouvé de nouveaux résultats et ont pu apporter des corrections sur le travail de **Nield** (1994). Ils ont trouvé que pour  $0,2 < Pr < 0,45$ , un nouveau mode oscillatoire oblique apparaît brusquement, il peut être le premier mode instable dans un intervalle particulier du nombre de Rayleigh horizontal pour tous les nombres de Prandtl inférieurs à l'unité. Ils ont dit qu'à gauche, ce mode se sépare d'un mode oscillatoire longitudinal uniforme déjà trouvé par **Nield** (1994) [44]. D'autres résultats ont été trouvés dans ce travail et ont été comparés à ceux obtenus par **Nield** (1994).

Suite à ce travail, **Ortiz-Pérez et Dávalos-Orozco** (2014) ont étudié numériquement le problème linéaire de la convection naturelle [45] pour des nombres de Prandtl  $Pr > 1$ . Ils ont trouvé que le mode oblique oscillatoire stationnaire apparaît pour  $Pr = 2$ . Aussi, ils ont montré que quelques modes deviennent non pertinents quand le nombre de Prandtl augmente et différents modes deviennent les premiers instables. Le résultat important dans cette étude est qu'au-dessus d'un nombre de Prandtl assez élevé, les courbes critiques restent presque les mêmes. Par conséquent, la limite du Prandtl tendant vers l'infini a été utilisée pour calculer l'expression analytique pour le mode critique longitudinal qui couvre presque tout l'intervalle des nombres de Rayleigh horizontaux. Il a été montré que pour le nombre de Prandtl supérieur à l'unité, le mode oscillatoire transversal a un intervalle d'existence pour un nombre de Rayleigh horizontal. Aussi, le premier mode instable croît en premier puis décroît avec le Prandtl, mais ne disparaît jamais.

#### **I.4. REFERENCES**

- [1] Y. Shen, G. Neitzel, D. Jankowski, H. Mittelman: **Energy stability of thermo capillary convection in a model of the float-zone crystal-growth process**; J.Fluid Mech. 217 (1) (1990) 639-660.
  
- [2] P. Calvert, **Inkjet printing for materials and devices**, Chem. Mater. 13 (10) (2001) 3299-3305.
  
- [3] D. Nield: **Surface tension and buoyancy effects in cellular convection**; J.Fluid Mech. 19 (3) (1964) 341-352.

- 
- [4]. M. Huerta, D. Krmptotic, G.B. Mindlin , H. Mancini, D. Maza, C. Prrez-Garcia: **Pattern dynamics in a Bénard-Marangoni convection experiment**; Physica D 96 (1996) 200-208.
- [5]. S.T. Yua, B.N. Jiangb, J. Wub, J.C. Duh: **Three-dimensional simulations of Marangoni-Bénard convection in small containers by the least-squares finite element method**; Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 160 (1998) 71-88.
- [6]. H. Bazzi, C.T. Nguyen, N. Glanis: **Numerical simulation of oscillatory Marangoni convective flow inside a cylindrical liquid zone**; Int. J. Therm. Sci. 38 (1999) 863-878.
- [7]. Z. Zeng, H. Mizuseki, K. Higashino, Y. Kawazoe: **Direct numerical simulation of oscillatory Marangoni convection in cylindrical liquid bridges**; Journal of Crystal Growth 204 (1999) 395-404.
- [8]. J. Leyboldt, H.C. Kuhlmann, H.J. Rath, **Three-dimensional numerical simulation of thermocapillary flows in cylindrical liquid bridges**, J.Fluid Mech.414 (2000) 285-314.
- [9]. M.F. Schatz, G.P. Neitzel: **Experiments on thermocapillary instabilities**; Annu. Rev.Fluid Mech. 33 (1) (2001) 93-127.
- [10] J. Burguete , N. Mukolobwiesz, F. Daviaud, N. Garnier, and A. Chiffaudel : **Buoyant-thermocapillary instabilities in extended liquid layers subjected to a horizontal temperature gradient**; PHYSICS OF FLUIDS VOLUME 13, NUMBER 10 OCTOBER 2001 1070-6631.

- 
- [11] O. Bouizi, C. D. V. Delcarte and G. Kasperski : **Seuils de transition 2D/3D de la convection thermocapillaire en zone flottante ;** 16<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique (2003).
- [12] E. Semma, M. El Ganaoui, R. Bennacer, A. Cheddadi : **Effets de la convection thermocapillaire sur les instabilités de la phase fluide et de l'interaction solide/liquide en croissance dirigée ;** 16<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique (2003).
- [13]. V. Kumar, G. Biswas, G. Brenner, F. Durst: **Effect of thermocapillary convection in an industrial Czochralski crucible;** numerical simulation; International Journal of Heat and Mass Transfer 46 (2003) 1641–1652 ;
- [14] V. Shevtsova, I. Simanovskii, A. Nepomnyashchy, Jean : **Thermocapillary convection in three-layer system with the temperature gradient directed along the interfaces ;** C.R. Mecanique 333 (2005) 311-318.
- [15 ] K.T. Chiang: **Effect of a non-uniform basic temperature gradient on the onset of Benard- Marangoni convection: Stationary and oscillatory analyses;** International Communications in Heat and Mass Transfer 32 (2005) 192–203.
- [16]. Q.S. Liu, B.H. Zhou, R. Liu, H. Nguyen-Thi, Bernard Billia : **Oscillatory instabilities of two-layer Rayleigh–Marangoni–Bénard convection;** Acta Astronautica 59 (2006) 40 – 55.
- [17] I. Simanovskii, A. Nepomnyashchy, V. Shevtsova, P. Colinet, and J.- Legros : **Nonlinear Marangoni convection with the inclined temperature gradient in multilayer systems;** Phys. Rev. E 73, 066310 (2006).

- 
- [18] P. Cerisier, S. Rahal, H. Azuma: **Pattern dynamics of the Bénard–Marangoni instability in a medium aspect ratio container**; in Second International Symposium on Instability and Bifurcations in Fluid Dynamics, in: J. Physics: Conference Series, vol. 64 (2007) p. 012004.
- [19] S. Rahal, P. Cerisier, H. Azuma: **Benard-Marangoni convection in small circular: influence of the Biot and Prandtl numbers on pattern dynamics and free surface deformation**; Exp. Fluids 43 (4) (2007) 547-554.
- [20] S. Rahal, P. Cerisier, and C. Abid: **Transition to chaos via the quasi-periodicity and characterization of attractors in confined Benard-Marangoni convection**; Eur.Phys. J. B 59, 509-518 (2007).
- [21]. W. Guo, R. Narayanan : **Onset of Rayleigh–Marangoni convection in a cylindrical annulus heated from below** ; Journal of Colloid and Interface Science 314 (2007) 727–732.
- [22]. E. Sauvage, L. Jacoutot, Y. Fautrelle1 & Annie Gagnoud : **Etude des instabilités thermocapillaires et thermogravitaires dans un bain d’huile** ; 18ème Congrès Français de Mécanique ; Grenoble, 27-31 août 2007
- [23] R. ES Sakhy, K. EL Omari, Y. LE Guer, S. Blancher, M. Feddaoui et T. Mediouni : **Simulation de la convection de Bénard-Marangoni dans des récipients cylindriques chauffés par un flux non-uniforme** ; Action Intégrée n° MA/09/214 -Maroc, MA/09/213-France.
- [24] D. Schwabe: **Convective instabilities in complex systems with partly free surface**; Second International Symposium on Instability and Bifurcations in Fluid Dynamics. Journal of Physics:Conference Series **64** (2007) 012001.

- [25] H.C. Kuhlmann, S. Albensoeder: **Three-dimensional flow instabilities in a thermocapillary-driven cavity**, Phys.Rev. E 77 (3) (2008) 36303.
- [26] M. Medale, B. Cochelin: **A parallel computer implementation of the Asymptotic Numerical Method to study thermal convection instabilities**; Journal of Computational Physics 228 (2009) 8249–8262.
- [27]. I. Ueno; T. Torii: **Thermocapillary-driven flow in a thin liquid film sustained in a Rectangularhole with temperature gradient**; Acta Astronautica 66 (2010) 1017–1021.
- [28] R. Pardo , H. Herrero , and S. Hoyas: **Theoretical study of a Bénard–Marangoni problem** J. Math. Anal. Appl. 376 (2011) 231–246.
- [29]. P. Zhu, B. Zhou, L. Duan, Q. Kang: **Characteristics of surface oscillation in thermocapillary convection**; Experimental Thermal and Fluid Science 35 (2011) 1444–1450.
- [30]. K. Li, Z.M. Tang, W.R. Hu : **Coupled thermocapillary convection on Marangoni convection in liquid layers with curved free surface**; International Journal of Heat and Mass Transfer 55 (2012) 2726–2729
- [31]. P. Zhu, L. Duan, Q. Kang: **Transition to chaos in thermocapillary convection**; International Journal of Heat and Mass Transfer 57 (2013) 457–464.
- [32] Z. Ding, Q. Liu: **Linear instability analysis of thermocapillary convection in a bi-layer system**; International Journal of Heat and Mass Transfer 62 (2013) 63–72.



- 
- [33] S. Hoyas, A. Gil, P. Fajardo, M.J. Pérez-Quiles: **Co-dimension three bifurcations in a Bénard–Marangoni problem**, Phys. Rev. E 88 (015001) (2013).
- [34] S. Hoyas, P. Fajardo, A. Gil, M.J. Perez-Quiles : **Analysis of bifurcations in a Bénard–Marangoni problem: Gravitational effects** ; International Journal of Heat and Mass Transfer 73 (2014) 33–41.
- [35]. D.E. Melnikov , V.M. Shevtsova: **The effect of ambient temperature on the stability of thermocapillary flow in liquid column**; International Journal of Heat and Mass Transfer 74 (2014) 185–195.
- [36]. C.M. Wu, Y.R. Li, R.J. Liao: **Instability of three-dimensional flow due to rotation and surface-tension driven effects in a shallow pool with partly free surface**; International Journal of Heat and Mass Transfer 79 (2014) 968–98.
- [37] H. C. Kuhlmann: **Large-Scale Liquid Motion in Free Thermocapillary Films**; Microgravity Science and Technology. December 2014, Volume 26, Issue 6, pp 397-400.
- [38]. T. G. Roisman: **Modulation of Marangoni convection in liquid films**; Advances in Colloid and Interface Science 222 (2015) 319–3
- [39]. J.J. Yu, D.F. Ruan, Y.R. Li and, J.C. Chen: **Experimental study on thermocapillary convection of binary mixture in a shallow annular pool with radial temperature gradient**, Experimental Thermal and Fluid Science 61 (2015) 79–86.
- [40]. A. Fath, T. Horn, T. G. Roisman, P. Stephan, D. Bothe: **Numerical and experimental analysis of short-scale Marangoni convection on heated structured surfaces**; International Journal of Heat and Mass Transfer 86 (2015) 764–779.

- [41] I. Ueno, T. Kurosawa, H. Kawamura: **Thermocapillary convection in thin liquid layer with temperature gradient inclined to free surface**; Heat. Transf. 2 (2002) 129-134.
- [42]. E.S. Oleg, A.N. Alexander: **Thermocapillary flows under an inclined temperature Gradient**; J. Fluid Mech. 504 (2004) 99–132.
- [43] A.I. Mizev, D. Schwabe: **Convective instabilities in liquid layers with free upper surface under the action of an inclined temperature gradient**; Phys. Fluids 21 (2009) 112102.
- [44] A.S. Ortiz-Perez, L.A. Davalos-Orozco: **Convection in a horizontal fluid layer under an inclined temperature gradient**; Physics of Fluids; Aug 2011, Vol. 23 Issue 8, p 084107
- [45]. A.S.Ortiz-Pérez, L.A. Dávalos-Orozco: **Convection in horizontal fluid layer under an inclined temperature gradient for Prandtl numbers  $Pr > 1$** ; International Journal of Heat and Mass Transfer 68 (2014) 444–455.

## MODELISATION ET PROCEDURES NUMERIQUES

La thermocapillarité est un phénomène très complexe. Ses effets nuisibles sur les équipements industriels et autres exigent de notre part un soin particulier dans le choix de l'outil de l'étude. Comme l'expérimental est coûteux et ses résultats répondent à ceux de la simulation numérique, chose constatée dans la plupart des références. Cette dernière est devenue le premier recours du physicien, principalement lorsqu'il dispose de toutes les techniques numériques dont il a besoin pour réaliser ses tests. Mais, pour pouvoir bénéficier de cette approche, la formulation mathématique du problème physique est indispensable. Ce chapitre a pour objectif la conception du modèle mathématique qui décrit le mieux le comportement des phénomènes physiques. L'objectif de ce chapitre est, donc, l'établissement des équations de continuité, de quantités de mouvements (Navier-Stokes) et celle de la chaleur pour un écoulement incompressible sous les conditions de Boussinesq.

### II.1. FORMULATION MATHEMATIQUE:

Les progrès dans les moyens de simulation numérique (outil informatique et méthodes numériques) ont permis à celle-ci de retracer avec finesse les pas d'évolution des systèmes et des phénomènes physiques que décrit un modèle mathématique bien spécifique. Ce modèle doit être une image précise et nette de la réalité et doit répondre à toutes les conditions et les contraintes environnantes. Dans notre cas d'étude, la détermination des équations qui gouvernent les phénomènes de transfert assujettis aux conditions aux limites, constitue la phase essentielle du traitement numérique. Pour que ce dernier se fasse dans des conditions simples et en un temps réduit nous devons procéder à des simplifications basées sur des hypothèses liées aux caractéristiques de l'écoulement ainsi qu'aux fluides. Les équations générales sont:

#### II.1.1 EQUATION DE CONTINUTE:

C'est l'équation qui exprime le principe de conservation de la masse pour un volume de contrôle matériel. Elle s'exprime mathématiquement sous la forme suivante:

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \Delta V = 0 \quad (\text{II.1})$$

Où:  $\rho$ : la masse volumique,  
 $V(u, v, w)$ : Vecteur vitesse

### II.1.2. EQUATION DE QUANTITE DE MOUVEMENT:

Le principe de conservation de la quantité de mouvement permet d'établir les relations entre les caractéristiques du fluide et son mouvement et les causes qui le produisent, autrement dit: le taux de variation de la quantité de mouvement contenu dans le volume de contrôle est égal à la somme de toutes les forces extérieures qui lui sont appliquées, son expression en coordonnées cartésiennes est la suivante:

$$\rho \left( \frac{\partial V_i}{\partial t} + V_j \frac{\partial V_i}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial P_i}{\partial x_i} + \rho F - \frac{2}{3} (\mu \operatorname{div} V) + \operatorname{div} (\mu \overrightarrow{\operatorname{grad} V_i}) + \operatorname{div} \left( \mu \frac{\partial V_i}{\partial x_i} \right) \quad \begin{cases} i = 1,3 \\ j = 1,3 \end{cases} \quad (\text{II.2})$$

### II.1.3. EQUATION DE CONSERVATION DE L'ENERGIE:

L'équation de conservation de l'énergie s'exprime sous sa forme différentielle suivante :

$$\rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \operatorname{div} (\overrightarrow{\operatorname{grad} T}) + T\beta \frac{dP}{dt} + q + \bar{\phi} \quad (\text{II.3})$$

Où la force de tension de surface qui provient de la variation de  $\sigma$  avec la température T est

définie par: 
$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = \frac{\partial \sigma}{\partial T} * \frac{\partial T}{\partial x} \quad (\text{II.4})$$

## II.2 HYPOTHESES SIMPLIFICATRICES :

Afin de pouvoir résoudre le système d'équations aux dérivées partielles, des hypothèses simplificatrices, généralement utilisées sont adoptées :

- Le liquide est incompressible ( $\rho = \text{Cste}$ ).
- Le liquide est Newtonien.
- L'écoulement est laminaire.
- La dissipation visqueuse de l'énergie est négligeable.
- Les termes de pression dans l'équation de la chaleur sont négligeables.
- Le terme du flux radiatif est négligeable.

- Les propriétés physiques du liquide sont constantes.
- L'approximation de Boussinesq est adoptée pour la masse volumique qui est considérée comme constante (égale à sa valeur de référence) dans tous les termes des équations de transfert sauf dans le terme gravitationnel où elle est traitée comme variable en fonction de la température et s'exprime comme suit [1]:

$$(\rho - \rho_0)g = -\rho_0\beta(T - T_0) \quad (\text{II.5})$$

Où  $\rho_0$  est la masse volumique de référence et  $\beta$  est le coefficient d'expansion thermique à pression constante.

### II.2.1. EQUATIONS GOUVERNANTES SOUS FORMES DIMENSIONNELLES:

Après considération des hypothèses simplificatrices, les équations régissant l'écoulement du liquide dans une enceinte de configuration donnée, seront données par :

**II.2.1.1. COORDONNEES CARTESIENNES :** en cas de forme rectangulaire, celle-ci sera rapportée à un système d'axe de coordonnées cartésiennes (x,y,z), dont les équations (II.1.), (II.2.) et (II.3.) seront développées comme suit :

- **Equation de continuité :**

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (\text{II.6})$$

- **Equations de quantité de mouvement :**

**Suivant l'axe des X :**

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (\text{II.7})$$

**Suivant l'axe des Y :**

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \frac{\partial v}{\partial z} \right) + \rho g \beta (T - T_0) \quad (\text{II.8})$$

Avec  $T_0 = T_C$

**Suivant l'axe des Z :**

$$\rho \left( \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \frac{\partial w}{\partial z} \right). \quad (\text{II.9})$$

- **Equation d'énergie :**

$$\rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right). \quad (\text{II.10})$$

**II.2.1.2. COORDONNEES CYLINDRIQUES :** en cas de forme circulaire, les équations (II.1.), (II.2.) et (II.3.) seront données relativement à un repère cylindrique (r, φ, z):

- **Equation de continuité :**

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial V_z}{\partial z} + \frac{V_r}{r} = 0 \quad (\text{II.11})$$

- **Equations de quantité de mouvement :**

**Suivant l'axe r :**

$$\frac{\partial V_r}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_\phi}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \phi} + V_z \frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{V_\phi^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + \nu \left( \frac{\partial^2 V_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_r}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 V_r}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial r} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial V_\phi}{\partial \phi} - \frac{V_r}{r^2} \right) \quad (\text{II.12})$$

**Suivant l'axe φ :**

$$\frac{\partial V_\phi}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_\phi}{\partial r} + \frac{V_\phi}{r} \frac{\partial V_\phi}{\partial \phi} + V_z \frac{\partial V_\phi}{\partial z} + \frac{V_r V_\phi}{r} = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial P}{\partial \phi} + \nu \left( \frac{\partial^2 V_\phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_\phi}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 V_\phi}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_\phi}{\partial r} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial V_r}{\partial \phi} - \frac{V_\phi}{r^2} \right) \quad (\text{II.13})$$

**Suivant l'axe des Z :**

$$(\text{II.14}) \quad \frac{\partial V_z}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{V_\phi}{r} \frac{\partial V_z}{\partial \phi} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 V_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V_z}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_z}{\partial r} \right)$$

- **Equation d'énergie :**

$$(\text{II.15}) \quad \rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + V_r \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{V_\phi}{r} \frac{\partial T}{\partial \phi} + V_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \text{div}(\overrightarrow{\text{grad}T}) + T\beta \frac{dP}{dt} + q + \bar{\phi}$$

$$\text{Avec : } \text{div}(\overrightarrow{\text{grad}T}) = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot T) \quad \text{et} \quad \vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial r} \vec{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} \vec{u}_\phi + \frac{\partial}{\partial z} \vec{u}_z \quad (\text{II.16})$$

### II.2.2. CONDITIONS INITIALES ET AUX LIMITES SOUS FORMES DIMENSIONNELLES:

Afin de fermer le système des équations, il faut définir les conditions initiales et aux limites. Ci-dessous les conditions considérées dans notre travail :

- **Conditions initiales :**

$$\text{A } t = 0 \quad u = v = w = 0 \quad \text{et} \quad T_0 = T_C \quad (\text{II.11.a})$$

- **Conditions aux limites :**

Pour  $t > 0$

- Pour  $y = 0$  ;  $T = T_C$  ;  $0 < x < L$  ;  $\text{et } 0 < z < L$  (II.11.b)

- Pour  $y = d_1$  ;  $T = T_F$  ;  $0 < x < L$  ;  $\text{et } 0 < z < L$  (II.11.c)

- Pour  $x = 0$  ;  $\frac{\partial T}{\partial X} = 0$  ;  $0 < y < d_1$   $\text{et } 0 < z < L$  (II.11.d)

- pour  $x = L$  ;  $\frac{\partial T}{\partial X} = 0$  ;  $0 < y < d_1$   $\text{et } 0 < z < L$  (II.11.e)

- Pour  $z = 0$  ;  $\frac{\partial T}{\partial z} = 0$  ;  $0 < y < d_1$   $\text{et } 0 < x < L$  (II.11.f)

- pour  $z = L$  ;  $\frac{\partial T}{\partial z} = 0$  ;  $0 < y < d_1$   $\text{et } 0 < x < L$  (II.11.g)

### II.3. EQUATIONS SOUS FORMES ADIMENSIONNELLES:

En introduisant les variables adimensionnelles suivantes respectivement pour la longueur, la vitesse, le temps, la pression et la température, on considère (d) l'épaisseur de la couche de fluide comme une longueur caractéristique, on obtient:

$$x' = \frac{x}{d} ; \quad y' = \frac{y}{d} ; \quad z' = \frac{z}{d} \quad (\text{II.12.a})$$

$$u' = \frac{v}{d} u ; \quad v' = \frac{v}{d} v ; \quad w' = \frac{v}{d} w \quad (\text{II.12.b})$$

$$t' = \frac{d^2}{v} t ; \quad p' = \frac{v^2}{d^2} p ; \quad (\text{II.12.c})$$

**II. 3.1.EQUATIONS GOUVERNANTES SOUS FORMES ADIMENSIONNELLES**

L'ensemble de ces équations régissant l'écoulement thermocapillaire dans ce cas sont définies ci-dessous avec détail:

- **Equation de continuité**

$$\frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial y'} + \frac{\partial w'}{\partial z'} = 0 \tag{II.13}$$

- **Equations de quantité de mouvements**

Suivant l'axe des X :

$$\left( \frac{\partial u'}{\partial t'} + u' \frac{\partial u'}{\partial x'} + v' \frac{\partial u'}{\partial y'} + w' \frac{\partial u'}{\partial z'} \right) = -P_r \frac{\partial p'}{\partial x'} + P_r \Delta u' \tag{II.14}$$

Suivant l'axe des Y :

$$\left( \frac{\partial v'}{\partial t'} + u' \frac{\partial v'}{\partial x'} + v' \frac{\partial v'}{\partial y'} + w' \frac{\partial v'}{\partial z'} \right) = -P_r \frac{\partial p'}{\partial y'} + P_r \Delta v' + R_a P_r \theta . \tag{II.15}$$

Suivant l'axe des Z :

$$\left( \frac{\partial w'}{\partial t'} + u' \frac{\partial w'}{\partial x'} + v' \frac{\partial w'}{\partial y'} + w' \frac{\partial w'}{\partial z'} \right) = -P_r \frac{\partial p'}{\partial z'} + P_r \Delta w' \tag{II.16}$$

Avec :  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2}{\partial z'^2} = 0$

$Pr = \frac{\nu}{\chi}$ , nombre de Prandtl où  $\chi = \frac{k}{\rho_0 C_p}$

$\chi$  : la diffusivité thermique ;

$k$  : la conductivité thermique ;

$C_p$  : la chaleur spécifique.

$Ra = \frac{g\beta\Delta T_v d^3}{\nu \cdot \chi}$  ; nombre de Rayleigh

**Equation d'énergie**

$$\left( \frac{\partial \theta}{\partial t'} + u' \frac{\partial \theta}{\partial x'} + v' \frac{\partial \theta}{\partial y'} + w' \frac{\partial \theta}{\partial z'} \right) = \frac{1}{P_r \rho_0 C_p} \Delta \theta \tag{II.17}$$



**II.3.2. CONDITIONS INITIALES ET AUX LIMITES SOUS FORMES ADIMENSIONNELLES :**

Dans ce cas les conditions initiales et aux limites sont celles adoptées précédemment.

• **Conditions initiales :**

$$\text{A } t = 0 \quad u' = v' = w' = 0 \quad \text{et} \quad \theta = 0 \quad (\text{II.18.a})$$

• **Conditions aux limites:**

Pour  $t > 0$

$$\text{Pour } y' = 0 ; \quad \theta = 1 ; \quad 0 < x' < \frac{L}{d_1} ; \quad \text{et} \quad 0 < z' < \frac{L}{d_1} \quad (\text{II.18.b})$$

$$\text{Pour } y' = 1 ; \quad \theta = 0 ; \quad 0 < x' < \frac{L}{d_1} ; \quad \text{et} \quad 0 < z' < \frac{L}{d_1} \quad (\text{II.18.c})$$

$$\text{Pour } x' = 0 ; \quad \frac{\partial \theta}{\partial x'} = 0 ; \quad \mathbf{0} < \mathbf{y}' < \mathbf{1} \quad \text{et} \quad 0 < z' < \frac{L}{d_1} \quad (\text{II.18.d})$$

$$\text{Pour } x' = \frac{L}{d_1} ; \quad \frac{\partial \theta}{\partial x'} = 0 ; \quad \mathbf{0} < \mathbf{y}' < \mathbf{1} \quad \text{et} \quad 0 < z' < \frac{L}{d_1} \quad (\text{II.18.e})$$

$$\text{Pour } z' = 0 ; \quad \frac{\partial \theta}{\partial z'} = 0 ; \quad \mathbf{0} < \mathbf{y}' < \mathbf{1} \quad \text{et} \quad 0 < x' < \frac{L}{d_1} \quad (\text{II.18.f})$$

$$\text{Pour } z' = \frac{L}{d_1} ; \quad \frac{\partial \theta}{\partial z'} = 0 ; \quad \mathbf{0} < \mathbf{y}' < \mathbf{1} \quad \text{et} \quad 0 < x' < \frac{L}{d_1} \quad (\text{II.18.g})$$

L'ensemble de ces équations est aux dérivés partiels, ce qui nécessite l'une des méthodes numériques itératives suivantes :

- Différences finis ;
- Volume finis ;
- Eléments finis.

Dans notre étude on a opté pour l'utilisation de la méthode des volumes finis vu la disponibilité du code de calcul.

**II.4 METHODE DES VOLUME FINIS :**

L'évolution de ces instabilités peut être suivie à travers l'essai expérimental ou la simulation numérique du modèle mathématique joint et cela à partir des conditions initiales.

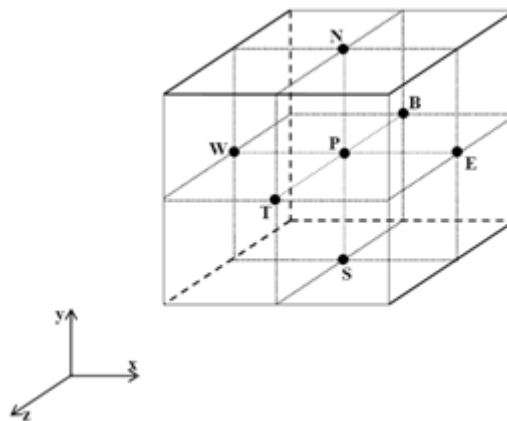
Le recours à la simulation numériques nécessite d'établir les organigrammes et les programmes connexes pour pouvoir tester le modèle mathématique et visualiser les évolutions d'états du phénomène d'instabilité. Ce chapitre sera donc consacré à la méthode numérique choisie pour la résolution du problème, au développement de l'organigramme global, et à l'interprétation des résultats issus de la simulation.

#### II.4.1. DEFINITION DE LA METHODE DES VOLUMES FINIS:

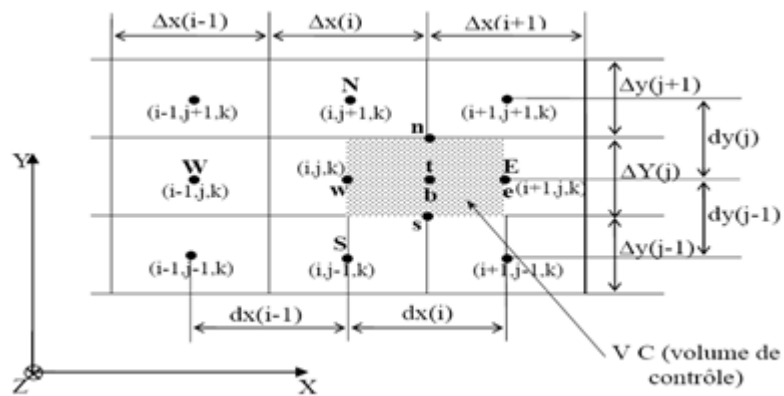
C'est une méthode qui permet une discrétisation conservative puisqu'elle satisfait la conservation de masse, de la quantité de mouvement et d'énergie dans tous les volumes finis donc à travers tout le domaine de calcul. Elle consiste à diviser le domaine de calcul en un nombre fini de volumes où chaque volume entoure un nœud. Les expressions des équations différentielles du modèle sont intégrées sur chaque volume de contrôle en utilisant le schéma d'approximation approprié. Le principe de conservation est, aussi bien, vérifié pour un volume de contrôle fini que pour un volume de contrôle infinitésimal [2].

#### II.4.2.MAILLAGE

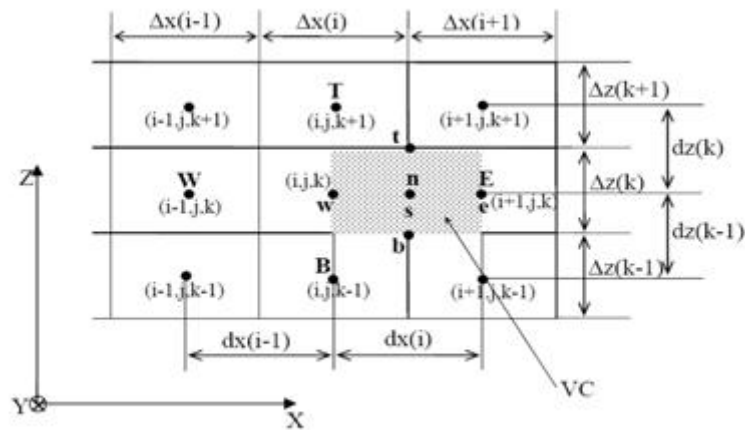
Le domaine physique est subdivisé en un certain nombre de volumes finis, chaque volume de contrôle est limité par six plans décrits chacun par une lettre minuscule indiquant sa direction (n, e, w, s, t et b) par rapport au nœud central 'P'. Les centres des volumes adjacents situés respectivement au Nord, l'Est, l'Ouest, Sud, en amont et en aval de celui du centre 'P' sont nommés comme suit : N, E,W, S,T et B. Les quantités scalaires, pression et température sont stockées aux centres des volumes finis tandis que les composantes de la vitesse sont localisées sur les faces des volumes finis. Chaque volume de contrôle est dimensionné  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  et  $\Delta z$ .



**Figure II.2 :** Volume de contrôle sur lequel s'appliquent les équations aux dérivées partielles.

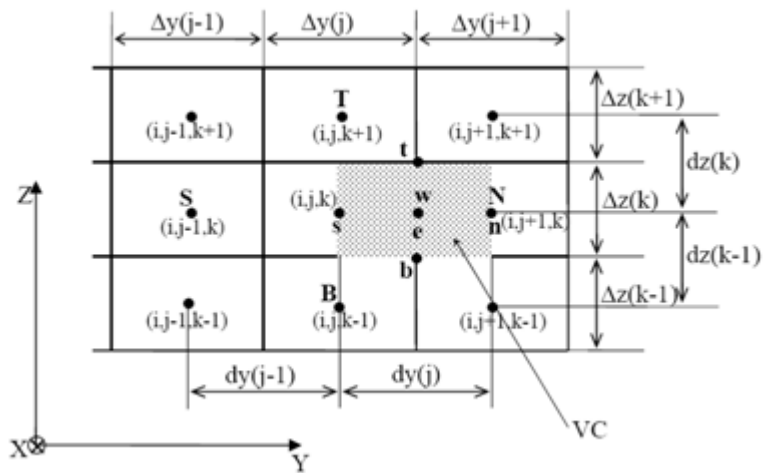


(a)

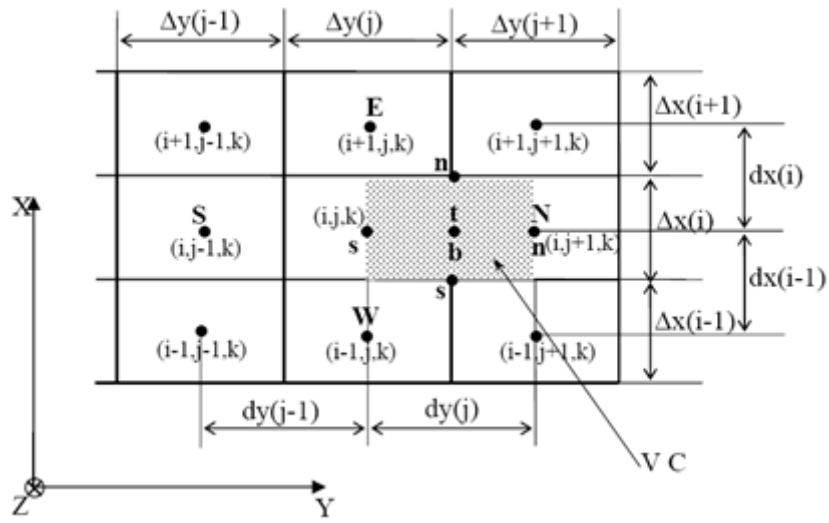


(b)

**Figure II. 3:** Volume de contrôle (de l'équation de quantité de mouvement suivant l'axe des X) du maillage pour la composante de vitesse u: (a) vue dans OXY, (b) vue dans OXZ.

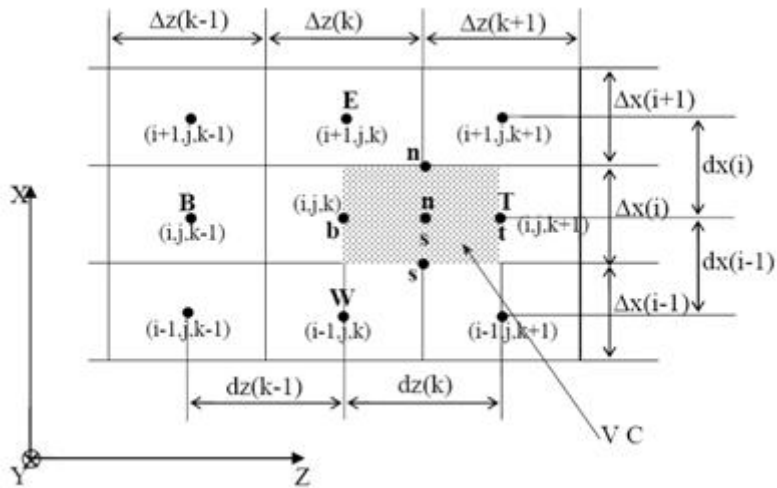


(a)

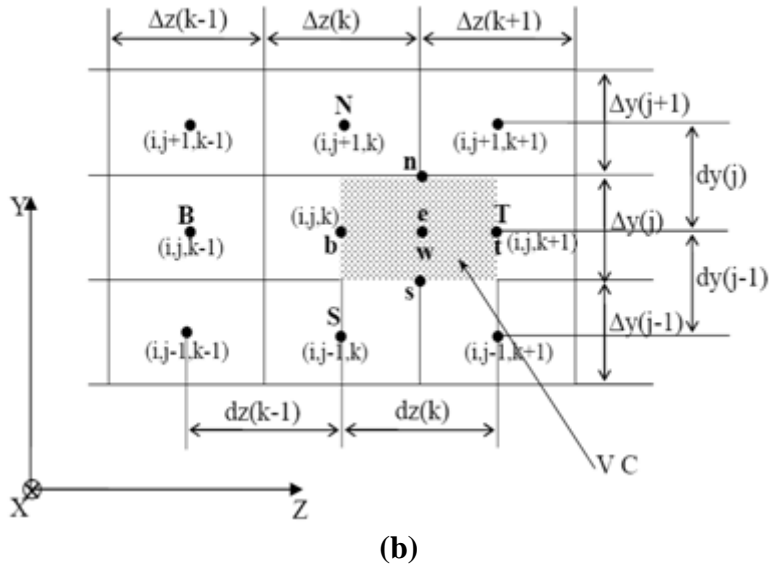


(b)

**Figure II. 4:** Volume de contrôle (de l'équation de quantité de mouvement suivant l'axe des Y) du maillage pour la composante de vitesse  $v$ :  
 (a) vue dans OYZ, (b) vue dans OYX.



(a)



**Figure II. 5:** Volume de contrôle (de l'équation de quantité de mouvement suivant l'axe des Z) du maillage pour la composante de vitesse w: (a) vue dans OZX, (b) vue dans OZY.

## II.5. DISCRETISATION

Les équations de conservation régissant l'écoulement en question peuvent se ramener à une seule équation de transport de forme généralisée d'une variable  $\Phi$ . Si  $\Phi$  est la variable dépendante (assimilable à toute grandeur : vitesse, température, etc), l'équation générale de transfert de chaleur par convection dans le cas instationnaire tridimensionnel prend la forme suivante :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u\phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v\phi) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w\phi) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma_\phi \frac{\partial\phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma_\phi \frac{\partial\phi}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\Gamma_\phi \frac{\partial\phi}{\partial z}\right) + S_\phi. \quad (\text{II.19})$$

Où :  $\Phi$  : est la variable dépendante ;

$\Gamma_\phi$  : le coefficient de diffusion ;

$S_\phi$  : le terme source.

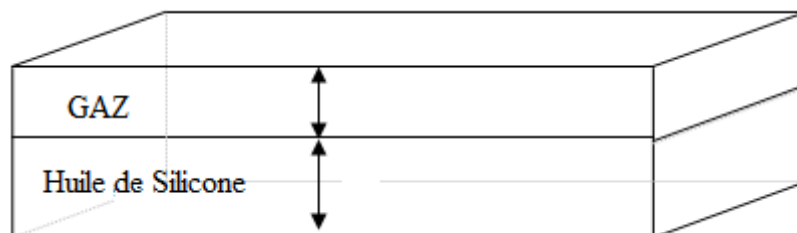
Le tableau. II. 1 suivant rassemble les expressions de la variable dépendante  $\Phi$ , du coefficient de diffusion  $\Gamma_\phi$  et du terme source  $S_\phi$ .

**Tableau II.1** : Tableau récapitulant les termes des équations selon la méthode des volumes finis

Équation	$\Phi$	$\Gamma_{\Phi}$	$S_{\Phi}$
Continuité	1	0	0
Quantité de mouvement suivant X	u	$P_r$	$-P_r \frac{\partial p}{\partial x}$
Quantité de mouvement suivant Y	v	$P_r$	$-P_r \frac{\partial p'}{\partial y'} + R_a P_r \theta$
Quantité de mouvement suivant Z	w	$P_r$	$-P_r \frac{\partial p}{\partial z}$
Énergie	$\theta$	$\frac{1}{P_r \rho_0 C_p}$	0

## II.6. DESCRIPTION DE LA CONFIGURATION SIMULEE :

La configuration à étudier est une couche horizontale de liquide, limitée par le bas par une paroi conductrice et par le haut par une couche de gaz. Celle-ci sera soumise à des gradients de températures: il y a donc présence des effets de gravité et ceux de tension superficielle ou de capillarité. Donc dans ce cas, on est en présence d'un système de deux couches de fluides immiscible de viscosités différentes voir (**figure II.6.**) Le fluide 2 est le liquide (l'huile de silicone) qu'on doit étudier et le fluide 1 est le gaz qui permet le refroidissement du liquide 2, mais le fait que l'épaisseur des deux couches est de l'ordre des millimètres, et pour simplifier le système à étudier, on choisit le modèle d'une seule couche.

**Fig. II.6.** Schéma de la configuration à étudier.

### II.6.1 MODELE D'UNE SEULE COUCHE :

Pour le problème de la convection thermocapillaire considéré, les simplifications physiques qu'on doit prendre, est le modelé d'une seule couche [4,5], ce modèle a l'avantage que la tension surfacique est le seul effet dominant la gravité dans le milieu d'étude si l'épaisseur de la couche liquide est de l'ordre des millimètres ou moins. Dans notre cas l'interface liquide- air est supposée plate, horizontale. La couche d'air est disposée juste au dessus de la couche liquide (l'huile de silicone) et le transfert de chaleur à travers cette couche est dominé par la conduction. La couche liquide est chauffée par le bas par une plaque conductrice, deux parois latérales maintenues adiabatiques et les deux autres, l'une chauffée (parois gauche) et l'autre refroidie (parois droite), suivant l'étude à réaliser. En tenant compte de ces conditions, le modèle le plus favorable dans notre cas est celui d'une seule couche comme il a été utilisé dans [3, 6,7].

#### Premier cas:

La géométrie choisie est celle de A.I.Mizev et al. [34]. Dans leur étude expérimentale, la cavité parallélépipédique de dimensions  $(L \times d_1 \times L) = (135 \times d_1 \times 135)$  mm dont le rapport d'aspect est  $\Gamma = \frac{\sqrt{A}}{d_1}$ . Cette cavité est remplie avec une épaisseur  $d_1$  de l'huile de silicone de nombre de Prandtl  $Pr = 102$  et est soumise à un gradient de température vertical. La paroi du bas est chauffée uniformément à une température  $T_C$  et la paroi du haut est maintenue à une température froide  $T_F$ , par la couche d'air tel que  $(T_C > T_F)$ . Les autres parois sont maintenues adiabatiques. Les propriétés physiques de l'huile de silicone utilisée sont illustrées dans le **tableau II.2**.

#### Deuxième cas:

La géométrie choisie est celle du premier cas, la cavité est remplie à une épaisseur  $d_1$  de l'huile de silicone (**tableau II.2**) de nombre de Prandtl  $Pr = 102$  et est soumise à un gradient de température horizontal contrôlé. La paroi gauche est chauffée uniformément à une température  $T_c$  et la paroi droite est refroidie uniformément avec une température froide  $T_f$ , tels que  $(T_c > T_f)$ . Les autres parois sont maintenues adiabatiques.

**Troisième cas:**

La géométrie choisie est celle du premier cas, la cavité est remplie à une épaisseur  $d_1$  de l'huile de silicone (**tableau II.2**) de nombre de Prandtl  $Pr = 102$  et est soumise à un gradient de température incliné (c.à.d un gradient horizontal et un gradient vertical contrôlé), en même temps. La paroi du bas est chauffée uniformément à une température  $T_C$  et la paroi du haut est maintenue à une température froide  $T_F$ , par la couche d'air tels que ( $T_C > T_F$ ). La paroi gauche est chauffée uniformément à une température  $T_c$  et la paroi droite est refroidie uniformément avec une température froide  $T_f$ , tels que ( $T_c > T_f$ ). Les autres parois sont maintenues adiabatiques.

**Tableaux II. 2:** Propriétés physique de l'huile de silicone à 298K [8].

Propriétés	Valeur	Unité
Masse volumique ( $\rho_0$ )	$\rho_0 = 935$	$\text{kg. m}^{-3}$
Viscosité cinématique ( $\nu$ )	$\nu = 1,0 \times 10^{-5}$	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
Viscosité dynamique ( $\eta$ )	$\eta = 9,35 \times 10^{-3}$	$\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$
Conductivité thermique (k)	$k = 0,13$	$\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
Chaleur spécifique ( $C_p$ )	$C_p = 1430$	$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
Diffusivité thermique ( $\chi$ )	$\chi = 9,77 \times 10^{-8}$	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
Nombre de Prandtl (Pr)	$Pr = 102$	
Coefficient d'expansion thermique ( $\beta$ )	$\beta = 1,08 \times 10^{-3}$	$\text{K}^{-1}$
Tension surfacique ( $\sigma$ )	$\sigma = 20,1 \times 10^{-3}$	$\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$



## II.7. PROCEDURE DE RESOLUTION

Un fichier de données (extension .cas) est créé suite à la lecture du fichier contenant les détails de la géométrie (extension .msh). Après vérification du maillage, on passe au type de solveur. Pour notre cas (voir annexe 1), c'est un solveur découplé avec une formulation implicite pour un cas dimensionnel et un écoulement instationnaire prenant en considération des vitesses absolues.

D'autres équations peuvent être rajoutées selon les phénomènes étudiés (équations de quantité de mouvement ; équation d'énergie ;...).

Les autres étapes du menu "define" sont les choix du fluide (l'huile de Silicone), des conditions opératives (introduction de l'effet de la gravité et de la pression de référence) et l'introduction des conditions aux limites.

Enfin pour entamer le calcul on utilise le menu "solve". On choisit les équations à résoudre, les schémas de discrétisation, les facteurs de sous-relaxations et les critères de convergence. Le calcul est initialisé d'après les conditions aux limites.

### II.7. 1. ALGORITHME DE CALCUL

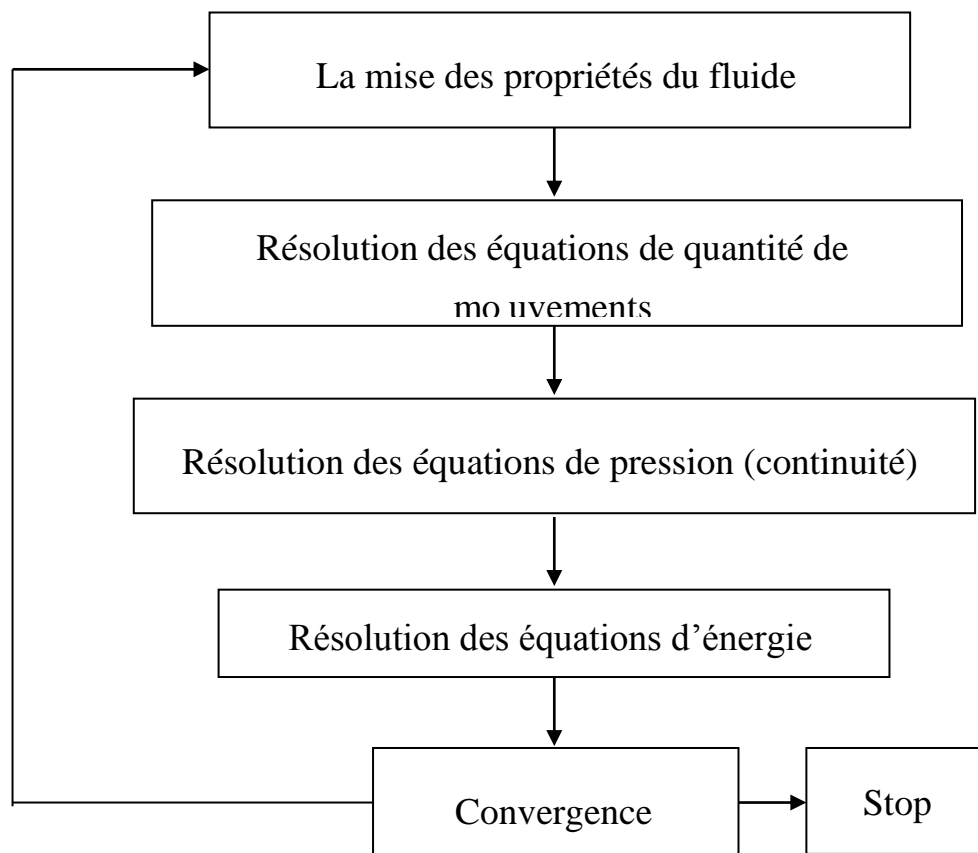


Figure II.7 : Algorithme de calcul pour un solveur découplé

Pour un solveur découplé, les équations qui gouvernent l'écoulement sont résolues séquentiellement (découplées l'une de l'autre). Un calcul itératif est nécessaire pour des équations non linéaires et interdépendantes. Chaque itération est constituée des étapes suivantes :

- Mise à jour des propriétés du fluide basée sur la solution actuelle. Au delà du calcul, la mise à jour est basée sur la solution d'initialisation.
- Chaque équation de quantité de mouvement pour U, V et W est résolue en utilisant les valeurs actualisées des pressions pour la mise à jour du champ de vitesse.
- Si les valeurs de vitesses obtenues dans l'étape deux ne satisfont pas l'équation de continuité localement, une équation de type poisson pour la correction des pressions, dérivée de l'équation de continuité et des quantités de mouvement linéarisées, sera résolue pour obtenir les corrections des champs de pression et de vitesse nécessaires pour satisfaire la continuité.
- Si c'est OK, les équations d'autres scalaires (énergies...etc.) sont résolues
- Si un couplage d'interphase est inclus, les termes sources dans les équations de la phase continue nécessitent une mise à jour avec les résultats du calcul de trajectoire de la phase discrète.

Dans la résolution par la méthode découplée, chaque équation discrétisée est linéarisée en gardant une forme implicite par rapport à la variable dépendante. Pour une variable donnée, la valeur inconnue dans chaque cellule est déterminée en utilisant une relation qui contient des valeurs inconnues. Aussi dans les cellules voisines, donc, la variable inconnue, associée à une cellule, apparaît dans plus d'une équation et par conséquent le système d'équations pour cette variable doit être résolu simultanément. "Fluent" adopte une variante de l'algorithme de résolution des systèmes linéaires Gauss Seidel en conjonction avec la méthode multigrid algébrique AMG pour résoudre le système résultant.

## II.8. CONCLUSION

La disponibilité du code de calcul FLUENT-CFD avec une interface graphique et un post traitement des résultats numériques et graphiques performant sous forme des graphes et des contours. L'exploitation de son environnement est très utile et sans équivalent pour l'étude et la résolution exhaustive des cas cités précédemment en s'aidant des équations établies en haut et appliquées aux configurations étudiées dans cette thèse.

**REFERENCES**

- [1]. A. BEJAN, "**Convection Heat Transfer**", 2<sup>nd</sup> Edition, John Wiley & Sons, New-York, 1995.
- [2] Patankar SV: **Numerical heat transfer and fluid flow**; Hemisphere, Washington 1980
- [3] C. Godrèche and P. Manneville: **Hydrodynamics and non-linear instabilities**; Collection Aléa, CEA Saclay, 1998.
- [4] A. Thess and S.A. Orszag: **Surface-tension-driven Bénard convection at infinite Prandtl number**; J. Fluid Mech. 283 (1995) 201–230.
- [5] A.A. Nepomnyashchy, M.G. Velarde, P. Colinet: **Interfacial Phenomena and Convection**; Chapman and Hall, 2002.
- [6] K. Eckert, M. Bestehorn, A. Thess: **Square cells in surface-tension-driven Bénard convection**; experiment and theory, J. Fluid Mech. 356 (1998) 155–197.
- [7] M. Medale, P. Cerisier: **Numerical simulation of Bénard–Marangoni convection in small aspect ratio containers**; Numer. Heat Trans. A 42 (2002) 55–72.
- [8] A.I.Mizev, D. Schwabe: **Convective instabilities in liquid layers with free upper surface under the action of an inclined temperature gradient**, Phys. Fluids 1 (2009) 112102.

## ETUDE DE LA CONVECTION THERMO CAPILLAIRE DANS UNE ENCEINTE SOUMISE A UN GRADIENT DE TEMPERATURE VERTICAL OU HORIZONTAL

Plusieurs études expérimentales et numériques ont été menées pour déterminer les structures qui caractérisent la convection de Bénard-Marangoni et les facteurs de gravité et de tension superficielle intervenant dans ce phénomène. Les résultats étaient divers puisque le facteur déterminant dans ces études était : le paramètre température et le sens suivant lequel elle était appliquée. En ce qui nous concerne, nous avons estimé utile avant d'entamer la convection thermocapillaire de consacrer ce chapitre à l'étude numérique de l'influence du sens d'application (vertical ou horizontal) du gradient de température sur les structures qui apparaissent à l'interface de la couche de liquide (huile silicone) ainsi que l'influence de l'épaisseur du liquide et ce en fonction des conditions appliquées et les configurations adoptées. Les tests de simulation seront donc divisés en deux grandes parties.

### Partie 1 : APPLICATION D'UN GRADIENT VERTICAL

#### III.1. ETUDE THEORIQUE

Une couche mince de liquide (l'huile silicone), chauffée uniformément par le bas et limitée, par le haut par une couche mince de gaz entre en convection lorsque la différence de température verticale, dépasse une valeur critique  $\Delta T_c$ . Ce phénomène a été décrit pour la première fois par **Bénard** au début du siècle dernier (1905) [1]. Il a montré que le phénomène convectif se réalise de manière très organisée à l'intérieur d'une monocouche puisque la forme des cellules obtenues est à base hexagonale. Le liquide étant ascendant dans la partie centrale de chacune d'elles et descendant au niveau des six sommets. L'ensemble des cellules a l'aspect d'un nid d'abeilles. Quand la différence de température augmente, les cellules se déforment, les hexagones deviennent irréguliers, des défauts de structure apparaissent et disparaissent [2]. Si  $\Delta T$  augmente davantage, les cellules deviennent de plus en plus

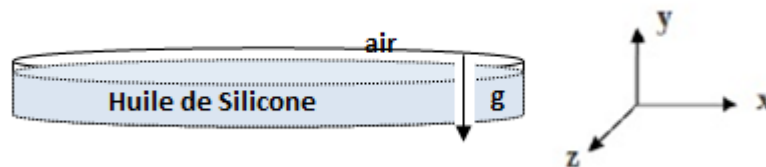
irrégulières puis l'écoulement devient chaotique avant de devenir turbulent [3]. En ce qui concerne **Rayleigh** [4], il a présenté le phénomène comme une instabilité due aux variations de densité entre le fond et la surface. Il a ainsi obtenu une épaisseur critique au delà de laquelle l'instabilité apparaît.

Cette explication était suffisante lorsque le liquide n'avait pas de surface libre, mais, elle devient non significative lorsque l'on tient compte des variations de la tension superficielle. En fait, tout phénomène convectif est créé à la fois par la variation de masse volumique et par celle de la tension superficielle. Ce type de convection se définit comme la convection de Bénard intervenant dans les domaines expérimentaux telle que la croissance cristalline etc... **Persan** (1958).

Pour vérifier ces faits, la présente étude consiste en la détermination de l'influence de la variation de température appliquée à une couche mince de liquide, sur les structures qui apparaissent à l'interface liquide-gaz dans deux types d'enceintes : cylindrique et parallélépipédique.

## III.2 CONVECTION THERMOCAPILLAIRE DANS UNE ENCEINTE CYLINDRIQUE

Dans cette première étude, on considère une configuration cylindrique (figure III.1) de rayon  $R = 30$  mm et de hauteur  $H = 7$  mm. Ce cylindre contient un liquide d'épaisseur  $d_l = 5$  mm (huile silicone), de nombre de Prandtl ( $Pr = 206$ ) à  $25^\circ\text{C}$  et dont les propriétés sont données par le **tableau III.1**. On applique à l'huile par le bas, une température isotherme  $T_C$ , et on la refroidit par le haut par une couche mince de gaz (air) d'épaisseur  $d_g = 2$  mm, porté à une température isotherme  $T_F$ ; ( $T_F < T_C$ ). La paroi latérale du cylindre est considérée adiabatique.



**Figure III.1.** Configuration cylindrique et gradient vertical

Partant de l'hypothèse que la surface libre du liquide est horizontale et que les deux fluides sont immiscibles, le modèle mathématique régissant ce cas d'étude sera simplifié comme suit :

A l'exception de l'équation d'énergie qui sera développée ci-dessous dans le cadre des hypothèses simplificatrices, les équations (II.11), (II.12), (II.13) et (II.14) restent les mêmes.

• **Equation d'énergie :**

$$\rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + V_r \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{V_\varphi}{r} \frac{\partial T}{\partial \varphi} + V_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \text{div}(\overrightarrow{\text{grad}T}) \quad (\text{III.1.})$$

$$\text{Avec : } \text{div}(\overrightarrow{\text{grad}T}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot T) \quad \text{et} \quad \vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial r} \vec{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \vec{u}_\varphi + \frac{\partial}{\partial z} \vec{u}_z$$

**Conditions aux limites :**

Pour  $t > 0$

• Pour  $z = 0$  ;  $T = T_C$  ;  $0 < r < R$  ; et  $0 < \varphi < 2\pi$  (III.1.a)

• Pour  $z = d_l$  ;  $T = T_F$  ;  $0 < r < R$  ; et  $0 < \varphi < 2\pi$  (III.1.b)

$$z = d_l \Rightarrow \begin{cases} \vec{\nabla} \cdot \vec{n} = 0 \\ \eta \frac{\partial V_r}{\partial z} = \sigma' \frac{\partial T}{\partial r} ; \quad \eta \frac{\partial V_\varphi}{\partial z} = \sigma' \frac{\partial T}{\partial \varphi} \end{cases} \quad (\text{III.1.c})$$

$$z = d_l, \quad \Rightarrow \quad k_l \frac{\partial T}{\partial \varphi} = - \frac{k_g}{d_g} (T - T_0) \quad (\text{III.1.d})$$

**Tableaux III. 1:** Propriétés physiques de l'huile silicone à 298 K.

Propriétés	Valeur	Unité
Masse volumique ( $\rho_0$ )	$\rho_0 = 955$	kg. m <sup>-3</sup>
Viscosité cinématique ( $\nu$ )	$\nu = 0,2 \times 10^{-4}$	m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup>
Conductivité thermique (k)	$k = 0,15$	W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>

Chaleur spécifique ( $C_p$ )	$C_p = 1600$	$J.kg^{-1}K^{-1}$
Diffusivité thermique $\chi$	$\chi = 0,97 \times 10^{-7}$	$m^2.s^{-1}$
Nombre de Prandtl (Pr)	$Pr = 206$	
Coefficient d'expansion thermique ( $\beta$ )	$\beta = 1,07 \times 10^{-3}$	$K^{-1}$

### III. 2.1. METHODE ET MAILLAGE UTILISES

La méthode de résolution est celle des volumes finis utilisée par le code « FLUENT ». Quant au maillage choisi, il est de type structuré comme le montre la figure III.2.

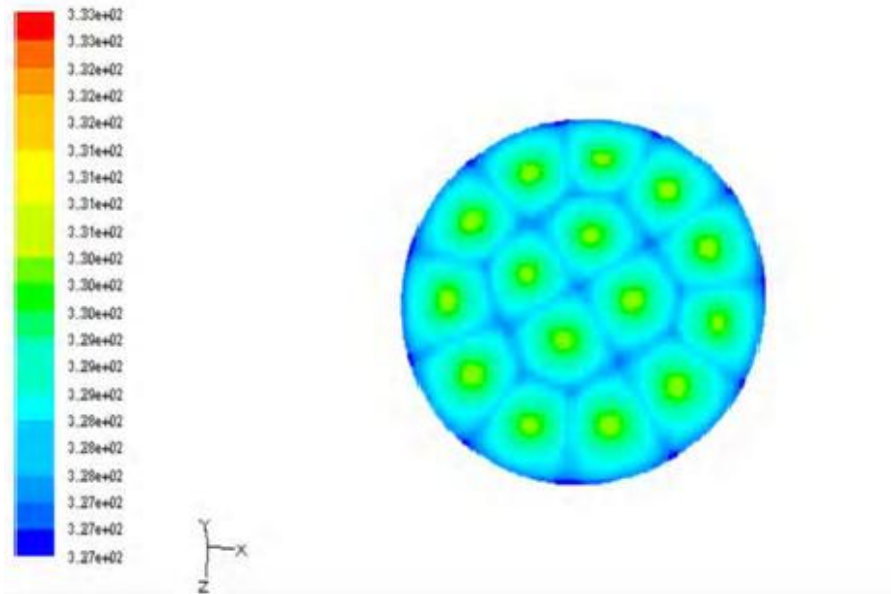


Figure III.2. Maillage du volume de contrôle utilisé

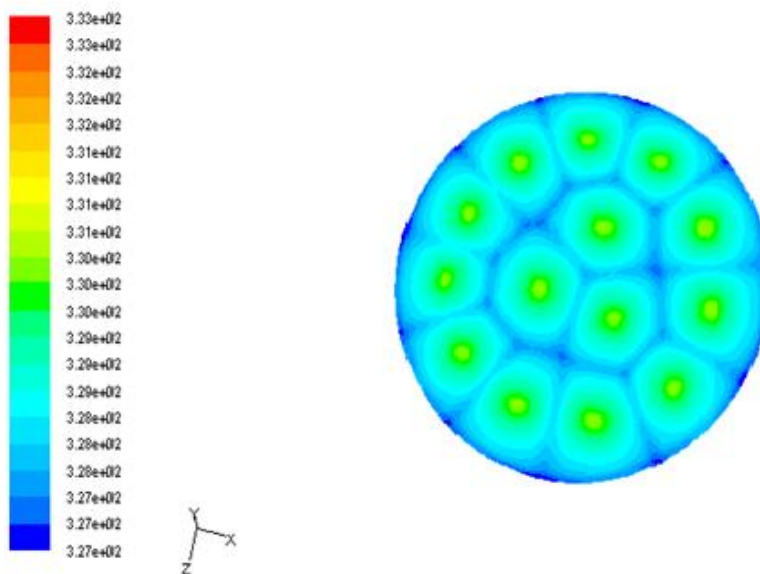
### III. 2.2. RESULTATS ET DISCUSSIONS

Lors de cette étude, on a considéré, pour un même rapport d'aspect  $\Gamma = 6$ , les cas suivants :

**Cas 1 :  $Pr = 206$**  pour un Marangoni vertical  $Ma_v$  : (542,58 ; 723,44 ; 759,612 ; 940,472 ; 976,644 ; 2893,76), les résultats obtenus (contours de températures) sont illustrés par les figures (III.3. à III.8.):

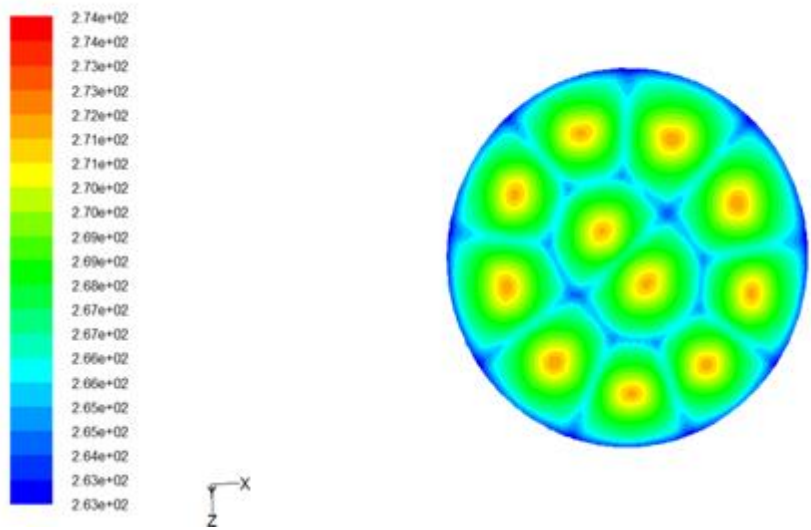


**Figure III.3.** Structure observée pour un rapport d'aspect  $\Gamma = 6$ ,  $Pr = 206$  et  $Ma_v = 542,58$ .

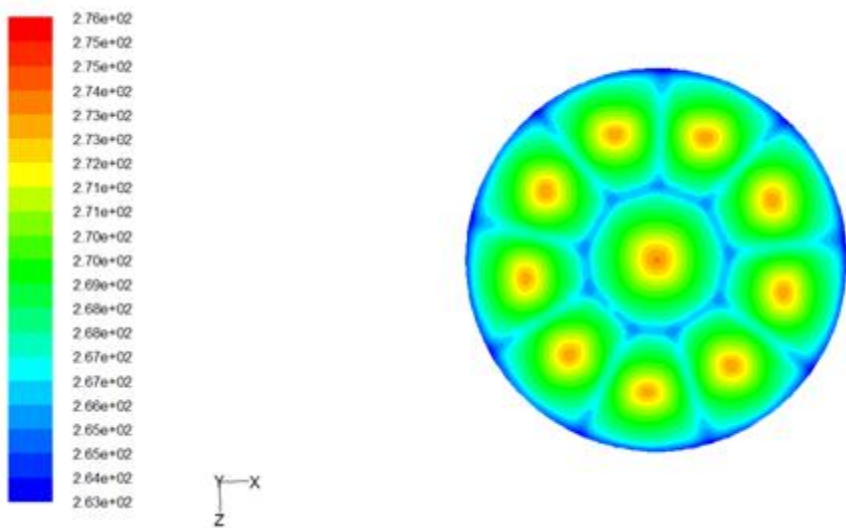


**Figure III.4.** Structure observée pour un rapport d'aspect  $\Gamma = 6$ ,  $Pr = 206$  et  $Ma_v = 723.44$ .

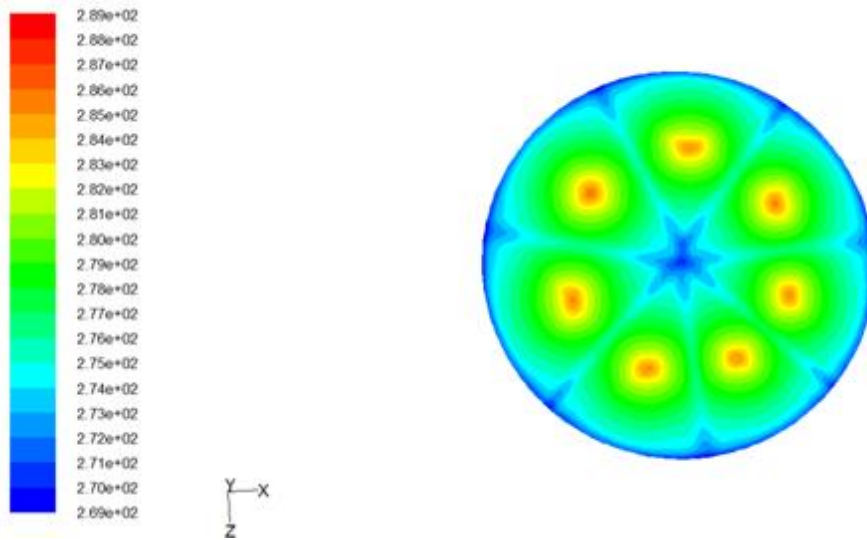




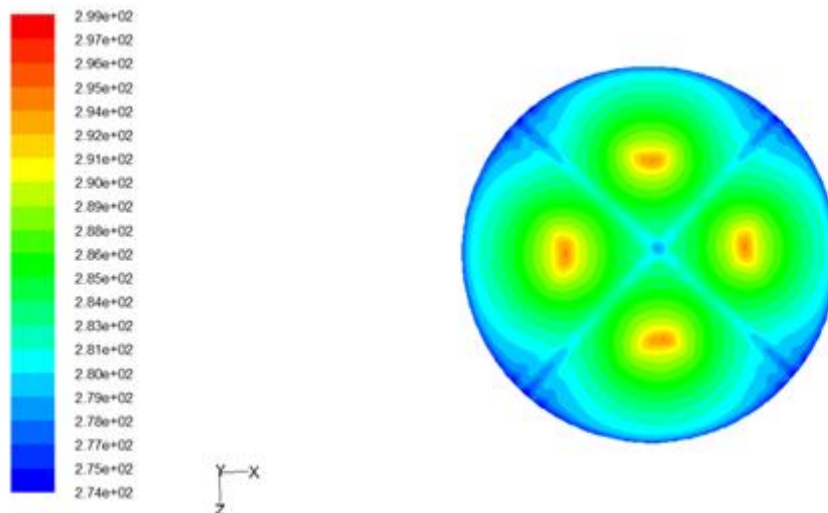
**Figure III.5.** Structure observée pour un rapport d'aspect  $\Gamma = 6$ ,  $Pr = 206$  et  $Ma_v = 759,612$ .



**Figure III.6.** Structure observée pour un rapport d'aspect  $\Gamma = 6$ ,  $Pr = 206$  et  $Ma_v = 940,472$ .

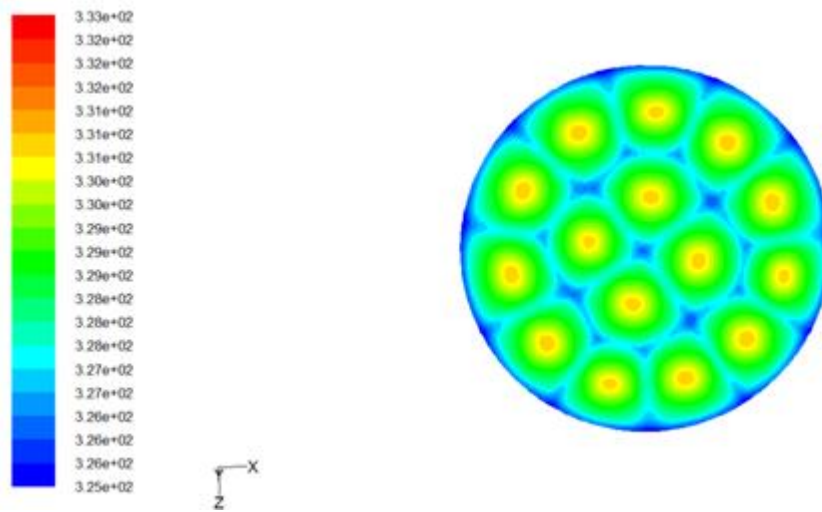


**Figure III.7.** Structure observée pour un rapport d'aspect  $\Gamma = 6$ ,  $Pr = 206$  et  $Ma_v = 976,644$ .

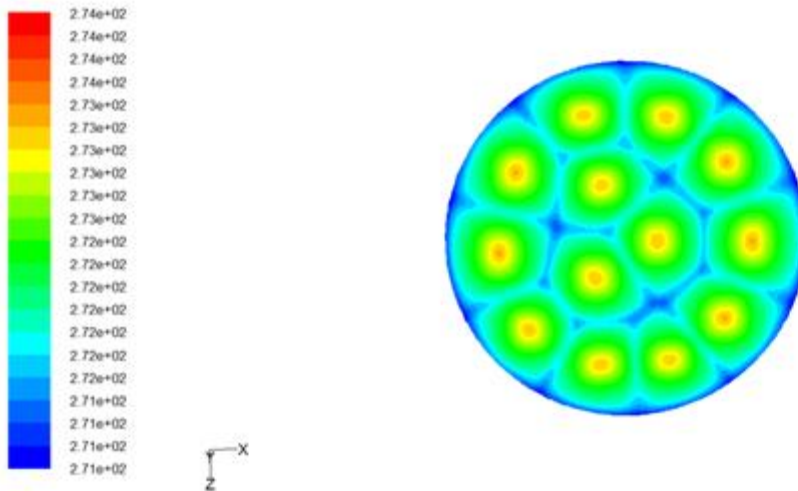


**Figure III.8.** Structure observée pour un rapport d'aspect  $\Gamma = 6$ ,  $Pr = 206$  et  $Ma_v = 2893,76$ .

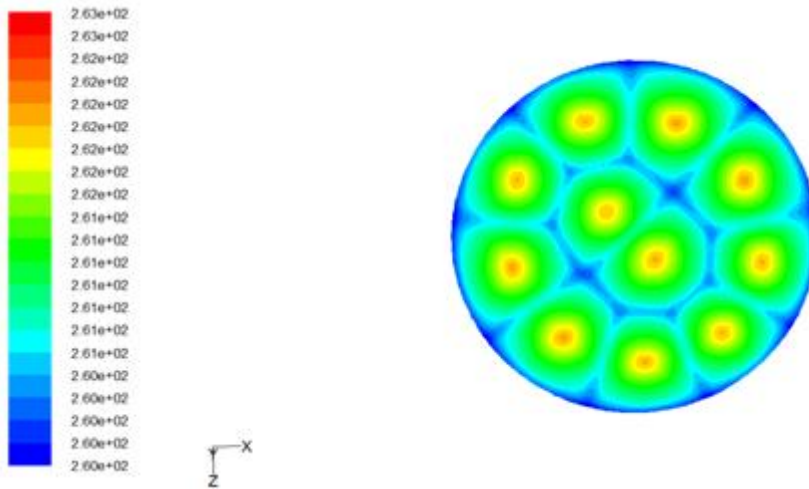
**Cas 2 :  $Pr = 102$**  pour un Marangoni vertical  $Ma_v$ : (1116,6 ; 1395,75 ; 1488,8 ; 1861 ; 2377,6 ; 6327,4), les résultats obtenus (contours de températures) sont représentés par les figures (III.9. à III.14.):



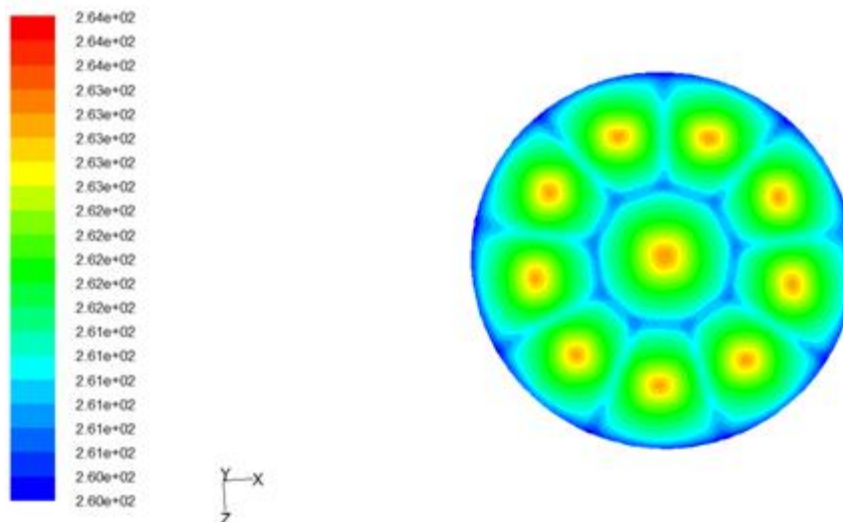
**Figure III.9.** Structure observée pour un rapport d'aspect  $\Gamma = 6$ ,  $Pr = 102$  et  $Ma_v = 1116,6$ .



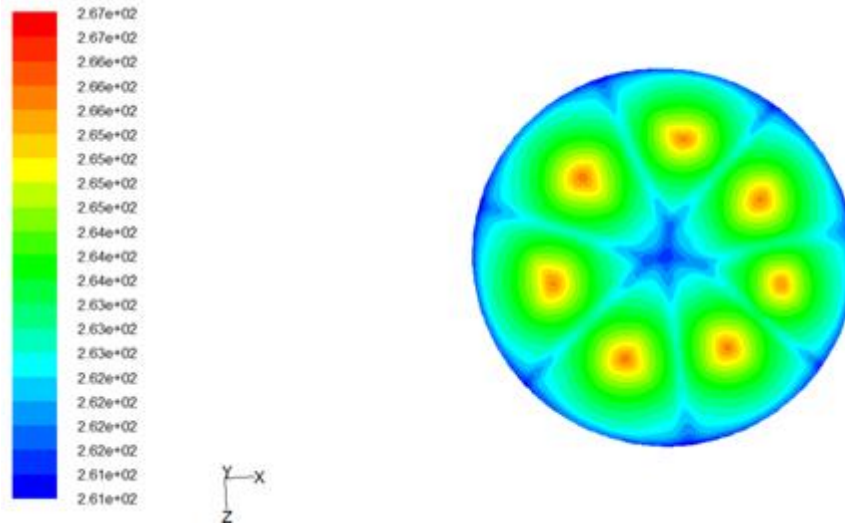
**Figure III.10.** Structure observée pour un rapport d'aspect  $\Gamma = 6$ ,  $Pr = 102$  et  $Ma_v = 1395,75$ .



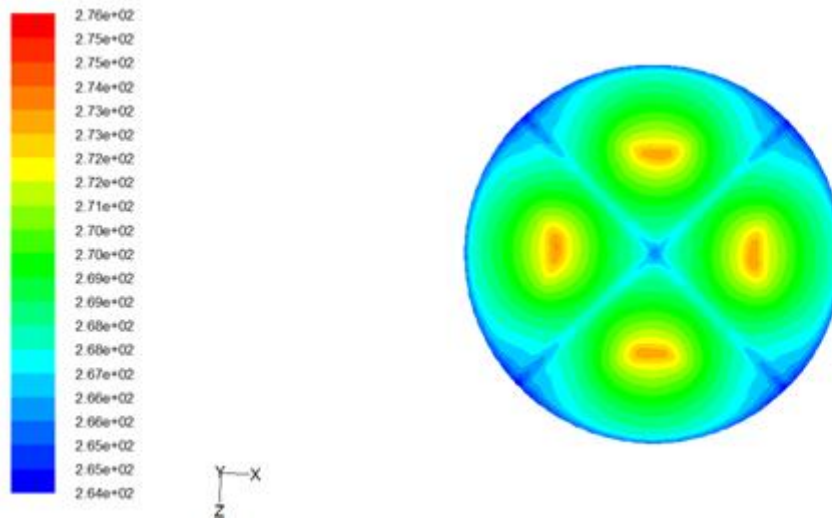
**Figure III.11.** Structure observée pour un rapport d'aspect  $\Gamma = 6$ ,  $Pr = 102$  et  $Ma_v = 1488,8$ .



**Figure III.12.** Structure observée pour un rapport d'aspect  $\Gamma = 6$ ,  $Pr = 102$  et  $Ma_v = 1861$ .



**Figure III.13.** Structure observée pour un rapport d'aspect  $\Gamma = 6$ ,  $Pr = 102$  et  $Ma_v = 2377,6$ .



**Figure III.14.** Structure observée pour un rapport d'aspect  $\Gamma = 6$ ,  $Pr = 102$  et  $Ma_v = 6327,4$ .

## DISCUSSION

Pour justifier notre apport dans ce domaine, l'unique moyen est l'identification des résultats par rapport aux données de référence. Donc, partant de celles-ci et du fait que la convection

de Marangoni se manifeste sous forme de cellules, généralement hexagonales ; il serait possible de commenter les résultats issus des tests réalisés dans ce mémoire:

- La figure III.3., montre que les contours de température issus de l'application d'un gradient de température vertical de  $\Delta T_p = 5^\circ\text{C}$ , présente : 11 cellules périphériques entourant 4 cellules centrales. La dimension des cellules est presque la même.
- La figure III.4. obtenue, en appliquant un gradient vertical de température  $\Delta T_p = 10^\circ\text{C}$  montre un ensemble regroupant 11 cellules périphériques entourant 3 cellules au centre. On remarque que l'augmentation de la différence de température de  $5^\circ\text{C}$  a réduit le nombre de cellules centrales.
- Dans la figure III.5, l'ensemble des cellules obtenues est composé de 9 cellules périphériques entourant deux cellules au centre. Les cellules périphériques ont la même forme que celles des figures précédentes, quant à leur taille, on voit qu'elle est devenue plus grande ; Ce qui influe sur la forme et la taille de la cellule centrale.
- L'analyse de la figure III.6, montre un ensemble de 9 cellules périphériques entourant une seule cellule au centre. Les cellules périphériques ont la même forme que celles précédentes, mais la taille est devenue d'avantage plus grande.
- La figure III.7, illustre 7 cellules et absence de cellules centrales.
- Quant à la figure III.8, montre une réduction dans le nombre des cellules formées (4 cellules) et un accroissement de la taille.

Les mêmes remarques peuvent être faites pour le deuxième cas d'étude (Prandtl 102).

En conclusion, on peut dire que l'augmentation du gradient de température à travers la même couche de liquide (qui correspond à l'augmentation du nombre de Marangoni vertical voir (**Tableau III.2**) a pour effet de diminuer le nombre de cellules, et d'augmenter leurs taille, et ce, quelque soit le type d'huile. Constatation vérifiée à travers le tracé des courbes de la figure III.15, qui montre une certaine concordance entre l'augmentation du nombre de  $Ma$  et la diminution du nombre des cellules.

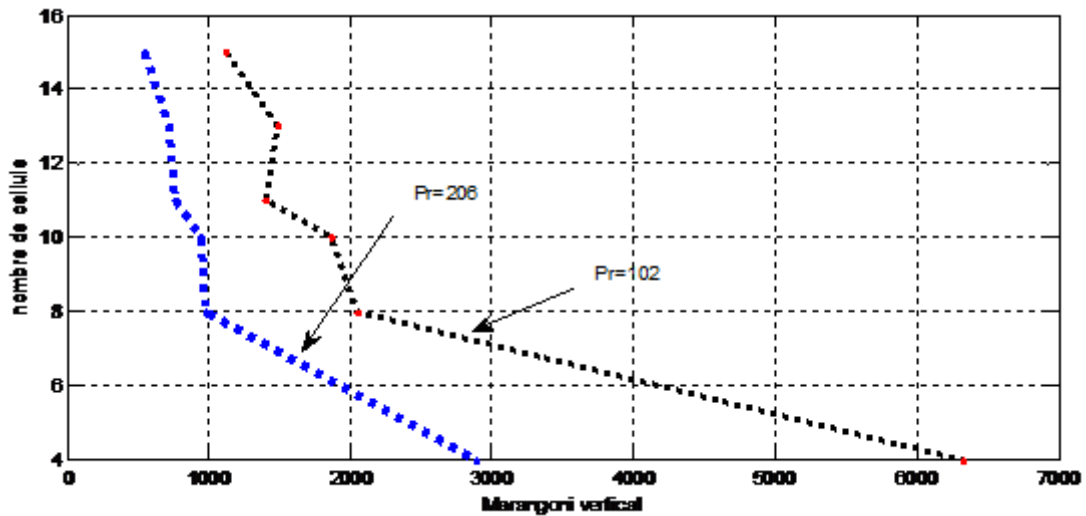


Figure III.15. Nombre de cellule convectif en fonction du nombre de Marangoni vertical.

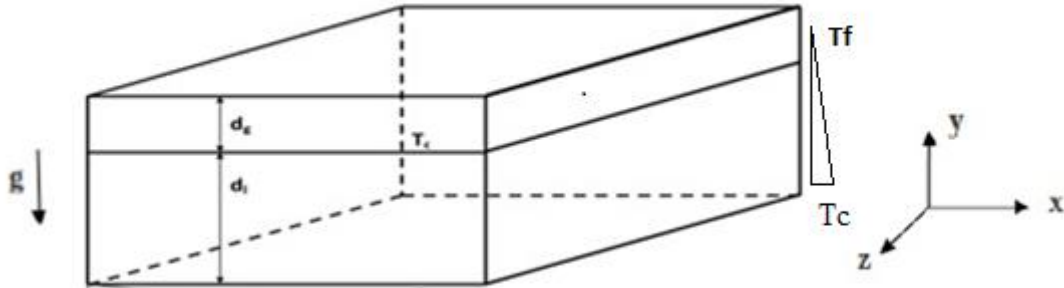
Tableau III. 2 : Nombre de Marangoni en fonction de  $\Delta T_P$

$\Delta T_P$ (°C)	$Ma_v$	
	Pr =102	Pr =206
5	1116,6	542,58
10	1395,75	723,44
15	1488,8	759,612
20	1861	940,472
25	2377,6	976,644
35	6327,4	2893,76

### III.3. CONVECTION THERMOCAPILLAIRE DANS UNE ENCEINTE PARALLELEPIPEDIQUE

Dans ce second cas, l'échantillon est une enceinte en forme parallélépipédique contenant une couche de liquide (l'huile silicone) d'épaisseur ( $d_l$ ), caractérisée par un nombre de Prandtl  $Pr = 102$ . On chauffe le liquide par le bas par une plaque conductrice avec une température  $T_C$  et on le refroidit par le haut par une couche d'air d'épaisseur ( $d_g$ ) avec une température  $T_F$ . Les hypothèses utilisées sont celles du premier cas. La (figure III.16) représente l'enceinte, de dimensions :  $(0,135 \times 0,135 \times d)$  [m], où  $d = d_l + d_g$ . Dans ces

conditions, on applique un gradient de température vertical à la couche de liquide et on considère les autres parois adiabatiques.



**Fig.III.16.** Schéma de la configuration étudiée.

Compte tenu de l'application d'un gradient de température vertical, le modèle mathématique régissant ce cas, aura la forme simplifiée suivante :

A l'exception de l'équation d'énergie qui sera développée ci-dessous dans le cadre des hypothèses simplificatrices données au chapitre II, les équations (II.6), (II.7), (II.8) et (II.9) restent les mêmes.

• **Equation d'énergie :**

$$\rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right). \quad (III.2.)$$

• **Conditions aux limites :**

Pour  $t > 0$

- Pour  $y = 0$  ;  $T = T_C$  ;  $0 < x < L$  ; et  $0 < z < L$  (III.2.a)
- Pour  $y = d_1$  ;  $T = T_F$  ;  $0 < x < L$  ; et  $0 < z < L$  (III.2.b)
- Pour  $x = 0$  ;  $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$  ;  $0 < y < d_1$  et  $0 < z < L$  (III.2.c)
- pour  $x = L$  ;  $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$  ;  $0 < y < d_1$  et  $0 < z < L$  (III.2.d)
- Pour  $z = 0$  ;  $\frac{\partial T}{\partial z} = 0$  ;  $0 < y < d_1$  et  $0 < x < L$  (III.2.e)
- pour  $z = L$  ;  $\frac{\partial T}{\partial z} = 0$  ;  $0 < y < d_1$  et  $0 < x < L$  (III.2.f)

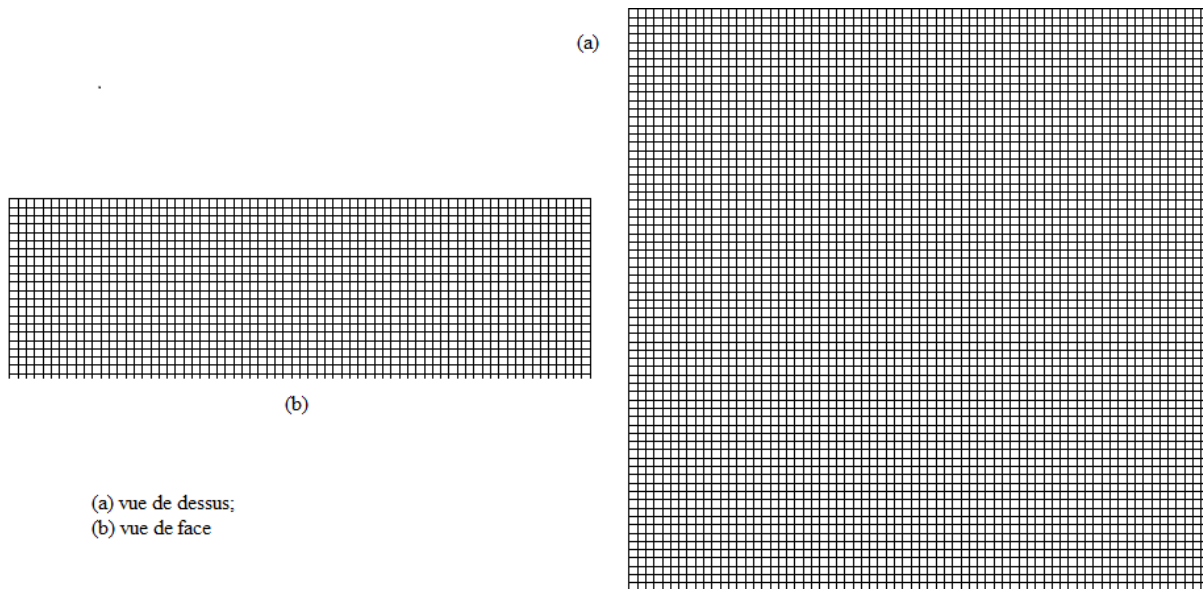


$$Y = d_l \Rightarrow \begin{cases} \vec{V} \cdot \vec{n} = 0 \\ \eta \frac{\partial V_x}{\partial y} = \sigma' \frac{\partial T}{\partial x}; \quad \eta \frac{\partial V_z}{\partial y} = \sigma' \frac{\partial T}{\partial z} \end{cases} \quad (\text{III.2.g.})$$

$$y = d_l, \quad 0 \leq x \leq L \quad \text{et} \quad 0 \leq z \leq L \Rightarrow k_l \frac{\partial T}{\partial y} = -\frac{k_g}{d_g} (T - T_0) \quad (\text{III.2.h})$$

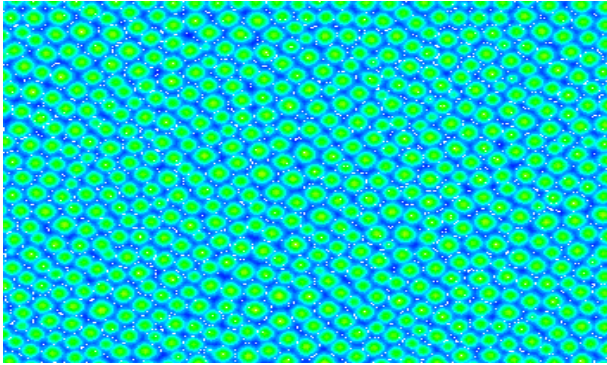
### III. 3.1. RESULTATS ET DISCUSSIONS

Pour refaire la même étude, dans le cas d'une configuration différente, nous avons adopté le même maillage (figure III.17), ainsi qu'un liquide identique au précédent c.-à-d. ayant le même Prandtl **Pr = 102** et ce pour un Marangoni vertical  $Ma_v$  égale à: (**733,97** ; **1079,37** ; **1252,07**).

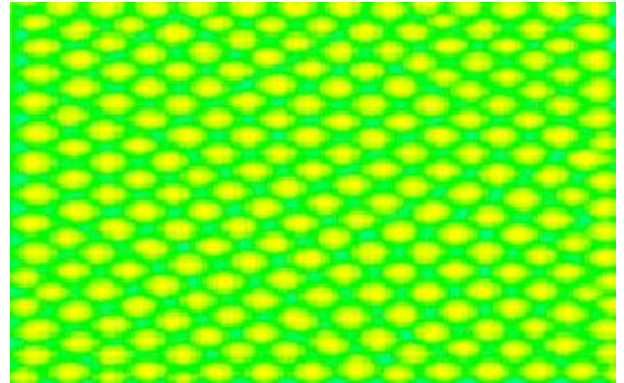


**Figure III.17.** Maillage de la configuration parallélépipédique (rectangulaire).

En faisant varier l'épaisseur de la couche de liquide (l'huile silicone) les résultats obtenus sont illustrés par les figures (III.18-III.20) suivantes :

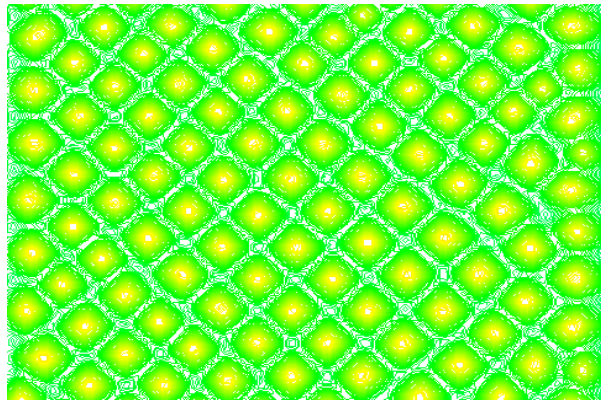


**Figure III. 18.** Structure observée pour  
 $d_l = 0,0017\text{m}$ ,  $\Delta T = 5,8^\circ\text{C}$ ,  $\text{Pr} = 102$ .  
 $\text{Mav} = 733,97$  ;  $\text{Ra} = 106,92$



**Figure III. 19.** Structure observée pour  
 $d_l = 0,0025\text{m}$  ;  $\Delta T = 5,8^\circ\text{C}$   $\text{Pr} = 102$ .  
 $\text{Mav} = 1079,37$  ;  $\text{Ra} = 982,757$

Les figures III.18 et III.19, représentent les contours de température. Cette simulation a été établie pour étudier l'influence de la variation de l'épaisseur sur la structure convective. La forme de l'ensemble des structures est polygonale. On constate nettement qu'il ya un changement dans le nombre et la forme des cellules.



**Figure III. 20.** Structure observée pour :  $d_l = 0.0029\text{ m}$ ,  
 $\Delta T = 5,8^\circ\text{C}$  ;  $\text{Pr} = 102$ .  $\text{Mav} = 1252,07$  ;  $\text{Ra} = 533,98$ .

La figure III.20, montre clairement l'influence de l'épaisseur de l'huile sur le nombre de cellules et leurs tailles.

## Partie 2 : APPLICATION D'UN GRADIENT HORIZONTAL

### III.1. CONVECTION THERMOCAPILLAIRE DANS UNE ENCEINTE PARALLELEPIPEDIQUE

L'étude a été relancée dans cette partie en considérant uniquement la configuration parallélépipédique, comme le montre la figure III.21.

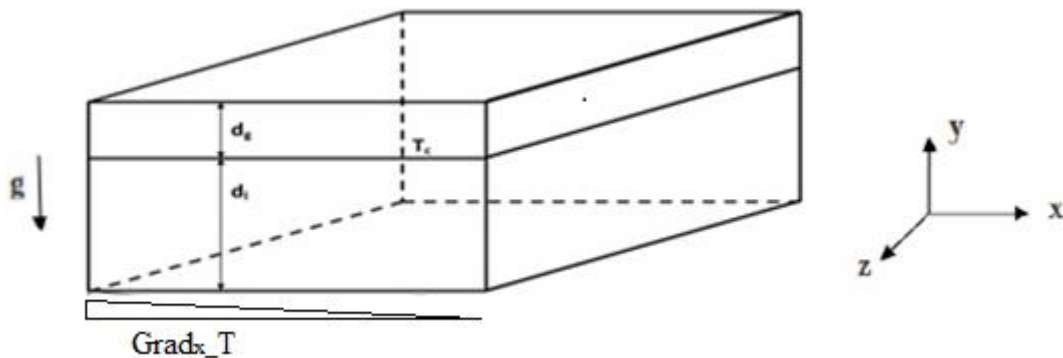


Fig.III.21. Schéma de la configuration étudiée.

Dans les conditions antérieures, on applique un gradient de température horizontal à la couche de liquide et on considère le reste des parois adiabatiques. L'équation d'énergie aura la forme simplifiée suivante :

- **Equation d'énergie :**

$$\rho C_p \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right). \quad (\text{III.3.})$$

- **Conditions aux limites :**

Pour  $t > 0$

- Pour  $y = 0$  ;  $\frac{\partial T}{\partial y} = 0$  ;  $0 < x < L$  ; et  $0 < z < L$  (III.3.a)

- Pour  $y = d_1$  ;  $\frac{\partial T}{\partial y} = 0$  ;  $0 < x < L$  ; et  $0 < z < L$  (III.3.b)

Pour  $0 \leq y \leq d_1$  et  $0 \leq z \leq L \Rightarrow \vec{\text{grad}}_x T = \frac{\partial T}{\partial x} = 0.019 \text{K/m}$  (III.3.c)

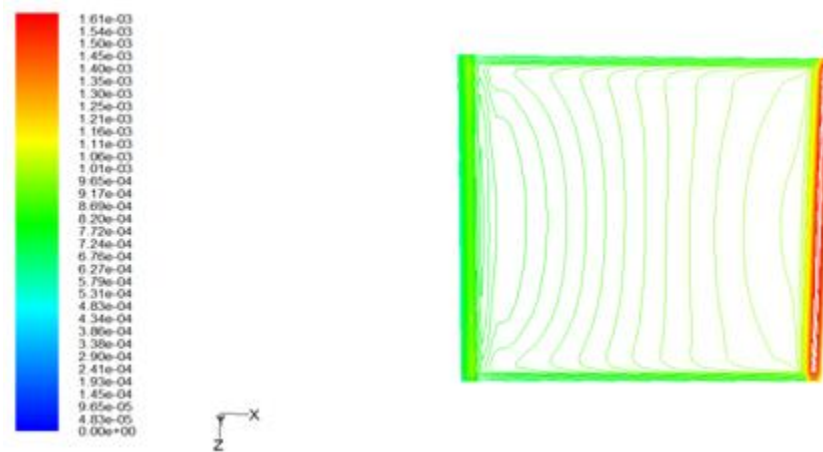
- Pour  $z = 0$ ;  $\frac{\partial T}{\partial z} = 0$ ;  $0 < y < d_1$  et  $0 < x < L$  (III.3.d)

- pour  $z = L$ ;  $\frac{\partial T}{\partial z} = 0$ ;  $0 < y < d_1$  et  $0 < x < L$  (III.3.e)

$$Y = d_1 \Rightarrow \begin{cases} \vec{V} \cdot \vec{n} = 0 \\ \eta \frac{\partial V_x}{\partial y} = \sigma' \frac{\partial T}{\partial x}; \quad \eta \frac{\partial V_z}{\partial y} = \sigma' \frac{\partial T}{\partial z} \end{cases} \quad \text{(III.3.f)}$$

### III. 2. RESULTATS ET DISCUSSIONS

Les figures III.22 à III.25 montrent l'effet d'un gradient horizontal sur la couche du liquide.



**Figure III.22.** Contours des vecteurs vitesses :  $d = 0,0029 \text{ m}$ ,  $\text{grad}_x T = 1,9 \text{ K/cm}$ .

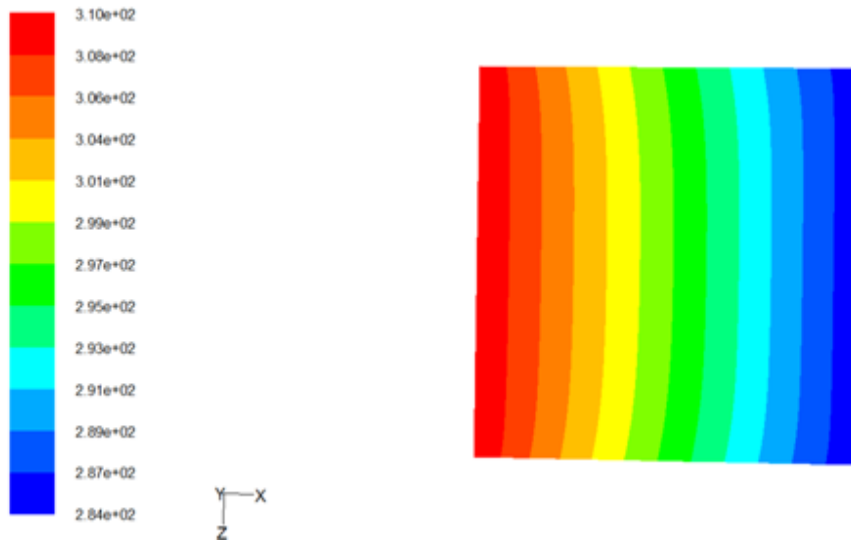


Figure III.23. Contours de températures pour la même épaisseur et le même gradient.

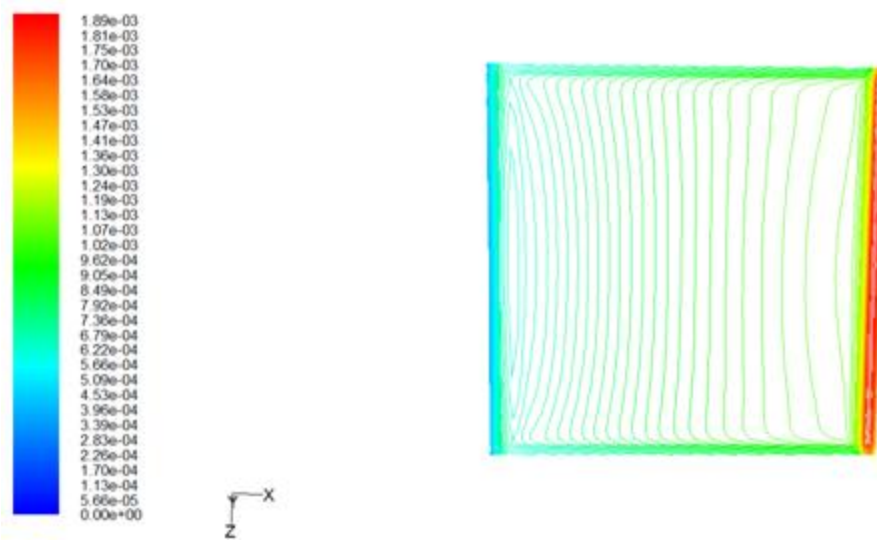
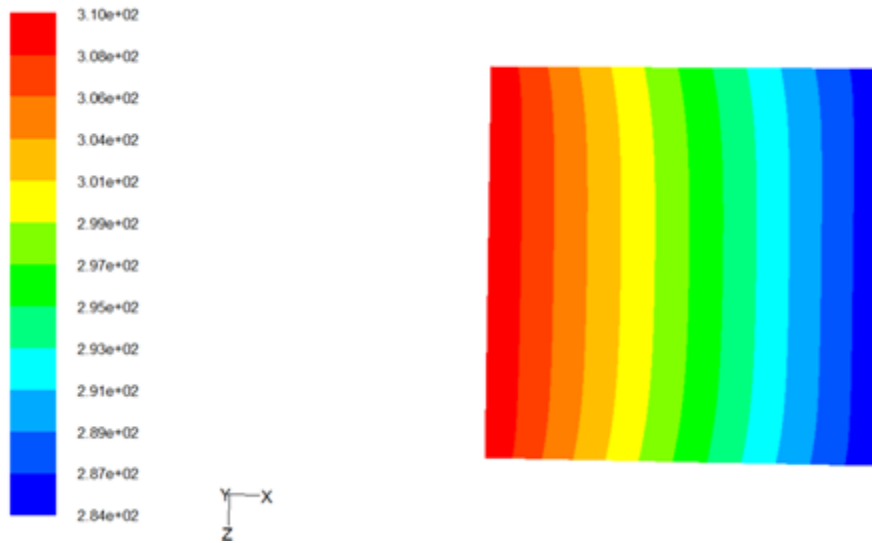
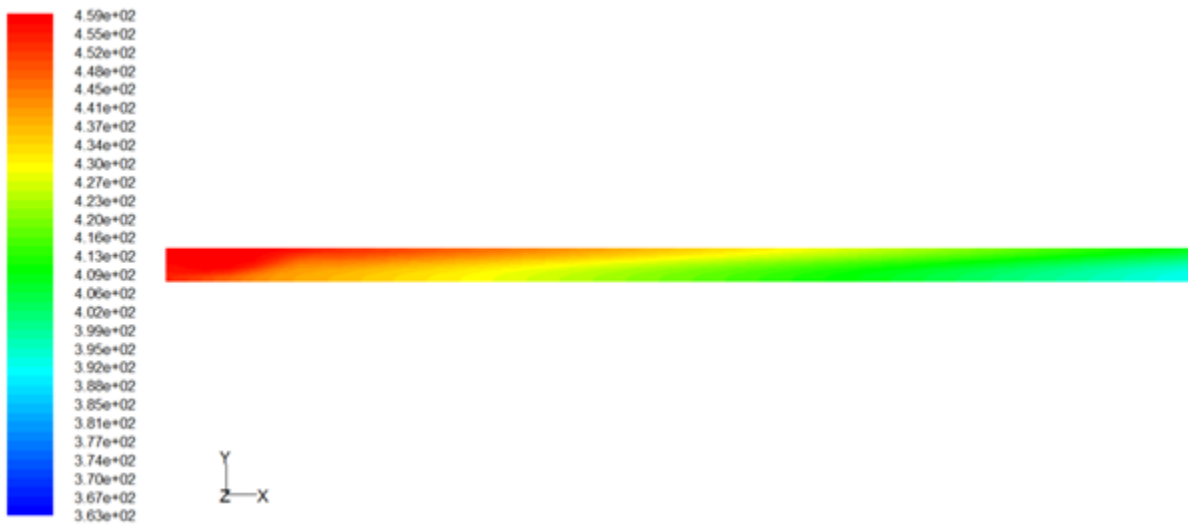


Figure III.24. Contours des vecteurs vitesses :  $d = 0,0029$  m,  $\text{grad}_x T = 2,27$  K/cm.



**Figure III.25.** Contours de températures pour la même épaisseur  $\text{grad}_x T = 2,27 \text{ K/cm}$ .

Pour voir l'influence du gradient de température horizontal appliqué on a augmenté ce dernier (10 fois). Les figures suivantes présentent l'évolution de ce dernier :



**Figure.III.27.a.** Contours de températures suivant l'épaisseur  $d_1$  :  $d = 0,0029 \text{ m}$  et  $\text{grad}_x T = 19 \text{ K}$ .



Figure.III.27.b. Contours de vitesses pour  $d_1 = 0,0029$  m et  $\text{grad}_x T = 19$  K.

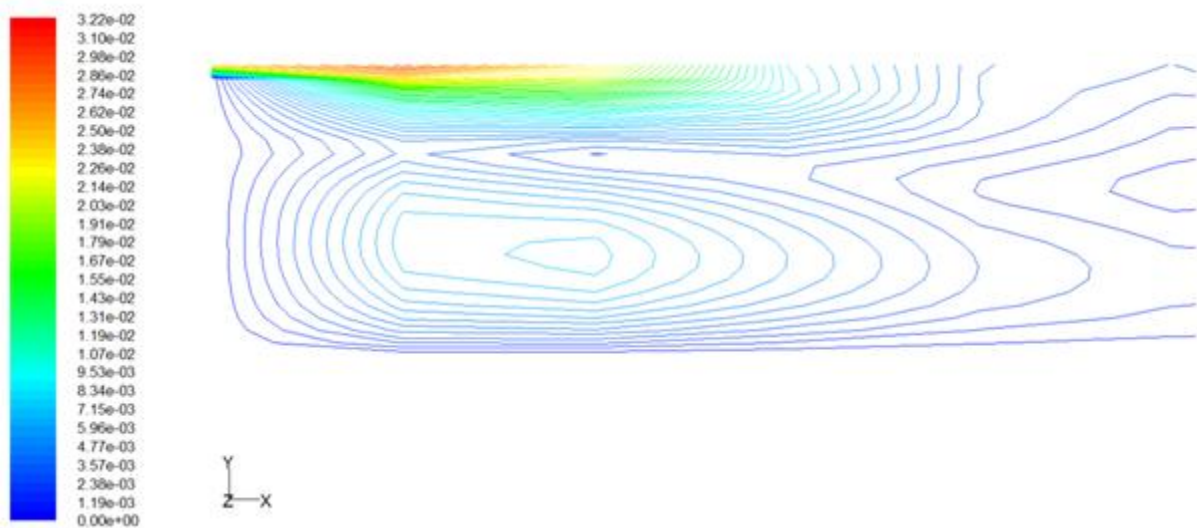


Figure.III.27.c. Contours de vitesses (zoom du côté gauche) pour  $d_1 = 0,0029$  m et  $\text{grad}_x T = 19$  K.

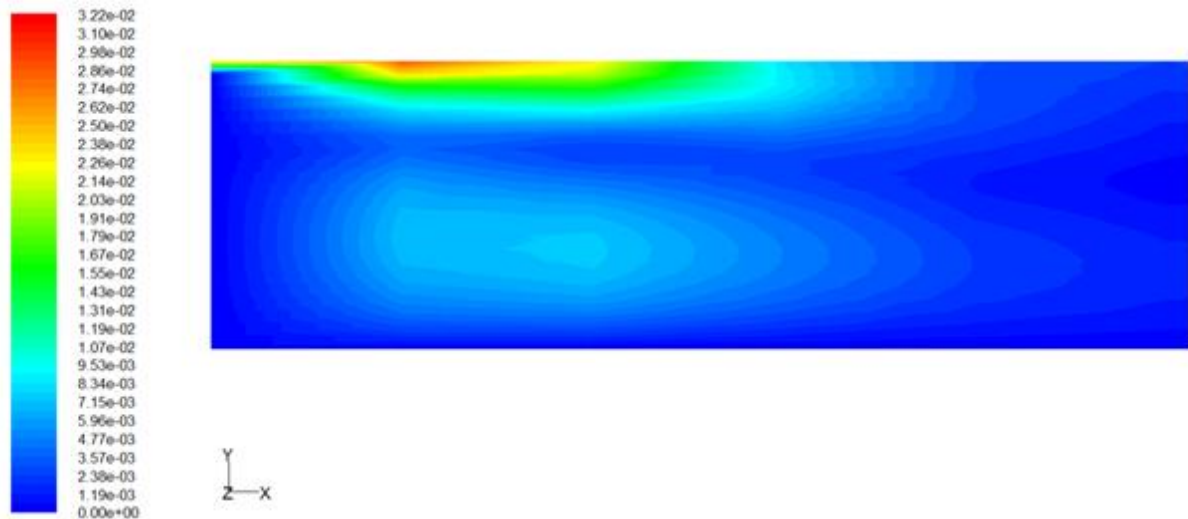


Figure.III.27.d. Contours de vitesses pour  $d_1 = 0,0029$  m et  $\text{grad}_x T = 19$  K.

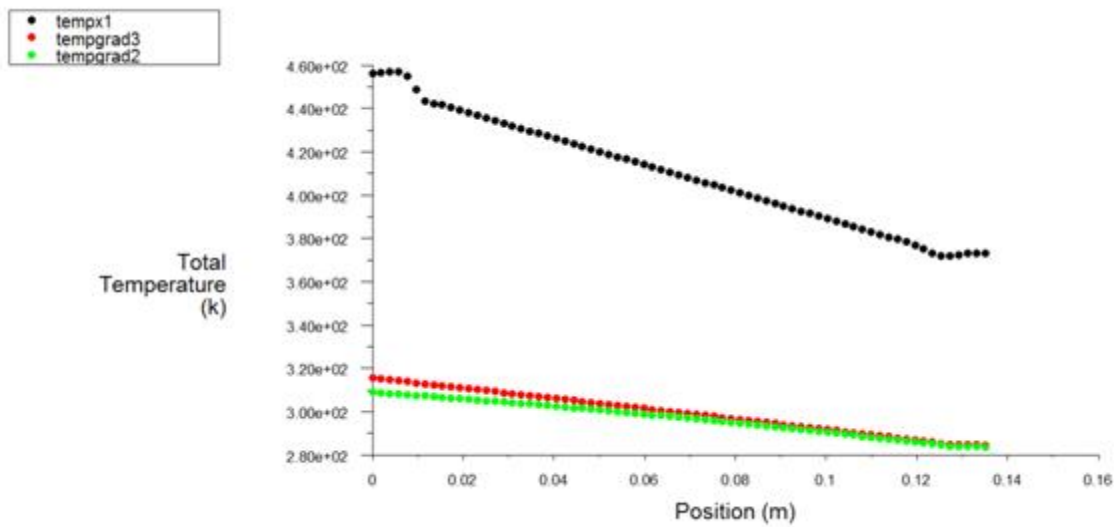


Figure III.28. Profile de température des trois gradients testés :  $d_1 = 0,0029$  m.

### III.3. INTERPRETATION ET DISCUSSIONS DES RÉSULTATS

L'application de trois gradients de température horizontaux pour une épaisseur  $d_1 = 2,9$  mm, (figures III.23, III.25 et III.27) montre la propagation d'une vague le long de l'axe horizontal. On peut dire que l'intervalle de propagation est presque constant. Mais la figure III.27. montre une propagation de la température à l'interface, ce qui est montré par le profile du



contour de température ainsi que celui de la vitesse figures III.27.c et d. Cet effet peut refléter la variation de tension superficielle, ce qui engendre l'effet des forces thermocapillaires.

### III.4. CONCLUSION

Dans ce travail, nous avons étudié l'influence du gradient de température sur la formation et la dynamique des formes impliquées dans la convection BM et nous avons déterminé ce qui suit :

Les résultats obtenus sont confirmés expérimentalement et validés par l'évolution des structures en fonction du gradient de température appliqué et la variation des nombres de Pr et de Biot.

Les figures (III.3, III.8) pour le nombre de Prandtl 206 et les figures : (III.9-14) pour le nombre de Prandtl 102, présentent les isothermes des différentes structures qui apparaissent après l'application des gradients de températures entre le bas et le haut de l'enceinte, pour un rapport d'aspect  $\Gamma = R/d_1 = 6$  ( $d_1 = 5\text{mm}$ ) et un nombre de Biot  $L = 0,43$ , et ce, lorsque la différence de température entre les plaques ( $\Delta T_p$ ) varie entre  $5\text{ }^\circ\text{C}$  et  $50\text{ }^\circ\text{C}$ . L'interprétation montre que :

- Après le début de la convection une structure apparaît avec 4 cellules centrales et 11 périphériques pour  $\Delta T_p = 5\text{ }^\circ\text{C}$ .
- pour  $\Delta T_p = 10\text{ }^\circ\text{C}$ , une structure de 3 cellules centrales et 11 périphériques (cellules en contact avec les parois interne latérales du récipient) est obtenue.
- Pour  $\Delta T_p = 15\text{ }^\circ\text{C}$ , la structure obtenue est composé d'une seule cellule au centre et 9 périphériques.
- Mais quand  $\Delta T_p$  est supérieure ou égale à  $20\text{ }^\circ\text{C}$ , les cellules du centre disparaissent, celles périphériques se rapprochent du centre du récipient et leur nombre diminue progressivement jusqu'une différence de température  $\Delta T_p = 35\text{ }^\circ\text{C}$ , où le nombre de cellules devient égale à 4.

Ces résultats trouvés numériquement en utilisant le code Fluent, ont été déjà obtenus expérimentalement par **S. Rahal et al** [5].

Dans le cas de la configuration parallélépipédique, l'étude réalisée est démonstrative, on a trouvé que l'effet est le même (c.à.d) que la variation de la géométrie ainsi que l'épaisseur du liquide fait diminuer le nombre de cellules avec l'augmentation de la taille de ces dernières.

**REFERENCES**

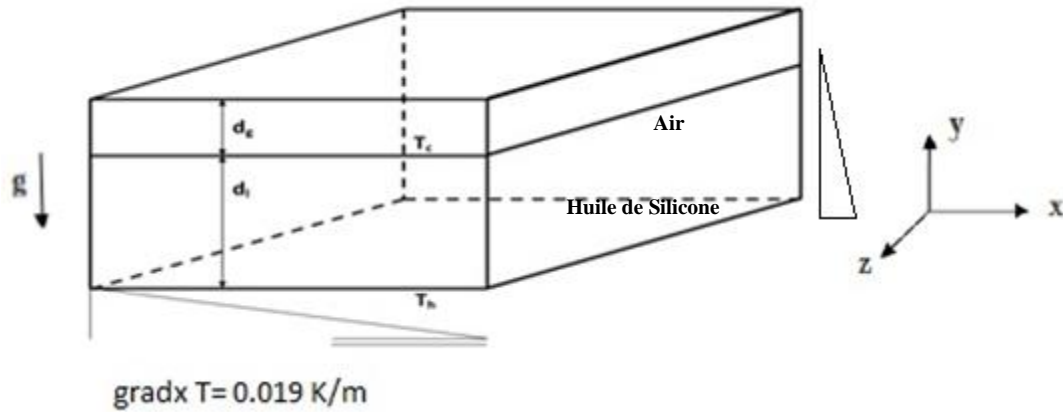
- [1] BENARD, H., Rev. Gen. Sci. Pur. Appl. 11 (1900) 1261, Ann. Chim. Phys. 23 (1901) 62, Thèse. Université de Paris (1901).
- [2] PANTALONI, J. et CERISIER, P : **Mécanisme de propagation des défauts dans une structure convective de Bénard-Marangoni**; Réunion de la S.F.P. Les Embiez, septembre 1980.
- [3] NORMAND, C., POMEAU, Y. et VELARD, M. G., Rev. Mod. Phys. 49, 3 (1977) 581.
- [4] RAYLEIGH (Lord), Philos. Mag. 32 (1916) 529.
- [5]. S. Rahal, P. Cerisier and H. Azuma: **Bénard- Marangoni convection in a small circular container: influence of the Biot and Prandtl numbers on pattern dynamics and surface deformation**; Exp Fluids 43 (2007) 547-554.

## SIMULATION NUMERIQUE DE LA THERMOCAPILARITE

Dans l'étude précédente nous avons mis l'accent sur l'effet d'une composante du gradient de température appliqué à la surface libre de l'huile silicone. Dans le présent chapitre, nous allons présenter une étude des instabilités convectives dans la couche de liquide, soumise à un gradient de température incliné. Ce type de gradient est obtenu par la superposition des deux gradients antérieurement étudiés. Le liquide utilisé est l'huile silicone dont le nombre de Prandtl  $Pr = 102$  ou  $206$ . L'objet principal de l'étude est d'évaluer l'influence des forces gravitationnelle et thermocapillaire sur la formation des structures convectives dans les couches de liquide dont l'épaisseur varie comme suit : (0,0017 m ; 0,0025 m ; 0,0029 m et 0,0032 m).

### IV.1 CONFIGURATION ET DOMAINE DE CALCUL

La configuration considérée, dans notre étude, est illustrée par la figure IV.1. La géométrie est une enceinte de forme parallélépipède (rectangulaire) contenant une couche de liquide (l'huile silicone) d'épaisseur ( $d_l$ ), caractérisée par un nombre de Prandtl  $Pr = 102$  ou  $206$ . On chauffe le liquide par le bas avec une température  $T_C$  et le refroidit par le haut par une couche d'air d'épaisseur ( $d_g$ ) avec une température  $T_F$ . Comme hypothèses supplémentaires, la surface du liquide est supposée horizontale et les deux fluides sont considérés immiscibles. Les dimensions adoptées pour la réalisation de l'enceinte (figure IV.1.) sont : (0,135 x 0,135 x d)[m], où  $d = d_l + d_g$ . Dans ces conditions, on applique un gradient de température horizontal de 0,019 K/m à la couche de liquide et on considère les autres parois adiabatiques.



**Figure IV.1.** Schéma de la configuration étudiée.

Les propriétés thermo-physiques de l'huile silicone à la température 298 K sont données dans le **tableau IV.1**.

**Tableau IV.1:** Propriétés thermo-physiques du fluide de travail (**huile silicone à 298 K**)

Propriété	Valeur
Densité $\rho_0$	$\rho_0 = 935 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
Viscosité cinématique $\nu$	$\nu = 1,0 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
Viscosité dynamique $\eta$	$\eta = 9,35 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$
Conductivité Thermique $k$	$k = 0,13 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
Chaleur spécifique $C_p$	$C_p = 1430 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
Diffusivité Thermique $\chi$	$\chi = 9,77 \times 10^{-8} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
Nombre de Prandtl $Pr$	$Pr = 102$
Coefficient d'expansion thermique $\beta$	$\beta = 1,08 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$

Pour réaliser un maillage adéquat et pour prouver l'indépendance du maillage de la procédure numérique, nous avons réalisé plusieurs tests (de 0,5 ; 1 et 3 millions de mailles).

Les résultats obtenus nous ont, enfin, permis d'adopter le maillage optimal pour discrétiser notre configuration. Le critère visé étant d'optimiser le temps de calcul, le maillage de notre configuration a compté approximativement un million de cellules de dimension  $4,55e^{-11}[\text{m}^3]$ .



**Figure IV. 2** Maillage et domaine de calcul.

La résolution numérique du problème de la thermocapillarité est réalisée dans un régime instationnaire utilisant une méthode itérative avec une précision de calcul  $\varepsilon \approx 10^{-4}$ .

Les schémas de discrétisation des différentes variables utilisés sont présentés dans le **tableau IV.2** ci dessous:

**Tableau IV.2** : Schéma de discrétisation. [1]

Variable	Schéma de discrétisation
Pression	Presto
Vitesse	Second ordre
Température	Second ordre

## IV.2. PROCEDURE NUMERIQUE

La présente étude est réalisée en utilisant la couche de l'huile silicone uniquement, ce qui se traduit par l'exploitation du modèle de la couche unique [2, 3, 4, 5,6]. On applique à ce fluide un gradient de température incliné et on considère l'écoulement laminaire et la surface libre

plane. Le problème est soumis aux conditions initiales et aux limites appropriées aux parois et à la surface libre. Le régime étant instationnaire, les équations régissant cette étude sont résumées comme suit :

**Continuité :**

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0 \quad (\text{IV.1})$$

**Quantité de mouvement :**

$$\rho_0 \left( \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} \right) = -\vec{\nabla} P + \eta \Delta \vec{V} + \rho_0 \beta (T - T_0) \vec{g} \quad (\text{IV.2})$$

**Énergie :**

$$\rho_0 C_P \left( \frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) T \right) = \vec{\nabla} \cdot (k \vec{\nabla} T) \quad (\text{IV.3})$$

Initialement, la couche de fluide est considérée au repos à température ambiante  $T_0$ .

Les conditions aux limites de l'écoulement du fluide sont :

- La condition de non glissement aux parois solides (IV.4);
- la condition de non pénétration et la condition de Marangoni à la surface libre (IV.5):

$$\left. \begin{array}{l} y=0 \Rightarrow 0 \leq x \leq L \quad \text{et} \quad 0 \leq z \leq L \\ z=0 \quad \text{et} \quad z=L \Rightarrow 0 \leq x \leq L \quad \text{et} \quad 0 \leq y \leq d_l \\ x=0 \quad \text{et} \quad x=L \Rightarrow 0 \leq z \leq L \quad \text{et} \quad 0 \leq y \leq d_l \end{array} \right\} \vec{V} = \vec{0} \quad (\text{IV.4})$$

$$Y = d_l \Rightarrow \begin{cases} \vec{V} \cdot \vec{n} = 0 \\ \eta \frac{\partial V_x}{\partial y} = \sigma' \frac{\partial T}{\partial x}; \quad \eta \frac{\partial V_z}{\partial y} = \sigma' \frac{\partial T}{\partial z} \end{cases} \quad (\text{IV.5})$$

Pour les conditions aux limites thermiques, elles sont indiquées sur la figure IV.1., appliquées au moyen des équations (IV.6, IV.7 et IV.8).

La condition d'échange de chaleur à la surface libre, que traduit un transfert de chaleur par conduction à travers la couche d'air est donnée par l'équation (IV.9):

$$y = 0, \quad 0 \leq x \leq L \quad \text{et} \quad 0 \leq z \leq L \Rightarrow T = T_c \quad (\text{IV.6})$$

$$0 \leq y \leq d_l \quad \text{et} \quad 0 \leq z \leq L \Rightarrow \vec{\text{grad}}_x T = \frac{\partial T}{\partial x} = 0.019 K/m \quad (\text{IV.7})$$

$$\left. \begin{array}{l} 0 \leq x \leq L; \quad 0 \leq y \leq d_l \\ \text{pour} \\ z = 0; \quad z = L \end{array} \right\} \frac{\partial T}{\partial n} = 0 \quad (\text{IV.8})$$

$$y = d_l, \quad 0 \leq x \leq L \quad \text{et} \quad 0 \leq z \leq L \Rightarrow k_l \frac{\partial T}{\partial y} = -\frac{k_g}{d_g} (T - T_0) \quad (\text{IV.9})$$

Dans cette configuration, deux types de forces sont impliquées: la première force est la force d'Archimède et la deuxième est la force thermocapillaire. Cette dernière est engendrée par la variation de la tension superficielle en fonction de la température, comme illustrée par l'expression suivante:

$$\sigma' = \left\| \frac{d\sigma}{dT} \right\|$$

Avec ;

$$\sigma(T) = \sigma_0 - \sigma'(T - T_0);$$

$\sigma$ : est la tension superficielle du fluide.

Les nombres adimensionnels gouvernant ces deux forces sont respectivement : le nombre de Rayleigh et celui de Marangoni donnés ci-après:

$$Ra = \frac{g\beta\Delta T_v d^3}{\nu\chi} \qquad Ma = \frac{\sigma'\Delta T_v d}{\eta\chi}$$

Dans l'intention de donner plus d'informations sur la morphologie de l'écoulement à l'intérieur de l'enceinte, on utilise le nombre de Bond dynamique (Bd) exprimé par :

$Bd = \frac{Ra}{Ma}$  ; ce qui correspond au rapport des forces d'Archimède à celles thermo capillaires.

En ce qui concerne les effets de la géométrie et les propriétés des fluides (liquide ou gaz) ; les nombres adimensionnels utilisés sont [7, 8] :

Rapport d'aspect:  $\Gamma = \frac{\sqrt{A}}{d}$

Nombre de Prandtl:  $Pr = \frac{\nu}{\chi}$

Nombre de Biot:  $Biot = \frac{k_g d_l}{k_l d_g}$

Dans la présente étude, l'approximation de Boussinesq est toujours valable. Le schéma utilisé pour la discrétisation des équations de mouvement et d'énergie est le schéma de second ordre amont (Second Order Upwind). L'algorithme adopté dans les conditions d'étude pour la résolution du couplage pression- vitesse est l'algorithme SIMPLE (Semi Implicit Method for Pressure-Linked Equation) [1].

## IV.3. RESULTATS ET DISCUSSION

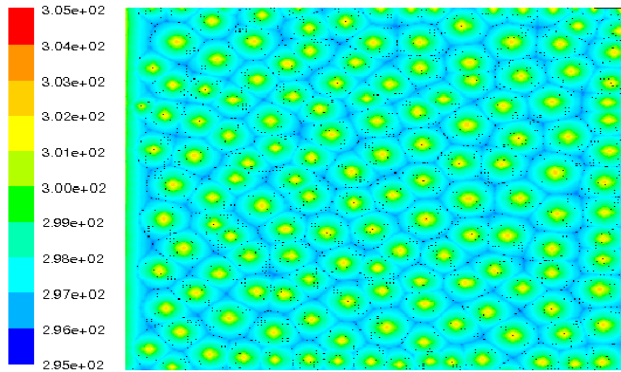
### IV.3.1. Cas Pr =102 :

L'étude a été réalisée pour chacune des épaisseurs suivantes de l'huile silicone :

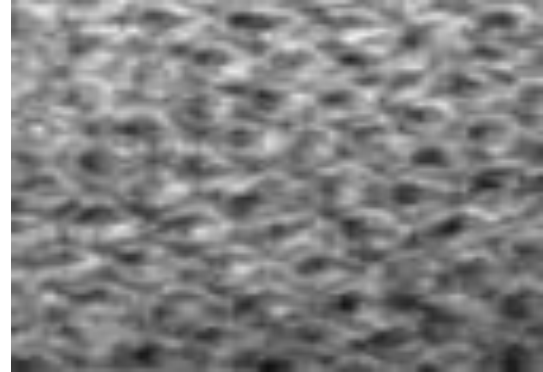
**Cas  $d_l = 0.0017$  m** : Le résultat obtenu dans ce cas est représenté par la figure IV.3.a. Cette dernière illustre les contours de température obtenus suite à l'application du gradient incliné. L'analyse des structures des cellules engendrées par l'application du gradient incliné montre



des cellules de formes polygonales (penta et hexa) de dimensions plus ou moins identiques. La comparaison de ces résultats avec ceux (figure IV.3.b) expérimentaux pris des travaux réalisés par [8] reflète une bonne concordance.



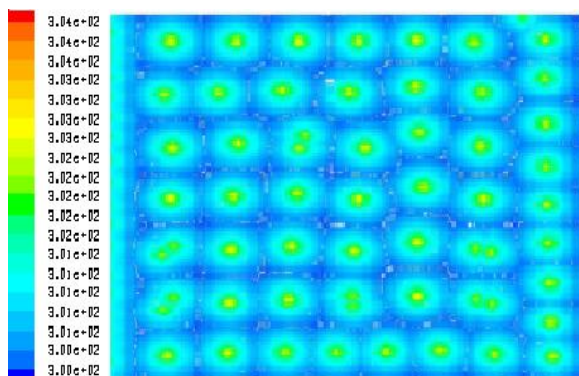
**Figure.IV.3(a).** Structure de Bénard–Marangoni DCs pour  $d_1 = 0,0017$  m (gradient incliné) Simulation. (Contours de température)



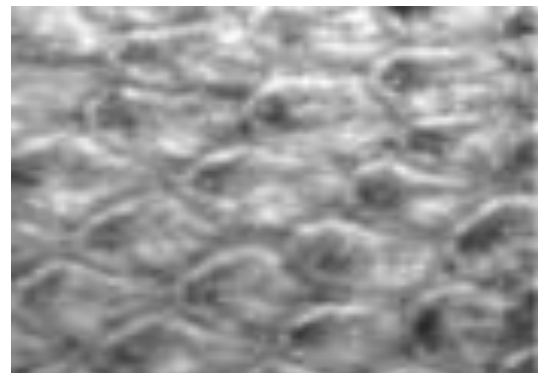
**Figure.IV.3(b).** Structure de Bénard–Marangoni DCs pour  $d_1 = 0,0017$  m (gradient incliné) expérimental [8]

### Cas $d_1 = 0,0025$ m

En appliquant le même gradient de température, le résultat trouvé dans ce cas, est représenté par la figure IV.4.a. L'analyse des contours de température illustrant les structures de BM, montre des formes régulières par rapport à celles précédentes. Quant à l'analyse minutieuse, elle indique des cellules de formes polygonales (presque carrées) de dimensions identiques. La comparaison de ces résultats avec ceux (figure IV.4.b) expérimentaux pris des travaux réalisés par [8], reflète une concordance frappante.



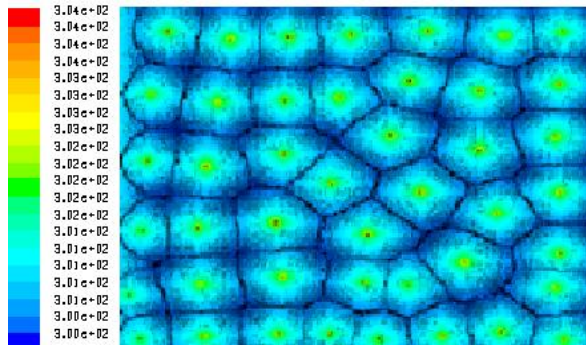
**Figure.IV.4.a** Structure de Bénard–Marangoni DCs pour  $d_1 = 0,0025$ m  
(a) simulation (Contours de température)



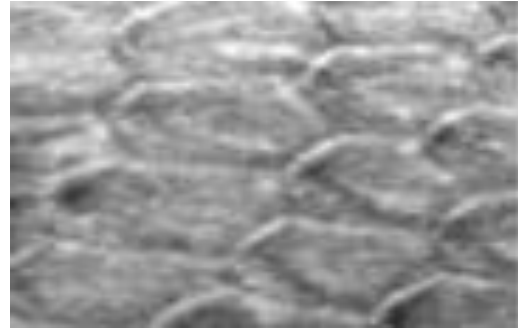
**Figure.IV.4.b.** Structure de Bénard–Marangoni DCs pour  $d_1 = 0,0025$  m  
(b) expérimentale [8]

**Cas  $d_1 = 0,0029$  m**

En augmentant l'épaisseur de l'huile et en maintenant les mêmes conditions de gradient de température et des conditions aux limites, le résultat trouvé dans ce cas, est donné par la figure IV.5.a.



**Figure.IV.5. a.** Contours de température : structure Bénard–Marangoni DCs pour  $d_1 = 0,0029$  m (a) simulation.



**Figure.IV.5.b.** Bénard–Marangoni DCs pour  $d_1 = 0,0029$  m (b) expérimentale [8]

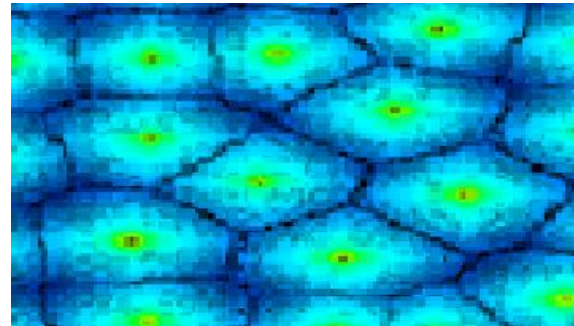
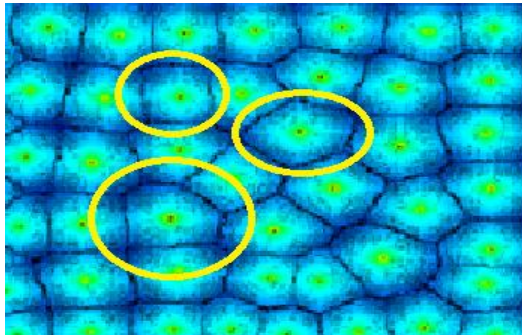


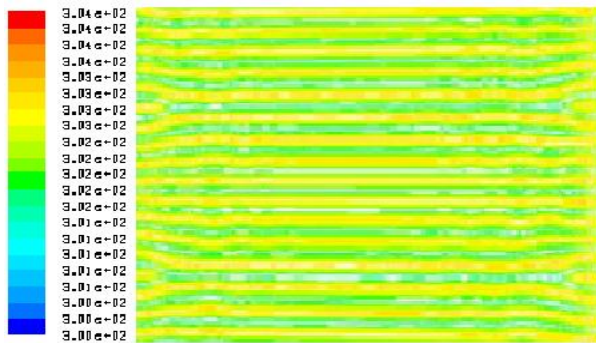
Image agrandie des structures en cercle « Zoom »

L'analyse des structures de BM reproduites par les contours de températures, montre des formes plus ou moins irrégulières et de taille importante par rapport à celles précédemment relevées (figure IV.3.a, figure IV.4.a).

L'analyse minutieuse de ces formes met en évidence, un ensemble de configurations polygonales (variant du carrée à l'hexagonale) de dimensions variables. La comparaison de ces résultats avec ceux de la figure IV.4.b, présentés dans [8], reflète une concordance correcte.

**Cas  $d_1 = 0,0032$  m**

En augmentant toujours l'épaisseur de l'huile de silicone et en maintenant les mêmes conditions de gradient de température et aux limites, le résultat trouvé dans ce cas est donné par la figure IV.6.a.



**Figure.IV.6.a.** Contours de température :  
Structure LRs pour  $d_1 = 0,0032$  m  
(a) Simulation



**Figure.IV.6.b** Structure LRs  
(b) expérimentale [8]

L'analyse de ces structures de BM issues des contours de températures, montre des formes régulières allongés horizontalement mais de taille plus importantes par rapport aux précédentes (figure IV.4.a, figure IV.5.a). L'analyse minutieuse de ces formes met en évidence des rouleaux longitudinaux de dimensions presque égales. La comparaison de ce résultat avec celui de la figure IV.6.b, montre une bonne concordance.

Au terme de ces illustrations, on peut dire que:

D'une part, la simulation numérique réalisée, a permis d'obtenir des résultats comparables à ceux présentés expérimentalement par A. Mizev et D. Schwabe [8]. La morphologie des structures obtenues pour différentes épaisseurs de la couche de l'huile silicone concorde parfaitement et l'effet du gradient incliné est visible.

D'autre part, en se référant aux paramètres adimensionnels qui gouvernent l'écoulement de l'huile silicone (répertoriés dans le tableau IV.3.), on constate facilement que ces nombres décrivent une tendance similaire à celle représenté par la morphologie de la cellule.

**Tableau IV.3**

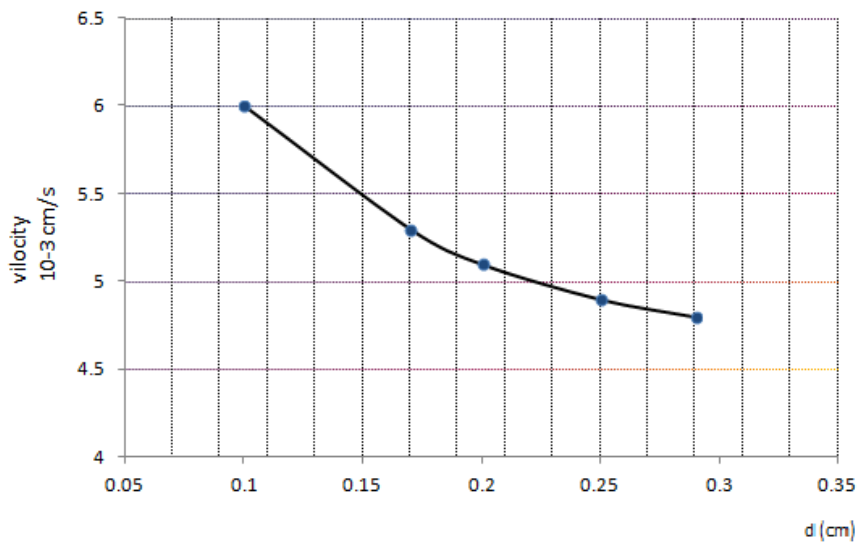
<b>Epaisseur de l'huile de silicone <math>d_l</math> (m)</b>	<b>Nombre de Marangoni <math>Ma_v</math></b>	<b>Nombres de Rayleigh <math>Ra</math></b>	<b>Nombre de Bond dynamique <math>B_d</math></b>
<b>0,0017</b>	<b>733,97</b>	<b>106,92</b>	<b>0,42</b>
<b>0,0025</b>	<b>1079,37</b>	<b>982,757</b>	<b>0,91</b>
<b>0,0029</b>	<b>1252,07</b>	<b>1533,98</b>	<b>1,22</b>
<b>0,0032</b>	<b>1381,59</b>	<b>2061</b>	<b>1,49</b>

On note ici que, l'effet du rapport de la force de gravité à celui de la force thermocapillaire est représenté par le nombre de bond dynamique  $B_d$ , ceci permet de dire que si ce paramètre est inférieur à l'unité, les forces thermocapillaires sont dominantes mais dans le cas contraire, c'est la force de gravité qui domine.

En appliquant ce critère sur les résultats regroupés dans le tableau IV.3 on voit clairement que le choix des deux premières épaisseurs, a résulté d'un effet dû aux forces thermocapillaires uniquement, d'où la naissance de structures (figures IV.3 et IV.4.) comparables. Par contre dans le cas, correspondant au nombre de bond supérieure à l'unité, la combinaison des deux effets (gravitationnel et thermocapillaire) avec dominance de la force de gravité, a fait apparaître une influence remarquablement visible sur les structures des cellules.

Comme l'épaisseur de la couche augmente, les cellules de Bénard-Marangoni s'allongent le long de la direction du mouvement thermocapillaire. Dans la figure IV.5, l'effet de  $Ma_h$  sur l'écoulement devient relativement important en comparaison à  $Ma_v$ , ce fait conduit les cellules dans le sens du gradient de température horizontal et des lignes parallèles sont formées à intervalle constant. Ainsi, ces structures cellulaires diminuent et une structure striée est observée [10-16]. Finalement, la figure.IV.6, montre quand la dimension longitudinale de la cellule atteint la longueur horizontale de la couche, une nouvelle structure d'écoulement apparaît dans une forme de LRs (cas de la dernière épaisseur  $d = 0,0032$  m où :  $Ma_v = 1381,59$ ;  $Ra = 2061$  et  $B_d = 1,49$ ).

La figure. IV.7 présente la vitesse d'entraînement de Bénard-Marangoni DCs en fonction de l'épaisseur du liquide. Cette dépendance obtenue par le changement de l'épaisseur de la couche de liquide à une différence de température verticale et horizontale constante est constatée. Cette courbe montre que les cellules se déplacent lentement dans la direction qui dépend de l'épaisseur de la couche  $d$ ; où la vitesse d'entraînement décroît avec l'accroissement de  $(d)$  et les nombre de Marangoni ( $Ma_v$  et  $Ma_h$ ).

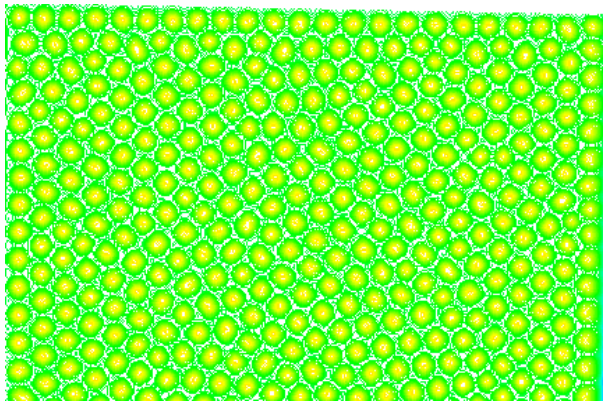


**Figure IV.7.** Évolution de la vitesse d'entraînement avec l'épaisseur

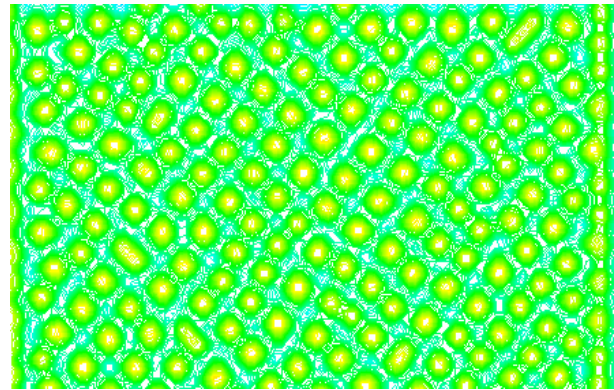
### IV.3.2. Cas Pr = 206 :

Dans cette partie, l'étude est réalisée pour chacune des épaisseurs suivantes:

#### Cas $d_1 = 0.0017$ m :



**Figure IV.8.** Contours de températures gradient incliné :  $d = 0,0017$ m,  $Pr = 206$ ,  $Ma_v = 408,78$



**Figure IV .9.** Contours de températures gradient incliné :  $d = 0,0025$ m,  $Pr = 206$ ,  $Ma_v = 601,15$

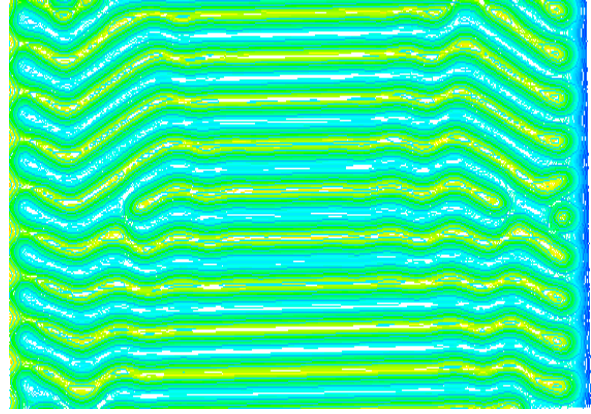
Le résultat obtenu est représenté par la figure IV.8. Cette dernière illustre les contours de températures. L'analyse des structures obtenues montre des formes polygonales.

**Cas  $d_1 = 0.0025 \text{ m}$  :**

En appliquant le même gradient de température, le résultat trouvé dans ce cas est représenté par la figure IV.9. L'analyse des contours de températures illustrent des cellules polygonales de formes irrégulières.



**Figure IV .10.** Contours de températures gradient incliné:  $d = 0,0029 \text{ m}$ ,  $Pr = 206$ ,  $Ma_v = 697,334$



**Figure IV .11.** Contours de températures gradient incliné:  $d = 0,00315 \text{ m}$ ,  $Pr = 206$ ,  $Ma_v = 697,334$

**Cas  $d_1 = 0.0029 \text{ m}$  :**

Les structures obtenues dans ce cas sont présentées par la figure IV.10. Les contours de températures montrent des rouleaux inclinés, de taille régulière.

**Cas  $d_1 = 0.00315 \text{ m}$  :**

La figure. IV.11, montre que la dimension longitudinale de la cellule atteint la longueur horizontale de la couche, une nouvelle structure d'écoulement apparaît dans une forme de LR. On remarque que dans ce cas les structures sont déformées aux deux extrémités chaude et froide.

**IV. 4. ANALYSE SPECTRALE :**

L'analyse spectrale, par transformées de Fourier (TF), conduit à considérer la représentation de spectre des signaux dans le domaine fréquentiel.

Dans cette partie de travail nous avons estimé utile de tracer les courbes représentatives des spectres d'amplitude des signaux recueillis sur des points repartis au niveau de la couche de liquide.

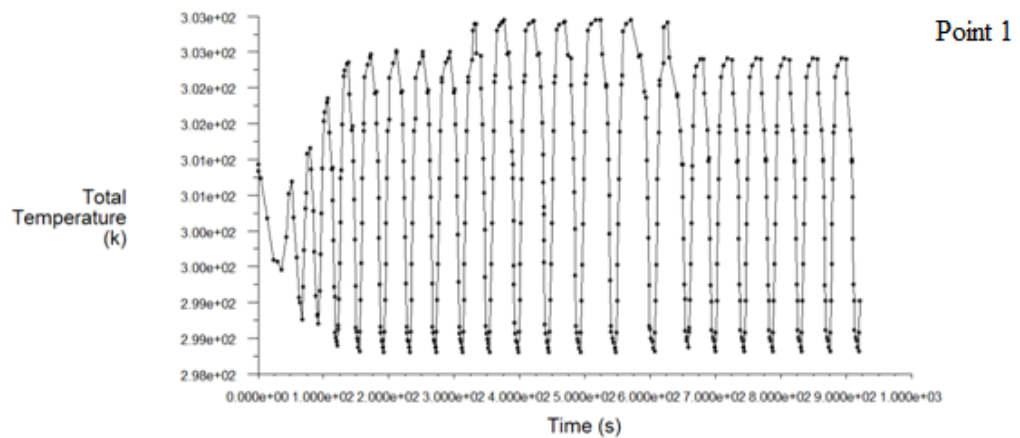
**Cas de l'épaisseur  $d_1 = 2,5$  mm :** Pour cette étude on a choisit trois points de la structure, et ce après une durée de 17 h de temps :

**Point 1** (0,0675 ; 0,00125 ; 0,0675) au milieu de la structure ; le **point 2** (0,03375 ; 0,00125 ; 0,0675), situé à gauche c.à.d, du côté de l'échauffement horizontal et le **point 3** (0,10125 ; 0,00125 ; 0,0625) situé à droite c.à.d, du côté du refroidissement horizontal.

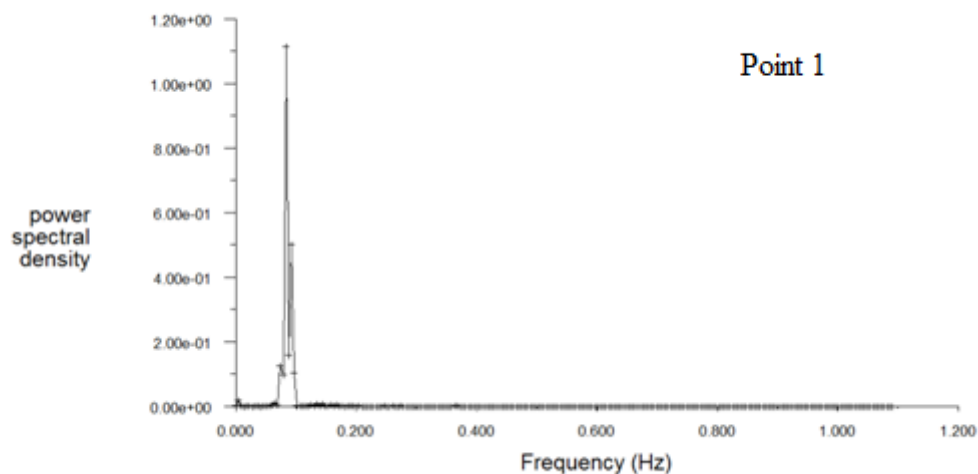
Le contour de température relatif à chacun des trois points est donné associé au spectre d'amplitude et à la densité spectrale de puissance.

### Après une durée de 17 h:

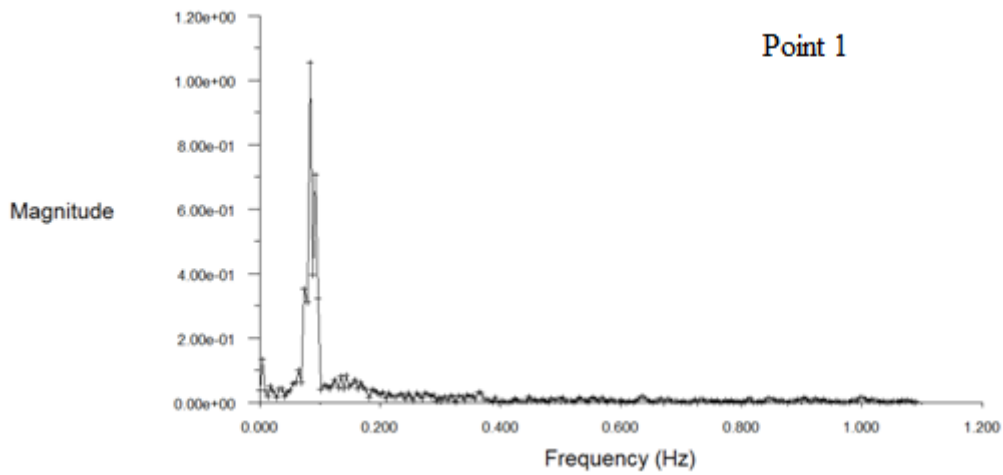
#### Cas du Point 1 (milieu de structure) :



**Figure IV.12.a** Allure de la température du point 1 en fonction du temps

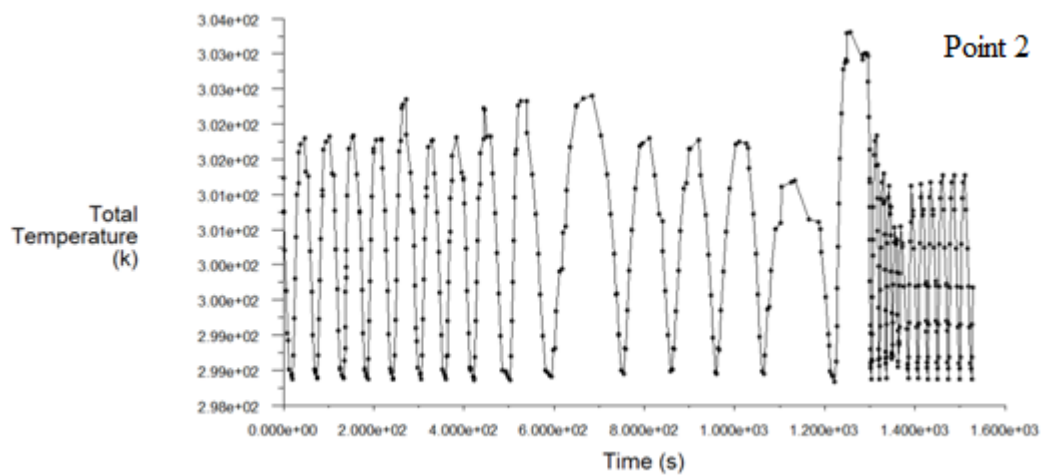


**Figure IV.12.b** Densité spectrale de puissance du signal du point1



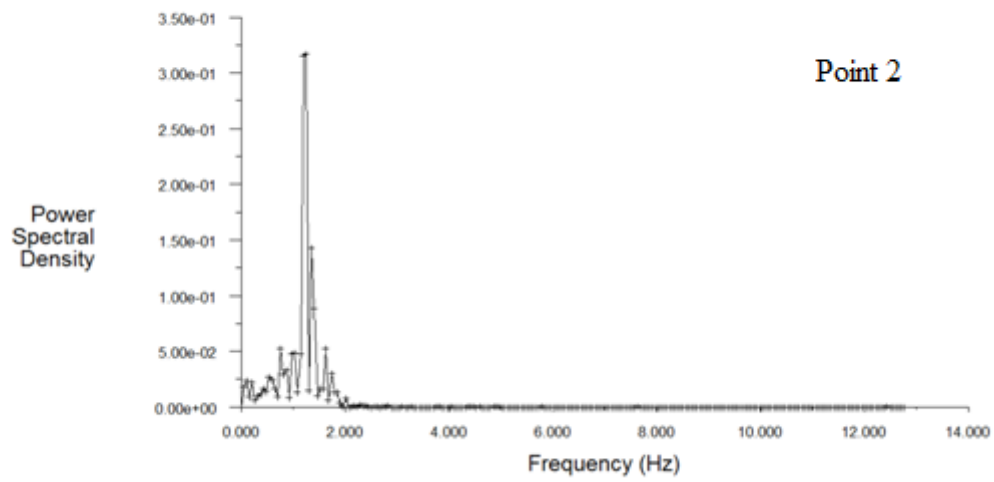
**Figure IV.12.c.** Spectre d'amplitude du signal au point 1 de la structure.

**Cas du Point 2 :** Situé à gauche, coté de l'échauffement horizontal.

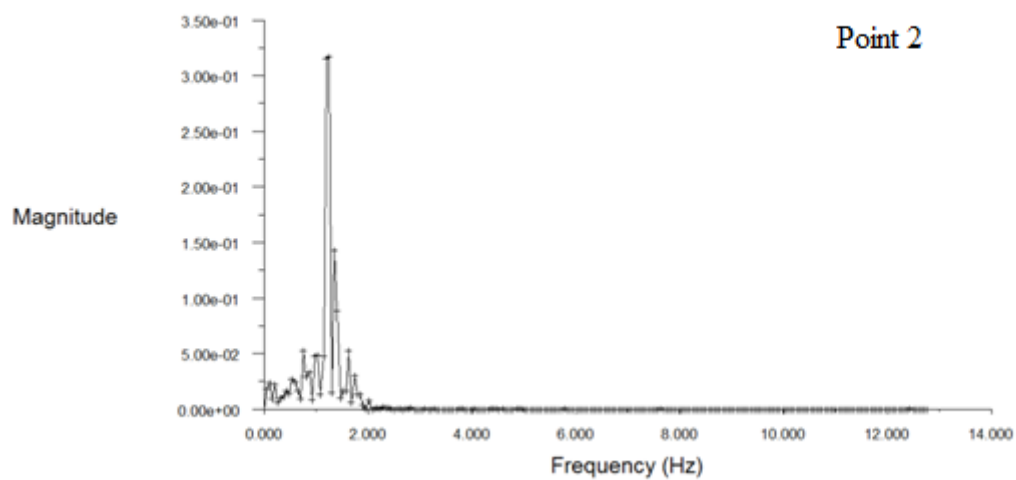


**Figure IV.13.a** Allure de la température du point 2 en fonction du temps.

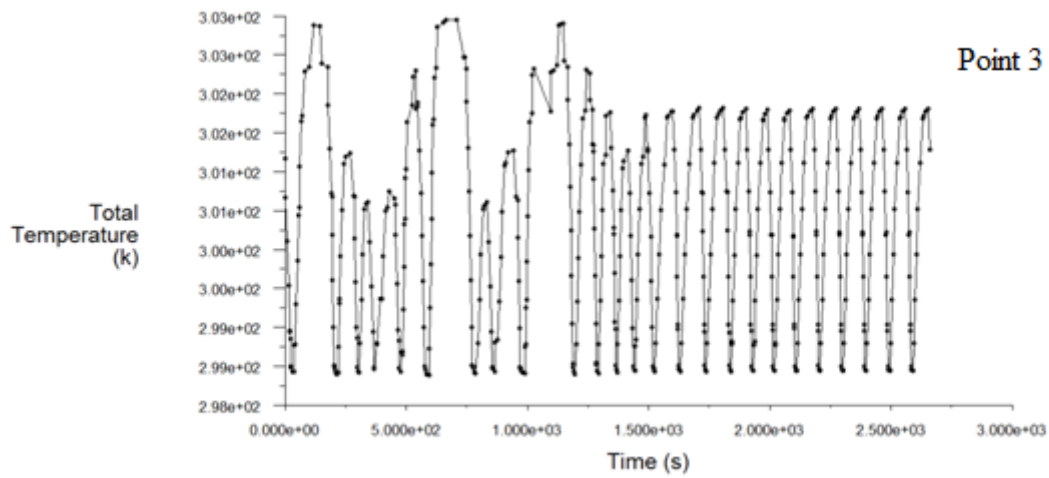




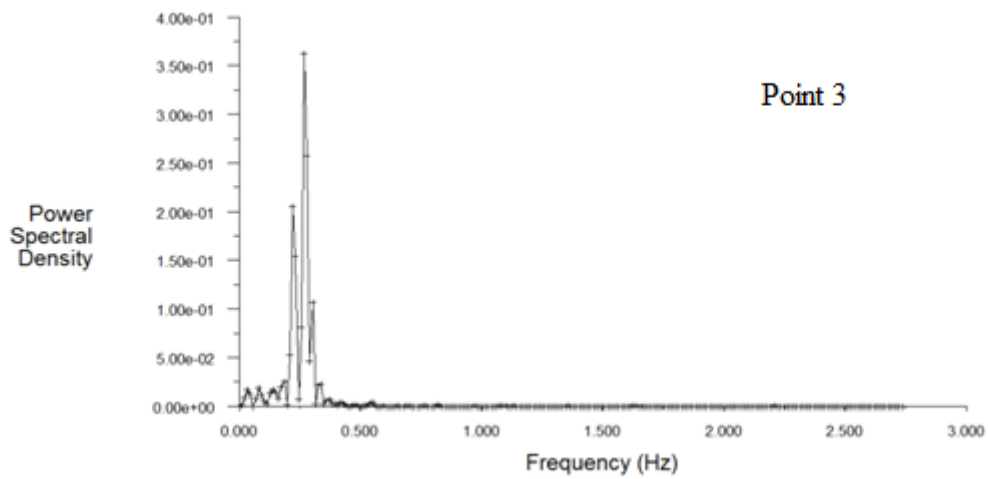
**Figure IV.13.b.** Densité spectrale de puissance du signal du point 2.



**Figure IV.13.c.** Spectre d'amplitude du signal au point 2 de la structure.

**Cas du Point 3 :** Situé à droite, coté du refroidissement horizontal.

**Figure.IV.14.a.** Allure de la température du point 3 en fonction du temps.



**Figure.IV.14.b.** Densité spectrale de puissance du signal du point 3.

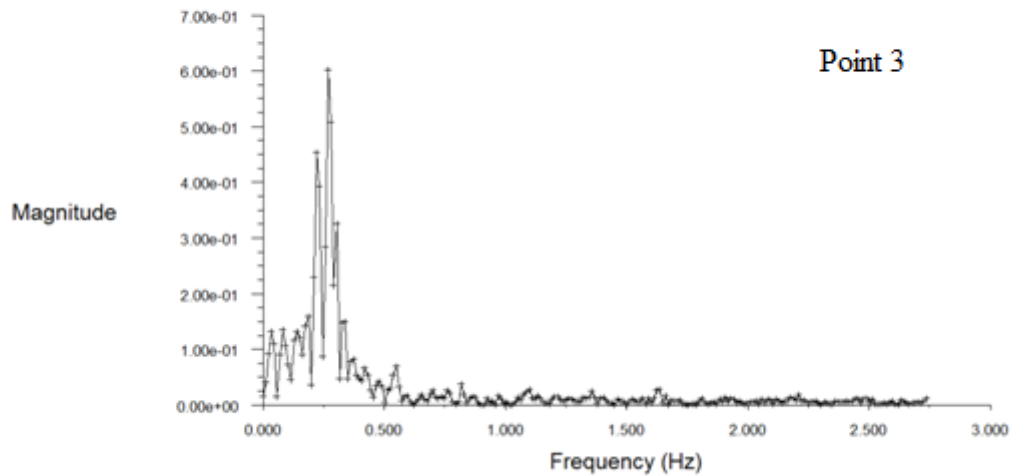


Figure.IV.14.c. Spectre d'amplitude du signal au point 3 de la structure.

Après une durée de 27 h: les résultats sont :

Le point 1:

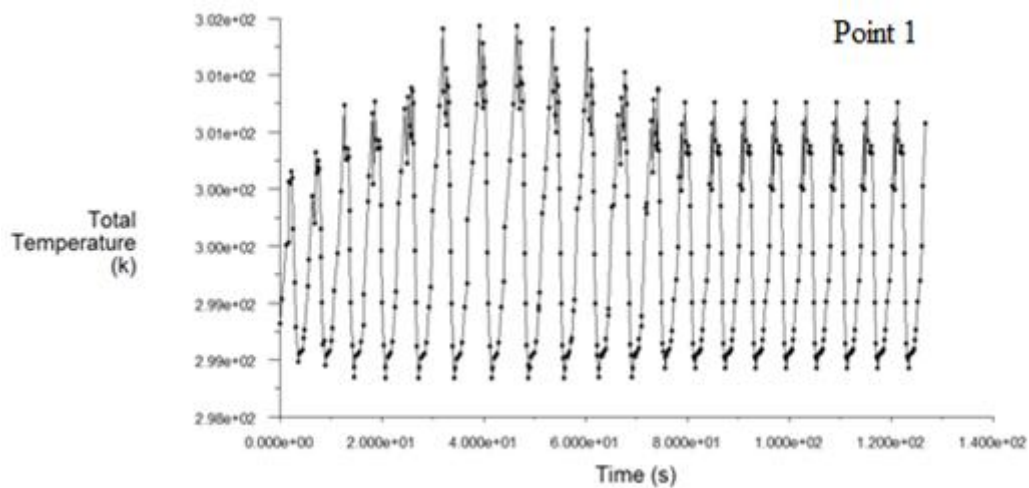


Figure IV.15.a. Allure de la température du point 1 en fonction du temps.

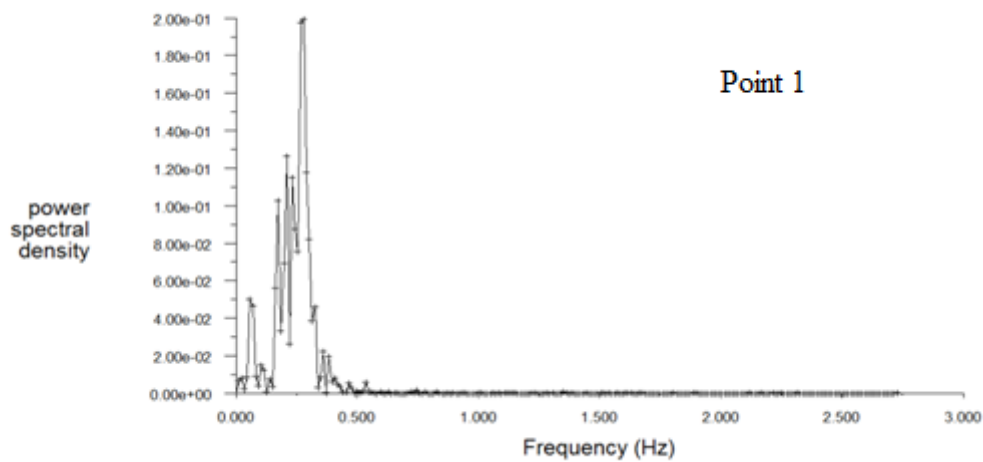


Figure IV.15.b. Densité spectrale de puissance du signal du point 1.

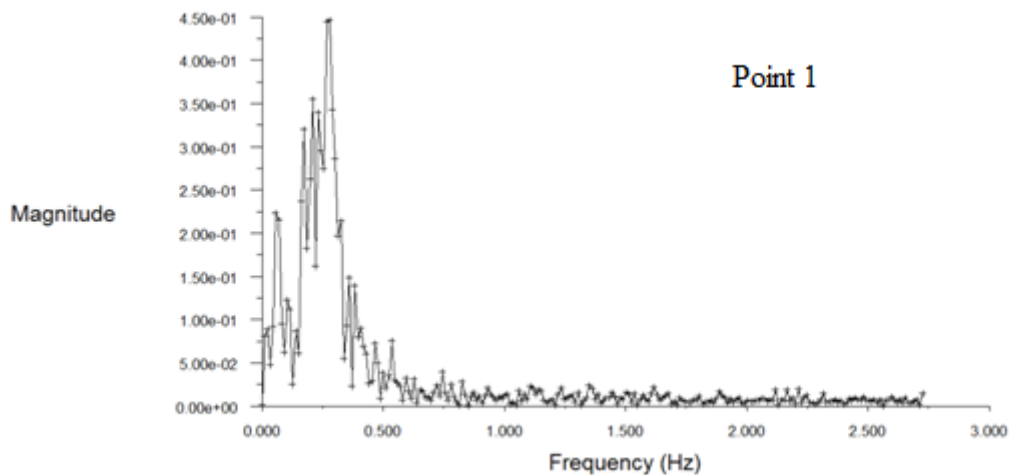


Figure IV.15.c. Spectre d'amplitude du signal au point 1 de la structure.

#### IV. 5. INTERPRETATION DES RESULTATS :

L'allure des températures en fonction du temps signale pour :

**Point 1** : le milieu de la structure la température varie sinusoïdalement avec le temps, la variation est presque régulière et stable en présence du gradient de température et ce durant les premières heures, mais après une durée assez longue, on constate la propagation de la température en fonction du temps. Les mêmes constatations peuvent être faites en analysant les spectres d'amplitudes et les densités spectrales de puissances relatifs à ce point « point 1 ».

**Point 2** : situé à gauche (point chaud) de la structure : la température présente une variation sinusoïdale au début, ensuite, elle s'élève brusquement, marquant une agitation due à la

vitesse de l'excitation chaude, et ce durant les premières heures. De même pour l'analyse spectrale.

**Point 3 :** situé à droite (point froid) de la structure : la température présente une variation brusque et irrégulière au début, ensuite, elle s'affaiblit et devient sinusoïdale régulière stable, marquant une agitation initiale qui se termine par l'établissement d'état des structures. De même pour l'analyse spectrale.

#### IV.6. CONCLUSION:

Dans ce chapitre, nous avons pu démontrer numériquement l'influence d'un gradient de température incliné appliqué à l'huile de silicone sur les structures convectives obtenues. L'application des gradients de température aux couches de cette huile a pour but d'étudier l'influence de la gravité et de la tension superficielle, sur les épaisseurs des couches utilisées. Les résultats trouvés montrent une bonne concordance avec les résultats expérimentaux de la référence [8]. Enfin, pour conclure:

- L'application d'un gradient vertical de température au delà de celui critique induit l'apparition des structures BM.
- Les cellules DC sont obtenues pour les épaisseurs  $d = 0,0017 \text{ m}$ ;  $0,0025 \text{ m}$  et  $0,0029 \text{ m}$ ;
- La morphologie cellulaire est complètement changée et devient des rouleaux stationnaires longitudinaux (LRs) pour  $0,0035 \text{ m} > d_i > 0,0032 \text{ m}$ .
- Finalement, cette étude présente l'application de base des instabilités de BM, qui peuvent être étudiés aussi en considérant l'effet de la géométrie et d'autres types de liquides.
- Une étude utilisant l'analyse spectrale de trois points de la couche de liquide d'épaisseur  $0,0025 \text{ m}$  a été réalisée afin de voir l'évolution de la température en fonction du temps.

**REFERENCES:**

- [1] Patankar SV. **Numerical heat transfer and fluid flow**. Hemisphere, Washington 1980
- [2] C. Godrèche, P. Manneville : **Hydrodynamics and non-linear instabilities** ; Collection Aléa, CEA Saclay, 1998.
- [3] A. Thess, S.A. Orszag: **Surface-tension-driven Bénard convection at infinite Prandtl number**; J. Fluid Mech. 283 (1995) 201–230.
- [4] A.A. Nepomnyashchy, M.G. Velarde, P. Colinet: **Interfacial Phenomena and Convection**; Chapman and Hall, 2002.
- [5] K. Eckert, M. Bestehorn, A. Thess: **Square cells in surface-tension-driven Bénard convection**; experiment and theory, J. Fluid Mech. 356 (1998) 155–197.
- [6] M. Medale, P. Cerisier: **Numerical simulation of Bénard–Marangoni convection in small aspect ratio containers**; Numer. Heat Trans. A 42 (2002) 55–72.
- [7]. I.Ueno, T. Kurosawa and H. Kawamura, “**Thermocapillary convection in thin liquid layer with temperature gradient inclined to free surface**,” Proceedings of the 12th International Heat Transfer Conference Grenoble, France 18–23 August, 129–133 (2002).
- [8] A.I.Mizev, D. Schwabe: **Convective instabilities in liquid layers with free upper surface under the action of an inclined temperature gradient**, Phys. Fluids 1 (2009) 112102.

## CONCLUSION GENERALE

Dans ce mémoire nous avons abordé l'étude numérique de la convection thermocapillaire. Nous avons pu étudier numériquement, l'influence de la gravité et de la tension superficielle, sur les épaisseurs des couches de l'huile silicone, exploitée industriellement. Les résultats trouvés montrent, en appliquant:

1. Un gradient de température horizontal: le long de l'interface liquide-gaz, induit une propagation d'une onde le long de cette dernière. En augmentant le gradient appliqué, on constate une nette propagation de la température à l'interface. Cet effet a pour conséquences d'introduire une variation de la tension superficielle.
2. Un gradient de température vertical : deux types de configuration ont été utilisés (cylindrique et parallélépipédique) :
  - En adoptant la configuration cylindrique, nous avons estimé utile d'utiliser deux types de liquide ( $Pr = 206$  ou  $102$ .), et ce, pour évaluer l'effet proprement dit de la configuration et du gradient de température sur les structures convectives résultantes. Les résultats obtenus sont confirmés expérimentalement et validés par l'évolution des structures en fonction du gradient de température appliqué et la variation du nombre  $Pr$ . Les figures (III.3, III.8) pour le nombre de Prandtl 206 et les figures : (III.9-14) pour le nombre de Prandtl 102, présentent les isothermes des différentes structures qui apparaissent après l'application des gradients de températures entre le bas et le haut de l'enceinte, pour un rapport d'aspect  $\Gamma = R/d_1 = 6$  ( $d_1 = 5\text{mm}$ ) et un nombre de Biot  $L = 0,43$ , et ce, lorsque la différence de température entre les plaques chaude et froide ( $\Delta T_p$ ) varie entre  $5^\circ\text{C}$  et  $50^\circ\text{C}$ . L'interprétation montre que : le nombre de cellule diminue progressivement avec l'augmentation du gradient vertical de température et que cette diminution commence par les structures centrales. Puis on remarque une diminution progressive des structures périphériques qui se regroupent au centre de l'enceinte jusqu'à atteindre quatre cellules. Ces résultats trouvés numériquement en utilisant le code Fluent, ont été déjà obtenus expérimentalement par **S. Rahal *et al.***[5 ].

- Dans le cas de la configuration parallélépipédique, l'étude réalisée est démonstrative, on a trouvé que l'effet est le même, (c.à.d), que la variation de la géométrie ainsi que l'épaisseur du liquide fait diminuer le nombre de cellules avec l'augmentation de la taille de ces dernières.
3. Un gradient de température incliné : nous avons pu démontrer, l'influence du gradient incliné sur les structures convectives obtenues. L'étude de l'effet de la gravité et de la tension superficielle, sur les épaisseurs des couches utilisées ont donné des résultats qui sont en bonne concordance avec les résultats expérimentaux de la référence [8].
- Les cellules DCs sont obtenues pour les épaisseurs  $d = 0.0017 \text{ m}$ ;  $0,0025 \text{ m}$  et  $0,0029 \text{ m}$ ;
  - La morphologie cellulaire est complètement changée et devient des rouleaux stationnaires longitudinaux (LRs) pour  $0,0035 \text{ m} > d_1 > 0,0032 \text{ m}$ .
  - Cette étude présente l'application de base des instabilités de BM, qui peuvent être étudié aussi en considérant l'effet de la géométrie et d'autres types de liquides.
  - Finalement, une étude utilisant l'analyse spectrale a été effectuée afin de consolider les résultats trouvés.



**Step 1: Grid**

1. Read the mesh file `solid.msh`.

**File** → **Read** → **Case...**

2. Check the grid.

**Grid** → **Check**

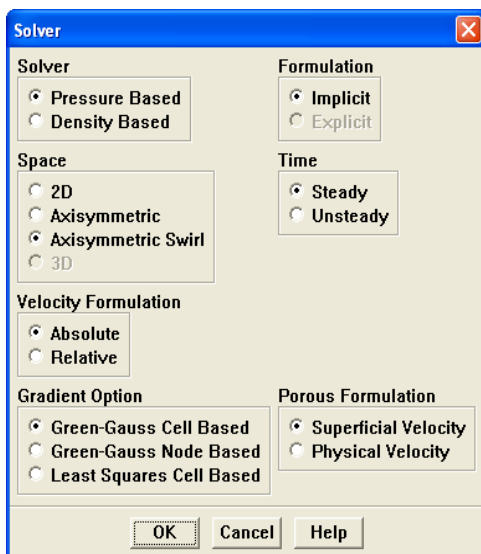
3. Display the grid (Figure [20.2](#)).

**Display** → **Grid...**

**Step 2: Models**

1. Define solver settings for the modeling.

**Define** → **Models** → **Solver...**

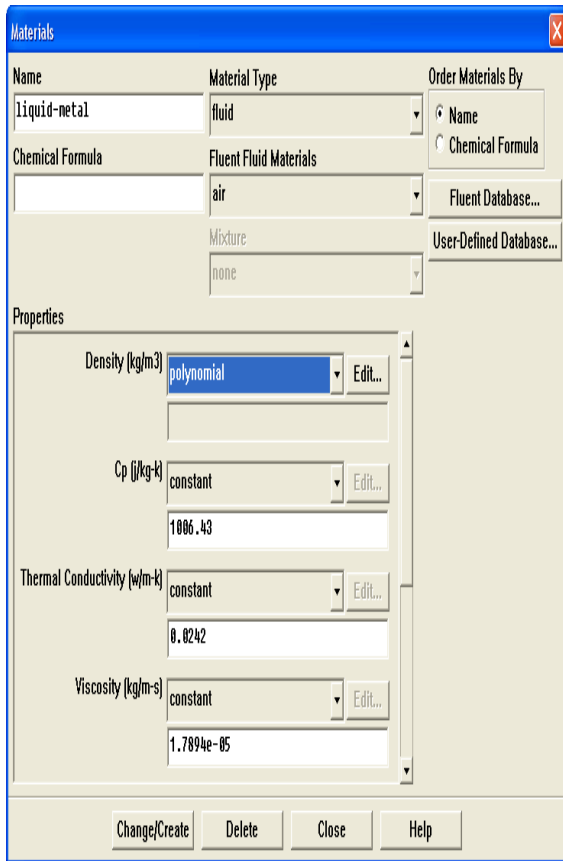


**Define** → **Operating Conditions...**

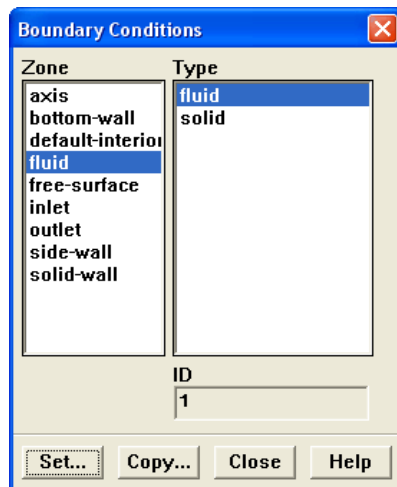
**Step 3: Material**

1. Define a new material.

**Define** → **Materials...**

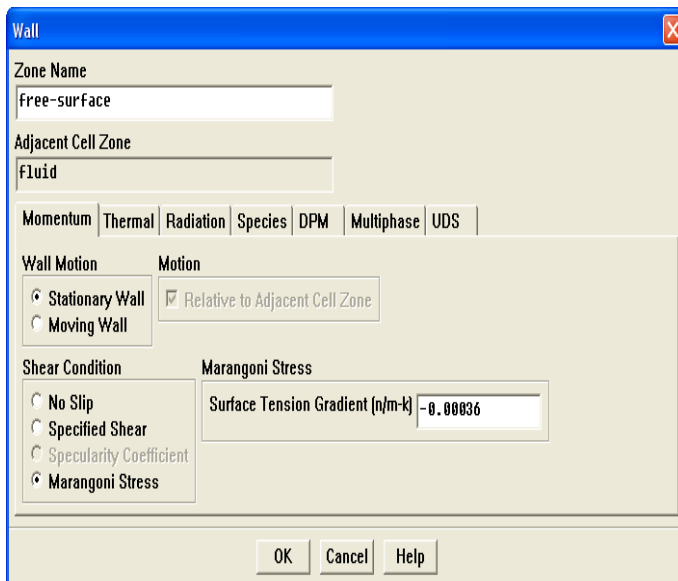
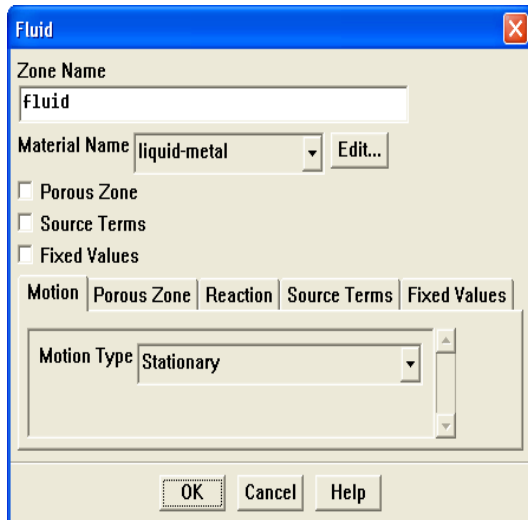


**Step 4: Boundary Conditions**



Define → Boundary Conditions...

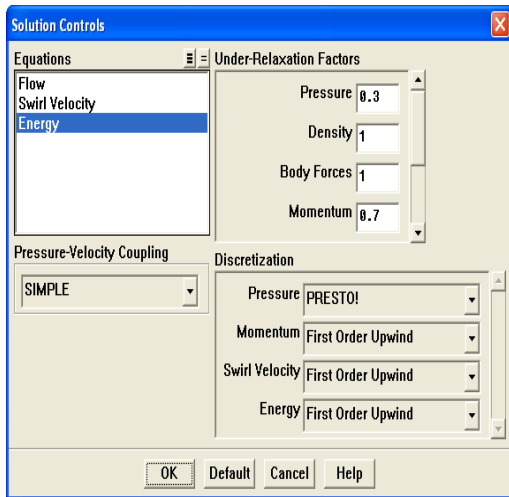
1. Set the boundary conditions for the fluid ( **fluid**).



## Step 5: Solution: Steady Conduction

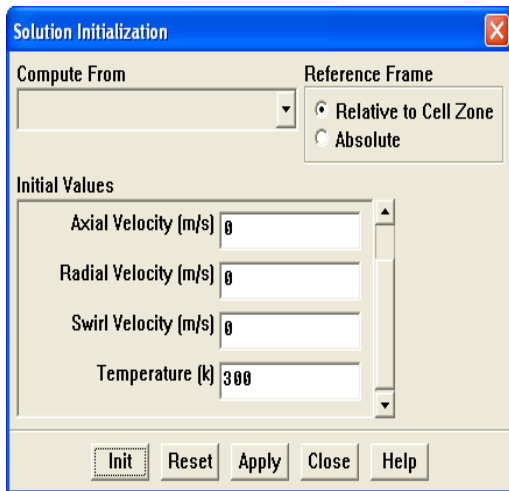
1. Set the solution parameters.

Solve → Controls → Solution...

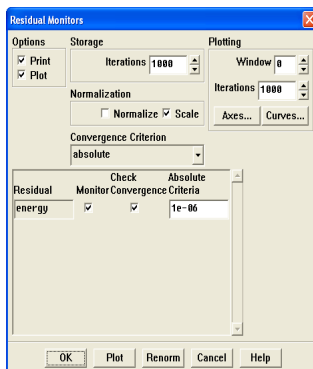


2. Initialize the solution.

Solve → Initialize → Initialize..



Solve → Monitors → Residual...

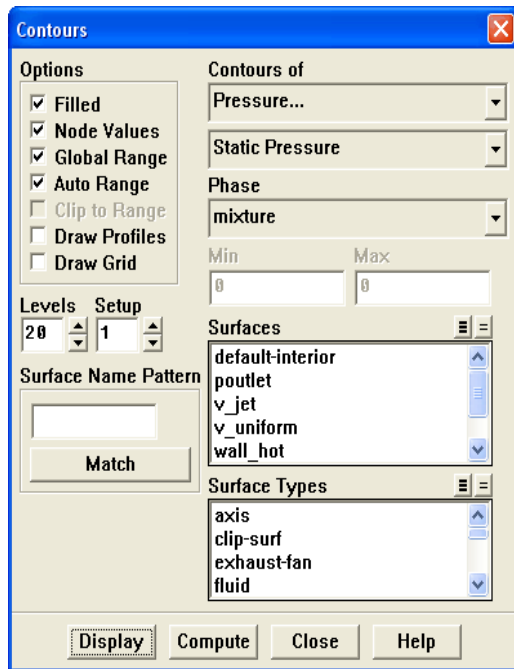


File → Write → Case & Data...

Solve → Iterate..

Step 7: Postprocessing

Display → Contours...



## ANALYSE SPECTRALE

L'analyse spectrale d'un signal  $v(t)$  consiste à déterminer ses composantes fréquentielles. Tout signal  $v(t)$  peut s'écrire comme somme de fonctions sinusoïdales. Si le signal est périodique, la somme est discrète, on utilise la série de Fourier :

$$v(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(2\pi f_0 t + \varphi_n)$$

S'il ne l'est pas, la somme est continue, dans ce cas on utilise la transformée de Fourier :

Transformée de Fourier directe

$$V(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} v(t) e^{-j2\pi f t} dt$$

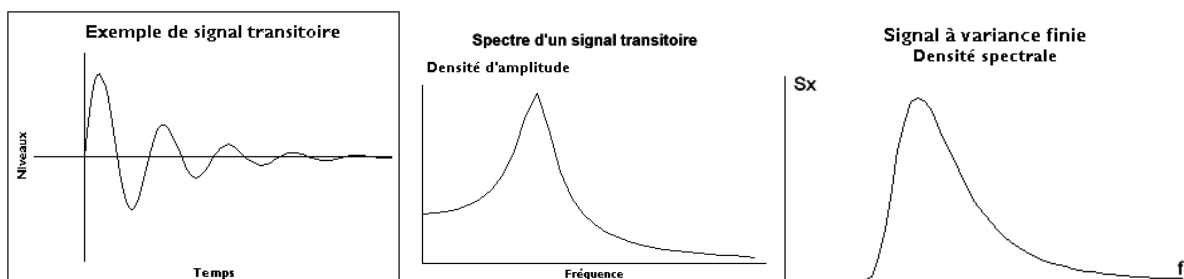
Transformée de Fourier inverse

$$v(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} V(f) e^{j2\pi f t} df$$

Pour déterminer le spectre, on peut procéder de manière analogique en utilisant des filtres qui isolent les différentes composantes spectrales.

Plus fréquemment, on procède au calcul mathématique de la TF sous forme numérique à partir des échantillons du signal prélevés à des durées  $t = n T_{ech}$ .

**Exemple de signal transitoire :** Ici, on raisonnera d'abord sur le signal de durée supposée infinie avant de voir les conséquences pour un enregistrement de durée finie.



Si ce signal n'est pas périodique, n'a pas de période finie, on peut essayer de voir ce qui se passerait si on lui prêtait une période infinie. Cela entraîne les conséquences suivantes :

- Lorsque la durée d'analyse  $T$  tend vers l'infini, le pas de fréquence  $1/T$  tend vers 0 : à la limite on passe d'un spectre discret à un spectre continu.

- Au cours de cette croissance de la durée d'analyse, lorsque celle-ci est multipliée par un nombre  $n$  quelconque, le nombre de composantes est multiplié par le même facteur. Pour que le niveau du signal ne soit pas augmenté dans les mêmes proportions il faut que les amplitudes des composantes soient, en gros, divisées par  $n$ , ce qui risque de conduire à la limite à des amplitudes nulles.

On pare cette difficulté en multipliant les coefficients de Fourier par la longueur d'analyse ou en les divisant par le pas de fréquence qui tend vers zéro. Ainsi, le spectre continu n'est plus un spectre d'amplitude mais un spectre de densité d'amplitude dont l'unité est unité physique / hertz.

**Densité spectrale :** Pour s'affranchir de problèmes spécifiques liés à la prise en compte d'une moyenne non nulle, on supposera que le signal a été préalablement centré par soustraction de sa moyenne.

## ملخص

نبين من خلال هذه المذكرة دراسة حسابية افتراضية ثلاثية الابعاد (3D) للحمليات الغير مستقرة التي تظهر على سطح سائل افقى (زيت السليكون  $Pr = 102$  ou  $206$ ) يتم تبريده بطبقة من الهواء. نطبق على السائل تدرج حراري ذو البعدين و هذا من اجل معاينة مدى تأثير قوى الجاذبية والحرارة الشعيرية على شكل و تكوين البنيات الحملية . تم اجراء هذه التجارب على عدد من العينات متغيرة السمك. النتائج المتحصل عليها باستعمال (code Fluent) اثبتت مدى مطابقتها للنتائج المتحصل عليها تجريبيا.

## ABSTRACT

In this manuscript a 3D numerical study of convective instabilities in a horizontal liquid layer with an upper free surface is presented. The liquid layer has been submitted to an inclined gradient of temperature. Silicone oil with a Prandtl number  $Pr = 102$  or  $206$  has been used. In order to study the influence of both gravity and thermo capillary forces on the formation of convective patterns, various thickness of the liquid layer have been considered. FLUENT computational fluid dynamic code has been used to carry out for that purpose. The obtained numerical results have been compared to experimental data of other authors and a good agreement has been achieved.

## RÉSUMÉ

Dans ce mémoire nous présentons une étude numérique 3D des instabilités convectives qui apparaissent dans une couche horizontale caractérisée par une surface libre. La couche de liquide, qui a été soumise à un gradient de température incliné est l'huile de silicone de nombre de  $Pr = 102$  ou  $206$ . Dans le but d'étudier l'influence de la force de gravité et de la thermocapillarité sur la formation des structures convectives, nous avons effectués plusieurs tests sur des épaisseurs variées de la couche d'huile. Les résultats obtenus sous l'environnement du code Fluent, ont été évalué autrement dit validés aux résultats expérimentaux d'autre auteurs.