

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université de Batna

Faculté des sciences de l'ingénieur

Département d'Electrotechnique



Mémoire de Magistère En Electrotechnique

Option : Matériaux Electrotechniques

Présenté Par

Abderrezzak Latreche

Ingénieur en Electrotechnique - Université de Batna

Thème

Etude du Contrôle Non Destructif par la Méthode de Galerkin sans Maillage

Présenté et soutenu publiquement le : 24 / 06 / 2009

Devant le Jury composé de:

A. Makouf	Professeur	Université de Batna	Président
F.Z. Louai	Professeur	Université de Batna	Rapporteur
N. Nait Said	Professeur	Université de Batna	Rapporteur
A. Benoudjit	Professeur	Université de Batna	Examineur
A. Guettafi	Professeur	Université de Batna	Examineur
M.S. Mimoune	Professeur	Université de Biskra	Examineur

DEDI CACES

A mes parents,

A mes sœurs et Mes frères

A mes amies

A mes collègues

Et

À toute ma famille

Remerciements

Je remercie en premier lieu le bon Dieu le tout puissant pour m'avoir donné la force et l'énergie d'accomplir ce modeste travail.

Le travail présenté dans ce mémoire a été réalisé au Laboratoire des Systèmes Propulsion Induction Electromagnétiques (LSP-IE), sous la direction de Monsieur A. MAAKOUF Professeur à l'université de BATNA.

J'adresse mes sincères remerciements à Madame NAIT SAID FATIMA ZOHRA née LOUAI Professeur à l'université de BATNA, et à Monsieur NAIT SAID NACEREDDINE Professeur à l'université de BATNA, de m'avoir fait confiance en proposant ce thème, pour leur encadrement, pour leur contribution et pour leur patience tout au long de la réalisation de ce travail.

J'adresse mes plus vifs remerciements à Monsieur A. MAAKOUF Professeur à l'université de BATNA pour l'honneur qu'il me fait en acceptant de présider le jury.

Mes remerciements vont également à tous les membres du jury pour l'honneur qu'ils me font en acceptant de participer au jury, en l'occurrence :

Monsieur A. Benoudjit, Professeur à l'université de Batna,
Monsieur A. Guettafi, Professeur à l'université de Batna,
Monsieur M.S. Mimoune, Professeur à l'université de Biskra,

J'exprime ma profonde reconnaissance à : mes parents, tous mes frères et mes sœurs, ma famille pour leurs encouragements qui m'ont permis de finaliser ce travail.

Je remercie tous ceux qui ont contribué, de près ou de loin, pour la réalisation de ce travail.

Notations et Symboles

CND	Contrôle Non Destructif
EDP	Equation aux dérivées partielles
CF	Courants de Foucault
CCF	Capteur à courants de Foucault
MEF	Méthode des éléments finis
EFGM	Méthode du Galerkin sans maillage (Element Free Galerkin Method)
MLSM	Moving Least Squares Method
SPH	Méthode de la particule hydrodynamique
RKPM	Méthode de reproduction des particules de Kernel
XFEM	Xtended Finite Element Method
1 <i>D</i>	Une Dimensionnel
2 <i>D</i>	Bidimensionnel
3 <i>D</i>	Tridimensionnel
<i>H</i>	Champ magnétique
<i>B</i>	Induction magnétique
<i>E</i>	Champ électrique
<i>D</i>	Induction électrique
<i>V</i>	Potentiel scalaire électrique
<i>A</i>	Potentiel vecteur magnétique
<i>A</i> _θ	Composante angulaire du potentiel vecteur magnétique
<i>J</i> _θ	Composante angulaire de la densité de courant électrique
<i>B</i> _{<i>r</i>}	Induction rémanente
<i>N</i>	Nombre de spire
<i>N</i> _{<i>s</i>}	Nombre total de spire de la bobine
<i>r</i>	Axe des abscisses en coordonnée cylindrique
<i>z</i>	Axe des ordonnées en coordonnée cylindrique
<i>f</i>	Fréquence d'excitation
ρ	Densité volumique de charge électrique
μ	Perméabilité magnétique
μ_0	Perméabilité magnétique du vide
μ_r	Perméabilité magnétique relative

ν	Reluctivité magnétique,
J_s	Densité de courant source.
ε	Permittivité diélectrique
σ	Conductivité électrique du matériau
δ	L'épaisseur de peau
Z_0	L'impédance du vide
R_1	Résistance du primaire
L_1	L'inductance du primaire
R_2	Résistance du secondaire
L_2	L'inductance du secondaire
I_1	Intensité primaire
I_2	Intensité secondaire
M	L'inductance mutuelle
Z	L'impédance de la bobine
R	Résistance de la bobine
L	L'inductance de la bobine
P	L'énergie dissipée
W	L'énergie stockée
j	Base des nombres complexes ($j^2 = -1$)
ω	Fréquence angulaire
$\phi_i(x)$	Fonction de forme
$w(x)$	Fonction de pondération
λ	Multiplicateur de Lagrange
$N_i(s)$	Interpolant de Lagrange

Table des matières

Introduction Générale	1
Objectifs de travail	2
Présentation du mémoire	2

Chapitre Un : Etude bibliographique du contrôle non destructif par courant de Foucault

1.1 Introduction	4
1.2 Les différentes méthodes de contrôle non destructif	4
1.3 Méthodes électromagnétiques du CND	5
1.3.1 Méthodes de flux de fuite	5
1.3.2 Courants de Foucault	5
1.3.3 Thermographie Infrarouge	6
1.4 Les avantages et les inconvénients des techniques du CND	6
1.5 Contrôle par courants de Foucault	8
1.5.1 Principe du contrôle non destructif par courants de Foucault	8
1.5.2 Les caractéristiques du CND par CF	10
1.5.2.1 Paramètres liés au matériau à sonder	10
1.5.2.2 Paramètres liés au montage	10
1.5.2.3 Paramètres électriques	10
1.5.2.4 Effet de peau	11
1.6 Modélisation simplifiée du CND par CF - cas simple du transformateur	11
1.7 Classification des capteurs dans le CND par CF	14
1.7.1 Classification fonctionnelle	14
1.7.1.1 Capteurs à double fonction	14
1.7.1.2 Capteurs à fonctions séparées	14
1.7.2 Classification suivant le montage par rapport à la pièce contrôlée	14
1.7.2.1 Les bobines encerclant	14
1.7.2.2 Les bobines internes	15
1.7.2.3 Les bobines simples	15
1.7.2.4 Les bobines plates	15
1.7.3 Classification suivant le support du Capteur	15
1.8 Avantages et inconvénient du contrôle par Courant de Foucault	16

1.8.1	Avantages du contrôle par Courants de Foucault	16
1.8.2	Inconvénients du contrôle par Courants de Foucault	16
1.9	Application industrielle	17
1.9.1	Contrôle des tubes, barres et fils	17
1.9.2	Contrôle des surfaces planes	17
1.10	Performance et limitations	18
1.11	Conclusion	18

**Chapitre Deux : Analyse et simulation par la méthode des éléments Finis d'un
Capteur à Courants de Foucault**

2.1	Introduction	19
2.2	La description mathématique des courants de Foucault	20
2.2.1	Les équations de Maxwell	20
2.2.2	Hypothèses simplificatrices	21
2.2.3	Relations de continuité	21
2.2.4	Définition des potentiels et conditions de jauge	22
2.3	Modèle numérique de phénomène de courant du Foucault par CND	23
2.4	Présentation et définition du modèle d'étude	24
2.4.1	Cas d'un capteur absolu	24
2.4.1	Cas d'un capteur différentiel	24
2.4.2	Modèle considéré en 3D	25
2.5	Méthode des éléments finie	26
2.6	Résolution en 2D par la méthode des éléments finis	27
2.7	Calcul de l'impédance	27
2.7.1	Méthode directe	27
2.7.2	Méthode de l'énergie	29
2.7.3	Calcul de l'impédance d'un capteur différentiel	30
2.8	Simulation du CND par courant de Foucault	30
2.8.1	Simulation d'un (capteur absolu – tube plein sans défaut	31
2.8.2	Simulation d'un capteur absolu- tube plein avec défaut externe	32
2.8.3	Simulation d'un capteur absolu- tube creux avec défaut externe	34
2.8.4	Simulation d'un capteur absolu- tube creux avec défaut interne	35
2.8.5	Simulation d'un capteur différentiel- tube plein avec défaut externe	37

2.8.6	Simulation d'un capteur différentiel- tube plein avec défaut interne	39
2.9	Conclusion	41

Chapitre Trois : Méthode du Galerkin sans maillage

3.1	Introduction	42
3.2	Différentes Méthodes Numériques	43
3.2.1	Méthode des éléments de frontière	43
3.2.2	Méthode sans maillage	43
3.2.3	Méthode des éléments finis étendue	43
3.3	Historique des méthodes sans maillage	44
3.3.1	Méthode de la particule Hydrodynamique lisse SPH	45
3.3.2	Méthode de reproduction des particules de Kernel (RKPM)	46
3.3.3	Méthodes DEM et EFGM	47
3.4	Méthode de Galerkin sans Maillage	47
3.4.1	Approximation classique au sens des moindres carrés	47
3.4.2	Définition de l'approximation MLS	48
3.4.3	Propriétés des fonctions de forme de l'approximation MLS	50
3.4.3.1	Choix des fonctions de forme	52
3.4.3.2	Choix des fonctions de pondération	53
3.4.3.3	Domaine d'influence	54
3.4.4	Imposition des conditions aux limites essentielles	54
3.4.4.1	Principe variationnel modifié avec des multiplicateurs de Lagrange	54
3.5	Rappel du calcul de l'impédance	56
3.5.1	Méthode directe	56
3.5.2	Calcul de l'impédance d'un capteur différentiel	56
3.6	Conclusion	56

Chapitre Quatre : Simulation et analyse des résultats par la méthode EFGM

4.1	Introduction	57
4.2	Formulation Variationnelle d'un Problème Axisymétrique	58
4.3	Algorithme du programme EFGM en 2D	60

4.4	Applications proposées	61
4.5	Présentation et définition du modèle d'étude	62
4.5.1	Simulation d'un capteur absolue – tube plein sans défaut	62
4.5.2	Simulation d'un capteur- tube plein avec défaut externe	63
4.5.3	Simulation d'un capteur- tube creux avec défaut externe	65
4.5.4	Simulation d'un capteur absolu- tube creux avec défaut interne	66
4.5.5	Simulation d'un capteur différentiel- tube plein avec défaut externe	67
4.5.6	Simulation d'un capteur différentiel- tube plein avec défaut interne	69
4.6	Comparaison les résultats de simulation entre les méthodes élément finis et Galerkin sans maillage	71
4.7	Validation des résultats de simulation et les résultats expérimentaux	73
4.8	Conclusion	74
<hr/>		
	Conclusion Générale	75
<hr/>		

Introduction Générale

Le contrôle non destructif (CND) par courants de Foucault des matériaux et des structures est d'une grande importance dans plusieurs domaines de l'industrie : l'industrie aéronautique et l'industrie nucléaire, fabrication....etc. A l'heure actuelle, c'est une nécessité dans tous les secteurs.

Le CND par capteurs à courants de Foucault est bien adapté à la détection de défauts dans les pièces métalliques. Cette technique est basée sur l'analyse des changements de l'impédance globale de la bobine dans les environs du défaut. La configuration du dispositif électromagnétique est constituée par capteur (bobine) absolue ou un capteur différentiel placé à l'extérieur ou à l'intérieur d'un tube conducteur.

L'analyse théorique de la relation entre les propriétés du défaut et le changement de l'impédance exige la résolution des équations de Maxwell pour déterminer le champ des courants de Foucault dans la matière. Pour la plupart des problèmes pratiques la géométrie est trop difficile pour les solutions analytiques, par conséquent, les solutions numériques sont sollicitées.

La technique numérique la plus prometteuse pour le calcul du champ est la méthode des éléments finis (MEF). Elle est encore aujourd'hui la méthode la plus utilisée pour résoudre les systèmes d'équations aux dérivées partielles (EDP) issus de problèmes de modélisation électromagnétique et physique, en particulier en mécanique des matériaux.

Cette méthode bénéficie d'un fondement théorique très solide, et de nombreuses techniques sont venues l'améliorer au fil des années. Cependant, sa mise en oeuvre reste difficile et coûteuse dans certains cas, notamment dans le domaine de la modélisation de grandes déformations.

Récemment, l'intérêt a grandi dans une nouvelle classe de méthodes appelées méthodes sans maillage (meshless), [1]. L'une de ces méthodes est la méthode de Galerkin sans maillage (Element Free Galerkin Method, EFGM) développée en premier par : Belytschko, Gu et Lu en 1994 ; elle exige seulement un ensemble de nœuds et la description des limites, [2].

La méthode EFGM utilise les moindres carrés glissants (Moving Least Squares Method MLS) pour approximer la fonction inconnue. L'approximation MLS a été introduite et

étudiée en premier par Lancaster et al, elle a été développée pour des courbes et des surfaces appropriées.

Nayrols et al, [2] ont appliqué cette approximation conjointement avec la méthode de Galerkin dans un problème linéaire de conduction de la chaleur, [1]. Aussi Belytschko et al l'appliquaient pour résoudre des problèmes d'élasticité et de propagation des fissures.

Objectifs du travail

Ce travail en l'élaboration d'un programme de calcul pour la simulation du CND par courant de Foucault utilisant la technique sans maillage EFGM.

La validation du programme est établie à partir des résultats numériques obtenus par FEM et des résultats expérimentaux.

Présentation du mémoire

Ce mémoire est structuré en quatre chapitres :

Le premier chapitre sera dévoué à une recherche bibliographique concernant la technique et le principe du contrôle non destructif par courants de Foucault. Nous rappelons aussi les avantages, les inconvénients et les applications du contrôle par courant de Foucault.

Le second chapitre sera consacré à la description mathématique des phénomènes électromagnétiques régissant le CND par courants de Foucault (équation de Maxwell, potentiel vecteur, ...), la présentation du modèle numérique et des modèles existants, ainsi que les différentes méthodes de résolution des équations aux dérivées partielles. La méthode des éléments finis sera exploitée pour la résolution des équations électromagnétiques, ainsi que la détermination de l'impédance d'un capteur absolue par deux méthodes (méthode de l'énergie et la méthode directe), et l'impédance d'un capteur différentiel. Des résultats de simulation du CND par la méthode des éléments finis clôturent ce chapitre.

Dans le troisième chapitre sera donné un aperçu sur les méthodes sans maillage.

Nous développerons la méthode de Galerkin sans maillage en détail avec la méthode des moindres carrés glissants.

Le dernier chapitre sera dédié aux différentes applications et aux résultats de simulation par la méthode de Galerkin sans maillage du CND et l'exploitation de la méthode, pour les cas suivants :

- ✚ Simulation du modèle avec défaut externe
- ✚ Simulation du modèle avec défaut interne
- ✚ Détermination de l'impédance du modèle (tube-capteur absolu ou capteur différentiel) par la méthode de Galerkin sans maillage et comparaison des résultats avec ceux obtenus par la méthode des éléments finis.
- ✚ Détermination de l'impédance du modèle (tube-capteur différentiel) par la EFGM et validation de ces résultats avec les résultats expérimentaux obtenus par MOHELLEBI et al. de l'université de Tizi-Ouzou.

On terminera notre travail par une conclusion générale, et les perspectives envisagées.

1.1 Introduction

Le contrôle non destructif est très répandu en milieu industriel en particulier, l'industrie pétrolière, nucléaire, et automobile, car on vu la gravité des conséquences d'une rupture d'une tige en cours de forage, ou d'un tube de cuvelage ou de production, [3]. Comme son nom l'indique, le contrôle non destructif (CND) a pour objectif de mettre en évidence les défauts, tout en préservant l'intégrité des produits contrôlés. Cette définition est assez large. Pour être plus précis, disons que le CND concerne exclusivement la "santé de la matière", en effet les techniques du CND sont utilisées en contrôle de qualité pour s'assurer de la qualité d'une production, puis de garantir la tenue en service des pièces et des ensembles fabriqués. Elles sont également très appréciées en maintenance. Elles permettent de vérifier la continuité de la matière, et donc de déceler le manque de matière, les fissures, etc.

Le système de contrôle par les courants de Foucault s'est développé très rapidement ces dernières années par l'avancement de la technologie apportée aux dispositifs des mesures. Le développement important de l'informatique une grande sur dans le domaine du CND. Les capteurs à courant de Foucault sont utilisés depuis plus d'un siècle pour le contrôle des pièces conductrices notamment métalliques.

Dans ce premier chapitre, on présentera en premier lieu un bref rappel sur les méthodes électromagnétiques du CND. Ensuite on passera en revue les différentes techniques de contrôle non destructif par courants de Foucault.

1.2 Les différentes méthodes du CND

Les techniques de CND sont nombreuses, [4]. Citons :

- ✚ L'examen visuel
- ✚ Le ressuage
- ✚ Méthodes de flux de fuite
- ✚ Courants de Foucault
- ✚ Les ultrasons
- ✚ Radiographie
- ✚ Emission acoustique
- ✚ Thermographie Infrarouge

1.3 Méthodes électromagnétiques du CND

1.3.1 Méthodes de flux de fuite

Un courant électrique crée un champ magnétique dans un matériau conducteur. Il est alors possible d'engendrer un champ magnétique en contrôlant la direction du courant électrique magnétisant. Il existe 2 types de magnétisation:

- La magnétisation circulaire : elle permet de détecter des défauts obliques par rapport à une génératrice. Le principe est : un courant électrique passant à travers un conducteur axial crée un champ magnétique circonferentiel autour du tube. Les lignes de champ sont toujours perpendiculaires à la direction du courant qui induit le champ magnétique.
- La magnétisation longitudinale: le courant électrique passe à travers une bobine, le champ magnétique est parallèle à l'axe de la bobine. Cette méthode permet la détection de défauts traverses et circonferentiels, [3].

1.3.2 Courants de Foucault

Lorsque l'on place un corps conducteur dans un champ magnétique variable dans le temps ou dans l'espace, des courants induits se développent en circuit fermé à l'intérieur de celui-ci, ce sont les courants de Foucault (physicien français 1819 - 1868). Ainsi, une bobine parcourue par un courant variable, alternatif par exemple, génère de tels courants induits qui, créant eux-mêmes un flux magnétique qui s'oppose au flux générateur, modifiant par la même l'impédance de cette bobine, [5].

La répartition et l'intensité des courants de Foucault dépendent de:

- ✓ la conductivité électrique du matériau ;
- ✓ la perméabilité magnétique ;
- ✓ la géométrie de la pièce ;
- ✓ la présence d'une anomalie (défaut) dans la pièce à contrôler près de la surface.

Généralement les courants de Foucault circulent au voisinage de la surface, c'est l'effet de Peau.

On conçoit dès lors qu'un défaut, constituant une discontinuité électrique venant perturber la circulation des courants de Foucault, puisse engendrer une variation d'impédance décelable au niveau de la bobine d'excitation (ou de tout autre bobinage situé dans le champ).

1.3.3 Thermographie Infrarouge

La thermographie infrarouge est devenue un des outils de diagnostic incontournables de la maintenance prédictive. En effet, la plupart des défauts se traduisent par un échauffement ou un refroidissement anormal. Seule la thermographie infrarouge vous permet d'observer rapidement une scène thermique et de mettre en évidence, sans contact, des différences de températures à la surface de tout type d'objet. Ainsi, en détectant ces anomalies, souvent invisibles à l'œil nu, la thermographie permet des actions correctives avant l'apparition de pannes ou problèmes coûteux, [5].

Les applications de la thermographie pour la maintenance sont nombreuses. Dans le monde entier des entreprises ont intégré les solutions ThermoCAM dans leurs programmes d'inspections en maintenance prédictive, pour l'inspection et la surveillance d'équipement électriques BT, MT, et HT en mécaniques, sur des fours, sur des bâtiments, [5].

1.4 Les avantages et les inconvénients des techniques du CND

Les avantages et les inconvénients du contrôle non destructif sont résumés dans le tableau ci-dessous :

Types de CN	Avantages	Inconvénient
Examen visuel	<ul style="list-style-type: none"> ○ Examen simple, rapide et moins coûteux. 	<ul style="list-style-type: none"> ○ Détection limitée aux défauts visibles ○ La surface doit être propre
Ressuage	<ul style="list-style-type: none"> ○ Procédé de contrôle économique ○ Procédé de contrôle relativement rapide ○ Bonne sensibilité de détection des défauts débouchant avec appréciation de leurs longueurs ○ Détection possible de petits défauts ○ Procédé insensible à l'orientation des défauts par rapport à la surface ○ Utilisable sur des matériaux amagnétiques à l'inverse de la magnétoscopie 	<ul style="list-style-type: none"> ○ Détection des défauts obligatoirement débouchant en surface ○ Accès d'un seul côté pour les éléments creux de faibles diamètres ○ Procédé utilisable sur matériau non poreux ○ Impossibilité de contrôler les matériaux poreux (bruit de fond trop important) ○ Nettoyage et dégraissage rigoureux des pièces avant le contrôle ○ Les opérateurs doivent être expérimentés pour certaines techniques

magnétoscopie	<ul style="list-style-type: none"> ○ Procédé de contrôle économique ○ Méthode de mise en œuvre plus rapide que le contrôle par ressuage ○ Facilité de détection des défauts débouchant et immédiatement. ○ Les défauts peuvent être matés ou obstrués. ○ Rapidité relative d'obtention des résultats. ○ Possibilité d'apprécier la longueur des défauts ○ Bonne sensibilité de détection des défauts perpendiculaires au champ. 	<ul style="list-style-type: none"> ○ Méthode de contrôle exclusivement réservée aux matériaux ferromagnétiques. ○ Impossibilité de détecter des défauts en profondeur (> 2 mm de profondeur). ○ Aimantation difficile des pièces à géométrie complexe ○ Risque électrique par passage direct de courant. ○ Risque de micro fissuration sur certains aciers sensibles ○ Démagnétisation obligatoire après contrôle.
radiographie	<ul style="list-style-type: none"> ○ Facilité de détection des défauts internes des pièces ○ Rapidité relative d'obtention des résultats (de l'ordre de 15 minutes). ○ Bonne sensibilité de détection des défauts. ○ Numérisation possible avec un traitement d'images 	<ul style="list-style-type: none"> ○ Investissement relativement important ○ Mise en œuvre fine sur chantier avec tube à rayons X. ○ Limitation du contrôle par les épaisseurs et par le matériel utilisé. ○ Sensibilité de détection liée à l'orientation du défaut par rapport au rayonnement ionisant
ultrasons	<ul style="list-style-type: none"> ○ Méthode très sensible à la détection des défauts plans correctement orientés ○ Détection précise des défauts dans l'épaisseur de la pièce ○ Accès sur une seule face pour contrôler la totalité du volume ○ Souplesse d'utilisation sur les chantiers ○ Automatisation possible du procédé 	<ul style="list-style-type: none"> ○ Utilisation obligatoire d'un couplant (eau, gel) entre le palpeur et la pièce ○ Difficulté de mise en œuvre sur faibles épaisseurs ○ Mise en oeuvre fine sur matériau à structure métallurgique hétérogène (gros grains, fonte, moulé, centrifugé) ○ Zone morte ou aveugle en surface de contact du palpeur

Tableau1.1 Les avantages et les inconvénients du contrôle non destructif

1.5 Contrôle par courants de Foucault

1.5.1 Principe du contrôle non destructif par courants de Foucault

Les techniques de contrôle par courants de Foucault sont utilisées depuis 1926, [6].

Le principe du contrôle non destructif par courants de Foucault est basé sur les phénomènes de l'induction électromagnétique. D'après la loi de Lenz, une variation de flux d'un champ magnétique (champ primaire) à travers un conducteur induit dans celui-ci une force électromotrice. Cette force électromotrice donne naissance à des courants induits appelés courants de Foucault, [7]. Ces courants créent un champ magnétique (champ secondaire) ; qui s'oppose à celui qui leur a donné naissance, comme illustré sur la figure (1.1).

La technique du contrôle non destructif par courants de Foucault consiste à produire un champ magnétique primaire variable et à mesurer le flux du champ magnétique secondaire ; produit par les courants induits. Le champ magnétique primaire est produit par un enroulement de fil, appelé « bobine excitatrice », parcouru par un courant variable dans le temps. Dans celle qui nous intéresse ici, le courant d'excitation est sinusoïdal.

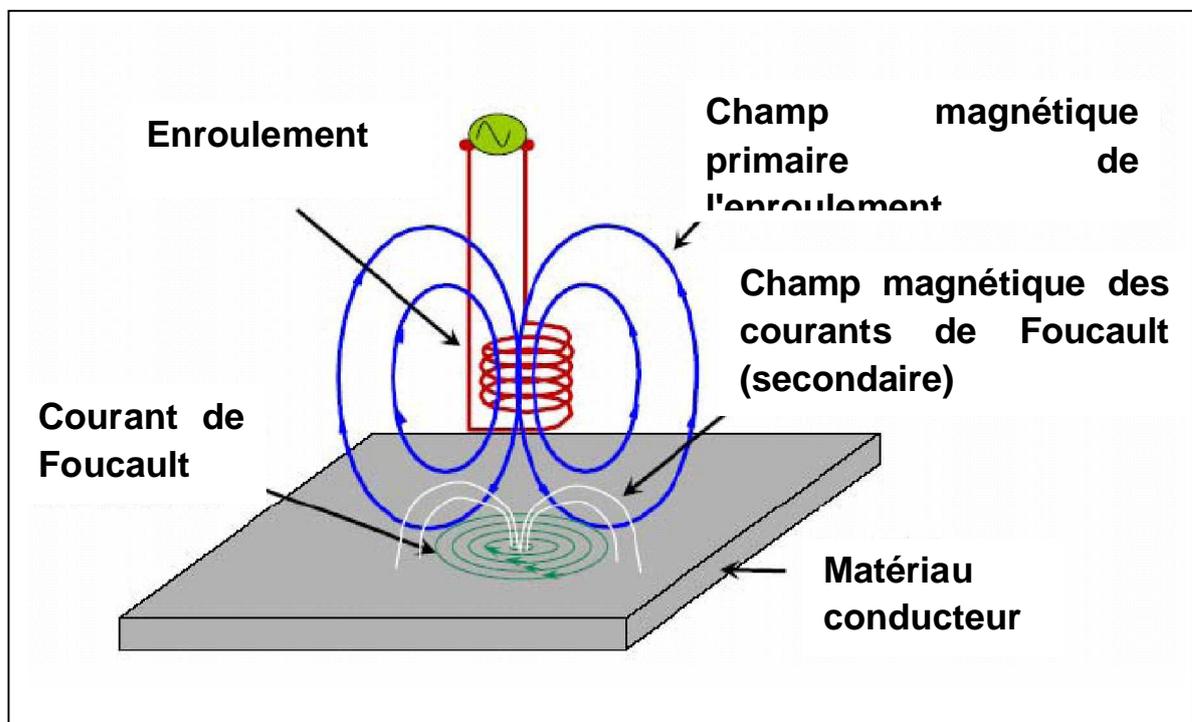


Figure 1.1 Schéma de principe du contrôle non destructif par courants de Foucault

Lorsque le matériau conducteur à contrôler est non ferromagnétique les liaisons du flux nettes de la bobine diminuent ce qui diminue l'inductance de la bobine. La diminution de l'inductance accompagnant une augmentation de la résistance de la bobine, les pertes par courant de Foucault encourues dans le matériau doit être rencontré par la source d'excitation fondamentale.

Le processus sous-jacent est plus compliqué lorsque le matériau conducteur à contrôler est Ferromagnétiques. Parallèlement à la diminution de l'inductance due à l'influence des courants de Foucault il y'a une augmentation de l'inductance due à la haute perméabilité de matériau.

Ce dernier effet est plus prédominant, et donc lorsque la bobine est à proximité d'un matériau ferromagnétique, sur toutes les inductances de la bobine augmente avec une augmentation de sa résistance.

La présence d'un défaut dans la pièce contrôlée modifie le trajet des courants de Foucault, comme illustré par la figure 1.2 ce qui provoque une variation d'impédance de la bobine.

Le changement dans l'impédance de la bobine produit par un défaut est généralement général très faible comparé à l'irrégularité d'impédance dans le cas sans défaut. De plus le signal inclut des effets de plusieurs facteurs tels que conductivité électrique, perméabilité, lift off, fréquence etc...

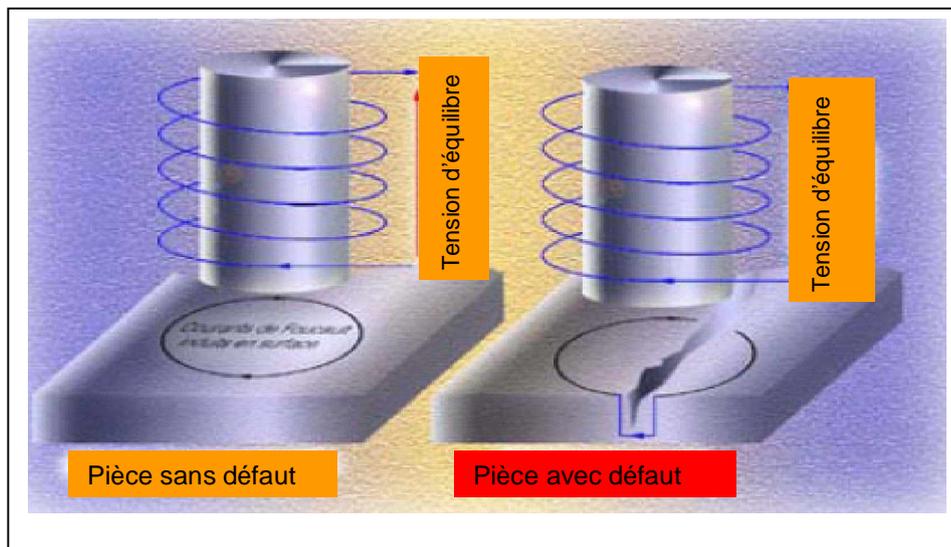


Figure 1.2 Chemin des courants de Foucault, [5].

1.5.2 Les caractéristiques du CND par CF

Les principaux paramètres à prendre en compte pour un contrôle résultent des considérations précédentes et peuvent se répartir en pratique en trois catégories.

1.5.2.1 Paramètres liés au matériau à sonder

Outre ceux liés à sa forme géométrique (diamètre), ce sont sa conductivité électrique σ et sa perméabilité magnétique μ dont il importera de prendre en compte le niveau de stabilité le long de la pièce ou d'une pièce à l'autre, toute variation locale entraîne un déplacement du point de fonctionnement moyen de la sonde, [5]. La conductivité et la perméabilité du métal et surtout les variations locales parfois imprévisibles, sont absolument décisives sur la circulation des courants de Foucault ; ces variations ont des causes très diverses : présence de contraintes résiduelles importantes localement dues à la fabrication elle-même ou à des chocs ou martelage ultérieurs décarburée ou au contraire contenant des carbures importants, etc.

1.5.2.3 Paramètres liés au montage

Il s'agit de la distance ou l'assiette dans le cas de sonde plate ou du coefficient de remplissage et de variation de diamètres dans le cas de la sonde encerclée ou de contrôle interne des tubes ; soit du lift-off, terme désignant universellement la distance entre une sonde plate et la surface de la pièce. La constance de ces paramètres est aussi à rechercher pour éviter des effets perturbateurs trop importants sur le point moyen de fonctionnement, [5].

1.5.2.3 Paramètres électriques

C'est essentiellement la fréquence d'excitation de la bobine, paramètre dont on est maître et qui sera choisi en fonction des considérations précédentes, à savoir l'obtention d'un effet de peau adéquat eu égard en particulier à la profondeur des défauts, on peut estimer la fréquence de contrôle en fonction de σ , μ et de l'épaisseur de la pièce à examiner, telle que :

$$f_c = \frac{1}{\pi \delta^2 \sigma \mu} \quad (1.1)$$

Une excitation mono fréquence ne donne que deux informations (amplitude et phase ou résistance et réactance) qui caractérisent le défaut, la détermination de la position et la nature du défaut nécessitent d'utiliser plusieurs fréquences dans le but d'avoir plus d'informations.

On distingue trois types d'alimentation pour les capteurs à courants de Foucault:

- ∅ signal mono fréquentiel.
- ∅ signal multi fréquentiel.
- ∅ signal pulsé: signal à durée "finie".

1.5.2.4 Effet de peau :

L'amortissement des courants de Foucault dans le matériau, dans le cas simple d'une onde plane harmonique d'incidence nulle, décroît exponentiellement en fonction de la profondeur du matériau en regard. On définit l'épaisseur de peau par :

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}} \quad (1.2)$$

Avec :

- f : Fréquence d'excitation,
- σ : Conductivité électrique du matériau,
- μ : Perméabilité magnétique du matériau.

Dans le cas général, cette formule rigoureuse mais elle renseigne néanmoins assez précisément sur la profondeur au delà de laquelle les courants induits sont trop faibles pour être influents.

1.6 Modélisation simplifiée du CND par CF - cas simple du transformateur

Comme montre la figure 1.3, la bobine d'excitation sert aussi d'élément de mesure. L'exploitation se fait par la mesure de l'impédance équivalente de la bobine dans son environnement. Cette impédance se calcule sur la base du modèle du transformateur, le primaire étant la bobine, le matériau constituant un secondaire en court-circuit.

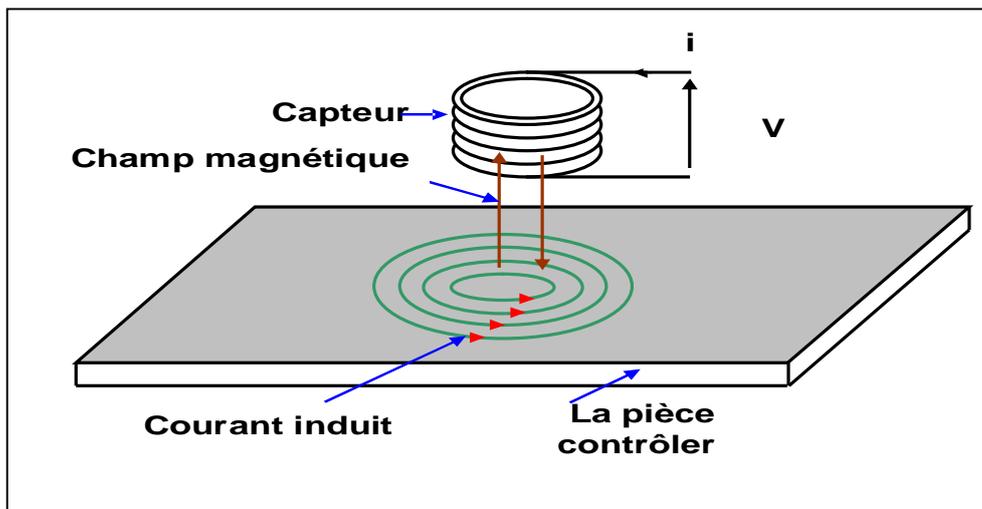


Figure 1.3 Modèle réel du contrôle non destructif

En première approximation, le circuit formé par la bobine et le conducteur peut être représenté par le schéma de la figure 1.4, Connaissant l'intensité I_1 du primaire, l'intensité I_2 du secondaire, l'interaction capteur/ cible s'étudie en examinant l'impédance complexe du capteur.

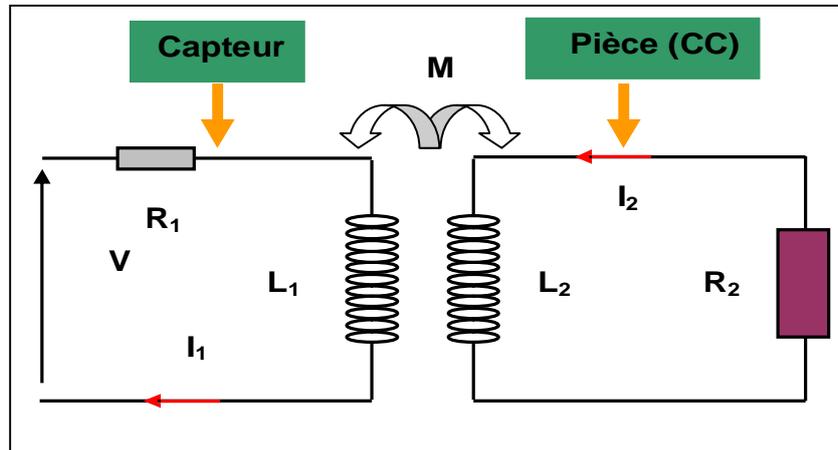


Figure 1.4 Schéma équivalent d'un transformateur

$$Z_0 = R_0 + jX_0 \quad (1.3)$$

Est l'impédance à vide du capteur (impédance sans cible).

A la présence de la cible, l'impédance devient:

$$Z = R_n + jX_n \quad (1.4)$$

Dans le schéma équivalent d'un transformateur on a le système suivant:

La tension instantanée V' des bornes de la bobine excitatrice s'écrit :

$$V' = R_1 I_1 + \frac{d\Phi_1}{dt} \quad (1.5)$$

La cible constitue également une bobine, la tension est nulle dans ses bornes puisque en réalité il forme un court circuit .on écrit :

$$0 = R_2 I_2 + \frac{d\Phi_2}{dt} \quad (1.6)$$

Le flux à travers chaque spire est égal à la somme de son flux propre et des flux produits par les autres spires :

$$\Phi_1 = L_1 I_1 + M I_2 \quad (1.7)$$

$$\Phi_2 = L_2 I_2 + M I_1 \quad (1.8)$$

Où:

R_1 et L_1 sont la résistance et l'inductance du primaire,

R_2 et L_2 sont la résistance et l'inductance du secondaire,

M l'inductance mutuelle entre le primaire et le secondaire.

En régime harmonique on a: $\frac{\partial}{\partial t} = j\omega$

Remplaçons (1.7) et (1.8) dans le système on obtient:

$$V' = R_1 I_1 + jL_1 \omega I_1 + jM \omega I_2 \quad (1.9)$$

$$0 = R_2 I_2 + jL_2 \omega I_2 + jM \omega I_1 \quad (1.10)$$

Le courant induit est tiré à partir de l'équation (1.10):

$$I_2 = -\frac{jM\omega}{R_2 + jL_2\omega} I_1 \quad (1.11)$$

En reportant dans (1.9)

$$V' = (R_1 + jL_1\omega + \frac{M^2\omega^2}{R_2 + jL_2\omega}) I_1 \quad (1.12)$$

Pour un bobinage de N spires parcouru par un courant alternatif sinusoïdale,

l'impédance est définie par: $Z = \frac{V'}{I_1}$

$$Z = \frac{V'}{I_1} = R_1 + jL_1\omega + \frac{M^2\omega^2}{R_2 + jL_2\omega} \quad (1.13)$$

$$Z = R_1 + jL_1\omega + \frac{M^2\omega^2(R_2 - jML_2\omega)}{(R_2 + jL_2\omega)(R_2 - jML_2\omega)} \quad (1.14)$$

L'impédance se compose de deux parties: partie réel est R_n et partie imaginaire X_n .

$$Z = R_1 + \frac{M^2\omega^2 R_2}{(R_2^2 + L_2^2\omega^2)} + j(L_1\omega - \frac{L_2 M^2\omega^3}{R_2^2 + L_2^2\omega^2}) \quad (1.15)$$

$$Z = R_n + jX_n \quad (1.16)$$

$$R_n = R_1 + \frac{M^2\omega^2 R_2}{R_2^2 + L_2^2\omega^2} \quad (1.17)$$

$$X_n = L_1\omega - \frac{L_2 M^2\omega^3}{R_2^2 + L_2^2\omega^2} \quad (1.18)$$

1.7 Classification des capteurs dans le CND par CF

1.7.1 Classification fonctionnelle

1.7.1.1 Capteurs à double fonction

Les courants de Foucault sont créés par un bobinage alimenté sous tension variable. Pour des raisons pratiques de réalisation, les bobinages sont de formes circulaires. La bobine d'excitation sert aussi d'élément de mesure d'où le nom capteur ou sonde pour cette bobine. On distingue :

Ø Capteur absolu

Ce mode utilise une seule bobine (capteur) pour la fonction émettrice et réceptrice et permet de visualiser l'impédance du système (capteur/pièce), soit dans le plan des phases ou en représentation temporelle. L'impédance mesurée est celle du capteur plus l'impédance de la pièce à contrôler ramenée au capteur par analogie avec les transformateurs. Le dispositif est assimilé à un transformateur électrique tel que le primaire est le capteur et le secondaire est la pièce, [8].

Ø Capteur différentiel

Ce mode utilise deux capteurs absolus écartés, montés en tête-bêche, parcourus par le même courant mais de signe opposé, la réponse est sensible juste aux variations de l'impédance au niveau de la pièce à contrôler, car l'impédance des deux capteurs est la même. Donc l'impédance mesurée par un capteur différentiel est nulle dans le cas des pièces saines.

1.7.1.2 Capteurs à fonctions séparées:

La bobine d'excitation et l'élément de mesure sont dissociés. Ce type est constitué de deux bobines, une pour créer le flux, l'autre pour recueillir les variations des couplages liées aux modifications dues aux matériaux. Ce montage est très utilisé pour le contrôle à basses fréquences ($f < 1000\text{Hz}$).

1.7.2 Classification suivant le montage par rapport à la pièce contrôlée

Du point de vue fonctionnel, le classement des capteurs est basé sur la géométrie du capteur et le type de produit à contrôler, on peut citer :

1.7.2.1 Les bobines encerclant :

Ce sont des capteurs dont les enroulements de mesure entourent la pièce à examiner et sont destinés au contrôle des produits longs (tubes, barres, ..), les plus répandus dans le domaine industriel, [9].

1.7.2.2 Les bobines internes :

Destinées à inspecter des objets creux par l'intérieur.

1.7.2.3 Les bobines simples :

Elles servent à créer un champ magnétique alternatif, à détecter simultanément les défauts par la mesure de leur impédance.

1.7.2.4 Les bobines plates :

Pour le contrôle de surfaces planes ou dont la courbure est faible devant le rayon de la bobine.

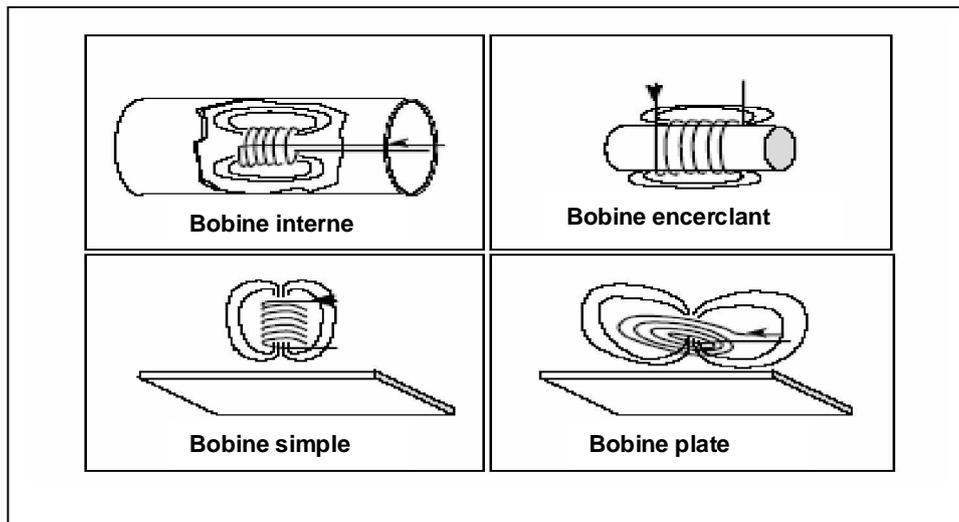


Figure1.5 Classification des capteurs

1.7.3 Classification suivant le support du Capteur

La géométrie du circuit magnétique varie selon les applications et la figure 1.8 en donne quatre exemples.

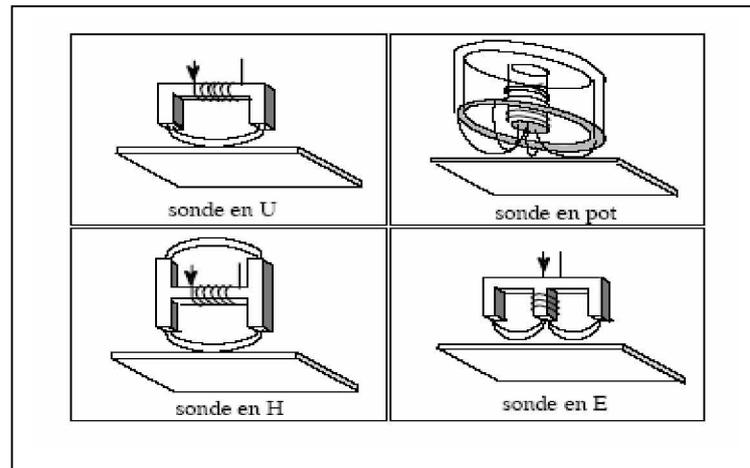


Figure 1.6 Différentes géométries du capteur.

On constate que dans le cas d'un capteur en « U », la direction des lignes du champ est principalement celle reliant les deux pôles alors que la structure en « pot » ne privilégie aucune direction particulière des lignes du champ. Les structures en forme de « E » ou « H » sont plus complexes mais elles offrent la possibilité de réaliser des mesures par différences ce qui diminue fortement la sensibilité du capteur aux différentes dérives, [9].

1.8 Avantages et inconvénient du contrôle par Courant de Foucault

1.8.1 Avantages du contrôle par Courants de Foucault [5]

- ü Rapidité de palpation et de détection (3 fois plus rapide que la magnétoscopie)
- ü Détection possible à travers un revêtement surfacique
- ü Aucune préparation particulière de la surface à contrôler
- ü Qualité de détection indépendante de la vitesse de palpation
- ü Pas de nécessiter d'étalonnage de l'appareil, une simple calibration est suffisante
- ü Traitement informatique avec stockage des données de modélisation
- ü Contrôle non polluant.

1.8.2 Inconvénients du contrôle par Courants de Foucault [5]

- ü Investissement important
- ü Effet de bords des pièces produisant des signaux parasites
- ü Détection de défauts débouchants en surface
- ü Le revêtement de surface doit être non magnétique et isolant électrique.
- ü Importance du positionnement de la sonde par rapport au défaut existant
- ü Formation théorique et pratique des utilisateurs et intervenants.

1.9 Application industrielle

1.9.1 Contrôle des tubes, barres et fils

- ✓ La technique de détection des défauts par courants de Foucault à l'aide de bobines encerclant se trouve très bien adaptée au contrôle industriel à grande cadence de tous les produits longs métalliques; aussi est - elle très utilisée dans les industries métallurgiques des ferreux et des non - ferreux, où l'on détecte ainsi des défauts superficiels de nature variée sur des fils, des barres et des tubes de petits diamètres (inférieurs à quelques centimètres). Une telle technique peut mettre en évidence, sur ces produits, non seulement des défauts de santé superficiels tels que criques, piqûres, petites pailles, mais aussi des défauts de géométrie, tels que des variations brusques de diamètre ou d'épaisseur de paroi, des hétérogénéités de structure telles que des zones à gros grains, etc, [5].
- ✓ Le contrôle des tubes en service est une application importante du contrôle par courants de Foucault, étant donné l'importance que revêt la maintenance des chaudières, des échangeurs et surtout des générateurs de vapeur des centrales nucléaires. On sonde ici les tubes par l'intérieur en utilisant un " furet " poussé et tiré par un câble et constitué par une ou des bobines longitudinales et concentriques au tube. L'utilisation séparée ou conjointe (système multi - fréquence) de fréquences bien choisies permet d'identifier les différents types de défauts recherchés, fissures en paroi externe ou interne du tube, cavité de corrosion, etc, [5].

1.9.2 Contrôle des surfaces planes

- ✓ Le contrôle des surfaces planes, en ce qui concerne la recherche de petites criques, fissures ou hétérogénéités locales, peut être réalisé à l'aide d'une sonde pick up que l'on glisse avec ou sans contact, qui comporte une bobine plate souvent associée à un noyau ferromagnétique destiné à concentrer et bien définir la zone sensible de la sonde. De très fins défauts peuvent être ainsi détectés sur tout produit conducteur, toutefois, le caractère ponctuel de la zone sensible oriente plus volontiers l'usage du procédé vers le contrôle de petites surfaces correspondant aux zones critiques dans la dégradation d'une pièce mécanique plutôt que vers l'examen systématique de grandes surfaces comme les tôles.
- ✓ C'est ainsi que les courants de Foucault sont couramment utilisés pour la recherche de fissures de fatigue au cours des opérations de maintenance du matériel aéronautique, [5].

1.10 Performance et limitations

Les possibilités offertes par la sensibilité de détection et l'automatisation aisée du contrôle par courants de Foucault sont très appréciées sur le plan industriel. L'absence de contact entre la sonde et la pièce à contrôler, la possibilité de défilement à grande vitesse et la facilité d'intégration du procédé dans les chaînes de production donnent à cette technique de contrôle un avantage certain par rapport aux autres procédés.

Les courants de Foucault constituent par ailleurs un moyen de contrôle exceptionnellement fidèle et ce malgré la complexité des phénomènes électromagnétiques mis en œuvre et la multitude des paramètres d'action.

Ce caractère d'excellente reproductibilité est très important pour les contrôles en maintenance, ainsi que pour la qualité des procédures d'étalonnage du matériel.

Il est possible, avec les courants de Foucault, de détecter d'infimes hétérogénéités de surface, toutefois cette grande sensibilité concerne bien entendu tous les paramètres perturbateurs, ce qui fait que, pour certaines applications, on pourra avoir du mal, malgré des réglages optimisés de la fréquence et de la phase, à obtenir un rapport signal/bruit satisfaisant et donc un contrôle fiable, sans fausses alarmes, [5].

1.11 Conclusion

Dans ce premier chapitre on a donné les méthodes électromagnétiques du contrôle non destructif brièvement. On a présenté en générale le CND par courants de Foucault, son principe, les différentes techniques de contrôle, avantages et inconvénients ainsi que les applications de ce type de contrôle.

Le choix de la technique des courants de Foucault est fait selon plusieurs critères :

- Ø Technique simple par rapport aux autres techniques;
- Ø Elle est très utilisée dans les industries;
- Ø Rapidité de palpation et de détection
- Ø Elle nécessite un capteur à courant de Foucault (méthode électromagnétique).

Dans le deuxième chapitre, on applique la méthode des éléments finis pour l'étude d'un problème de CND par courants de Foucault.

2.1 Introduction

Le développement d'un système doit s'appuyer non seulement sur l'expérimentation mais aussi sur un modèle de comportement du dispositif en cours de conception. Ainsi, il est possible de prévoir les conséquences de différents choix (configuration géométrique, choix des matériaux,..) sans avoir à réaliser un prototype. L'utilisation de la modélisation a donc un intérêt économique évident. Cependant, tout outil de modélisation doit être manipulé en connaissant parfaitement les hypothèses simplificatrices utilisées.

La modélisation du problème magnétodynamique dans un système du phénomène de courant de Foucault repose sur la résolution des équations de Maxwell. Les grandeurs électromagnétiques dans le composant varient à la fois dans l'espace et dans le temps. Pour calculer ces grandeurs à tout instant, la méthode la plus précise consiste à intégrer dans le temps les équations régissant le problème. En même temps, ces grandeurs sont évaluées en tout point de l'espace.

La méthode des éléments finis est très largement utilisée pour résoudre des problèmes physiques régis par des équations aux dérivées partielles. Elle s'avère très bien adaptée à la résolution des problèmes électromagnétiques, d'où son utilisation dans cette partie de notre étude.

Dans la première partie de ce chapitre sont présentées les formulations fondamentales de l'électromagnétisme obtenus à partir des équations de Maxwell. La méthode des éléments finis est appliquée pour la résolution d'un problème du CND par CF dans une configuration bidimensionnelle. Ainsi on détermine l'impédance d'un capteur absolu à courant de Foucault par deux méthodes (méthode d'énergie et la méthode directe), on exprime aussi l'impédance d'un capteur différentiel. Dans la deuxième partie de ce chapitre on présentera les divers résultats de simulation des modèles élaborés.

2.2 La description mathématique du phénomène du CND par CF

Nous rappelons dans cette partie les équations et les formules fondamentales de l'électromagnétisme, les plus couramment utilisées dans la littérature des courants de Foucault.

2.2.1 Les équations de Maxwell

Les phénomènes qui se produisent dans le cadre du contrôle par courants de Foucault sont régis par les équations de Maxwell, [7]. En tout point de l'espace, les équations de Maxwell indiquent que :

$$\emptyset \text{ Loi de Maxwell Gauss : } \operatorname{div}D = \rho \quad (2.1)$$

$$\emptyset \text{ Loi de conservation de flux: } \operatorname{div}B = 0 \quad (2.2)$$

$$\emptyset \text{ Loi de Maxwell Faraday: } \operatorname{rot}E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (2.3)$$

$$\emptyset \text{ Loi de Maxwell Ampère : } \operatorname{rot}H = J + \frac{\partial D}{\partial t} \quad (2.4)$$

Où :

E : Champ électrique.

H : Champ magnétique.

D : Induction électrique.

B : Induction magnétique.

J : Densité de courant.

ρ : Densité volumique de charge.

$\frac{\partial D}{\partial t}$: La densité de courant de déplacement.

Les inductions magnétiques et électriques sont liées respectivement magnétique et électrique par les relations constitutives suivantes :

$$B = \mu H + B_r \quad (2.5)$$

$$D = \varepsilon E \quad (2.6)$$

Dans un milieu conducteur, nous avons aussi la loi d'Ohm :

$$J = \sigma E \quad (2.7)$$

Où μ , σ et ε représentent respectivement la perméabilité magnétique, la conductivité électrique et la permittivité électrique. B_r est l'induction rémanente.

La résolution des équations précédentes s'avère difficile. Dans le souci d'alléger le nombre d'équations et les inconnues, des hypothèses simplificatrices sont introduites.

2.2.2 Hypothèses simplificatrices

1 - Matériaux magnétiques sans induction rémanente: $B_r = 0$.

2 - $\frac{\partial}{\partial t} = j\omega$, car l'excitation est une tension périodique sinusoïdale d'amplitude constante.

3-Le terme $\frac{\partial D}{\partial t}$ peut être négligé. En effet, compte tenu des matériaux utilisés généralement dans les applications de l'électrotechnique et de l'utilisation de courants dits de "basse fréquence" (de l'ordre de 10kHz), le terme des courants de déplacement est négligeable par rapport au terme des courants de conduction J , [10].

4-La densité volumique de charge est considérée nulle ($\rho = 0$).

Après ces hypothèses, les équations précédentes deviennent :

$$\text{rot}E = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

(2.8)

$$\text{rot}H = J \quad (2.9)$$

$$\text{div}B = 0 \quad (2.10)$$

$$\text{div}D = 0 \quad (2.11)$$

2.2.3 Relations de continuité

Les champs électrique et magnétique des différents milieux sont liés à l'interface par des relations de continuité.

Soient deux milieux, M_1 et M_2 . On appelle $(E_1, B_1, H_1$ et $D_1)$ les différents champs de M_1 et $(E_2, B_2, H_2$ et $D_2)$ de M_2 . Soit n la normale unitaire à la frontière entre M_1 et M_2 , dirigée de M_1 vers M_2 , [7], comme illustrer par la figure ci-dessous.

A l'interface entre les deux milieux, les relations de continuité sont les suivantes :

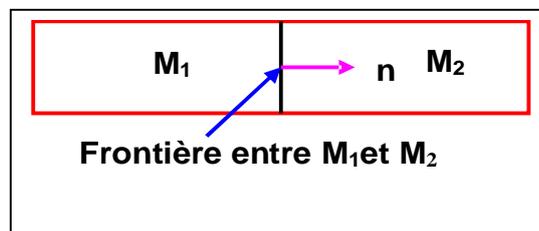


Figure 2.1 Vecteur normal unitaire à la frontière entre M_1 et M_2 .

ü La continuité de la composante tangentielle de E .

$$(E_1 - E_2) \wedge n = 0 \quad (2.12)$$

Ü La continuité de la composante normale de B.

$$(B_1 - B_2) \wedge n = 0 \quad (2.13)$$

Ü La discontinuité de la composante normale de D, cette discontinuité est égale aux charges superficielles ρ_s .

$$(D_1 - D_2) \wedge n = \rho_s \quad (2.14)$$

Ü La discontinuité de la composante tangentielle de H, cette discontinuité est égale aux courants superficiels j_{sp} .

$$(H_1 - H_2) \wedge n = j_{sp} \quad (2.15)$$

Où ρ_s et j_{sp} représentent d'éventuels charges et courants superficiels

2.2.4 Définition des potentiels et conditions de jauge

A partir de l'équation (2.10) l'induction magnétique s'écrit comme le rotationnel d'un vecteur appelée potentiel vecteur magnétique A qui s'exprime par :

$$B = \text{rot}A \quad (2.16)$$

En remplaçant le potentiel vecteur dans la loi de Maxwell Faraday, On obtient:

$$\text{rot}E = -\text{rot} \frac{\partial A}{\partial t} \quad (2.17)$$

L'équation (2.17) devient:

$$\text{rot}(E + \frac{\partial A}{\partial t}) = 0 \quad (2.18)$$

A partir de cette équation (2.18), on peut définir un potentiel scalaire électrique V tel que:

$$E + \frac{\partial A}{\partial t} = -\text{grad}V \quad (2.19)$$

Remplaçant l'équation (2.19) dans la loi d'ohm:

$$J = -\sigma \left(\frac{\partial A}{\partial t} + \text{grad}V \right) \quad (2.20)$$

L'expression de la densité de courant totale J est :

$$J = J_i + J_s \quad (2.21)$$

Elle peut être décomposée en deux parties distinctes, la densité de courant source J_s et la densité de courants induits J_i définies comme suit :

$$J_i = -\sigma \frac{\partial A}{\partial t} \quad (2.22)$$

$$J_s = -\sigma \cdot \text{grad}V \quad (2.23)$$

La combinaison des équations (2.5), (2.9), (2.16) et (2.20), (2.21), (2.22) et (2.23), permettent d'écrire l'équation aux dérivées partielles :

$$\operatorname{rot} \frac{1}{\mu} (\operatorname{rot}(A)) = J_s - \sigma \frac{\partial A}{\partial t} \quad (2.24)$$

En utilisant d'identité vectorielle:

$$\nabla \wedge \nabla \wedge A = \nabla(\nabla \cdot A) - \nabla^2 \cdot A \quad (2.25)$$

Pour assurer l'unicité du potentiel solution de l'équation (2.24), une condition supplémentaire, appelée condition de jauge, est imposée :

$$\operatorname{div}(A) = 0 \quad (2.26)$$

Celle-ci est la jauge de Coulomb qui est la jauge la plus couramment utilisée.

L'équation (2.25) devient:

$$\nabla \wedge \nabla \wedge A = -\nabla^2 \cdot A \quad (2.27)$$

A partir de cette condition, L'équation aux dérivées partielles devient:

$$v \nabla^2 (A) = \sigma \frac{\partial A}{\partial t} - J_s \quad (2.28)$$

Avec: $v = \frac{1}{\mu}$ la reluctivité magnétique.

L'équation (2.28) décrit globalement tous les phénomènes électromagnétiques. La solution exacte de cette équation peut être obtenue analytiquement seulement pour des géométries très simples.

Dans la plupart des situations réalistes du contrôle non destructif, les géométries sont complexes et les conditions aux limites sont incommodes ce qui rend faire de la solution de l'équation (2.28) très difficiles et des méthodes numériques comme les éléments finis ou les techniques de différences finies sont souvent utilisées pour résoudre le problème.

2.3 Modèle numérique du phénomène de courant du Foucault par CND

Afin d'utiliser une méthode de contrôle non destructive de manière efficace, il est essentiel de comprendre le problème posé qui décrit l'interaction de champ / défaut. D'où la nécessité d'un modèle théorique qui représente l'influence de divers paramètres du défaut sur le signal mesuré du capteur. Les modèles théoriques servent aussi de banc d'essai pour générer des défauts signatures qui sont chers à reproduire expérimentalement.

2.4 Présentation et définition du modèle d'étude

2.4.1 Cas d'un capteur absolu :

Le modèle à deux dimensions est constitué par les régions suivantes :

- La pièce conductrice,
- Un capteur,
- Défaut dans la pièce,
- L'air.

La géométrie en 2D est illustrée par la figure (2.2) dans le cas de problème axisymétrique.

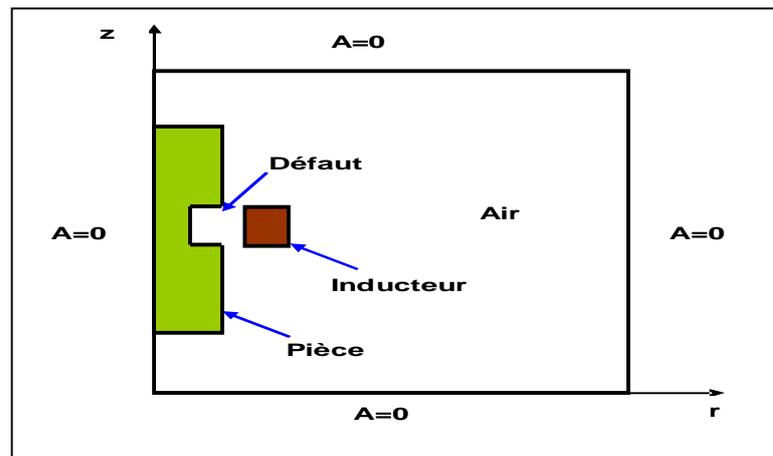


Figure 2.2 Géométrie du dispositif en 2D Cas d'un capteur absolu

2.4.2 Cas d'un capteur différentiel

Le modèle considéré en 2D dans une configuration axisymétrique est constitué par :

- La pièce conductrice,
- Défaut dans la pièce conductrice,
- L'air,
- Deux bobines montées en série avec un courant alternatif sinusoïdal et dont les flux s'opposent.

La figure (2.3) représente la géométrie du dispositif en 2D.

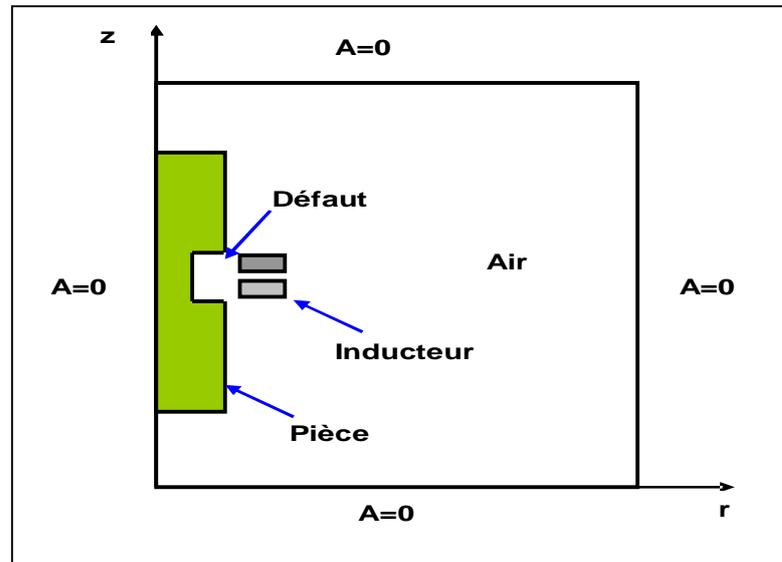


Figure 2.3 Géométrie du dispositif en 2D Cas d'un capteur différentiel

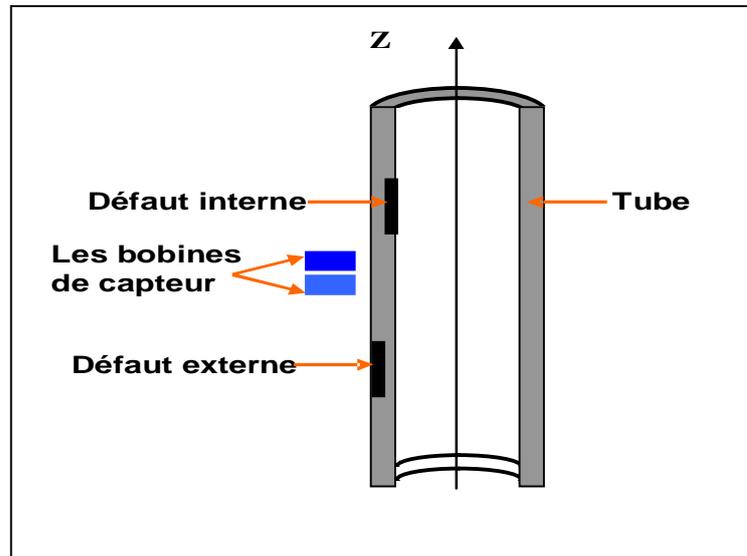
La configuration du dispositif est représentée par un capteur ayant deux bobines coaxiales qui sont placées à l'extérieur d'un tube figure (2.3). Le capteur fonctionne en mode différentiel, c'est à dire les deux bobines sont parcourues par deux courants de sens opposés. Lors du déplacement du capteur selon l'axe axisymétrique (z), en l'absence de défaut, il n'y a aucune variation d'impédance, dès la présence d'un défaut, un changement d'impédance apparaît.

2.4.3 Modèle considéré en 3D

Le modèle considéré est : un tube de forme cylindrique excités par une bobine ou deux bobines séries parcourues par un courant alternatif sinusoïdal sur le tube se trouve un défaut figurait par une fissure pouvant avoir une forme quelconque et qui n'est pas uniforme par rapport à l'une des directions considérées dans l'étude.

Les modélisations tridimensionnelles sont de plus en plus nombreuses, mais pour des dispositifs ayant des structures compliquées, et une modélisation s'avère fastidieuse et coûteuse.

La géométrie du dispositif de la figure (2.4) est constitué de deux bobines entourant la face externe du tube, le défaut il se situe soit la surface latérale externe ou interne du tube.



2.5 La méthode des éléments finis [11]

L'analyse par éléments finis a été largement utilisée dans divers domaines, tels que l'analyse structurale, la mécanique, le transfert de la chaleur pour résoudre une variété de problèmes.

La méthode des éléments finis a été appliquée pour la première fois à des problèmes en génie électrique par Silvestre et Chari qui l'ont utilisée pour résoudre les équations différentielles qui gouvernent les problèmes de champ électromagnétique dans les machines électriques. L'analyse par éléments finis a été appliquée par Chari pour étudier les problèmes des courants de Foucault dans des structures magnétiques. Anderson a utilisé cette technique pour étudier la fuite de champ du transformateur et Brauer pour l'étude des champs magnétiques et des courants induits dans les transformateurs.

La méthode a été popularisée dans le domaine du CND électromagnétique par Lord. Lord, et Yen ont utilisé pour la première fois l'analyse par éléments finis pour la modélisation des champs magnétiques actifs fuites autour des défauts dans les matériaux ferromagnétiques.

Lord, et Yen et Udpa ont alors développé, en deux dimensions un modèle pour étudier les champs de fuite résiduelle. Ces modèles sont basés sur des équations différentielles elliptiques régissant les phénomènes magnéto-statiques.

Lord et Palanisamy ont développé un modèle bidimensionnel axisymétrique pour étudier la réductance variable de la bobine et ont étendu plus tard le modèle quasi statique pour décrire les phénomènes des courants de Foucault décrits par des équations

différentielles paraboliques. Pour les problèmes tridimensionnels du CND ont été développés plus tard par Lord et Ida.

2.6 Résolution en 2D par la méthode des éléments finis

Les formulations en éléments finis pour les problèmes axisymétriques des phénomènes de courants de Foucault ont été développées par Lord et Palanisamy, [11].

Dans à un problème axisymétrique on utilise un repère cylindrique (r, θ, z) , en considérant une invariance de phénomènes suivant θ . Par conséquent les grandeurs ne dépendent plus que de r et z . La densité de courant n'a qu'une seule composante suivant θ , $J = (0, J_\theta, 0)$ et l'induction B n'a que deux composantes $(B_r, 0, B_z)$ où B_r et B_z ne dépendent que de r et z , d'où le potentiel vecteur (A) magnétique présente une seule composante dirigée suivant θ : $A = (0, A_\theta, 0)$.

Pour un problème axisymétrique, l'équation (2.28) devient:

$$-\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r\mu} \frac{\partial(rA_\theta)}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r\mu} \frac{\partial(r\partial A_\theta)}{\partial z} \right) + j \frac{\omega\sigma}{r} (rA_\theta) = J_s \quad (2.29)$$

La fonctionnelle d'énergie correspondante à l'équation (2.29) est obtenue à partir du principe variationnel :

$$F = \iint_R \left(\frac{1}{2\mu} \left[\left| \frac{\partial A}{\partial r} + \frac{A}{r} \right|^2 + \left| \frac{\partial A}{\partial z} \right|^2 \right] + \frac{j\omega\sigma}{2} |A|^2 - J_s A \right) r dr dz \quad (2.30)$$

La région du problème est discrétisée en plusieurs éléments triangulaires, et l'équation (2.30) s'écrit sous la forme matricielle :

$$[G][A] = [Q] \quad (2.31)$$

[G] : est la matrice complexe symétrique ($n \times n$).

[Q] : est la matrice complexe de source ($n \times 1$).

[A] : est la matrice complexe de vecteur potentiel.

2.7 Calcul de l'impédance

Une fois les valeurs du potentiel vecteur magnétique tout nœud de la région maillé sont déterminées, l'impédance de la bobine qui est notre paramètre d'intérêt peut être calculée. Deux différentes approches couramment utilisées pour l'estimation de cette valeur, sont considérées : la méthode directe et la méthode l'énergie.

2.7.1 Méthode directe

L'impédance d'une seule spire de bobine (sonde) de rayon r portant un courant alternatif I_s est donnée par:

$$Z = \frac{V}{I_s} \quad (2.32)$$

Où V est la tension induite dans la bobine, exprimée en termes de l'intensité de champ électrique E comme:

$$V = -\int_c E \cdot dl \quad (2.33)$$

A partir de l'équation (2.19), nous avons :

$$E = -\frac{\partial A}{\partial t} - \text{grad}V \quad (2.34)$$

En régime harmonique:

$$\frac{\partial}{\partial t} = j\omega \quad (2.35)$$

Nous avons :

$$E = -j\omega A - \text{grad}V \quad (2.36)$$

De plus la tension induite est indépendante du potentiel scalaire ($\text{grad}V = 0$), en remplaçant (3.36) dans (3.33), nous aurons:

$$V = j\omega \int_c A \cdot dl \quad (2.37)$$

A partir de l'équation (2.32) l'impédance de la bobine est donnée par:

$$Z = \frac{j\omega}{I_s} \int_c A \cdot dl \quad (2.38)$$

Qui, pour une seule spire de bobine de rayon r est:

$$Z = j \frac{2\pi \cdot \omega \cdot r \cdot A}{I_s} \quad (2.39)$$

L'impédance du capteur est composée de deux parties, partie réel qui est la résistance et une partie imaginaire, la réactance.

L'impédance de la bobine est toutefois calculée de façon approximative en utilisant la méthode des éléments finis. Considérons l'échantillon de la bobine, discrétisé par éléments triangulaires. Si les dimensions de ces éléments sont petits alors le potentiel vecteur magnétique de toutes les spires couvertes par l'élément (i) peut être approximé par la valeur centrale A_{ci} et similaire les rayons de toutes les spires de l'élément, peuvent être approchés par la valeur centrale r_{ci} . A partir de l'équation (2.39) l'impédance pour chaque spire à l'intérieur de l'élément i est donnée par [11]:

$$Z = j \frac{2\pi \cdot \omega \cdot r_{ci} \cdot A_{ci}}{I_s} \quad (2.40)$$

Si N_s est le nombre total de spire de la bobine dans l'échantillon, N_t tours/m², est la densité de spire de l'élément, et a_i la surface de l'élément, l'impédance totale de l'ensemble des spires dans l'élément (i) est donnée par:

$$Z = j \frac{2\pi \cdot \omega \cdot r_{ci} \cdot A_{ci} \cdot a_i \cdot N_t}{I_s} \quad (2.41)$$

Si le nombre d'éléments dans l'échantillon de la bobine est N_c alors l'impédance total est donnée par:

$$Z = j \frac{2\pi \cdot \omega \cdot N_t}{I_s} \sum_{i=1}^{N_c} a_i \cdot r_{ci} \cdot A_{ci} \quad (2.42)$$

L'impédance de la bobine dans un problème 2D ou axisymétrique peut être calculée en utilisant de la méthode expliquée ici. Cette méthode prend la valeur du potentiel vecteur magnétique constante suivant la longueur du dispositif qui est parallèle à la source dans ce cas le plan d'étude est (xoy) ou dans la direction circonférentielle de la bobine (cas axisymétrique). Une autre méthode de calcul de l'impédance est basé sur le calcul des énergies stocké et dissipé est expliqué dans la section suivante, [11].

2.7.2 Méthode de l'énergie

L'impédance d'une bobine peut être calculée à partir de l'énergie du système, puisque l'inductance et la résistance sont respectivement associées à l'énergie stockée et l'énergie dissipée dans le système.

L'énergie stockée W dans le système peut être donnée par:

$$W = \frac{1}{2} \int_v B \cdot H \cdot dv \quad (2.43)$$

En supposant la reluctivité constante dans chaque sens, l'énergie stockée dans un élément fini de volume V_i peut être écrite, en termes des composantes de B seule sous la forme :

$$W_i = \frac{1}{2} v (B_{ri}^2 + B_{zi}^2) \cdot V_i \quad (2.44)$$

En additionnant sur tous les éléments (N) de la région du maillage, l'énergie stockée total est donnée par:

$$W = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} v (B_{ri}^2 + B_{zi}^2) \cdot V_i \quad (2.45)$$

L'inductance de la bobine peut alors être calculée par:

$$L = 2 \frac{W}{I_s^2} \quad (2.46)$$

Où I_s est le courant dans la bobine de la source.

La résistance de la bobine est associée à l'énergie dissipée dans le système. L'énergie dissipée dans un élément fini de volume V_i est donnée par:

$$P_i = \frac{J_i^2 \cdot V_i}{\sigma} \quad (2.47)$$

Où J_i est la densité du courant induit définie par :

$$J_i = -j\omega\sigma A_{ci} \quad (2.48)$$

Où A_{ci} est la valeur du potentiel vecteur magnétique central pour l'élément (i).

Remplaçons l'équation (2.48) dans (2.47) et additionnons sur tous les éléments de la région du maillage, l'énergie dissipée total est donnée par:

$$P = \sum_{i=1}^N P_i = \sum_{i=1}^N V_i \cdot \sigma \cdot \omega^2 \cdot A_{ci}^2 \quad (2.49)$$

La résistance de la bobine est donnée par:

$$R = \frac{P}{I_s^2} \quad (2.50)$$

L'impédance de la bobine est défini par:

$$Z = R + j\omega L \quad (2.51)$$

2.7.3 Calcul de l'impédance d'un capteur différentiel

L'impédance complexe différentielle liée au capteur par courants de Foucault peu être calculée par le potentiel vecteur magnétique à chaque centre du triangle.

L'impédance d'un capteur différentiel est donnée par, [12] :

$$Z_i = j \frac{2\pi \cdot \omega \cdot N_t}{I_s} \left[\sum_{i=1}^{N_b} a_i \cdot r_{ci} \cdot A_{ci} - \sum_{i=1}^{N_a} a_i \cdot r_{ci} \cdot A_{ci} \right] \quad (2.52)$$

Avec : N_a et N_b sont respectivement le nombre de spires des bobines a et b du capteur différentiel.

2.8 Simulation du CND par courant de Foucault

Nous nous intéressons, dans cette étude aux dispositifs de contrôle non destructif par courants de Foucault des tubes en utilisant un capteur absolu (un seul inducteur) ou un capteur différentiel (deux inducteurs parcourus par des courants alternatifs sinusoïdaux et dont les flux s'opposent). La méthode utilisée pour la simulation du phénomène est développée sous l'environnement MATLAB. L'objectif principal de la simulation est la détection du défaut, dans une structure axisymétrique. Cette détection se traduit par la signalisation de la présence de celui-ci, sa position dans le tube (interne, externe).

2.8.1 Simulation d'un capteur absolu – tube plein sans défaut:

Nous avons choisi de simuler un tube sans défaut caractérisé par une perméabilité égale à l'unité, une conductivité élevée, excité par un courant sinusoïdal à une fréquence de 100 kHz. Le dispositif étudié est montré en (figure 2.5). Il est composé d'un inducteur (capteur), la charge (pièce conductrice) et l'air.

Théoriquement, le champ magnétique s'étend jusqu'à l'infini ($A = 0$), mais en vue d'une modélisation magnétique, il est nécessaire de ramener les limites théoriques à une distance finie. En appliquant le meilleur de MATLAB au domaine on obtient le maillage de la figure (2.6). Les résultats de simulation sont présentés ci-dessous:

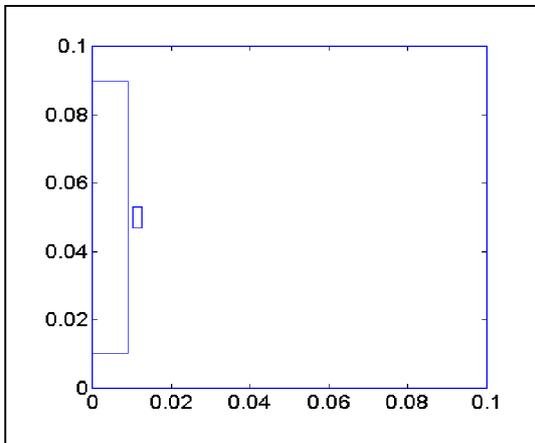


Figure 2.5 Modèle Géométrique du dispositif étudié (capteur absolu)

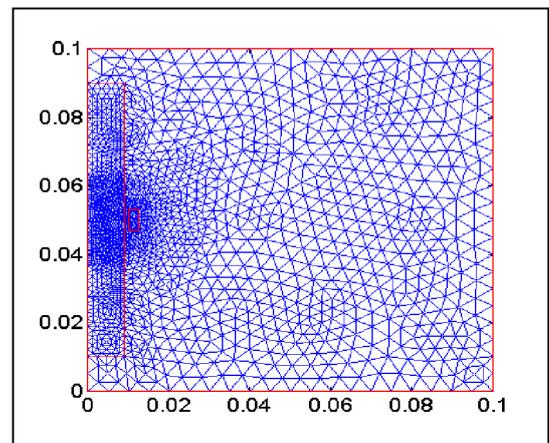


Figure 2.6 Maillage du domaine d'étude

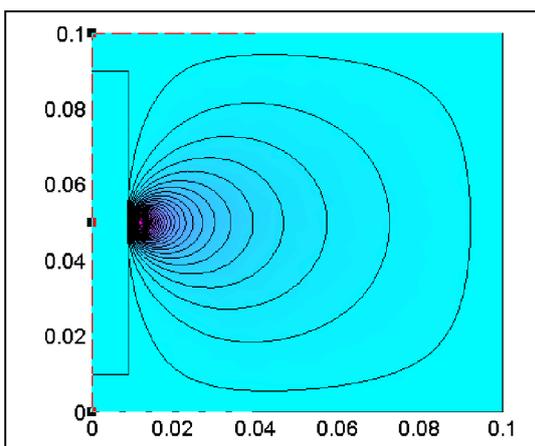


Figure 2.7 Les lignes du champ

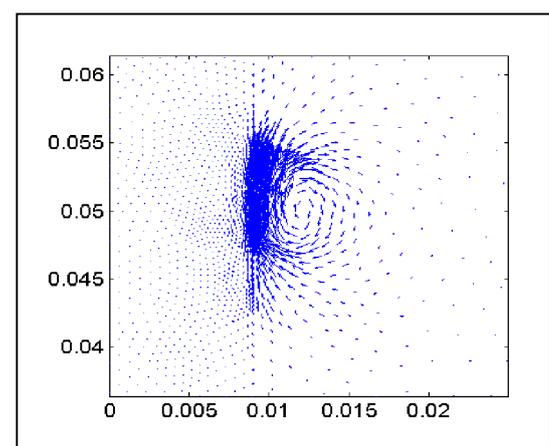
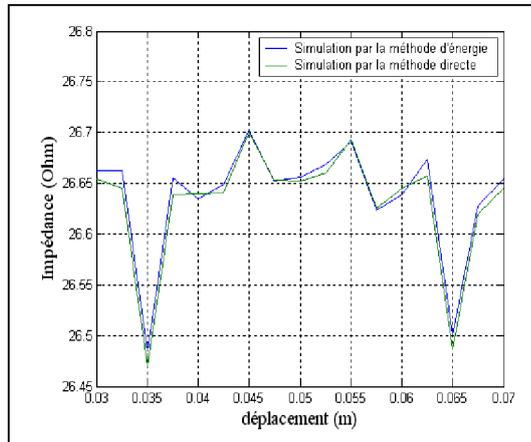


Fig. 2.8 Les vecteurs induction magnétique B

Figure 2.9 Allure de l'impédance pour $f = 100\text{kHz}$

✚ Interpretation des résultats

La figure (2.7) représente la distribution des lignes de champ. Ces derniers restent au niveau du capteur et leur pénétration dans la pièce reste très faible à cause de l'effet de peau.

La figure (2.8) montre la distribution des vecteurs d'induction magnétique.

La figure (2.9) représente l'allure de l'impédance d'un capteur absolu avec tube plein sans défaut.

2.8.2 Simulation d'un capteur absolu- tube plein avec défaut externe

Une simulation du déplacement de capteur absolu est effectuée à l'extérieur du tube plein avec un défaut sur la surface externe du tube.

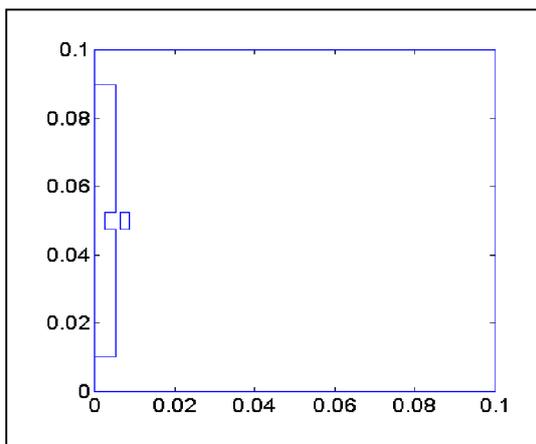


Figure 2.10 Modèle Géométrique du dispositif étudié

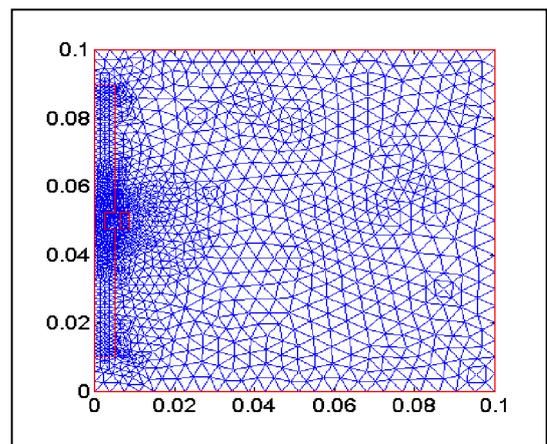


Figure 2.11 Maillage du domaine d'étude

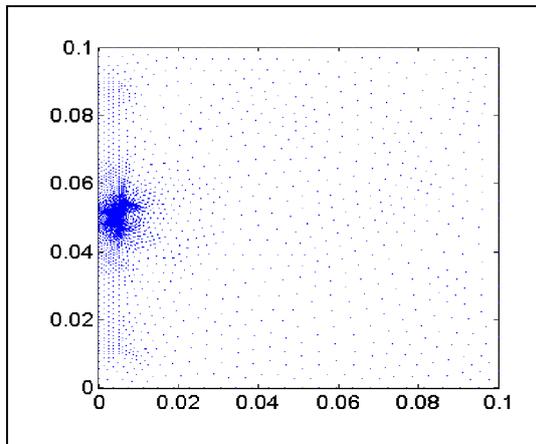


Figure 2.12 Le vecteur induction magnétique B

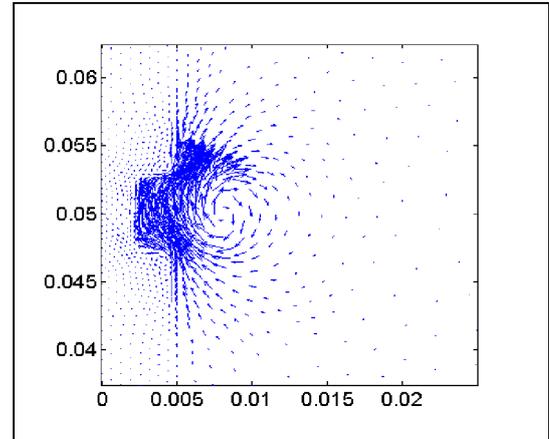


Figure 2.13 Zoom des vecteurs induction magnétique B

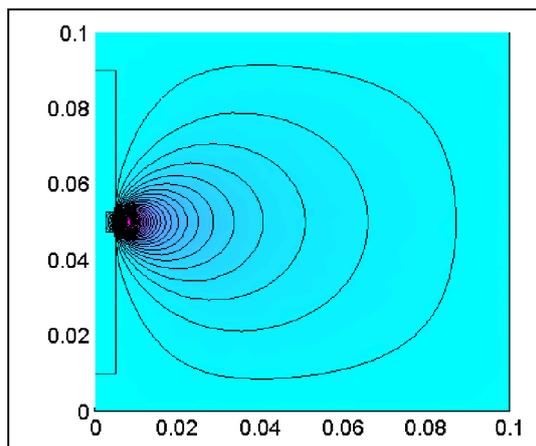


Figure 2.14 Les lignes du champ

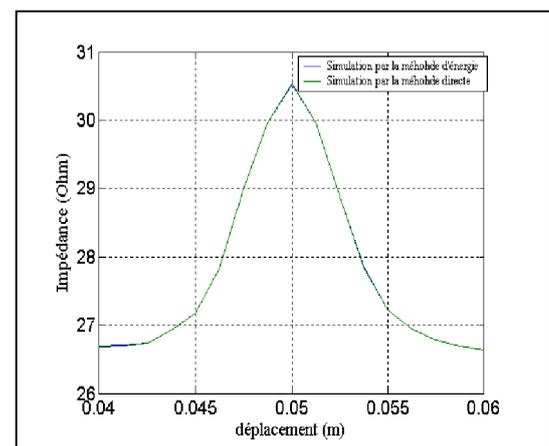


Figure 2.15 Allure de l'impédance pour $f = 100\text{kHz}$

✚ Interprétation des résultats de simulation

Les résultats de simulation obtenus dans le cas d'un tube plein avec défaut externe sont présentés comme suit :

Les figures (2.12) et (2.14) montrent la distribution des vecteurs d'induction magnétique et du champ magnétique. On constate que ces derniers sont concentrés au niveau de l'inducteur et entourent les surfaces internes du défaut.

La figure (2.13) montre le zoom des vecteurs d'induction magnétique à proximité du défaut.

La figure (2.15) montre l'allure de l'impédance calculée par la méthode directe et la

méthode d'énergie. La présence de défaut perturbe la trajectoire des lignes du champ ce qui est traduit par la variation de l'impédance du capteur. Les résultats de calcul de l'impédance par la méthode d'énergie et la méthode directe concordent bien.

2.8.3 Simulation d'un capteur absolu- tube creux avec défaut externe

Considérons le cas d'un capteur absolu avec un tube creux et un défaut externe. La simulation du déplacement du capteur donné les résultats suivants:

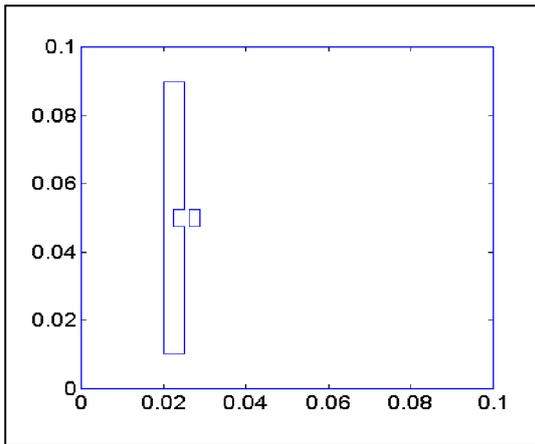


Figure 2.16 Modèle Géométrique du dispositif étudié

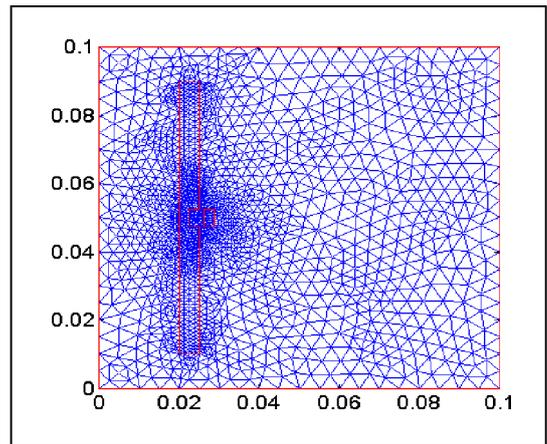


Figure 2.17 Maillage du domaine d'étude

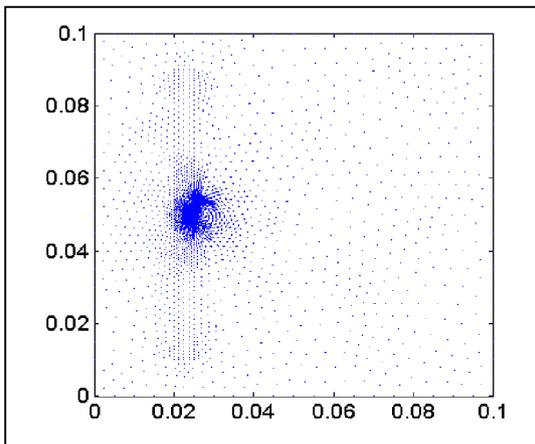


Figure 2.18 Le vecteur induction magnétique B

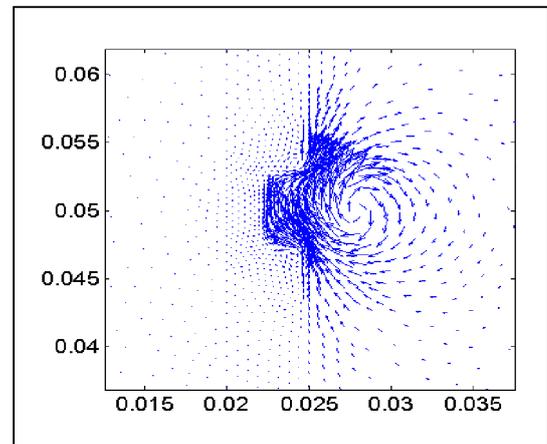


Figure 2.19 Zoom des vecteurs induction magnétique B

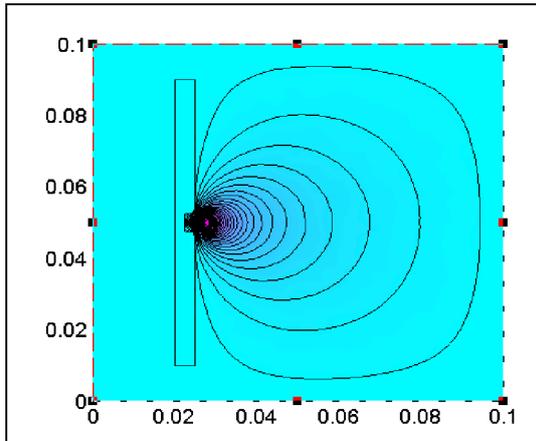


Figure 2.20 Les lignes du champ

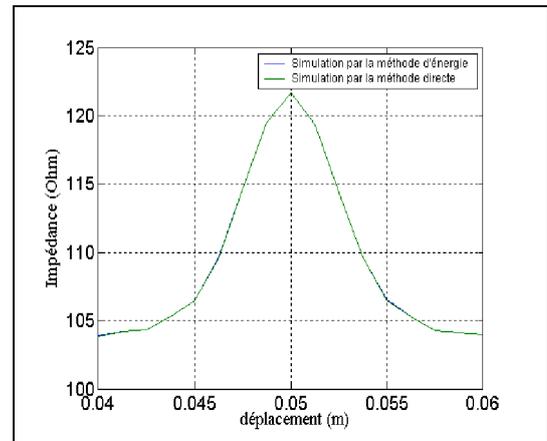


Figure 2.21 Allure de l'impédance

pour $f = 100\text{kHz}$

✚ Interprétation des résultats de simulation

Les figures (2.18), (2.19) et (2.20) représentent même explication d'un tube plein avec défaut externe.

La présence de défaut perturbe la trajectoire des lignes du champ ce qui est traduit par la variation de l'impédance du capteur.

La figure (2.21) représente la variation du module de l'impédance en fonction du déplacement. Cette dernière est grande à cause de l'augmentation de la réactance par rapport à la résistance.

2.8.4 Simulation d'un capteur absolu- tube creux avec défaut interne

Dans ce cas nous avons un défaut sur la surface interne du tube le capteur a est mis à l'intérieur du tube figure (2.22). Le défaut les mêmes dimensions que le cas précédent, avec la même fréquence d'excitation toujours. Les résultats de simulation sont illustrés par les figures suivantes:

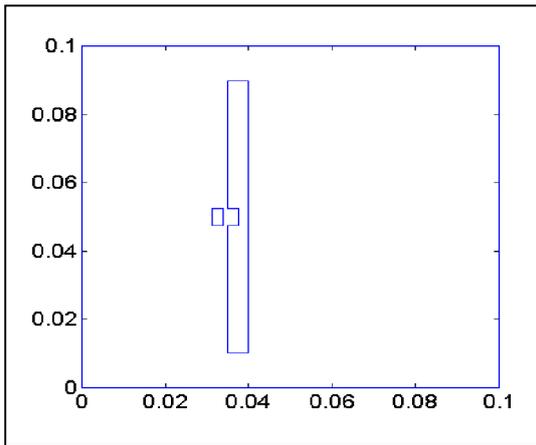


Figure 2.22 Modèle Géométrique du dispositif étudié

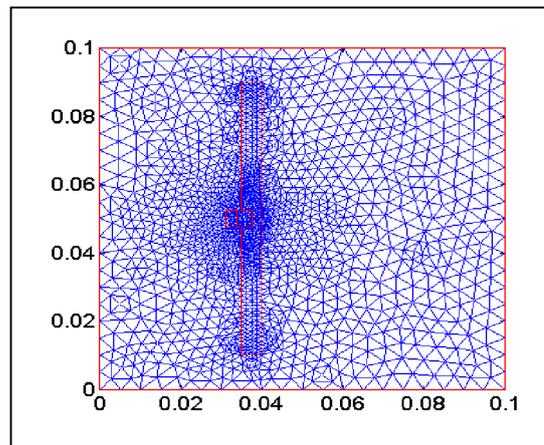


Figure 2.23 Maillage du domaine d'étude

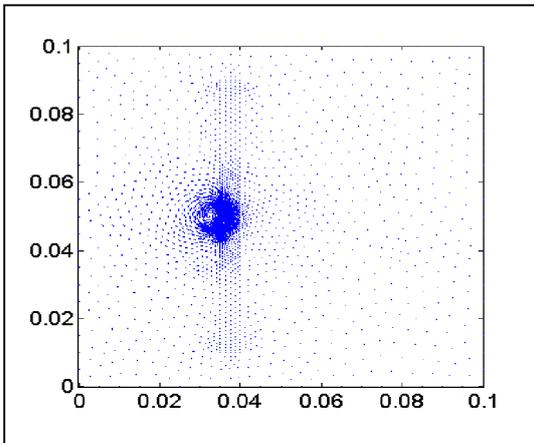


Figure 2.24 Le vecteur induction magnétique B

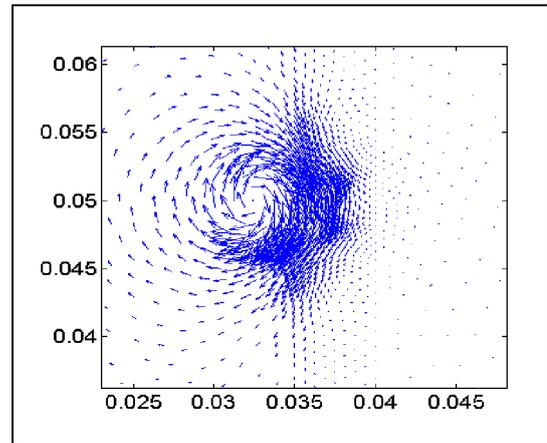


Figure 2.25 Zoom des vecteurs induction magnétique B

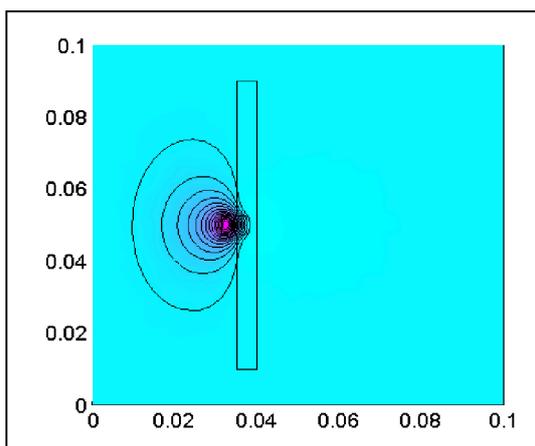


Figure 2.26 Les lignes du champ

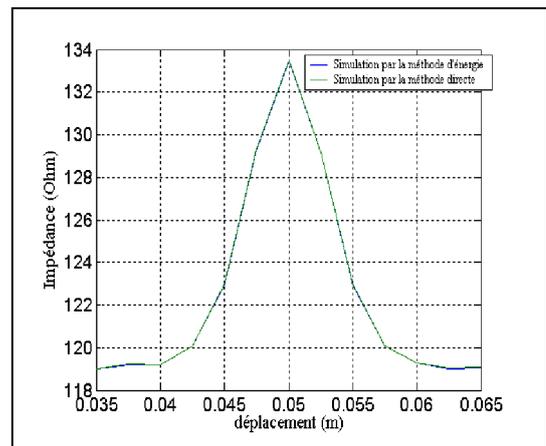


Figure 2.27 Allure de l'impédance

pour $f = 100\text{kHz}$

✚ Interprétation des résultats de simulation

La trajectoire de l'induction magnétique ainsi que son Zoom sont illustrés par les figures (2.24) et (2.25), on constate une trajectoire circulaire de l'induction magnétique autour niveau des bobines.

La figure (2.26) représente les lignes du champ, on constate que ces derniers restent concentrés au niveau de l'inducteur.

La figure (2.27) représente l'allure de l'impédance d'un capteur absolu avec tube creux et un défaut interne. On remarque que la valeur de l'impédance est plus grande par rapport au cas précédent (défaut externe).

2.8.5 Simulation d'un capteur différentiel- tube plein avec défaut externe

Une simulation du déplacement de capteur différentiel est effectuée à l'extérieur du tube plein pour les trois cas 20, 40 et 60% de profondeur d'un défaut sur la surface externe. Les résultats de simulation numérique sont présentés par les figures suivantes:

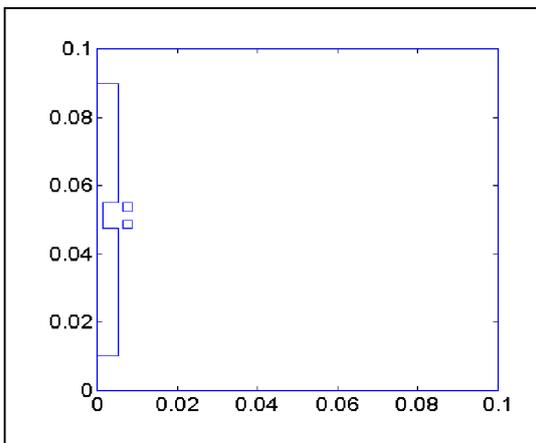


Figure 2.28 Modèle Géométrique du dispositif étudié

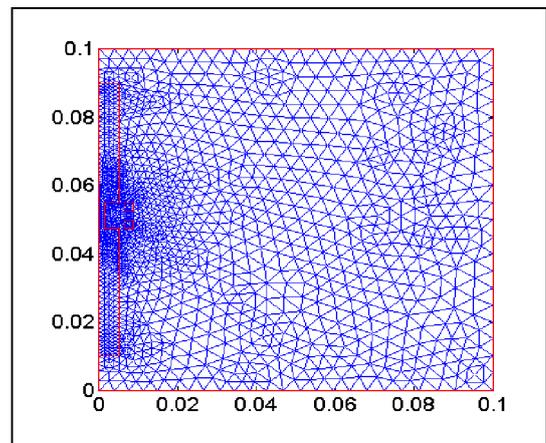


Figure 2.29 Maillage du domaine d'étude

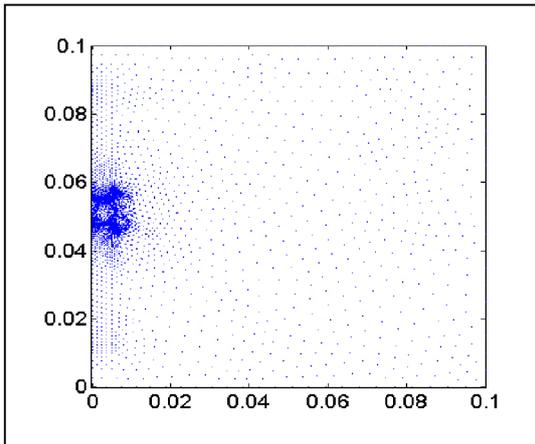


Figure 2.30 Le vecteur induction magnétique B

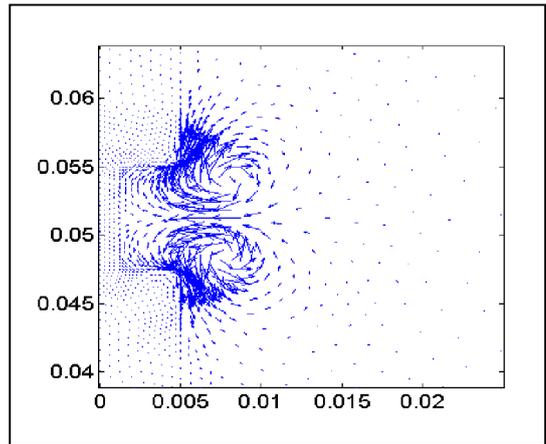


Figure 2.31 Zoom des vecteurs induction magnétique B

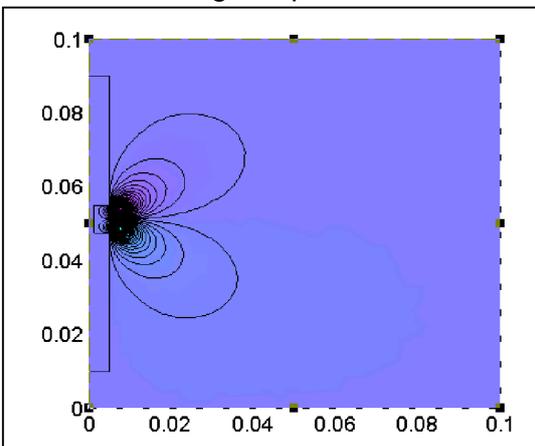


Figure 2.32 Les lignes du champ

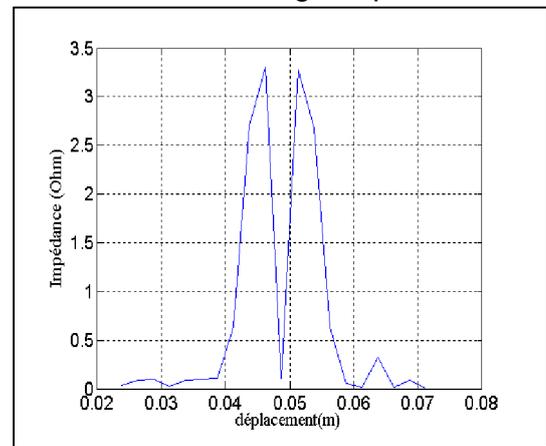


Figure 2.33 Allure de l'impédance pour $f = 100\text{kHz}$, 20%

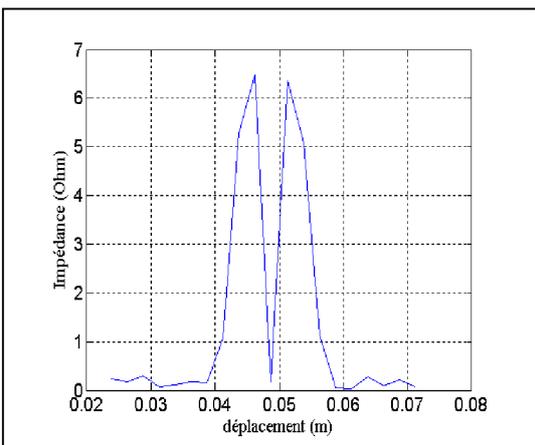


Figure 2.34 Allure de l'impédance pour $f = 100\text{kHz}$, 40%

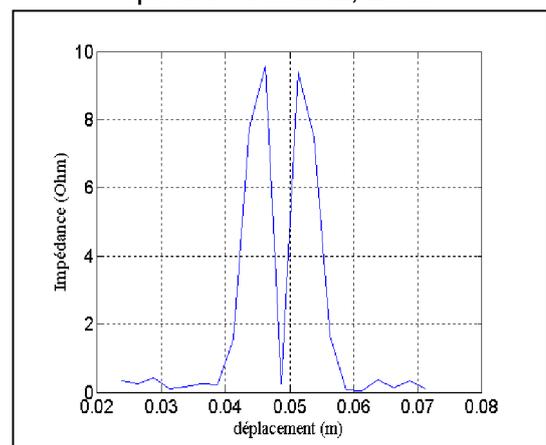


Figure 2.35 Allure de l'impédance pour $f = 100\text{kHz}$, 60%

✚ Interprétation des résultats de simulation

La figure (2.31) montre la distribution des vecteurs d'induction magnétique. On constate que ce dernier reste concentré au niveau de l'inducteur.

La figure (2.32) montre la distribution des lignes du champ magnétique. On constate que ce dernier reste concentré au niveau de l'inducteur et embrassent les surfaces internes du défaut, à cause de faible perméabilité.

Les figures (2.33), (2.34) et (2.35) atteint deux valeurs maximales qui correspondent aux extrémités du défaut et une valeur minimale correspondant au centre du défaut.

La faible valeur de l'impédance est remarquée sur la figure (2.35) qui correspond à un 20% de profondeur de défaut. La variation de l'impédance est importante pour les profondeurs du défaut plus grandes (40,60%) comme représentées par les deux figures (2.33) et (2.34).

2.8.6 Simulation d'un capteur différentiel- tube plein avec défaut interne

On peut utiliser dans le cas d'un défaut à l'intérieur du tube, qui est un autre problème rencontré dans le domaine du contrôle non destructif. Le défaut est plus grand de dimensions par rapport au cas précédent (défaut externe), avec une fréquence d'excitation toujours fixée à 100 kHz. Les résultats de simulation pour un tube plein sont illustrés par les figures suivantes :

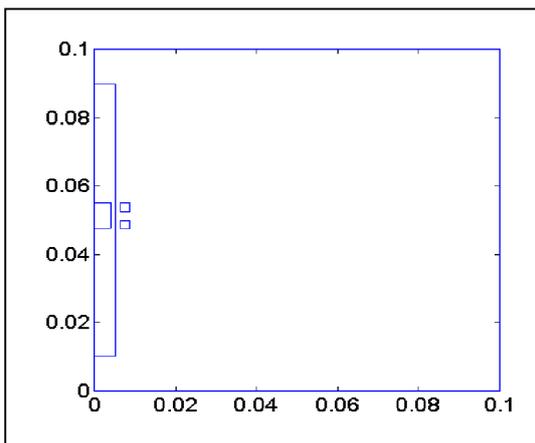


Figure 2.36 Modèle Géométrique du dispositif étudié

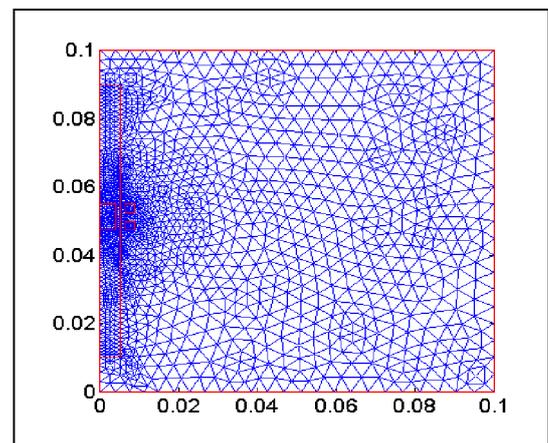


Figure 2.37 Maillage du domaine d'étude

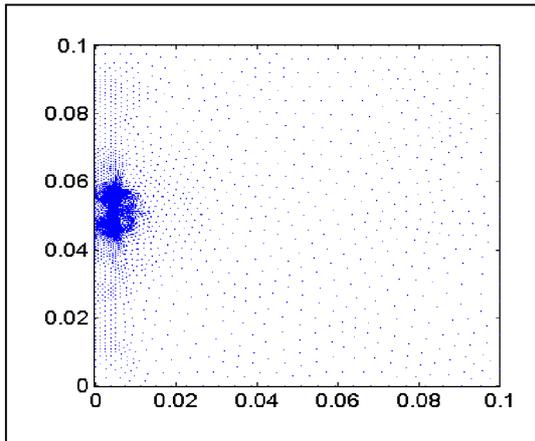


Figure 2.38 Les vecteurs induction magnétique B

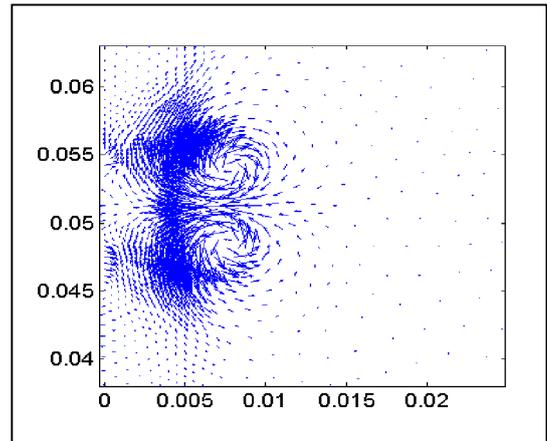


Figure 2.39 Zoom des vecteurs induction magnétique B

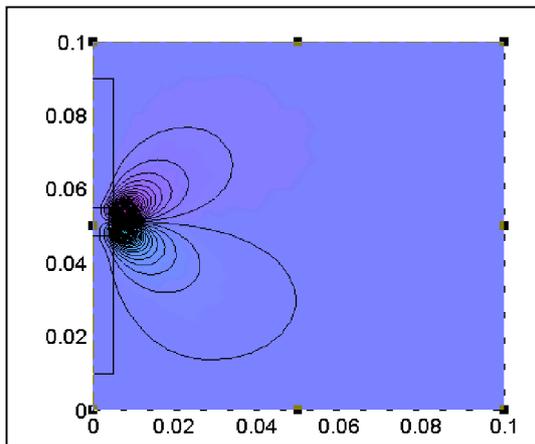


Figure 2.40 Les lignes de champ

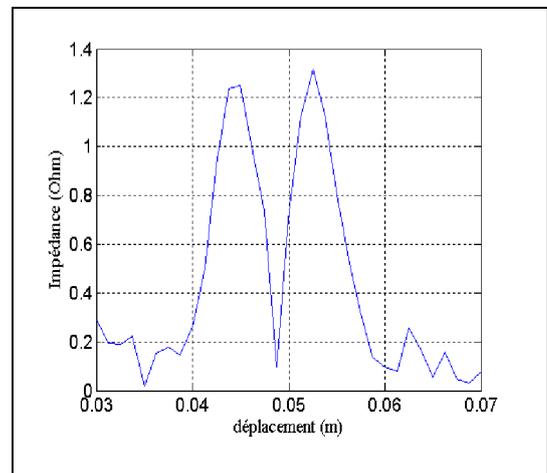


Figure 2.41 Allure de l'impédance pour $f = 100\text{kHz}$

🔧 Interprétation des résultants de simulation

Les figures (2.38) et (2.39) représentent La trajectoire de l'induction magnétique B ainsi que son Zoom, on remarque que la circulaire de l'induction magnétique au niveau des bobines et une faible pénétration dans la pièce.

La figure (2.40) représente les lignes du champ, on constate une forte pénétration à cause de faible conductivité caractérisant le matériau, on remarque les lignes du champ est au niveau du défaut.

L'impédance dans le cas de défaut interne est inférieure à celle correspondant au défaut externe. Dans le cas d'un tube avec défaut interne, l'impédance a une valeur faible comme illustré par la figure (2.41), cela est dû à la faible valeur de la conductivité du matériau d'une part, et d'autre part de la valeur importante de l'épaisseur de peau.

On remarque aussi que lorsque le capteur est près du défaut, ce qui implique que la distance entre le capteur et la pièce (lift off) est très petit avec une grande profondeur du défaut.

2.9 Conclusion

Le but de ce chapitre est d'utiliser la méthode des éléments finis pour la modélisation du contrôle non destructif par courant de Foucault. L'application de cette méthode, à l'étude du CND, nous offre beaucoup d'avantages comparés à d'autres méthodes.

Ainsi, dans ce chapitre, on a commencé par la formulation du problème magnétodynamique, cette dernière est étudiée dans le cas d'un système axisymétrique.

Aussi, Dans ce chapitre, on a présenté les résultats des différents cas de simulation pour un capteur absolu et un capteur différentiel.

On a calculé l'impédance du capteur absolu par deux méthodes, la méthode d'énergie et la méthode directe. La détection d'un défaut externe nécessite l'excitation du capteur par des fréquences élevées.

3.1 Introduction

La méthode des éléments finis (MEF) est actuellement un outil numérique dominant dans l'analyse des problèmes électromagnétiques et mécaniques de la fracture, en particulier le cas des fissures stationnaires. Toutefois, la MEF est souvent difficile pour simuler des problèmes tels que les grandes déformations avec distorsions des éléments (rigide), les problèmes d'augmentation arbitraire de la fissure avec des chemins complexes qui ne coïncident pas avec les interfaces de l'élément originale et les problèmes de rupture de matière avec grand nombre de fragments.

Les méthodes sans maillage (Meshfree ou meshless) sont récemment devenues des alternatives attirantes pour les problèmes électromagnétiques, comme elles n'exigent pas de maillage du domaine du problème et la solution approximative est tout à fait construite par un ensemble de nœuds éparpillés, [13].

Ces méthodes ont été développées à partir des années 1970 dans le but de se libérer des problèmes dus au maillage. Ces méthodes, dont le succès est croissant depuis une dizaine d'années, étaient en premier fondées sur des méthodes d'interpolation purement nodales (c'est-à-dire sans recours à la notion d'élément).

D'un point de vue théorique, les avantages de ces méthodes sont les suivants :

- ✓ l'absence de connectivités fixes entre les nœuds supprime les effets indésirables de la MEF dus à la déformation du maillage ;
- ✓ le raffinement de la discrétisation est facilité, puisqu'il est très simple de rajouter des nœuds (pas de traitement particulier tel que l'adaptation du maillage) ;
- ✓ les frontières internes variables dans le temps (fissures...) sont facilement manipulables pour la même raison, et leur orientation ne sera pas directement dépendante de la discrétisation, [14].

Dans ce chapitre, nous donnons d'abord l'historique des méthodes sans maillage et nous présentons essentiellement les principes de la méthode de Galerkin sans maillage, la méthode des moindres carrés glissants et l'imposition des conditions aux limites. La détermination de l'impédance d'un capteur inductif à courant de Foucault par la méthode directe est aussi présentée.

3.2 Différentes méthodes numériques

On distingue trois familles principales de méthodes numériques plus appropriées que la méthode classique des éléments finis. Nous les schématisons sur la figure (3.1) et les décrivons ci-dessous brièvement autour ces méthodes.

3.2.1 Méthode des éléments de frontière

Dans cette méthode, les équations aux dérivées partielles sont transformées en des équations intégrales sur la frontière par le biais d'une certaine solution fondamentale de ces équations aux dérivées partielles, dite solution de Green. Cette méthode n'est applicable que si une telle solution existe, [15].

3.2.2 Méthode sans maillage

Cette méthode est plus proche de la méthode des éléments finis. Elle se base sur la résolution de la forme faible des équations aux dérivées partielles par une méthode de Galerkin comme en éléments finis mais par contre l'approximation du champ de la fonction inconnue qui est construite pour être introduite dans la forme faible ne nécessite pas de maillage. Seul un ensemble de noeuds est réparti dans le domaine et l'approximation du champ de l'inconnue en un point ne dépend que de la distance de ce point par rapport aux noeuds qui l'entourent et non de l'appartenance à un certain élément fini, [15].

3.2.3 Méthode des éléments finis étendue

Plus connue sous le sigle XFEM (pour eXtended Finite Element Method) et parfois appelée méthode des éléments finis généralisée. Elle se base sur la méthode des éléments finis avec un maillage normal en remplaçant les éléments qui sont coupés par une fissure par des éléments spéciaux possédant quelques degrés de liberté supplémentaires qui permettent de représenter un champ de déplacement discontinu de part et d'autre de celle-ci. La propagation est simulée en remplaçant les éléments nouvellement traversés par une fissure par un élément spécial, [15].

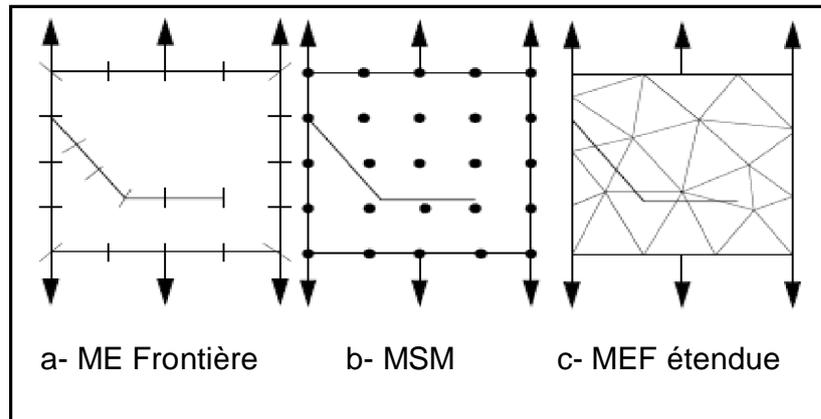


Fig. 3.1 –Schémas de discrétisation pour les trois méthodes numériques.

3.3 Historique des méthodes sans maillage [15]

De nombreuses branches forment la famille des méthodes sans maillage. Elle est liée à la méthode de la particule hydrodynamique lissée (*smoothed particle hydrodynamics*) de Lucy (1977) qui simule des phénomènes astrophysiques comme des explosions d'étoiles par un ensemble de particules. Mais, le tronc commun aux différentes méthodes actuelles est la méthode des éléments diffus de Nayroles, Tuzot et Villon (1992) qui utilise une fonction de base et un ensemble de noeuds possédant chacun un certain poids pour former une approximation du champ de déplacement puis surtout la méthode de Galerkin sans maillage (*element-free Galerkin*) de Belytschko, Lu et Gu (1994) qui reconnaît dans l'approximation précédente l'approximation au sens des moindres carrés glissants (MLSA pour *moving least squares approximation*) de Lancaster et Salkauskas (1981). Depuis, les méthodes sans maillage (*meshless methods* ou *meshfree methods*) se développent sous différentes formes et différents noms que nous citons pour référence : méthode de reproduction des particules de Kernel (*reproducing kernel particle method*) de Liu, Jun et Zhang (1995), méthode de la particule dans cellule (*particle-in-cell method*) de Sulsky, Zhou et Schreyer (1995), méthode hp clouds (*hp-clouds method*) de Duarte et Oden (1996b), méthode de la partition de l'unité élément fini (*partition of unity finite element method*) de Melenk et Babuška (1996), méthode de point fini (*finite point method*) de Oñate *et al.* (1996), méthode sans maillage (*free-mesh method*) de Yagawa et Yamada (1996), méthode du noeud de la limite (*boundary node method*) de Mukherjee et Mukherjee (1997), méthode de la limite locale de l'équation intégrale (*local boundary integral equation method*) de Zhu, Zhang et Atluri (1998), *meshless local Petrov-Galerkin method* de Atluri et Zhu

(1998), *node-by-node meshless method* de Nagashima (1999), *method of finite spheres* de De et Bathe (2000), *point-interpolation method* de Liu et Gu (2001), *finite cloud method* de Aluru et Li (2001), *meshless finite element method* de Idelsohn *et al.* (2003), *least-squares mesh free method* de Kwon *et al.* (2003).

Les appellations les plus courantes de nos jours sont celle de la méthode originale de Belytschko (méthode *de Galerkin sans maillage*) ou plus simplement méthode *sans maillage* qui désigne généralement au singulier cette méthode originale et au pluriel la famille des méthodes qui lui sont liées. La méthode que nous utilisons et que nous appelons la méthode sans maillage est la méthode *de Galerkin sans maillage* originale de Belytschko.

D'après la littérature nous présentons les méthodes suivantes:

3.3.1 Méthode de la particule Hydrodynamique lisse SPH

La plus ancienne des méthodes sans maillage est la méthode de la particule Hydrodynamique lisse (SPH), [16].

$$u^h(x) = \int_{\Omega} w(x-y, h) u(y) d\Omega_y \quad (3.1)$$

Où: $w(x-y, h)$ est la fonction de pondération de Kernel.

Et h est la taille du support.

Cette fonction est souvent appelée la fonction du lissage. Dans le calcul pratique, cette approximation devrait être discrétiser:

$$u^h(x) = \sum_i^N w(x-x_i) u_i \Delta V_i \quad (3.2)$$

Avec: ΔV_i est la mesure du domaine entourant le nœud i .

Encore, utiliser la forme familière d'approximation comme:

$$u^h(x) = \sum_{i=1}^N \phi_i(x) u_i \quad (3.3)$$

$$\text{Où: } \phi_i(x) = w(x-x_i) \Delta V_i \quad (3.4)$$

La fonction $\phi_i(x)$ est la fonction de forme de l'approximation SPH.

3.3.2 Méthode de reproduction des particules de Kernel (RKPM)

Le RKPM a été introduit récemment par LIU, JUI, ZHANG et al, [17].

Pour l'approximation des particules de Kernel on peut écrire:

$$u^h(x) = \int_{\Omega_y} K(x, y)u(y)d\Omega_y \quad (3.5)$$

Afin de reproduire des polynômes exactement, la fonction de la correction $C(x, y)$ est introduite, et nous écrivons l'approximation comme

$$u^h(x) = \int_{\Omega_y} C(x, y)w(x - y)u(y)d\Omega_y \quad (3.6)$$

Où $C(x, y)$: est défini tel que l'approximation est l'ordre de n.

$$u(x) = P^T(x)a \quad (3.7)$$

$$P(x)u(x) = P(x)P^T(x)a \quad (3.8)$$

$$\int_{\Omega_y} P(y)w(x - y)u(y)d\Omega_y = \int_{\Omega_y} P(y)P^T(y)w(x - y)d\Omega_y a \quad (3.9)$$

C'est un système d'équation de qui a est résolu et substitué dans l'approximation $u^h(x) = P^T(x).a$, il cède

$$u^h(x) = P^T(x) \left[\int_{\Omega_y} P(y)P^T(y)w(x - y)d\Omega_y \right]^{-1} \int_{\Omega_y} P(y)w(x - y)u(y)d\Omega_y \quad (3.10)$$

Avec la fonction corrigée

$$C(x, y) = P^T(x)[M(x)]^{-1}P(y) \quad (3.11)$$

Pour évaluer cette expression continue, l'intégration numérique doit être employée. La méthode de reproduction des particules de Kernel est:

$$\begin{aligned} u^h(x) &= \int_{\Omega_y} C(x, y)w(x - y)u(y)d\Omega_y = \sum_{i=1}^N C(x, x_i)w(x - x_i)u_i\Delta V_i \\ &= P^T(x)[M(x)]^{-1} \sum_{i=1}^N P(x_i)w(x - x_i)u_i\Delta V_i \end{aligned} \quad (3.12)$$

La matrice du moment $M(x)$ est aussi calculée par intégration numérique.

$$M(x) = \int_{\Omega_y} P(y)P^T(y)w(x - y)d\Omega_y = \sum_{i=1}^N P(x_i)P^T(x_i)w(x - x_i)\Delta V_i$$

(3.13)

$\Delta V_i = 1$: Le RPKM est MLS sont même.

3.3.3 Méthodes DEM et EFGM

Les méthodes EFGM et DEM possèdent deux différences majeurs: EFGM inclut certains termes dans la dérivées des interpolant qui sont ignorés par la méthode DEM. EFGM utilise un grand nombre de points de Gauss arrangés dans une structure de cellules qui recouvre le domaine. EFGM utilise les multiplicateurs de Lagrange pour imposer les conditions aux limites essentielles, [18].

3.4 Méthode de Galerkin sans Maillage

La méthode de Galerkin sans maillage (EFGM) est considérée comme une méthode sans maillage, car elle exige un ensemble de noeud et une description du modèle aux limites pour générer les équations discrètes et construire une solution approximative, [19].

La méthode de Galerkin sans maillage (EFGM) est une méthode pour résoudre des équations aux dérivées partielles en utilisant la méthode des moindres carrés glissants pour approximer l'inconnue. Cette méthode, basée comme la méthode des éléments finis sur une formulation intégrante, exige seulement un ensemble de noeuds distribués sur la région de l'analyse pour la construction de la solution, aucune connectivité de l'élément n'est exigée.

L'intégration nodale pour la méthode de Galerkin sans maillage a été proposée par BEISSEL et BELYTSHKO, pour cela l'utilisation d'un maillage (grille) est nécessaire dans l'implémentation courante de celle-ci.

3.4.1 Approximation classique au sens des moindres carrés

Considérons une certaine fonction inconnue u de la variable x dont on connaît quelques valeurs u_i aux points d'échantillonnage x_i , appelés noeuds, en nombre N , [15].

Nous cherchons l'équation d'une fonction approchée $u^h(x)$ en nous basant sur ces quelques valeurs. Dans un des cas les plus simples, nous cherchons une fonction approchée linéaire. L'approximation est:

$$u^h(x) = a_0 + a_1 \cdot x \quad (3.14)$$

Les paramètres a_0 et a_1 peuvent être déterminés en minimisant le carré de différence entre u_i et $u^h(x)$.

$$J = \sum_{i=1}^N [a_0 + a_1 x_i - u_i]^2 \quad (3.15)$$

Il est possible d'accorder un poids différent à chaque valeur en cherchant plutôt à minimiser :

$$J = \sum_{i=1}^N w(x-x_i)[a_0 + a_1 x_i - u_i]^2 \quad (3.16)$$

Où $w(x-x_i)$: est la fonction de pondération.

Cette fonction doit être positive pour que la fonction d'approximation s'approche bien et non ne s'en éloigne.

Nous réécrivons ces expressions sous forme vectorielle pour faciliter l'extension à des fonctions non linéaires et/ou à plusieurs variables. L'approximation est donnée par:

$$u^h(x) = P^T(x).a \quad (3.17)$$

Et les deux coefficients

$$a = [a_0 \quad a_1] \quad (3.18)$$

Pour une base linéaire et quadratique en 1D.

$$P^T(x) = [1 \quad x] \quad \text{base linéaire} \quad (3.19)$$

$$P^T(x) = [1 \quad x \quad x^2] \quad \text{base quadratique} \quad (3.20)$$

Pour deux dimensions les bases linéaire et quadratique sont donnée par:

$$P^T(x) = [1 \quad x \quad y] \quad \text{base linéaire} \quad (3.21)$$

$$P^T(x) = [1 \quad x \quad y \quad x^2 \quad y^2 \quad xy] \quad \text{base quadratique} \quad (3.22)$$

La norme pondérée vaut

$$J = \sum_{i=1}^N w(x-x_i)[P^T(x_i).a - u_i]^2 \quad (3.23)$$

3.4.2 Définition de l'approximation MLS

La méthode de Galerkin sans maillage EFGM utilise la méthode des moindres carrés glissants pour approximation de la fonction inconnue $u(x)$ par $u^h(x)$, ces approximations comprennent trois composants:

- ✚ Une fonction de pondération associée à chaque noeud
- ✚ Une base polynomiale
- ✚ Un ensemble de coefficients qui dépendent de la position, [19].

L'approximation locale autour d'un point \bar{x} est donné par:

$$u_L^h(x, \bar{x}) = \sum_{j=0}^m P_j(x).a_j(x) = P^T(x).a(\bar{x}) \quad (3.24)$$

Où $P(x)$: est un polynôme complet de l'ordre m.

$$P^T(x) = [1 \quad x \quad x^2 \quad \dots x^m] \quad (3.25)$$

Et $a(x)$ est donné par:

$$a^T(x) = [a_0(x) \quad a_1(x) \quad a_2(x) \quad \dots a_m(x)] \quad (3.26)$$

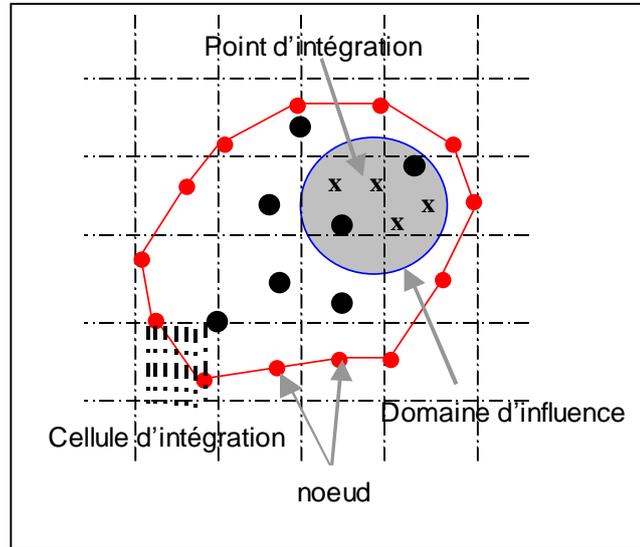


Fig. 3.2 Modèle Géométrique de la méthode EFG.

Les paramètres inconnus $a_j(x)$ à tout point sont déterminés en minimisant la différence entre l'approximation locale à ce point et les paramètres nodaux u_i .

La norme de l'approximation autour de \bar{x} et les valeurs connues s'écrit comme pour l'approximation classique au sens des moindres carrés mais dépend naturellement de ce point \bar{x} :

$$J = \sum_{i=1}^n w(\bar{x} - x_i) \left[P^T(x_i) \cdot a(\bar{x}) - u_i \right]^2 \quad (3.27)$$

Où n : est le nombre de noeuds au voisinage de \bar{x} où la fonction de pondération $w(x - x_i) \neq 0$ et u_i sont des paramètres nodaux de u à $x = x_i$.

Ce voisinage de x est appelé le domaine d'influence de x .

La minimisation de J dans l'équation (3.27) par rapport à $a(x)$ peut être obtenu par l'ensemble des équations linéaire suivantes :

$$A(x) \cdot a(x) = B(x) \cdot u \quad (3.28)$$

$$\text{Où : } A(x) = \sum_{i=1}^n w(x - x_i) P(x_i) P^T(x_i) \quad (3.29)$$

Et

$$B(x) = [w(x-x_1)P(x_1) \quad w(x-x_2)P(x_2) \quad \dots \quad w(x-x_n)P(x_n)] \quad (3.30)$$

On détermine $a(x)$ à partir de l'équation (3.28) et en utilisant l'équation (3.24), nous aboutissons à la forme suivante pour l'approximation MLS :

$$u^h(x) = P^T(x)[A(x)]^{-1} B(x)u \quad (3.31)$$

En utilisant la forme bien connue d'approximation

$$u^h(x) = \sum_{i=1}^n \phi_i(x)u_i = \phi^T(x)u \quad (3.32)$$

Où ϕ_i : est la fonction de forme associé au noeud i est donnée par:

$$\phi_i(x) = P^T(x)[A(x)]^{-1} w(x-x_i)P(x) \quad (3.33)$$

Nous pouvons écrire la fonction de forme de l'approximation MLS comme:

$$\phi^T(x) = P^T(x)[A(x)]^{-1} B(x) \quad (3.34)$$

La matrice $A(x)$ est souvent appelée la matrice du moment, de dimensions $m \times m$, [17].

Cette matrice doit être inversée pour que la fonction de forme sera évaluée. Évidemment, ce fait est l'inconvénient majeur de la méthode EFG à cause du coût des calculs et la possibilité que cette matrice soit une matrice singulière.

Pour une base linéaire en une dimension, la matrice $A(x)$ devient alors:

$$A(x) = w(x-x_1) \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ x_1 & x_1^2 \end{bmatrix} + w(x-x_2) \begin{bmatrix} 1 & x_2 \\ x_2 & x_2^2 \end{bmatrix} + \dots + w(x-x_n) \begin{bmatrix} 1 & x_n \\ x_n & x_n^2 \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

La matrice $A(x)$ pour la base linéaire en 2D est donnée par:

$$A(x) = w(x-x_1) \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ x_1 & x_1^2 & x_1 y_1 \\ y_1 & x_1 y_1 & y_1^2 \end{bmatrix} + w(x-x_2) \begin{bmatrix} 1 & x_2 & y_2 \\ x_2 & x_2^2 & x_2 y_2 \\ y_2 & x_2 y_2 & y_2^2 \end{bmatrix} + \dots + w(x-x_n) \begin{bmatrix} 1 & x_n & y_n \\ x_n & x_n^2 & x_n y_n \\ y_n & x_n y_n & y_n^2 \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

Si $n = 1$ c.-à-d., le point x est couvert par un seul support nodal alors que la base est linéaire ($m = 2$), d'où la matrice est singulière et ne peut pas être inversée.

Pour que la matrice $A(x)$ soit inversible, il faut que les noeuds soient en nombre suffisant :

$n > m$ où m est la taille du vecteur des fonctions de base P .

3.4.3 Propriétés des fonctions de forme de l'approximation MLS

Ø Absence de maillage

La première propriété des fonctions de forme MLS à noter est qu'elles ne dépendent effectivement d'aucun maillage. Seuls un vecteur de fonctions de base $P(x)$ et un

ensemble de noeuds à chacun desquels correspond une fonction de pondération $w(x-x_i)$ sont nécessaires. En un point donné, les fonctions de forme sont toutes construites simultanément. Les étapes de cette construction sont, [15] :

1. la construction de la matrice $A(x)$ par la formule (3.29) en ajoutant la contribution de chaque noeud au point considéré ;
2. l'inversion de la matrice $A(x)$;
3. le calcul de chaque fonction de forme par les formules (3.33) et (3.35).
4. La fonction de forme $\phi_i(x)$ est nulle en-dehors du support de la fonction de pondération $w(x-x_i)$.
5. La fonction de forme $\phi_i(x)$ est bien définie sur le domaine de l'approximation si et seulement si $A(x)$ est inversible en tout point x du domaine.

Ø Absence d'interpolation

À la différence des fonctions de forme de la méthode des éléments finis, les fonctions de forme MLS sont différentes de 1 au nœud auquel elles sont associées et ne sont pas nécessairement nulles aux autres noeuds :

$$\phi_i(x_j) \neq \delta_{ij} \quad (3.37)$$

C'est pour cette raison que l'approximation MLS est effectivement une approximation et non une interpolation :

$$u_h(x_i) \neq u_i \quad (3.38)$$

Les fonctions de forme MLS peuvent reproduire exactement toute fonction appartenant au noyau de $P(x)$. En effet, une fonction du noyau de $P(x)$ a la forme:

$$u(x) = P^T(x)\alpha \quad (3.39)$$

Si nous prenons comme coefficients $a(x) = \alpha$ la norme J est nulle. Sachant que J est par définition positive ou nulle, notre choix de coefficients est bien celui qui minimise J et l'approximation est donnée par:

$$u^h(x) = P^T(x)\alpha = u(x) \quad (3.40)$$

3.4.3.1 Choix des fonctions de base

Ce tableau reprend les bases constantes, linéaires et quadratiques à une, deux et trois dimensions, [15].

	1D	2D	3D
Constant	[1]	[1]	[1]
Linéaire	[1, x]	[1, x, y]	[1, x, y, z]
quadratique	[1, x, x ²]	[1, x, y, x ² , y ² , xy]	[1, x, y, z, x ² , y ² , z ² , xy, xz, yz]

Tableau3.1 présentation des fonctions de base de l'approximation MLS

Puisque toutes ces fonctions de base appartiennent à $C^\infty(\Omega)$, les fonctions de forme MLS ont le même degré de continuité que les fonctions de pondération. Comme la fonction constante est toujours présente dans l'ensemble des fonctions de base, la propriété de consistance implique que :

$$\sum_{i=1}^n \phi_i(x) = 1 \quad (3.41)$$

Notons que cette propriété est partagée par les fonctions de forme de la méthode des éléments finis classique. Voyant dans cette propriété un partage par les fonctions de forme de la fonction constante unitaire, Melenk et Babuška (1996) ont baptisé celle-ci partition de l'unité. Le cas particulier de l'approximation MLS avec une base constante est l'approximation de Shepard (1968), qui est en fait bien antérieure à l'approximation MLS, [17]. Elle donne une expression des fonctions de forme plus simple car la matrice $A(x)$ est réduite à la taille:

$$\phi_i^{Shepard}(x) = \frac{w_i(x - x_i)}{\sum_{i=1}^n w_i(x - x_i)} \quad (3.42)$$

Dans la suite, nous utilisons une base linéaire sauf mention contraire. Les raisons de ce choix, qui est le choix habituel dans la littérature, sont doubles : [15]

- ✓ une base constante est plus économe en temps de calcul mais l'approximation n'est alors pas capable de représenter exactement un champ linéaire, ce qui est requis pour le champ de déplacement dans une méthode de Galerkin ;
- ✓ une base quadratique demande que chaque point du domaine soit couvert par un nombre plus important de supports et une matrice $A(x)$ à inverser en chaque point de taille plus importante que pour une base linéaire et ce surcoût de temps de calcul conduit à un rapport coût/performance qui se révèle plus important à l'usage, [15].

3.4.3.2 Choix des fonctions de pondération

La fonction de pondération $w(x)$ est une fonction utilisée dans la méthode EFG qui décroît avec la distance au noeud auquel elle est associée et qui possède la forme d'une cloche.

À une dimension, si r est la distance normalisée entre un noeud i et un point x quelconque:

$$r = \left| \frac{x_i - x}{d_i} \right| \quad (3.43)$$

Où d_i : est la dimension du domaine d'influence du noeud i ,

Quelques choix courants pour $w_i(x)$ sont:

Une spline d'ordre 3 ;

$$w(r) = \begin{cases} \frac{2}{3} - 4r^2 + 4r^3 & r \leq \frac{1}{2} \\ \frac{4}{3} - 4r + 4r^2 - \frac{4}{3}r^3 & \frac{1}{2} < r \leq 1 \\ 0 & r > 1 \end{cases} \quad (3.44)$$

Une spline d'ordre 4 ;

$$w(r) = \begin{cases} 1 - 6r^2 + 8r^3 - 3r^4 & r \leq 1 \\ 0 & r > 1 \end{cases} \quad (3.45)$$

Dans deux dimensions, plus souvent, le domaine d'influence est représenté par les supports circulaires ou rectangulaires.

Pour un domaine circulaire on a :

$$w(x - x_i) = w\left(\frac{\|x_i - x\|}{d_i}\right) \quad (3.46)$$

Pour un domaine rectangulaire on a :

$$w(x - x_i) = w\left(\frac{|x_i - x|}{d_i^x}\right) w\left(\frac{|y_i - y|}{d_i^y}\right) \quad (3.47)$$

3.4.3.3 Domaine d'influence

La dimension du domaine d'influence au nœud, d_i est calculé par:

$$d_i = d_{\max} \cdot C_i \quad (3.48)$$

Où d_{\max} : est un facteur de l'écaillage qui est choisi de sorte que la matrice $A(x)$ soit non singulière.

C_i : est la différence entre x_i du nœud et son voisin le plus proche quand la distribution des nœuds est constante ou est régulière.

3.4.4 Imposition des conditions aux limites essentielles [15].

Dans les méthodes sans maillage, les fonctions de forme utilisées sont celles de l'approximation MLS. Comme nous l'avons vu, celles-ci ne valent pas 1 au nœud auquel elles sont associées. Pour cette raison, il n'est pas possible de fixer directement les valeurs des inconnues aux nœuds qui se trouvent sur la frontière Γ_v . Dans la méthode des éléments diffus initiale, Nayroles, Touzot et Villon (1992) prennent le parti de malgré tout fixer directement de cette manière les conditions aux limites essentielles en violation des hypothèses du principe variationnel. Différentes méthodes sont proposées, on citera:

- ✚ Principe variationnel modifié avec des multiplicateurs
- ✚ Principe variationnel modifié sans multiplicateurs
- ✚ Principe variationnel modifié avec une pénalité

3.4.4.1 Principe variationnel modifié avec des multiplicateurs de Lagrange

Cette méthode, proposée par Belytschko, Lu et Gu (1994), se base sur la forme faible suivante, où des multiplicateurs de Lagrange sont utilisés pour imposer les conditions aux limites sur le déplacement. Le sens physique des multiplicateurs de Lagrange est la réaction à la fixation, [15].

Nous considérons la déformation statique d'un corps élastique linéaire, homogène qui subit des petites déformations et des petits déplacements. Il occupe un domaine Ω dont nous notons la frontière Γ . Il est soumis aux forces volumiques b dans Ω , aux tractions de surface t sur Γ_q et le déplacement v est imposé sur Γ_v .

Les équations d'équilibre :

$$\nabla \cdot \sigma + b = 0 \text{ dans } \Omega \quad (3.49)$$

σ : est tensoriel symétrique de contrainte de Cauchy.

$$\sigma . n = \bar{q} \text{ sur } \Gamma_q \quad (3.50)$$

$$v = \bar{v} \text{ sur } \Gamma_v \quad (3.51)$$

Déterminer le déplacement $v \in H^1(\Omega)$, la contrainte $\sigma \in H^0(\Omega)$ et le multiplicateur de Lagrange $\lambda \in H^0(\Omega)$ et qui sont tels que le principe variationnel suivant est vérifié pour tout $\delta v \in H^1(\Omega)$ et $\delta \lambda \in H^0(\Omega)$.

$$\int_{\Omega} \nabla_s . \delta v^T : \sigma . d\Omega - \int_{\Omega} \delta v . b d\Omega - \int_{\Gamma_i} \delta v . \bar{q} d\Gamma - \int_{\Gamma_i} \delta \lambda . (v - \bar{v}) d\Gamma - \int_{\Gamma_i} \delta v . \lambda d\Gamma = 0 \quad (3.52)$$

Cette forme faible est discrétisée en utilisant une approximation MLS pour v et δv comme ci-dessus et une interpolation pour le champ des multiplicateurs de lagrange (défini seulement sur Γ_v)

$$\begin{aligned} \lambda(X) &= N_I(S)\lambda_I, & X \in \Gamma_v \\ \delta \lambda(X) &= N_I(S)\delta \lambda_I, & X \in \Gamma_v \end{aligned} \quad (3.53)$$

Où: $N_I(S)$ sont des fonctions de forme d'interpolation dont la variable est la coordonnée curviligne s le long de Γ_v . En substituant les approximations dans le principe variationnel, nous aboutissons à un système linéaire qui permet de déterminer les inconnues v et λ :

$$\begin{bmatrix} K & G \\ G^T & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v \\ \lambda \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f \\ q \end{Bmatrix} \quad (3.54)$$

Avec

$$\begin{aligned} K_{ij} &= \int_{\Omega} B_i^T [D] B_j d\Omega \\ f_i &= \int_{\Omega} \Phi_i b d\Omega + \int_{\Gamma_q} \Phi_i \bar{q} d\Gamma \end{aligned} \quad (3.55)$$

et, en plus,

$$\begin{aligned} g_{ij} &= \int_{\Gamma_v} \Phi_i N_j d\Gamma \\ q_j &= \int_{\Gamma_v} N_j \bar{v} d\Gamma \end{aligned} \quad (3.56)$$

Remarquons que le système linéaire complet à résoudre est symétrique.

3.5 Rappel du Calcul de l'impédance

Le contrôle par les courants de Foucault est basé sur la variation d'impédance du capteur dans la présence d'un défaut. Deux méthodes sont utilisées pour la détermination de l'impédance : la méthode directe ou la méthode d'énergie. Pour la méthode de Galerkin sans maillage, on appliquera la méthode directe.

3.5.1 Méthode directe

Rappelons la formule que nous avons développé pour calculer l'impédance du capteur absolue (voir chapitre 2 équations : 2.32 à 2.42), elle est donnée par :

$$Z = j \frac{2\pi \cdot \omega \cdot N_t}{I_s} \sum_{i=1}^{N_c} a_i \cdot r_{ci} \cdot A_{ci} \quad (3.61)$$

3.5.2 Calcul de l'impédance d'un capteur différentiel

Pour effectuer le calcul de l'impédance, une méthode basée sur le vecteur potentiel magnétique a chaque centre du rectangle.

L'impédance d'un capteur différentiel est donné par :

$$Z_i = j \frac{2\pi \cdot \omega \cdot N_t}{I_s} \left[\sum_{i=1}^{N_b} a_i \cdot r_{ci} \cdot A_{ci} - \sum_{i=1}^{N_a} a_i \cdot r_{ci} \cdot A_{ci} \right] \quad (3.62)$$

Avec : N_a et N_b est le nombre de spire des bobines a et b respectivement.

3.6 Conclusion

La méthode sans maillage que nous avons présentée est simple et le fait de pouvoir rigoureusement s'affranchir du maillage est plaisant.

La méthode de Galerkin sans maillage est précise pour accomplir des rapports de convergence plus grande que la méthode des éléments finis.

Dans ce chapitre, nous avons développé en détails les principes de la méthode de Galerkin sans maillage en expliquant la méthode des moindres carrés glissants qui est le point d'appui de la EFGM.

L'emploi de cette méthode conduit à un système mathématique, ce qui facilite le calcul de l'impédance, les résultats de simulation sont l'objectif de notre quatrième chapitre.

4.1 Introduction

La méthode d'élément finis a été longuement utilisée dans le développement de modèle pour calculer l'impédance du capteur dans le contrôle non destructif (CND). Ce chapitre utilise un modèle numérique basé sur la méthode de Galerkin sans maillage (EFGM) (Belytschko et al, 1994 ; Belytschko et al, 1996; Dolbow et Belytschko, 1998) pour le CND par courant de Foucault.

La méthode de Galerkin sans Maillage (EFGM) est une méthode pour résoudre des équations aux dérivées partielles avec l'approximation des moindres carrés glissants (MLS). Cette méthode, basé comme la méthode des éléments finis sur une formulation intégrante, exige seulement un ensemble de noeuds distribué sur la région de l'analyse pour la construction de la fonction de forme, aucune connectivité de l'élément n'est exigée, [1]. En effet dans la méthode EFG, le système d'équations discret est construit par discrétisation du domaine par un ensemble de noeuds au lieu d'une maille complexe.

La fonction de pondération est définie sur le domaine d'influence d'un noeud qui joue un rôle important dans la performance de la méthode EFGM quant à l'exactitude de solution, complexité de calcul et taux de convergence, [20].

L'inconvénient majeur de la EFGM est que, ces interpolants de la MLS ne passent pas à travers les noeuds parce que les fonctions de l'interpolation ne sont pas égales à l'unité aux noeuds, de ce fait il complique l'imposition de conditions de limite essentielles, [1].

L'objectif de ce chapitre est de présenter une application de la EFGM à des problèmes axisymétriques électromagnétiques pour l'étude du contrôle non destructif par courant de Foucault.

Les détails de son implémentation numérique ont été présentés avec une importance spécifique à travers des programmes écrits en MATLAB. Nous allons résoudre un problème électromagnétique à deux dimensions.

En première étape de ce chapitre nous détaillerons les formulations variationnelle des problèmes axisymétriques, ainsi que l'algorithme du programme EFGM en deux dimensions, ensuite les divers résultats de simulation par le modèle élaboré, et à la fin de ce chapitre nous donnerons la comparaison entre la méthode des éléments finis et la méthode de Galerkin sans maillage et la validation des résultats de simulation numérique avec des résultats expérimentaux.

4.2 Formulation variationnelle d'un problème axisymétrique

Le problème axisymétrique décrivant la plupart des systèmes de contrôle non destructif par CF est obtenu à partir de l'équation électromagnétique en termes du potentiel vecteur magnétique (A):

$$\text{rot}(\nu \cdot \text{rot}(\ddot{A})) = \ddot{J}_s - \sigma \frac{\partial \ddot{A}}{\partial t} \quad (4.1)$$

Où:

ν , σ , J_s sont respectivement, la reluctivité magnétique, conductivité électrique et la densité de courant source.

Dans le cas axisymétrique la densité de courant électrique J_s et le potentiel vecteur magnétique A ont une seule composante dirigée suivant θ .

$$\ddot{A} = (0, A_\theta, 0) \text{ et } \ddot{j}_s = (0, J_\theta, 0) \quad (4.2)$$

L'équation (4.1) aura, en tenant compte de (4.2), pour expression dans le plan $[r, z]$:

$$-\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r\mu_r} \frac{\partial(rA_\theta)}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu_r} \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) + j\omega\sigma\mu_0 A_\theta = \mu_0 J_\theta \quad (4.3)$$

Où:

μ_r : est la perméabilité magnétique relative

μ_0 : est la perméabilité magnétique de vide.

$$\text{Et } \nu = \frac{1}{\mu_0 \cdot \mu_r}$$

En régime harmonique, la dérivé par rapport au temps $\left(\frac{\partial \ddot{A}}{\partial t} \right)$ est remplacé par

l'opération complexe $j\omega \ddot{A}$ avec : $j^2 = -1$

ω : est la fréquence angulaire.

L'équation (4.3) peut être écrite comme:

$$-\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r\mu_r} \frac{\partial(rA_\theta)}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r\mu_r} \frac{\partial(rA_\theta)}{\partial z} \right) + j \frac{\omega\sigma\mu_0}{r} (rA_\theta) = \mu_0 J_\theta \quad (4.4)$$

Si nous introduisons la transformation suivante :

$$A = rA_\theta \quad (4.5)$$

L'équation (4.4) devient:

$$-\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r\mu_r} \frac{\partial A}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r\mu_r} \frac{\partial A}{\partial z} \right) + j \frac{\omega\sigma\mu_0}{r} A = \mu_0 J_\theta \quad (4.6)$$

Ω : est le domaine de l'étude limité par la frontière $\Gamma = \Gamma_v \cup \Gamma_q$ avec les conditions aux limites, [18].

$$A = \bar{A} \quad \text{sur } \Gamma_v \quad (4.7)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial n} = \bar{q} \quad \text{sur } \Gamma_q \quad (4.8)$$

\bar{A} et \bar{q} sont respectivement le potentiel inconnue prescrit et le flux normal magnétique, sur la frontière essentielle Γ_v et sur la frontière du flux Γ_q et n est le vecteur unité de direction normale extérieure à la limite Γ_q .

La fonctionnelle correspondant à l'équation axisymétrique (4.6) avec des conditions aux limites (4.7) et (4.8) est donnée par:

$$I = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \left(\frac{1}{r\mu_r} \left(\frac{\partial A}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{r\mu_r} \left(\frac{\partial A}{\partial z} \right)^2 + j \frac{\omega \sigma \mu_0}{r} A^2 - 2\mu_0 J_{\theta} A \right) dr dz + \int_{\Gamma_q} \frac{\partial A}{\partial n} A ds + \int_{\Gamma_v} \lambda (A - \bar{A}) ds \quad (4.9)$$

Où: λ est le multiplicateur de Lagrange utilisé pour imposer les conditions essentielles aux limites (conditions de Dirichlet).

Il peut être exprimé par:

$$\lambda(s) = \sum_i N_i(s) \lambda_i \quad (4.10a)$$

$$\delta \lambda(s) = \sum_i N_i(s) \delta \lambda_i \quad (4.10b)$$

Où:

$N_i(s)$: est un interpolant de Lagrange et s est la coordonnée curvilignes sur la frontières Γ_v .

La condition nécessaire pour (4.9) atteindre ses rendements minimums

$$\delta_A I(A, \lambda) = \int_{\Omega} \left[(\delta A)_r \frac{A_r}{r\mu_r} + (\delta A)_z \frac{A_z}{r\mu_r} + (\delta A) \frac{j\omega\sigma}{r} A - \mu_0 J(\delta A) \right] dr dz - \int_{\Gamma_q} \bar{q} \delta A ds + \int_{\Gamma_v} \lambda \delta A ds = 0 \quad (4.11)$$

$$\delta_A I(A, \lambda) = \int_{\Gamma_v} \delta \lambda(A, \lambda) = 0 \quad (4.12)$$

δA et $\delta \lambda$ sont des fonctions de test, $(\delta A)_r$ et $(\delta A)_z$ (A_r et A_z) sont les dérivés de δA (A) en termes de r et z , respectivement.

L'approximation MLS de A , comme décrit au chapitre trois peut être définie, comme:

$$A(r, z) = \sum_{i=1}^n \phi_i(r, z) A_i = \phi(r, z) A \quad (4.13)$$

Tel que A et ϕ sont respectivement le potentiel vecteur magnétique et la fonction de forme.

En remplaçant (4.10) et (4.13) dans (4.11) et (4.12)

En intégrant on obtient le système d'équations suivant :

$$\begin{bmatrix} K & G \\ G^T & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ \lambda \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f \\ q \end{Bmatrix} \quad (4.14)$$

Avec

$$K_{ij} = \iint_{\Omega} \left[(\phi_i)_r \frac{1}{r\mu_r} (\phi_j)_r + (\phi_i)_z \frac{1}{r\mu_r} (\phi_j)_z + \frac{j\omega\sigma}{r} \phi_i \right] drdz \quad (4.15)$$

$$f_i = \iint_{\Omega} \mu_0 J \phi_i drdz + \int_{\Gamma_q} q \bar{\phi}_i ds \quad (4.16)$$

ET, en plus,

$$g_{ij} = \int_{\Gamma_s} \phi_i \cdot N_j \cdot ds \quad (4.17)$$

$$q_i = \int_{\Gamma_v} N_i \cdot \bar{A} \cdot ds \quad (4.18)$$

ϕ_r et ϕ_z sont les dérivés de ϕ en termes de r et z , respectivement.

Afin d'obtenir les intégrales ci-dessus (équations (4.15)-(4.18)) par la formule quadrature de Gauss, une cellule structure qui est indépendante des nœuds, [1] (voir la figure (3.2) dans le chapitre 3) est nécessaire.

4.3 Algorithme du programme EFGM en 2D

L'algorithme de EFGM essentiellement basé sur les boucles, ces boucles assemblent les équations de Galerkin comme la méthode des éléments finis à l'exception que l'assemblage se fait dans ce cas sur les points de Gauss ou de quadrature car ces derniers peuvent des connectivités différentes.

La connectivité du point de quadrature dépend des points de quadrature qui appartiennent au domaine d'influence.

L'algorithme du programme EFG écrit sous MATLAB est basé sur une distribution uniforme des nœuds (une grille régulière).

Les étapes de l'algorithme sont les suivantes :

1- Déclaration des dimensions et des propriétés physiques.
2- Poser les coordonnées nodales pour un maillage uniforme.
3-Déterminer le domaine d'influence pour chaque nœud dans le maillage.
4-Poser les cellules d'intégration (quadrature) dans le domaine.
5-Poser les points de Gauss, poids et le jacobien pour chaque cellule.
6- Boucle de déplacement du capteur.
7- Boucler sur les points de Gauss.
Déterminer les nœuds au voisinage du point de Gauss

Déterminer les fonctions de pondération, les fonctions de forme et les dérivées des fonctions de forme pour les nœuds. Assembler la matrice B (3.30). Déterminer les contributions de la matrice K (4.15).
8- Former le vecteur f (4.16).
9- Intégrer les multiplicateurs de Lagrange le long des limites essentielles pour former la matrice g (4.17) et le vecteur q (4.18).
10- Imposer les conditions essentielles en utilisant les multiplicateurs de Lagrange.
11- Déterminer le vecteur potentiel aux points.
12- Calcul le potentiel vecteur aux cellules.
13- Déterminer les cellules sur l'inducteur.
14- Calcule de l'impédance (3.67) pour le capteur absolue et (3.68) pour le capteur différentiel.

Tableau 4.1 algorithme de la méthode de Galerkin sans maillage.

4.4 Applications proposées

Pour valider le programme développé, nous avons choisi les applications suivantes :

- ∅ La première application concerne un capteur absolu et tube plein sans défaut ;
- ∅ La deuxième application représente un capteur absolu et tube plein avec défaut externe ;
- ∅ La troisième application représente un capteur absolu et tube creux avec défaut externe ;
- ∅ La quatrième application montre un capteur absolu et tube creux avec défaut interne;
- ∅ La cinquième application considère un capteur différentiel et tube plein avec défaut externe;
- ∅ La sixième application traite un capteur différentiel et tube plein avec défaut interne;

4.5 Présentation et définition du modèle d'étude

Le dispositif que nous avons étudié est montré en (figure 4.1). Qui se compose d'un inducteur (capteur), la charge (pièce conductrice) et l'air.

Le champ magnétique s'étend jusqu'à l'infini ($A = 0$), mais en vue d'une modélisation magnétique, il est nécessaire de ramener les limites théoriques à une distance finie qui peut être aussi grande que l'exigence de la précision.

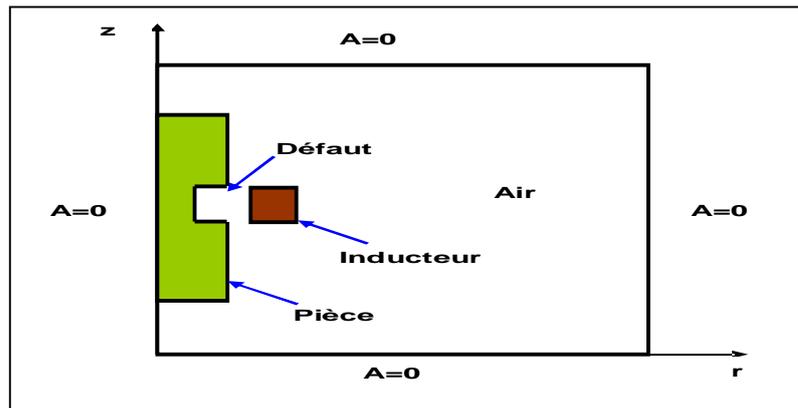


Figure 4.1 Modèle géométrique du dispositif

Les conditions aux limites associées à l'équation électromagnétique (4.3) sont du type de Dirichlet ($A=0$). La figure (4.2) montre la distribution des nœuds dans le domaine d'étude. Nous avons affiné ce maillage pour avoir la meilleure précision possible.

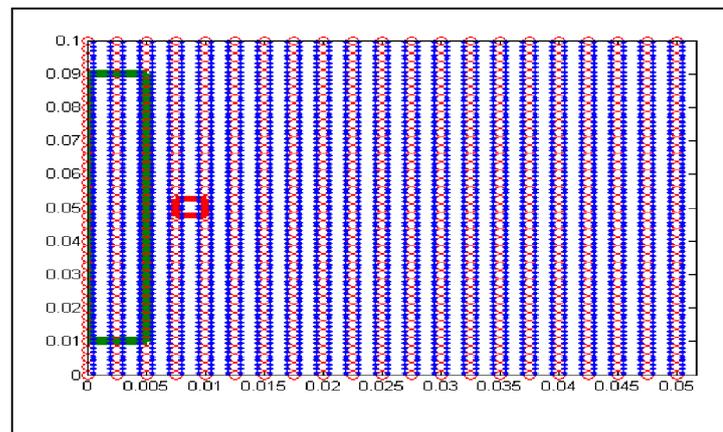


Figure 4.2 Distribution des nœuds et des points de Gauss dans le domaine d'étude

4.5.1 Simulation d'un capteur absolue – tube plein sans défaut

Pour la première application, nous avons choisi de tester un tube sans défaut caractérisé par une conductivité élevée, excité par un courant sinusoïdal de densité du courant de 10^6A/m^2 et une fréquence de 100kHz. Les résultats de simulation obtenus dans le cas d'un capteur avec tube sans défaut sont illustrés par un

ensemble de figures :

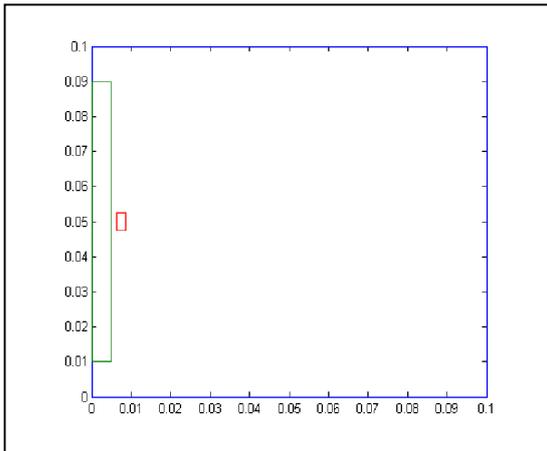


Figure 4.3 Modèle Géométrique du dispositif étudié

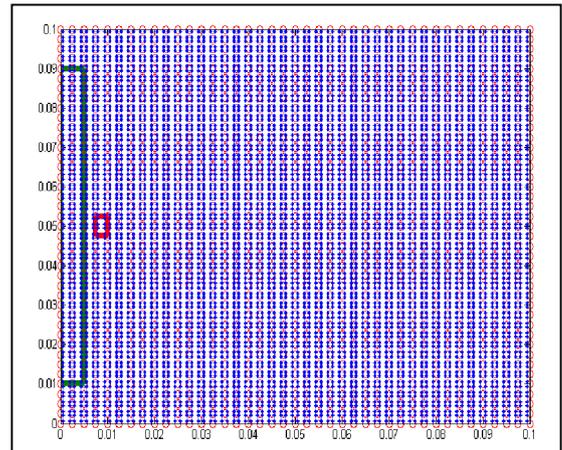


Fig.4.4 Distribution des nœuds et des points de Gauss dans le domaine

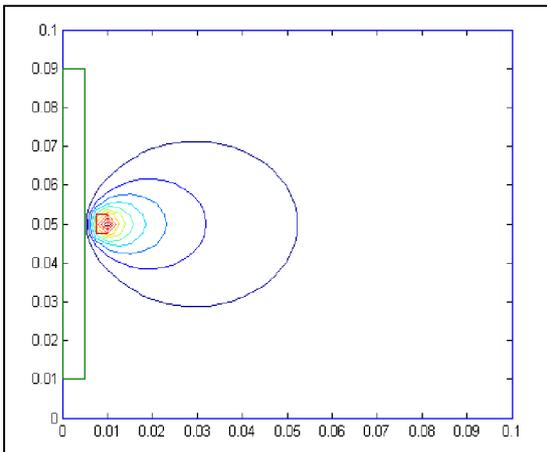


Fig.4.5 lignes du champ magnétique

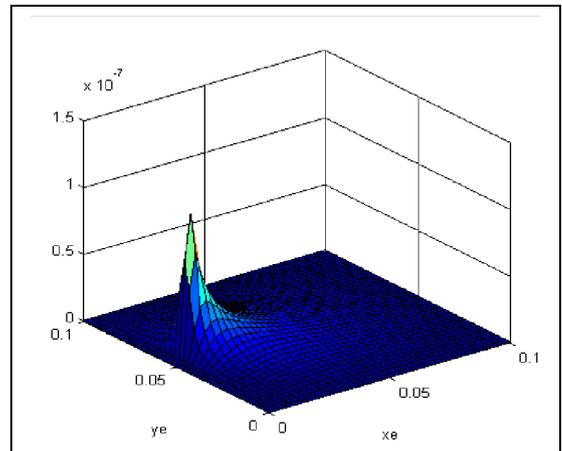


Fig 4.6 La distribution du potentiel vecteur

Interprétation des résultats de simulation

La figure (4.5) montre la distribution des lignes de champ. Ces derniers restent au niveau du capteur et leur pénétration dans la pièce reste très minimale, cela traduit l'effet de l'utilisation d'une fréquence élevée d'une part, et d'autre part la nature du tube.

La figure (4.6) présente la distribution du potentiel donnée par la méthode de Galerkin sans maillage.

4.5.2 Simulation d'un capteur- tube plein avec défaut externe

La deuxième simulation est définie par un défaut géométriquement uniforme autour de l'axe de symétrie sur la surface externe du tube de profondeur 2.5mm et la fréquence du courant d'excitation est de 100kHz. Les résultats de simulations sont illustrés par les figures suivantes :

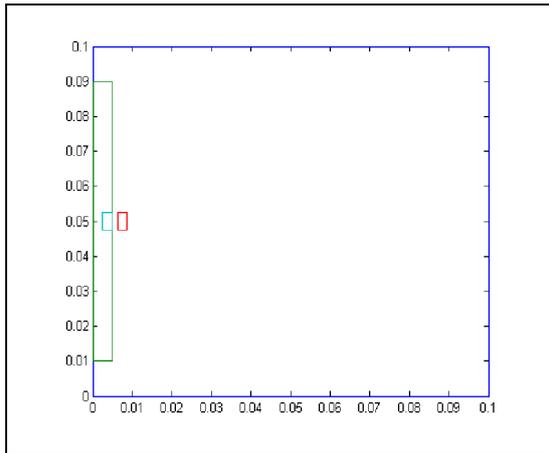


Fig.4.7 Modèle Géométrique du dispositif étudié

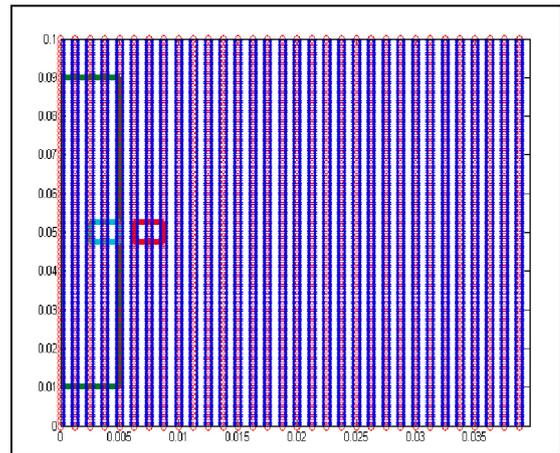


Fig.4.8 Distribution des nœuds et des points de Gauss dans le domaine

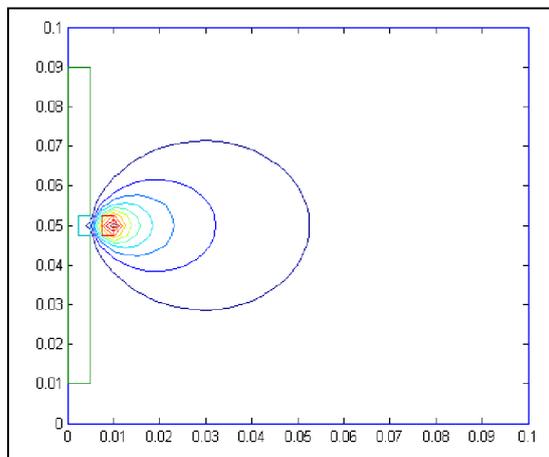


Fig.4.9 lignes du champ magnétique

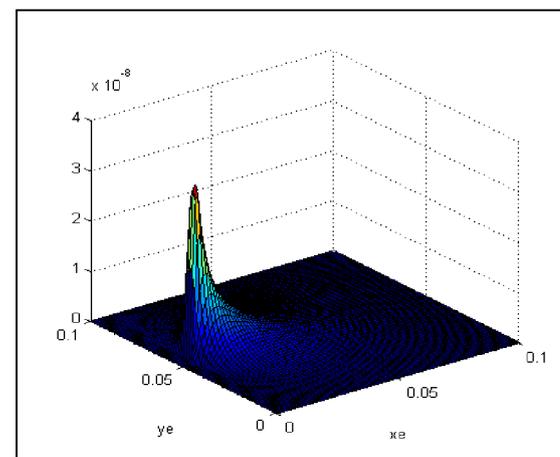


Fig 4.10 La distribution du potentiel vecteur

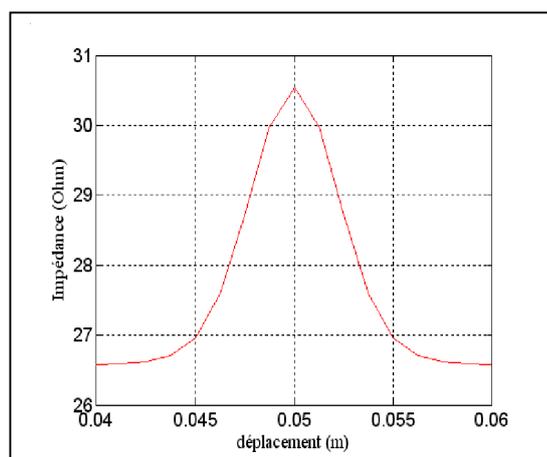


Fig.4.11 L'allure de l'impédance pour f=100Khz

✚ Interprétation des résultats de simulation

Les résultats de simulation obtenus dans le cas d'un tube plein avec défaut externe sont présentés comme suit :

La figure (4.9) montre la distribution des lignes du champ magnétique. On constate que ces derniers sont concentrés au niveau de l'inducteur.

La figure (4.10) présente la distribution du potentiel donnée par la méthode de Galerkin sans maillage.

La figure (4.11) montre l'allure de l'impédance calculée par la méthode directe. La présence de défaut perturbe la trajectoire des lignes du champ ce qui est traduit par la variation de l'impédance du capteur.

4.5.3 Simulation d'un capteur- tube creux avec défaut externe

On considère cette fois-ci un défaut à l'extérieur du tube creux, ayant les mêmes caractéristiques électriques que les autres applications. Le déplacement du capteur donne les résultats de simulation suivants:

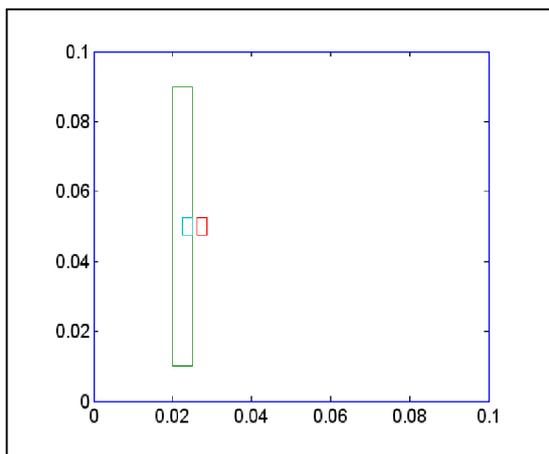


Fig.4.12 Modèle Géométrique du dispositif étudié

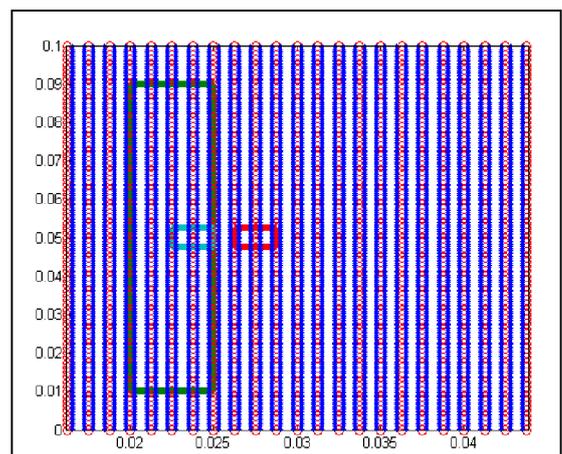


Fig.4.13 Distribution des nœuds et des points de Gauss dans le domaine

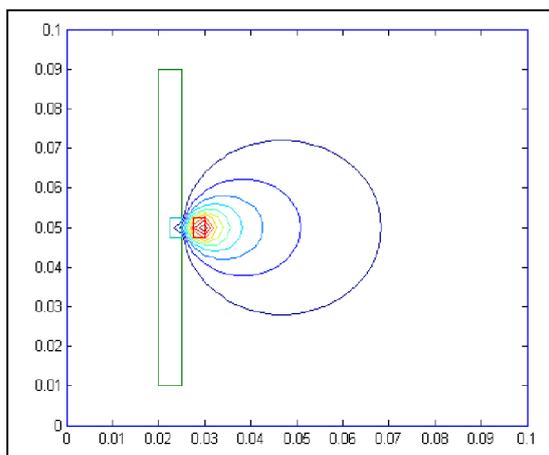


Fig.4.14 lignes du champ magnétique

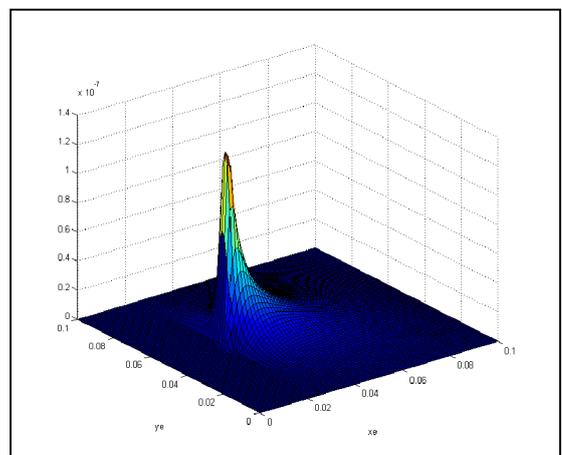


Fig 4.15 La distribution du potentiel vecteur

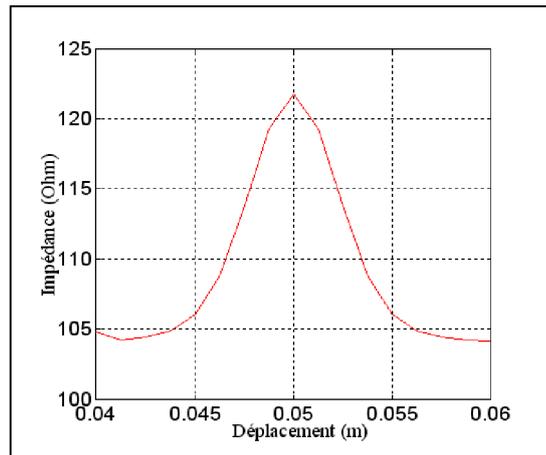


Fig.4.16 L'allure de l'impédance

pour $f=100\text{Khz}$

✚ Interprétation des résultats de simulation

La présence de défaut perturbe la trajectoire des lignes de champ ce qui est traduit par la variation de l'impédance du capteur représentée par son module en fonction du déplacement sur la figure (4.16).

4.5.4 Simulation d'un capteur absolu- tube creux avec défaut interne

Dans ce cas nous étudions une simulation d'un capteur absolu et tube creux avec défaut interne sur la surface interne du tube. Le défaut aux mêmes dimensions que les cas précédents, avec la même fréquence d'excitation. Les résultats de simulation sont illustrés par les figures suivantes :

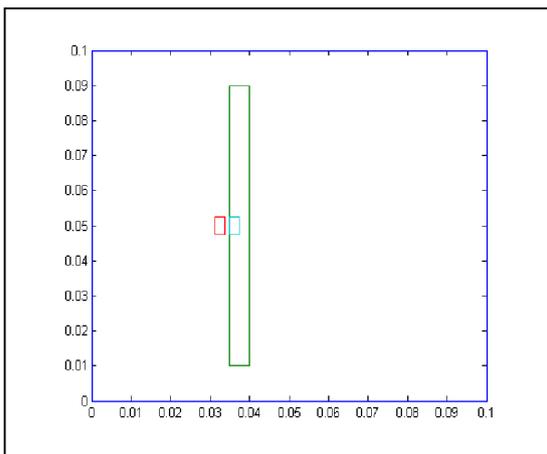


Figure4.17 Modèle Géométrique du dispositif étudié

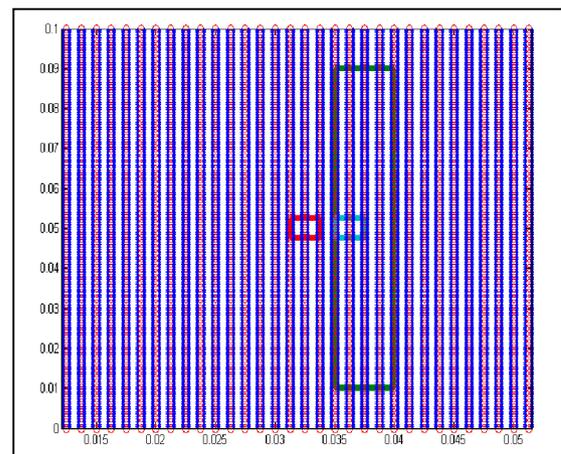


Fig.4.18 Distribution des nœuds et des points de Gauss dans le domaine

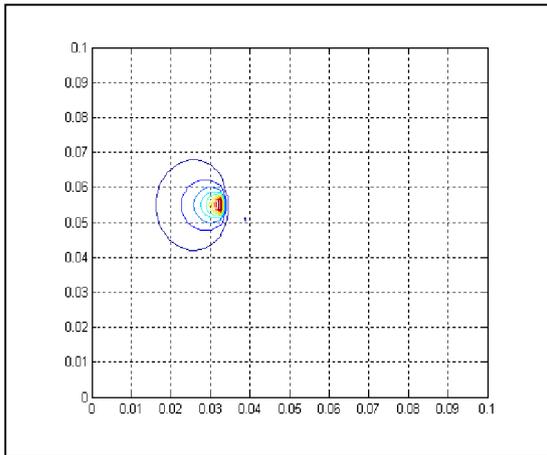


Fig.4.19 lignes de champ magnétique

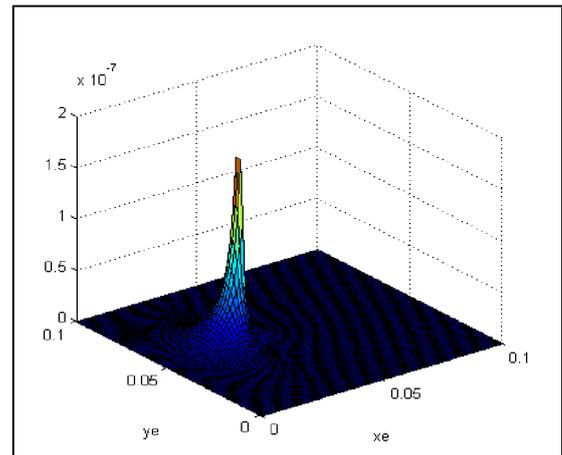


Fig 4.20 La distribution du potentiel vecteur

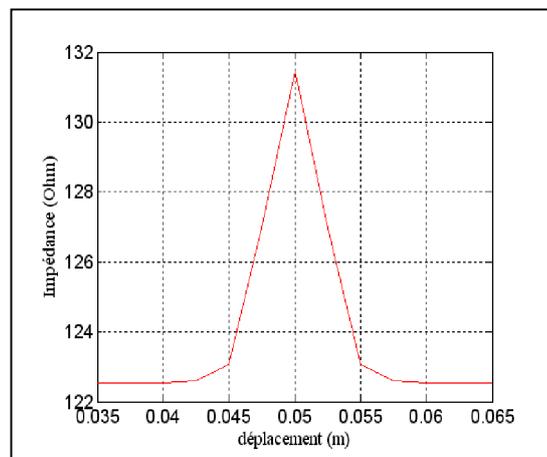


Fig.4.21 L'allure de l'impédance

pour $f=100\text{Khz}$

🚧 Interprétation des résultats de simulation

La figure (4.19) montre la distribution des lignes du champ magnétique. Ces derniers se concentrent au niveau de l'inducteur.

La figure (4.20) présente la distribution du potentiel donnée par la méthode de Galerkin sans maillage où on voit le pic correspondant au potentiel au milieu de l'inducteur.

Comme dans les cas précédents la présence de défaut perturbe la trajectoire des lignes du champ est des courants de Foucault ce qui est traduit par la variation de l'impédance du capteur comme l'indique la figure (4.21).

4.5.5 Simulation d'un capteur différentiel- tube plein avec défaut externe

Une simulation du déplacement de capteur différentiel est effectuée pour un à l'extérieur du tube plein pour les trois cas 20%, 40% et 60% de profondeur du défaut sur la surface externe. Les résultats de simulation numérique sont présentés par les figures suivantes:

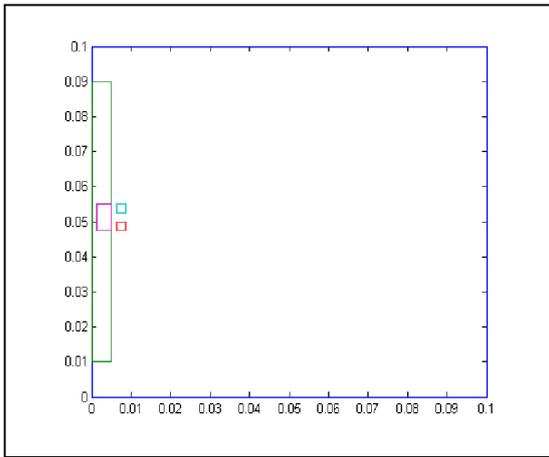


Figure 4.22 Modèle Géométrique du dispositif étudié

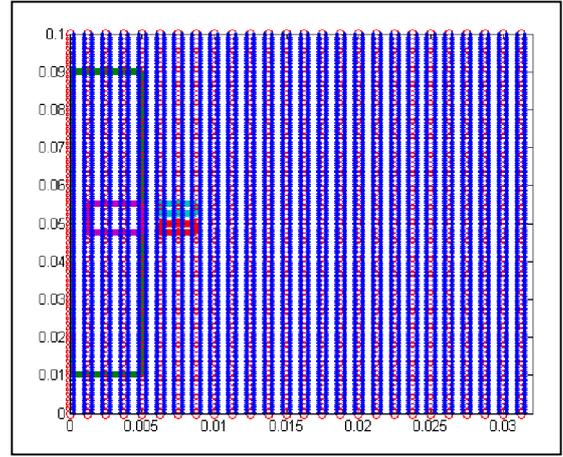


Fig. 4.23 Distribution des nœuds et des points de Gauss dans le domaine

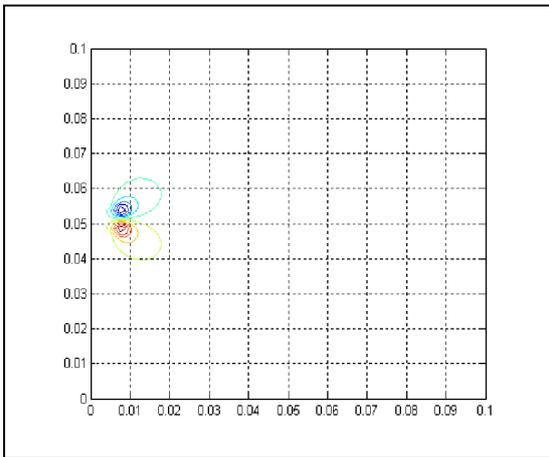


Fig. 4.24 lignes du champ magnétique

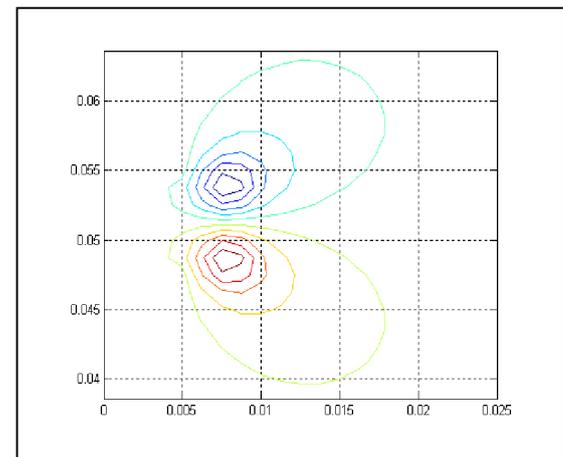


Fig. 4.25 zoom sur les lignes du champ

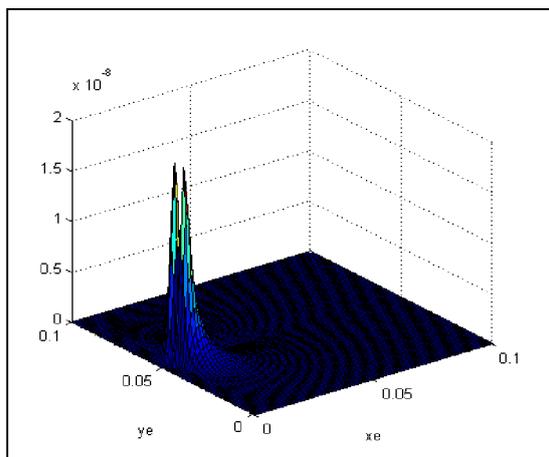


Fig 4.26 La distribution du potentiel vecteur

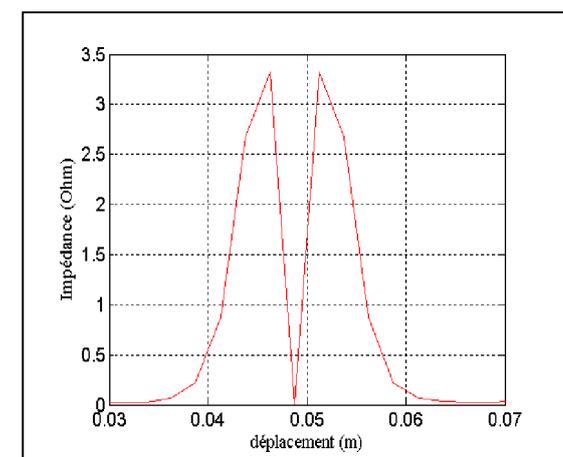


Fig. 4.27 L'allure de l'impédance pour $f=100\text{Khz}$, (20%)

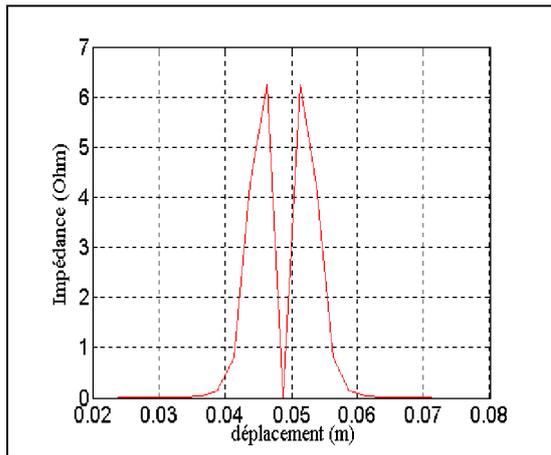


Fig.4.28 L'allure de l'impédance
pour $f=100\text{Khz}$, (40%)

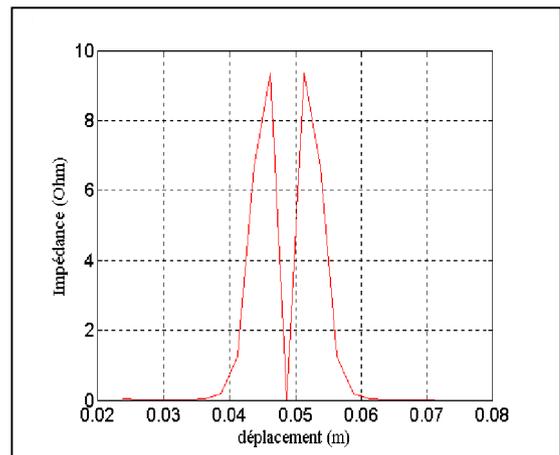


Fig.4.29 L'allure de l'impédance
pour $f=100\text{Khz}$, (60%)

🔧 Interprétation des résultats de simulation

Les résultats de simulation obtenus dans le cas d'un tube plein avec défaut externe sont présentés comme suit :

Les figures (4.24) et (4.25) illustrent la distribution des lignes du champ magnétique et leur zoom.

La faible valeur de l'impédance est remarquée sur la figure (4.27) qui correspond à un 20% de profondeur de défaut. La variation de l'impédance est importante dans les profondeurs plus grandes (40, 60%), comme représentées par les deux figures (4.28) et (4.29).

4.5.6 Simulation d'un (capteur différentiel- tube plein) avec défaut interne

On peut utiliser dans ce cas un défaut à l'intérieur du tube, qui est un autre problème rencontré dans le domaine du contrôle non destructif. Le défaut est plus grand de dimensions par rapport au cas précédent (défaut externe), avec la même fréquence d'excitation 100 kHz. Les résultats de simulation pour un tube plein sont illustrés par les figures suivantes :

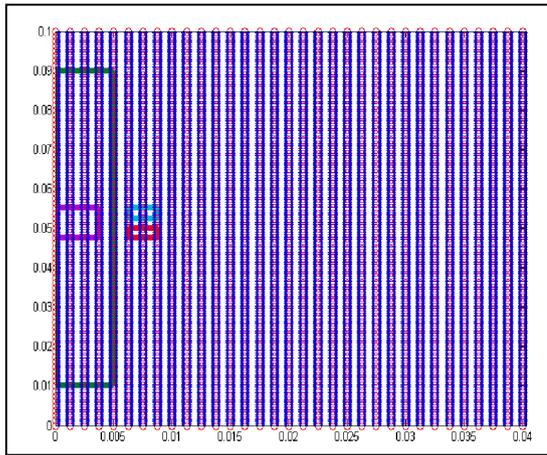


Fig.4.30 Distribution des nœuds et des points de Gauss dans le domaine

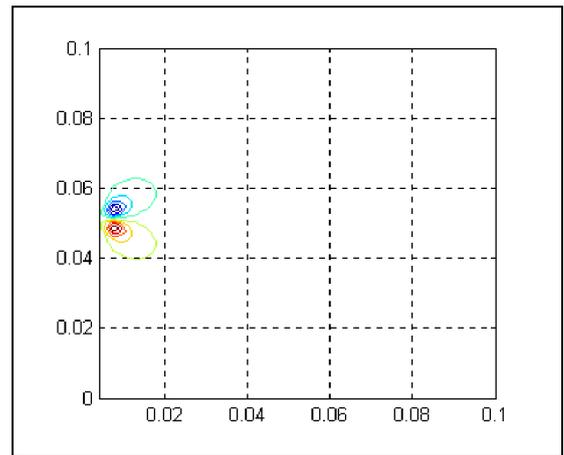


Fig.4.31 lignes du champ magnétique

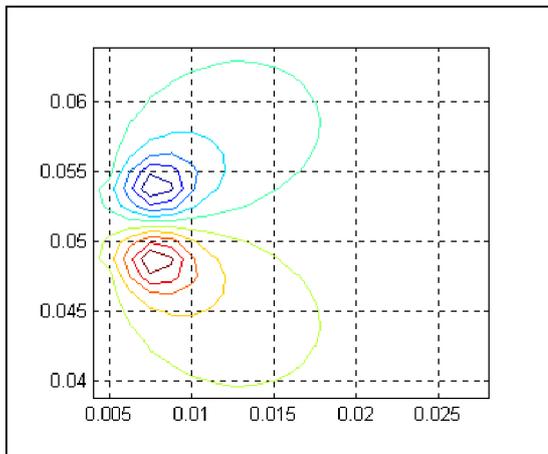


Fig.4.32 zoom sur les lignes de champ

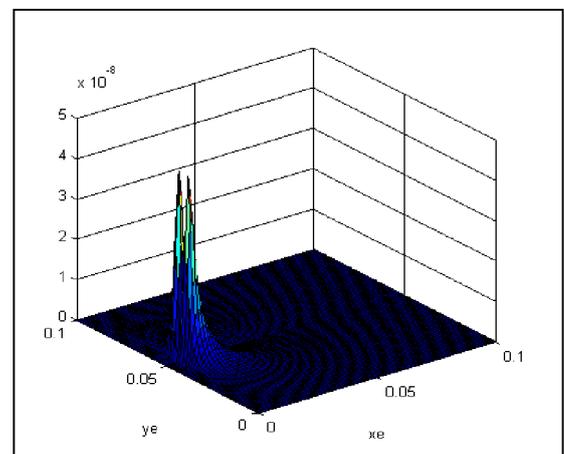


Fig 4.33 La distribution du potentiel

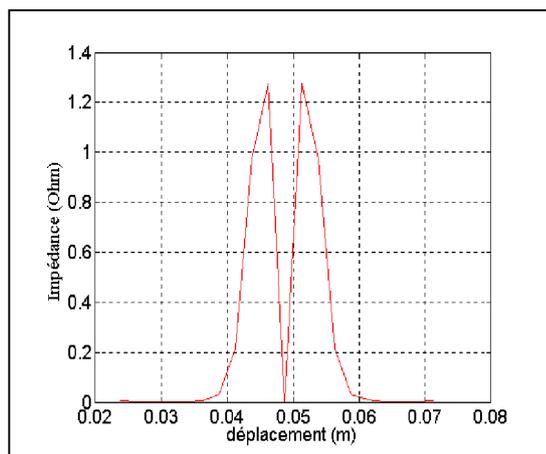


Fig.4.34 L'allure de l'impédance

pour $f=100\text{Khz}$

✚ Interprétation des résultats de simulation

Les figures (4.31) et (4.32) montre la distribution des lignes du champ magnétique et leur zoom, on remarque une forte pénétration à cause de faible conductivité caractérisant le matériau.

Dans le cas d'un tube avec défaut interne, l'impédance à une valeur faible par rapport au cas d'un défaut externe comme illustré par la figure (4.34), cela est dû à la faible valeur de la conductivité du matériau d'une part, et d'autre part de la valeur importante de l'épaisseur de peau.

4.6 Comparaison des résultats de simulation entre les méthodes éléments finis et Galerkin sans maillage

EFGM et FEM sont deux méthodes numériques qui sont utilisées pour résoudre des problèmes électromagnétiques elles possèdent beaucoup de traits communs et aussi des différences distinctes.

Par conséquent, EFGM peut être aussi jugé comme une généralisation de la FEM dans quelque sens. En fait, les noeuds dans EFGM peuvent être les même que ceux dans le FEM et la maille de FEM peut être utilisé directement dans EFGM pour l'intégration numérique. Cependant, les différences des deux méthodes sont indubitables.

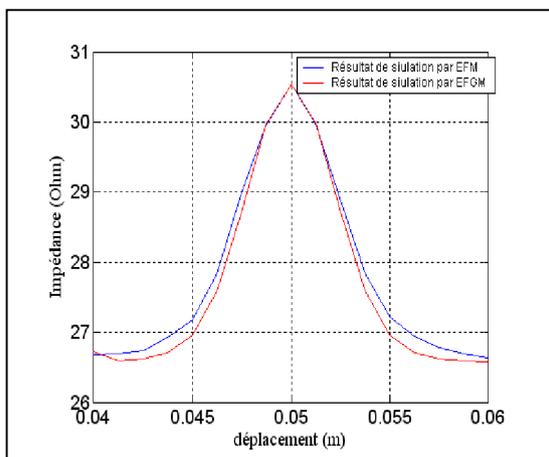


Fig.4.35 L'allure de l'impédance, cas d'un capteur absolu tube plein avec défaut externe

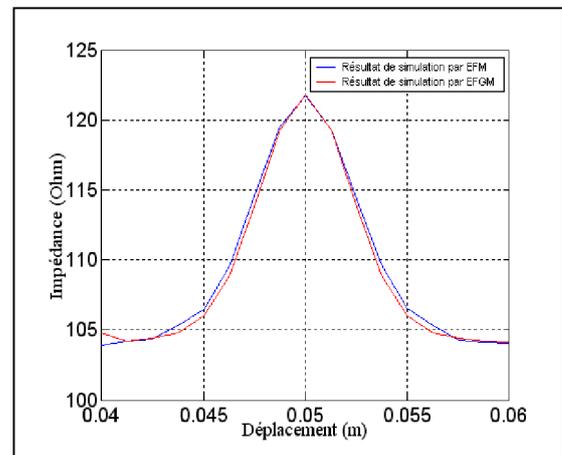


Fig.4.36 L'allure de l'impédance, cas d'un capteur absolu tube creux avec défaut externe

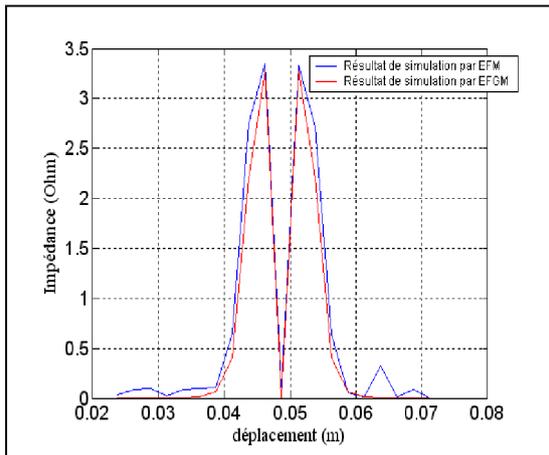


Fig.4.37 L'allure de l'impédance cas : 20% de profondeur du défaut

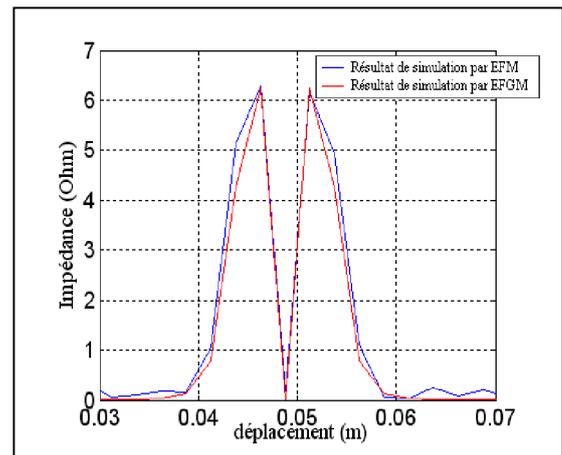


Fig.4.38 L'allure de l'impédance cas:40%de profondeur du défaut

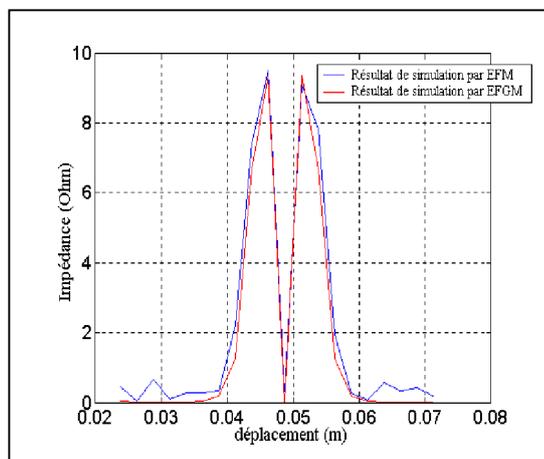


Fig.4.39 L'allure de l'impédance cas: 60% de profondeur du défaut

Les résultats numériques prédits par la méthode des éléments finis et la technique du Galerkin sans maillage produisent des résultats similaires.

Les figures (4.35), (4.36) représentent l'allure de l'impédance en fonction du déplacement obtenue par la méthode des éléments finis et de la méthode Galerkin sans maillage.

On remarque que les deux courbes représentées sur ces figures sont symétriques et les valeurs maximales entre les deux méthodes sont égales. La différence entre les résultats des deux méthodes apparaît loin du défaut.

Les figures (4.37), (4.38), (4.39) représentent respectivement l'allure de l'impédance d'un capteur différentielle avec défaut externe entre les deux méthodes (FEM et EFGM). On remarque dans ce cas que les résultats dans tous les cas (20%, 40% et

60%) sont approximativement égaux. Le nombre des noeuds pour les deux méthodes sont : pour MEF=6425 noeuds et EFGM=6561 noeuds.

4.7 Validation des résultats de simulation avec les résultats expérimentaux

Nous validons les résultats de simulation avec les résultats expérimentaux, ces derniers pris dans un article publié dans [21].

Les résultats de simulation par les deux méthodes numériques (élément finis et Galerkin sans maillage) et les résultats expérimentaux sont présentés ci-dessous (Fig. (4.40), (4.41) et (4.42)).

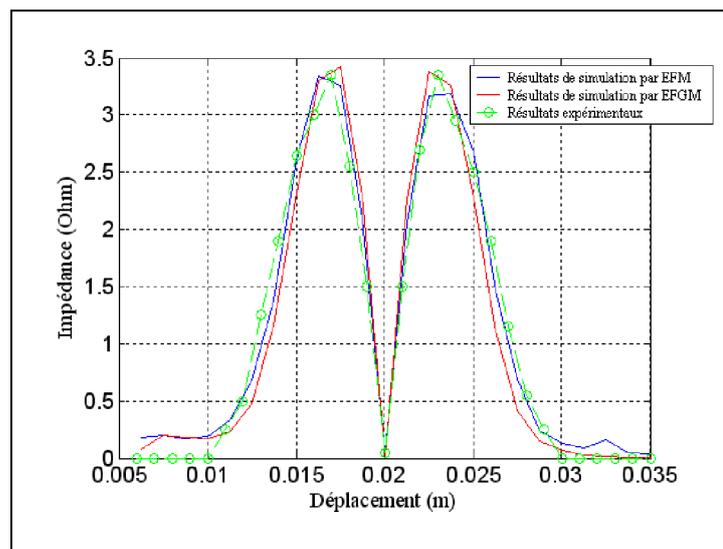


Fig.4.40 Comparaison des variations de l'impédance pour un défaut externe de 20%

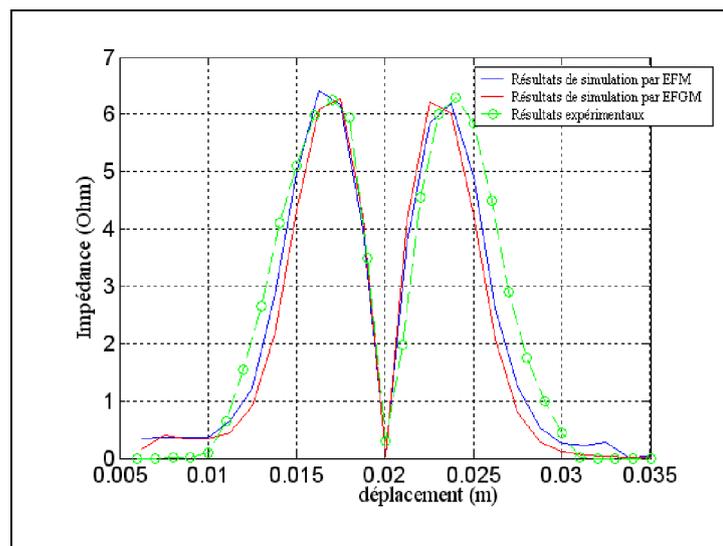


Fig.4.41 Comparaison des variations de l'impédance pour un défaut externe de 40%

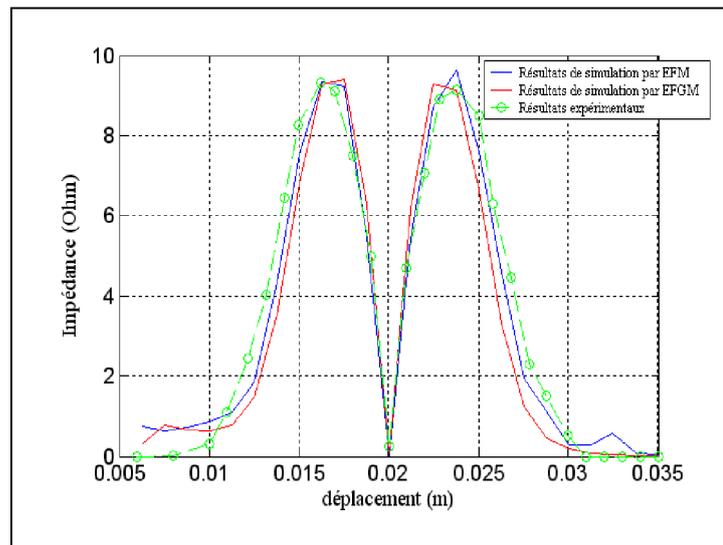


Fig. 4.42 Comparaison des variations de l'impédance pour un défaut externe de 60%

Les figures ci-dessus représentent respectivement l'allure de l'impédance par les résultats de simulation numérique (EFGM et EFM) et des résultats expérimentaux et ceux donnée par MOHELLEBI et al, [21].

Une bonne concordance entre les résultats expérimentaux et ceux obtenus par la simulation numérique est à noter que la méthode des éléments finis est la méthode la plus proche des résultats expérimentaux.

Les résultats expérimentaux permettent de confirmer la validité du programme mis en œuvre pour l'étude d'un problème électromagnétique axisymétrique.

4.8 Conclusion

Les problèmes électromagnétiques axisymétriques en deux dimensions liés au CND par CF sont traités au moyen de la méthode EFG.

Le calcul de l'impédance en un seul point ne permet pas de s'assurer de la présence ou de l'absence d'un défaut ce qui conduit au calcul de l'impédance sur le long du tube par déplacement du capteur.

La détection d'un défaut externe nécessite l'excitation du capteur par des fréquences élevées.

Les résultats obtenus montrent la grande sensibilité des capteurs absolue et différentiel à la détection des défauts surfaciques.

Dans ce chapitre, nous avons présenté quelques applications du contrôle non destructif par une modélisation utilisant la méthode de Galerkin sans maillage avec résultats des différents cas par simulation.

Nous avons fait une comparaison des résultats de simulation par la méthode de Galerkin sans maillage avec les résultats de la méthode des éléments finis, et une validation ces résultats avec des essais expérimentaux.

Conclusion Générale

Le contrôle non destructif (CND) par courants de Foucault comme toutes les autres techniques, exige des connaissances complémentaires des phénomènes qui peuvent existés lors de la détection des défauts (électromagnétiques, thermiques, ...etc), en plus des connaissances dans le domaine du traitement du signal.

Le CND est une technique qui assure un bon fonctionnement des dispositifs électriques, en les protégeant de toute fissure et donnant plus de sécurité au personnel.

Notre étude s'est basée sur la méthode du CND par courant de Foucault, appliquée aux matériaux conducteurs, exploitant le phénomène électromagnétique axisymétrique en deux dimensions. Notre dispositif de contrôle, est constitué d'un capteur (bobine) et une charge. Cette dernière est une pièce conductrice (un tube creux ou plein). Les méthodes avec lesquelles on a modélisé notre système (capteur, charge et air) sont la méthode des éléments finis (comme référence) et celle de Galerkin sans maillage.

Durant le contrôle des matériaux, on doit prendre en considération les paramètres influents sur le contrôle, tels que : les caractéristiques géométriques et électriques du dispositif de contrôle, et des défauts, afin d'avoir de bonnes réponses du capteur.

L'application des ces méthodes à l'étude du CND, nous offre beaucoup d'avantages comparés à d'autres méthodes.

Nous avons limité la simulation à deux cas de capteurs (capteur absolue et capteur différentiel). La pièce à contrôler est un tube de longueur grande par rapport à son épaisseur. Le défaut est détectable par la variation de l'impédance du capteur.

Les différentes applications par les deux méthodes sont énumérées comme suit :

- ✚ Simulation d'un capteur absolue – tube plein sans défaut ;
- ✚ Simulation d'un capteur- tube plein avec défaut externe ;
- ✚ Simulation d'un capteur- tube creux avec défaut externe ;

- ✚ Simulation d'un capteur absolu- tube avec défaut interne ;
- ✚ Simulation d'un capteur différentiel- tube plein avec défaut externe ;
- ✚ Simulation d'un capteur différentiel- tube plein avec défaut interne.

Des résultats de simulation obtenus par la EFGM et EFM (capteur différentiel) sont validés par des résultats expérimentaux.

Le travail présenté dans ce mémoire ouvre un certain nombre de perspectives :

- ✚ Dans un travail prochain, on propose l'étude du même phénomène mais cette fois sur un prototype expérimental pour confrontation avec la simulation numérique ;
- ✚ Utilisation d'autres techniques meshless moins coûteuses en temps de calcul ;

Bibliographies

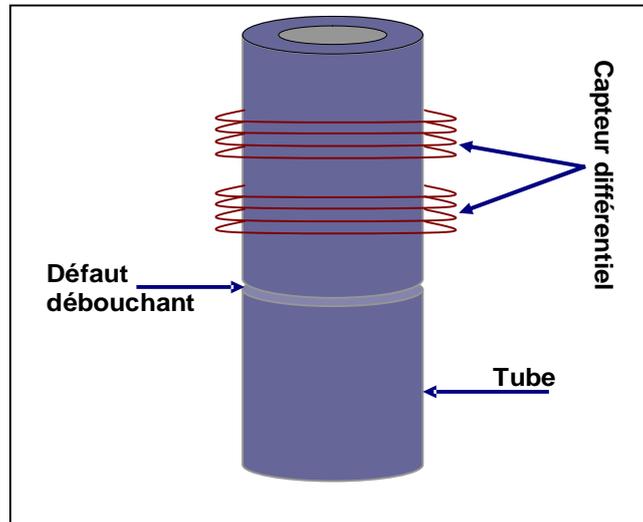
- [1] F.Z. Louai ,N. Nait-Said et S. Drid, "Numerial Analysis of Electromagnetic Axisymmetric Probleme Using Element Free Galerkin Method", J EEC, VOL. 57, NO. 2, 2006, 99–104.
- [2] D.J. Organ, "Numerical Solutions to Dynamic Fracture Problems Using the Element Free Galerkin Method", these de Doctorat Northwestern University, Evanston, Illinois, June 1996.
- [3] M. Mephane, "Modélisation du Contrôle Ultrasonore de Tubes d'acier Présentant des Défauts de Type "Entaille Longitudinale", Direction de L'information Scientifique et Technique, CEA/SACLAY, Gif-Sur-Yvette, France, 1998.
- [4] J. Dumont-Fillon, "Contrôle non destructif (CND)", Technique de l'ingénieur, traité mesure et contrôle R1400, 1996.
- [5] Frija Mounir, "Contrôle non Destructif", Institut Supérieur des Systèmes Industriels de Gabès.
- [6] F. Thollon, " Conception et Optimisation de Capteurs à Courants de Foucault pour la Détection de Défauts Profonds dans des Matériaux Amagnétiques", Thèse de Doctorat, Ecole centrale de Lyon", 1995.
- [7] L. Rémy, "Modélisation Phénoménologique des Signaux Courants de Foucault en Vue de la caractérisation des Défauts des Tubes des Générateurs de Vapeur ", Direction de L'information Scientifique et Technique, CEA/SACLAY, Gif-Sur-Yvette, France, 1997.
- [8] T. Clauzon, "Caractérisation des défauts profonds par courants de Foucault pulsés dans les matériaux amagnétiques", Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Lyon, 1999.
- [9] L. Okhellou, "Paramétrisation et Classification de Signaux en Contrôle non Destructif. Application à la Reconnaissance des Défauts de Rails par Courant de Foucault", Thèse de Doctorat, en science de l'université Paris XI Orsay, 04 juillet 1997.
- [10] R. Pascal, " Modélisation du Traitement Thermique Superficiel par Induction", Thèse de Doctorat, Ecole MEGA (Mécanique, Energétique, Génie Civil, Acoustique), 4 juillet 2003.
- [11] S. N. Rajesh, " Probability of Detection Models for Eddy Current NDE Methods", Thesis submitted to Iowa State University, Prepared for the U.S. Department of Energy, April 30, 1993.

- [12] R.Palanisamy et W. Lord, "Prediction of Eddy Current Probe Signal Trajectories", IEEE Transactions on Magnetics, Vol. MAG-16, NO. 5. September 1980.
- [13] Y. T. Gu (1) et L. C. Zhang (2), "Coupling of the Meshfree and Finite Element Methods for Determination of the Crack Tip Fields", 1- School of Engineering Systems Queensland University of Technology GPO Box 2434, Brisbane, QLD, 4001 Australia ,2- School of Aerospace, Mechanical & Mechatronic Engineering, The University of Sydney, NSW, 2006, Australia.
- [14] Sylvie Wolf, "Méthodes sans Maillage", Laboratoire de Mathématiques Applications aux Systèmes, Ecole Centrale Paris, 27 novembre 2007.
- [15] Marc Duflot, "Application des Méthodes sans Maillage en Mécanique de la Rupture", Thèse de doctorat en sciences appliquées, Université de Liège 2004.
- [16] L. B. Lucy. "A Numerical Approach to the Testing of the Fission Hypothesis".The Astronomical Journal, VOL. 82:1013–1024, 1977.
- [17] Nguyen Vinh Phu, "Meshless Methods and their Computer Implementation Aspects", Laboratoire de Tribologie et Dynamique des Systèmes (LTDS), Enise. August 10, 2006.
- [18] C. Armando Duarte et J.T.Oden, "Hp Clouds- A Meshless Method to Solve Boundry-Values Problems", the university of Texas, U.S.A.
- [19] J. D. et T. Belyshko, "An Introduction to Programming the Meshless Element Free Galerkin Method", 3 July 1998.
- [20] X. Liu,Y. Deng, Z. Zeng ,L. Udpal et J. S. Knopp, "Model Based Inversion Using the Element-Free Galerkin Method", Materials Evaluation/July2008.
- [21] H. Mohellebi, M. L. Habib et M. Abdellah, "Etude du problème inverse d'un dispositif de capteur à Courants de Foucault destiné au CND", Second International Conference Elictrical Systems, ICES'06, May 08-10-2006.

Annexe A

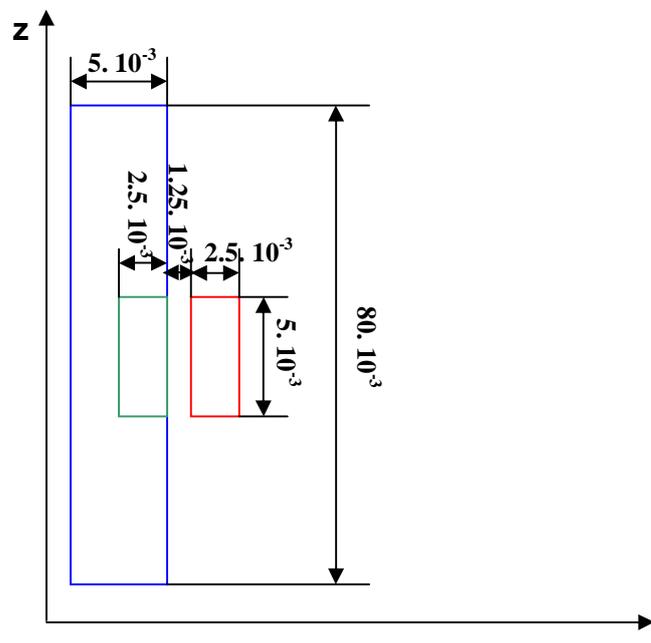
Modèle à étudier

Le modèle proposé pour l'étude est composé de deux bobines séparées pour la détection et d'une cible sous forme d'un cylindre comme présenté sur la figure ci-dessous



Dimensions du capteur et la cible utilisés

Ces dimensions sont montrées sur la figure suivante

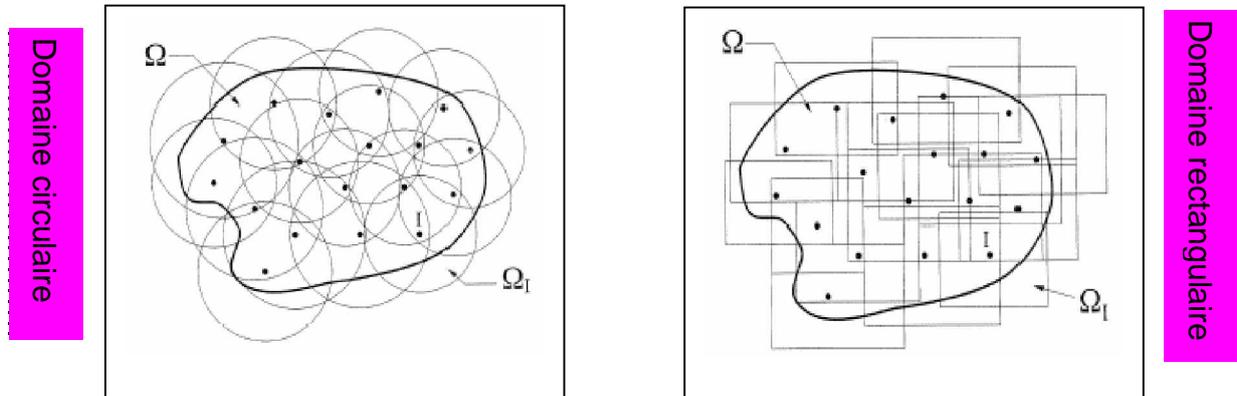


Le tableau suivant donne certaines caractéristiques

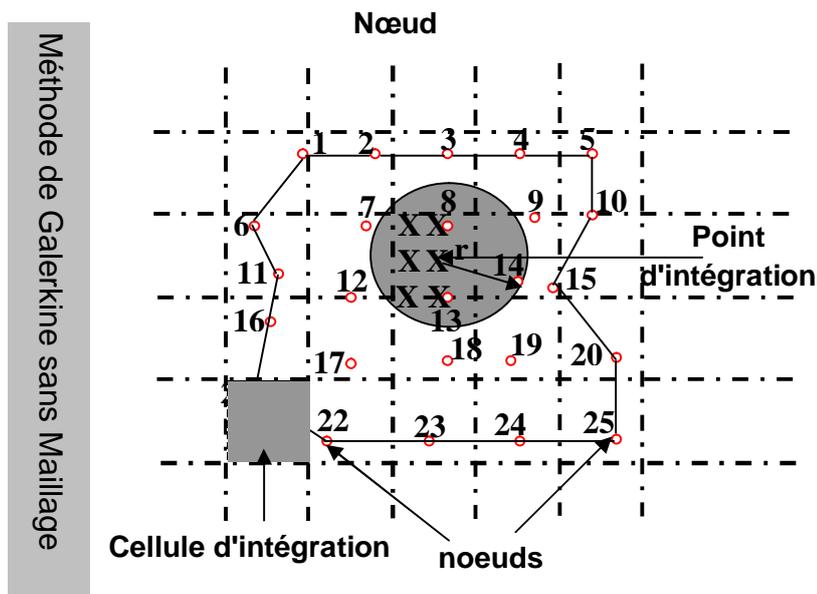
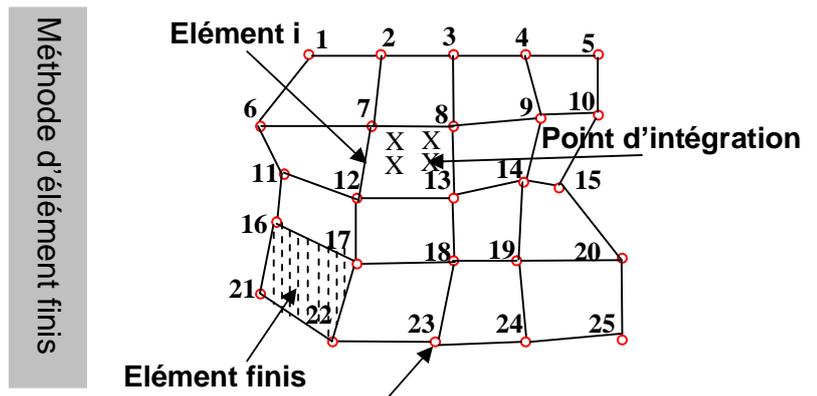
Conductivité ($S.m^{-1}$)	Perméabilité relative ($H.m^{-1}$)	Nombre de spires	Fréquence (kHz)
10^6	$4.\pi.10^{-7}$	200	100

Annexe B

La fonction de forme du domaine d'influence est arbitraire, et typiquement, un domaine d'influence circulaire ou rectangulaire est utilisé dans deux dimensions. Comme montre sur la figure suivante :



Domaine d'influence: circulaire et rectangulaire.



Comparaison entre EFGM et MEF