



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية



MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE
LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE HADJ LAKHDAR - BATNA

FACULTE DE TECHNOLOGIE
DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE

MEMOIRE

PRÉSENTÉ POUR L'OBTENTION DU DIPLÔME DE MAGISTER
EN ELECTROTECHNIQUE

OPTION : commande des systèmes électromagnétiques

Présenté Par :

MESSAADI MOUNA

(Ingénieur en Électrotechnique)

THEME

***Commande backstepping appliquée à la machine
synchrone a aimants permanents***

Soutenue le : 16/01/2012

Devant le jury composé de :

Prénom & Nom	Grade	Qualité	Université
M ^f Saidi Lamir.	Maitre de conférence	Président	Université de Batna
M. Mohamed KADJOUJ	Professeur	Rapporteur	Université de Batna
M ^f .Rachid ABDESSEMED	Professeur	Co-rapporteur	Université de Batna
M ^f . Ammar GOLEA.	Professeur	Examineur	Université de Biskra
M ^f M ^{ed} .Lokman BENDAAS	Maitre de conférence	Examineur	Université de Batna
M ^f Bachir ABDELHADI	Maitre de conférence	Examineur	Université de Batna
M ^f Samir BENDIB	Maitre de conférence	Examineur	Université de Batna

Année universitaire : 2005/2006

Dédicaces

*À mes parents, mon mari, mes enfants,
mes sœurs et mes frères.*

Merci à dieu le plus puissant pour son ferme aide, sinon avec les conditions très durs que j'ai vécu, je n'arriverai plus jamais à finir ce mémoire.

Je dédie ce travail avec mes remerciements intenses à celui qui m'a aidé, soutenu avec une foi que je ne peux l'a décrire maintenant à mon encadreur **KADJOU DJ MOHAMED** Professeur à l'Université de Batna que Dieu l'accueillera dans son vaste paradis, Amin.

Je tiens également à exprimer toute ma gratitude, ma reconnaissance avec tout mon respect que je lui dois Monsieur **RACHID ABDESSEMED** Professeur à l'Université de Batna, Directeur de Laboratoire de Recherche d'Electrotechnique pour le fait d'avoir accepté l'encadrement de ce mémoire avec un soutien indéterminable.

Tous mes enseignants du Département d'Electrotechnique méritent mes remerciements pour la bonne formation, le cadre agréable de travail et les précieux conseils, je remercie plus particulièrement Messieurs **RACHID ABDESSEMED** et **AZZEDINE BENOUDJIT**.

Mes remerciements et mon respect vont à Monsieur **MOKHTARI MESSAOUD** Maître de conférences à l'Université de Batna Département de l'Electronique pour son aide précieuse et sa disponibilité pour vraiment accomplir ce travail.

Je remercie tous les membres de jury pour toute l'attention qu'ils ont porté à la lecture de mémoire.

Je tiens à remercier très vivement Monsieur **SAIDI LAMIR** Maître de conférences à l'Université de Batna, pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury.

Je remercie Monsieur **M.L.BENDAAS**, Maître de conférences à l'Université de Batna, d'avoir accepté d'examiner ce mémoire et d'en être un des membres de jury, qu'il trouve ici le témoignage de gratitude.

J'adresse également mes remerciements à Monsieur **A.GOLEA**, Professeur à l'Université de Biskra, de m'avoir fait l'honneur de participer au jury.

Je suis également très reconnaissante à Monsieur **ABDELHADI BACHIR**, Maître de conférences à l'Université de Batna, pour l'intérêt qu'il a bien voulu porter à ce travail, en acceptant de le juger et pour ses précieuses remarques.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à Monsieur **BENDIB SAMIR** Maître de conférences à l'Université de Batna, pour m'avoir fait l'honneur d'examiner ce mémoire et d'être membre de jury.

Je suis immensément reconnaissante à mes **très chers parents** qui m'ont soutenu tout au long de ma vie je leur dois beaucoup, qu'ils trouvent dans ce manuscrit toute ma reconnaissance et le signe que je suis enfin arrivée.

Merci à mon mari **Ahmed** d'avoir supporté mon indispensabilité et mon ingratitude sans le moindre reproche.

J'inclus une liste d'amis qui ont beaucoup compté pour moi et qui m'ont soutenu à un moment ou un autre, durant ces dernières années, B.Nejoua, B.Khadidja, B.Nessima et H.Bensaadi.

Je remercie, Hamza et Moustapha qui m'ont apporté à un moment ou un autre leurs compétences et ont partagé à la progression de mon travail.

Enfin, un grand merci pour ceux que je ne peux désigner et qui m'ont aidé de près ou de loin à parcourir ce chemin.

Table des principaux symboles

a, b, c	Axes a, b et c du repère triphasé
α, β	Axes α et β du repère diphasé lié au stator
F	Coefficient de frottement.
i_α, i_β	Composantes de courant dans le référentiel de Concordia
τ_q	Constante de temps électrique
ζ	Coefficient d'amortissement.
τ_d	Constante de temps électrique
C_e	Couple électromagnétique.
C_r	Couple résistant.
I_{sa}, I_{sb}, I_{sc}	Courants qui traversent les trois phases statoriques.
$\varphi(x)$	Equation algébrique.
z_i	Erreure.
Y_r	Entrée de référence.
Φ_{mc}	Flux de fuite du à l'aimant permanent.
Φ_d	Flux direct suivant l'axe d
Φ_q	Flux suivant l'axe q
$\Phi_{sa}, \Phi_{sb}, \Phi_{sc}$	Flux totaux à travers ces enroulements.
Φ_{ma}	Flux de fuite du à l'aimant permanent.
$\Phi_{ma}, \Phi_{mb}, \Phi_{mc}$	Flux de fuite du à l'aimant permanent.
Φ_{mb}	Flux de fuite du à l'aimant permanent.

$V(x_1)$	Fonction de Lyapunov.
$\alpha(x)$	Fonction stabilisante.
(Ψ_i, φ_i)	Fonctions non linéaire connues.
f.e.m	Force électromotrice
FMM	Force magnétomotrice
ω_p	Fréquence de la porteuse.
L_d, L_q	Inductances suivant les axes d,q successivement.
L_{aa}, L_{bb}, L_{cc}	Inductances propres des phases statorique.
L_{ab}, L_{ba}, L_{ac}	Inductances mutuelles entre phases statorique.
L_{so}	Inductance de fuite de l'enroulement du stator du au flux de fuite de l'armature.
L_{ca}, L_{bc}, L_{cb}	Inductances mutuelles entre phases statorique.
L_{so} :	Inductance de fuite de l'enroulement du stator du au flux de fuite de l'armature.
L_{s1} :	Inductance moyenne du en raison du flux fondamentale d'aire gap de l'espace.
L_x :	Inductance de fluctuation, variable avec la position du rotor.
L_{s1}	Inductance moyenne du en raison du flux fondamentale d'aire gap de l'espace.
L_x	Inductance de fluctuation, variable avec la position du rotor.
u	Loi de commande.
C	Matrice de connexion de l'onduleur.
(MSAP)	Machine synchrone à aimants permanents
$[L_{ss}]$	Matrice d'inductance du stator variable avec la position du rotor.
$[L_{ss}]$	Matrice des inductances.
$[P(\theta)]$	Matrice de Park.

(α, β)	Modèle de Concordia
J	Moment d'inertie des masses en rotor.
P	Nombre de paires de pôles.
θ_m	Position du rotor
T_p	Période de la porteuse.
$P(t)$	Puissance instantanée d'entrée.
R_s	Résistance statorique
ω_s	Vitesse statorique.
ω_r	Vitesse rotorique.
Ω	Vitesse de rotation mécanique du rotor.
V_{sa}, V_{sb}, V_{sc}	Tensions appliquées aux trois phases statoriques.
T_{32}	Transformation restreinte de Concordia.
t_j	Rapport cyclique
V_{jr}	Tension de référence.
V_j	Tension de charge d'échantillonnage.
PI	Régulateur proportionnel intégral.
$C_d(s)$	Régulateur de courant direct.
$C_q(s)$	Régulateur de courant en quadrature.
$C_\omega(s)$	Régulateur de vitesse angulaire mécanique.
RBF	Réseaux des fonctions de base radiales.
ANNs	Artificial Neural Network.
NPSF	Nonlinear parametric strict feedback.
ω^*	Vitesse de référence.

- θ Vecteur de paramètres constants.
- $\Phi(x_1)$ Vecteur de fonctions non linéaires lisses.
- $\hat{\theta}$ Vecteur estimé.

Introduction Générale	1
CHAPITRE UN	
Modélisation de la Machine Synchrone à Aimants Permanents	
I.1.Introduction.....	5
I.2.Présentation de la machine synchrone à aimants permanents (MSAP).....	6
I.3.Domains d’application des moteurs synchrones.....	7
I.4.Différents types d’alimentation.....	9
I.4.1.Alimentation par un commutateur de courant.....	10
I.4.2.Alimentation par un onduleur de tension.....	10
I.5.Modélisation de la machine synchrone à aimants permanents.....	10
I.5.1.Equations électriques.....	12
I.5.2.Equations magnétiques.....	12
I.5.3.Equations mécaniques.....	15
I.6.Modèle de Park.....	15
I.6.1.Application de la transformation de Park de la MSAP.....	17
I.6.2.Equation d’un enroulement triphasé dans le système d’axes d-q.....	17
I.6.3.Equation du flux.....	19
I.6.4. Circuit équivalent du MSAP dans le système d’axes d-q.....	19
I.6.5.Equation de la puissance instantanée.....	20
I.6.6.Equation du couple électromagnétique.....	20
I.7.Modélisation sous la forme d’état de la MSAP.....	21
I.7.1.Représentation d’état.....	21
I.7.2.Représentation d’état du modèle de la MSAP dans le repère d-q.....	21
I.8.Bloc de simulation de la MSAP.....	24
I.8.1.Résultats de simulation.....	25

CHAPITRE DEUX

Commande Vectorielle de la Machine Synchrone à Aimants Permanents

II.1.Introduction.....	26
II.2.Les équations du MSAP en régime quelconque.....	26
II.3.Principe de la commande vectorielle.....	28
II.4.Structure de la commande en tension.....	30
II.5.Fonction de transfert d'une MSAP.....	33
II.6.Onduleur de tension	35
II.7.Modélisation des onduleurs de tension.....	36
II.8.Simulation numérique de l'ensemble commande -onduleur-machine.....	40
a. Sans onduleur	40
a-1.En mode normal.....	40
a-2 Avec onduleur.....	45
a-3mode normal.....	45
II.9.Interprétation	46
II.10.Conclusion.....	46

CHAPITRE TROIS

Développement Théorique de la Méthode Backstepping

III.1.Introduction.....	48
III.2.Systèmes non linéaires.....	49
III.3.Stabilité des systèmes linéaires et non linéaires.....	50

III.3.1. Equilibre et stabilité des systèmes.....	50
III.3.2. Choix de la fonction de Lyapunov.....	53
III.3.3. Conception de commande basée sur Lyapunov.....	55
III.4. Commande « Backstepping » des systèmes non linéaires.....	56
III.4.1. Approche Backstepping non adaptative	59
III.4.1.1. Principe.....	59
III.4.1.2. Système de premier ordre.....	60
III.4.1.3. Résultats de simulation.....	61
III.4.1.4. Système de deuxième ordre.....	62
III.4.1.5. Résultats de simulation.....	64
III.4.2. Approche Backstepping adaptative.....	66
III.4.2.1. Principe.....	66
III.4.2.2. Conditions d'implantation.....	67
III.4.2.3. Etude d'un système de premier ordre.....	68
III.4.2.4. Résultats de simulation.....	69
III.4.2.5. Etude d'un système de deuxième ordre.....	74
III.4.2.6. Résultats de simulation.....	77
III.4.3. Conclusion.....	80
III.5. Commande adaptative des systèmes non linéaires par l'approche Backstepping- neuronale.....	80
III.5.1. Problématique.....	80
III.5.2. Introduction.....	81
III.5.3. Backstepping adaptatif.....	82
III.5.4. Réseaux de fonctions de base radiales RBF.....	83
III.5.5. Commande adaptative des systèmes non linéaires par réseau neurologiques artificiels (ANNAC).....	85

III.5.6.Développement théorique de la commande adaptative des systèmes.....87 non –linéaires par l’approche Backstepping neuronale	87
III.5.6.1.Développement théorique.....	87
III.5.6.2.Exemple de simulation « avec entrée de référence nulle ».....	91
III.5.6.3.Exemple de simulation « avec entrée de référence constante ou variable ».....	97
III.6.Conclusion.....	103

CHAPITRE QUATRE

Application de la commande backstepping pour le moteur à aimants permanents

IV.1.Introduction.....	104
IV.2.Commande backstepping du moteur synchrone(MSAP).....	105
IV.2.1.Equation de la machine dans le référentiel rotorique.....	105
IV2.2.Modèle utilisé.....	106
IV.2.3.Procédure de la commande adaptative « backstepping ».....	106
IV.3.Simulation et résultats.....	111
IV.3.1.Commande non adaptative.....	111
IV.3.2.Commande adaptative.....	112
IV.4.Commande de la machine synchrone à aimants permanents par l’approche..... 115 « backstepping neuronale »	115
IV.4.1.Modèle utilisé.....	115
IV.4.2.Procédure backstepping.....	118
IV.4.3.Résultats de simulation.....	121
IV.5.Conclusion.....	122

Conclusion Générale	124
Annexe	
Bibliographie	126

Pendant les deux dernières décennies, il y a eu un développement dans des méthodes de conception pour commande des systèmes dynamique non-linéaires .Plusieurs méthodes ont été inventées. Les méthodes classiques de variation de vitesse (mécaniques et électromécaniques) ont été peu à peu substituées par des ensembles associant des convertisseurs statiques à des moteurs électriques. Historiquement le moteur à courant continu a parfaitement assuré le fonctionnement de la plupart d'équipements industriels.

Cependant, son principal défaut reste le collecteur mécanique que l'on tolère mal dans certains environnements et qui fait augmenter les coûts d'entretien. Ces contraintes ont dirigés les études vers les entraînements équipés de machines à courant alternatif. De nos jours, de nombreux actionneurs associant des machines à courant alternatif et des convertisseurs statiques manifestent de nouvelles perspectives dans le domaine de l'entraînement à vitesse variable. On assiste à une période d'abondance tant théorique que pratique au niveau des études sur les entraînements à courant alternatif qui concurrencent avec succès ceux à courant continu. Dans le passé, cette solution n'était pas possible à cause principalement des structures de commande complexes de ce type de machines. Leurs modèles multivariables et non-linéaires, les états non mesurables et les paramètres qui peuvent varier durant le fonctionnement ont limités les performances. Cependant, l'évolution rapide des processeurs numériques et l'électronique de puissance a permis d'implanter des techniques de commande sophistiquées pour ainsi atteindre des performances élevées sur le plan de rapidité et de précision.

La régulation de la vitesse est assurée par les régulateurs de types soit, P, PI ou PID. Cependant, les régulateurs sont conçus à l'aide des techniques de commande destinées aux modèles parfaitement linéaires.

Historique :

Le problème de la commande adaptative des systèmes linéaires à paramètres inconnus a été résolu dans les années 1970 et 1980 avec plusieurs techniques célèbres. Ensuite, à la fin des années 1980, la commande adaptative des systèmes non linéaires a connu un grand essor avec la première version de la linéarisation entrée-sortie adaptative. Plus tard, Peter Kokotović, Ioannis Kanellakopoulos, et Miroslav Krstić ont proposé une nouvelle conception systématique des contrôleurs adaptatifs dans lesquels est introduite la technique

du « backstepping », qui est applicable, sur une classe des systèmes triangulaires non linéaires paramétrés. [32]

En 1999 de nouveaux algorithmes prometteurs ont été obtenus grâce à une combinaison : observateurs et commandes en mode glissants.

Introduction et Problématique :

Les synthèses modernes des lois de commande performantes, demandent une connaissance très fine des systèmes à commander, cependant, dans certains cas pratiques, la commande du système, lui-même, peut s'avérer difficile, et parfois impossible de la mise en œuvre ; comme par exemple dans les structures nucléaires et spatiales... Alors, dans ces cas, il est très recommandé de concevoir ce qu'on appelle : « *Le modèle du système* », en d'autre terme : « *le modèle de connaissance* » ; qui est obtenu à partir des connaissances à priori, ou à partir des expériences, et qui permet de simuler les performances recherchées pour le système. [1]

Pour cette raison, l'automaticien doit estimer, à l'aide de ses propres moyens, les paramètres inconnus pendant le fonctionnement du procédé ; si bien que son objectif principal est l'élaboration d'une loi de commande qui confère à un système des propriétés désirées, donc, ce qui nous intéressera dans ce projet est de rechercher des lois de commande basées sur des techniques de synthèse spécifiques qu'on va développer, théoriquement, afin de réaliser d'un certain niveau de performances quand les paramètres sont inconnus ou varient avec le temps.

Par ailleurs, la fiabilité donnée par le modèle de connaissance est en général accompagnée par l'inconvénient d'une trop grande complexité qui se révèle dans les différentes formes du non linéarité.

Anciennement, il est pris, comme une solution, l'approximation linéaire autour d'un point de fonctionnement ou d'une trajectoire, en d'autre terme, on précède à la réduction de cette complexité en linéarisation, le maximum possible, un système définit comme étant un système non linéaire.

Mais, après la linéarisation du système, le problème apparent est que les paramètres physiques peuvent perdre leur interprétation et donc leur mesurabilité autour des points de fonctionnement intéressants, ce qui explique une linéarisation inopérante, en outre, même si

le système linéarisé peut avoir des paramètres mesurables et/ou commandables, on doit allonger le domaine de validité de l'approximation linéaire.

Enfin, certains problèmes de commande, comme la planification des trajectoires, ne sont pas de nature locale, et ne peuvent être examinés à l'aide d'un modèle approché linéaire, c'est le fait que nous nous intéresserons dans notre travail à l'étude des systèmes non linéaires ;

Ceci nous introduit à la notion de la « *commande adaptative* » ; une commande est dite adaptative si elle comporte des paramètres non fixés, à l'avance, mais modifiés en ligne.

N'oublions pas que l'instabilité est le problème le plus gênant pour cette classe des systèmes, durant les transitions des paramètres estimés, l'état peut diverger infiniment pendant une durée finie. Donc, ce genre de problème va être résolu par la commande adaptative, adoptée dans ce travail, qui concerne une certaine classe des systèmes non linéaires ; c'est la forme triangulaire non linéaire que l'on va représenter ultérieurement.

Puisque les systèmes non linéaires font, généralement, intervenir une instabilité explosive qui affecte les performances requises des systèmes de commande, il est indispensable d'introduire la notion de la commande adaptative.

Sur le plan de la commande adaptative par le backstepping, la nouveauté majeure de cette technique, adaptée aux systèmes triangulaires inférieurs, est une méthodologie de la conception récursive, et avec cette méthodologie la conception de la loi de commande et la fonction de Lyapunov associée est systématique.

Pendant que les méthodes classiques de linéarisation des systèmes exigent des modèles précis et souvent annulent quelques non linéarités utiles, le backstepping fait l'offre d'un outil de conception en évitant des annulations au niveau du système non linéaire.

Notre proposition dans ce qui suit est d'introduire l'algorithme du backstepping, la première procédure est de choisir les conditions qui permettent d'implanter cette technique,

ensuite on va prendre des fonctions non linéaires qui peuvent bénéficier de cette technique de commande. Enfin, des exemples pratiques feront l'objet de validation de notre travail.

Plan du document

Ce mémoire est subdivisé en quatre chapitres.

Modélisation du MSAP

Faisant l'objet du premier chapitre, cette partie consistera à décrire la machine mathématiquement avec son modèle non linéaire en mettant quelques hypothèses de travail en évidence, qui ont permis l'étude de comportement de cette dernière. Le modèle adopté est basé sur la transformation de PARK.

Commande Vectorielle du MSAP

Dans le deuxième chapitre, nous irons concevoir la commande vectorielle appliquée à la machine pour une régulation de la vitesse en mode normal et en mode défluxé, cette régulation basée sur les régulateurs classiques PI.

Développement Théorique de la Commande Backstepping

Dans cette partie, on a décrira toute une théorie des systèmes non linéaires, les définitions de stabilité selon Lyapunov. Notre proposition dans ce qui suit sera l'introduction de l'algorithme du backstepping, la première procédure est de choisir les conditions qui permettent d'implanter cette technique, ensuite on va prendre des fonctions non linéaires qui peuvent bénéficier de cette technique de commande. Enfin, on améliorera la performance de cette méthode par l'introduction des réseaux de neurones des exemples pratiques feront l'objet de validation de notre travail,

Application de la Commande Backstepping sur la Machine Synchrones à Aimants Permanents

Dans cette quatrième et dernière partie, on appliquera la commande backstepping sur la machine synchrone à aimants permanents cas non adaptatif et adaptatif, ensuite on a introduira les réseaux de neurones pour réduire le temps de réponse en annulant asymptotiquement l'erreur.

Chapitre I

Modélisation de la Machine Synchrone à Aimants Permanents

1.1. Introduction

L'étude du comportement d'un moteur électrique est une tâche difficile et qui nécessite, avant tout, une bonne connaissance de son modèle dynamique afin de bien prédire, par voie de simulation, son comportement dans les différents modes de fonctionnement envisagés. Historiquement, les servomoteurs utilisant des moteurs à courant continu ont assuré le fonctionnement de la plupart d'équipements industriels (robots et machines outils). Cependant, leur principal défaut reste le collecteur mécanique que l'on tolère mal dans certaines applications. C'est pour cette raison qu'on a eu intérêt à utiliser des moteurs électriques à courant alternatif afin d'écartier cet inconvénient et profiter de leurs avantages tels que, la flexibilité de variation de vitesse et la stabilité de fonctionnement. Parmi les moteurs électriques à courant alternatif utilisés dans les entraînements, le moteur synchrone à aimants permanents (MSAP) reste un bon candidat à cause d'un certain nombre d'avantages qu'il présente, à savoir pas de pertes au rotor, une grande capacité de surcharge, une vitesse stable et constante à une fréquence donnée et surtout à cause de son couple massique élevé comparativement à celui du moteur asynchrone et du moteur synchrone classique.

Ce dernier avantage lui donne la supériorité aux autres types de moteurs. Il est souvent appelé moteur à courant continu sans balais car lorsqu'il est auto piloté, ses caractéristiques coïncident avec celles d'un moteur à courant continu à excitation shunt, En effet, les travaux qui

ont été consacrés au fonctionnement du MSAP auto piloté ont conclu qu'il y a une similitude entre ses caractéristiques et celles du moteur à courant continu et que le transfert des lois de commande se fait aisément. Cependant, l'auto pilotage nécessite l'utilisation d'un onduleur et un capteur de position ce qui affecte sensiblement le coût du système,[1].

1.2.Présentation de la machine synchrone à aimants permanents (MSAP)

Il est aussi appelé moteur "brushless" (sans balais) ou moteur à courant continu sans collecteur. Il est constitué:

- d'un stator fait d'un empilement de tôles dans lequel est disposé un bobinage généralement triphasé connecté en étoile,
- d'un rotor formé d'un assemblage de tôles et d'aimants créant le flux inducteur.

L'absence de contacts glissants améliore la fiabilité.

Les aimants utilisés sont:

- Les ferrites, peu coûteuses,
- Le samarium cobalt (SmCo_5 , $\text{Sm}_2\text{Co}_{17}$), dont les performances du point de vue de l'énergie spécifique sont exceptionnelles. L'énergie spécifique est le produit BH exprimé en J/m^3 . Le rotor du moteur peut être à "aimants déposés" ou à "concentration de flux". Cette dernière réalisation utilise un plus faible volume d'aimants (Figure.I.1),[2].

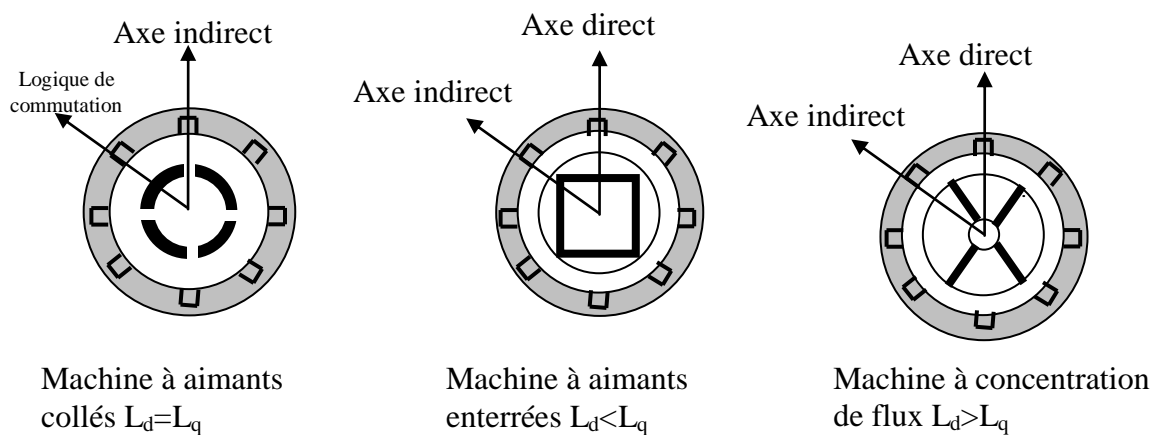


Fig. I.1. Différents types de la MSAP

Le moteur synchrone à aimants permanents comporte, tout comme la machine asynchrone, un stator bobiné dont l'alimentation donne naissance à une force magnétomotrice de composante fondamentale F_a tournant à la vitesse angulaire ω_s . Le rotor ou la roue polaire dont

le nombre de pôles est égal à celui du stator, est excité par un bobinage parcouru par un courant continu ou par des aimants pour produire une force magnétomotrice dite d'excitation F_o . Dans le cas du moteur synchrone à aimants permanents (MSAP), l'inducteur est remplacé par des aimants, ceci présente l'avantage d'éliminer les balais et les pertes rotoriques, ainsi que la nécessité d'une source pour fournir le courant d'excitation [3].

Cependant, on ne peut pas contrôler le flux rotorique. D'autre part, la surface interne du stator est cylindrique, et les enroulements sont placés dans des encoches taillées suivant les génératrices de ce cylindre. Chaque enroulement est réalisé de manière à créer une force magnétomotrice sinusoïdale dans l'entrefer. Les forces magnétomotrices créées par chacun des trois enroulements sont déphasées spécialement d'un angle électrique. En alimentant cet enroulement triphasé par des courants triphasés, on crée un champ tournant circulaire.

Dans les machines à aimants collés, à cause de l'isotropie existant dans la machine, l'inductance de l'axe direct est égale à l'inductance de l'axe en quadrature, par contre, dans les machines à aimants enterrés ou à concentration de flux, à cause de l'épaisseur des aimants l'entrefer sur l'axe direct est plus grand que celle sur l'axe indirect, par conséquent L_d est inférieure à L_q .

Les développements des matériaux magnétiques permettant aux machines à aimants permanents d'être de plus en plus utilisées dans différents domaines de l'industrie. La densité de puissance massique élevée, le rendement élevé, l'augmentation de la constante thermique et la fiabilité plus grande, due à l'absence de contacts glissants bague-balais de ces machines, leurs permettent de concurrencer les machines asynchrone, [4].

1.3 .Domaines d'application des moteurs synchrones

Le moteur synchrone est utilisé dans une large gamme de puissance, allant du Watt au Mégawatt, dans des applications aussi diverses que le positionnement, la synchronisation, l'entraînement à vitesse constante, la traction.

A ces nombreux domaines d'emploi, correspondent autant de technologies différentes, dont les plus répandues peuvent être scindées en deux grandes familles :

- Les moteurs synchrones à inducteur bobiné, à pôles saillants ou à pôles lisses,
- Les moteurs synchrones à aimants permanents, avec ou sans pièces polaires.

Les machines à aimants se développent de manière importante à l'heure actuelle, grâce à la mise au point d'aimants permanents de grande qualité, permettant l'option de couples massiques élevés. Lorsque le nombre de pôles est élevé, les puissances peuvent atteindre

quelques centaines de Kilowatts. Toutefois, leur domaine d'emploi privilégié pour les puissances inférieures à quelques dizaines de Kilowatt, où l'aimant permanent permet d'obtenir, une induction dans l'entrefer plus élevée que les machines à rotor bobiné. Par ailleurs, l'emploi d'aimants permanents à la place de l'enroulement inducteur annule les pertes par effet Joule au rotor et augmente le rendement, [5].

Dans le tableau 1.1, les caractéristiques de différentes machines sont comparées à celles de la MSAP, [6].

MACHINES	CARACTERISTIQUES
-Machine à courant continu	-Alimentation continue supplémentaire -Présence des contacts tournants -Maintenance régulière des balais -Manque robustesse -Grandes pertes dans l'inducteur -Limitation en vitesse
Machine synchrone conventionnelle	-Exige une alimentation auxiliaire à courant continu pour alimenter le circuit d'excitation
Machine asynchrone	-Commande très complexe - faible couple volumique - mauvais rendement global - mauvais facteur de puissance - pertes Joules au rotor difficiles à évacuer . - robuste - faible coût de réalisation - faible d'ondulation de couple
MSAP	-Excitation assurée par les aimants -Pertes associées à la composante magnétisante négligeable

	<ul style="list-style-type: none"> -Possibilité de fonctionnements à des facteurs de puissance élevés. -dégradation des performances avec l'augmentation de la température - possibilité démagnétisation des aimants (température, pic de courant, défluxage...) - assemblage aimants - coût
--	---

Tableau I.1 .Comparaison des caractéristiques de différentes machines électriques.



Fig. 1.2. Le moteur industriel à aimants permanents de quelques kW

1.4. Différents types d'alimentation

La machine synchrone peut-être alimentée en tension ou en courant. La source doit-être réversible pour un fonctionnement dans les quatres quadrants (moteur /générateur dans les deux sens de rotation).

Les convertisseurs alternatif/continu de l'électronique de puissance sont utilisés dans les domaines d'applications variés, dont le plus connu est sans doute celui de la variation de vitesse des machines à courants alternatifs. La forte évolution de cette fonction s'est appuyée sur le développement des composants à semi-conducteur entièrement commandables, puissantes, robustes et rapides [7], [8], [9], [10], [11].

1.4.1. Alimentation par un commutateur de courant

Dans le cas d'une alimentation en courant, la commutation peut-être naturelle (le courant doit alors être en avance sur la tension. Pour faciliter ce mode de fonctionnement, la machine doit-être surexcitée). Les f.é.m.s. ne sont pas suffisantes pour permettre l'excitation des thyristors. L'alimentation de la machine doit-être adaptée aux caractéristiques de celle-ci. ainsi, il sera préféré une alimentation en créneaux de courant dans le cas d'une machine qui, lorsque deux de ses phases sont alimentées en série par un courant constant possède une courbe de couple électromagnétique $C_e(\theta_m)$ de forme trapézoïdale (moteur synchrone à aimants sans pièces Polaires).

Cette alimentation minimise les ondulations de couple (la superposition des courbes de $C_e(\theta_m)$ lors des différentes séquences de fonctionnement donne une courbe de couple pratiquement constante), [6].

1.4.2. Alimentation par un onduleur de tension

La commande d'un moteur synchrone peut se faire aussi à partir d'un convertisseur statique alimenté par une source de tension continue constante. Les onduleurs de tension permettent d'imposer aux enroulements statoriques de la machine des tensions d'amplitude et de fréquence réglables et agissant sur la commande des interrupteurs du convertisseur statique (GTO, Transistors bipolaire, MOSFET, IGBT, etc),

1.5. Modélisation de la machine synchrone à aimants permanents

Le moteur synchrone à aimants permanents (MSAP) comporte au stator un enroulement triphasé représenté par les trois axes (a,b,c) déphasés, l'un par rapport à l'autre, de 120° électrique (figure I.2) et au rotor des aimants permanents assurant son excitation. En fonction de la manière dont les aimants sont placés, on peut distinguer deux types de rotors.

Dans le premier type, les aimants sont montés sur la surface du rotor offrant un entrefer homogène, le moteur est appelé à rotor lisse et les inductances ne dépendent pas de la position du rotor. Dans le deuxième, par contre, les aimants sont montés à l'intérieur de la masse rotorique et l'entrefer sera variable à cause de l'effet de la saillance. Dans ce cas, les inductances dépendent fortement de la position du rotor. De plus, le diamètre du rotor du premier type est moins important que celui du deuxième ce qui réduit considérablement son inertie en lui offrant la priorité dans l'entraînement des charges rapides, [6].

Afin de modéliser le MSAP, on adopte les hypothèses simplificatrices usuelles données dans la majorité des références: Le moteur possède une armature symétrique non saturée ce qui permet d'exprimer les flux comme fonctions linéaires des courants et une distribution sinusoïdale de la FMM créée par enroulements au stator [1].

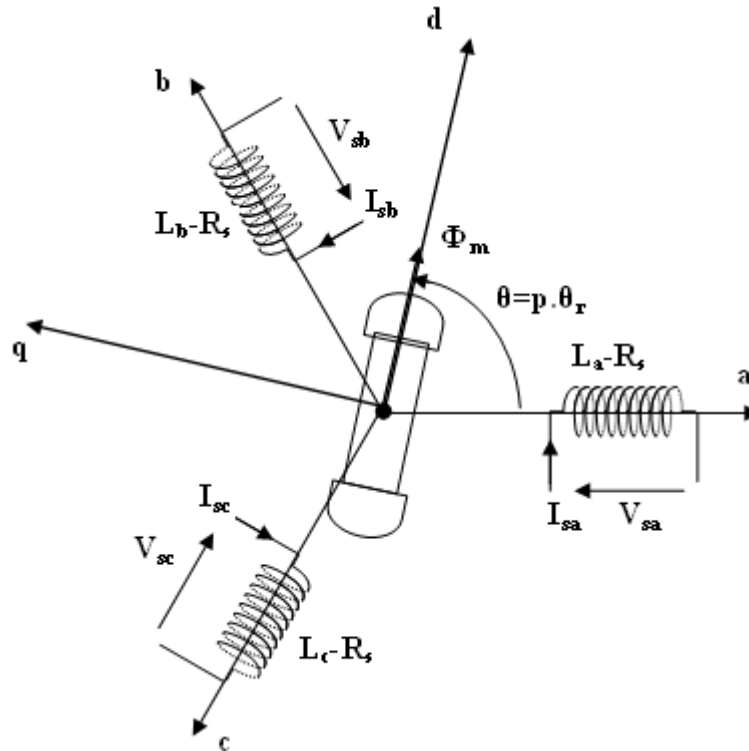


Fig.1.3. Représentation schématique de la machine synchrone à aimants permanents dans l'espace électrique

Pour le système d'axe de référence au stator abc: la phase (a) est choisie de sorte que la force magnétomotrice est maximale avec l'application d'un courant positif maximal à cette phase. Les axes de références de la phase (b) et (c) sont fixés à 120° et 240° en avance de l'axe (a).

Le système d'axe de référence au rotor d-q est choisi de sorte que le flux de magnétisation est en phase avec l'axe d. L'axe q est fixé à 90° en avance de cet axe. L'angle séparant l'axe d au rotor et l'axe a au stator représente la position électrique du rotor de la machine $\theta = p \cdot \theta_r$,

Le système d'axe de référence lié au rotor d-q tourne à la vitesse $\omega = p \cdot (d\theta_r/dt)$ tandis que le système d'axe de référence au stator abc reste fixe, où ω est la fréquence électrique du système. La relation qui relie la fréquence électrique ω et la vitesse de rotation mécanique du rotor Ω présentée par l'expression suivante $\omega = p \cdot \Omega$, où p est le nombre de paire de pôles de la machine.

Dans le cadre des hypothèses simplificatrices et pour une machine équilibrée les équations de la machine s'écrivent comme suit :

I.5.1. Équations électriques

Les équations dynamiques par phase de la machine s'écrivent comme suit:

$$\begin{aligned} V_{sa} &= R_s I_{sa} + \frac{d\Phi_{sa}}{dt} \\ V_{sb} &= R_s I_{sb} + \frac{d\Phi_{sb}}{dt} \end{aligned} \quad (I.1)$$

$$V_{sc} = R_s I_{sc} + \frac{d\Phi_{sc}}{dt}$$

En désignant par :

V_{sa}, V_{sb}, V_{sc} : Les tensions appliquées aux trois phases statoriques.

I_{sa}, I_{sb}, I_{sc} : Les courants qui traversent celles-ci.

$\Phi_{sa}, \Phi_{sb}, \Phi_{sc}$: Les flux totaux à travers ces enroulements.

R_s : Leurs résistances.

Les équations (1.1) peuvent s'écrire sous forme matricielle :

$$[V_{s,abc}] = [R_s][I_{s,abc}] + \frac{d}{dt} [\Phi_{s,abc}] \quad (I.2)$$

I.5.2. Équations magnétique

Les relations entre flux et courants s'écrivent comme suit :

$$\begin{aligned}
\Phi_{sa} &= L_{aa}I_{sa} + L_{ab}I_{sb} + L_{ac}I_{sc} + \Phi_{ma} \\
\Phi_{sb} &= L_{ab}I_{sa} + L_{bb}I_{sb} + L_{bc}I_{sc} + \Phi_{mb} \\
\Phi_{sc} &= L_{ac}I_{sa} + L_{bc}I_{sb} + L_{cc}I_{sc} + \Phi_{mc}
\end{aligned} \tag{I.3}$$

Sous forme matricielle on a :

$$[\Phi_{s,abc}] = [L_{ss}][I_{s,i}] \tag{I.4}$$

Avec :

$$[L_{ss}] = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \end{bmatrix} \tag{I.5}$$

En désignant par :

$[L_{ss}]$: La matrice d'inductance du stator variable avec la position du rotor.

$[\Phi_{m,abc}]$: La matrice du flux de fuite du à l'aimant permanent.

L_{aa}, L_{bb}, L_{cc} : Les inductances propres des phases statorique.

$L_{ab}, L_{ba}, L_{ac}, L_{ca}, L_{bc}, L_{cb}$. Les inductances mutuelles entre phases statorique.

Dans les équations (1.3) (1.5), on suppose que les inductances mutuelles sont symétriques de sorte que: $(L_{ab} = L_{ba}); (L_{ac} = L_{ca}); (L_{bc} = L_{cb})$. La valeur de chaque inductance varie en fonction de la position électrique du rotor. Les inductances par phases L_{aa}, L_{bb}, L_{cc} sont maximums lorsque l'axe q est en ligne avec chaque phase. Les inductances mutuelles L_{ab}, L_{ac}, L_{bc} sont à valeur maximale lorsque l'axe q est à mi- chemin entre les phases.

$$\begin{aligned} L_{aa} &= L_{so} + L_{s1} - L_x \cos(2\theta) \\ L_{bb} &= L_{so} + L_{s1} - L_x \cos\left(2\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{aligned} \quad (I.6)$$

$$\begin{aligned} L_{cc} &= L_{so} + L_{s1} - L_x \cos\left(2\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ L_{ab} &= L_{ba} = -\frac{1}{2}L_{so} - L_x \cos\left(2\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ L_{bc} &= L_{cb} = -\frac{1}{2}L_{so} - L_x \cos(2\theta) \\ L_{ac} &= L_{ca} = -\frac{1}{2}L_{so} - L_x \cos\left(2\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{aligned} \quad (I.7)$$

La matrice des inductances $[L_{ss}]$ est sous la forme :

$$[L_{ss}] = \begin{bmatrix} L_{so} + L_{s1} - L_x \cos(2\theta) & -\frac{L_{so}}{2} - L_x \cos\left(2\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\frac{L_{so}}{2} - L_x \cos\left(2\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\frac{L_{s1}}{2} - L_x \cos\left(2\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & L_{so} + L_{s1} - L_x \cos\left(2\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & -\frac{L_{so}}{2} - L_x \cos(2\theta) \\ -\frac{L_{so}}{2} - L_x \cos\left(2\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & -\frac{L_{so}}{2} - L_x \cos(2\theta) & L_{so} + L_{s1} - L_x \cos\left(2\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \quad (I.9)$$

Les flux de fuite du à l'aimant permanent:

$$\begin{aligned} \Phi_{ma} &= \Phi_m \cos(\theta) \\ \Phi_{mb} &= \Phi_m \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \Phi_{mc} &= \Phi_m \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{aligned} \quad (I.10)$$

Sous forme matricielle on a :

$$[\Phi_{m,abc}]^T = \Phi_m \left[\cos(\theta) \quad \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \quad \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right]^T \quad (I.11)$$

Telle que :

L_{so} : L'inductance de fuite de l'enroulement du stator du au flux de fuite de l'armature.

L_{s1} : L'inductance moyenne du en raison du flux fondamentale d'aire gap de l'espace.

L_x : L'inductance de fluctuation, variable avec la position du rotor.

$\Phi_{ma}, \Phi_{mb}, \Phi_{mc}$: sont les flux de fuite du à l'aimant permanent.

I.5.3 Équation mécanique

Pour simuler la machine, en plus des équations électriques il faut ajouter l'équation du mouvement du système. Le couple électromagnétique est donné par la dérivée partielle de la coénergie par rapport à l'angle mécanique entre le rotor et le stator.

$$J \frac{d\Omega}{dt} + F\Omega = C_e - C_r \quad (I.12)$$

La puissance instantanée d'entrée peut être écrite comme suit:

$$P(t) = V_{sa} I_{sa} + V_{sb} I_{sb} + V_{sc} I_{sc} \quad (I.13)$$

On note que cette approche implique l'obtention d'un ensemble d'équations différentielles non linéaires à coefficients variants dans le temps. La solution explicite d'un tel système est très complexe et rarement utilisée.

On fait donc appel aux modèles orthogonaux de la machine. Dans le cadre de ces techniques, la machine est remplacée par une machine fictive ayant des enroulements mutuellement couplés et placés sur deux axes orthogonaux. Deux différents modèles sont déduits : le modèle (d, q), dit de Park et le modèle (α, β) de Concordai. Ces deux modèles représentent bien le comportement et les propriétés de la machine réelle. Ils permettent d'étudier le comportement transitoire des machines ainsi que leurs performances en régime déséquilibré.

I.6. Modèle de Park

La transformation de Park, repose sur l'utilisation de deux phases au lieu des trois phases d'axes fixes du stator (a, b, c). En effet, on considère l'enroulement équivalent formé de deux bobinages d'axes perpendiculaires (d, q) tournant à la vitesse ω_s par rapport au stator et à la vitesse ω_r par rapport au rotor (Fig.1.3).

La transformation de Park consiste à transformer la représentation du moteur triphasée équilibrée à une représentation biphasée équivalente caractérisée par deux axes d-q, à condition que le champ où les forces magnétomotrices et la puissance instantanée soient conservés.

La matrice de Park $[P(\theta)]$ est donnée sous la forme suivante :

$$[P(\theta)] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin(\theta) & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (\text{I.14})$$

Son inverse $[P(\theta)]^{-1}$ est donnée par :

$$[P(\theta)]^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (\text{I.15})$$

Où θ l'angle électrique désignant la position du rotor par rapport au stator.

I.6.1. Application de la transformation de Park à la MSAP

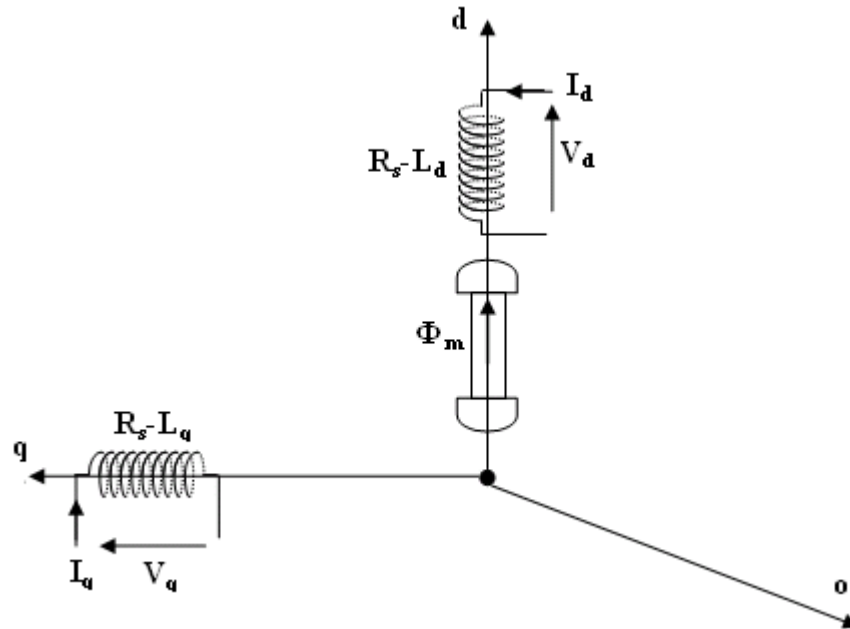


Fig.1.4. Représentation de la MSAP dans le système d'axe biphasé dq

I.6.2. Équations électriques d'un enroulement triphasé dans le système d'axes d-q

Dans ce paragraphe nous allons donner les équations électriques de la MSAP dans le système biphasé en appliquant la transformation de Park à l'équation (1.2) on obtient :

$$[V_{dq0}] = [p(\theta)][V_{s,abc}] = [p(\theta)] \left([R_s][I_{s,abc}] + \frac{d}{dt} [\Phi_{s,abc}] \right) \quad (I.16)$$

En appliquant la transformation inverse de Park au courants et flux on obtient:

$$[I_{s,abc}] = [p(\theta)]^{-1} [I_{dq0}]$$

(I.17)

$$[\Phi_{s,abc}] = [p(\theta)]^{-1} [\Phi_{dq0}]$$

Telle que:

V_{dq0} : sont les composantes direct, en quadrature et homopolaire de la tension.

I_{dq0} : sont les composantes direct, en quadrature et homopolaire du courant.

Φ_{dq0} : sont les composantes direct, en quadrature et homopolaire du flux.

On peut écrire l'équation de la tension (1.16) sous la forme:

$$[V_{dq0}] = [p(\theta)] \left([R_s][p(\theta)]^{-1}[I_{dq0}] + \frac{d}{dt}[p(\theta)]^{-1}[\Phi_{dq0}] \right) \quad (I.18)$$

$$=[p(\theta)][R_s][p(\theta)]^{-1}[I_{dq0}] + [p(\theta)] \frac{d}{dt}[p(\theta)]^{-1}[\Phi_{dq0}]$$

On a :

$$[p(\theta)][R_s][p(\theta)]^{-1}[I_{dq0}] = [R_s][I_{dq0}] \quad (I.19)$$

$$\begin{aligned} [p(\theta)] \frac{d}{dt}[p(\theta)]^{-1}[\Phi_{dq0}] &= [p(\theta)] \left\{ \left(\frac{d}{dt}[p(\theta)]^{-1} \right) [\Phi_{dq0}] + [p(\theta)]^{-1} \frac{d}{dt} [\Phi_{dq0}] \right\} \\ &= [p(\theta)] \left(\frac{d}{dt}[p(\theta)]^{-1} \right) [\Phi_{dq0}] + \left[p(\theta)[p(\theta)]^{-1} \left(\frac{d}{dt} [\Phi_{dq0}] \right) \right] \end{aligned} \quad (I.20)$$

Après simplification de l'équation (1.16) on a:

$$[p(\theta)] \frac{d}{dt}[p(\theta)]^{-1}[\Phi_{dq0}] = [p(\theta)] \left(\frac{d}{dt}[p(\theta)]^{-1} \right) [\Phi_{dq0}] + \frac{d}{dt} [\Phi_{dq0}] \quad (I.21)$$

En prenant le dérivé de l'équation (1.15), nous obtenons :

$$\frac{d}{dt}[p(\theta)]^{-1} = \omega \begin{bmatrix} -\sin(\theta) & -\cos(\theta) & 0 \\ -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & 0 \\ -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{4}\right) & -\cos\left(\theta - \frac{2\pi}{4}\right) & 0 \end{bmatrix} \quad (I.22)$$

En multipliant les équations [1.14] et [1.21] nous obtenons:

$$[p(\theta)] \frac{d}{dt}[p(\theta)]^{-1} = \omega \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (I.23)$$

$$[p(\theta)] \frac{d}{dt}[p(\theta)]^{-1}[\Phi_{dq0}] = \omega \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} [\Phi_{dq0}] \quad (I.24)$$

On remplace (1.19) et (1.24) dans l'équation (1.18)

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \\ V_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \\ I_o \end{bmatrix} + \omega_r \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_d \\ \Phi_q \\ \Phi_o \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_d \\ \Phi_q \\ \Phi_o \end{bmatrix} \quad (I.25)$$

Puisque le système est équilibré $V_o = 0$, on obtient finalement le modèle électrique dynamique pour l'enroulement statorique biphasé équivalent :

$$\begin{aligned} V_d &= R_s I_d + \frac{d}{dt} \Phi_d - \omega_r \Phi_q \\ V_q &= R_s I_q + \frac{d}{dt} \Phi_q + \omega_r \Phi_d \end{aligned} \quad (I.26)$$

I.6.3. Équations des flux

$$\begin{aligned} \Phi_d &= \left(L_{so} + \frac{3}{2}(L_{s1} + L_x) \right) I_d + \Phi_m = L_d I_d + \Phi_m \\ \Phi_q &= \left(L_{so} + \frac{3}{2}(L_{s1} + L_x) \right) I_q = L_q I_q \end{aligned} \quad (I.27)$$

I.6.4. Le circuit équivalent du MSAP dans le système d'axe d-q

En reprenant les équations (1.26) (1.27) précédente on peut écrire

$$\begin{aligned} V_d &= R_s I_d + L_d \frac{d}{dt} I_d - \omega_r L_q I_q \\ V_q &= R_s I_q + L_q \frac{d}{dt} I_q + \omega_r L_d I_d + \omega_r \Phi_m \end{aligned} \quad (I.28)$$

Ces équations permettent de dessiner le circuit équivalent du MSAP dans le système d'axe d-q présenté ci-dessous [8] :

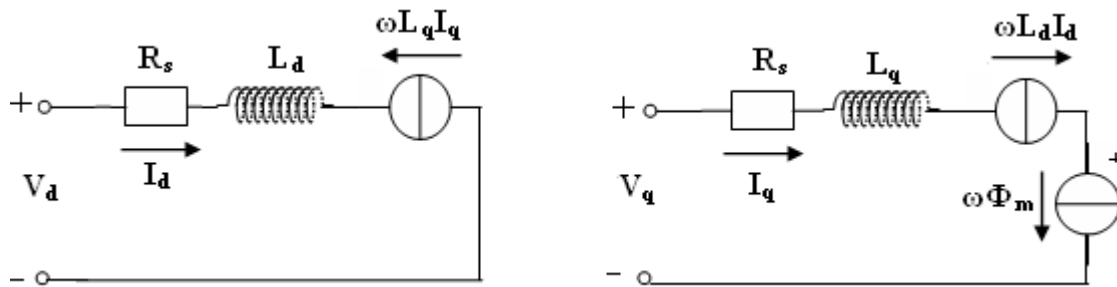


Fig.1.5. Le circuit équivalent du MSAP dans le système d'axe d-q

I.6.5. Équation de la puissance instantanée

Le calcul de couple mécanique de la machine asynchrone se base sur la connaissance de la puissance instantanée $P(t)$, soit :

$$P(t) = V_{sa} I_{sa} + V_{sb} I_{sb} + V_{sc} I_{sc} = \frac{3}{2} (V_q I_d + V_d I_q) \quad (I.29)$$

En remplaçant (1.25) dans (1.26)

$$\begin{aligned} P(t) &= \frac{3}{2} \left(\left(R_s I_d + \frac{d\Phi_d}{dt} - \omega \Phi_q \right) I_d + \left(R_s I_q + \frac{d\Phi_q}{dt} + \omega \Phi_d \right) I_q \right) \\ &= \frac{3}{2} R_s (I_d^2 + I_q^2) + \frac{3}{2} \left(\frac{d\Phi_d}{dt} I_d + \frac{d\Phi_q}{dt} I_q \right) + \frac{3}{2} \omega (\Phi_d I_q - \Phi_q I_d) \end{aligned} \quad (I.30)$$

$\frac{3}{2} R_s (I_d^2 + I_q^2)$: représente les pertes par effet Joules dans les enroulements statoriques

$\frac{3}{2} \left(\frac{d\Phi_d}{dt} I_d + \frac{d\Phi_q}{dt} I_q \right)$: représente les variations de l'énergie magnétique emmagasiné dans

les enroulements du stator.

$\frac{3}{2} \omega (\Phi_d I_q - \Phi_q I_d)$: représente la puissance électrique transformée en puissance mécanique à

l'intérieur de la machine ou puissance électromagnétique.

Donc l'expression de la puissance électromagnétique est donné par l'équation suivante:

$$\begin{aligned} P_e &= \frac{3}{2} \omega (\Phi_d I_q - \Phi_q I_d) = \frac{3}{2} p \cdot \Omega (\Phi_d I_q - \Phi_q I_d) \\ \omega &= p \cdot \Omega \end{aligned} \quad (I.31)$$

I.6.6. Équation du couple électromagnétique

Le rôle du couple électromagnétique est justement d'équilibrer à tout instant l'action résultante exercée sur l'arbre du rotor par :

- Le couple résistant (ou statique) imposé par la charge mécanique: Cr .
- Le couple des frottements visqueux : $F_r \cdot \Omega$.
- Le couple d'inertie des masses en rotation rapporté au diamètre du rotor : $J \frac{d\Omega}{dt}$.

$$C_e = \frac{P_e}{\Omega} = \frac{3}{2}p(\Phi_d I_q - \Phi_q I_d) \quad (I.32)$$

On remplace (1.27) dans (1.32) on a :

$$C_e = \frac{3}{2}p \cdot [(L_d - L_q) I_d I_q + \Phi_m I_q] \quad (I.33)$$

Le couple électromagnétique se décompose en deux termes:

$$C_{ep} = \frac{3}{2}p \Phi_m I_q : \text{Présente le couple principal.}$$

$$C_{er} = \frac{3}{2}p(L_d - L_q) I_d I_q : \text{Présente le couple de reluctance variable.}$$

L'équation du mouvement de la machine est :

$$J \frac{d\Omega}{dt} + F_r \Omega = C_{em} - C_r \quad (I.34)$$

On constate que le couple électromagnétique résulte de l'interaction d'un terme de flux et d'un terme de courant.

I.7. Modélisation sous la forme d'états de la MSAP

I.7.1. Représentation d'état

On cherche à obtenir un système d'équations écrit sous forme d'équations d'états. Sera du type :

$$\begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= AX(t) + BU \\ Y &= C(t) \end{aligned} \quad (I.35)$$

X : vecteur d'état.

U : vecteur de commande.

A : matrice fondamentale qui caractérise le système.

B : matrice d'application de la commande.

C : matrice de sortie (matrice d'observation).

I.7.2. Représentation d'état du modèle de la MSAP dans le repère d-q

Plusieurs façons sont possibles pour le choix du vecteur d'état. Cela dépendra de l'objectif tracé. Pour la MSAP alimentée en tension on choisit le vecteur d'état comme la suite:

- Variables de commande : les tensions statoriques V_d , V_q et le flux permanent Φ_m .

- Variables d'état : les courants I_d, I_q .
- Variables de sortie : Les courants I_d, I_q .

En utilisant les équations (1.28), après arrangement le système prend la forme suivante :

$$\begin{cases} \frac{dI_d}{dt} = \frac{R_s}{L_d} I_d + \frac{L_q}{L_d} p\Omega I_q + \frac{1}{L_d} V_d \\ \frac{dI_q}{dt} = \frac{R_s}{L_q} I_q - \frac{L_d}{L_q} p\Omega I_d - \frac{\Phi_m}{L_q} p\Omega + \frac{1}{L_q} V_q \end{cases} \quad (I.36)$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} \quad \mathbf{U} = \begin{bmatrix} V_d \\ V_q \\ \Phi_m \end{bmatrix} \quad \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} \quad (I.37)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \frac{L_q}{L_d} p\Omega \\ -\frac{L_d}{L_q} p\Omega & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} & -\frac{1}{L_q} p\Omega \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (I.38)$$

L'équation mécanique est donné par :

$$\begin{aligned} J \frac{d\Omega}{dt} + F\Omega &= C_{em} - C_r \\ C_{em} &= \frac{3}{2} p [(L_d - L_q) I_d I_q + \Phi_m I_q] \\ \Omega &= \frac{\omega_r}{p} \end{aligned} \quad (I.39)$$

A partir des équations (1.36) (1.39), on peut représenter le MSAP par un bloc diagramme illustré par la figure (1.6).

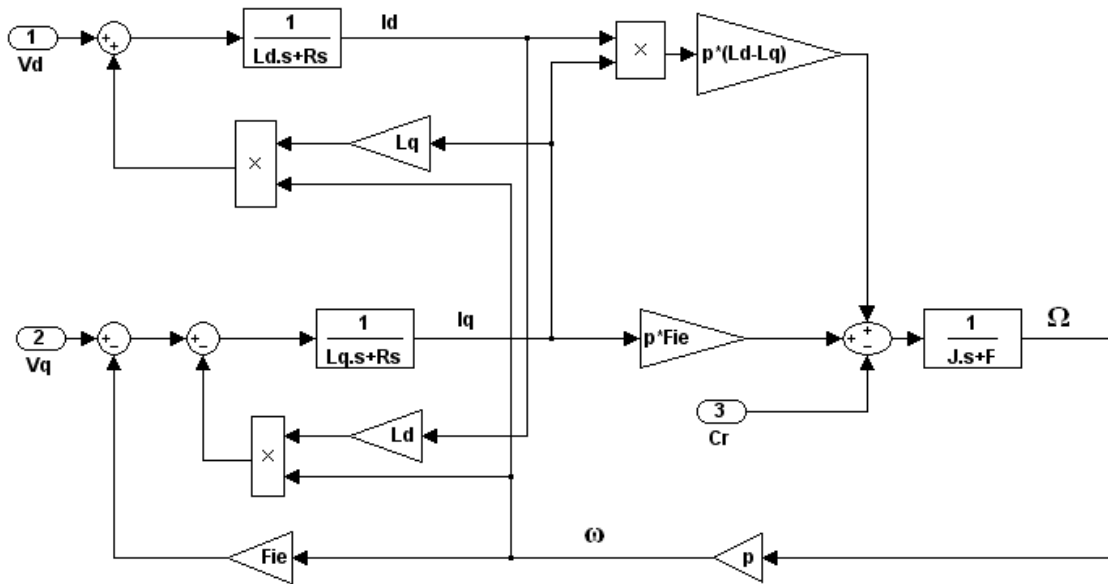


Fig.1.6. Bloc diagramme de la MSAP dans le référentiel d-q

On remarque que le bloc diagramme est composé de plusieurs blocs linéaires illustrant la relation qui existe entre les entrées (commandes), les états et les sorties. Les trois types de non linéarités ωI_d , ωI_q , et $I_d I_q$ sont représentées par les trois blocs de multiplication. De plus, les dynamiques du système sont représentées par trois fonctions de transfert. Deux fonctions de transfert donnent la dynamique rapides (courants) et une fonction qui définit la dynamique lente (vitesse).

I.8. Bloc de simulation du MSAP

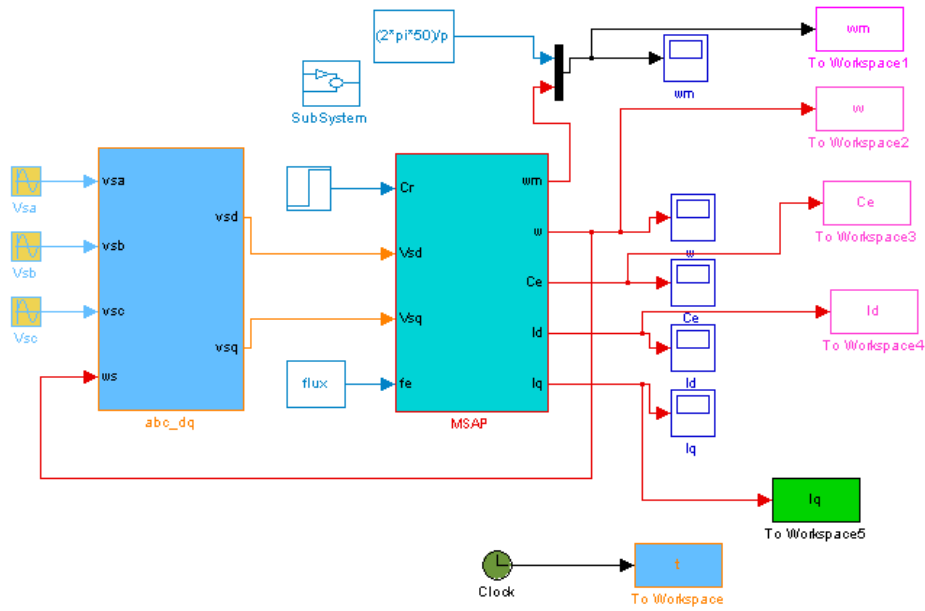


Fig. I.7. Schéma de simulation de la MSAP alimentée en tension

I.8.1. Résultats de simulation

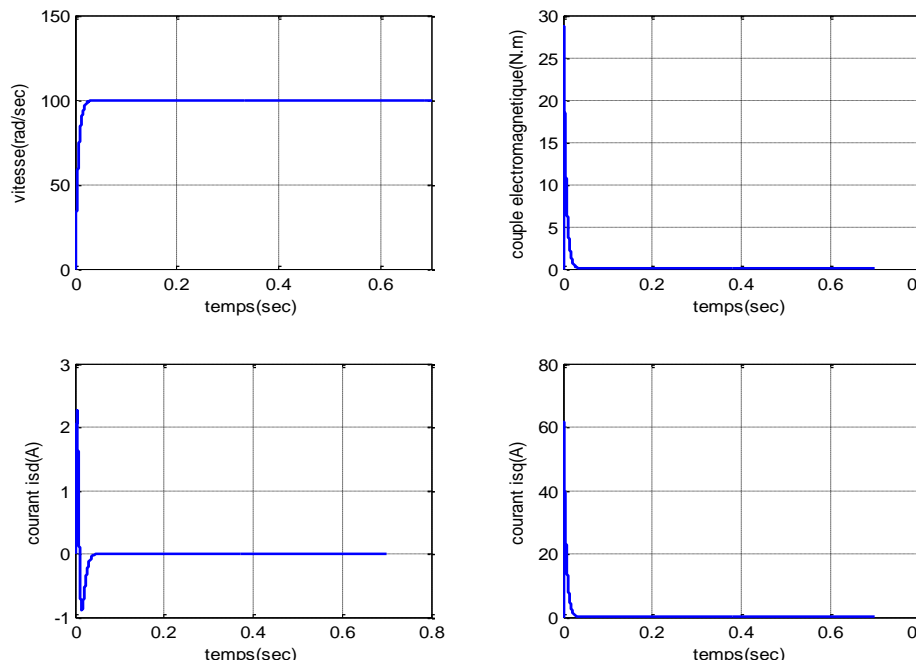


Fig. I.8. Résultats de simulation de la MSAP à vide en mode normal

I.9. Conclusion

Dans ce chapitre on a présenté une étude complète de la machine synchrone à aimants permanents, une mise en équations, les différents types des rotors, les différents types d'alimentation, son schéma équivalent et enfin une modélisation de cette dernière avec des résultats de simulation.

La figure I.8 présente la simulation de la machine synchrone à aimants permanents à vide où la vitesse est fixée à 100 (rad/sec) et les courants i_d et i_q sont représentés respectivement.

Chapitre II

Commande vectorielle de la MSAP

II.1. Introduction

La commande vectorielle est apparue avec les travaux de BLASCHKE [12]. Elle n'a cependant pas eu tout de suite un grand essor car les régulations, à l'époque, reposaient sur des composants analogiques nouveaux, l'implantation de la commande était alors difficile.

Avec l'avènement des microcontrôleurs, les composants d'électronique de puissance et des dispositifs permettant le traitement du signal [13], [14]. Il est devenu possible de réaliser une telle commande à un coût raisonnable. Cela a conduit à une explosion des recherches et des applications relatives à la commande vectorielle de la MSAP.

Si beaucoup de problèmes sont résolus, certains autres font encore l'objet de recherche. Quand on ne cherche pas à obtenir des performances élevées, même si l'identification n'est pas bien faite et que les régulateurs du schéma de contrôle vectoriel ne sont pas réglés à l'optimum, le comportement global du système –commande –machine paraît satisfaisant. Cependant, les problèmes ne surgissent que lorsque la machine est poussée dans ses retranchements.

La commande vectorielle des MSAP nécessite une connaissance précise de la position du rotor [15] qui assure l'autopilotage de la machine. Cette connaissance peut être obtenue directement par un capteur de position ou indirectement par un capteur de vitesse. Quel que soit le but de la commande (régulation de couple, de vitesse ou de position), le contrôle du couple de moteur est nécessaire. Celui-ci, dépendant des deux variables i_d et i_q nous laisse un degré de liberté.

II.2. Les équations du MSAP en régime quelconque

Pour cette mise en équation, nous supposons les mêmes hypothèses simplificatrices prises dans le précédent chapitre. La mise en équation de la MSAP avec les hypothèses que nous avons retenues étant classique, nous ne mentionnerons que les points qui nous semblent essentiels et les choix qui nous sont propres par rapport à ce qui se fait habituellement. Les équations électriques dans un repère fixe lié au stator sont décrites par :

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_a \\ \phi_b \\ \phi_c \end{bmatrix} \quad (\text{II.1})$$

La somme instantanée des courants statoriques est nulle, de sorte qu'il n'y a pas de courant homopolaire. Par conséquent, s'il existe une composante homopolaire de tension ou de flux, elle n'intervient pas dans le couple [16]. Le comportement de la machine est donc représenté par deux variables indépendantes. En appliquant la transformation restreinte de Concordia T_{32} , on obtient :

$$\begin{bmatrix} V_\alpha \\ V_\beta \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_\alpha \\ \phi_\beta \end{bmatrix} \quad (\text{II.2})$$

$$\text{Où : } \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} = T_{32}^{-1} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix}; \text{ avec } T_{32} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{II.3})$$

x peut être V , i , ou Φ . En appliquant la transformation de Park au système d'équations (II.1), on peut exprimer tous les vecteurs dans un repère lié au rotor. Si θ est l'angle électrique désignant la position du rotor par rapport au stator, nous avons :

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_d \\ \phi_q \end{bmatrix} + \dot{\theta} p\left(\frac{\Pi}{2}\right) \begin{bmatrix} \phi_d \\ \phi_q \end{bmatrix} \quad (\text{II.4})$$

où :

$$\begin{bmatrix} x_d \\ x_q \end{bmatrix} = p(-\theta) \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix}; \text{ avec } p(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (\text{II.5})$$

V_d , V_q , i_d et i_q sont les composantes direct et en quadrature de tension et de courant. Φ_d et Φ_q sont les composantes directe et en quadrature du flux.

Dans les machines synchrones à répartition sinusoïdale des conducteurs, Φ_d et Φ_q sont fonctions linéaires des courants i_d et i_q :

$$\begin{cases} \phi_d = L_d i_d + \phi_e \\ \phi_q = L_q i_q \end{cases} \quad (\text{II.6})$$

L_d et L_q sont les inductances directe et en quadrature et elles sont supposées indépendantes de θ . Φ_e représente le flux des aimants à travers le circuit équivalent direct. En reportant les expressions des flux dans l'équation (II.4) on aboutit à :

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \omega p \left(\frac{\Pi}{2} \right) \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_d \\ e_q \end{bmatrix} \quad (\text{II.7})$$

où $\omega = p \Omega$, p étant le nombre de paires de pôles et ω la vitesse angulaire du rotor. e_d et e_q sont les composantes directe et en quadrature de f.e.m..

Dans le cas des machines synchrones à aimants permanents et à rotor lisse, les inductances directe et en quadrature sont identiques ($L_d=L_q=L$). Le système d'équations (II.7) se simplifie alors à :

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + L \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + L \omega p \left(\frac{\Pi}{2} \right) \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_d \\ e_q \end{bmatrix} \quad (\text{II.8})$$

II. 3. Principe de la commande vectorielle

L'objectif principal de la commande vectorielle des MSAP est donc de contrôler le couple de manière optimale selon un critère choisi. Pour simplifier la commande, on fixe souvent courant i_d de manière que le couple soit proportionnel à i_q dans une plage de vitesse donnée. Dans les machines à rotor lisse, où le couple ne dépend que de la composante en quadrature du courant, la valeur optimale du courant direct est évidemment nulle :

$$i_{d \text{ ref}} = 0 \quad (\text{II.9})$$

Mais dans les machines à pôles saillants, elle peut être fixée à une valeur qui correspond au couple maximal à courant maximal [17].

Le couple est contrôlé par la composante en quadrature, $i_{q\text{ ref}}$ est donc proportionnel au couple demandé. La commande vectorielle revient alors à contrôler les deux composantes i_d et i_q du courant statorique en imposant les tensions V_d et V_q qui conviennent. A l'aide des régulateurs, on obtient les tensions de référence permettant de maintenir les courants direct et en quadrature au voisinage de leurs valeurs de référence $i_{d\text{ ref}}$ et $i_{q\text{ ref}}$. Le schéma bloc du principe de la commande vectorielle des MSAP est représenté sur la figure II.1.

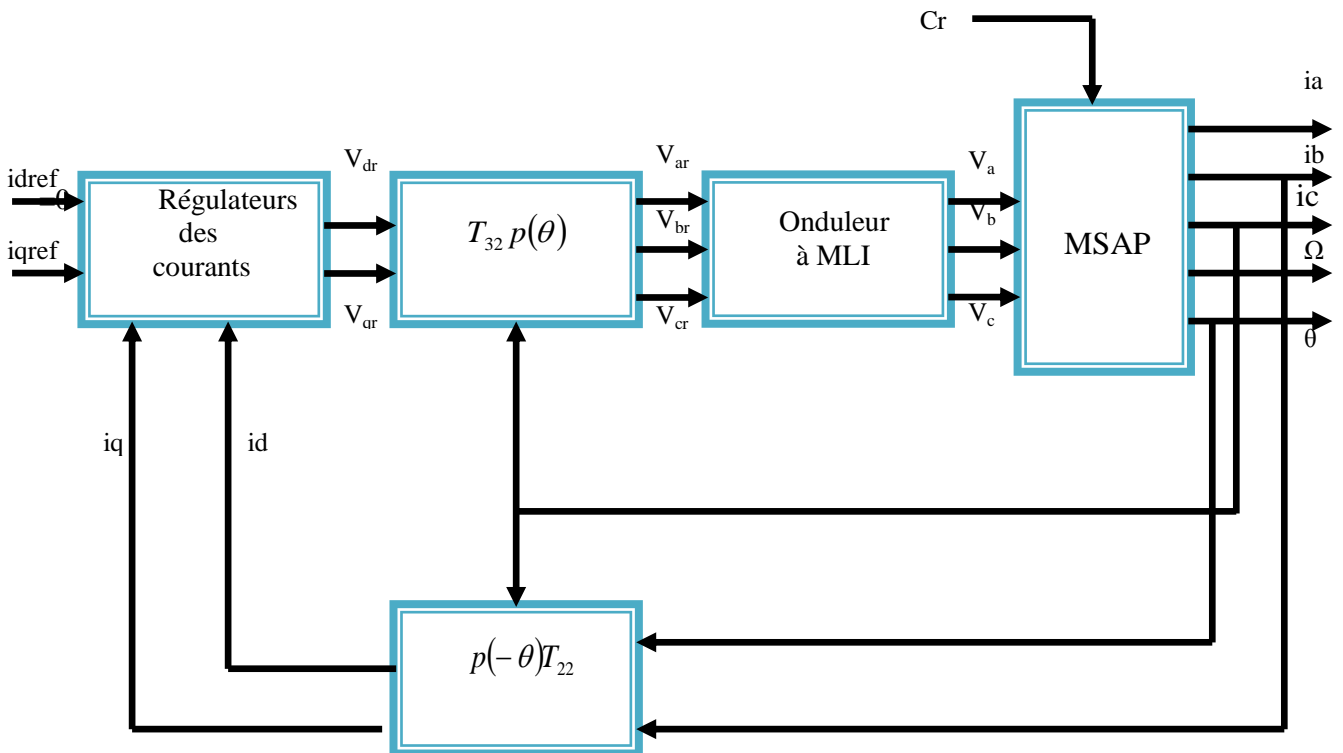


Fig.II.1. Schéma principal de la commande vectorielle des MSAP

Sur ce schéma, la matrice T_{22} est définie par :

$$T_{22} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \sqrt{3} & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.10})$$

En réalité nous n'avons accès qu'aux tensions et courants des trois phases de la machine. Le passage aux grandeurs intermédiaires (tensions et courants de Park) se fait à l'aide des transformations de Park et de Concordia (directe et inverse). Sous les hypothèses suivantes :

- La période de la porteuse T_p est suffisamment petite par rapport aux constantes de temps électrique de la machine, et la fréquence de la porteuse $\omega_p = 2\pi/T_p$ est nettement supérieure à la pulsation électrique maximale de la machine

- La compensation du temps mort est parfaite
- La précision de la mesure de position est suffisante.

Si le courant i_{dref} est forcé à zéro $i_s = i_{sq}$, d'où la représentation suivante :

$$\phi_{ds} = \phi_e \quad (\text{II.11})$$

Et la forme du couple électromagnétique sera de la forme suivante :

$$C_e = \frac{3}{2} p \phi_e i_q \quad (\text{II.12})$$

Comme le flux est constant, le couple est directement proportionnel à $i_s = i_{sq}$, d'où la représentation suivante :

$$C_e = k_t i_{qs} \quad (\text{II.13})$$

Avec :

$$k_t = \frac{3}{2} p \phi_e \quad (\text{II.14})$$

Il est parfaitement remarquable que cette expression (II.5) soit similaire à celle d'une machine

à courant continu à excitation séparée, et qu'un contrôle indépendant du couple et du flux est établi (découplage).

II.4. Structure de la commande en tension

Dans cette technique de commande on se limite à la méthode indirecte, pour le contrôle du flux, en utilisant un bloc de défluxage. Donc le flux ne peut être régulé, il est déduit de la vitesse à partir du bloc de défluxage (**Fig. II.2**) [18].

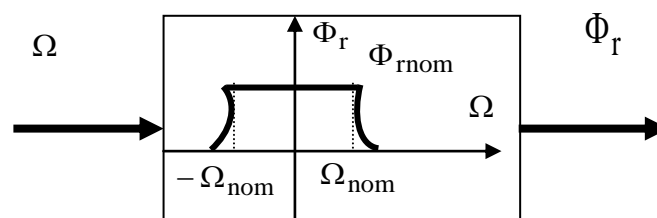


Fig.II.2. Bloc de défluxage.

Le bloc de défluxage permet l'exploitation optimale des capacités magnétiques de la machine, permettant un fonctionnement à couple constant si la vitesse est inférieure à la vitesse nominale, d'une part, d'autre part ce bloc permet, d'affaiblir le flux inversement proportionnel à la vitesse, pour les fonctionnements à puissance constante lorsque la vitesse excède la vitesse nominale. Il est défini par la relation non linéaire suivante :

$$df = \begin{cases} 1, & |\Omega| \leq \Omega_0 \\ \frac{\Omega_0}{|\Omega|}, & |\Omega| \geq \Omega_0 \end{cases} \quad (\text{II.15})$$

Avec :

Ω_0 : La vitesse de rotation nominale

Après l'application de principe de la commande vectorielle à ces équations, et après arrangement nécessaire on aura le système d'équations suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{ds} = \overbrace{\omega L_{qs} I_{qs}}^{e_q} \\ R_s I_{qs} + L_{qs} \frac{dI_{qs}}{dt} = V_{qs} + \overbrace{\omega L_{qs} I_{qs} + \omega \Phi_e}^{e_d} \end{array} \right. \quad (\text{II.16})$$

Le schéma de commande nécessite deux boucles de régulations pour les courants (I_{ds} , I_{qs}) et une autre pour la régulation de la vitesse. La structure de commande en tension est donner par la figure (II.3).

On tient à signaler ici que le schéma-bloc de la structure de commande en tension contient un bloc de compensation dont les équations sont données comme suit :

Posons :

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{sd1} = V_{sd} + e_q \\ V_{sq1} = V_{sq} + e_d \end{array} \right. \quad (\text{II.17})$$

Tel que (e_d , e_q) représentent les perturbations qu'il faut compenser.

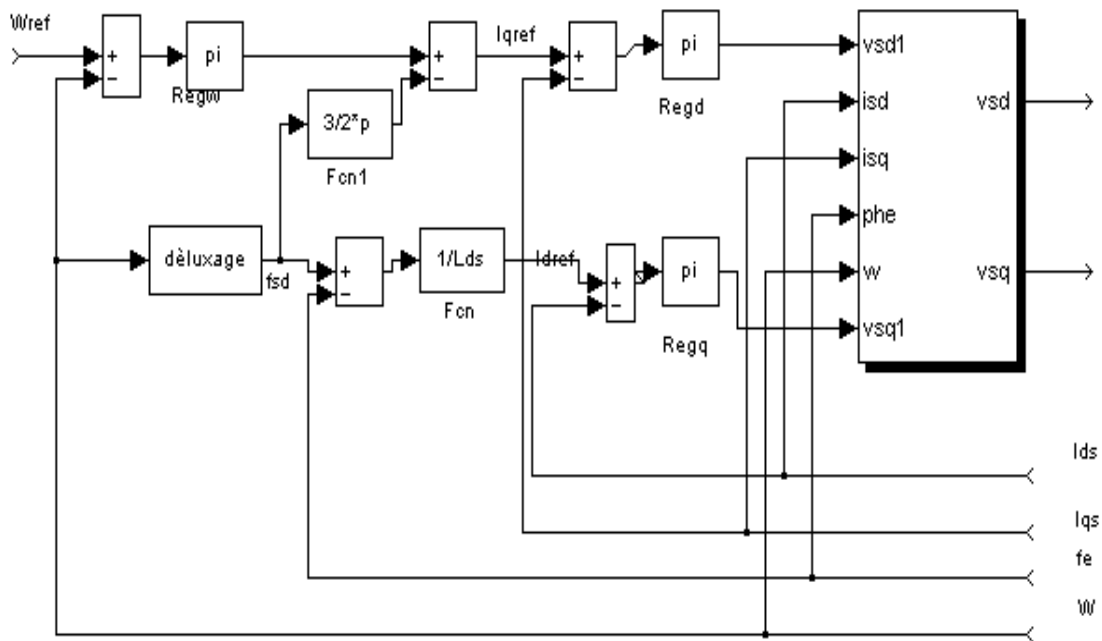


Fig. II.3. Structure de la commande vectorielle en tension

Sachant que :

$$\left\{ \begin{array}{l} e_d = -(\omega L_{ds} I_{ds} + \omega \Phi_f) \\ e_q = \omega L_{qs} I_{qs} \\ V_{sq} = V_{sq1} - e_d \\ V_{sd} = V_{sd1} - e_q \end{array} \right. \quad (II.18)$$

Alors on peut donner le schéma bloc de la compensation par la figure (2.4).

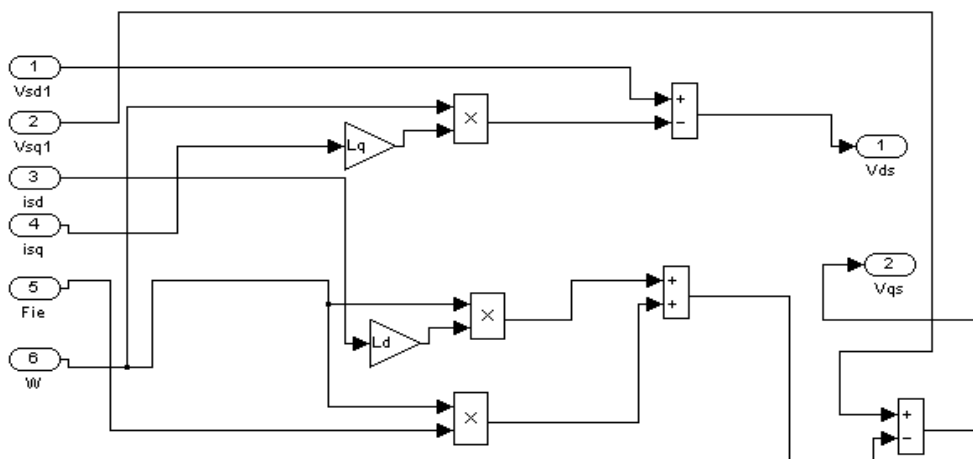


Fig. II.4. Schéma de compensation

La figure II.5. représente le schéma bloc de la commande vectorielle en tension du MSAP.

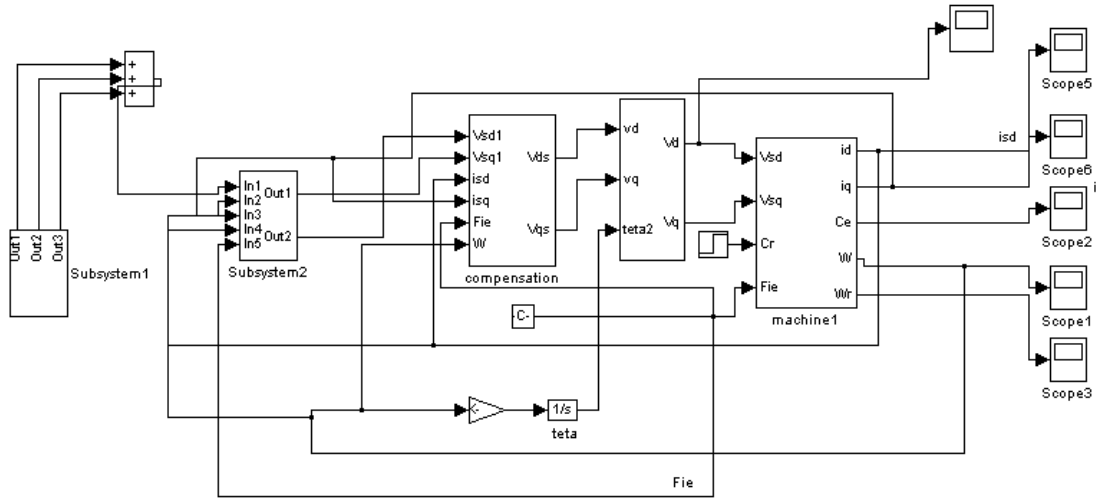


Fig. II.5. Schéma bloc de la commande vectorielle du MSAP

II. 5. Fonction de transfert d'une MSAP

Dans la plupart des cas, la dynamique mécanique de la machine est nettement plus lente que celle électrique et nous pouvons donc faire l'hypothèse que la vitesse angulaire $\omega = p\omega_r$ est considérée constante dans les équations électriques de la machine. Nous avons alors le modèle linéaire suivant :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \frac{L_q}{L_d} \omega \\ -\frac{L_d}{L_q} \omega & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e_d \\ e_q \end{bmatrix} \right) \quad (II.19)$$

La matrice de transfert du système Y(s) est définie par :

$$Y(s) = \frac{1/R_s}{p(s)} \begin{bmatrix} 1 + \tau_q s & \omega \tau_q \\ -\omega \tau_d & 1 + \tau_d s \end{bmatrix} \quad (II.20)$$

Avec :

$$P(s) = (1 + \tau_d s)(1 + \tau_q s) + \omega^2 \tau_d \tau_q$$

Où $\tau_d = \frac{L_d}{R_s}$ et $\tau_q = \frac{L_q}{R_s}$ sont les constantes de temps électriques.

La transmittance du régulateur PI utilisé dans notre étude peut être exprimée de la manière suivante :

$$K_p + \frac{K_i}{p} = \frac{K_i}{p} (1 + \tau p) \quad (\text{II.21})$$

Avec :

$$\tau = \frac{K_p}{K_i} \quad (\text{II.22})$$

La fonction de transfert du système (machine + régulateur PI) en BF est donnée par :

$$\frac{\Omega(s)}{\Omega_{\text{reff}}(s)} = \frac{1 + \tau s}{\frac{J}{K_i} s^2 + \tau s + 1} \quad (\text{II.23})$$

En comparant l'équation caractéristique de la fonction de transfert (II.20) avec la forme standard du second ordre, on trouve que :

$$\frac{K_i}{J} = \omega_o^2 \quad (\text{II.24})$$

$$\tau = \frac{2\xi}{\omega_o} \quad (\text{II.25})$$

Avec ξ : coefficient d'amortissement

A partir des équations (II.21), (II.22) et pour $\xi = 1$, on aura :

$$K_i = \frac{4J}{\tau^2} \quad (\text{II.26})$$

Pour calculer K_i , la constante de temps associée au régulateur τ est choisie en fonction de la

constante de temps statorique dans l'axe q par $\tau = \frac{L_{qs}}{R_s}$ qui caractérise la dynamique du

couple. Par conséquence :

$$K_p = K_i \cdot \tau \quad (\text{II.27})$$

La boucle de régulation de la vitesse est donnée par la figure (II.6), mais on a ajouté à cette boucle un filtre pour éliminer le dépassement dû à l'existence d'un (Zéro) dans la FTBF du Système (machine + régulateur *PI*)

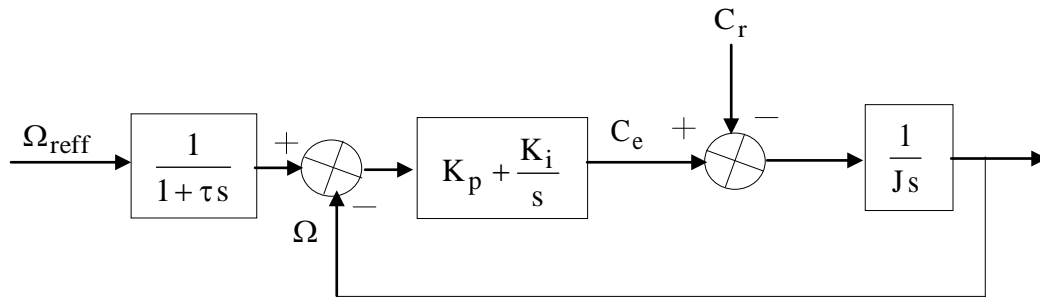


Fig. II.6.: Régulation de la vitesse

II.6. Onduleur de tension

Les onduleurs de tension alimentent les machines à courant alternatif à partir d'une source de tension continue. Ils permettent d'imposer aux bornes de la machine des tensions d'amplitude et de fréquence réglables par la commande. Une machine triphasée sans liaison de neutre alimentée par un onduleur de tension à trois bras comprenant chacun deux cellules de commutation. Chaque cellule est composée d'un interrupteur, commandé à l'amorçage et au blocage et d'une diode antiparallèle. Dans notre travail l'onduleur est commandé par la technique de Modulation de Largeur d'Impulsions (MLI) échantillonnée symétrique. Elle consiste à imposer aux bornes de la machine des tensions, hachées à fréquence fixe, évoluant en fonction des références de tension obtenues à partir des régulateurs des courants. A l'aide d'un signal triangulaire appelé « porteuse », ces tensions sont modulées en largeur d'impulsions (MLI) afin de déterminer les instants de commutation et la durée de conduction de chaque interrupteur de l'onduleur. A chaque instant, l'un des deux interrupteurs de chaque bras est en conduction et l'autre est bloqué. En MLI échantillonnée symétrique, le signal de référence est constant pendant au moins une période de la porteuse. Ce qui permet de calculer facilement les instants d'intersection du signal de référence avec la porteuse au début de chaque période de celle-ci.

II.7. Modélisation des onduleurs de tension

Dans l'étude de l'ensemble commande-onduleur-machine-charge, nous nous intéressons uniquement au comportement dynamique des variables électriques et mécaniques de la machine. Du fait que les constantes de temps des machines et des régulateurs sont très grandes devant le temps de transition d'un état à l'autre des composants semi-conducteurs, on peut faciliter la modélisation et réduire le temps de simulation en modélisant l'onduleur par un ensemble d'interrupteurs idéaux : c'est-à-dire résistance nulle à l'état passant, résistance infinie à l'état bloqué, réaction instantanée aux signaux de commande. Cette méthode est la plus couramment utilisée dans l'étude de l'ensemble onduleur-machine. La figure (II.7) présente le schéma de cet onduleur et son modèle. Les six interrupteurs de l'onduleur relient les deux bornes de la source de tension aux trois phases de la machine. L'état de conduction des composants de l'onduleur peut-être représenté par une matrice de connexion [15] de dimension (2,3) dont chaque élément représente l'état de conduction d'un interrupteur :

$$C = \begin{bmatrix} c_{pa} & c_{na} \\ c_{pb} & c_{nb} \\ c_{pc} & c_{nc} \end{bmatrix} \quad (\text{II.28})$$

Les indices n et p spécifient la liaison des éléments aux bornes négative ou positive de la source et les indices a , b et c indiquent les trois phases de sortie de l'onduleur :

1- $c_{ij} = 1$ lorsque l'interrupteur reliant la borne i de la source de tension à la phase j de la machine est passant.

2- $c_{ij} = 0$ lorsque l'interrupteur correspondant est bloqué.

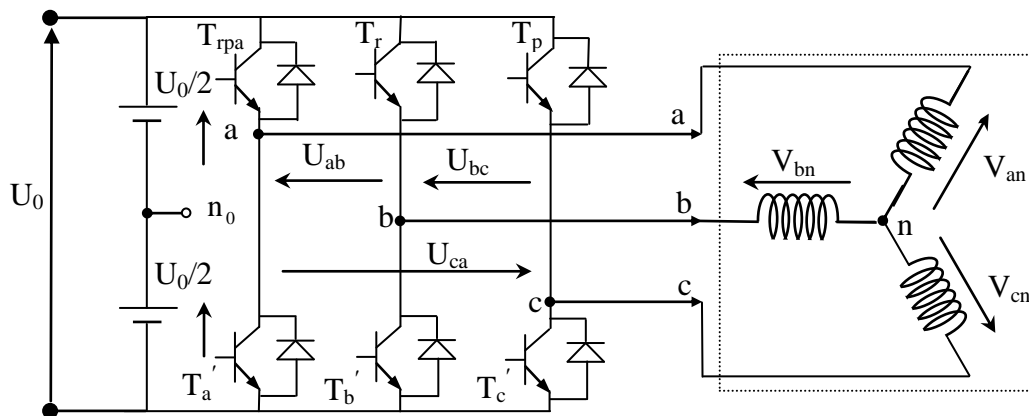


Fig. II.7 Schéma de l'onduleur et de son modèle.

Les tensions de sortie de l'onduleur par rapport au point milieu m de la source pris comme la référence de potentiel sont données par :

$$\begin{bmatrix} V_{am} \\ V_{bm} \\ V_{cm} \end{bmatrix} = \frac{U_0}{2} C \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (\text{II.29})$$

Et pour éliminer la composante homopolaire dans les expressions des tensions aux bornes des enroulements statoriques, nous avons :

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = T_{32} T'_{32} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{am} \\ V_{bm} \\ V_{cm} \end{bmatrix} \quad (\text{II.30})$$

La figure (2.8) montre le principe de la commande d'un bras de l'onduleur par la technique MLI échantillonnée symétrique. La tension de référence V_{jr} est constante sur une période de la porteuse T_p et les commandes c_{pj} et c_{nj} sont déterminées à partir des intersections de la porteuse et la référence.

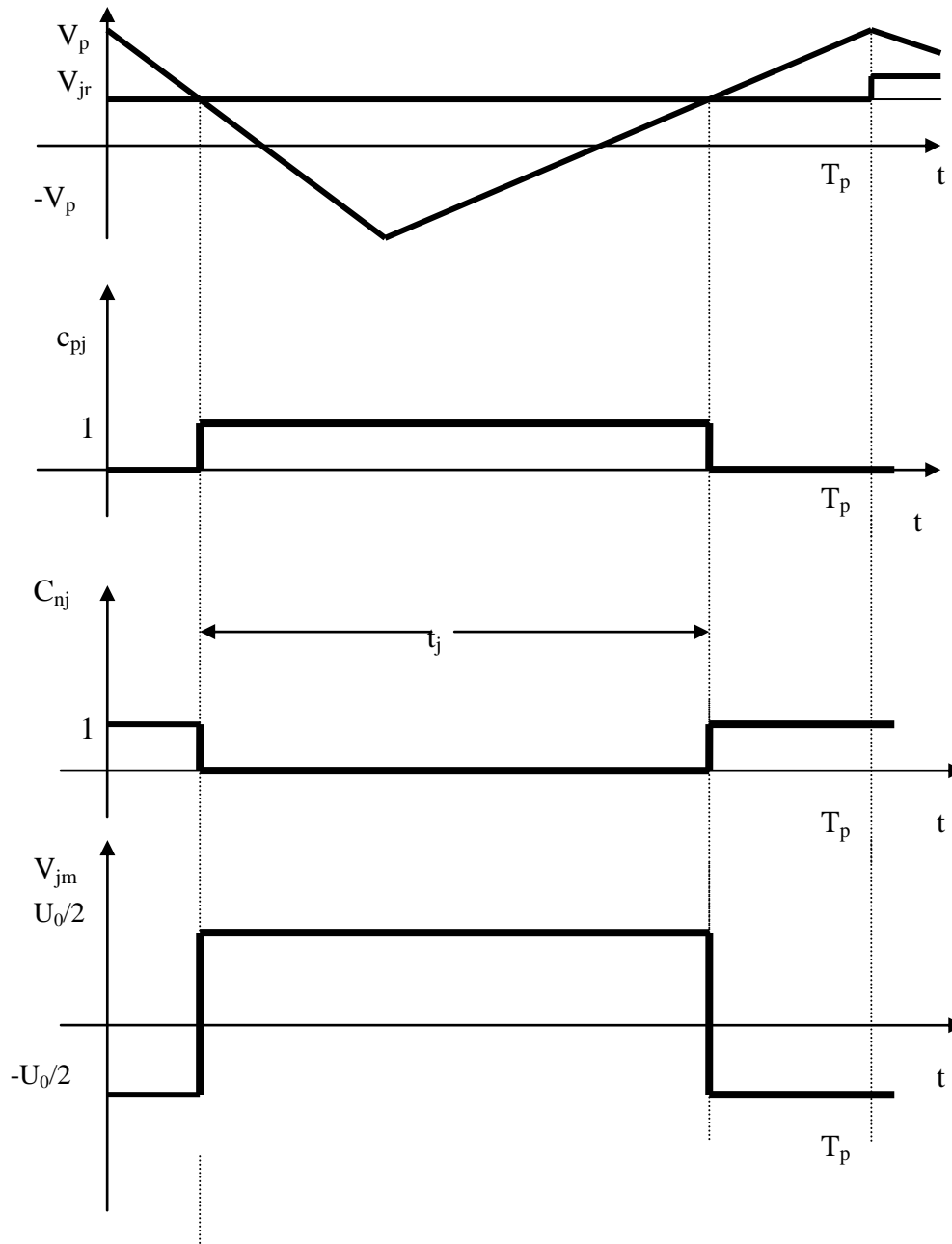


Fig. II.8 Principe de la commande MLI échantillonnée symétrique d'un bras de l'onduleur

A chaque période de la porteuse, il faut déterminer les rapports cycliques t_j (i.e. les instants de commutation des interrupteurs) de manière suivante :

$$t_j = \left(\frac{1}{2} + \frac{V_{jr}}{2V_p} \right) T_p, \quad |V_{jr}| < V_p, \quad j = a, b, c \quad (\text{II.31})$$

Dans le cas où les interrupteurs sont considérés idéaux, la tension moyenne de la phase j est :

$$\bar{V}_j = \left(\frac{2t_j}{T_p} - 1 \right) \frac{U_0}{2} \quad (\text{II.32})$$

Ce qui nous conduit au modèle suivant, au sens des valeurs moyennes sur une période de hachage, de l'onduleur à MLI :

$$\bar{V}_j = G_{ond} V_{jr} \quad (\text{II.33})$$

Avec :
$$G_{ond} = \frac{U_0}{2V_p}$$

Dans ce paragraphe, nous citons quelques méthodes avancées de conception des régulateurs. Il s'agit de trois familles des régulateurs avancés : régulateurs linéaires robustes, régulateurs non linéaires et régulateurs intelligents. Nous ne ferons pas ici une présentation exhaustive des méthodes susmentionnées. La méthode la plus fréquente est celle utilisée dans ce mémoire C'est le régulateur PI.

Nous nous limiterons donc par la suite aux régulateurs PI suivants :

$$C_d(s) = K_d \frac{1 + \tau_{id}s}{\tau_{id}s}; \quad C_q(s) = K_q \frac{1 + \tau_{iq}s}{\tau_{iq}s}; \quad C_\omega(s) = K_\omega \frac{1 + \tau_{jw}s}{\tau_{jw}s} \quad (\text{II.34})$$

Où $C_d(s)$ et $C_q(s)$ sont les régulateurs des courants direct et en quadrature (i_d et i_q) et $C_\omega(s)$ est le régulateur de vitesse angulaire mécanique Ω .

II.8. Simulation numérique de l'ensemble commande- onduleur- machine a-sans onduleur

a-1- en mode normal

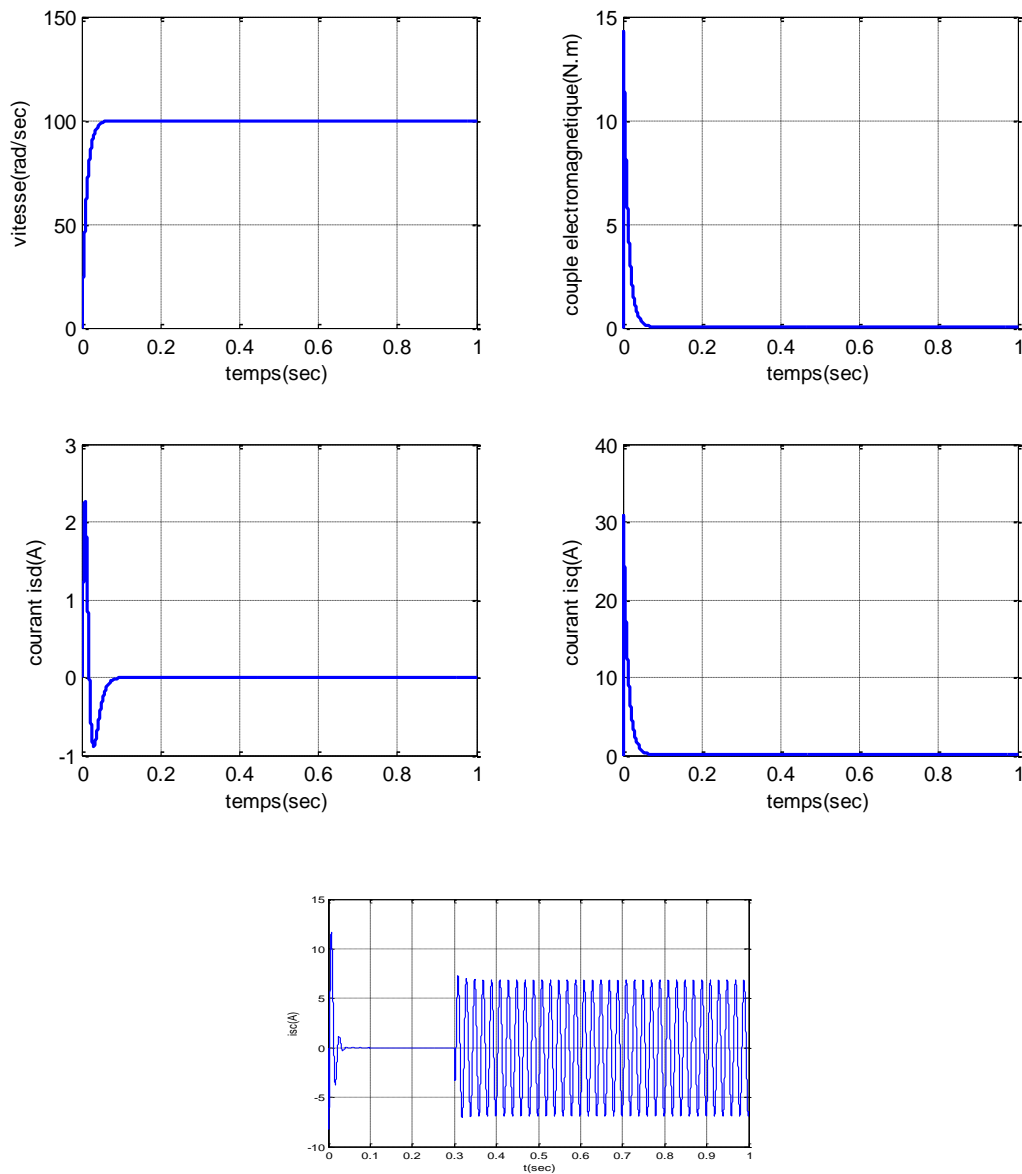


Fig. II.9. Résultat de simulation de la MSAP à vide –en mode normal–.

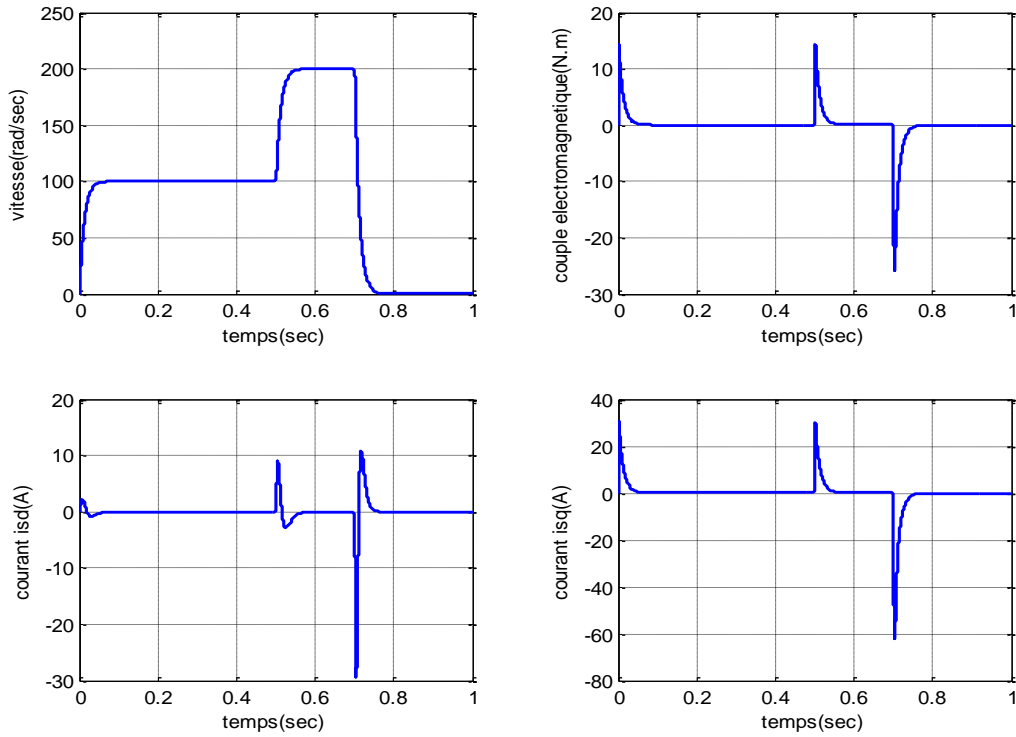


Fig. II.10. Résultat de simulation de la MSAP- effet de reference de vitesse $\omega_m=200$ rad/sec et $\omega_m=0$ rad/sec en mode normal –.

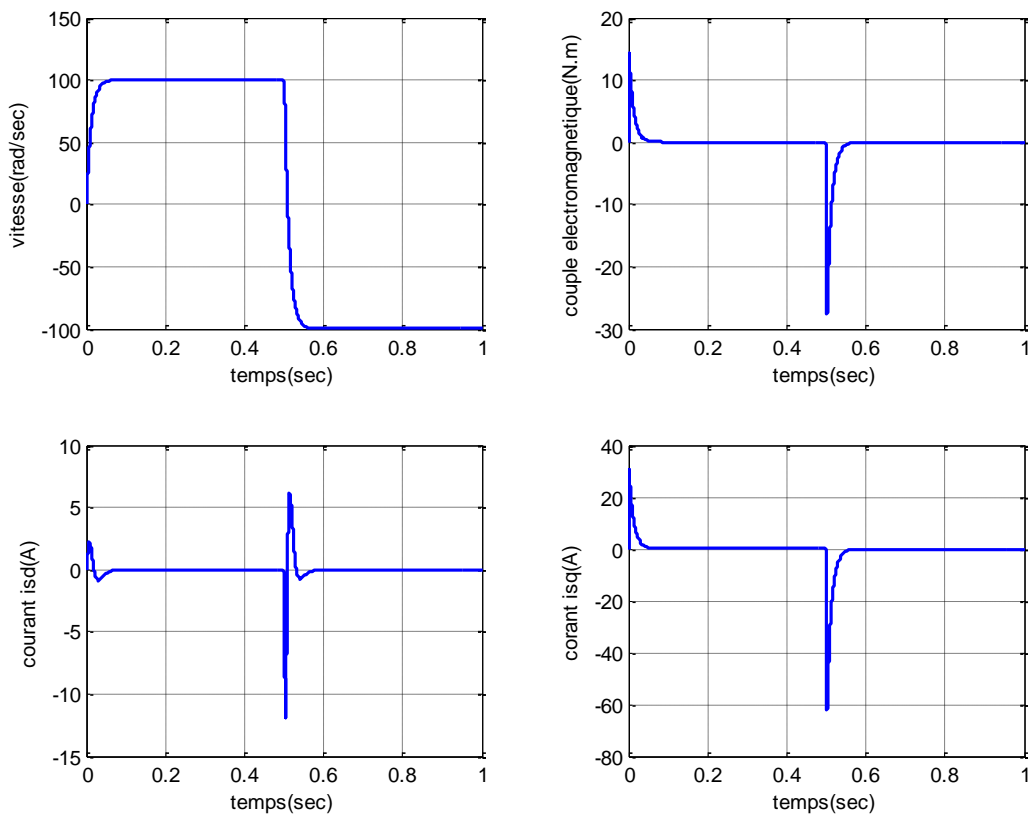


Fig. II.11. Inversion de la vitesse -en mode normal- et defluxé $c_r=0$ Nm.

a-2-en mode dé fluxé

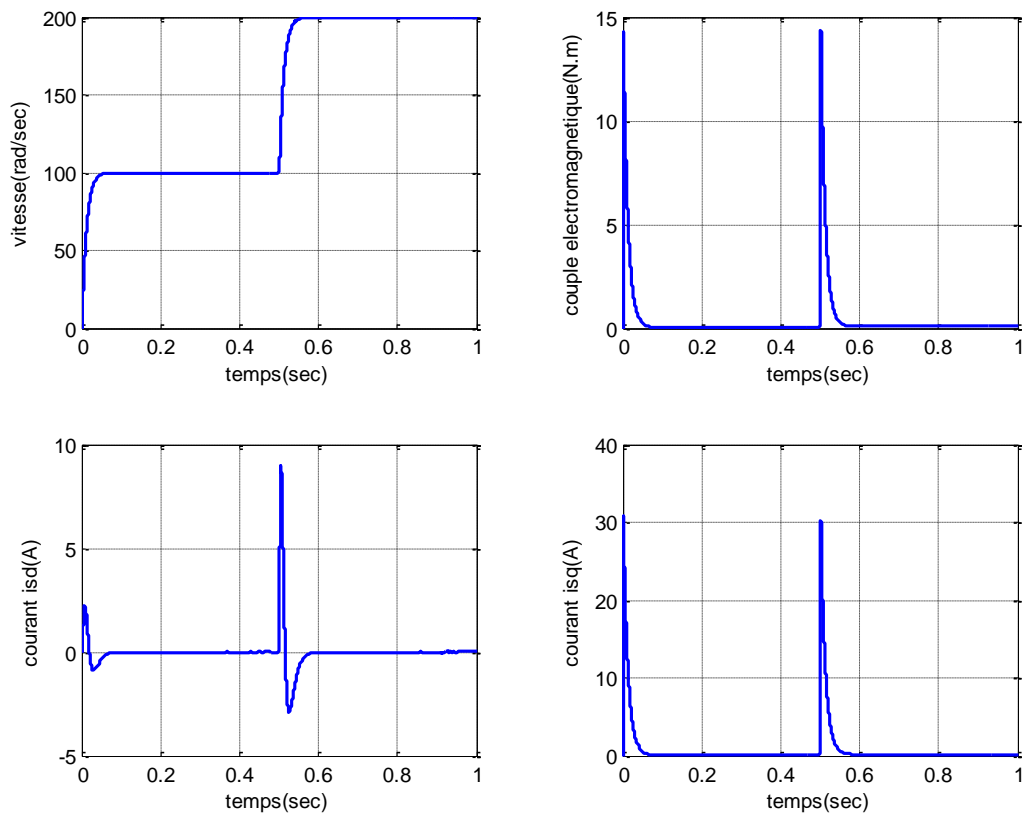


Fig. II.12. Résultat de simulation de la régulation analogique (mode normal et défluxé).

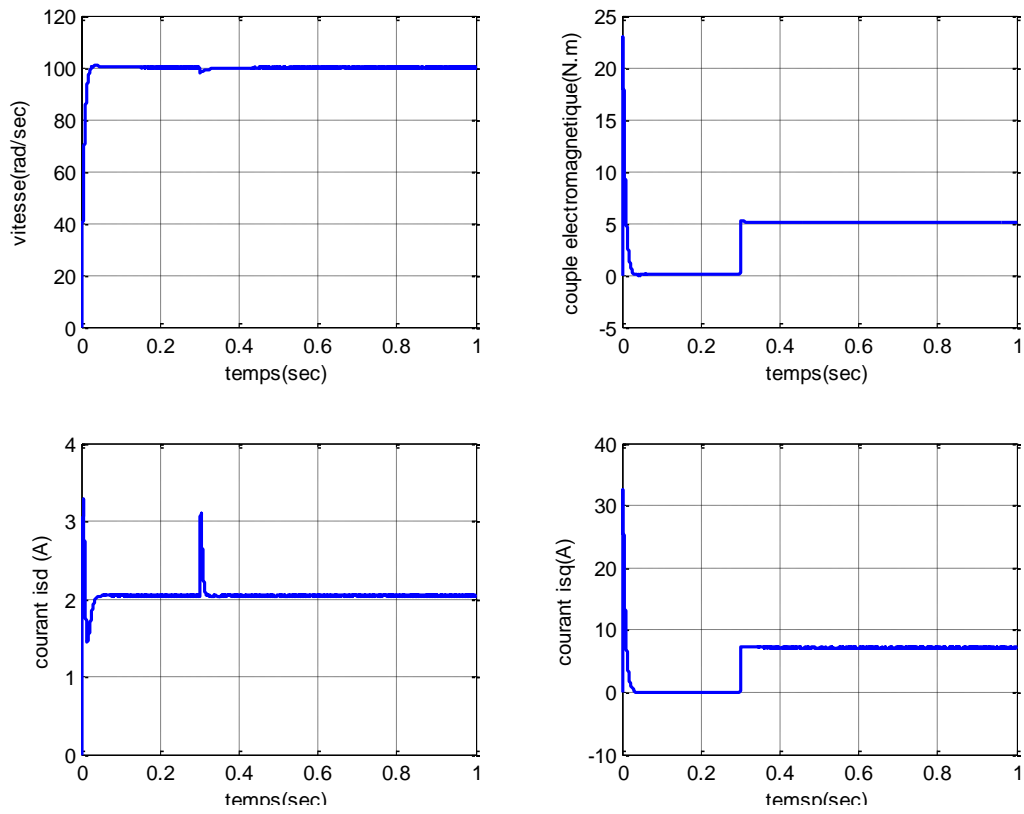


Fig. II.13. Résultats de simulation de la régulation analogique (mode normal). en charge $C_r=5N.m$ à $t=0.3s$

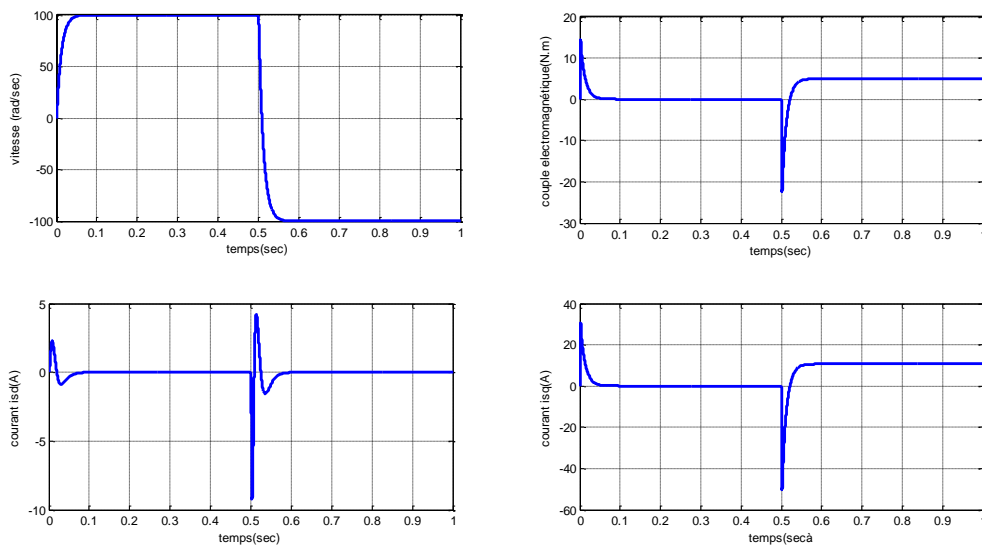


Fig. II.14. Résultat de simulation de l'inversion de sens de la vitesse (Mode normal). $C_r=5N.m$ à $t=0.5s$

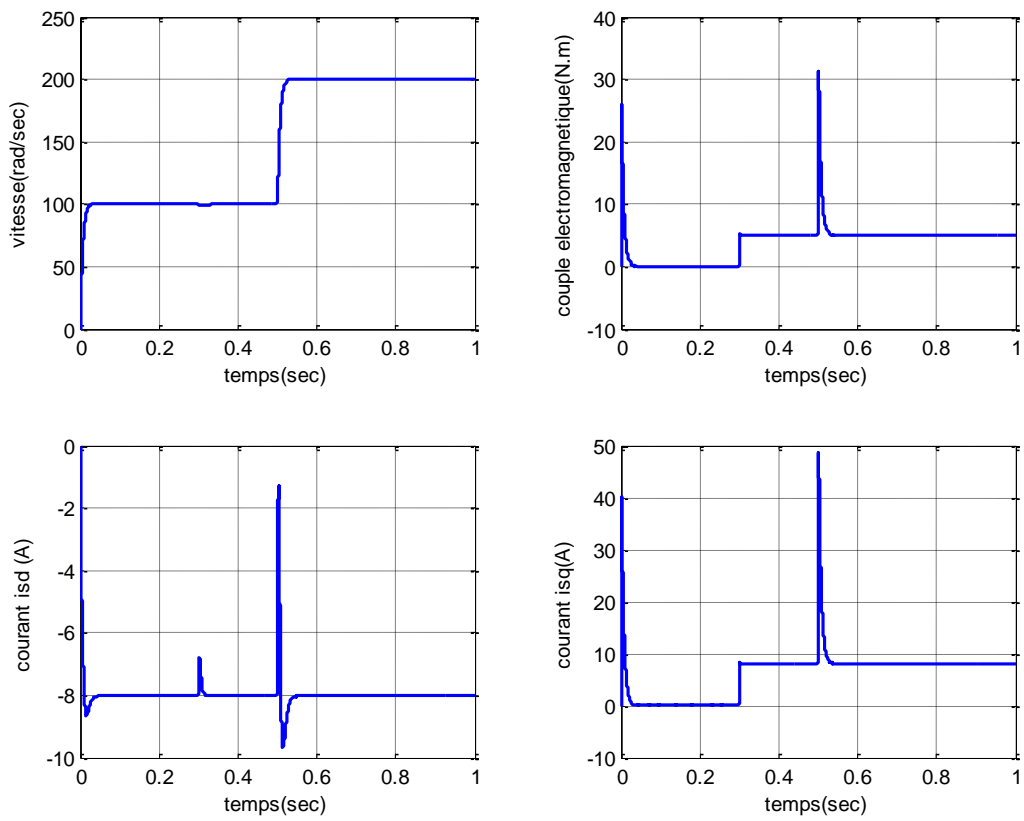


Fig. II.15. Résultats de simulation de défluxage en charge $C_r=5\text{N.m}$ (Mode défluxé). à $t=0.5\text{s}$

b-avec onduleur

a-mode normal

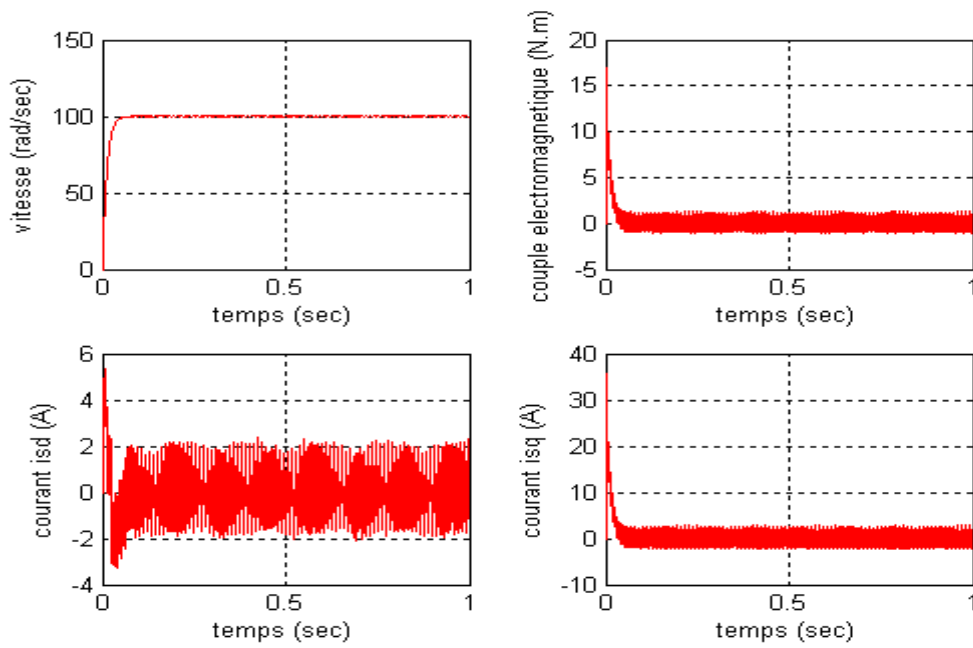


Fig. II.16. Résultats de simulation à vide
(Mode normal)

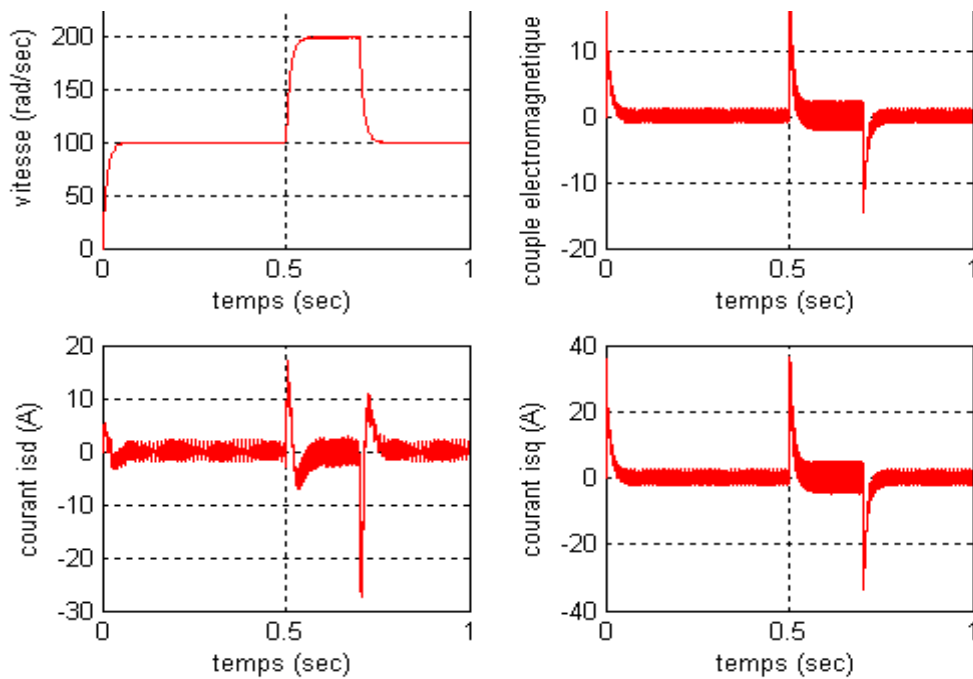


Fig. II.17. Résultat de simulation de la régulation de vitesse
(Mode normal)

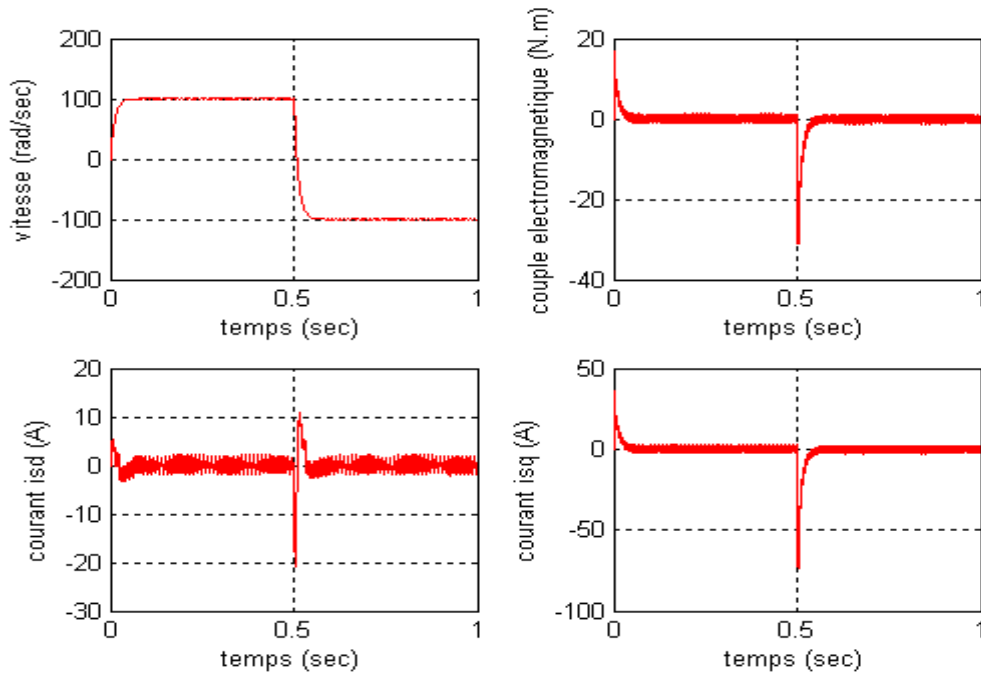


Fig. II.18. Résultat de simulation de l'inversion du sens de la vitesse (de 100 à -100 rad/sec) (Mode normal)

II.9. Interprétation des résultats

Les figures (II.9)-(II.17) présentent les résultats de simulation obtenus. Ces courbes ont été tracées à l'aide du logiciel MATLAB 6.5.

La figure (II.9).représente les résultats d'un démarrage à vide où la vitesse est fixée à la référence de 100(rad/sec), la figure (II.9), représente aussi l'allure du courant i_{sd} et i_{sq} .

La figure (II.9).Illustre les résultats de simulation d'un démarrage suivi par une inversion de vitesse à $t=0.5s$. La vitesse angulaire poursuit sa référence ($\pm 100rd/s$) et le contrôle du couple (image de i_q) est satisfaisant.

II.10. Conclusion

Ce chapitre est une présentation de la commande vectorielle des machines synchrones à aimants permanents (MSAP). Nous avons d'abord présenté les référentiels et les transformations utilisés dans les systèmes de commande des machines, une modélisation de l'onduleur été présentée, les résultats de simulation (figure II.9) montrent les performances de la régulation étant donné que la vitesse est obtenue sans dépassement avec un temps de réponse court car la machine est à vide et que l'inertie est faible. Lors du démarrage, le couple

électromagnétique atteint la valeur limite (30 N.m) et se stabilise à une valeur pratiquement nulle en régime permanent.

La réponse des deux composantes du courant statorique montre bien le découplage introduit par la commande vectorielle de la machine. Avant qu'il prenne une valeur nulle, il est négatif et après 0.02 sec il atteint sa valeur nulle.

Nous avons également examiné le fonctionnement en mode défluxé (figure II.12) pour lequel nous constatons, à une vitesse de référence (100 rad/sec), que le système répond pratiquement sans dépassement avec un temps de réponse plus important que dans le cas du mode normal.

Nous avons également étudié la robustesse de la régulation en simulant un démarrage, puis une inversion du sens de rotation. Pour les deux modes examinés (figure II.13 et figure II.14), nous constatons que la vitesse répond sans dépassement en démarrage et en inversion. En charge sur les figures (II.13) et (II.14) on voit clairement que la machine à l'instant $t=0.5$ sec répond et le couple atteint la valeur en charge de $c_r=5$ N.m à l'instant $t=0.5$ sec.

La machine synchrone à aimants permanent est alimentée maintenant par un onduleur de tension MLI. Les résultats de simulation du système avec onduleur, sont donnés sur la figure (II.16) pour le fonctionnement normal. Pour le fonctionnement en mode normal, nous constatons que le système répond toujours sans dépassement avec pratiquement le même temps de réponse que le système sans onduleur.

Les résultats de simulation sont obtenus à l'aide d'un logiciel de simulation MATLAB/SIMULINK.

Chapitre III

Développement Théorique de la Méthode du « Backstepping »

III.1. Introduction

Depuis quelques années, beaucoup de progrès ont été faits dans le domaine de la commande des systèmes non linéaires. La technique du backstepping fait partie de ces nouvelles percées dans ce domaine. Elle a été développée par Kanellakopoulos et al, au début des années '90. Elle offre une méthode systématique pour effectuer le design d'un contrôleur, pour des systèmes non linéaires. L'avantage principal de cette méthode est de garantir la stabilité du couple contrôleur-procédé. La méthode du backstepping permet de déterminer une loi de mise à jours des paramètres, pour une loi de commande adaptative, qui garantie, elle aussi, la stabilité du couple contrôleur- procédé, [19].

La plupart des systèmes physiques qui nous entourent sont non linéaires. Bien souvent, ces non linéarités sont faibles ou ne sont pas visibles sur la plage d'opérations de ces procédés. Le souci constant d'améliorer les performances des systèmes commandés conduit à des modélisations de plus en plus précises qui permettent de répondre sur une plus large plage d'opérations. C'est à ce moment que les non linéarités se font sentir et rendent les outils d'analyse et/ou de synthèse des lois de commande, utilisés dans le domaine linéaire, anciens et absolument incapables de rendre compte de certains phénomènes. C'est pourquoi, depuis quelques années, beaucoup de recherches ont été effectuées dans le domaine de la commande des systèmes non linéaires. Le backstepping fait partie de ces nouvelles méthodes de commande.

Dans ce qui suit, nous irons clarifier d'abord la notion des systèmes non linéaires, puis le concept et la mise au point de la technique backstepping, ensuite nous établirons l'algorithme généralisé. Quelques modèles exemplaires seront le siège de l'application de cette technique basée sur la théorie de Lyapunov qui va garantir la stabilité du système non linéaire commandé.

Les centres d'intérêt du projet s'articulent autour des systèmes non linéaires et les deux types de commande suivants iront nous permettre d'atteindre nos objectifs :

- Commande non Adaptative et Adaptative des Systèmes Non linéaires par la technique « backstepping »,
- Commande Adaptative des Systèmes Non-linéaires par l'Approche « backstepping-Neuronale ».

III.2. Systèmes non linéaires

Pendant très longtemps, les systèmes physiques modélisés par des équations non linéaires ont été étudiés en considérant que les non linéarités étaient négligeables par rapport aux termes linéaires ce qui donne naissance à des problèmes généraux dans ce sens au niveau du comportement du processus.

Comme nous l'avons vu, précédemment, le modèle d'un tel système linéaire est valable pour une zone de fonctionnement particulière, en dehors de cette zone, le système n'est plus linéaire ou les coefficients choisis ne sont plus valides.

Ces notions nous permettent d'aborder une autre catégorie des systèmes, dont leur étude constituera une importance majeure dans le domaine de la commande des processus physiques, ce sont les systèmes non linéaires.

Quelques exemples de ces phénomènes sont donnés. Un système linéaire possède un seul point d'équilibre. Un système non linéaire peut en avoir plusieurs. Le système peut converger, en régime permanent, à l'un des points, suivant les conditions initiales (point d'opération).

L'état d'un système linéaire instable peut prendre des valeurs infinies quand le temps devient infini. Un système non linéaire peut voir son état prendre des valeurs infinies, pour des valeurs finies du temps (finite escape time). Cette propriété peut-être à l'origine de sérieux problèmes de stabilité, notamment en commande adaptative, [20].

Pour qu'un système linéaire présente des oscillations entretenues, il faut qu'il ait une paire de pôles imaginaires. Il est presque impossible de maintenir de telles oscillations en présence de perturbations.

Dans la pratique, les oscillations stables (d'amplitudes et fréquence fixes) doivent-être réalisées par des systèmes non linéaires. Ce type d'oscillations est connu sous le nom de cycles limités.

Un système linéaire, sous l'effet d'une entrée périodique, produit un signal périodique de même période à sa sortie. Un système non linéaire peut osciller avec des fréquences qui sont des sous multiples et / ou de multiples de la fréquence d'entrée.

Un système non linéaire peut avoir des régimes permanents plus compliqués que ceux cités précédemment. Ces régimes sont connus sous le nom de chaos. Ils présentent un aspect stochastique.

Contrairement au cas linéaire, les systèmes non linéaires, étant définis par négation, ne représentent pas un ensemble homogène. Une méthode qui donne de bons résultats sur une classe de systèmes, peut avoir des conséquences catastrophiques sur une autre classe, très peu différente de la première. Par conséquent, dans le cadre de la commande des systèmes non linéaires la question de l'applicabilité est primordiale, et une méthode générale n'existe pas. Tous les efforts consentis ces dernières années visent à élargir, le plus possible, l'ensemble des systèmes auxquels les méthodes sont applicables. Ces ensembles sont définis en termes de contraintes imposées aux non-linéarités du système, [21].

III.3. Stabilité des systèmes linéaires et non linéaires

III.3.1. Equilibre et stabilité des systèmes

Quelques définitions relatives à la stabilité des systèmes non linéaires seront données. Les méthodes d'analyses seront brièvement présentées. On parlera surtout des méthodes de Lyapunov, et l'accent sera, plus particulièrement, mis sur la deuxième méthode de Lyapunov, qui constitue l'élément central de la méthode design adoptée, i.e. le backstepping.

On appelle systèmes linéaires les systèmes physiques représentés par des équations différentielles linéaires à coefficients constants, l'hypothèse de linéarité équivaut au principe de superposition. Les systèmes non linéaires, par opposition aux systèmes linéaires, sont des systèmes physiques qui ne sont pas régis par des équations linéaires. Autrement dit, le principe de superposition ne peut leur être appliqué.

Physiquement, un système est en équilibre quand il conserve son état en absence de forces externes. Mathématiquement, cela équivaut à dire que la dérivée \dot{x} de son état est nulle pour un système.

$$\dot{x}=\varphi(x) \tag{III.1}$$

L'état (ou les états) d'équilibre x_e est la solution (sont les solutions) de l'équation algébrique $\varphi(x_e) = 0$.

Dans le cas de systèmes linéaires, on a $\varphi(x) = Ax$, ce qui implique que $x=0$ est un point d'équilibre pour tout système linéaire. Si A est régulière, l'origine est le seul point d'équilibre. Dans le cas où la matrice A est singulière, tout le sous espace défini par $Ax=0$ constitue une région d'équilibre. Pour les non linéaires, la solution est moins évidente et l'origine, n'est pas forcément un point d'équilibre. En plus, en présence de plusieurs équilibres, ces derniers peuvent se présenter, comme dans le cas linéaire, sous forme de domaines continus, mais aussi de points isolés, voir même de combinaisons de deux.

Pour comprendre le comportement d'un système non linéaire, on utilise souvent une représentation de ses trajectoires dans l'espace de phase (Fig. 3.1). Ces trajectoires sont un ensemble de courbes qui représentent l'évolution de l'état du système dans le temps. L'obtention de ces trajectoires passe, toutefois, par la résolution de l'équation différentielle (III.1), qui peut s'avérer une tâche difficile. C'est pourquoi, les outils permettant l'analyse du comportement du système, sans avoir à résoudre les équations qui les décrivent, ont connu un grand succès. Les techniques basées sur la deuxième méthode de Lyapunov font partie de cette classe.

Stabilité (définition intuitive)

On dit qu'un système est stable s'il déplace de sa position d'équilibre et tend à y revenir ; instable, s'il tend à s'en écarter davantage :

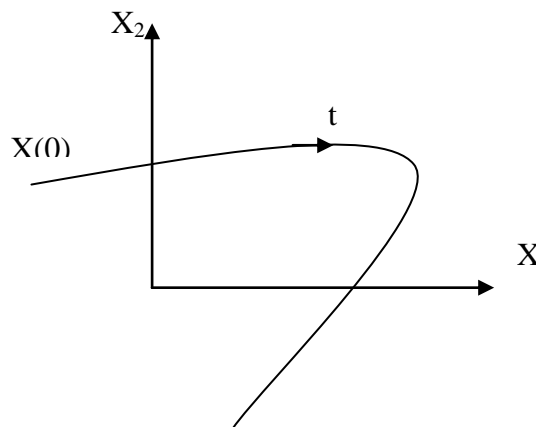


Fig. III.1 : Trajectoire d'un système dans le plan de phase

Exemple 3.1

Soit à stabiliser l'origine ($x_1=0$) du système scalaire :

$$\dot{x}_1 = \varphi_1(x_1)^T \theta + \psi_1(x_1) u \quad (\text{III.2})$$

où φ_1 et ψ_1 sont des fonctions non linéaires, et θ est un vecteur de paramètres connus. Pour ce fait, la fonction de Lyapunov $V(x_1)$ doit être choisie et une commande u qui annule sa dérivée le long de la trajectoire, doit être calculée. La fonction suivante :

$$V(x_1) = \frac{1}{2}x_1^2 \quad (\text{III.3})$$

représente souvent un bon choix. Sa dérivée le long de la solution de l'équation (III.2) donne :

$$\dot{V}(x_1) = x_1 \cdot \dot{x}_1 = x_1 \cdot [\varphi_1(x_1)^T \cdot \theta + \psi_1(x_1)u] \quad (\text{III.4})$$

Un choix judicieux de u rend $V(x_1)$ négative et assure la stabilité asymptotique de l'origine du système. Un exemple de commande est donné par le choix de u tel que :

$$\varphi_1(x_1)^T \cdot \theta + \psi_1(x_1)u = -k_1 x_1 \quad k_1 > 0 \quad (\text{III.5})$$

ce qui donne :

$$u = -\frac{1}{\psi_1(x_1)} \cdot [k_1 x_1 + \varphi_1(x_1)^T \cdot \theta] \quad (\text{III.6})$$

La dérivée s'écrit alors :

$$\dot{V}(x_1) = -k_1 x_1^2 \leq 0 \quad (\text{III.7})$$

D'où la stabilité asymptotique de l'origine. Le fait que, dans l'équation (III.4) \dot{V} soit semi définie négative n'implique pas forcément une stabilité simple. L'ensemble des points où la dérivée s'annule ne constitue pas une trajectoire possible du système, puisqu'elle ne s'annule qu'à l'origine. On peut donc, selon le théorème de Barbasin- Krasovskij, affirmer la stabilité asymptotique. [22].

Remarque 3.1. (Choix de la commande)

Le choix de u n'est pas unique. Un bon choix permet de rendre négative la dérivée, sans supprimer les non-linéarités utiles dans le système, ni augmenter inutilement l'effort fourni par l'actionneur.

III.3.2. Choix de la fonction de Lyapunov

La théorie de Lyapunov a été pendant longtemps un outil important dans la commande linéaire aussi bien que la commande non-linéaire cependant, son utilisation dans la commande non-linéaire a été entravée par les difficultés pour trouver une fonction de Lyapunov pour un

système donné mais la tâche de trouver une telle fonction a été souvent laissée à l'imagination et à l'expertise du concepteur.

Même pour des systèmes simples et en l'absence d'incertitudes le choix de la fonction de Lyapunov, et de la loi de commande n'est pas toujours facile. Aucune règle générale n'existe à ce jour quant au choix d'une telle fonction. Et quand on sait l'influence de ce choix sur le comportement général du système, on comprend l'intérêt qu'a suscité ce problème ces dernières années.

La théorie de Lyapunov

Une condition de base sur un système commandé est qu'elle devrait atteindre l'équilibre désiré sans prendre un détour trop grand y arrivant. Formalisons cette condition en termes de propriétés de l'équilibre désiré, d'après Slotine et Li, [23].

Définition.3.1 (la stabilité de Lyapunov)

Considérons un système de temps invariable :

$$\dot{x}=f(x)$$

Commençons à l'état initial $x(0)$. Soit x_e un point d'équilibre du système, alors $f(x_e)=0$.

Nous savons que le point d'équilibre est stable, si pour chaque $\varepsilon>0$ il existe $\delta(\varepsilon)>0$ tel que

$$\|x(0)-x_e\|<\delta \Rightarrow \|x(t)-x_e\|<\varepsilon \text{ pour tout } t \geq 0$$

- instable, s'il n'est pas stable ;
- asymptotiquement stable, s'il est stable et une addition existe $r>0$ tel que

$$\|x(0)-x_e\|<r \Rightarrow x(t) \rightarrow x_e \text{ si } t \rightarrow \infty$$

- globalement asymptotiquement stable s'il est asymptotiquement stable pour tous les états initiales.

Définition 3. 2

La fonction scalaire $V(x)$ est dite :

- positive définie si :
$$\begin{cases} V(0)=0 & \text{et} \\ V(x)>0, & x \neq 0 \end{cases}$$

- positive semi définie si : $\begin{cases} V(0)=0 & \text{et} \\ V(x) \geq 0, & x \neq 0 \end{cases}$
- négative semi définie si : $-V(x)$ est positive (semi définie)
- radialement illimité si : $V(x) \rightarrow \infty$ dont $\|x\| \rightarrow \infty$

Annonçons maintenant les théorèmes de la stabilité.

Théorème 3.1 (La Salle-Yoshizawa)

Prenons $x=0$ est le point d'équilibre pour l'équation (III.3). Prenons $V(x)$ est une fonction scalaire, continuellement différentiable de l'état x tel que :

- $V(x)$ est définie positive
- $V(x)$ est radialement illimité
- $V(x) = V_x(x)f(x) \leq -W(x)$ ou $W(x)$ est positive semidefinie

Alors, toutes les solutions de l'équation (III.3) satisfont : $\lim_{t \rightarrow \infty} W(x(t)) = 0$

En addition, si $W(x)$ est définie positive, puis l'équilibre $x=0$ est globalement asymptotiquement stable.

Pour démontrer la stabilité quand $\dot{V}(x)$ est seulement définie semi négative, les corollaires suivants de LaSalle sont utiles.

Corollaire 3.1

Admettons $x=0$ est le seul point d'équilibre pour l'équation (III.3). Admettons que $V(x)$ une fonction scalaire, continuellement différentiable pour l'état x tels que :

- $V(x)$ est définie positive
- $V(x)$ est radialement illimitée
- $V(x)$ est définie semi négative

Admettons que $E = \{x : V(x) = 0\}$ et supposons qu'aucune solution que $x(t) \equiv 0$ peut rester toujours en E . alors $x=0$ est asymptotiquement globalement stable, [24].

Notez que ces résultats sont non-constructifs, dans le sens qui ne donnent aucun indice au sujet de la façon trouver un V satisfaisant les conditions nécessaires de conclure globalement asymptotiquement stable (GAS). Nous nous référerons à une fonction $V(x)$ satisfaisant les conditions spécifiées dans theorem3.1 comme fonction de lyapunov pour le système.

III.3.3. Conception de commande basée sur Lyapunov

Maintenant ajoutons une commande d'entrée et on considère le système suivant :

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (III.8)$$

tel que u est une loi de commande donnée par : $u = k(x)$ de sorte que l'état désiré de la boucle fermée du système : $\dot{x} = f(x, k(x))$ devient globalement asymptotiquement un point stable d'équilibre. Pour la simplicité, nous assumerons l'origine pour être l'état de but. Ceci peut toujours être réalisé par un changement approprié des coordonnées.

Une approche franche à trouver le $k(x)$ est de construire une fonction définie positive et radialement illimitée $V(x)$ et alors choisir $k(x)$ tels que :

$$\dot{V} = V_x(x) f(x, k(x)) = -W(x) \quad (III.9)$$

où : $W(x)$ est définie positive.

Alors la stabilité en boucle fermée suit le théorème (III.1). Pour que cette approche soit vérifiée, V et W doivent être choisies adéquatement, ou l'équation (III.3) ne peut être résolue. Ceci motive les définitions suivantes :

Définition 3.3 (La Fonction de Commande de Lyapunov)

Une fonction $V(x)$ définie positive radialement illimitée est dite une fonction de commande de Lyapunov pour (III.2) si tous $x \neq 0$, $\dot{V} = V_x(x) \cdot f(x, u) < 0$ pour certain u .

Donnant une fonction de commande de Lyapunov V pour le système, nous pouvons ainsi trouver une loi de commande globalement stabilisante. En fait l'existence d'une loi de commande globalement stabilisante est équivalente à une fonction de commande de Lyapunov. Cela veut dire que pour chaque loi de commande globalement stabilisante, la fonction de commande de Lyapunov correspondante peut être trouvée, et vice versa. Ceci est connu comme étant le théorème d'Artstein, [25].

Si la fonction de commande de Lyapunov est connue, un choix particulier de $k(x)$ est donné par la formule de Sontag reproduit dans l'équation (III.5). Pour le système affiné à l'entrée de commande. [26].

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (III.10)$$

Nous pouvons sélectionner :

$$u=k(x)=-\frac{a+\sqrt{a^2+b^2}}{b} \quad (\text{III.11})$$

Où :

$$a=V_x(x)f(x), \quad b=V_x(x)g(x)$$

Ceci rapporte :

$$\dot{V}=V_x(x)(f(x)+g(x)u)=-a+b\left(-\frac{a+\sqrt{a^2+b^2}}{b}\right)=-\sqrt{a^2+b^2} \quad (\text{III.12})$$

et ainsi, il rend l'origine globalement asymptotiquement stable.

Une approche étroitement liée est celle de Freeman et Primbis,[27] où u est choisie pour minimiser l'effort de commande nécessaire pour satisfaire $\dot{V} \leq -W(x)$.

Pour certain W , en utilisant une contrainte d'inégalité plutôt que de demander l'égalité (comme dans (3,8)) permet pour tirer bénéfice des propriétés inhérentes du système.

Si $f(x)$ commande seule le système (III.6) vers l'équilibre tels que :

$$\dot{V} \Big|_{u=0} = V_x(x)f(x) < -W(x) \quad (\text{III.13})$$

ça serait une perte d'effort de commande pour atteindre $\dot{V} = -W(x)$

III.4. Commande « backstepping » des Systèmes Non linéaires

La partie suivante présentera d'abord un bref historique du backstepping, ensuite des exemples de commande des modèles linéaires afin d'avoir une idée globale concernant la technique. Finalement, quelques observations et simulations pour éclaircir son efficacité.

Le backstepping a été développé par Kanellakopoulos et al.[19] et inspiré par les travaux de Feurer & Morse [28] d'une part et Tsinias, [29] et Kokotović & Sussmann [30] d'autre part. Elle offre une méthode systématique pour effectuer le design d'un contrôleur pour les systèmes non linéaires.

L'idée consiste à calculer une loi de commande afin de garantir que la dérivée d'une certaine fonction (de Lyapunov) soit définie positive et que sa dérivée soit toujours négative. La méthode consiste à fragmenter le système en un ensemble de sous-systèmes imbriqués d'ordre décroissant.

Le calcul de la fonction de Lyapunov s'effectue, ensuite, récursivement en partant de l'intérieur de la boucle. A chaque étape, l'ordre du système est augmenté et la partie non stabilisée lors de l'étape précédente est traitée. À la dernière étape, la loi de commande est trouvée. Celle-ci permet de garantir, en tout temps, la stabilité globale du système compensé tout en travaillant en poursuite et en régulation.

Contrairement à la plupart des autres méthodes, le backstepping n'a aucune contrainte au niveau du type de non linéarité. Cependant, le système doit se présenter sous la forme dite paramétrique pure. Les équations d'un tel système sont données par :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= \varphi_1(x_1)^T \theta + \psi_1(x_1) x_2 \\
 \dot{x}_2 &= \varphi_2(x_1, x_2)^T \theta + \psi_1(x_1, x_2) x_3 \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 \dot{x}_{n-1} &= \varphi_{n-1}(x_1, \dots, x_{n-1})^T \theta + \psi_1(x_1, \dots, x_{n-1}) x_n \\
 \dot{x}_n &= \varphi_n(x_1, \dots, x_{n-1}, x_n)^T \theta + \psi_1(x_1, \dots, x_{n-1}, x_n) u \\
 y &= x_1
 \end{aligned}
 \tag{III.14}$$

Où θ est le vecteur de paramètres constants. Les ψ_i et les φ_i sont des fonctions non linéaires connues, avec $\varphi_i(0)=0$ et $\psi_n(x) \neq 0, \forall x \in R^n$. De plus, le backstepping permet de garder les non linéarités utiles, [31].

-----Algorithmme récursif de la technique de backstepping -----

$$z_0 = 0, \tau_0 = 0, \alpha_0 = 0, \nu_1 = 0.$$

$$z_i = x_i - \alpha_{i-1} - y_r^{(i-1)}. \tag{III.15}$$

$$\alpha_i(\bar{x}_i, \hat{\theta}, \bar{y}_r^{(i-1)}) = -z_{i-1} - c_i z_i - \Pi_i^T \hat{\theta} + \sum_{k=1}^{i-1} \left(\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} x_{k+1} + \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_r^{(k-1)}} y_r^{(k)} \right) + \nu_i(\bar{x}_i, \hat{\theta}, \bar{y}_r^{(i-1)}). \tag{III.16}$$

$$\nu_i(\bar{x}_i, \hat{\theta}, \bar{y}_r^{(i-1)}) = \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{\theta}} \Gamma \tau_i + \sum_{k=2}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{k-1}}{\partial \hat{\theta}} \Gamma \cdot \Pi_i \cdot z_k \tag{III.17}$$

$$\Pi_i(\bar{x}_i, \hat{\theta}, \bar{y}_r^{(i-2)}) = \Psi_i - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} \Psi_k \tag{III.18}$$

$$\tau_i(\bar{x}_i, \hat{\theta}, y_r^{(i-1)}) = \tau_{i-1} + \Pi_i z_i \tag{III.19}$$

Avec : $i = 1, \dots, n.$

$$\bar{x}_i = (x_1, \dots, x_i), \quad \bar{y}_r^{(i)} = (y_r, y_r^{(1)}, \dots, y_r^{(i)}).$$

• **Loi de commande adaptative**

$$u = \frac{1}{\beta(x)} [\alpha_n(\bar{x}, \hat{\theta}, \bar{y}_r^{(n-1)}) + y_r^{(n)}] \tag{III.20}$$

• **Loi de mise à jour « loi d'adaptation »**

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\theta}} &= \Gamma \tau_n \\ &= \Gamma (\tau_{n-1} + \Pi_n z_n) \\ &= \Gamma (\tau_0 + \Pi_1 z_1 + \Pi_2 z_2 + \dots + \Pi_n z_n); \tau_0 = 0. \\ &= \Gamma \cdot \Pi \cdot z \end{aligned} \tag{III.21}$$

Le système résultant en boucle fermé aura la forme suivante :

$$\dot{Z} = A_z(z, \hat{\theta}) Z + \Pi(z, \hat{\theta})^T \tilde{\theta}. \tag{III.22}$$

La matrice A_z est définie comme :

$$A_z(z, \hat{\theta}) = \begin{bmatrix} -c_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & -c_2 & 1 + \sigma_{23} & \dots & \sigma_{2n} \\ 0 & -1 - \sigma_{23} & -c_3 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & -\sigma_{2n} & \dots & -1 - \sigma_{n-1,n} & -c_n \end{bmatrix} \tag{III.23}$$

Sachant que :

$$\delta_{jk} = -\frac{\partial \alpha_{j-1}}{\partial \hat{\theta}} \Gamma \Pi_k$$

• **Fonction de Lyapunov :**

$$V_n = \frac{1}{2} z^T z + \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta} \tag{III.24}$$

Condition de stabilité

Pour que le système soit stable, il faut que la condition suivante soit vérifiée :

$$\dot{V}_n = \sum_{k=1}^n c_k z_k^2 \leq 0 \tag{III.25}$$

Dans ce cas, le système est stable et on peut conclure alors :

$$Z = 0 \Leftrightarrow x_1 = y_r, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} Z(t) = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} [y(t) - y_r(t)] = 0. \tag{III.26}$$

III.4.1. Approche backstepping non adaptative

III.4.1.1 Principe

Le schéma de principe de la commande en boucle de contre réaction où la commande est non adaptative est donné par la figure suivante :

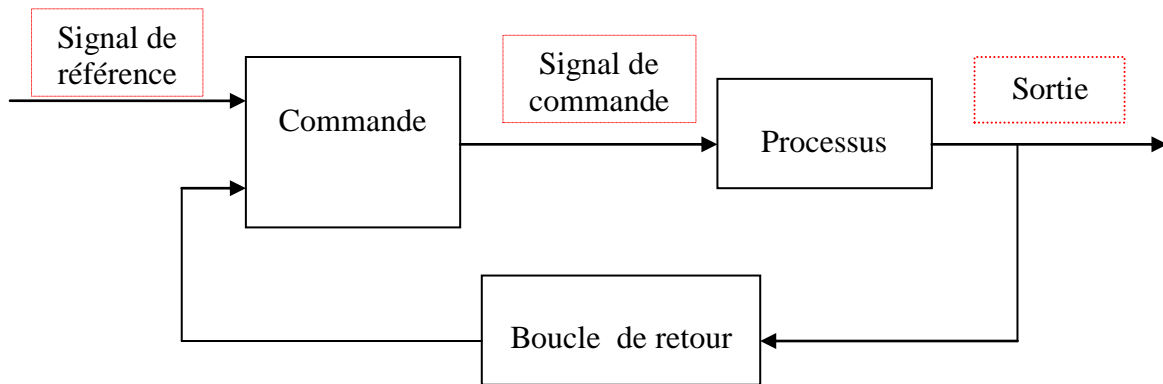


Fig. III.2 : Schéma de principe de la commande non adaptative

Afin d'illustrer le principe de la méthode du backstepping, un système de premier ordre va être utilisé.

III.4.1.2. Système de premier ordre

Soit le système :

$$\begin{cases} \dot{x} = \varphi(x)\theta + u \\ y = x \end{cases} \quad (\text{III.27})$$

La conception du « backstepping » permet d'adopter la fonction stabilisante suivante :

$$\alpha(x) = -c(x - y_r) - \varphi(x)^T \cdot \theta \quad (\text{III.28})$$

tel que y_r est l'entrée de référence.

On définit l'erreur z par l'expression :

$$z = x - y_r \quad (\text{III.29})$$

ce qui donne sa dérivée suivante :

$$\dot{z} = \dot{x} - \dot{y}_r \quad (\text{III.30})$$

La fonction de Lyapunov adoptée est la suivante :

$$V = \frac{1}{2} z^2 \quad (\text{III.31})$$

et sa dérivée le long de la trajectoire donne :

$$\begin{aligned} \dot{V} &= z \cdot \dot{z} \\ &= z(\dot{x} - \dot{y}_r) \\ \dot{V} &= z(\varphi(x)\theta + u - \dot{y}_r) \end{aligned} \quad (\text{III.32})$$

Le chemin évident pour réaliser et atteindre la stabilité est de choisir la commande u comme :

$$\begin{aligned} z \cdot (\varphi(x)\theta + u - \dot{y}_r) &= -c \cdot z^2 \\ u &= -c \cdot z - \varphi(x)\theta + \dot{y}_r \end{aligned} \quad (\text{III.33})$$

alors :

$$\dot{V} = -cz^2 \tag{III.34}$$

ce qui signifie que l'équilibre est globalement asymptotiquement stable.

III.4.1.3. Résultats de simulation

Le système de premier ordre à commander est le suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = \varphi(x)^T \cdot \theta + u \\ y = x \end{cases}$$

□ **Régulation** : ($y_r = 1$)

Les données de cette partie sont :

$$x(0) = -1 ; c = 20 ; \theta = [1 \ 1]^T ; \varphi(x) = [\sin(x) \ x^2]^T.$$

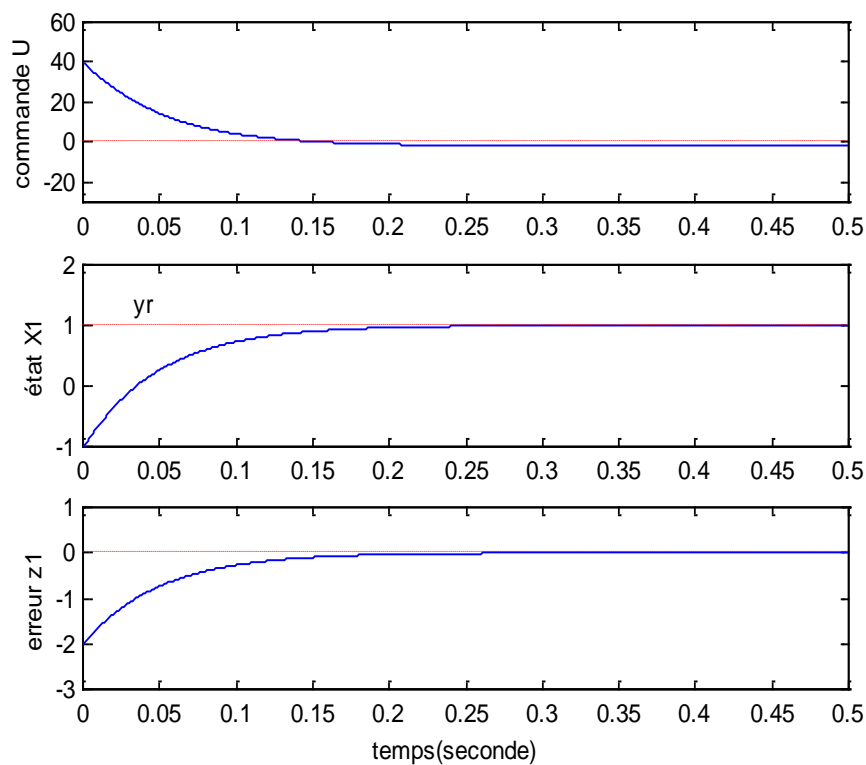


Fig.III.3 : Commande non adaptative –système premier ordre-
« régulation »

On remarque clairement que l'erreur tend vers zéro et l'état x suit parfaitement la trajectoire de référence y_r . cela signifie le bon comportement du fonctionnement, en faisant un bon choix de la constante c .

□ **Poursuite** : ($y_r = \sin(t/50)$)

$$x(0) = 1 ; c = 50 ; \theta = [1 \ 1]^T ;$$

$$\varphi(x) = [\sin(x) \ x^2]^T.$$

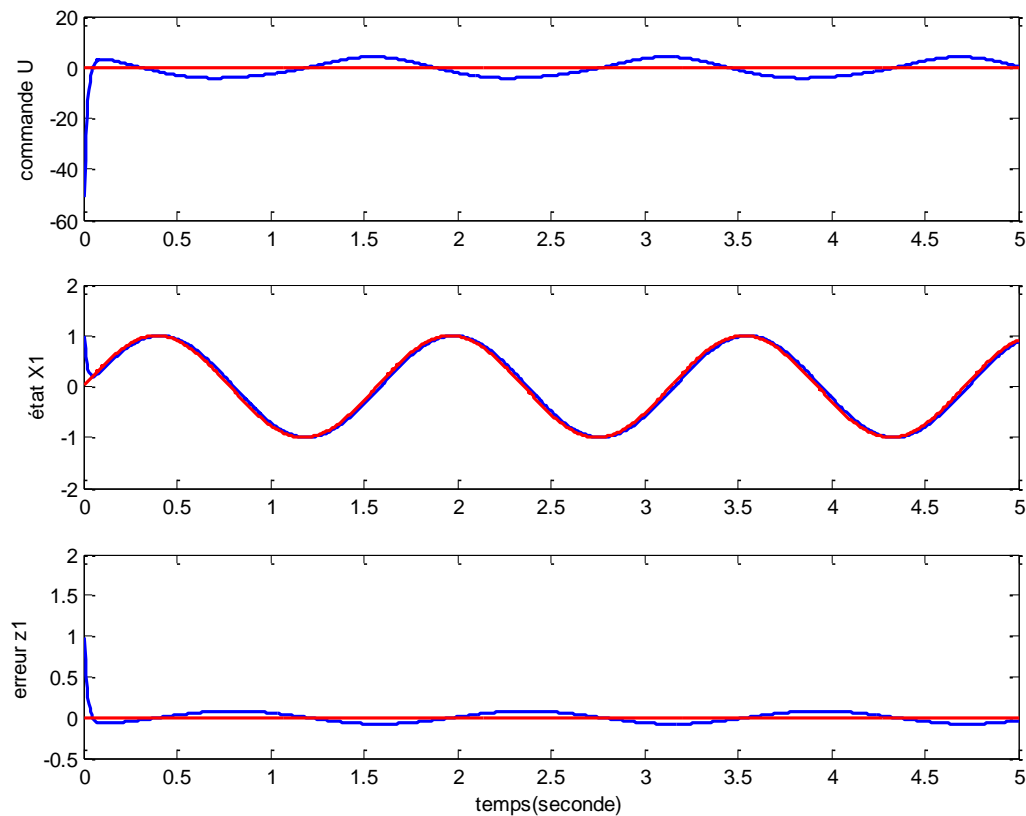


Fig. III.4 : Commande non adaptative –système premier ordre –« poursuite »

Même avec une poursuite notre système est parfaitement stable en lui appliquant la commande non adaptative « backstepping ».

III.4.1.4. Système de deuxième ordre

Soit le système :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + \varphi(x_1)^T \theta \\ \dot{x}_2 &= u \\ y &= x_1 \end{aligned} \tag{III.35}$$

Tel que :

θ : Vecteur paramétrique connu,

$\varphi(x_1)$: Vecteur de fonctions non linéaires lisses tel que $\varphi(0)=0$.

On choisit l'état x_2 comme étant la commande virtuelle de l'état x_1 (voir l'équation (III.35)), ensuite on adopte la fonction stabilisante suivante :

$$\alpha_1(x_1) = -c_1(x_1 - y_r) - \varphi(x_1)^T \cdot \theta \quad , c_1 > 0 \quad (\text{III.36})$$

Cette solution est conçue pour stabiliser l'équation (III.35) en supposant que $x_2 = \alpha_1(x_1)$ peut être disposée. Puisque ce n'est pas le cas, on définit :

$$\begin{aligned} z_1 &= x_1 - y_r \\ z_2 &= x_2 - \alpha_1(x_1) - \dot{y}_r \end{aligned} \quad (\text{III.37})$$

z_2 est la variable qui exprime la réalité que « x_2 n'est pas la commande exacte ». alors, le système complet (III.35) peut-être formulé en utilisant les nouvelles coordonnées z_1 et z_2 :

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= -c_1 z_1 + z_2 \\ \dot{z}_2 &= u - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (x_2 + \varphi(x_1)^T \cdot \theta) - \ddot{y}_r - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \cdot \dot{y}_r \end{aligned} \quad (\text{III.38})$$

Pour le système d'équation (III.38), on va concevoir une loi de commande $u = \alpha_2(x_1, x_2)$ afin de rendre la dérivée de la fonction de Lyapunov définie positive :

$$V = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} z_2^2 \quad (\text{III.39})$$

La dérivée de (III.39) le long de la trajectoire donne :

$$\begin{aligned} \dot{V} &= z_1 \dot{z}_1 + z_2 \dot{z}_2 \\ &= -c_1 z_1^2 + z_2 [u + z_1 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (x_2 + \varphi(x_1)^T \cdot \theta) - \ddot{y}_r - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \cdot \dot{y}_r] \end{aligned}$$

Le chemin évident pour réaliser et atteindre la négativité de \dot{V} est de choisir la commande u comme :

$$u = \alpha_2(x_1, x_2) = -c_2 z_2 - z_1 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (x_2 + \varphi(x_1)^T \cdot \theta) + \ddot{y}_r + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \cdot \dot{y}_r \quad (\text{III.40})$$

Alors :

$$\dot{V} = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 \leq 0 \quad (\text{III.41})$$

ce qui signifie que l'équilibre est globalement asymptotiquement stable, [32]. Le système en boucle fermée résultant est linéaire stable :

$$\dot{Z} = A.Z \quad (\text{III.42})$$

avec : $A = \begin{bmatrix} -c_1 & 1 \\ -1 & -c_2 \end{bmatrix}$, $Z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}$

La solution dans ce cas se traduit par :

$$Z = Z(0).exp(-A.t) \quad (\text{III.43})$$

III.4.1.5. Résultats de simulation

Pour cette simulation, on utilise le même système développé.

□ **Régulation** : ($y_r = 1$ si $t < \text{durée}/2$ sinon $y_r = -1$)

$c_1 = 5$; $c_2 = 10$; $\varphi(x_1) = [x_1 \sin(x_1)]^T$;

$x_1(0) = 1$; $x_2(0) = 2$; $\theta = [1 \ 1]^T$.

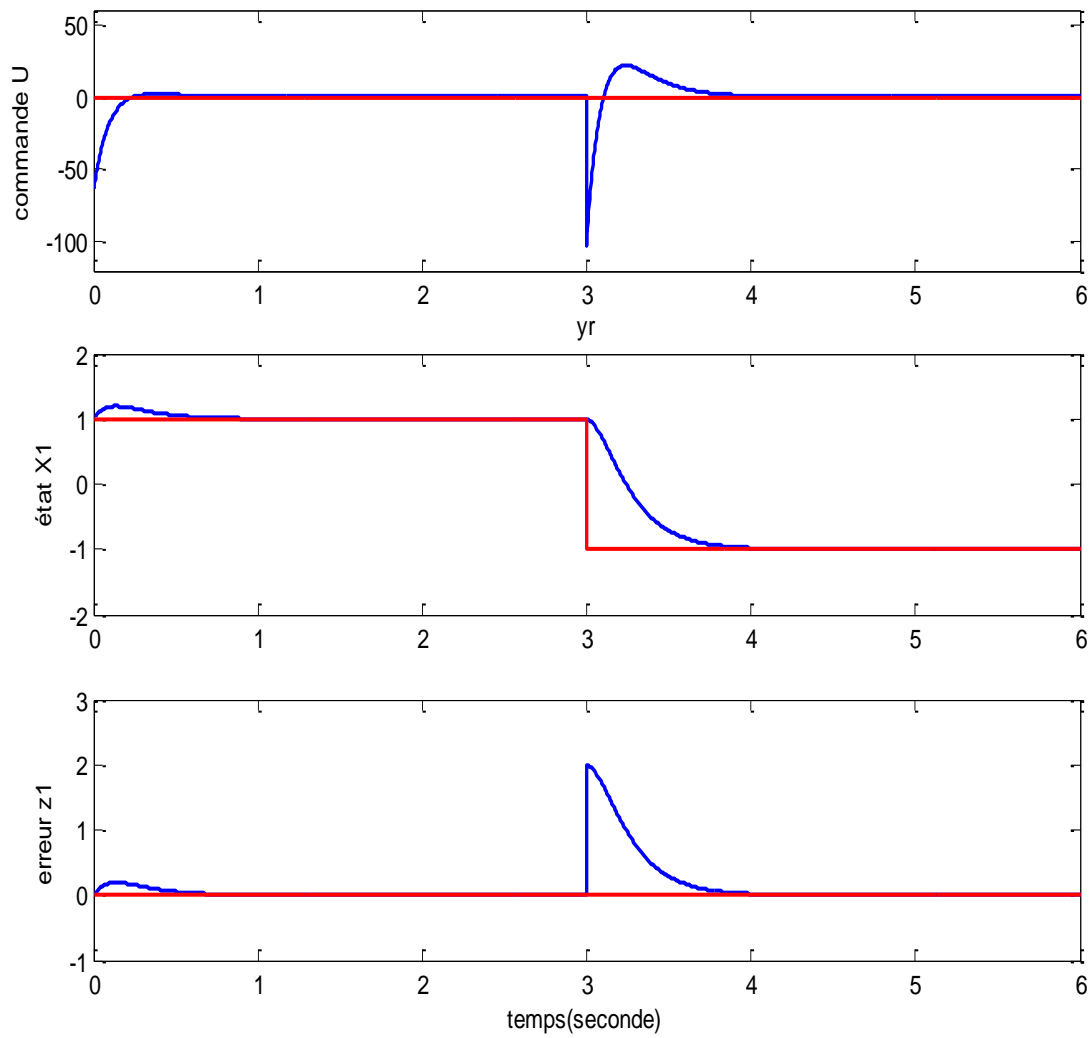


Fig. III.5 : Commande non adaptative –système deuxième ordre –« régulation »

□ *Poursuite:* ($yr = \sin(t/40)$)

$c_1=25 ; c_2=25 ; \varphi(x_1)=[x_1^2 ; \sin(x_1)]^T ;$

$x(0)=[2 ; 2] ; \theta=[2 \ 3] ;$

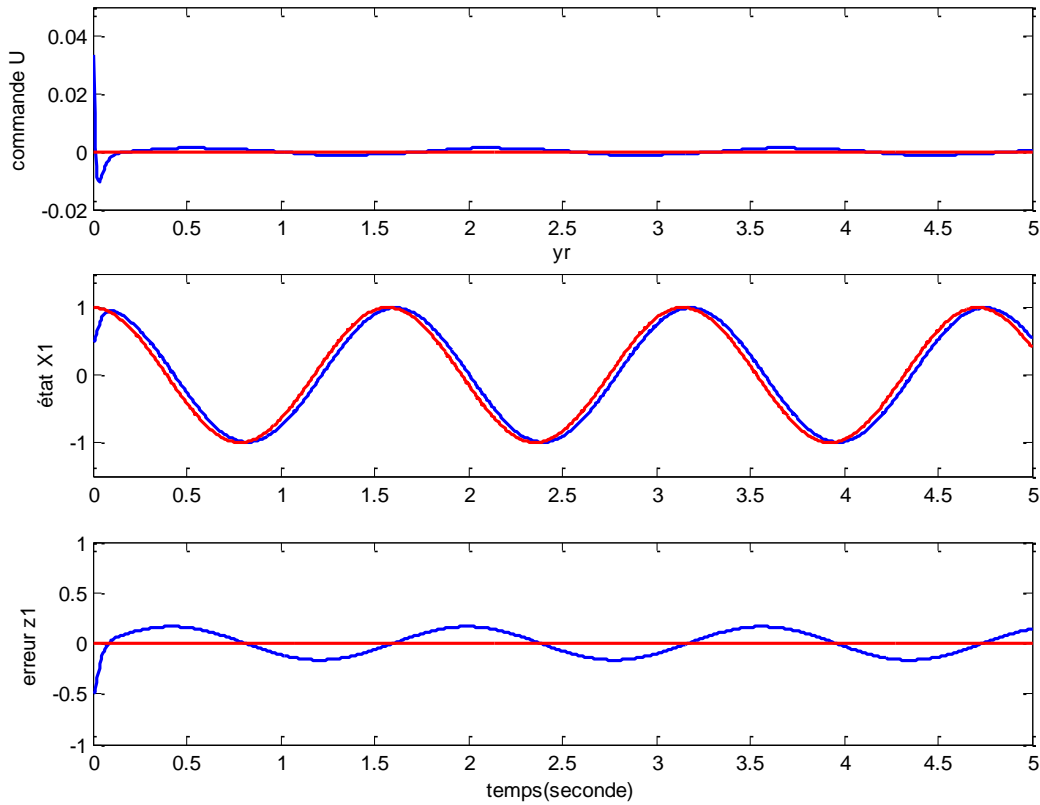


Fig. III.6 : Commande non adaptative- système deuxième ordre –« poursuite »

L'erreur z_1 présente une variation entre 0.25 et -0.25 ce qui est provoqué par le signal sinusoïdal de l'entrée de référence.

III.4.2. Approche backstepping adaptative

III.4.2.1 Principe

La version adaptative offre une méthode itérative et systématique, qui permet, pour des systèmes non linéaires de tout ordre, de construire récursivement les trois parties, indispensables à une commande adaptative basée sur Lyapunov :

- la loi de commande : permet de répondre aux spécifications désirées, quant au comportement du système à commander.
- la loi d'adaptation : détermine la dynamique d'estimation des paramètres inconnus. Elle doit garantir leur convergence vers leurs valeurs respectives, sans affecter le bon fonctionnement surtout la stabilité, de l'ensemble.

- la fonction de Lyapunov : permet le choix adéquat des deux précédentes lois et garantit la convergence et la stabilité de la structure adaptative, en tout temps.

La construction de ce triplet s'effectue simultanément. Les trois opérations sont entrelacées, ce qui permet de tenir compte des différents effets des structures, afin de préserver la stabilité du système.

Le schéma de principe de la commande adaptative est représenté par la figure suivante :

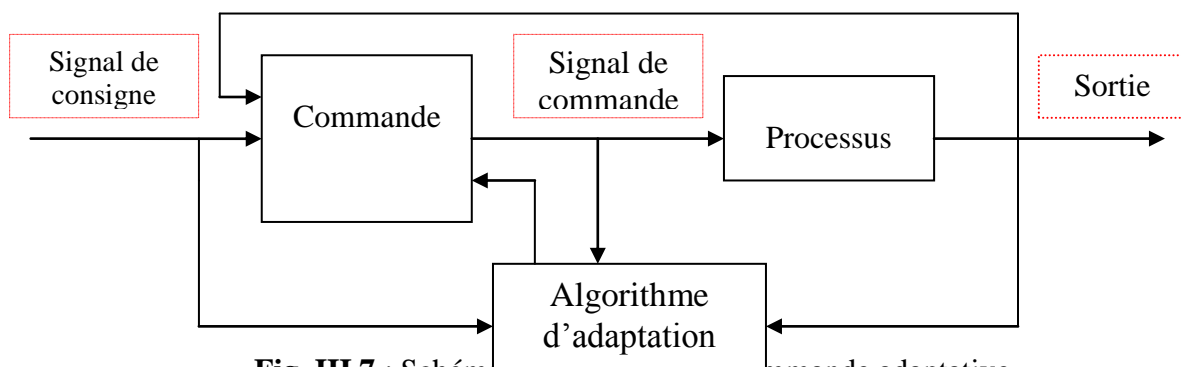


Fig. III.7 : Schéma de principe de la commande adaptative

III.4.2.2 Conditions d'implantation

La forme triangulaire comme il a été indiqué au (III.14) est donnée par

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 + \varphi_1(x_1)^T \theta \\
 \dot{x}_2 &= x_3 + \varphi_2(x_1, x_2)^T \theta \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 \dot{x}_{n-1} &= x_n + \varphi_{n-1}(x_1, \dots, x_{n-1})^T \theta \\
 \dot{x}_n &= \beta(x)u + \varphi_n(x)^T \theta \\
 y &= x_1
 \end{aligned}
 \tag{III.44}$$

où chaque $\varphi_i : \mathbb{R}^i \rightarrow \mathbb{R}^P$ est un vecteur de fonctions non linéaires et $\theta \in \mathbb{R}^P$ est un vecteur de coefficients constants. La commande u est multipliée par la fonction $\beta(x)$, avec $\beta(x) \neq 0$,

$\forall x \in R^n$. Si le but est d'atteindre la trajectoire désirée y_r en utilisant l'état x_1 , alors l'algorithme du backstepping peut-être utilisé pour la stabilisation globale asymptotiquement de l'erreur primaire du système.

Puisque le vecteur θ est inconnu, alors avec une augmentation du système par la dynamique de l'estimateur $\hat{\theta}$ une version algorithmique adaptative du backstepping est utilisée dans le but d'avoir une stabilité globale et asymptotique de l'erreur primaire du système.

En général, l'algorithme de la commande adaptative backstepping peut être utilisé pour atteindre la stabilité globale et asymptotique de l'erreur primaire du système si les étapes et les conditions suivantes sont respectées :

- le système est introduit selon la forme (III.44) ;
- les fonctions non linéaires φ_i sont connues ;
- la paramétrisation est linéaire ;
- la fonction $\beta(x)$ satisfait la condition $\beta(x) \neq 0, \forall x \in R^n$;
- chaque φ_i est suffisamment lisse ;
- le signal qui va être suivi y_r est continu ;
- tous les états sont mesurables ; [32]

III.4.2.3 Etude d'un système de premier ordre

Soit le système suivant :

$$\dot{x} = u + \varphi(x)\theta \quad (\text{III.45})$$

Pour concevoir une commande adaptative, on remplace le vecteur de paramètres réels θ par son estimation dans la fonction stabilisante (III.28), ce qui donne :

$$z = x - y_r \quad (\text{III.46})$$

$$\dot{z} = \dot{x} - \dot{y}_r \quad (\text{III.47})$$

Considérons la fonction de Lyapunov :

$$V = \frac{1}{2}z^2 + \frac{1}{2}\tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta}, \quad \text{avec } \dot{\tilde{\theta}} = \dot{\theta} - \dot{\hat{\theta}} \quad \text{tel que } \dot{\theta} = 0 \quad (\text{III.48})$$

alors le développement de la dérivée est le suivant :

$$\begin{aligned} \dot{V} &= z \cdot \dot{z} - \tilde{\theta}^T \cdot \Gamma^{-1} \cdot \dot{\hat{\theta}} \\ &= z \left(\dot{x} - \dot{y}_r \right) - \tilde{\theta}^T \cdot \Gamma^{-1} \cdot \dot{\hat{\theta}} \\ &= z \left(\varphi(x) \theta + u - \dot{y}_r \right) - \tilde{\theta}^T \cdot \Gamma^{-1} \cdot \dot{\hat{\theta}} \\ &= z \cdot [\varphi(x) \cdot \hat{\theta} + \varphi(x) \tilde{\theta} + u - \dot{y}_r] - \tilde{\theta}^T \cdot \Gamma^{-1} \cdot \dot{\hat{\theta}} \\ &= z [\varphi(x) \hat{\theta} + u - \dot{y}_r] + \tilde{\theta} \cdot [-\Gamma^{-1} \cdot \dot{\hat{\theta}} + \varphi(x) z] \\ &= -c \cdot z^2 \end{aligned} \quad (\text{III.49})$$

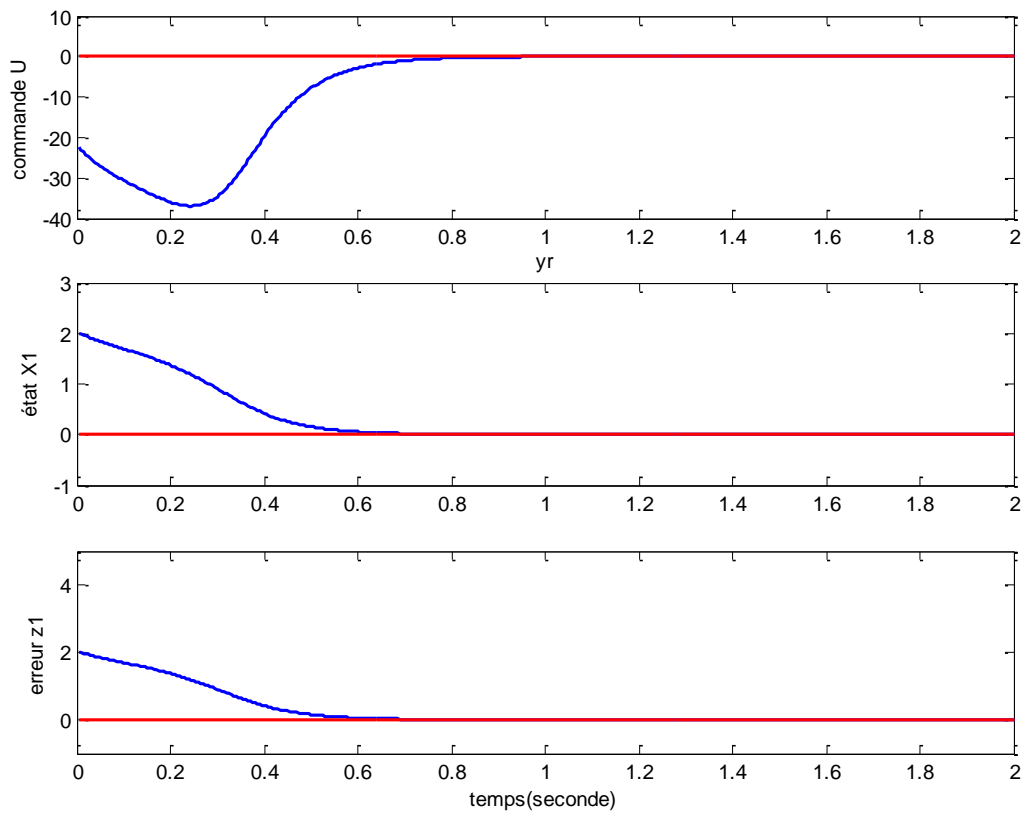
ce qui permet d'écrire les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} \varphi(x) \hat{\theta} + u - \dot{y}_r &= -c \cdot z & \Rightarrow u &= -c \cdot z - \varphi(x) \hat{\theta} + \dot{y}_r \\ -\Gamma^{-1} \cdot \dot{\hat{\theta}} + \varphi(x) z &= 0 & \Rightarrow \dot{\hat{\theta}} &= \Gamma \cdot \varphi(x) z \end{aligned} \quad (\text{III.50})$$

III.4.2.4 Résultats de simulation

□ **Régulation** : ($y_r = 0$)

$$c = 11 ; \varphi(x) = [\sin(x) \quad x \cdot \cos(x)]^T ; \Gamma = [50 \ 10; 10 \ 50] ; x(0) = 2 ; \theta = [30 \ 10]^T ; \theta_{estim} = [5 \ 5]^T$$



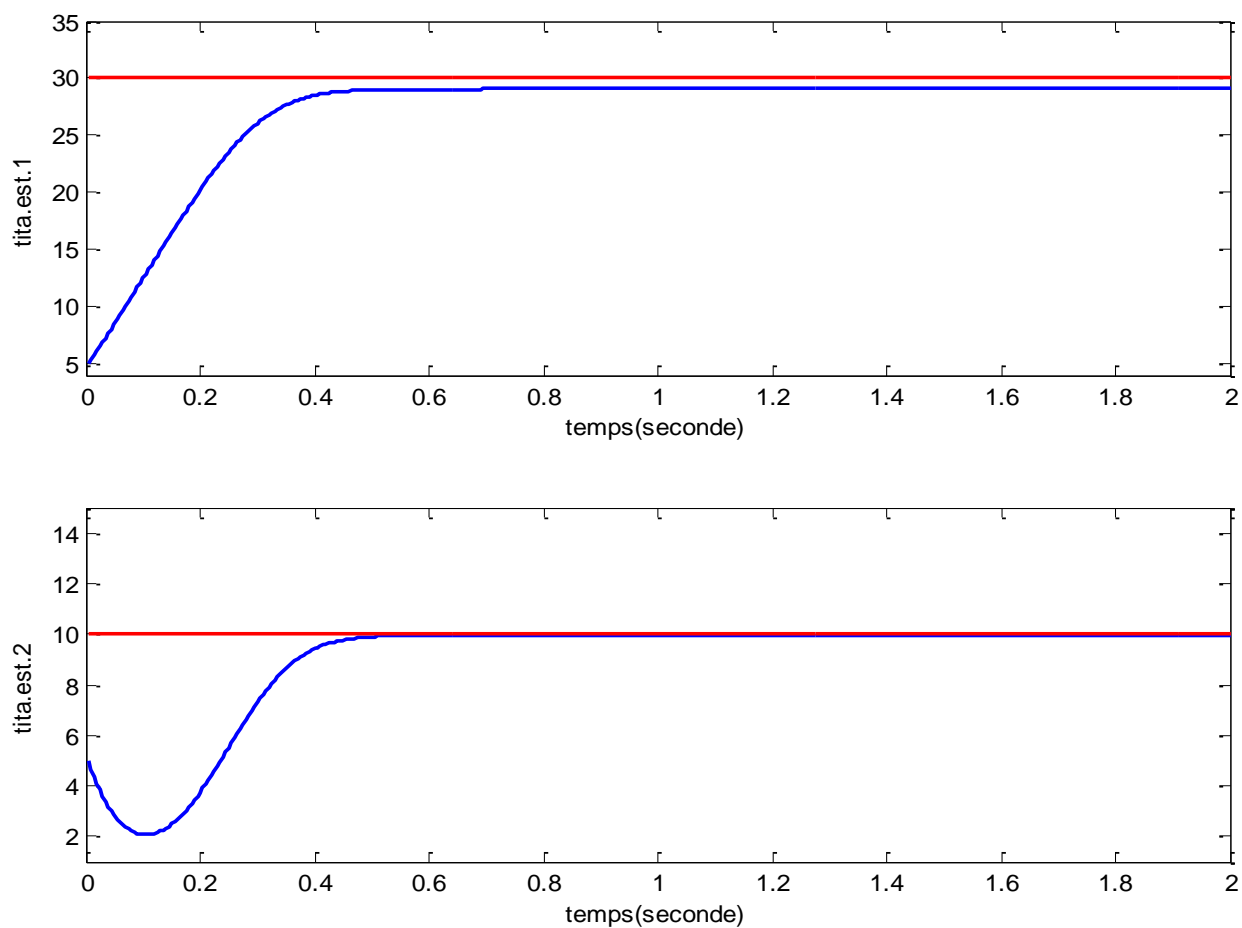


Fig.III.8 : Commande adaptatif -système de premier ordre- « régulation »

On remarque que notre système atteint sa stabilité après un très court temps qui est de 0.05 sec. L'erreur s'annule, ce qui traduit la performance de la commande backstepping adaptative.

Poursuite1: ($y_r = \sin(t/50)$)

$c=15$; $\varphi(x) = [\sin(x) \quad x.\cos(x)]^T$; $\Gamma=[50 \ 10;10 \ 50]$;

$x(0) = 2$; $\theta=[30 \ 10]^T$; $\theta_{estim}=[5 \ 5]^T$

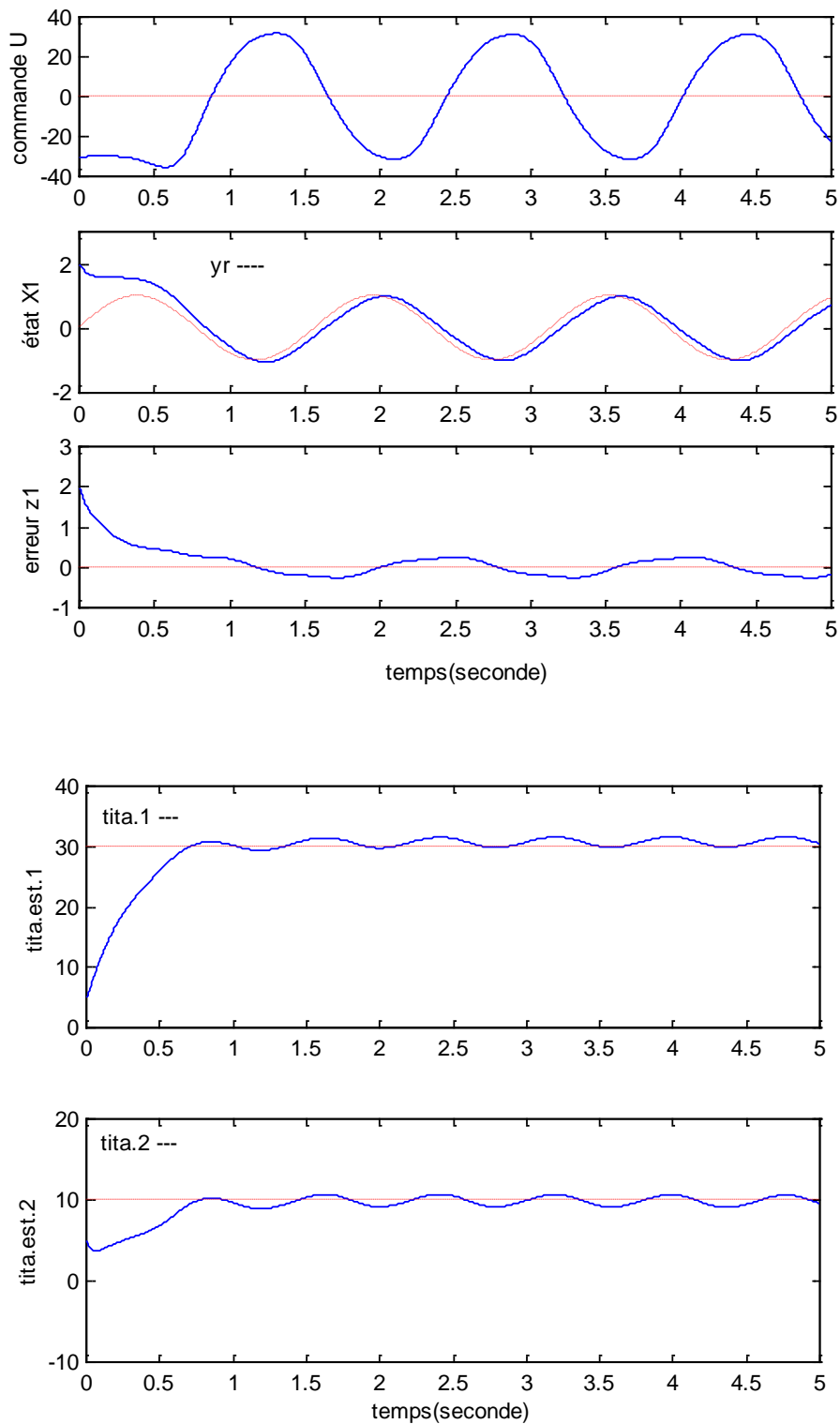


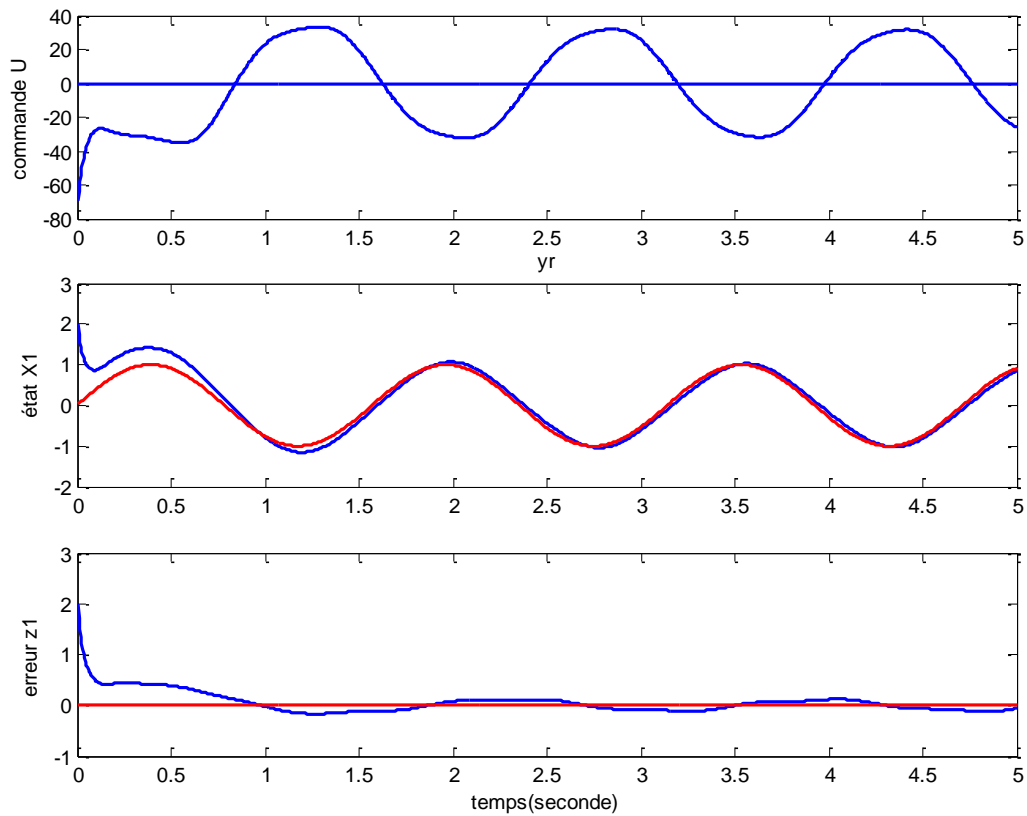
Fig. III.9 « a »: Commande adaptatif -système de premier ordre- « poursuite »

On peut déduire que le système suit sa consigne avec une erreur de presque 0.25, alors que les paramètres convergent vers leurs valeurs réelles. Pour avoir une convergence plus meilleure, il suffit de choisir une autre constante d'adaptation mais cela risque de ne pas atteindre les mêmes paramètres.

□ **Poursuite2:** ($y_r = \sin(t/50)$)

$c=35$; $\varphi(x) = [\sin(x) \quad x \cdot \cos(x)]^T$; $\Gamma = [50 \ 10; 10 \ 50]$;

$x(0) = 2$; $\theta = [30 \ 10]^T$; $\theta_{estim} = [5 \ 5]^T$



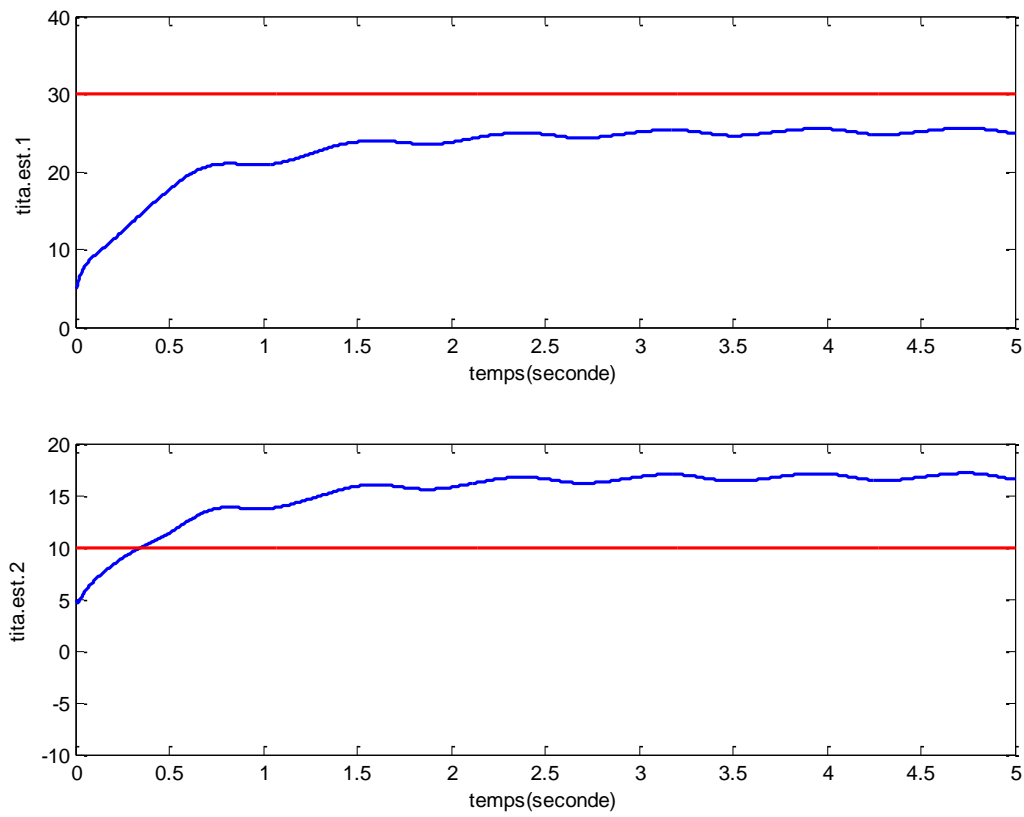


Fig. III.9 « b »: Commande adaptatif -système de premier ordre- « poursuite »

III.4.2.5 Etude d'un système de deuxième ordre

Soit le système :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 + \varphi(x_1)^T \theta \\
 \dot{x}_2 &= u \\
 y &= x_1
 \end{aligned}
 \tag{III.51}$$

Pour appliquer la commande adaptative il faut remplacer le vecteur de paramètres réels θ par son estimation $\hat{\theta}$ dans la fonction de stabilisation (équations (III.36), (III.37)), ce qui donne :

$$\begin{aligned}
 z_1 &= x_1 - y_r \\
 z_2 &= x_2 - \alpha_1(x_1, \hat{\theta}) - \dot{y}_r \\
 \alpha_1(x_1, \hat{\theta}) &= -c_1 z_1 - \varphi^T \hat{\theta}
 \end{aligned} \tag{III.52}$$

Dans ce cas, la loi de commande « équation(III.40) » va être renforcée par le terme $v_2(x_1, x_2, \hat{\theta})$ qui va compenser les transitions des paramètres estimés.

$$u = \alpha_2(x_1, x_2, \hat{\theta}) = -c_2 z_2 - z_1 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1}(x_2 + \varphi^T \hat{\theta}) + v_2(x_1, x_2, \hat{\theta}) + \ddot{y}_r + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r \tag{III.53}$$

Le système résultant dans les coordonnées z est :

$$\begin{aligned}
 \dot{z}_1 &= z_2 + \alpha_1 + \varphi^T \hat{\theta} = -c_1 z_1 + z_2 + \varphi^T \tilde{\theta} \\
 \dot{z}_2 &= x_2 - \dot{\alpha}_1 = u - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1}(x_2 + \varphi^T \hat{\theta}) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} - \dot{y}_r - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r \\
 &= -c_2 z_2 - z_1 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi^T \tilde{\theta} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} + v_2(x_1, x_2, \hat{\theta}) - \dot{y}_r - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r
 \end{aligned} \tag{III.54}$$

Avec : $\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta$

En tenant compte de l'équation (III.54), le terme compensateur est choisi comme suit :

$$v_2(x_1, x_2, \hat{\theta}) = \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} \tag{III.55}$$

Si l'erreur $\tilde{\theta}$ est nulle, le système devient asymptotiquement linéaire et stable (équation (III.34)). Puisque ce n'est pas le cas, la tâche suivante consiste à choisir la loi de mise à jour :

$$\dot{\hat{\theta}} = \Gamma \tau_2(x, \hat{\theta})$$

Considérons la fonction de Lyapunov

$$V_2 = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} z_2^2 + \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta} \quad (III.56)$$

Puisque $\dot{\tilde{\theta}} = -\dot{\hat{\theta}}$, la dérivée de V_2 s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + [z_1 \quad z_2] \begin{bmatrix} \varphi^T \\ -\frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi^T \end{bmatrix} \tilde{\theta} - \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} \\ &= -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \left(\begin{bmatrix} \varphi & -\frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} - \dot{\tilde{\theta}} \right) \end{aligned} \quad (III.57)$$

La seule solution pour éliminer l'erreur paramétrique $\tilde{\theta}$ est de choisir la loi de mise à jour suivante :

$$\dot{\hat{\theta}} = \Gamma \tau_2(x, \hat{\theta}) = \Gamma \begin{bmatrix} \varphi & -\frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} \quad (III.58)$$

Ce qui permet d'écrire les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} \tau_1(x_1) &= \varphi z_1 \\ \tau_2(x_1, x_2, \hat{\theta}) &= \tau_1(x_1) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi z_2 \end{aligned} \quad (III.59)$$

Alors \dot{V}_2 est négative et la stabilité globale de $z=0$ est réalisée.

$$\dot{V}_2 = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 \leq 0 \quad (III.60)$$

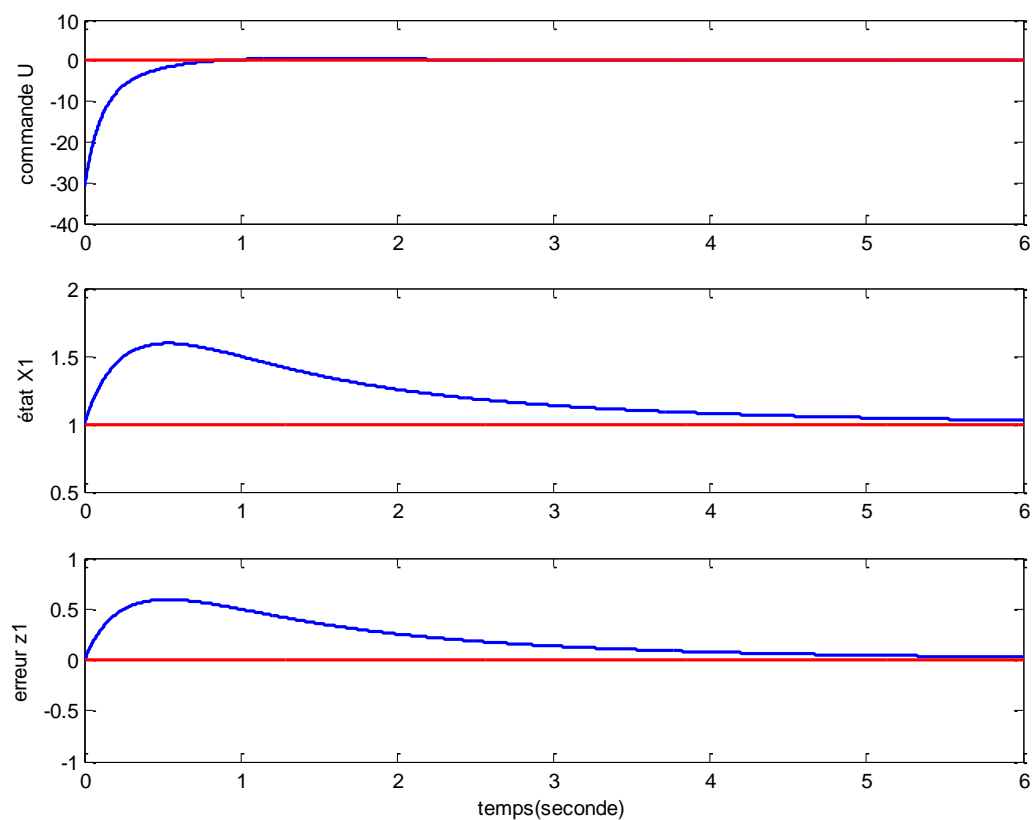
Enfin, il en résulte que l'équilibre $x_1 = y_r$ est globalement stable et $\lim_{t \rightarrow \infty} x_1(t) = y_r$.

III.4.2.6 Résultats de simulation

□ Régulation : ($y_r = 1$)

$c_1=5$; $c_2=10$; $\varphi(x) = [\sin(x_1) \quad x_1]^T$, $x=[1 \ ;2]$; $\theta=[1 \ 1]^T$; $\theta_{estim}=[0 \ 0]^T$

$\Gamma = [0.043 \ 0.043; 0.02 \ 0.02]$



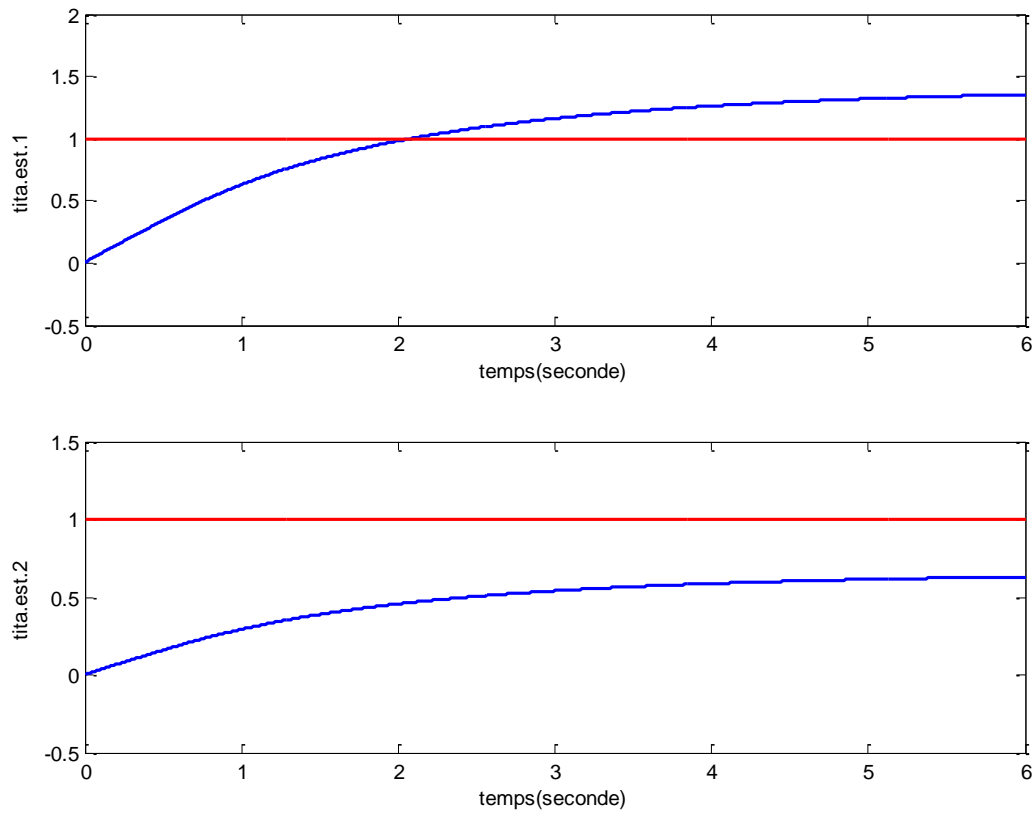


Fig. III.10 : Commande adaptative –système de 2^{ème} ordre-
« régulation »

□ *Poursuite* : ($y_r = \sin(1.5.t)$)

$$c_1=20 ; c_2=50 ; \varphi(x) = [\sin(x_1) \quad x_1]^T \quad x=[2 ; 0]-1 ; \theta=[1 \quad 1]^T ; \theta_{estim}=[0 \quad 0]^T$$

$$\Gamma = [0.15 \quad 0.15 ; 0.15 \quad 0.15]$$

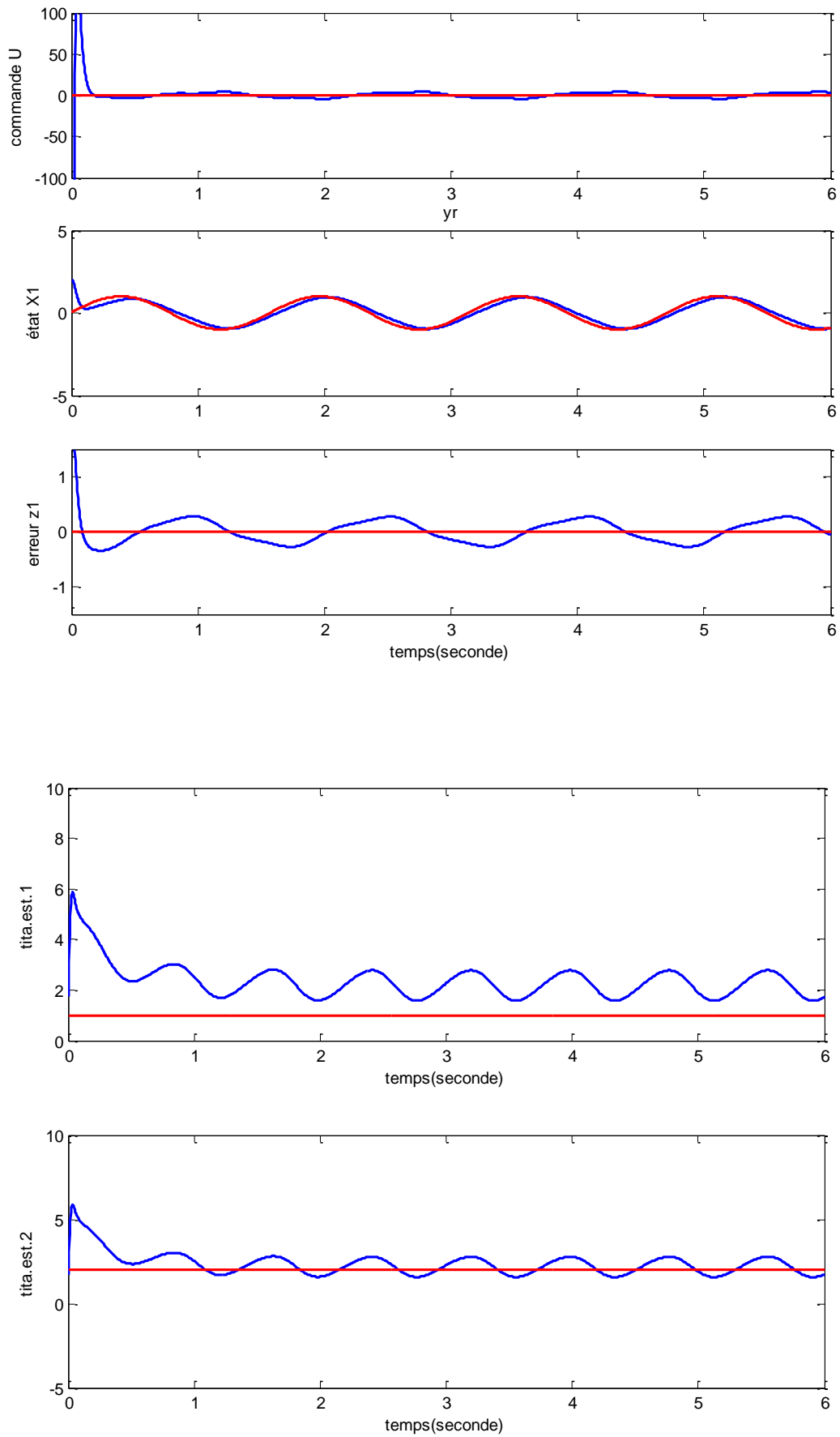


Fig. III.11 : Commande adaptative –système de 2^{ème} ordre-
«poursuite »

III.4.3. Conclusion

Dans la partie précédente, on a appliqué la commande backstepping non adaptative et adaptative sur plusieurs types de systèmes de premier et de deuxième ordre et on a remarqué que dans le cas non adaptatif tous les paramètres sont supposés connus ce qui a conduit à avoir de bons résultats, alors que dans la réalité les paramètres sont inconnus, on a donc introduit l'adaptation. La différence peut être existante entre les deux approches (adaptative et non adaptative) c'est que le temps de réponse dans la première approche est inférieur à celui de la deuxième approche.

III.5. Commande Adaptative des Systèmes Non-linéaires par l'Approche « backstepping-Neuronale » ¶

III.5.1. Problématique

Il s'agit d'un problème de commande des systèmes non linéaires incertains avec la technique backstepping-réseaux de neurones. Alors on va traiter dans ce contexte les points suivants :

- Les non linéarités inconnues dépendantes des états non mesurables.
- Sujet à des incertitudes et perturbations externes.
- Développement de cette commande vis-à-vis de perturbations externes et d'incertitudes.
L'objectif de ce travail est de résoudre le problème de poursuite d'un système non linéaire incertain avec des perturbations externes. Nous proposons une commande adaptative « backstepping », permettant d'éliminer les incertitudes du système et atténuer à un niveau donné l'effet des perturbations externes et les erreurs d'approximation des incertitudes.
- Généralisation aux problèmes non résolus avec les réseaux de neurones avec l'association backstepping-réseaux de neurones.
- Application du concept de "backstepping-neuronal" à la commande des moteurs ou des robots.

L'algorithme du backstepping représente une technique de commande récursive adoptée aux systèmes non linéaires basés sur la fonction de Lyapunov. Cette dernière présente deux inconvénients principaux qui sont liés à cet algorithme :

- La paramétrisation : supposée linéaire entre le système non-linéaire et les paramètres inconnus ou incertains.
 - Les fonctions non-linéaires : supposées connues.
- Donc, il faut trouver une solution aux problèmes :
- de poursuite d'un système non linéaire incertain avec des perturbations externes.
 - d'existence d'une paramétrisation non linéaire entre le système non-linéaire et les paramètres inconnus.

Pour éviter ces problèmes, l'extension proposée de l'algorithme backstepping utilise un type spécifique de réseaux neurologiques artificiels (ANN) appelé « **Radial Basis Function (RBF)** ». Cette extension mène à un nouveau arrangement de commande ; à savoir « **commande adaptative des systèmes non-linéaires par l'approche backstepping-neuronales** » (ANNAC : Artificial Neural Network Nonlinear Adaptive Control). Pour clarifier plus loin l'approche, un exemple simple est étudié et les résultats de simulation démontrent clairement la puissance de cette extension [33].

III.5.2. Introduction

Ces dernières années, il y a eu de progrès importants concernant le développement de la commande adaptative des systèmes non-linéaires. La commande adaptative backstepping est l'un des résultats principaux de ces recherches attentives. L'idée de cette technique est qu'un système, dans la structure triangulaire de l'espace d'état peut être stabilisé étape par étape commençant par le premier état. Parallèle à ceci, les lois d'adaptation pour les paramètres inconnus du système et les lois de commande peuvent être déduites.

Divers algorithmes de conception de commande basés sur le backstepping ont été présentés depuis que cette technique était la première proposée, alors la classe des systèmes stabilisés par l'intermédiaire de backstepping a été agrandi et amélioré par rapport à la méthode standard.

L'utilisation de cette technique exige une méthodologie systématique pour la conception. On va introduire l'approche backstepping-neuronale avec une prise en charge de ces inconvénients.

Dans ce qui suit, on va clarifier la différence qui existe entre la commande adaptative des systèmes non linéaires par la technique backstepping et la technique par l'approche backstepping-neuronale. Une étude théorique développée va nous permettre d'établir un algorithme de base.

Dans la nouvelle extension, présentée en cette contribution, les réseaux RBF vont permettre à la méthode de commande adaptative backstepping d'être appliqué à des systèmes avec la paramétrisation non-linéaire et les non-linéarités inconnues. Pour la conception de cette commande, seulement l'ordre du système doit être connu.

L'idée d'employer l'approche backstepping-neuronale va permettre de savoir la loi de commande et la règle qui permet d'estimer les poids du réseau RBF utilisé pour l'approximation des fonctions non linéaires. Le présent rapport présente une introduction de ces nouvelles idées et un simple exemple va illustrer cette technique.

III.5.3. Backstepping adaptatif

Afin de donner l'algorithme de la commande adaptative « backstepping » pour certaines classes de systèmes non-linéaires, une étude détaillée doit être faite.

Considérant la classe des systèmes non-linéaires SISO qui peut avoir la forme générale suivante :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 + \varphi_1(x_1)^T \cdot \theta, \\
 \dot{x}_2 &= x_3 + \varphi_2(x_1, x_2)^T \cdot \theta, \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 \dot{x}_{n-1} &= x_n + \varphi_{n-1}(x_1, \dots, x_{n-1})^T \cdot \theta \\
 \dot{x}_n &= \beta(x) \cdot u + \varphi_n(x)^T \cdot \theta \\
 y &= x_1,
 \end{aligned} \tag{III.61}$$

où x_i , $i=1, \dots, n$, sont les états de système, $\varphi_i(x)$, $i=1, \dots, n$, sont les fonctions non-linéaires douces connues dans \mathbb{R}^n , $\beta \neq 0 \forall x \in \mathbb{R}^n$ et θ sont les paramètres constants inconnus.

Dans cette description de l'espace d'état, la dérivée de chaque état égale la somme de l'état suivant et le produit scalaire du vecteur des paramètres inconnus avec le vecteur des fonctions non-linéaires $\varphi_i(x)$. Pour ce genre de système, la commande adaptative va garantir une stabilité globale, avec la convergence de \dot{x} à zéro et la convergence de x à une valeur constante. Avec $\varphi_i(0)=0$, $i=1, \dots, n$, le vecteur d'état atteint alors l'origine.

Pour stabiliser ce système :

- pour chaque état une variable d'erreur :

$$z_0 \stackrel{\Delta}{=} 0; z_i = x_i - y_r^{(i-1)} - \alpha_{i-1}; i = 1, \dots, n \tag{III.62}$$

- une fonction stabilisante :

$$\alpha_0 = 0 ;$$

$$\alpha_i(\bar{x}_i, \hat{\theta}, \bar{y}_r^{(i-1)}) = -z_{i-1} - c_i z_i - w_i^T \cdot \hat{\theta} + \sum_{k=1}^{i-1} \left(\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} x_{k+1} + \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_r^{(k-1)}} y_r^{(k)} \right) + v_i \quad (\text{III.6})$$

3)

avec :

$$v_i(\bar{x}_i, \hat{\theta}, \bar{y}_r^{(i-1)}) = \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{\theta}_k} \Gamma \tau_i + \sum_{k=2}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{\theta}_k} \Gamma w_i z_k$$

$$\tau_i(\bar{x}_i, \hat{\theta}, \bar{y}_r^{(i-1)}) = \tau_{i-1} + w_i z_i$$

$$w_i(\bar{x}_i, \hat{\theta}, \bar{y}_r^{(i-2)}) = \varphi_i - \sum_{k=1}^{i-1} \left(\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} \varphi_k \right)$$

$c_i > 0$ et $\hat{\theta}$ est l'estimation du vecteur paramétrique θ .

La loi de commande adaptative :

$$u = \frac{1}{\beta(x)} \left[\alpha_n(x, \hat{\theta}, \bar{y}_r^{(n-1)}) + y_r^{(n)} \right] \quad (\text{III.64})$$

La loi d'adaptation de mise à jour :

$$\dot{\hat{\theta}} = \Gamma \tau_n(x, \hat{\theta}, \bar{y}_r^{(n-1)}) = \Gamma w \cdot z \quad (\text{III.65})$$

où : $\Gamma = \Gamma^T > 0$ est la vitesse d'adaptation ou matrice de gain.

Dans ce qui suit, l'équation (III.65) sera interprété en tant que règle d'étude en ligne et adaptation des poids du réseau RBF. En utilisant les équations (III.62) et (III.63), les fonctions stabilisantes peuvent être périodiquement calculé, et après n étapes, la loi de commande u et n lois d'adaptation pour les paramètres estimés $\hat{\theta}$ peuvent être obtenues.

Le principe de cette conception de commande est de trouver étape par étape, pour tous les états et erreurs des paramètres, une fonction appropriée de Lyapunov ce qui les apporte à l'origine.

III.5.4. Réseaux des fonctions de base radiales RBF

Les réseaux des fonctions de base radiales (RBF) sont relativement des nouveaux classes **d'ANNs**. « Artificial Neural Network ». Ils se composent d'une entrée, une couche cachée et une couche de sortie. La structure générale multi-entrées / multi-sorties (MIMO)

d'un réseau RBF est montré dans la figure 1, où \mathbf{x} est le vecteur d'entrée, \mathbf{y} le vecteur de sortie et φ_i^* la fonction de base radiale.

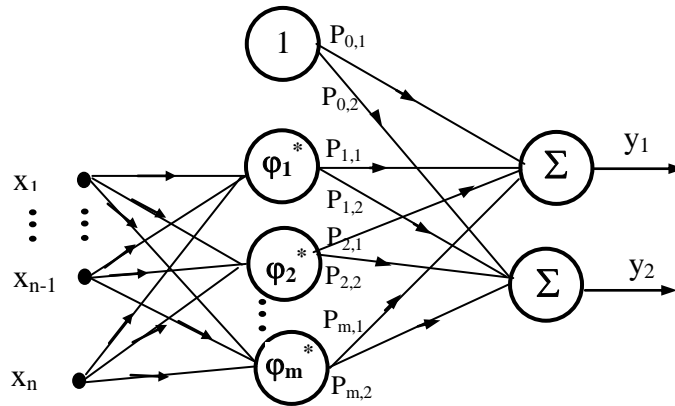


Fig. III.12 : Structure d'un réseau RBF

D'après la structure du réseau montrée par la figure III.12, l'expression correspondante à la liaison entrées / sorties peut être décrite par :

$$y_l(k) = p_{0,l} + \sum_{i=1}^m p_{i,l} \varphi_i^*(\|\mathbf{x}(k) - \zeta_i\|) \tag{III.66}$$

Où :

\mathbf{x} est le vecteur d'entrée, m le nombre de neurones dans la couche cachée, $p_{0,l}$ la polarisation, $p_{i,l}$ ($i = 1, \dots, m$ et $l=1$ ou 2) sont les poids (gains de sorties de la couche cachée), ζ_i ($i = 1, \dots, m$) centres des fonctions de base radiales et \mathbf{y} est le vecteur de sortie (y_1 et y_2). En introduisant l'écart type $\|\mathbf{x}(k) - \zeta_i\| = r$, on peut donner quelques fonctions RBF les plus notables comme suit

Fonction gaussienne :

$$\varphi^*(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\lambda}} \exp\left(-\frac{r^2}{2\lambda^2}\right), \quad \lambda > 0 \tag{III.67}$$

(a) Fonction multi-quadratique

$$\varphi^*(r) = \sqrt{r^2 + \lambda}, \quad \lambda \geq 0 \tag{III.68}$$

On peut montrer que pour un ensemble de N données d'entrées distinctes noté $\mathbf{x}(k)$ ($k = 1, \dots, N$) dans \mathbb{R}^n et la correspondance $y_l(k)$ des signaux de sortie ($k = 1, \dots, N$), il existe là un vecteur paramétrique \mathbf{p} qui réduit au minimum la somme des erreurs carrées :

$$I = \sum_{k=1}^N \left(y_1(k) - \left(p_{0,1} + \sum_{i=1}^m p_{i,1} \cdot \Phi_i^* (\|x(k) - \zeta_i\|) \right) \right)^2 \quad (\text{III.69})$$

En se basant sur la propriété d'approximation des réseaux de RBF « réduire l'erreur minimale à une valeur arbitrairement petite », on emploie le réseaux RBF pour l'approximation des fonctions non-linéaires.

III.5.5. Commande adaptative des systèmes non-linéaires par réseau neurologique artificiels (ANNAC)

Pour surmonter les inconvénients principaux déjà cités de la méthode de conception de commande « backstepping », on propose de changer la forme PSF « parametric strict feedback » des systèmes SISO, donnée par l'équation (III.61), à la forme NPSF « nonlinear parametric strict feedback » suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + \varphi_1(x_1, \theta), \\ \dot{x}_2 &= x_3 + \varphi_2(x_1, x_2, \theta), \\ &\cdot \\ &\cdot \\ \dot{x}_{n-1} &= x_n + \varphi_{n-1}(x_1, \dots, x_{n-1}, \theta), \\ \dot{x}_n &= \beta(x) \cdot u + \varphi_n(x, \theta) \end{aligned} \quad (\text{III.70})$$

Dans ce cas, la différence est que les fonctions non-linéaires φ_i , $i = 1, \dots, n$, dépendent directement du vecteur paramétrique inconnu θ . On a déjà mentionné que les réseaux RBF sont des approximateurs universels. Par conséquent, pour chaque fonction φ_i , un réseau RBF a été choisi pour l'approximation. Cette prolongation mène à la représentation du système suivante:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + \left[p_{0,1} + \sum_{i=1}^{m_1} p_{i,1} \cdot \Phi_{i,1}^* (\|x_1(k) - \zeta_{i,1}\|) \right] + \tilde{\varphi}_1(x_1, \theta), \\ \dot{x}_2 &= x_3 + \left[p_{0,2} + \sum_{i=1}^{m_2} p_{i,2} \cdot \Phi_{i,2}^* (\|x_2(k) - \zeta_{i,2}\|) \right] + \tilde{\varphi}_2(x_1, x_2, \theta), \\ &\cdot \\ &\cdot \\ \dot{x}_{n-1} &= x_n + \left[p_{0,n-1} + \sum_{i=1}^{m_{n-1}} p_{i,n-1} \cdot \Phi_{i,n-1}^* (\|x_{n-1}(k) - \zeta_{i,n-1}\|) \right] + \tilde{\varphi}_{n-1}(x_1, \dots, x_{n-1}, \theta), \\ \dot{x}_n &= \beta(x) \cdot u + \left[p_{0,n} + \sum_{i=1}^{m_n} p_{i,n} \cdot \Phi_{i,n}^* (\|x_n(k) - \zeta_{i,n}\|) \right] + \tilde{\varphi}_n(x, \theta) \end{aligned} \quad (\text{III.71})$$

où les fonctions entre crochets représentent les inputs/outputs du réseau RBF (voir équ. 3.66) et tel que les erreurs d'approximation sont données par :

$$\tilde{\varphi}_v(k) = \varphi_v(k) - \left[p_{0,v} + \sum_{i=1}^{m_v} p_{i,v} \varphi_{v,i}^* \left(\|x_v(k) - \zeta_{i,v}\| \right) \right] \quad (III.72)$$

$v=1, \dots, n$

D'après les équations 12, l'argument des fonctions $\varphi_i(\cdot)$ est donné par le vecteur paramétrique inconnu et les états x_i , avec des index inférieurs jusqu'à i . Les centres ζ_i des RBF ont la dimension correspondante.

Pour le cas spécial $\beta(x) = 1$ et $\tilde{\varphi}_v(0) = 0$, $v = 1, \dots, n$, le schéma fonctionnel de la structure non-linéaire décrite par les équations (III.73) est donné par la figure (III.13).

On peut voir que cette structure se compose d'une chaîne d'intégrateurs et de n réseaux RBF, là où chaque sortie du réseau est lié à son état dérivée qui lui correspond, et les entrées du réseau sont les états d'indices inférieurs ou égales à celui de la sortie.

Avec l'équation (III.71), une représentation générale d'un lisse système non-linéaire est obtenue et qui est égale à la forme NPSF des équations (III.70). En cette structure, les différents types de paramètres suivants doivent être déterminés ou ajustés :

- (a) le nombre de fonctions de base pour chaque réseau m_v ;
- (b) la position des centres $\zeta_{i,v}$;
- (c) le paramètre de conception λ ;
- (d) les fonctions de base $\varphi_{v,i}^*$; et
- (e) le vecteur des paramètres p_v .

Pour les quatre premiers, les divers arrangements d'optimisation sont disponible, mais le plus souvent, ils sont déterminés par l'intermédiaire des expériences de simulation et gardés fixe ensuite.

Assumer un choix raisonnable des quatre types de paramètres, les seuls réglables de cette structure sont représentés par le vecteur des paramètres p_v , $v = 1, \dots, n$. En faisant référence aux équations (III.71), on peut facilement voir que le système prolongé NPSF est maintenant linéairement paramétrisé.

Pour employer l'algorithme de la commande adaptative backstepping, le système donné par les équations (III.71) devraient être récrits par :

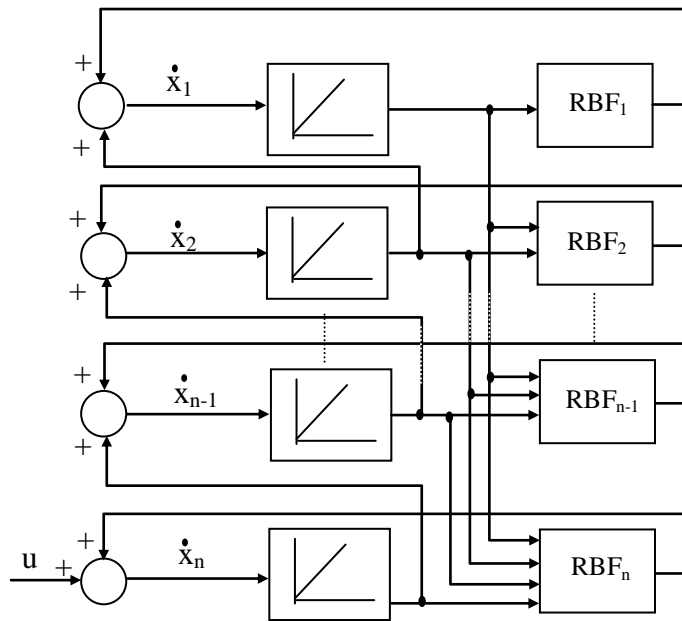


Fig. III.13: Schéma d'un NPSF avec des RBF

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 + \varphi_1^{*T} \cdot p + \tilde{\varphi}_1(x_1, \theta), \\
 \dot{x}_2 &= x_3 + \varphi_2^{*T} \cdot p + \tilde{\varphi}_2(x_1, x_2, \theta), \\
 &\vdots \\
 \dot{x}_{n-1} &= x_n + \varphi_{n-1}^{*T} \cdot p + \tilde{\varphi}_{n-1}(x_1, \dots, x_{n-1}, \theta), \\
 \dot{x}_n &= \beta(x) \cdot u + \varphi_n^{*T} \cdot p + \tilde{\varphi}_n(x, \theta)
 \end{aligned}
 \tag{III.73}$$

III.5.6. Développement théorique de la commande adaptative des systèmes non-linéaires par l'approche backstepping-neuronale

III.5.6.1 Développement théorique

Dans ce qui suit, on va élargir le champ de complexité par la mise en œuvre d'un système qui va permettre certainement d'établir le résumé global pour ce sujet.

- **Système d'ordre deux**

Considérons le système suivant :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 + \varphi_1(x_1, \theta). \\
 \dot{x}_2 &= \beta(x) \cdot u + \varphi_2(x_1, x_2, \theta) \\
 y &= x_1
 \end{aligned}
 \tag{III.74}$$

Tel que :

- θ : vecteur paramétrique inconnu,
- φ_1 et φ_2 : deux vecteurs de fonctions non linéaires qu'on va supposer inconnus, donc cela explique l'utilisation de la technique d'approximation en se basant sur les réseaux RBF.

Pour employer l'algorithme de la commande adaptative par l'approche backstepping-neuronales, le système donné par l'équation (III.74) devraient être réécrits par :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + \varphi_1^{*T} \cdot p + \tilde{\varphi}_1(x_1, \theta), \\ \dot{x}_2 &= \beta(x) \cdot u + \varphi_2^{*T} \cdot p + \tilde{\varphi}_2(x_1, x_2, \theta) \\ y &= x_1 \end{aligned} \tag{III.75}$$

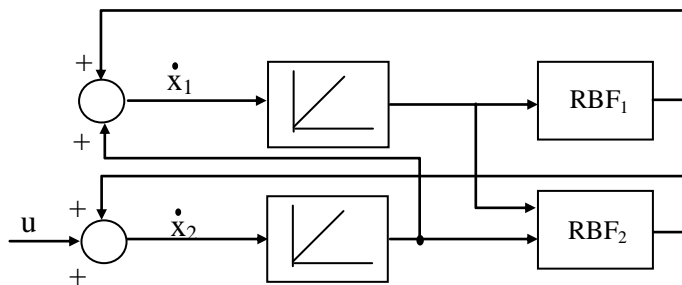


Fig. III.14 : Schéma de principe le l'association « forme NPSF et réseaux RBF »

tel que :

φ_1^* et φ_2^* deux fonctions qu'on peut définir en utilisant l'approximation par les réseaux RBF

$$\varphi_1^{*T} \cdot p = \left[p_{0,1} + \sum_{i=1}^{m_1} p_{i,1} \cdot \varphi_{1,i}^* \left(\|x_1(k) - \zeta_{i,1}\| \right) \right]$$

$$\varphi_2^{*T} \cdot p = \left[p_{0,2} + \sum_{i=1}^{m_2} p_{i,2} \cdot \varphi_{2,i}^* \left(\|x_2(k) - \zeta_{i,2}\| \right) \right]$$

m_1 : nombre de neurones choisi,

$p_{i,1}$: poids des neurones,

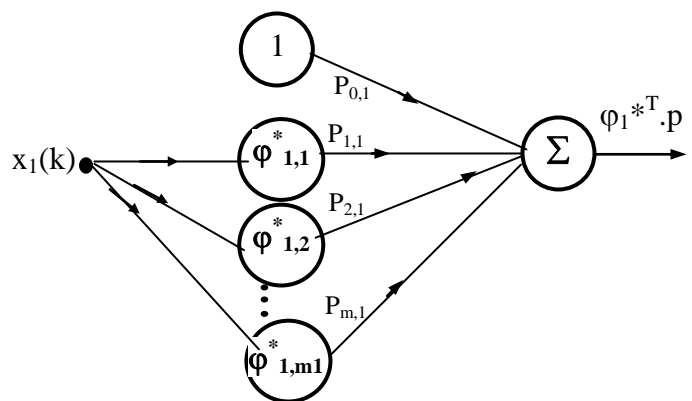


Fig. III.15: Exemple d'une structure RBF

$\zeta_{i,1}$: centres des neurones,

$\varphi_{2,i}^*$: fonctions de base radiales

Remarque : pour avoir les résultats qui suivent, on applique l'algorithme de la commande adaptative des systèmes non-linéaires backstepping.

Etape 1 :

Le changement de variable adopté est décrit par l'expression :

$$\begin{aligned} z_1 &= x_1 - y_r \\ z_2 &= x_2 - \dot{y}_r - \alpha_1(x_1, \hat{p}, y_r) \end{aligned} \quad (\text{III.76})$$

La fonction de Lyapunov correspondante :

$$V_1 = \frac{1}{2} z_1^2 \quad (\text{III.77})$$

et sa dérivée peut être développer de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= z_1 \dot{z}_1 \\ &= z_1 (\dot{x}_1 - \dot{y}_r) \\ &= z_1 (x_2 + \varphi_1^{*T} \cdot p + \tilde{\varphi}_1(x_1, \theta) - \dot{y}_r) \\ &= z_1 (x_2 + \varphi_1^{*T} \cdot \hat{p} + \varphi_1^{*T} \cdot \tilde{p} + \tilde{\varphi}_1(x_1, \theta) - \dot{y}_r) \end{aligned} \quad (\text{III.78})$$

Pour que le système atteigne sa stabilité globale, il faut que cette dérivée soit négative « $\dot{V}_1 = -c_1 z_1^2$ » avec c_1 une constante positive.

ce qui va nous permettre de choisir la fonction stabilisante suivante :

$$\alpha_1(x_1, \hat{p}, y_r) = (x_2)_{\text{désirée}} = -c_1 z_1 - \varphi_1^{*T} \cdot \hat{p} \quad (\text{III.79})$$

La dynamique des erreurs s'exprime alors par :

$$\dot{z}_1 = z_2 - c_1 z_1 + \varphi_1^T \cdot \tilde{p} + \tilde{\varphi}_1(x_1, \theta) \quad (\text{III.80})$$

$$\begin{aligned} \dot{z}_2 &= \dot{x}_2 - \dot{y}_r^{(2)} - \dot{\alpha}_1 \\ &= \beta(x) \cdot u + \varphi_2^{*T} \cdot p + \tilde{\varphi}_2(x_1, x_2, \theta) - \dot{y}_r^{(2)} - \dot{\alpha}_1 \\ &= \beta(x) \cdot u + \varphi_2^{*T} \cdot p + \tilde{\varphi}_2(x_1, x_2, \theta) - \dot{y}_r^{(2)} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \dot{x}_1 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{p}} \dot{\hat{p}} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r \\ &= \beta(x) \cdot u + \varphi_2^{*T} \cdot p - \dot{y}_r^{(2)} + \tilde{\varphi}_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (x_2 + \varphi_1^{*T} \cdot p + \tilde{\varphi}_1) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{p}} \dot{\hat{p}} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r \end{aligned} \quad (\text{III.81})$$

- Fonction de Lyapunov

$$\begin{aligned}
 V_2 &= \frac{1}{2}z_1^2 + \frac{1}{2}z_2^2 + \frac{1}{2}\tilde{p}^T \Gamma^{-1} \tilde{p} \\
 \dot{V}_2 &= z_1 \dot{z}_1 + z_2 \dot{z}_2 - \tilde{p}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{p}} \\
 \dot{V}_2 &= z_1 (z_2 - c_1 z_1 + \varphi_1^T \cdot \tilde{p} + \tilde{\varphi}_1) + z_2 \left[\beta(x) \cdot u + \varphi_2^{*T} \cdot p - y_r^{(2)} + \tilde{\varphi}_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (x_2 + \varphi_1^{*T} \cdot p + \tilde{\varphi}_1) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{p}} \dot{\hat{p}} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r \right] - \tilde{p}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{p}} \quad (\text{III.82}) \\
 \dot{V}_2 &= -c_1 z_1^2 + z_2 \left[z_1 + \beta(x) \cdot u + \varphi_2^{*T} \cdot \hat{p} - y_r^{(2)} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (x_2 + \varphi_1^{*T} \cdot \hat{p}) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{p}} \dot{\hat{p}} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r \right] \\
 &\quad + \tilde{p}^T \Gamma^{-1} \left(\Gamma \varphi_1^* \cdot z_1 - \Gamma \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1^* \cdot z_2 - \dot{\hat{p}} + \Gamma \varphi_2^* \cdot z_2 \right) + z_1 \cdot \tilde{\varphi}_1 + z_2 \cdot \tilde{\varphi}_2 - z_2 \cdot \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \cdot \tilde{\varphi}_1
 \end{aligned}$$

- Loi de mise à jour

Pour éliminer l'erreur il faut choisir la loi d'adaptation :

$$\begin{aligned}
 \dot{\hat{p}} &= \Gamma \varphi_1^* \cdot z_1 - \Gamma \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1^* \cdot z_2 + \Gamma \varphi_2^* \cdot z_2 \\
 &= \Gamma \left(\varphi_1^* \cdot z_1 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1^* \cdot z_2 + \varphi_2^* \cdot z_2 \right) \quad (\text{III.83})
 \end{aligned}$$

- Loi de commande adaptative

Pour que le système soit équilibré dans le cas de la commande adaptative backstepping où les non-linéarités sont connues ($\dot{V}_2 = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2$), et puisque c'est pas le cas il faut s'adapter aux nouvelles données « les non-linéarités inconnues » :

Soit à prendre :

$$z_1 + \beta(x) \cdot u + \varphi_2^{*T} \cdot \hat{p} - y_r^{(2)} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (x_2 + \varphi_1^{*T} \cdot \hat{p}) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{p}} \dot{\hat{p}} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r = -c_2 z_2$$

alors, on aura la loi de commande suivante :

$$u = \frac{1}{\beta(x)} \left[-z_1 - c_2 z_2 - \left(\varphi_2^{*T} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \cdot \varphi_1^{*T} \right) \cdot \hat{p} + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \cdot x_2 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{p}} \dot{\hat{p}} + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r + y_r^{(2)} \right] \quad (\text{III.84})$$

donc, l'expression de la fonction stabilisante s'écrit :

$$\alpha_2(x, \hat{p}, y_r^{(\cdot)}) = -z_1 - c_2 z_2 - \left(\varphi_2^{*T} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \cdot \varphi_1^{*T} \right) \cdot \hat{p} + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \cdot x_2 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{p}} \dot{\hat{p}} + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r \quad (\text{III.85})$$

ce qui permet de déduire la loi de commande suivante :

$$u = \frac{1}{\beta(x)} \left[\alpha_2(x, \hat{p}, y_r^{(\cdot)}) + y_r^{(2)} \right] \quad (\text{III.86})$$

ce qui donne une fonction de Lyapunov dérivée sous la forme suivante :

$$\dot{V}_2 = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + z_1 \tilde{\varphi}_1 + z_2 \tilde{\varphi}_2 - z_2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \tilde{\varphi}_1 \tag{III.87}$$

donc il faut trouver une solution pour que cette dérivée soit optimale.

- Schéma de principe de la commande adaptative par l'approche backstepping-neuronale

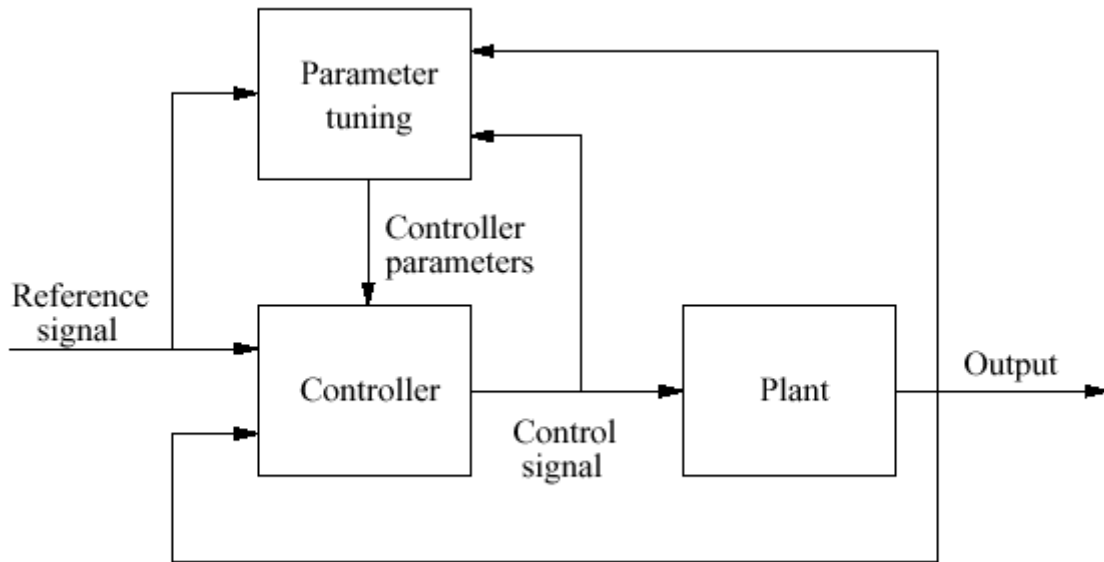


Fig. III.16: Schéma de principe de la commande adaptative « backstepping-neuronale »

III.5.6.2 Exemple de simulations « avec entrée de référence nulle »

Dans ce qui suit, on va éclaircir la différence entre la commande backstepping classique et celle dont la forme ANNNAC par une démonstration utilisant un simple exemple de système dont la structure est donnée par :

$$\dot{x} = \theta \cdot \sin(x) + u \tag{III.88}$$

Le problème qui se pose :

- la fonction non linéaire du système va changer de forme après 2 secondes et le paramètre constant θ est supposé inconnu.
- Le but est de trouver une loi de commande pour stabiliser le système autour de l'origine.

Première solution : « utilisation de la technique classique du backstepping »

On remarque que le système donné est sous la forme PSF, ce qui va nous permettre d'appliquer la commande classique backstepping d'une manière directe. Cette dernière est supposée comme étant une commande de référence .

➤ Première étape

$$z = x - y_r = x \quad \ll y_r = 0 \gg$$

On suppose que le paramètre est connu et on utilise la fonction de Lyapunov :

$$V = \frac{1}{2}z^2 = \frac{1}{2}x^2 \tag{III.89}$$

ce qui permet d'écrire la dérivée de cette fonction :

$$\dot{V} = x \cdot \dot{x} = x(\theta \cdot \sin(x) + u) \tag{III.90}$$

avec : $\theta \cdot \sin(x) + u = -c_1 \cdot x$

On peut faire le choix de la loi de commande

$$u = -c_1 \cdot x - \theta \cdot \sin(x) \tag{III.91}$$

alors, l'équation (III.90) devient

$$\dot{V} = -c_1 \cdot x^2 \tag{III.92}$$

Finalement, on remarque que \dot{V} est strictement négative avec $c_1 > 0$, ce qui garanti l'équilibre ($x_1 = y_r = 0$) et la stabilité globale du système.

➤ Deuxième étape

En supposons maintenant que le paramètre θ est inconnu, l'équation (III.89) s'écrit :

$$V = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2\gamma} \cdot \tilde{\theta}^2 \tag{III.93}$$

tel que le paramètre de contrôle $\gamma > 0$ représente la vitesse d'adaptation et $\tilde{\theta}$ est la différence entre le paramètre réel θ et estimé $\hat{\theta}$:

$$\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta} \tag{III.94}$$

ce qui donne :

$$\begin{aligned} \dot{V} &= x \cdot \dot{x} + \frac{1}{\gamma} \cdot \tilde{\theta} \cdot \dot{\tilde{\theta}} \\ &= x(\theta \cdot \sin(x) + u) + \frac{1}{\gamma} \cdot \tilde{\theta} \cdot \dot{\tilde{\theta}} \\ &= x(\tilde{\theta} \cdot \sin(x) + \hat{\theta} \cdot \sin(x) + u) + \frac{1}{\gamma} \cdot \tilde{\theta} \cdot \dot{\tilde{\theta}} \\ &= x(\hat{\theta} \cdot \sin(x) + u) + \tilde{\theta} \left(x \cdot \sin(x) + \frac{1}{\gamma} \cdot \dot{\tilde{\theta}} \right) \end{aligned} \tag{III.95}$$

sachant que θ est constant, on peut déduire l'approximation :

$$\tilde{\theta} = -\dot{\hat{\theta}} \tag{III.96}$$

ce qui permet d'avoir :

$$\dot{V} = x(\hat{\theta} \sin(x) + u) + \tilde{\theta} \left(x \sin(x) - \frac{1}{\gamma} \dot{\hat{\theta}} \right) \tag{III.97}$$

la seule solution pour :

- éliminer l'erreur paramétrique $\tilde{\theta}$,
- avoir une fonction dérivée de Lyapunov négative,
- atteindre la stabilité globale du système.

est de choisir la loi d'adaptation :

$$\dot{\hat{\theta}} = \gamma x \sin(x) \tag{III.98}$$

et d'appliquer la loi de commande :

$$u = -c_1 x - \hat{\theta} \sin(x) \tag{III.99}$$

alors, l'équation (III.97) devient $\dot{V} = -c_1 x^2$

Deuxième solution : « utilisation de la technique du backstepping-neuronale »

En utilisant la notion RBF et la forme NPSF, l'équation (III.88) peut s'écrire :

$$\dot{x} = u + \varphi^{*T}(\|x - \zeta_i\|) p \tag{III.100}$$

Concernant la procédure de commande, seul l'ordre du système qui doit être connu et les étapes à suivre sont les mêmes.

➤ Première étape

En supposant que le vecteur de paramètres « poids du réseau » p est connu, on utilise la fonction de Lyapunov afin d'avoir l'expression de sa dérivée:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= x \cdot \dot{x} \\ &= x \cdot (u + \varphi^{*T}(\|x - \zeta_i\|) p) \end{aligned} \tag{III.101}$$

et pour rendre cette expression négative, on adopte la loi de commande :

$$u = -c_1 x - \varphi^{*T}(\|x - \zeta_i\|) p \tag{III.102}$$

➤ Deuxième étape

En supposons maintenant que le vecteur de paramètres p est inconnu, on peut facilement trouver l'expression de la loi de commande en appliquant les mêmes démarches :

$$\begin{aligned} \dot{V} &= x.\dot{x} + \frac{1}{\gamma}.\tilde{p}.\dot{\tilde{p}} = x.(u + \varphi^{*T}(\|x - \zeta_i\|)p) + \frac{1}{\gamma}.\tilde{p}.\dot{\tilde{p}} = x.(u + \varphi^{*T}(\|x - \zeta_i\|)\hat{p} + \varphi^{*T}(\|x - \zeta_i\|)\tilde{p}) + \frac{1}{\gamma}.\tilde{p}.\dot{\tilde{p}} \\ &= x.(u + \varphi^{*T}(\|x - \zeta_i\|)\hat{p}) + \tilde{p} \left(x.\varphi^{*T}(\|x - \zeta_i\|) + \frac{1}{\gamma}.\dot{\tilde{p}} \right) \end{aligned}$$

ce qui implique les deux lois :

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{p}} &= \gamma.x.\varphi^{*T}(\|x - \zeta_i\|) & \text{(III.103)} \\ u &= -c_1.x - \varphi^{*T}(\|x - \zeta_i\|)\hat{p} \end{aligned}$$

Il nous reste maintenant à déterminer le type, le nombre de neurones des réseaux RBF ainsi que leurs centres. En tenant compte des caractéristiques d'approximation, on opte pour le choix de la fonction Gaussienne :

$$\varphi^*(r) = \frac{1}{\sqrt{2.\pi}.\lambda}.\exp\left(-\frac{r^2}{2\lambda^2}\right), \quad \lambda > 0 \quad \text{(III.104)}$$

Simulation :

Concernant la simulation, on fixe le paramètre de commande à $c_1=10$ et le gain d'adaptation à $\gamma=100$. Pour le réseau RBF, l'écart type est de $\lambda=1,4$ et les centres choisis sont 0 1,5 2 2,5 « réseau à quatre neurones ».

Pour mieux voir l'effet et le rendement de cette technique, on fait le changement de la fonction non linéaire après 5 secondes :

Résultats de simulation : $\begin{cases} \dot{x} = \theta.\sin(x) + u & \text{pour } t < 5 \text{ secondes} \\ \dot{x} = \theta.(\sin(x) + 2.x^2 + 2) + u & \text{pour } t > 5 \text{ secondes} \end{cases}$

➤ Technique classique backstepping

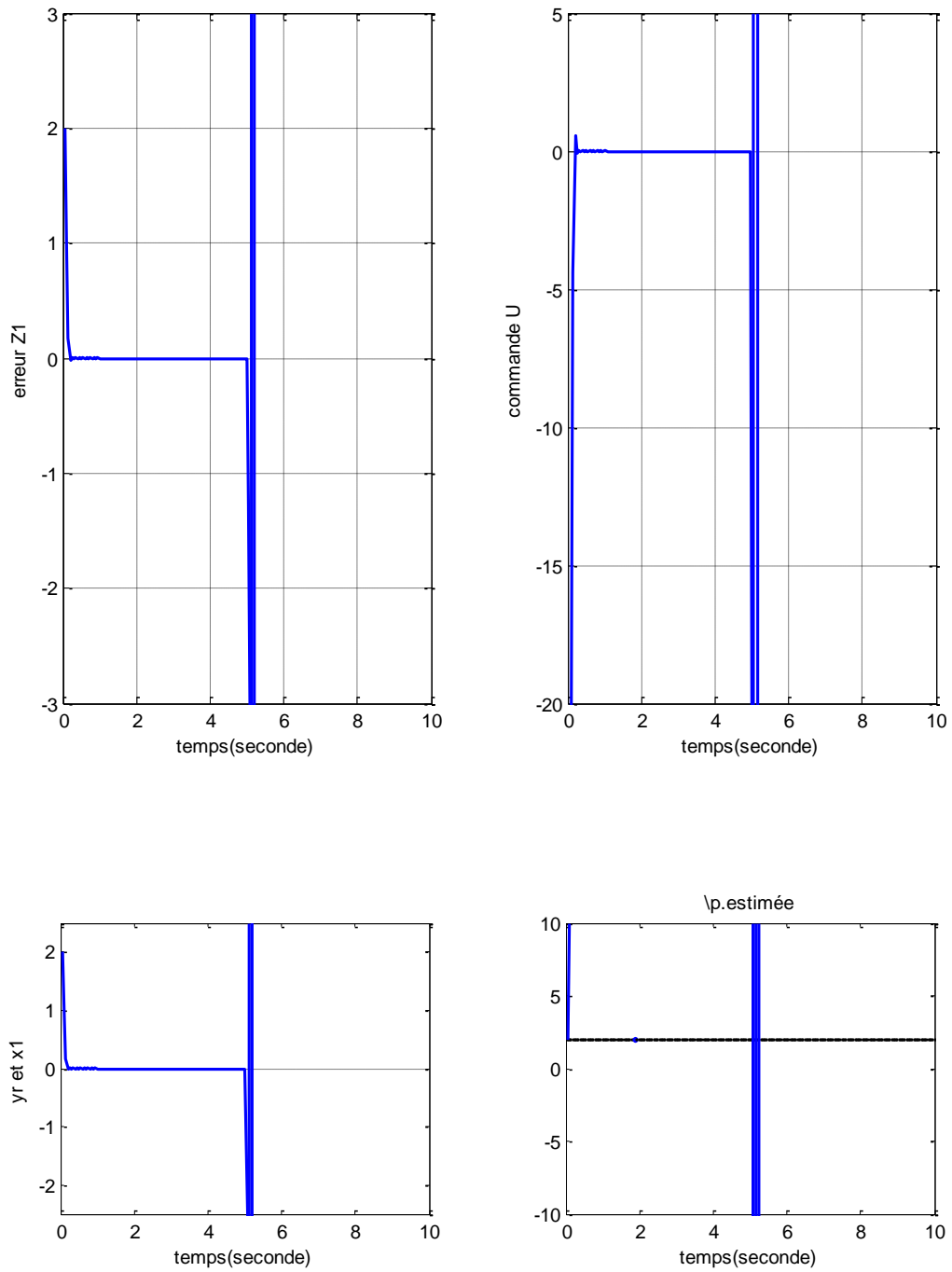


Fig.III.17. Commande backstepping classique d'un système non linéaire avec entrée de référence nulle

➤ Technique backstepping-neuronale

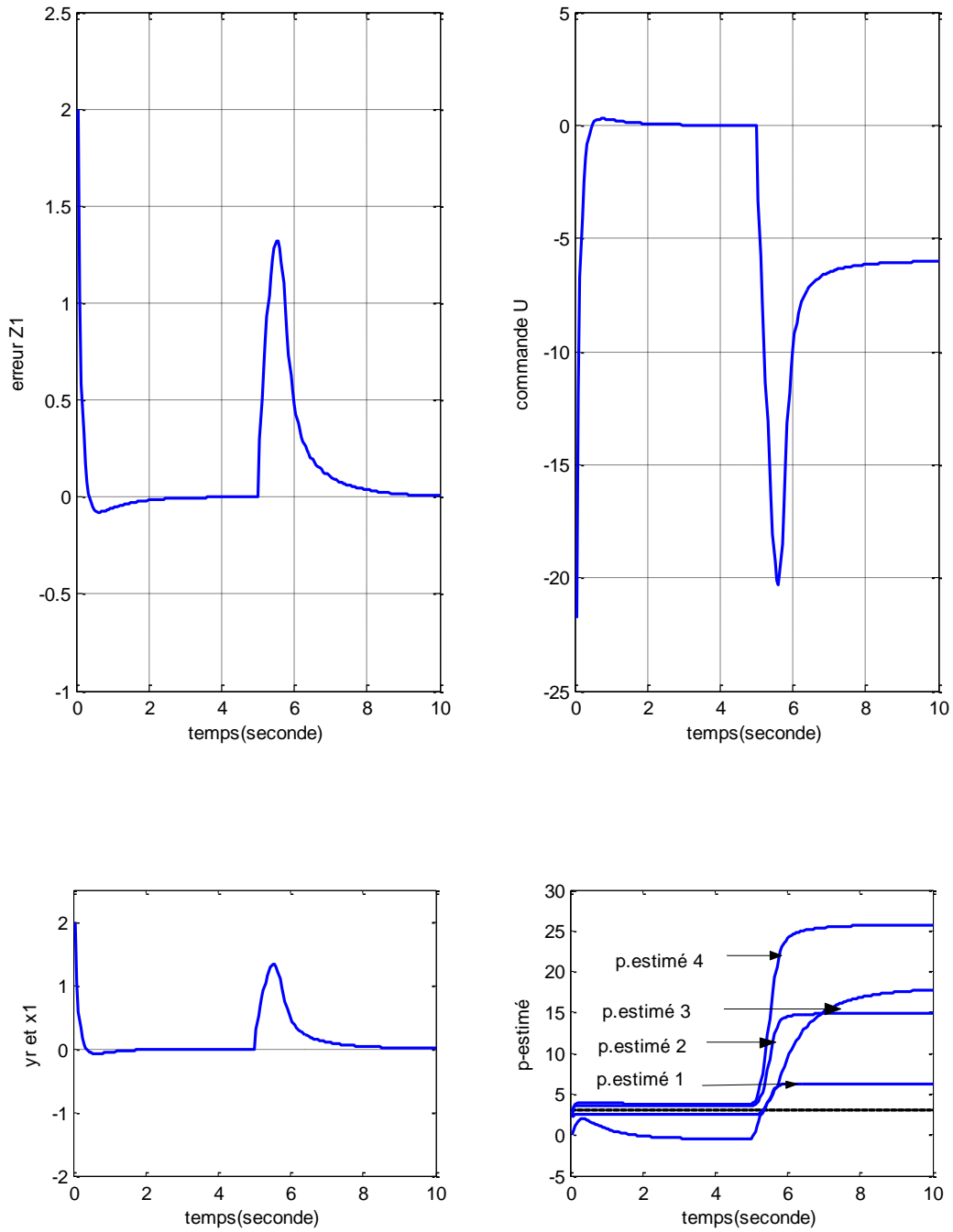


Fig.III.18. Commande backstepping-neuronale avec entrée de référence nulle

III.5.6.3 Exemple de simulations « avec entrée de référence constante ou variable »

Dans cet exemple, le même système doit atteindre une consigne non nulle, alors, on doit respecter certaines conditions dans ce qui suit. La structure du système est donnée par :

$$\dot{x} = \theta \cdot \sin(x) + u$$

Le problème qui se pose :

- la fonction non linéaire du système va changer de forme après 2 secondes et le paramètre constant θ est supposé inconnu.
- Le but est de trouver une loi de commande pour stabiliser le système pour atteindre y_r non nulle.

Première solution : « utilisation de la technique classique du backstepping »

Première étape

$$z = x - y_r$$

On suppose que le paramètre est connu et on utilise la fonction de Lyapunov :

$$V = \frac{1}{2} z^2 \quad (\text{III.105})$$

ce qui permet d'écrire la dérivée de cette fonction :

$$\dot{V} = z \cdot \dot{z} = z(\theta \cdot \sin(x) + u - \dot{y}_r)$$

On peut faire le choix de la loi de commande :

$$u = -c_1 z - \theta \cdot \sin(x) + \dot{y}_r \quad (\text{III.106})$$

alors, la dérivée de Lyapunov devient :

$$\dot{V} = -c_1 z^2 \quad (\text{III.107})$$

Finalement, on remarque que \dot{V} est strictement négative avec $c_1 > 0$, ce qui garanti l'équilibre ($x_1 = y_r$) et la stabilité globale du système.

➤ Deuxième étape

En supposons maintenant que le paramètre θ est inconnu, l'équation (III.105) s'écrit :

$$V = \frac{1}{2} z^2 + \frac{1}{2\gamma} \tilde{\theta}^2 \quad (\text{III.108})$$

tel que le paramètre de contrôle $\gamma > 0$ représente la vitesse d'adaptation et $\tilde{\theta}$ est la différence entre le paramètre réel θ et estimé $\hat{\theta}$:

$$\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta} \quad (\text{III.109})$$

ce qui donne :

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &= z \cdot \dot{z} + \frac{1}{\gamma} \cdot \tilde{\theta} \cdot \dot{\tilde{\theta}} \\
 &= z \cdot (\theta \cdot \sin(x) + u - \dot{y}_r) + \frac{1}{\gamma} \cdot \tilde{\theta} \cdot \dot{\tilde{\theta}} \\
 &= z \cdot (\tilde{\theta} \cdot \sin(x) + \hat{\theta} \cdot \sin(x) + u - \dot{y}_r) + \frac{1}{\gamma} \cdot \tilde{\theta} \cdot \dot{\tilde{\theta}} \\
 &= z \cdot (\hat{\theta} \cdot \sin(x) + u - \dot{y}_r) + \tilde{\theta} \cdot \left(z \cdot \sin(x) + \frac{1}{\gamma} \cdot \dot{\tilde{\theta}} \right)
 \end{aligned} \tag{III.110}$$

Sachant que θ est constant, on peut déduire l'approximation :

$$\dot{\tilde{\theta}} = -\dot{\hat{\theta}} \tag{III.111}$$

ce qui permet d'avoir :

$$\dot{V} = z \cdot (\hat{\theta} \cdot \sin(x) + u - \dot{y}_r) + \tilde{\theta} \cdot \left(z \cdot \sin(x) - \frac{1}{\gamma} \cdot \dot{\hat{\theta}} \right) \tag{III.112}$$

La seule solution pour :

- éliminer l'erreur paramétrique $\tilde{\theta}$,
- avoir une fonction dérivée de Lyapunov négative,
- atteindre la stabilité globale du système.

est de choisir la loi d'adaptation :

$$\dot{\hat{\theta}} = \gamma \cdot z \cdot \sin(x) \tag{III.113}$$

et d'appliquer la loi de commande :

$$u = -c_1 \cdot z - \hat{\theta} \cdot \sin(x) + \dot{y}_r \tag{III.114}$$

alors, l'équation (III.112) devient : $\dot{V} = -c_1 \cdot z^2$

Deuxième solution : « utilisation de la technique du backstepping-neuronale »

En utilisant la notion RBF et la forme NPSF, la dynamique du système peut s'écrire :

$$\dot{x} = u + \varphi^{*T}(\|x - \zeta_i\|) p \tag{III.115}$$

Concernant la procédure de commande, seul l'ordre du système qui doit être connu et les étapes à suivre sont les mêmes.

- Première étape

En supposant que le vecteur de paramètres est connu, on utilise la fonction de Lyapunov afin d'avoir l'expression de sa dérivée:

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &= z \cdot \dot{z} \\
 &= z \cdot (u + \varphi^{*T}(\|x - \zeta_i\|) p - \dot{y}_r)
 \end{aligned} \tag{III.116}$$

et pour rendre cette expression négative, on adopte la loi de commande :

$$u = -c_1 z - \varphi^* \left(\|x - \zeta_i\| \right) p + \dot{y}_r \quad (\text{III.117})$$

➤ Deuxième étape

En supposons maintenant que le vecteur de paramètres p est inconnu, on peut facilement trouver l'expression de la loi de commande en appliquant les mêmes démarches :

$$\hat{p} = \gamma \cdot z \cdot \varphi^* \left(\|x - \zeta_i\| \right) \quad (\text{III.118})$$

et la loi de commande :

$$u = -c_1 z - \varphi^* \left(\|x - \zeta_i\| \right) \hat{p} + \dot{y}_r \quad (\text{III.119})$$

Il nous reste maintenant à déterminer le type, le nombre de neurones des réseaux RBF ainsi que leurs centres. En tenant compte des caractéristiques d'approximation, on opte pour le choix de la fonction Gaussienne.

$$\varphi^*(r) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \lambda}} \cdot \exp\left(-\frac{r^2}{2 \lambda^2}\right), \quad \lambda > 0 \quad (\text{III.120})$$

Simulation :

Concernant la simulation, on fixe le paramètre de commande à $c_1=10$ et le gain d'adaptation à $\gamma=100$. Pour le réseau RBF, l'écart type est de $\lambda=1,4$ et les centres choisis sont 0 1,5 2 2,5 « réseau à quatre neurones ».

Pour mieux voir l'effet et le rendement de cette technique, on fait le changement de la fonction non linéaire après 5 secondes :

$$\begin{cases} \dot{x} = \theta \cdot \sin(x) + u & \text{pour } t < 5 \text{ secondes} \\ \dot{x} = \theta \cdot \left(\sin(x) + \sqrt{|x+1|} \right) + u & \text{pour } t > 5 \text{ secondes} \\ y_r = 2 \end{cases}$$

Résultats de simulation : $\begin{cases} \dot{x} = \theta \cdot \sin(x) + u & \text{pour } t < 5 \text{ secondes} \\ \dot{x} = \theta \cdot \left(\sin(x) + \sqrt{|x+1|} \right) + u & \text{pour } t > 5 \text{ secondes} \end{cases}$

Technique classique backstepping

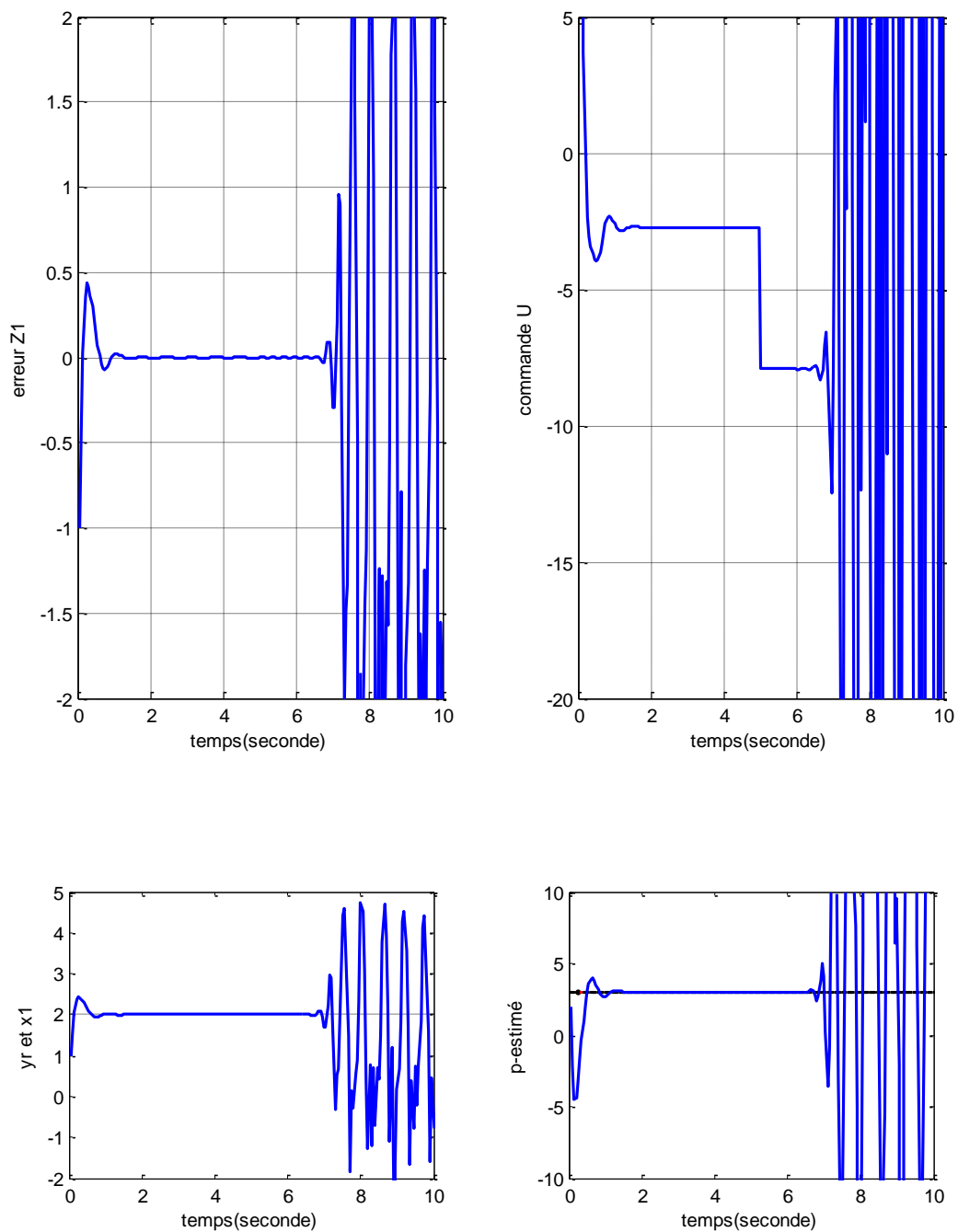


Fig.III.20. Commande backstepping classique d'un système non linéaire avec entrée de référence constante

➤ Technique backstepping-neuronale

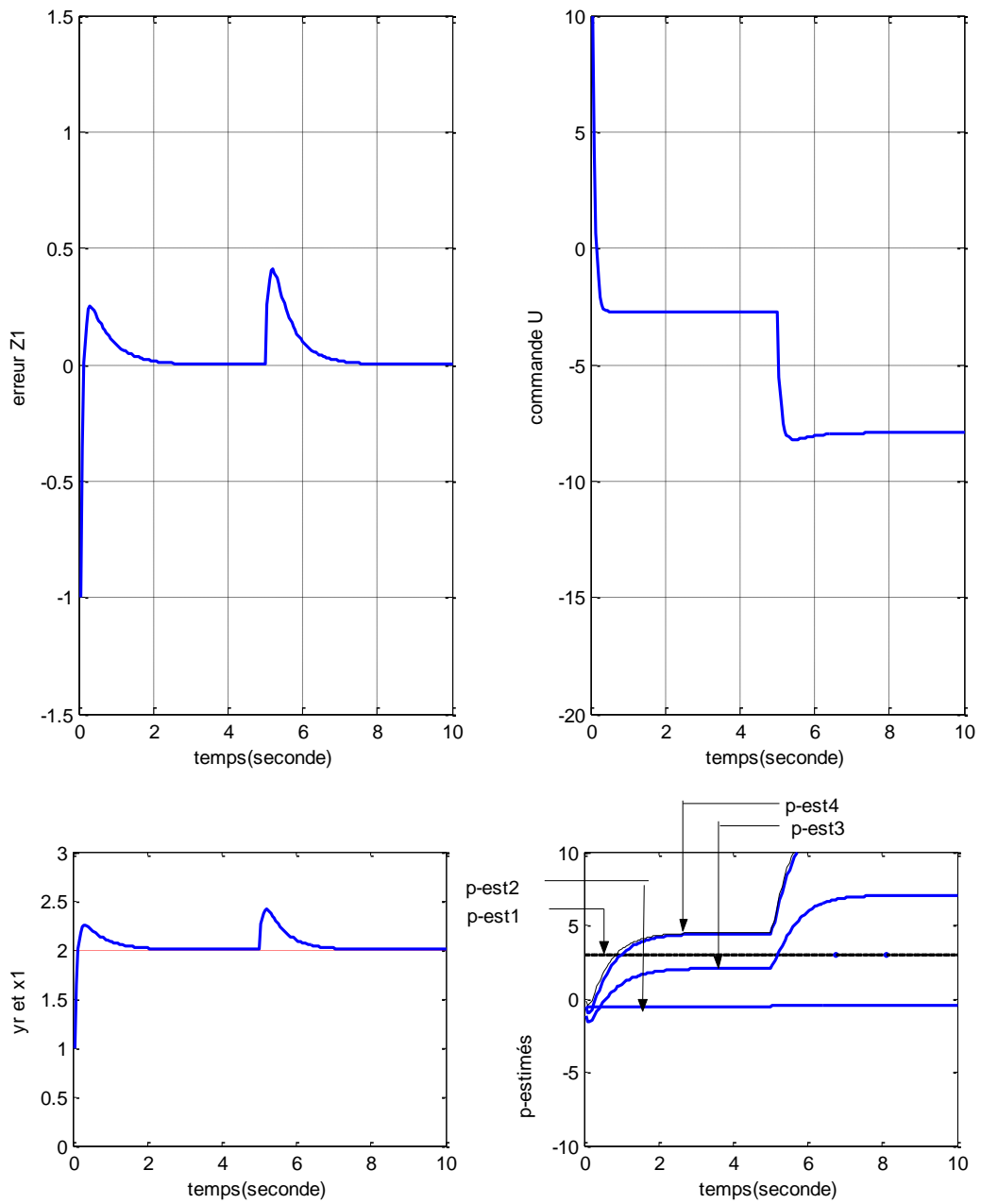
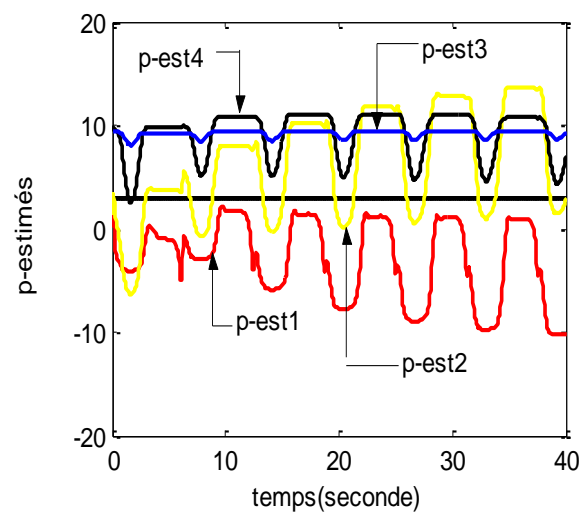
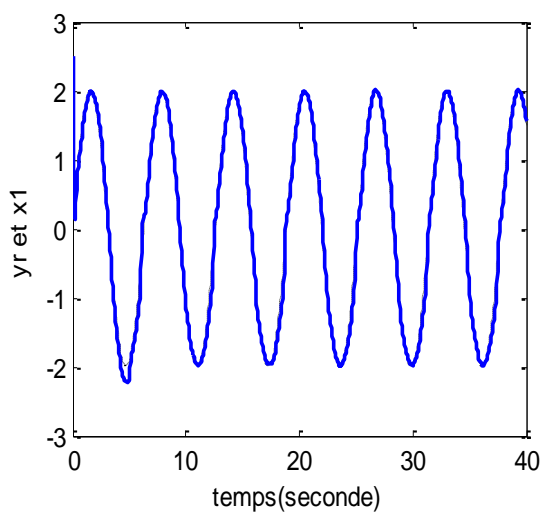
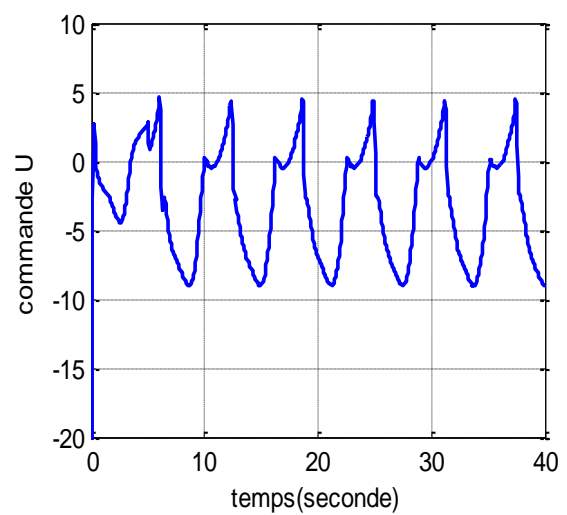
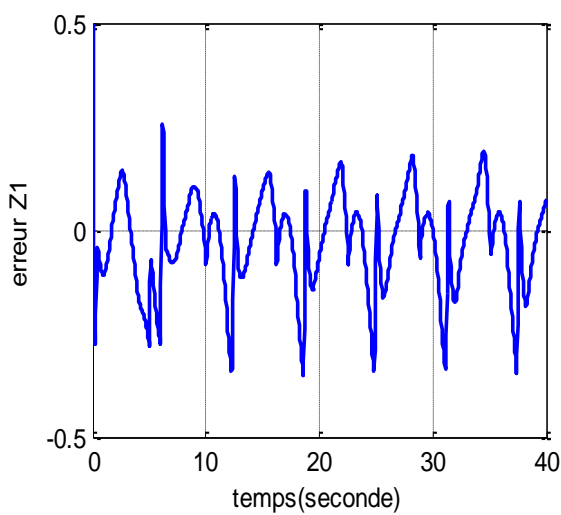


Fig.III.21. Commande backstepping-neuronale avec entrée de référence constante

Résultats de simulation :

$$\begin{cases} \dot{x} = \theta \cdot \sin(x) + u & \text{pour } t < 5 \text{ secondes} \\ \dot{x} = \theta \cdot (\sin(x) + \sqrt{|x+1|}) + u & \text{pour } t > 5 \text{ secondes} \\ y = 2 \cdot \sin(x) \end{cases}$$

➤ *Technique backstepping-neuronale*



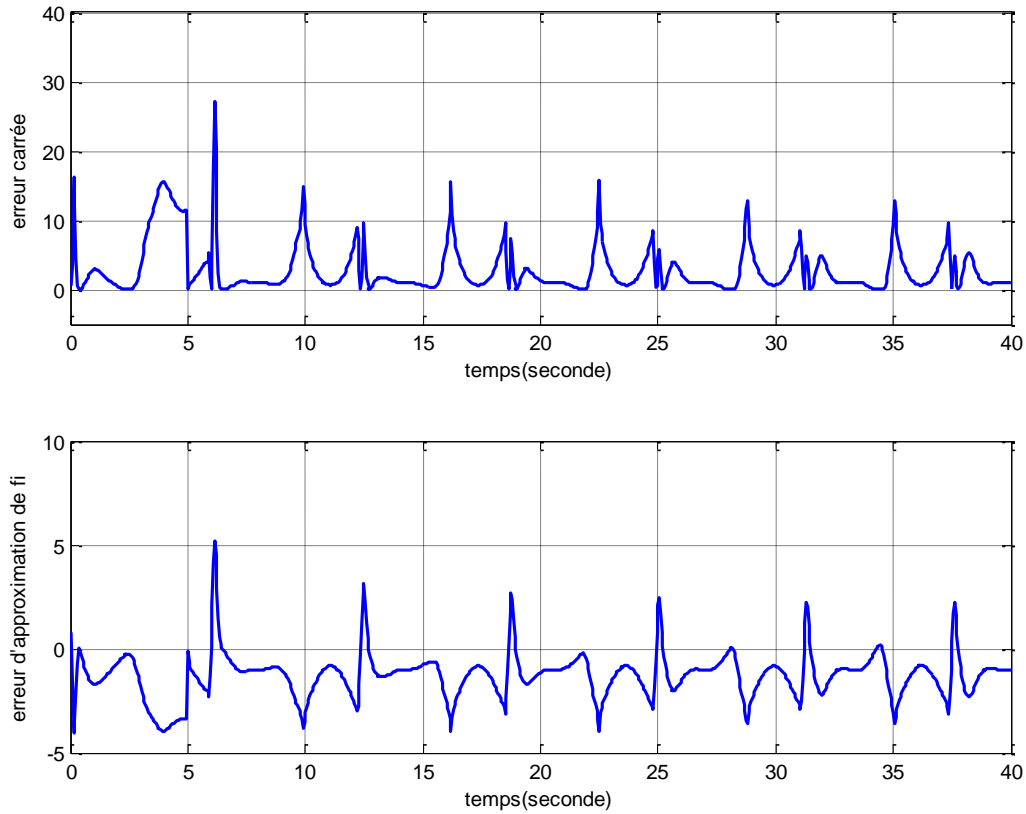


Fig.III.22.Commande backstepping-neuronale avec une entrée de référence variable

III.6.Conclusion

La performance de la commande backstepping neuronale était très claire à partir des exemples traités dans ce chapitre, dans l'exemple de simulations « avec entrée de référence nulle » sur les figures(III.17) et (III.18) le système ne tend pas vers l'origine il est clair qu'il n'est pas stable et oscille entre les valeurs de plus de 3 et -3 tandis que pour la commande backstepping –neuronale l'erreur z_1 tend vers zéro donc le système retrouve sa stabilité après un temps de 6sec contrairement a la commande backstepping classique. La figure (III.22) montre que toutes les erreurs tournent autour de l'origine ce qui explique la performance du système commandé par la commande backstepping neuronale.

Chapitre IV

Application de la Commande Backstepping pour le Moteur à Aimants Permanents

IV.1. Introduction

L'étude de la commande des machines est une discipline transversale, et demande des connaissances de base en Electrotechnique, Electronique de Puissance et Automatique. D'autre part, les commandes des machines à courant continu, synchrones et asynchrones sont souvent enseignées de manière séparée, ce qui entraîne des confusions. Il semble donc nécessaire d'avoir une approche systématique des structures de commande des grandes catégories de machines électriques. Cette synthèse doit faire ressortir les principes de la commande de machines électriques avant de présenter la complexité des algorithmes les plus récents (contrôle vectoriel...).

La mise en oeuvre de la commande d'un système consiste à déterminer la structure de commande à partir du modèle du processus. Le système étudié dans cette partie est le modèle d'une machine synchrone à aimants permanents.

Les moteurs synchrones à aimants permanents ont reçus une attention accrue pour des applications d'entraînements grâce à leur facteur de puissance élevé, une supérieure densité de puissance, couple élevé par rapport à l'inertie, une grande énergie par rapport à son poids, grande efficacité, robustesse. Ces dispositifs sont dus à l'amélioration des matériaux à aimants permanents.

Après une validation du modèle de la machine synchrone, on va appliquer la commande backstepping qui sera mise en œuvre et validée par simulation [34].

IV.2 Commande backstepping du moteur synchrone (MSAP)

IV.2.1 Equations de la machine dans le référentiel rotorique

Selon le modèle de Park, le modèle de la machine synchrone à aimants permanents intérieur peut être décrit en utilisant les courants statoriques et la vitesse mécanique comme variables d'état, et les tensions statoriques comme commandes :

$$V_d = R_s \cdot I_d + L_d \cdot \frac{dI_d}{dt} - p \cdot \omega_r \cdot L_q \cdot I_q \quad (\text{IV.1})$$

$$V_q = R_s \cdot I_q + L_q \cdot \frac{dI_q}{dt} + p \cdot \omega_r \cdot L_d \cdot I_d + p \cdot \omega_r \cdot \phi_m \quad (\text{IV.2})$$

On remarque que le couple électromagnétique est proportionnel au courant suivant l'axe « q » dans le cas de la machine à pôles lisses ($L_d = L_q$).

L'objectif de notre exemple est d'obtenir les tensions de commande dans le but d'avoir une très grande performance de la vitesse de rotation. En se référant aux équations (IV.59) et (IV.62) ; il est facile de voir que la commande en vitesse peut être réalisée en commandant la composante v_q liée à l'axe « q » de la tension d'alimentation avec le maintien du courant i_d à zéro. Si on prend cette hypothèse en considération, on aboutit au système réduit suivant :

$$V_d = -p \cdot \omega_r \cdot L_q \cdot I_q \quad (\text{IV.3})$$

$$V_q = R_s \cdot I_q + L_q \cdot \frac{dI_q}{dt} + p \cdot \omega_r \cdot \phi_m \quad (\text{IV.4})$$

$$C_e = C_r + J \cdot \frac{d\omega_r}{dt} + f \cdot \omega_r \quad (\text{IV.5})$$

$$C_e = \frac{3 \cdot p}{2} \phi_m \cdot i_q \quad (\text{IV.6})$$

IV.2.2 Modèle utilisé

Notons bien que cette hypothèse ne puisse être raisonnable et pratique, ce qui nous oblige à trouver une solution pratique pour annuler i_d en utilisant le modèle complet de la machine.

En tenant compte des équations (IV.1)..IV.6) le modèle peut être décrit par :

$$\frac{d\omega}{dt} = -a_1 \cdot \omega + a_2 \cdot \mu \cdot (\phi_m \cdot I_q + (L_d - L_q) I_d \cdot I_q) - a_3 \quad (IV.7)$$

$$\frac{dI_d}{dt} = -\frac{R_s}{L_d} \cdot I_d + \frac{L_q}{L_d} \cdot I_q \cdot \omega + \frac{1}{L_d} \cdot V_d \quad (IV.8)$$

$$\frac{dI_q}{dt} = -\frac{R_s}{L_q} \cdot I_q - \frac{L_d}{L_q} \cdot I_d \cdot \omega - \frac{\phi_m}{L_q} \cdot \omega + \frac{1}{L_q} \cdot V_q \quad (IV.9)$$

où :

$$a_1 = \frac{f}{J} ; a_2 = \frac{1}{J} ; a_3 = \frac{C_r}{J} ; \mu = \frac{3}{2} \cdot p$$

IV.2.3. Procédure de la commande adaptative « Backstepping »

La forme non linéaire du système, décrite par les équations (IV.7), (IV.8), (IV.9) permet l'utilisation de la procédure backstepping récursive. La méthode fournit fondamentalement un cadre récursif pour construire une fonction de Lyapunov et une action correspondante de commande pour la stabilité du système. Dans le reste de cette section, l'idée est adoptée pour concevoir une commande non linéaire pour le contrôle de la vitesse de la MSAP.

Cette conception est basée sur la commande vectorielle, où la boucle externe assure le contrôle de l'erreur de vitesse, et la boucle interne (des courants) assure le contrôle de couple et de flux. Dans ce cas, les composantes de courants I_d et I_q sont découplées. Les courants de référence I_d^* et I_q^* sont déterminés par la boucle externe. Habituellement, I_d^* est nul pour maintenir le flux constant [35].

Notre but est de commander le moteur d'atteindre la vitesse désirée, ce qui va se traduire par le calcul permanent de l'erreur de vitesse.

Les erreurs sont définies par les expressions :

$$z_1 = \omega^* - \omega \quad (\text{IV.10})$$

$$z_2 = I_q^* - I_q \quad (\text{IV.11})$$

$$z_3 = -I_d \quad (\text{IV.12})$$

Tel que : ω^* représente la vitesse de référence.

En utilisant les équations (IV.7), (IV.8), (IV.9), on aura les dynamiques des erreurs suivantes:

$$\dot{z}_1 = \dot{\omega}^* + a_1 \cdot \omega - a_2 \cdot \mu \cdot (\varphi_m - (L_d - L_q) z_3) I_q + a_3 \quad (\text{IV.13})$$

$$\dot{z}_2 = \dot{I}_q^* + \frac{R_s}{L_q} I_q - \frac{L_d}{L_q} \omega z_3 + \frac{\varphi_m}{L_q} \omega - \frac{1}{L_q} V_q \quad (\text{IV.14})$$

$$\dot{z}_3 = -\frac{R_s}{L_d} z_3 - \frac{L_q}{L_d} I_q \omega - \frac{1}{L_d} V_d \quad (\text{IV.15})$$

Le développement de cette technique va suivre la procédure de Backstepping connue, qui va être appliquée au modèle du système. Ainsi, la boucle de vitesse est conçue en utilisant le courant I_q comme étant l'entrée virtuelle, puis, la boucle du couple pour assurer la stabilité et la convergence de I_q , et finalement, la boucle de I_d est conçue pour assurer le contrôle de flux.

□ Etape 1 : « boucle de vitesse »

Pour réaliser la commande du moteur et atteindre la vitesse désirée, nous adoptons la fonction de Lyapunov suivante:

$$V_1 = \frac{1}{2} z_1^2 \quad (\text{IV.16})$$

En faisant la dérivée de cette fonction, on aura :

$$\dot{V}_1 = z_1 (\dot{\omega}^* + a_1 \omega - a_2 \mu (\varphi_m - (L_d - L_q) z_3) I_q + a_3) \quad (IV.17)$$

Par conséquent, on définit l'entrée virtuelle I_q^* par :

$$I_q^* = \frac{1}{\hat{a}_2 \mu \varphi_m} (k_1 z_1 + \dot{\omega}^* + \hat{a}_1 \omega + a_3) \quad (IV.18)$$

En remplaçant dans l'équation (IV.17) on trouve :

$$\dot{V}_1 = -k_1 z_1^2 + \hat{a}_2 \mu \varphi_m z_2 z_1 + \hat{a}_2 \mu (L_d - L_q) I_q z_3 z_1 + z_1 (\tilde{a}_1 \omega - \tilde{a}_2 \mu (\varphi_m - (L_d - L_q) z_3) I_q) + z_1 \tilde{a}_3 \quad (IV.19)$$

□ Etape 2 : « boucle de couple »

Pour ce qui suit, l'assurance de stabilité et convergences de la composante I_q à la référence I_q^* , nous conduit à choisir la fonction de Lyapunov :

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} z_2^2 \quad (IV.20)$$

ce qui permet de déduire la fonction dérivée de Lyapunov suivante :

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + z_2 \left(\dot{I}_q^* + \frac{R_s}{L_q} I_q - \frac{L_d}{L_q} \omega z_3 + \frac{\varphi_m}{L_q} \omega - \frac{1}{L_q} V_q \right) \quad (IV.21)$$

L'expression (IV.18) peut être développée de manière à avoir sa fonction dérivée :

$$\dot{I}_q^* = g_1 + \alpha (-\tilde{a}_1 \omega + \tilde{a}_2 \mu (\varphi_m - (L_d - L_q) z_3) I_q - \tilde{a}_3) \quad (IV.22)$$

tel que:

$$\alpha = \frac{(\hat{a}_1 - k_1)}{\hat{a}_2 \mu \varphi_m}$$

$$g_1 = \frac{1}{\hat{a}_2 \cdot \mu \cdot \varphi_m} \left(k_1 \cdot \dot{\omega}^* + \ddot{\omega}^* + \hat{a}_1 \cdot \omega + \hat{a}_3 \right) - \frac{\dot{\hat{a}}_2}{\hat{a}_2} \cdot I_q^* + \alpha \cdot \dot{\omega} \quad (IV.23)$$

En remplaçant l'équation (IV.22) dans l'équation (IV.21) on obtient l'expression :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = \dot{V}_1 + z_2 \left(g_1 + \frac{\hat{R}_s}{L_q} \cdot I_q - \frac{L_d}{L_q} \cdot \omega \cdot z_3 + \frac{\varphi_m}{L_q} \cdot \omega - \frac{1}{L_q} \cdot V_q \right) \\ + \alpha \left(-\tilde{a}_1 \cdot \omega + \tilde{a}_2 \cdot \mu \left(\varphi_m - (L_d - L_q) z_3 \right) I_q - \tilde{a}_3 \right) z_2 + \frac{\tilde{R}_s}{L_q} \cdot I_q \cdot z_2 \end{aligned} \quad (IV.24)$$

ensuite, on va sélectionner la loi de commande V_q suivante :

$$V_q = L_q \left(g_1 + \frac{\hat{R}_s}{L_q} \cdot I_q - \frac{L_d}{L_q} \cdot \omega \cdot z_3 + \frac{\varphi_m}{L_q} \cdot \omega + k_2 \cdot z_2 + g_2 \right) \quad (IV.25)$$

tel que :

$$g_2 = \hat{a}_2 \cdot \mu \cdot \varphi_m \cdot z_1 \quad (IV.26)$$

A partir des équations (IV.24) et (IV.23), la dérivée de V_2 s'écrit :

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + z_2 \left(k_2 \cdot z_2 + g_2 \right) + \frac{\tilde{R}_s}{L_q} \cdot I_q \cdot z_2 + \alpha \left(-\tilde{a}_1 \cdot \omega + \tilde{a}_2 \cdot \mu \left(\varphi_m - (L_d - L_q) z_3 \right) I_q - \tilde{a}_3 \right) z_2 \quad (IV.27)$$

□ Etape 3 : « boucle de flux »

Afin d'assurer la commande du courant I_d , la nouvelle fonction de Lyapunov peut se traduire de la forme ,[34]:

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2} z_3^2 \quad (IV.28)$$

Suivant la même procédure de développement, sa dérivée peut être déduite à partir des équations (IV.15) et (IV.28) :

$$\dot{V}_3 = \dot{V}_2 + z_3 \left(-\frac{R_s}{L_d} \cdot z_3 - \frac{L_q}{L_d} \cdot I_q \cdot \omega - \frac{1}{L_d} \cdot V_d \right) \quad (IV.29)$$

ce qui va permettre de choisir la loi de commande V_d suivante :

$$V_d = L_d \left(k_3 \cdot z_3 + g_3 - \frac{\hat{R}_s}{L_d} \cdot z_3 - \frac{L_q}{L_d} \cdot I_q \cdot \omega \right) \quad (IV.30)$$

tel que :

$$g_3 = \hat{a}_2 \cdot \mu \cdot (L_d - L_q) I_q \cdot z_1 \quad (IV.31)$$

En remplaçant l'équation (IV.30) dans (IV.29), on trouve :

$$\dot{V}_3 = \dot{V}_2 + z_3 (k_3 z_3 + g_3) - \frac{\tilde{R}_s}{L_d} z_3^2 \quad (IV.32)$$

□ **Etape 4 : « adaptation des paramètres »**

Dans ce qui suit, on va supposer que les paramètres R_s et C_r sont inconnus. Donc, il est recommandé de les estimer par une commande adaptative « utilisations des lois de mise à jour ». Ceci va se traduire d'abord par le choix de la nouvelle expression de Lyapunov suivante, [34] :

$$V = V_3 + \frac{1}{2\gamma} \tilde{R}_s^2 + \sum_{i=1}^3 \frac{1}{2\gamma_i} \tilde{a}_i^2 \quad (IV.33)$$

Tel que :

γ et γ_i ($i=1 \dots 3$) sont des constantes positives,

et la dérivée de l'équation (IV.33) donne :

$$\dot{V} = \dot{V}_3 - \frac{1}{\gamma} \tilde{R}_s \cdot \dot{\tilde{R}}_s - \sum_{i=1}^3 \frac{1}{\gamma_i} \tilde{a}_i \cdot \dot{\tilde{a}}_i \quad (IV.34)$$

Alors, on peut déduire les lois de mise à jour « lois d'adaptation » suivantes :

$$\dot{\tilde{R}}_s = \gamma \left(\frac{I_q}{L_q} z_2 - \frac{z_3^2}{L_d} \right) \quad (IV.35)$$

$$\dot{\tilde{a}}_1 = \gamma_1 \cdot \omega (z_1 - \alpha \cdot z_2) \quad (IV.36)$$

$$\dot{\tilde{a}}_2 = -\gamma_2 \cdot \mu \cdot (\varphi_m - (L_d - L_q) z_3) I_q (z_1 - \alpha \cdot z_2) \quad (IV.37)$$

$$\dot{\tilde{a}}_3 = \gamma_3 \cdot p (z_1 - \alpha \cdot z_2) \quad (IV.38)$$

Ce qui permet d'aboutir à l'expression de stabilité de la fonction dérivée de Lyapunov :

$$\dot{V} = -k_1 z_1^2 - k_2 z_2^2 - k_3 z_3^2 \leq 0 \quad (IV.39)$$

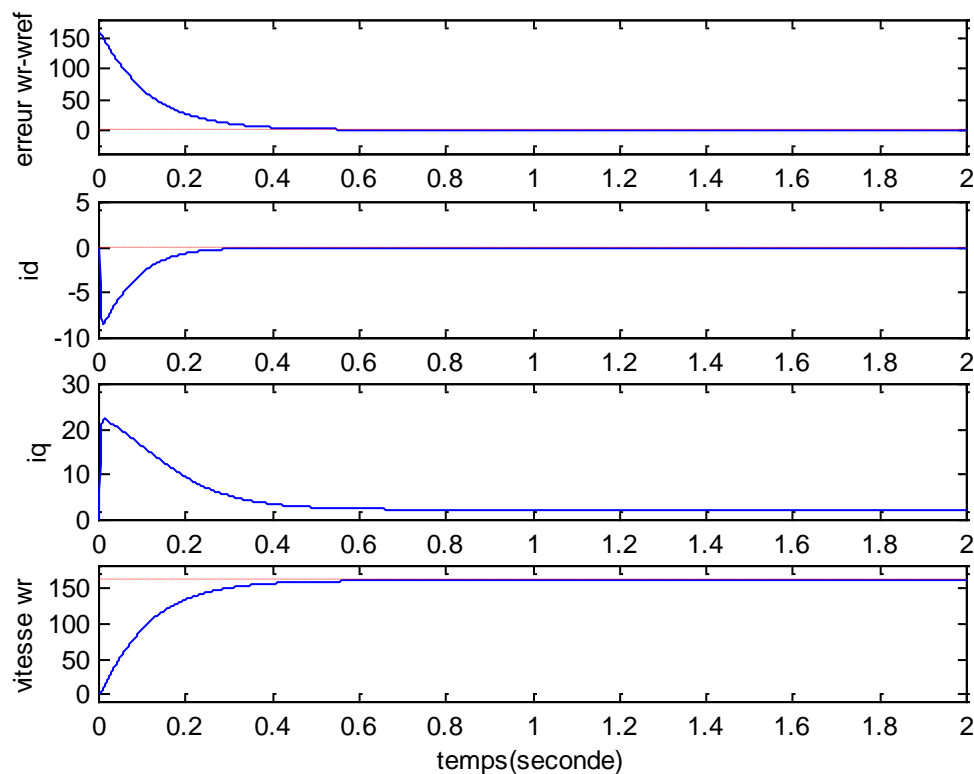
En conclusion, l'utilisation des arguments standards de stabilité montre bien la convergence asymptotique et les erreurs z_1 , z_2 et z_3 de vitesse et des courants respectivement tendent vers zéro. Ainsi, la vitesse et les courants convergent vers leurs références respectives.

La convergence des paramètres estimés vers leurs valeurs réelles dépend de la nature de l'excitation persistante durant la séquence de commande.

IV.3.Simulation et résultats

IV.3.1 Commande non adaptative

Nous présentons d'abord le cas non adaptatif de l'approche backstepping. Donc, on va considérer que les paramètres du système (couple résistant, résistance, inductances,...) sont connus. L'objectif du premier programme est d'atteindre une vitesse de référence du moteur en lui appliquant cette technique de commande avec un flux constant et un couple de charge de 5 N.m.



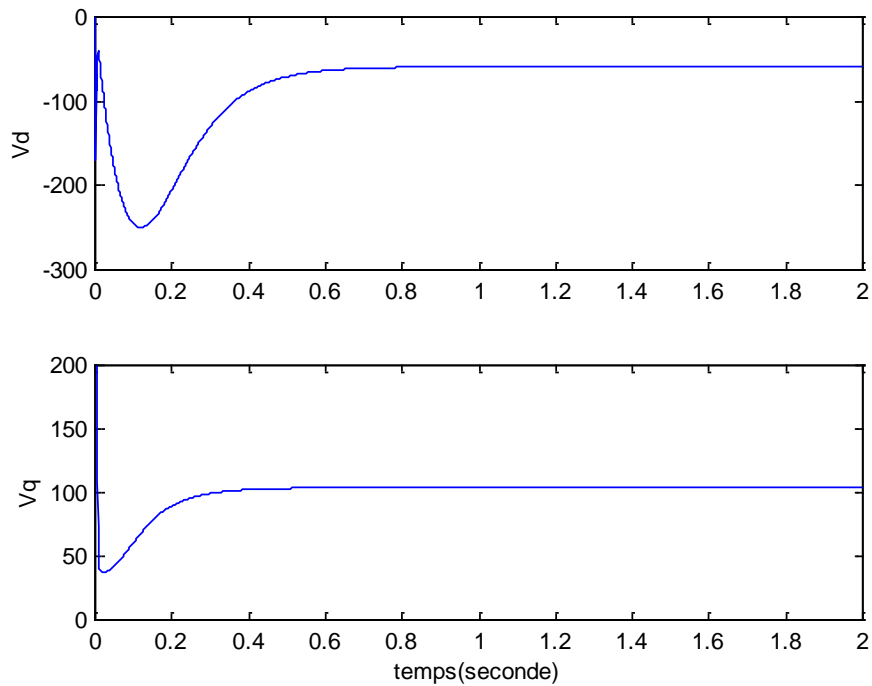


Fig. IV.1 :: Commande non adaptative « backstepping »
de la machine synchrone à aimants permanents

- **Commentaire IV.1 :**

Il est bien clair que l'application de la commande non adaptative backstepping pour la machine répond bien au cahier de charge, et la convergence après 0,6 secondes du système est acceptable. Les simulations montrent que la vitesse désirée "vitesse de reference" est atteinte.

IV.3.2 Commande adaptative

Dans ce qui suit, on va appliquer la commande adaptative backstepping en faisant en parallèle l'estimation des paramètres inconnus de la machine.

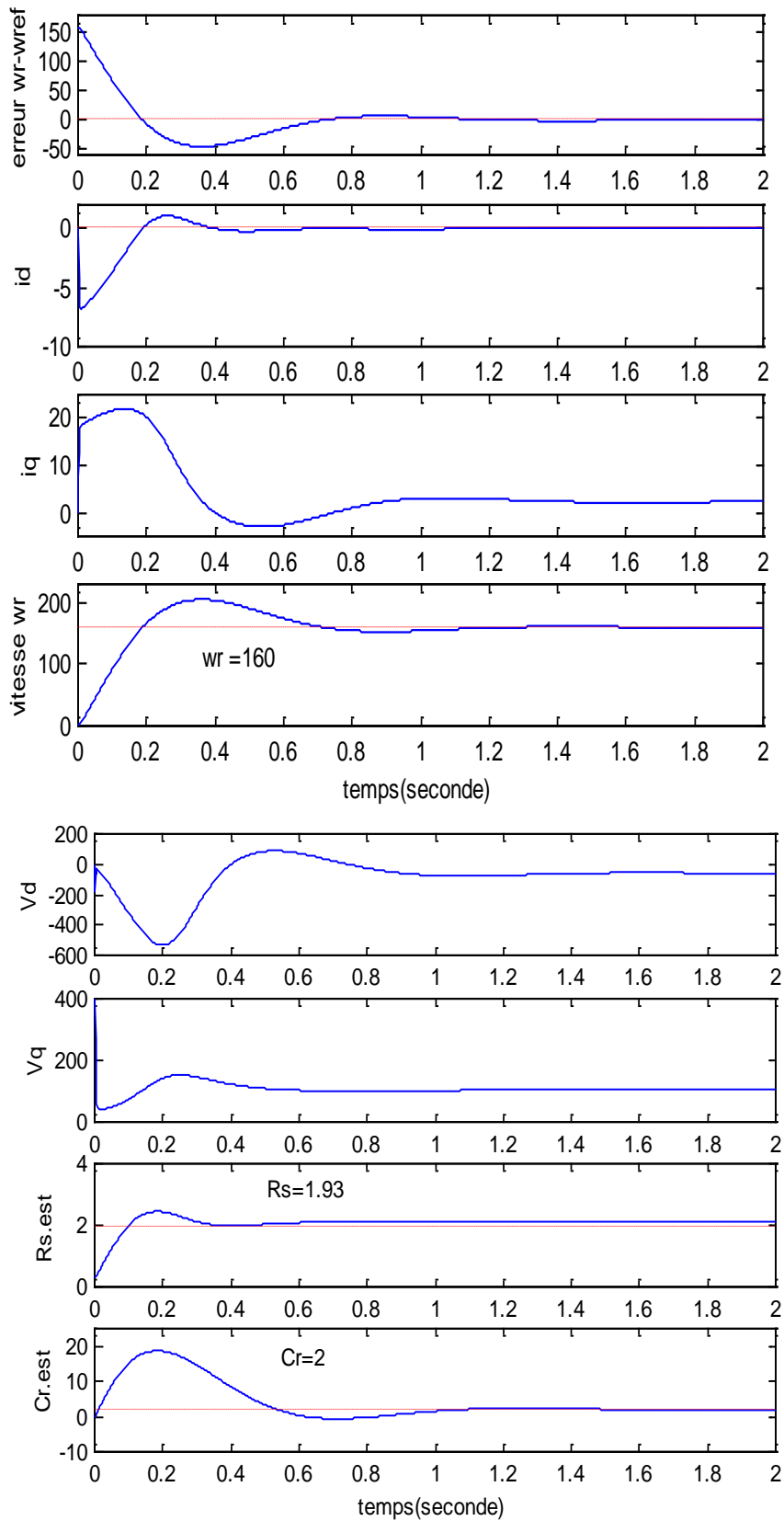


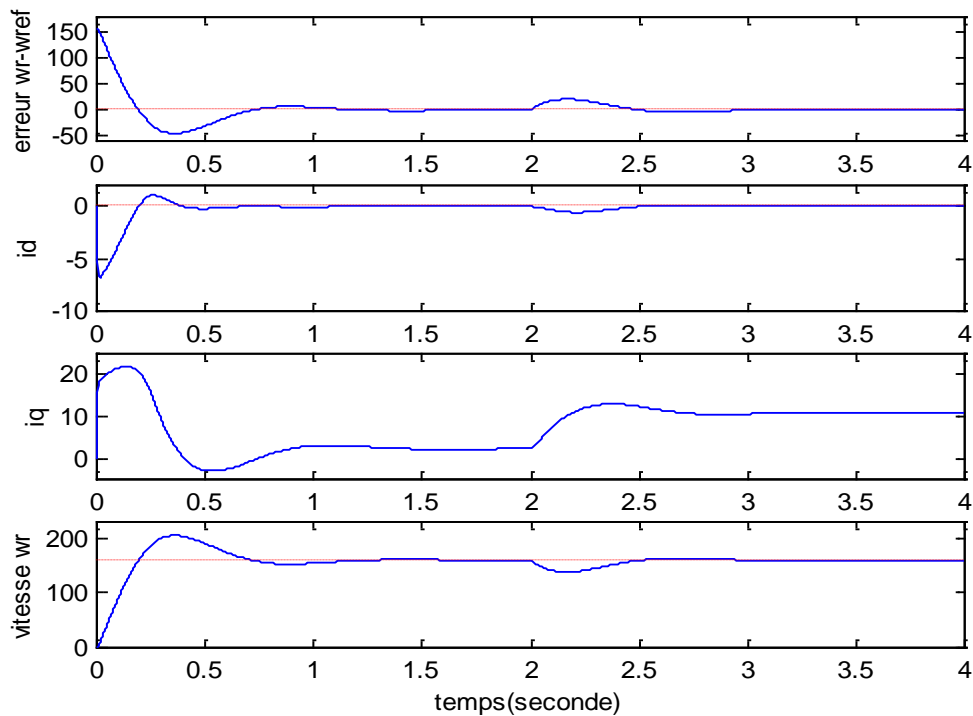
Fig. IV.2: Commande adaptative « backstepping » de la machine synchrone à aimants permanents

Commentaire IV.2 :

Dans ce cas, la commande adaptative exige une estimation permanente des paramètres inconnus. Ainsi, les résultats montrent la convergence après 1 seconde du couple résistant et de la résistance statorique. La seule remarque est le temps de réponse qui est un peu supérieur à celui de la commande non adaptative et cela est tout à fait normal à cause de la durée d'estimation.

Faisant maintenant un petit changement du couple résistant pour savoir la réaction du système envers cette technique de commande.

Entre les deux premières secondes, le couple résistant est égal à 2Nm et après cela sa valeur a changé à 10Nm. On constate alors la stabilité et la convergence vers la consigne, ainsi que les paramètres estimés qui tendent presque vers leurs valeurs réelles.



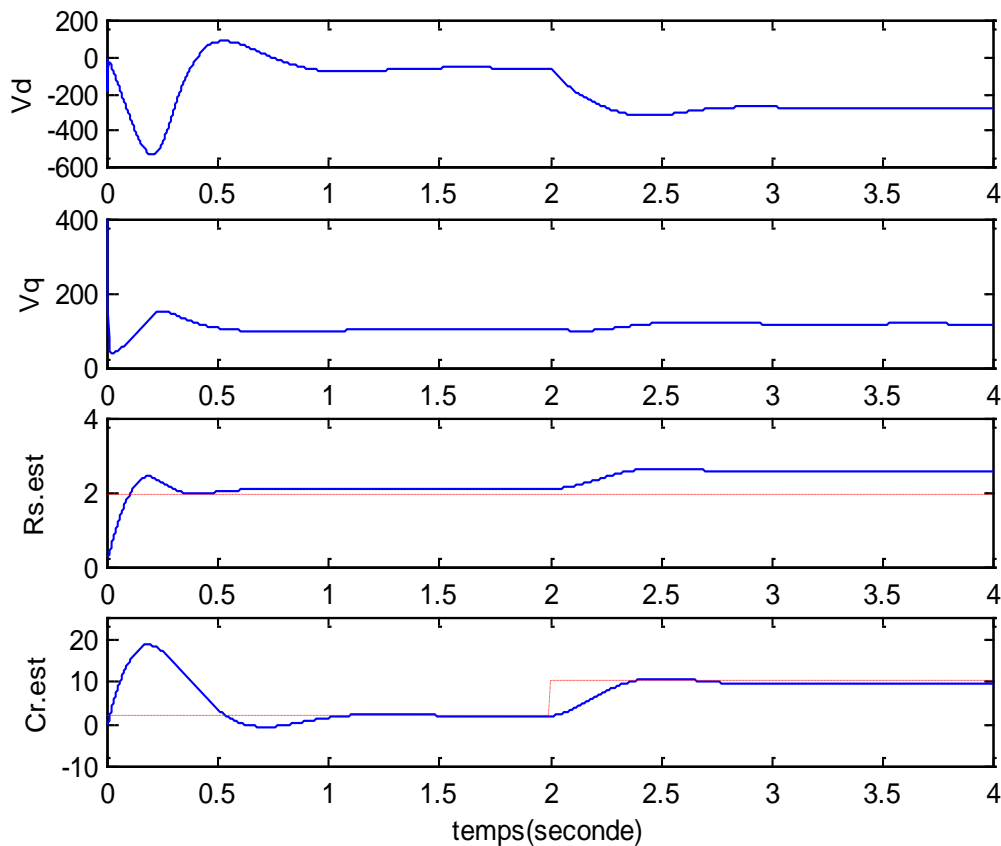


Fig. IV.3 : Commande adaptative « backstepping »
de la machine synchrone à aimants permanents
avec changemnt du couple résistant

- **Commentaire IV.4 :**

Enfin, on voit bien que la technique backstepping répond bien même avec le changement du couple résistant

IV.4. Commande de la machine synchrone à aimants permanents par l'approche "backstepping neuronale"

IV.4.1. Modèle utilisé

Selon le modèle de Park, le modèle de la machine MSAP peut être décrit par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \frac{d\omega_r}{dt} = \frac{1}{J} \left[\frac{3p}{2} (\phi_m I_q + (L_d - L_q) I_d I_q - C_r - f\omega_r) \right] \\ \frac{dI_d}{dt} = \frac{1}{L_d} (V_d - R_s I_d + p\omega_r L_q I_q) \\ \frac{dI_q}{dt} = \frac{1}{L_q} (V_q - R_s I_q - p\omega_r L_d I_d - p\omega_r \phi_m) \end{cases} \quad (\text{IV.40})$$

Faisant le changement suivant :

$$a_1 = \frac{f}{J}, \quad a_2 = \frac{1}{J}, \quad a_3 = \frac{C_r}{J}, \quad \mu = \frac{3}{2} p^2 \quad (\text{IV.41})$$

Et sachant que : $\omega = p.\omega_r$

Tel que :

ω : Vitesse électrique.

ω_r : Vitesse mécanique du champ tournant.

Ce qui va nous permettre d'avoir le système suivant :

$$\begin{cases} \frac{d\omega}{dt} = -a_1\omega + a_2\mu(\phi_m + (L_d - L_q)I_d)I_q - p.a_3 \\ \frac{dI_q}{dt} = -\frac{R}{L_q}I_q - \frac{L_d}{L_q}I_d.\omega - \frac{\phi_m}{L_q}\omega + \frac{1}{L_q}V_q \\ \frac{dI_d}{dt} = -\frac{R}{L_d}I_d + \frac{L_q}{L_d}I_q.\omega + \frac{1}{L_d}V_d \end{cases} \quad (\text{IV.42})$$

Le choix des fonctions non linéaires repose sur le principe d'éviter les différents couplages entre les variables d'état. Alors, on va adopter les expressions suivantes :

$$\varphi_1 = a_2\mu.(L_d - L_q)I_d I_q \quad ; \quad \varphi_2 = -\frac{L_d}{L_q}I_d.\omega \quad ; \quad \varphi_3 = \frac{L_q}{L_d}I_q.\omega \quad (\text{IV.43})$$

On aura alors :

$$\begin{cases} \frac{d\omega}{dt} = -a_1\omega + \varphi_1 - p.a_3 + a_2\mu\phi_m I_q \\ \frac{dI_q}{dt} = -\frac{R}{L_q}I_q + \varphi_2 - \frac{\phi_m}{L_q}\omega + \frac{1}{L_q}V_q \\ \frac{dI_d}{dt} = -\frac{R}{L_d}I_d + \varphi_3 + \frac{1}{L_d}V_d \end{cases} \quad (\text{IV.44})$$

Tel que les non linéarités du système $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ sont supposées dans ce cas incertaines.

La technique d'approximation des fonctions non linéaires par l'RF implique les définitions suivantes :

$$\varphi_1 = \varphi_1^{*T} \cdot W + \tilde{\varphi}_1 \quad (\text{IV.45})$$

$$\varphi_2 = \varphi_2^{*T} \cdot W + \tilde{\varphi}_2 \quad (\text{IV.46})$$

$$\varphi_3 = \varphi_3^{*T} \cdot W + \tilde{\varphi}_3 \quad (\text{IV.47})$$

tel que :

φ_i^{*T} : Fonction à définir par l'RBF

W : Poids

$\tilde{\varphi}_i$: Erreur d'approximation

La nouvelle représentation sera alors :

$$\begin{cases} \frac{d\omega}{dt} = -a_1\omega - p.a_3 + \varphi_1^{*T}W + \tilde{\varphi}_1 + a_2\mu\phi_m I_q \\ \frac{dI_q}{dt} = -\frac{R}{L_q}I_q - \frac{\phi_m}{L_q}\omega + \varphi_2^{*T}W + \tilde{\varphi}_2 + \frac{1}{L_q}V_q \\ \frac{dI_d}{dt} = -\frac{R}{L_d}I_d + \varphi_3^{*T}W + \tilde{\varphi}_3 + \frac{1}{L_d}V_d \end{cases} \quad (\text{IV.48})$$

Tel que :

$$\varphi_1^{*T}W = \sum_{i=1}^{m_1} W_{i,1} \cdot \varphi_{1,i}^* (\|\omega(k) - \xi_{i,1}\|) \quad (\text{IV.49})$$

$$\varphi_2^{*T}W = \sum_{i=1}^{m_2} W_{i,2} \cdot \varphi_{2,i}^* (\|I_q(k) - \xi_{i,2}\|) \quad (\text{IV.50})$$

$$\varphi_3^* W = \sum_{i=1}^{m_3} W_{i,3} \cdot \varphi_{3,i}^* (\|I_d(k) - \xi_{i,3}\|) \quad (\text{IV.51})$$

$\varphi_{i,j}^*$: Fonction de base radiale (dans notre cas on choisit des gaussiennes)

$\xi_{i,j}$: Centres

$W_{i,j}$: Poids

m_i : nombre de neurones choisis

Les fonctions de base radiales sont définies par :

$$\varphi_{1,i}^* = \frac{1}{\sqrt{2\pi\lambda}} \exp\left(\frac{\omega(k) - \xi_{i,1}}{2\lambda^2}\right) \quad (\text{IV.52})$$

$$\varphi_{2,i}^* = \frac{1}{\sqrt{2\pi\lambda}} \exp\left(\frac{I_q(k) - \xi_{i,2}}{2\lambda^2}\right) \quad (\text{IV.53})$$

$$\varphi_{3,i}^* = \frac{1}{\sqrt{2\pi\lambda}} \exp\left(\frac{I_d(k) - \xi_{i,3}}{2\lambda^2}\right) \quad (\text{IV.54})$$

avec :

λ : Écart type

IV.4.2 Procédure backstepping

On définit les erreurs par les expressions :

$$\begin{cases} z_1 = \omega^* - \omega \\ z_2 = I_q^* - I_q \\ z_3 = -I_d \end{cases} \quad (\text{IV.55})$$

Pour contrôler le flux, on a adopté le choix de référence suivant « $I_d^* = 0$ »

La dynamique des erreurs est définie par :

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = \dot{\omega}^* - \dot{\omega} \\ \dot{z}_2 = \dot{I}_q^* - \dot{I}_q \\ \dot{z}_3 = -\dot{I}_d \end{cases} \quad (\text{IV.56})$$

ce qui donne :

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = \dot{\omega}^* + a_1\omega + p.a_3 - \varphi_1^{*T}W - \tilde{\varphi}_1 - a_2\mu\phi_m I_q \\ \dot{z}_2 = \dot{I}_q^* + \frac{R}{L_q} I_q + \frac{\phi_m}{L_q} \omega - \varphi_2^{*T}W - \tilde{\varphi}_2 - \frac{1}{L_q} V_q \\ \dot{z}_3 = \frac{R}{L_q} I_d - \varphi_3^{*T}W - \tilde{\varphi}_3 - \frac{1}{L_d} V_d \end{cases} \quad (\text{IV.57})$$

1^{ère} Etape :

Pour déterminer la stabilité, on définit la première fonction de Lyapunov suivante :

$$V_1 = \frac{1}{2} z_1^2 \quad (\text{IV.58})$$

En faisant la dérivée de cette fonction, on aura :

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= z_1 \dot{z}_1 \\ &= z_1 (\dot{\omega}^* + a_1\omega + p.a_3 - \varphi_1^{*T}W - \tilde{\varphi}_1 - a_2\mu\phi_m I_q) \\ &= z_1 (\dot{\omega}^* + a_1\omega + p.a_3 - \varphi_1^{*T}W - \tilde{\varphi}_1 - a_2\mu\phi_m I_q^* + a_2\mu\phi_m z_2 + k_1 z_1 - k_1 z_1) \end{aligned} \quad (\text{IV.59})$$

La première fonction stabilisante peut être déduite par :

$$I_q^* = \frac{1}{a_2\mu\phi_m} (\dot{\omega}^* + a_1\omega + p.a_3 - \varphi_1^{*T}W + k_1 z_1) \quad (\text{IV.60})$$

Ce qui permet d'écrire :

$$\dot{V}_1 = -k_1 z_1^2 + a_2\mu\phi_m z_1 z_2 - z_1 \tilde{\varphi}_1 \quad (\text{IV.61})$$

Alors, on peut déduire :

$$\dot{z}_1 = -k_1 z_1 + a_2\mu\phi_m z_2 - \tilde{\varphi}_1 \quad (\text{IV.62})$$

2^{ème} Etape :

La deuxième fonction de Lyapunov est définie par :

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} z_2^2 \quad (\text{IV.63})$$

Sa dérivée se traduit par :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + z_2 \dot{z}_2 \\ &= \dot{V}_1 + z_2 \left(\dot{I}_q^* + \frac{R}{L_q} I_q + \frac{\phi_m}{L_q} \omega - \varphi_2^{*T}W - \tilde{\varphi}_2 - \frac{1}{L_q} V_q \right) \end{aligned} \quad (\text{IV.64})$$

En faisant référence à l'expression (III.68), on peut déduire :

$$\begin{aligned} \dot{I}_q^* &= \frac{1}{a_2 \mu \phi_m} (\ddot{\omega}^* + a_1 \dot{\omega} - \dot{\phi}_1^{*T} W + k_1 \dot{z}_1) \\ &= \frac{1}{a_2 \mu \phi_m} \left[\ddot{\omega}^* + a_1 (-a_1 \omega - p.a_3 + \phi_1^{*T} W + \tilde{\varphi}_1 + a_2 \mu \phi_m I_q) - \dot{\phi}_1^{*T} W + k_1 (-k_1 z_1 + a_2 \mu \phi_m z_2 - \tilde{\varphi}_1) \right] \end{aligned} \quad (\text{IV.65})$$

Alors :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= -k_1 z_1^2 + a_2 \mu \phi_m z_1 z_2 - z_1 \tilde{\varphi}_1 \\ &+ z_2 \left\{ \frac{1}{a_2 \mu \phi_m} \left[\ddot{\omega}^* + a_1 (-a_1 \omega - p.a_3 + \phi_1^{*T} W + \tilde{\varphi}_1 + a_2 \mu \phi_m I_q) \right. \right. \\ &\left. \left. - \dot{\phi}_1^{*T} W + k_1 (-k_1 z_1 + a_2 \mu \phi_m z_2 - \tilde{\varphi}_1) \right] + \frac{R}{L_q} I_q + \frac{\phi_m}{L_q} \omega - \phi_2^{*T} W - \tilde{\varphi}_2 - \frac{1}{L_q} V_q \right\} \end{aligned} \quad (\text{IV.66})$$

Loi de commande V_q :

A partir de la dernière expression de la fonction de Lyapunov, on peut déduire la loi de commande suivante:

$$\begin{aligned} V_q &= L_q \left\{ k_2 z_2 + a_2 \mu \phi_m z_1 + \frac{1}{a_2 \mu \phi_m} \left[\ddot{\omega}^* + a_1 (-a_1 \omega - p.a_3 + \phi_1^{*T} W + a_2 \mu \phi_m I_q) \right. \right. \\ &\left. \left. - \dot{\phi}_1^{*T} W + k_1 (-k_1 z_1 + a_2 \mu \phi_m z_2) \right] + \frac{R}{L_q} I_q + \frac{\phi_m}{L_q} \omega - \phi_2^{*T} W \right\} \end{aligned} \quad (\text{IV.67})$$

$$\dot{V}_2 = -k_1 z_1^2 - k_2 z_2^2 - z_1 \tilde{\varphi}_1 + \frac{a_1}{a_2 \mu \phi_m} \tilde{\varphi}_1 z_2 - \frac{k_1}{a_2 \mu \phi_m} \tilde{\varphi}_2 z_2 - z_2 \tilde{\varphi}_2 \quad (\text{IV.68})$$

Ce qui permet de déduire :

$$\dot{z}_2 = -k_2 z_2 + \frac{a_1}{a_2 \mu \phi_m} \tilde{\varphi}_1 - \frac{k_1}{a_2 \mu \phi_m} \tilde{\varphi}_2 - \tilde{\varphi}_2 \quad (\text{IV.69})$$

3^{eme} Etape :

La troisième fonction de Lyapunov est définie par :

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2} z_3^2 \quad (\text{IV.70})$$

$$\dot{V}_3 = \dot{V}_2 + z_3 \dot{z}_3 = \dot{V}_2 + z_3 \left(\frac{R}{L_d} I_d - \phi_3^{*T} W - \tilde{\varphi}_3 - \frac{1}{L_d} V_d \right) \quad (\text{IV.71})$$

Loi de commande V_d :

Dans ce cas, on peut trouver l'expression de la deuxième loi de commande suivante:

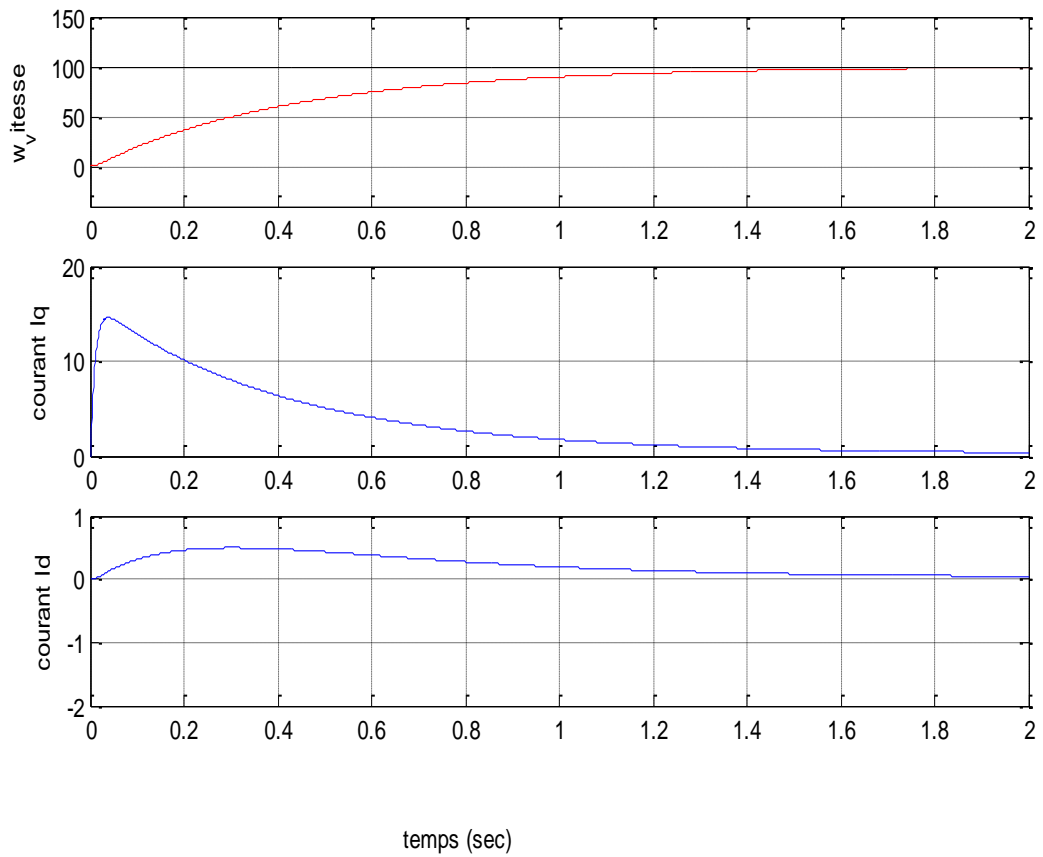
$$V_d = L_d \left(k_3 z_3 + \frac{R}{L_q} I_d - \varphi_3^{*T} W \right) \quad (IV.72)$$

Alors, on peut écrire finalement :

$$\dot{V}_3 = -k_1 z_1^2 - k_2 z_2^2 - k_3 z_3^2 - z_1 \tilde{\varphi}_1 - z_2 \left(-\frac{a_1}{a_2 \mu \phi_m} \tilde{\varphi}_1 + \frac{k_1}{a_2 \mu \phi_m} \tilde{\varphi}_2 + \tilde{\varphi}_2 \right) - z_3 \tilde{\varphi}_3 \quad (IV.73)$$

ce qui garanti que le système est stable pour $z_i \rightarrow 0$ si $t \rightarrow \infty$.

IV.4.3. Résultats de simulation



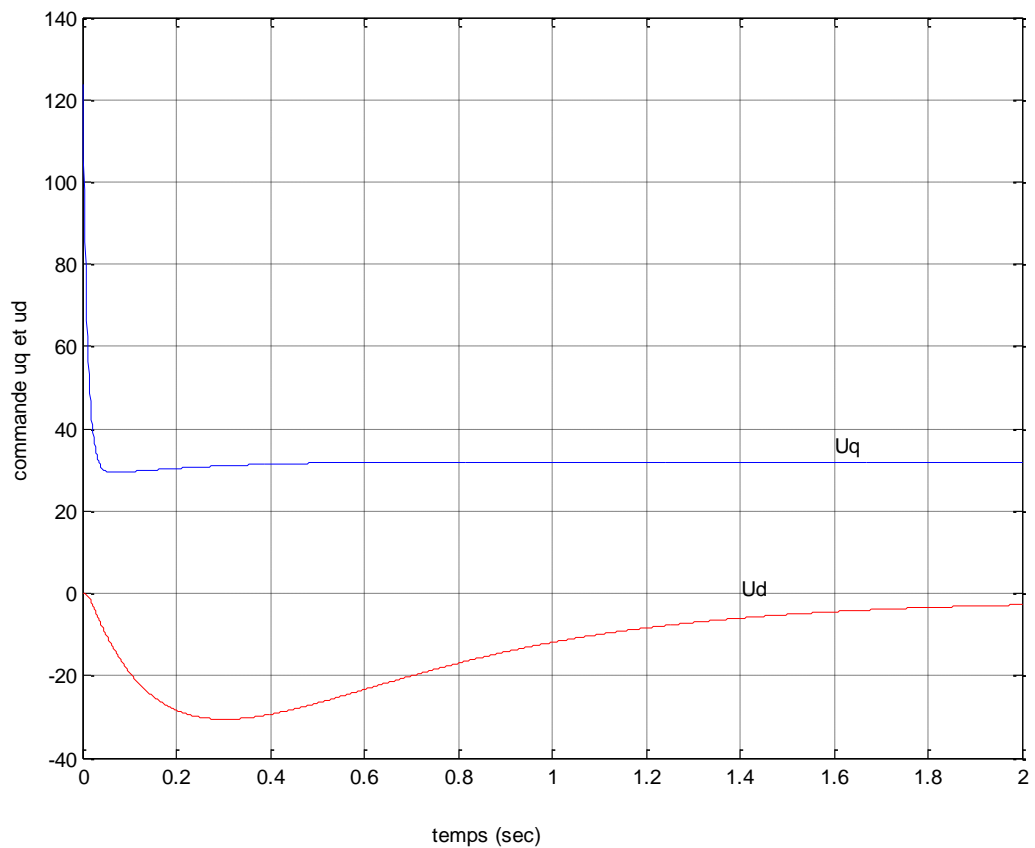


Fig. IV.4: Commande « backstepping neuronale » de la machine synchrone à aimants permanents

- **Commentaire IV.4 :**

L'utilisation de la commande neuronale nous a permis d'estimer les fonctions non linéaires et le couplage entre les deux notions "backstepping et réseaux de neurones" donne clairement des résultats satisfaisants et la convergence après 2 secondes du système est un peu long mais la stabilité est acceptable.

IV.5. Conclusion

Dans ce chapitre le premier test concerne l'erreur de vitesse avec un flux constant ($i_{dref}=0$) et le couple est de 5N.m les résultats de simulation de la commande adaptative et non adaptative sont présentés dans la figure (IV.2) et (IV.1) il est bien clair que la commande backstepping adaptative atteint une meilleure performance et la vitesse et les courants statoriques atteignent leurs références.

Dans le second test, la charge du couple est changée à 5 N.m les résultats de simulation sont représentées dans la figure (IV.3) il est clair que dans la commande adaptative les résultats sont performants par rapport à ce changement de charge ainsi une représentation de changements de paramètres était faite.

Enfin une commande Backstepping neuronale était représentée sur la figure (IV.4)

En conclusion, nous remarquons clairement la robustesse de la commande Backstepping adaptative et la rapidité du système d'atteindre sa référence avec bien sur tout le changement de charge et de paramètres exercé sur la machine.

Les systèmes industriels qui requièrent une structure de commande ont souvent un comportement significativement non linéaire. La linéarisation autour d'un point de fonctionnement est souvent inadaptée pour les besoins de la commande, par conséquent, il est important de développer des méthodes de commande pour les systèmes non linéaires. Le problème est formulé comme la mesure des variations du vecteur des paramètres dans un système obéissant à un modèle d'état non linéaire. Malgré les progrès réalisés, la commande adaptative continue de souffrir du manque de résultats, Cette contre performance s'explique, surtout, par la faiblesse, en termes de stabilité, du principe de l'équivalence certaine qui sépare le design du contrôleur de celui de l'adaptation. Pour contrer ces problèmes de stabilité, des méthodes issues de la commande non linéaire sont utilisées. Celles-ci apportent une amélioration substantielle aux performances des contrôleurs adaptatifs basés sur l'équivalence certaine. Pour les méthodes non linéaires, la stabilité passe au premier plan pour devenir l'élément clé du design. La loi de commande tient compte de la dynamique d'adaptation. Ces deux dernières, ainsi que la fonction de Lyapunov qui garantit la stabilité et les performances du système global, sont conçues simultanément, grâce à la technique récursive du backstepping et ses variantes. Toutefois, malgré ses bonnes performances sur le plan théorique, le backstepping Partant de ce fait, l'objectif assigné de ce travail a été atteint. Il consistait à proposer une technique de commande adoptée pour résoudre le problème de commande des systèmes non linéaires et particulièrement les moteurs, dans notre projet la MSAP.

Tout d'abord, nous avons modélisé notre MSAP, ensuite, on a utilisé l'outil MATLAB/Simulink pour faire des simulations et valider notre modèle. On a appliqué la commande vectorielle dans deux modes (normal et défluxé) à vide et en charge, bien que les régulations ont donné de bons résultats satisfaisants, il reste néanmoins d'améliorations à apporter.

La commande backstepping adaptative et non adaptative a été étudiée dans ce mémoire et on a même testé la performance de cette dernière sur des systèmes non linéaires de premier et de deuxième ordre. Enfin, on a aboutit à une bonne régulation et une parfaite annulation de l'erreur de vitesse.

La commande backstepping-neuronale également a été étudiée pour rendre la commande backstepping classique plus robuste en résolvant le problème de

paramétrisation non linéaire existante entre les paramètres et les fonctions non linéaires.

Enfin, on a terminé notre étude par l'application de cette approche sur la machine synchrone à aimants permanents.

➤ **En perspectives on adoptera une autre commande applicable pour tous les systèmes y compris triangulaires.**

➤ **Une commande backstepping adaptative avec control de la surface dynamique (CSD)**

Les techniques d'intelligence artificie

[1] **Azeddine Kadouri**, Etude d'une Commande Non-Linéaire Adaptative d'une Machine Synchrones à Aimants Permanents, Thèse de Doctorat, Département de Génie Informatique, Faculté des Sciences et de Génie Université Laval Québec, Novembre 2000, Canada

[2] <http://stielec.ac-aix-marseille.fr/electrotech/cours.htm>.

[3] **Chabani Djamel**, Etude Comparative par Simulation d'un DTC et d'une Commande Non Linéaire d'une Machine Synchrones à Aimants Permanents, Thèse d'Ingénieur, Département d'Electrotechnique Batna, Faculté des Sciences de l'Ingénieur, Université de Batna 2004,2005.

[4] www.phys.unsw.edu.au.

[5] **Ameur Aissa**, Commande Sans Capteur de Vitesse par DTC d'Une Machine Synchrones à Aimants Permanents Dotée d'Un Observateur Complet à *Modes Glissant*, Thèse de Magister, Département d'Electrotechnique Batna, Faculté des Sciences de l'Ingénieur, Octobre, 2005.

[6] **Eric Poirier**, Optimisation Energétique et Entraînement Sans Capteur de Position des Machines à Courant Alternatif, Thèse pour l'Obtention de la Maîtrise des Sciences Appliquées, Département de Génie Electrique Faculté d'Ingénierie Université de Moncton, Septembre, 2001.

[7] **C.Carlos**, Modélisation Contrôle Vectoriel et DTC, Commande des Moteurs Asynchrones1, Editions Hermès Sciences Europe, 2000.

[8] **G.Guy**, Et **C.Guy**, Actionneurs Electriques, Principes Modèles Commande, Editions, Eyrolles, 2000.

[9] **G. Lacroux**, Actionneurs Electriques pour la Robotique et les Asservissements, Lavoisier, 1995.

[10] **Y.Amara** Contribution à la Conception et à la Commande des Machines Synchrones à Double Excitation Application au Véhicule Hybride, Thèse de Doctorat de l'Université Paris XI, France, Décembre, 2001.

[11] **F.Labrique**, **G. Seguiet** et **R. Bausier**, Les Convertisseurs de l'Electronique de Puissance Machine Alternative Application à la Traction Electrique, Thèse de Doctorat de l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, France, Février, 2001.

[12] Blaschke, F, The principle of Field Orientation as Applied to the New Transvektor Closed-Loop Control System for Rotating-Field Machines, Siemens Review, XXXIX, n^o5, pp.217-220, 1972.

[13] Leonhard, W, 30 Years Space Vectors, 20 Years Field Orientation, 10 Years Digital Signal Processing With Controlled AC-Drives, a Review (Part 1), EPE, Journal, Vol.1, n^o1, pp.13-20, July, 1991.

[14] Leonhard, W, 30 Years Space Vector, 20 Years Field Orientation, 10 Digital Signal Processing With AC-Drives, a Review (Part 2) Vol1, n02, pp.89-102, October, 1991.

[15] Babak Nahid Mobarakeh, Commande Vectorielle Sans Capteur Mécanique Des Machines Synchrones à Aimants Permanents Méthodes, Convergence, Robustesse, Identification En Ligne Des Paramètres, Thèse de Doctorat de l'INPL, Département Génie Electrique l'Institut National Polytechnique de Lorraine, Décembre 2001.

[16] F-M, Sargos, Transformation des Systèmes Polyphasés, Cours d'Electrotechnique Analytique à l'ENSEM, Nancy.

[17] F.-M. Sargos, Machine synchrone à pôles saillants, Cours d'Electrotechnique Analytique à l'ENSEM, Nancy.

[18] K.Samira, Commande Vectorielle d'Une Machine à Induction, Impacts de la Saturation de la Machine de Convertisseur, Thèse de Magister en Electrotechnique, Université de Batna, 2001.

[19] Kanella Kopoulos, I., Kokotovic, P.V et Morse, A.S (1991), Systematic Design of Adaptive Controllers for Feedback Linearizable Systems, IEEE Transactions on Automatic Control, 36(11), 1241-1253.

[20] Khalil, H (1996), Non Linear Systems Prentice.Hall.

[21] J-C (1988), Systèmes Asservis non Linéaires, Dunod.

[23] Jean-Jaques E.Slotine et Weipping Li. Applied Non Linear Control. Prentice Hall. 1991

[24] Miroslav Krstić, Ioannis Kanellakopoulos, et Petar Kokotović. *Nonlinear and Adaptive Control Design*. John Wiley & Sons, 1995.

- [25] Zvi Artstein. Stabilization with relaxed controls. *Nonlinear Analysis, Theory, Methods & Applications*, 7(11):1163-1173, 1983.
- [26] Eduardo D. Sontag. A 'universal' construction of Artstein's theorem on nonlinear stabilization. *Systems & Control Letters*, 13:117-123, 1989.
- [27] Randy A. Freeman and James A. Primbs. Control Lyapunov functions: New ideas from an old source. In *Proceedings of the 35th Conference on Decision and Control*, pages 3926-3931, December 1996.
- [28] Feurer, A. & Morse, A. S. (1978), 'Adaptive control of single-input, single-output linear Systems', *IEEE Transactions On Automatic Control* Vol. 23(4), 557-569.
- [29] Tsiniias, J. (1989), 'Sufficient Lyapunov-like conditions for stabilization', *Math. Contr. Signal. Syst.* 2, 343-357.
- [30] Kokotovic, P. V. & Sussmann, H. J. (1989), 'A positive real condition for global stabilization of nonlinear systems', *Systems & Control Letters* Vol. 13, 125-133.
- [31] Benaskeur, A. R. (1999), Aspects de l'application du backstepping adaptatif à la commande décentralisée des systèmes non linéaires, *Thèse de Doctorat*, Université Laval
- [32] Mokhtari, M., Commande Adaptative Des Systèmes Non Linéaires « Backstepping », Thèse de Magister, Département d'Electronique Industrielle, Université de Batna, Septembre, 2003.
- [33] polycopiés "Rapport" commande adaptative des systèmes non linéaires par l'approche backstepping neuronale.
- [34] Backstepping Adaptive Control Of Permanent Magnet Synchronous Motor Drive
N.Goléa, A.Goléa and M.Kadjouj EE Institute, Oum El-Bouaghi University, 04000 Oum El-Bouaghi, Algeria, 2004.

A1 .Paramètres de la machine synchrone a aimants permanents.

Paramètres	Valeur (S.I)
fréquence	50
puissance	1500
Resistance statorique	1.4
Inductance longitudinale	0.0066
Inductance transversale	0.0058
Nombres de paires de pôles	3
Flux d'un aimant	0.1546
Inertie	0.00176
Coefficient de frottement	0.00038

A2.Régulateur Pi de vitesse

$$T_{sq}=0.00471$$

$$T_{sd}=0.00414$$

$$\text{Tau}=0.02$$

$$K_i=4 \cdot J / (\text{Tau} \cdot \text{Tau})$$

$$K_p=K_i \cdot \text{Tau}$$

A3.Gains de l'estimateur backstepping

Ces gains obtenus après plusieurs simulation afin d'obtenir des résultats meilleurs les valeurs suivantes sont alors adoptées

$$K_1=140 ; k_2=1500 ; k_3=2.$$