

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Faculté des Sciences de l'Ingénieur

Université El Hadj Lakhdar de Batna



Département d'Electrotechnique

Mémoire

Présenté en vue de l'obtention du diplôme de
Magister en Electrotechnique

Option : Electricité Industrielle

Présenté par :

MERABET SALAH

Ingénieur d'Etat en Electrotechnique

**Association des contrôleurs Glissant – Floue
à la commande de la trajectoire d'un robot mobile non holonome**

Soutenu le : 11 / 12 / 2013

Devant le jury composé de :

Président :	Zidani Fatiha	Pr	Univ-Batna
Rapporteur :	Ameddah Djameleddine	M.C	Univ-Batna
Examineur :	Abdessemed Foudil	Pr	Univ-Batna
Examineur :	Benbouza Mohamed Salah	M.C	Univ-Batna
Examineur :	Mahfoudi Chawki	M.C	Univ-Oum Elbouaghi

*à mes parents,
à mes frères et soeurs,
à toute ma famille,
à mes amis,
à ceux qui m'ont soutenu pendant toute la durée de mes études,
je dédie ce mémoire.*

Remerciements

Au nom d'Allah, le Tout - Miséricordieux, le Très – Miséricordieux La louange est à Allah l'unique et la paix et le salut sur celui qui n'a point de messager après lui et sur sa famille, ses compagnons et tous ceux qui suivent son chemin jusqu'au jour de la résurrection.

Je tiens, tout particulièrement, à exprimer ma profonde gratitude à mon encadreur Mr AMEDAHE DJAMAL EDDINE, Maître de Conférences à l'Université de Batna, pour ces conseils précieux ainsi que pour la confiance et l'aide qu'il m'a accordé pour mener ce travail à terme.

Il m'est agréable de pouvoir exprimer ma reconnaissance envers, Monsieur BENBOUZA MOUHAMED SALEH , Maître de Conférences à l'Université de Batna, Madame ZIDANI FATIHA, Professeur à l'Université de Batna, Monsieur CHAWKI MAHFOUDHI, Maître de Conférences à l'Université de OUME EL BOUAGHI, Monsieur ABDESSEMED FOUJIL, Professeur à l'Université de Batna, Monsieur AMEDAHE DJAMAL EDDINE, Maître de Conférences à l'Université de Batna, pour l'honneur qu'ils nous ont fait en acceptant d'examiner ce travail.

J'aimerais à présent remercier mes proches et en premier lieu mes parents de m'avoir soutenu et d'avoir cru en moi. Je remercie aussi mes frères, mes soeurs, et toute la famille. Mes remerciements vont également à mes amis, mes collègues et mes enseignants.

Mes vifs remerciements vont aussi à Monsieur DIHEM AHBOUB pour son aide et ces encouragements.

Enfin, que tous ceux et celles qui m'ont aidé et soutenu durant tout mon parcours trouvent ici l'expression de mes remerciements les plus sincères.

Sommaire

Introduction générale	1
-----------------------------	---

Chapitre I

Modélisation des robots mobiles

I.1 Introduction	3
I.2 Hypothèses de modélisation	3
I.3 Roulement sans glissement et non holonomie.....	3
I.4 Robot mobile type voiture (à deux roues motrices)	5
II.4.1 Géométrie du robot	5
II.4.2 Modélisation cinématique	6
a) Vitesse du centre de gravité	6
b) Vitesse de la roue droite	6
c) Vitesse de la roue gauche	7
I.4.3 Modélisation dynamique	7
a) Méthode d'Euler – Lagrange	7
b) Energie de translation	8
c) Energie de rotation	8
d) Calcul de l'énergie cinétique	8
e) Equation du mouvement	8

Chapitre II

Commande par mode glissant

II.1 Introduction	14
II.2 Théorie de la commande par mode de glissement	14
II.2.1 Système a structure variable	14
II.3 Conception de la commande par mode glissant	16
II.3.1 Choix de la surface de glissement	16
II.3.2 Conditions de convergence et d'existence	17

II.3.2.1 la fonction discrète de commutation	17
II.3.2.2 La fonction de « Lyapunov »	17
II.3.3 Calcul de la commande	18
II.4 Application de la commande au robot mobile non holonome	20
II.5 Schéma block de la simulation	26
II.6 Les résultats de la simulation	27
II.6.1 Profile 1	27
II.6.2 Profile 2	28

Chapitre III

Commande par le mode glissant – floue

III.1 Généralités sur la logique floue	30
III.1.1 Introduction	30
III.1.2 Apparition de la logique floue	30
III.1.3 Premières applications	30
III.1.4 Essor	31
III.1.5 Intérêt	31
III.1.6 Utilisation pour le contrôle	32
III.1.7 La capitalisation du savoir-faire	32
III.1.8 Théorie des ensembles flous	32
a) Notion d'appartenance partielle	32
b) Définition formelle d'un ensemble.....	33
c) Fonctions d'appartenance	33
d) Fuzzification – Degré d'appartenance	36
e) Opérateurs logiques flous	36
f) Choix des opérateurs	36
g) Intersection	37
h) Union	37
i) Complément	37
j) Règles floues	37
k) Prédicat	38
l) Inférence	38
III.1.9 Conclusion	39

III.1.10 Mécanisme d'inférence de Mamdani	39
III.2 Mode glissant – floue	43
III.2.1 introduction	43
III.2.2 Conception d'un contrôleur flou	43
III.2.3 Fuzzification	43
III.2.4 Partition floue des espaces d'entrées et de sortie	45
III.2.5 Bases des règles et établissement des règles d'inférence	46
III.2.6 Schéma block de la simulation	47
III.2.7 Résultats de la simulation	48
III.2.7.1 Profile 1	48
III.2.7.2 Profile 2	49

Chapitre VI

Etude comparative entre la commande par mode glissant et glissant – floue pour la commande de la trajectoire d'un robot mobile non holonome.

IV.1 Introduction.....	50
IV.2 Etude comparative entre la commande par mode glissant et glissant – flou.....	50
IV.2.1 Profile rectiligne.....	50
a) La trajectoire.....	50
b) La vitesse Linéaire.....	51
c) Les surfaces de glissement.....	51
- Surface $S1(x)$	51
- Surface $S2(y)$	52
d) Les couples moteurs.....	52
- Le couple $T1(N.m)$	52
- Le couple $T2(N.m)$	53
IV.2.2 Profile sinusoïdale.....	53
a) La trajectoire.....	53
b) La vitesse Linéaire	54
c) Les surfaces de glissement.....	54
- Surface $S1(x)$	54
- Surface $S2(y)$	55
d) Les couples moteurs.....	55
- Le couple $T1(N.m)$	55
- Le couple $T2(N.m)$	56

IV.2.3 Profile courbe.....	56
a) La trajectoire.....	56
b) La vitesse Linéaire.....	57
c) Les surfaces de glissement.....	57
- Surface S1(x).....	57
- Surface S2(y).....	58
d) Les couples moteurs.....	58
- Le couple T1(N.m).....	58
- Le couple T2(N.m).....	59
IV.2.4 Conclusion.....	59
Conclusion et perspectives	60
Annexe	62
Bibliographie.....	67

Introduction

Le problème du déplacement des robots mobiles est généralement traité en deux étapes. La première consiste à planifier une trajectoire admissible, c'est-à-dire satisfaisant les contraintes de non holonomie. La seconde consiste à élaborer des stratégies de commande robuste en boucle fermée garantissant un suivi précis de la trajectoire planifiée. Plusieurs problèmes de commande ont été abordés dans la littérature consacrée aux robots mobiles non holonomes : planification de trajectoires, commande par retour de sortie et suivi de trajectoires. La présente thèse concerne ce dernier problème et plus spécifiquement la stabilisation de la configuration complète du système (i.e. position et orientation). Bien que commandables, les systèmes non holonomes sont des systèmes fortement non linéaires avec des caractéristiques qui les rendent difficiles à commander dans certaines situations. En particulier, les robots non holonomes sur roues sont sujets à des contraintes sur les vitesses qui relèvent de la contrainte mécanique de roulement sans glissement des roues. D'un point de vue pratique, cette contrainte se traduit par le fait que les robots non holonomes sur roues ne peuvent pas se déplacer latéralement de manière instantanée. Par contre, il est possible d'approximer des déplacements dans cette direction en faisant des manœuvres. Du point de vue de l'automatique ces contraintes ont plusieurs conséquences. C'est aussi l'origine d'importants problèmes de robustesse. Ceci conduit à envisager des stratégies de commutation entre différentes lois de commande avec des règles de commutation dépendant des propriétés des trajectoires de référence à stabiliser.

Cependant, lorsque la trajectoire de référence et ses propriétés ne sont pas connues à l'avance, ce type de stratégie ne permet toujours pas d'assurer la stabilisation asymptotique de façon inconditionnelle.

L'objectif visé au départ est la conception d'un ensemble de loi de contrôle assurant une opération optimale de suivi de trajectoire d'un robot mobile non holonome. Pour ce faire, une commande robuste « la commande par mode glissant » a été proposée afin de garantir un bon suivi de trajectoire planifiée. Comme deuxième volet, et qui concerne, l'optimisation de la commande on introduisant la technique de la logique floue.

Le premier chapitre aborde la modélisation cinématique et dynamique d'un robot mobile non holonome à quatre roues. Un modèle mathématique sera introduit.

Le deuxième chapitre concerne la commande par mode glissant. Après un bref rappel de quelques éléments de théorie nécessaires pour la mise en œuvre d'une régulation à structure variable, nous appliqueront la commande à mode glissant à notre robot mobile.

Le troisième chapitre fera l'objet d'une optimisation de la commande par mode glissant en introduisant la logique floue. L'optimisation vise le problème de « chatterring » apparu dans le couple moteur.

Le quatrième chapitre concerne une étude comparative des deux stratégies de commande avec des résultats de simulations obtenus dans le deuxième et troisième chapitre.

Nous finirons ce travail par une conclusion générale qui résumera l'ensemble des résultats obtenus, des recommandations et des suggestions sur les travaux futurs dans ce domaine de recherche.



Chapitre I

I.1 Introduction :

La recherche d'algorithmes de planification et de stratégies de commande pour des véhicules non holonomes constitue aujourd'hui l'un des principaux axes de recherche de la robotique moderne. Plusieurs raisons contribuent à cet engouement. La première est que les véhicules sur roues constituent de nos jours le moyen de transport individuel principal. Leur automatisation, précédemment limitée aux expérimentations en laboratoire, est maintenant envisagée pour des applications grand public (convois de véhicules sur autoroute, systèmes de transport urbain intelligent, etc.). Ces nouvelles applications, qui nécessitent de coordonner les mouvements de plusieurs véhicules, donnent lieu à de nouveaux problèmes d'automatique. Une autre raison plus technique tient au fait que les équations régissant le déplacement des véhicules non holonomes revêtent un intérêt théorique particulier dans le domaine de l'automatique non linéaire.

Pour valider les lois de commandes proposées ou alors pour simuler, ou encore pour développer des lois de commande telles que (logique floue, mode glissant, réseaux de neurones...), effectuer de contrôle de position, d'orientation, nous étudierons dans ce chapitre le comportement du robot à partir d'une modélisation cinématique et dynamique

I.2 Hypothèses simplificatrices de modélisation :

La problématique de la commande des robots mobiles étant trop vaste pour pouvoir être présentée de façon exhaustive, nous introduisons dans cette partie un certain nombre d'hypothèses simplificatrices :

- les véhicules sont considérés comme rigides et évoluant sur un plan,
- les véhicules sont dotés de roues conventionnelles : le point de contact entre la roue et le sol est réduit à un point I et la roue est soumise à la contrainte de roulement sans glissement.

I.3 Roulement sans glissement et non holonomie

Beaucoup de systèmes mécaniques sont sujets à des contraintes de position et/ou de vitesse, c'est-à-dire que plusieurs relations entre les positions et/ou les vitesses des différents points du système doivent être satisfaites pendant tout le mouvement. Ces contraintes sont dites holonomes s'il est possible de les intégrer et elles aboutissent à des relations algébriques liant les paramètres de configuration [1], [2], [3].

Ces relations peuvent être éliminées par un changement de variables approprié et le système est dit holonome. Dans le cas de contraintes non intégrables, l'élimination n'est plus possible et le système est dit non holonome [1].

Dans le cas des véhicules sur roues, ces contraintes cinématiques résultent de l'hypothèse de roulement sans glissement.

Considérons une roue verticale qui roule sans glisser sur un sol plan (voir fig. I.1). Le roulement sans glissement se traduit par la vitesse nulle du point I de la roue en contact avec le sol. Avec les notations de la fig. I.1.

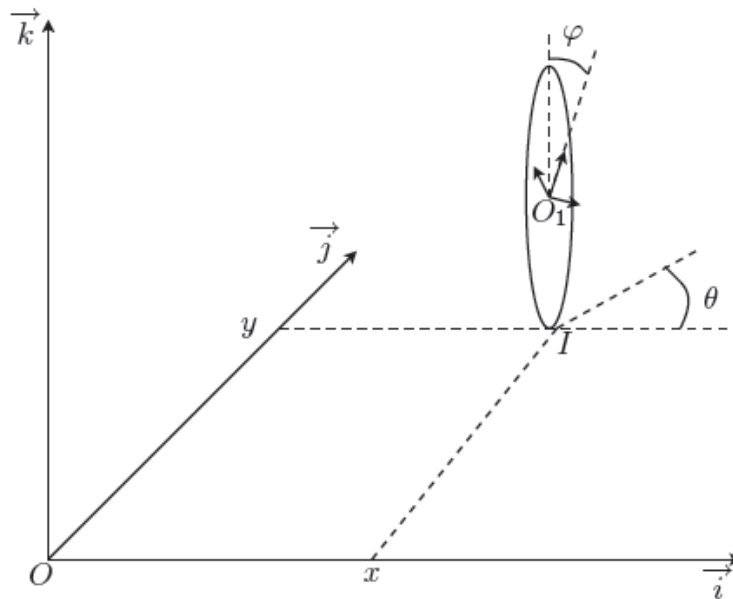


Fig. I.1 – Description d'une roue.

On obtient :

$$\begin{aligned} \vec{V}(I/R_o) &= \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \left(\dot{\theta}\vec{k} + \dot{\phi}(-\sin\theta\vec{i} + \cos\theta\vec{j})\right) \wedge (-r\vec{k}) \\ &= (\dot{x} - r\dot{\phi}\cos\theta)\vec{i} + (\dot{y} - r\dot{\phi}\sin\theta)\vec{j} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (\text{I.1})$$

Où « r » est le rayon de la roue et (x, y) est la coordonnée du point O₁ dans le repère fixe $R_o = (O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On déduit deux contraintes :

$$\begin{cases} \dot{x} - r\dot{\phi}\cos\theta = 0 \\ \dot{y} - r\dot{\phi}\sin\theta = 0 \end{cases} \quad (\text{I.2})$$

Qui peuvent se réécrire de la manière suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}\cos\theta + \dot{y}\sin\theta = r\dot{\phi} \\ -\dot{x}\sin\theta + \dot{y}\cos\theta = 0 \end{cases} \quad (\text{I.3})$$

Il est intéressant de noter qu'en introduisant « $v = r\dot{\phi}$ » la vitesse de roulement de la roue et « $\omega = \dot{\theta}$ » sa vitesse de rotation autour de l'axe « \vec{k} », on forme le modèle suivant :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} \quad (\text{I.4})$$

I.4 Robot mobile type voiture (à deux roues motrices) :

II.4.1 Géométrie du robot

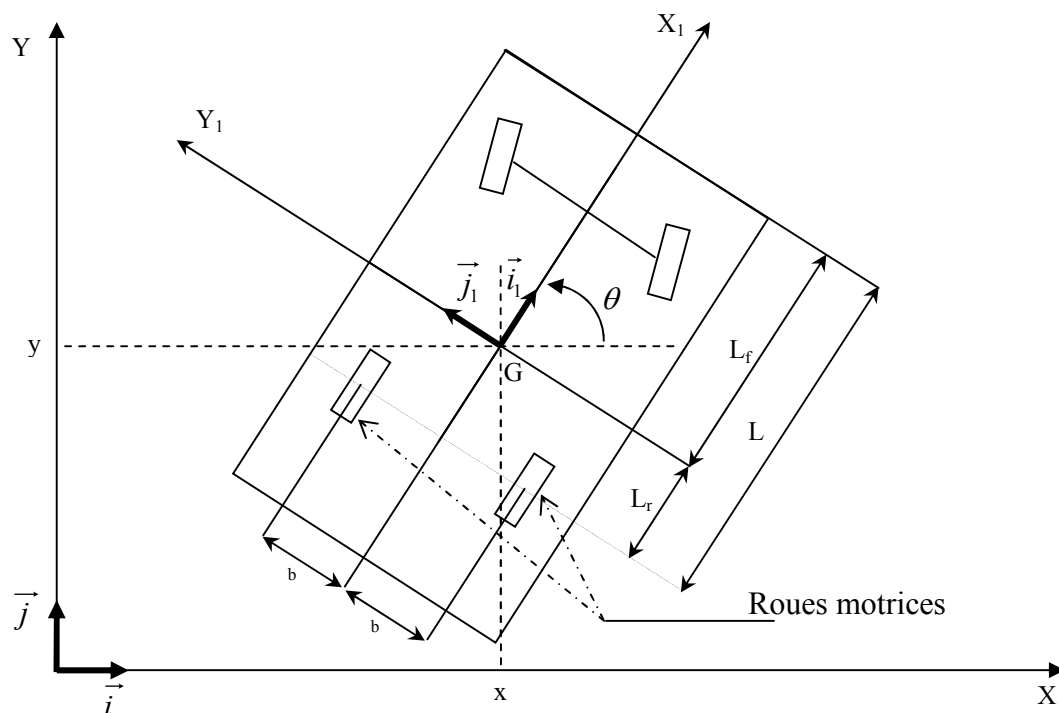


Fig. I.2 – Robot mobile de type voiture.

Le choix du robot retenu a la configuration suivante :

- Robot mobile à quatre roues pour avoir une stabilité importante de la plate-forme.
- Deux roues motrices indépendantes non directrices à l'arrière, système particulièrement simple à mettre en œuvre et adaptable.
- Deux roues folles à l'avant pour avoir un meilleur suivi de trajectoire et une parfaite stabilité [4].

Pour l'étude du mouvement du système, on considère un repère inertiel $R_0(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ et un autre repère mobile lié au robot $R_1(G, \vec{i}_1, \vec{j}_1, \vec{k}_1)$, où G est le centre de gravité du robot mobile.

- x, y : système de coordonnées dans le repère fixe R_0 .
- x_1, y_1 : système de coordonnées dans le repère lié au robot R_1 .
- G : centre de gravité du robot avec ses coordonnées.
- b : distance entre chaque roue motrice et l'axe de symétrie du robot.
- L_r : distance entre le centre de gravité et l'essieu arrière.
- L_f : distance entre le centre de gravité et l'essieu avant.
- L : longueur du robot mobile.
- m : masse totale de robot.
- φ_1 : position angulaire de la roue arrière gauche.
- φ_2 : position angulaire de la roue arrière droite.
- $\dot{\varphi}_1$: vitesse angulaire de rotation de la roue arrière gauche.
- $\dot{\varphi}_2$: vitesse angulaire de rotation de la roue arrière droite.
- θ : orientation de robot (angle entre R_0, R_1).
- r : rayon de chaque roue.

II.4.2 Modélisation cinématique :

a) Vitesse du centre de gravité :

Soient \vec{V}_1 et \vec{V}_2 les composantes de la vitesse du centre de gravité du véhicule dans le repère inertiel exprimés dans R_1 .

$$\vec{V}_G = V_1 \vec{i}_1 + V_2 \vec{j}_1 \quad (I.5)$$

$$\vec{V}_G = (\dot{x}_G \cos \theta + \dot{y}_G \sin \theta) \vec{i}_1 + (-\dot{x}_G \sin \theta + \dot{y}_G \cos \theta) \vec{j}_1 \quad (I.6)$$

b) Vitesse de la roue droite :

La vitesse du centre de la roue peut être obtenue par la décomposition de vitesse (voir l'annexe) :

$$\vec{V}_{o1/R}^{R1} = (\dot{x}_G \cos \theta + \dot{y}_G \sin \theta + \dot{\theta} b) \vec{i}_1 + (-\dot{x}_G \sin \theta + \dot{y}_G \cos \theta - \dot{\theta} L_r) \vec{j}_1 \quad (I.7)$$

La vitesse du point de contact de la roue droite :

$$\vec{V}_{c1/R}^{R1} = (\dot{x}_G \cos \theta + \dot{y}_G \sin \theta + \dot{\theta} \cdot b - r \cdot \dot{\phi}_1) \vec{i}_1 + (-\dot{x}_G \cos \theta + \dot{y}_G \sin \theta - \dot{\theta} \cdot L_r) \vec{j}_1 \quad (\text{I.8})$$

c) Vitesse de la roue gauche :

La vitesse du centre de la roue peut être obtenue par la décomposition de vitesse (voir l'annexe) :

$$\vec{V}_{o2/R}^{R1} = (\dot{x}_G \cos \theta + \dot{y}_G \sin \theta - \dot{\theta} \cdot b) \vec{i}_1 + (-\dot{x}_G \cos \theta + \dot{y}_G \sin \theta - \dot{\theta} \cdot L_r) \vec{j}_1 \quad (\text{I.9})$$

La vitesse du point de contact de la roue gauche :

$$\vec{V}_{c2/R}^{R1} = (\dot{x}_G \cos \theta + \dot{y}_G \sin \theta - \dot{\theta} \cdot b - r \cdot \dot{\phi}_2) \vec{i}_1 + (-\dot{x}_G \cos \theta + \dot{y}_G \sin \theta - \dot{\theta} \cdot L_r) \vec{j}_1 \quad (\text{I.10})$$

I.4.3 Modélisation dynamique :

a) Méthode d'Euler – Lagrange :

Le formalisme d'Euler – Lagrange, est le plus utilisé pour représenter les systèmes robotisés, puisqu'il nous permet d'obtenir directement le modèle dynamique sous une forme énergétique, ce que facilite son exploitation direct pour établir les lois de commandes [5].

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}(q, \dot{q}) \right) - \frac{\partial L}{\partial q}(q, \dot{q}) = (F^g)^T + (\tau^g)^T \quad (\text{I.11})$$

F^g : Vecteur des forces généralisées d'interaction pneu – sol.

τ^g : Vecteur des forces généralisées appliquées par les actionneurs (couple moteurs).

Le Lagrangien est défini comme suit :

$$L(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q}) - U(q) \quad (\text{I.12})$$

Où $T(q, \dot{q})$ et $U(q)$ sont respectivement les énergies cinétique et potentielle du système.

- L'énergie potentielle est constante puisque le robot se déplace sur un plan horizontal.
- L'énergie cinétique peut être décomposée en une énergie de rotation et celle de translation.

b) Energie de translation :

$$E_t(q, \dot{q}) = \left\{ \frac{1}{2} m_c \left\| V_{G/R} \right\|^2 + \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2} m_r \left\| V_{roue/R} \right\|^2 \right\} \quad (\text{I.13})$$

Où :

$V_{G/R}$: Vitesse de translation du centre de gravite dans le repère fixe R.

$V_{roue/R}$: Vitesse de translation de la roue i dans le repère fixe R(i=1,2).

c) Energie de rotation :

$$E_r(q, \dot{q}) = \frac{1}{2} (w_c)^T I_c (w_c) + \frac{1}{2} + \sum_{i=1}^2 \left\{ (w_w)^T I_w (w_w) \right\} \quad (\text{I.14})$$

d) Calcul de l'énergie cinétique

L'énergie cinétique du robot mobile est égale à (annexe) :

$$L_{Total} = \frac{1}{2} (\dot{x}_G^2 + \dot{y}_G^2) - 2m_{roue} L_r \dot{\theta} (-\dot{x}_G \sin \theta + \dot{y}_G \cos \theta) + \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} I_{roue} (\dot{\phi}_1^2 + \dot{\phi}_2^2) \quad (\text{I.15})$$

$$\text{Avec } \begin{cases} m = m_c + 2m_{roue} \\ I = I_G + 2I_m + 2m_{roue} (b^2 + L_r^2) \end{cases} \quad (\text{I.16})$$

e) Equation du mouvement :

Dans ce cas les vitesses longitudinales et latérales aux points de contact sont nulles et on obtient ces équations :

$$\begin{cases} -\dot{x}_G \sin \theta + \dot{y}_G \cos \theta = 0 \end{cases} \quad (\text{I.17})$$

$$\begin{cases} \dot{x}_G \cos \theta + \dot{y}_G \sin \theta - b \dot{\theta} - r \dot{\phi}_2 = 0 \end{cases} \quad (\text{I.18})$$

$$\begin{cases} \dot{x}_G \cos \theta + \dot{y}_G \sin \theta + b \dot{\theta} - r \dot{\phi}_1 = 0 \end{cases} \quad (\text{I.19})$$

Faisons la soustraction entre (I.18) et (I.19), on aura :

$$\dot{\theta} = \frac{r}{2b}(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) \quad (\text{I.20})$$

Avec des conditions initiales nulles l'intégrale donne :

$$\theta = c(\varphi_1 - \varphi_2) \quad (\text{I.21})$$

Avec : $c = \frac{r}{2b}$.

En faisant la somme des équations de contraintes on aura :

$$\begin{cases} -\dot{x}_G \sin \theta + \dot{y}_G \cos \theta - c.L_r.\dot{\varphi}_1 - c.L_r.\dot{\varphi}_2 = 0 \\ \dot{x}_G \cos \theta + \dot{y}_G \sin \theta - \frac{r}{2}\dot{\varphi}_1 - \frac{r}{2}\dot{\varphi}_2 = 0 \end{cases} \quad (\text{I.22})$$

Ces deux équations sont deux contraintes non – holonome de mouvement et elles peuvent être écrites sous la forme matricielle suivante :

$$A(q).\dot{q} = 0 \quad (\text{I.23})$$

Avec :

$$A(q) = \begin{bmatrix} -\sin \theta & \cos \theta & c.L_r & -c.L_r \\ \cos \theta & \sin \theta & -\frac{r}{2} & -\frac{r}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{I.24})$$

En substituant la valeur de « θ » (I.21) dans l'équation de l'énergie cinétique du système :

$$L_{Total} = \frac{1}{2}(\dot{x}_G + \dot{y}_G) - 2m_{roue}L_r(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2)(-\dot{x}_G \sin \theta + \dot{y}_G \cos \theta) + \frac{1}{2}I.c^2(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) + \frac{1}{2}I_{roue}(\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2) \quad (\text{I.25})$$

En utilisant les équations et les multiplicateurs de Lagrange (voir l'annexe), on obtient les équations suivantes décrivant le comportement du système :

$$\begin{cases} m\ddot{x}_G + 2m_{roue}L_r(\ddot{\theta}\sin\theta + \dot{\theta}^2\cos\theta) = \lambda_1\cos\theta - \lambda_2\sin\theta & (I.26) \\ m\ddot{y}_G + 2m_{roue}L_r(\ddot{\theta}\cos\theta + \dot{\theta}^2\sin\theta) = \lambda_1\sin\theta - \lambda_2\cos\theta & (I.27) \\ -2m_{roue}L_r c(-\ddot{x}_G\sin\theta + \ddot{y}_G\cos\theta) + (Ic^2 + I_{roue})\ddot{\phi}_1 - Ic^2\ddot{\phi}_2 = \tau_1 - \frac{r}{2}\lambda_1 - cL_r\lambda_2 & (I.28) \\ 2m_{roue}L_r c(-\ddot{x}_G\sin\theta + \ddot{y}_G\cos\theta) + (Ic^2 + I_{roue})\ddot{\phi}_2 - Ic^2\ddot{\phi}_1 = \tau_2 - \frac{r}{2}\lambda_1 - cL_r\lambda_2 & (I.29) \end{cases}$$

Ces équations peuvent être écrites sous la forme matricielle suivant :

$$M(q)\ddot{q} + V(q, \dot{q}) = E(q)\tau - A^T(q)\lambda. \quad (I.30)$$

Avec la matrice d'inertie $M(q)$, [6]:

$$M(q) = \begin{bmatrix} m & 0 & 2m_r \cdot c \cdot L_r \cdot \sin\theta & -2m_r \cdot c \cdot L_r \cdot \sin\theta \\ 0 & m & -2m_r \cdot c \cdot L_r \cdot \cos\theta & 2m_r \cdot c \cdot L_r \cdot \cos\theta \\ 2m_r \cdot c \cdot L_r \cdot \sin\theta & -2m_r \cdot c \cdot L_r \cdot \cos\theta & I_r + Ic^2 & -Ic^2 \\ -2m_r \cdot c \cdot L_r \cdot \sin\theta & 2m_r \cdot c \cdot L_r \cdot \cos\theta & -Ic^2 & I_r + Ic^2 \end{bmatrix} \quad (I.31)$$

$V(q, \dot{q})$ Est la matrice de Coriolis :

$$V(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} 2m_r \cdot L_r \cdot \theta^2 \cdot \cos\theta \\ 2m_r \cdot L_r \cdot \theta^2 \cdot \sin\theta \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (I.32)$$

$E(q)$ est la matrice de transformation :

$$E(q) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (I.33)$$

Vecteur de couple moteur :

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \quad (\text{I.34})$$

Et le vecteur de multiplicateur de Lagrange :

$$\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} \quad (\text{I.35})$$

Prenons le vecteur de coordonnées généralisées suivant :

$$q = \begin{bmatrix} x_G \\ y_G \\ \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} \quad (\text{I.35})$$

Pour éliminer les multiplicateurs de Lagrange on introduit un nouveau vecteur de vitesse angulaire $\eta = [\dot{\varphi}_1 \quad \dot{\varphi}_2]^T$ qui satisfait l'expression suivante :

$$\dot{q} = S(q) \cdot \eta \quad (\text{I.36})$$

D'autre part de l'expression (I.23) on peut écrire :

$$A(q) \cdot S(q) = 0 \quad (\text{I.37})$$

Avec ces deux dernières expressions on peut écrire S(q) :

$$S(q) = \begin{bmatrix} c.Lr \sin \theta + \frac{r}{2} \cos \theta & -c.Lr \sin \theta + \frac{r}{2} \cos \theta \\ -c.Lr \cos \theta + \frac{r}{2} \sin \theta & c.Lr \cos \theta + \frac{r}{2} \sin \theta \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{I.38})$$

En multipliant l'expression (I.30) par $S^T(q)$:

Sachant que ; $S^T(q).A^T(q).\lambda = (A(q).S(q))^T.\lambda = 0$

$$S^T(q).M(q)\ddot{q} + S^T(q).V(q, \dot{q}) - S^T(q).E(q).\tau = 0 \quad (\text{I.39})$$

D'autre part :

$$\ddot{q} = S(q).\dot{\eta} + \dot{S}(q).\eta \quad (\text{I.40})$$

Et :

$$S^T(q).E(q) = I_{2 \times 2}$$

Donc (I.39) devient :

$$S^T(q).M(q).\dot{S}(q).\eta + S^T(q).M(q).S(q).\dot{\eta} + S^T(q).V(q, \dot{q}) - \tau = 0 \quad (\text{I.41})$$

On obtient :

$$\dot{\eta} = -(S^T.M.S)^{-1}(S^T.M.\dot{S}\eta + S^T.V) + (S^T.M.S)^{-1}.\tau \quad (\text{I.42})$$

On peut représenter notre système sous forme d'état :

$$\dot{x} = F(x) + G(x)\tau \quad (\text{I.43})$$

Avec le vecteur d'état :

$$x = \begin{bmatrix} q \\ \eta \end{bmatrix} \quad (\text{I.44})$$

Alors notre modèle final :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S\eta \\ -(S^T.M.S)^{-1}(S^T.M.\dot{S}\eta + S^T.V) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ (S^T.M.S)^{-1} \end{bmatrix}.\tau \quad (\text{I.45})$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(q) \\ f_2(q) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ g_2(q) \end{bmatrix} \cdot \tau \quad (\text{I.46})$$

Ce système d'état est utilisé pour la détermination de la commande du notre robot mobile. On note que ce système peut être décomposé en deux parties. La première partie est purement cinématique (I.36), (I.38). La deuxième partie est dynamique (I.42). Cette représentation facilite la simulation de ce système. Au lieu de calculer le modèle dynamique globale qui est un petit peu compliqué (temps de calcul très long) on décompose ce modèle pour le simplifier.

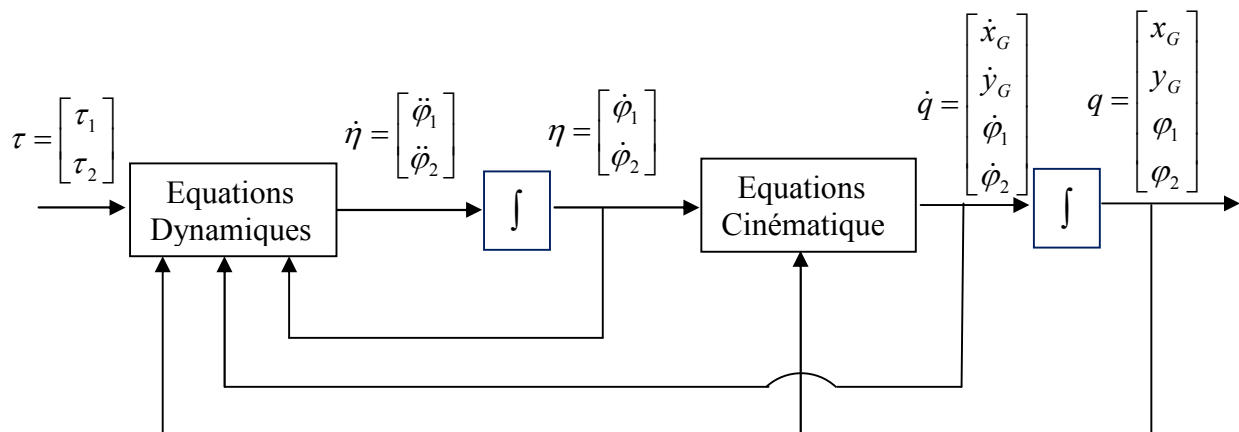


Fig. I.3 – Schéma bloc du modèle dynamique d'un robot non – holonome.

Cette forme sera exploitée par la suite dans les chapitres qui viennent pour déterminer la loi de commande et faciliter par la suite l'implantation du modèle sur Matlab /Simulink.

Conclusion :

Ce chapitre est consacré à la détermination du modèle géométrique, cinématique et ensuite dynamique d'un robot mobile non – holonome à deux roues motrices.

La connaissance de la structure du modèle et une connaissance partielle (ordre de grandeur) des différents paramètres dynamiques peut toutefois être suffisante à une exploitation du modèle pour la commande. Ainsi, des approximations peuvent être faites tout en conservant un modèle fidèle à la réalité physique du système, par exemple, ne pas modéliser les roues qui ne sont pas actionnées.



Chapitre II

II.1 Introduction :

Les lois de commande utilisant les régulateurs de type PID donnent de bons résultats dans le cas des systèmes linéaires à paramètres constants. Pour des systèmes non linéaires ou ayant des paramètres non constants, ces lois de commande classique peuvent être insuffisantes car elles ne sont pas robustes surtout lorsque les exigences sur la précision et autres caractéristiques dynamiques du système sont strictes. On doit faire appel à des lois de commande insensible aux variations de paramètres, aux perturbations et aux non linéarités.

Le recours à des algorithmes de commande robuste est donc souhaitable aussi bien en stabilisation qu'en poursuite de trajectoire. La commande par mode glissant qui par sa nature est une commande non linéaire, possède cette robustesse. Elle est basée sur la commutation de fonctions de variables d'état, utilisées pour créer une surface de glissements, dont le but de forcer la dynamique du système à correspondre avec celle définie par l'équation de surface [7]. Quand l'état est maintenu sur cette surface, le système se trouve en régime glissant. Sa dynamique est alors insensible aux perturbations extérieures et aux variations des paramètres tant que les conditions du régime glissant sont assurées [8].

II.2 Théorie de la commande par mode de glissement :

II.2.1 Système à structure variable :

Un système à structure variable est un système dont la structure change pendant son fonctionnement. Il est caractérisé par le choix d'une fonction et d'une logique de commutation. Ce choix permet au système de commuter d'une structure à une autre à tout instant, [9], [10]. De plus, un tel système peut avoir de nouvelles propriétés qui n'existent pas dans chaque structure.

Dans la commande des systèmes à structure variable par mode de glissement, la trajectoire d'état est amenée vers une surface. Puis à l'aide de la loi de commutation, elle est obligée de rester au voisinage de cette surface. Cette dernière est appelée surface de glissement et le mouvement le long de laquelle se produit est appelé mouvement de glissement [11], [9].

La trajectoire dans le plan de phase est constituée de trois parties distinctes, [10]:

- Le mode de convergence —MC : c'est le mode durant lequel la variable à régler se déplace à partir de n'importe quel point initial dans le plan de phase, et tend vers la surface de commutation $s(x,y) = 0$. Ce mode est caractérisé par la loi de commande et le critère de convergence.
- Le mode de glissement —MG : c'est le mode durant lequel la variable d'état a atteint la surface de glissement et tend vers l'origine du plan de phase. La dynamique de ce mode est caractérisée par le choix de la surface de glissement $s(x,y)=0$.
- Le mode du régime permanent —MRP- : ce mode est ajouté pour l'étude de la réponse du système autour de son point d'équilibre (origine du plan de phase), il est caractérisé par la qualité et les performances de la commande. [9], [10].

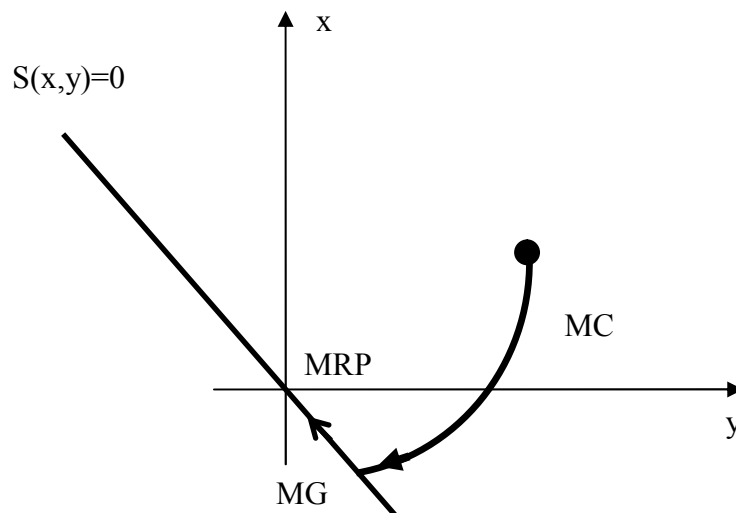


Fig. II.1 – Différents modes pour la trajectoire dans le plan de phase.

II.3 Conception de la commande par mode glissant

Les avantages de la commande par mode glissant sont importantes et multiples, la haute précision, la bonne stabilité, la simplicité, l'invariance, la robustesse...etc. Ceci lui permet d'être particulièrement adapté pour les systèmes ayant un modèle imprécis, [11]. Dans ce cas, la structure d'un contrôleur comporte deux parties: une partie continue représentant la dynamique du système durant le mode glissant et une autre discontinue représentant la dynamique du système durant le mode de convergence. Cette dernière est importante dans la commande non linéaire car elle a pour rôle d'éliminer les effets d'imprécisions et des perturbations sur le modèle, [10]. La conception de la commande peut être effectuée en trois étapes principales très dépendantes l'une de l'autre, [9].

- Choix de la surface.
- L'établissement des conditions d'existence.
- Détermination de la loi de commande.

II.3.1 Choix de la surface de glissement

Le choix de la surface de glissement concerne le nombre et la forme des fonctions nécessaires. Ces deux facteurs dépendent de l'application et de l'objectif visé. Pour un système défini par l'équation (II.1), le vecteur de surface à la même dimension que le vecteur de commande u .

$$\dot{x}(t) = A(x, t) \cdot x + B(x, t) \cdot u(x, t) \quad (\text{II.1})$$

Slotine propose une forme d'équation générale pour déterminer la surface de glissement qui assure la convergence d'une variable vers sa valeur désirée:

$$S(x) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \lambda_x \right)^{r-1} \cdot e(x) \quad (\text{II.2})$$

$e(x)$: Écart de la variable à régler.

λ_x : Constante positive qui interprète la bande passante du contrôle désiré.

r : Degré relatif, égal au nombre de fois qu'il faut dériver la sortie pour faire apparaître la commande.

L'objectif de la commande est de maintenir la surface à zéro. Cette dernière est une équation différentielle linéaire dont l'unique solution est $e(x)=0$ pour un choix convenable du paramètre, ceci revient à un problème de poursuite de trajectoire qui est équivalent à une linéarisation exacte de l'écart tout en respectant la condition de convergence.

II.3.2 Conditions de convergence et d'existence

Les conditions d'existence et de convergence sont les critères qui permettent aux différentes dynamiques du système de converger vers la surface de glissement et d'y rester indépendamment de la perturbation. Il existe deux considérations pour assurer le mode de convergence.

II.3.2.1 la fonction discrète de commutation

C'est la première condition de convergence, elle est proposée et étudiée par EMILYANOV et UTKIN. Il s'agit de donner à la surface une dynamique convergente vers zéro. Elle est donnée par:

$$\dot{S}(x) > 0 \quad \text{si} \quad S(x) < 0 \quad (\text{II.3})$$

$$\dot{S}(x) < 0 \quad \text{si} \quad S(x) > 0 \quad (\text{II.4})$$

Cette condition peut être formulée comme suit:

$$\dot{S}(x) \cdot S(x) < 0 \quad (\text{II.4})$$

II.3.2.2 La fonction de Lyapunov

La fonction de LYAPUNOV est une fonction scalaire positive ($V(x)>0$) pour les variables d'état du système. La loi de commande doit faire décroître cette fonction $\dot{V}(x) < 0$. L'idée est de choisir une fonction scalaire $S(x)$ pour garantir l'attraction de la variable à contrôler vers sa valeur de référence et de concevoir une commande 'u' tel que le carré de la surface correspond à une fonction de LYAPUNOV. Nous définissons la fonction de LYAPUNOV comme suit:

$$V(x) = \frac{1}{2} S^2(x) \quad (\text{II.5})$$

La dérivée de cette fonction est:

$$\dot{V}(x) = S(x) \cdot \dot{S}(x) \quad (\text{II.6})$$

Pour que la fonction $V(x)$ puisse décroître, il suffit d'assurer que sa dérivée soit négative. Ceci n'est vérifiée que si la condition (II.4) est vérifiée. L'équation (II.5) explique que le carré de la distance entre un point donné du plan de phase et la surface de glissement exprime par $S^2(x)$ diminue tout le temps, contraignant la trajectoire du système à se diriger vers la surface à partir des deux côtés de cette dernière. Cette condition suppose un régime glissant idéal ou la fréquence de commutation est infinie [5].

II.3.3 Calcul de la commande

Lorsque le régime glissant est atteint, la dynamique du système est indépendante de la loi de commande qui n'a pour but de maintenir les conditions de glissement (l'attractivité de la surface), c'est pour cette raison que la surface est déterminée indépendamment de la commande.

Maintenant, il reste à déterminer la commande nécessaire pour attirer la trajectoire d'état vers la surface et ensuite vers son point d'équilibre en maintenant les conditions d'existence du mode de glissement.

L'obtention d'un régime de glissement suppose une commande discontinue. La surface de glissement devrait être attractive des deux côtés. De ce fait, si cette commande discontinue est indispensable, il n'empêche nullement qu'une partie continue lui soit ajoutée. La partie continue en effet amener à réduire autant que nous voulons l'amplitude de la partie discontinue. En présence d'une perturbation, la partie discontinue a essentiellement pour but de vérifier les conditions d'attractivité. Dans ce cas, la structure d'un contrôleur par mode de glissement est constituée de deux parties, une concernant la linéarisation exacte (U_{eq}) et l'autre stabilisante (U_n).

$$U = U_{eq} + U_n \quad (\text{II.7})$$

U_{eq} : correspond donc à la commande proposée par FILIPOV, elle sert à maintenir la variable à contrôler sur la surface de glissement $S(x)=0$. La commande équivalente est déduite en considérant que la surface et nulle $\dot{S}(x) = 0$. Elle peut être interprétée comme étant un retour d'état particulier jouant le rôle d'un signal de commande appliqué sur le système à commander, [12]. Elle peut être aussi interprétée autrement comme étant une valeur moyenne que prend la commande lors de la commutation rapide entre les valeurs U_{max} et U_{min} , [13].

U_n : est déterminée pour vérifier la condition de convergence.

Pour mettre en évidence le développement précédent, nous considérons un système défini dans l'espace d'état par l'équation(II.1). Il s'agit de trouver l'expression analogique de la commande U.

$$\dot{S}(x) = \frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\partial S}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial t} \quad (\text{II.8})$$

En remplaçant (II.1) et (II.7) dans (II.8), nous trouvons:

$$\dot{S}(x) = \frac{\partial S}{\partial x} (A(x,t) + B(x,t) \cdot U_{eq}) + \frac{\partial S}{\partial x} \cdot B(x,t) \cdot U_n \quad (\text{II.9})$$

Durant le mode de glissement et le régime permanent, la surface est nulle, et par conséquent, sa dérivée et la partie discontinue sont aussi nulles. D'où nous déduisons l'expression de la commande équivalente:

$$U_{eq} = - \left(\frac{\partial S}{\partial x} \cdot B(x,t) \right)^{-1} \cdot \frac{\partial S}{\partial x} \cdot A(x,t) \quad (\text{II.10})$$

Pour que la commande équivalente puisse prendre une valeur finie, il faut que $\frac{\partial S}{\partial x} \cdot B(x,t) \neq 0$.

Durant le mode de convergence, et en remplaçant la commande équivalente par son expression dans (II.9), nous trouvons la nouvelle expression de la dérivée de la surface:

$$\dot{S}(x,t) = \frac{\partial S}{\partial x} B(x,t) \cdot U_n \quad (\text{II.11})$$

Et la condition d'attractivité exprimée par (II.4) devient:

$$S(x,t) \cdot \frac{\partial S}{\partial x} B(x,t) \cdot U_n < 0 \quad (\text{II.12})$$

Afin de satisfaire cette condition, le signe de u doit être opposé à celui de $S(x,t) \frac{\partial S}{\partial x} B(x,t)$.

La forme la plus simple que peut prendre la commande discrète est celle d'un relais de la figure (II.2).

$$U_n = K \cdot \text{sign}(S(x,t)) \quad (\text{II.13})$$

Le signe de K doit être différent de celui de $\frac{\partial S}{\partial x} B(x,t)$.

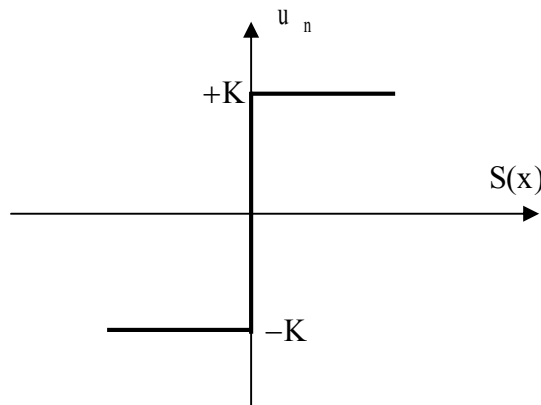


Fig. II.2 – Représentation de la commande discontinue.

Cependant l'utilisation de la commande de type relais peut provoquer des dynamiques indésirables caractérisées par le phénomène de chattering.

II.4 Application de la commande au robot mobile non holonome

Après avoir présenté la théorie de la commande par mode glissant, nous allons analyser le comportement du système commandé par mode glissant.

Comme nous avons vues dans le chapitre précédent le couple τ est employé comme une entrée de commande (I.42), avec cette expression on peut exprimer τ par l'accélération angulaire $\dot{\eta}$.

$$\tau = S^T M \dot{S} \dot{\eta} + S^T M S \ddot{\eta} + S^T V(q, \dot{q}) \quad (\text{II.14})$$

En substituant l'expression (II.14) dans (I.45) et en introduisant une nouvelle entrée de commande u , tel que $u = \dot{\eta}$.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S(q) \cdot \eta \\ [0] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [0] \\ I \end{bmatrix} \cdot u \quad (\text{II.15})$$

I : Matrice d'identité de rang 2.

On note que ce système à la même forme que le modèle cinématique. Ce système à la particularité de posséder certaines caractéristiques permettant de simplifier sa représentation d'état en la divisant en deux sous -vecteurs x_1 et x_2 , ou la dimension de x_2 est égale à la dimension de u .

Le système (II.15) est exprimé sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x) + g_1(x) \cdot u \\ \dot{x}_2 = f_2(x) + g_2(x) \cdot u \end{cases} \quad \text{Avec : } \begin{cases} f_1(x) = S(q) \cdot \eta \\ g_1(x) = [0] \\ f_2(x) = [0] \\ g_2(x) = I \end{cases}$$

Notre système réduit devient :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x) \\ \dot{x}_2 = g_2(x) \cdot u \end{cases} \quad (\text{II.16})$$

La position du robot est choisie comme vecteur de sortie du système tel que :

$$Z = \begin{bmatrix} Z_x \\ Z_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_G + L \cos \theta \\ y_G + L \sin \theta \end{bmatrix} \quad (\text{II.17})$$

On considère $S(z)$ le vecteur définissant les fonctions de commutation permettant de définir les surfaces de glissement du système de dimension m . par définition, ces fonctions on pour expression :

$$S(z) = \begin{bmatrix} S_1(z_x) \\ S_2(z_y) \end{bmatrix} \quad \text{où} \quad \begin{cases} S_1 = \dot{\tilde{z}}_x + \lambda_x \tilde{z}_x \\ S_2 = \dot{\tilde{z}}_y + \lambda_y \tilde{z}_y \end{cases} \quad (\text{II.18})$$

Avec :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{z}}_x = \dot{z}_x - \dot{z}_{xd} \\ \tilde{z}_x = z_x - z_{xd} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \dot{\tilde{z}}_y = \dot{z}_y - \dot{z}_{yd} \\ \tilde{z}_y = z_y - z_{yd} \end{cases}$$

D'autre part nous avons :

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} \dot{z}_x \\ \dot{z}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_G - L\dot{\theta} \cos \theta \\ \dot{y}_G + L\dot{\theta} \sin \theta \end{bmatrix} \quad (\text{II.19})$$

z_{id} et \dot{z}_{id} sont les coordonnées respectives du vecteur position et vitesse désirées.

λ_x et λ_y sont les coefficients des surfaces de glissement.

On utilise la méthode « reaching law approach » [14], pour la détermination la dynamique des fonctions de commutation :

$$\dot{S} = -Q \cdot \text{sign}(S) - K \cdot h(S) \quad (\text{II.20})$$

- Avec K et Q deux matrices diagonales
- La fonction $h(S)$ est une fonction dépendante de la surface de glissement.

On peut déterminer maintenant la loi de commande :

$$\dot{S} = \frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\partial S}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial S}{\partial x} \dot{x} = \frac{\partial S}{\partial x} (f(x) + g(x).u) \quad (\text{II.21})$$

Avec la relation (II.20), on a :

$$\frac{\partial S}{\partial x}(f(x) + g(x)u) = -Q \cdot \text{sign}(S) - K \cdot h(S) \quad (\text{II.22})$$

En utilisant la forme réduite du système (II.16) :

$$u = -\left(\frac{\partial S}{\partial x_2} g_2(x)\right)^{-1} \left(Q \cdot \text{sign}(S) + K \cdot h(S) + \frac{\partial S}{\partial x_1} f_1(x)\right) \quad (\text{II.23})$$

Il reste maintenant de déterminer les surfaces de commutation :

$$\begin{cases} S_1 = \dot{z}_x - \dot{z}_{xd} + \lambda_x z_x - \lambda_x z_{xd} \\ S_2 = \dot{z}_y - \dot{z}_{yd} + \lambda_y z_y - \lambda_y z_{yd} \end{cases} \quad (\text{II.24})$$

$$\begin{cases} S_1 = \dot{x} - \dot{\theta}L \sin \theta - \dot{z}_{xd} + \lambda_x x + \lambda_x L \cos \theta - \lambda_x z_{xd} \\ S_2 = \dot{y} + \dot{\theta}L \cos \theta - \dot{z}_{yd} + \lambda_y y + \lambda_y L \sin \theta - \lambda_y z_{yd} \end{cases} \quad (\text{II.25})$$

D'autre part nous avons :

$$x_1 = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \dot{x}_1 = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad x_2 = \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \dot{x}_2 = \begin{bmatrix} \ddot{\varphi}_1 \\ \ddot{\varphi}_2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.26})$$

En faisant le positionnement suivant :

$$\dot{x}_1 = \begin{bmatrix} -\frac{rL_r}{2b} \sin \theta(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) + \frac{r}{2} \cos \theta(\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2) \\ \frac{rL_r}{2b} \cos \theta(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) + \frac{r}{2} \sin \theta(\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2) \\ \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \dot{x}_2 = \begin{bmatrix} \ddot{\varphi}_1 \\ \ddot{\varphi}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.27})$$

En remplaçant \dot{x} et \dot{y} par leurs expressions :

$$\begin{cases} S_1 = -cL_r(\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2)\sin\theta + \frac{r}{2}(\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_2)\cos\theta - L\dot{\theta}\sin\theta - \dot{z}_{xd} + \lambda_x x_G + \lambda_x L\cos\theta - \lambda_x z_{xd} \\ S_2 = cL_r(\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2)\cos\theta + \frac{r}{2}(\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_2)\sin\theta + L\dot{\theta}\cos\theta - \dot{z}_{yd} + \lambda_y y_G + \lambda_y L\sin\theta - \lambda_y z_{xd} \end{cases} \quad (\text{II.28})$$

Avec :

$$\theta = c(\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2) \quad \text{et} \quad c = \frac{r}{2b}$$

Donc le calcul des dérivées partielles des deux surfaces nous mène à calculer le Jacobien:

$$\frac{\partial S}{\partial x_2} = \begin{bmatrix} \frac{\partial S_1}{\partial \dot{\phi}_1} & \frac{\partial S_1}{\partial \dot{\phi}_2} \\ \frac{\partial S_2}{\partial \dot{\phi}_1} & \frac{\partial S_2}{\partial \dot{\phi}_2} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \frac{\partial S}{\partial x_1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial S_1}{\partial x} & \frac{\partial S_1}{\partial y} & \frac{\partial S_1}{\partial \dot{\phi}_1} & \frac{\partial S_1}{\partial \dot{\phi}_2} \\ \frac{\partial S_2}{\partial x} & \frac{\partial S_2}{\partial y} & \frac{\partial S_2}{\partial \dot{\phi}_1} & \frac{\partial S_2}{\partial \dot{\phi}_2} \end{bmatrix} \quad (\text{II.29})$$

$$\frac{\partial S}{\partial x_2} = \begin{bmatrix} -cL_r \sin\theta + \left(\frac{r}{2} + L\right)\cos\theta & (cL_r + L)\sin\theta + \frac{r}{2}\cos\theta \\ (cL_r + L)\sin\theta + \frac{r}{2}\cos\theta & -(cL_r + L)\cos\theta + \frac{r}{2}\sin\theta \end{bmatrix} \quad (\text{II.30})$$

Et :

$$\begin{cases} \frac{\partial S_1}{\partial x} = \lambda_x, & \frac{\partial S_2}{\partial y} = \lambda_y, & \frac{\partial S_1}{\partial y} = \frac{\partial S_2}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial S_1}{\partial \dot{\phi}_1} = -(\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2)(c^2 \cdot L_r \cos\theta + L \cdot c \sin\theta) + \cos\theta \left(\frac{r \cdot c}{2}(\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_2) + \lambda_x L \cdot c \right) \\ \frac{\partial S_1}{\partial \dot{\phi}_2} = (\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2)\sin\theta(c^2 \cdot L_r + L \cdot c) - \frac{r \cdot c}{2}(\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_2)\cos\theta - \lambda_x L \cdot c \cdot \sin\theta \\ \frac{\partial S_2}{\partial \dot{\phi}_1} = (\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2)\cos\theta(c^2 \cdot L_r + L \cdot c) + \sin\theta \left(\frac{r \cdot c}{2}(\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_2) + \lambda_y L \cdot c \right) \\ \frac{\partial S_2}{\partial \dot{\phi}_2} = -(\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2)\cos\theta(c^2 \cdot L_r + L \cdot c) - \sin\theta \left(\frac{r \cdot c}{2}(\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_2) + \lambda_y L \cdot c \right) \end{cases} \quad (\text{II.31})$$

les expressions (II.23) et (II.14) peuvent donner un schéma block simplifiant cette stratégie de control.

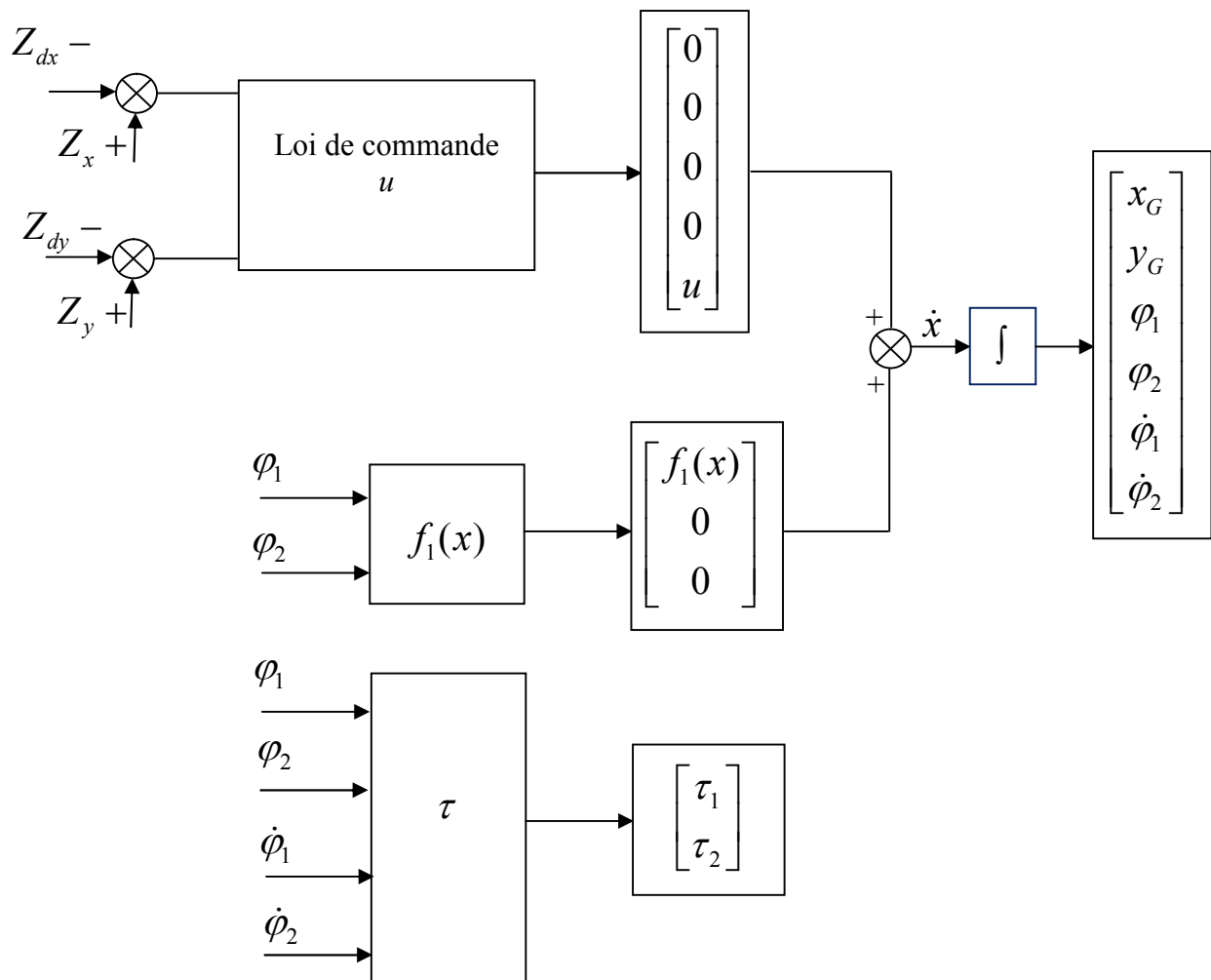


Fig. II.3 – schéma block du simulation.

II.5 Schéma de simulation sur Matlab/Simulink :
 (pour les données voir l'annexe)

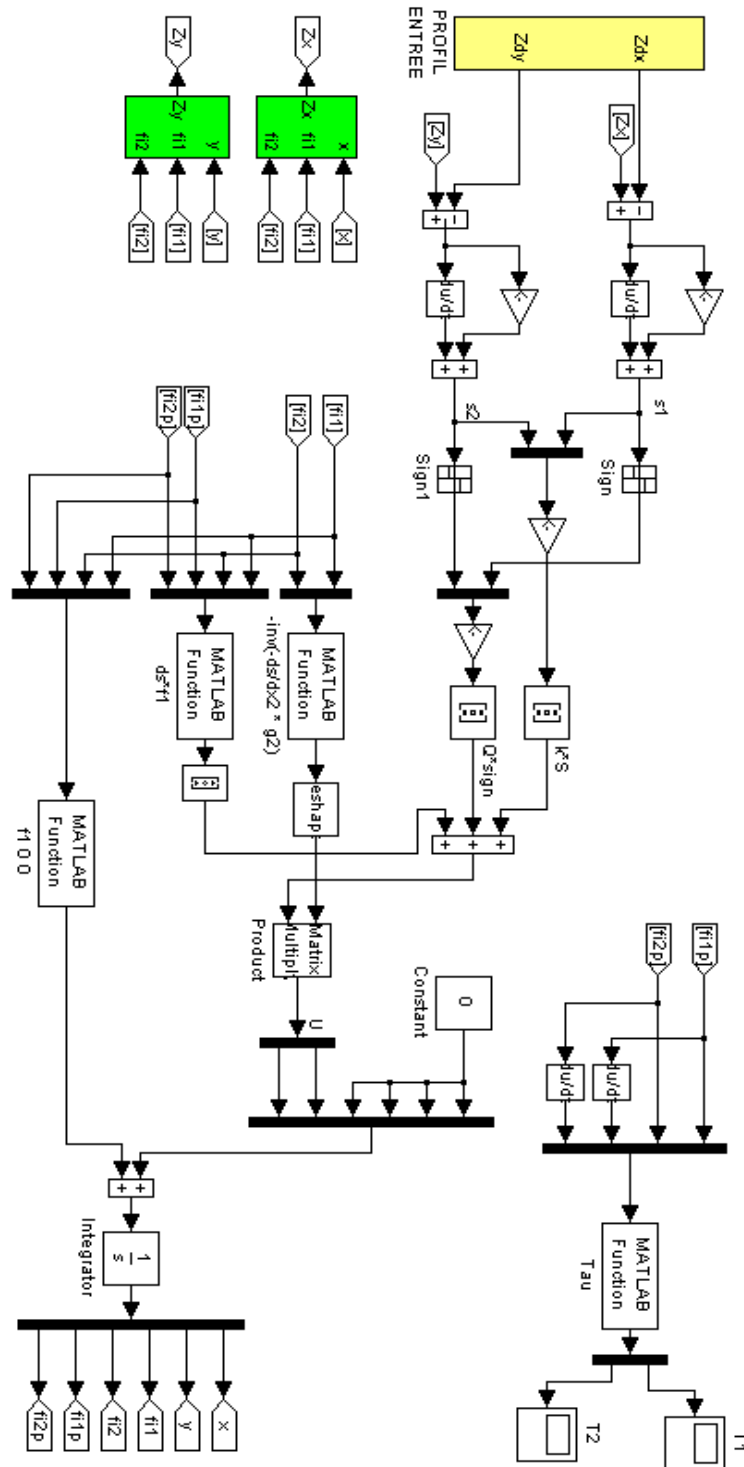


Fig. II.4 – schéma de simulation sur Matlab/Simulunk.

II.6 Les résultats de la simulation :

II.6.1 Profile 1 :

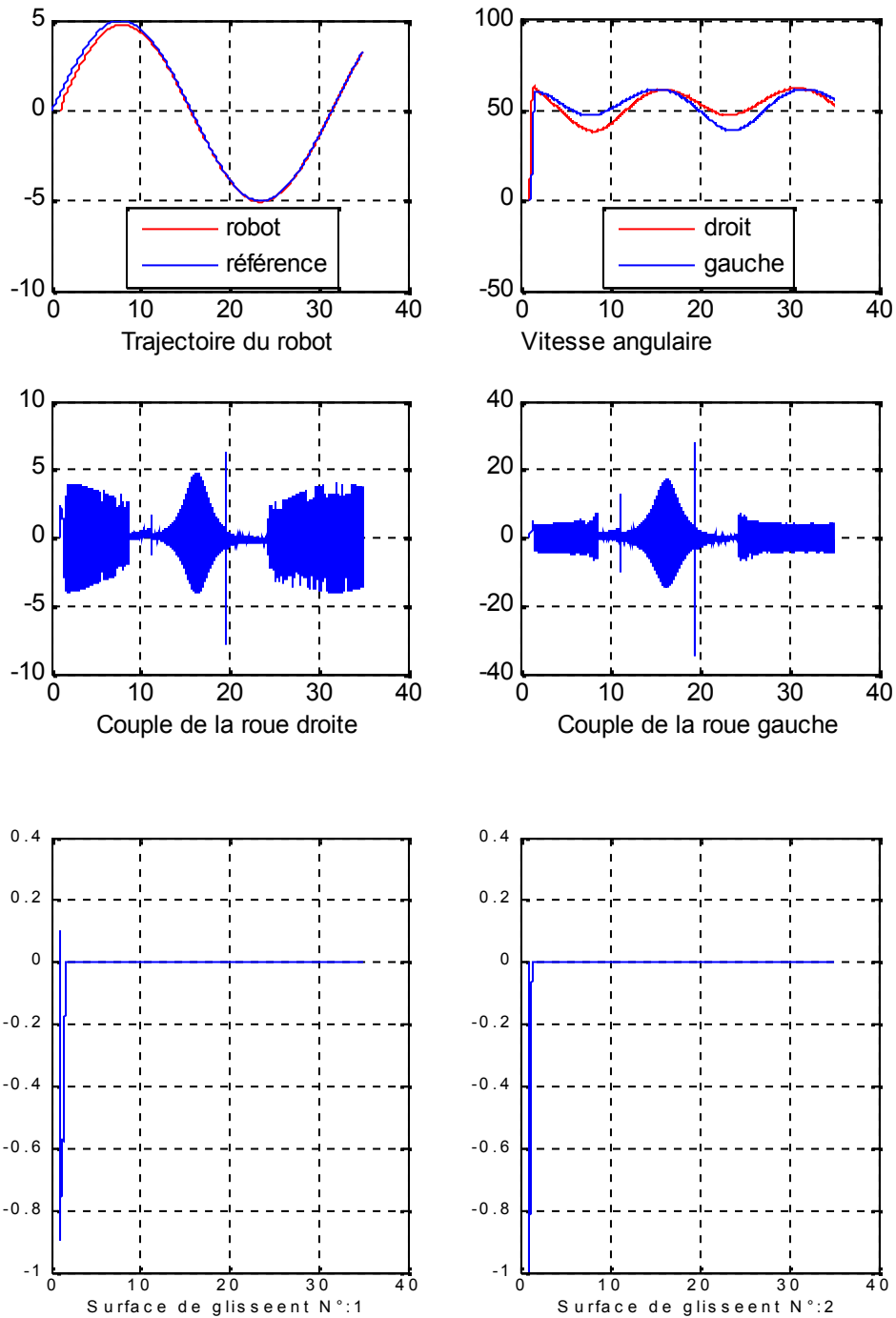


Fig. II.5 – Les résultats de simulation pour le 1^{er} profile.

II.6.2 Profile 2 :

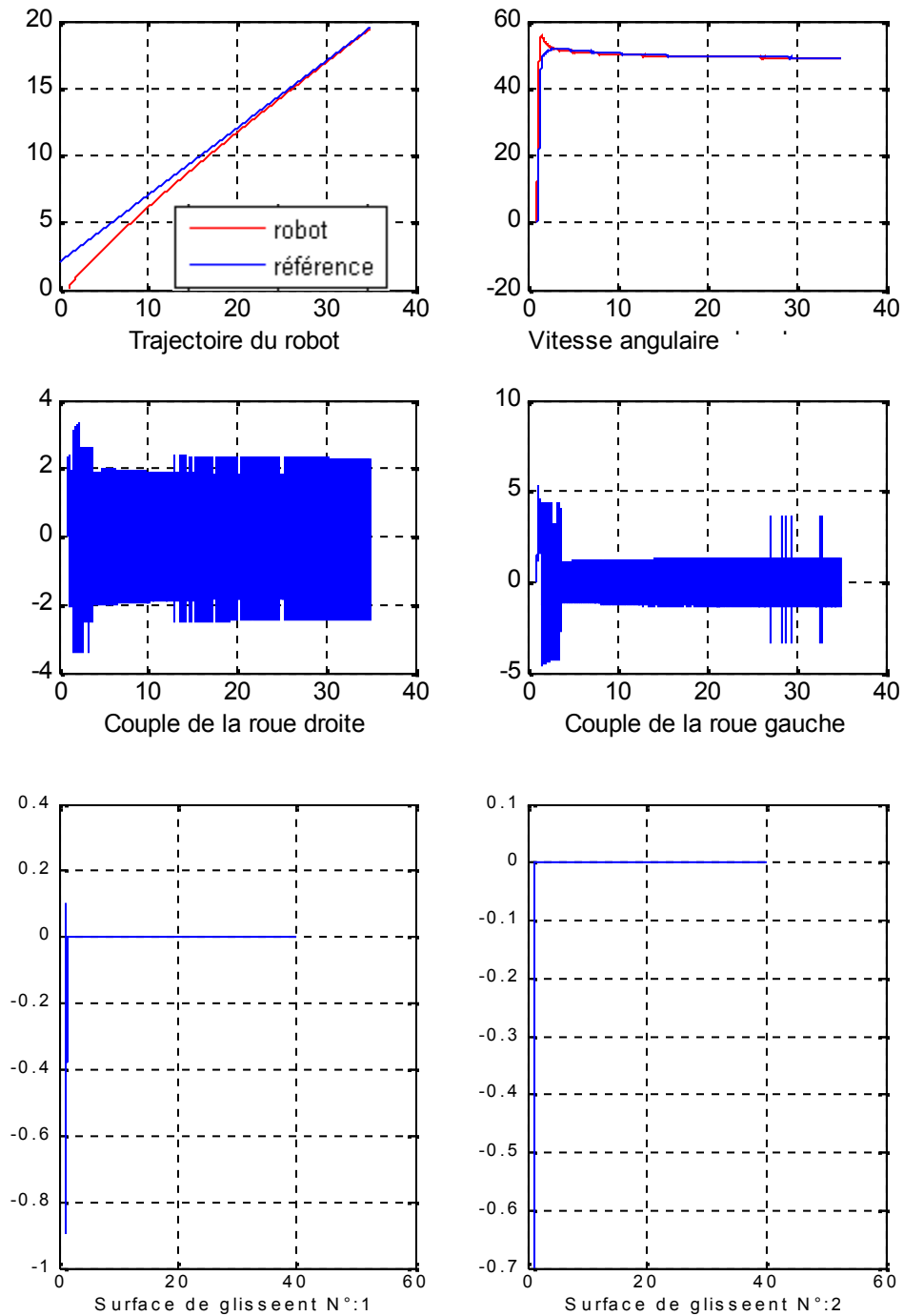


Fig. II.6 – Les résultats de simulation pour le 2^{ème} profile.

Les résultats du premier et de deuxième profile montrent que le robot a suivi parfaitement les trajectoires données.

Les deux roues motrices accélèrent différemment pour permettre au véhicule une bonne poursuite de chemin (par exemple : pour tourner à droite, la roue gauche accélère et la roue droite décélère), mais dans le cas d'un chemin direct les vitesses des deux roues sont presque égales.

Les surfaces de glissement s'annulent après un certain temps très réduit, ce qui explique l'attractivité de la commande.

Ces remarques expliquent que la commande a donnée une bonne performance, dans la poursuite de la trajectoire, et la stabilité du système.

Le problème majeur de cette commande est le phénomène de brouillage (chattering) apparu dans le couple due à la fonction de commutation discontinue (relais). Ce défaut manifeste physiquement en bruit et vibration.

Dans le chapitre prochain le problème sera traité avec la commande hybride, mode glissant – floue.



Chapitre III

III.1 Généralités sur la logique floue

III.1.1 Introduction :

Au départ théorie, la logique floue s'affirme comme une technique opérationnelle. Utilisée à côté d'autres techniques de contrôle avancé, elle fait une entrée discrète mais appréciée dans les automatismes de contrôle industriel.

La logique floue ne remplace pas nécessairement les systèmes de régulation conventionnels. Elle est complémentaire. Ses avantages viennent notamment de ses capacités à :

- formaliser et simuler l'expertise d'un opérateur ou d'un concepteur dans la conduite et le réglage d'un procédé,
- donner une réponse simple pour les procédés dont la modélisation est difficile,
- prendre en compte sans discontinuité des cas ou exceptions de natures différentes, et les intégrer au fur et à mesure dans l'expertise,
- prendre en compte plusieurs variables et effectuer de la « fusion pondérée » des grandeurs d'influence.

La logique floue, dans la plupart des applications actuelles, permet de prendre en compte toutes sortes de connaissances qualitatives de concepteurs et d'opérateurs dans l'automatisation des systèmes.

III.1.2 Apparition de la logique floue :

Le terme d'ensemble flou apparaît pour la première fois en 1965 lorsque le professeur Lotfi A. Zadeh, de l'université de Berkeley aux USA, publie un article intitulé « Ensembles flous » (Fuzzy sets). Il a réalisé depuis de nombreuses avancées théoriques majeures dans le domaine et a été rapidement accompagné par de nombreux chercheurs développant des travaux théoriques [15].

III.1.3 Premières applications :

Parallèlement, certains chercheurs se sont penchés sur la résolution par logique floue de problèmes réputés difficiles. Ainsi en 1975, le professeur Mamdani à Londres développe une stratégie pour le contrôle des procédés et présente les résultats très encourageants qu'il a obtenus sur la conduite d'un moteur à vapeur. En 1978, la société danoise F.L.Smidth réalise le contrôle d'un four à ciment. C'est là la première véritable application industrielle de la logique floue [16].

III.1.4 Essor

C'est au Japon, où la recherche n'est pas seulement théorique mais également très applicative, que la logique floue connaît son véritable essor. A la fin des années 1980, c'est d'un véritable boum qu'il faut parler. Les produits grand public, machines à laver, appareils photographiques et autres caméscopes estampillés « fuzzy logic » ne se comptent plus. Dans l'industrie, le traitement des eaux, les grues portuaires, les métros, les systèmes de ventilation et de climatisation sont touchés. Enfin, des applications existent dans des domaines très différents tels que la finance ou le diagnostic médical. A partir de 1990, c'est en Allemagne que des applications apparaissent en grand nombre ainsi qu'à une moindre échelle aux USA [17].

III.1.5 Intérêt

La logique floue trouve ses origines dans un certain nombre de constatations :

- La connaissance que l'être humain a d'une situation quelconque est généralement imparfaite,
 - elle peut être incertaine (il doute de sa validité),
 - ou imprécise (il a du mal à l'exprimer clairement).
- L'être humain résout souvent des problèmes complexes à l'aide de données approximatives : la précision des données est souvent inutile ; par exemple pour choisir un appartement, il pourra prendre en compte la surface, la proximité de commerces, la distance du lieu de travail, le loyer, sans pour autant avoir besoin d'une valeur très précise de chacune de ces données.
- Dans l'industrie ou les techniques, les opérateurs résolvent souvent des problèmes complexes de manière relativement simple et sans avoir besoin de modéliser le système. De même, tout le monde sait qu'un modèle mathématique n'est pas nécessaire pour conduire une voiture et pourtant une voiture est un système très complexe.
- Plus la complexité d'un système augmente, moins il est possible de faire des affirmations précises sur son comportement.

De ces constatations viennent naturellement les déductions suivantes :

- plutôt que de modéliser le système, il est souvent intéressant de modéliser le comportement d'un opérateur humain face au système ;
- plutôt que par des valeurs numériques précises, le fonctionnement doit être décrit par des qualificatifs globaux traduisant l'état approximatif des variables.

III.1.6 Utilisation pour le contrôle :

La logique floue est bien connue des automaticiens pour ses applications dans le contrôle-commande de procédés, appelé alors couramment « contrôle flou ». Tout comme un contrôleur (ou correcteur) classique, le contrôleur flou s'insère dans la boucle de régulation et calcule la commande à appliquer au procédé suivant une ou plusieurs consignes et une ou plusieurs mesures effectuées sur celui-ci.

Les bases de règles floues sont intéressantes en commande car elles permettent :

- de prendre en compte une expertise existante de nature qualitative,
- de prendre en compte des variables que l'on sait difficilement intégrer dans la boucle,
- d'améliorer le fonctionnement de contrôleurs classiques, par :
 - autoréglage hors ligne ou en ligne des gains de ces contrôleurs.
 - modification de leur sortie (feed forward) en fonction d'événements qui ne peuvent pas être pris en compte par une technique classique.

III.1.7 La capitalisation du savoir-faire :

Pour que l'utilisation de règles floues puisse être envisagée, il faut impérativement qu'il existe une expertise, un savoir-faire humain. Les bases de règles floues n'apportent pas de solution quand personne ne sait comment fonctionne le système ou ne peut le piloter manuellement. Lorsque ce savoir-faire existe et est transcribable sous forme de règles floues, la logique floue permet de le mettre facilement en œuvre et le fonctionnement est facilement compréhensible par l'utilisateur.

Au-delà de l'automatisation, la logique floue permet une réelle capitalisation du savoir-faire du terrain, souvent recherchée pour éviter la perte du savoir-faire ou pour le démultiplier dans l'entreprise. Lors du recueil d'expertise, l'oubli inconscient d'informations, la difficulté d'expliquer, la crainte de divulguer son savoir sont des obstacles souvent rencontrés. Cette étape doit donc être préparée et menée avec soin, particulièrement sur le plan humain. Dans les cas où une expertise humaine existe, l'utilisation de règles floues est envisageable, à plus forte raison lorsque des imperfections entachent la connaissance du système, lorsque celui-ci est très complexe et que sa modélisation est difficile ou lorsque la façon de l'aborder passe par une vue globale de certains de ses aspects. Les règles floues ne se substituent pas aux méthodes classiques d'automatique mais les complètent.

III.1.8 Théorie des ensembles flous :

a) Notion d'appartenance partielle

Dans la théorie des ensembles, un élément appartient ou n'appartient pas à un ensemble. La notion d'ensemble est à l'origine de nombreuses théories mathématiques. Cette notion essentielle ne permet cependant pas de rendre compte de situations pourtant simples et rencontrées fréquemment.

Parmi des fruits, il est facile de définir l'ensemble des pommes. Par contre, il sera plus difficile de définir l'ensemble des pommes mûres. On conçoit bien que la pomme mûrit progressivement... la notion de pomme mûre est donc graduelle. C'est pour prendre en compte de telles situations qu'a été créée la notion d'ensemble flou. La théorie des ensembles flous repose sur la notion d'appartenance partielle : chaque élément appartient partiellement ou graduellement aux ensembles flous qui ont été définis. Les contours de chaque ensemble flou (**fig.III. 1**) ne sont pas « nets », mais « flous » ou « graduels ».

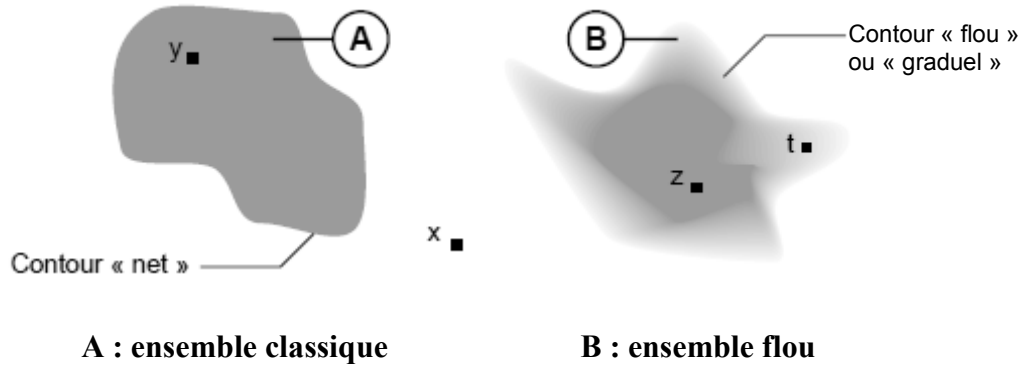


Fig. III.1 – comparaison d'un ensemble classique et d'un ensemble flou.

b) Définition formelle d'un ensemble flou :

Soit U une collection d'objets ou de valeurs notées par « x ». Un ensemble flou A dans U est défini par l'ensemble des couples ordonnées, soit :

$$A = \{(x, \mu_A(x)) / x \in U\} \quad (\text{III.1})$$

Où $\mu_A(x)$ est une fonction qui prend ses valeurs dans $[0, 1]$ et est appelée fonction d'appartenance. Elle caractérise l'ensemble flou A et fournit une mesure du degré d'appartenance de x de U dans l'ensemble A . U est appelé univers de discours, il peut contenir des valeurs continues ou discrètes. Selon la notation de Zadeh [15], A peut s'écrire respectivement dans ces deux cas comme :

$$A = \int_U \mu_A(x) / x \quad A = \sum_{x_i \in U} \mu_A(x_i) / x_i \quad (\text{III.2})$$

c) Fonctions d'appartenance :

Un ensemble flou est défini par sa « fonction d'appartenance », qui correspond à la notion de « fonction caractéristique » en logique classique. Supposons que nous voulions définir l'ensemble des personnes de « taille moyenne ». En logique classique, nous conviendrons par exemple que les personnes de taille moyenne sont celles dont la taille est comprise entre 1,60

m et 1,80 m. La fonction caractéristique de l'ensemble (**fig. III.2**) donne « 0 » pour les tailles hors de l'intervalle [1,60 m ; 1,80 m] et « 1 » dans cet intervalle. L'ensemble flou des personnes de « taille moyenne » sera défini par une « fonction d'appartenance » qui diffère d'une fonction caractéristique par le fait qu'elle peut prendre n'importe quelle valeur dans l'intervalle [0, 1]. A chaque taille possible correspondra un « degré d'appartenance » à l'ensemble flou des « tailles moyennes » (**fig. III.3**), compris entre 0 et 1.

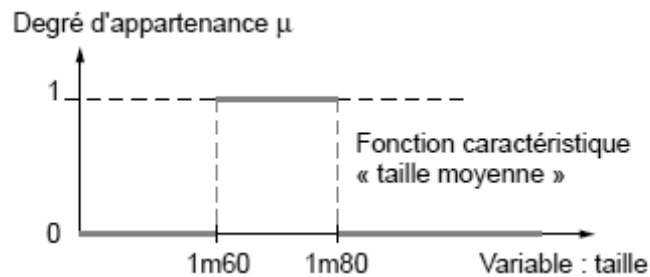


Fig. III.2 – fonction caractéristique.

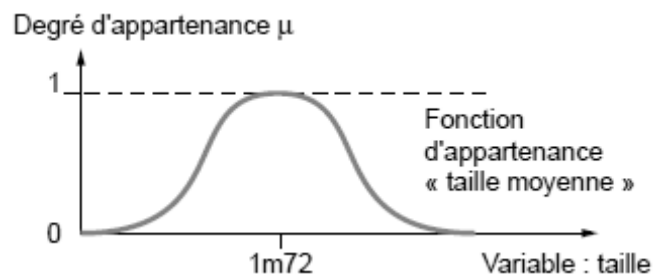


Fig. III.3 – fonction d'appartenance.

Plusieurs ensembles flous peuvent être définis sur la même variable, par exemple les ensembles « taille petite », « taille moyenne » et « taille grande », notions explicitées chacune par une fonction d'appartenance (**fig. III.4**).

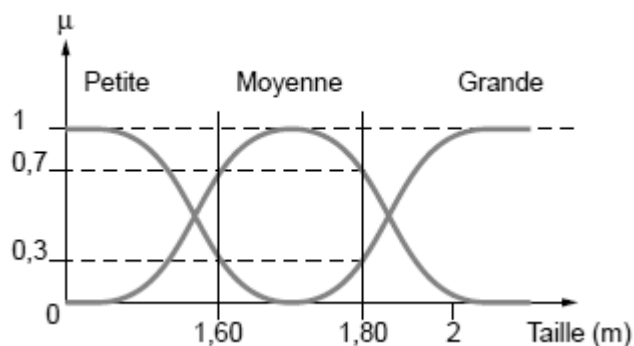


Fig. III.4 – fonction d'appartenance, variable et terme linguistique.

Cet exemple montre la gradualité que permet d'introduire la logique floue. Une personne de 1,80 m appartient à l'ensemble « taille grande » avec un degré 0,3 et à l'ensemble « taille moyenne » avec un degré de 0,7. En logique classique, le passage de moyen à grand serait brusque. Une personne de 1,80 m serait par exemple de taille moyenne alors qu'une personne de 1,81 m serait grande, ce qui choque l'intuition.

La variable (par exemple : taille) ainsi que les termes (par exemple : moyenne, grande) définis par les fonctions d'appartenance portent respectivement les noms de variable linguistique et de termes linguistiques. Comme cela sera vu plus loin, variables et termes linguistiques peuvent être utilisés directement dans des règles.

Les fonctions d'appartenance peuvent théoriquement prendre n'importe quelle forme. Toutefois, elles sont souvent définies par des segments de droites, et dites « linéaires par morceaux » (**fig. III.5**).

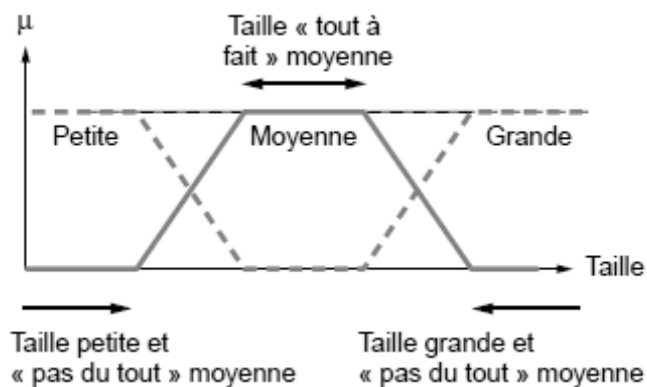


Fig. III.5 – fonctions d'appartenance linéaires par morceaux.

Les fonctions d'appartenance « linéaires par morceaux » sont très utilisées car :

- elles sont simples,
- elles comportent des points permettant de définir les zones où la notion est vraie, les zones où elle est fausse, ce qui simplifie le recueil d'expertise.

Ce sont des fonctions d'appartenance de ce type qui seront utilisées dans la suite de ce document. Dans certains cas, les fonctions d'appartenance peuvent être égales à 1 pour une seule valeur de la variable et égales à 0 ailleurs, et prennent alors le nom de « fonctions d'appartenance singletons ». Un singleton flou (**fig. III.6**) défini sur une variable réelle (taille) est la traduction dans le domaine flou d'une valeur particulière (taille de Paul) de cette variable.

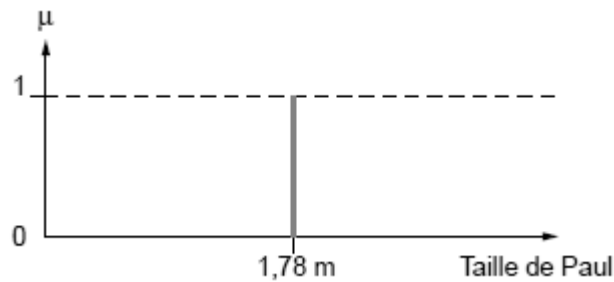


Fig. III.6 – fonction d'appartenance singleton.

d) Fuzzification – Degré d'appartenance :

L'opération de fuzzification permet de passer du domaine réel au domaine du flou. Elle consiste à déterminer le degré d'appartenance d'une valeur (mesurée par exemple) à un ensemble flou. Par exemple (**fig. III.7**), si la valeur courante de la variable « entrée » est de 2, le degré d'appartenance à la fonction d'appartenance « entrée faible » est égal à 0,4 qui est le résultat de la fuzzification.

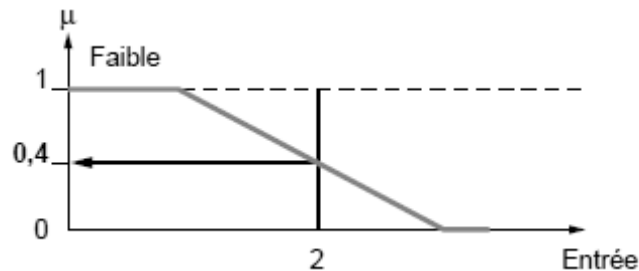


Fig. III.7 – fuzzification.

On peut aussi dire que la proposition « entrée faible » est vraie à 0,4. On parle alors de degré de vérité de la proposition. Degré d'appartenance et degré de vérité sont donc des notions similaires.

e) Opérateurs logiques flous :

Ces opérateurs permettent d'écrire des combinaisons logiques entre notions floues, c'est-à-dire de faire des calculs sur des degrés de vérité. Comme pour la logique classique, on peut définir des opérateurs ET, OU, négation. Exemple : Appartement Intéressant = Loyer Raisonnable ET Surface Suffisante

f) Choix des opérateurs :

Il existe de nombreuses variantes dans ces opérateurs. Cependant, les plus répandus sont ceux dits « de Zadeh » décrits ci-dessous.

g) Intersection :

L'opérateur logique correspondant à l'intersection d'ensembles est le ET. Le degré de vérité de la proposition « A ET B » est le minimum des degrés de vérité de A et de B :

$$\mu (A \text{ ET } B) = \text{MIN} (\mu (A), \mu (B)) \quad (\text{III.3})$$

Exemple :

« Température Basse » est vraie à 0,7 « Pression Faible » est vraie à 0,5
« Température Basse ET Pression Faible » est donc vraie à 0,5 = MIN (0,7; 0,5)

Remarque : *l'opérateur ET de la logique classique est bien respecté : 0 ET 1 donne bien 0.*

h) Union :

L'opérateur logique correspondant à l'union d'ensembles est le OU. Le degré de vérité de la proposition « A OU B » est le maximum des degrés de vérité de A et de B :

$$\mu (A \text{ OU } B) = \text{MAX} (\mu (A), \mu (B)) \quad (\text{III.4})$$

Exemple :

« Température Basse » est vraie à 0,7 « Pression Faible » est vraie à 0,5
« Température Basse OU Pression Faible » est donc vraie à 0,7.

Remarque : *l'opérateur OU de la logique classique est bien respecté : 0 OU 1 donne bien 1.*

i) Complément :

L'opérateur logique correspondant au complément d'un ensemble est la négation.

$$\mu (\text{NON } A) = 1 - \mu(A) \quad (\text{III.5})$$

Exemple :

« Température Basse » est vraie à 0,7 « NON Température Basse », que l'on utilisera généralement sous la forme « Température NON Basse », est donc vraie à 0,3.

Remarque : *l'opérateur négation de la logique classique est bien respecté : NON(0) donne bien 1 et NON(1) donne bien 0.*

j) Règles floues

La logique floue a pour objectif de formaliser et de mettre en œuvre la façon de raisonner d'un être humain. En cela, elle peut être classée dans le domaine de l'intelligence artificielle.

L'outil le plus utilisé dans les applications de logique floue est la base de règles floues. Une base de règles floues est composée de règles qui sont généralement utilisées en parallèle, mais peuvent également être enchaînées dans certaines applications. Une règle est du type :

SI « prédicat » ALORS « conclusion ».

Par exemple : « Si température élevée et pression forte ALORS ventilation forte et soupape grande ouverte ».

Les bases de règles floues, tout comme les systèmes experts classiques, fonctionnent en s'appuyant sur une base de connaissance issue de l'expertise humaine. Il y a néanmoins de grandes différences dans les caractéristiques et le traitement de cette connaissance.

k) Prédicat

Un prédicat (encore appelé prémisse ou condition) est une combinaison de propositions par des opérateurs ET, OU, NON. Les propositions « température élevée » et « pression forte » de l'exemple précédent sont combinées par l'opérateur ET pour former le prédicat de la règle.

Une règle floue comporte trois étapes fonctionnelles résumées dans la figure (III.8).

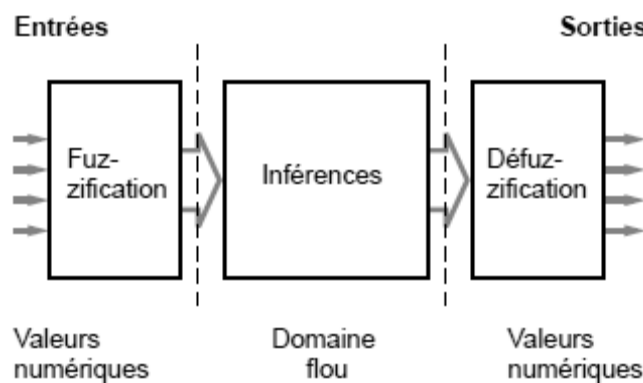


Fig. III.8 – traitement flou.

l) Inférence

Le mécanisme d'inférence le plus couramment utilisé est celui dit « de Mamdani ». Il représente une simplification du mécanisme plus général basé sur « l'implication floue » et le « modus ponens généralisé ».

III.1.9 Conclusion

La conclusion d'une règle floue est une combinaison de propositions liées par des opérateurs ET. Dans l'exemple précédent, « ventilation forte » et « soupape grande ouverte » sont la conclusion de la règle. On n'utilise pas de clauses « OU » dans les conclusions, car elles introduiraient une incertitude dans la connaissance (l'expertise ne permettrait pas de déterminer quelle décision prendre). Cette incertitude n'est pas prise en compte par le mécanisme d'inférence de Mamdani, qui ne permet de gérer que des imprécisions. Les règles floues « de Mamdani » ne sont donc a priori pas adaptées à du diagnostic de type « diagnostic médical » pour lequel les conclusions sont incertaines. La théorie des possibilités, inventée par Lotfi Zadeh, apporte dans ces cas une méthodologie adéquate. De même, la négation est a priori interdite dans les conclusions pour des règles de Mamdani. En effet, si une règle avait par exemple la conclusion « Alors ventilation non moyenne », il serait impossible de dire si cela signifie « ventilation faible » ou « ventilation forte ». Ce serait encore un cas d'incertitude.

III.1.10 Mécanisme d'inférence de Mamdani

▪ **Principe :**

Une base de règles floues de Mamdani comprend donc des règles linguistiques faisant appel à des fonctions d'appartenance pour décrire les concepts utilisés (fig. III.9).

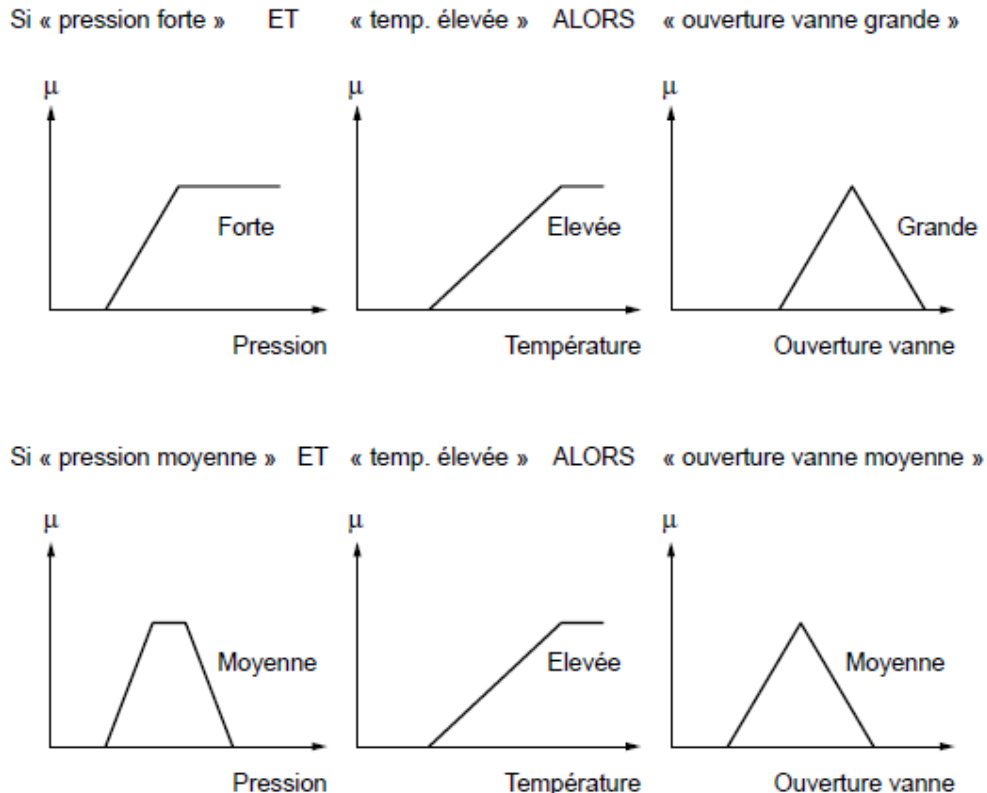


Fig. III.9 – implication.

Le mécanisme d'inférence comprend les étapes suivantes :

Fuzzification :

La fuzzification consiste à évaluer les fonctions d'appartenance utilisées dans les prédicats des règles, comme illustré par la figure III.10 :

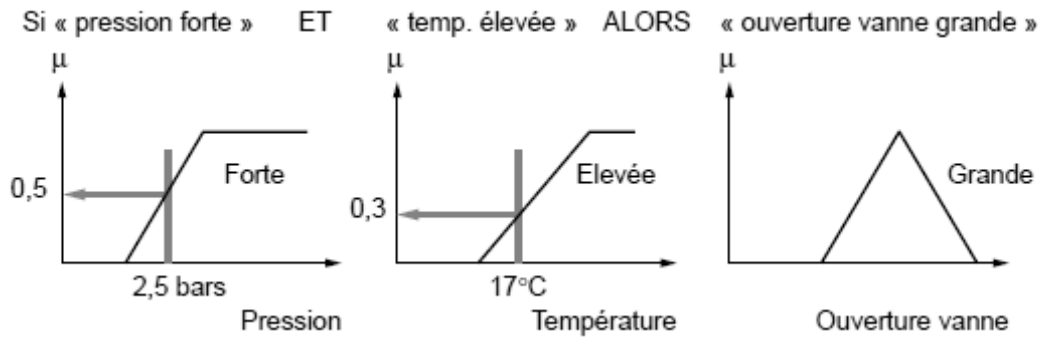


Fig. III.10 – fuzzification.

Degré d'activation

Le degré d'activation d'une règle est l'évaluation du prédicat de chaque règle par combinaison logique des propositions du prédicat, comme illustré dans la figure (III.11).

Le « ET » est réalisé en effectuant le minimum entre les degrés de vérité des propositions.

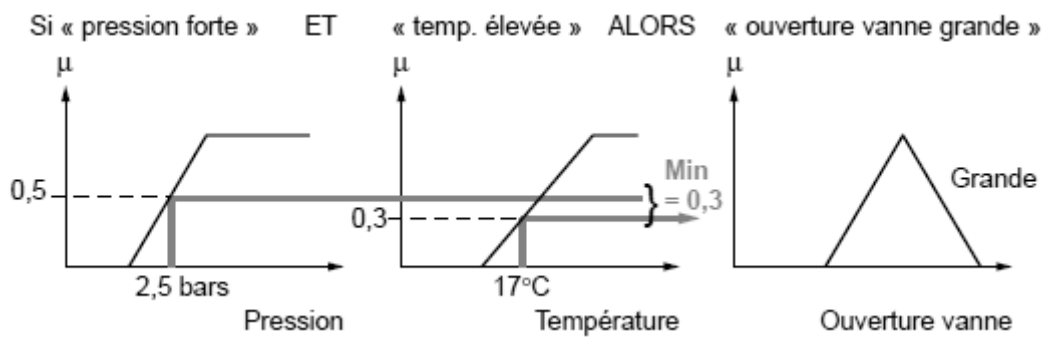


Fig. III.11 – activation.

Implication

Le degré d'activation de la règle permet de déterminer la conclusion de la règle, c'est l'implication. Il existe plusieurs opérateurs d'implication, mais le plus utilisé est le « minimum ». L'ensemble flou de conclusion est construit en réalisant le minimum entre le degré d'activation et la fonction d'appartenance, sorte d' « écrêtage » de la fonction d'appartenance de conclusion (**fig. III.12**).

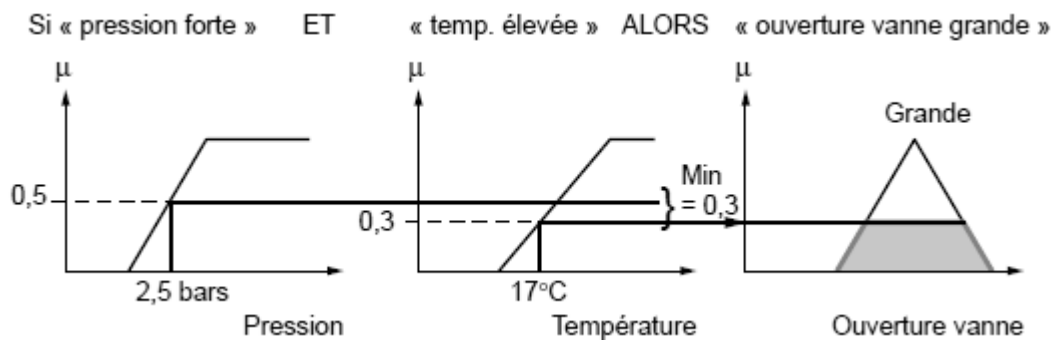


Fig. III.12 – implication

Agrégation

L'ensemble flou global de sortie est construit par agrégation des ensembles flous obtenus par chacune des règles concernant cette sortie. L'exemple suivant présente le cas où deux règles agissent sur une sortie. On considère que les règles sont liées par un « OU » logique, et on calcule donc le maximum entre les fonctions d'appartenance résultantes pour chaque règle (**fig. III.13**).

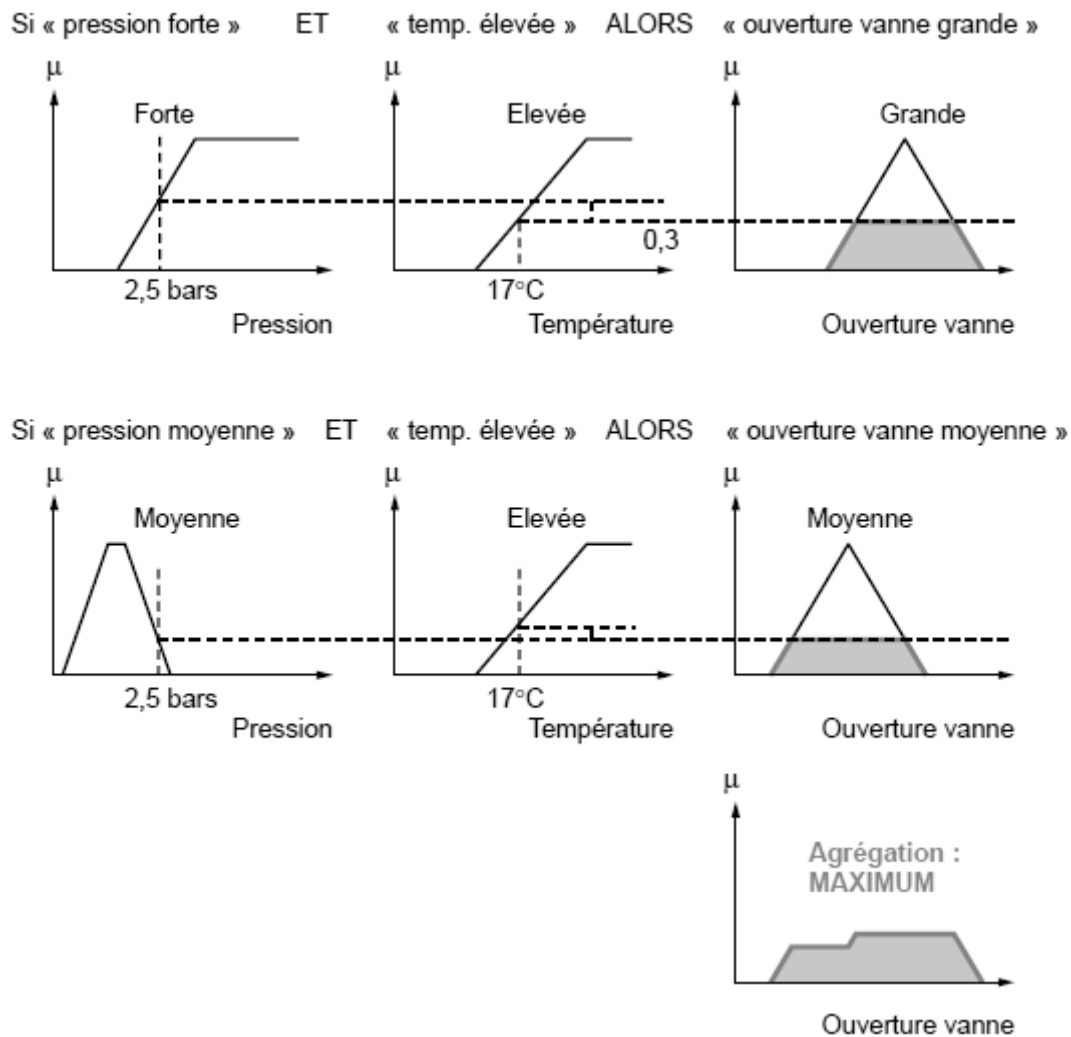


Fig. III.13 – agrégation des règles.

Déffuzification :

A la fin de l'inférence, l'ensemble flou de sortie est déterminé mais il n'est pas directement utilisable pour donner une information précise à l'opérateur ou commander un actionneur. Il est nécessaire de passer du « monde flou » au « monde réel », c'est la déffuzification. Plusieurs méthodes de déffuzification ont été proposées parmi lesquelles on peut citer [18] :

- la méthode du maximum,
- la moyenne des maxima,
- le centre de gravité,
- la méthode des aires.

La méthode de centre de gravité est la plus utilisée en commande floue. Elle permet de prendre en compte l'influence de l'ensemble des actions contenues dans la solution floue, en effectuant la moyenne de ces actions pondérées par leurs degrés d'appartenance.

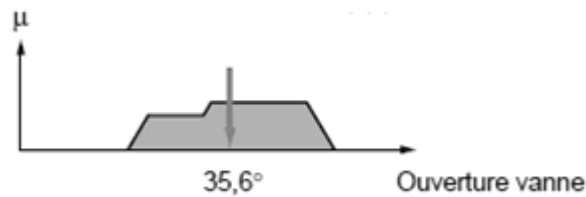


Fig. III.14 – Déffuzification par centre de gravité.

III.2 Mode glissant – floue :

III.2.1 introduction :

Comme on a vu dans le chapitre précédent l'inconvénient majeur de la commande en mode glissant, est le phénomène de chattering créé par l'utilisation de la commande de type relais « $sign(S)$ ».

$$U = U_{eq} + U_n \quad (\text{III.6})$$

$$U_n = K \cdot \text{sign}(S(x, t)) \quad (\text{III.7})$$

Une solution est proposée afin d'éliminer les dynamiques indésirables dû au chattering en remplaçant la commande discontinue « U_n » par un contrôleur flou.

III.2.2 Conception d'un contrôleur flou :

Pour une bonne précision on utilise un contrôleur flou à deux entrées (variable), l'erreur et son dérivé et une seule sortie.

III.2.3 Fuzzification

Cette étape s'occupe de la transformation des valeurs numériques aux entrées en valeurs floues en utilisant les bases de données. Comme le traitement de données dans un contrôleur est basé sur la théorie des ensembles flous, la fuzzification doit être faite a priori.

Pour la fuzzification proprement dite, il faut choisir la stratégie de fuzzification et effectuer l'opération de fuzzification qui a pour forme symbolique :

$$x = \textit{fuzzification} (x_0) \quad (\text{III.8})$$

Où x_0 est la valeur numérique de l'entrée, et x est un ensemble flou. Cet opérateur calcul le degré d'appartenance à un ensemble flou pour une entrée déterministe donnée.

La stratégie de fuzzification comprend le choix des fonctions d'appartenance. Suivant les plages de valeurs, il existe deux méthodes de définition : numérique pour les valeurs discrètes et fonctionnelles pour les valeurs continues. Les fonctions d'appartenance sous forme fonctionnelle sont avantageusement employées.

Les fonctions d'appartenance des formes trapézoïdale, triangulaire et de cloche sont les plus souvent employées. Nous pouvons choisir la forme triangulaire et trapézoïdale en raison simplicité. L'opérateur de fuzzification devient donc une interpolation linéaire.

III.2.4 Partition floue des espaces d'entrées et de sortie :

Il faut tout d'abord définir des ensembles flous. En général, on introduit pour une variable x trois, cinq ou sept ensembles.

Les différents ensembles sont caractérisés par des désignations standards :

- négatif grand NG.
- négatif moyen NM.
- négatif petit NP.
- environ zéro ZE.
- positif petit PP.
- positif moyenne PM.
- positif grand PG.

Pour chaque grandeur, la répartition des ensembles flous pourrait être symétrique ou non-symétrique, équidistante ou non-équidistante, sans ou avec chevauchement.

On a choisi cette répartition pour notre problème :

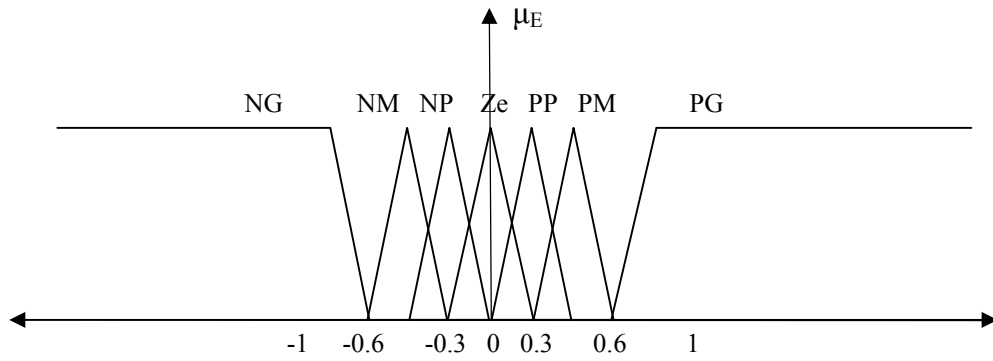


Fig. III.15 – Erreur de l'entrée.

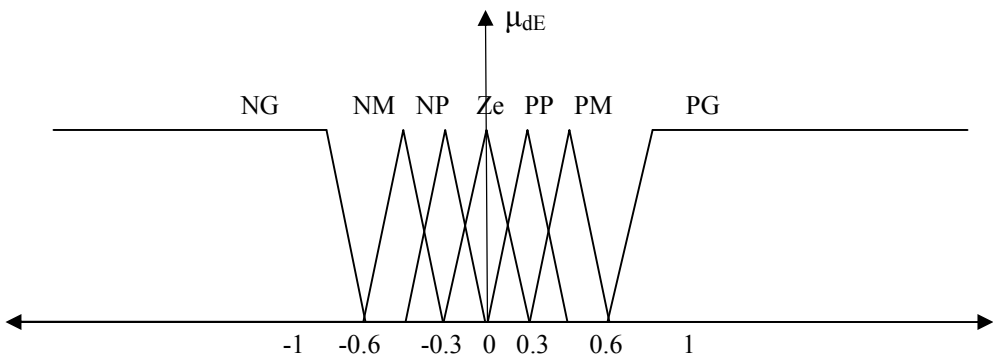


Fig. III.16 – Dérivé de l'erreur de l'entrée

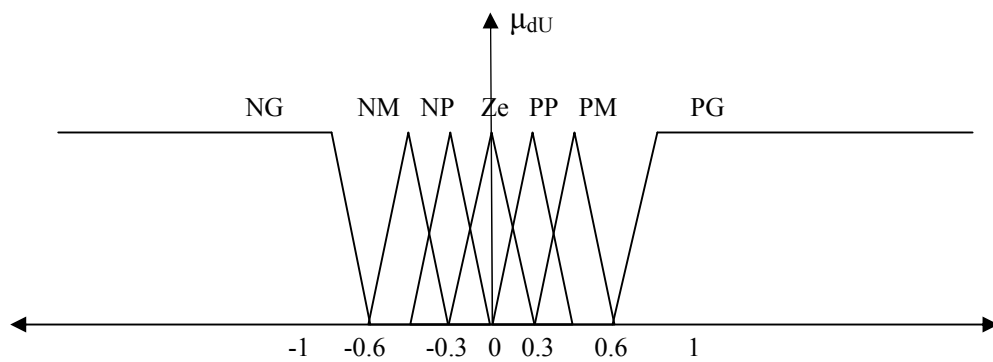


Fig. III.17 – La sortie.

III.2.5 Bases des règles et établissement des règles d'inférence

A partir de l'étude du comportement du système nous pouvons établir les règles de commande, qui relient la sortie avec les entrées. Comme nous l'avons constaté, il y a sept ensembles flous, ce qui implique quarante-neuf combinaisons possibles de ces entrées, d'où quarante-neuf règles données sous la forme de tableau :

E \ dE	NG	NM	NP	Ze	PP	PM	PG
NG	NG	NG	NG	NG	NM	NP	Ze
NM	NG	NG	NG	NM	NP	Ze	PP
NP	NG	NG	NM	NP	Ze	PP	PM
Ze	NG	NM	NP	Ze	PP	PM	PG
PP	NM	NP	Ze	PP	PM	PG	PG
PM	NP	Ze	PP	PM	PG	PG	PG
PG	Ze	PP	PM	PG	PG	PG	PG

Tab. III.1 – Tableau des règles d'inférence.

III.2.6 Schéma block de la simulation :

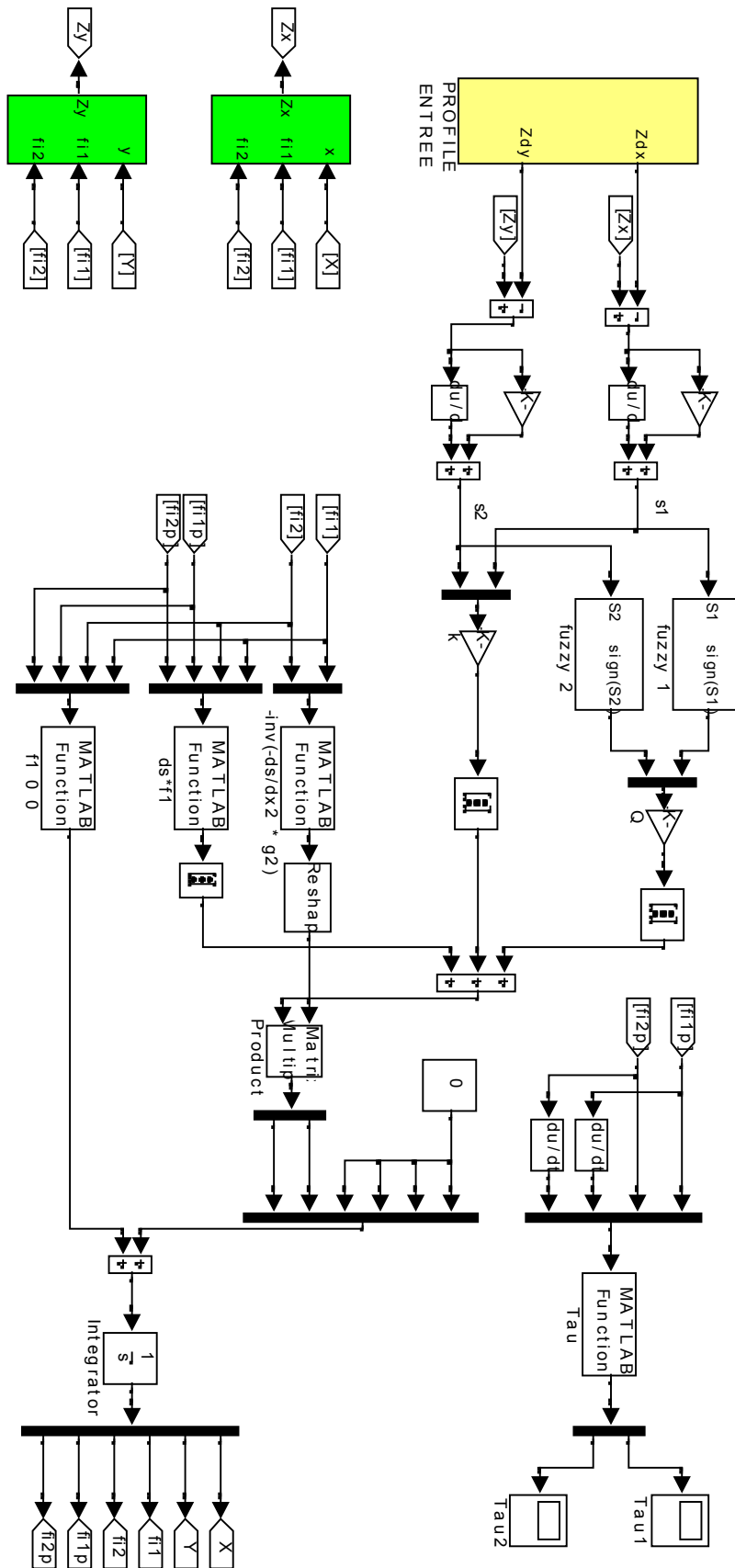


Fig. III.18 Schéma block Simulink

III.2.7 Résultats de la simulation :

III.2.7.1 Profile 1 :

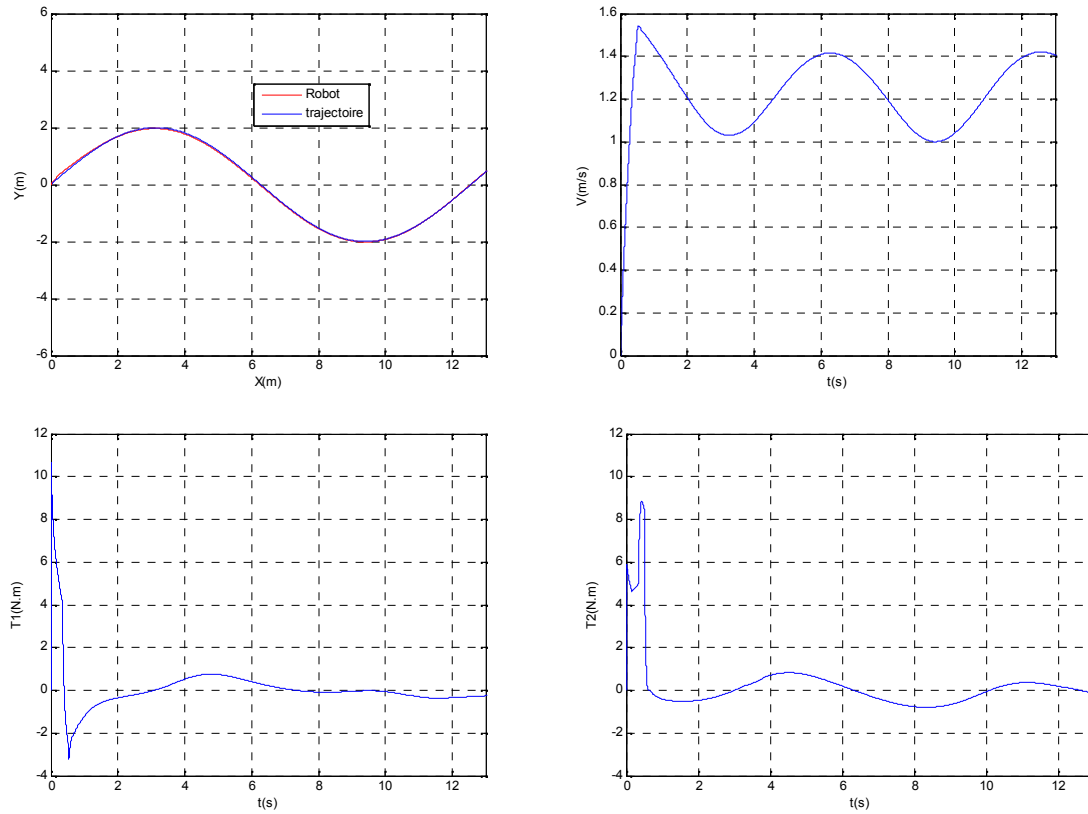


Fig. III.19 – Les résultats de simulation pour le 1^{er} profile.

III.2.7. 2 Profile 2 :

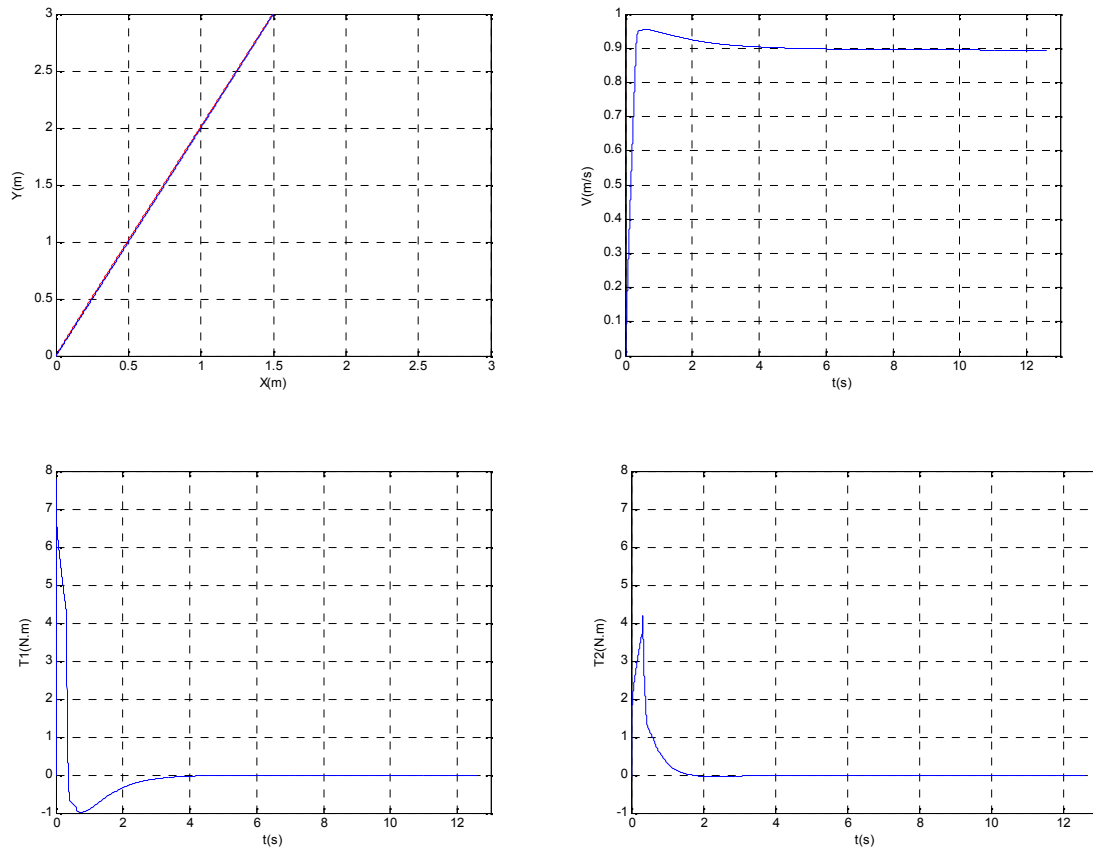


Fig. III.20 – Les résultats de simulation pour le 2^{ème} profile.

Les résultats du premier et de deuxième profile montrent que le robot a suivi parfaitement les trajectoires. Les surfaces de glissement s'annulent après un certain temps très réduit, ce qui explique l'attractivité de la commande. Comme la commande par mode glissant, cette stratégie de contrôle hybride a donnée une bonne performance, dans la poursuite de la trajectoire, et la stabilité du système.

Contrairement a la commande par mode glissant, le couple n'a aucune perturbation donc le problème « chattering » est complètement disparu, mais l'erreur (les surfaces de glissement) est grand par rapport la commande précédente et on peut le voir clairement dans la figure (III.19).



Chapitre IV

Etude comparative entre la commande par mode glissant et glissant – floue pour la commande de la trajectoire d’un robot mobile non holonome.

IV.1 Introduction :

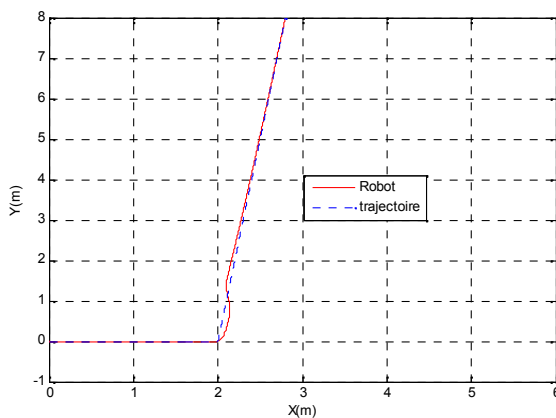
Ce chapitre est consacré à une étude comparative de deux structures de commande de la trajectoire d’un robot mobile non holonome. Cette comparaison est faite dans les mêmes conditions de fonctionnement et dans la même configuration de simulation numérique (pas d’échantillonnage, durée de la simulation,...). La première structure utilise un régulateur de type mode glissant. Quant à la seconde structure, elle est basée sur un régulateur glissant – floue.

Le but de cette étude est de valider avec une simulation numérique la robustesse des deux stratégies de commande vis-à-vis des différentes trajectoires choisies, ainsi de mieux connaître les performances et les inconvénients de chaque commande.

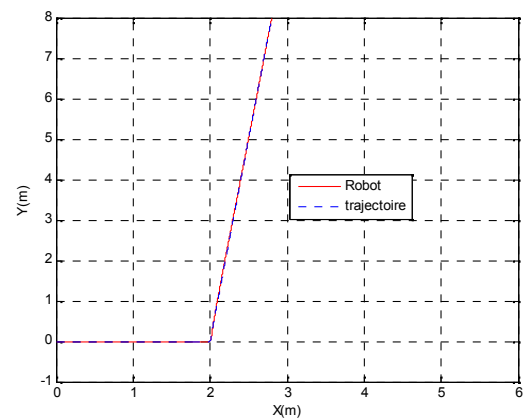
IV.2 Etude comparative entre la commande par mode glissant et glissant – flou :

IV.2.1 Profile rectiligne :

a) La trajectoire :



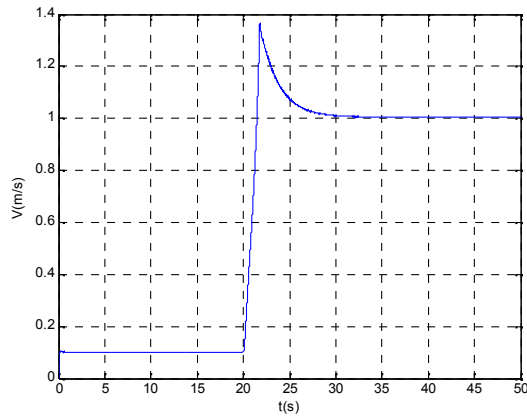
Commande par mode glissant



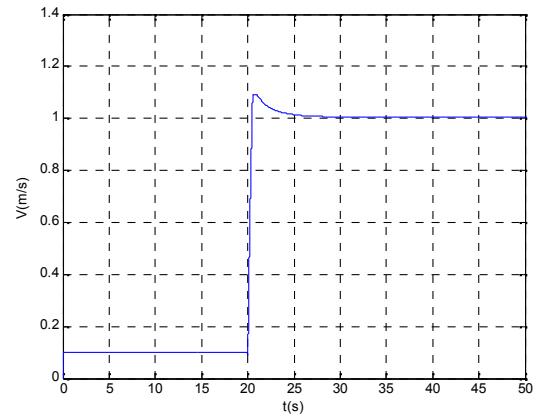
Commande par mode glissant – floue

Fig. IV.1 – Poursuite d’une trajectoire rectiligne.

b) La vitesse Linéaire :



Commande par mode glissant

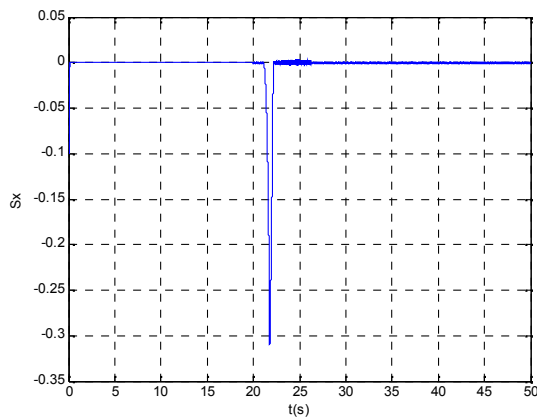


Commande par mode glissant – floue

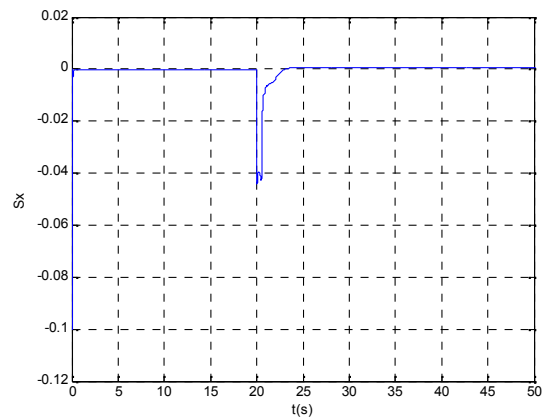
Fig. IV.2 – Vitesse linéaire du robot pour une trajectoire rectiligne.

c) Les surfaces de glissement :

- Surface $S_1(x)$:



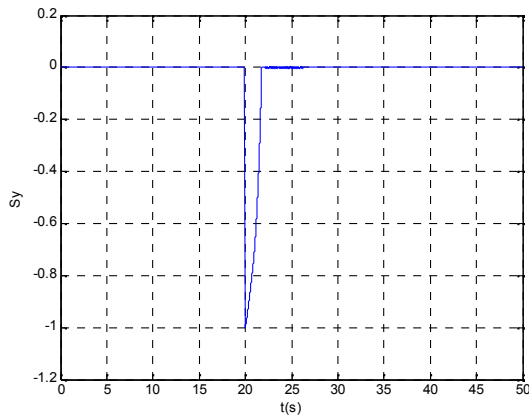
Commande par mode glissant



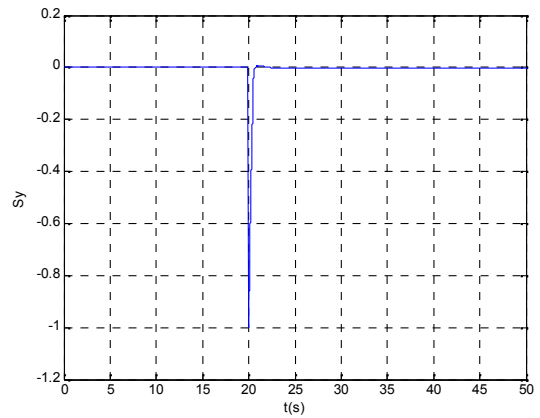
Commande par mode glissant – floue

Fig. IV.3 – Surface de glissement S_x pour une trajectoire rectiligne.

- Surface $S_2(y)$:



Commande par mode glissant

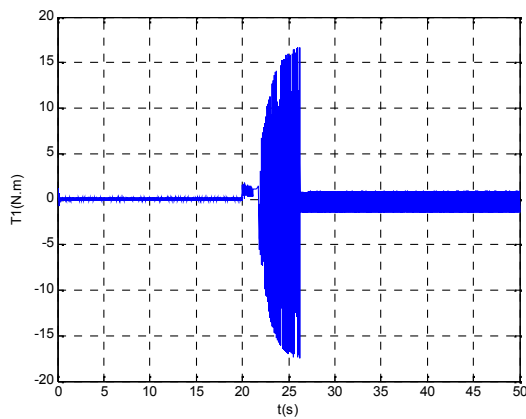


Commande par mode glissant – floue

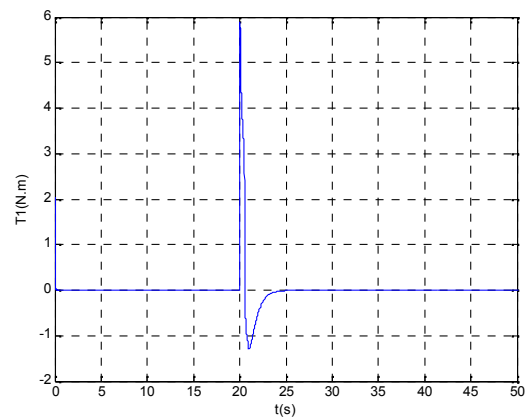
Fig. IV.4 – Surface de glissement S_y pour une trajectoire rectiligne.

d) Les couples moteurs :

- Le couple $T_1(N.m)$:



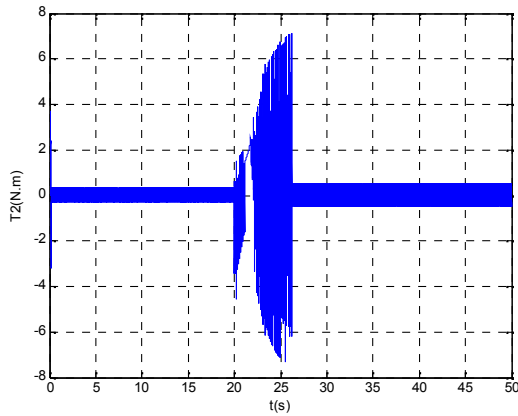
Commande par mode glissant



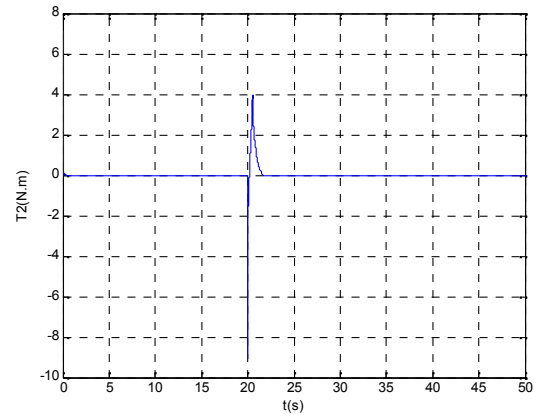
Commande par mode glissant – floue

Fig. IV.5 – Le couple moteur de la roue gauche pour une trajectoire rectiligne.

- Le couple T2(N.m) :



Commande par mode glissant

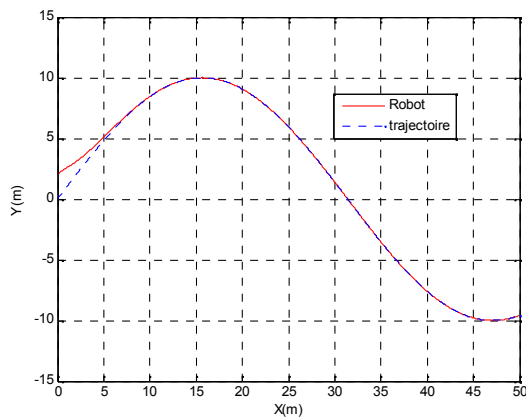


Commande par mode glissant – floue

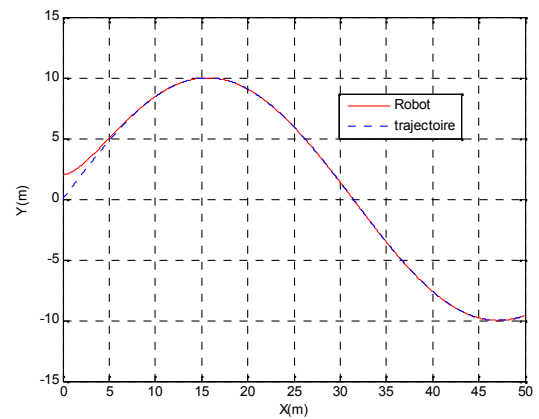
Fig. IV.6 – Le couple moteur de la roue droite pour une trajectoire rectiligne.

IV.2.2 Profile sinusoïdale :

a) La trajectoire :



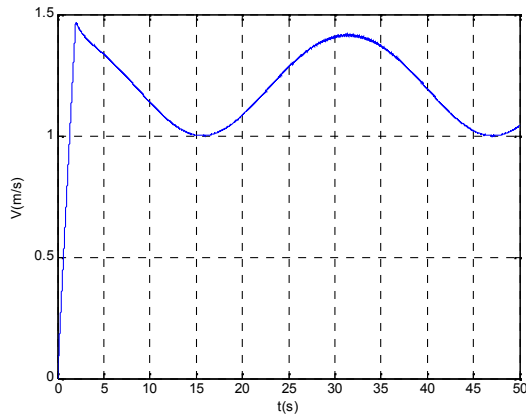
Commande par mode glissant



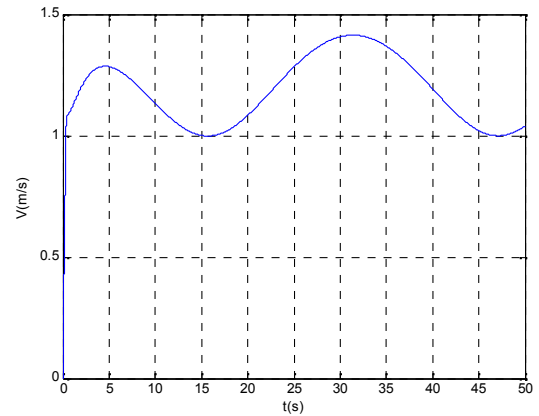
Commande par mode glissant – floue

Fig. IV.7 – Poursuite d’une trajectoire sinusoïdale.

b) La vitesse Linéaire :



Commande par mode glissant

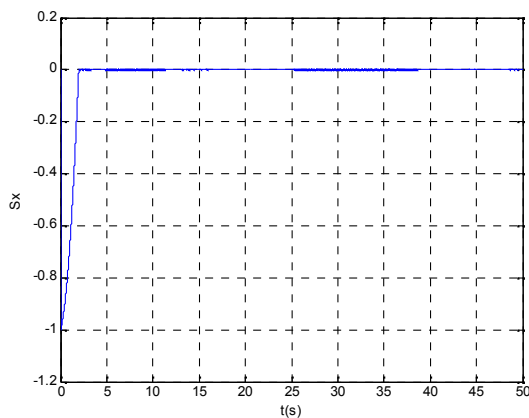


Commande par mode glissant – floue

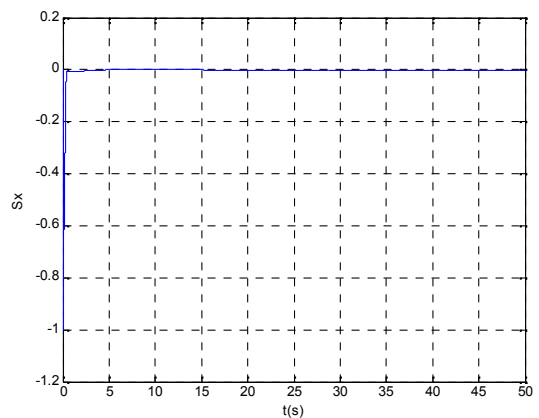
Fig. IV.8 – Vitesse linéaire du robot pour une trajectoire sinusoïdale.

c) Les surfaces de glissement :

- **Surface S1(x) :**



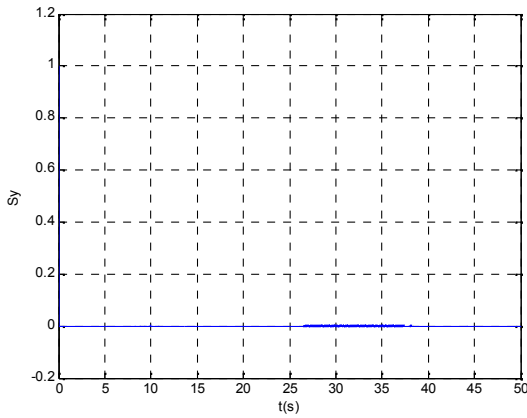
Commande par mode glissant



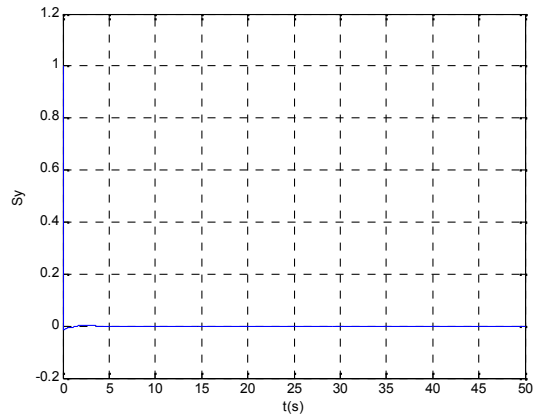
Commande par mode glissant – floue

Fig. IV.9 – Surface de glissement S_x pour une trajectoire sinusoïdale.

- Surface $S_2(y)$:



Commande par mode glissant

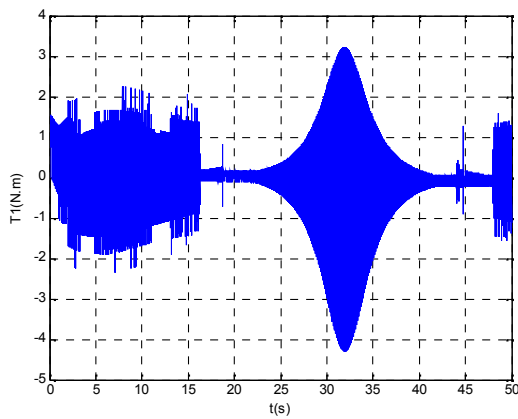


Commande par mode glissant – floue

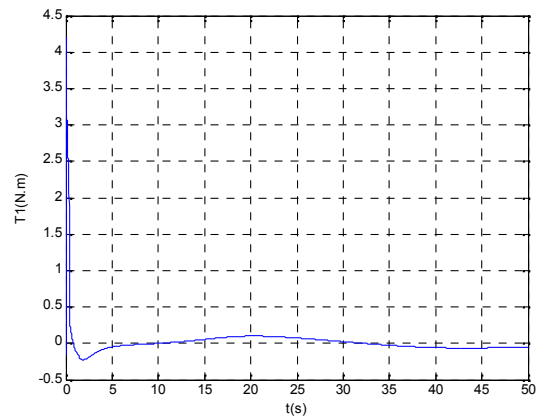
Fig. IV.10 – Surface de glissement S_y pour une trajectoire sinusoïdale.

d) Les couples moteurs :

- Le couple $T_1(N.m)$:



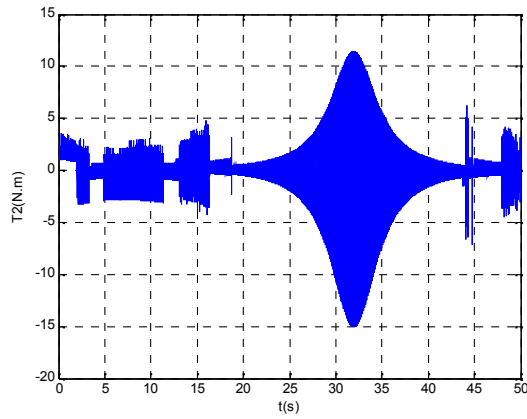
Commande par mode glissant



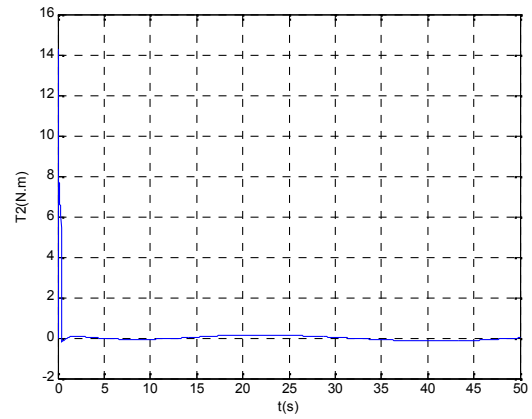
Commande par mode glissant – floue

Fig. IV.11 – Le couple moteur de la roue gauche pour une trajectoire sinusoïdale.

- Le couple T2(N.m) :



Commande par mode glissant

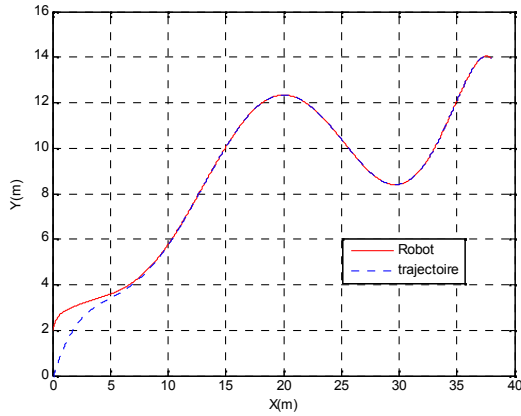


Commande par mode glissant – floue

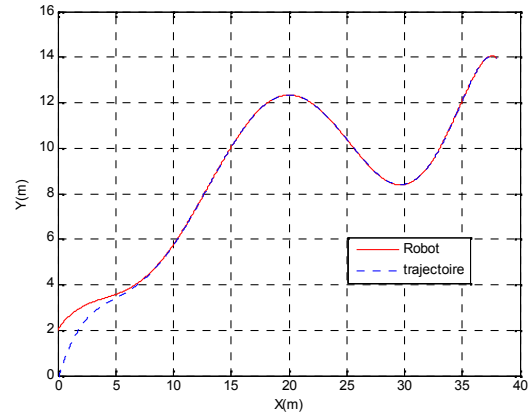
Fig. IV.12 – Le couple moteur de la roue droite pour une trajectoire sinusoïdale.

IV.2.3 Profile courbe :

a) La trajectoire :



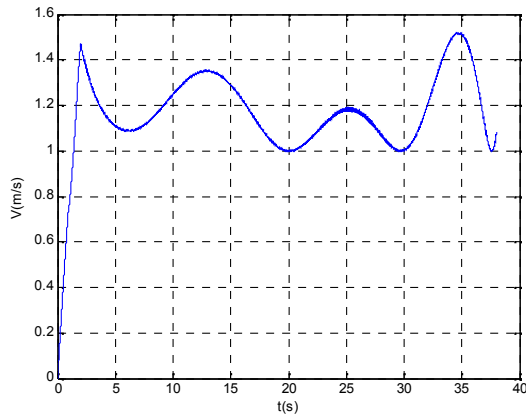
Commande par mode glissant



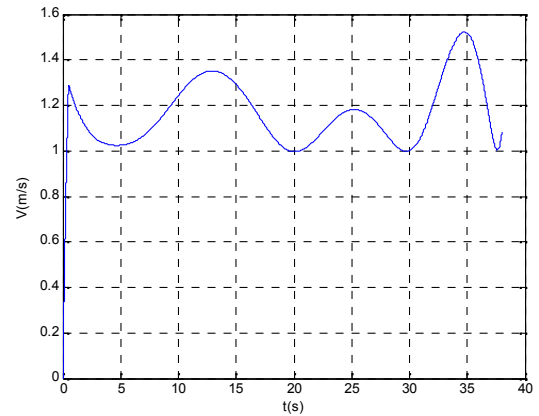
Commande par mode glissant – floue

Fig. IV.13 – Poursuite d’une trajectoire courbe.

b) La vitesse Linéaire :



Commande par mode glissant

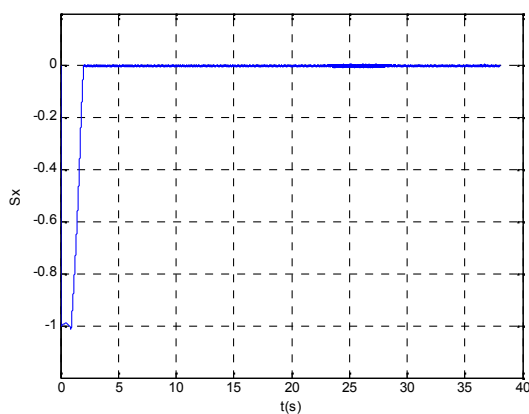


Commande par mode glissant – floue

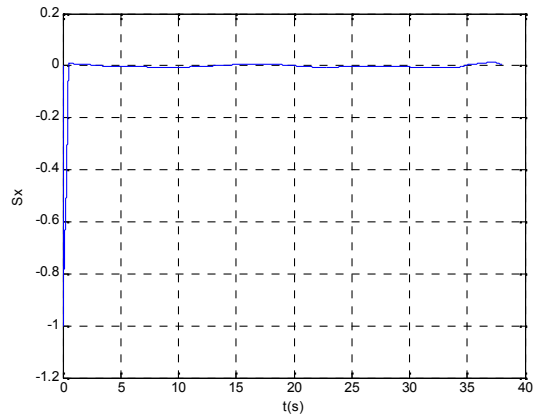
Fig. IV.14 – Vitesse linéaire du robot pour une trajectoire courbe.

c) Les surfaces de glissement :

- Surface $S_1(x)$:



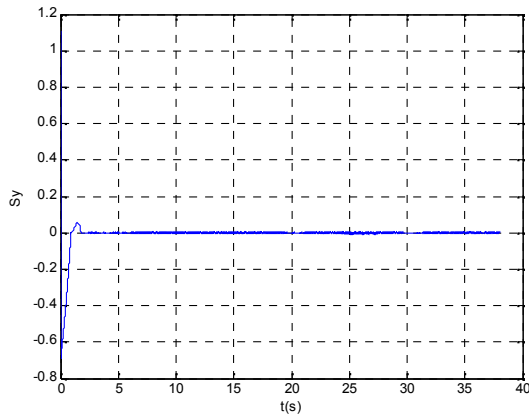
Commande par mode glissant



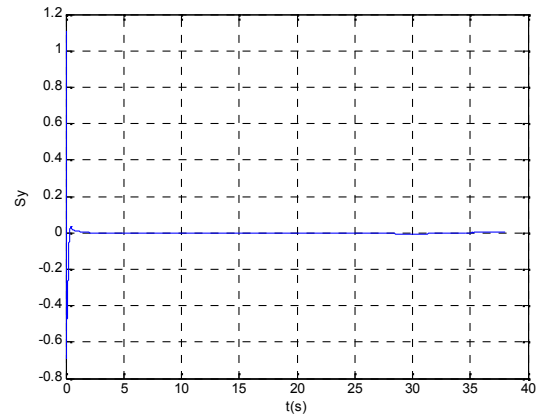
Commande par mode glissant – floue

Fig. IV.15 – Surface de glissement S_x pour une trajectoire courbe.

- Surface $S_2(y)$:



Commande par mode glissant

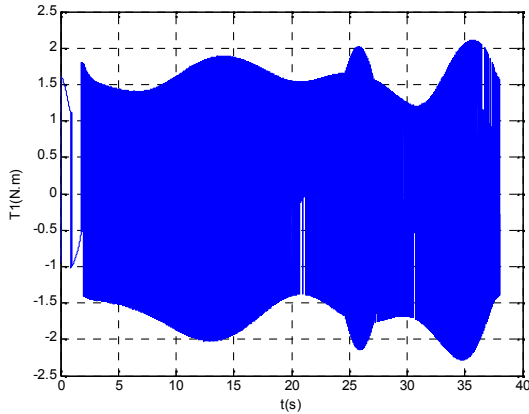


Commande par mode glissant – floue

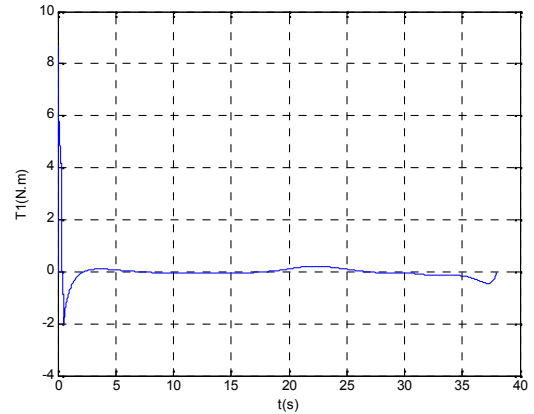
Fig. IV.16 – Surface de glissement S_y pour une trajectoire courbe.

d) Les couples moteurs :

- Le couple $T_1(N.m)$:



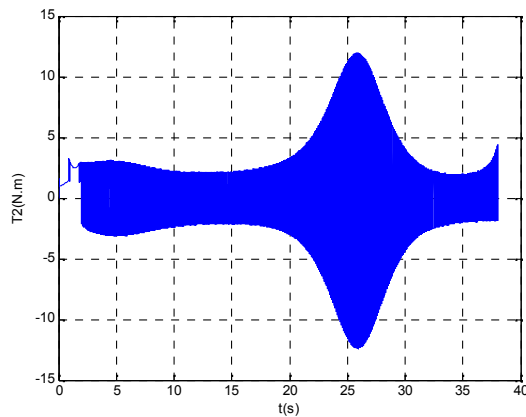
Commande par mode glissant



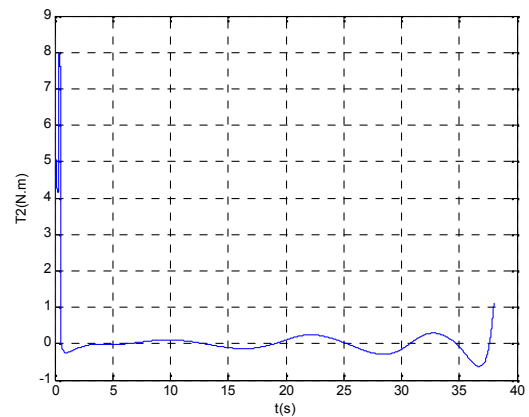
Commande par mode glissant – floue

Fig. IV.17 – Le couple moteur de la roue gauche pour une trajectoire courbe.

- Le couple $T_2(N.m)$:



Commande par mode glissant



Commande par mode glissant – floue

Fig. IV.18 – Le couple moteur de la roue droite pour une trajectoire courbe.

IV.2.4 Conclusion :

Le but de cet essai est de tester le comportement de la commande vis-à-vis des trajectoires différentes. En effet, la trajectoire référence doit être suivie sans dépassement lors d'une brusque déviation.

Concernant la poursuite de la trajectoire du robot pour les deux stratégies de commande, on voit clairement les précisions de poursuite avec le mode glissant – floue (Fig. IV.1,7,13).

Le dépassement de la vitesse est plus grand dans la commande par le mode glissant que pour la commande hybride (glissant – floue) (Fig. IV.2,8,14).

Les surfaces de glissement prennent plus de temps pour s'annuler pour la stratégie de commande classique (mode glissant seul) contrairement à la commande par mode glissant – floue (Fig. IV. 3-4,9-10,15-16).

Le phénomène « chattering » dans le couple est complètement disparu avec la nouvelle commande (Fig. I.V. 5-6, 11-12, 17-18).



Conclusion

Conclusion générale et Perspectives

La poursuite d'une trajectoire est une tâche importante que doit exécuter un robot mobile avec le minimum d'erreurs. Elle constitue la base de toute mission du robot. Pour les robots à commande différentielle, le maintien du robot sur son chemin revient à régler les vitesses des roues motrices de façon à donner au robot l'orientation désirée.

Une trajectoire est un ensemble de points à parcourir par le robot pour atteindre son but. La stratégie adoptée assure la souplesse des mouvements et simplifie la tâche de suivre une trajectoire.

La commande à structure variable (mode glissant) qui, par sa nature est une commande non linéaire, possède une grande robustesse. Le réglage par mode de glissement est fondamentalement une méthode qui force la réponse à glisser le long d'une trajectoire prédéfinie. Cependant, cette technique de commande a un inconvénient de commutation aux hautes fréquences (chattering). Afin de remédier à cet inconvénient, on a remplacé la commande discontinue « Un » par un contrôleur flou, cette stratégie consiste à adoucir la fonction u_n .

La logique floue est une technique qui permet une modélisation graduelle et nuancée des connaissances d'un expert ce qui mène à un mode de raisonnement très proche de celui d'un opérateur humain. Par conséquent, cette technique permet de prendre en compte toutes les connaissances qualitatives d'un expert dans toute application. Cette souplesse et simplicité de la logique floue ont fait de la logique floue l'un des domaines de recherche les plus actifs durant les dernières décennies. Les chercheurs travaillant sur l'application de la logique floue dans le contrôle de processus se sont concentrés sur l'élaboration de règles générales pour la conception de contrôleurs flous, et sur les critères d'analyse de stabilité, et les algorithmes d'optimisation des systèmes flous. L'inconvénient majeur de la logique floue réside dans la quantité importante de calculs qu'effectue un système flou pour aboutir à une décision. Ces calculs nécessitent un temps de traitement assez important. Ce qui rend difficile l'implantation des contrôleurs flous pour des applications temps réel.

Les résultats obtenus par la commande en mode glissant et par la méthode proposée (glissant – floue) montrent une grande ressemblance avec l'élimination complète du phénomène de chattering, ce qui encourage l'utilisation de notre méthode pour des processus plus compliqués et aussi pour d'autres applications de la mode glissant – floue.

Dans le premier chapitre, nous avons vu brièvement la modélisation des robots mobiles non holonome type voiture. Nous avons utilisé la Méthode d'*Euler – Lagrange* pour représenter les systèmes robotisés, puisqu'elle nous permet d'obtenir directement le modèle dynamique afin d'élaborer une loi de commande.

Le deuxième chapitre est consacré à présenter les concepts de base de la commande par modes glissants. Nous y avons rappelé les définitions et les théorèmes usuels. Cependant, cette technique de commande présente l'inconvénient des oscillations en hautes fréquences.

Ce problème est surmonté dans le troisième chapitre, afin de remédier à cet inconvénient, on a remplacé la commande discontinue « Un » par un contrôleur flou, cette stratégie consiste à adoucir la fonction u_n .

Les résultats, obtenus avec les deux stratégies de commande, sont comparés entre eux dans le quatrième chapitre afin de montrer la meilleure structure de commande qui minimise le phénomène de chattering.



Annexe

Calcul de la vitesse du centre de la roue droite et la roue gauche du R.M.R à deux roues motrices.

1. Roue droite :

$$\vec{V}_{o1/R}^{R1} = \vec{V}_G + \vec{\Omega} \wedge \vec{GO}_1$$

$$\vec{V}_{o1/R}^{R1} = \vec{V}_G + \dot{\theta} \vec{k} \wedge (\vec{GP} + \vec{PO}_1)$$

$$\vec{V}_{o1/R}^{R1} = \vec{V}_G + \dot{\theta} \vec{k} \wedge (-Lr\vec{i}_1 - b\vec{j}_1)$$

Sachant que :

$$\vec{k} \wedge \vec{i}_1 = \vec{j}_1 \text{ et } \vec{k} \wedge \vec{j}_1 = -\vec{i}_1$$

On obtient :

$$\vec{V}_{o1/R}^{R1} = \vec{V}_G - \dot{\theta} Lr\vec{j}_1 + \dot{\theta} b\vec{i}_1$$

Avec :

$$\vec{V}_G = (\dot{x}_G \cos \theta + \dot{y}_G \sin \theta) \vec{i}_1 + (-\dot{x}_G \sin \theta + \dot{y}_G \cos \theta) \vec{j}_1$$

Donc :

$$\vec{V}_{o1/R}^{R1} = (\dot{x}_G \cos \theta + \dot{y}_G \sin \theta + \dot{\theta} b) \vec{i}_1 + (-\dot{x}_G \sin \theta + \dot{y}_G \cos \theta - \dot{\theta} Lr) \vec{j}_1$$

2. Roue gauche :

$$\vec{V}_{o2/R}^{R1} = \vec{V}_G + \vec{\Omega} \wedge \vec{GO}_2$$

$$\vec{V}_{o2/R}^{R1} = \vec{V}_G + \dot{\theta} \vec{k} \wedge (\vec{GP} + \vec{PO}_2)$$

$$\vec{V}_{o2/R}^{R1} = \vec{V}_G + \dot{\theta} \vec{k} \wedge (-Lr\vec{i}_1 + b\vec{j}_1)$$

On obtient :

$$\vec{V}_{o2/R}^{R1} = \vec{V}_G - \dot{\theta} Lr\vec{j}_1 - \dot{\theta} b\vec{i}_1$$

Donc :

$$\vec{V}_{o2/R}^{R1} = (\dot{x}_G \cos \theta + \dot{y}_G \sin \theta - \dot{\theta} b) \vec{i}_1 + (-\dot{x}_G \sin \theta + \dot{y}_G \cos \theta - \dot{\theta} Lr) \vec{j}_1$$

Calcul de l'énergie cinétique

$$L_{Total} = E_t + E_r$$

L_{Total} : Énergie total.

E_t : Énergie de translation.

E_r : Énergie de rotation.

a. Énergie de translation :

$$E_t = \left\{ \frac{1}{2} m_c \left\| V_{G/R} \right\|^2 + \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2} m_r \left\| V_{roue/R} \right\|^2 \right\}$$

Où :

$V_{G/R}$: Vitesse de translation du centre de gravite dans le repère fixe R.

$V_{roue/R}$: Vitesse de translation des deux roues dans le repère fixe R.

$$\vec{V}_G = V_1 \vec{i}_1 + V_2 \vec{j}_1$$

$$E_t = \frac{1}{2} m_c (V_1^2 + V_2^2) + \frac{1}{2} m_r (V_{r1}^2 + V_{r2}^2)$$

$$E_t = \frac{1}{2} m_c (V_1^2 + V_2^2) + \frac{1}{2} m_r (V_1^2 + 2V_1 \dot{\theta} b + \dot{\theta}^2 b^2 + V_1^2 - 2V_1 \dot{\theta} b + \dot{\theta}^2 b^2 + V_2^2 - 2V_2 \dot{\theta} L_r + \dot{\theta}^2 L_r^2 + V_2^2 - 2V_2 \dot{\theta} L_r + \dot{\theta}^2 L_r^2)$$

$$E_t = \frac{1}{2} m_c (V_1^2 + V_2^2) + m_r (V_1^2 + V_2^2 - 2V_2 \dot{\theta} L_r + \dot{\theta}^2 (b^2 + L_r^2))$$

$$E_t = \frac{1}{2} (m_c + 2m_r) (\dot{x}_G^2 + \dot{y}_G^2) - 2m_{roue} L_r \dot{\theta} (-\dot{x}_G \sin \theta + \dot{y}_G \cos \theta) + m_r \dot{\theta}^2 (b^2 + L_r^2)$$

b. Énergie de rotation :

$$E_r = \frac{1}{2} (w_c)^T I_c (w_c) + \frac{1}{2} + \sum_{i=1}^2 \left\{ (w_w)^T I_w (w_w) \right\}$$

$$E_r = \frac{1}{2} I_G \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} I_{roue} (\dot{\phi}_1^2 + \dot{\phi}_2^2) + I_m \dot{\theta}^2$$

c. Énergie total :

$$L_{Total} = \frac{1}{2} m (\dot{x}_G^2 + \dot{y}_G^2) - 2m_{roue} L_r \dot{\theta} (-\dot{x}_G \sin \theta + \dot{y}_G \cos \theta) + \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} I_{roue} (\dot{\phi}_1^2 + \dot{\phi}_2^2)$$

Avec :

$$\begin{cases} m = m_c + 2m_{roue} \\ I = I_G + 2I_m + 2m_{roue} (b^2 + L_r^2) \end{cases}$$

Calcul des équations dynamiques de mouvement

On a :

$$\bullet \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial}{\partial \dot{x}} L \right) - \frac{\partial}{\partial x} L = F_x + \tau_x$$

$$\frac{\partial}{\partial \dot{x}} L = m\dot{x} + 2m_r L_r c (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) \sin \theta$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial}{\partial \dot{x}} L \right) = m\ddot{x} + 2m_r L_r c ((\ddot{\varphi}_1 - \ddot{\varphi}_2) \sin \theta + (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) \dot{\theta} \cos \theta)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} = 0$$

$$m\ddot{x} + 2m_r L_r (\ddot{\theta} \sin \theta + \dot{\theta}^2 \cos \theta) = \lambda_1 \cos \theta - \lambda_2 \sin \theta$$

$$\bullet \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial}{\partial \dot{y}} L \right) - \frac{\partial}{\partial y} L = F_y + \tau_y$$

$$\frac{\partial}{\partial \dot{y}} L = m\dot{y} - 2m_r L_r c (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) \cos \theta$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial}{\partial \dot{y}} L \right) = m\ddot{y} - 2m_r L_r c ((\ddot{\varphi}_1 - \ddot{\varphi}_2) \cos \theta - (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) \dot{\theta} \sin \theta)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} = 0$$

$$m\ddot{y} - 2m_r L_r (\ddot{\theta} \cos \theta + \dot{\theta}^2 \sin \theta) = \lambda_1 \sin \theta + \lambda_2 \cos \theta$$

$$\bullet \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial}{\partial \dot{\varphi}_1} L \right) - \frac{\partial}{\partial \varphi_1} L = F_{\varphi_1} + \tau_{\varphi_1}$$

$$\frac{\partial}{\partial \dot{\varphi}_1} L = -2m_r L_r c (-\dot{x} \sin \theta + \dot{y} \cos \theta) + I c^2 (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) + I_r \dot{\varphi}_1$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial}{\partial \dot{\varphi}_1} L \right) = -2m_r L_r c ((-\ddot{x} \sin \theta + \ddot{y} \cos \theta) + \dot{\theta} (-\dot{x} \cos \theta + \dot{y} \sin \theta)) + I c^2 (\ddot{\varphi}_1 - \ddot{\varphi}_2) + I_r \ddot{\varphi}_1$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial}{\partial \dot{\varphi}_1} L \right) - \frac{\partial}{\partial \varphi_1} L = -2m_r L_r c (-\ddot{x} \sin \theta + \ddot{y} \cos \theta)$$

$$+ (I c^2 + I_r) \ddot{\varphi}_1 - I c^2 \ddot{\varphi}_2 = \tau_1 - \frac{r}{2} \lambda_1 - c L_r \lambda_2$$

$$\bullet \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial}{\partial \dot{\varphi}_2} L \right) - \frac{\partial}{\partial \varphi_2} L = F_{\varphi_2} + \tau_{\varphi_2}$$

$$\frac{\partial}{\partial \dot{\varphi}_2} L = 2m_r L_r c (-\dot{x} \sin \theta + \dot{y} \cos \theta) + Ic^2 (\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_1) + I_r \dot{\varphi}_2$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial}{\partial \dot{\varphi}_2} L \right) = 2m_r L_r c ((-\ddot{x} \sin \theta + \ddot{y} \cos \theta) + \dot{\theta} (-\dot{x} \cos \theta - \dot{y} \sin \theta)) + Ic^2 (\ddot{\varphi}_2 - \ddot{\varphi}_1) + I_r \ddot{\varphi}_2$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial}{\partial \dot{\varphi}_1} L \right) - \frac{\partial}{\partial \varphi_1} L = 2m_r L_r c (-\ddot{x} \sin \theta + \ddot{y} \cos \theta)$$

$$+ (Ic^2 + I_r) \ddot{\varphi}_2 - Ic^2 \ddot{\varphi}_1 = \tau_2 - \frac{r}{2} \lambda_1 + cL_r \lambda_2$$

Paramètres du robot

$$m = 100\text{kg.}$$

$$b = 0.5148\text{m.}$$

$$r = 0.0228\text{m.}$$

$$L = 1.05\text{m.}$$

$$I_r = 8.26 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^2.$$

$$I = 14.4 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^2.$$

$$c = \frac{r}{2b}.$$



Bibliographie

Bibliographie

- [1] G.Campion, G.Bstin , B. D'Andréa-Novel. "Structural properties and classification of kinematic and dynamic models of wheeled mobile robots". IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol.12, no.1, pp. 47-62,1996.
- [2] G.Wamplfer, M.Salacker ,J.Witterburg. "Kinematics, dynamics and control of omnidirectionnal vehicles with mechnum wheels" Mechanical Struct. And Machines, vol.17, no.2, pp.167-177, 1989.
- [3] J.Agullo, S.Cardonna, J.Vivancos. " Kinematics of vehicles with directional sliding wheels" Mechanisms And Machines Heory, vol.12,no.4, pp.295-301,1987.
- [4] B.D'Andrea-Novel, G.Campion, G.Bstin. "Modeling and control of non holonomic wheeled mobile robots" on Proc. Of the 1991 IEEE International Conference on Robotics And Automation, pp.1130-1135,1991.
- [5] V.I. Utkin. " Variable structure systeme with sliding mode". IEEE Transaction On Automatic Control AV-22, pp. 212-222.1977.
- [6] N.Sarkar, X.Yun,V.Kumar. "Control of mechanical systeme with rolling contacts; Applications to dynamic control of mobile robots" International Journal of Robotics Research, 13(1),1994. vol.13, no.1,1994.
- [7] Utkin V., "Sliding mode control design principles and applications to electric drives", IEEE Transactions On Industrial Electronic, vol.40, 1993, p. 26-36
- [8] ZAHROUNI H., ELASMAR H., DAMIL N., POTIER-FERRY M., "Asymptoticnumerical method for non-linear constitutive laws", Revue Européenne des Eléments Finis,vol. 7, num. 7, 1998, p. 841-869.

-
- [9] JY.Hung. "Variable structure control: A survey". IEEE Transaction On Industrial Electronics. vol.40, no.1, pp. 2-22,1993.
- [10] W.Gao, J.C.Hung. " Variable structure control system". IEEE Transaction On Industrial Application. vol.40, no.1, pp. 45-55,1993.
- [11] J.J.E.Sotine, S.S.Sastry."Tracking control of nonlinear system using sliding surface with application to robot manipulators" . J. of Control, vol.38,pp. 465-492,1983.
- [12] A.J.Fossard. "Commandes à structure variable, systèmes de régulation, collaboration automatique". Editions Masson, 1996.
- [13] J.J.E.Sotine, J.A. Coetsee. "Adaptive sliding controller synthesis for nonlinear system" . J. of Control, vol.43,no 6,pp.421-434,1986.
- [14] P. Ruaux, G. Bourdon, S. Delaplace " Dynamic control of wheeled mobile robot using sliding mode" Romansy 1996 Udine, Italie.
- [15] L.A. Zadeh. "Fuzzy sets" Information And Control, vol.8,no 6,pp.338-353,1965.
- [16] Mamdani, E. H.; Assilian, S., "An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller," International Journal of Man-Machine Studies, vol. 7, pp. 311-323, 1975.
- [17] Fuzzy sets and systems : Theory and applications, D. DUBOIS, H. PRADE, Academic Press 1980, Mathematics in Sciences and Engineering vol. 144.
- [18] Jerry M. Mendel, Tutorial: fuzzy logic systems for engineering, Proceeding of the IEEE, Vol. 83, N°3, page: 345-377, March 1995.