

**République Algérienne Démocratique et populaire**  
**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique**

**UNIVERSITÉ DE BATNA**  
**FACULTÉ DES SCIENCES DE L'INGÉNIEUR**  
**DÉPARTEMENT D'ÉLECTROTECHNIQUE**

**MÉMOIRE DE MAGISTÈRE**

Spécialité: **ÉLECTROTECHNIQUE**  
Option: **MATÉRIAUX ÉLECTROTECHNIQUES**

Présenté par:

**CHELGHOU M LEILA**

À l'université de Batna

**-Thème-**

**ÉTUDE DE L'HYSTÉRÉSIS MAGNÉTIQUE**  
**PAR LE MODÈLE DE PREISACH**

Devant le jury composé de:

<b>Dr. A. Benoujit</b>	Président	<b>Maître de</b>	<b>U.Batna</b>
		<b>Conférences</b>	
<b>Dr. F.Z. Louai</b>	Rapporteur	<b>Maître de</b>	<b>U.Batna</b>
		<b>Conférences</b>	
<b>Dr. N. Nait-Said</b>	Rapporteur	<b>Maître de</b>	<b>U.Batna</b>
		<b>Conférences</b>	
<b>Dr. M. Mekideche</b>	Examineur	<b>Professeur</b>	<b>U.Jijel</b>
<b>Dr. I. Houara</b>	Examineur	<b>Maître de</b>	<b>U.Batna</b>
		<b>Conférences</b>	

**Année universitaire 2005/2006**

# SOMMAIRE

INTRODUCTION GÉNÉRALE .....	7
-----------------------------	---

## **CHAPITRE: I RAPPELS SUR LA PHYSIQUE DE L'AIMANTATION**

I.0. HISTORIQUE.....	10
I.1. INTRODUCTION.....	11
I.2. LES PROPRIÉTÉS MAGNÉTIQUES.....	11
I.3. LES MATÉRIAUX MAGNÉTIQUES.....	13
I.4. CLASSIFICATION MAGNÉTIQUE DES MATÉRIAUX.....	13
I.4.1. LES MATÉRIAUX DIAMAGNÉTIQUES.....	13
I.4.2. LES MATÉRIAUX PARAMAGNÉTIQUES.....	13
I.4.3. LES MATÉRIAUX FERROMAGNÉTIQUES.....	14
I.4.3.1. LES MATÉRIAUX DOUX ET LES MATÉRIAUX DURS.....	15
I.5. COMPORTEMENT MAGNÉTIQUE DES MATÉRIAUX FERROMAGNETIQUES .....	15
I.5.1. LES DOMAINES DE WEISS .....	15
I.5.2. LES PAROIS DE BLOCH.....	17
I.6. LE PROCÉSSUS D'AIMANTATION.....	18
I.7. LES MODÈLES D'HYSTÉRÉSIS.....	21
I.7.1. LES MODÈLES ANALYTIQUES.....	22
I.7.2. LES MODÈLES DE TYPE LANGEVIN.....	25
I.8. CONCLUSION.....	26

## **CHAPITRE: II LE MODÈLE SCALAIRE STATIQUE DE PREISACH**

II.0. HISTORIQUE .....	28
II.1. INTRODUCTION.....	29
II.2. LE CONCEPT DE KRANOSSEL'SKII .....	29

II.3. L'OPÉRATEUR D'HYSTÉRÉSIS ÉLÉMENTAIRE (HYSTÉRON).....	30
II.4. LE PLAN DE PREISACH .....	33
II.5. APPLICATION AU CALCUL DE L'HYSTÉRÉSIS MAGNÉTIQUE .....	34
II.6. INTERPRÉTATION GÉOMÉTRIQUE DES VARIATIONS DE $H(t)$ ET DE $M(t)$ .....	36
II.6.1. CAS D'UN CHAMP D'EXCITATION CROISSANT .....	37
II.6.2. CAS D'UN CHAMP D'EXCITATION DÉCROISSANT .....	38
II.7. REPRÉSENTATION GRAPHIQUE INSTANTANÉE DE L'ÉTAT DE L'AIMANTATION .....	40
II.8. PRINCIPE DE DISCRÉTISATION DE L'HYSTÉRÉSIS .....	41
II.9. MODÈLE ANALYTIQUE DE PREISACH .....	43
II.9.1. CALCUL DE LA VARIATION DE L'AIMANTATION .....	46
II.10. LES PROPRIÉTÉS DU MODÈLE DE PREISACH .....	48
II.10.1. LA PROPRIÉTÉ D'EFFACEMENT DE L'HISTOIRE .....	48
II.10.2. LA CONGRUENCE DES CYCLES MINEURS .....	48
II.11. CONCLUSION .....	49

## CHAPITRE: III

### IDENTIFICATION DE LA FONCTION DE DISTRIBUTION DU MODÈLE SCALAIRE STATIQUE DE PREISACH

III.1. INTRODUCTION .....	50
III.2. LES MÉTHODES ANALYTIQUES .....	51
III.2.1. LES DISTRIBUTIONS DE TYPE LORENTZIENNES .....	51
III.2.1.1. IDENTIFICATION DES PARAMÈTRES DE LA FONCTION DE DISTRIBUTION .....	51
III.2.1.2. APPLICATION .....	53
III.2.2. LES DISTRIBUTIONS DE TYPE LORENTZIENNES MODIFIÉES .....	55
III.2.2.1. INFLUENCES DES DIFFÉRENTS PARAMÈTRES .....	55
1. INFLUENCE DU PARAMÈTRE $c$ .....	55
2. INFLUENCE DU PARAMÈTRE $b$ .....	57
III.2.2.2. IDENTIFICATION DES PARAMÈTRES DE LA FONCTION DE DISTRIBUTION .....	58
a- Méthode de NELDER-MEAD .....	59
b- Algorithmes génétiques .....	61
III.2.3. LES DISTRIBUTIONS DE TYPE GAUSSIENNES .....	63

III.3. LES MÉTHODES NUMÉRIQUES .....	65
III.3.1. LA MÉTHODE DE MAYERGOYZ .....	65
III.3.1.1. INCONVENIENTS DE LA MÉTHODE DE MAYERGOYZ .....	68
III.3.2. LA MÉTHODE DES CYCLES CENTRÉS .....	69
III.3.2.1. DÉVELOPPEMENT DE LA MÉTHODE DES CYCLES CENTRÉS .....	69
III.3.2.2. LES SOUS TRIANGLES DU TRIANGLE DE PREISACH .....	71
III.3.2.3. CORRESPONDANCE ENTRE LES SOUS TRIANGLES ET LES CYCLES CENTRÉS .....	72
III.3.2.4. MÉTHODOLOGIE DE CALCUL .....	76
III.3.2.5. MÉTHODOLOGIE EXPÉRIMENTALE .....	80
III.4. RÉSULTATS ET DISCUSSIONS .....	81
1. Résultats des simulations pour 4 cycles centrés .....	81
2. Résultats des simulations pour 8 cycles centrés .....	82
3. Résultats des simulations pour 16 cycles centrés .....	84
III.5. CONCLUSION .....	86

## **CHAPITRE: IV LE MODÈLE INVERSE DE PREISACH**

IV.0. INTRODUCTION .....	87
IV.1. DESCRIPTION DE LA MÉTHODE D'IDENTIFICATION .....	88
IV.1.1. CORRESPONDANCE ENTRE LES CYCLES CENTRÉS INVERSÉS ET LES MAILLES DU TRIANGLE DISCRÉTISÉ DE PREISACH.....	90
IV.1.2. MÉTHODOLOGIE DE CALCUL .....	91
IV.1.3. RÉSULTATS ET DISCUSSIONS .....	94
1. Résultats des simulations pour 3 cycles inversés .....	94
2. Résultats des simulations pour 5 cycles inversés .....	96
3. Résultats des simulations pour 15 cycles inversés .....	97
IV.1.4. DISCUSSIONS.....	99
IV.2. CONCLUSION .....	99
CONCLUSION GÉNÉRALE .....	101
ANNEXE .....	103
RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES .....	107

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

# REMERCIEMENTS

Durant la période consacrée à cette étude, j'ai eu l'immense plaisir de travailler avec des gens merveilleux. Cette page ne pourra en aucun cas quantifier mes remerciements envers eux.

C'était un très grand privilège d'avoir comme encadrateurs **Dr. F. Z. LOUAI** et **Dr. N. NAIT-SAID**. Je suis reconnaissante envers eux pour leurs précieux conseils, leurs encouragements et leur permanente disponibilité. Ils m'ont inspiré et initié dans la recherche. Leurs visions, leur sens critique et leurs compétences m'ont orienté durant toute la durée de la réalisation de ce travail.

J'aimerais aussi remercier le **Dr. A. BENOUDJIT** pour avoir pris le temps d'examiner mon travail et de présider le jury de soutenance.

J'aimerais aussi remercier du fond du cœur **le Professeur M. MEKIDECHE** et **Dr. I. HOUARA** de m'avoir honoré en examinant mon travail et en participant au jury.

Pour finir je remercie ma famille dont l'amour et les encouragements ont été une source de force pour moi. En particulier mon mari **Kamel** pour avoir pris soin de moi pendant la période consacrée à cette étude.

**L. CHELGHOU**

## INTRODUCTION GÉNÉRALE

Les phénomènes liés au magnétisme sont depuis longtemps au centre des préoccupations de nombreux chercheurs et scientifiques. La recherche d'une maîtrise accrue de ces phénomènes ouvre de nombreuses possibilités de recherches à l'ensemble des laboratoires du génie électrique. L'hystérésis magnétique est l'un de ces phénomènes. De nombreux chercheurs et scientifiques s'attachent à le décrire en se basant sur des observations expérimentales. La difficulté majeure dans l'interprétation et la compréhension d'un tel phénomène, réside dans l'interaction à différentes échelles de plusieurs phénomènes physiques élémentaires.

La recherche physique est plutôt orientée vers les aspects quantiques et atomiques des mécanismes dont l'hystérésis est originaire. De leur côté, les mathématiciens, considèrent le phénomène comme un type de non-linéarité dont ils construisent le formalisme.

Toutes les applications concernant le domaine du génie électrique (moteurs, transformateurs, composants d'électronique de puissance, systèmes d'enregistrement magnétique, etc.) sont fortement liées aux aspects bien particuliers de l'hystérésis magnétique. La diversité des conditions de fonctionnement des systèmes demande une connaissance approfondie de l'aspect phénoménologique de l'hystérésis car il peut guider ou modifier leur comportement magnétique.

L'usage de plus en plus courant de logiciels de calcul dans la conception impose de coupler les approches numériques à des modélisations exactes du phénomène d'hystérésis. En effet, une modélisation basée uniquement sur les seules équations de Maxwell s'avère souvent incomplète et doit être associée à des relations traduisant le comportement hystérétique des matériaux en présence (risque de négliger des phénomènes associés à l'hystérésis telles l'aimantation rémanente et les pertes par hystérésis).

La présente étude initiée au sein du LSPIEB (Laboratoire des Systèmes de Propulsion – d'Induction Électromagnétiques de Batna) concerne l'analyse et la modélisation de l'hystérésis magnétique.

Dans le cadre de cette étude, nous nous intéressons principalement à la modélisation de l'hystérésis magnétique à l'aide du modèle scalaire statique de Preisach.

Nous présentons différentes approches analytiques et numériques traitant du problème. Nous développons principalement des méthodes numériques basées sur des données expérimentales extraites à partir de cycles centrés "directes" et "inversés" mesurés au sein du LSPIEB.

Notre mémoire est structuré comme suit:

Le premier chapitre est consacré à l'étude des propriétés magnétiques des matériaux. On s'intéressera particulièrement au processus d'aimantation et au phénomène de l'hystérésis (caractéristique des matériaux ferromagnétiques). À la fin du chapitre, on présente les principaux modèles analytiques traitant du phénomène de l'hystérésis magnétique.

Le deuxième chapitre est consacré à la description du modèle scalaire statique de Preisach. On introduit entre autres les notions d'hystéron et de fonction de distribution caractéristiques du modèle.

Nous exposons le formalisme mathématique de KRANOSSEL'SKII et nous décrivons l'approche géométrique à l'aide du plan de Preisach qui relie la variation du champ excitateur à la variation de l'aimantation. Nous abordons aussi le principe de discrétisation de l'hystérésis et nous introduisons le modèle analytique de Preisach ainsi que ses principales propriétés.

Le troisième chapitre est consacré à l'exposé des différentes approches (numériques et expérimentales) d'identification de la fonction de distribution. En effet, la théorie de Preisach est essentiellement basée sur une distribution statistique d'hystérons dite fonction de distribution. Les paramètres des fonctions analytiques de distribution (Lorentziennes et Lorentziennes modifiées) sont déterminés avec de méthodes numériques



d'optimisation (Nelder –Mead Simplex, algorithmes génétiques) à partir de données expérimentales. Nous présentons aussi les méthodes numériques de Mayergoyz et des cycles centrés. La dernière méthode a été utilisée pour l'identification de la fonction de distribution et les résultats des simulations sont comparés à des résultats expérimentaux.

Le quatrième chapitre est consacré à l'étude de la loi de comportement inverse associé au modèle de Preisach. La méthode numérique d'identification de la fonction de distribution inverse est basée sur des données expérimentales extraites de cycles centrés inversés. Les résultats des simulations sont comparés à des résultats expérimentaux.

La dernière partie est une conclusion sur les avantages et les inconvénients des méthodes décrites et les perspectives ouvertes par les travaux réalisés.

## CHAPITRE: I

### RAPPELS SUR LA PHYSIQUE DE L'AIMANTATION

#### I.0. HISTORIQUE:

Le phénomène du magnétisme est connu depuis l'Antiquité. Les Grecs, les Romains et les Chinois avaient remarqué que l'oxyde de fer magnétique, la magnétite, avait la faculté d'attirer les objets contenant du fer. Ils avaient également constaté qu'un morceau de fer mis en contact avec la magnétite acquérait la même propriété. Au XI<sup>e</sup> siècle, les Arabes appliquèrent le magnétisme à la navigation en inventant la boussole. Mais c'est seulement en 1600 qu'une étude scientifique sur le magnétisme fut réalisée par William Gilbert<sup>1</sup>.

En 1820, Hans Ørsted<sup>2</sup> observa qu'une aiguille magnétique est déviée par un courant électrique traversant un fil conducteur. Cette découverte, qui liait électricité et magnétisme, fut à la base de la théorie de l'électromagnétisme, élaborée par André-Marie Ampère<sup>3</sup> puis par James Maxwell<sup>4</sup>.

En 1880, le physicien allemand Emil Warburg découvrit le phénomène d'hystérésis, qui correspond à un retard des variations de l'aimantation d'une substance ferromagnétique avec celles du champ magnétique appliqué. En 1895, Pierre Curie<sup>5</sup> montra que les propriétés magnétiques des corps dépendent de leur température, étude qui fut complétée dix ans plus tard par la théorie de Paul Langevin<sup>6</sup>, fondée sur la structure atomique de la matière. Cette théorie fut ensuite parachevée par Pierre Weiss qui introduisit le concept d'un champ magnétique moléculaire, champ fictif situé entre les atomes. L'étude de la matière à l'échelle atomique permit alors d'explorer plus en détail le phénomène du

---

<sup>1</sup> Gilbert, William (1540-1603), physicien et médecin anglais, connu principalement pour ses expérimentations originales sur la nature de l'électricité et du magnétisme.

<sup>2</sup> Ørsted Hans Christian (1777-1851), physicien et chimiste danois, inventeur de l'électromagnétisme.

<sup>3</sup> Ampère, André-Marie (1775-1836), physicien et chimiste français, fondateur de l'électromagnétisme.

<sup>4</sup> Maxwell, James Clerk (1831-1879), physicien écossais, grand théoricien et habile expérimentateur, connu essentiellement pour avoir établi les équations de l'électromagnétisme, contribution qui fait de lui l'un des hommes scientifiques les plus importants du XIX<sup>e</sup> siècle.

<sup>5</sup> Curie, Pierre (1859-1906), physicien français connu pour ses travaux sur les propriétés électriques des cristaux, le magnétisme et la radioactivité.

<sup>6</sup> Langevin, Paul (1872-1946), physicien français, l'un des premiers défenseurs et vulgarisateurs de la théorie de la relativité.

magnétisme. Niels Bohr<sup>7</sup> expliqua ainsi à l'aide de la classification périodique pourquoi le magnétisme apparaît chez les éléments de transition, tels que le fer et les lanthanides, ou les agrégats contenant ces éléments.

En 1925, les physiciens américains d'origine néerlandaise Samuel Abraham Goudsmit et George Eugene Uhlenbeck montrèrent que l'électron lui-même se comporte comme un petit aimant.

### **I.1. INTRODUCTION:**

De nos jours, l'intérêt des matériaux magnétiques n'a pas cessé de croître à cause de leur importance et de leur utilisation massive dans plusieurs technologies. Les industries du génie électrique et de l'électronique en sont les principales utilisatrices. Il est alors impératif de connaître les caractéristiques physiques et de comprendre le comportement magnétique de ces matériaux. L'explication, la maîtrise et la modélisation de l'ensemble des phénomènes liés au magnétisme restent toujours d'actualité.

Ce chapitre est consacré à l'étude des propriétés magnétiques des matériaux. On s'intéressera particulièrement au processus d'aimantation et au phénomène de l'hystérésis (caractéristique des matériaux ferromagnétiques). À la fin du chapitre, on présentera d'une manière brève les principaux modèles analytiques traitant du phénomène de l'hystérésis magnétique.

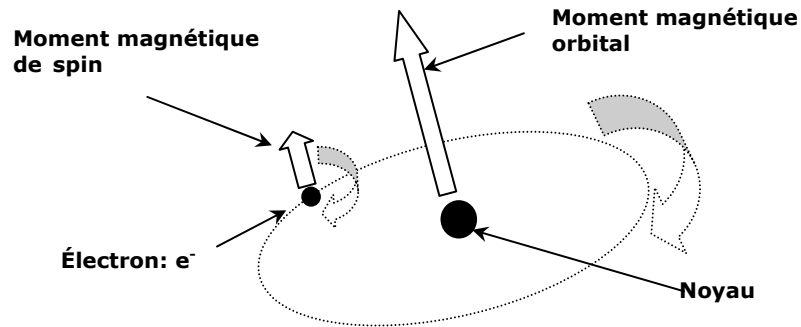
### **I.2. LES PROPRIÉTÉS MAGNÉTIQUES: [BAÏ00]**

Les propriétés magnétiques d'un matériau sont attribuables au spin des électrons et au moment orbital autour du noyau. Étant donné qu'une charge électrique en mouvement engendre un champ magnétique autour d'elle même, les électrons qui tournent sur eux mêmes (spin) et autour du noyau (orbite) forment de petits dipôles magnétiques. Ces dipôles

---

<sup>7</sup>Bohr, Niels (1885-1962), physicien danois connu pour sa contribution à la physique nucléaire et à la compréhension de la structure de l'atome et à l'interprétation de la théorie quantique.

peuvent réagir à l'application d'un champ magnétique extérieur (Fig.I.1).



**Fig.I.1:** Moments magnétiques atomiques orbital et de spin.

En présence d'un champ magnétique extérieur, la composante du moment magnétique orbital parallèle au champ extérieur, est égale au magnéton de Bohr (constante fondamentale en magnétisme notée  $\mu_B$ ).

La réponse d'un matériau à l'application d'un champ magnétique extérieur  $H$  est caractérisée par l'induction magnétique  $B$ , laquelle représente l'intensité du champ magnétique à l'intérieur du matériau.

$$B = \mu H \quad (I.1)$$

$\mu$ : représente la perméabilité magnétique du matériau.

L'induction magnétique d'un matériau sous l'action d'un champ magnétique est souvent comparée à celle du vide notée  $B_0$  (sous l'action du même champ  $H$ ):

$$B_0 = \mu_0 H \quad (I.2)$$

$\mu_0$ : représente la perméabilité magnétique du vide ( $4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$  Wb/(A.m)).

L'induction dans la matière est donnée par :

$$B = \mu_0(H + M) \quad (I.3)$$

$M$ : représente l'aimantation du matériau (Ampère /mètre).

$H$ : représente le champ magnétique extérieur (Ampère /mètre).

On définit la susceptibilité  $\chi$  du matériau par :

$$M = \chi H \quad (I.4)$$

### **I.3. LES MATÉRIAUX MAGNÉTIQUES:**

Soumis à une induction magnétique, certains matériaux se mettent à produire eux mêmes dans le volume qu'ils occupent et à l'extérieur une induction magnétique: on dit qu'ils s'aimantent ou se polarisent magnétiquement. Il s'agit là d'une propriété générale de la matière. Toutefois, cette propriété ne se manifeste très visiblement que pour certains matériaux dits matériaux magnétiques [BAÏ00].

### **I.4. CLASSIFICATION MAGNÉTIQUE DES MATÉRIAUX:**

En considérant que l'électron se comporte comme un dipôle et qu'il possède donc un moment magnétique intrinsèque, toutes les substances aimantées peuvent être considérées comme des dipôles magnétiques.

À partir de leur comportement magnétique, une classification des matériaux peut être réalisée en se basant sur la susceptibilité (I.4).

#### **I.4.1. LES MATÉRIAUX DIAMAGNÉTIQUES:**

En général, les électrons appartenant aux atomes d'une substance se regroupent par paires, annulant leurs moments magnétiques respectifs, si bien que les atomes de la plupart des corps ne possèdent pas de moment magnétique permanent. Ces substances sont dites diamagnétiques et ne s'aimantent qu'en présence d'un champ magnétique extérieur. Elles induisent dans ce cas un moment magnétique opposé à la direction du champ magnétique, ce qui explique pourquoi les corps diamagnétiques se trouvent repoussés par les aimants. Parmi les substances affichant un diamagnétisme élevé, on peut citer le bismuth métallique et les molécules organiques comme le benzène. La susceptibilité de ces substances est négative (en général de l'ordre de  $-10^{-6}$ ).

#### **I.4.2. LES MATÉRIAUX PARAMAGNÉTIQUES:**

Les substances paramagnétiques ne possèdent pas d'aimantation en l'absence de champ magnétique extérieur, car les moments magnétiques de leurs atomes s'orientent au hasard, si bien que le moment magnétique

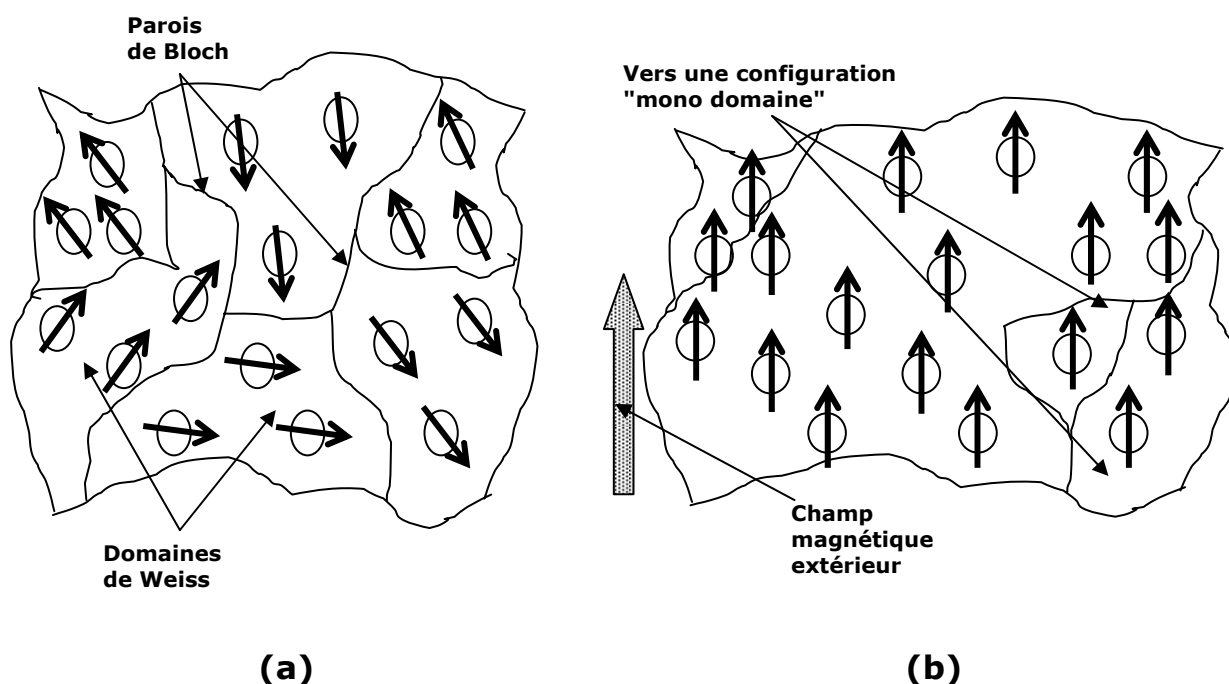
résultant est nul. Placés dans un champ magnétique, ces corps comme l'oxygène ou le platine acquièrent une faible aimantation dans le même sens que le champ. Ils sont donc attirés par les aimants.

Ces substances canalisent un peu les lignes de champ magnétique et leur susceptibilité magnétique est positive comprise entre  $10^{-6}$  et  $10^{-3}$ .

### I.4.3. LES MATÉRIAUX FERROMAGNÉTIQUES:

Les matériaux ferromagnétiques, comme le fer ou le nickel, possèdent un fort moment magnétique. Les moments magnétiques de leurs atomes sont ordonnés en petites zones uniformément magnétisées, appelées domaines de Weiss. En l'absence d'un champ magnétique extérieur, chaque domaine présente une orientation aléatoire (Fig.I.2.a).

En revanche lorsqu'un champ magnétique extérieur est appliqué, les domaines déjà orientés dans la direction du champ s'élargissent au dépend des autres et finalement, tout le matériau s'aimante uniformément dans la direction et le sens du champ appliqué (Fig.I.2.b). Si l'on supprime le champ extérieur, le matériau reste aimanté dans la direction et le sens du champ précédemment appliqué.



**Fig.I.2:** Comportement des domaines: (a) en l'absence d'un champ magnétique extérieur, (b) en présence d'un champ magnétique extérieur.

Lorsqu'elles sont chauffées, les substances ferromagnétiques perdent leurs propriétés magnétiques et se transforment en matériaux paramagnétiques. Cette perte devient complète au-dessus d'une certaine température, caractéristique de la substance considérée. Cette température s'appelle la température de Curie, en hommage à Pierre Curie qui la découvrit en 1895. La température de Curie du fer métallique est d'environ 770 °C. Les matériaux ferromagnétiques présentent donc un grand intérêt pour les applications technologiques demandant la production de champs magnétiques intenses.

#### **I.4.3.1. LES MATÉRIAUX DOUX ET LES MATÉRIAUX DURS:**

Un matériau ferromagnétique doux est caractérisé par un champ coercitif faible et une perméabilité relative élevée. Généralement utilisé comme conducteur de flux pour transmettre une information ou convertir de l'énergie. Les matériaux doux sont utilisés dans de nombreux appareils où le champ magnétique varie (transformateurs, électroaimants, relais).

Un matériau ferromagnétique dur est caractérisé par un champ coercitif élevé et une perméabilité relative faible. Généralement utilisé comme source de flux ou comme aimant on utilise cette catégorie de matériaux pour la fabrication d'aimants permanents.

### **I.5. COMPORTEMENT MAGNÉTIQUE DES MATÉRIAUX FÉRROMAGNETIQUES: [DUC03]**

#### **I.5.1. LES DOMAINES DE WEISS:**

L'organisation des atomes pour un matériau obéit au principe général suivant : « Tout système physique se place, s'il est permis, dans un état correspondant à une énergie minimale ».

L'organisation d'un matériau ferromagnétique monocristallin se constitue en domaines qui correspondent à la minimisation des énergies suivantes:

- **L'énergie d'échange :**

Energie du type microscopique, qui résulte de la mise en commun partielle des trajectoires d'un électron périphérique entre deux atomes voisins. La valeur de cette énergie est égale

à l'énergie qu'il faudrait fournir pour rompre cette situation.

Elle a tendance à aligner les moments magnétiques microscopiques de chaque atome.

- **L'énergie d'anisotropie cristalline :**

À l'état solide le fer, le cobalt et le nickel (qui sont les principaux éléments des matériaux magnétiques doux) cristallisent respectivement dans les systèmes : cubique centré, hexagonal et cubique faces centrées.

Prenons le cas d'un matériau qui cristalliserait selon le système cubique centré. Comme on vient de le voir précédemment les moments magnétiques microscopiques ont tendance à s'aligner, en raison de l'énergie d'échange qui règne entre les différents atomes, ainsi :

La distance entre deux atomes voisins dépend de leur position relative dans le réseau cristallin. L'énergie d'échange sera donc fonction de la direction. Ainsi, il existera des directions d'orientations privilégiées de ces moments. L'énergie d'anisotropie représente l'énergie à fournir pour faire tourner l'ensemble de ces moments dans une direction donnée.

- **L'énergie magnéto-élastique :**

L'énergie d'échange a pour origine la mise en commun d'un (ou plusieurs) électrons entre deux atomes voisins et pour conséquence l'alignement des moments magnétiques microscopiques de ces deux atomes voisins.

Ainsi, dans une tôle ferromagnétique, en raisons de la structure cristalline des atomes, la distance entre chaque atome est régulière, la mise en commun d'électrons se fera toujours de façon préférentielle entre les atomes les plus proches physiquement. Seule une contrainte mécanique peut modifier la distance séparant deux atomes, et par là même la mise en commun d'électrons.

Le changement de la distance entre atomes modifie l'état



d'énergie et l'anisotropie. L'énergie magnéto-élastique correspond à l'énergie mécanique qu'il a fallu fournir au matériau pour modifier les mises en commun d'électrons.

- **L'énergie magnétostatique:**

Cette énergie correspond à l'action sur chaque atome des champs magnétiques créés par tous les atomes voisins.

La minimisation naturelle de la somme de ces différentes énergies à l'intérieur de la matière a pour conséquence l'apparition des domaines magnétiques élémentaires appelés «domaines de Weiss». Pierre Weiss (1907), montra qu'un corps aimanté est divisé en domaines à l'intérieur desquels les moments magnétiques sont ordonnés [BRI97].

Au sein de ces domaines, l'aimantation est orientée suivant des directions imposées par la minimisation des différentes énergies. Elles seront majoritairement voisines des directions de facile aimantation.

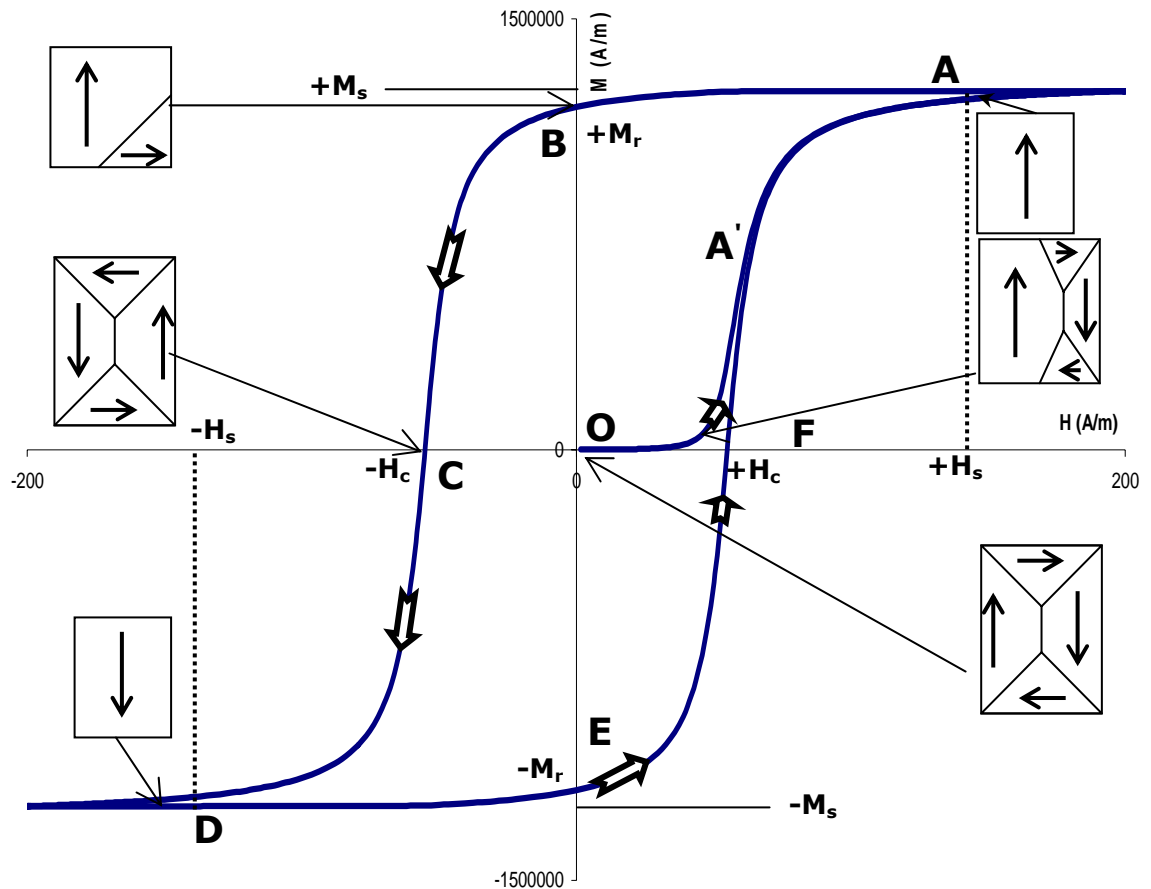
En l'absence de champ appliqué et de toute autre contrainte, pour un matériau préalablement désaimanté, il y a équipartition du volume des domaines entre les diverses directions d'aimantation facile et l'aimantation macroscopique résultante est alors nulle.

### **I.5.2. LES PAROIS DE BLOCH: [DUC03]**

La séparation des différents domaines magnétiques élémentaires «domaines de Weiss» étudiés précédemment est matérialisée par ce que l'on appelle les parois de Bloch (fig.1.2.a). Ces parois correspondent à une zone magnétique où l'aimantation passe d'une direction à une autre. On distingue principalement:

- Les parois à  $180^\circ$  séparent deux domaines de Weiss dont l'angle de la direction d'aimantation est à  $180^\circ$ .
- Les parois à  $90^\circ$  séparent deux domaines de Weiss dont l'angle de la direction d'aimantation est à  $90^\circ$ .

## I.6. LE PROCESSUS D'AIMANTATION (CYCLE D'HYSTÉRÉSIS):



**Fig.I.3:** Le processus d'aimantation (cycle d'hystérésis).

On considère un échantillon de matériau ferromagnétique initialement désaimanté. Ce matériau contient des défauts au sein de son réseau cristallin qui peuvent être, par exemple, des dislocations, des impuretés, des lacunes, des joints de grains...etc.

Lors de l'aimantation de l'échantillon, trois processus différents peuvent se succéder en fonction de la valeur de l'excitation extérieure imposée.

- **Pour de faibles valeurs de l'excitation:**

Les domaines dont l'aimantation a une direction proche de celle du champ appliqué vont croître au détriment des autres domaines. Pour se faire, les parois vont se déplacer jusqu'à rencontrer les défauts du matériau ou se déformer. Si elles sont

déjà en contact avec des défauts ce processus est réversible, et il n'engendre pas de pertes magnétiques.

La partie de la courbe  $M(H)$  correspondante est appelée "zone de Rayleigh" (partie comprise entre les points **O** et **A'** de la figure Fig.I.3).

- **Pour des valeurs intermédiaires de l'excitation:**

Les parois continuent leur déplacement, afin d'augmenter le volume des domaines dont le moment est correctement orienté par rapport au champ appliqué jusqu'à ce que tout le volume de l'échantillon soit occupé par le domaine dont l'aimantation a le sens le plus proche de l'excitation imposée (partie comprise entre les points **A'** et **A** de la figure Fig.I.3).

La création ou disparition de parois (puisque lorsque tout le volume est occupé par le même domaine il n'y a plus de parois) est coûteuse en énergie et est irréversible.

En présence de défauts, et au moment où les parois se décrochent, des variations brusques de flux sont mises en évidence. Ces dernières engendrent des sauts dits de "Barkhausen" et l'apparition de courants de Foucault locaux qui dissipent de l'énergie et créent à leurs tours des échauffements.

- **Pour les fortes valeurs de l'excitation**

Le dernier processus à avoir lieu est réversible, il s'agit de la rotation des moments.

Lorsque l'échantillon est monodomaine, on atteint l'aimantation à saturation haute, qui est une caractéristique fondamentale du matériau. Elle dépend de la température.

À ce niveau, nous avons décrit entièrement la première aimantation (partie **OA** de la figure Fig.I.3).

Lorsque l'excitation diminue pour atteindre une valeur nulle, les domaines magnétiques ont tendance à réapparaître, puisque le déplacement des

parois de Bloch n'est pas instantané, on atteint alors l'aimantation rémanente (point **B** de la figure Fig.1.3).

Les étapes suivantes du processus d'aimantation sont obtenues en appliquant une excitation de même direction mais de sens contraire. Ainsi, les parois vont se déplacer et s'accrocher aux défauts, puis se décrocher en avançant de nouveau.

La valeur de l'excitation pour laquelle l'aimantation sur le cycle passe par zéro est appelée excitation coercitive (point **C** de la figure Fig.1.3).

Les parois se déplacent jusqu'à disparaître de nouveau au profit du domaine de sens opposé à celui de la saturation haute.

Enfin, la dernière étape est de nouveau la rotation des moments. Cette nouvelle étape place l'échantillon dans son état de saturation basse (point **D** de la Fig.1.3).

La branche montante qui permet de fermer le cycle est obtenue en partant de l'état de saturation bas en augmentant l'excitation (partie **DA** de la figure Fig.1.3).

Le cycle ou le diagramme ainsi obtenu est appelé cycle d'hystérésis ou courbe d'aimantation.

Ce dernier dépend de la mobilité des parois de Bloch qui sont fonctions des énergies déjà définies et du champ appliqué.

D'une manière générale, un système présente de l'hystérésis si ses propriétés à un instant donné dépendent non seulement des paramètres qui le décrivent à l'instant présent, mais également de son état antérieur. Les matériaux ferrimagnétiques et ferromagnétiques sont sujets à l'hystérésis: lorsque le champ magnétique extérieur est supprimé, l'aimantation du matériau ne revient pas à sa valeur initiale.

Lorsque le corps ne présente pas ou peu d'hystérésis, il est appelé matériau magnétique doux. On emploie ce type de substance dans les mécanismes utilisant le courant alternatif, afin de limiter les pertes d'énergie à chaque cycle. Si le corps affiche une forte hystérésis, il est dit matériau magnétique dur. On utilise ces matériaux pour la fabrication

d'aimants permanents, car ils perdent difficilement leur aimantation.

### **I.7. LES MODÈLES D'HYSTÉRÉSIS: [Iva97]**

Les différents modèles rencontrés dans la littérature ont pour objectif principal d'approcher mathématiquement le phénomène de l'hystérésis ou du moins, sa courbe représentative. Les difficultés majeures de l'interprétation du phénomène résultent du fait que celui-ci n'est pas une propriété physique du matériau mais faisant intervenir et à différentes échelles plusieurs paramètres. L'expérience met en particulier en évidence l'effet de paramètres tels : la fréquence, la température, l'intensité du champ d'excitation, ...etc. Les principales grandeurs représentant l'hystérésis sont  $(H)$  et  $(M)$  qui sont par nature des grandeurs vectorielles. Toutes les représentations doivent alors normalement générer des grandeurs vectorielles. Cependant, plusieurs approches théoriques et méthodes de mesure sont basées sur une représentation scalaire qui donne les composantes  $(M)$  ou  $(B)$  en fonction du module de champ  $(H)$ . La description scalaire du phénomène peut être satisfaisante dans plusieurs cas d'étude même si l'échantillon présente une direction d'aimantation privilégiée. Essayons maintenant d'avoir plus de détails sur l'aspect macroscopique de l'hystérésis magnétique dans un échantillon ferromagnétique. Le phénomène d'hystérésis est décrit à travers une aimantation globale observée dans l'intégralité de la pièce. Dans ces conditions, le matériau apparaît comme étant homogène et la relation entre l'aimantation et le champ magnétique peut être déterminée sans se soucier des comportements plus complexes des domaines à l'échelle microscopique. On peut considérer aussi dans ce cas que, le champ et l'aimantation sont dans la même direction et peuvent être traités comme des grandeurs scalaires.

La détermination de la loi de variation de  $M(H)$  peut laisser croire que le comportement magnétique du matériau a été complètement identifié. Mais malheureusement, pour un point de fonctionnement dans le plan  $(H - M)$ , une infinité de solutions de parcours de champ peut être

envisagée pour l'atteindre, sauf si une donnée supplémentaire comme l'histoire du matériau est ajoutée au problème. Donc, l'état magnétique d'un matériau peut être correctement défini non seulement à travers la connaissance de l'état de ces domaines magnétiques sous l'effet d'un champ ( $H$ ) et pour une valeur de ( $M$ ), mais aussi par l'histoire du matériau qui décrit son état présent et qui définit son état futur s'il y'a évolution du champ d'excitation.

Nous présentons par la suite quelques modèles d'hystérésis analytiques et de type Langevin. Le modèle de type Preisach sera abordé en détail dans les prochains chapitres.

### **I.7.1. LES MODÈLES ANALYTIQUES:**

Les modèles les plus simples pour décrire le comportement non linéaire des matériaux ferromagnétiques sont généralement des modèles analytiques. Ils se caractérisent par la description du phénomène par des formulations mathématiques généralement empiriques.

Ces modèles ne permettent pas de décrire tous les aspects du phénomène d'hystérésis (ils ne tiennent pas compte de l'histoire ou de l'état d'aimantation initiale du matériau).

Parmi ces modèles, nous citerons:

#### **1. Le modèle de Rayleigh**

Le modèle de Rayleigh est le plus ancien des modèles analytiques, il a été développé par Lord Rayleigh (1842-1919) [Iva97] [Oul00].

Ce modèle est limité aux faibles valeurs du champ d'excitation. Il ne peut décrire le phénomène de saturation et suppose que la perméabilité magnétique sur la courbe de première aimantation peut être représentée par les deux premiers termes d'un polynôme de puissances croissantes:

$$\mu(H) = \mu_{ini} + \eta H \quad (1.5)$$

avec:

$\mu_{ini}$  : perméabilité initiale;

$\eta$  : la constante de Rayleigh.

L'équation (1.5) peut se mettre sous la forme:

$$B = \mu_{ini}H + \frac{1}{2}\eta H^2 \quad (1.6)$$

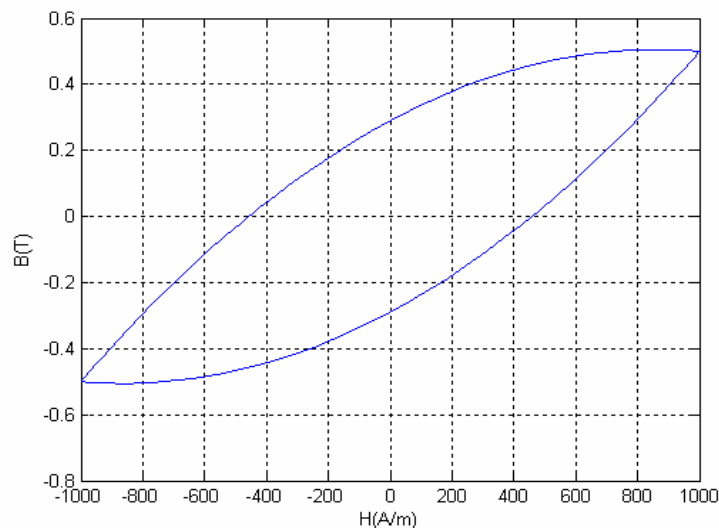
Sous l'effet d'un champ d'excitation sinusoïdale d'une amplitude  $H_{max}$ , l'induction magnétique  $B$  variant entre  $(\pm B_{max})$  est décrites par:

- Si  $H$  est croissant:

$$B = (\mu_{ini} + \eta H_{max})H + \frac{\eta}{2}(H^2 - H_{max}^2) \quad (1.7.1)$$

- Si  $H$  est décroissant:

$$B = (\mu_{ini} + \eta H_{max})H - \frac{\eta}{2}(H^2 - H_{max}^2) \quad (1.7.2)$$



**Fig.I.4:** Le cycle d'hystérésis généré par le modèle de Rayleigh.

$$H_{max} = 1000 A/m ; B_{max} = 0.5(T) ; B_r = 0.29(T).$$

## 2. Le modèle de Frôlich

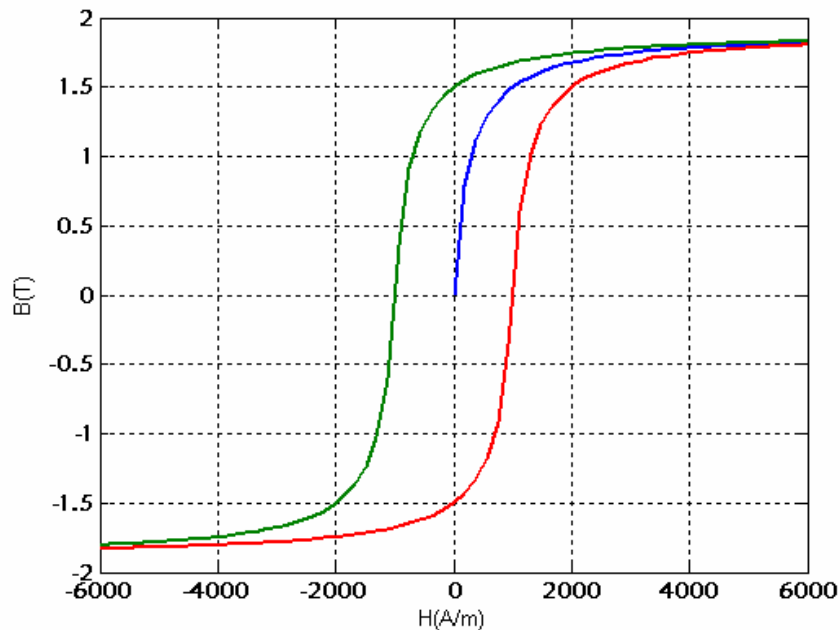
Les modèles de type Frôlich donnent une approximation du phénomène de saturation ainsi qu'une représentation du cycle majeur. Mais, ils sont basés seulement sur une représentation mathématique des courbes d'hystérésis. Ces modèles ne peuvent décrire un certain nombre de phénomènes physiques associés à l'hystérésis magnétique tels les cycles mineurs,...etc.

La relation  $B(H)$  est donnée par:

$$B = \frac{H}{\alpha + \beta|H|} \quad (1.8)$$

$\alpha$  et  $\beta$  sont des constantes caractéristiques du matériau étudié.

La figure ci-dessous donne une représentation du cycle d'hystérésis obtenu à l'aide de la relation (1.8):



**Fig.I.5:** Le cycle d'hystérésis généré par le modèle de Frôlich.  
 $H_c = 1000 A/m$  ;  $B_s = 1.9(T)$  ;  $B_r = 1.5(T)$ .

### 3. Le modèle polynomial

Pour décrire le comportement magnétique non linéaire des matériaux ferromagnétiques, l'approximation du phénomène par des séries polynomiales a fait l'objet de quelques recherches depuis 50 ans. La forme générale de la relation donnant l'induction magnétique  $B$  en fonction du champ  $H$  est:

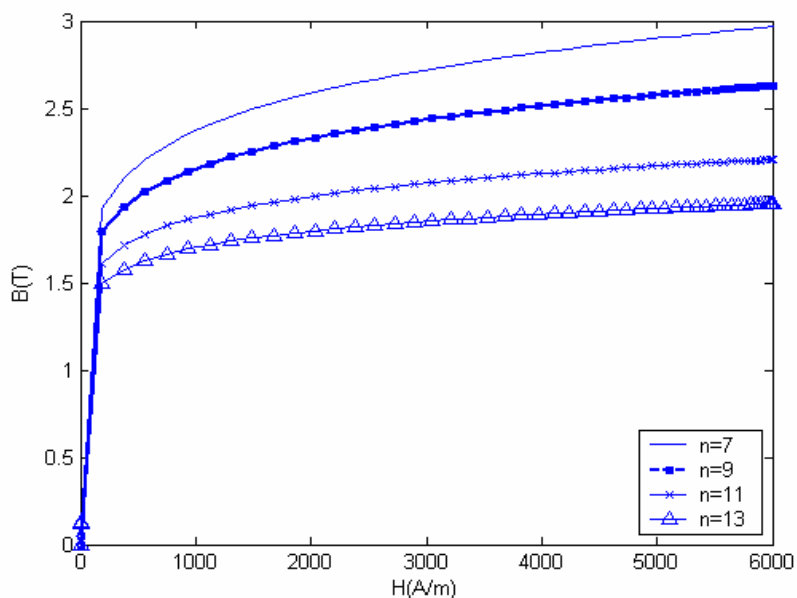
$$B = K H^{\frac{1}{n}} \quad (1.9)$$

Chaque matériau est caractérisé par des valeurs particulières des constantes  $K$  et  $n$  pouvant être déterminées à partir de la courbe de première aimantation. Par exemple, pour les matériaux ferromagnétiques



$n$  est définie tel que :  $5 \leq n \leq 14$ .

Ce type de modèle ne permet pas de décrire le cycle d'hystérésis avec ses branches montantes et descendantes mais seulement la courbe de première aimantation voir figure ci-dessous.



**Fig.I.6:** courbe de première aimantation générée par le modèle polynomial ( $K=1$  et  $n=7,9,11,13$ ).

### I.7.2. LES MODÈLES DE TYPE LANGEVIN

Ces modèles reposent essentiellement sur la théorie de Langevin relative au calcul de l'aimantation des microstructures d'un matériau ferromagnétique en prenant en compte l'énergie des moments magnétiques. Les travaux les plus importants de modélisation sont attribués à Jiles.

L'équation donnant l'aimantation d'un matériau paramagnétique dont les moments sont parallèles au champ d'excitation est:

$$M = M_s L(\lambda) \quad (I.9)$$

avec:

$$M_s = N m$$

$m$ : moment magnétique d'un électron.

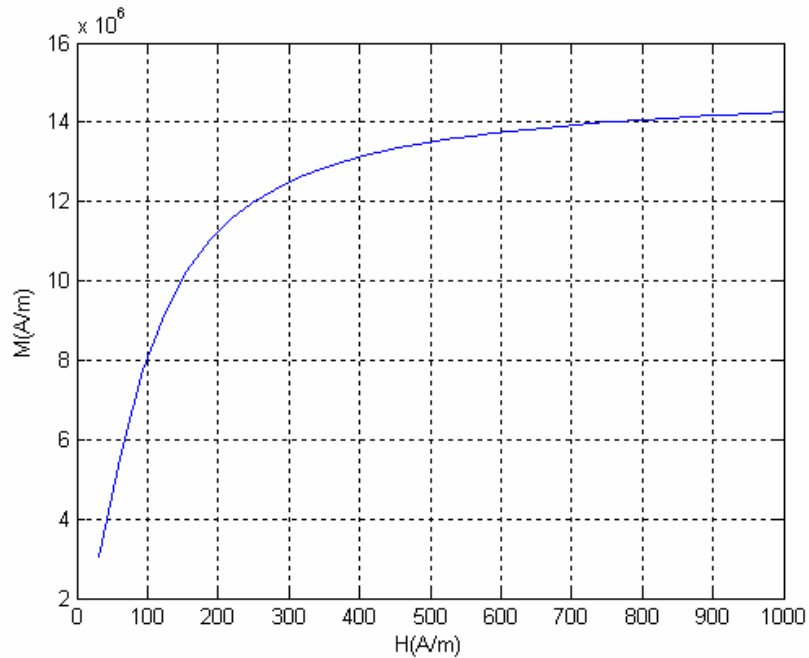
$N$  : nombre de particules.

$$\lambda = \frac{\mu_0 m H}{k T}$$

$k$  : constante de Boltzmann.

$T$  : température en degré Kelvin.

La fonction de Langevin est définie par:  $L(\lambda) = \coth(\lambda) - \frac{1}{\lambda}$



**Fig.I.7:** courbe de première aimantation générée par le modèle de

$$\text{Langevin } M_s = 1510^6 \text{ A/m avec: } a = \frac{kT}{\mu_0 m} = 50$$

### I.8. CONCLUSION:

Dans ce chapitre, nous avons essayé d'aborder et d'expliquer les différents phénomènes liés au magnétisme. La variété et la complexité des processus y intervenant (à différentes échelles) en font un phénomène dont le comportement est très difficile à approcher aussi bien du côté expérimental que du côté numérique.

L'hystérésis est un phénomène principalement lié aux matériaux ferromagnétiques. Il est caractérisé par sa forte non linéarité et sa non réversibilité. D'où la complexité de la modélisation. Plusieurs chercheurs ont essayé d'introduire diverses modélisations dans le but d'approcher le

comportement hystérétique des matériaux ferromagnétiques. Nous avons cités entre autres: les modèles analytiques et de type Langevin. Nous avons aussi relevé les limites de ces différents modèles quant à la modélisation complète du phénomène.

Le prochain chapitre, sera entièrement consacré à l'étude du phénomène de l'hystérésis magnétique à l'aide du modèle de Preisach.

## DEUXIÈME CHAPITRE: LE MODÈLE SCALAIRE STATIQUE DE PREISACH

### II.0. HISTORIQUE:

Tiré de l'ancien grecque, le terme " *hystérésis* " signifie "être en retard" ou "traîner derrière". Dans le langage courant, l'hystérésis correspond à l'apparition d'un "retard ou décalage" dans l'évolution d'un phénomène physique par rapport à un autre. C'est un phénomène présentant une forte non linéarité et rencontré dans divers systèmes industriels, physiques et économiques.

Le physicien écossais James Alfred Ewing [Ewi81] est le premier à inventer le terme "hystérésis" (de l'Anglais : "hysteresis") et à l'introduire dans le vocabulaire scientifique de la manière suivante :

" *Si deux grandeurs  $H$  et  $M$  sont en relation, telles que des variations cycliques de  $H$  entraînent des variations cycliques de  $M$ , et si les variations de la grandeur  $M$  "traînent" derrière celles de la grandeur  $H$ , on dira qu'il y a hystérésis dans la relation entre les grandeurs  $H$  et  $M$  ".*

À la moitié du dix-neuvième siècle, les pionniers du ferromagnétisme: Maxwell, Weber, Weidman etc., étaient déjà conscients des problèmes de la rémanence magnétique et de l'effet de mémoire. Aussi la persistance des effets des forces après leur suppression a été rapporté par Kohlrauch en 1866 : " *elastische Nachwirkung* ".

Dans la littérature, le mot "hystérésis" est souvent associé à une courbe non linéaire à branches multiples reliant une variable d'entrée à une variable de sortie.

Les variables entrée et sortie peuvent représenter différentes grandeurs physiques:

- Champ magnétique externe d'excitation et aimantation (cas des matériaux ferromagnétiques).
- Contraintes et déformations (étude de la plasticité en mécanique), etc.

## II.1. INTRODUCTION:

Les observations expérimentales montrent que l'hystérésis est un phénomène résultant de l'action combinée de plusieurs entités interactives identiques. Par exemple, dans les matériaux ferromagnétiques, l'aimantation est le résultat de l'interaction d'entités magnétiques identiques identifiées comme étant les domaines magnétiques de Weiss.

Le physicien allemand F. Preisach en se basant sur le concept fondamental des domaines magnétiques introduit en 1907 par P. Weiss [Bri97], développa le modèle portant son nom: "le modèle de Preisach" [Pre35]. Par la suite, Krasnosel'skii ayant compris l'importance du modèle, en développa le formalisme [Kra83].

F. Preisach émit alors l'idée de base de son modèle : *"tout système hystérétique complexe peut se mettre sous la forme d'une combinaison (répartition) de plusieurs entités hystérétiques élémentaires simples appelées : hystérons"*.

Le modèle a été largement utilisé et sa popularité est due à Mayergoyz [May86]. Actuellement, le modèle est utilisé pour décrire une large variété de non linéarités physiques. Il est à la base de centaines de publications scientifiques traitant de l'analyse des phénomènes de l'hystérésis dans divers domaines [May91, Ber98, etc.].

Dans ce chapitre nous allons faire une description du modèle scalaire statique de Preisach (hystéron, plan de Preisach), le formalisme mathématique du modèle introduit par Krasnosel'skii, l'application du modèle à l'hystérésis magnétique, ainsi que les propriétés fondamentales du modèle.

## II.2. LE CONCEPT DE KRANOSSEL'SKII :

Le formalisme mathématique du modèle de Preisach introduit par Krasnosel'skii est basé sur:

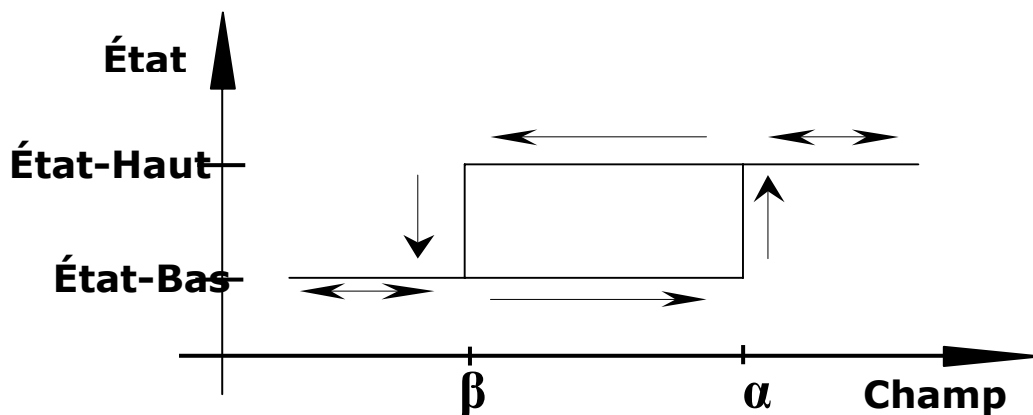
1. Le choix d'un opérateur d'hystérésis élémentaire appelé hystéron traduisant la non linéarité.

2. La considération des systèmes hystérétiques complexes comme une combinaison (assemblage) d'hystérons.
3. L'écriture du formalisme mathématique correspondant.

### II.3. L'OPÉRATEUR D'HYSTÉRÉSIS ÉLÉMENTAIRE (HYSTÉRON):

Dans les matériaux ferromagnétiques, une variation élémentaire de l'aimantation ( $\Delta M$ ) sous l'influence d'un champ d'excitation externe ( $H$ ), apparaît quand un certain nombre de domaines élémentaires (domaines de Weiss) passent d'un état de saturation à un autre. Les états de saturations sont au nombre de deux: négatif et positif, et, ils sont caractérisés par une énergie minimale. Le passage (basculement) d'un état à un autre, requiert de l'énergie.

Chaque domaine élémentaire peut être représenté par un opérateur d'hystérésis élémentaire: boucle rectangulaire (Fig.II.1).



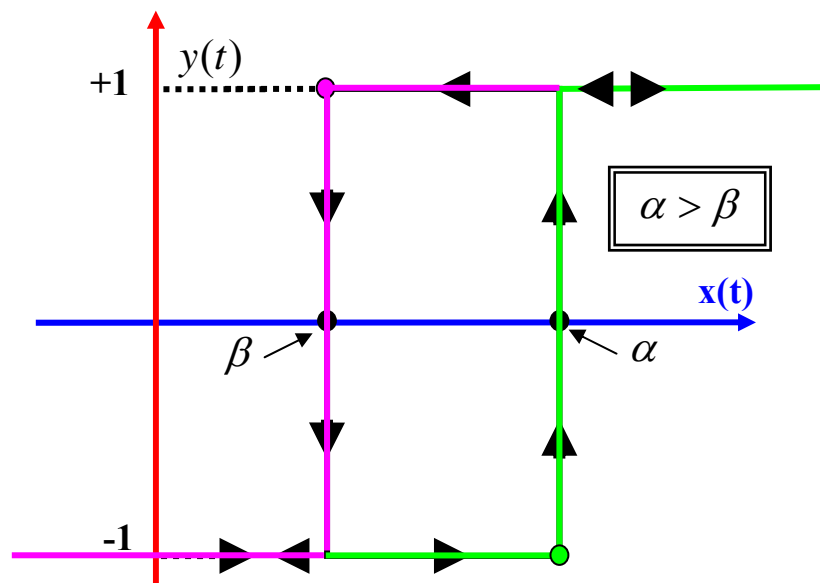
**Fig.II.1:** Boucle "rectangulaire" élémentaire d'hystérésis.

L'opérateur d'hystérésis élémentaire est complètement défini par:

1. Deux états stables "haut" et "bas".
2. Les valeurs de basculement (seuils de l'opérateur) :  $\alpha$  et  $\beta$ . (Pour la présente étude, on considère que:  $\alpha > \beta$ ).

**REMARQUES:**

1. Dans l'étude de l'hystérésis avec le modèle de Preisach; les deux états de stabilité de l'opérateur sont désignés par:
  - "+1" pour l'état stable "haut";
  - "-1" pour l'état stable "bas";
2. L'hystéron ainsi défini sera noté:  $R_{\beta,\alpha}$  (Fig.II.2).



**Fig.II.2:** Opérateur d'hystérésis élémentaire ( $R_{\beta,\alpha}$ ).

La sortie  $y(t)$  de l'opérateur ( $R_{\beta,\alpha}$ ) est donnée à chaque instant  $t$  par la relation:

$$y(t) = R_{\beta,\alpha}[t_0, \eta_0] x(t), \quad t \geq t_0 \quad (\text{II.1})$$

Dans la relation (II.1), la sortie à l'instant  $t$ , dépend non seulement de la valeur de la fonction d'entrée  $x(t)$ , mais également de l'état de l'opérateur à l'instant de référence  $t_0$  noté  $\eta_0$  (c'est l'effet de mémoire). Les valeurs possibles pour l'état initial sont "+1" ou "-1".

La valeur de la sortie  $y(t)$  est donnée par les relations (II.2):

$$y(t) = \begin{cases} \eta_0, & \text{si } \beta < x(\tau) < \alpha, \text{ pour tout } : t_0 \leq \tau \leq t; \\ +1, & \text{s'il existe } : t_1 \in [t_0, t] \text{ tel que :} \\ & x(t_1) \geq \alpha, x(\tau) > \beta, \text{ pour tout } : t_1 \leq \tau \leq t; \\ -1, & \text{s'il existe } : t_1 \in [t_0, t] \text{ tel que :} \\ & x(t_1) \leq \beta, x(\tau) < \alpha \text{ pour tout } : t_1 \leq \tau \leq t. \end{cases} \quad (II.2)$$

Les égalités:

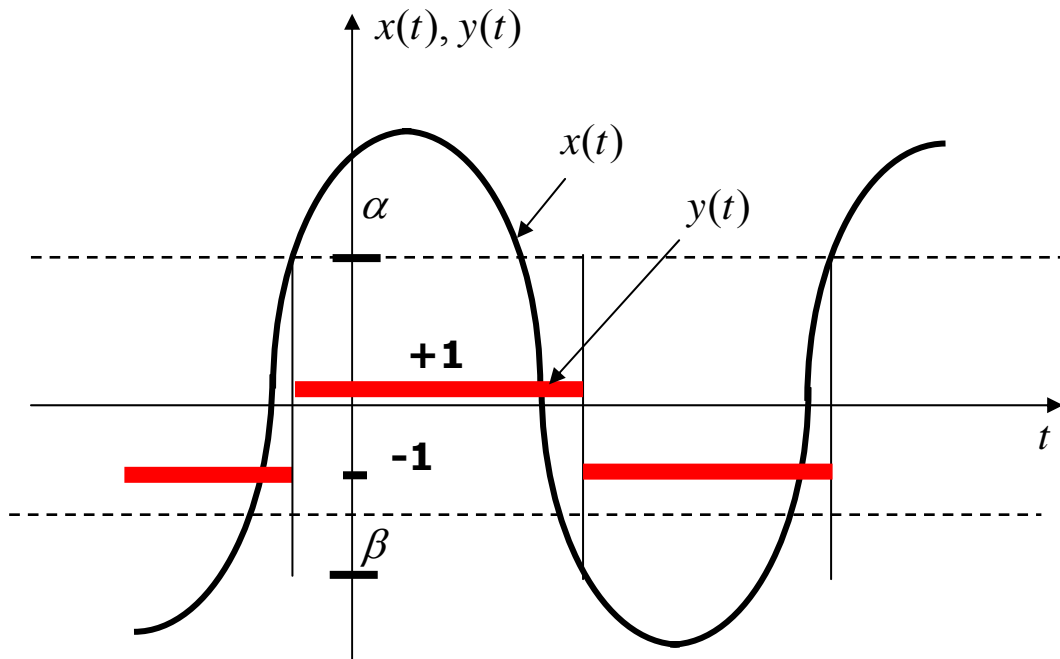
$$y(t) = 1, \quad \forall x(t) \geq \alpha \quad (II.3)$$

et;

$$y(t) = -1, \quad \forall x(t) \leq \beta \quad (II.4)$$

sont toujours vérifiées pour  $(t \geq t_0)$ .

Sur la figure ci-dessous (Fig.II.3), sont représentées une fonction d'entrée  $x(t)$  et les valeurs de la fonction de sortie correspondante  $y(t)$  donnée par l'opérateur  $R_{\beta, \alpha}$ .

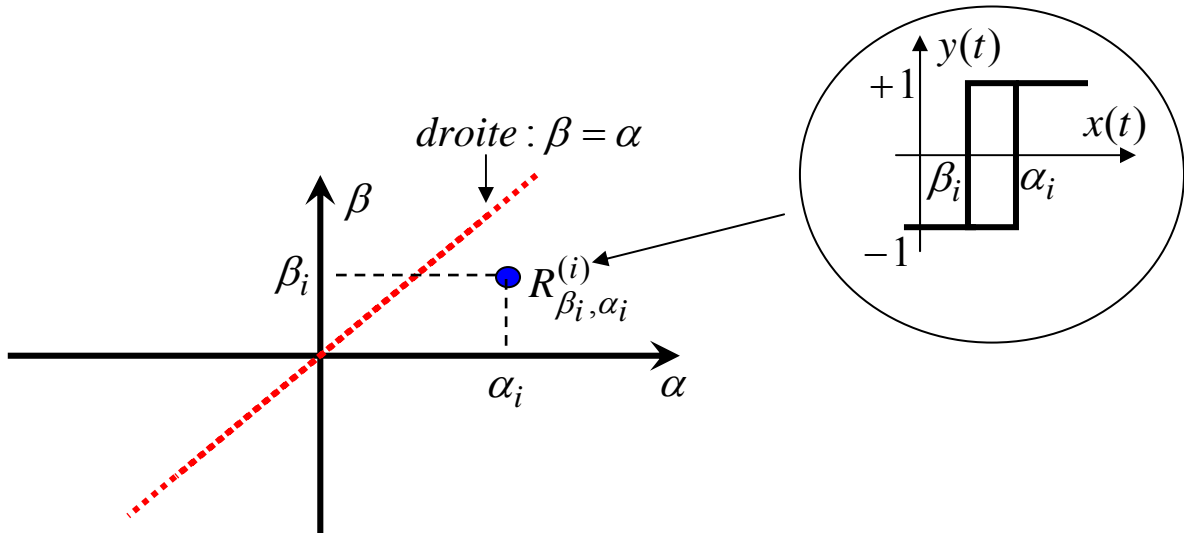


**Fig.II.3:** Un exemple d'entrée et de sortie donnée par l'opérateur  $R_{\beta, \alpha}$ .



## II.4. LE PLAN DE PREISACH:

Tout hystéron  $R_{\beta_i, \alpha_i}^{(i)}$  peut être représenté dans le plan  $(\alpha, \beta)$  à l'aide d'un point ayant pour coordonnées les valeurs  $(\alpha_i, \beta_i)$ , avec  $(\alpha_i > \beta_i)$ . Le plan ainsi défini est appelé plan de Preisach.



**Fig.II.4:** Représentation de l'hystéron  $R_{\beta_i, \alpha_i}^{(i)}$  à l'aide d'un point dans le plan de Preisach  $(\alpha, \beta)$ .

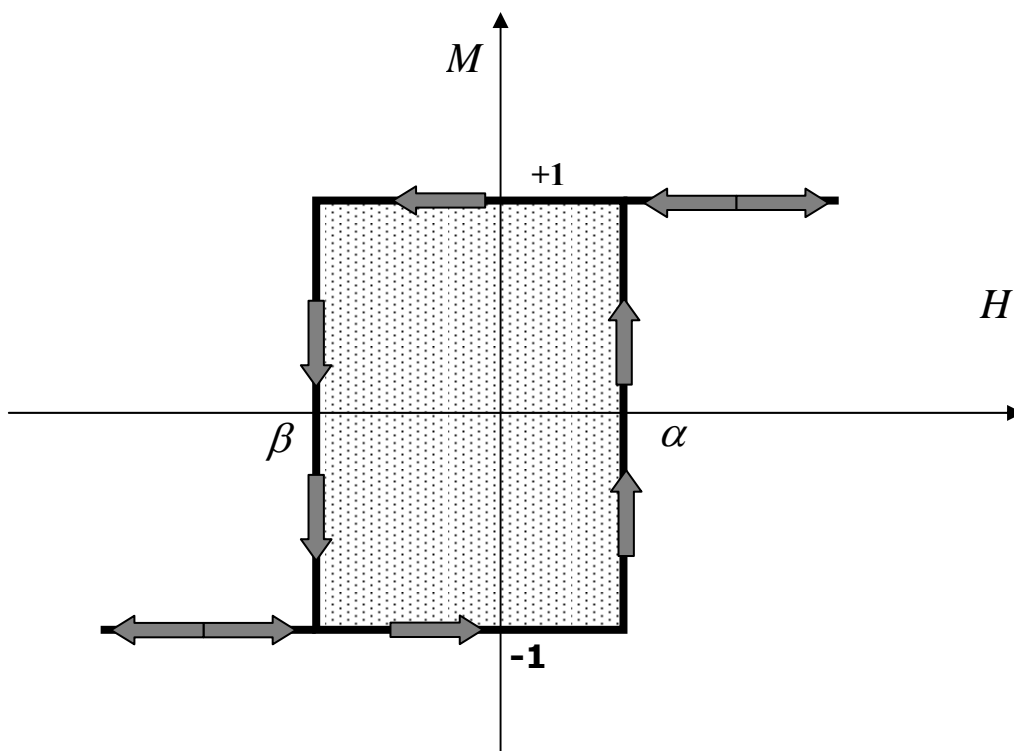
Dans le plan de Preisach (noté  $S$ ), on peut distinguer 03 catégories de points pouvant représenter des hystérons:

1. Les points sur la diagonale  $(\beta = \alpha)$ . Cette catégorie ne peut pas représenter le phénomène de l'hystérésis car:  $(\beta_i = \alpha_i)$ .
2. Les points situés au-dessus de la diagonale pour lesquels  $(\beta_i > \alpha_i)$  et qui ne correspondent pas à la définition précédente de l'hystéron.
3. Les points situés au-dessous de la diagonale pour lesquels  $(\alpha_i > \beta_i)$  et qui correspondent à la définition précédente de l'hystéron.

## II.5. APPLICATION AU CALCUL DE L'HYSTÉRÉSIS MAGNÉTIQUE:

L'état magnétique du matériau à un instant donné est représenté par des entités dites "hystérons magnétiques" ayant deux états de saturation possibles ( $M = \pm 1$ ). Ce type d'entité est défini par un cycle élémentaire rectangulaire, dissymétrique par rapport à l'origine (Fig.II.5). Ce cycle est caractérisé par les champs de basculement "bas" et "haut" notés respectivement  $\beta$  et  $\alpha$  ( $\beta < \alpha$ ) [Iva97], [Oul00],[Ber00].

La détermination de l'aimantation du matériau nécessite une connaissance complète de la distribution statistique des hystérons dans le domaine ( $S$ ) du plan de Preisach. Cette distribution statistique est appelée généralement fonction de distribution de Preisach (elle sera présentée en détails dans les chapitres suivants de ce mémoire).



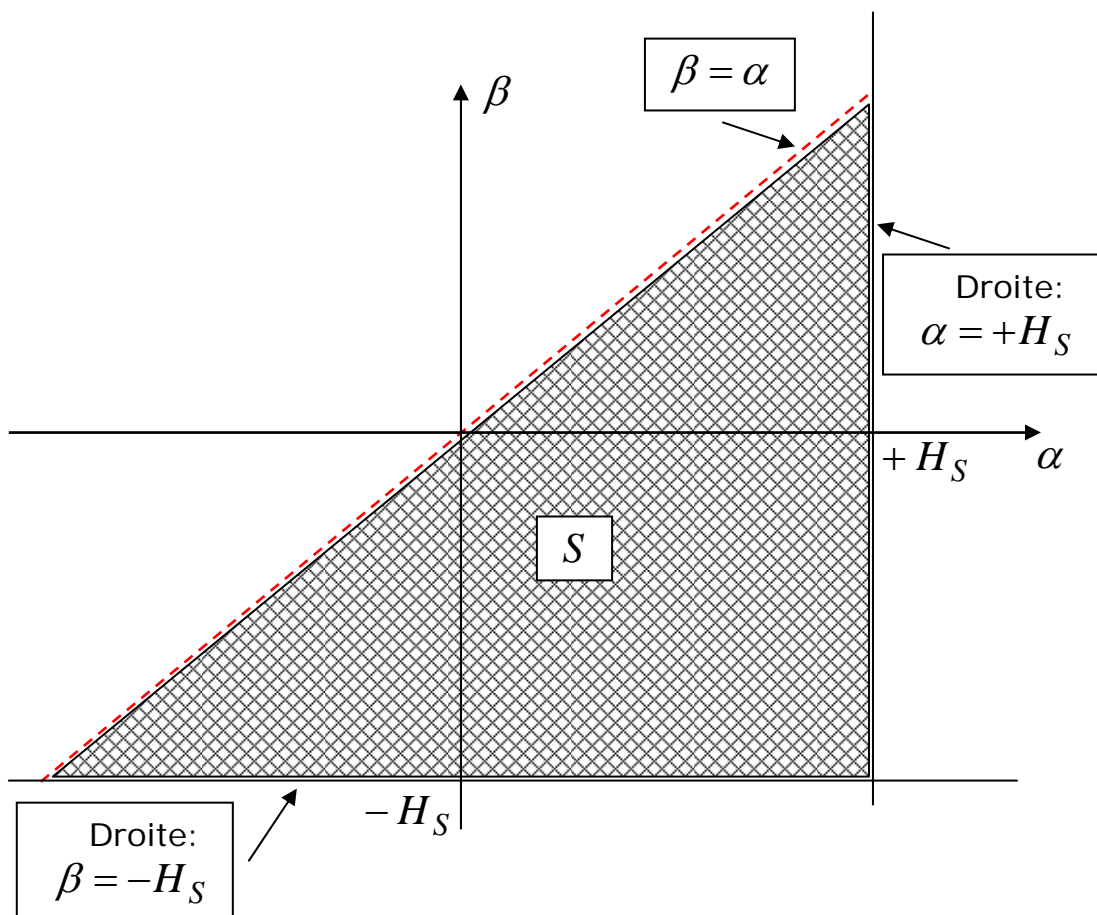
**Fig.II.5:** Cycle élémentaire d'hystérésis magnétique associé à l'hystéron "magnétique"  $R_{\beta,\alpha}$ .

Le lieu géométrique  $S$  de la répartition des hystérons magnétiques dans le plan de Preisach est appelé "triangle de Preisach", et est représenté par un triangle de surface ( $S$ ) (voir Fig.II.6), limité par les droites:

1.  $\alpha = +H_S$ ;
2.  $\beta = -H_S$ ;
3.  $\beta = \alpha$ .

Le triangle de Preisach peut être défini mathématiquement par:

$$S = \{(\beta, \alpha) / \alpha \geq \beta, \beta \geq -H_S, \alpha \leq +H_S\} \quad (II.5)$$



**Fig.II.6:** Le triangle de Preisach et ses frontières.

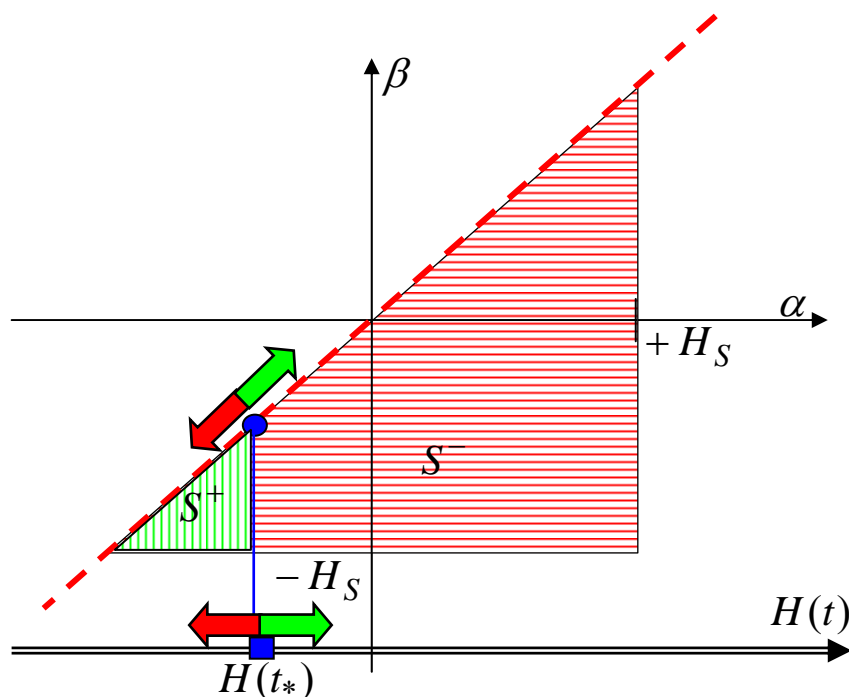
**REMARQUE:**

Dans cette représentation, ni le champ excitateur  $H(t)$  ni l'aimantation  $M(t)$  ne sont utilisés. Par la suite, on donnera une interprétation géométrique de la manière dont varient ces deux grandeurs.

## II.6. INTERPRÉTATION GÉOMÉTRIQUE DES VARIATIONS DE $H(t)$ ET DE $M(t)$ :

La variation instantanée du champ excitateur est représentée par un point se déplaçant le long de la ligne horizontale  $H(t)$  et contrôlant directement le point situé sur la diagonale d'équation  $\beta = \alpha$  (Fig.II.7). La droite verticale passant par ce point sépare le triangle de Preisach en deux parties ( $S^+$ ) et ( $S^-$ ).

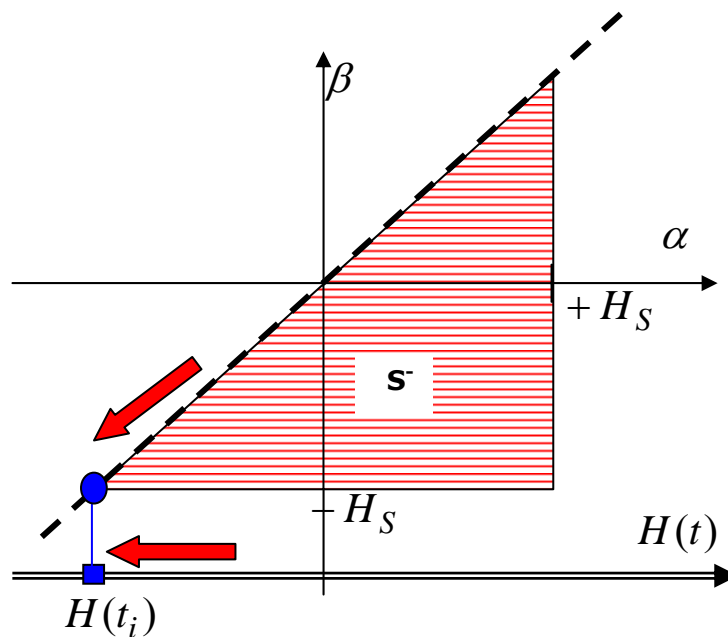
La variation de l'aimantation est représentée par la variation de la surface du triangle de Preisach ( $S$ ).



**Fig.II.7:** Variations de  $H(t)$  et de  $M(t)$  sur le triangle de Preisach.

### II.6.1. CAS D'UN CHAMP D'EXCITATION CROISSANT:

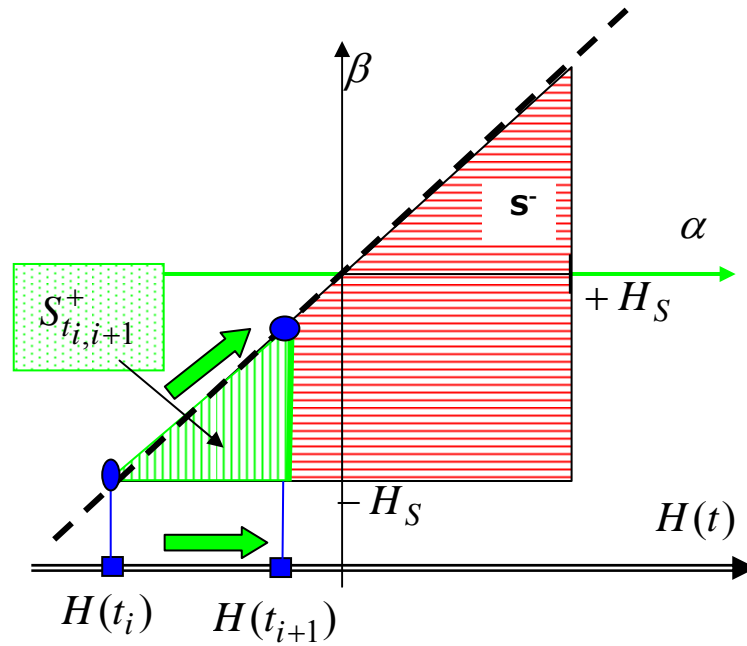
À l'instant ( $t_i$ ), on suppose que l'échantillon est dans un état de saturation négatif noté ( $S^-$ ): c'est-à-dire que tous les hystérons qui le composent se trouvent dans leur état "bas" de saturation (Fig.II.8).



**Fig.II.8:** État négatif de saturation (bas).

En augmentant l'excitation, seules les valeurs de  $\alpha$  sont considérées. En effet, à l'instant ( $t_{i+1} > t_i$ ), tous les hystérons dont les valeurs de basculement "hautes" ( $\alpha_i$ ) vérifient ( $H(t_{i+1}) \geq \alpha_i$ ) vont basculer vers l'état de saturation "haut". Cette variation de l'aimantation (augmentation) est représentée sur le triangle de Preisach par la création d'une nouvelle surface triangulaire élémentaire notée ( $S_{t_i, i+1}^+$ ).

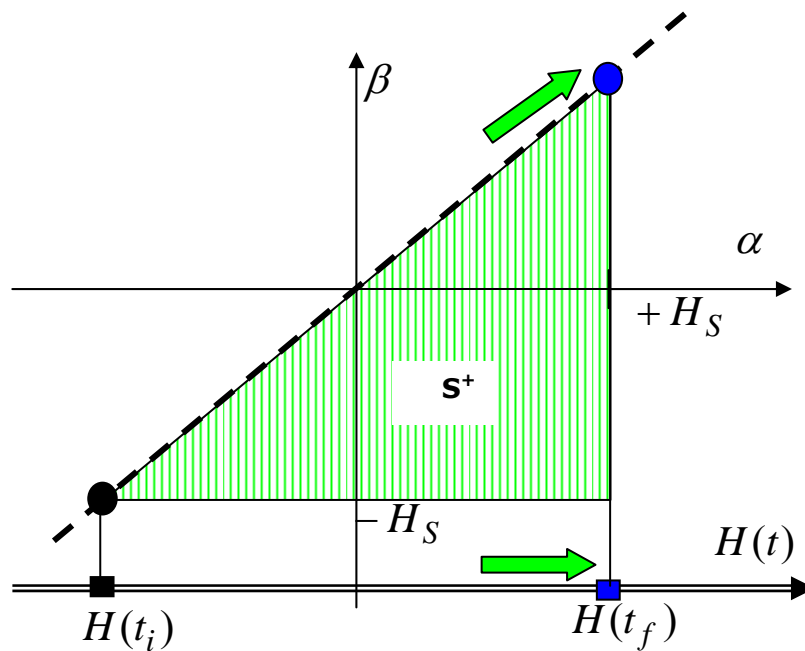
Cette surface triangulaire va en augmentant jusqu'à atteindre sa valeur maximale représentée par la surface entière du triangle de Preisach et notée ( $S^+$ ) (Fig II.10). Physiquement, l'aimantation du système est en cours de croître (Fig.II.9).



**Fig.II.9:** Champ d'excitation croissant.

### II.6.2. CAS D'UN CHAMP D'EXCITATION DÉCROISSANT:

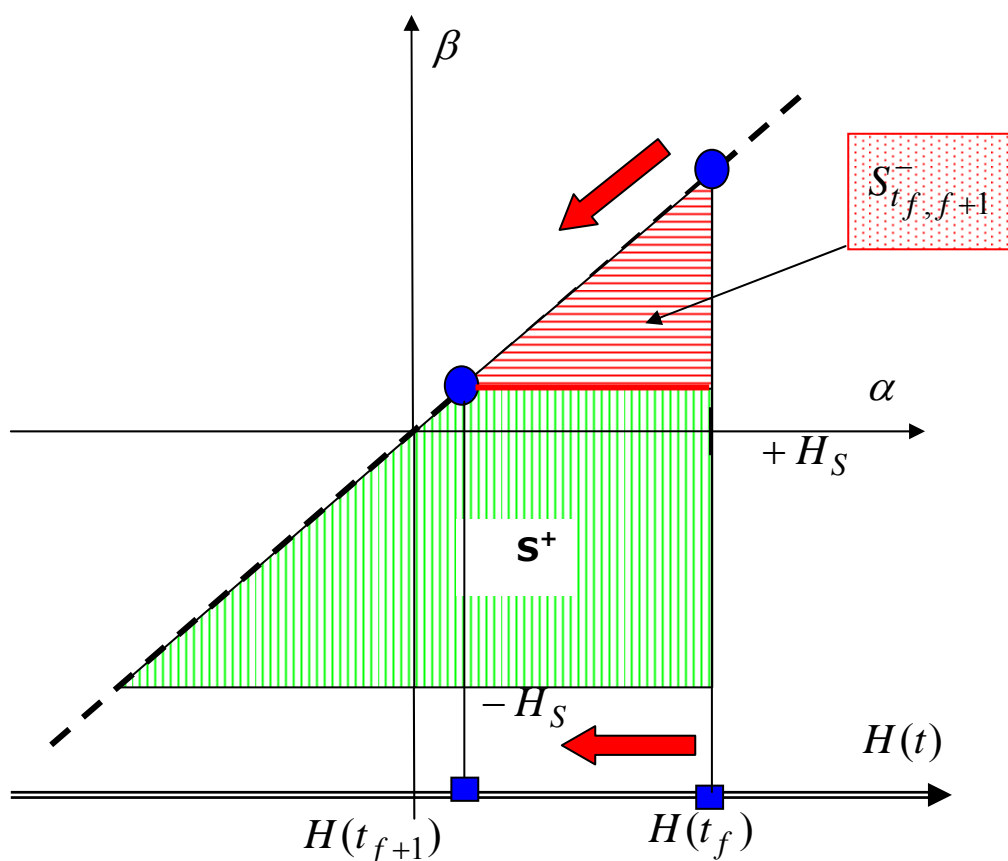
Partant de l'état positif de saturation (haut) ( $s^+$ ): c'est-à-dire que tous les hystérons se trouvent dans leur état de saturation "haut" (Fig.II.10).



**Fig.II.10:** État de saturation positif (haut).

Lorsque l'excitation diminue, seules les valeurs de  $\beta$  seront considérées. En effet, c'est lorsque la valeur de l'excitation va passer sous les premières valeurs de basculement vers l'état bas que certains hystérons vont basculer, et que par conséquent, l'aimantation du système va diminuer.

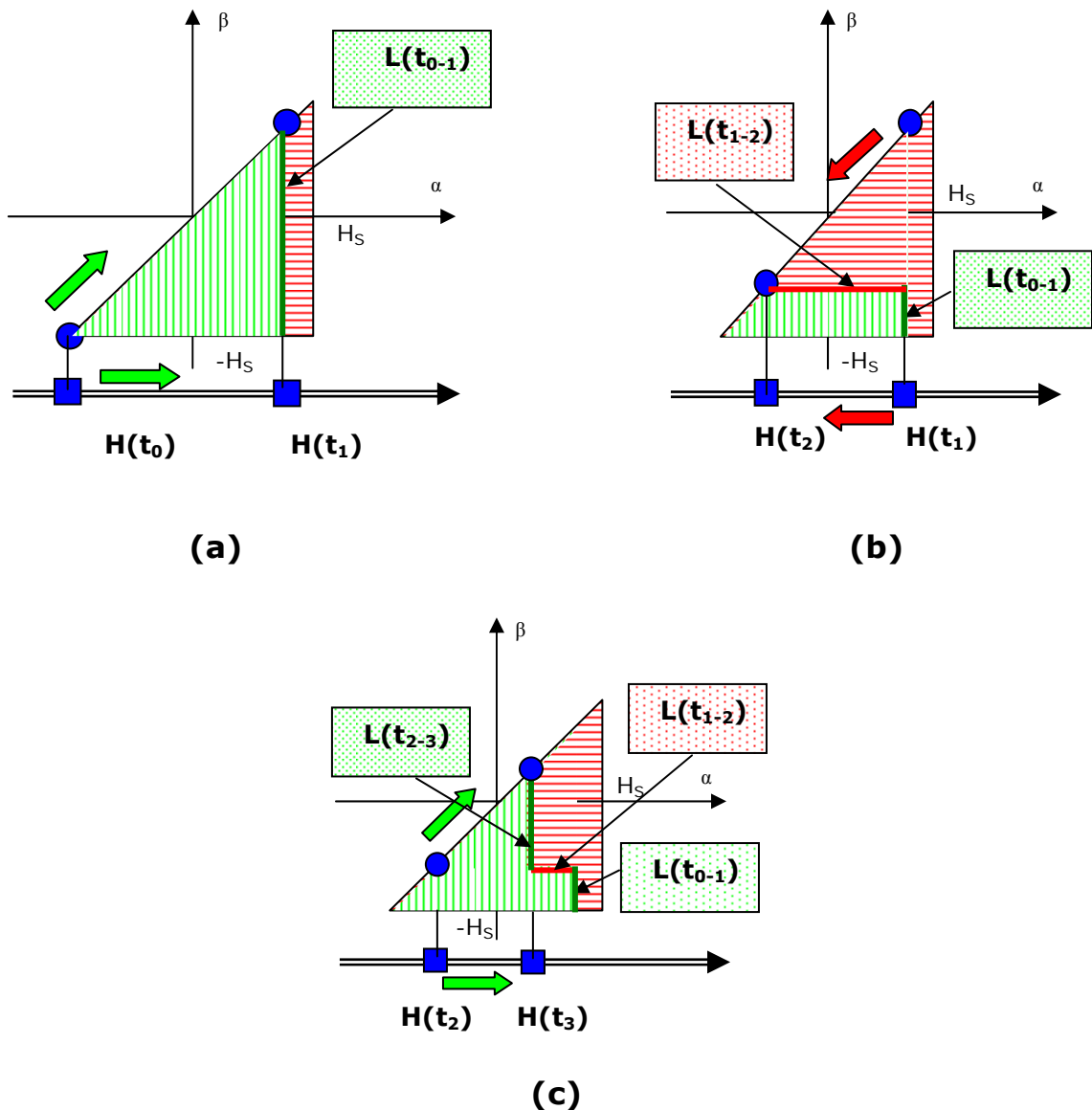
La surface ( $S_{t_f, t_{f+1}}^-$ ) ainsi créée (voir Fig.II.11), va augmenter jusqu'à ce que tous les hystérons aient basculé vers leur état bas de saturation et la surface du triangle de Preisach sera alors égale à ( $S^-$ ) (Fig.II. 8).



**Fig.II.11:** champ d'excitation décroissant.

## II.7. REPRÉSENTATION GRAPHIQUE INSTANTANNÉE DE L'ÉTAT DE L'AIMANTATION:

Les surfaces d'aimantations positive et négative sur le triangle de Preisach, sont séparées par une frontière variable dans le temps notée  $L(t)$ . Cette frontière a la forme d'une ligne brisée composée de plusieurs parties. Chaque partie représente une étape du processus d'aimantation (Fig.II.12).



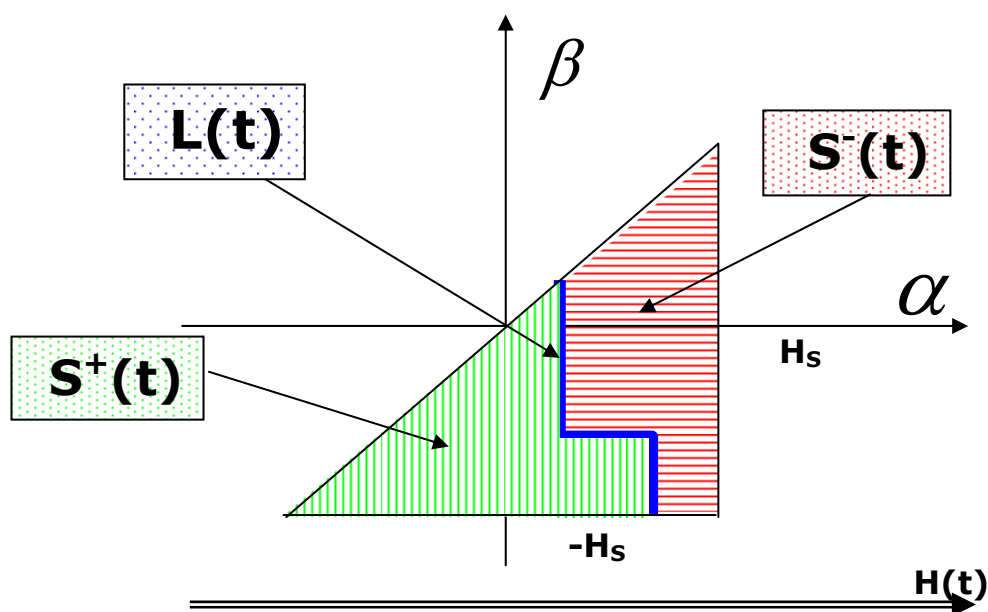
**Fig.II.12:** Représentation instantanée du champ d'excitation et de l'aimantation résultante.



Les parties de la ligne  $L(t)$  parallèles à l'axe  $\beta$  représentent les processus relatifs à des excitations croissantes, celles parallèles à l'axe  $\alpha$  représentent les processus relatifs à des excitations décroissantes.

La ligne  $L(t)$  contient donc implicitement l'historique du processus d'aimantation du matériau.

À chaque instant ( $t$ ), la surface ( $S$ ) du triangle de Preisach est divisée par la ligne  $L(t)$  en deux parties notées  $S^+(t)$  et  $S^-(t)$  (Fig.II.13).



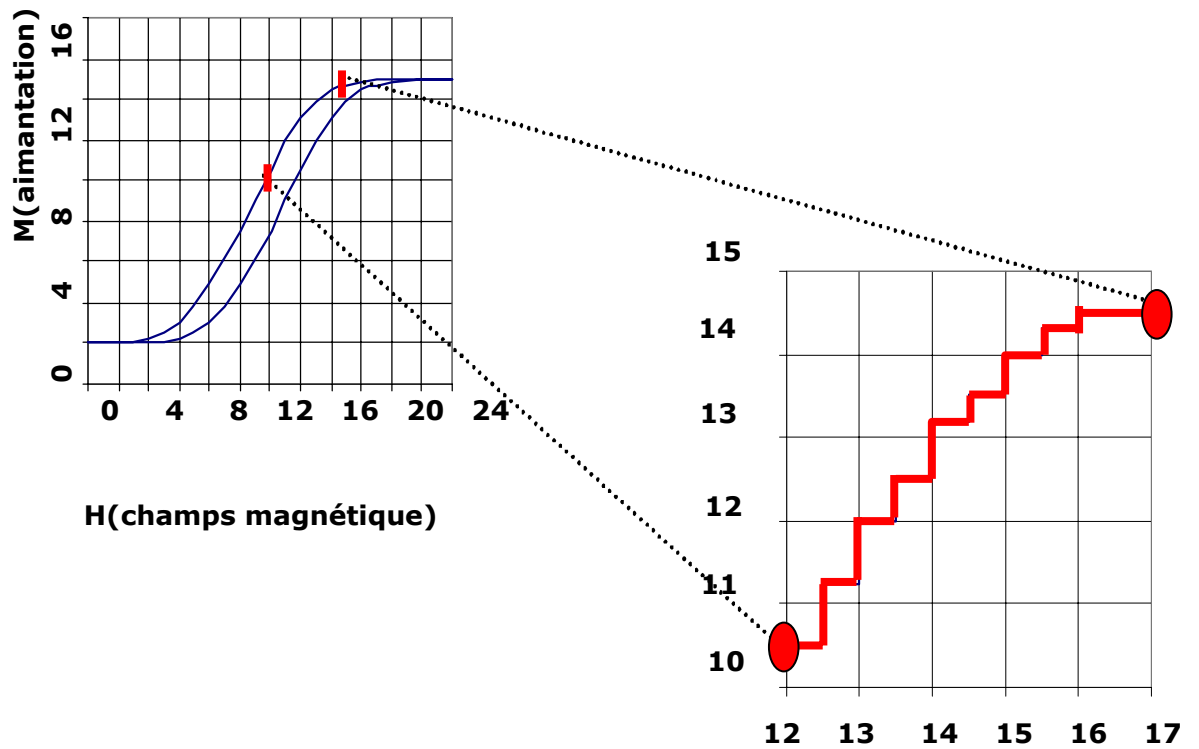
**Fig.II.13:** Les surfaces du triangle de Preisach à chaque instant ( $t$ ).

## II.8. PRINCIPE DE DISCRÉTISATION DE L'HYSTÉRÉSIS:

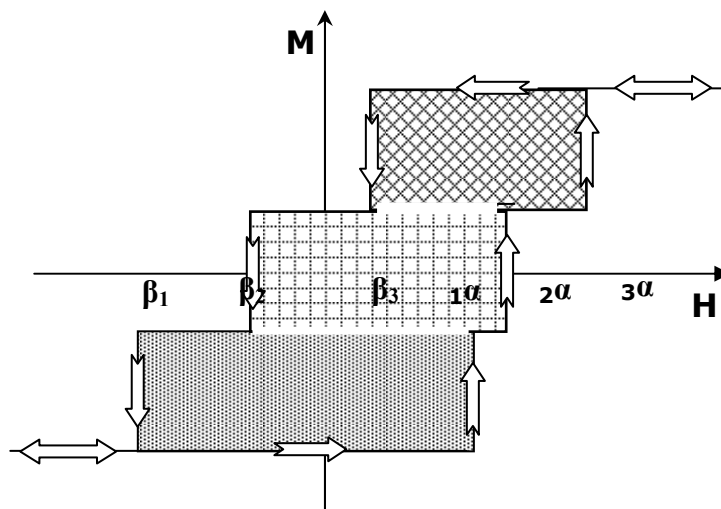
L'utilisation d'un ensemble d'entités élémentaires (hystérons) permet de décrire des systèmes hystérétiques ayant des comportements très complexes. De ce fait, en choisissant judicieusement les hystérons, on peut aboutir à des systèmes proches de ceux constatés dans la réalité.

Chaque portion de la courbe d'hystérésis peut être discrétisée par un certain nombre d'hystérons (Fig.II.14, Fig.II.15 et Fig.II.16).

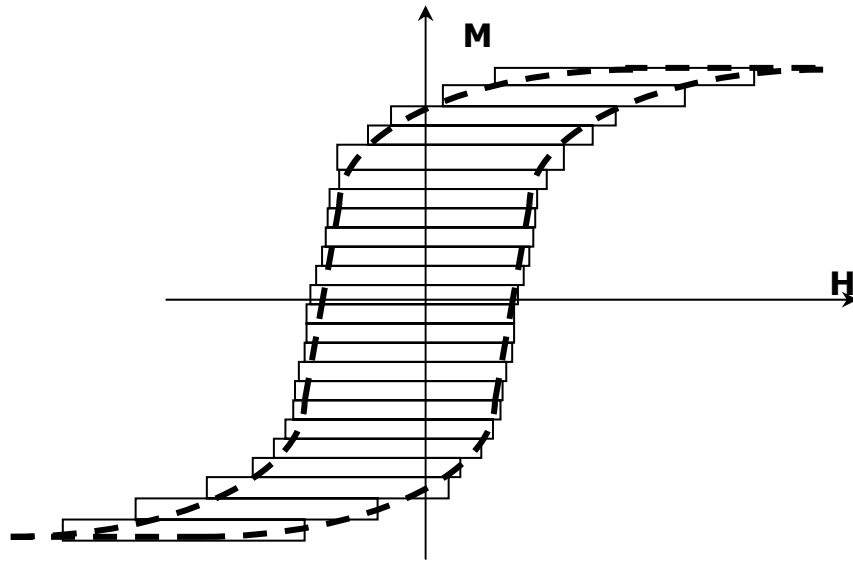
Cycle d'hystérésis



**Fig.II.14:** Principe de discrétisation d'une courbe d'hystérésis.



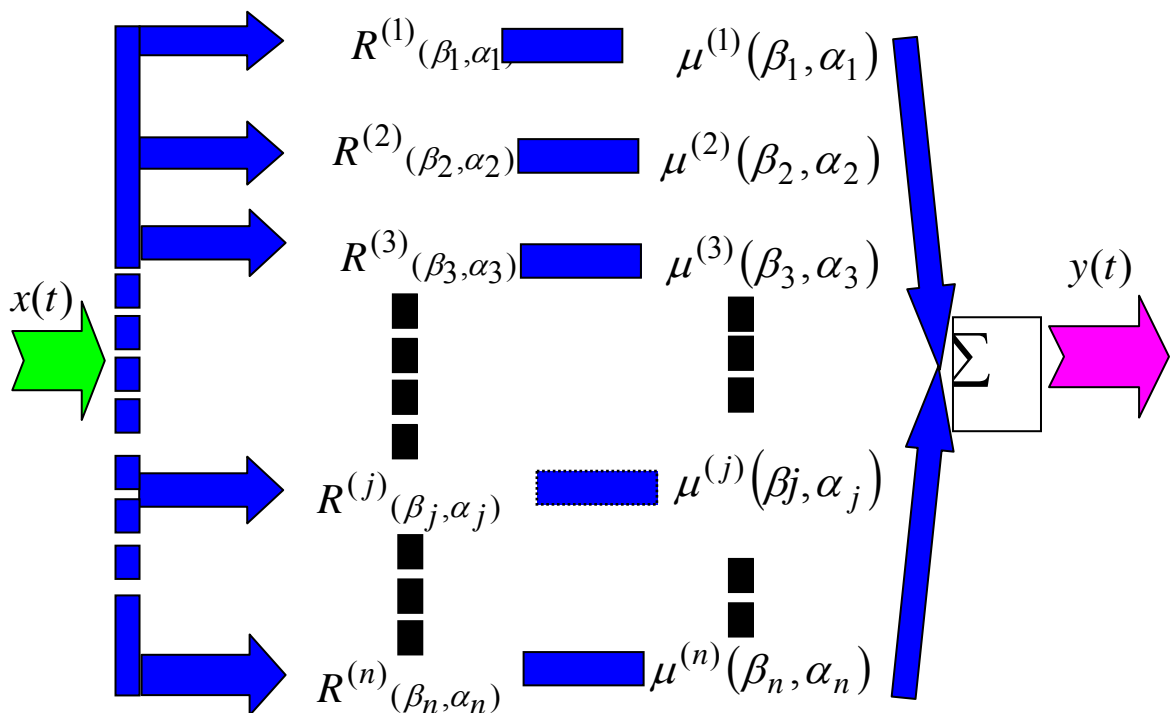
**Fig.II.15:** Représentation d'un système hystérétique à l'aide de trois hystérons [BER.00].



**Fig.II.16:** Discretisation grossière d'un système hystérétique [BER.00].

## II.9. MODÈLE ANALYTIQUE SCALAIRE DE PREISACH:

On considère une "famille" d'hystérons  $(R_{(\beta_j, \alpha_j)}^{(j)}, j=1, n)$  pondérés chacun par un poids  $(\mu^{(j)}(\beta_j, \alpha_j) > 0, j=1, n)$  et connectés en parallèle (Fig.II.17).



**Fig.II.17:** Connexion parallèle d'hystérons.

Dans l'assemblage précédent, la sortie  $y(t)$  à l'instant ( $t > t_0$ ) est donnée par la relation:

$$y(t) = y[t_0, \eta_0](t) = \sum_{j=1}^n \mu^{(j)}(\beta_j, \alpha_j) R_{(\beta_j, \alpha_j)}^{(j)}[t_0, \eta_0(j)] x(t) \quad (11.6)$$

Dans la formule précédente, quand le nombre ( $n$ ) d'hystérons devient infini ( $n \rightarrow \infty$ ), la formule (Éq.11.6) devient [May86]:

$$y(t) = \hat{\Gamma}[x(t)] = \iint_{\alpha \geq \beta} \mu(\beta, \alpha) R_{(\beta, \alpha)}[x(t)] d\beta d\alpha \quad (11.7)$$

$x(t)$  et  $y(t)$  représentent respectivement les fonctions d'entrée et de sortie du système.

$R_{(\beta, \alpha)}$  et  $\hat{\Gamma}$  sont respectivement les opérateurs d'hystérésis élémentaire et global.

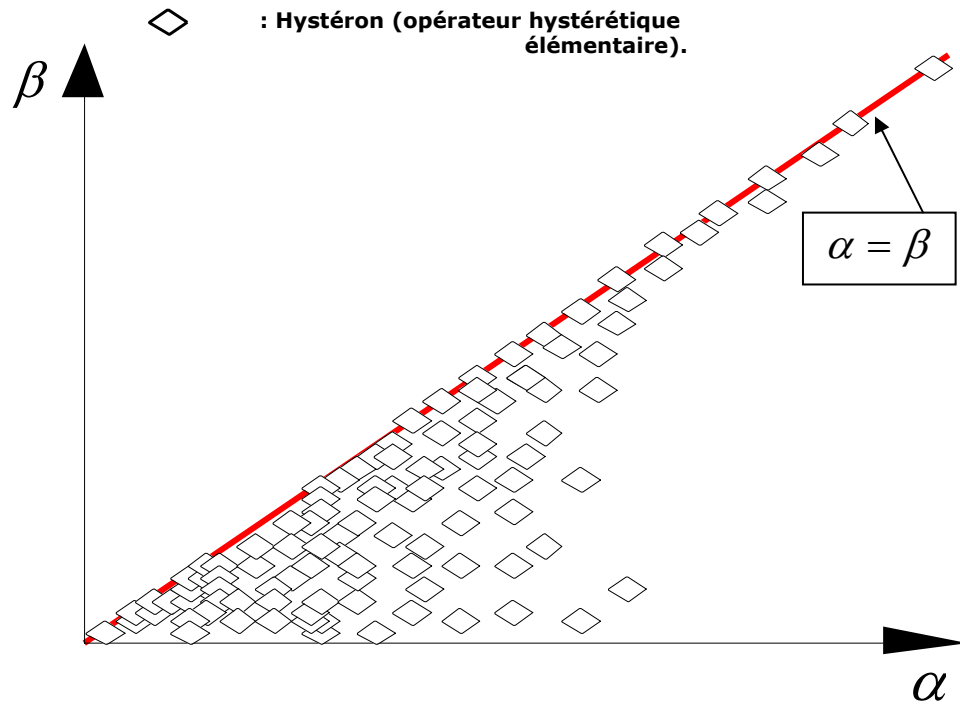
La fonction  $\mu(\beta, \alpha)$  représente *le nombre d'hystérons  $R_{(\beta, \alpha)}$  au voisinage du point de coordonnées  $(\alpha, \beta)$  du plan de Preisach.*

Donc,  $\mu(\beta, \alpha)$  est une distribution statistique (densité de probabilité) des hystérons dans le plan de Preisach (voir Fig.11.18). Par conséquent, elle vérifie les deux relations:

$$\mu(\alpha, \beta) > 0 \quad (11.8)$$

$$\iint_S \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta = 1 \quad (11.9)$$

Le domaine d'intégration ( $S$ ) est étendu à toute la surface du triangle de Preisach défini précédemment (11.5), et où la fonction de distribution vérifie  $\mu(\alpha, \beta) > 0$ .



**Fig.II.18:** Exemple de distribution d'hystérons dans le plan de Preisach.

Pour le calcul de l'aimantation l'équation (II.7) devient:

$$M(t) = \hat{\Gamma}[H(t)] = \iint_S \mu(\alpha, \beta) R_{(\beta, \alpha)}[H(t)] d\alpha d\beta \quad (\text{II.10})$$

Dans l'équation (II.10),  $H(t)$  et  $M(t)$  représentent respectivement le champ magnétique excitateur et l'aimantation résultante.

Le domaine d'intégration étant étendu à la surface ( $S$ ) du triangle de Preisach.

Comme mentionné précédemment, à chaque instant ( $t$ ) le domaine ( $S$ ) est divisé en deux sous domaines (Fig.II.13):

- Le sous domaine  $S^+(t)$  constitué des points  $(\alpha, \beta)$  pour lesquels:  
 $R_{(\beta, \alpha)}[H(t)] = +1$ .
- Le sous domaine  $S^-(t)$  constitué des points  $(\alpha, \beta)$  pour lesquels:  
 $R_{(\beta, \alpha)}[H(t)] = -1$ .

En utilisant cette propriété du domaine d'intégration ( $S$ ), l'équation (II.10) devient:

$$M(t) = \iint_{S^+(t)} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta - \iint_{S^-(t)} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (II.11)$$

L'équation (II.11), montre que l'aimantation instantanée d'un système dépend de la forme de l'interface  $L(t)$  séparant les deux sous domaines  $S^+(t)$  et  $S^-(t)$ .

### II.9.1. CALCUL DE LA VARIATION DE L'AIMANTATION:

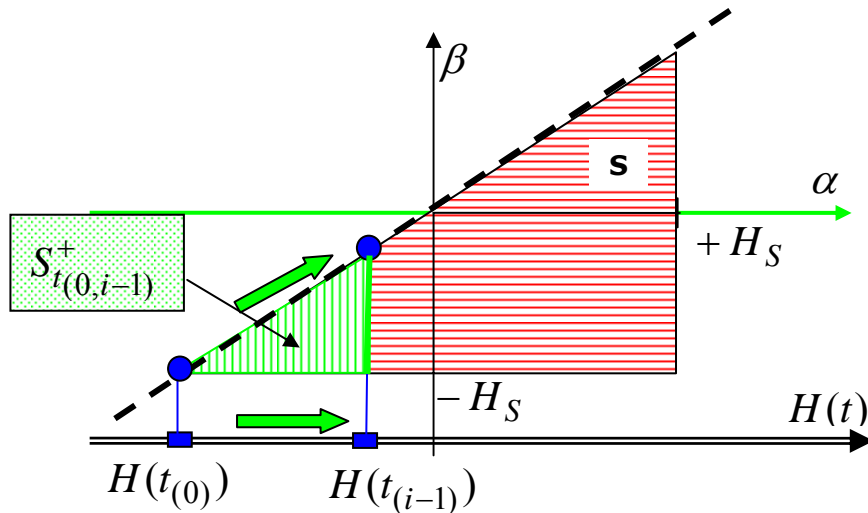
Pour le calcul de la variation de l'aimantation ( $\Delta M$ ) résultant d'une variation ( $\Delta H$ ) du champ exciteur, on reprend l'équation (II.11):

$$M(t) = \iint_{S^+} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta - \iint_{S^-} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta$$

$$M(t) = \iint_{S^+} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta - \left[ \iint_S \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta - \iint_{S^+} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \right]$$

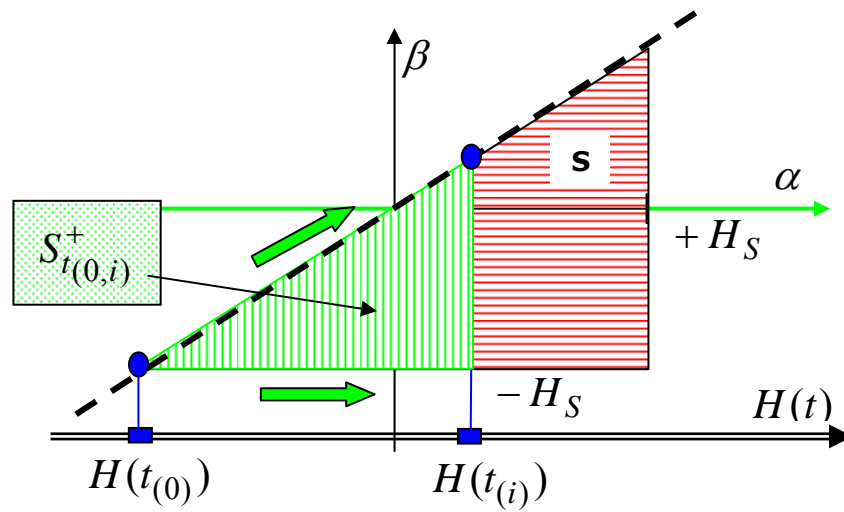
$$M(t) = 2 \iint_{S^+} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta - \iint_S \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (II.12)$$

On considère les équations donnant les valeurs de l'aimantation correspondantes à deux instants successifs notés  $t_{(i-1)}$  et  $t_{(i)}$ .

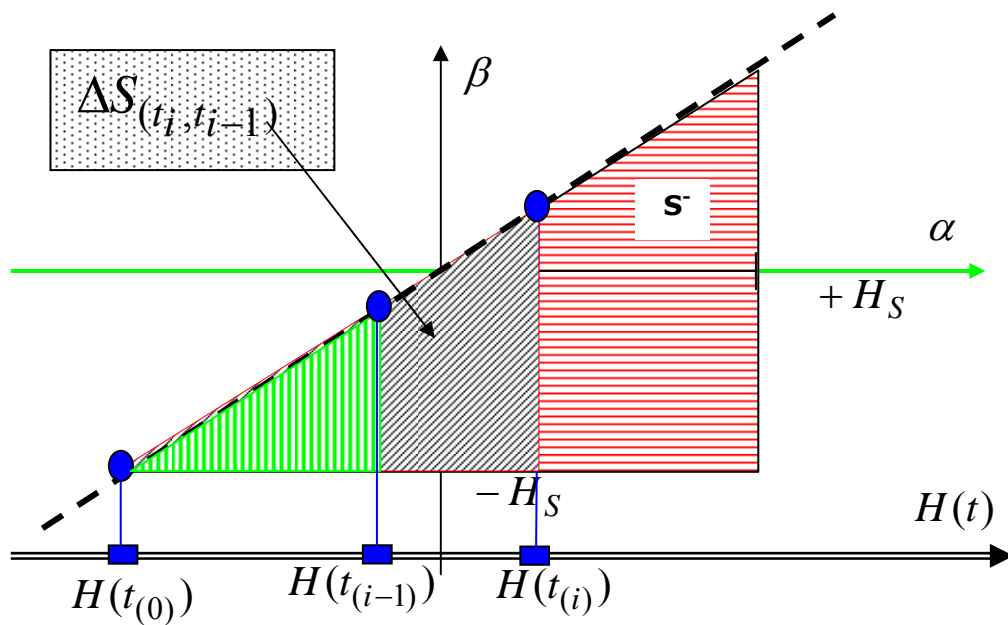


**Fig.II.19:** Surface représentant l'aimantation entre les instants:  $t_{(0)}$ <sup>8</sup> et  $t_{(i-1)}$ .

<sup>8</sup> Instant de référence.



**Fig.II.20:** Surface représentant l'aimantation entre les instants :  $t_0$  et  $t_i$ .



**Fig.II.21:** Surface représentant la variation de l'aimantation entre les instants:  $t_{i-1}$  et  $t_i$ .

En utilisant l'équation (II.12), on écrit les expressions donnant respectivement les valeurs de l'aimantation aux instants successifs ( $t_{i-1}$  et  $t_i$ ):

$$M(t_{i-1}) = 2 \iint_{S_{i-1}^+} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta - \iint_S \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (\text{II.13})$$

$$M(t_i) = 2 \iint_{S_i^+} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta - \iint_S \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (\text{II.14})$$

La variation de l'aimantation entre ces deux instants est alors donnée par:

$$M(t_i) - M(t_{i-1}) = \left[ 2 \iint_{S_i^+} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta - \iint_S \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \right] - \left[ 2 \iint_{S_{i-1}^+} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta - \iint_S \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \right]$$

$$M(t_i) - M(t_{i-1}) = 2 \left( \iint_{S_i^+} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta - \iint_{S_{i-1}^+} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \right) \quad (\text{II.15})$$

## II.10. LES PROPRIÉTÉS DU MODÈLE DE PREISACH:

### II.10.1. LA PROPRIÉTÉ D'EFFACEMENT DE L'HISTOIRE:

Le modèle scalaire de Preisach permet de calculer l'aimantation qui est une fonction scalaire dépendant des valeurs extrémales du champ excitateur appliqué. Les effets de valeurs extrémales antérieures peuvent être effacés par l'action de nouvelles valeurs extrémales supérieures. Cette propriété est appelée propriété d'effacement de l'histoire.

### II.10.2. LA CONGRUENCE DES CYCLES MINEURS<sup>9</sup>:

Les cycles d'hystérésis dits "mineurs" correspondants aux mêmes valeurs extrémales du champ d'excitation se superposent géométriquement.

---

<sup>9</sup> Les cycles mineurs et leur utilisation sont rapportés dans le troisième chapitre.



## II.11. CONCLUSION:

Le modèle analytique scalaire de Preisach est fondé sur deux notions fondamentales, à savoir:

- L'entité magnétique élémentaire dite "Hystérons" ;
- La fonction densité de répartition des hystérons dite "fonction de distribution".

Une grande partie de la littérature consacrée à ce modèle, montre qu'il est bien adapté pour la représentation du phénomène de l'hystérésis magnétique.

À notre avis, le seul handicap quant à son utilisation réside dans la détermination de la fonction de distribution.

Plusieurs modèles sont rapportés dans la littérature et sont basés sur des distributions analytiques telles que les distributions de type Lorentzienne, Gaussienne, etc.

## **TROISIÈME CHAPITRE: IDENTIFICATION DE LA FONCTION DE DISTRIBUTION DU MODÈLE SCALAIRE STATIQUE DE PREISACH**

### **III.1. INTRODUCTION:**

La théorie de Preisach est basée sur une distribution statistique d'hystérons appelée fonction de distribution de Preisach. L'utilisation du modèle scalaire statique de Preisach dans la modélisation de l'hystérésis magnétique des matériaux ferromagnétiques requiert la connaissance (la détermination) de cette fonction de distribution.

La plus part des publications traitant du problème, soulignent le fait que, la fonction de distribution est une caractéristique intrinsèque du matériau [WUL00], [HEN02], [GOR97], [MAY86], ... etc.

Deux types d'approches sont utilisés pour l'identification de la fonction de distribution: l'approche numérique et l'approche analytique. La première étant de loin la plus utilisée.

Les approches numériques utilisent des données expérimentales telles que:

- les courbes de renversement de premier ordre [MAY86], [WUL00], [IVA97], ...etc.
- les cycles centrés [BER00].
- La combinaison d'un cycle majeur et d'une courbe de première aimantation [BER00], [OUL00].

Les approches de type analytique, associent à la fonction de distribution de Preisach recherchée, une distribution statistique connue ou bien, une combinaison de distributions statistiques connues. Les formes de distributions les plus courantes sont [HEN02]:

- Le produit de deux Lorentziennes;
- le produit de deux Gaussiennes;
- les distributions de type Lorentzienne modifiée, etc.

Les paramètres de ces fonctions de distribution sont déterminés à l'aide de méthodes numériques d'interpolation (ajustement). Il s'agit alors de minimiser les écarts entre les valeurs expérimentales et les valeurs calculées des cycles d'hystérésis basés sur la forme de distribution choisie. Dans ce chapitre, nous exposerons différentes méthodes analytiques et numériques d'identification de la fonction de distribution. Nous nous intéresserons et nous développerons en particulier la méthode numérique dite des cycles centrés [BER00].

### III.2. LES MÉTHODES ANALYTIQUES:

#### III.2.1. LES DISTRIBUTIONS DE TYPE LORENTZIENNES:

La forme générale est un produit de deux distributions de type Lorentzienne, elle s'écrit sous la forme:

$$\mu(\alpha, \beta) = K \cdot \left( \left[ 1 + \left( \frac{\alpha}{a} - \frac{1}{2} \right)^2 \right] \left[ 1 + \left( \frac{\beta}{a} + \frac{1}{2} \right)^2 \right] \right)^{-1} \quad (\text{III.1})$$

avec:

- $a$  : coefficient identifié au champ coercitif du matériau ( $H_c$ ).
- $K$  : coefficient de normalisation.

$\alpha$  et  $\beta$  sont les variables de la fonction de distribution.

##### III.2.1.1. IDENTIFICATION DES PARAMÈTRES DE LA FONCTION DE DISTRIBUTION:

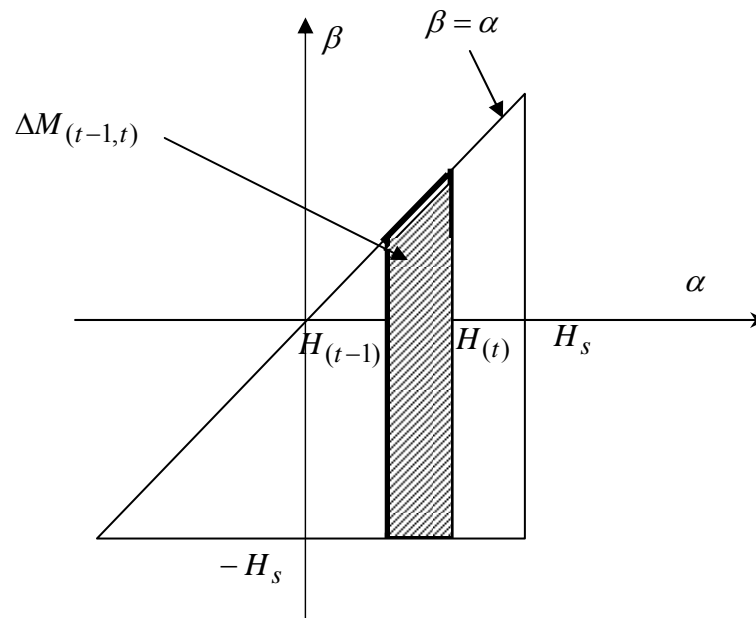
Pour la mise en oeuvre numérique de ce type de distribution, il est nécessaire de déterminer les paramètres ( $a$  et  $K$ ) de la distribution à partir d'un cycle majeur expérimental. Les données expérimentales permettent de relever:

1. l'aimantation à saturation ( $M_s$ ),
2. le champ coercitif ( $H_c$ ),
3. le champ de saturation ( $H_s$ ).

Sachant que la variation instantanée de l'aimantation est donnée par la relation:

$$\Delta M_{(t-1,t)} = 2 \int_{H(t-1)}^{H(t)} \left( \frac{K}{\left[1 + \left(\frac{\alpha - \frac{1}{2}}{a}\right)^2\right]} \int_{-H_s}^{\alpha} \frac{d\beta}{\left[1 + \left(\frac{\beta + \frac{1}{2}}{a}\right)^2\right]} \right) d\alpha \quad (\text{III.2})$$

Sur le triangle de Preisach, cette variation est représentée par un trapèze (Fig.III.1).



**Fig. III.1:** Représentation de la variation de l'aimantation sur le triangle de Preisach.

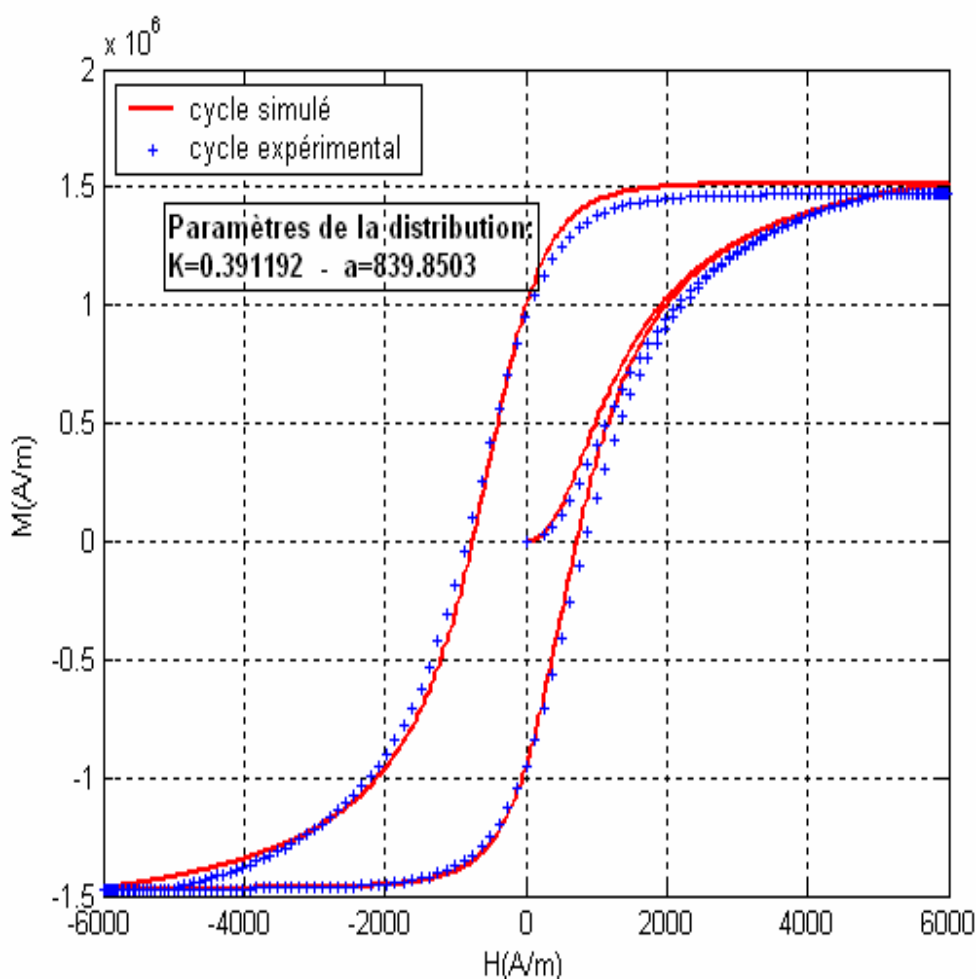
Nous déterminons la valeur du paramètre ( $K$ ) en considérant une variation de l'aimantation correspondant à un saut de la saturation "basse" vers la saturation "haute".

Le paramètre ( $a$ ) est quant à lui relevé directement à partir du cycle expérimental considéré (valeur du champ coercitif).

### III.2.1.2. APPLICATION:

À partir d'un cycle majeur expérimental mesuré au sein du LRTI (laboratoire de recherches en techniques inductives de Saint-Nazaire - France), nous appliquons la méthodologie présentée dans le paragraphe précédent pour identifier les paramètres de la fonction de distribution de type Lorentzienne. Les calculs donnent:  $K = 0.391192$  et  $a = 839.8503 \text{ A/m}$ .

Nous représentons sur la figure ci-dessous (Fig.III.2) le cycle expérimental et le cycle simulé<sup>10</sup> à l'aide des paramètres ( $K$  et  $a$ ) déterminés.

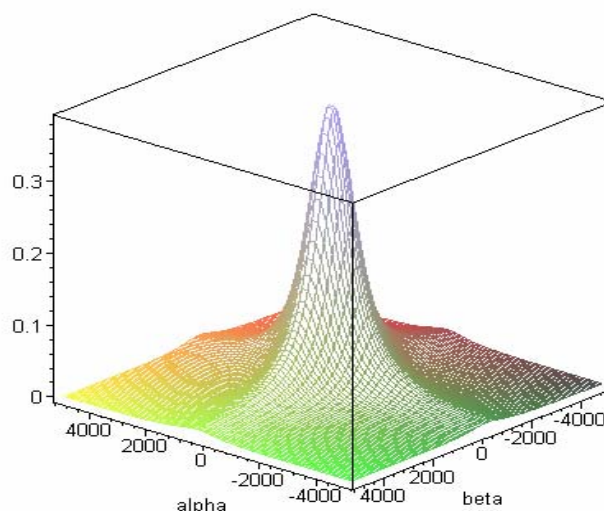


**Fig. III.2:** Cycle d'hystérésis expérimental et cycle simulé obtenu à l'aide d'une distribution de type Lorentzienne.

<sup>10</sup> Un programme de simulation numérique permettant de tracer les cycles d'hystérésis en prenant en compte différentes formes de la fonction distribution a été réalisé sous Matlab.

La figure (Fig.III.2) montre bien que la fonction de distribution de type Lorentzienne permet un bon encadrement du cycle expérimental étudié. Néanmoins, nous remarquons que les écarts sont importants surtout au niveau des zones dites "de saturation basse" et "de saturation haute".

La figure ci-dessous est une représentation spatiale de la fonction de distribution avec les deux paramètres ( $K$  et  $a$ ) calculés.



**Fig. III.3:** Allure de la fonction de distribution Lorentzienne ( $K = 0.391192$ ,  $H_c = 839.8503 \text{ A/m}$  et  $H_s = 5065.9682 \text{ A/m}$ ).

### REMARQUES:

Pour des valeurs données des paramètres ( $K$  et  $a$ ), la distribution spatiale donnée par la relation (III.1) est unique et entièrement définie. Par conséquent, le cycle généré à partir de cette configuration est aussi unique. Pourtant, on peut observer expérimentalement que deux échantillons présentant les mêmes paramètres peuvent ne pas posséder le même cycle d'hystérésis [OUL00]. Cette forme de distribution présente des limitations liées au nombre de paramètres la caractérisant et permettant l'encadrement de cycles expérimentaux. Pour remédier à cette carence, une autre forme de distribution de type Lorentzienne (la distribution Lorentzienne modifiée) caractérisée par un nombre plus important de paramètres a été proposée.

### III.2.2. LES DISTRIBUTIONS DE TYPE LORENTZIENNE MODIFIÉE:

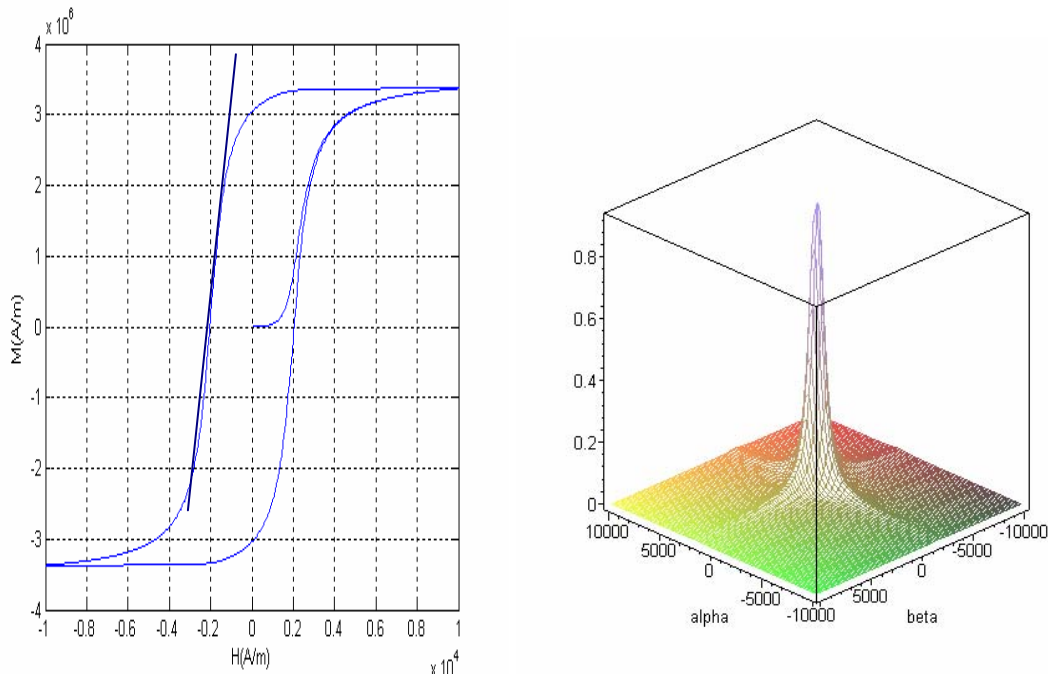
Afin d'augmenter le nombre de degrés de liberté et donc permettre un ajustement plus efficace des cycles expérimentaux, une autre forme de distribution avec deux nouveaux paramètres a été proposée (équation III.3). Les nouveaux paramètres sont notés par ( $c \in \mathbb{R}_+^*$ ) et ( $b \in [1, H_s/H_c]$ ). Les paramètres précédemment définis ( $K$  et  $a$ ) gardent leurs significations.

$$\mu(\alpha, \beta) = K.c^2 \left( (c + (\frac{\alpha}{a} - b)^2)(c + (\frac{\beta}{a} + b)^2) \right)^{-1} \quad (\text{III.3})$$

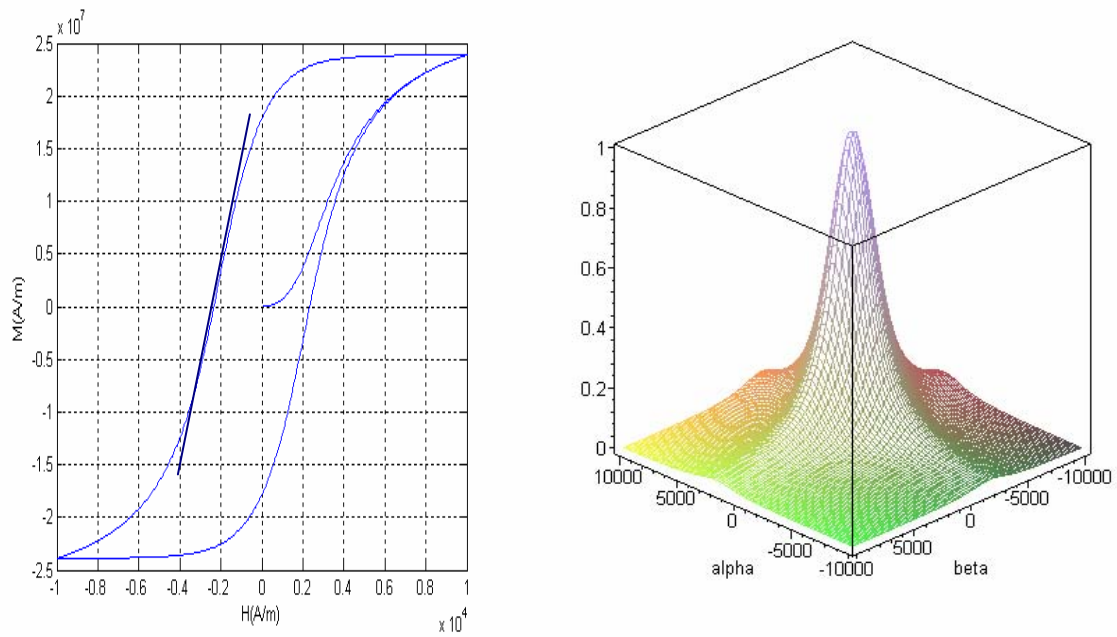
#### III.2.2.1. INFLUENCES DES DIFFÉRENTS PARAMÈTRES:

##### 3. INFLUENCE DU PARAMÈTRE ( $c$ ):

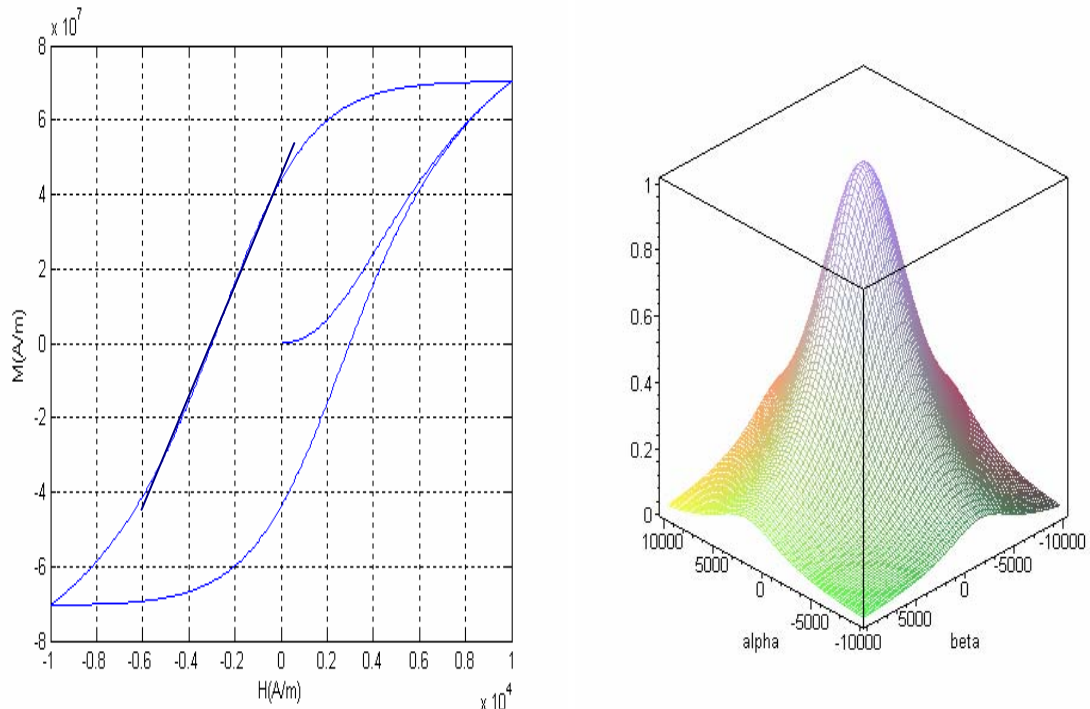
Pour cette étude paramétrique, nous gardons constantes les valeurs des paramètres ( $K = 1$ ,  $b = 1$ ) et nous considérons trois valeurs pour le paramètre  $c$ : 0.1, 1.0 et 5.0 .



**Fig. III.4:** Cycle d'hystérésis et représentation spatiale de la distribution Lorentzienne modifiée ( $K = 1$ ,  $H_c = 2000$  A/m,  $c = 0.1$ ,  $b = 1$ ).



**Fig. III.5:** Cycle d'hystérésis et représentation spatiale de la distribution Lorentzienne modifiée : ( $K = 1$ ,  $H_c = 2000 \text{ A/m}$ ,  $c = 1$ ,  $b = 1$ ).



**Fig. III.6:** Cycle d'hystérésis et représentation spatiale de la distribution Lorentzienne modifiée : ( $K = 1$ ,  $H_c = 2000 \text{ A/m}$ ,  $c = 5$ ,  $b = 1$ ).



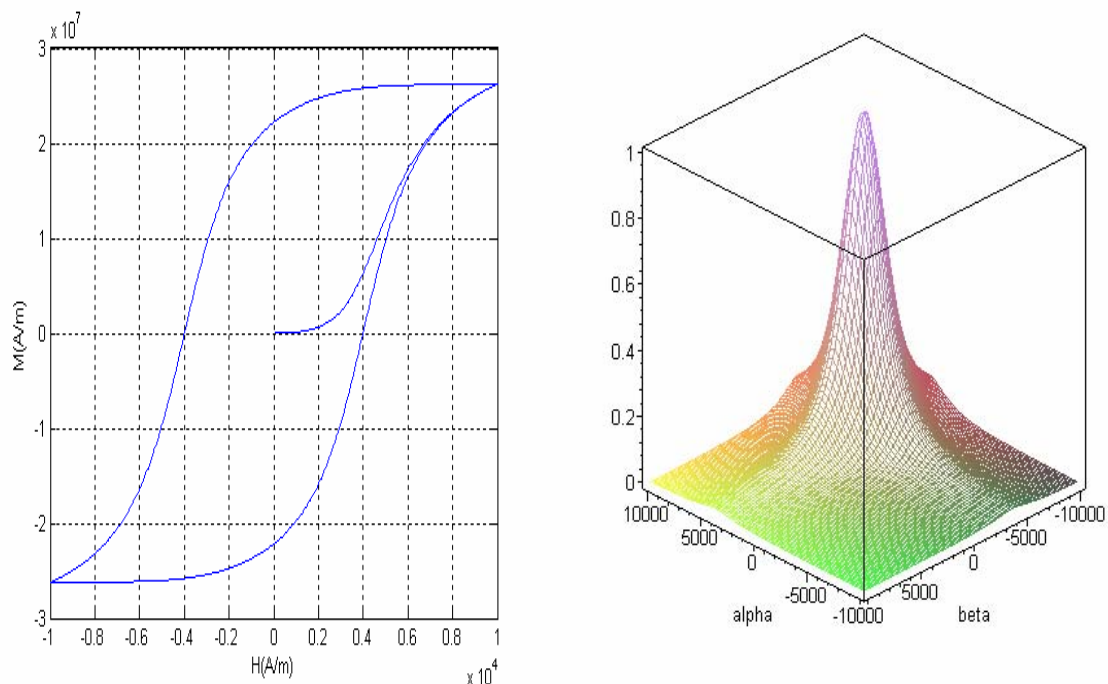
Les figures (Fig.III.4, Fig.III.5 et Fig.III.6) montrent que l'augmentation du paramètre ( $c$ ) produit:

- un élargissement de la zone active du triangle de Preisach.
- une diminution de la pente du cycle d'hystérésis.
- une légère augmentation du champ coercitif.
- une augmentation de l'aimantation rémanente.
- une augmentation de l'aimantation à saturation.

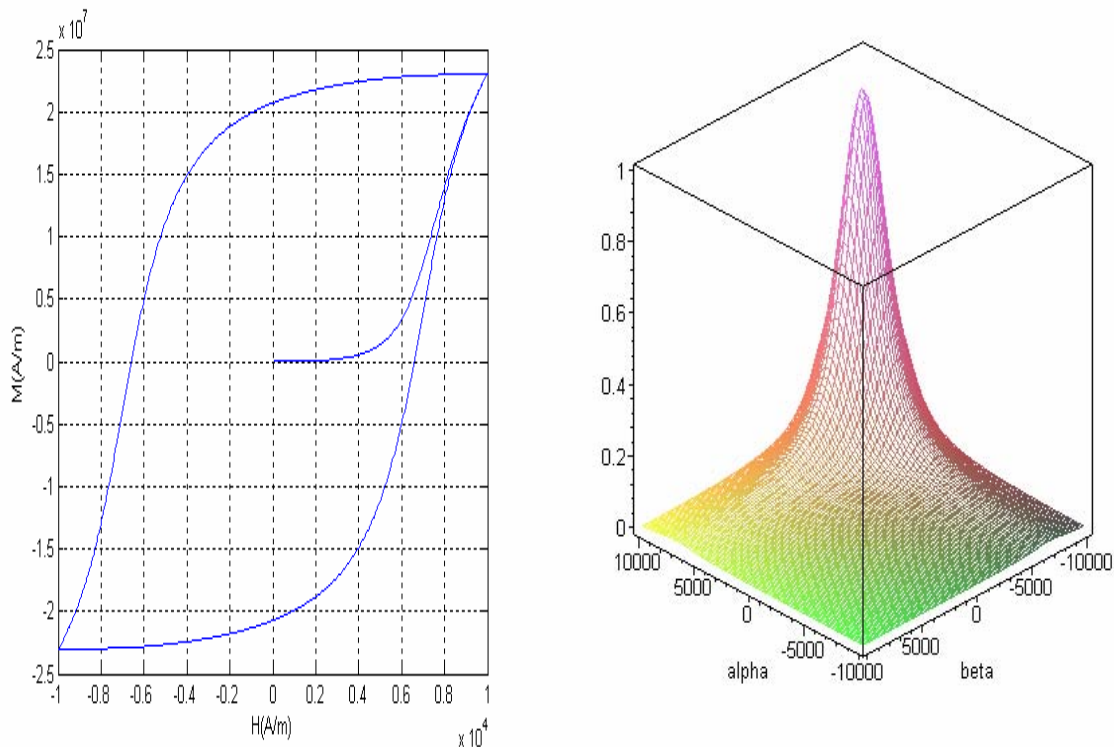
En conclusion, la modification du paramètre ( $c$ ) induit des variations sur les paramètres du cycle d'hystérésis ( $H_c, M_r, M_s$ ). Ce paramètre est donc important et permet l'encadrement d'une plus grande variété de cycles d'hystérésis expérimentaux.

#### 4. INFLUENCE DU PARAMÈTRE ( $b$ ):

Pour étudier l'influence du paramètre ( $b$ ), nous considérons deux valeurs: 2 et 3.5. Les valeurs des autres paramètres de la distribution sont gardées constantes ( $K = 1, c = 1$ ).



**Fig. III.7:** Cycle d'hystérésis et représentation spatiale de la distribution Lorentzienne modifiée : ( $K = 1, H_c = 2000 \text{ A/m}, c = 1, b = 2$ ).



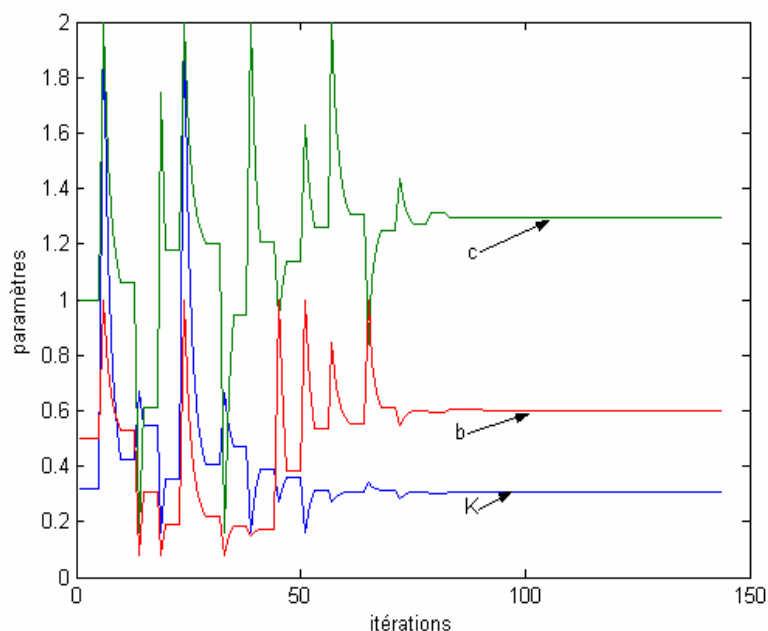
**Fig. III.8:** Cycle d'hystérésis et représentation spatiale de la distribution Lorentzienne modifiée : ( $K = 1$ ,  $H_c = 2000$  A/m,  $c = 1$ ,  $b = 3.5$ ).

Les figures (Fig.III.7, Fig.III.8) montrent que l'augmentation du paramètre ( $b$ ) produit une augmentation très importante du champ coercitif. L'aimantation de saturation et l'aimantation rémanente ne sont pas affectées par cette variation.

### III.2.2.2. IDENTIFICATION DES PARAMÈTRES DE LA FONCTION DE DISTRIBUTION:

À partir de données expérimentales relatives à un cycle d'hystérésis, nous avons utilisé deux méthodes : une méthode directe dite de NELDER-MEAD SIMPLEX [JEF98] et les Algorithmes génétiques, pour ajuster une fonction de distribution paramétrée de type Lorentzienne modifiée aux données expérimentales. L'optimisation permet la détermination des trois (03) paramètres ( $c$ ,  $b$  et  $K$ ) qui sont nécessaires à la restitution du cycle d'hystérésis.

**a- Méthode de NELDER-MEAD :** C'est une méthode d'optimisation directe ne nécessitant pas le calcul d'un gradient, donc bien adaptée aux discontinuité. La figure ci-dessous (Fig.III.9) montre l'évolution du processus d'optimisation pour les trois paramètres ( $c$ ,  $b$  et  $K$ ):



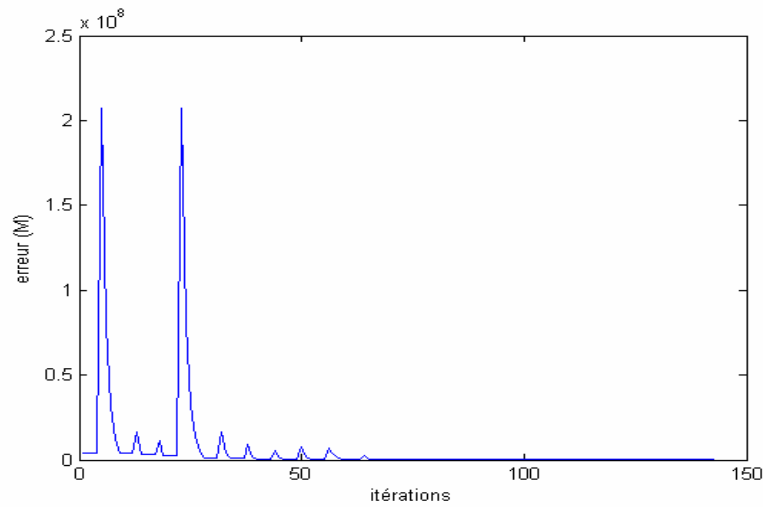
**Fig. III.9:** Évolution du processus d'optimisation des paramètres de la fonction de distribution.

Dans le tableau (Tab.III.1) sont regroupés les différents résultats obtenus en utilisant différentes données expérimentales. L'erreur entre le cycle expérimental et le cycle simulé est caractérisée par la quantité ( $\varepsilon$ ). Cette erreur est aussi évaluée et représentée sur le même tableau.

Données expérimentales utilisées pour l'optimisation:					
	Première aimantation	Branche descendante du cycle majeur	Branche ascendante du cycle majeur	Cycle majeur	Première aimantation + cycle majeur
$K$	<b>0.3165</b>	<b>0.3045</b>	<b>0.3045</b>	<b>0.3237</b>	<b>0.3263</b>
$c$	<b>1.1458</b>	<b>1.2961</b>	<b>1.2961</b>	<b>1.1862</b>	<b>1.1652</b>
$b$	<b>0.7408</b>	<b>0.6017</b>	<b>0.6017</b>	<b>0.6017</b>	<b>0.6215</b>
$\varepsilon$	<b><math>1.8217 \cdot 10^3</math></b>	<b><math>1.0685 \cdot 10^3</math></b>	<b><math>1.0685 \cdot 10^3</math></b>	<b><math>1.1947 \cdot 10^3</math></b>	<b><math>1.5599 \cdot 10^3</math></b>

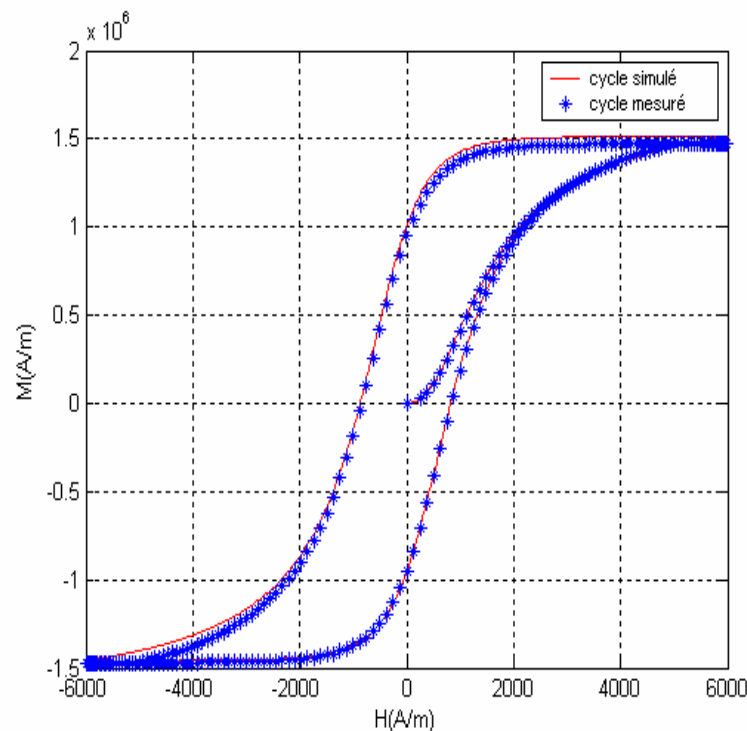
**Tab.III.1:** Résultats de l'optimisation.

Sur la figure (Fig.III.10), nous représentons l'évolution de l'erreur  $\varepsilon$  pour des données expérimentales extraites d'une branche ascendante (ou descendante) du cycle expérimental.



**Fig. III.10:** Évolution de l'erreur  $\varepsilon$  .

Enfin, la figure (Fig.III.11) montre la superposition du cycle expérimental et du cycle simulé obtenu à l'aide des paramètres ( $K$ ,  $c$  et  $b$ ).



**Fig. III.11:** Comparaison d'un cycle simulé obtenu avec une distribution Lorentzienne modifiée et le cycle expérimental.

$$K = 0.3045, c = 1.2961 \text{ et } b = 0.6017$$

**REMARQUES:**

1. La valeur déterminée pour le paramètre  $b = 0.6017$ , n'appartient pas à l'intervalle défini précédemment (paragraphe III.2.2), néanmoins, le cycle simulé s'ajuste d'une manière très parfaite avec le cycle expérimental (Fig.III.9).
2. Par contre, on remarque que cette valeur est plus proche de la valeur du paramètre fixe (0.5) de la distribution de type Lorentzienne (paragraphe III.2.1.)

**b- Algorithmes génétiques :**

Notre recours aux algorithmes génétiques avait dans un premier temps pour objectif l'initiation, puis dans un second temps l'utilisation de cet outil puissant pour l'optimisation des paramètres de la fonction de distribution du modèle scalaire statique de Preisach.

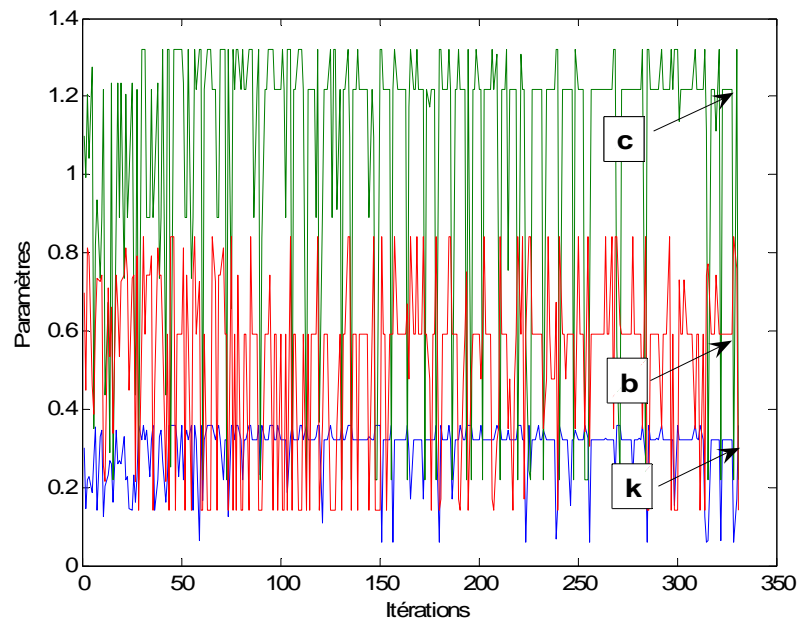
Le logiciel MATLAB offre un environnement très propice à l'apprentissage et au développement de techniques d'optimisation basées sur les algorithmes génétiques. C'est sous MATLAB, que nous avons développé ces programmes d'optimisation. Le mécanisme de ses algorithmes est donné en Annexe 1. Dans ce cas, nous avons utilisé des allèles réels correspondant à une première approximation des paramètres recherchés. Les résultats de l'optimisation par les algorithmes génétiques sont résumés dans le tableau ci-dessous:

$\varepsilon$	$1.2179 \cdot 10^3$
$K$	0.3205
$c$	1.2191
$b$	0.5897
Génération	100
Populations	15

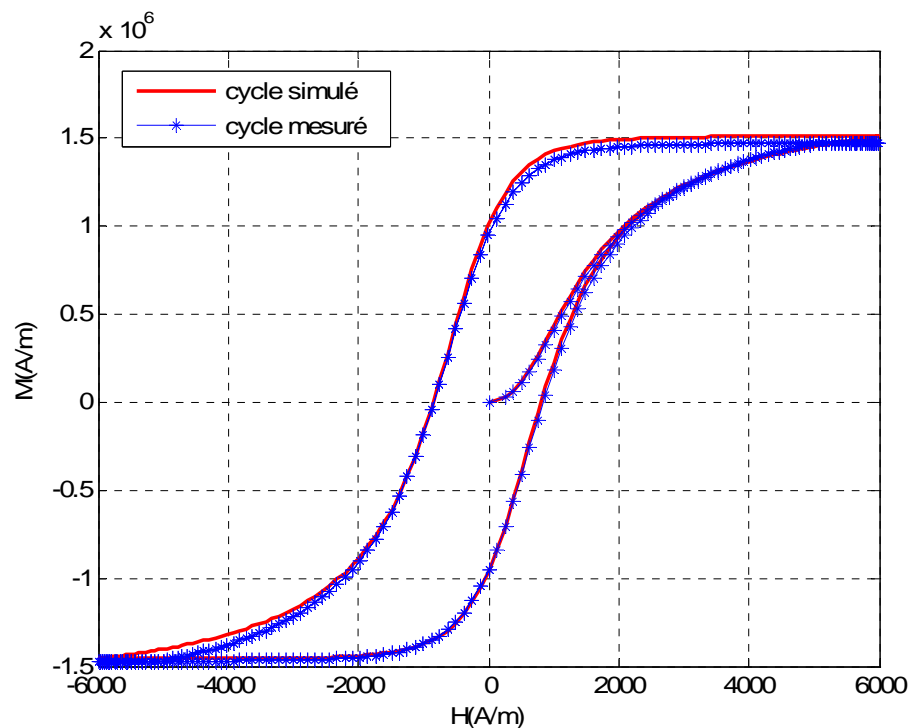
**Tab. III.2:** Résultats de l'optimisation.

Nous représentons sur la figure ci-dessous (Fig.III.12) les paramètres ( $K$ ,  $c$  et  $b$ ) de la fonction de distribution lorentzienne modifiée. Sur la figure

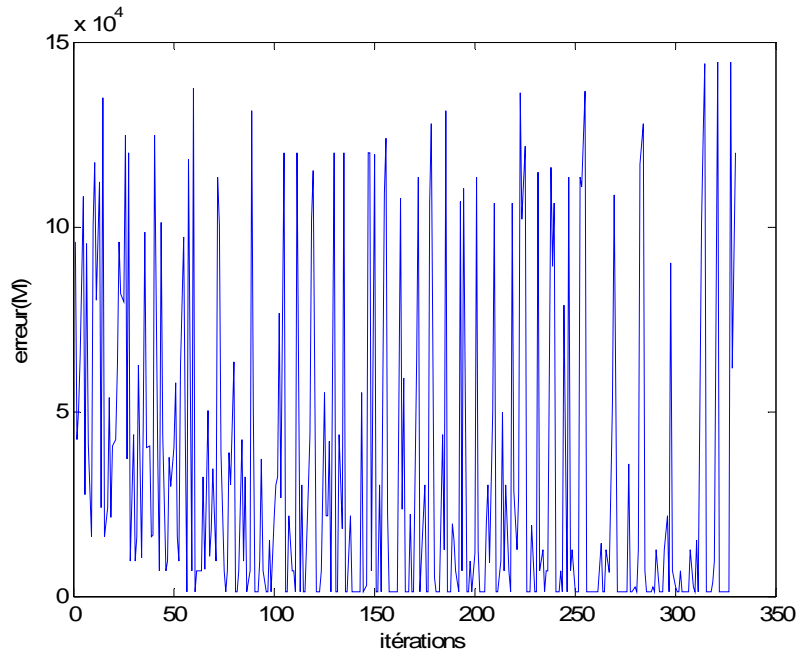
(Fig.III.13) une comparaison entre le cycle expérimental et le cycle simulé à l'aide des paramètres déterminés.



**Fig. III.12:** Paramètres déterminés par la méthode des algorithmes génétiques  $K = 0.3205$ ,  $c = 1.2191$  et  $b = 0.5897$ .



**Fig. III.13:** Comparaison d'un cycle simulé obtenu avec une distribution Lorentzienne modifiée et le cycle expérimental.  $K = 0.3205$ ,  $c = 1.2191$  et  $b = 0.5897$



**Fig. III.14:** Evolution de l'erreur  $\varepsilon$ .

### III.2.3. LES DISTRIBUTIONS DE TYPE GAUSSIENNES: [STA01], [SIR04], [BER00]

Une fonction de distribution de type Gaussienne s'écrit sous la forme:

$$\mu(h_c, h_i) = \frac{B_s}{2\pi\sigma_c\sigma_i} e^{\left(\frac{-(h_c - h_{cm})^2}{2\sigma_c^2}\right)} e^{\left(\frac{-h_i^2}{2\sigma_i^2}\right)} \quad (\text{III.4})$$

Dans la relation (III.4):

$B_s$ : représente l'induction à saturation.

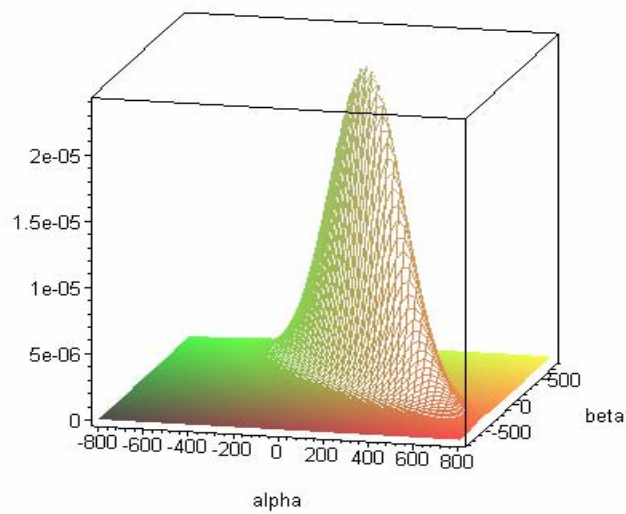
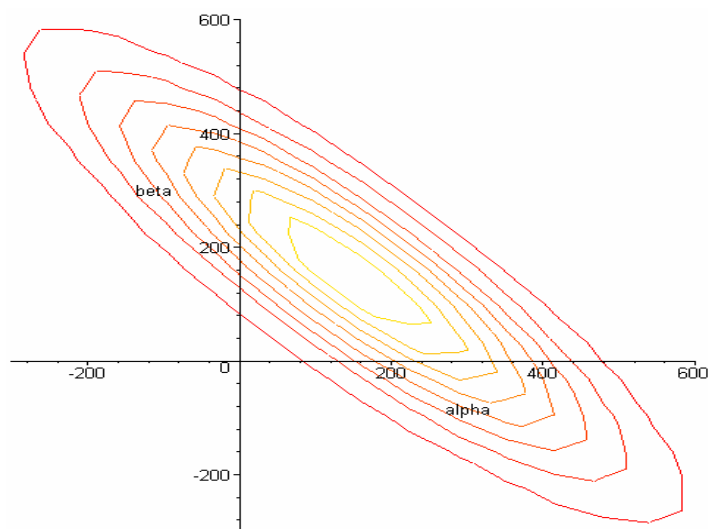
$\sigma_c, \sigma_i, h_{cm}$ : constantes de la distribution Gaussienne.

Les grandeurs  $(h_c, h_i)$  représentent les nouvelles variables qui correspondent à un changement de repère dans le plan de Preisach  $(\alpha, \beta)$  [IVA97]. La correspondance entre les deux repères est donnée par :

$$\begin{cases} \alpha = h_c + h_i \\ \beta = h_c - h_i \end{cases} \quad (\text{III.5})$$

À l'instar de la distribution de type Lorentzienne modifiée, la détermination des paramètres fait appel aux techniques d'optimisation. L'importance du nombre de paramètres permet en principe l'encadrement d'une large plage de cycles expérimentaux.

La figure ci-dessous est un exemple de représentation spatiale d'une distribution de type Gaussienne avec les paramètres :  $\sigma_c = 50$ ,  $\sigma_i = 200$  et  $h_{cm} = 150$ .

**(a)****(b)**



**Fig.III.15:** (a) représentation spatiale d'une fonction de distribution de type Gaussienne, (b) Contours de la fonction de la même fonction de distribution.

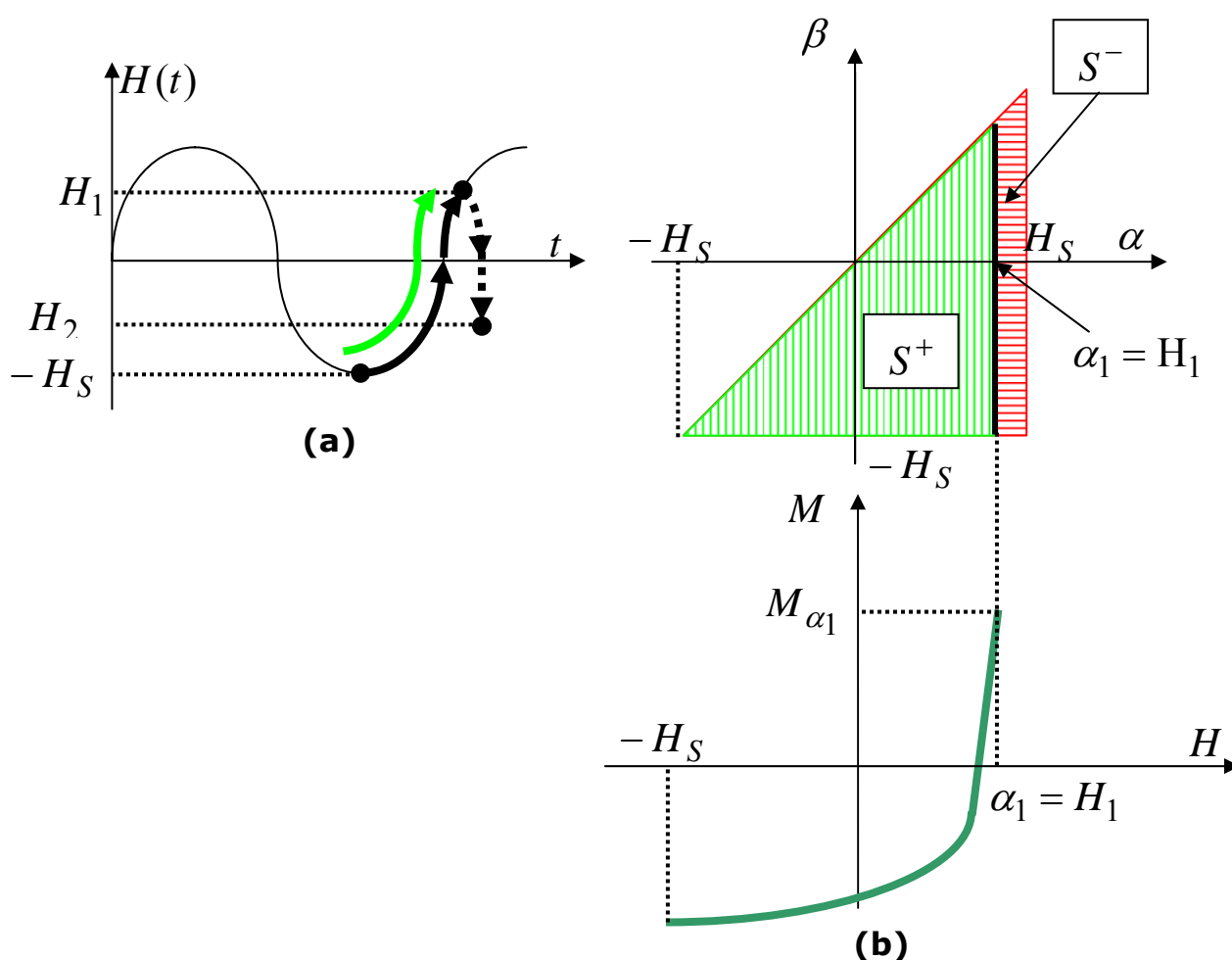
### III.3. LES MÉTHODES NUMÉRIQUES:

#### III.3.1. LA MÉTHODE DE MAYERGOYZ:

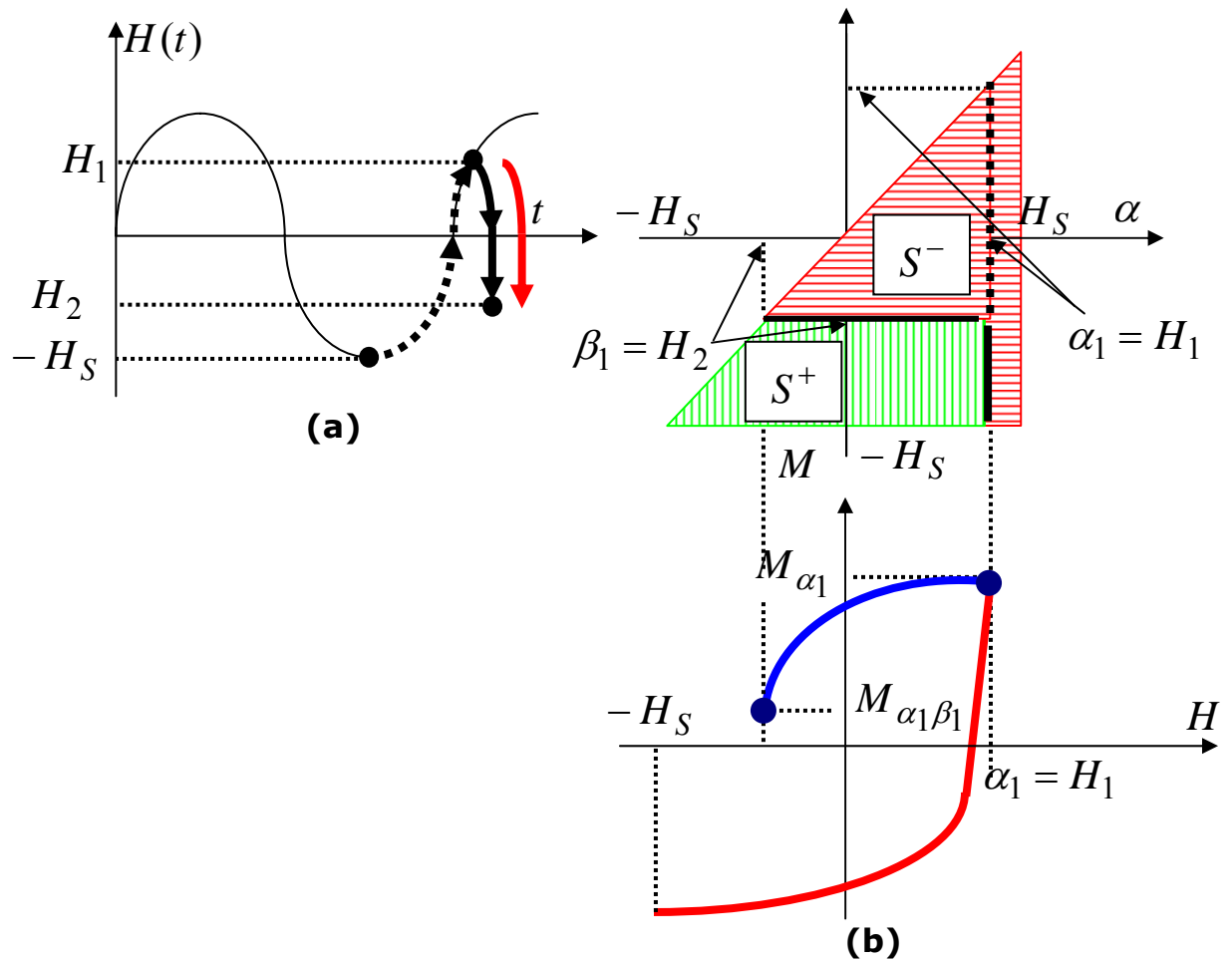
Mayergoyz [MAY86] proposa une méthode d'identification de la fonction de distribution  $\mu(\alpha, \beta)$  à partir de données expérimentales. Celle-ci est basée sur la génération expérimentale de plusieurs courbes de renversement descendantes ou ascendantes de premier ordre.

Une courbe de renversement descendante de premier ordre est obtenue de la manière suivante:

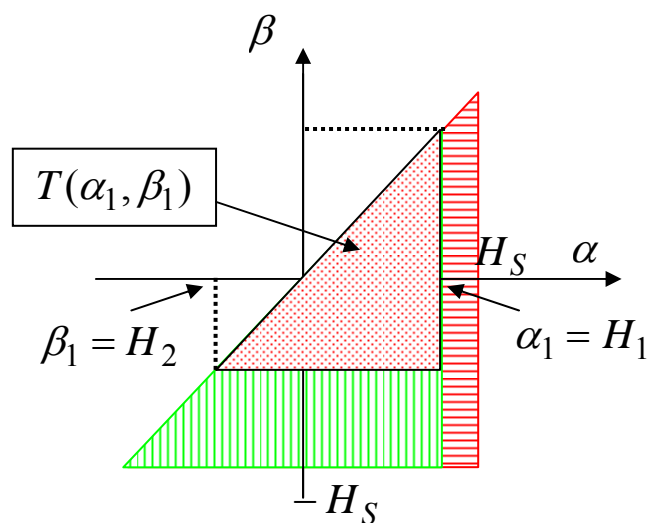
Partant d'un état de "saturation négative" ( $H(t) = -H_S$ ), on fait croître de manière monotone l'excitation jusqu'à la valeur ( $H(t) = H_1 \rightarrow \alpha_1$ ) (Fig.III.16), puis on fait décroître l'excitation jusqu'à la valeur ( $H(t) = H_2 \rightarrow \beta_1$ ) (Fig. III.17).



**Fig. III.16:** (a) champ excitateur, (b) triangle de Preisach et la partie du cycle générée par une excitation croissante de  $(-H_S)$  à  $(H_1)$ .



**Fig. III.17:** (a) champ excitateur, (b) triangle de Preisach et la partie du cycle générée par une excitation décroissante de  $(H_1)$  à  $(H_2)$ .



**Fig. III.18:** Le triangle  $T(\alpha_1, \beta_1)$  correspondant à la variation du champ entre  $H_1$  et  $H_2$ .

En examinant les figures précédentes, on remarque que le triangle noté  $T(\alpha_1, \beta_1)$  (Fig.III.18) est la portion de surface du triangle de Preisach qui est rajoutée à  $S^-$  et soustraite à  $S^+$  pour compenser la variation (dans ce cas décroissance) du champ de la valeur  $\alpha_1$  à la valeur  $\beta_1$ .

On définit la fonction  $F(\alpha_1, \beta_1)$  (fonction d'Everett) par:

$$F(\alpha_1, \beta_1) = M_{\alpha_1} - M_{\alpha_1 \beta_1} \quad (III.6)$$

$$F(\alpha_1, \beta_1) = 2 \iint_{T(\alpha_1, \beta_1)} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (III.7)$$

$$\frac{1}{2} F(\alpha_1, \beta_1) = \int_{\beta_1}^{\alpha_1} \left( \int_{\beta_1}^{\alpha} \mu(\alpha, \beta) d\beta \right) d\alpha \quad (III.8)$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \alpha_1} F(\alpha_1, \beta_1) = \int_{\beta_1}^{\alpha} \mu(\alpha, \beta) d\beta \Big|_{\alpha=\alpha_1} \quad (III.9)$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \beta_1} \left[ \frac{\partial}{\partial \alpha_1} F(\alpha_1, \beta_1) \right] = \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \alpha_1 \partial \beta_1} F(\alpha_1, \beta_1) = -\mu(\alpha, \beta) \Big|_{(\alpha_1, \beta_1)} \quad (III.10)$$

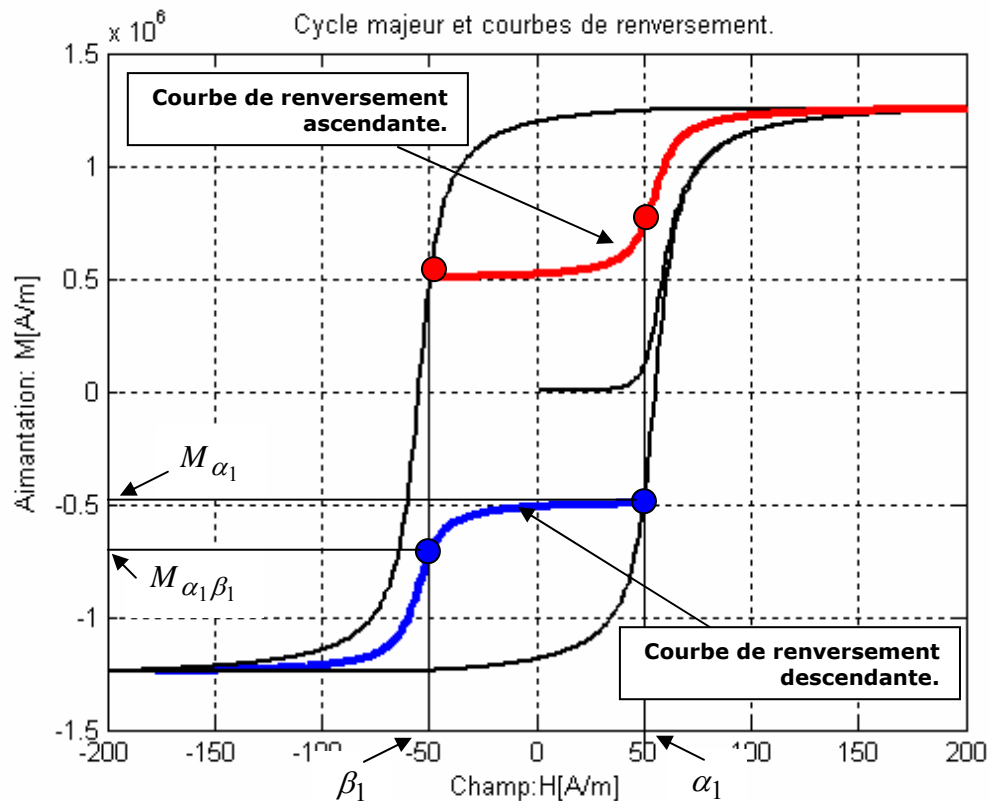
$$\mu(\alpha, \beta) \Big|_{(\alpha_1, \beta_1)} = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 F(\alpha_1, \beta_1)}{\partial \alpha_1 \partial \beta_1} \quad (III.11)$$

Les valeurs discrètes de la fonction de distribution  $\mu^*(\alpha_i, \beta_i)$  peuvent être déterminées à partir de données expérimentales extraites à partir de courbes de renversement de premier ordre ascendantes ou descendantes (Fig.III.19), en procédant de la manière suivante:

1. Construire l'approximation  $F^*(\alpha, \beta)$  à partir des valeurs  $F(\alpha_i, \beta_i)$  données par l'équation (III.6) pour un nombre ( $N$ ) de courbes de renversement.

2. Calculer les valeurs discrètes  $\mu^*(\alpha_i, \beta_i)$  de la fonction de distribution en utilisant l'équation (III.11) (il suffit de dériver deux fois la fonction  $F^*(\alpha, \beta)$  en chaque point).

L'aimantation est ensuite déterminée en utilisant le modèle mathématique de Preisach (intégration double de la fonction de distribution).



**Fig. III.19:** Exemple d'un cycle majeur avec des courbes de renversement ascendante et descendante.

### III.3.1.1. INCONVENIENTS DE LA MÉTHODE DE MAYERGOYZ:

L'implémentation numérique de cette méthode présente plusieurs inconvénients, dont:

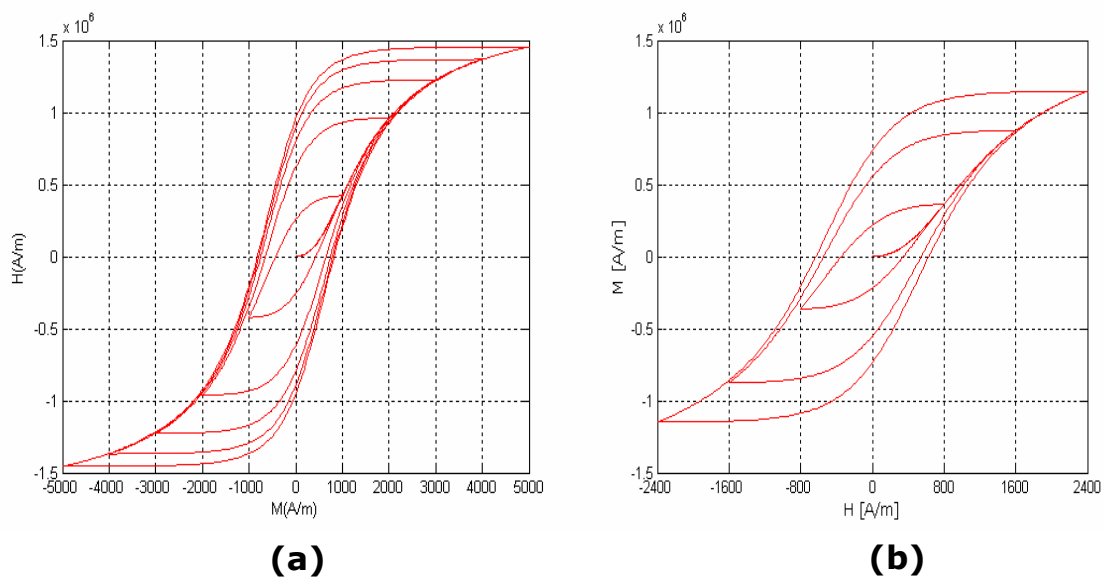
1. la nécessité de différencier la fonction  $F^*(\alpha, \beta)$  obtenue expérimentalement.
2. l'amplification d'une erreur déjà présente dans la détermination de la fonction  $F^*(\alpha, \beta)$ .

- le calcul de l'aimantation, implique une intégration double de la fonction de distribution ainsi déduite.

### III.3.2. LA MÉTHODE DES CYCLES CENTRÉS:

La méthode des cycles centrés est une méthode numérique d'identification de la fonction de distribution basée sur l'utilisation de cycles centrés.

Un cycle centré est un cycle obtenu depuis l'état désaimanté en augmentant l'excitation jusqu'à une valeur  $H_i$  puis en la faisant varier alternativement entre les amplitudes  $-H_i$  et  $+H_i$ . Le cycle majeur est considéré comme un cycle centré.



**Fig. III.20:** (a) exemple d'un faisceau de cycles centrés.  
(b) exemple de cycles centrés avec  $(\Delta H = Cte)$ .

#### III.3.2.1. DÉVELOPPEMENT DE LA MÉTHODE DES CYCLES CENTRÉS:

On considère que toutes les informations relatives au système hystérétique étudié sont contenues dans le faisceau de cycles centrés [BER00]. Pratiquement, une dizaine de cycles centrés sont nécessaires à une bonne représentation du comportement hystérétique. En outre, on

suppose que l'amplitude du champ d'excitation de chaque cycle centré est un multiple de l'amplitude du plus petit des cycles (Fig.III.20.b.).

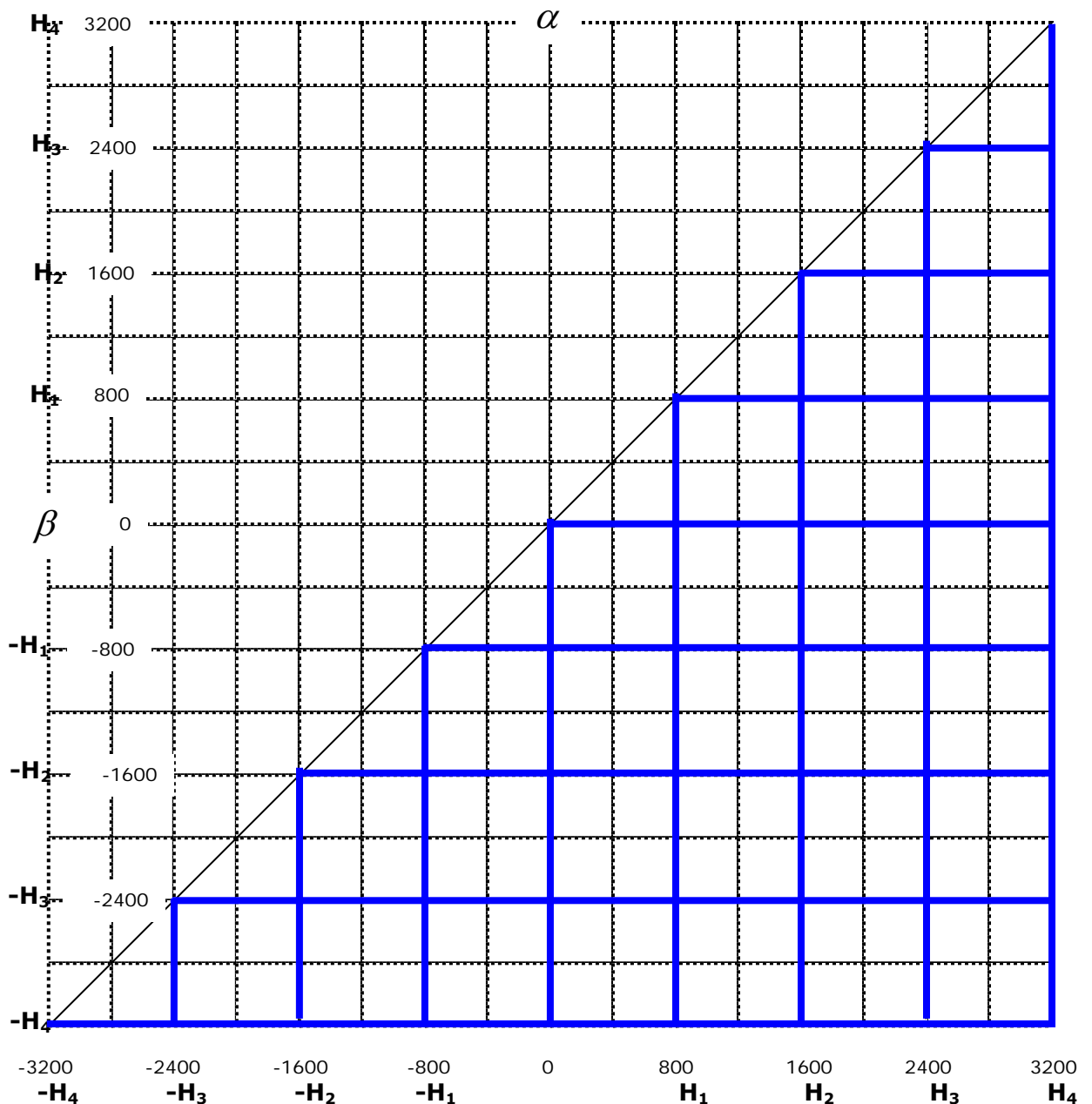
Par la suite, les notations suivantes seront adoptées:

$n_c$ : représente le nombre de cycle centrés (le cycle majeur inclus).

$\Delta H$ : représente l'amplitude du plus petit des cycles centrés.

$H_{(n)} = n \Delta H$ : représente l'amplitude du  $n^{\text{ième}}$  cycle centré.

Pour la présentation de la méthode et par souci de clarté, on considère une situation correspondant à ( $n_c = 4$ ).



**Fig. III.21:** Discrétisation du triangle de Preisach pour 4 cycles centrés  
 $\Delta H = 800 \text{ A/m}$ .

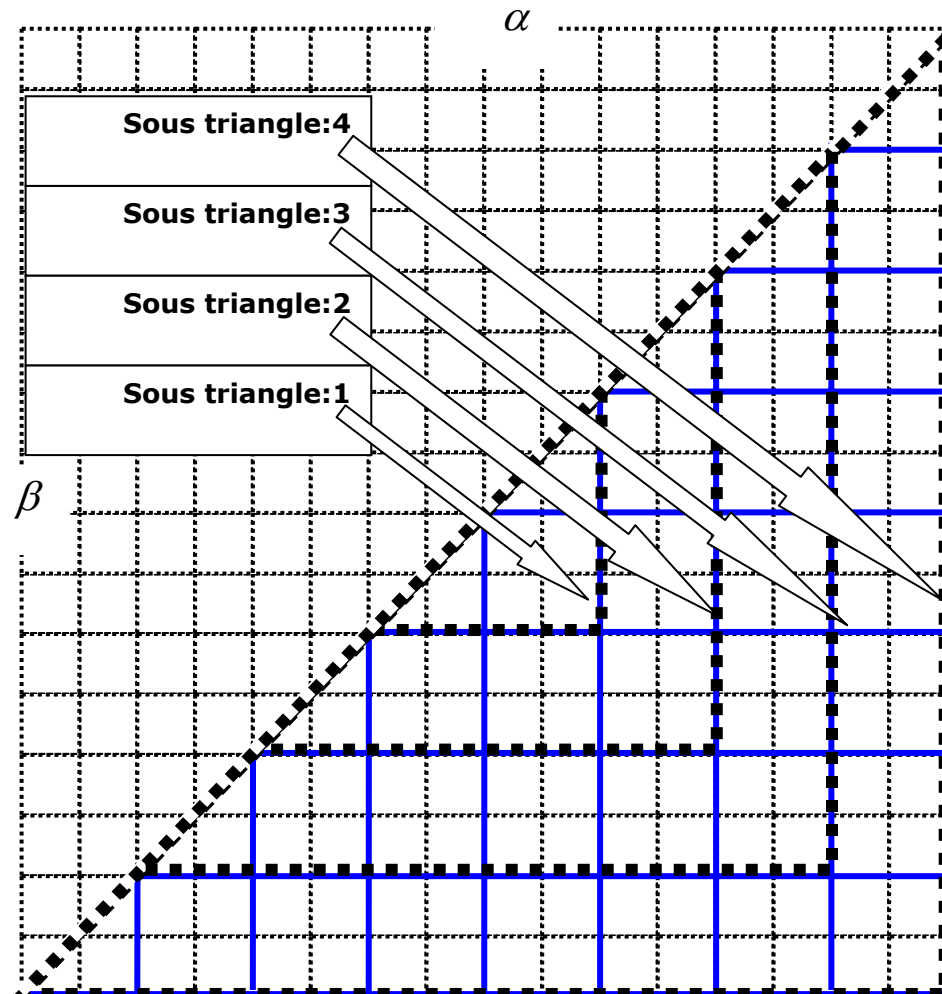
D'une manière générale, pour  $nc$  cycles centrés, le nombre de (mailles) du triangle discrétisé est donné par:

$$N_m = nc(2nc + 1) \quad (\text{III.12})$$

### III.3.2.2. LES SOUS TRIANGLES DU TRIANGLE DE PREISACH:

Dans la présentation de la méthode des cycles centrés, chaque cycle centré peut être représenté dans le plan de Preisach par un triangle appelé "sous triangle". Un sous triangle est une zone du triangle de Preisach qui constitue à elle seule un triangle fonctionnel. Le dernier sous triangle représente le triangle de Preisach.

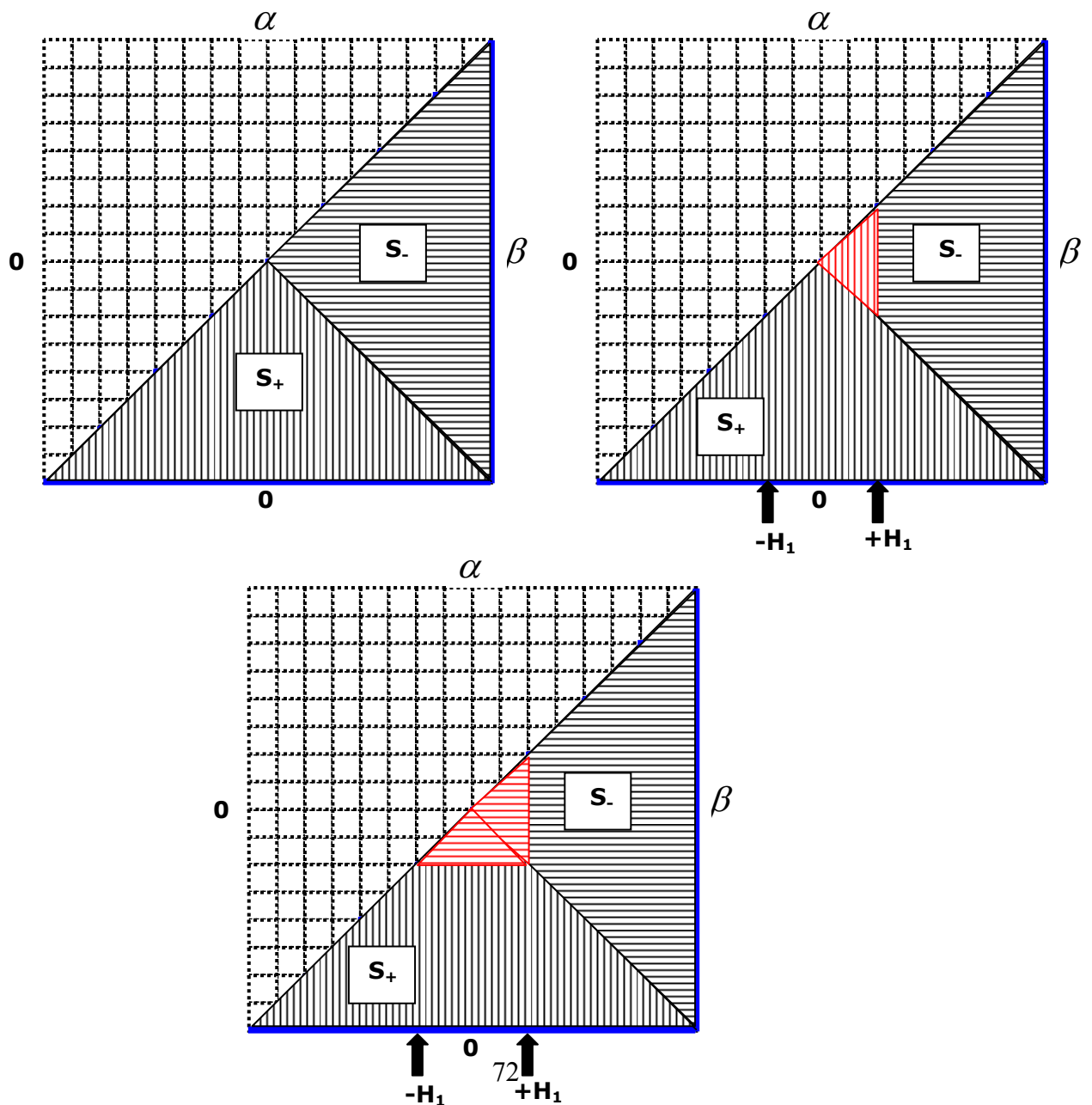
La figure ci-dessous (Fig.III.22) représente les sous triangles d'un triangle de Preisach correspondant à quatre cycles centrés ( $nc = 4$ ).



**Fig. III.22:** Les sous triangles du triangle de Preisach (au nombre de quatre pour quatre cycles centrés:  $nc = 4$ ).

### III.3.2.3. CORRESPONDANCE ENTRE LES SOUS TRIANGLES ET LES CYCLES CENTRÉS:

On considère le cycle mineur centré (N°1) correspondant aux amplitudes ( $\pm H_1$ ) (Fig.III.21). Sur la figure ci-dessous (Fig.III.23), sont représentées sur le triangle de Preisach les différentes étapes correspondant à la formation de ce cycle.



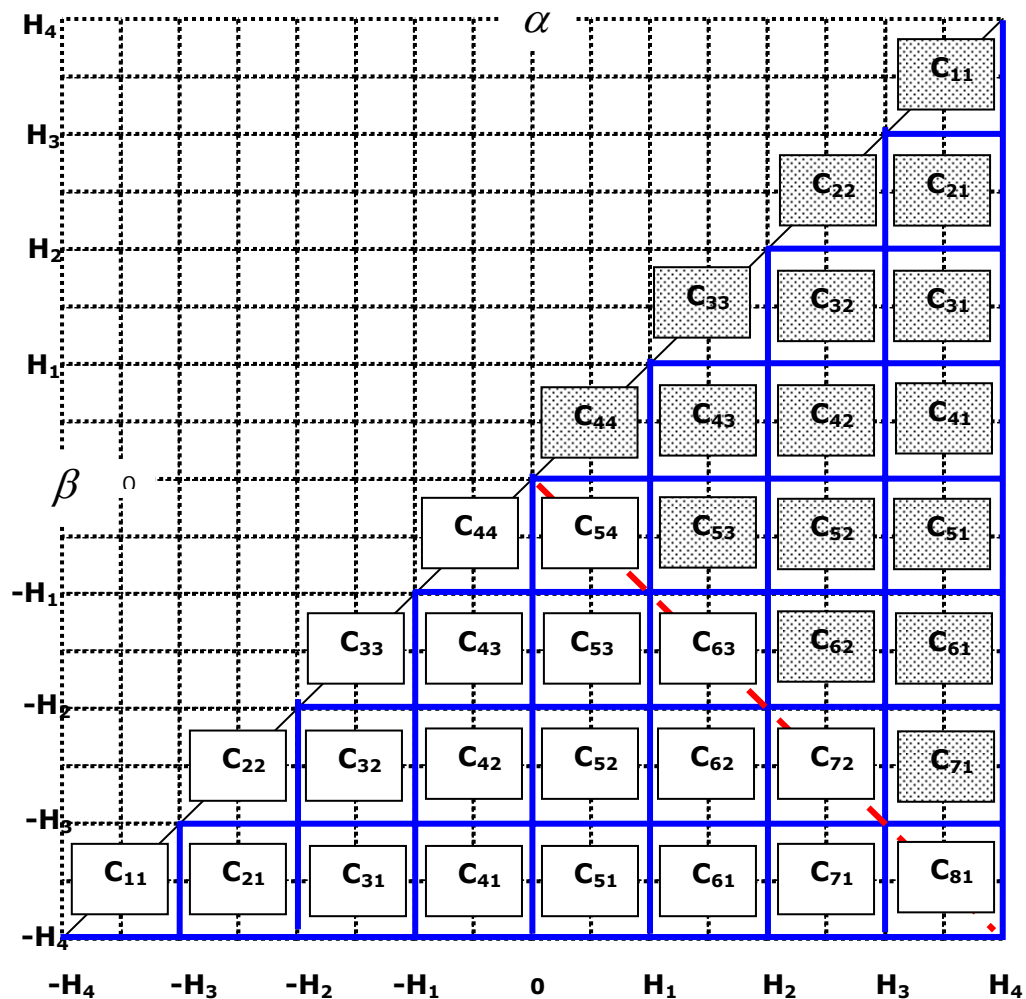




**Fig. III.23:** sous triangle N° 1 correspondant au cycle centré d'amplitude  $\pm H_1$ .

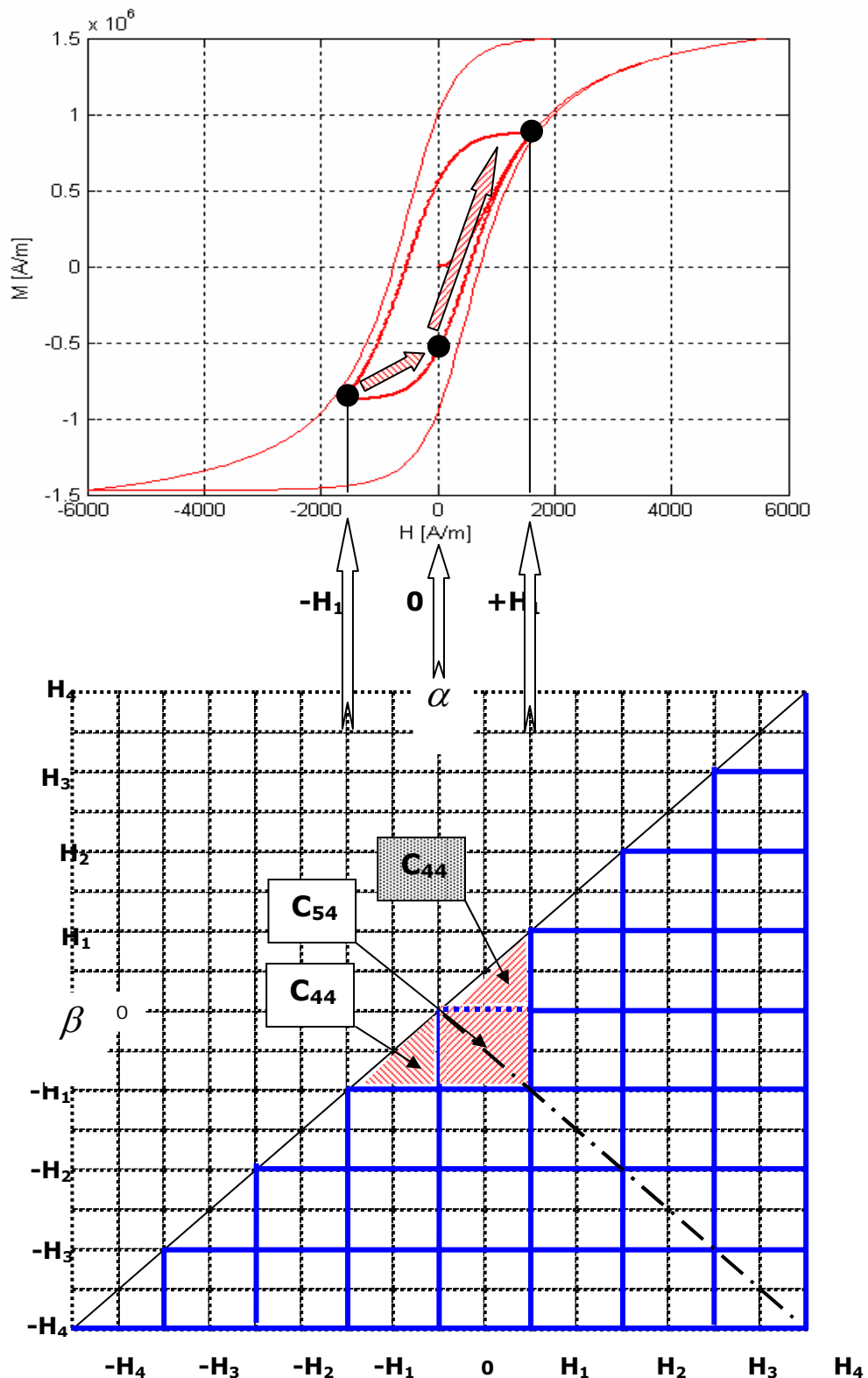
Outre les correspondances montrées ci-dessus entre les sous triangles et les cycles centrés, chaque partie de cycle centré donne une information sur le contenu des mailles du triangle discrétisé de Preisach.

L'objectif à atteindre étant l'identification de l'information contenue dans ces mailles: il s'agit de la fonction de distribution de Preisach.

En prenant en compte l'hypothèse de la symétrie de la répartition de la fonction de distribution, sur les  $nc(2nc+1)$  mailles (valeurs de la fonction de distribution) répartie sur le triangle discrétisé, nous ne considérons finalement que  $nc(nc+1)$  valeurs inconnues (Fig.III.24).



**Fig. III.24:** Numérotation des mailles cas de  $nc = 4$  cycles centrés (les cases  représentent les symétriques des cases ).

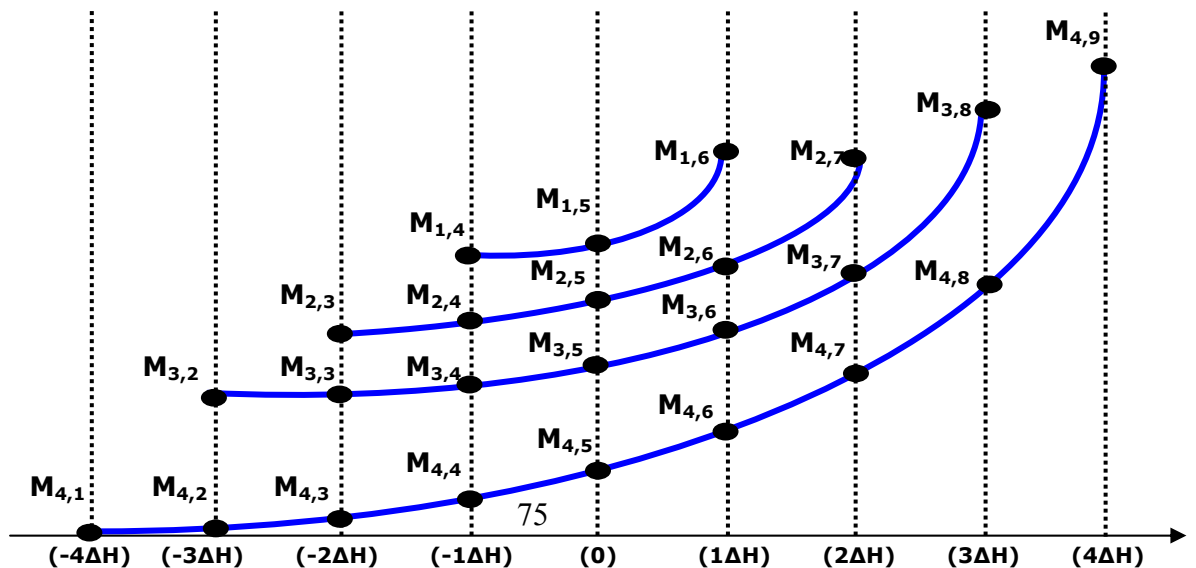


**Fig. III.25:** Parallèle entre les contenus des mailles et les variations de l'aimantation pour le premier cycle centré.

Sur la Figure (III.25), on remarque que, pour le premier cycle centré, le passage de la valeur  $-H_1$  à 0 de l'excitation (branche montante du cycle) ne fait intervenir que la maille  $C_{44}$ . Son contenu est donc déterminable à partir de la variation de la grandeur de sortie associée qui est l'aimantation ( $M$ ) dont les valeurs discrètes sont notées ( $M_{i,j}$ ) (Fig.III.26). De la même manière, la variation de l'excitation faisant passer de la valeur 0 à  $+H_1$ , ne met en jeu que les mailles  $C_{54}$  et  $C_{44}$  (située au dessus de la maille  $C_{54}$ ). Le contenu de la maille  $C_{44}$  ayant déjà été traité, il est alors possible de traiter le contenu de la maille  $C_{54}$ .

En poursuivant ce processus, le contenu de chacune des mailles du triangle de Preisach peut être déterminé. On fait par la suite l'hypothèse que la fonction de distribution est constante sur toute la surface de la maille correspondante. Sous cette hypothèse, l'intégrale de la fonction de distribution sur une maille s'écrit directement comme le produit de la fonction de distribution dans cette maille par la surface de la maille:

$$\iint_{\text{Maille}(i,j)} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta = S_{(i,j)} \mu(i, j) = \mu(i, j) \quad (\text{III.13})$$



**Fig. III.26:** Notations de l'aimantation relatives au calcul des variations  $\Delta M$  (branches ascendantes pour  $nc = 4$  cycles centrés).

#### III.3.2.4. MÉTHODOLOGIE DE CALCUL:

Notations:

$nc$ : représente le nombre de cycle centrés considérés (le cycle majeur compris).

$m = nc(nc + 1)$ : représente le nombre total de valeurs discrètes de la fonction de distribution à calculer (en prenant en compte la symétrie de la fonction de distribution).

Les valeurs discrètes de la fonction de distribution constituent les inconnues du système algébrique à résoudre. Pour chaque cycle centré ( $i$ ) les valeurs sont:

$$\begin{aligned}
 \{\mu\}_{(nc(nc+1),1)} = & \left\{ \begin{array}{l} \mu_{nc,nc} \\ \mu_{nc+1,nc} \\ \mu_{nc-1,nc-1} \\ \dots \\ \mu_{nc+2,nc-1} \\ \mu_{nc-2,nc-2} \\ \dots \\ \mu_{nc+3,nc-2} \\ \dots \\ \mu_{nc-i+k,nc-(i-1)} \\ \dots \\ \mu_{nc+i,nc-(i-1)} \\ \dots \\ \mu_{1,1} \\ \dots \\ \mu_{2nc,1} \end{array} \right. \\
 & \left. \begin{array}{l} \text{correspondantes au } 1^{\text{er}} \text{ sous triangle: } 1^{\text{er}} \text{ cycle } \mu_{ij} \\ \\ \\ \text{correspondantes au } 2^{\text{eme}} \text{ sous triangle: } 2^{\text{eme}} \text{ cycle } \mu_{ij} \\ \\ \\ \text{correspondantes au } 3^{\text{eme}} \text{ sous triangle: } 3^{\text{eme}} \text{ cycle } \mu_{ij} \\ \\ \circ \\ \circ \\ \circ \\ \circ \\ \circ \\ \text{correspondantes au } i^{\text{eme}} \text{ sous triangle: } i^{\text{eme}} \text{ cycle } \mu_{ij} \\ k = 1, \dots, 2i \\ \\ \circ \\ \circ \\ \circ \\ \circ \\ \circ \\ \text{correspondantes au } nc^{\text{eme}} \text{ sous triangle: } \mu_{ij} \\ nc^{\text{eme}} \text{ cycle} \end{array} \right.
 \end{aligned}
 \tag{III.14}$$

Les indices des valeurs discrètes de la fonction de distribution correspondantes au ( $i^{\text{eme}}$  cycle) sont données par les relations suivantes:

$$\mu_{lm} \left\{ \begin{array}{l} l = nc - i + k, \quad (k = 1, 2i) \\ m = nc - (i - 1) \end{array} \right\}
 \tag{III.15}$$

En considérant les notations relatives aux valeurs discrètes de l'aimantation pour chaque cycle centré (Fig.III.26), les variations de l'aimantation pour chaque cycle centré ( $i$ ) sont rassemblées dans le vecteur noté  $\{\Delta M\}$ :

$$\{\Delta M\}_{(nc(nc+1),1)} = \left\{ \begin{array}{l} M_{1,nc+1} - M_{1,nc} \\ M_{1,nc+2} - M_{1,nc+1} \\ M_{2,nc} - M_{2,nc-1} \\ M_{2,nc+1} - M_{2,nc} \\ M_{2,nc+2} - M_{2,nc+1} \\ M_{2,nc+3} - M_{2,nc+2} \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ M_{i,((nc+k)-(i-1))} - M_{i,((nc+k)-(i))} \\ \dots\dots\dots \\ M_{i,((nc+k)-(i-1))} - M_{i,((nc+k)-(i))} \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ M_{nc,(k+1)} - M_{nc,(k)} \\ \dots\dots\dots \\ M_{nc,(2nc+1)} - M_{nc,(2nc)} \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} \text{er cycle 1} \\ \text{eme cycle 2} \\ \text{eme cycle } i \\ k = 1, 2i \\ \text{eme cycle } nC \end{array} \right.$$

(III.16)

Pour chaque cycle centré (i), on dispose de (2i) variations de l'aimantation données par l'expression suivante:

$$\begin{cases} M_{i,((nc+k)-(i-1))} - M_{i,((nc+k)-(i))} \\ k = 1, \dots, 2i \end{cases} \quad (III.17)$$

Au total, et en tenant compte de (III.13), on dispose d'un système algébrique de (nc(nc + 1)) équations:

$$\left\{ \begin{array}{l}
\Delta M_{(1)}^{(1)} = M_{1,nc+1} - M_{1,nc} = 2\mu_{nc,nc} \\
\Delta M_{(2)}^{(1)} = M_{1,nc+2} - M_{1,nc+1} = 2\mu_{nc+1,nc} + \Delta M_{(1)}^{(1)} \\
\Delta M_{(1)}^{(2)} = M_{2,nc} - M_{2,nc-1} = 2\mu_{nc-1,nc-1} \\
\Delta M_{(2)}^{(2)} = M_{2,nc+1} - M_{2,nc} = 2\mu_{nc,nc-1} + \Delta M_{(1)}^{(1)} \\
\Delta M_{(3)}^{(2)} = M_{2,nc+2} - M_{2,nc+1} = 2\mu_{nc+1,nc-1} + \Delta M_{(2)}^{(1)} \\
\Delta M_{(4)}^{(2)} = M_{2,nc+3} - M_{2,nc+2} = 2\mu_{nc+2,nc-1} + 2 \sum_{m=1}^{2i-1=3} \mu_{nc-2+m,nc-1} \\
\dots\dots\dots \\
\Delta M_{(1)}^{(i)} = M_{i,nc-i+2} - M_{i,nc+1-i} = 2\mu_{nc-i+1,nc-(i-1)} \\
\Delta M_{(2)}^{(i)} = M_{i,nc+3-i} - M_{i,nc+2-i} = 2\mu_{nc+2-i,nc-(i-1)} + \Delta M_{(1)}^{(i-1)} \\
\Delta M_{(3)}^{(i)} = M_{i,nc+4-i} - M_{i,nc+3-i} = 2\mu_{nc+3-i,nc-(i-1)} + \Delta M_{(2)}^{(i-1)} \\
\dots\dots\dots \\
\Delta M_{(2i)}^{(i)} = M_{i,nc+i+1} - M_{i,nc+i} = 2\mu_{nc+i,nc-(i-1)} + 2 \sum_{m=1}^{2i-1} \mu_{nc-i+m,nc-(i-1)} \\
\dots\dots\dots \\
\Delta M_{(1)}^{(nc)} = M_{nc,2} - M_{nc,1} = 2\mu_{1,1} \\
\dots\dots \\
\Delta M_{(2nc)}^{(nc)} = M_{nc,2nc+1} - M_{nc,2nc} = 2\mu_{2nc,1} + 2 \sum_{m=1}^{2nc-1} \mu_{m,1}
\end{array} \right. \quad (III.18)$$

Sous forme condensée, le système algébrique précédent s'écrit:

$$[Mat]\{\mu\} = \frac{1}{2}\{\Delta M\} \quad (III.19)$$

Pour ( $nc=4$ ) cycles centrés, le système précédent (III.19) s'écrit:

$$\begin{pmatrix}
 1000000000 & 0000000000 \\
 1100000000 & 0000000000 \\
 0010000000 & 0000000000 \\
 1001000000 & 0000000000 \\
 1100100000 & 0000000000 \\
 0011110000 & 0000000000 \\
 0000001000 & 0000000000 \\
 0010000100 & 0000000000 \\
 1001000010 & 0000000000 \\
 1100100001 & 0000000000 \\
 0011110000 & 1000000000 \\
 0000001111 & 1100000000 \\
 0000000000 & 0010000000 \\
 0000001000 & 0001000000 \\
 0010000100 & 0000100000 \\
 1001000010 & 0000010000 \\
 1100100001 & 0000001000 \\
 0011110000 & 0100000100 \\
 0000001111 & 1100000010 \\
 0000000000 & 0011111111
 \end{pmatrix}
 \begin{pmatrix}
 \mu_{44} \\
 \mu_{54} \\
 \mu_{33} \\
 \mu_{43} \\
 \mu_{53} \\
 \mu_{63} \\
 \mu_{22} \\
 \mu_{32} \\
 \mu_{42} \\
 \mu_{52} \\
 \mu_{62} \\
 \mu_{72} \\
 \mu_{11} \\
 \mu_{21} \\
 \mu_{31} \\
 \mu_{41} \\
 \mu_{51} \\
 \mu_{61} \\
 \mu_{71} \\
 \mu_{81}
 \end{pmatrix}
 = \frac{1}{2M_s}
 \begin{pmatrix}
 M_{15} - M_{14} \\
 M_{16} - M_{15} \\
 M_{24} - M_{23} \\
 M_{25} - M_{24} \\
 M_{26} - M_{25} \\
 M_{27} - M_{26} \\
 M_{33} - M_{32} \\
 M_{34} - M_{33} \\
 M_{35} - M_{34} \\
 M_{36} - M_{35} \\
 M_{37} - M_{36} \\
 M_{38} - M_{37} \\
 M_{42} - M_{41} \\
 M_{43} - M_{42} \\
 M_{44} - M_{43} \\
 M_{45} - M_{44} \\
 M_{46} - M_{45} \\
 M_{47} - M_{46} \\
 M_{48} - M_{47} \\
 M_{49} - M_{48}
 \end{pmatrix}
 \tag{III.20}$$

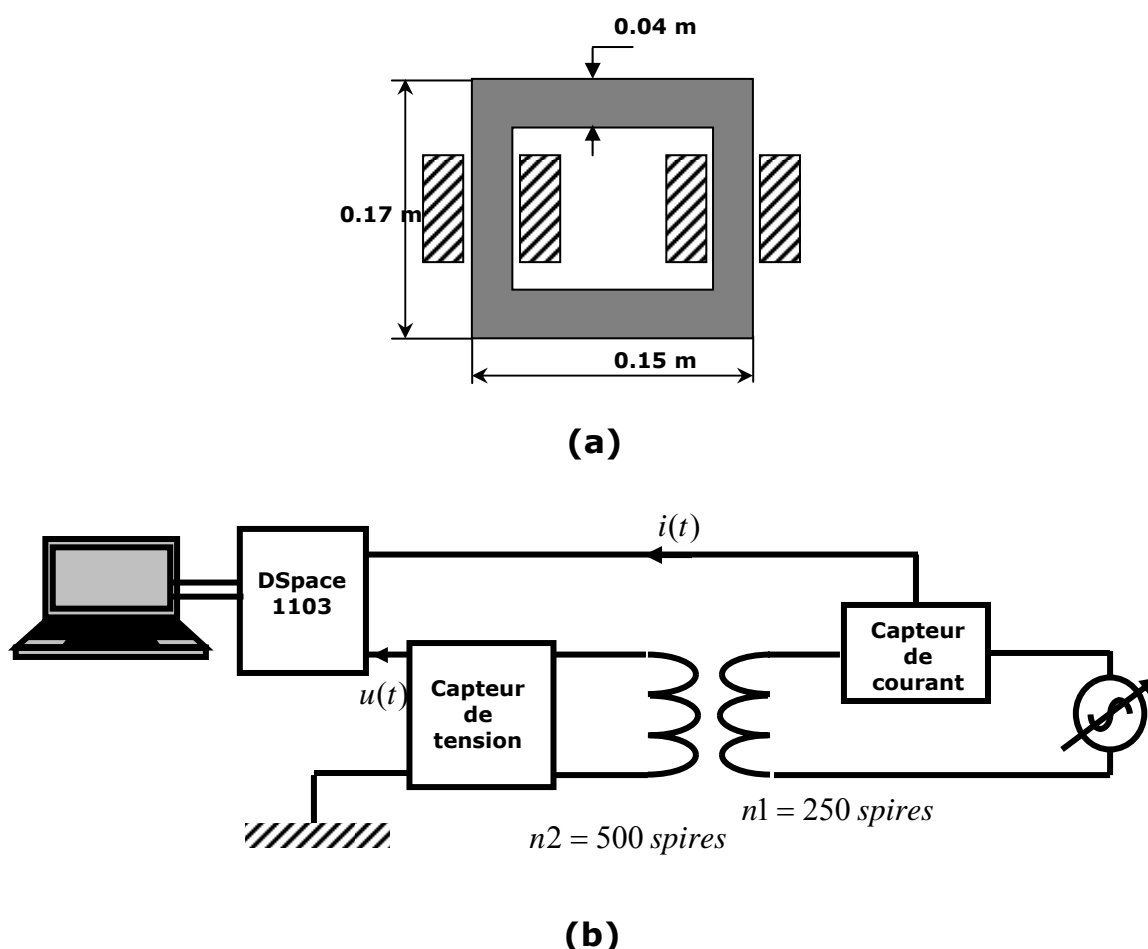
La résolution numérique du système (III.20) permet la détermination des valeurs discrètes de la fonction de distribution correspondant au triangle de Preisach précédemment discrétisé (Fig.III.24).

### III.3.2.5. MÉTHODOLOGIE EXPÉRIMENTALE:

La méthode numérique précédemment exposée est basée sur des mesures expérimentales relevées à partir de la génération de faisceaux de cycles centrés. La figure ci-dessous (Fig.III.27) montre le dispositif expérimental utilisé au sein du LSPIEB (Laboratoire des Systèmes de



propulsion – d'Induction Electromagnétique de Batna) pour générer de tels faisceaux.



**Fig. III.27:** (a) circuit magnétique étudié, (b) schéma électrique du dispositif expérimental.

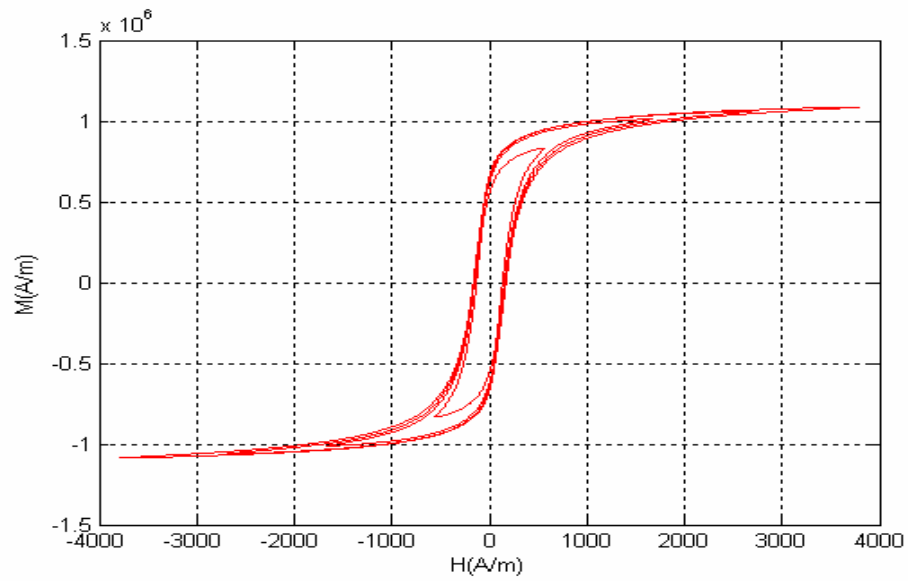
#### REMARQUES:

1. En utilisant un pas de tension constant, on obtient un pas d'induction (aimantation) constant.
2. En utilisant un pas de courant constant, on obtient un pas d'intensité de champ constant.

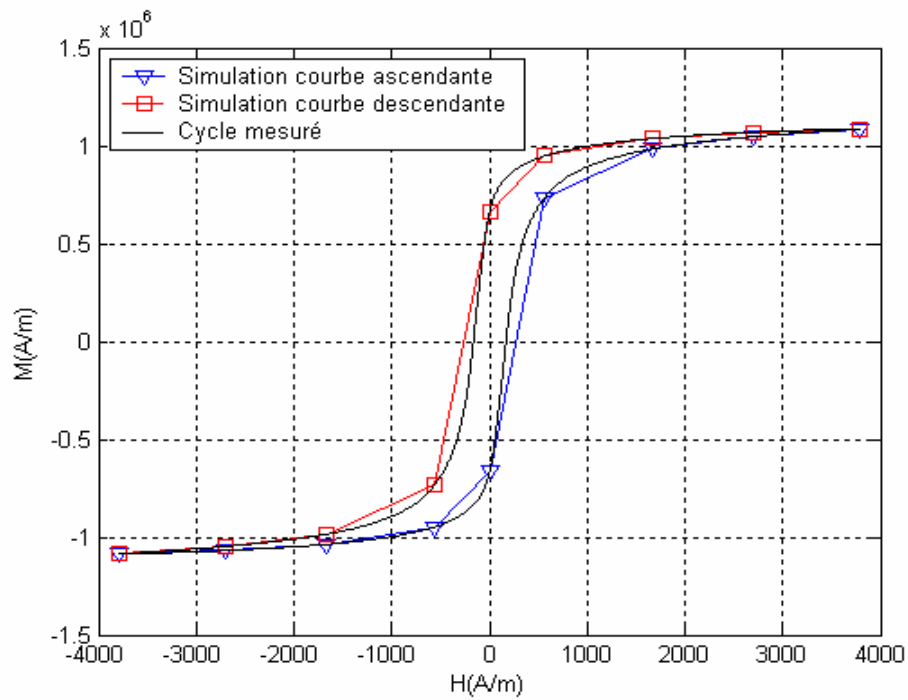
#### III.4. RÉSULTATS ET DISCUSSIONS:

Nous avons réalisés un programme de calcul des valeurs de la fonction de distributions utilisant des données expérimentales relevées à partir de cycles centrés expérimentaux. Les résultats présentés ci-dessous concernent 4, 8 et 16 cycles centrés (le cycle majeur compris).

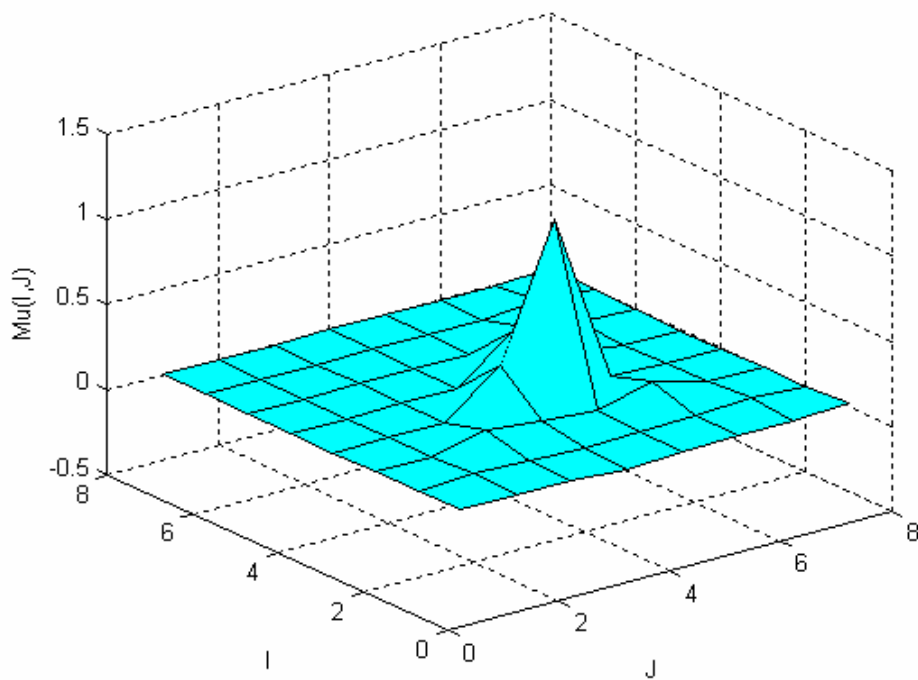
##### 4. Résultats des simulations pour 4 cycles centrés:



(a)



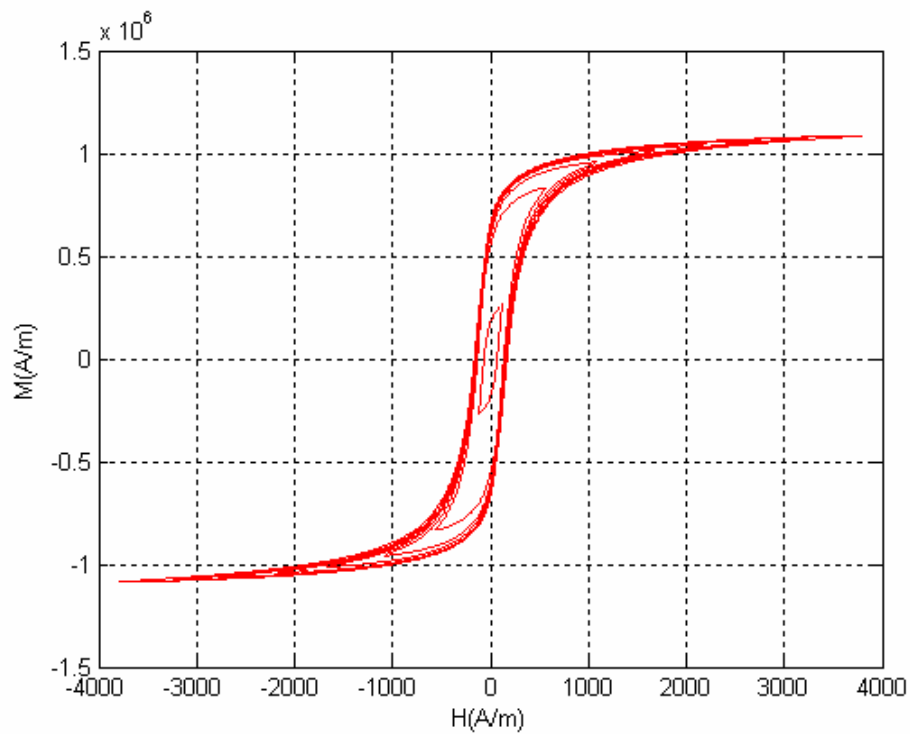
(b)



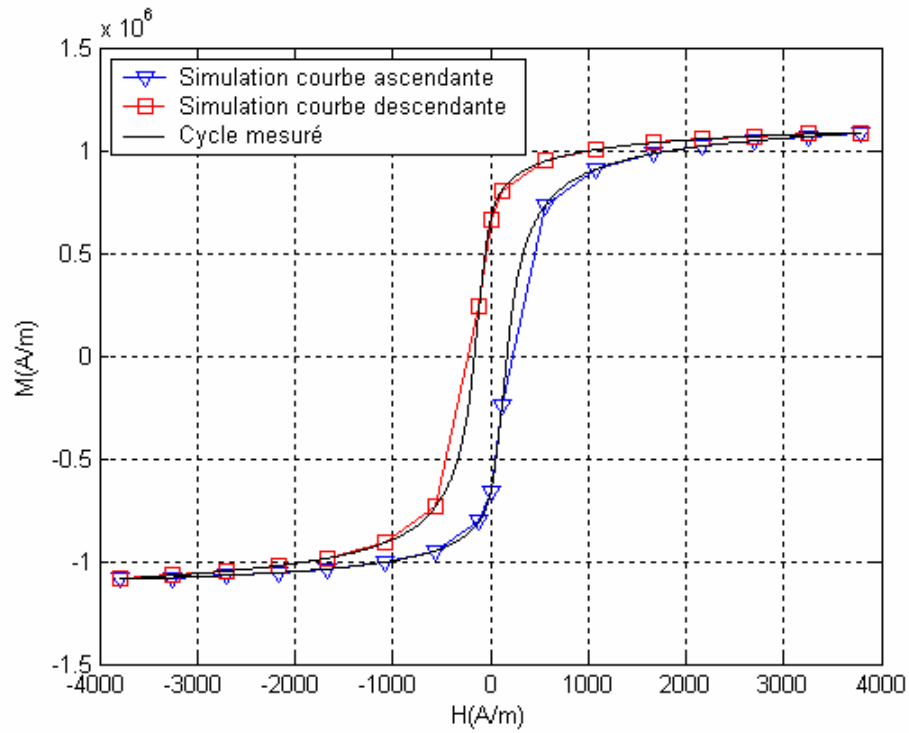
(c)

**Fig. III.28:** (a) faisceau de 4 cycles centrés, (b) cycles majeurs expérimental et simulé, (c) fonction de distribution.

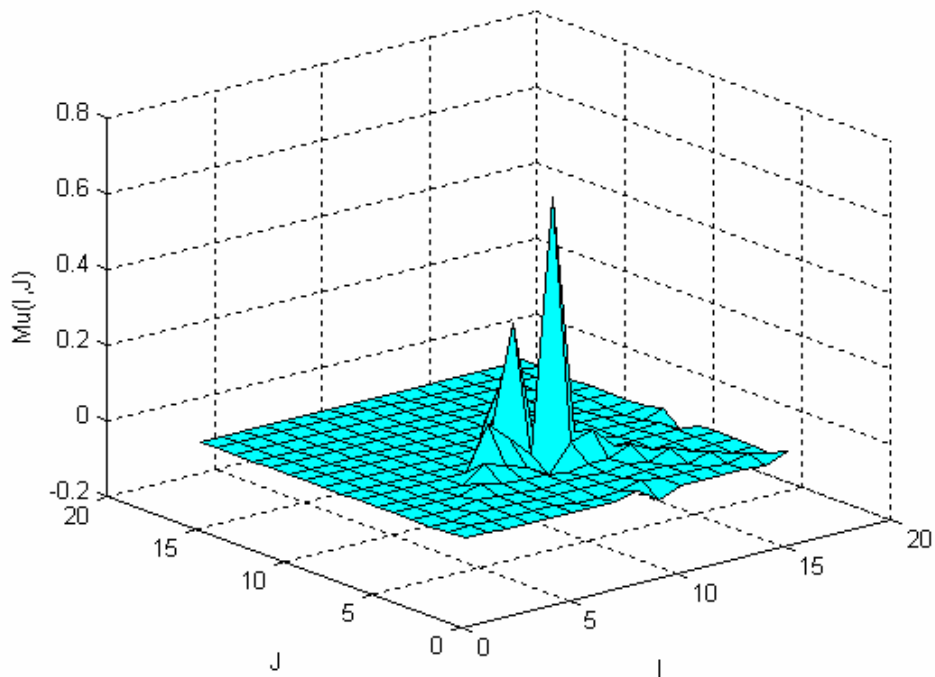
### 5. Résultats des simulations pour 8 cycles centrés:



(a)



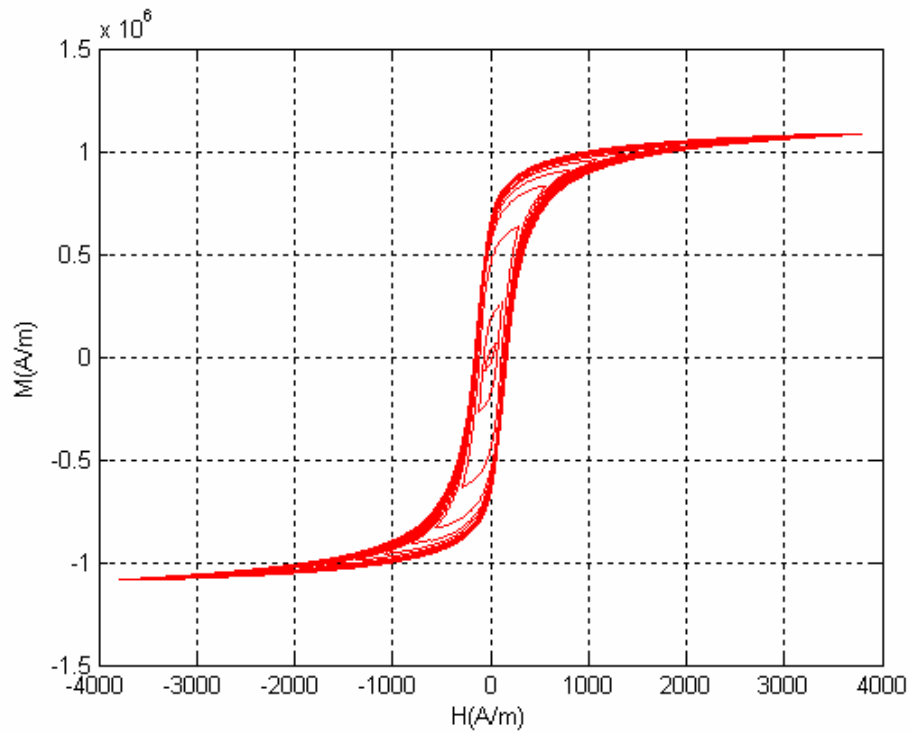
(b)



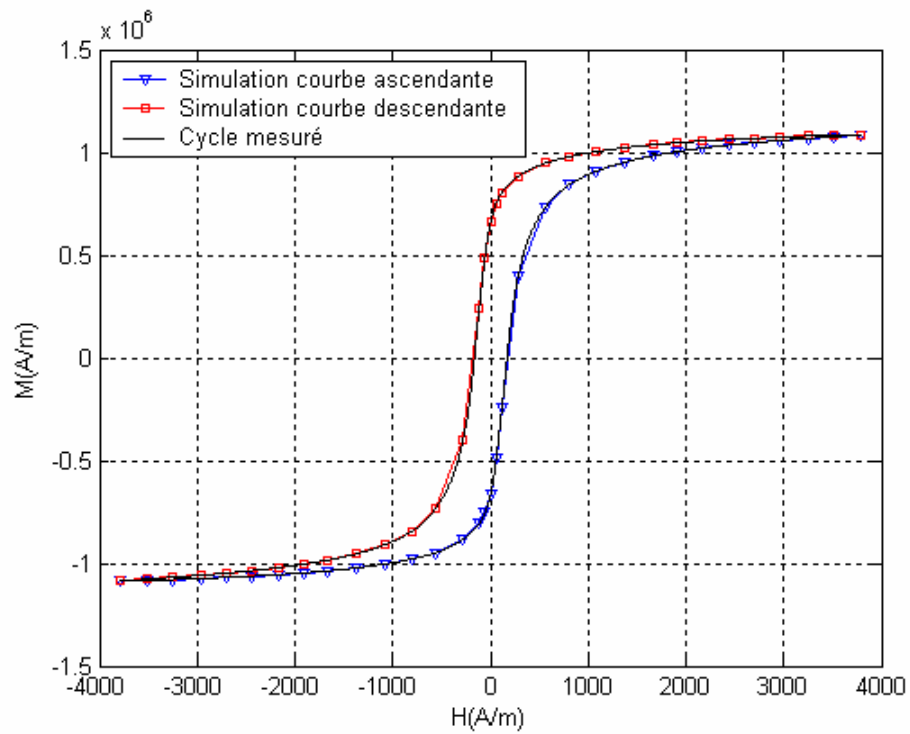
(c)

**Fig. III.29:** (a) faisceau de 8 cycles centrés, (b) cycles majeurs expérimental et simulé, (c) fonction de distribution.

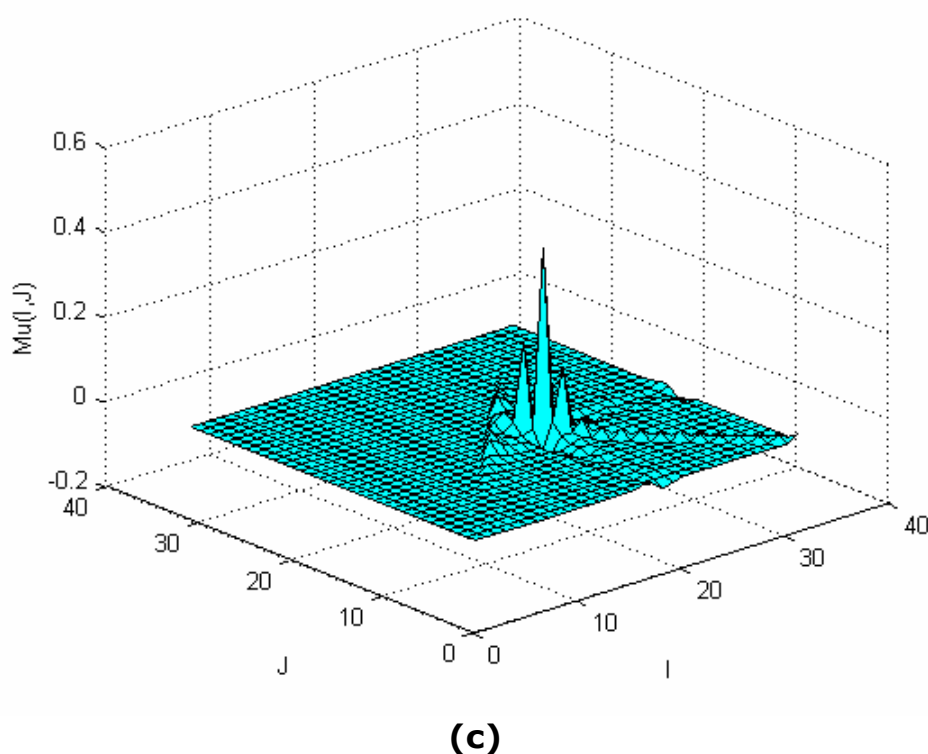
## 6. Résultats des simulations pour 16 cycles centrés:



(a)



(b)



**Fig. III.30:** (a) faisceau de 16 cycles centrés, (b) cycles majeurs expérimental et simulé, (c) fonction de distribution.

Nous constatons que l'augmentation du nombre de cycles centrés (on passe de 4 cycles centrés à 8 cycles centrés puis à 16 cycles centrés) permet d'obtenir une meilleure représentation du cycle expérimental par cette méthode (Fig.III.28.b, Fig.III.29.b et Fig.III.30.b).

La simulation numérique donne des valeurs très proche du cycle expérimental dans les zones de saturation.

L'augmentation du nombre de cycles entraîne par ailleurs une diminution de la taille de la surface des cases  $C_{ij}$  ce qui est en accord avec l'hypothèse de la distribution uniforme de la fonction de distribution par maille.

On remarque que la fonction de distribution comporte des valeurs négatives (Fig.III.28.c, Fig.III.29.c et Fig.III.30.c) et ceci dans des régions situées loin des cases triangulaires adjacentes à la droite  $\alpha = \beta$ .

Lors de l'utilisation du modèle (somme de valeurs), l'influence des valeurs négatives devient négligeable et la perméabilité (susceptibilité)

reste positive, ce qui est cohérent avec le phénomène de l'hystérésis magnétique.

### **III.5. CONCLUSION:**

Dans ce chapitre, nous avons présenté des méthodes analytiques et des méthodes numériques d'identifications de la fonction de distribution. Les méthodes analytiques ne nécessitent que le relevé du cycle majeur d'hystérésis du matériau.

La fonction de distribution de type lorentzienne est simple d'utilisation mais son faible nombre de paramètres est un facteur limitatif de la précision. La fonction de distribution de type lorentzienne modifiée nécessite des méthodes d'optimisation pour la détermination des paramètres.

Les méthodes numériques d'identification de la fonction de distribution font appel à des données expérimentales autre que le cycle majeur.

La méthode numérique présentée dans ce chapitre donne des résultats très cohérents avec les relevés expérimentaux et paraît très intéressante vu que les mesures sont simples à acquérir comparé à d'autres méthodes (méthode de Mayergoyz utilisant les cycles de renversement de premier ordre).

## QUATRIÈME CHAPITRE: LE MODÈLE STATIQUE INVERSE DE PREISACH

### IV.0. INTRODUCTION:

Le modèle scalaire "direct" de Preisach exposé précédemment permettait d'obtenir une relation hystérétique donnant la variation de l'aimantation (ou de l'induction) en fonction de l'excitation.

$$\begin{cases} M = f(H) \\ B = f(H) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} H(t) \xrightarrow{f} M(t) \\ H(t) \xrightarrow{f} B(t) \end{cases} \quad (\text{IV.1})$$

Parfois, il est nécessaire de connaître la relation inverse, c'est-à-dire, la relation reliant la variation de l'excitation en fonction de l'aimantation (ou de l'induction) induite [ERM00], [REI98].

$$\begin{cases} H = f^{-1}(M) \\ H = f^{-1}(B) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} M(t) \xrightarrow{f^{-1}} H(t) \\ B(t) \xrightarrow{f^{-1}} H(t) \end{cases} \quad (\text{IV.2})$$

Ceci est particulièrement vrai dans le cas d'une analyse par éléments finis en magnétostatique. Suivant la formulation utilisée, potentiel scalaire ou vecteur [LEB01], il est nécessaire d'avoir une relation, respectivement, de type (IV.1) ou (IV.2).

Dans les chapitres précédents II et III, nous avons présenté le modèle statique de Preisach basé sur une fonction de distribution  $\mu(\alpha, \beta)$  dont nous avons exposés les différentes méthodes d'identification. La principale méthode numérique d'identification étant la méthode des cycles centrés. Une fois la phase d'identification terminée, on arrive à modéliser le comportement de l'aimantation (respectivement de l'induction) en fonction de l'excitation.

Dans ce chapitre, nous utilisons la même approche, c'est-à-dire une méthode numérique d'identification d'une *fonction de distribution "inverse"* notée  $\nu(\alpha', \beta')$ , mais, utilisant *des cycles centrés "inversés"*. La variation de l'excitation est alors donnée par une relation de la forme:



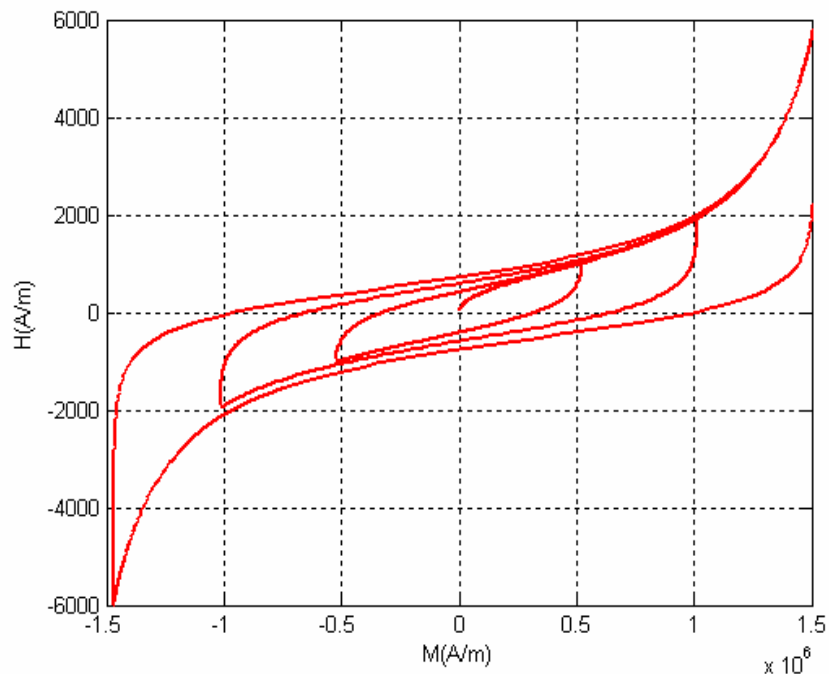
$$\Delta H = 2 \iint \nu(\alpha', \beta') d\alpha' d\beta' \quad (IV.3)$$

### REMARQUES:

1. La relation (IV.3) est équivalente à la relation hystérétique "directe" établie dans le chapitre (III) qui associe la variation de l'aimantation ( $\Delta M$ ) à une intégrale double de la fonction de distribution "directe" de Preisach  $\mu(\alpha, \beta)$  étendue à la zone correspondante sur le triangle de Preisach.
2. La détermination de la relation inverse requiert l'identification de la fonction de distribution inverse  $\nu(\alpha', \beta')$ .

### IV.1. DESCRIPTION DE LA MÉTHODE D'IDENTIFICATION [BER02]:

Pour la présentation de la méthode et par soucis de clarté, on utilisera un système de trois cycles centrés inversés (obtenus à partir de données expérimentales) (Fig.IV.1).



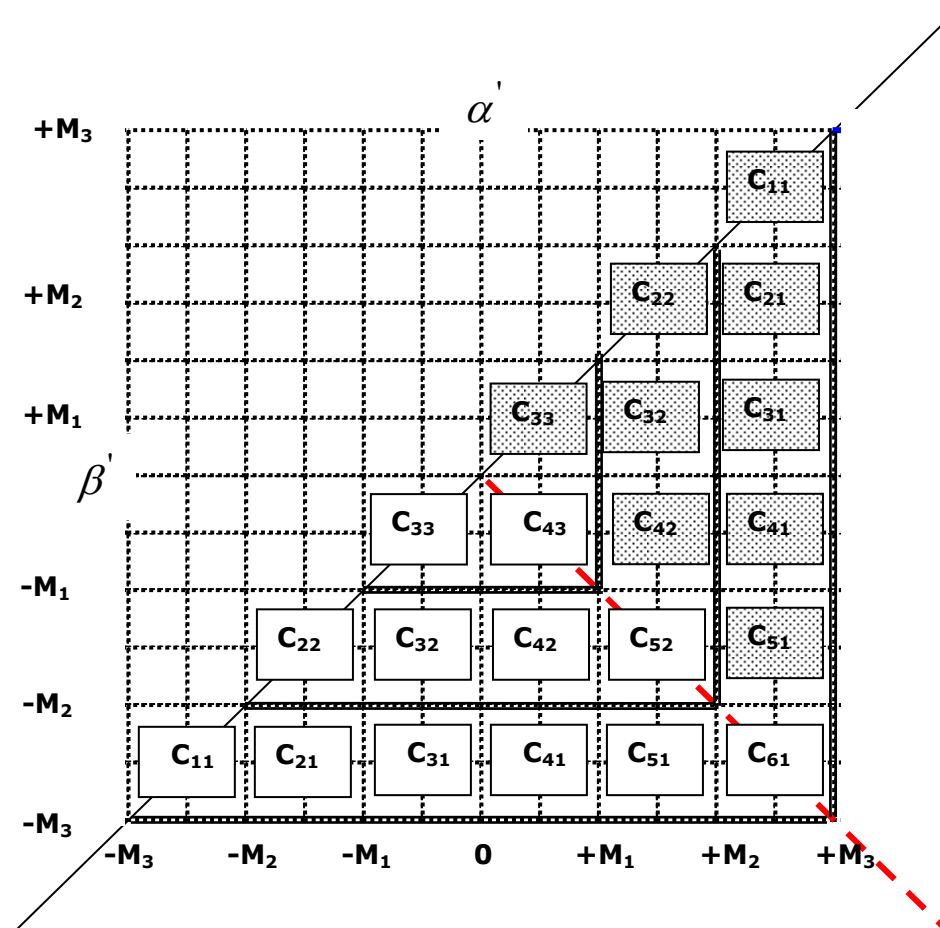
**Fig. IV.1:** Faisceau de 03 cycles inversés centrés avec ( $\Delta M = c^{te}$ ).



Comme nous l'avons montré précédemment, chaque cycle centré inversé pourra être représenté dans le plan de Preisach par un petit triangle appelé "sous triangle".

On considère par ailleurs que toutes les informations relatives au système hystérétique étudié sont contenues dans le faisceau de cycles centrés inversés.

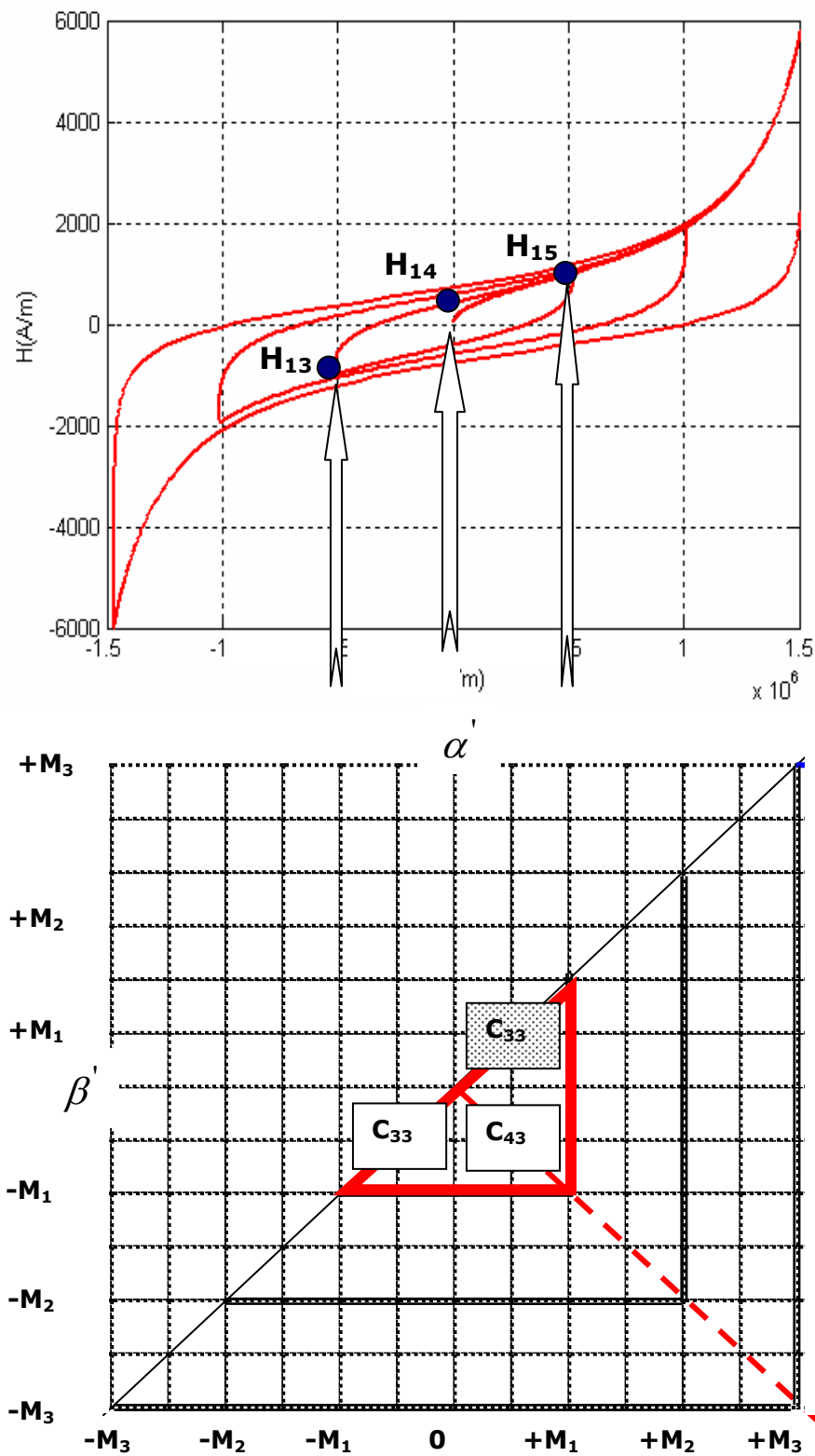
En outre, l'amplitude de l'aimantation de chaque cycle centré inversé est un multiple de l'amplitude du plus petit des cycles ( $\Delta M = \text{constante}$ ).

Le plan de Preisach est discrétisé en trois sous triangles et possède (21) vingt et une mailles (voir figure ci-dessous).



**Fig. IV.2:** Numérotation des mailles cas de  $n = 3$  cycles centrés inversés (les cases  représentent les symétriques des cases  ).

#### IV.1.1. CORRESPONDANCE ENTRE LES CYCLES CENTRÉS INVERSÉS ET LES MAILLES DU TRIANGLE DISCRÉTISÉ DE PREISACH:



**Fig.IV.3:** Correspondance entre le premier cycle centré inversé et le sous triangle du triangle de Preisach.

Pour le premier cycle centré inversé (Fig.IV.3), le passage de la valeur  $-M_1$  à 0 de l'aimantation ne fait intervenir que la maille  $C_{33}$ . Son contenu est donc déterminable à partir de la variation de la grandeur de sortie associée (l'excitation  $H$ ).

De la même manière, la variation de l'aimantation faisant passer de la valeur 0 à  $+M_1$ , ne met en jeu que les mailles  $C_{43}$  et  $C_{33}$  (située au dessus de la maille  $C_{43}$ ). Le contenu de la maille  $C_{33}$  ayant déjà été traité, il est alors possible de traiter le contenu de la maille  $C_{43}$ .

En poursuivant ce processus, le contenu de chacune des mailles du triangle de Preisach peut être déterminé. Par la suite, on suppose que la fonction de distribution inverse associée est constante sur toute la surface de la maille correspondante. Sous cette hypothèse, l'intégrale de la fonction de distribution sur une maille s'écrit directement comme le produit de la fonction de distribution dans cette maille par la surface de la maille:

$$\iint_{Maille(i,j)} \nu(\alpha', \beta') d\alpha' d\beta' = S_{(i,j)} \nu(i, j) = \nu_{ij} \quad (\text{VI. 4})$$

#### IV.1.2. MÉTHODOLOGIE DE CALCUL:

Notations:

$nc$ : représente le nombre de cycle centrés inversés considérés (le cycle majeur inversé compris).

$m = nc(nc + 1)$ : représente le nombre total de valeurs discrètes de la fonction de distribution inverse  $\nu(\alpha', \beta')$  à calculer (en prenant en compte la symétrie de la fonction de distribution).

Les valeurs discrètes de la fonction de distribution constituent les inconnues du système algébrique à résoudre. Pour chaque cycle centré inversé ( $i$ ), les indices des valeurs discrètes de la fonction de distribution correspondantes sont données par les relations suivantes:

$$v_{lm} \begin{cases} l = nc - i + k, & (k = 1, 2i) \\ m = nc - (i - 1) \end{cases} \quad (\text{VI. 5})$$

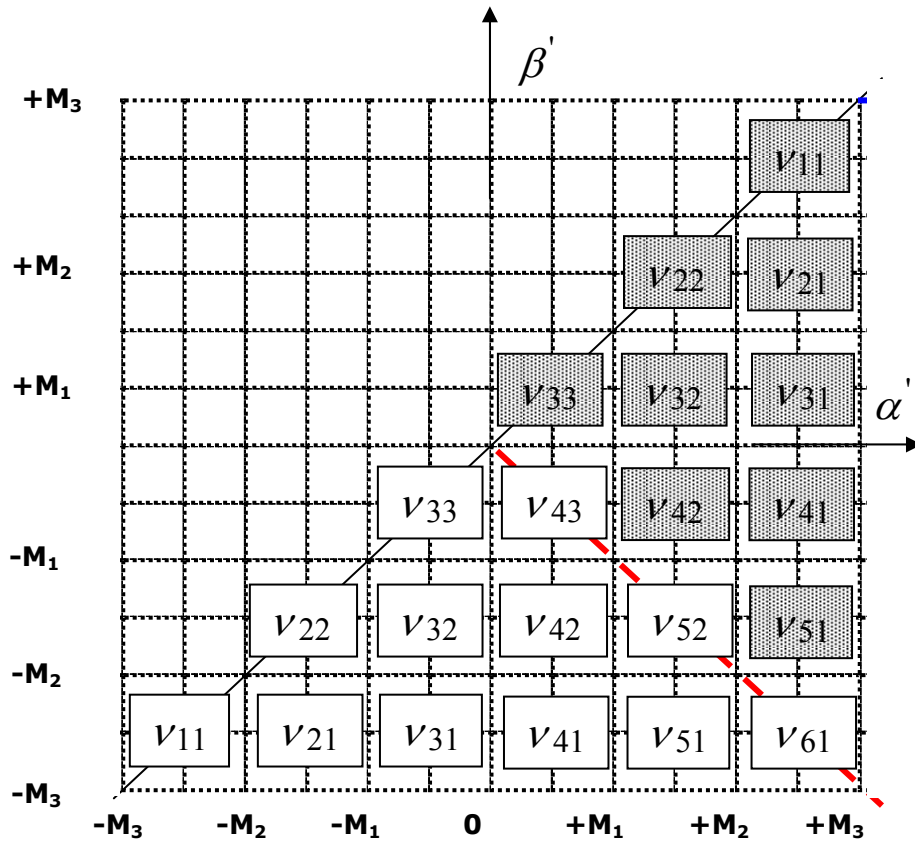
Pour chaque cycle centré inversé ( $i$ ), on dispose de ( $2i$ ) variations de l'excitation données par l'expression suivante:

$$\begin{cases} H_{i,((n_c+k)-(i-1))} - H_{i,((n_c+k)-i)} \\ k = 1, \dots, 2i \end{cases} \quad (\text{VI.6})$$

En combinant pour chaque cycle centré inversé ( $i$ ) les équations (VI.3) et (VI.4), on obtient un système algébrique dont les inconnues sont les valeurs discrètes de la fonction inverse de distribution  $v(\alpha', \beta')$ . Pour 03 cycles centrés inversés le système a la forme:

$$\begin{pmatrix} 1000000000 & 00 \\ 1100000000 & 00 \\ 0010000000 & 00 \\ 1001000000 & 00 \\ 1100100000 & 00 \\ 0011110000 & 00 \\ 0000001000 & 00 \\ 0010000100 & 00 \\ 1001000010 & 00 \\ 1100100001 & 00 \\ 0011110000 & 10 \\ 0000001111 & 11 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{33} \\ v_{43} \\ v_{22} \\ v_{32} \\ v_{42} \\ v_{52} \\ v_{11} \\ v_{21} \\ v_{31} \\ v_{41} \\ v_{51} \\ v_{61} \end{pmatrix} = \frac{1}{2H_s} \begin{pmatrix} H_{14} - H_{13} \\ H_{15} - H_{14} \\ H_{23} - H_{22} \\ H_{24} - H_{23} \\ H_{25} - H_{24} \\ H_{26} - H_{25} \\ H_{32} - H_{31} \\ H_{33} - H_{32} \\ H_{34} - H_{33} \\ H_{35} - H_{34} \\ H_{36} - H_{35} \\ H_{37} - H_{36} \end{pmatrix} \quad (\text{IV.7})$$

La résolution numérique du système (IV.7) permet d'avoir les valeurs discrètes de la fonction de distribution "inverse" dont la répartition est symétrique par rapport à l'axe  $\beta' = -\alpha'$  (figure Fig.IV.4).



**Fig.IV.4:** Répartition de la fonction de distribution  $v(\alpha', \beta')$  sur le triangle de Preisach (cas de 03 cycles centrés inversés).

#### REMARQUES:

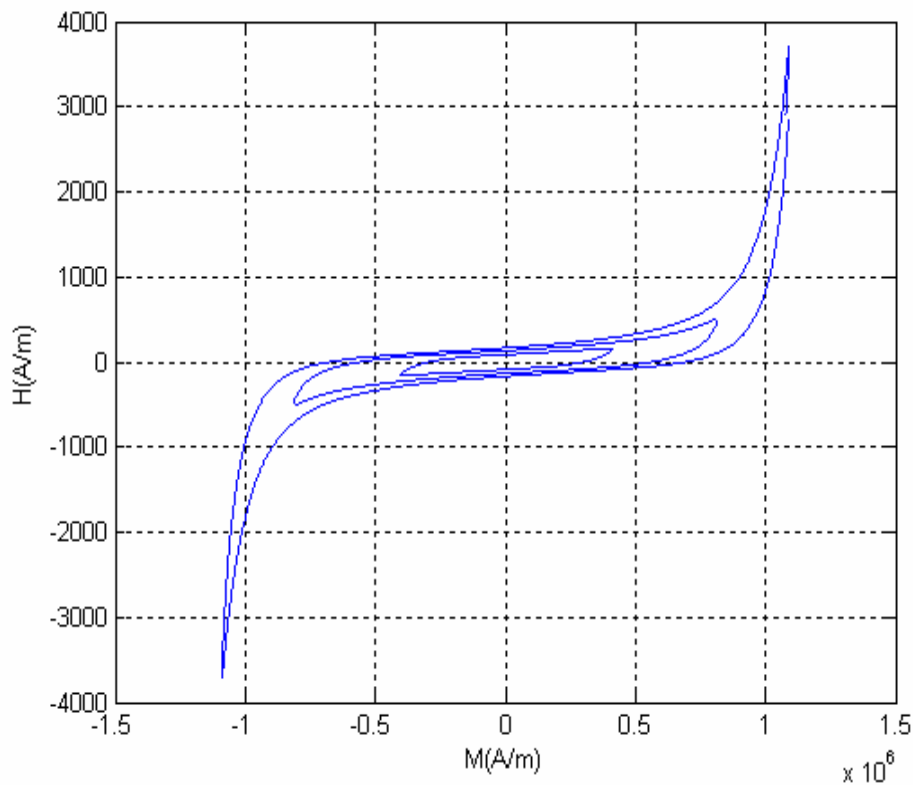
1. Dans la représentation précédente, l'excitation à saturation  $H_s$  est représentée par la valeur  $(-H_{nc,1})$  ( $nc$  représentant le nombre de cycles centrés inversés).
2. La matrice du système est triangulaire inférieure et donc s'inverse facilement à l'aide des méthodes numériques classiques.

### IV.1.3. RÉSULTATS ET DISCUSSIONS:

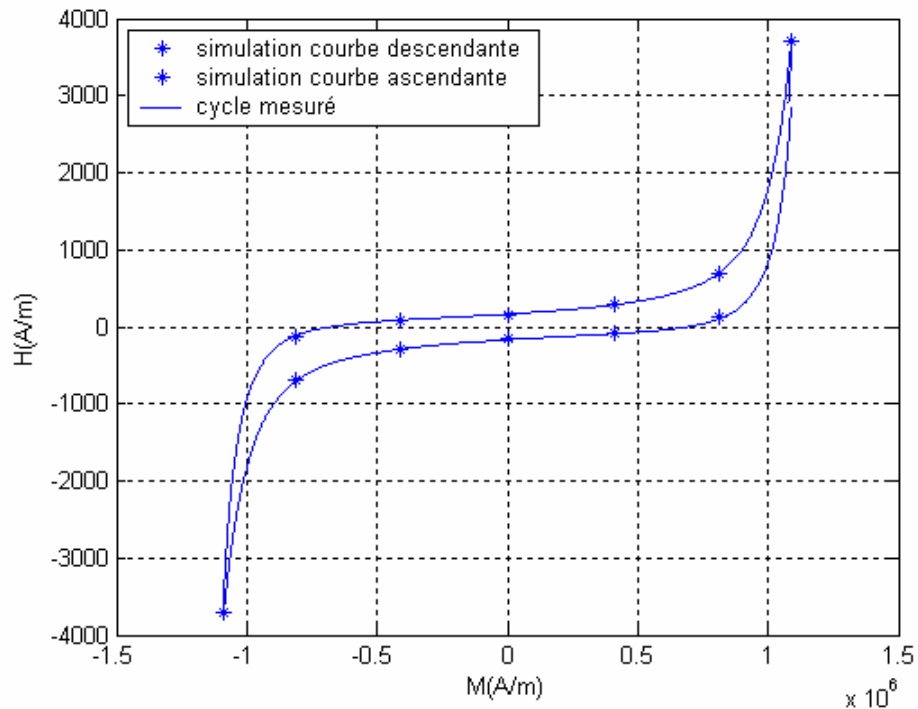
Sous Matlab, nous avons réalisé un programme de simulation numérique permettant le calcul de la fonction de distribution inverse à partir de cycles centrés inversés expérimentaux. Les cycles centrés inversés sont obtenus à partir de mesures expérimentales réalisées au sein du laboratoire LSPIEB (Laboratoire des Systèmes de propulsion – d'Induction Electromagnétique de Batna). Le banc d'essais utilisé pour la génération de cycles centrés inversés est celui présenté dans le chapitre précédent, avec un pas de tension constant, pour obtenir un pas d'aimantation (d'induction) constant.

Les résultats présentés ci-dessous concernent 3, 5 et 15 cycles centrés inversés (le cycle majeur compris).

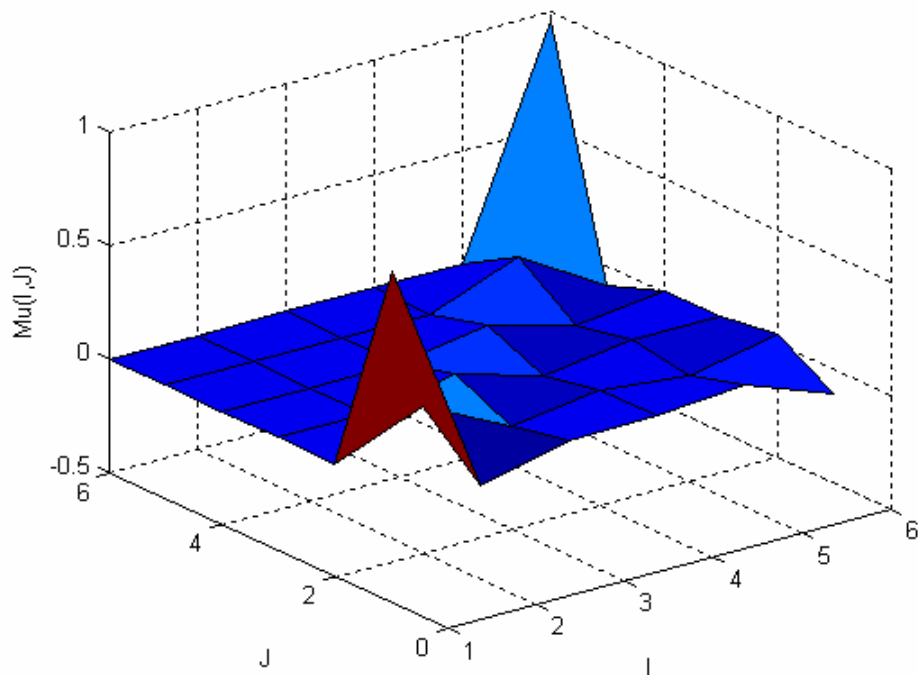
### 7. Résultats des simulations pour 3cycles centrés inversés:



(a)



(b)

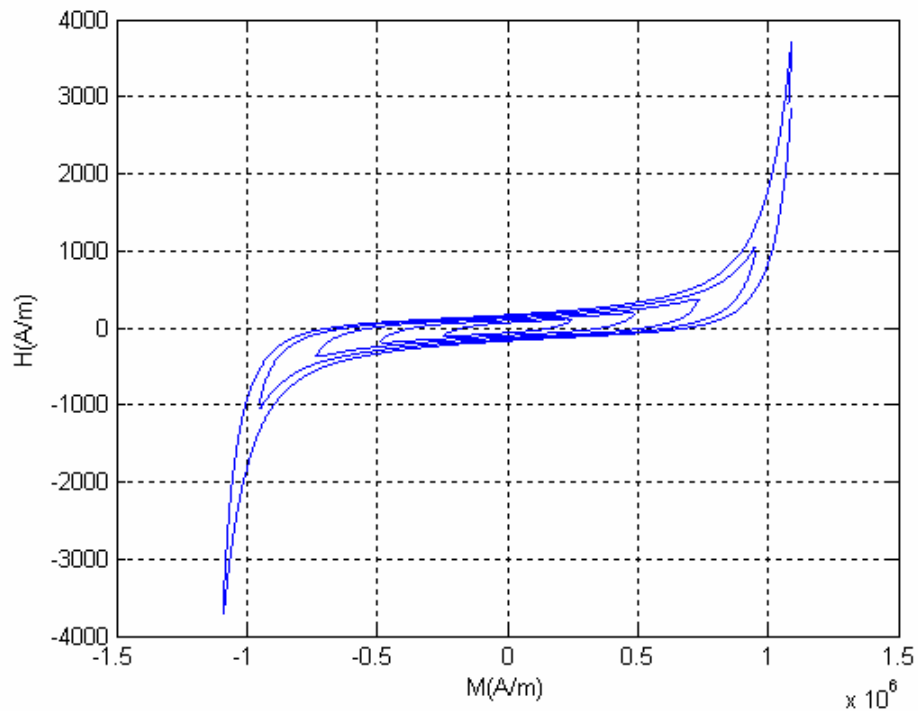


(c)

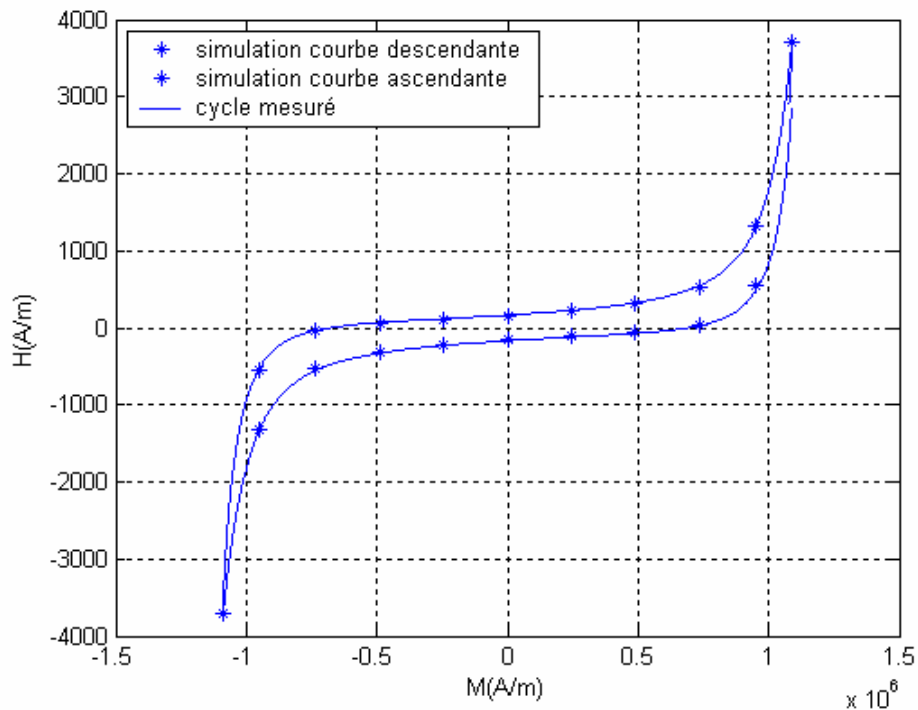
**Fig.IV.5:** (a) faisceau de 3 cycles centrés inversés ( $\Delta M = c^{te}$ ),  
 (b) comparaison entre le cycle expérimental et le cycle simulé,  
 (c) Allure de la fonction de distribution  $\nu(\alpha', \beta')$ .



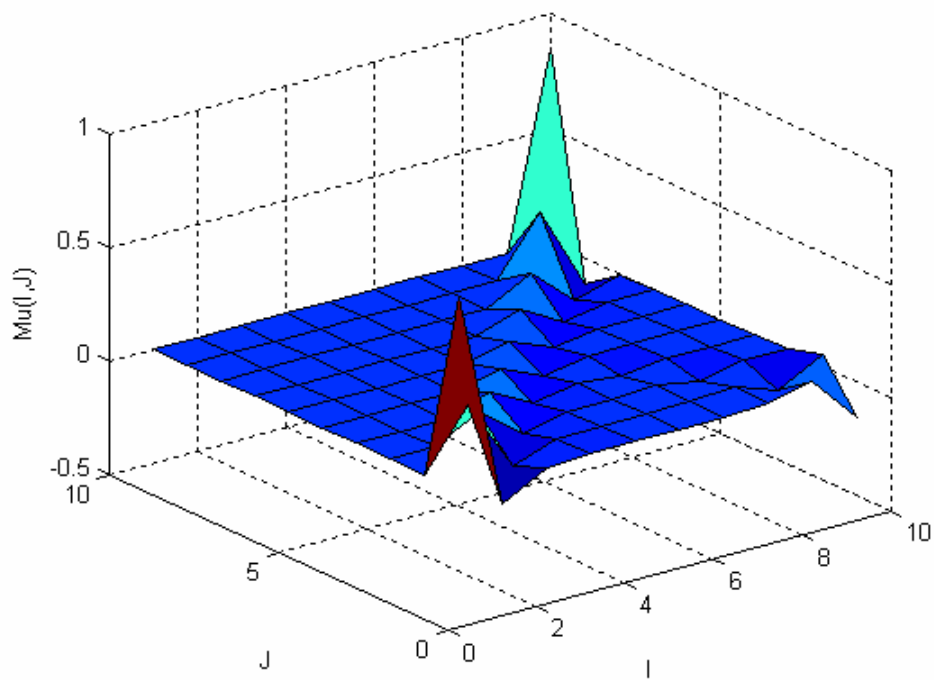
## 8. Résultats des simulations pour 5 cycles centrés inversés:



(a)



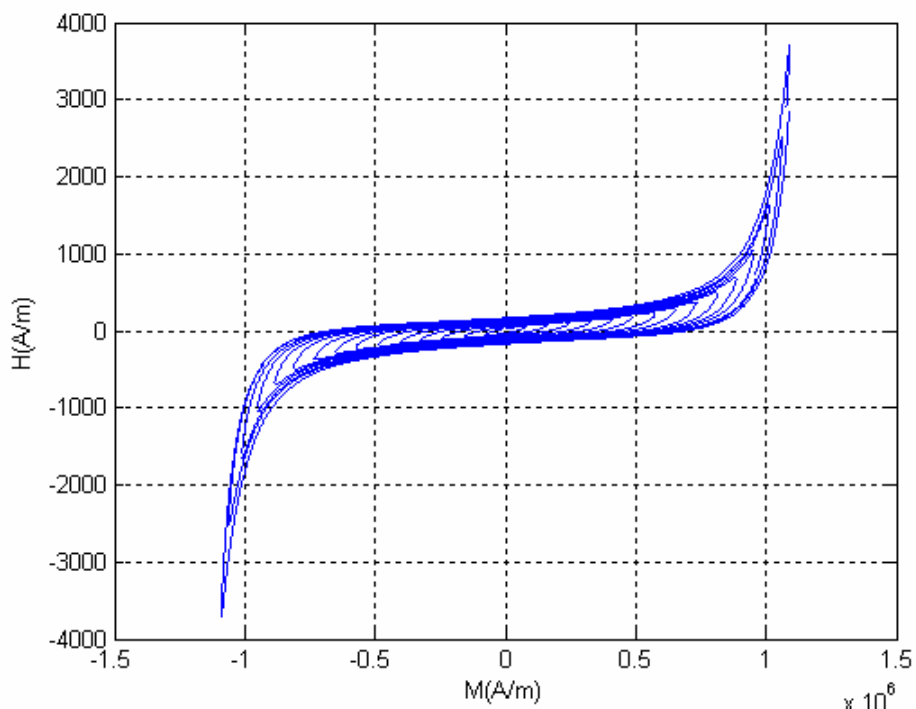
(b)



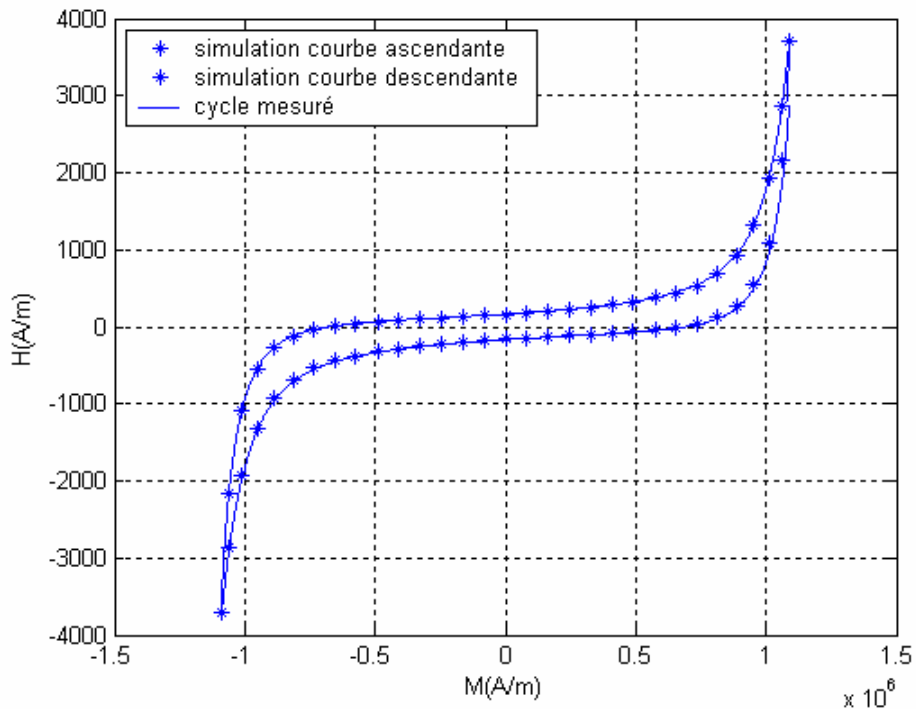
(c)

**Fig.IV.6:** (a) faisceau de 5 cycles centrés inversés ( $\Delta M = c^{te}$ ),  
 (b) comparaison entre le cycle expérimental et le cycle simulé,  
 (c) Allure de la fonction de distribution  $\nu(\alpha', \beta')$ .

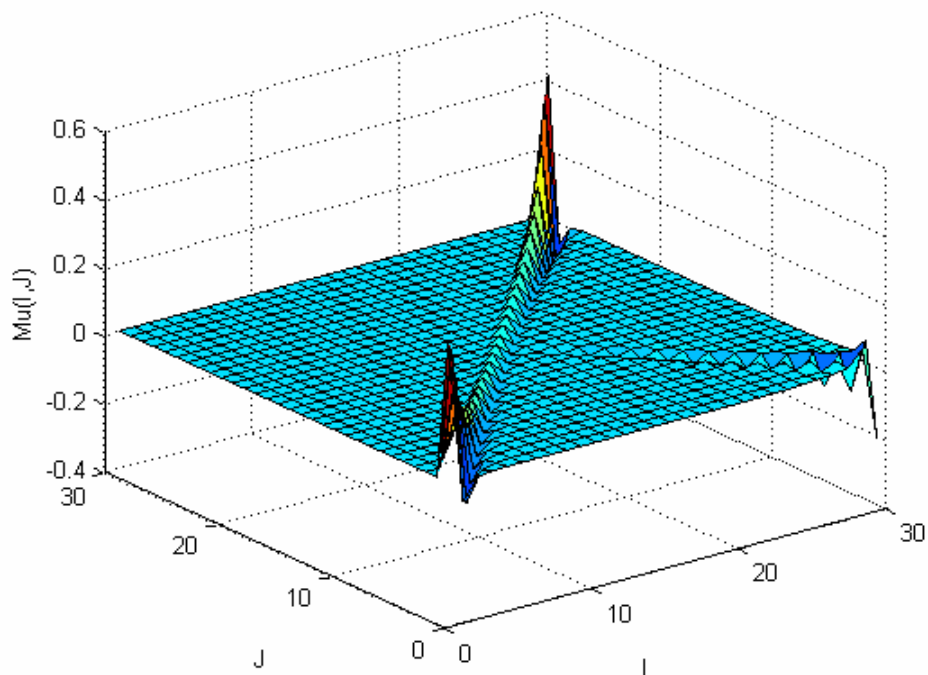
## 9. Résultats des simulations pour 15 cycles centrés inversés:



(a)



(b)



(c)

**Fig.IV.7:** (a) faisceau de 15 cycles centrés inversés ( $\Delta M = c^{te}$ ),  
 (b) comparaison entre le cycle expérimental et le cycle simulé,  
 (c) Allure de la fonction de distribution  $\nu(\alpha', \beta')$ .

#### IV.1.4. DISCUSSIONS:

Pour la simulation numérique nous avons considéré trois faisceaux composés respectivement de 3, 5 et 15 cycles centrés inversés avec des pas constants de l'aimantation. Les résultats des différentes simulations sont présentés sous forme de graphes et de courbes. Les principales conclusions sont les suivantes:

1. Les figures (Fig.IV.5-b), (Fig.IV.6-b) et (Fig.IV.7-b) montrent que l'augmentation du nombre de cycles centrés inversés par faisceau permet d'avoir une bonne restitution du cycle expérimental. En effet, en passant de 3 à 5 puis à 15 cycles, l'encadrement du cycle expérimental est très significatif surtout pour le dernier faisceau et dans la zone correspondant au champ coercitif. On peut conclure qu'un faisceau d'une dizaine de cycles centrés permettra d'obtenir une modélisation convenable du phénomène.
2. Les figures (Fig.IV.5-c), (Fig.IV.6-c) et (Fig.IV.7-c) représentent les fonctions de distribution inverses obtenus pour différents faisceaux de cycles centrés inversés. On peut remarquer que les valeurs les plus importantes sont situées dans les cases adjacentes à la droite ( $\alpha' = \beta'$ ). Nous remarquons en outre que, des valeurs négatives de la fonction de distribution sont situées sur la droite ( $\alpha' = -\beta'$ ) du triangle de Preisach. Ces valeurs ne se situent pas dans les cases triangulaires adjacentes à la droite ( $\alpha' = \beta'$ ), elles n'interviennent donc pas seules au moment de l'utilisation du triangle de Preisach, mais sous forme d'une somme. Les distributions obtenues sont très proches des distributions obtenues par Y. BERNARD [BER00].

#### IV.2. CONCLUSION:

En définitive, on peut dire que la méthode des cycles centrés est très efficace quant à la modélisation de systèmes hystérétiques. La répartition de la fonction de distribution valeurs importantes près de la diagonale du triangle de Preisach (concentration des hystérons sur la diagonale du

triangle de Preisach) laisse penser que l'interprétation physique du modèle dans le cas inverse reste ambiguë. L'apport expérimental (banc d'essais réalisé au sein du LSPIEB) a été déterminant dans la justification des résultats numériques obtenus.

## CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Le modèle de Preisach est très bien adapté à la modélisation du phénomène de l'hystérésis magnétique. La difficulté majeure dans sa mise en œuvre réside dans la détermination de la fonction de distribution.

Dans ce travail nous avons présenté un panel de méthodes analytiques et numériques.

Certaines sont simples d'application et ne nécessitent que peu de données expérimentales (le cycle majeur du matériau à modéliser par exemple), d'autres sont plus rigoureuses et nécessitent plus de données expérimentales.

La fonction de distribution de type Lorentzienne est simple d'utilisation et permet une bonne restitution du cycle expérimental. Son principal handicap réside dans son faible nombre de paramètres ce qui réduit sa capacité d'encadrement. Néanmoins, elle nous a permis de tracer des cycles mineurs, des courbes de renversement de premier ordre et des cycles centrés.

À l'aide de méthodes numériques (Nelder-Mead Simplex, algorithmes génétiques), nous avons optimisé les paramètres de la fonction de distribution de type Lorentzienne modifiée en se basant sur des données expérimentales. La valeur du paramètre  $b$  calculée ( $b=0.6017$ ) n'étant pas comprise dans l'intervalle défini initialement  $\left[1, \frac{H_s}{H_c}\right]$  dans la littérature en

particulier [OUL00]. Le cycle simulé s'ajuste d'une manière parfaite avec le cycle expérimental (le paramètre déterminé est plus proche de celui de la Lorentzienne 0.5).

Nous avons utilisé la méthode des cycles centrés qui est une méthode numérique utilisant des cycles centrés expérimentaux avec un pas d'intensité de champ constant. Cette méthode donne des résultats très cohérents avec les relevés expérimentaux.

Enfin, nous avons modélisé la loi de comportement inverse en utilisant une méthode numérique qui est basée sur des données expérimentales

extraites à partir de cycles centrés inversés avec un pas d'aimantation constant. Les simulations numériques basées sur cette méthode sont en accord avec les résultats expérimentaux et constituent des outils très performants de prédiction du comportement hystérétiques des matériaux (courbe de première aimantation, cycles mineurs etc..). Le triangle de Preisach reste un outil très puissant dans l'utilisation de modèles basés sur la théorie de Preisach. En définitive, les méthodes analytiques restent souvent approximatives alors que les méthodes numériques sont plus précises.

Comme suite logique à cette étude nous proposons:

- L'intégration des modèles (direct et inverse) dans des codes de calcul de champ appliqués aux structures électrotechniques.
- D'étendre cette étude au modèle dynamique en prenant en considération l'effet de la fréquence et de la température.
- Dans l'application de la méthode des cycles centrés, il est intéressant de considérer des modélisations avec des fonctions de distribution dont la répartition n'est pas uniforme dans les cases du triangle discrétisé de Preisach.
- De réaliser des études sur les aspects techniques de l'expérimentation dont les résultats permettront de mieux valider les résultats des simulations.

## **ANNEXE: MECANISME DES ALGORITHMES GÉNÉTIQUES**

### **1. DESCRIPTION DE L'ALGORITHME GÉNÉTIQUE:**

"Les algorithmes génétiques" est une technique de programmation reposant sur le principe de l'évolution pour effectuer la recherche d'une solution à un problème. C'est un outil itératif très performant employé pour accomplir essentiellement des tâches d'optimisation. Il est inspiré des mécanismes de la génétique et de l'évolution naturelle des êtres vivants [ABD04], [REN94], [HAU98].

Cette classe d'algorithmes travaille sur une population d'entités abstraites munies d'un génotype formel (par exemple une suite de bits formant un octet : 10010001). Partant d'une population construite aléatoirement, c'est-à-dire où chaque individu a un génotype différent, choisi au hasard, l'algorithme évalue la qualité de la solution proposée par chaque individu. Cette évaluation correspond à la notion biologique d'adaptation dans un écosystème. Les meilleurs individus sont alors sélectionnés pour appartenir à la génération suivante. Les génotypes se recombinent par paire. Enfin, quelques individus choisis au hasard voyant leur génotype modifié de façon aléatoire, subissent une mutation. La nouvelle génération est ainsi constituée, et le processus recommence jusqu'à ce qu'un critère d'arrêt soit respecté.

De nombreuses variantes à cet algorithme existent. Ils sont regroupés selon un paradigme de programmation, c'est-à-dire une méthode générale qu'il faut adapter pour des applications précises. Par exemple, il peut ne pas y avoir de mutation, ou bien la population peut être de taille fixe et évoluer pendant une durée déterminée à l'avance, comme elle peut être de taille variable.

Les algorithmes génétiques recherchent aléatoirement la solution globale (extrema d'une fonction) sous un espace de données (pool génétique) par l'optimisation d'une fonction appelée fonction coût, d'adaptation ou d'adéquation "fitness". Ils sont donc formulés à maximiser ou à minimiser



l'expression de la fonction d'adéquation. Ils utilisent en général, un codage intermédiaire des paramètres, et travaillent sur une population diversifiée de points.

Ils se limitent à l'utilisation des valeurs de la fonction à étudier et non à une autre connaissance auxiliaire (dérivée). Les algorithmes génétiques utilisent des règles de simulation probabilistes, et possèdent l'habileté de traité des problèmes complexes et variés.

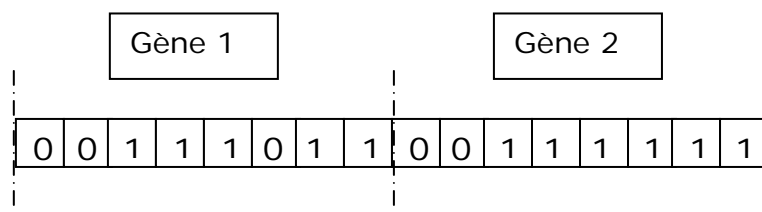
## **2. PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT DE L'ALGORITHME GÉNÉTIQUE:**

Le principe de fonctionnement des algorithmes génétique est basé sur la théorie d'évolution qui repose essentiellement sur la compétition sélectionnant les individus les plus adaptés à leurs environnements et qui sont susceptibles de vivre plus longtemps.

La procédure de ces algorithmes consiste à travailler sur une population de points candidats appelés individus ou chromosomes, distribués dans un espace de recherche. Pour utiliser un algorithme génétique on doit disposer des éléments suivants:

- o Un principe de codage des éléments de population qui associe à chacun des points de l'espace d'état une structure de données.
- o Un mécanisme de génération de la population initiale d'individus hétérogènes qui servira de base pour les générations futures.
- o Une fonction à optimiser.
- o Des opérateurs permettant de diversifier la population au cours des générations et d'explorer l'espace d'état. Cette diversité est entretenue par une recombinaison des gènes d'individus à l'aide de l'opérateur de croisement, et celle-ci est accomplie par l'opérateur de mutation.
- o Des paramètres de dimensionnement.

Dans un algorithme génétique de base, les allèles possibles sont des états binaires '0' et '1' et le chromosome est donc une chaîne binaire (figure Fig.A1.1). Ces chaînes favorisent la simplicité des opérateurs de simulation génétique : le croisement et la mutation.



**Fig. A.1:** Chaîne binaire d'un individu de deux gènes.

L'algorithme génétique a pour but de chercher la combinaison optimale de ces gènes déterminée par une meilleure adaptation après un certain nombre d'itérations appelées générations.

### **3. LES OPÉRATEURS DE L'ALGORITHME GÉNÉTIQUE:**

L'algorithme génétique opère selon trois phases de simulation, qui sont:

#### **3.1. REPRODUCTION:**

La reproduction est un mécanisme de sélection des parents en fixant à partir de la génération précédente, quels individus pourront se reproduire pour créer une génération plus performante.

#### **3.2. CROISEMENT:**

Le croisement ou (recombinaison) est un phénomène essentiel qui permet d'explorer l'ensemble des solutions possibles qui génère de nouveaux individus appelés enfants (offspring) à partir des individus appelés parents.

#### **3.3. MUTATION:**

La mutation est une source d'évolution qui introduit une altération aléatoire d'un gène d'un individu. Cet opérateur permet l'émergence de

nouvelles configurations génétiques ce qui améliore les possibilités de trouver une solution optimale.

## RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

**[BAI00]**

Jean-Paul Bailon, Jean-Marie Dorlot, "DES MATÉRIAUX"  
Presses Internationales POLYTECHNIQUE, Canada, 2000

**[Iva97]**

A. Ivanyi, "Hysteresis models in Electromagnetic computation", Akadémiai Kiado, Budapest, 1997

**[DUC03]**

Ducharne Benjamin, "Caractérisation et modélisation de circuits magnétiques du global vers le local"

Thèse de doctorat Université Claude Bernard – Lyon I, France, 2003

**[BRI97]**

P. Brissonneau, "Magnétisme et matériaux magnétiques pour l'électrotechnique", Éditions Hermes, 1997

**[BER00]**

Y. Bernard, "Contribution à la modélisation de systèmes électromagnétiques en tenant compte du phénomène d'hystérésis. Extension du modèle de Preisach adaptées au calcul de champ", Thèse de doctorat Université Paris-Sud, France, 2000

**[Oul00]**

Y. Ouled Amor, "Contribution à la modélisation de l'hystérésis magnétique en vue de l'analyse par éléments finis des systèmes de chauffage par induction", Thèse de doctorat Université de Nantes, France, 2000

**[Pre35]**

F. Preisach, "Über die magnetische Nachwirkung", Z. Phys. Vol. 94, pp. 277-302, 1935.

**[Kra83]**

M. Krasnoselskii and A. Pokrovskii, "Systems with Hysteresis", Nauka, Moscow, 1983.

**[May86]**

Isaak D. Mayergoyz, "Mathematical models of Hysteresis" IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, VOL. MAG-22, N°5, pp.603-608, SEP. 1986

**[May91]**

I.D. Mayergoyz, "Mathematical Models of Hysteresis", Springer-Verlag, New York, 1991.

**[Ber98]**

G. Bertotti, "Hysteresis in magnetism", Academic Press, Mai 1998

**[Ewi81]**

J. A. Ewing, "Magnetism in iron and other materials", Proc. Roy. Soc., No. 216, pp.22, 1881

**[WUL00]**

Marc De Wulf et al., "Computation of the Preisach Distribution Function Based on a measured Everett Map", IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, VOL. 36, N° 5, pp. 3141-3143, Sep. 2000

**[HEN02]**

Olaf Henze , Wolfgang M. Rucker "Identification Procedures of Preisach Model" IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, VOL. 38, N° 2, pp. 833-836, Mars 2002

**[GOR97]**

Robert Benjamin Gorbet, "Control of hysteretic Systems with Preisach Representations", Thèse de doctorat Université de Waterloo – Ontario – Canada - 1997

**[STA01]**

Alexandru Stancu et al., "Standard problems for phenomenological Preisach-type models", Physica B, N° 306, pp.91-95, 2001

**[SIR04]**

Maurizio Cirincione et al., "A Novel Neural Approach to the Determination of the Distribution Function in Magnetic Preisach Systems", IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, Vol. 40, N° 4, Juil. 2004

**[JEF98]**

Jefferey C et al., "Convergence properties of the Nelder-Mead simplex method in low dimensions", SIAM J. OPTIM. Vol. 9, N°1, pp. 112-147, 1998

**[LEB01]**

Afef Lebouc, Francis Piriou, "Les matériaux ferromagnétiques: techniques de caractérisation et modèles de représentation" Colloque EF' 2001, Nancy – France

**[BER02]**

Y. Bernard, E. Mendes et F. Bouillault, "Dynamic Hysteresis Modeling Based on Preisach Model", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 38, N°. 2, pp 885-888, Mars 2002

**[ERM00]**

Ermanno Cardelli, Edward Della Torre et Bernardo Tellini, "Direct and Inverse Preisach Modeling of Soft Materials", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 36, N°. 4, pp 1267-1271, Juillet 2000

**[REI98]**

Ann Reimers, Edward Della Torre, "Fast Preisach-Based Magnetization Model and Fast Inverse Hysteresis Model", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 34, N°. 6, pp 3857-3866, Novembre 1998

**[ABD04]**

Bachir Abdelhadi, "Contribution à la conception d'un moteur à induction spécial à rotor externe pour système de propulsion électrique – développement d'un algorithme génétique adaptatif pour identification paramétrique" Thèse de Doctorat Université de Batna Algérie, 2004

**[REN94]**

Jean-Michel Renders, "Algorithmes génétiques et réseaux de neurones" Édition HERMES, 1994

**[HAU98]**

Randy I. Haupt, Sue Ellen Haupt, "Practical genetic algorithms", Édition Wiley Inter-science, 1998

## RÉSUMÉ

Dans la présente étude, nous modélisons dans un premier temps le phénomène de l'hystérésis magnétique (loi de comportement directe) à l'aide du modèle scalaire de Preisach. L'identification de la fonction de distribution du modèle, se fait à l'aide d'une méthode numérique basée sur des données expérimentales extraites de cycles centrés expérimentaux. D'autre part, nous modélisons la loi de comportement inverse  $H(B)$  à l'aide d'une approche de type modèle de Preisach. Là aussi, la fonction de distribution inverse est identifiée à l'aide de cycles centrés inversés expérimentaux. Les résultats numériques obtenus sont comparés à des résultats expérimentaux.

## ABSTRACT

In the present study, we initially model the phenomenon of magnetic hysteresis (direct law of behavior) using the scalar model of Preisach. The identification of the function of distribution of the model, is done using a numerical method based on experimental data extracted from experimental centered cycles. In addition, we model the opposite law of behavior  $H(B)$  using approach of a model type of Preisach. There too, the opposite function of distribution is identified using experimental reversed centered cycles. The numerical results obtained are compared with experimental results.

## ملخص

في هذه الدراسة نقوم بتمثيل عددي للقانون  $B(H)$  بواسطة "le modèle de Preisach". دالة التوزيع تستخرج بطريقة عددية تستخدم فيها معلومات مستخرجة من مجموعة منحنيات تجريبية تعرف باسم "les cycles centrés". كذلك نقوم بتمثيل عددي للقانون العكسي  $H(B)$  بواسطة نفس التمثيل. والدالة العكسية للتوزيع تستخرج بطريقة عددية تستخدم فيها معلومات مستخرجة من مجموعة منحنيات تجريبية تعرف باسم "les cycles centrés inversés".