

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université de Batna
Faculté de Technologie
Département de Génie Electrique



Laboratoire Des Systèmes Propulsion - Induction Electromagnétique

LSP-IE - Batna

MEMOIRE

Pour l'Obtention du Titre de

Magister en Electrotechnique

Option : Commande

Présenté par :

LAHMAR Abdesselem

Ingénieur d'État en Électrotechnique de l'Université de Batna

Thème

**Implantation Expérimentale de la commande
Robuste par un contrôleur H_{∞}**

Soutenu le 12-01-2011

Devant le Jury :

M.S. NAIT-SAID	Professeur	Université de Batna	Président du jury
A. MAKOUF	Professeur	Université de Batna	Rapporteur
S. DRID	M.C	Université de Batna	Co-Rapporteur
N. NAIT-SAID	Professeur	Université de Batna	Examineur
S. CHAOUCH	M.C	Université de M'Sila	Examineur

$$\min_{K \text{ stabilising}} \left\| \begin{array}{c} (I + GK)^{-1} \\ K(I + GK)^{-1} \end{array} \right\|_{\infty}$$

À la mémoire de mes parents,

À toute ma famille,

À tous ceux qui me sont chers,

Je dédie ce mémoire.

Remerciements

A l'issue de ce travail de thèse, qui n'aurait pu se faire sans l'aide et le soutien moral de certaines personnes qui ont contribué, chacune à sa manière, à son accomplissement.

Je voudrais tout d'abord remercier mon directeur de thèse, Monsieur **A. Makouf**, Professeur à l'Université de Batna, directeur du Laboratoire Des Systèmes Propulsion - Induction Electromagnétique, pour m'avoir inspiré le sujet de cette thèse, accueilli dans son laboratoire et surtout pour m'avoir encouragé dans les périodes de doute, sans oublier ses remarques pertinentes et ses critiques constructives qui ont été très appréciées et ont permis d'améliorer ce mémoire de thèse.

Je remercie également mon co-directeur de thèse, Monsieur **S. Drid**, Maître de Conférences à l'Université de Batna. Je lui témoigne de toute ma reconnaissance et ma gratitude. Il a su me soutenir et orienter aux bons moments. Je le remercie également pour m'avoir donné la possibilité de mener à bien les essais au laboratoire et compléter ce travail par des résultats expérimentaux.

Je tiens à remercier très sincèrement Monsieur **M. S. Nait Saïd** Professeur à l'Université de Batna pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant de présider mon jury.

Mes vifs remerciements s'adressent également à, Monsieur **N. Nait Saïd** Professeur à l'Université de Batna et Mademoiselle **S. Chaouch** Maître de Conférences à l'Université de M'Sila pour l'intérêt qu'ils ont porté à cette thèse en acceptant de faire partie du jury.

Je tiens à remercier également l'ensemble des enseignants du département électrotechnique de l'université de Batna;

Je remercie toute ma famille, et en particulier ma femme, pour la compréhension dont elle a fait preuve tout au long de ces années d'études.

Enfin, je loue Allah, le Tout Miséricordieux, Qui est en amont et en aval de toute réussite, qui m'a permis de mener à bien ce mémoire.

A. Lahmar

Abstract

Because of its high nonlinearities, multivariable and high coupled dynamics the induction motor requires much more complex methods of control. Nowadays, as a consequence of rapid advances in different technology domains, the indirect field-oriented-control (IFOC) method is widespread used in high performance induction motor drives. The idea with IFOC is to relate both stator and rotor variables to a synchronously rotating frame that moves with the rotating magnetic field. Therefore, the accurate knowledge of the rotor flux position is needed. Its calculation is directly related to the rotor time constant, which, in realistic situations, can vary due to rotor heating during normal operation or varying flux level. Beside these parametric uncertainties, different other ones, such as external load disturbances, unmodeled or neglected dynamics and nonlinearities have influence on the performance of IFOC control.

To deal with such problems, and guarantee robust stability and an acceptable performance level, some of these uncertainties must be taken into account in the control design procedure. Hence, the principal aim of this thesis is the synthesis and the implementation of controllers based on the robust \mathcal{H}_∞ approach for field-oriented control of the induction motor.

Robust stability and performance of the proposed system control are analyzed via some simulation results using tools, such as, linear fractional transformation (LFT) and structured singular value (μ). The synthesized controllers are tested, their behavior is observed and experimental trials are realized on a test bench with the Matlab/Simulink/dSPACE environment in order to validate the proposed control scheme.

Keywords:

Induction motor, Indirect field oriented control, IFOC, \mathcal{H}_∞ robust control, μ -analysis, Matlab®/Simulink/dSPACE® environment.

Résumé

En raison, des dynamiques non linéaires, multivariables et fortement couplées, le moteur à induction exige des algorithmes de control extrêmement complexes. Actuellement, la méthode de commande indirecte par orientation du flux (IFOC), largement utilisée dans les systèmes d'entraînement du moteur à induction à haute performance, a été la conséquence des avancées rapides dans différents domaines technologiques. L'idée de l'IFOC est d'exprimer les variables statoriques et rotoriques dans un référentiel synchrone lié au champ tournant. Par conséquence, la méthode nécessite la connaissance précise de la position du rotor, dont le calcul est directement lié à la constante de temps rotorique, qui, dans les situations réalistes, est tributaire des changements de températures ainsi que de l'état magnétique de la machine. Ces incertitudes ainsi que d'autres, telles que les perturbations externes de charge, des dynamiques non modélisées ou négligées et les non linéarités ont une influence sur la performance de l'IFOC.

Afin de faire face à ces problèmes, et garantir la stabilité robuste et un certain niveau de performance acceptable, certaines de ces incertitudes doivent être prises en compte dans la synthèse de contrôleurs. Par conséquent, l'objectif principal de cette thèse est la synthèse et l'implémentation des contrôleurs en se basant sur l'approche robuste \mathcal{H}_∞ , pour la commande vectorielle du moteur à induction.

La stabilité robuste et la performance du système de commande proposé, sont analysées via quelques résultats de simulation en utilisant des outils tels que la transformation fractionnelle linéaire (LFT) et la valeur singulière structurée (μ). Les contrôleurs synthétisés ont été testés, leur comportement a été observé et des essais expérimentaux ont été réalisés sur un banc de test avec, un environnement Matlab/simulink/dSPACE, dans le but de valider le schéma de commande proposé.

Mots-clés:

Moteur à induction, Commande indirecte par orientation du flux, IFOC, Commande robuste \mathcal{H}_∞ , μ -analyse, Environnement Matlab®/simulink/dSPACE®.

ملخص

بسبب اللاخطية الفائقة و تعدد المتغيرات و كذا التزاوج بين الديناميكيات، فإن المحرك ذو الحث يتطلب أساليب تحكم غاية في التعقيد. في الوقت الحاضر، و بفضل التقدم السريع في مختلف ميادين التكنولوجيا، أصبح نظام التحكم غير المباشر بتوجيه التدفق (IFOC)، واسع الاستعمال في أنظمة للسواقة بمحرك ذو حث ذات الأداء العالي. تعتمد IFOC على فكرة تمثيل متغيرات كلا من الساكن و الدوار في معلم متزامن يدور مع الحقل المغناطيسي. لذا فإن هذه الطريقة تحتاج إلى معرفة دقيقة لوضعية تدفق الدوار. حساب هذه الوضعية مرتبط ارتباطا مباشرا بالثابت الزمني للدوار و الذي يتعلق، في الوضعيات الواقعية، بتغيرات درجة الحرارة و كذا بالحالة المغناطيسية للألة. هذه الارتبايات و غيرها، كالأضطرابات الخارجية للحمل، الديناميكيات غير المنمجة أو المهملة و اللاخطية، لها تأثير في أداء تحكم ال-IFOC.

كي نعالج هذه المشاكل و نضمن الاستقرار المتين و مستوى أداء مقبول، فإن بعضا من هذه الارتبايات يجب أن تؤخذ بعين الاعتبار عند تصميم نظام التحكم. لهذا فإن الهدف الرئيس من هذه المذكرة هو تصميم و تطبيق مضبوطات. بالاعتماد على الطريقة المتينة H_{∞} ، من أجل التحكم الشعاعي في المحرك ذو الحث.

تحليل متانة الاستقرار و أداء نظام التحكم المقترح، تم من خلال بعض نتائج المحاكاة باستعمال أدوات مثل التحويلات الجزئية الخطية (LFT) و القيمة المنفردة المركبة (μ). اختبرت المضبوطات المصممة و لوحظ تصرفها و أجريت تجارب عملية ضمن مقعد اختبار و بيئة Matlab/simulink/dSPACE بغرض إظهار صلاحية مخطط التحكم المقترح.

كلمات مفتاحية:

محرك ذو حث، تحكم غير مباشر بتوجيه التدفق، IFOC، تحكم متين H_{∞} ، التحليل- μ ، بيئة Matlab®/simulink/dSPACE®

TABLE DES MATIERES

REMERCIEMENTS	I
ABSTRACT	II
RESUME	III
ملخص.....	IV
TABLE DES MATIERES	V
ACRONYMES, NOTATIONS ET SYMBOLES	1
INTRODUCTION GENERALE	7

Chapitre 1

Modélisation et commande vectorielle indirecte de la machine à induction

1.1 INTRODUCTION	11
1.2 DESCRIPTION DU MI A CAGE	12
1.3 MODELISATION DYNAMIQUE DU MI	13
1.3.1 HYPOTHESES DE TRAVAIL	13
1.3.2 MODELISATION TRIPHASEE	13
1.3.2.1 REPRESENTATION SPATIALE	13
1.3.2.2 EQUATIONS ELECTRIQUES	14
1.3.2.3 EQUATIONS MAGNETIQUES	14
1.3.2.4 EQUATIONS MECANIQUES DU MOUVEMENT	15
1.3.3 MODELISATION BIPHASEE	16
1.3.3.1 TRANSFORMATION DE PARK	18
1.3.3.2 MODELE BIPHASE DU MI	19

1.3.3.2.1	MODELE DE LA MI DANS LE REFERENTIEL $T(d, q)$	19
1.3.3.2.2	MODELE DE LA MI DANS LE REFERENTIEL $S(\alpha, \beta)$	21
1.3.3.2.3	EXPRESSION DU COUPLE ELECTROMAGNETIQUE INSTANTANE	22
1.4	ASSOCIATION ONDULEUR – MACHINE A INDUCTION	22
1.4.1	INTRODUCTION	22
1.4.2	MODELISATION DE L'ONDULEUR DE TENSION	23
1.4.3	COMMANDE RAPPROCHEE	24
1.4.3.1	MODULATION DE LARGEUR D'IMPULSIONS AVEC PORTEUSE (CB-PWM)	25
1.4.3.2	MODULATION DE LARGEUR D'IMPULSIONS VECTORIELLE (SV-PWM)	26
1.5	SIMULATION DU MI EN DEMARRAGE DIRECT	28
1.6	COMMANDE VECTORIELLE DU MI	32
1.6.1	INTRODUCTION	32
1.6.2	PRINCIPE DE LA COMMANDE VECTORIELLE PAR ORIENTATION DU FLUX	32
1.6.3	DECOUPLAGE ENTREE-SORTIE PAR COMPENSATION	35
1.6.4	COMMANDE VECTORIELLE DIRECTE ET INDIRECTE	37
1.6.5	ORGANISATION FONCTIONNELLE DE LA COMMANDE VECTORIELLE INDIRECTE	37
1.6.6	SYNTHESE DES CONTROLEURS CLASSIQUES	38
1.6.6.1	CONTROLEUR DE COURANT	39
1.6.6.2	CONTROLEUR DE VITESSE	39
1.7	RESULTATS DE SIMULATION	39
1.7.2	DEMARRAGE A VIDE, APPLICATION D'UN COUPLE DE CHARGE ET INVERSION DE ROTATION	39
1.7.2	VARIATIONS DES PARAMETRES DE LA MI (RESISTANCE ROTORIQUE ET STATORIQUE)	41
1.8	CONCLUSION	43

Chapitre 2

Commande robuste \mathcal{H}_∞ , μ -analyse et synthèse des contrôleurs

2.1	INTRODUCTION	45
2.2	THEORIE DE LA COMMANDE ROBUSTE \mathcal{H}_∞	46
2.2.1	CONCEPTS DE BASE	46
2.2.1.1	FONCTIONS DE SENSIBILITE	47
2.2.1.2	LA NORME \mathcal{H}_∞ D'UNE MATRICE DE TRANSFERT	49
2.2.2	CADRE GENERAL DE SYNTHESE DU CONTROLEUR \mathcal{H}_∞	49
2.2.3	LE PROBLEME \mathcal{H}_∞ STANDARD	51
2.2.4	RESOLUTION DU PROBLEME \mathcal{H}_∞	51

2.2.5 EXEMPLE DE MISE EN ŒUVRE.....	55
2.3 THEORIE DE LA μ -ANALYSE.....	62
2.3.1 DESCRIPTION DES INCERTITUDES DE MODELE PAR LFT.....	62
2.3.1.1 LES INCERTITUDES NON STRUCTUREES	64
2.3.1.1.1 INCERTITUDE NON STRUCTUREE ADDITIVE	64
2.3.1.1.2 INCERTITUDE NON STRUCTUREE MULTIPLICATIVE.....	65
2.3.2 ANALYSE DE LA ROBUSTESSE DES SYSTEMES INCERTAINS	66
2.3.2.1 INTRODUCTION	66
2.3.2.2 INCERTITUDES ET ROBUSTESSE.....	67
2.3.2.3 ANALYSE DE LA ROBUSTESSE EN STABILITE	67
2.3.2.3.1 ANALYSE DE LA ROBUSTESSE POUR UNE INCERTITUDE NON STRUCTUREE	67
2.3.2.3.2 ANALYSE DE LA ROBUSTESSE POUR UNE INCERTITUDE STRUCTUREE.....	68
2.3.2.3.2.1 VALEUR SINGULIERE STRUCTUREE (SS^{\prime})	68
2.3.2.3.2.2 CALCUL DE μ	69
2.3.2.4 ANALYSE DE LA ROBUSTESSE EN PERFORMANCE PAR L'INDICATEUR μ	70
2.4.1 SYNTHESE DES CONTROLEURS	70
2.4.2 ANALYSE DU SYSTEME BOUCLE.....	78
2.5 ESSAIS DE SIMULATION.....	87
2.5.1 DEMARRAGE A VIDE, APPLICATION D'UN COUPLE DE CHARGE VARIABLE.....	88
2.5.2 FONCTIONNEMENT EN FAIBLE VITESSE ET INVERSION DE ROTATION	89
2.5.3 VARIATIONS DES PARAMETRES DE LA MI (RESISTANCES ELECTRIQUES).....	91
2.6 CONCLUSION.....	93

Chapitre 3

Implémentation des contrôleurs robustes \mathcal{H}_{∞}

3.1 INTRODUCTION	95
3.2 PRESENTATION DU BANC D'ESSAIS.....	95
3.2.1 PARTIE "PUISSANCE"	95
3.2.2 PARTIE " COMMANDE "	96
3.2.3 PARTIE " MESURES "	98
3.3 RESULTATS EXPERIMENTAUX.....	101
3.4 CONCLUSION.....	103

CONCLUSION GENERALE	104
ANNEXE A	107
ANNEXE B	108
ANNEXE C	109
ANNEXE D	110
ANNEXE E	111
ANNEXE F	113
BIBLIOGRAPHIE	115

Acronymes, Notations et Symboles

Acronymes

BF	Boucle Fermée
BIBO	Bounded-Input, Bounded-Output
BO	Boucle Ouverte
CB-PWM	Carrier Based PWM
CMOS	Complementary Metal Oxid Semiconductor
DC	Direct Current
DFOC	Direct Field Orientation Control
DPD	Demi Plan Droit
DSP	Digital Signal Processor
FMI	Famille de modèles incertains
Fmm	force magnétomotrice
FOC	Field Orientation Control
FTBF	Fonction de Transfert en Boucle Fermée
FTBO	Fonction de Transfert en Boucle Ouverte
GTO	Gate turn-off Thyristor
GUI	Interface graphique d'utilisateur (Graphical User Interface)
IFOC	Indirect Field Orientation Control
IRFOC	Indirect Rotor Field Orientation Control
IGBT	Insulated Gate Bipolar Transistor
IP	Intégral proportionnel
LFT	Linear Fractional Transformation
LTI	Linéaire et Invariant en Temps (Linear Time Invariant)
MI	Moteur à Induction
MIMO	Plusieurs entrées, plusieurs sorties (Multi-Input, Multi-Output)
MLI	Modulation de Largeur d'Impulsion
NP	Nominal Performance
NS	Nominal Stability
PC	Personal Computer
PI	Proportionnel Intégral
PWM	Pulse Width Modulation
RP	Robust Performance
RS	Robust Stability
SISO	Single-Input, Single-Output
SSV	Structured Singular Values
SVD	Singular Values Decomposition
SV-PWM	Space vector PWM
TTL	Transistor Transistor Logic

Notations

$\inf \{.\}$	infimum
$\det(.)$	déterminant
\mathfrak{RH}_∞	Espace des matrices rationnelles propres et stables
$\dim x$	Dimension d'un vecteur
$Ric(\cdot)$	Equation de Riccati
\mathbb{R}	corps des nombres réels
\mathbb{C}	corps des nombres complexes
A^T	matrice transposée de la matrice A
A^*	matrice transposée conjuguée de la matrice A
$\text{rang}(A)$	Rang de la matrice A
$\sup \{.\}$	supremum
$\text{diag} \{.\}$	matrice bloc-diagonale
$\ .\ $	norme Euclidienne
$\ .\ _\infty$	Norme H infini
(a_s, b_s, c_s)	Système d'axes du stator
(a_r, b_r, c_r)	Système d'axes du rotor
(α, β)	Système d'axes biphasé fixé au stator
(d, q)	Système d'axes biphasé mobile
s, r	Indices respectifs du stator et du rotor

Symboles

Chapitre 1

θ_{ad}	L'angle de Park	$[\text{rad}]$
θ	L'angle entre l'axe du stator et l'axe du rotor	$[\text{rad}]$
v_{sa}, v_{sb}, v_{sc}	Tensions de phase statoriques	$[V]$
i_{sa}, i_{sb}, i_{sc}	Courants de phase statoriques	$[A]$
$\varphi_{sa}, \varphi_{sb}, \varphi_{sc}$	Flux statoriques	$[Wb]$
v_{ra}, v_{rb}, v_{rc}	Tensions de phase rotoriques	$[V]$
i_{ra}, i_{rb}, i_{rc}	Courants de phase rotoriques	$[A]$
$\varphi_{ra}, \varphi_{rb}, \varphi_{rc}$	Flux rotoriques	$[Wb]$
R_r	Résistance rotorique	$[\Omega]$
R_s	Résistance statorique	$[\Omega]$
R_{sr}	Résistance équivalente statorique et rotorique ramenée au stator	$[\Omega]$

Ω	Vitesse mécanique de rotation	$[rad/s]$
T_{em}	Couple électromagnétique	$[N \cdot m]$
J	Moment d'inertie des parties tournantes	$[kg \cdot m^2]$
p	Nombre de paires de pôles	
T_L	Couple de charge	$[N \cdot m]$
$[L_s]$	Matrice d'inductances statoriques	$[H]$
$[M_{sr}]$	Matrice d'inductances mutuelles stator-rotor	$[H]$
$[L_r]$	Matrice d'inductances rotoriques	$[H]$
m_{sr}	Valeur maximale des inductances mutuelles stator-rotor	$[H]$
$P(\theta)$	Matrice de transformation directe de Park	
$P^{-1}(\theta)$	Matrice de transformation indirecte de Park	
θ	Position du rotor	$[rad]$
ω	Vitesse électrique du rotor $\omega = p\Omega$	$[rad/s]$
Ω^*	Vitesse de référence	$[rad/s]$
ω_s	Pulsation statorique	$[rad/s]$
ω_r	Pulsation rotorique	$[rad/s]$
v_{sd}	Tension statorique d'axe d	$[V]$
v_{sq}	Tension statorique d'axe q	$[V]$
i_{sd}	Courant statorique d'axe d	$[A]$
i_{sq}	Courant statorique d'axe q	$[A]$
φ_{sd}	Flux statorique d'axe d	$[Wb]$
φ_{sq}	Flux statorique d'axe q	$[Wb]$
l_s	Inductance propre d'une phase statorique	$[H]$
l_r	Inductance propre d'une phase rotorique	$[H]$
m_s	Inductance mutuelle entre deux phases statoriques	$[H]$
m_r	Inductance mutuelle entre deux phases rotoriques	$[H]$
v_{rd}	Tension rotorique d'axe d	$[V]$
v_{rq}	Tension rotorique d'axe q	$[V]$
i_{rd}	Courant rotorique d'axe d	$[A]$
i_{rq}	Courant rotorique d'axe q	$[A]$
φ_{rd}	Flux rotorique d'axe d	$[Wb]$
φ_{rq}	Flux rotorique d'axe q	$[Wb]$
L_s	inductance cyclique statorique	$[H]$

L_r	inductance cyclique rotorique	[H]
L_m	Inductance mutuelle rotor-stator	[H]
σ	Coefficient de dispersion de Blondel	
f	Coefficient de frottement visqueux	[SI]
τ_s	constante de temps statorique	[s]
τ_r	constante de temps rotorique	[s]
x_m	Onde porteuse (de modulation)	
f_m	Fréquence de l'onde de modulation	
$x_{réf}$	Fréquence de l'onde de référence	
x_{com}	Signal de commutation	
φ_r	Flux rotorique	[Wb]
θ_s	Position du flux rotorique sur l'axe d	[rad]
φ_r^*	Flux de référence	[Wb]
φ_{nom}	Flux nominal	[Wb]
Ω_{nom}	Vitesse nominale	[rad/s]
T_{em}^*	Couple de référence	[N · m]
i_{sd}^*	Courant de référence de l'axe d	[A]
i_{sq}^*	Courant de référence de l'axe q	[A]
K_{pi}, τ_{ii}	Paramètres du contrôleur PI de courant	
K_{pv}, τ_{iv}	Paramètres du contrôleur PI ou IP de vitesse	
ω_n	Pulsation naturelle non amortie	[rad/s]
ξ	Amortissement	
$t_{rép}$	Temps de réponse	[s]

Chapitre 2

$x(t)$	Vecteur d'état
(A, B, C, D)	Réalisations d'état du système linéaire
$u(t)$	Vecteur d'entrée
$y(t)$	Vecteur de sortie
$X(s)$	Transformée de Laplace de $x(t)$
I_n	Matrice identité de dimension n
$K(s)$	Contrôleur
$r(t)$	Signal de référence
$y(t)$	La sortie à asservir

$\varepsilon(t)$	Erreur réelle de suivi de référence
$u(t)$	Signal de commande
$d_i(t)$	Perturbation sur la commande
$d_o(t)$	Perturbation sur la sortie
$\eta(t)$	Bruit de mesure
T_{ij}	Transfert entre le signal d'entrée i et le signal de sortie j
S	Fonction de sensibilité
T	Fonction de sensibilité complémentaire
KS	Fonction de sensibilité
GS	Fonction de sensibilité
$\underline{\sigma}(A(j\omega))$	La plus petite valeur singulière de A
$\overline{\sigma}(A(j\omega))$	La plus grande valeur singulière de A
$\sigma_i(A)$	La i^{eme} valeur singulière de A
λ_i	La i^{eme} valeur propre de A
$F_U(P, K)$	La LFT supérieure
$F_L(P, \Delta)$	La LFT inférieure
$S(P, K)$	Le produit de Redheffer ou produit étoile
$P(s)$	Modèle augmenté
$T_{zw}(s)$	Transfert entre w et z
γ	Coefficient de coût ou indice de robustesse
γ_{opt}	Coefficient de coût optimal
H_∞, J_∞	Matrices Hamiltoniennes
X_∞, Y_∞	Solutions de l'équation de Riccati
$\rho(X_\infty, Y_\infty)$	Rayon spectral
$K_{central}$	Le contrôleur central correspondant à $Q_\infty = 0$
$W_i(s)$	Filtres de pondération sur le i^{eme} entrée/sortie
$\tilde{x}(t)$	Le signal après introduction du filtre
$\Delta(s)$	Matrice d'incertitudes
w_Δ, z_Δ	Signaux introduit pour extraire les incertitudes
$N(s)$	Système contrôlé non perturbé
M	La matrice de transfert vue par l'incertitude Δ
Π	Famille de modèles incertains FMI
$G_0(s)$	Modèle nominal
Π_a	FMI (Incertitude additive)
Π_{mi}	FMI (Incertitude non structurée multiplicative en entrée)
Π_{mo}	FMI (Incertitude non structurée multiplicative en sortie)
$\underline{\Delta}$	Matrice d'incertitudes structurées

$\mu_{\Delta}(A)$	La valeur singulière structurée	
$\mu_{\Delta}^{\text{inf}}(A)$	La borne inférieure de $\mu_{\Delta}(A)$	
$\mu_{\Delta}^{\text{sup}}(A)$	La borne supérieure de $\mu_{\Delta}(A)$	
$\sigma_{L_s 0}$	La valeur nominale de σ_{L_s}	[H]
$R_{sr 0}$	La valeur nominale de R_{sr}	[Ω]
v_{sq1}^*	tension de référence de l'axe d	[V]
$p_{\sigma_{L_s}}$	Incertitude relative sur le paramètre σ_{L_s}	
$\delta_{\sigma_{L_s}}$	Pondération sur σ_{L_s}	
$p_{R_{sr}}$	Incertitude relative sur le paramètre R_{sr}	
$\delta_{R_{sr}}$	Pondération sur R_{sr}	
$w_{R_{sr}}, z_{R_{sr}}$	Signaux introduits pour extraire les incertitudes sur R_{sr}	
$w_{\sigma_{L_s}}, z_{\sigma_{L_s}}$	Signaux introduits pour extraire les incertitudes sur σ_{L_s}	

Introduction générale

Les entraînements électriques modernes à vitesse variable intervenant dans tous les domaines de l'industrie (fabrication, manutention, service...), et dans de nombreuses applications domestiques, doivent satisfaire de nombreuses exigences et offrir en particulier une excellente dynamique dans une large plage de vitesse. Les performances dynamiques sont très conditionnées, en termes de réglage par la qualité du découplage des deux paramètres de commande que sont le flux magnétique et le couple électromagnétique de la machine électrique utilisée [01] [02].

Le moteur à induction à cage est particulièrement séduisant, sur le plan industriel, par sa simplicité constructive, sa grande robustesse, son faible coût, sa faible maintenance et sa très bonne standardisation [03] [04]. Cependant, lorsqu'il s'agit d'en étudier une commande performante, il devient redoutablement complexe. Cette complexité fonctionnelle est due à l'absence d'inducteur indépendant, aux non-linéarités, à la difficulté d'identification et aux variations des paramètres dépendant généralement du point de fonctionnement [04] [05].

Les entraînements électriques ont bénéficiés, ces dernières années, d'avancées méthodologiques et technologiques significatives. En effet, les progrès de l'électronique numérique, de l'informatique industrielle et les développements des composants de puissance permettent aujourd'hui de mettre en œuvre des algorithmes de commande inenvisageables il ya une vingtaine d'années. Plusieurs stratégies de commande ont ainsi été développées afin de conférer une dynamique concurrentielle au moteur à induction [01]. La commande vectorielle par orientation du flux rotorique (IRFOC), est une stratégie qui a l'avantage de permettre un découplage assez simple entre le flux et le couple ce qui facilite la commande de la machine [01] [06].

La synthèse d'une loi de commande est le plus souvent basée sur un modèle nominal simplifié. Celui-ci ne prend pas en compte toute la complexité du processus réel, car:

- La structure du modèle est toujours une simplification de la réalité; qui, bien que pouvant atteindre des ordres importants, les modèles ne sont que très rarement complets, certaines dynamiques étant négligées, ou non parfaitement connues;
- Les paramètres du modèle sont entachés d'erreurs de mesure ou d'estimation;
- Les paramètres peuvent varier avec le temps;
- Si le modèle est la représentation linéarisée d'un système non-linéaire, le changement des conditions de fonctionnement modifie les valeurs des paramètres [07-09].

Les algorithmes de commande classiques comme le PI peuvent s'avérer suffisants si les exigences sur les performances ne sont pas trop strictes. Dans le cas contraire, et, pour satisfaire aux exigences accrues en matière de robustesse et de performance, le recours à des algorithmes robustes est souhaitable. La commande dite \mathcal{H}_∞ apparaît alors comme une solution possible à ses problèmes.

Les années quatre-vingt ont été marquées par l'émergence de la notion de robustesse [10]. Elle fût à ses débuts une notion très mathématique avant d'évoluer vers la synthèse et l'analyse de lois de commande. D'une manière générale, la robustesse d'une commande peut être définie comme une qualité qui décrit l'invariance ou la résistance du comportement d'un système asservi à un certain nombre de phénomènes d'origine interne ou externe [06]. La théorie de la commande \mathcal{H}_∞ est initiée par Zames en 1981 et développée entre autres par Doyle, Glover, Khargonekar et Francis (DGKF) [10] [11]. Elle est aujourd'hui un axe de recherche prédominant notamment parmi les techniques dites "robuste". Le développement d'outils de calcul numérique a fortement contribué à son expansion.

Parallèlement à cette méthode de synthèse, ont été développées des techniques d'analyse de la robustesse. L'intérêt de la μ -analyse, telle qu'elle a été introduite par Doyle et Safonov, au début des années quatre-vingt, est de fournir un cadre général de résolution du problème d'analyse de la robustesse face à une incertitude structurée de

modèle contenant des dynamiques négligées et des incertitudes paramétriques. La marge de stabilité face à une telle perturbation est obtenue typiquement en calculant, soit la valeur exacte, soit un encadrement de la valeur singulière structurée et ce pour chaque fréquence [10].

Le travail présenté dans ce mémoire porte sur la technique de commande robuste \mathcal{H}_∞ appliquée au contrôle d'un moteur à induction piloté par la commande vectorielle par orientation du flux rotorique. Le but est la mise en œuvre d'une loi de commande robuste pour la machine citée précédemment, avec comme objectifs: assurer la stabilité robuste face aux différentes perturbations tout en essayant d'améliorer la dynamique du système. L'étape de synthèse est suivie d'une phase d'analyse de la robustesse pour vérifier si toutes les spécifications requises sont satisfaites et contrôler a posteriori les performances des systèmes asservis.

L'implantation et l'expérimentation en laboratoire est un objectif que nous essayons d'atteindre. Car l'aspect expérimental permet d'une part de valider le travail théorique et de simulation et d'autre part de voir concrètement l'aboutissement de l'étude et de faire ressortir les problèmes de mise en œuvre.

Ce mémoire est organisé en trois parties de la façon suivante:

Le premier chapitre, est consacré à la recherche du modèle de synthèse décrivant la dynamique de la machine en vue de sa commande par la IFOC et présente les résultats de simulation avec des contrôleurs conventionnels.

Le Chapitre deux évoque, dans sa première partie, la théorie fondamentale de la commande robuste \mathcal{H}_∞ et développe l'idée de la synthèse de contrôleurs robustes en se basant sur la norme \mathcal{H}_∞ . Nous y avons étudié plus spécifiquement le problème \mathcal{H}_∞ standard dont le but est de synthétiser le contrôleur dynamique qui minimise la norme \mathcal{H}_∞ et maximise ainsi les objectifs de performance et de robustesse désirées; lesquels se traduisent en pratique par un modelage des matrices de transfert de la boucle fermée

du système asservi. La seconde partie, expose le cadre général pour l'analyse de la robustesse de la loi de commande en utilisant des concepts qui ont déjà été développés et largement validés par les spécialistes de l'automatique. Dans un premier temps, Un formalisme général permettant de représenter les incertitudes de modèle est présenté. Puis le théorème du petit gain, utilisé pour l'analyse de la robustesse dans le cas d'incertitudes non structurées est énoncée. Enfin, un outil approprié d'analyse de la robustesse dans le cas d'incertitudes structurées sera décrit. La dernière partie, présente, dans une première phase, la procédure de la synthèse des contrôleurs robustes par l'approche fréquentielle \mathcal{H}_∞ standard. Dans une deuxième phase, la robustesse de la stabilité de ces lois de commande au regard des incertitudes et des perturbations auxquelles le système étudié pourrait être soumis est étudiée.

Le Chapitre trois, est dédié à l'implémentation des lois de commande et à la validation expérimentale des résultats théoriques et de simulation.

Une conclusion générale à ce mémoire est apportée: elle fait le bilan des résultats obtenus et indique de nouvelles pistes d'investigation dans ce domaine.

Chapitre 1

Modélisation Et Commande Vectorielle Indirecte De La Machine A Induction

1.1 Introduction

Le moteur asynchrone ou moteur à induction (MI), est largement utilisé dans l'industrie, notamment pour les applications d'entraînement à vitesse constante [11][12]. Il est d'une construction très simple et très robuste, sans aimant permanent ni balais i.e., absence totale de contacts électriques glissants, donc très peu d'usure et d'entretien. De plus, et c'est un argument de taille, il est de faible coût [11][13-16].

Avec les récents progrès, tant dans le domaine de l'électronique de puissance que dans celui de l'électronique numérique, on a pu envisager l'entraînement à vitesse variable du MI de manière efficace, ce qui était auparavant réservé au moteur à courant continu. Mais, à cause des dynamiques non linéaires, multivariables, fortement couplées, incertaines, le MI exige des algorithmes de contrôle de complexité d'autant plus grande que les performances globales requises doivent être élevées [05][16][12]. Pour pallier ces difficultés, diverses stratégies de commande pour le MI ont été développées afin de maîtriser en temps réel le flux et le couple électromagnétique. La stratégie de loin la plus mise en évidence étant la commande vectorielle par orientation

du flux [13]. Développée en 1972 par F. Blaschke et Hasse, elle a donné lieu à des réalisations industrielles à partir de 1990. L'idée est bien de retrouver coté utilisateur, l'équivalent du moteur à courant continu à excitation séparée (sans les inconvénients) et d'obtenir les même performances avec le MI.

Dans ce chapitre, tout d'abord, une modélisation dynamique classique du MI dans un repère biphasé, est détaillée. Ensuite, l'alimentation du MI par un onduleur triphasé de tension ainsi que les deux techniques de modulation de largeur d'impulsions (PWM) sont brièvement présentées. Puis, les principes de base de la commande vectorielle indirecte par orientation du flux rotorique, sont exposés. Enfin, afin de valider le modèle adopté pour le MI en boucle ouverte, et mettre en évidence les performances atteintes en associant des contrôleurs classiques, une simulation numérique est effectuée.

1.2 Description du MI à cage

La constitution du MI est représentée par la vue éclatée de la figure (1.1):

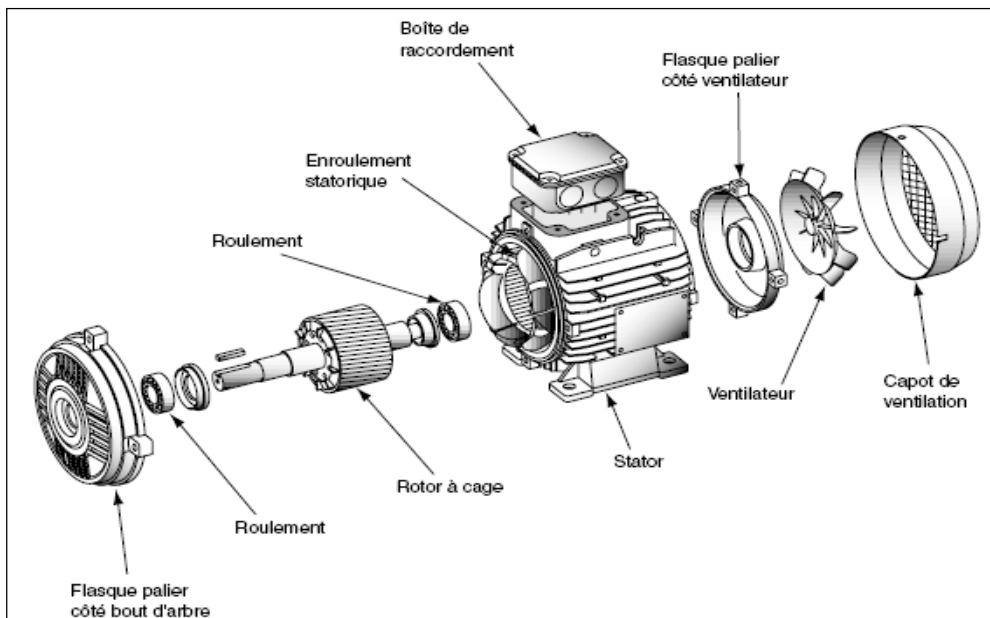


Fig. 1.1 – Vue éclatée d'un moteur à induction à cage d'écureuil

Le MI à cage comporte les éléments de base suivants:

- Un stator constitué d'un circuit magnétique avec des encoches dans lesquelles est logé l'enroulement généralement triphasé.
- Un rotor constitué par un circuit magnétique cylindrique accueillant dans ses encoches le circuit électrique sous forme de barres en aluminium coulée ou en cuivre introduites, leurs extrémités sont court-circuitées par des anneaux du même matériau [03][13][17].

1.3 Modélisation dynamique du MI

1.3.1 Hypothèses de travail

Le développement du modèle mathématique repose sur les hypothèses simplificatrices habituelles, à savoir: une construction mécanique parfaitement symétrique, assimilation de la cage à un bobinage triphasé court-circuité, une répartition spatiale sinusoïdale des f.m.m, constance de l'entrefer, absence de saturation dans le circuit magnétique et négligence du phénomène d'hystérésis, des courants de Foucault et d'effet de peau [03][04][18].

1.3.2 Modélisation triphasée

1.3.2.1 Représentation spatiale

La figure (1.2) montre la représentation spatiale du MI à cage. Elle comprend un enroulement triphasé au stator. Le rotor est considéré comme étant équivalent à trois bobines identiques court-circuitées sur elles-mêmes, régulièrement déphasées de $2\pi/3$ radians électriques. l'angle θ repère l'axe a_r d'une phase du rotor par rapport à l'axe correspondant a_s de la phase du stator [03][04][17].

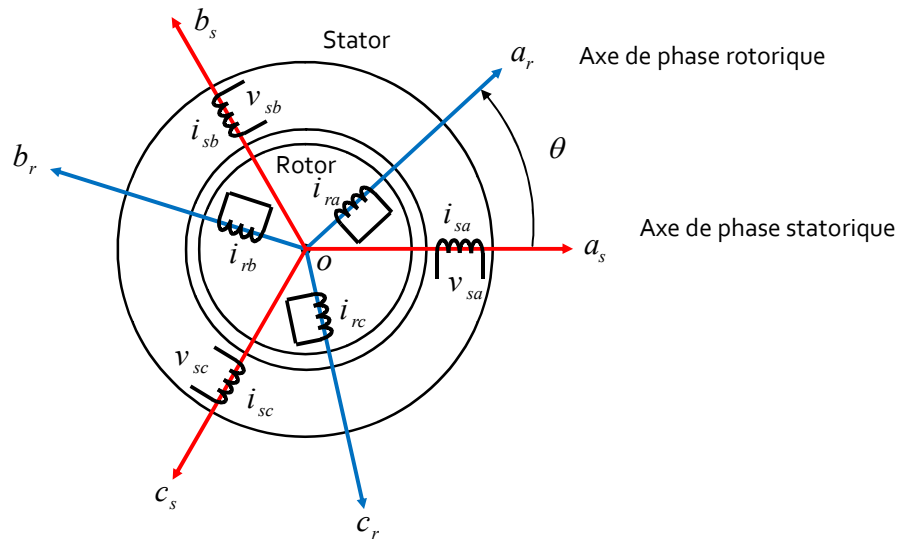


Fig. 1.2 – Représentation schématique simplifiée des enroulements statorique et rotorique

1.3.2.2 Equations électriques

Sous les hypothèses précédentes, les équations des tensions, s'obtiennent en écrivant la loi de Faraday, pour chacun des enroulements, en considérant la chute de tension ohmique [03][04][13][17][19][20]:

$$\begin{bmatrix} v_{sa} \\ v_{sb} \\ v_{sc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \varphi_{sa} \\ \varphi_{sb} \\ \varphi_{sc} \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

Comme les enroulements rotoriques, équivalents à la cage, sont en court-circuit, les tensions appliquées sont nulles:

$$\begin{bmatrix} v_{ra} \\ v_{rb} \\ v_{rc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r & 0 & 0 \\ 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \varphi_{ra} \\ \varphi_{rb} \\ \varphi_{rc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

1.3.2.3 Equations magnétiques

Les flux totalisés au stator et au rotor en fonction des courants sont exprimées dans le repère (a,b,c) par:

$$\begin{bmatrix} \varphi_{sa} \\ \varphi_{sb} \\ \varphi_{sc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_s & m_s & m_s \\ m_s & l_s & m_s \\ m_s & m_s & l_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix} + [M_{sr}(\theta)] \begin{bmatrix} i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

$$\begin{bmatrix} \varphi_{ra} \\ \varphi_{rb} \\ \varphi_{rc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_r & m_r & m_r \\ m_r & l_r & m_r \\ m_r & m_r & l_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{bmatrix} + [M_{rs}(\theta)]^T \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

Avec:

$$[M_{sr}(\theta)] = [M_{rs}(\theta)]^T = m_{sr} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\theta & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

une matrice d'inductances mutuelles stator-rotor, de valeur maximale m_{sr}

En remplaçant les flux dans les équations (1.1) et (1.2) par leurs expressions respectives, on obtient les équations suivantes:

$$[v_{sabc}] = [R_s][i_{sabc}] + \frac{d}{dt} \left\{ [L_s][i_{sabc}] + [M_{sr}(\theta)][i_{rabc}] \right\} \quad (1.6)$$

$$[v_{rabc}] = [R_r][i_{rabc}] + \frac{d}{dt} \left\{ [M_{rs}(\theta)]^T [i_{sabc}] + [L_r][i_{rabc}] \right\} \quad (1.7)$$

Dans lesquelles les matrices $[M_{sr}(\theta)]$ et $[M_{rs}(\theta)]^T$ dépendent de la position du rotor.

1.3.2.4 Equations mécaniques du mouvement

On associe aux équations précédentes, l'équation du mouvement exprimant la relation fondamentale de la dynamique des systèmes en rotation.

$$J \frac{d}{dt} \Omega + f \Omega = T_{em} - T_L \quad (1.8)$$

Où

$J \frac{d}{dt} \Omega$ est le couple d'inertie des masses tournantes

$f \Omega$ est le couple de frottement visqueux

T_L est le couple résistant

1.3.3 Modélisation biphasée

Au stator comme au rotor, les courants parcourant des enroulements triphasés créent des champs magnétiques pulsatoires triphasés dont les superpositions génèrent des champs magnétiques tournants. Le vecteur spatial représentant le champ tournant statorique, par exemple, est donné, en fonction de ses composantes, par l'expression suivante [04]:

$$\bar{H}_s = k_T (e^{j0} h_{sa} + e^{j2\pi/3} h_{sb} + e^{j4\pi/3} h_{sc}) \quad (1.9)$$

Avec $k_T = \sqrt{2/3}$ pour la conservation de la puissance instantanée.

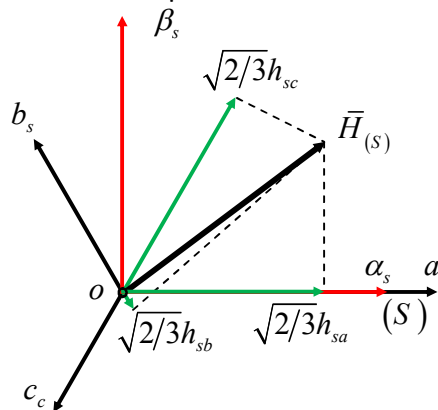


Fig. 1.3 – Représentation d'un vecteur spatial

Le développement de l'équation (1.9) montre que le vecteur \bar{H}_s possède deux composantes dans le plan complexe (α, β) [16].

$$\bar{H}_s = h_{s\alpha} + j h_{s\beta} \quad (1.10)$$

Cela signifie que la transformation *triphase-biphase* permet de reproduire l'état magnétique créé par le système triphasé au moyen d'un système biphasé équivalent [16].

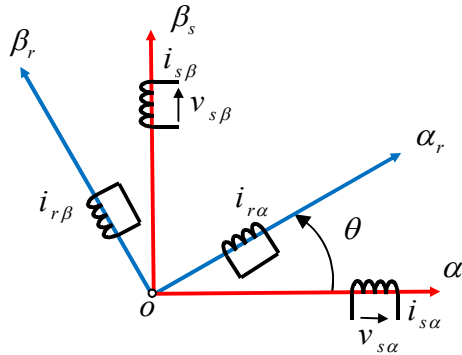


Fig. 1.4 – Représentation schématique du MI dans le repère biphasé

En effet, les grandeurs statoriques, respectivement rotoriques, triphasées liées au référentiel (a_s, b_s, c_s) , respectivement (a_r, b_r, c_r) , décalées de $2\pi/3$ rad, sont ramenées vers les grandeurs biphasées équivalentes $S(\alpha_s, \beta_s)$, respectivement $R(\alpha_r, \beta_r)$ en quadrature de phase [16].

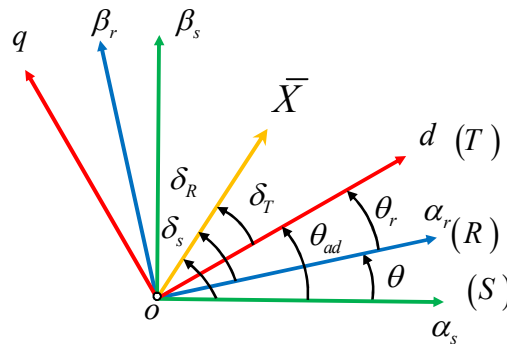


Fig. 1.5 – Transformation triphasé-biphase

Mathématiquement, la transformation triphasé-biphase est décrite par la relation matricielle suivante [04] [16]:

$$\begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{2/3} \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

La transformation inverse permettant de revenir dans le repère triphasé s'obtient par :

$$\begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/2 & \sqrt{3}/2 \\ -1/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

1.3.3.1 Transformation de Park

La transformation de Park est une opération mathématique constituée d'un passage du repère triphasé (a, b, c) vers le repère biphasé $S(\alpha_s, \beta_s)$ suivi d'une rotation d'un angle θ_{ad} appelé angle de Park (celui-ci peut être quelconque et dépendre du temps) conduisant au système, d'axes orthogonaux, $T(d, q)$ mobile [04][18][21][22].

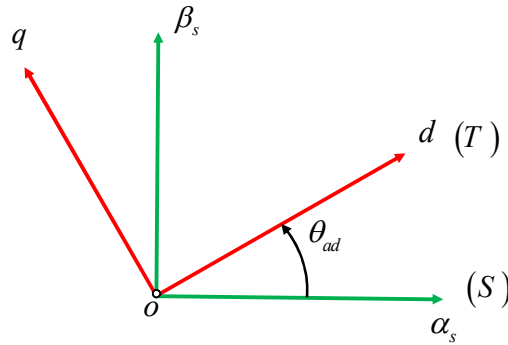


Fig. 1.6 – Transformation de Park

La transformation directe s'obtient comme suit :

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} x_d \\ x_q \end{bmatrix} = [P(\theta_{ad})] \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{ad} & \sin \theta_{ad} \\ -\sin \theta_{ad} & \cos \theta_{ad} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

Où \bar{X} peut représenter un courant, une tension ou un flux magnétique.

On définit également la transformation inverse [04]:

$$\begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} = [P^{-1}(\theta_{ad})] \begin{bmatrix} x_d \\ x_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{ad} & -\sin \theta_{ad} \\ \sin \theta_{ad} & \cos \theta_{ad} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_d \\ x_q \end{bmatrix} \quad (1.13.bis)$$

Le vecteur $\bar{X}_{(i)}$ $i \in \{S, R, T\}$ peut s'exprimer dans les référentiels ; (S) , (R) et (T)

liés respectivement au stator, au rotor et aux champs tournants, comme suit [04]:

$$\bar{X}_{(i)} = X e^{j\delta_i} \quad \text{avec} \quad i \in \{S, R, T\} \quad (1.14)$$

Le changement de référentiel s'obtient en utilisant les positions angulaires de chaque référentiel par rapport à l'autre.

$$(i) \rightarrow (j) \quad \bar{X}_{(j)} = \bar{X}_{(i)} e^{-j(\delta_i - \delta_j)} \quad (1.15)$$

1.3.3.2 Modèle biphasé du MI

L'évolution des tensions, des courants et des flux est décrite par le système suivant, exprimé sous forme complexe [17]

$$\bar{v}_{s(S)} = R_s \bar{I}_{s(S)} + \frac{d}{dt} \bar{\Phi}_{s(S)} \quad (1.16)$$

$$\bar{v}_{r(R)} = R_r \bar{I}_{r(R)} + \frac{d}{dt} \bar{\Phi}_{r(R)} \quad (1.17)$$

$$\bar{\Phi}_{s(S)} = L_s \bar{I}_{s(S)} + L_m e^{j(p\theta)} \bar{I}_{r(R)} \quad (1.18)$$

$$\bar{\Phi}_{r(R)} = L_r \bar{I}_{r(R)} + L_m e^{j(-p\theta)} \bar{I}_{s(S)} \quad (1.19)$$

1.3.3.2.1 Modèle du MI dans le référentiel $T(d, q)$

La représentation du MI est schématisée à la figure (1.7). Les axes magnétiques d et q sont en quadrature de phase :

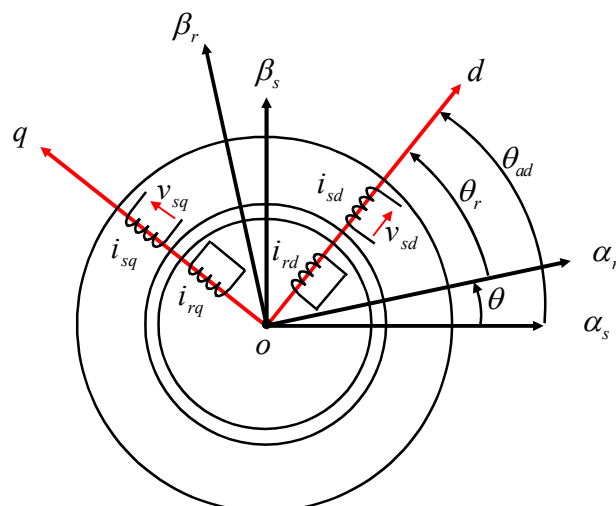


Fig. 1.7 – Représentation du MI dans le repère de PARK

Si la machine est alimentée par une source de tension, les composantes v_{sd} et v_{sq} sont alors prises comme variables de commande et si l'on choisit, comme variables d'état, les composantes, dans le référentiel $T(d, q)$, du courant statorique et du flux rotorique, le modèle mathématique de la MI s'écrit, après réarrangement de façon à faire apparaître le vecteur d'état choisi, comme suit [05][14][16][17][21][23]:

$$\begin{cases} \dot{\bar{I}}_{s(T)} = -(\gamma + j\dot{\theta}_{ad})\bar{I}_{s(T)} + k\left(\frac{1}{\tau_r} - jp\Omega\right)\bar{\Phi}_{r(T)} + \frac{1}{\sigma L_s}\bar{V}_{s(T)} \\ \dot{\bar{\Phi}}_{r(T)} = \frac{L_m}{\tau_r}\bar{I}_{s(T)} - \left(\frac{1}{\tau_r} - jp\Omega + j\dot{\theta}_{ad}\right)\bar{\Phi}_{r(T)} \end{cases} \quad (1.20)$$

Dans lequel : $\tau_r = \frac{L_r}{R_r}$, $\Omega = \dot{\theta}$, $\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}$, $k = \frac{L_m}{\sigma L_s L_r}$ et $\gamma = \frac{1}{\sigma L_s} \left(R_s + \frac{L_m^2}{L_r^2} R_r \right)$

Or :

$$\bar{I}_{s(T)} = i_{sd} + j i_{sq} \quad (1.21)$$

$$\bar{\Phi}_{r(T)} = \varphi_{rd} + j \varphi_{rq} \quad (1.22)$$

En développant, on peut décrire la machine par le système d'équations suivant [17]:

$$\begin{cases} \dot{i}_{sd} = -\gamma i_{sd} + \dot{\theta}_{ad} i_{sq} + \frac{k}{\tau_r} \varphi_{rd} + kp\Omega \varphi_{rq} + \frac{1}{\sigma L_s} v_{sd} \\ \dot{i}_{sq} = -\dot{\theta}_{ad} i_{sd} - \gamma i_{sq} - kp\Omega \varphi_{rd} + \frac{k}{\tau_r} \varphi_{rq} + \frac{1}{\sigma L_s} v_{sq} \\ \dot{\varphi}_{rd} = \frac{L_m}{\tau_r} i_{sd} - \frac{1}{\tau_r} \varphi_{rd} - p\Omega \varphi_{rq} + \dot{\theta}_{ad} \varphi_{rq} \\ \dot{\varphi}_{rq} = \frac{L_m}{\tau_r} i_{sq} + p\Omega \varphi_{rd} - \dot{\theta}_{ad} \varphi_{rd} - \frac{1}{\tau_r} \varphi_{rq} \end{cases} \quad (1.23)$$

Ce qui nous mène au modèle de la machine, exprimé dans l'espace d'état, par :

$$\frac{d}{dt} x(t) = [A]x(t) + [B]u(t) \quad (1.24)$$

Avec

$$x = \begin{bmatrix} i_{sd} & i_{sq} & \varphi_{rd} & \varphi_{rq} \end{bmatrix}^T \quad \text{et} \quad u = \begin{bmatrix} v_{sd} & v_{sq} \end{bmatrix}^T$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ \varphi_{rd} \\ \varphi_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\gamma & \omega_s & \frac{k}{\tau_r} & kp\Omega \\ -\omega_s & -\gamma & -kp\Omega & \frac{k}{\tau_r} \\ \frac{L_m}{\tau_r} & 0 & -\frac{1}{\tau_r} & (\omega_s - p\Omega) \\ 0 & \frac{L_m}{\tau_r} & -(\omega_s - p\Omega) & -\frac{1}{\tau_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ \varphi_{rd} \\ \varphi_{rq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_r} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_r} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{sd} \\ v_{sq} \end{bmatrix} \quad (1.25)$$

1.3.3.2.2 Modèle du MI dans le référentiel $S(\alpha, \beta)$

Le système d'équations (1.20) peut s'écrire dans le repère stationnaire $S(\alpha, \beta)$ en choisissant une valeur nulle pour l'angle θ_{ad} .

$$\begin{cases} \dot{\bar{I}}_{s(S)} = -\gamma \bar{I}_{s(S)} + k \left(\frac{1}{\tau_r} - jp\Omega \right) \bar{\Phi}_{r(S)} + \frac{1}{\sigma L_s} \bar{V}_{s(S)} \\ \dot{\bar{\Phi}}_{r(S)} = \frac{L_m}{\tau_r} \bar{I}_{s(S)} - \left(\frac{1}{\tau_r} - jp\Omega \right) \bar{\Phi}_{r(S)} \end{cases} \quad (1.26)$$

or :

$$\bar{I}_{s(S)} = i_{s\alpha} + ji_{s\beta} \quad (1.27)$$

$$\bar{\Phi}_{r(S)} = \varphi_{r\alpha} + j\varphi_{r\beta} \quad (1.28)$$

En développant, on peut décrire la machine par le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \dot{i}_{s\alpha} = -\gamma i_{s\alpha} + \frac{k}{\tau_r} \varphi_{r\alpha} + kp\Omega \varphi_{r\beta} + \frac{1}{\sigma L_s} v_{s\alpha} \\ \dot{i}_{s\beta} = -\gamma i_{s\beta} - kp\Omega \varphi_{r\alpha} + \frac{k}{\tau_r} \varphi_{r\beta} + \frac{1}{\sigma L_s} v_{s\beta} \\ \dot{\varphi}_{r\alpha} = \frac{L_m}{\tau_r} i_{s\alpha} - \frac{1}{\tau_r} \varphi_{r\alpha} - p\Omega \varphi_{r\beta} \\ \dot{\varphi}_{r\beta} = \frac{L_m}{\tau_r} i_{s\beta} + p\Omega \varphi_{r\alpha} - \frac{1}{\tau_r} \varphi_{r\beta} \end{cases} \quad (1.29)$$

Ce qui nous mène au modèle de la machine, exprimé dans l'espace d'état, par :

$$\frac{d}{dt}x(t) = [A]x(t) + [B]u(t) \quad (1.30)$$

Avec

$$x = [i_{s\alpha} \quad i_{s\beta} \quad \varphi_{r\alpha} \quad \varphi_{r\beta}]^T \quad \text{et} \quad u = [v_{s\alpha} \quad v_{s\beta}]^T$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\gamma & 0 & \frac{k}{\tau_r} & kp\Omega \\ 0 & -\gamma & -kp\Omega & \frac{k}{\tau_r} \\ \frac{L_m}{\tau_r} & 0 & -\frac{1}{\tau_r} & -p\Omega \\ 0 & \frac{L_m}{\tau_r} & p\Omega & -\frac{1}{\tau_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ \varphi_{r\alpha} \\ \varphi_{r\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_r} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_r} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{s\alpha} \\ v_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (1.31)$$

1.3.3.2.3 Expression du couple électromagnétique instantané

Pour une machine à p paires de pôles, le couple électromagnétique instantané développé, est exprimé dans le référentiel, $T(d, q)$ par l'équation [17][[21][22]:

$$T_{em} = p \frac{L_m}{L_r} (\varphi_{rd} i_{sq} - \varphi_{rq} i_{sd}) \quad (1.32)$$

Cette expression montre explicitement le couplage entre le flux et le couple. Elle comporte deux non-linéarités provoquées par le produit croisé de quatre variables différentes [16].

1.4 Association onduleur – machine à induction

1.4.1 Introduction

Dans les systèmes d'entraînement industriels utilisant le MI, le réglage de la vitesse est obtenu par action simultanée sur l'amplitude et la fréquence en valeurs instantanées de la tension statorique délivrée par un onduleur de tension [03][24].

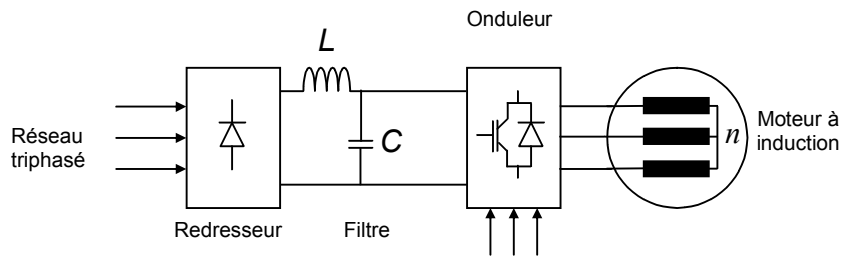


Fig. 1.8 – Principe d'alimentation du MI via un convertisseur de fréquence

L'onduleur triphasé de tension est un convertisseur statique assurant la conversion de l'énergie continue vers l'alternatif. Dans la figure (1.9) il est montré La structure typique d'un onduleur triphasé à deux niveaux de tension. Ce convertisseur est composé de trois bras, connectés chacun à une phase du moteur. Chaque bras comporte deux interrupteurs de puissance (transistors MOS, IGBT ou thyristors GTO selon la puissance et la fréquence maximale de commutation). Une diode est connectée en antiparallèle avec chaque interrupteur (diode de roue libre). Elle permet d'assurer la continuité du courant lors du changement de sens de celui-ci. Les interrupteurs de chaque bras sont commandés, à l'allumage et à l'extinction, par des signaux de façon complémentaire afin de ne pas court-circuiter l'alimentation continue. Pour se prémunir d'un court-circuit intempestif, il est nécessaire d'introduire un temps d'attente à la fermeture de l'interrupteur, usuellement appelé temps mort.

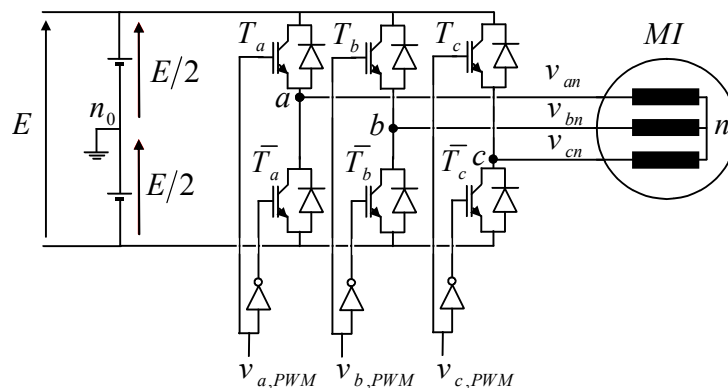


Fig. 1.9 – Schéma de principe d'un onduleur alimentant un MI

1.4.2 Modélisation de l'onduleur de tension

Afin de simplifier la modélisation, on suppose que les interrupteurs et la source de tension continue sont parfaits. La charge est équilibrée et couplée en étoile avec neutre isolé. L'objectif de la modélisation est d'établir une relation entre les grandeurs de commande, les grandeurs de la partie alternative et de la partie continue de l'onduleur. L'onduleur est commandé par les trois signaux logiques $S_i, i \in \{a, b, c\}$ tels que :

- $S_i = 1$ si l'interrupteur T_i est passant et \bar{T}_i est bloqué
- $S_i = 0$ si l'interrupteur T_i est bloqué et \bar{T}_i est passant

Les tensions de sortie de l'onduleur v_{an0}, v_{bn0} et v_{cn0} sont, par commodité référenciées par rapport à un point milieu d'un pont diviseur fictif d'entrée n_0 [04].

Les tensions de phase en fonction de la tension continue et des fonctions logiques générées par la commande de l'onduleur, sont données par [25]:

$$\begin{bmatrix} v_{an} \\ v_{bn} \\ v_{cn} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} E \begin{bmatrix} +2 & -1 & -1 \\ -1 & +2 & -1 \\ -1 & -1 & +2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_a \\ S_b \\ S_c \end{bmatrix} \quad (1.33)$$

1.4.3 Commande rapprochée

Différentes techniques, pour contrôler la commutation des interrupteurs de puissance, ont été développées. On fait généralement appel à des techniques de modulation de largeur d'impulsions MLI (ou en anglais Pulse width Modulation PWM). Ces techniques sont multiples. Le choix dépend du type de commande que l'on applique à la machine, de la fréquence de modulation de l'onduleur et des contraintes harmoniques fixées par l'utilisateur. La modulation peut être faite par diverses approches, classiquement par comparaison des références à une fonction triangulaire ou à l'aide d'un calcul en temps réel satisfaisant un critère.

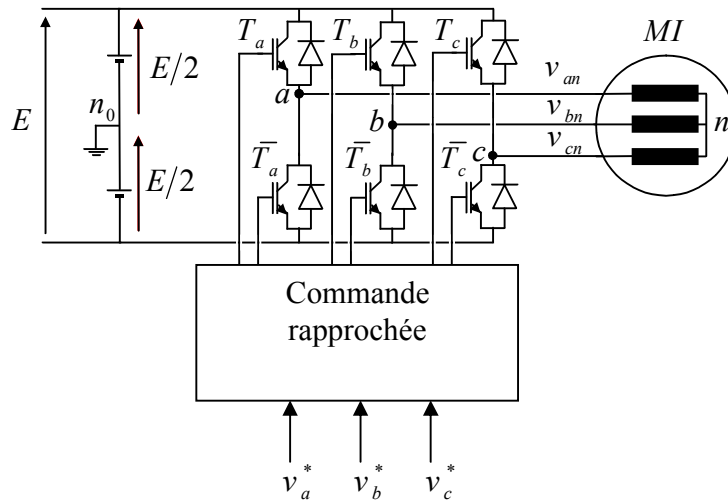


Fig. 1.10 – Situation de la commande rapprochée

1.4.3.1 Modulation de largeur d'impulsions avec porteuse (CB-PWM)

Le type de commande appelée, intersective ou avec porteuse, CB-PWM (Carrier Based PWM), est une méthode de détermination des instants de commutation des interrupteurs. Basée sur la comparaison d'une onde porteuse (x_m) de forme triangulaire et de fréquence élevée (f_m), avec une onde ($x_{réf}$) de fréquence ($f_{réf} \ll f_m$), qui représente la tension souhaitée en sortie. Le signal de commutation (x_{com}) est déterminé à partir d'intersection de ses deux signaux. Le principe de la PWM intersective Sinus-Triangle est illustré par la figure (1.11) [26][27].

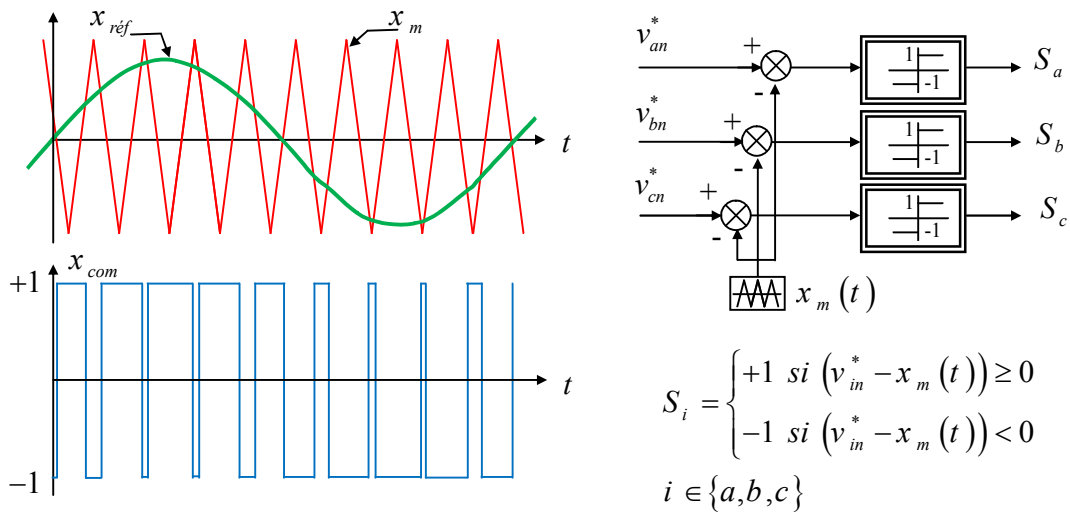


Fig. 1.11 – Principe de la PWM intersective sinus-triangle

1.4.3.2 Modulation de largeur d'impulsions vectorielle (SV-PWM)

L'onduleur triphasé à deux niveaux de tension de la figure (1.9) est constitué de 6 interrupteurs de puissance, Les différentes combinaisons des trois grandeurs logiques (S_a, S_b, S_c) permettent de générer huit configurations possibles. Ces états de commutation peuvent s'exprimer, géométriquement, dans le plan complexe (α, β) par huit vecteurs de tension V_i , $i \in \{0,1,2,3,4,5,6,7\}$ dont deux correspondent au vecteur nul.

$$V_0 \Leftrightarrow (S_a, S_b, S_c) = (0, 0, 0) \text{ et } V_7 \Leftrightarrow (S_a, S_b, S_c) = (1, 1, 1)$$

Les autres étant, équitablement répartis, tous les 60° .

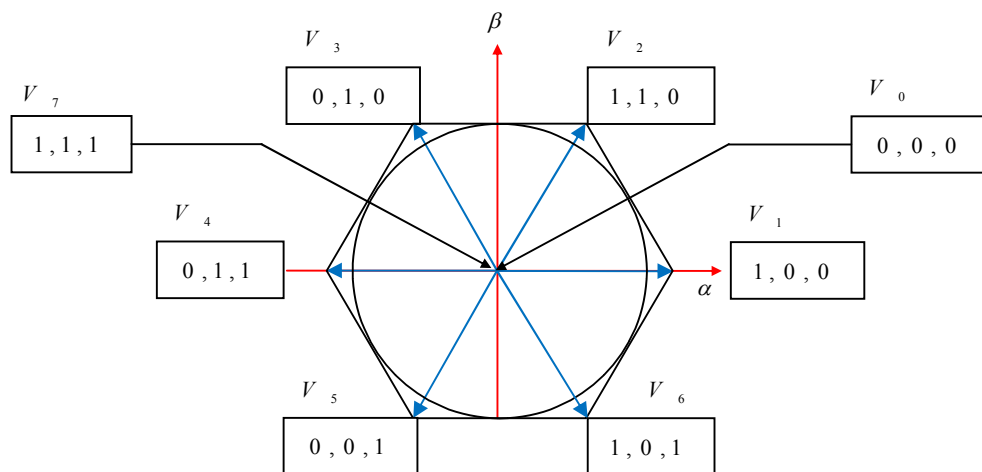


Fig. 1.12 – L'espace des vectrices tensions de l'onduleur triphasé

Le principe de la PWM vectorielle consiste à projeter le vecteur V_s de tension statorique désirée, sur les deux vecteurs de tension adjacents correspondant à deux états de commutation de l'onduleur.

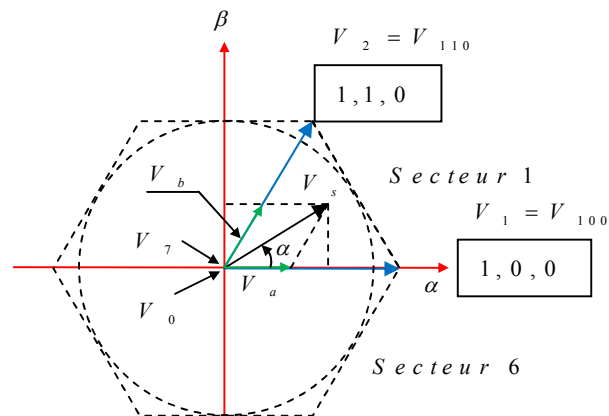


Fig. 1.13 – Définition du vecteur de contrôle situé dans le secteur 1

Les valeurs de ces projections assurant le calcul des temps de commutations désirées correspondent à deux états non nuls de commutation de l'onduleur. Si nous notons t_a et t_b ces deux temps, leur somme doit être inférieure à la période T_0 de commutation de l'onduleur. Pour maintenir la fréquence de commutation constante, un état nul de l'onduleur est appliqué durant une durée complémentaire à T_0 .

Dans le but de générer les signaux pwm produisant le vecteur tournant, des formules doivent être établies pour déterminer les intervalles de temps pour chaque secteur.

Considérons le premier secteur limité par les vecteurs V_1 , V_2 et les vecteurs nuls V_0 et V_7 . Pour le vecteur V_s situé dans ce secteur on peut écrire :

$$V_s \sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) = V_a \sin \frac{\pi}{3} \quad (1.34)$$

$$V_s \sin \alpha = V_b \sin \frac{\pi}{3} \quad (1.35)$$

D'où

$$V_a = \frac{2}{\sqrt{3}} V_s \sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) \quad (1.36)$$

$$V_b = \frac{2}{\sqrt{3}} V_s \sin \alpha \quad (1.37)$$

Où V_a et V_b sont les composantes de V_s alignées respectivement sur V_1 et V_2 . Le vecteur V_s peut être approximé en appliquant V_1 pour un certain pourcentage de temps t_a et V_2 pour un certain pourcentage de temps t_b sur une période T_0 . L'addition des vecteurs donne :

$$V_s = V_a + V_b = V_{100} \frac{t_a}{T_0} + V_{110} \frac{t_b}{T_0} + (V_{000} \text{ ou } V_{111}) \frac{t_0}{T_0} \quad (1.38)$$

Ou
$$V_s T_0 = V_{100} t_a + V_{110} t_b + (V_{000} \text{ ou } V_{111}) t_0 \quad (1.39)$$

Avec $t_a = \frac{V_a}{V_{100}} T_0$, $t_b = \frac{V_b}{V_{110}} T_0$ et $t_0 = T_0 (1 - t_a - t_b)$

En substituant (1.36) et (1.37) dans ces équations, on trouve

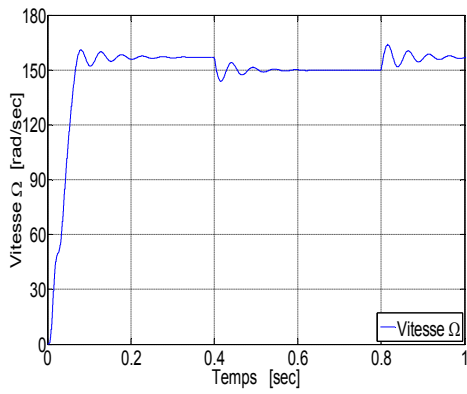
$$t_a = \frac{V_s}{V_{100,110}} \left(\cos \alpha - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \alpha \right) \quad (1.40)$$

$$t_b = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{V_s}{V_{100,110}} \sin \alpha \quad (1.41)$$

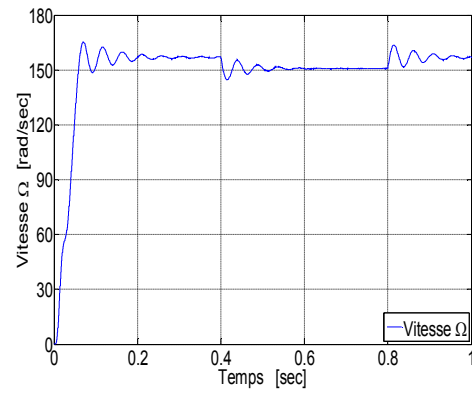
Avec $V_{100} = V_1$, $V_{110} = V_2$, $V_{111} = V_7$ et $V_{000} = V_0$

1.5 Simulation du MI en démarrage direct

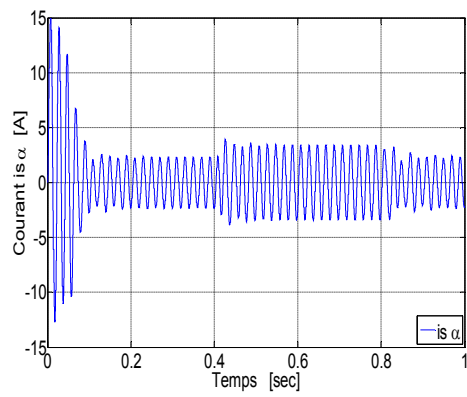
Dans le but de valider le modèle établi, nous présentons divers résultats de simulation effectués en se servant des paramètres de la machine donnés à l'annexe A. La figure (1.14) présente les résultats de simulation du processus de démarrage à vide, du MI, alimenté par une source de tension triphasée et par un onduleur triphasé de tension, suivi de l'application d'une perturbation de charge à l'instant $t = 0.4 \text{ s}$ et de sa suppression à l'instant $t = 0.8 \text{ s}$.



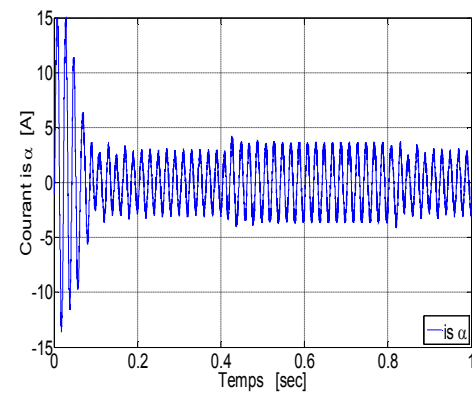
(a)



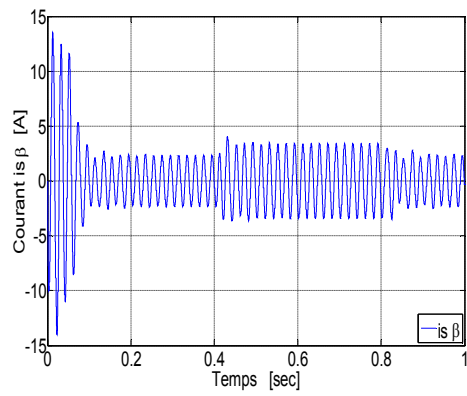
(b)



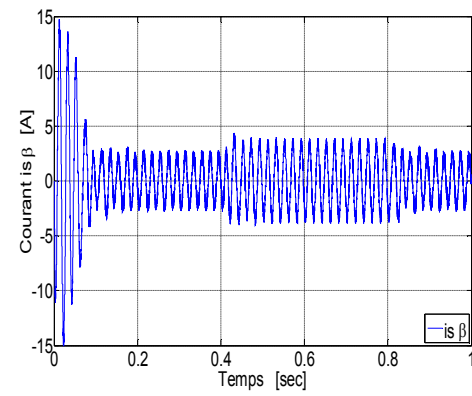
(c)



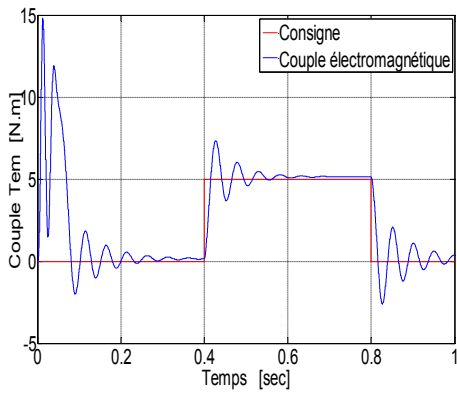
(d)



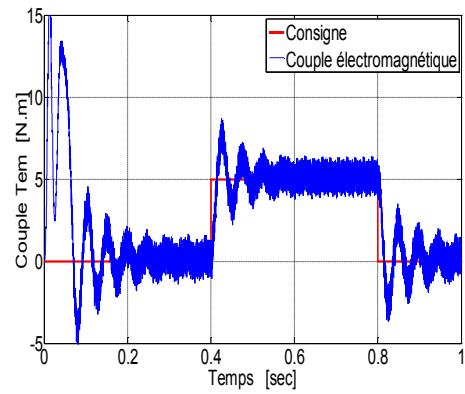
(e)



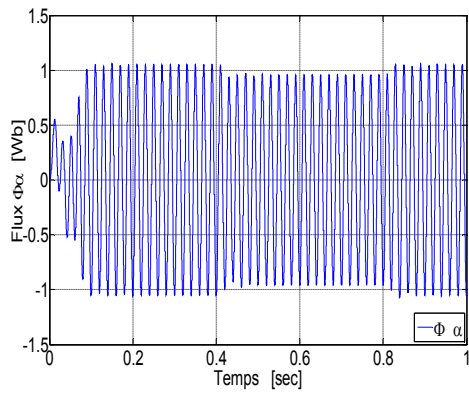
(f)



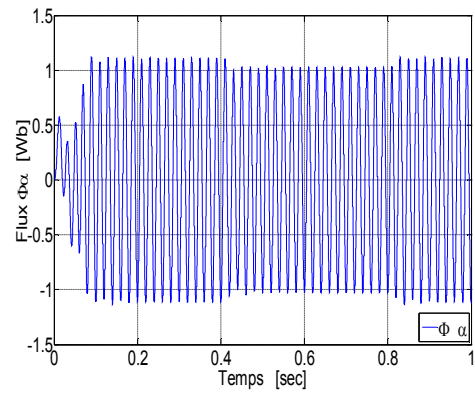
(g)



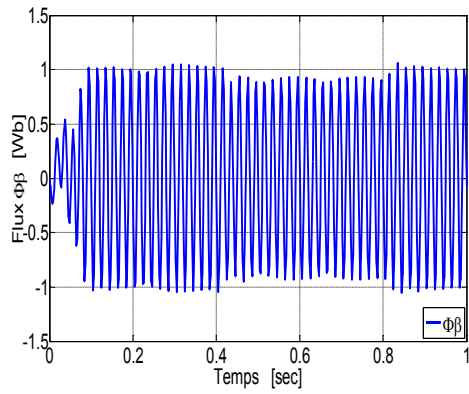
(h)



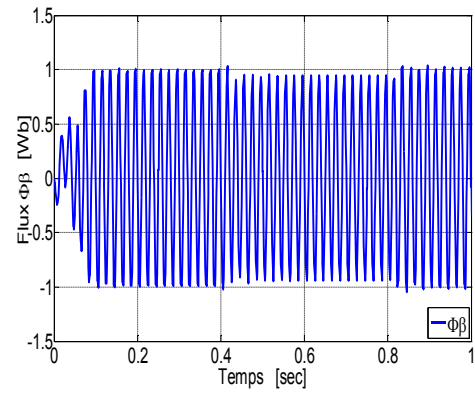
(i)



(j)



(k)



(l)

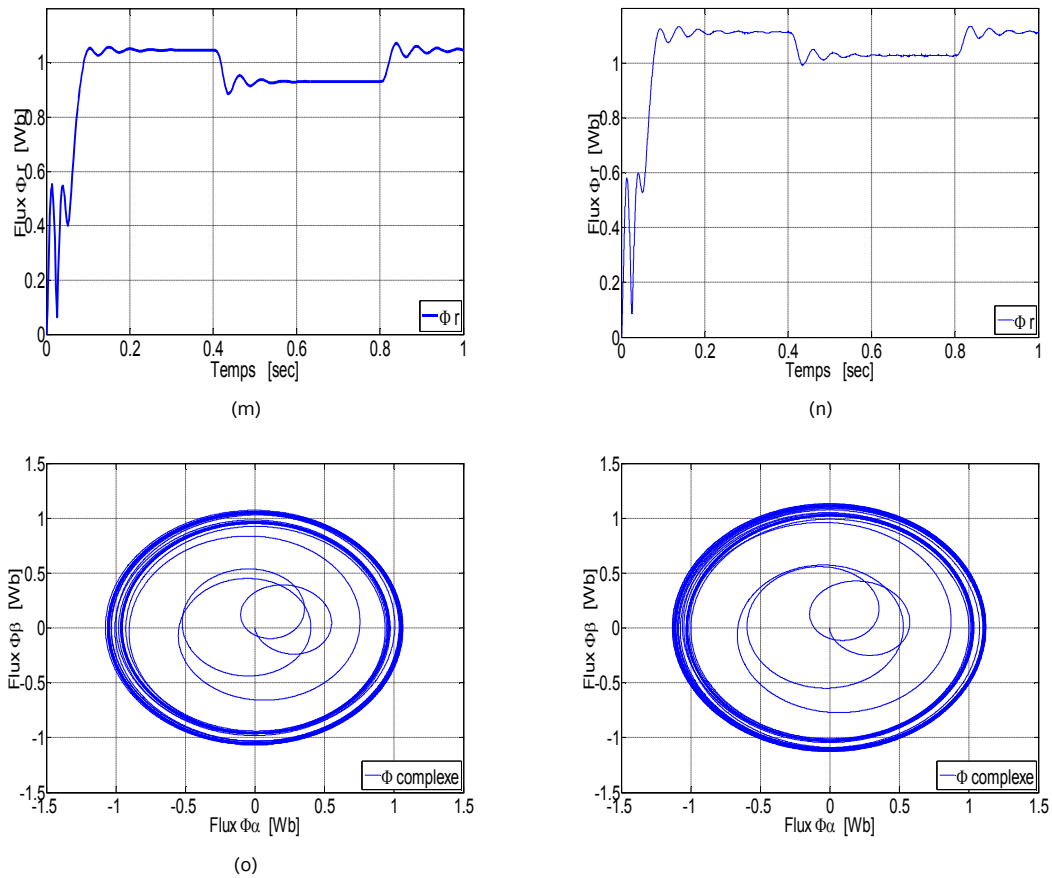


Fig. 1.14 – Résultats de simulation : vitesse, courants statoriques, couple, et flux rotoriques du MI alimenté par le réseau triphasé (à gauche) et par un onduleur PWM de tension (à droite)

Les résultats présentés ci-dessus concordent parfaitement avec les réponses temporelles connues du MI. On constate, pendant, le régime transitoire l'importance des courants statoriques, ainsi que de fortes oscillations du couple qui disparaissent entièrement lorsque le régime permanent est atteint. La vitesse quant à elle, suit son évolution quasi linéaire en subissant quelques faibles oscillations et atteint une vitesse proche du synchronisme ($\Omega = 157 \text{ rad / s}$) avant de subir une nette diminution lors de l'application de la perturbation de charge. En comparant les deux ensembles de courbes obtenues, on constate que les résultats sont assez proches.

Pour répondre aux exigences des systèmes d'entraînement à vitesse variable et obtenir entre autre une bonne poursuite de vitesse, une meilleur rejection des perturbations et

une dynamique acceptable, l'utilisation d'une commande vectorielle est nécessaire. Elle peut doter la machine de nouvelles performances.

1.6 Commande vectorielle du MI

1.6.1 Introduction

La difficulté majeure, rencontrée dans la commande de la vitesse d'un MI, réside dans le fait que le couple et le flux sont des variables fortement couplées, comme nous l'avons déjà signalé au paragraphe 1.3.3.2.3, et que toute action sur l'une d'elle se répercute sur l'autre [02][16][23]. Cette difficulté peut être surmontée en appliquant la technique de la commande vectorielle par orientation du flux qui a pour objectif de reproduire la quadrature entre le couple et le flux et d'arriver ainsi, à commander le MI comme un moteur à courant continu à excitation séparée où, l'indépendance naturelle entre la création du flux et la production du couple électromagnétique est manifestement une propriété intrinsèque fondamentale [16][23][28].

1.6.2 Principe de la commande vectorielle par orientation du flux

La commande vectorielle par orientation du flux est basée sur un choix judicieux de l'angle d'orientation du référentiel tournant $S(d, q)$ de manière à ce que l'axe d soit en phase avec le flux. On peut à priori orienter ce référentiel selon l'un des flux de la machine, à savoir le flux rotorique, le flux statorique ou le flux d'entrefer. Nous avons retenue le schéma de commande par orientation du flux rotorique parce que c'est le seul qui assure un découplage total et les équations sont plus simples [04][14][29][30].

La figure (1.15) illustre ce principe.

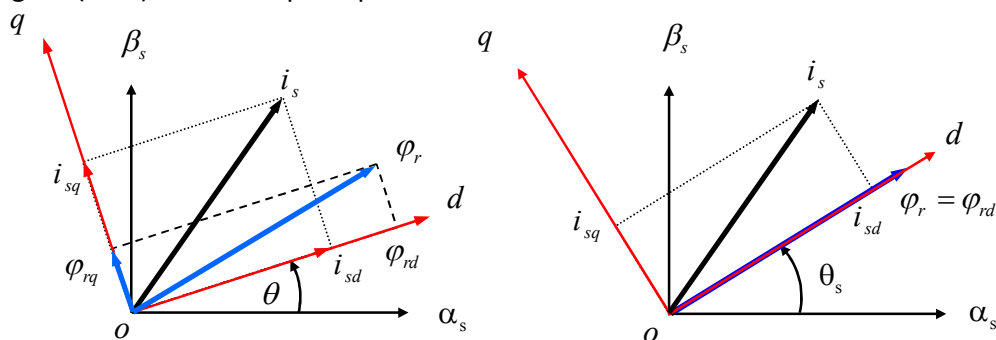


Fig. 1.15 – Alignement du repère (d - q) avec le flux rotorique

Cet alignement permet l'annulation de la composante sur l'axe (q) du flux. On obtient la contrainte [16] [22][23]:

$$\varphi_{rq} = \frac{d}{dt} \varphi_{rq} \equiv 0 \quad \text{et} \quad \varphi_r = \varphi_{rd} \quad (1.42)$$

En remplaçant dans (1.22), les équations de la machines prennent alors la forme :

$$v_{sd} = \sigma L_s \frac{d}{dt} i_{sd} + \left(R_s + R_r \frac{L_m^2}{L_r^2} \right) i_{sd} - \sigma L_s \omega_s i_{sq} - \frac{L_m R_r}{L_r^2} \varphi_r \quad (1.43)$$

$$v_{sq} = \sigma L_s \frac{d}{dt} i_{sq} + \left(R_s + R_r \frac{L_m^2}{L_r^2} \right) i_{sq} + \sigma L_s \omega_s i_{sd} + \frac{L_m}{L_r} p \Omega \varphi_r \quad (1.44)$$

$$\left(1 + \frac{L_r}{R_r} \frac{d}{dt} \right) \varphi_r = L_m i_{sd} \quad (1.45)$$

$$0 = \frac{L_m R_r}{L_r} i_{sq} + p \Omega \varphi_r - \omega_s \varphi_r \quad (1.46)$$

L'expression du couple électromagnétique, après la suppression de l'une des deux non-linéarités, sera:

$$T_{em} = p \frac{L_m}{L_r} \varphi_r i_{sq} \quad (1.47)$$

En examinant les équations (1.45) et (1.47), on voit que le flux rotorique φ_r est influencé uniquement par la composante directe i_{sd} du courant statorique. Tandis que le couple est proportionnel au produit du flux φ_r et de la composante en quadrature i_{sq} . La stratégie de contrôle par la méthode du flux rotorique orienté est donc d'utiliser la composante directe i_{sd} pour maintenir le flux rotorique à une valeur fixe et d'utiliser ensuite la composante en quadrature i_{sq} pour contrôler le couple, puisqu'il devient parfaitement linéaire. On se retrouve en fin de compte, dans une situation similaire à celle d'un moteur à courant continu à excitation séparée [05][16].

En exprimant les équations (1.43) à (1.45) dans l'espace de Laplace, nous obtenons:

$$v_{sd} = \left(\left(R_s + R_r \frac{L_m^2}{L_r^2} \right) + \sigma L_s s + \right) i_{sd} - \sigma L_s \omega_s i_{sq} - \frac{L_m R_r}{L_r^2} \varphi_r \quad (1.48)$$

$$v_{sq} = \left(\left(R_s + R_r \frac{L_m^2}{L_r^2} \right) + \sigma L_s s + \right) i_{sq} + \sigma L_s \omega_s i_{sd} + \frac{L_m}{L_r} p \Omega \varphi_r \quad (1.49)$$

$$\left(1 + \frac{L_r}{R_r} s \right) \varphi_r = L_m i_{sd} \quad (1.50)$$

La figure (1.16) représente la machine décrite par les équations précédentes dans un référentiel lié au flux rotorique.

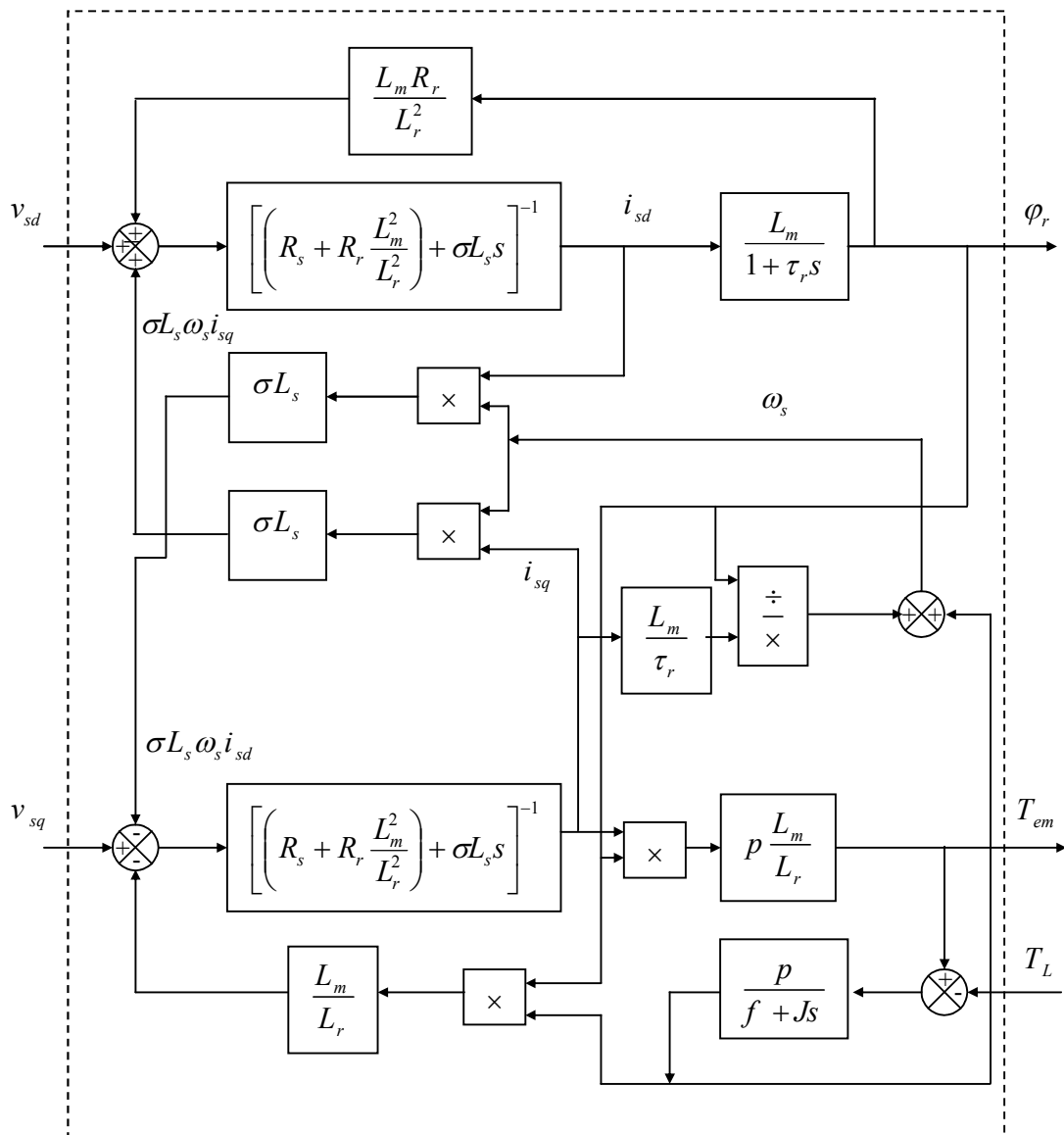


Fig. 1.16 – Modèle du MI dans le référentiel lié au vecteur flux rotorique

Pour que la position angulaire du référentiel tournant $S(d, q)$ soit effectivement celle du champ tournant, il convient d'assurer à tout instant la relation d'autopilotage donnée par [03]:

$$\theta_s = \int \omega_s \cdot dt = \int \left(p\Omega + \frac{L_m}{\tau_r} \cdot \frac{i_{sq}}{\varphi_r} \right) dt \quad (1.51)$$

1.6.3 Découplage entrée-sortie par compensation

Dans les équations (1.48) et (1.49), nous remarquons l'existence d'un couplage entre les axes d et q . i.e., les tensions d'alimentation v_{sd} et v_{sq} influent à la fois sur i_{sd} et i_{sq} donc sur le flux et le couple comme le montre le schéma de la figure (1.16) [17][21][31]. Il est donc nécessaire de découpler les deux axes et rendre les commandes dans la mesure du possible non interactives. Nous avons choisies pour cela la technique de découplage par compensation qui consiste à introduire, à la sortie des contrôleurs de courant, après calcul en ligne des termes de même module mais de signe opposé à ceux des termes de couplage [14][17][22] [31]. Réécrivons les équations (1.48) et (1.49) de la façon suivante:

$$v_{sd} = \left(\left(R_s + R_r \frac{L_m^2}{L_r^2} \right) + \sigma L_s s + \right) i_{sd} - e_{sq} \quad (1.52)$$

$$v_{sq} = \left(\left(R_s + R_r \frac{L_m^2}{L_r^2} \right) + \sigma L_s s + \right) i_{sq} - e_{sd} \quad (1.53)$$

Avec

$$e_{sq} = \left(\sigma L_s \omega_s i_{sq} + \frac{L_m R_r}{L_r^2} \varphi_r \right) \quad (1.54)$$

$$e_{sd} = - \left(\sigma L_s \omega_s i_{sd} + \frac{L_m}{L_r} p \Omega \varphi_r \right) \quad (1.55)$$

Si on pose $R_{sr} = R_s + R_r \frac{L_m^2}{L_r^2}$ (1.56)

Et $v_{sd} = v_{sd1} - e_{sq}$ (1.57)

$$v_{sq} = v_{sq1} - e_{sd} \quad (1.58)$$

Les équations de tension, avec les deux nouvelles variables de commande v_{sd1} et v_{sq1} , deviennent:

$$v_{sd1} = (\sigma L_s s + R_{sr}) i_{sd} \quad (1.59)$$

$$v_{sq1} = (\sigma L_s s + R_{sr}) i_{sq} \quad (1.60)$$

D'où, les transferts liant i_{sd} et i_{sq} aux tensions, respectivement v_{sd1} et v_{sq1} :

$$\frac{i_{sd}}{v_{sd1}} = \frac{1/R_{sr}}{1 + \left(\frac{\sigma L_s}{R_{sr}}\right) s} = \frac{K}{1 + \tau s} \quad (1.61)$$

$$\frac{i_{sq}}{v_{sq1}} = \frac{1/R_{sr}}{1 + \left(\frac{\sigma L_s}{R_{sr}}\right) s} = \frac{K}{1 + \tau s} \quad (1.62)$$

Elles vont nous servir au calcul des régulateurs de courants.

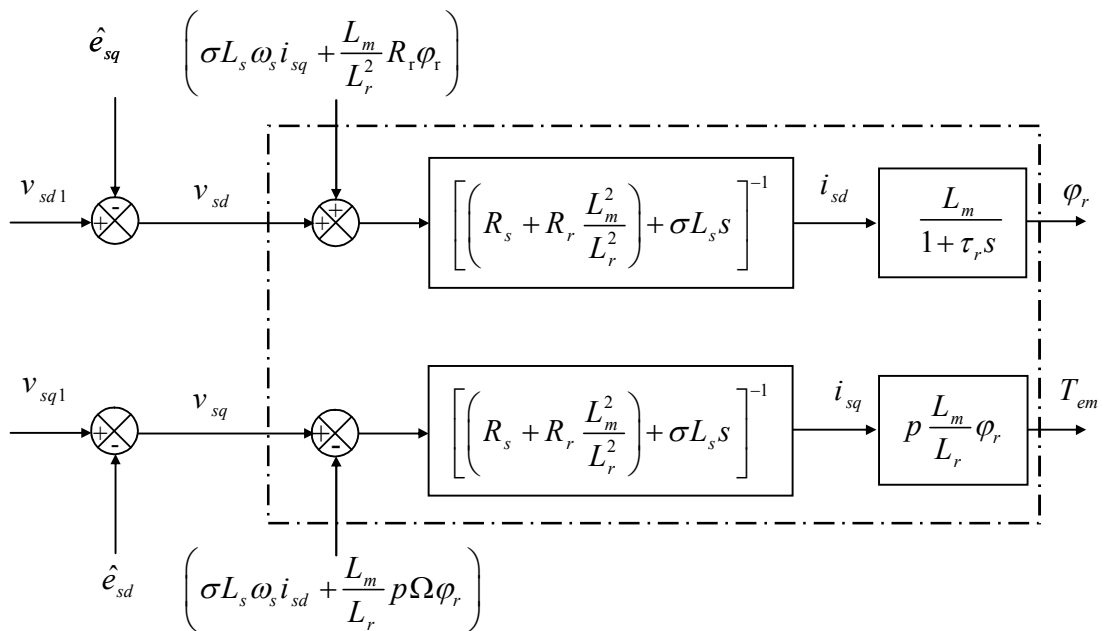


Fig. 1.17 – Compensation des termes de couplage et reconstitution des tensions de commande

La technique est simple et conduit à un découplage des axes, mais reste très sensible aux variations paramétriques de la machine, notamment la résistance rotorique.

1.6.4 Commande vectorielle directe et indirecte

Pour réaliser une commande vectorielle [30][23]. Il existe deux méthodes: directe et indirecte. Dans la méthode de commande vectorielle directe (DFOC) proposée par Blaschke, on effectue une régulation du flux, celui-ci peut être soit mesuré directement à l'aide de capteurs à effet Hall, dispositifs coûteux et fragiles, ou estimé à partir de mesures effectuées sur les tensions et courants statoriques en faisant appel à des estimateurs ou à des observateurs [02][04][23][29]. Dans la méthode de commande vectorielle indirecte (IFOC) proposée par Hasse, le flux n'est pas régulé mais sa position doit être connue avec précision [04][14][23].

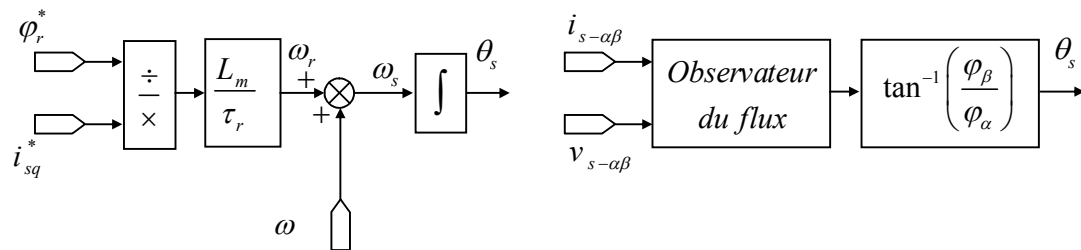


Fig. 1.18 – Principe de calcul de l'angle d'orientation du référentiel tournant : (IFOC à gauche et DFOC à droite)

Nous nous intéressons, dans ce qui suit, à la IFOC parce qu'elle convient bien à notre application.

1.6.5 Organisation fonctionnelle de la Commande vectorielle indirecte

Le schéma bloc du système de commande de vitesse du MI par la méthode indirecte est illustré à la figure (1.18). Les grandeurs de référence sont affectées de l'exposant (*). Les principaux constituants sont: la boucle externe de contrôle de la vitesse, les boucles internes de contrôle de i_{sd} et i_{sq} , le bloc de calcul de θ_s , les transformations de Park directe et inverse et le bloc de défluxage (désexcitation) qui consiste à asservir la consigne du flux à la vitesse de rotation suivant la relation suivante [30] :

$$\varphi_r^* = \begin{cases} \varphi_{nom} & \text{si } |\Omega| \leq \Omega_{nom} \\ \varphi_{nom} \left(\frac{\Omega_{nom}}{|\Omega|} \right) & \text{si } |\Omega| \geq \Omega_{nom} \end{cases} \quad (1.63)$$

Pour des vitesses de la MI, inférieures à sa vitesse nominale, le flux de référence est normalement maintenu constant [23].

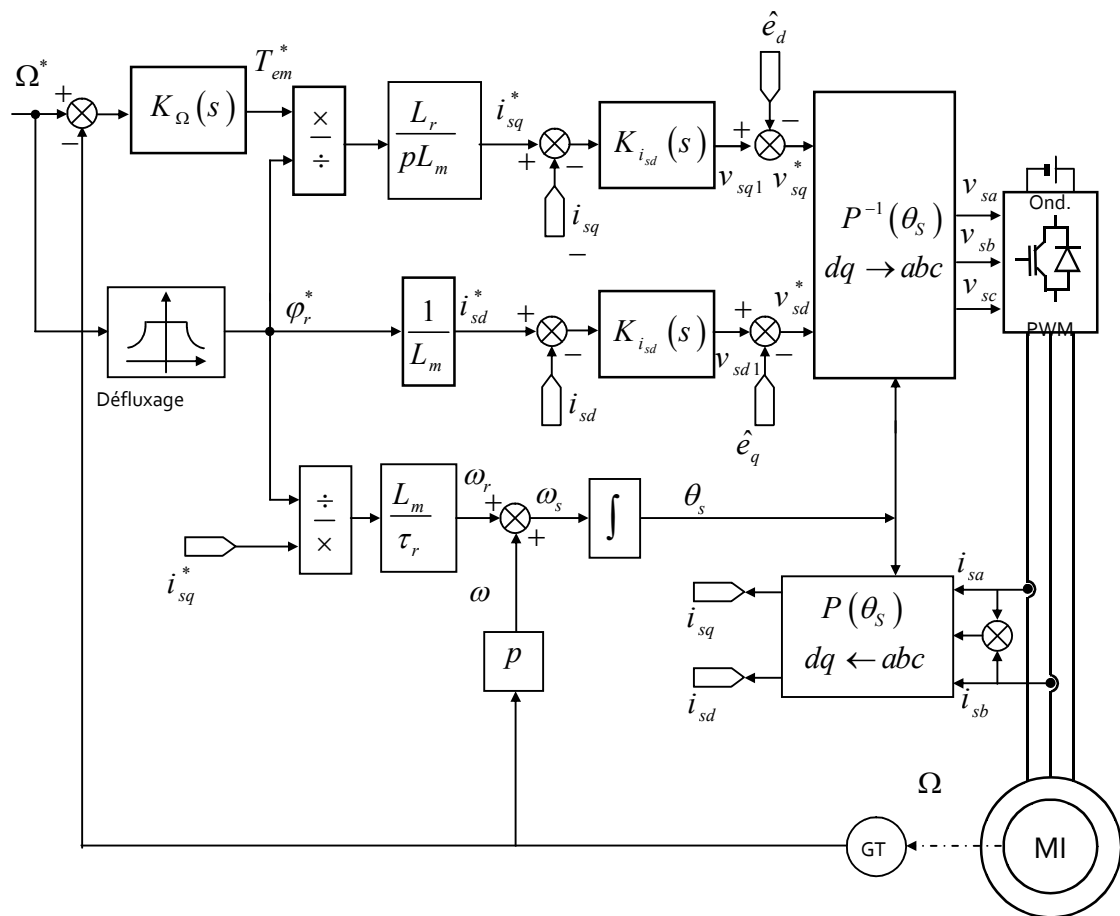


Fig. 1.19 – Schéma général du contrôle par orientation du flux rotorique (IFOC)

1.6.6 Synthèse des contrôleurs classiques

Grâce à la technique de l'IFOC, le modèle non-linéaire et multivariable du MI peut être linéarisé et dans le cas de l'IFOC idéalisée, nous pouvons travailler avec des boucles de commande indépendantes. Les contrôleurs classiques comme les PI et IP peuvent alors être employés et donnent des performances raisonnables [23].

1.6.6.1 Contrôleur de courant

Pour chacune des boucles de courant, nous avons choisis d'utiliser un contrôleur de type PI dont l'action proportionnelle sert à régler la rapidité de réponse, tandis que l'action intégrale assure un bon suivi de la consigne. Les étapes de calculs du PI sont détaillées aux annexes.

1.6.6.2 Contrôleur de vitesse

Le schéma de régulation en cascade retenu nécessite, pour un fonctionnement correct, que la dynamique de la boucle interne soit sensiblement plus rapide que la dynamique de la boucle externe. Dans ce cas le mode mécanique est séparé du mode électrique [14]. Le couple résistant est considéré comme une entrée perturbatrice. Le schéma-bloc du contrôleur, de type IP, de la vitesse est donné aux annexes.

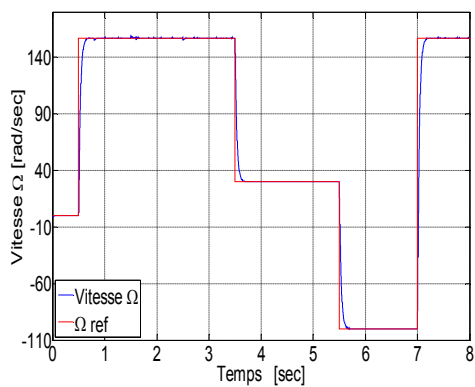
1.7 Résultats de simulation

Afin d'évaluer les performances et voir l'effet des incertitudes paramétriques ainsi que les perturbations de charges sur ces performances, certaines simulations ont été réalisées sur la machine alimentée par un onduleur de tension et piloté par une IFOC.

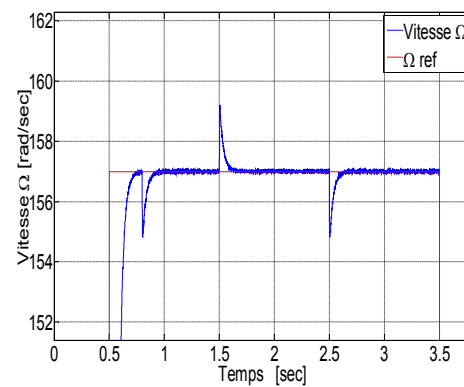
1.7.2 Démarrage à vide, application d'un couple de charge et inversion de rotation

Cette simulation est effectuée avec la supposition que les résistances rotoriques et statoriques restent inchangées, la figure (1.20), représente les résultats obtenus. Elle montre le comportement des grandeurs mécaniques et électriques de la MI. L'allure de la vitesse est apériodique. Elle montre que le système de commande assure un suivi de consigne sans dépassement ni erreur statique avec un temps de réponse acceptable. Les

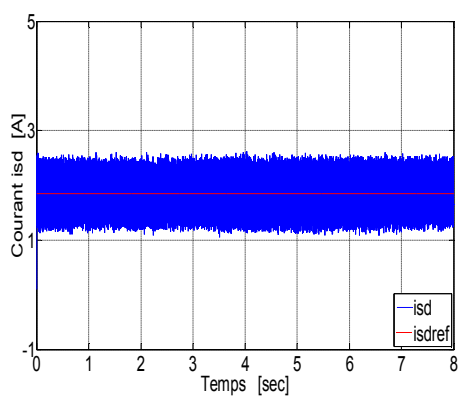
perturbations de charge sont rapidement rejetées. La vitesse est donc vite rétablie. Le couple suit correctement la consigne. Son allure est une image du courant qui le génère. A l'instant du changement du sens de rotation, on note un pic de couple transitoire et une légère perturbation au niveau des flux. Comme le démarrage a lieu à vide, les deux composantes i_{sd} et i_{sq} du courant statorique reviennent presque à zéro après le passage du régime transitoire. Le découplage entre le flux et le couple est maintenu. La composante i_{sd} est peu affectée. La composante φ_{rq} du flux rotorique est nulle comme souhaitée, La composante directe φ_{rd} correspond à la consigne. On voit qu'après établissement du flux la commande est opérationnelle.



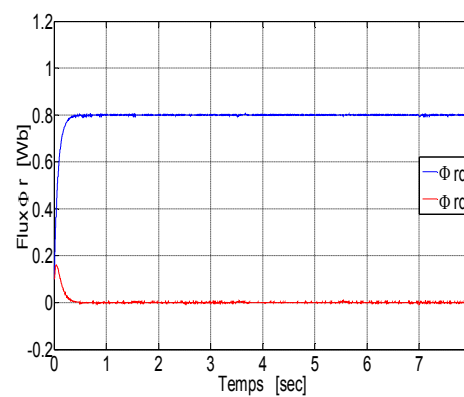
(a)



(b)



(c)



(d)

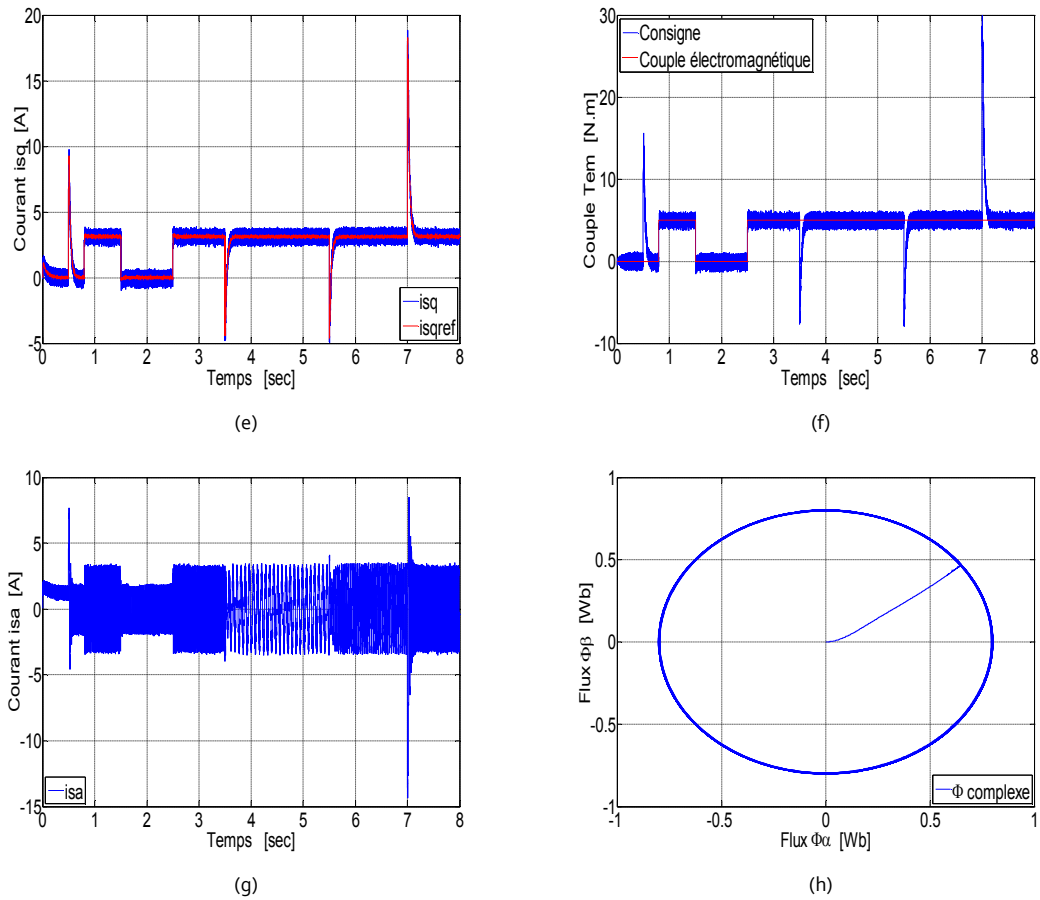
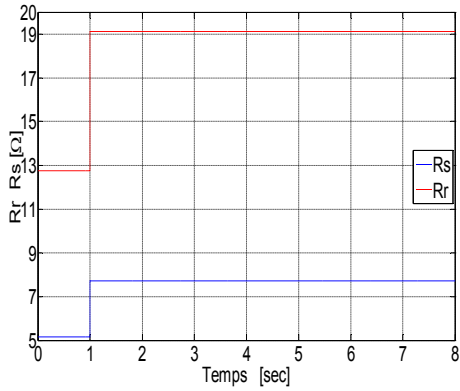


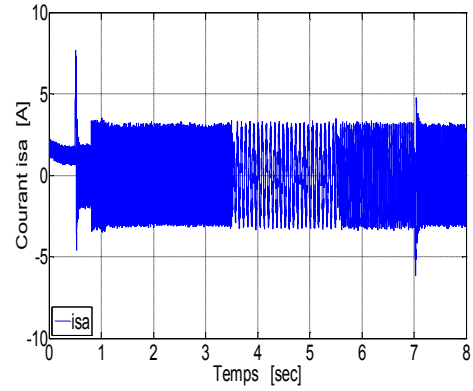
Fig. 1.20 – Résultats de simulation : vitesse, courants statoriques, couple, flux rotorique erreur de vitesse

1.7.2 Variations des paramètres du MI (résistance rotorique et statorique)

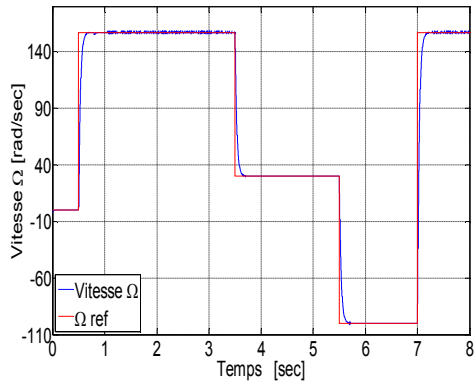
La figure (1.21) montre le comportement du système de commande lors d'une variation brusque de 50% de la valeur nominale de R_r et R_s . La consigne du couple étant un échelon. La charge est introduite à l'instant $t = 0.8 s$.



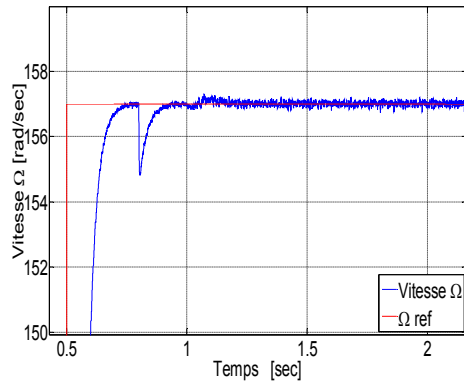
(a)



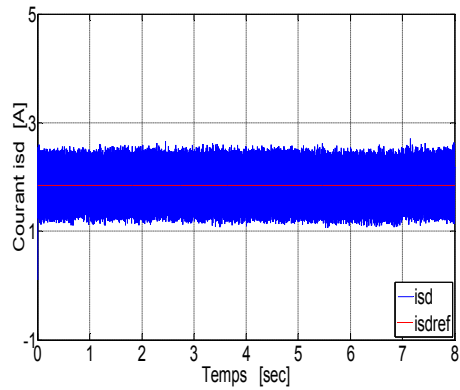
(b)



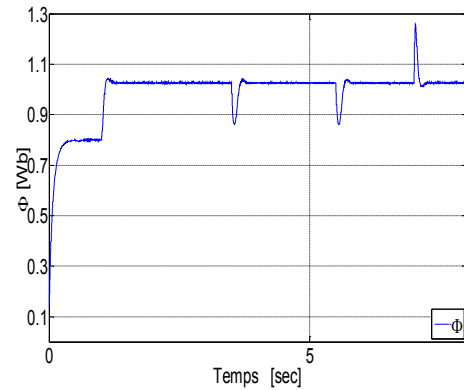
(c)



(d)



(e)



(f)

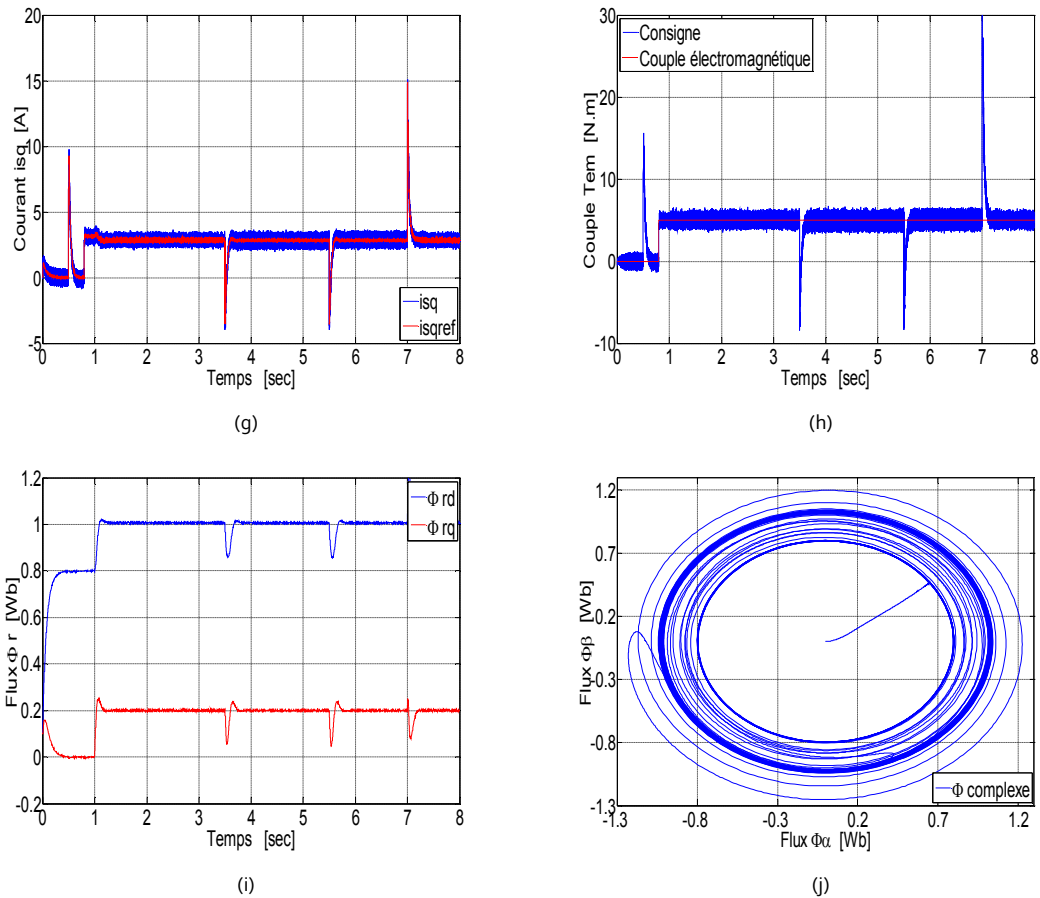


Fig. 1.21 – Résultats de simulation lors des variations brusques de la résistance rotorique et de la résistance statorique

On constate que les contrôleurs utilisés, bien qu'ils soient performants en régime dynamique et statique, sont incapables de surmonter le problème dû à la variation de la résistance rotorique. Ceci se manifeste par une désorientation du flux rotorique d'où la perte de découplage entre le flux et le couple. Cela se voit sur la figure (i).

1.8 Conclusion

Dans la première partie de ce chapitre, le modèle dynamique adopté en vue de la commande du MI a été exprimé dans le repère biphasé orthogonal lié au champ

tournant en tenant compte d'un certain nombre d'hypothèses simplificatrices. Ce modèle a été présenté, par la suite dans l'espace d'état.

Dans la deuxième partie, le modèle établit, qui est fortement couplé et non-linéaire, a été simplifié en l'exprimant dans un référentiel tournant en phase avec le flux rotorique et les principes de base de la commande IFOC ont également été présentés.

Pour mettre en évidence cette technique de commande standard pour le MI et avoir un bon suivi d'une référence de vitesse et une bonne réjection de perturbations, Des contrôleurs classiques utilisés pour ce contrôle ont été synthétisés. Divers résultats de simulation ont été présentés. Ces résultats ont d'une part confirmé la validité du modèle adopté et d'autre part montré que le comportement du MI piloté en commande vectorielle est comparable à celui d'une machine à courant continu. Cependant, la robustesse de cette commande associée à des contrôleurs conventionnels est tributaire de l'évolution des paramètres de la machine. Ce qui est pertinent à la problématique de cette thèse. Le problème peut être traité en utilisant la méthode de commande robuste par \mathcal{H}_∞ présentée dans le chapitre suivant.

Chapitre 2

Commande robuste \mathcal{H}_∞ , μ -analyse et synthèse des contrôleurs

2.1 Introduction

La commande \mathcal{H}_∞ ou commande robuste multivariable est une nouvelle approche de l'Automatique Fréquentielle. Elle est utilisée pour la mise au point rapide de lois de commande robustes des systèmes linéaires stationnaires et multivariables [32]. Elle prend une place de plus en plus importante parmi les méthodes de synthèse de contrôleurs. Dans cette approche, l'un des points intéressants est qu'elle permet de prendre en compte, à priori et explicitement, des spécifications fréquentielles et temporelles du cahier des charges, qui est ainsi traduit directement sous forme d'un critère mathématique à vérifier. Celui-ci est formulé en utilisant la norme \mathcal{H}_∞ , d'où le nom qu'on donne à cette méthode de synthèse [32][33]. La synthèse du contrôleur qui satisfasse ce critère se fait algorithmiquement par résolution du problème d'optimisation en exploitant la puissance de calcul des ordinateurs actuels [32].

Pour la synthèse d'une loi de commande \mathcal{H}_∞ , il est pertinent d'utiliser un modèle relativement simple du processus. Cela a l'avantage d'aboutir à un contrôleur d'ordre réduit facilitant ainsi l'analyse et l'implémentation. La question de savoir si les

performances prévues avec le modèle de synthèse se retrouveront sur le système réel nécessite alors une étape d'analyse de robustesse.

Dans la première partie de ce chapitre, nous présentons tout d'abord quelques outils nécessaires à l'approche \mathcal{H}_∞ à savoir : les fonctions de sensibilité et la norme \mathcal{H}_∞ d'un système linéaire. D'autres concepts de base sont détaillés dans les annexes, avant de décrire la méthode utilisée pour prendre en compte les différents critères et d'exposer la notion de problème \mathcal{H}_∞ standard et de sa résolution par l'algorithme de Glover-Doyle par les équations de Riccati, enfin, nous terminons par des exemples de mise en œuvre.

La seconde partie s'inscrit dans la suite logique de la partie précédente. Elle est dédiée à la présentation du cadre général pour l'étude de la robustesse de la loi de commande vis-à-vis d'incertitudes, c'est-à-dire obtenir le maximum de garanties pour que la stabilité et un certain degré de performances soient garantis en dépit de différentes incertitudes, quantifiées de façon appropriées. Le formalisme des transformations linéaires fractionnaires (LFT) permettant de représenter un système dynamique linéaire incertain est présenté. Deux types d'incertitudes γ sont exposés à savoir: les incertitudes non structurées et les incertitudes structurées. Le théorème du petit gain ainsi que la valeur singulière structurée sont introduits comme étant des outils utilisés pour l'analyse de la robustesse et ce, pour les deux types d'incertitudes. Un intérêt particulier est porté à l'analyse de la robustesse en stabilité.

Dans la dernière partie, on s'intéresse à l'étape de synthèse proprement dite des contrôleurs. L'objectif est d'appliquer la stratégie de commande robuste \mathcal{H}_∞ au problème spécifique, d'une machine à induction commandée en vitesse. Nous exposons les résultats de l'analyse de la robustesse des lois de commande synthétisées, ainsi que les principaux résultats des essais de simulation effectués.

2.2 Théorie de la commande robuste \mathcal{H}_∞

2.2.1 Concepts de base

2.2.1.1 Fonctions de sensibilité

Considérons le schéma typique de la configuration d'un système en boucle fermée représenté par la figure 2.1 où $G(s)$ représente le modèle du système à commander et $K(s)$ le contrôleur dont le rôle est de générer les commandes à appliquer à partir des sorties observées et des signaux de référence [32][34-36].

- $r(t)$: signal de référence;
- $y(t)$: la sortie à asservir;
- $\varepsilon(t)$: l'erreur réelle de suivi de référence;
- $u(t)$: Signal de commande;
- $d_i(t)$: perturbation sur la commande;
- $d_o(t)$: perturbation sur la sortie;
- $\eta(t)$: bruit de mesure.

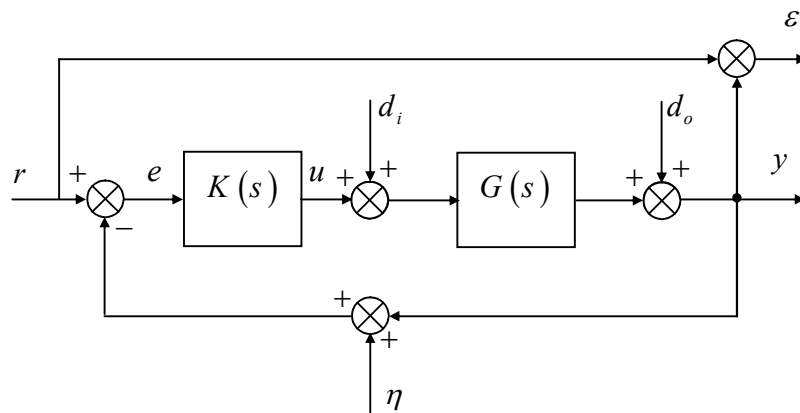


Fig. 2.1 – Schéma bloc d'un système asservi

A partir de ce schéma fonctionnel complet on peut mettre en évidence un certain nombre de transferts, en boucle fermée, qui peuvent être intéressants à considérer. Ce sont des transferts entre les signaux exogènes d'entrée pouvant affecter les performances du système bouclé, et les signaux de commande et de sortie [37]. Pour cela, écrivons les relations entre les différents signaux:

$$\varepsilon(s) = T_{r\varepsilon}r(s) + T_{d_i\varepsilon}d_i(s) + T_{d_o\varepsilon}d_o(s) + T_{\eta\varepsilon}\eta(s) \quad (2.1)$$

$$y(s) = T_{ry}r(s) + T_{d_iy}d_i(s) + T_{d_oy}d_o(s) + T_{\eta y}\eta(s) \quad (2.2)$$

$$u(s) = T_{ru}r(s) + T_{d_iu}d_i(s) + T_{d_ou}d_o(s) + T_{\eta u}\eta(s) \quad (2.3)$$

La notation $T_{ij}(s)$ indique le transfert entre le signal d'entrée i et le signal de sortie j .

Dans le cas d'un système SISO, quatre transferts différents sont nécessaires pour décrire complètement le système bouclé. Ils s'écrivent en fonction de K et G de la façon suivante [33]:

$$T_{r\varepsilon}(s) = [1 + K(s)G(s)]^{-1} \quad (2.4)$$

$$T_{ry}(s) = K(s)G(s)[1 + K(s)G(s)]^{-1} \quad (2.5)$$

$$T_{ru}(s) = K(s)[1 + K(s)G(s)]^{-1} \quad (2.6)$$

$$T_{d_iy}(s) = G(s)[1 + K(s)G(s)]^{-1} \quad (2.7)$$

Et sont désignés, respectivement par: S , T , KS et GS . Les deux premiers sont appelés, respectivement, *fonction de sensibilité* et *fonction de sensibilité complémentaire* du fait qu'ils représentent la sensibilité des grandeurs du système face aux signaux de perturbations exogènes [37]. La figure (2.2) illustre toutes ces fonctions de sensibilité.

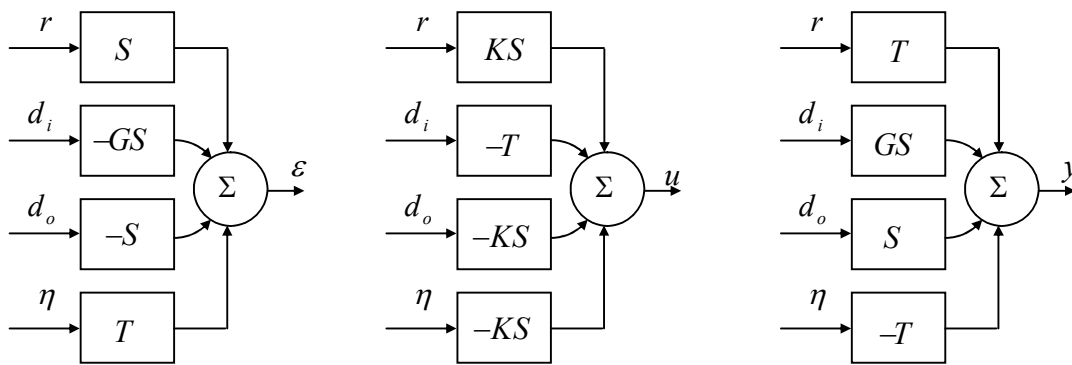


Fig. 2.2 – Les différents transferts en boucle fermée

2.2.1.2 La norme \mathcal{H}_∞ d'une matrice de transfert

Soit $H(s) \in \mathbb{C}^{m \times n}$ la matrice de transfert d'un système LTI multivariable et stable. On définit sa norme \mathcal{H}_∞ comme étant le supremum de la plus grande valeur singulière de $H(j\omega)$ [09][34][38-42]:

$$\|H(s)\|_\infty \stackrel{\Delta}{=} \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \overline{\sigma}(H(j\omega)) \quad (2.8)$$

Dans le cas d'un système SISO, l'expression (2.8) devient:

$$\|H(s)\|_\infty \stackrel{\Delta}{=} \sup_{\omega \in \mathbb{R}} |H(j\omega)| \quad (2.9)$$

$\|H(s)\|_\infty$ est alors la valeur la plus élevée du gain du système.

2.2.2 Cadre général de synthèse du contrôleur \mathcal{H}_∞

2.2.2.1 Introduction

Considérons une structure d'interconnexion en boucle fermée quelconque dans laquelle on note par [41][43]:

- w le signal comprenant toutes les entrées exogènes qui affectent le système sans être influencées par le contrôleur. Il peut être des consignes, des perturbations et des bruits de mesure.
- z le signal de sortie comprenant les signaux d'erreur à contrôler.
- y le signal comprenant les sorties mesurées disponibles pour élaborer la commande.
- u le signal de sortie du contrôleur.

Sont inclus dans z et w tous les signaux sur lesquels portent des spécifications de synthèse.

L'interconnexion en boucle ouverte est alors représentée par la figure (2.3)

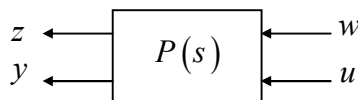


Fig. 2.3 – Le modèle généralisé

Et est décrite par l'équation:

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Le système $P(s)$ est formé des sous-systèmes intervenant dans l'interconnexion et de la manière dont ils sont liés les uns aux autres. En le partitionnant convenablement (i.e., de façon cohérente avec les dimensions de w, u, z et y), en quatre transferts MIMO, on peut écrire :

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

2.2.2.2 Forme standard

La technique \mathcal{H}_∞ exprime le problème de commande sous une forme systématique, dite forme standard, avec en entrée les perturbations et les commandes, et en sortie les grandeurs exprimant la robustesse, les performances recherchées, ainsi que les mesures [44]. La loi de commande à synthétiser est généralement un système dynamique LTI, telle que :

$$y_k = K u_k \quad (2.12)$$

En connectant le contrôleur $K(s)$ avec le système en boucle ouverte comme suit :

$$u_k = y \text{ et } u = y_k$$

Le schéma bloc représentant l'interconnexion en boucle fermée de $P(s)$ et $K(s)$ est ainsi

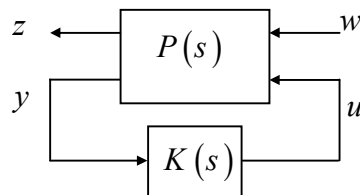


Fig. 2.4 – La forme standard

Et l'expression du transfert entre les entrées exogènes w et les sorties contrôlées z est donnée par la LFT inférieure :

$$T_{zw}(s) = F_L(P, K) = P_{11}(s) + P_{12}(s)K(s)(I - P_{22}(s)K(s))^{-1}P_{21}(s) \quad (2.13)$$

De façon générale, l'ensemble des objectifs du problème de commande porte sur le transfert $F_L(P, K)$

2.2.3 Le problème \mathcal{H}_∞ standard

Le problème \mathcal{H}_∞ dit optimal consiste à synthétiser un contrôleur $K(s)$, parmi l'ensemble des contrôleurs assurant la stabilité interne du système bouclé, qui minimise la norme \mathcal{H}_∞ de la matrice de transfert $F_L(P, K)$. Toutefois, la recherche d'un tel contrôleur est souvent un problème délicat du point de vue théorique et numérique. En pratique il n'est souvent pas nécessaire et parfois même indésirable de calculer un contrôleur optimal. Il est souvent plus simple d'obtenir des contrôleurs qui sont très proches au sens de la norme, des contrôleurs optimaux, on les appelle contrôleur sous-optimaux [34]. Le problème sous-optimal peut être formulé comme suit :

Pour un réel positif γ donné, trouver $K(s)$ stabilisant le système bouclé de manière interne et satisfaisant $\|F_L(P, K)\|_\infty < \gamma$

2.2.4 Résolution du problème \mathcal{H}_∞

2.2.4.1 Représentation d'état du système

La méthode de résolution du problème \mathcal{H}_∞ standard utilise une représentation d'état de la matrice d'interconnexion $P(s)$, que nous écrivons sous la forme suivante [32][39]:

$$\begin{bmatrix} dx(t)/dt \\ z(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \\ u(t) \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Avec $\dim x = n$, $\dim w = m_w$, $\dim u = m_u$, $\dim z = p_z$ et $\dim y = p_y$.

2.2.4.2 Hypothèses

Dans la présente étude, l'approche choisie pour résoudre le problème \mathcal{H}_∞ standard nécessite la vérification d'un certain nombre d'hypothèses [34][39].

(H1) : La paire (A, B_2) est stabilisable et la paire (C_2, A) est détectable c'est l'hypothèse classique de toute méthode utilisant les variables d'état. Elle garantit l'existence d'une loi de commande $K(s)$ stabilisant le système bouclé ;

(H2) : $\text{rang}(D_{12}) = m_u$ et $\text{rang}(D_{22}) = p_y$

Cette hypothèse est une condition suffisante pour assurer que la matrice de transfert du contrôleur soit propre.

(H3) : $\forall \omega \in \mathbb{R}, \text{rang} \begin{bmatrix} A - j\omega I_n & B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{bmatrix} = n + m_u$

Cette hypothèse garantit que le transfert P_{12} n'a pas de zéro sur l'axe imaginaire.

(H4) : $\forall \omega \in \mathbb{R}, \text{rang} \begin{bmatrix} A - j\omega I_n & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{bmatrix} = n + p_y$

Cette hypothèse garantit que le transfert P_{21} n'a pas de zéro sur l'axe imaginaire.

Ces quatre hypothèses doivent être impérativement vérifiées. Pour obtenir des expressions plus simples, on introduit les conditions supplémentaires suivantes [32][39][40][43][45]:

$$D_{11} = D_{22} = 0 \quad (2.15)$$

$$D_{12}^T [C_1 \quad D_{12}] = [0 \quad I_{m_u}] \quad (2.16)$$

$$\begin{bmatrix} B_1 \\ D_{21} \end{bmatrix} D_{21}^T = \begin{bmatrix} 0 \\ I_{p_y} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Où l'on suppose que P_{11} et P_{22} sont strictement propres. De plus, D_{12} n'est pas seulement de rang plein, mais ses colonnes sont aussi orthonormées, et elles sont orthogonales à celles de C_1 . De même, les lignes de D_{21} sont orthonormées, et elles sont orthogonales à celles de B_1 [43].

2.2.4.3 Résolution par l'algorithme de Glover-Doyle

Une approche dichotomique (γ -itération) permet d'obtenir avec suffisamment d'itération un γ proche de γ_{opt} [33][46].

Les étapes de l'algorithme de synthèse sont les suivantes [46]:

- Fixer une valeur pour γ
- Voir s'il existe un contrôleur $K(s)$ tel que $\|F_L(P, K)\|_\infty < \gamma$
- Si oui, diminuer γ
- Sinon augmenter γ

Cette méthode, connue sous le nom d'algorithme de Glover-Doyle est en générale mise en œuvre numériquement sur un ordinateur et repose sur la résolution d'une série d'équations de Riccati. C'est la solution la plus simple et la plus fiable numériquement [32][39].

Théorème 2.2.4.3.1 Conditions d'existence d'une loi de commande

Sous les hypothèses (H 1) - (H 4) le problème standard a une solution i.e., il existe un contrôleur $K(s)$ qui rends $\|F_L(P, K)\|_\infty < \gamma$ pour un $\gamma > 0$ donné, et assure la stabilité interne si et seulement si les conditions suivantes sont remplies [32][39][40][45]

i) La matrice Hamiltonienne

$$H_\infty = \begin{bmatrix} A & \gamma^{-2} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T \\ -C_1^T C_1 & -A^T \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

n'a pas de valeurs propres sur l'axe imaginaire

ii) il existe une matrice symétrique $X_\infty \geq 0$ telle que :

$$X_\infty = Ric(H_\infty) \quad (2.19)$$

$$\text{i.e.,} \quad X_\infty A + A^T X_\infty + X_\infty (\gamma^{-2} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T) X_\infty + C_1^T C_1 = 0 \quad (2.20)$$

iii) La matrice Hamiltonienne

$$J_\infty = \begin{bmatrix} A^T & \gamma^{-2} C_1 C_1^T - C_2 C_2^T \\ -B_1 B_1^T & -A \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

n'a pas de valeurs propres sur l'axe imaginaire

iv) il existe une matrice symétrique $Y_\infty \geq 0$ telle que :

$$Y_\infty = Ric(J_\infty) \quad (2.22)$$

i.e.,
$$Y_\infty A^T + AY_\infty + Y_\infty (\gamma^{-2} C_1^T C_1 - C_2^T C_2) Y_\infty + B_1 B_1^T = 0 \quad (2.23)$$

v)
$$\rho(X_\infty Y_\infty) < \gamma^2 \quad (2.24)$$

Où $\rho(\cdot)$ correspond au module de la plus grande valeur propre (rayon spectral) [39][32][45]. Le théorème suivant permet de paramétrer les contrôleurs qui conduisent à une norme \mathcal{H}_∞ sous optimale inférieure à γ [40].

Théorème 2. 2.4.3.2

Si les conditions i) à v) du théorème 2.2.4.3.1 sont satisfaites, l'ensemble de tout les contrôleurs sous optimaux $K(s)$ stabilisant le système tel que $\|T_{zw}\|_\infty < \gamma$ est égale à l'ensemble de toutes les matrices de transfert de y vers u dans la figure (2.5) [32][34][39][40][45][47]

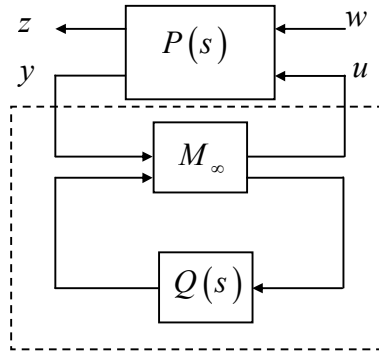


Fig. 2.5 – L'ensemble des contrôleurs rationnels stabilisant le système

et sont décrits par la LFT :

$$K(s) = F_L(M_\infty, Q) \quad (2.25)$$

Où $Q(s) \in \mathcal{RH}_\infty$ est une matrice de transfert de dimension $m_u \times p_y$ arbitraire vérifiant $\|Q\|_\infty < \gamma$, et M_∞ a une représentation d'état suivante :

$$M_\infty(s) = \left[\begin{array}{c|cc} A_\infty & -Z_\infty L_\infty & Z_\infty B_2 \\ \hline F_\infty & 0 & I_{m_u} \\ -C_y & I_{p_y} & 0 \end{array} \right] \quad (2.26)$$

Où

$$A_\infty = A + \gamma^{-2} B_1 B_1^T X_\infty + B_2 F_\infty + Z_\infty L_\infty C_2 \quad (2.27)$$

$$F_\infty = -B_2^T X_\infty \quad (2.28)$$

$$L_\infty = -Y_\infty C_2^T \quad (2.29)$$

$$Z_\infty = (I_n - \gamma^{-2} Y_\infty X_\infty)^{-1} \quad (2.30)$$

Le contrôleur particulier correspondant au choix $Q = 0$, est appelé contrôleur central. Il admet la représentation d'état suivante [39][40][45]:

$$K_{central}(s) = \left[\begin{array}{c|c} A_\infty & -Z_\infty L_\infty \\ \hline F_\infty & 0 \end{array} \right] \quad (2.31)$$

2.2.5 Exemple de mise en œuvre

2.2.5.1 Objectifs de contrôle

Considérons le schéma de la figure (2.6) illustrant le problème de contrôle robuste multivariable classique [48].

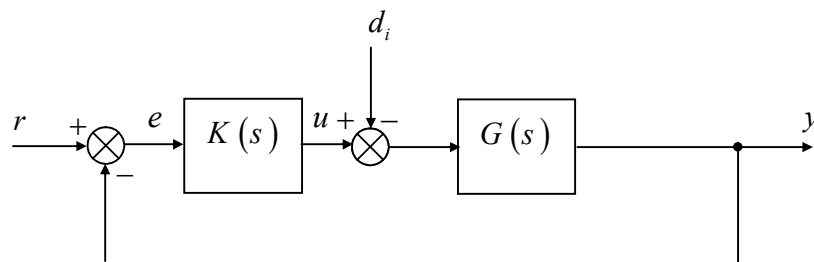


Fig. 2.6 – Configuration d'un système en boucle fermée

Dans cette configuration, il s'agit de faire suivre dans la mesure du possible par la sortie $y(t)$ du système un signal de référence $r(t)$, malgré la présence de perturbation $d_i(t)$

agissant sur le système. De plus la commande $u(t)$ issue du contrôleur $K(s)$ ne doit pas solliciter de façon trop importante l'actionneur [32].

L'approche fréquentielle \mathcal{H}_∞ utilisée pour synthétiser le contrôleur $K(s)$ est particulièrement intéressante car elle permet de prendre en compte, a priori et explicitement, des spécifications fréquentielles et temporelles du cahier des charges à partir duquel un critère \mathcal{H}_∞ est directement construit. Comme nous le verrons, un critère \mathcal{H}_∞ unique est utilisé pour ajuster au mieux le compromis performance-robustesse [33].

2.2.5.2 Construction du critère \mathcal{H}_∞

2.2.5.2.1 Synthèse \mathcal{H}_∞ directe

En se référant au schéma de la figure (2.11), dans lequel, on tient compte de deux signaux d'entrée, et on surveille l'évolution de deux signaux : l'erreur $e(t)$ et la commande $u(t)$ [39]. On a :

$$\begin{bmatrix} e \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S & GS \\ KS & KGS \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ d_i \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

La recherche du contrôleur revient donc à rechercher un nombre $\gamma > 0$ et un transfert $K(s)$ stabilisant le système bouclé, tel que :

$$\left\| \begin{bmatrix} S & GS \\ KS & KGS \end{bmatrix} \right\|_\infty < \gamma \quad (2.33)$$

Propriété 2.2.5.2.1 soit $H_{es}(s)$ le transfert multivariable entre le vecteur d'entrée $e = (e_1, e_2, \dots, e_k)^T$ et le vecteur de sortie contrôlée $s = (s_1, s_2, \dots, s_m)^T$:

Si $\|H_{es}(s)\|_\infty < \gamma$

Alors :

$$\forall i \in [1, k] \quad \text{et} \quad \forall j \in [1, m], \quad \|H_{e,s_j}(s)\|_\infty < \gamma$$

Cette propriété traduit le fait qu'en imposant une borne supérieure γ à $\|H_{es}(s)\|_\infty$, on impose cette borne sur chacune des sous transferts SISO [32][38][39][47].

2.2.5.2.2 Synthèse \mathcal{H}_∞ pondérée

La formulation ci-dessus s'avère en pratique trop rigide car elle ne laisse aucun élément de choix au concepteur. En conséquence de quoi, la synthèse \mathcal{H}_∞ effectuée en utilisant ce critère, ne permet pas d'atteindre des performances acceptables [39][49].

Pour contourner cet obstacle, on envisage l'ajout d'un certain nombre de degré de liberté dans la synthèse en pondérant les transferts concernés par des filtres dont les valeurs singulières sont choisies comme étant l'inverse des valeurs singulières des gabarits fréquentiels [39][43].

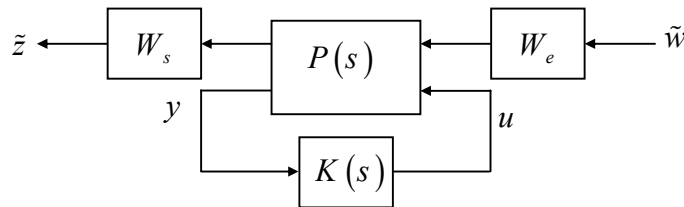


Fig. 2.7 – Interconnexion en boucle fermée pondérée

Avec $W_e(s)$ et $W_s(s)$ deux matrices de pondérations respectivement sur les entrées exogènes et les sorties contrôlées, telles que :

$$W_e(s) = \text{diag} \{W_{e_1}, W_{e_2}, \dots, W_{e_k}\} \quad (2.34)$$

$$W_s(s) = \text{diag} \{W_{s_1}, W_{s_2}, \dots, W_{s_m}\} \quad (2.35)$$

Propriété 2.2.5.2.2

Si $\|W_s H_{es} W_e(s)\|_\infty < \gamma$

Alors :

$$\begin{aligned} & \forall \omega \in \mathbb{R}, \quad \forall i \in [1, k] \quad \text{et} \quad \forall j \in [1, m], \\ & \left| W_{s_j}(j\omega) H_{e,s_j}(j\omega) W_{e_i}(j\omega) \right| < \gamma \\ & \Leftrightarrow \forall \omega \in \mathbb{R}, \quad \forall i \in [1, k] \quad \text{et} \quad \forall j \in [1, m], \\ & \left| H_{e,s_j}(j\omega) \right| < \frac{\gamma}{\left| W_{s_j}(j\omega) W_{e_i}(j\omega) \right|} = \frac{\gamma}{\left| W_{ji}(j\omega) \right|} \end{aligned}$$

La propriété ci-dessus montre que [38][39][47][42]:

- $\gamma |W_{ji}|^{-1}$ peut être interprété comme étant un gabarit fréquentiel
- La spécification du gabarit sur la réponse fréquentielle de chacune des transferts $H_{e,s_j}(s)$ conduit à une condition sur la norme \mathcal{H}_∞ du transfert pondérée.

Dans le schéma de la figure (2.6), en appliquant aux sorties e et u et à l'entrée d_i les filtres de pondération $W_e(s)$, $W_u(s)$ et $W_d(s)$ respectivement, on obtient deux nouveaux signaux \tilde{e} et \tilde{u} à contrôler. Le système est représenté par le schéma de la figure (2.8).

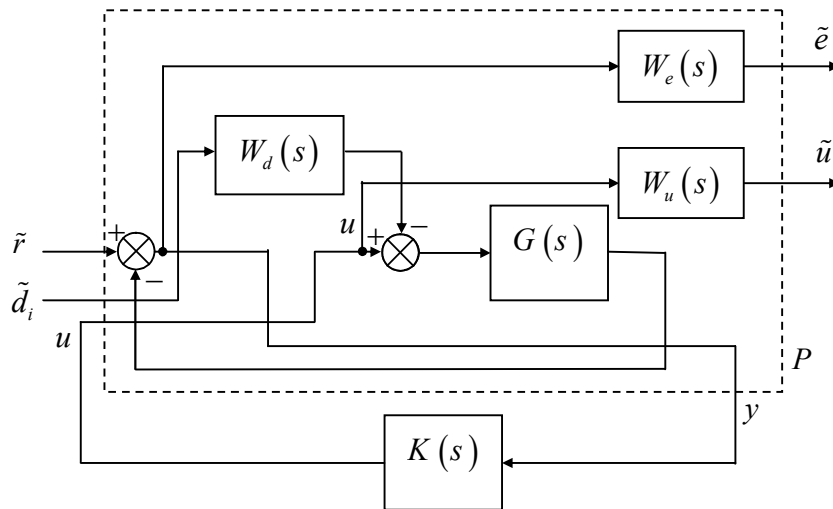


Fig. 2.8 – Mise sous forme standard du schéma de synthèse

En se référant au problème représenté par le schéma ci-dessus, on peut calculer la matrice de transfert du système interconnecté. On obtient ainsi l'équation :

$$\begin{bmatrix} \tilde{e} \\ \tilde{u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_e(I+KG)^{-1} & W_eG(I+KG)^{-1}W_d \\ W_uK(I+KG)^{-1} & W_uKG(I+KG)^{-1}W_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{r} \\ \tilde{d} \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

Le modèle augmenté ou processus généralisé $P(s)$, partitionné en quatre blocs peut être représenté mathématiquement par :

$$P(s) = \left[\begin{array}{cc|c} W_e & W_eGW_d & -W_eG \\ 0 & 0 & W_u \\ \hline I & W_dG & -G \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} P_{11} & P_{12} \\ \hline P_{21} & P_{22} \end{array} \right] \quad (2.37)$$

Que nous écrivons aussi sous la forme d'une réalisation d'état.

$$P = \left[\begin{array}{cccc|cc|c} A_G & 0 & 0 & -B_G C_d & 0 & -B_G D_d & B_G \\ -B_e C_G & A_e & 0 & 0 & B_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_u & 0 & 0 & 0 & B_u \\ 0 & 0 & 0 & A_d & 0 & B_d & 0 \\ \hline -D_e C_G & C_e & 0 & 0 & D_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_u & 0 & 0 & 0 & D_u \\ \hline -C_G & 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 \end{array} \right] \quad (2.38)$$

Le problème \mathcal{H}_∞ standard à résoudre consiste à trouver un γ et un transfert $K(s)$ stabilisant de manière interne le système en boucle fermée et satisfaisant la contrainte:

$$\|T_{zw}\|_\infty = \left\| \left[\begin{array}{cc} W_e(I+KG)^{-1} & W_eG(I+KG)^{-1}W_d \\ W_uK(I+KG)^{-1} & W_uTW_d \end{array} \right] \right\|_\infty < \gamma \quad (2.39)$$

2.2.5.3 Choix des filtres de pondération

D'après le critère (2.39) et les propriétés de la norme \mathcal{H}_∞ énoncées ci-dessus, on peut écrire.

$$\|W_e S\|_\infty < \gamma \quad (2.40)$$

$$\|W_e G S W_{d_i}\|_\infty < \gamma \quad (2.41)$$

$$\|W_u K S\|_\infty < \gamma \quad (2.42)$$

$$\|W_u T W_{d_i}\|_\infty < \gamma \quad (2.43)$$

Et puisque, les fonctions de sensibilité sont reliées algébriquement, alors il est nécessaire de faire des compromis entre les différents objectifs de performance et de robustesse. S faible pour assurer de bonnes performances et T faible pour assurer une stabilité robuste [42].

Pour le modelage des différentes fonctions de sensibilité ainsi que la spécification a priori de ces objectifs, plusieurs types de pondérations (gain, premier ordre, ...) peuvent être choisis. Les principes généraux guidant ces choix sont les suivants [32][33][38][39]:

- Le modelage de $|S|$, par le gabarit $|1/W_e(j\omega)|$ permet d'assurer les objectifs de précision, de rejeter les perturbations de basses fréquences, d'imposer une bande passante minimale et d'assurer le suivi de référence.
- On cherche à limiter l'amplitude excessive du signal de commande ainsi que l'amplification des bruits de mesure. Pour cela on choisit la pondération $W_u(s)$ pour contraindre via le gabarit $|1/W_u(j\omega)|$ la réponse du transfert KS à prendre la forme d'un passe-bas. En d'autres termes on impose des gains très faibles en hautes fréquences pour KS et une pulsation de coupure la plus basse possible.

- Le gabarit que doit satisfaire $|GS|$ est $|1/W_e W_{d_i}|$. On le contraint à prendre des valeurs faibles en basses fréquences pour assurer une rejection correcte de la perturbation sur l'erreur de suivi de trajectoire.
- Le gabarit sur $|T|$ est $|1/W_u W_{d_i}|$. Il est nécessaire de minimiser $|T|$ en hautes fréquences pour assurer la robustesse de la stabilité aux dynamiques négligées et aux incertitudes paramétriques et l'atténuation de l'effet des bruits de mesure sur la sortie.

La figure (2.9) montre l'allure typique que l'on choisit pour les différents gabarits.

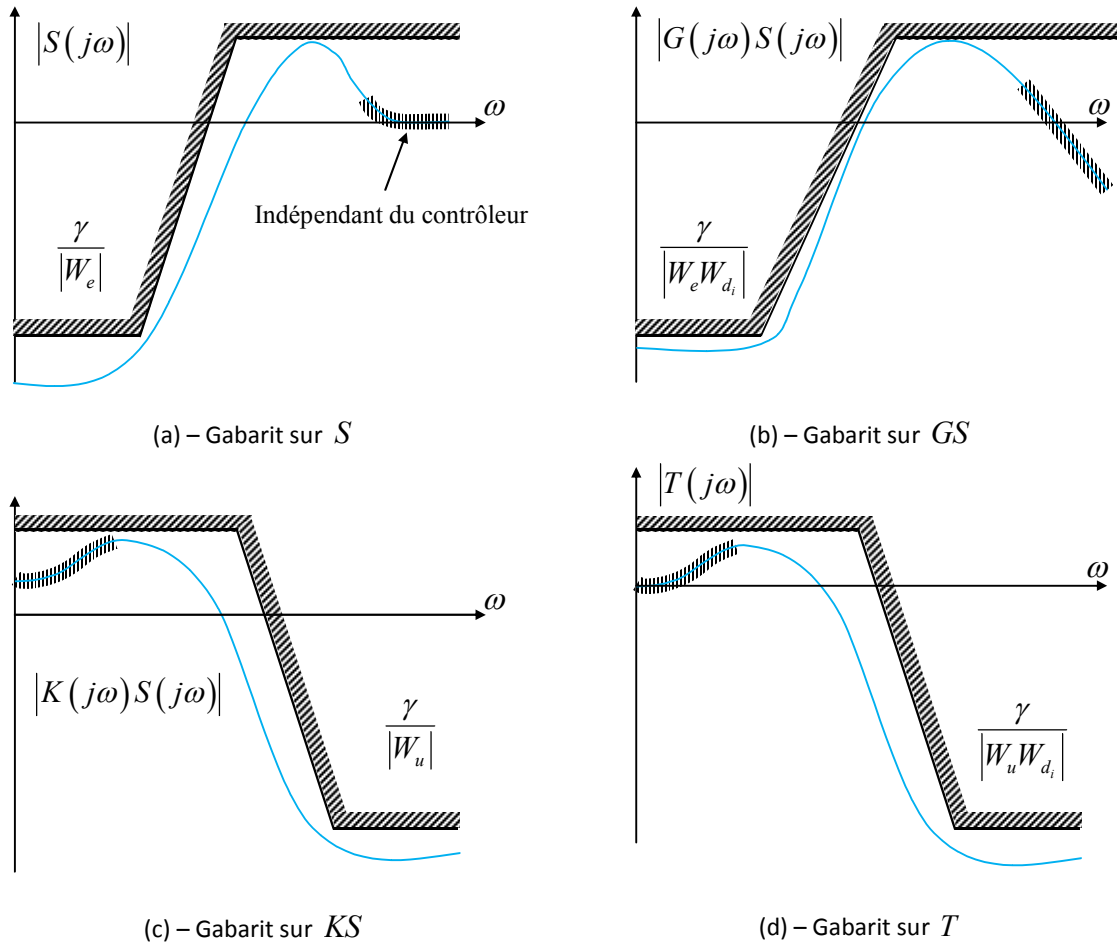


Fig. 2.9 – Formes typiques des gabarits contraignant les fonctions de sensibilité

2.3 Théorie de la μ -analyse

2.3.1 Description des incertitudes de modèle par LFT

La technique robuste \mathcal{H}_∞ de synthèse de contrôleur pour un processus physique LTI quelconque nécessite la connaissance du comportement de celui-ci. Cette connaissance prend la forme d'un modèle mathématique quantitatif, acquis par identification et /ou modélisation physique [32][41]. Or nous savons qu'un modèle restera toujours une approximation de la réalité, car il subsiste toujours des écarts plus ou moins importants entre le modèle et le processus réel [43]. Ces écarts sont appelées *incertitudes de modèle*. Le but principal des techniques de commande robuste est de prendre en considération d'une façon systématique ces incertitudes lors de la conception d'une loi de commande [43].

La configuration générale de commande donnée sur la figure (2.4), peut être étendue pour inclure les incertitudes de modèle, rassemblées dans la matrice $\Delta(s)$, comme le montre la figure (2.10) [34][35][39].

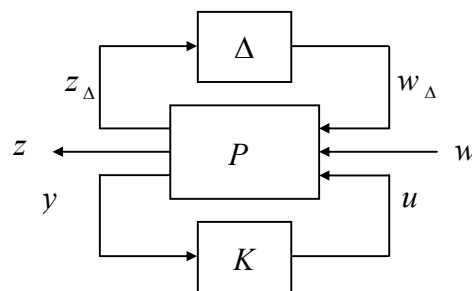


Fig. 2.10 – configuration générale de commande robuste

où

w_Δ, z_Δ : sont les signaux introduit pour extraire les incertitudes.

w, z : sont, respectivement, la perturbation généralisée et la variable contrôlée.

u, y : sont, respectivement, l'entrée de contrôle et la sortie mesurée.

Ce schéma bloc est utilisé pour synthétiser un contrôleur $K(s)$. Pour le transformer à des fins d'analyse, la boucle inférieure est incorporée dans le processus généralisé P pour former le système $N(s)$ représenté sur la figure (2.11)[50].

En écrivant les relations entre les différents signaux, on obtient [34][43].

$$\begin{bmatrix} z_\Delta \\ z \\ y \end{bmatrix} = P(s) \begin{bmatrix} w_\Delta \\ w \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) & P_{13}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) & P_{23}(s) \\ P_{31}(s) & P_{32}(s) & P_{33}(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_\Delta \\ w \\ u \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

En supposant que les inverses des matrices existent, l'interconnexion perturbée non contrôlée est obtenue en reconnectant l'incertitude comme

$$w_\Delta = \Delta \cdot z_\Delta \quad (2.45)$$

$$\text{D'où } \begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = F_U(P, \Delta) \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} = \left[\begin{bmatrix} P_{22} & P_{23} \\ P_{32} & P_{33} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P_{21} \\ P_{31} \end{bmatrix} \cdot \Delta (I - P_{11} \cdot \Delta)^{-1} (P_{12} \cdot P_{13}) \right] \cdot \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

Si on connecte le contrôleur $K(s)$ à l'interconnexion bouclée et non perturbée comme

$$u = K \cdot y \quad (2.47)$$

On obtient

$$\begin{bmatrix} z_\Delta \\ z \end{bmatrix} = F_L(P, K) \begin{bmatrix} w_\Delta \\ w \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

$$= \left[\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P_{13} \\ P_{23} \end{bmatrix} \cdot K (I - P_{33} \cdot K)^{-1} (P_{31} \cdot P_{32}) \right] \cdot \begin{bmatrix} w_\Delta \\ w \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

L'interconnexion contrôlée et perturbée est obtenue par

$$w_\Delta = \Delta \cdot z_\Delta \quad \text{et} \quad u = K \cdot y \quad (2.50)$$

$$F_U(\Delta, F_L(P, K)) = F_L(F_U(\Delta, P), K) \quad (2.51)$$

Ces deux objets, i.e., la LFT supérieure et la LFT inférieure correspondent aux matrices de transfert entre le vecteur d'entrée w et le vecteur de sortie z du système bouclé de la figure (2.10), d'où

$$z = F_U(\Delta, F_L(P, K)) \cdot w = F_L(F_U(\Delta, P), K) \cdot w \quad (2.52)$$

En posant

$$N = F_L(P, K) = \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

on obtient le schéma de la figure (2.11)[43].

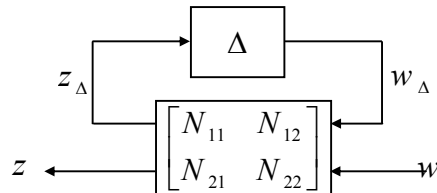


Fig. 2.11 – Schéma-bloc d'analyse de la robustesse

Les incertitudes de modèle sont de deux types : les incertitudes non structurées et les incertitudes structurées.

2.3.1.1 Les incertitudes non structurées

Elles représentent souvent des éléments dépendants de la fréquence tels que les saturations des actionneurs et les dynamiques non modélisées notamment en hautes fréquences ou les perturbations subies par le processus en basses fréquences [51]. Elles sont exprimées uniquement en termes de bornes supérieures sur les erreurs des réponses fréquentielles [41]. Les relations de ces incertitudes avec le processus nominal peuvent être soit de type additif ou multiplicatif [50] [51].

2.3.1.1.1 Incertitude non structurée additive

Un modèle incertain $G(s)$ avec une incertitude dynamique additive, décrit un processus physique comme un ensemble Π_a de modèles mathématiques, tel que :

$$\Pi_a = \{ G(s)/G(s) = G_0(s) + \Delta_a \cdot W_a(s), \Delta_a \in \mathbb{C}, |\Delta_a| < 1 \} \quad (2.54)$$

L'ensemble Π_a est caractérisé par un modèle nominal $G_0(s)$, une fonction de pondération $W_a(s)$ et une classe d'incertitudes bornées Δ_a [45].

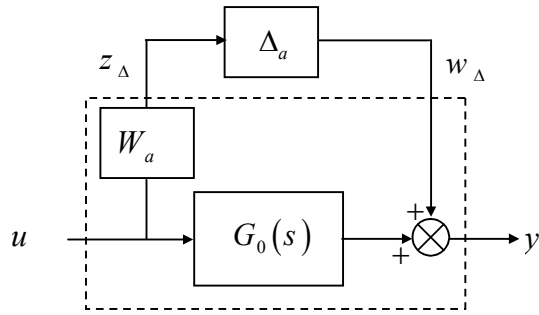


Fig. 2.12 – incertitude additive

2.3.1.1.2 Incertitude non structurée multiplicative

Pour décrire les types d'incertitudes dynamiques non structurées, Il y'a d'autres façons. On en distingue [32] [45] [48]:

i) Incertitude non structurée multiplicative en entrée

$$\Pi_{mi} = \left\{ G(s)/G_0(s) = G_0(s)[I + \Delta_m(s) \cdot W_m(s)], \Delta_m \in \mathcal{RH}_\infty, \|\Delta_m(s)\|_\infty < 1 \right\} \quad (2.55)$$

ii) Incertitude non structurée multiplicative en sortie

$$\Pi_{mo} = \left\{ G(s)/G_0(s) = [I + \Delta_m(s) \cdot W_m(s)]G_0(s), \Delta_m \in \mathcal{RH}_\infty, \|\Delta_m(s)\|_\infty < 1 \right\} \quad (2.56)$$

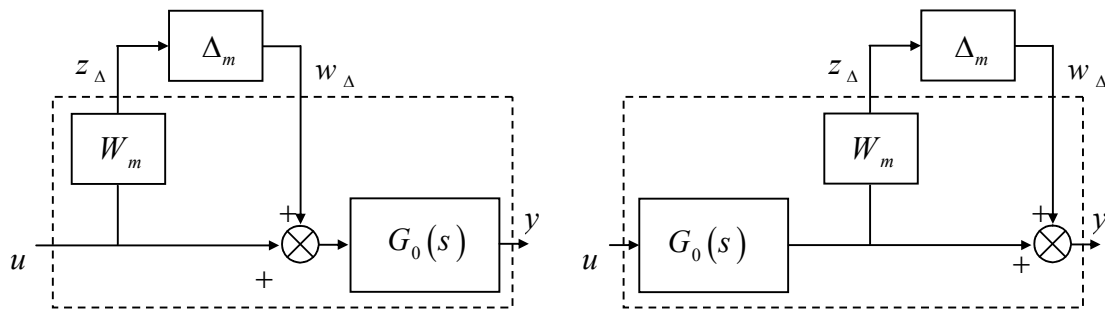


Fig. 2.13 – incertitude non structurées multiplicative en entrée et multiplicative en sortie

2.3.1.2 Les incertitudes structurées

Les incertitudes non structurées permettent naturellement d'exprimer les dynamiques non modélisées et/ou négligées. En revanche, elles sont inaptes à modéliser d'autres types d'incertitudes sur les paramètres du modèle. Pour représenter une combinaison des incertitudes non structurées et des incertitudes paramétriques, on

utilise les incertitudes structurées qu'on peut représenter sous forme d'un ensemble de blocs, noté $\underline{\Delta}$ et rassemblant les différentes sources d'incertitudes de modèle [39][32][46].

$$\underline{\Delta} = \left\{ \begin{array}{l} \Delta(s) \in \mathbb{C}^{n \times n} / \Delta(s) = \text{diag} \left[\delta_1 I_{r_1}, \dots, \delta_s I_{r_s}, \Delta_1, \dots, \Delta_F \right] \\ \text{avec} \quad \delta_i \in \mathbb{R}, \quad \Delta_j \in \mathbb{C}^{m_j \times m_j} \\ \text{et} \quad i \in [1, \dots, S], \quad j \in [1, \dots, F] \end{array} \right\} \quad (2.57)$$

Pour la consistance entre les différentes dimensions, la relation suivante doit être vérifiée.

$$\sum_{i=1}^S r_i + \sum_{j=1}^F m_j = n$$

La matrice $\Delta(s)$ comprend :

S blocs de scalaires répétés réels δ_i (répétés r_i fois) représentant les réponses fréquentielles des incertitudes paramétriques.

F blocs matrices de transfert pleins Δ_j stables, inconnue, de structure quelconque représentant les réponses fréquentielles des incertitudes dynamiques et vérifiant les conditions de normalisation suivantes [39]:

$$\|\Delta(s)\|_\infty < 1 \Leftrightarrow \|\Delta_j(s)\|_\infty < 1 \quad \text{et} \quad |\delta_i| < 1 \quad (2.58)$$

A noter que la perturbation Δ de modèle peut être réelle (si elle ne contient que des incertitudes paramétriques), complexe (si elle ne contient que des dynamiques négligées) ou mixte [08][39].

2.3.2 Analyse de la robustesse des systèmes incertains

2.3.2.1 Introduction

Pour définir la notion de robustesse, prenons le processus réel $G(s) \in \Pi$ et considérons une propriété quelconque du système bouclé. On dit qu'un contrôleur

$K(s)$ est robuste par rapport à cette propriété, si celle-ci est assurée pour chaque membre de Π .

2.3.2.2 Incertitudes et robustesse

Définition 2.3.2.2.1 Le système bouclé a une stabilité nominale (NS) si le contrôleur $K(s)$ assure la stabilité interne du modèle nominal $G_0(s)$.

Définition 2.3.2.2.2 Le système bouclé a une performance nominale (NP) si les objectifs de performance sont satisfaits pour le modèle nominal $G_0(s)$.

Définition 2.3.2.2.3 Le système bouclé a une stabilité robuste (RS) si $K(s)$ assure la stabilité interne pour tout système $G(s) \in \Pi$.

Définition 2.3.2.2.4 Le système bouclé a une performance robuste (RP) si les objectifs de performance sont satisfaits pour tout système $G(s) \in \Pi$ [34][37][50].

2.3.2.3 Analyse de la robustesse en stabilité

L'étude de robustesse consiste à chercher à garantir une propriété particulière pour un ensemble d'incertitudes $\Delta(s)$ décrit par (2.57). On peut imaginer deux degrés de complexité différentes pour aborder ce problème [39]:

2.3.2.3.1 Analyse de la robustesse pour une incertitude non structurée

Considérons à nouveau le système incertain représenté par la LFT sur la figure (2.11) Pour une incertitude non structurée caractérisée par une matrice de transfert complexe pleine $\Delta(s)$ satisfaisant $\bar{\sigma}(\Delta(s)) < 1$.

Si on suppose que $N(s)$ et $\Delta(s)$ sont stable, la seule source d'instabilité dans la LFT supérieure $F_U(N, \Delta)$ provient du bouclage par $\Delta(s)$ et elle est dans le terme $(I - N_{11}\Delta)^{-1}$ Par conséquent, la stabilité du système de la figure (2.11) est équivalente à

la stabilité de la structure présentée sur la figure (2.14), avec $M(s) = N_{11}(s)$, i.e., la partie de la matrice de transfert $N(s)$ vue par le bloc $\Delta(s)$ [39][45][50].

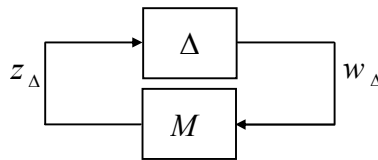


Fig. 2.14 – Connexion de M avec Δ

L'analyse de la robustesse dans ce cas repose sur le théorème du petit gain qui donne une condition nécessaire et suffisante [32].

Théorème 2.3.2.3.1 (théorème du petit gain) [32][33][39].

Si $M(s)$ et $\Delta(s)$ sont stables, le système de la figure (2.11) est stable pour toutes les matrices de transfert $\Delta(s)$ telles que $\|\Delta\|_\infty < \beta$ si et seulement si, $\|M\|_\infty \leq 1/\beta$.

Le théorème du petit gain établit une condition nécessaire et suffisante de stabilité du système bouclé face aux différents types de perturbations non structurées. Dans le cas où les incertitudes sont structurées, la condition du théorème du petit gain n'est plus nécessaire, elle est simplement suffisante. De plus, le théorème ne permet de tester que la robustesse de stabilité de l'ensemble Π de modèles incertains [09][32].

2.3.2.3.2 Analyse de la robustesse pour une incertitude structurée

Dans le cas d'incertitude structurée, et pour obtenir une condition similaire à celle du petit gain, on définit un nouvel indicateur qui est considéré comme étant la généralisation de la valeur singulière maximale $\bar{\sigma}$ [32].

2.3.2.3.2.1 Valeur singulière structurée (ssv)

L'outil, approprié pour effectuer une analyse de robustesse de la loi de commande, s'appuie sur la notion de valeur singulière structurée (structured singular value ssv) [07].

La ssv ou μ , a été introduite par J. Doyle [50]. Elle est utilisée pour l'obtention des conditions, non conservatives nécessaires et suffisantes pour tester la robustesse de la stabilité ainsi que la robustesse de la performance en présence de perturbations structurées. De ce fait, elle est beaucoup plus pertinente, et peut être vue comme une généralisation du théorème du petit gain [39][50].

Définition 2.3.2.3.2.1 soit la matrice complexe $A \in \mathbb{C}^{k \times k}$. Alors la valeur singulière structurée de A par rapport à la structure $\underline{\Delta}$, noté $\mu_{\underline{\Delta}}(A)$, est défini à chaque fréquence par [32][39][43][45][50]:

$$\mu_{\underline{\Delta}}(A) \stackrel{\Delta}{=} \begin{cases} \left[\inf_{\Delta \in \underline{\Delta}} \{ \bar{\sigma}(\Delta) / \det(I - A\Delta) = 0 \} \right]^{-1} \\ 0 \quad \text{si} \quad \forall \Delta \in \underline{\Delta} \quad \det(I - A\Delta) \neq 0 \end{cases} \quad (2.59)$$

Une condition nécessaire et suffisante sur la matrice M pour analyser la robustesse de la stabilité est donnée par le théorème suivant qui fonde le principe de la μ -analyse [39][50].

Théorème 2.3.2.3.2.1 soit la famille de systèmes bouclés (N, Δ) , où $N(s)$ est une matrice de fonctions de transfert stable et où $\Delta(s)$ est du type (2.57). La famille (N, Δ) de la figure (2.11) est stable pour tout Δ , tel que $\|\Delta\|_\infty < \beta$ si et seulement si

$$\forall \omega \in [0, +\infty[, \quad \mu_{\underline{\Delta}}(M(j\omega)) \leq \frac{1}{\beta} \quad (2.60)$$

$\mu_{\underline{\Delta}}(M(j\omega))$ est alors l'inverse de la "plus petite" incertitude Δ capable de déstabiliser le système $(M - \Delta)$ étudié [32][39][50].

2.3.2.3.2.2 Calcul de μ

En pratique, le calcul "exact" de $\mu_{\underline{\Delta}}(M)$ pour une matrice complexe M et une structure d'incertitude $\underline{\Delta}$ est un problème complexe. Actuellement, il n'existe pas

d'algorithme capable de calculer efficacement cet indicateur. On peut par contre chercher à obtenir un majorant et un minorant de $\mu_{\underline{\Delta}}(M)$ par des algorithmes efficaces. La borne supérieure $\mu_{\underline{\Delta}}^{\text{sup}}(M)$ permet de garantir la robustesse de la stabilité de façon suffisante [32][39][48][50]:

$$\mu_{\underline{\Delta}}^{\text{sup}}(M) \leq \frac{1}{\beta} \Rightarrow \mu_{\underline{\Delta}}(M) \leq \frac{1}{\beta} \quad (2.61)$$

Tandis que la borne inférieure $\mu_{\underline{\Delta}}^{\text{inf}}(M)$ a pour intérêt à donner un encadrement de $\mu_{\underline{\Delta}}(M)$. Si $\mu_{\underline{\Delta}}^{\text{sup}}(M) - \mu_{\underline{\Delta}}^{\text{inf}}(M)$ est faible alors $\mu_{\underline{\Delta}}^{\text{sup}}(M) \approx \mu_{\underline{\Delta}}(M)$.

2.3.2.4 Analyse de la robustesse en performance par l'indicateur μ

Dans la section précédente on s'est concentré sur le problème de la robustesse en stabilité. Or, la stabilité n'est souvent pas l'unique propriété à être garantie pour tous les processus possibles appartenant à Π . Dans la plupart des cas, on désire assurer aussi les objectifs de performance même pour le pire cas de ces processus.

2.4 Synthèse des contrôleurs et analyse de la robustesse

2.4.1 Synthèse des contrôleurs

Parmi les principaux constituants du schéma bloc de la IFOC donné sur la figure (1.18), on trouve, les boucles internes de contrôle des courants statoriques i_{sd} et i_{sq} . Le courant de référence i_{sd}^* est fixé à une valeur constante imposant un état magnétique de la machine. Quant à la référence i_{sq}^* , elle est imposée par la sortie du contrôleur de vitesse. Pour la synthèse des contrôleurs de i_{sd} et i_{sq} , nous utilisons les équations (1.61) et (1.62), décrivant le modèle, tension-courant, du processus, qui sont rappelées ci-dessous sous forme d'équation différentielles du premier ordre.

$$\frac{di_{sd}}{dt} = \frac{1}{\sigma L_s} (v_{sd1} - R_{sr} i_{sd}) \quad (2.62)$$

$$\frac{di_{sq}}{dt} = \frac{1}{\sigma L_s} (v_{sq1} - R_{sr} i_{sq}) \quad (2.63)$$

Les calculs vont être développés pour l'axe q , les résultats pour l'axe d sont identiques.

σL_s et R_{sr} sont incertains. Les incertitudes sur ces paramètres peuvent être modélisées sous forme multiplicatives [26] [52] [53].

$$\sigma L_s = \sigma L_{s0} (1 + p_{\sigma L_s} \delta_{\sigma L_s}) \quad (2.64)$$

$$R_{sr} = R_{sr0} (1 + p_{R_{sr}} \delta_{R_{sr}}) \quad (2.65)$$

Avec : $|\delta_{\sigma L_s}| \leq 1$ et $|\delta_{R_{sr}}| \leq 1$ (2.66)

Les quantités $1/\sigma L_s$ et R_{sr} peuvent donc être représentées par des LFTs comme suit :

$$1/\sigma L_s = F_U (M_{\sigma L_s}, \delta_{\sigma L_s}) \quad (2.67)$$

Et : $R_{sr} = F_U (M_{R_{sr}}, \delta_{R_{sr}})$ (2.68)

Avec : $M_{\sigma L_s} = \begin{bmatrix} -p_{\sigma L_s} & 1/\sigma L_{s0} \\ -p_{\sigma L_s} & 1/\sigma L_{s0} \end{bmatrix}$ et $M_{R_{sr}} = \begin{bmatrix} 0 & R_{sr0} \\ p_{R_{sr}} & R_{sr0} \end{bmatrix}$ (2.69)

On obtient alors le modèle de la figure (2.15) représenté sous forme LFT avec des paramètres incertains.

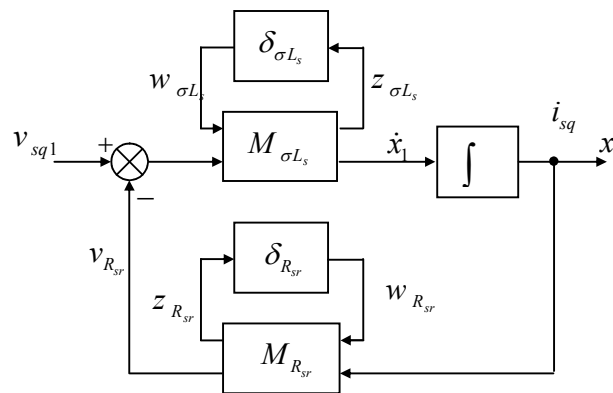


Fig. 2.15 – Schéma-bloc du modèle avec les paramètres incertains

Les équations dynamiques reliant les entrées aux sorties correspondantes, autour des paramètres incertains sont réarrangées comme suit :

$$\begin{bmatrix} di_{sq}/dt \\ z_{\sigma L_s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -p_{\sigma L_s} & 1/\sigma L_{s0} \\ -p_{\sigma L_s} & 1/\sigma L_{s0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{\sigma L_s} \\ v_{sq1} - v_{R_{sr}} \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

$$\begin{bmatrix} z_{R_{sr}} \\ v_{R_{sr}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & R_{sr0} \\ p_{R_{sr}} & R_{sr0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{R_{sr}} \\ i_{sq} \end{bmatrix} \quad (2.71)$$

$$w_{\sigma L_s} = \delta_{\sigma L_s} z_{\sigma L_s} \quad (2.72)$$

$$w_{R_{sr}} = \delta_{R_{sr}} z_{R_{sr}} \quad (2.73)$$

Si l'on choisit la variable d'état x_1 et la sortie y comme suit : $x_1 = i_{sq}$ et $y = x_1$

Et si l'on substitue la variable $v_{R_{sr}}$, dans les équations (2.70) et (2.71), on obtient :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ z_{\sigma L_s} \\ z_{R_{sr}} \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_{sr0}/\sigma L_{s0} & -p_{\sigma L_s} & -p_{R_{sr}}/\sigma L_{s0} & 1/\sigma L_{s0} \\ -R_{sr0}/\sigma L_{s0} & -p_{\sigma L_s} & -p_{R_{sr}}/\sigma L_{s0} & 1/\sigma L_{s0} \\ R_{sr0} & 0 & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ w_{\sigma L_s} \\ w_{R_{sr}} \\ v_{sq1} \end{bmatrix} \quad (2.74)$$

$$\begin{bmatrix} w_{\sigma L_s} \\ w_{R_{sr}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \delta_{R_{sr}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{\sigma L_s} \\ z_{R_{sr}} \end{bmatrix} \quad (2.75)$$

G_{sq} étant la matrice de transfert liant le vecteur de sortie $[z_{\sigma L_s} \ z_{R_{sr}} \ y]^T$ au vecteur d'entrée $[w_{\sigma L_s} \ w_{R_{sr}} \ v_{sq1}]^T$ [26]. Elle représente les dynamiques du MI sur l'axe q . Sa représentation d'état est donnée par :

$$G_{sq} = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -271.2091 & -0.7000 & -10.6061 & 15.1515 \\ -271.2091 & -0.7000 & -10.6061 & 15.1515 \\ 17.8998 & 0 & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.76)$$

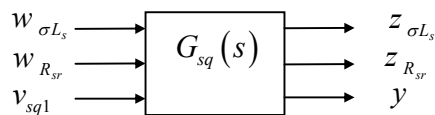


Fig. 2.16 – Schéma-bloc entrées-sorties du MI sur l'axe q

La relation entrée/sortie du système incertain peut être décrite par la LFT supérieure représentée sur la figure (2.17)

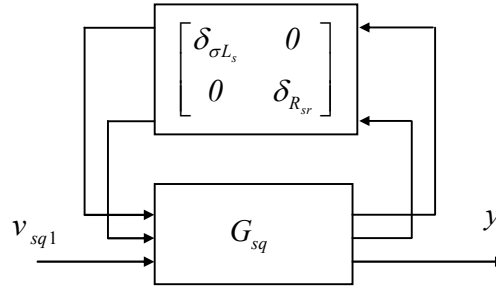


Fig. 2.17 – La LFT représentant le modèle incertain du MI sur l’axe q

$$y = F_U(G_{sq}, \Delta)v_{sq1} \quad (2.77)$$

Avec Δ une matrice d’incertitudes ayant la structure suivante :

$$\Delta = \text{diag}\{\delta_{\sigma_{L_s}}, \delta_{R_{sr}}\} \quad (2.78)$$

Les figures (2.18) et (2.19) représentent, respectivement, les réponses, indicielle et fréquentielle du processus nominal et d’un certain nombre de modèles du processus incertain.

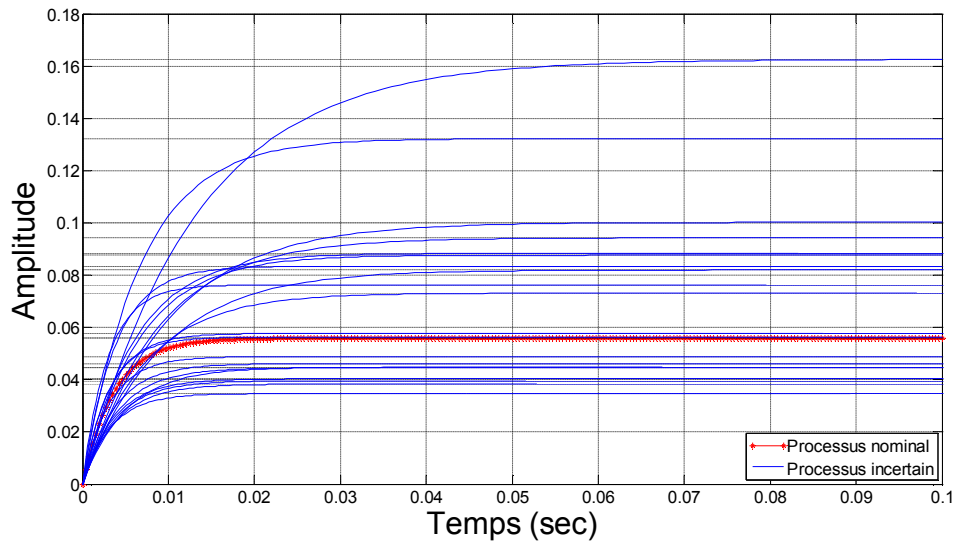


Fig. 2.18 – Réponse indicielle du processus incertain

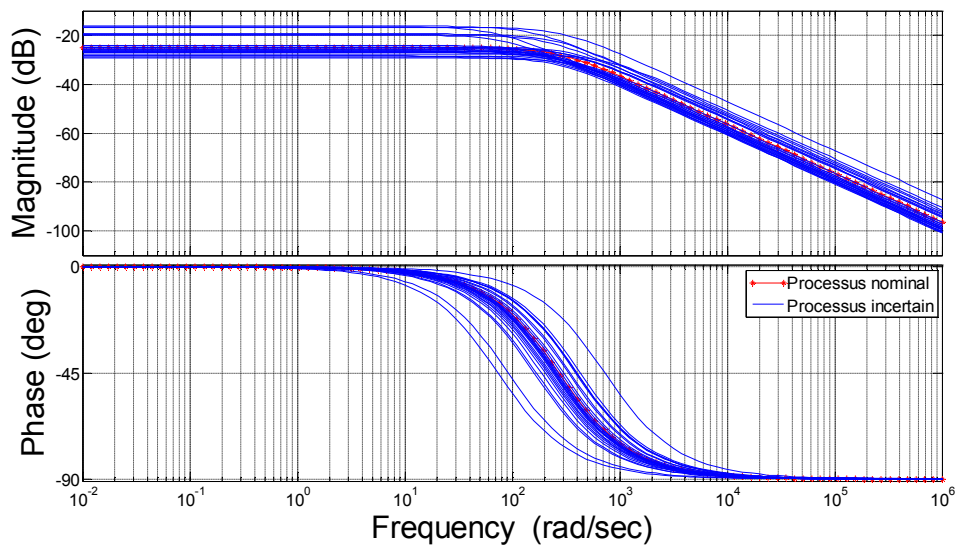


Fig. 2.19 – Réponse fréquentielle du processus incertain

Le schéma bloc représenté figure (2.20) montre la structure de la boucle fermée comprenant, outre le processus, le contrôleur les éléments permettant de prendre en compte les incertitudes de modélisation et les différentes spécifications de performance.

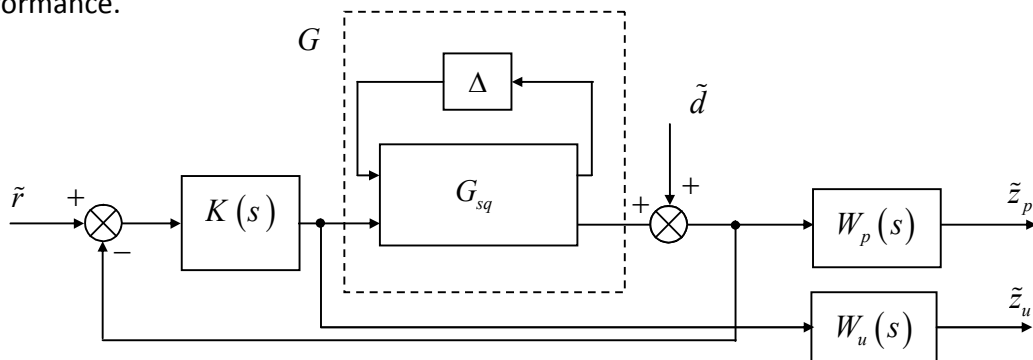


Fig. 2.20– Schéma-bloc de la synthèse \mathcal{H}_∞

Δ est une matrice de transfert supposée stable, inconnue mais satisfaisant la condition $\|\Delta\|_\infty < 1$ et \tilde{d} la perturbation en sortie du système.

- Objectifs de performance et de robustesse

L'objectif est la mise au point d'une loi de commande linéaire $u(s) = K(s)y(s)$ de façon à assurer pour le système en boucle fermée les propriétés suivantes :

○ **Stabilité et performances nominales (NS et NP)**

Le contrôleur $K(s)$ synthétisé, doit impérativement stabiliser le système bouclé, de façon interne. De plus, les performances requises en boucle fermée doivent être assurées pour le processus nominal $G_{sq}(s)$. Pour cela, le critère \mathcal{H}_∞ à satisfaire est donné par :

$$\left\| \begin{bmatrix} W_p (I + K(s)G_{sq}(s))^{-1} \\ W_u K (I + K(s)G_{sq}(s))^{-1} \end{bmatrix} \right\|_\infty < \gamma \quad (2.79)$$

Où $S(G_{sq}) = (I + K(s)G_{sq}(s))^{-1}$ est la fonction de sensibilité du système nominal, et W_p et W_u sont, les filtres de pondération introduits sur le signal de sortie et le signal de commande.

○ **Robustesse en stabilité (RS)**

La robustesse en stabilité du système bouclé est garantie si le système est stable de manière interne pour tous les éléments de la famille de modèles $G(s) = F_U(G_{sq}, \Delta)$, dont G_{sq} est le "centre"

○ **Robustesse en performance (RP)**

La robustesse en performance est garantie, si le $K(s)$ assure les spécifications de performances pour tous les modèles $G(s)$. Le système bouclé doit satisfaire la contrainte suivante :

$$\left\| \begin{bmatrix} W_p (I + F_U(G_{sq}, \Delta)K)^{-1} \\ W_u K (I + F_U(G_{sq}, \Delta)K)^{-1} \end{bmatrix} \right\|_\infty < \gamma \quad (2.80)$$

Où

$(I + F_U(G_{sq}, \Delta)K)^{-1} = S(G)$ est la fonction de sensibilité du système incertain.

○ **Spécification de simplicité**

Pour des raisons d'implémentation, on devra rechercher un contrôleur d'ordre réduit.

● **Choix des pondérations**

On s'aperçoit d'après l'inégalité (2. 79) que l'on a deux pondérations W_p et W_u pour deux fonctions de sensibilité respectivement S et KS

Le gabarit $1/|W_p(j\omega)|$ que doit satisfaire $|S(j\omega)|$ est fixé à une valeur faible en basses fréquences, pour assurer les objectifs de précision. La pente du gabarit est choisie en fonction du type de signaux de référence à suivre. De plus, une borne inférieure sur la pulsation ω_{inf} , où $|S(j\omega_{\text{inf}})|=1$ est imposée pour contraindre le système bouclé à être suffisamment rapide. Enfin, par définition la norme \mathcal{H}_∞ de S correspond à l'inverse de la marge de module. Pour imposer une marge minimale, la norme \mathcal{H}_∞ de S doit être limitée en hautes fréquences.

Le gabarit $1/|W_u(j\omega)|$ agissant en moyenne et hautes fréquences, doit imposer une contrainte à la réponse fréquentielle de KS , liant le signal de référence au signal de commande ou de bruit de mesure, de sorte que la bande passante soit minimale.

● **Synthèse du contrôleur sous-optimal**

La structure interne H du système en boucle ouverte est décrite par la figure (2.21)

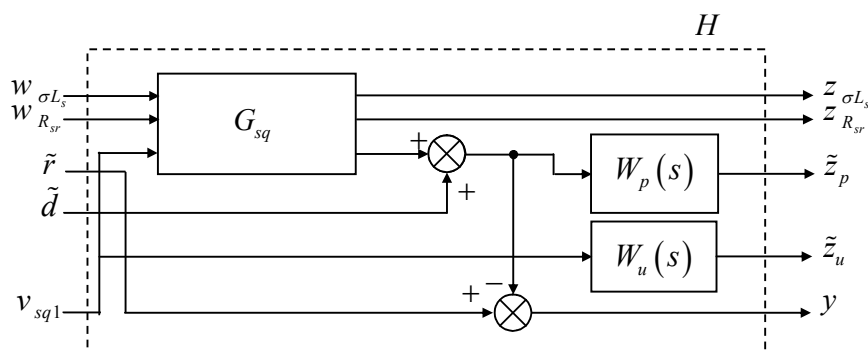


Fig. 2.21 – Structure en boucle ouverte

L'interconnexion du système est aisément obtenue en utilisant des routines disponibles dans [29].

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ z_{\sigma L_s} \\ z_{R_{sr}} \\ z_p \\ z_u \\ z_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -271.209 & 0 & -0.7000 & -10.6061 & 0 & 15.1515 \\ 14.1374 & -0.2000 & 0 & 0 & 14.1374 & 0 \\ -271.209 & 0 & -0.7000 & -10.6061 & 0 & 15.1515 \\ 17.8998 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.6667 & 14.1374 & 0 & 0 & 0.6667 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0100 \\ -1.0000 & 0 & 0 & 0 & -1.0000 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ w_{\sigma L_s} \\ w_{R_{sr}} \\ d \\ v_{sq1} \end{bmatrix} \quad (2.81)$$

Le contrôleur \mathcal{H}_∞ à synthétiser pour le système décrit par la figure (2.21) est un contrôleur sous-optimal stabilisant le système de manière interne et vérifiant :

$$\|F_L(P, K)\|_\infty < \gamma \quad (2.82)$$

Rappelons que $F_L(P, K)$ est la matrice de transfert du système nominal en boucle fermée, entre les entrées exogènes et les sorties contrôlées comme le montre l'interconnexion de la figure (2.22). Nous devons extraire, de H , la matrice de transfert P correspondante. On obtient donc

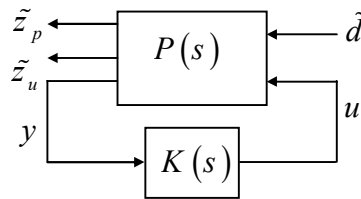


Fig. 2.22 – Schéma-bloc du problème mis sous forme standard

$$P = \begin{bmatrix} -271.2091 & 0 & 0 & 15.1515 \\ 14.1374 & -0.2000 & 14.1374 & 0 \\ 0.6667 & 14.1374 & 0.6667 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.0100 \\ -1.0000 & 0 & -1.0000 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.83)$$

Le calcul proprement dit de la loi de commande est obtenu en appliquant l'algorithme de Glover-Doyle. Celui-ci fournit un contrôleur sous-optimal $K(s)$ de réalisation minimale suivante :

$$K(s) = \left[\begin{array}{cc|c} -6.1085e+005 & -1.2853e+007 & 0 \\ \hline 3.5527e-015 & -2.0000e-001 & -1.3974 \\ -4.0769e+005 & -8.5818e+006 & 0 \end{array} \right] \quad (2.84)$$

De fonction de transfert:

$$K(s) = 11992499.9954 \frac{(s + 271.2)}{(s + 6.109 \cdot 10^5)(s + 0.2)} \quad (2.85)$$

Pour lequel le système bouclé assure une norme \mathcal{H}_∞ égale à :

$$\gamma_{so} = 0.6953$$

2.4.2 Analyse du système bouclé

a. Réponse fréquentielle du contrôleur

La figure (2.23) montre la réponse fréquentielle du contrôleur présentant un gain élevé en basses pulsations, assurant ainsi une bonne précision statique. Pour assurer la robustesse du système bouclé vis-à-vis de l'effet des dynamiques hautes fréquences négligées dans le modèle de synthèse, le gain a été forcé à chuter dans le domaine de fréquences au delà de la bande passante du système bouclé.

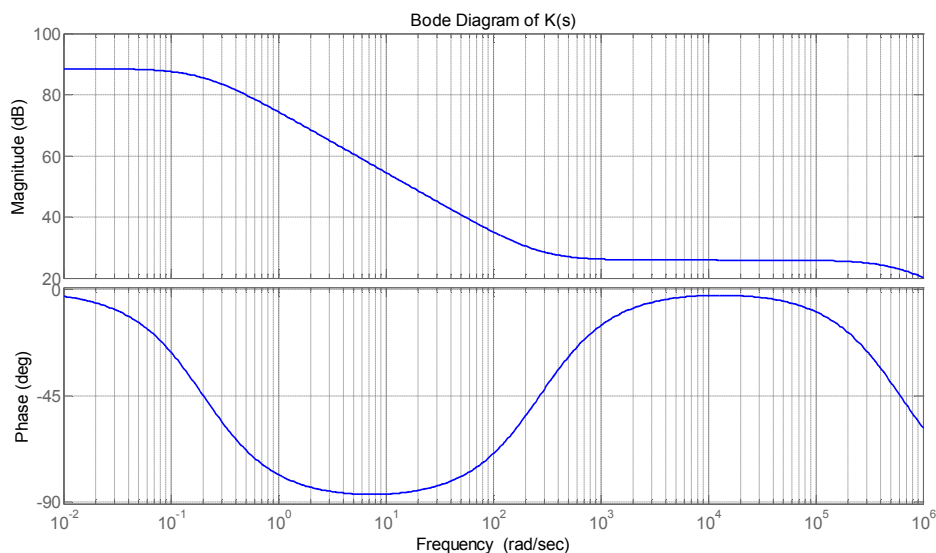


Fig. 2.23 – Réponse fréquentielle du contrôleur

b. Réponse fréquentielle de la boucle ouverte corrigée

La figure (2.24) présente la réponse fréquentielle de la boucle ouverte corrigée.

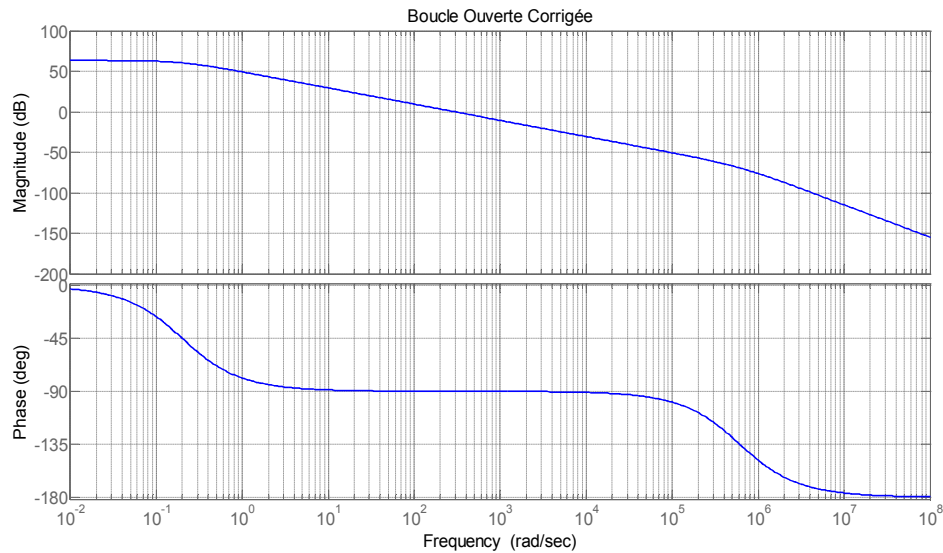


Fig. 2.24 – Réponse fréquentielle de la boucle ouverte corrigée

c. Valeur singulière du système bouclé

Dans ce paragraphe, la méthode μ -analyse présentée ci-dessus, est appliquée sur le système de contrôle du courant i_{sq} . Afin d'analyser le comportement du système, bouclé avec le contrôleur synthétisé, on utilise la fonction de transfert suivante :

$$T_{zw}(s) = F_L(P, K) \quad (2.86)$$

Le tracé des valeurs singulières du système bouclé est donné ci-dessous. On constate qu'il n'y a qu'une seule valeur singulière (non nulle) pour chaque fréquence.

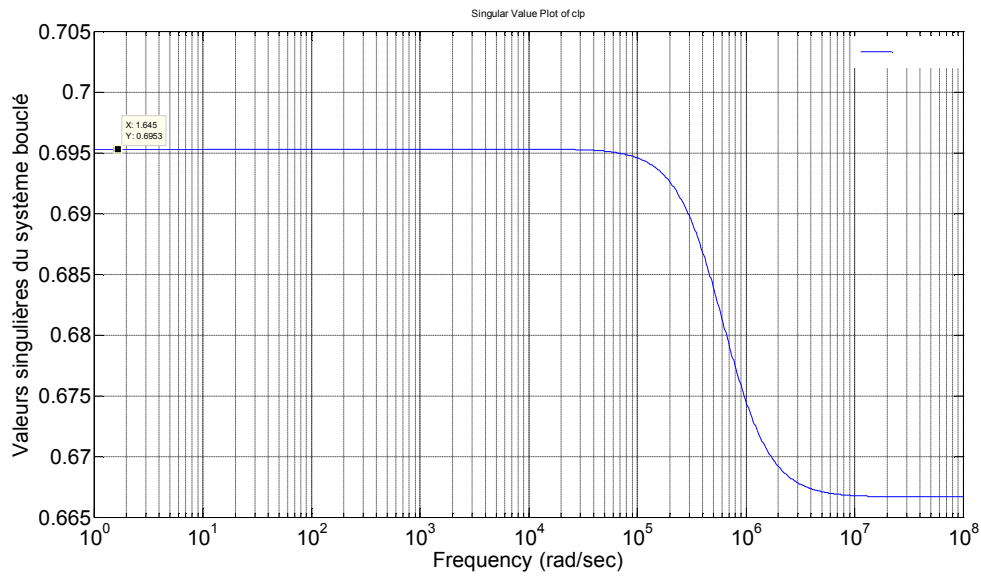


Fig. 2.25 – Valeurs singulières du système bouclé

d. fonction de sensibilité et son gabarit

En se référant à la figure (2.25), on constate que le critère de performance (2.79) est vérifié. Ce qui implique la contrainte suivante :

$$\left\| W_p (I + G_{sq} K)^{-1} \right\|_{\infty} < \gamma \quad (2.87)$$

Les figures (2.26) à (2.28) en témoignent. Elles représentent, respectivement, la comparaison de la fonction de sensibilité S du système nominal, du système incertain et du système pire-cas avec le gabarit fréquentiel.

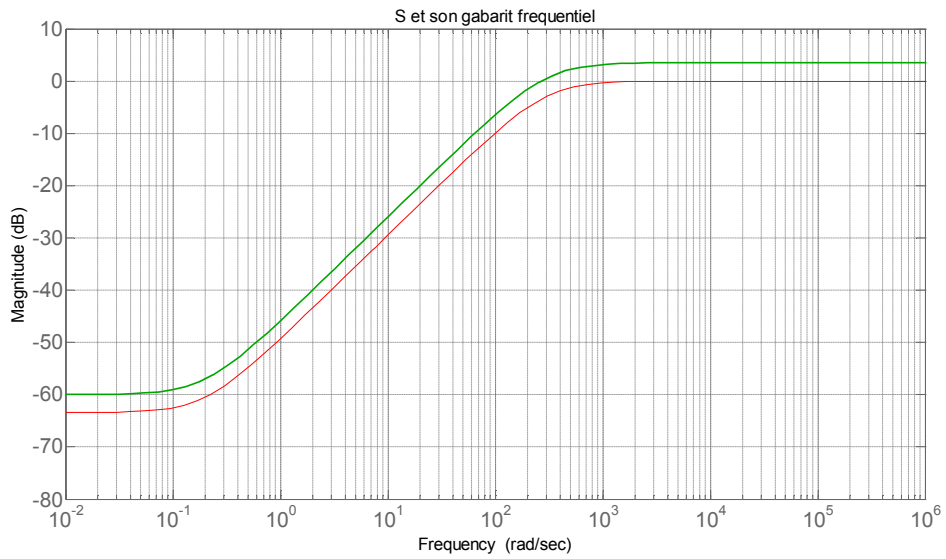


Fig. 2.26 – Tracé de $|S(j\omega)|$ et de $|1/W_p(j\omega)|$

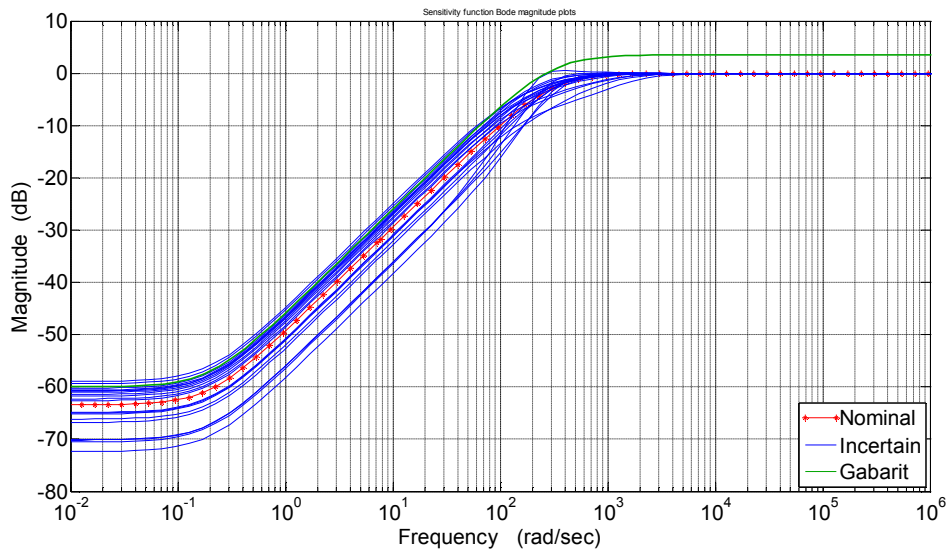


Fig. 2.27 – Tracé de $|S(j\omega)|$ pour un système incertain

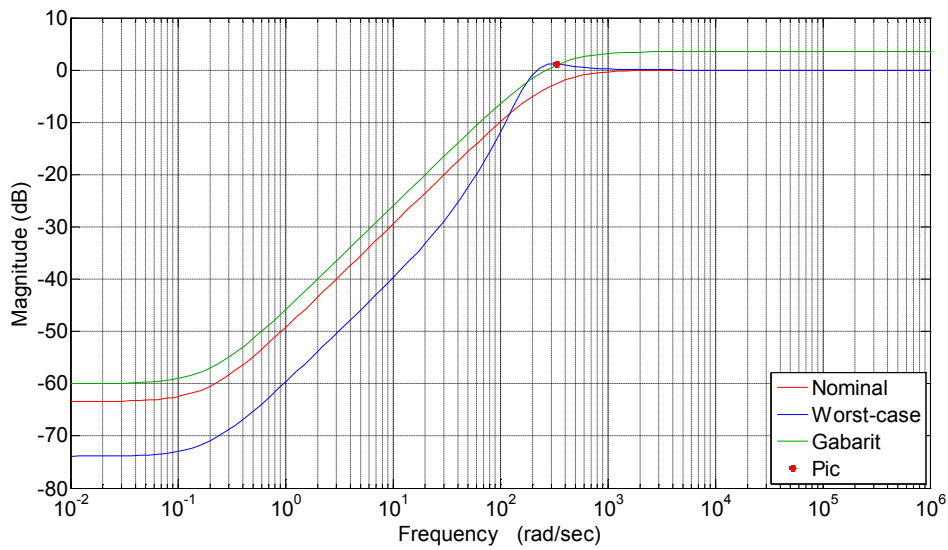


Fig. 2.28 – Tracé de $|S(j\omega)|$ pour le système pire-cas

e. Analyse de la robustesse en stabilité par la ssv

Comme le système est entaché d’incertitudes structurées, nous utilisons la méthode μ -analyse pour vérifier la robustesse en stabilité et en performance. La matrice de transfert en boucle fermée N peut être obtenue à partir de l’interconnexion en boucle ouverte H en effectuant le produit de Redheffer $S(H, K)$ [52].

$$N = \begin{bmatrix} -2.7121e+002 & 0 & -6.1771e+006 & -1.3003e+008 & -0.7 & -10.606 & 0 \\ 1.4137e+001 & -0.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 14.137 \\ 0 & 0 & -6.1085e+005 & -1.2853e+007 & 0 & 0 & 0 \\ 1.3974 & 0 & 3.5527e-015 & -2.0000e-001 & 0 & 0 & 1.3974 \\ \hline -2.7121e+002 & 0 & -6.1771e+006 & -1.3003e+008 & -0.7 & -10.606 & 0 \\ 1.7900e+001 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6.6667e-001 & 14.137 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.66667 \\ \hline 0 & 0 & 4.0769e+003 & 8.5818e+004 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.88)$$

On partitionne N en quatre sous-matrices, comme suit :

$$N = \begin{bmatrix} M & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{bmatrix} \quad (2.89)$$

Le test ssv pour s'assurer de la robustesse en stabilité est effectué en considérant la réponse fréquentielle du premier bloc-diagonal M de dimension 2×2 [18] [52] [54] [29]. Précisons que l'on a introduit une incertitude complexe pour améliorer la convergence de l'algorithme de calcul de la ssv [52] [55]. Le système bouclé est mis sous la forme d'une LFT, comme indiqué à la figure (2.29).

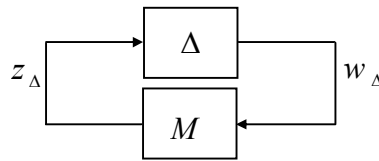


Fig. 2.29 – Analyse de la robustesse en stabilité

Les réponses fréquentielles des bornes supérieures et inférieures de μ sont représentées sur la figure (2.30). Elle nous renseigne sur la robustesse en stabilité du système bouclé.

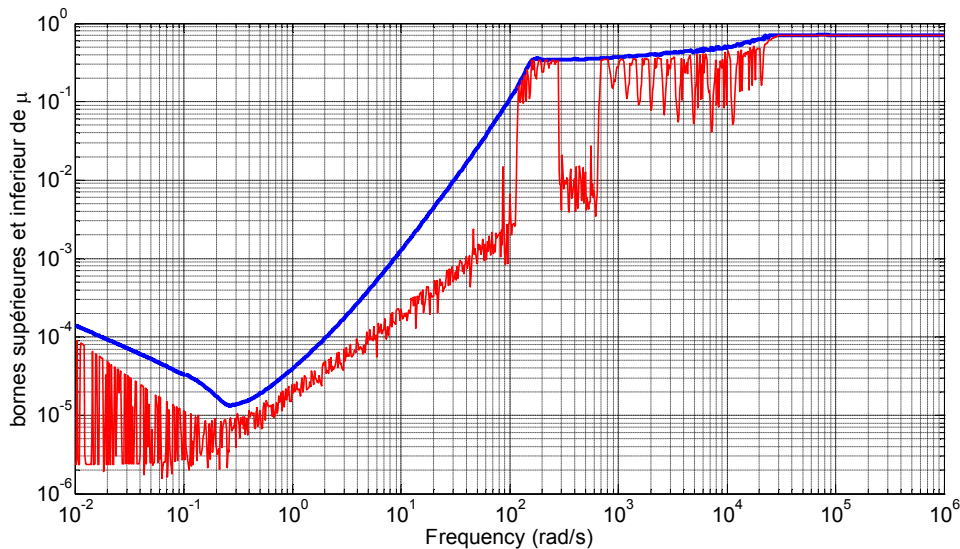


Fig. 2.30 – Analyse de la robustesse en stabilité

Le maximum de la borne supérieure $\mu_{\Delta}^{\text{sup}}(M) = 0.71007$. Ce qui confirme la robustesse en stabilité. De plus, le système reste stable pour toutes perturbation structurée dont la norme ne dépasse pas 1.4083.

f. Analyse de la robustesse en performance par la \mathcal{H}_∞

La performance nominale du système bouclé avec le contrôleur $K(s)$ est analysée à partir de la réponse fréquentiel du bloc de transfert N_{22} . La performance nominale est assurée si et seulement si : $\bar{\sigma}(N_{22}(j\omega)) < 1, \forall \omega \in \mathbb{R}$. On obtient alors le tracé représenté figure (2.31).

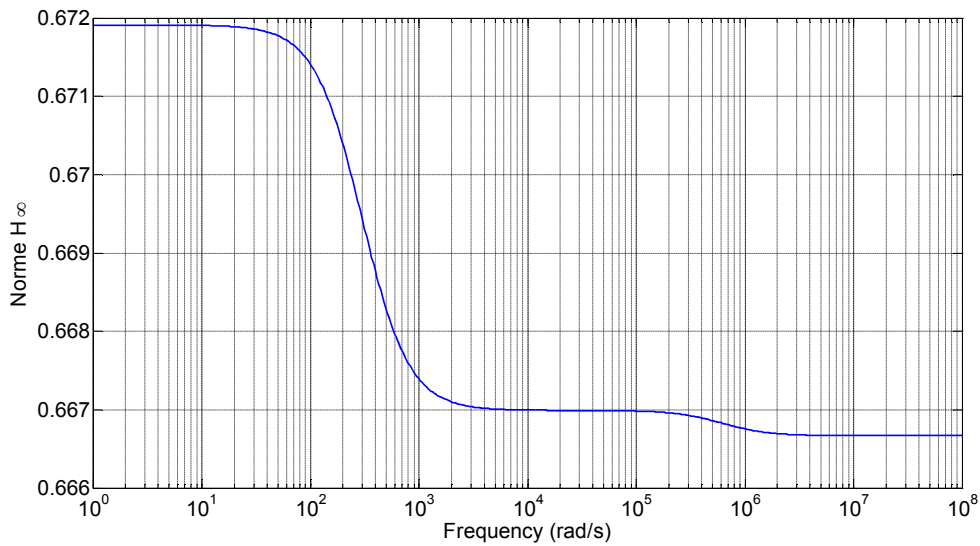


Fig. 2.31 – Analyse de la performance nominale

Pour la μ -analyse de la robustesse en performance du même système bouclé, la structure du bloc doit être constituée d'un bloc d'incertitude de dimension 2×2 et d'un bloc de performance de dimension 1×2 [29][52].

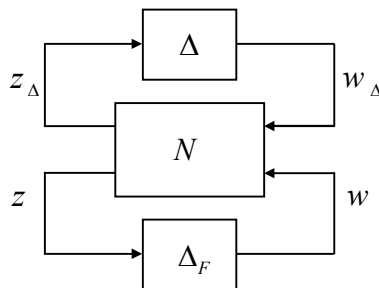


Fig. 2.32 – Analyse de la performance nominale et de la robustesse en performance

$$\Delta_p = \left\{ \begin{bmatrix} \Delta & 0 \\ 0 & \Delta_F \end{bmatrix} : \Delta \in \mathbb{R}^{2 \times 2}, \Delta_F \in \mathbb{C}^{I \times 2} \right\} \quad (2.90)$$

De même, la figure (2.33), montre le tracé de la borne supérieure et la borne inférieure de la ssv . Elle nous renseigne sur la robustesse en performance.

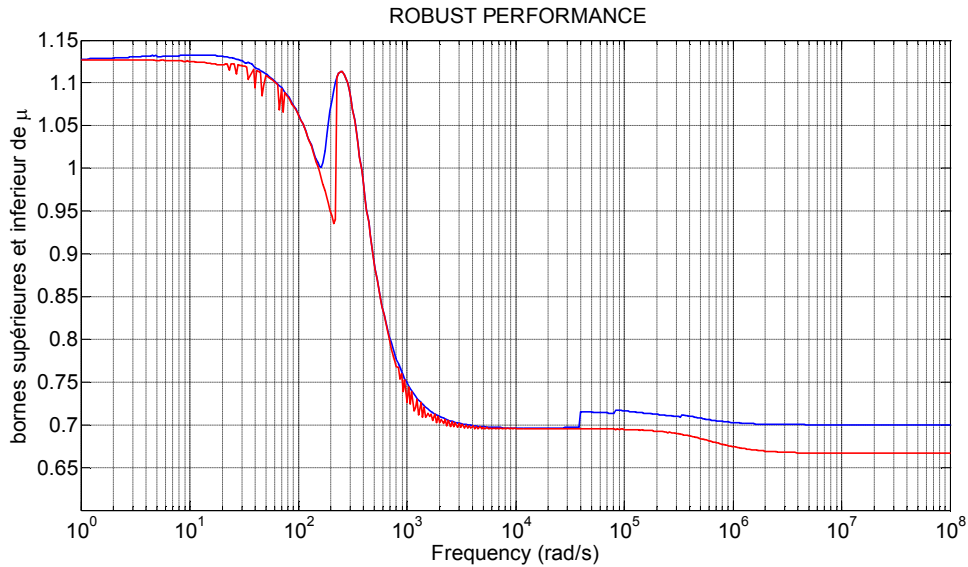


Fig. 2.33 – Analyse de la robustesse en performance

La réponse fréquentielle, figure (2.31) présente un maximum de l'ordre de 0.6719, tandis que la borne supérieure de la ssv , figure (2.33) présente un maximum dépassant l'unité, on en conclut qu'avec le contrôleur $K(s)$ synthétisé, on obtient bien la performance nominale. La robustesse en performance n'étant pas satisfaite, elle n'est garantie que pour des incertitudes d'au plus égales à $1/1.133$. On est amené à limiter la taille de la matrice d'incertitude Δ à $\|\Delta\|_\infty \leq 0.8826$

g. Réponses à une référence et à une perturbation

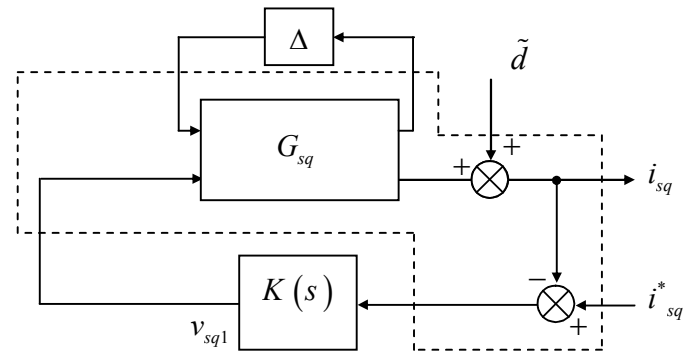


Fig. 2.34 – La structure du système en boucle fermée

Les réponses transitoires du système nominal à une entrée de référence i_{sq}^* et à une entrée de perturbation \tilde{d} ont des allures représentées figure (2.35).

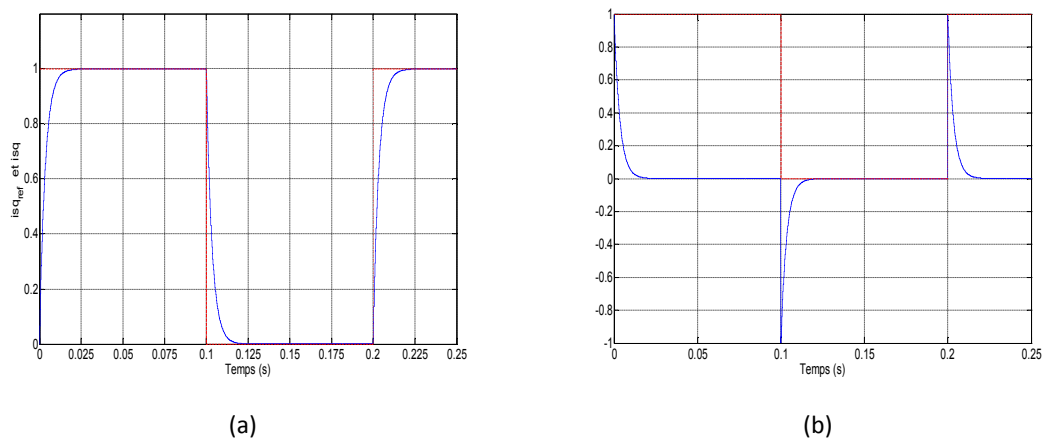


Fig. 2.35 – Réponse transitoire : (a) à un échelon de référence et (b) à une entrée de perturbation

On constate que le temps de montée $t_r = 0.01536 s$ et le temps de réponse $t_s = 0.01997 s$.

Les réponses transitoires du système nominal, du système incertain et du système pire-cas, à une entrée de perturbation ont les allures représentées figure (2.36) et (2.37).

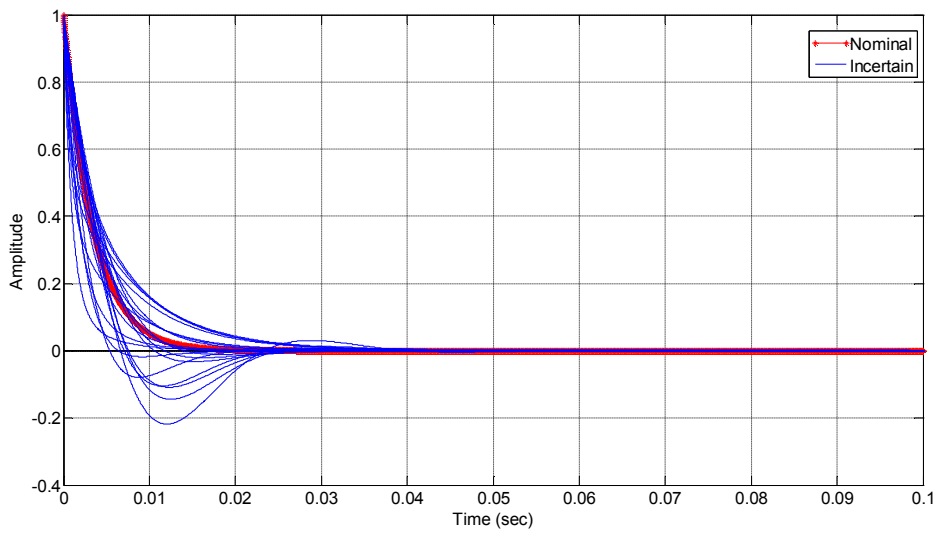


Fig. 2.36 – Réponse transitoire à une entrée de perturbation

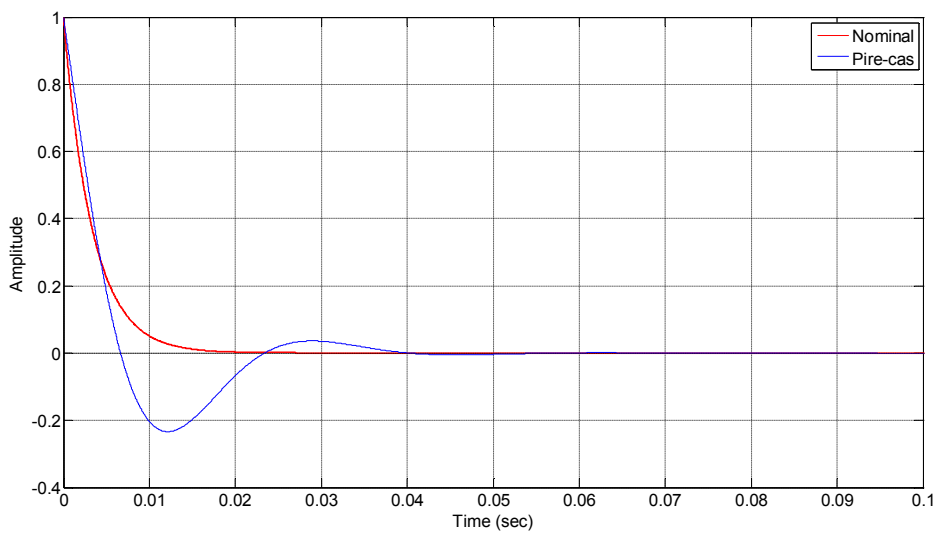


Fig. 2.37 – Réponse transitoire à une entrée de perturbation

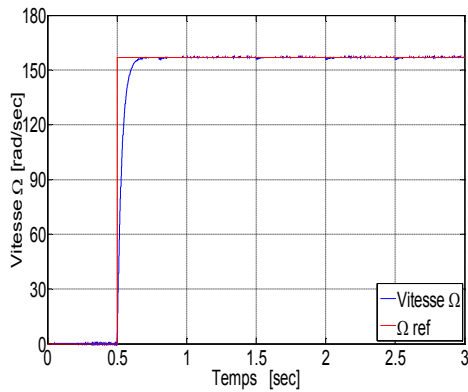
2.5 Essais de simulation

Dans cette section, différents régimes transitoires, à vide et en charge, ont été simulés numériquement: application de consignes de vitesse en échelons, fonctionnement à

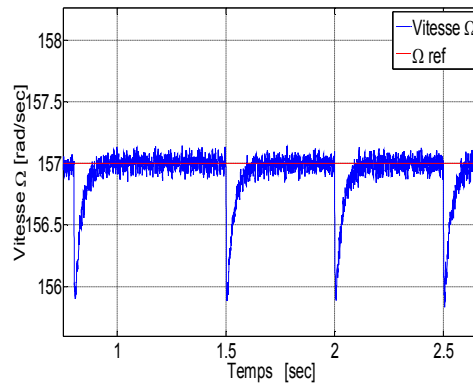
faible vitesse, changements de sens de rotation, introduction de perturbations de charge et variations paramétriques. Les résultats de simulations exposés permettent d'apprécier l'apport de la commande \mathcal{H}_∞ pour le système d'entraînement à base de moteur à induction.

La simulation, en supposant que les paramètres électriques de la machine sont parfaitement identifiés, a donné les résultats illustrés sur la figure (2.38) et (2.39):

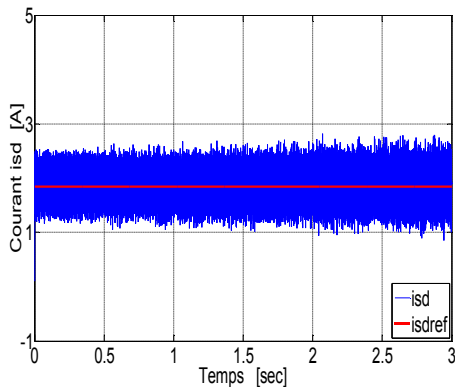
2.5.1 Démarrage à vide, application d'un couple de charge variable



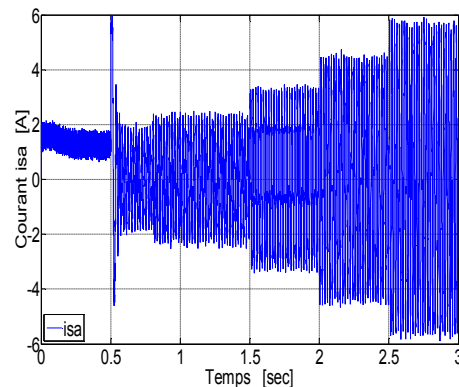
(a)



(b)



(c)



(d)

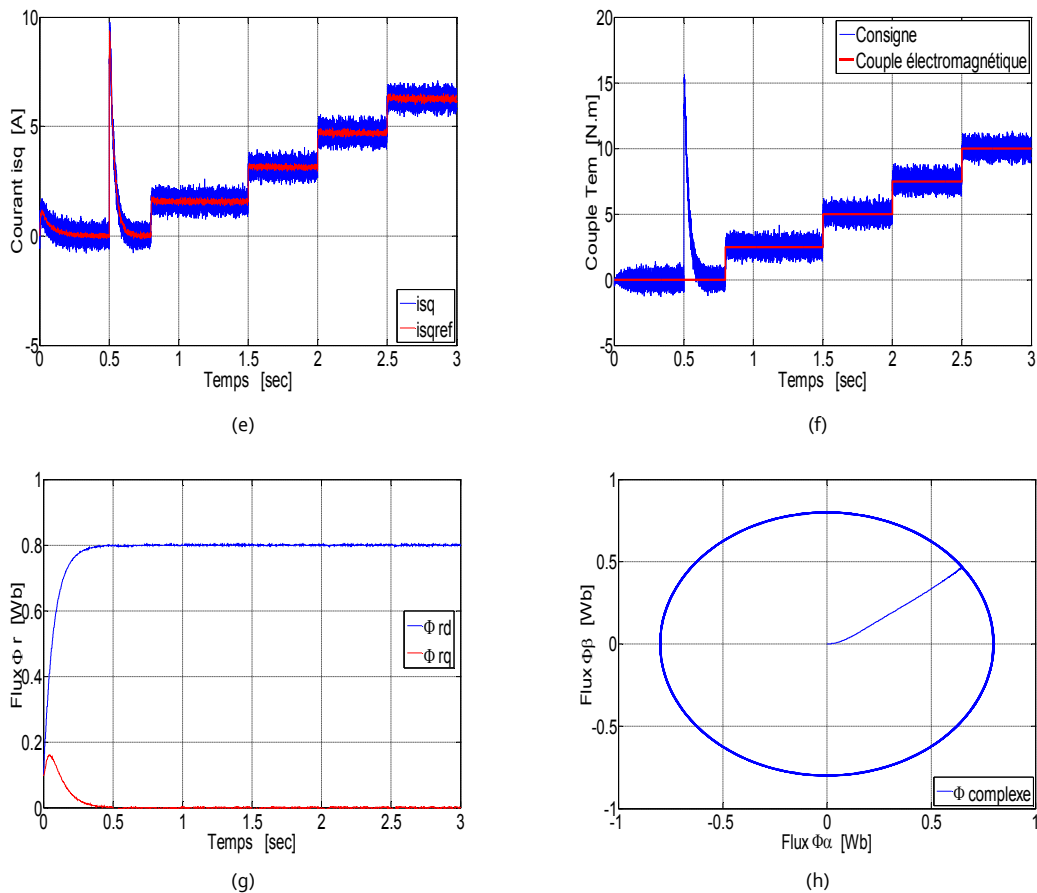
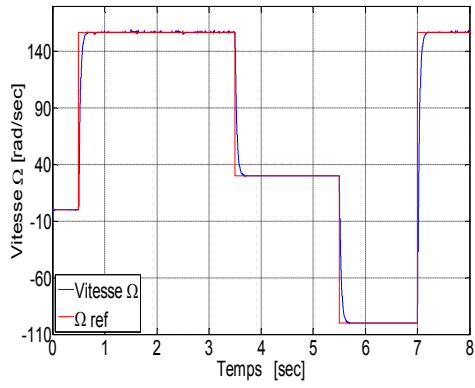


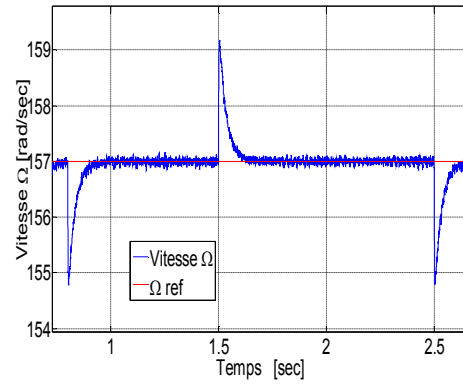
Fig. 2.38. Résultats de simulation : vitesse, courants statoriques, couple et flux rotoriques

Nous remarquons dans la figure (2.38) que la vitesse est apériodique et que le système de commande assure une réjection de perturbations acceptable. Le couple suit précisément sa consigne avec une dynamique rapide. Les deux composantes du flux rotorique ne sont pas affectées par le changement en escalier de la consigne de couple. Le découplage est donc maintenu.

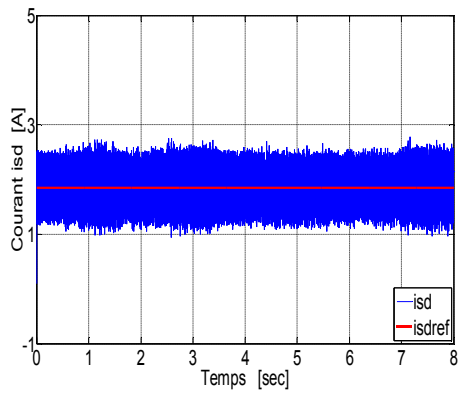
2.5.2 Fonctionnement en faible vitesse et inversion de rotation



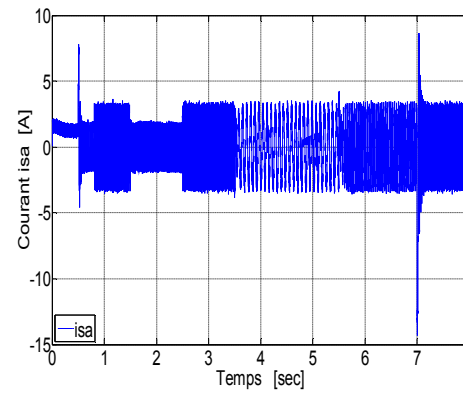
(a)



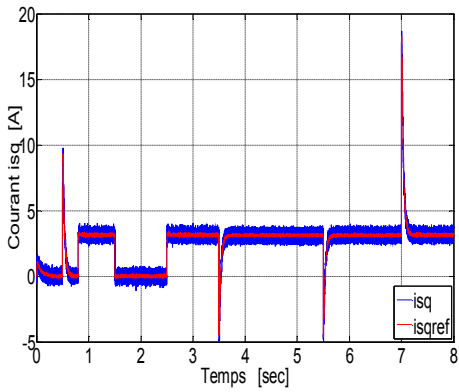
(b)



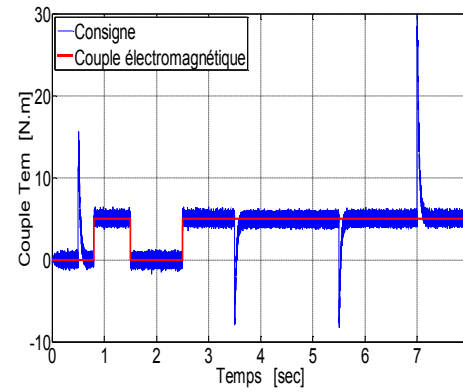
(c)



(d)



(e)



(f)

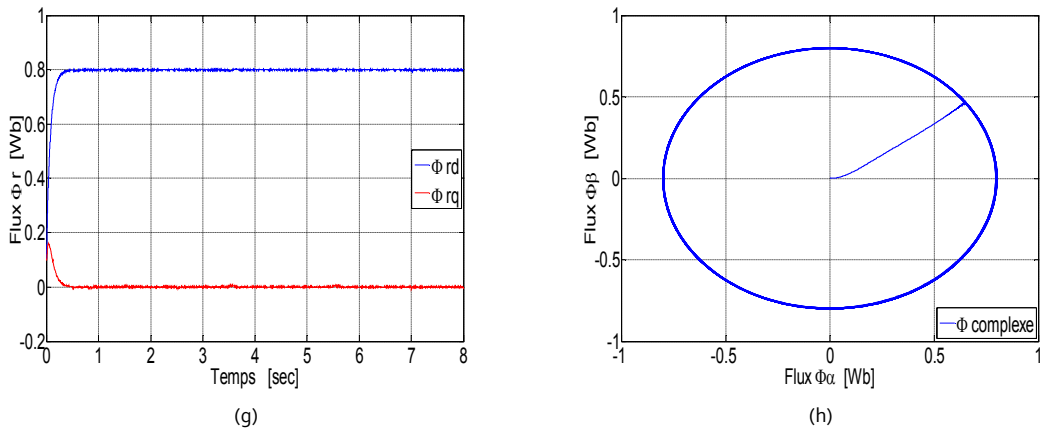
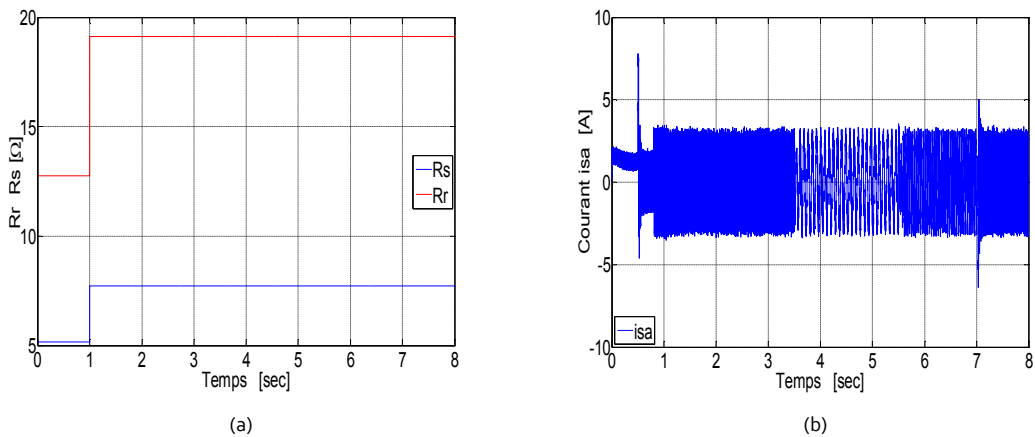


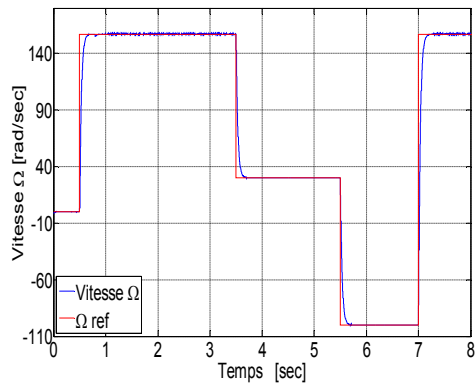
Fig. 2.39. Résultats de simulation : vitesse, courants statoriques, couple et flux rotoriques

L'allure de la vitesse nous montre que le système de commande assure une bonne poursuite de la consigne sans dépassement ni erreur statique et également, une bonne régulation. Le couple suit correctement sa consigne. On note, Des pics de couple transitoire qui apparaissent aux moments du changement de la consigne de vitesse. La stabilisation, aux valeurs souhaitées, des deux composantes du flux rotorique, témoigne du bon maintien du découplage entre le flux et le couple.

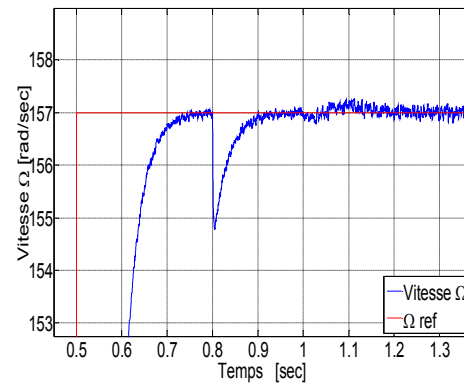
2.5.3 Variations des paramètres de la MI (résistances électriques)

La figure (2.40) montre le comportement du système de commande lors d'une variation brusque de 50%, générée par l'effet thermique, des résistances rotorique et statorique.

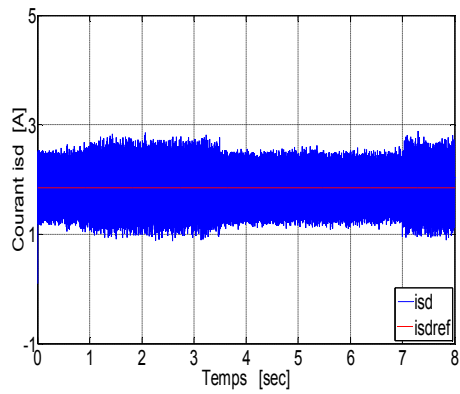




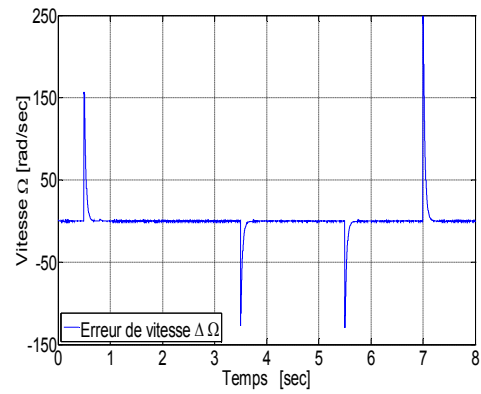
(c)



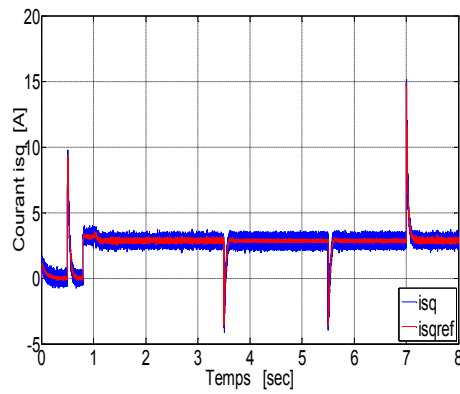
(d)



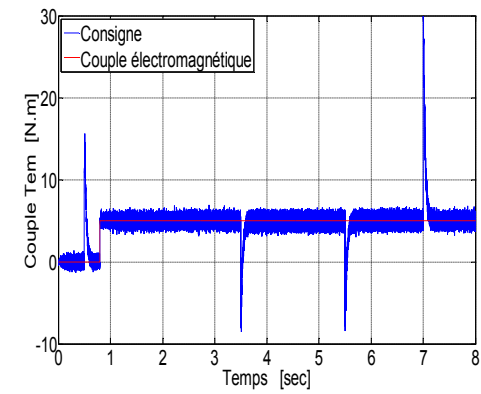
(e)



(f)



(g)



(h)

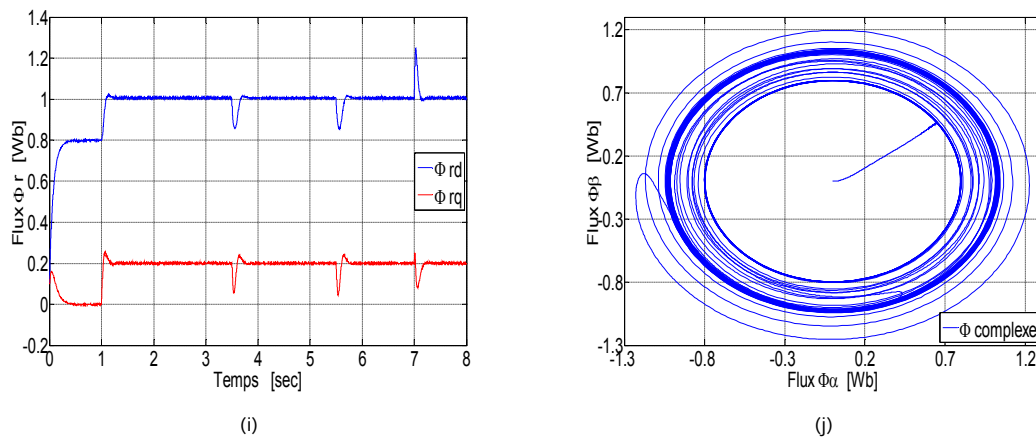


Fig. 2.40. Résultats de simulation lors d'une variation brusque et simultanée des résistances rotorique et statorique

Dans cette simulation, nous avons mis en évidence, les effets que peut provoquer la variation des résistances rotorique et statorique de la machine, dans le cadre d'une IFOC, sur les performances du système de commande et de son efficacité. On constate une augmentation du niveau du flux sur les deux axes.

La connaissance précise de ces paramètres, à tout instant, en les estimant en temps réel, et en les mettant à jour dans la commande, peut contribuer à la désensibilisation de la IFOC et donc à l'amélioration des performances.

On constate tout de même, une amélioration appréciable, apportée par les contrôleurs mis en œuvre, par rapport aux contrôleurs conventionnels.

2.6 Conclusion

Ce deuxième chapitre a servi d'introduction au domaine lié à notre étude. Dans sa première partie, les principes théoriques de la synthèse de lois de commande robustes par l'approche fréquentielle \mathcal{H}_∞ ont été décrits. La représentation standard du problème \mathcal{H}_∞ a été introduite. Ce formalisme permet d'exprimer de façon propre la grande majorité des objectifs de commande. Des hypothèses ont été supposées afin que le problème \mathcal{H}_∞ standard puisse être résolu par l'algorithme de Glover-Doyle. Cet

algorithme permet une synthèse rapide de loi de commande en mettant à profit la puissance de calcul disponible actuellement. Le système en boucle fermée est donc stable et vérifie un certain nombre de spécifications de performance.

Dans la seconde partie, les principes théoriques de base de l'analyse de la robustesse ont été décrits. Dans la littérature, les incertitudes sont généralement classées en deux grandes familles : les incertitudes non structurées et les incertitudes structurées. Nous avons abordé le problème de leur représentation par le moyen de la LFT, où nous avons modélisé le système incertain par un système nominal connecté à une matrice de perturbation en rétroaction. Pour les incertitudes non structurées, l'analyse est basée sur l'utilisation du théorème du petit gain qui s'avère trop pessimiste, mais dont la présentation est une première approche. Pour les incertitudes structurées, la valeur singulière structurée en tant que nouvel outil d'analyse plus approprié a été exposée.

Dans la dernière partie de ce chapitre, la méthodologie de synthèse de contrôleurs robustes \mathcal{H}_∞ , a été appliquée au cas de la commande de la MI. Des contrôleurs pour la régulation des courants ont été synthétisés et les grandes étapes de synthèse ont été décrites. L'étude de la robustesse de la commande a été effectuée par une μ -analyse, en présence d'incertitudes de modélisation. Des résultats de simulation sur la machine considérée ont été présentés. Ces résultats sont tout à fait satisfaisants. Ils montrent l'efficacité de la technique robuste \mathcal{H}_∞ proposée et valident l'étude théorique, ce qui nous permet d'envisager son implantation sur un banc d'essais.

Chapitre 3

Implémentation des contrôleurs \mathcal{H}_∞

3.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons tester, dans un contexte réaliste, les algorithmes de commande établis. Nous présentons l'environnement matériel et logiciel dans lequel l'implantation et l'expérimentation des lois de commande seront réalisées. Nous présentons et discutons les résultats expérimentaux obtenus en les comparant aux résultats de simulation.

3.2 Présentation du banc d'essais

Pour la mise en œuvre expérimentale de lois de commande, un banc d'essais a été conçu au laboratoire LSPIE à l'université de Batna en utilisant le matériel mis à notre disposition.

Le banc d'essais, dont la photo est montrée par la figure (3.7), est constitué de parties essentielles suivantes :

3.2.1 Partie "puissance"

- Une machine à induction d'une puissance de $0.9 kW$, dont les caractéristiques sont données en annexe A.

- Le convertisseur statique alimentant la machine est un onduleur de tension, SEMIKRON, $4kW$, à base de composants de haute fréquence de découpage (transistors IGBT).
- La machine est accouplée à une charge mécanique constituée d'un frein électromagnétique à poudre.
- Un autotransformateur (0-450V entre phases) permet d'ajuster le niveau de tension sur le bus continu en sortie du pont redresseur à diodes. La commande des bras de pont est réalisée par modulation de largeur d'impulsion (SV- PWM), dont la fréquence de découpage choisie est de 3 kHz.

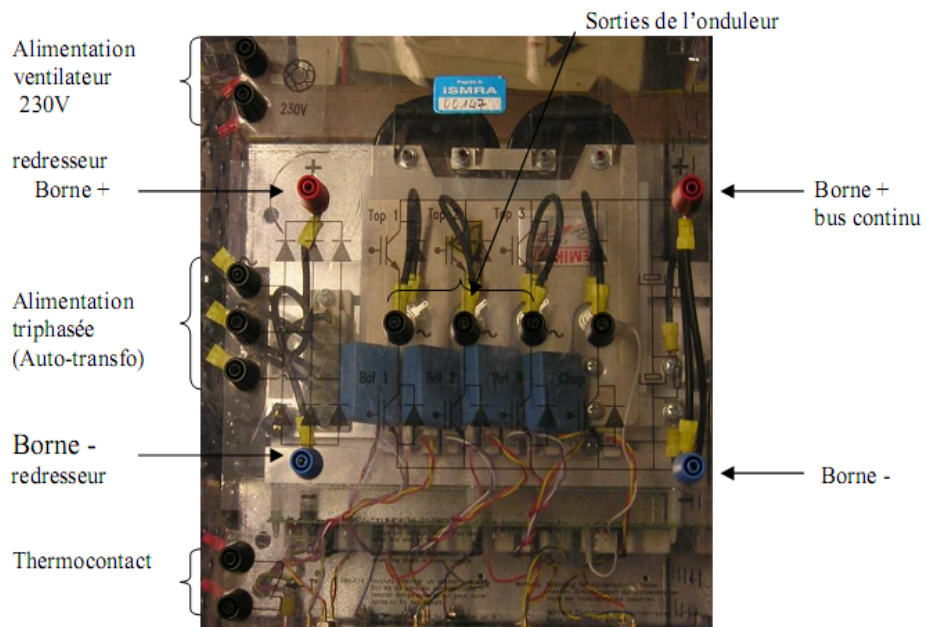


Fig. 3.1 – Photo montrant une vue de dessus de l'onduleur triphasé

3.2.2 Partie " commande "

- La partie commande est fondée sur la carte dSPACE® DS1103 qui possède son propre processeur : le Motorola PowerPC 604 e – 400/333 Mhz, permettant de gérer l'application, et un DSP : le TMS320F240 de Texas Instruments spécialement conçu pour le contrôle des convertisseurs statiques de puissance

en générant les signaux de commande MLI en logique TTL. La carte DS1103 est implantée dans un PC qui sert d'interface Homme-Machine et constitue la partie "hardware" de dSPACE®.

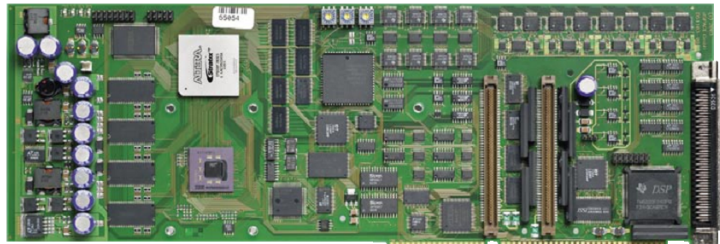


Fig. 3.2 – Photo montrant la carte dSPACE® DS1103

elle possède aussi un certain nombre d'interfaces pour codeurs incrémentaux, des sorties PWM, des entrées ADC (CAN) ou encore des sorties DAC (CNA).

- La partie "software" se compose, quant à elle, de deux logiciels. Le premier, Matlab/Simulink®, permet une programmation aisée de l'application temps réel sous Simulink par utilisation de blocs spécifiques (appartenant à la "Real Time Interface (RTI) toolbox ", permettant de configurer les entrées/sorties de la carte DS1103. Le second logiciel, *ControlDesk*, possède une GUI interactive, qui permet l'acquisition de données et la modification en temps réel des structures et/ou des paramètres de l'algorithme. Le Real-Time Workshop de Matlab est capable de générer automatiquement un fichier objet à partir du modèle *Simulink*. Ce fichier est ensuite implanté dans la mémoire de la carte DS1103. Celle-ci reçoit du processus à commander, les informations nécessaires et fournit les signaux de pilotage de l'onduleur.

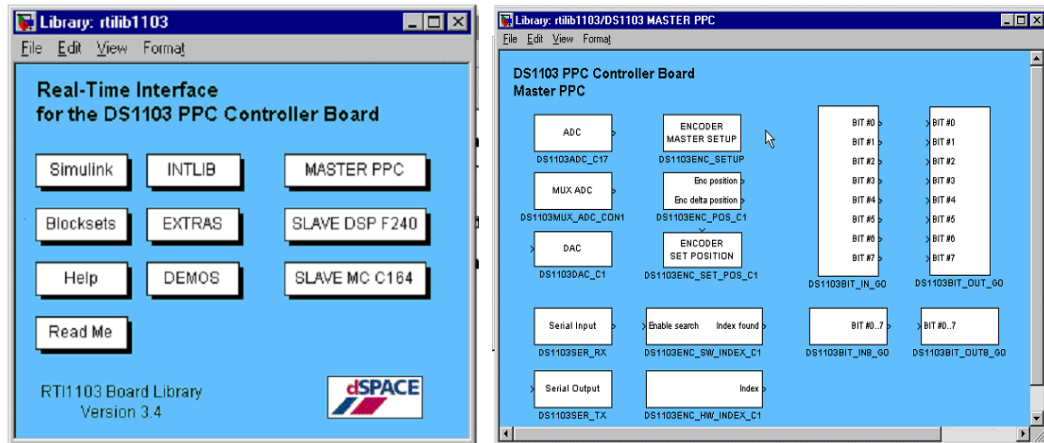


Fig. 3.3 – Photos montrant la librairie de la RTI

3.2.3 Partie " mesures "

L'échange d'informations entre les deux parties décrites ci-dessus s'effectue par l'intermédiaire d'un boîtier externe de raccordement (CP1103), relié à la carte via un câble blindé. L'environnement de mesures comporte :

- Une carte d'acquisition associée aux capteurs de courant LEM-LA 25-NP et de tension LEM-LV 25-P à effet Hall pour la mesure des courants et tensions statoriques ;
- Une dynamo tachymétrique est monté sur l'axe des machines et permettant de capter la vitesse de rotation et de l'envoyer directement sur le port parallèle de la carte CP1103.

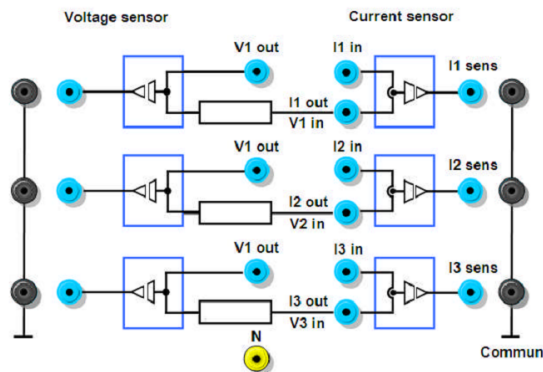


Fig. 3.4 – Carte d'acquisition associée aux capteurs de courant et de tension

Le schéma synoptique de la figure (3.5) illustre la constitution du banc d'essais.

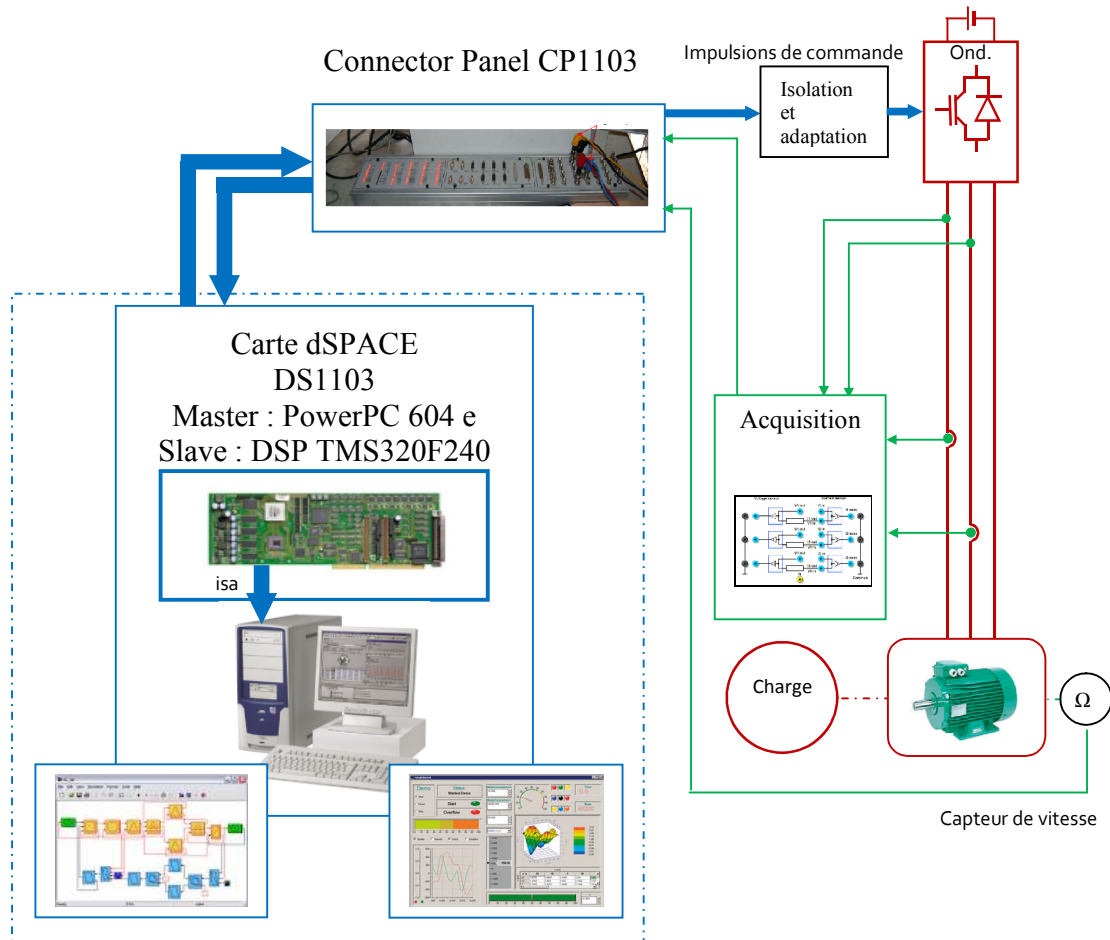


Fig. 3.5 – synoptique du banc d'essais.

Dans cette implémentation, les blocs Real Time Interface (RTI) pour Simulink sont insérés à la place du modèle du moteur.

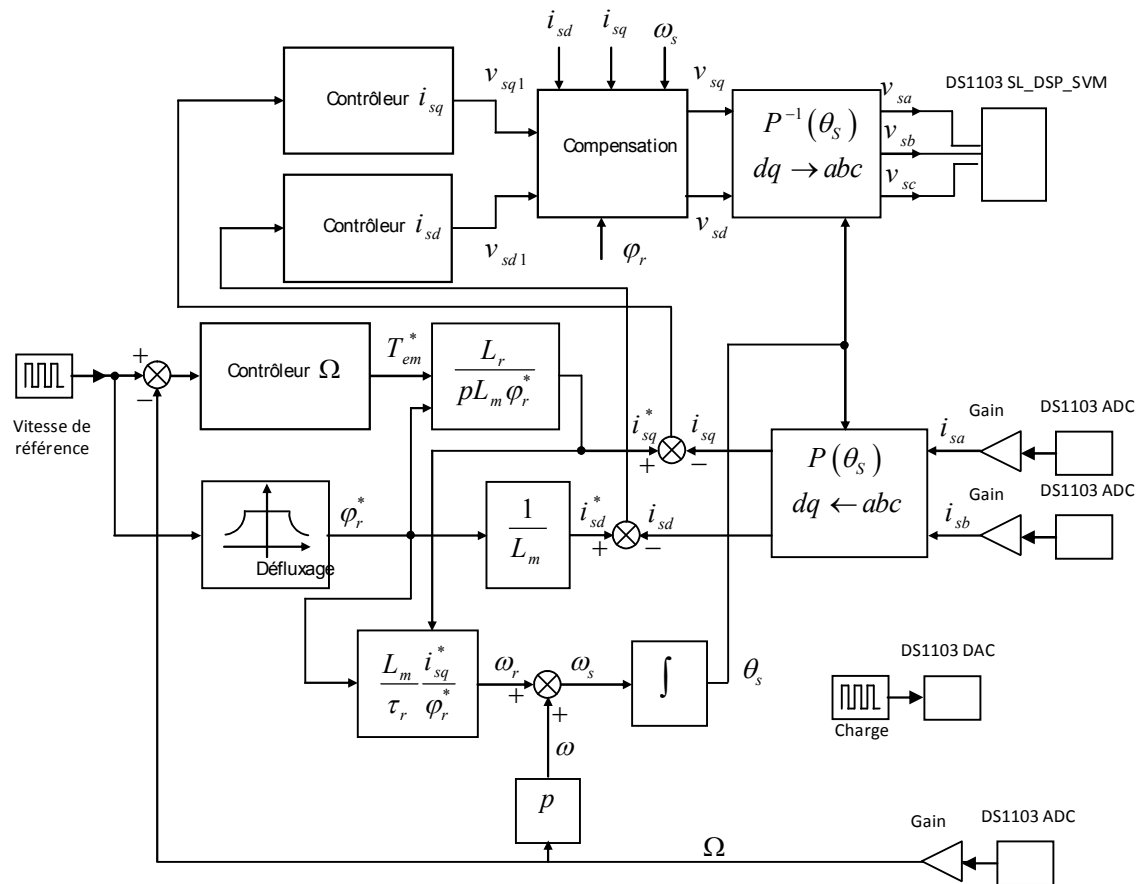


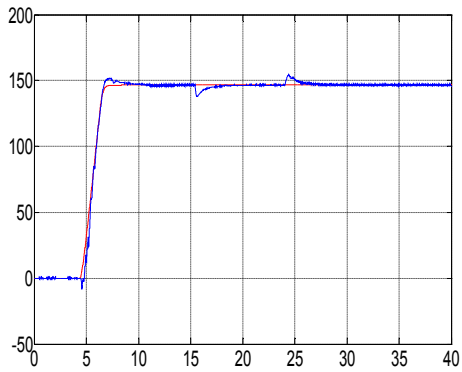
Fig. 3.6 – schéma d’implantation dans dSPACE



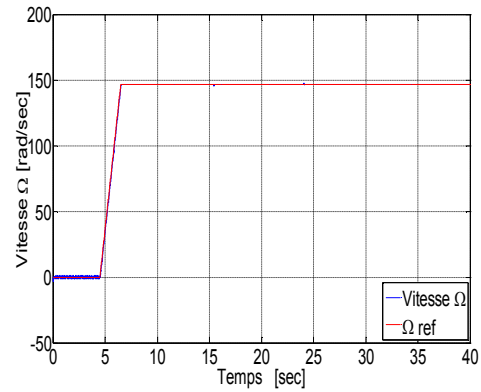
Fig. 3.7 – Photo montrant les éléments essentiels constituant le banc d’essais

3.3 Résultats expérimentaux

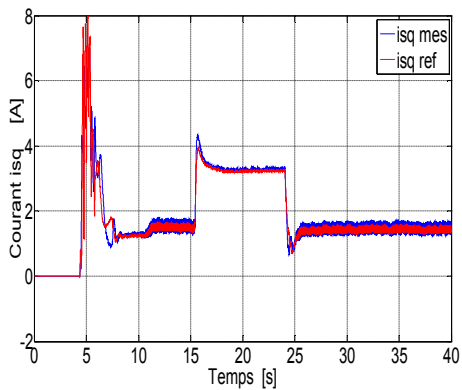
L'implantation des lois de commande est réalisée sur le banc d'essais décrit ci-dessus. Quelques résultats des essais expérimentaux sont illustrés par les figures suivantes :



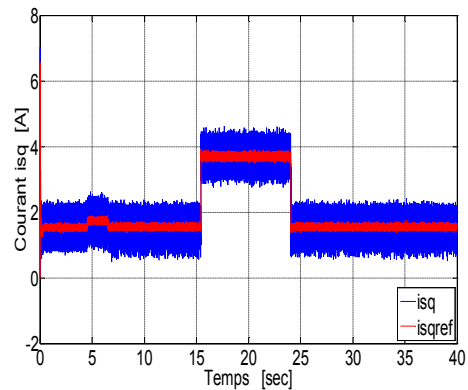
(a)



(b)



(c)



(d)

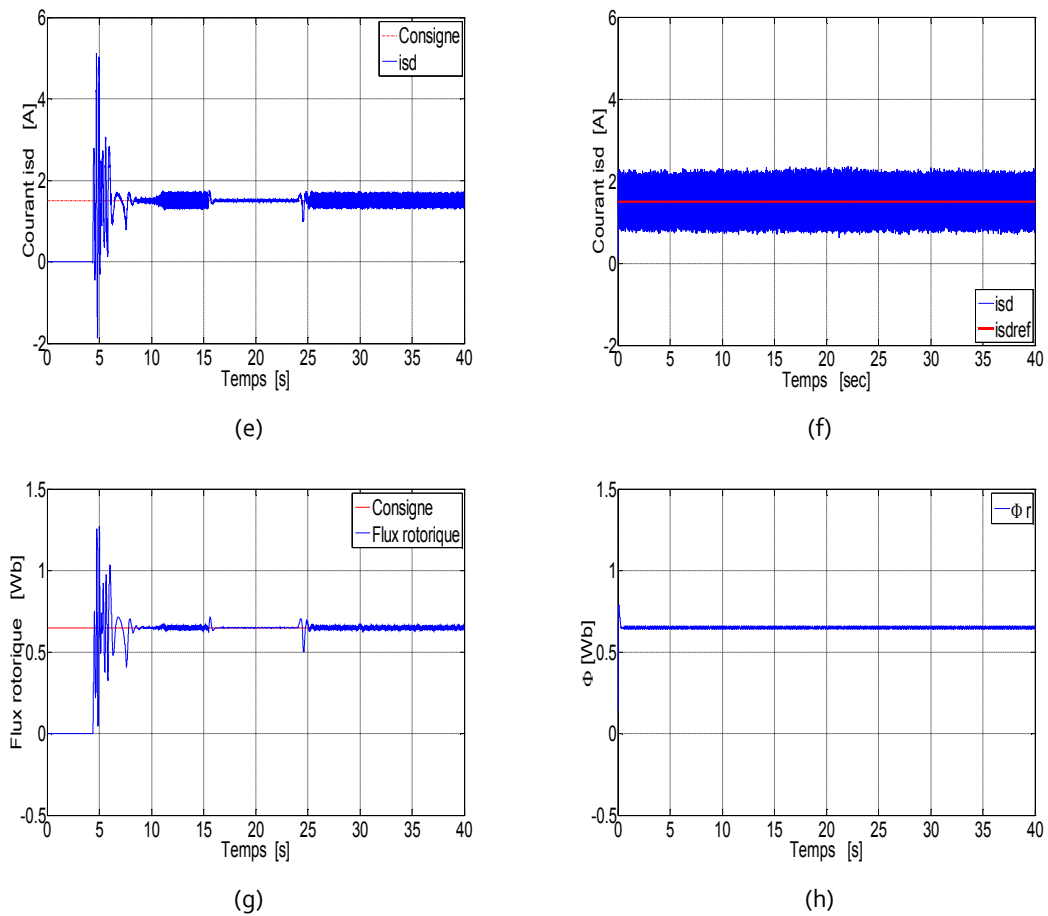


Fig. 3.8 – Résultats expérimentaux (à gauche) et de simulation (à droite) : Vitesse, courants statoriques et flux rotorique

Du résultat présenté sur la figure (3.8-a), nous concluons que la qualité de contrôle de la vitesse est satisfaisante. En effet, on remarque une bonne poursuite de la consigne avec un léger dépassement mais sans erreur statique et un temps de réponse acceptable. Les perturbations de charge, introduites, sont rapidement rejetées.

En examinant les figures (3.8-c) et (3.8-e), qui mettent en œuvre, respectivement, la composante de courant statorique produisant le couple et la composante produisant le flux et leurs références respectives, on remarque qu'elles sont presque confondues.

Nous remarquons d'après la figure (3.8-g), que là encore les courbes représentant le flux rotorique et sa référence sont superposées. On note tout de même une légère perturbation au niveau du flux lors de la charge et décharge de la machine.

Si l'on compare les résultats expérimentaux aux résultats de simulation, on voit qu'ils sont assez proches. On note toutefois quelques différences, en particulier sur les figures : (3.8-c) et (3.8-d) où les résultats de simulation montrent une influence plus importante de l'onduleur sur le courant statorique.

3.4 Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous avons tout d'abord présenté les principaux constituants du banc d'essais qui nous a permis d'implanter l'algorithme de commande robuste \mathcal{H}_∞ et de réaliser l'essai expérimental. Nous avons ensuite présenté les quelques résultats expérimentaux obtenus. Ces résultats concordent avec ceux obtenus par simulation et sont quasi similaires, ce qui montre que l'étude théorique et de simulation sont tout à fait bonnes et validées.

Toutefois, des problèmes inhérents à toute adaptation d'un algorithme de commande simulé sur un processus réel, apparaissent : retards, saturations, variations des paramètres allongement des temps de calcul à cause de l'accroissement de la complexité des lois de commande etc. De plus, la méthode de synthèse de contrôleurs \mathcal{H}_∞ est de nature itérative où les fonctions de pondération sont obtenues empiriquement par l'essai et l'erreur, leur réglage est donc, basé sur le savoir-faire, jusqu'à l'obtention de contrôleurs donnant des résultats de simulation satisfaisant. Le problème c'est que les résultats sont moins bons lorsqu'ils sont implantés.

En dépit de ces remarques, on peut dire que le système de commande élaboré se comporte de manière satisfaisante.

Conclusion générale

Le travail présenté dans ce mémoire de thèse avait pour objectif principal la conception et l'analyse a posteriori d'une loi de commande robuste aux incertitudes. Pour résoudre le premier problème, l'approche fréquentielle communément appelée commande robuste \mathcal{H}_∞ a été utilisée. Le second problème a été traité en effectuant une μ -analyse. Celle-ci s'appuie sur la notion de valeur singulière structurée. Dans le présent travail, nous avons restreint la mise en œuvre de la technique \mathcal{H}_∞ et de la μ -analyse au cas de la machine à induction pilotée par une IFOC.

Pendant de nombreuses décennies, la machine à courant continu a constitué la seule source électromagnétique de vitesse variable en raison de sa facilité de commande. La volonté de diminution globale des coûts conduit de plus en plus à rechercher les mêmes performances avec la machine à induction dont les qualités de robustesse sont évidentes. Du fait des gros progrès obtenus ces dernières années, la commande, assez complexe, du moteur à induction peut être effectuée sans trop de difficulté.

Le premier chapitre nous a permis de présenter la modélisation dynamique du MI dans l'hypothèse de linéarité : les matrices intervenant dans le modèle et liant les flux aux courants sont à coefficient variables. Une transformation de Park a été effectuée permettant ainsi de passer d'une représentation de la machine triphasée à une machine fictive biphasée à enroulement orthogonaux. Cette machine peut être pilotée de plusieurs façons. La méthode de contrôle vectorielle par orientation du flux rotorique indirecte IRFOC, permettant d'en maîtriser la dynamique, a été retenue comme support de cette étude. Nous l'avons brièvement discutée. Le modèle adopté a été validé par simulation. L'ensemble des performances des contrôleurs conventionnels PI et IP calculées a été évalué à partir d'une simulation à l'aide du logiciel Matlab® lors du démarrage et de l'inversion de sens de rotation. L'influence de la variation de la résistance rotorique, par rapport à sa valeur nominale a été examinée. Cependant, bien

qu'elle donne des performances élevées à la machine, la IFOC présente l'inconvénient d'être peu robuste à la variation paramétrique.

Dans le deuxième chapitre, l'approche de commande \mathcal{H}_∞ standard a été introduite. Elle est réputée pour ses performances sur les processus incertains. C'est pour cette raison que nous l'avons envisagée pour notre application. Comme il s'agit d'une méthode relativement récente, certains concepts de base ont été évoqués. Le problème à traiter a été mis sous forme standard. Cette formulation permet d'une part de représenter à la fois le système à contrôler et si nécessaire, les informations sur les objectifs de synthèse (sous forme de filtres) et d'autre part, de régler le compromis entre les objectifs de stabilité et les objectifs de performances par le biais de ces filtres. La méthode de résolution utilisant la représentation d'état est basée sur la résolution de deux équations de Riccati. Nous avons également, traité un exemple de mise en œuvre avec la configuration dite 4 blocs, permettant de se faire une idée de la technique présentée et de sa flexibilité. Dans la deuxième partie, le problème de la représentation des incertitudes de modélisation par des LFTs a été abordé. Deux outils servant à l'analyse de la robustesse d'une loi de commande ont été introduits, à savoir, le théorème du petit gain et la valeur singulière structurée. Nous nous sommes intéressés plus particulièrement à la μ -analyse car elle permet l'analyse des systèmes incertains avec des incertitudes structurées. Dans la dernière partie de ce chapitre, nous avons abordé, dans un premier temps, la mise en œuvre de la technique \mathcal{H}_∞ permettant de prendre en compte un certain nombre de spécifications temporelles et fréquentielles. Cette méthodologie a été illustrée sur l'exemple de la machine à induction, où, Les contrôleurs conventionnels PI au sein des boucles internes de courant ont été remplacés par des contrôleurs \mathcal{H}_∞ . Le but étant d'améliorer les performances et la robustesse de la commande. Dans un second temps, une analyse des lois de commande obtenues a été menée. Les résultats de simulation ont permis de constater que la stabilité robuste est garantie pour le système bouclé avec le contrôleur synthétisé.

Dans le troisième chapitre, des validations expérimentales ont été réalisées pour évaluer les performances de la commande présentée. Les expérimentations ont mis en évidence de bons comportements lors des essais de démarrage à vide et de l'introduction d'une charge perturbatrice.

La stratégie de commande \mathcal{H}_∞ présentée a pour avantage la mise au point rapide de contrôleurs robustes, y compris pour des problèmes difficiles d'Automatique. Elle permet de prendre en compte, à priori et explicitement, des spécifications fréquentielles et temporelles du cahier des charge sous forme d'un critère unique à vérifier. Enfin, elle permet de traiter simplement la commande des systèmes MIMO. Cependant, la technique souffre d'inconvénients dont les principaux sont :

- Le choix des filtres de pondération s'avère un problème délicat pour une personne non expérimentée, car il n'existe pas de méthodologie permettant de les déterminer analytiquement ;
- L'ordre élevé des contrôleurs qu'elle fournit, pouvant poser des problèmes lors de leur mise en œuvre.

Cette étude a permis, la mise en œuvre, de l'approche fréquentielle \mathcal{H}_∞ dans la commande du MI et de la μ -analyse en tant qu'élément nouveau dans l'analyse de la robustesse des lois de commande. Les résultats obtenus sont tout à fait satisfaisants. Le travail effectué est cependant loin d'être achevé, les perspectives sont multiples : outre la poursuite des expérimentations en apportant des améliorations au banc d'essais, il est toujours possible, d'améliorer le modèle du processus, de faire un choix meilleur des pondérations en augmentant, si besoin est, leurs ordres, d'utiliser l'optimisation par algorithme génétique afin d'obtenir la meilleure configuration pour les paramètres du contrôleur, d'utiliser un filtre de Kalman étendu, par exemple, pour estimer la résistance rotorique, ce qui garantit une robustesse vis-à-vis de la dérive thermique de ce paramètre. Enfin, et afin d'améliorer le calcul des contrôleurs on peut utiliser la μ -synthèse.

Annexe A

Caractéristiques et paramètres de La machine

Les caractéristiques et paramètres de la machine à induction utilisée pour la simulation et l'expérimentation sont donnés dans le tableau ci-dessous :

Puissance nominale	$P_n = 0.9 \text{ kW}$
Résistance statorique	$R_s = 12.75 \text{ } \Omega$
Résistance rotorique	$R_r = 5.1498 \text{ } \Omega$
Inductance statorique	$L_s = 0.4991 \text{ H}$
Inductance rotorique	$L_r = 0.4331 \text{ H}$
Inductance mutuelle	$L_m = 0.4331 \text{ H}$
Moment d'inertie	$J = 0.0035 \text{ k} \cdot \text{m}^2$
Coefficient de frottement visqueux	$f = 0.001 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1} / \text{s}$
Nombre de paires de pôles	2
Constante de temps statorique	$\tau_s = 0.0391 \text{ s}$
Constante de temps rotorique	$\tau_r = 0.0841 \text{ s}$
Coefficient de dispersion	$\sigma = 0.1322$

Tableau A-1- Caractéristiques et paramètres de la machine à induction

Annexe B

Calcul du contrôleur IP

Le schéma bloc de contrôle de la vitesse est le suivant:

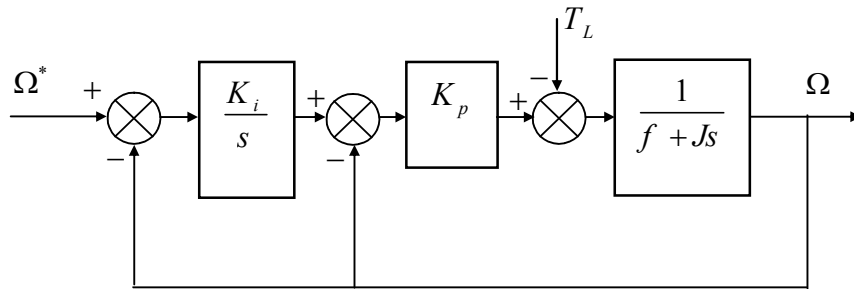


Fig. B.1 – Boucle externe de vitesse réglée par un IP

- **Calcul des paramètres du IP**

La FTBF par rapport à la consigne, s'écrit:

$$\frac{\Omega}{\Omega^*} = \frac{1}{\frac{J}{K_p K_i} s^2 + \frac{(f + K_p)}{K_p K_i} s + 1} \quad (\text{B.01})$$

En identifiant à la forme canonique, on trouve le système suivant:

$$\begin{cases} \frac{J}{K_p K_i} = \frac{1}{\omega_n^2} \\ \frac{2\xi}{\omega_n} = \frac{f + K_p}{K_p K_i} \end{cases} \quad (\text{B.02})$$

En asservissement, on obtient les paramètres du contrôleur, en fonction de l'amortissement ξ et de la pulsation ω_n .

$$\begin{cases} K_p = 2\xi J \omega_n - f \\ K_i = \frac{J \omega_n^2}{K_p} \end{cases} \quad (\text{B.03})$$

Annexe C

Calcul du contrôleur PI

Le schéma bloc de contrôle des composantes directe et en quadrature du courant statorique est donné ci-dessous:

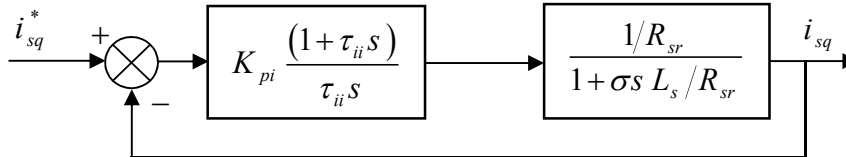


Fig. C.1 – Boucle interne de courant des deux axes d et q

La FTBO s'écrit:

$$G_{iBO}(s) = K_{pi} \frac{(1 + \tau_{ii} s)}{\tau_{ii} s} \cdot \frac{1/R_{sr}}{\left(1 + \sigma \frac{L_s}{R_{sr}} s\right)} \quad (\text{C.01})$$

Pour calculer les paramètres K_{pi} et τ_{ii} , on propose la méthode de compensation pôle -zéro qui consiste à placer le zéro du contrôleur au même endroit que le pôle dominant (le pôle le plus lent) du processus. La FTBO devient:

$$G_{iBO}(s) = \frac{K_{pi}}{R_{sr} \tau_{ii} s} \quad (\text{C.02})$$

La FTBF est alors donnée par:

$$G_{iBF}(s) = \frac{1}{1 + \frac{R_{sr} \tau_{ii}}{K_{pi}} s} \quad (\text{C.03})$$

$R_{sr} \tau_{ii} / K_{pi}$ est la constante de temps du système. Le temps de réponse est donné par:

$$t_r \approx 3 \frac{R_{sr} \tau_{ii}}{K_{pi}} = 3 \frac{\sigma L_s}{K_{pi}} \quad (\text{C.04})$$

D'où:
$$K_{pi} = 3 \frac{\sigma L_s}{t_r} \quad \text{et} \quad \tau_{ii} = \frac{\sigma L_s}{R_{sr}} \quad (\text{C.05})$$

Annexe D

Stabilité interne des systèmes LTI

La notion de stabilité est fondamentale dans le développement des systèmes asservis. En effet, en l'absence de cette propriété qualitative, aucun système n'est utilisable en pratique [55].

Dans cette annexe nous présentons la notion de la stabilité interne qui est définie à partir du paradigme suivant:

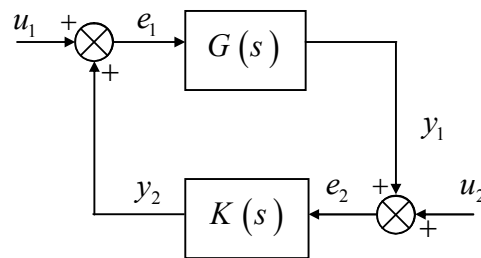


Fig. D.1 – Système bouclé

Définition (Stabilité interne) La boucle fermée est dite stable de manière interne si et seulement si toutes les fonctions de transfert obtenues entre toutes les paires entrées-sorties produisent des sorties bornées à partir d'entrées d'amplitude bornée. I.e., stables au sens BIBO (Bounded Input Bounded Output) suivant l'acronyme anglais. Ainsi, pour qu'il y ait stabilité interne, il faut que les fonctions de transfert S , T , GS et KS soient simultanément stables (i.e., ont leurs pôles dans \mathbb{C}^-) [32] [55]. Il est possible de démontrer que s'il n'y a pas de compensations pôles-zéros instables (dans le DPD) entre le processus $G(s)$ et le contrôleur $K(s)$, la stabilité BIBO de l'une des quatre transferts suffit pour garantir la stabilité interne de tout le système [32] [35].

Annexe E

Valeurs singulières

Si u et y désignent respectivement l'entrée et la sortie de la fonction ou de la matrice de transfert d'un système, on a :

- Dans le cas d'un système monovarié (SISO), la notion de gain d'une fonction de transfert $H(s)$ à une pulsation ω correspond au module $|H(s)|$, où $|\cdot|$ désigne le module d'un nombre complexe

$$|H(j\omega)| = \frac{|y(j\omega)|}{|u(j\omega)|} \quad (\text{E.1})$$

- Dans le cas d'un système multivarié (MIMO), le gain peut alors être défini comme le rapport de l'amplitude du vecteur de sortie sur l'amplitude du vecteur d'entrée. Mais, il n'est pas possible de définir une valeur unique pour ce gain, on peut par contre définir des bornes inférieures et supérieures en fonction de la pulsation ω :

$$\underline{\sigma}(H(j\omega)) \leq \frac{\|y(j\omega)\|}{\|u(j\omega)\|} \leq \bar{\sigma}(H(j\omega)) \quad (\text{E.2})$$

Pour définir les deux valeurs extrêmes $\underline{\sigma}(H(j\omega))$ et $\bar{\sigma}(H(j\omega))$, on introduit la décomposition en valeurs singulières (SVD) d'une matrice complexe. Cette décomposition met en évidence une matrice diagonale qui lui est équivalente.

Définition (SVD)

La décomposition en valeurs singulières (SVD) d'une matrice complexe $A \in \mathbb{C}^{m \times n}$, est une décomposition $A = U\Sigma V^*$, où

- $U \in \mathbb{C}^{m \times m}$ est une matrice orthogonale, i.e., $U^* \cdot U = U \cdot U^* = I_m$;
- $V \in \mathbb{C}^{n \times n}$ est une matrice orthogonale, i.e., $V^* \cdot V = V \cdot V^* = I_n$;
- $\Sigma \in \mathbb{R}^{m \times n}$ est une matrice diagonale, i.e. $\Sigma = [\Sigma_1 \quad 0]$ si $n \geq m$ ou $\Sigma = [\Sigma_1 \quad 0]^T$ si $m \geq n$

Avec:

$$\Sigma_1 = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r) = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \sigma_r \end{bmatrix} \quad (\text{E.3})$$

Et $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r \geq 0 \quad r = \min(m, n)$

les réels, non négatifs, ordonnés $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r$ sont appelés valeurs singulières de A . Ce ne sont rien d'autre que les racines carrées des valeurs propres de la matrice AA^* .

$$\sigma_i(A) = \sqrt{\lambda_i(AA^*)} = \sqrt{\lambda_i(A^*A)} \quad (\text{E.4})$$

$\sigma_1(A)$ est la plus grande valeur singulière de A . Elle est notée $\overline{\sigma}(A)$.

$\sigma_r(A)$ est la plus petite valeur singulière de A . Elle est notée $\underline{\sigma}(A)$.

Remarque : Pour un système monovariante, il n'existe qu'une seule valeur singulière, telle que :

$$\underline{\sigma}(A(j\omega)) = |A(j\omega)| = \overline{\sigma}(A(j\omega)) \quad (\text{E.5})$$

En conclusion, pour l'étude de la réponse fréquentielle d'un système monovariante on utilise le tracé du module et de la phase de la fonction de transfert $H(j\omega)$, i.e., le diagramme de Bode. Dans le cas d'un système multivariante, seul le tracé des valeurs singulières minimale et maximale de $H(j\omega)$ en fonction de ω peut être utilisée [32] [39] [50].

Annexe F

La transformation fractionnaire linéaire (LFT)

Définition : La LFT (Linear Fractional Transformation) est un formalisme qui permet de boucler deux systèmes linéaires entre eux. Il est notamment utilisé dans des problèmes d'analyse et de synthèse. Ce formalisme résulte directement du produit étoile introduit par Redheffer en 1960.

LFT inférieure :

Soient les transferts matriciels P et K , dont les réalisations d'état sont :

$$P = \left[\begin{array}{c|cc} A & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{array} \right] = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} [sI - A]^{-1} \begin{bmatrix} B_1 & B_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \quad (\text{F. 1})$$

$$K = \left[\begin{array}{c|c} A_k & B_k \\ \hline C_k & D_k \end{array} \right] = C_k [sI - A_k]^{-1} B_k + D_k \quad (\text{F. 2})$$

La représentation d'une LFT inférieure est :

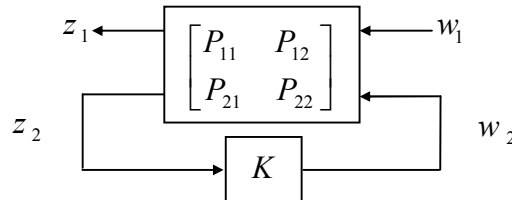


Fig. F.1 –La LFT basse

La représentation d'état du système équivalent notée $G_L = F_L(P, K)$ ou $G_L = (P * K)$ est alors :

$$G_L = \left[\begin{array}{cc|c} A + B_2 F D_k C_2 & B_2 F C_k & B_1 + B_2 F D_k D_{21} \\ B_k E C_2 & A_k + B_k E D_{22} C_k & B_k E D_{21} \\ \hline C_1 + D_{12} F D_k C_2 & D_{12} F C_k & D_{11} + D_{12} F D_k D_{21} \end{array} \right] \quad (\text{F. 3})$$

$$\text{Où } E = (I - D_{22} D_k)^{-1} \quad \text{et} \quad F = (I - D_k D_{22})^{-1} \quad (\text{F. 4})$$

En partitionnant P en une partie haute et une partie basse, comme suit :

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \quad (\text{F. 5})$$

$$\begin{cases} z_1 = P_{11}w_1 + P_{12}w_2 \\ z_2 = P_{21}w_1 + P_{22}w_2 \Rightarrow z_1 = (P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21})w_1 \\ w_2 = Kz_2 \end{cases} \quad (\text{F.6})$$

LFT supérieure :

Soit le transfert matriciel Δ dont la réalisation d'état est :

$$\Delta = \begin{bmatrix} A_\Delta & B_\Delta \\ C_\Delta & D_\Delta \end{bmatrix} \quad (\text{F. 7})$$

La représentation de la LFT supérieure est :

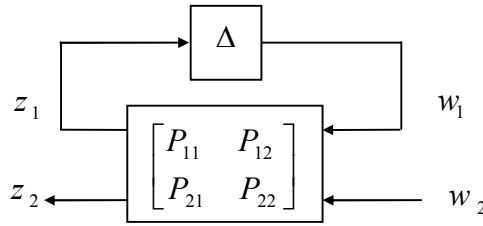


Fig. F.1 –La LFT haute

La représentation d'état du système équivalent notée $G_U = F_U(P, \Delta)$ ou $G_U = (\Delta * P)$ est alors :

$$G_U = \left[\begin{array}{cc|c} A + B_1FD_\Delta C_1 & B_1FC_\Delta & B_2 + B_1FD_\Delta D_{12} \\ B_\Delta EC_1 & A_\Delta + B_\Delta ED_{11}C_\Delta & B_\Delta ED_{12} \\ \hline C_2 + D_{21}FD_\Delta C_1 & D_{21}FC_\Delta & D_{22} + D_{21}FD_\Delta D_{12} \end{array} \right] \quad (\text{F. 8})$$

$$\text{Où } E = (I - D_{11}D_\Delta)^{-1} \text{ et } F = (I - D_\Delta D_{11})^{-1} \quad (\text{F. 9})$$

Le transfert matriciel équivalent est :

$$z_2 = (P_{22} + P_{21}\Delta(I - P_{11}\Delta)^{-1}P_{12})w_2 \quad (\text{F. 10})$$

Bibliographie

- [01] A. Schwery, “*Contrôle vectoriel d'une machine asynchrone dans un référentiel orienté selon le flux statorique*”, Thèse EPFL, no 1927 (1999).
- [02] B. de Fornel, “*Alimentation des machines asynchrones*”, Techniques de l'ingénieur, traite génie électrique, 6-1990.
- [03] J.-P. Caron et J.-P. Hautier, “*Modélisation et commande de la machine asynchrone*”, Editions Technip, Paris, 1995.
- [04] C. Canudas de Wit, “*Modélisation, control vectoriel et DTC: Commande des moteurs asynchrone I*”, Edition Hermes Science Publications, Paris 2000.
- [05] S. Selvaraj, V. Geetha, N. Devarajan, “*Performance improvement of the induction motor drive by using robust controller*”, Government College of Technology, Coimbatore, India.
- [06] I. Dardenne, “*Développement de méthodologies pour la synthèse de lois de commande d'un avion de transport souple*”, Thèse de doctorat, ENSAE – Spécialité Automatique - Toulouse, le 9 décembre 1998.
- [07] Y. Piguet, “*Synthèse multimodèle d'un régulateur polynomial robuste*”, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Thèse de doctorat, 1997.
- [08] E. Laroche “*Commande robuste analyse de la robustesse des Systèmes asservis*”, Université de Strasbourg 2008.
- [09] S. chable, “*Vers des correcteurs réduits robustes aux variations paramétriques*”, Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure de L'aéronautique Et De L'espace, 2003.
- [10] G. Ferreres, “*De l'utilisation des outils de robustesse pour la commande adaptative*”, INPG, Thèse de doctorat , 4 janvier 1995.
- [11] M. Doumbia, A. Traoré, “*Modélisation et simulation d'une machine asynchrone à l'aide du logiciel Matlab/Simulink*”.
- [12] H. Tan, “*Field orientation and adaptive backstepping for induction motor control*”, Industry Applications Conference, 1999. Thirty-Fourth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 1999 IEEE, Volume 4, Issue, 1999 Page(s):2357-2363 vol.4.
- [13] M. Etique, “*Entraînements réglés*”, école d'ingénieurs du canton de Vaud (eivd), mars 2003.
- [14] L. Baghli, “*Contribution à la commande de la machine asynchrone, utilisation de la logique floue, des réseaux de neurones et des algorithmes génétiques*”, Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy, 1999.
- [15] L. Hakju, L. Jaedo, S. Sejin, “*Approach to fuzzy control of an indirect field-oriented induction motor drives*”, Industrial Electronics Proceedings. ISIE 2001. IEEE International Symposium on, Volume 2, Issue, 2001 Page(s):1119 - 1123 vol.2.
- [16] F. Ben Ammar, “*Machines asynchrones à contrôle vectoriel de flux*”, D 3 563, Techniques de l'ingénieur.
- [17] G. Buche, “*Commande vectorielle de la machine asynchrone en environnement temps réel Matlab/Simulink*”, Mémoire d'ingénieur, C.N.A.M, 2001.
- [18] L. Baghli, “*Modélisation et Commande de la Machine Asynchrone*”, notes de cours, IUFM de Lorraine-UHP, 2002-2003.
- [19] C.M. Ong, “*Dynamic simulations of electric machinery: using Matlab/Simulink*”, Prentice-Hall PTR 1998.
- [20] D. Aguglia, “*Identification des paramètres du moteur à induction triphasé en vue de sa commande vectorielle*”, Maîtrise en génie électrique (M.Sc.), Université Laval, Québec, Canada, 2003-2004.

- [21] A. Maakouf. “*Commande robuste d'un variateur de vitesse pour la machine asynchrone*”, thèse de doctorat, Université de Batna, 2003.
- [22] R. P. Eguiluz, “*Commande algorithmique d'un système mono-onduleur bimachine asynchrone destiné à la traction ferroviaire*”, Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2002.
- [23] M. T. Cao, “*Commande numérique de machines asynchrones par logique floue*”, Ph.D thesis, School of Science Québec, University of LAVAL, 1997.
- [24] G. Sybille, P. Brunelle, R. Champagne, L. Dessaint, and H. Lehuy, “*Power system blockset, version 2.0*”, Mathworks.
- [25] Kheldoun, “*Amélioration des performances d'un variateur de vitesse par moteur asynchrone contrôlé par la méthode à flux orienté*”, Thèse de doctorat, Laboratoire de Recherche sur l'Electrification des Entreprises Industrielles (LREEI), 2007.
- [26] I. Etxeberria-Otadui, “*Sur les systèmes de l'électronique de puissance dédiés à la distribution électrique-application à la qualité de l'énergie*”, Thèse de doctorat, Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble, le 26 septembre 2003.
- [27] M. Filippich, “*Digital Control of a Three Phase Induction Motor*”, University of Queensland, October 2002.
- [28] G. Gandanegara, “*Méthodologie de conception systémique en Génie Electrique à l'aide de l'outil Bond Graph - Application à une chaîne de traction ferroviaire*”, Ph.D report for the Institut National Polytechnique de Toulouse, 2003.
- [29] T. A. Lipo, K. Jezernik, “*AC motor speed control*”, Draft Date: February 5, 2002.
- [30] I. AL-Rouh, “*Contribution à la commande sans capteur de la machine asynchrone*”, Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy-I, Juillet 2004.
- [31] A. Dumitrescu, D. Fodor, T. Jokinen, M. Rosu, S. Bucurenciu, “*Modeling and simulation of electric drive systems using Matlab/Simulink environments*”, Electric Machines and Drives, International Conference IEMD, 1999.
- [32] G. Scorletti et V. Fromion, “*Introduction à la commande multivariable des systèmes : méthodes de synthèse fréquentielle H_∞* ”, polycopié de cours de l'ENSI de Caen, septembre 2001.
- [33] F. Demourant, “*Interactions identification-commande robuste: méthodes et applications à l'avion souple*”, Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace, décembre 2002.
- [34] K. Zhou and J. C. Doyle, “*Essentials of robust control*”, Englewood. Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1996.
- [35] D. W. Gu, P. Hr. Petkov, M. M. Konstantinov “*Robust Control Design with Matlab*”, Springer-Verlag London Limited, ISBN: 1-85233-983-7.
- [36] A. Zin, “*Sur la commande robuste de suspensions automobiles en vue du contrôle global de châssis*”, Ph.D thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble – INPG 2005.
- [37] H. Camblong, “*Minimisation de l'impact des perturbations d'origine éolienne dans la génération d'électricité par des aérogénérateurs à vitesse variable*”, Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers Centre de Bordeaux, 2003.
- [38] S. Font, G. Duc, F. Carrère, “*Commande fréquentielle robuste Application aux paliers magnétiques*”, R 7 432, Techniques de l'Ingénieur, traité Informatique industrielle.
- [39] G. Duc et S. Font, “*Commande H_∞ et μ -analyse : des outils pour la robustesse*”, Hermès, 1999.
- [40] J. C. Doyle, K. Glover, P. P. Khargonekar, and B.A. Francis, “*State-space solutions to standard H_∞ control problems*”, IEEE Trans. Automatic Control, 34(8):831-847, 1989.
- [41] A. Damen and S. Weiland, “*Robust Control*”, Measurement and Control Group, Eindhoven University of Technology, 2002.
- [42] J. De Cuyper , J. Swevers , M. Verhaegen , P. Sas, “*Feedback Control for signal tracking on a 4 poster test rig in the Automotive Industry*”.

- [43] C. Scherer “*Theory of Robust Control*”, Mechanical Engineering Systems and Control Group Delft University of Technology the Netherlands April 2001.
- [44] http://www.cert.fr/dcsd/PUBLIS/THESES/vincent/manuscrit_vincent.
- [45] R. S. Sanchez-Peña and M. Sznaier, “*Robust Systems - Theory and Applications*”, John Wiley and Sons, New York, NY, 1998.
- [46] G. J. Balas, J. C. Doyle, K. Glover, A. Packard, and R. Smith, “ *μ -Analysis and Synthesis Toolbox*”, The Mathworks Inc., Natick, MA, 2001.
- [47] P. Guilhem, “*Conception Multi-objectifs de lois de pilotage pour un avion de transport civil*”, Thèse de doctorat, CIFRE : ONERA / AIRBUS, 6 Décembre 2005.
- [48] A. Kron, “*Conception de lois de commande Fly-by-wire robustes pour avions de transport civil dont la structure est considérée flexible*”, Thèse de doctorat, Fierier 2004.
- [49] A. A. Benlatreche, “*Contribution à la commande robuste H_∞ de systèmes à grande échelle d’enroulement de bandes flexibles*”, Thèse de doctorat, Ecole Doctorale Mathématiques, Sciences de l'Information et de l'Ingénieur, 2007.
- [50] C. Pedret, “*Robust Control through robustness enhancement*”, Thèse de doctorat, Université Autonoma Barcelona, 2003.
- [51] G. J. Balas, R. Chiang, A. Packard, and M. Safonov, “*Robust Control Toolbox*”, The Mathworks Inc., Natick, MA, 2006.
- [52] M. Trzynadlowski, “*Control of Induction Motors*”, Elsevier Science, September 2008.
- [53] A. Azaiz, Y. Ramdani, A Meroufel, “*Design of Robust control system for the PMS motor*”, Journal of Electrical Engineering, Vol 58, N°6, 2007.
- [54] G. J. Balas, “*Robust control of flexible structures: theory and experiments*”, Ph.D Thesis, California Institute of Technology, Pasadena, 1989.
- [55] T. Ourth, “*Commande vectorielle d'un moteur asynchrone sans capteur*”, Journal de Physique III 3, 6 (1993).