REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Université de Batna Faculté Des Sciences de l'Ingénieur Département d'Electronique

Mémoire Présenté en vue de l'obtention du diplôme de Magister en Electronique

> **OPTION** Micro-ondes pour Télécommunication

PAR

Mounir AMIR

THEME

Analyse d'une antenne microruban à patch supraconducteur

Devant le jury :

<u>Président</u> :	Mr. Abdelmadjid BENGHALIA	Prof	U. Constantine
<u>Rapporteur</u> :	Mr. Tarek FORTAKI	М. С.	U. Batna
Examinateurs :	Mr. Djamel BENATIA	Prof	U. Batna
	Mr. Nabil BENOUDJIT	М. С.	U. Batna

Remerciements

Je profit de l'occasion de la présentation de ce travail pour exprimer mon haute gratitude, mes profonds respects et mes sincères remerciements et reconnaissances sont d'abord à mon promoteur M^{er} **T.Fortaki** qui m'a guidé avec grande patience tout au long de l'élaboration de ce travail et pour ses aides précieuses qui ont éclairé mon chemin vers le succès et la réussite du travail.

Merci pour tous ses conseils, sa patience et de m'avoir prodiguer avec la grande gentillesse

Je tiens également à remercier tous nos professeurs et enseignants pour leurs politesse et gentillesse qu'ils m'ont montré durant la période de cette formation.

J'adresse mes chaleureux remerciements à Monsieur le Professeur Abdelmadjid BENGHALIA, de l'université de Constantine, pour avoir accepté de présider le Jury de ce mémoire.

Je tiens à exprimer toute ma gratitude et ma reconnaissance à Mr **Djamel BENATIA**, Professeur à l'université de Batna, et Mr **Nabil BENOUDJIT**, Maître de Conférences à l'université de Batna, qui m'ont fait l'honneur de participer au jury et examiner ce travail.

En fin, j'adresse mes remerciements à la famille de l'institut d'électronique.

Dédicace

 \mathscr{A} mon père Pour sa patience et ces considérables sacrifices pour me parvenir à ce niveau.

 \mathcal{A} ma mère Pour son grand amour, ces sacrifices et toute affection qu'elle m'a toujours offerte.

 \mathscr{A} l'ensemble des enseignants Pour leurs sacrifices de temps qu'ils m'ont toujours offert et leur patience.

A mon frère, A mes sœurs.

 \mathcal{A} touts mes collègues et amis.

Je dédie ce mémoire.

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION	1
Chapitre I : LES MATERIAUX SUPRACONDUCTEURS	
I.1. Introduction	6
I.2. Historique des supraconducteurs	6
I.3. Comportement magnétique des supraconducteurs	10
I.3.1. Lévitation	10
I.3.2. Effet Meissner	11
I.3.3. Effets de Cohérence	12
I.4.Défirent types des matériaux supraconducteurs	12
I.4.1. Supraconducteurs de type I	13
I.4.2. Supraconducteurs de type I	14
I.5. Les théories sur les supraconducteurs	15
I.5.1. Théorie électromagnétique de London	15
I.5.2.La théorie BCS	21
I.6. Impédance de surface et Conductivité complexe	23
I.6.1. Résistance et réactance de surface	24
I.7. Applications	25
Applications liées à la résistance nulle	25
Applications liées à l'effet Meissner	25
Applications liées au phénomène de lévitation	26
Applications liées aux effets de cohérence	26
I.8. Conclusion	26

CAPITRE II : MISE EN EQUATION DU PROBLEME

II.1. Introduction	-28
II.2. Formulation théorique du problème de la fonction de Green	- 29
II.3. Détermination du tenseur de Green pour la structure étudiée	- 37
II.4. formulation des paramètres caractéristiques de l'antenne	- 43
II.4.1 Equation intégrale du champ électrique	-43
III.4.2. Résolution de l'équation intégrale par la procédure de Galerkin	- 44

II.4.3. Calcul de la fréquence de résonance et la bande passante	- 46
II.4.4. Choix des fonctions de base	- 46
II.5. Conclusion	- 48

CAPITRE III : Résolution Numérique

III.1. Introduction	-50
III.2. Convergence et comparaison des résultats numériques	- 50
III.3. L'effet de l'épaisseur du substrat sur les caractéristiques de l'antenne	- 53
III.4. L'effet de l'épaisseur du patch sur les caractéristiques de l'antenne	- 56
III.5. L'effet de la température sur les caractéristiques de l'antenne	- 59
III.6. Conclusion	- 62

CONCLUSION GENERALE

onclusion générale64
BIBLIOGRAPHIES
bliographies68
ANNEXES
nnexes 73
Annexe A : Déterminer les composantes transversales en fonction des composantes
$E_z et H_z$
Annexe B : Démonstration de \overline{A} , \overline{B} et $\overline{\overline{g}}$.
Annexe C : Détermination de la transformer de Fourier des fonctions de base issues
du modèle de la cavité.

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION

L'idée de concevoir des antennes microbandes a été concrétisée et développée à partir de l'étude concernant les effets indésirables de rayonnement au niveau des discontinuités, qui peuvent se présenter dans les lignes microruban. La tendance dans le passé était donc beaucoup plus d'éviter ce phénomène plutôt que de l'étudier [1].

Aujourd'hui les antennes planaires connaissent un grand intérêt chez les chercheurs à cause de leurs nombreuses utilisations. En effet, les domaines d'utilisation privilégies des antennes microbandes sont les communications en haute fréquences tels que les communications spatiales, les systèmes militaires et commerciaux de positionnement par satellite (GPS), la navigation aérienne ou terrestre, les réseaux informatiques sans fil (Wireless Local Aeria Network), la communication entre deux mobiles et dans des nouveaux domaines tels que la médecine ou le téléphone mobile.

Cette large et importante utilisation de ces antennes est due essentiellement aux divers avantages qu'elles peuvent offrir par rapport aux antennes classiques tels que : faible poids, volume et épaisseur, coût de fabrication très faible, une production en série facile, possibilité de mise en réseau et l'intégration d'éléments discrets et la conformabilité facilitant l'implantation sur tout type de support [2], [3].

Cependant, ce type d'antenne présente des limites notamment la bande passante étroite [4], [5], une excitation possible d'ondes de surface [6], [7], un rayonnement faible et une directivité relativement peu élevée [8], [9].

Dans le but de contrôler et optimiser les performances de l'antenne telles que la bande passante et l'ouverture du faisceau de rayonnement ; plusieurs structures ont été proposées comme l'utilisation de plusieurs couches diélectriques qui offre des degrés de liberté

1

additionnelles au concepteur [10], [11]. Malheureusement, ces techniques peuvent affecter considérablement les performances de l'antenne tels que faible poids et volume.

Plusieurs méthodes et modèles sont proposés pour analyser les antennes microbandes, ces derniers peuvent classés en deux groupes : Le première groupe rassemble les méthodes intuitives simples. Ces méthodes sont basées sur certaines suppositions physiques qui aboutissent généralement à des formules simples. Parmi les méthodes connues les plus utilisées on trouve le modèle de la ligne de transmission et celui de la cavité ; dans la technique de la ligne de transmission l'inconnue à déterminer est la constante de propagation [12], les pertes par rayonnement sont incluses dans le coefficient d'atténuation de la constante de propagation mais cette technique ne tient pas compte des effets des modes d'ordre supérieur [13]. La structure microbande a été assimilée à une cavité limitée par deux plans : le premier plan est une plaque conductrice, le second est un plan de masse. Les deux plans conducteurs représentent des murs électroniques et la surface latérale entourée constitue le mur magnétique. Dans ce modèle l'inconnu est le système des modes propagatifs et leurs fréquences de résonance [14], [15]. Les inconvénients spécifiques à ces méthodes sont :-

- Il est difficile de déterminer toutes les caractéristiques de l'antenne.
- > Ces méthodes sont limitées à des formes géométriques simples.
- Ces méthodes ne s'appliquent pas pour les antennes microbandes à épaisseur et constant diélectrique très faibles.

Le deuxième groupe contient les Méthodes d'analyses rigoureuses. Ces méthodes sont basées sur le problème aux frontières des grandeurs électroniques. Elles sont fondées sur la base de formalismes mathématiques complexes, et ne peuvent conduire à des résultats exploitables que par le biais d'une résolution numériques. Les méthodes les plus reconnues sont la méthode aux différences finies [16]-[20], la méthode des éléments finies [21]-[24] et la méthode de l'équation intégrale conjointement avec la méthode des moments [25]-[28]. L'avantage de ces méthodes est qu'elles ne sont pas limitées par les conditions classiques telles que la faible épaisseur du substrat et le petit constant diélectrique, et permettent d'analyser des antennes de formes très variées mais ce pendant, nécessitent un temps de calcul relativement important.

Les deux groupes de méthodes que nous venons d'exposer, ne sont pas les seuls moyens théoriques permetant de prévoir les caractéristiques des antennes microbandes. Aujourd'hui, il existe des logiciels commerciaux de simulation électromagnétique qui ont prouvé leurs performances dans l'analyse de ces antennes. Les logiciels les plus célèbres sont le logiciel HFSS, le logiciel IE3DTM et le logiciel ENSEMBLETM [29]-[31].

Dans ces dernières années un intérêt croissant a été observé dans le développement et l'utilisation de nouveaux matériaux dans la technologie micro-ondes. Particulièrement un intérêt spécial a été observé dans l'utilisation des matériaux supraconducteurs dans les circuits intégrés micro-ondes [32]-[34], ce qui est dû a leurs principales caractéristiques, telles que : faibles pertes (avec la réduction de l'atténuation et du niveau de bruit), des dispersions très petites et réduction du temps de propagation des signaux dans les circuits.

L'étude d'une antenne microbande réalisée à base d'un patch supraconducteur a été menée initialement par le modèle de cavité [33], ce qui a donné naissance à des résultats inexacts; notamment par des épaisseurs élevées. Récemment, des résultats concernant un patch supraconducteur rectangulaire ont été présentés par Silva et al. [34], en utilisant la méthode spectrale. Cependant, dans ce dernier travail l'effet de la température sur les caractéristiques de l'antenne n'a pas été convenablement étudié. En outre, les résultats numériques concernant la bande passante de l'antenne sont complètement erronés. Dans ce travail, nous présentons une technique exacte pour prendre en compte l'effet de la

supraconductivité de l'élément rayonnant. Ce manuscrit est scindé en trois chapitres, il est présenté ainsi :

Dans le chapitre 1 : nous présentons un aperçu historique sur les matériaux supraconducteurs, ainsi que leurs comportements magnétiques et les différentes théories sur les supraconducteurs.

Dans le chapitre 2 : nous allons présenter une méthode pour la dérivation de la fonction tensorielle de Green d'une structure simple à patch supraconducteur. Ensuite on définit une formule reliant les grandeurs électromagnétiques d'une couche et celle de la couche précédente. Après on va appliquer ces résultats pour calculer le tenseur spectral de Green pour notre antenne en tenant compte de l'effet supraconducteur. La procédure de Galerkin est utilisée pour discrétiser l'équation intégrale du champ électrique.

Dans le chapitre 3 : on discutera les différentes étapes critiques rencontrées dans le processus de la résolution numérique de l'équation homogène. Ensuite nous présentons une étude concernant la convergence des résultats numériques, puis nous confirmons nos résultats avec ceux disponibles dans la littérature. L'effet de l'épaisseur du patch supraconducteur ainsi que la température sur la fréquence de résonance complexe, la bande passante d'une antenne microbande rectangulaire sera discutée. Finalement, les résultats essentiels de notre travail seront résumés dans la conclusion générale.

Chapitre I

Les matériaux supraconducteurs

I.1. Introduction

- I.2. Historique des supraconducteurs
- I.3. Comportement magnétique des supraconducteurs
- I.4. Défirent types des matériaux supraconducteurs
- I.5. Les théories sur les supraconducteurs
- I.6. Impédance de surface et Conductivité complexe
- I.8. Applications
- I.9. Conclusion

I.1. Introduction

Les matériaux supraconducteurs ont des propriétés électriques et magnétiques assez remarquables. La propriété la plus connue, et qui a donné le nom au phénomène, étant la disparition totale de toute résistivité en dessous d'une certaine température appelée température critique (Tc). Une autre propriété est le diamagnétisme parfait de ces matériaux ils expulsent totalement le champ magnétique en dehors de leur volume dans certaines conditions précises de champ.

I.2. Historique des supraconducteurs

Tout a commencé en 1911 par une découverte fortuite. Gilles HOLST, un élève du laboratoire du physicien Hollandais Kamerlingh ONNES, travaillant sur l'étude de la résistivité du mercure à la température de liquéfaction de l'hélium, découvrit qu'elle s'annulait en dessous de 4,15 K. Ce même laboratoire accumulait les succès des trois années auparavant, première liquéfaction de l'hélium, atteignant alors la plus basse des températures connues 4,2 K. Tous les éléments simples sont étudiés, et notamment les métaux qui se présentaient comme les meilleurs candidats. Malheureusement, on s'aperçut que tous les éléments n'étaient pas supraconducteurs, et plus étonnant encore, que les meilleurs métaux (cuivre, or, argent) ne présentaient aucune trace de supraconductivité ! Très rapidement une liste des éléments simples supraconducteurs fut établie.

L'élément simple possédant la plus haute Tc étant le niobium avec 9,2 K, on a cherché à obtenir des alliages à base de niobium. En l'absence de théorie pour ce nouveau phénomène, les chercheurs partaient à l'aventure en jonglant avec les atomes. Le tâtonnement était la règle. En travaillant avec des proportions adéquates des éléments simples supraconducteurs, les chercheurs espéraient trouver un alliage à plus haute Tc. Mais la chance ne fut pas toujours de la partie.

L'échantillon obtenu pouvait soit ne pas être supraconducteur, soit l'être, mais à des températures encore plus basses que d'ordinaire par exemple 0,7 K pour le titanate de strontium dopé au niobium. Lorsque la chance était au rendez-vous, on atteignait la dizaine de degrés Kelvin. Malgré cela, les composés au niobium semblaient présenter des facilités à devenir supraconducteurs : parmi les composants "classiques" aux plus hautes Tc, on trouve souvent des alliages contenant cet élément. Le nitrure de niobium (NbN) avec 17,3 K et Nb₃Ge avec 23,3 K (qui détint le record jusqu'en 1986) en sont de très bons exemples.

Mais les recherches ne portaient pas uniquement sur cet élément miracle. Toutes les voies étaient prises en compte. On cherchait dans toutes les directions un fil conducteur qui permette de poser les bases d'une théorie. Hydrures, chaînes organiques, oxydes tout fut étudié, les résultats n'étant pas toujours probants. Certains finissaient par croire que ce phénomène était cantonné en dessous d'une limite de température infranchissable.

Une autre question restait posée, d'où provenait ce phénomène qu'aucune théorie n'avait jusqu'à présent soupçonné ? En 1935 F. LONDON, puis V. GINZBURG et L. LANDAU en 1952, proposèrent des théories assez puissantes, mais incomplètes. Une partie de la réponse fut donnée par la théorie mise au point par BARDEEN, COOPER et SCHRIEFFER. Celle-ci, plus connue sous le nom de théorie BCS, fut publiée en 1957. Près de 45 ans après la découverte du phénomène, une théorie pouvait le décrire au niveau microscopique. Cela valut à ses auteurs de recevoir le prix Nobel en 1973. Son idée de base est que les électrons (ou une partie d'entre eux) s'attirent plus qu'ils ne se repoussent naturellement et se couplent en paire. L'origine de l'attraction est un phénomène polaronique lié à la vibration des atomes (que l'on appelle un phonon). Dans les paires ainsi formées, les électrons possèdent une énergie plus faible, ainsi que des spins opposés. Cet ensemble, n'ayant plus de raisons d'interagir avec son environnement, n'est plus à l'origine d'une résistance électrique.

Cette théorie a guidé les chercheurs dans certaines directions : l'étude des vibrations atomiques, c'est-à-dire les phonons. On a arrivé alors à obtenir des composés intéressants, mais dont la Tc restait toujours inférieure ou égale à 23 K. De plus la théorie prédisait une limite de température au-dessus de laquelle tout matériau perdait ses propriétés supraconductrices. Certains scientifiques se détournèrent alors du phénomène pour poursuivre des recherches dans d'autres domaines.

Parmi ces chercheurs, Johannes BEDNORZ et Alex MÜLLER, finirent par découvrir un nouveau composé à base de Baryum, Lanthane, Cuivre et d'Oxygène noter Ba-La-Cu-O, un oxyde, qui devenait supraconducteur en dessous de 34 K. En Avril 1986, le record était battu. Mais ce n'était qu'un début : 9 mois après, Y-Ba-Cu-O avec 92 K, puis en 1988 Tl-Sr-Ca-Cu-O avec quelques 125 K furent découverts. Le monde scientifique exultait ! La barrière de la température de liquéfaction de l'azote 77 K était largement dépassée. De tels résultats étaient au-delà de toute espérance quelques mois plus tôt. Une nouvelle vague de recherche frénétique s'emparait du monde scientifique. Tous les espoirs de voir un supraconducteur à température ambiante se réveillaient. De plus cette découverte remettait en cause la théorie BCS, sa limite théorique de température étant largement dépassée.

Une voie nouvelle s'ouvrit alors : les oxydes supraconducteurs se révélèrent de très bons candidats avec de hautes Tc. Mais, outre la remise en question de la théorie BCS, de nouveaux problèmes se présentaient. Dans la forme céramique la plus facile à préparer, ces oxydes supraconducteurs à "haute" température critique (SHTC) voyaient leurs capacités supraconductrices bridées par un courant critique Ic décevant. Le gain en température ne se traduisait pas vraiment par un gain en performances.

Chapitre I Les matériaux supraconducteurs

Aujourd'hui la course aux Tc s'essouffle quelque peu au profit d'un souci de compréhension des phénomènes physiques au niveau atomique. Que les matériaux soient ou non supraconducteurs. Cette nouvelle recherche conduit à de nouvelles théories qu'il est actuellement difficile de confirmer, ou d'infirmer.

Le record de Tc atteint 164 K avec des composés au mercure sous hautes pressions, un facteur 7 a été gagné en 10 ans et on ne désespère pas d'obtenir des supraconducteurs à la température ambiante [35], [36],[50]-[52].



Figure I-1: Évolution des températures critiques [35]

I.3. Comportement magnétique des supraconducteurs

Si la chute à zéro de la résistivité électronique des supraconducteurs est le phénomène le plus spectaculaire, leur comportement en présence de champs magnétiques s'est révélé tout aussi inattendu et particulièrement riche.

I.3.1. Lévitation

Une des expériences les plus amusantes de la supraconductivité est le phénomène de lévitation.



Figure I-2: Lévitation pastille de supraconducteur Y-Ba-Cu-O sur un groupe d'aimant.

On dispose de quatre aimants noyés dans une résine et tous de pôle nord vers le dessus. Leur disposition est telle que le champ magnétique soit maximal à la verticale des aimants et présente un minimum local au centre de la résine. Plaçons sur ce dispositif décrit une pastille de supraconducteur YBaCuO refroidi à la température de l'azote liquide.

On observe un phénomène de lévitation. Le supraconducteur se soulève et vient se placer dans le minimum local de champ magnétique, à la verticale du centre du disque. L'équilibre est stable. Si l'on vient écarter le supraconducteur de sa position d'équilibre, latéralement ou verticalement, il y revient. Manifestement le supraconducteur se place là où le champ magnétique est le plus faible, dans la mesure cependant où son poids le lui permet.

Chapitre I Les matériaux supraconducteurs

Au bout de quelques minutes, la pastille d'YBaCuO vient se poser sur la résine. Cela correspond à la perte de son état supraconducteur à la suite de son réchauffement dans l'air. La pastille semble se comporter comme un aimant dont le pole nord serait vers le bas. Retourner la pastille ne modifie en rien son comportement. Inverser la polarité des aimants conduits toujours à la lévitation. Manifestement une aimantation opposée à celle qui lui donne naissance se produit. Le supraconducteur apparaît comme un matériau diamagnétique particulièrement fort [35].

I.3.2. Effet Meissner

Si la chute brutale de la résistivité reste la manifestation la plus spectaculaire de la supraconductivité, le comportement magnétique tout à fait original des supraconducteurs s'avère être la signature la plus profonde du phénomène.

En 1933, le centre de supraconductivité se déplace de Leiden à Berlin. C'est là que Walther Meissner et Robert Ochsenfeld découvrent que le champ magnétique B est expulsé des supraconducteurs. Ainsi lorsqu'un champ magnétique extérieur est appliqué à un matériau supraconducteur, celui ci régit de telle sorte que le champ magnétique en son sein reste nul. Une autre façon de présenter les choses est de dire qu'une densité d'aimantation I égale à

l'opposé de l'excitation magnétique H se développe dans l'échantillon. B est nul puisque ces grandeurs sont reliées par $B = \mu_0 (H + I)$. Le matériau se comporte comme un diamagnétique parfait ce qui est à la base du phénomène de lévitation

Après bien des incertitudes, il est apparu que l'aimantation *I* était égale à (*-H*), quel que soit le chemin suivi: après refroidissant en champ nul et application du champ à une température inférieure à Tc, ou après refroidissant de l'échantillon sous champ magnétique.

L'état supraconducteur apparaît comme une véritable phase thermodynamique. La transition phase normale-phase supraconductrice en champ nul est accompagnée d'une anomalie de

chaleur spécifique mais n'engendre aucune chaleur latente. Elle sera cataloguée comme une transition du second ordre [35].

I.3.3. Effets de Cohérence

La supraconductivité allait subir un nouveau rebondissement en 1962 avec une prédiction de Josephson qui laissa pantois la communauté scientifique.

Selon ce jeune et brillant étudiant en thèse, un courant électrique non nul pouvait circuler d'un bloc de supraconducteur à un second bloc séparé du premier d'une mince couche isolante en l'absence même de différence de potentiel entre les deux blocs.

Mieux encore il prédisait qu'en présence d'une différence de potentiel continu, le courant circulant entre les deux blocs devait être alternatif.

Ces prédictions furent vérifiées expérimentalement quelques années plus tard et pour cette découverte Josephson et Giaver reçurent le prix Nobel en 1974.

I.4. Défirent types des matériaux supraconducteurs

Bien qu'historiquement les premiers supraconducteurs furent des métaux simples (mercure, plomb, aluminium, ...), les recherches ont montré que les matériaux possédant cette propriété pouvaient être de nature diverse : métaux simples ou complexes, organiques ou nonorganiques, céramiques, oxydes. Mais les critères retenus pour leur classification font appel à une propriété spécifique. Les différences se retrouvent au niveau de deux des trois paramètres essentiels à la supraconductivité : le courant critique Ic et le champ critique Hc. Ces paramètres critiques fixent une limite au-delà de laquelle le matériau perd ses performances supraconductrices.

Dès les premières expériences, les chercheurs ont montré que la supraconductivité est détruite par un champ magnétique externe élevé. Outre la Tc, un second facteur limitant était découvert. Lorsqu'on trace le champ magnétique interne H (l'induction) en fonction du champ magnétique externe B, les courbes donnent deux comportements différents. Ceux-ci définissent les deux types de supraconducteurs [35],[52].

I.4.1. Supraconducteurs de type I

Dans un supraconducteur de type I, l'excitation magnétique H atteint une valeur critique Hc, le matériau devient subitement normal avec une transition abrupte. Cette transition en champ est thermo-dynamiquement du premier ordre et s'effectue avec une chaleur latente de transformation. La ligne Hc(t) sépare dans un diagramme (H, T) le domaine de stabilité de la phase normale du domaine de stabilité de la phase supraconductrice. Les supraconducteurs de type I sont essentiellement des corps purs et leurs champs critiques sont relativement faibles, le tableau (I-1) représente quelques valeurs de Hc [35].

Elément	Al	In	Sn	Hg	Pb
$T_{c}(K)$	1.19	3.40	3.71	4.15	7.19
$H_c(T) \times 10^{-4}$	99	278	303	412	803

Tableau (I-1) : Valeurs des champs critiques H_c de quelques matériaux

supraconducteurs de type I



Figure I-3 : Diagramme des phases d'un supraconducteur de type I

I.4.2. Supraconducteurs de type I

Comme les supraconducteurs du premier type, ceux de type II voient sous champ faible leur aimantation I compenser l'induction magnétique H et la champ magnétique B rester nul dans le matériau. Cependant à la différence des précédents, l'aimantation des supraconducteurs de type II ne chute pas brusquement de I=-H à I=0 au champ critique Hcmais elle décroît lentement à partir d'un premier champ critique inférieur noté H_{CI} vers le zero pour un second champ critique supérieur H_{C2} . le diagramme des phases devient celui de la figure (I-4). Il fait apparaître un domaine d'effet Meissner complet, un domaine d'effet Meissner incomplet appelé aussi phase de Shubnikov et un domaine normal.

Il est intéressant de noter que le champ critique supérieur peut être très élevé. Pou cette raison, les matériaux de type II seront les plus utilisables dans les applications [35].



Figure I-4 : Diagramme des phases d'un supraconducteur de type II

Les composés autres que les métaux purs sont pratiquement tous des supraconducteurs de

Composés	$T_c(K)$	$\mu_{\theta}H_{c1}(T)$	$\mu_{\theta}H_{c2}(T)$
Nb (fil)	9.3	0.0181	2
Nb (fil écroui)	9.3	0.0248	10
NbTi	9.5		13
Nb ₃ Sn (A15)	18.2	0.0035	23
PbMo ₆ Se ₈ (Chevrel)	3.8		3.8
PbMo ₆ S ₈ (Chevrel)	15		60
Rb_3C_{60}	29.6	0.0013	32
YBaCuO	91.2	0.0032	115
$Hg Ba_2 Ca_2 Cu_3 O_8$	131	0.0045	190

type II.

Tableau (I-2) les champs critiques H_{c1} et H_{c2} de quelques supraconducteurs de type II

I.5. Les théories sur les supraconducteurs

De même que dans l'histoire des supraconducteurs, 1986 est une année charnière entre deux périodes, deux phases se retrouvent au niveau des théories. En effet, la découverte des supraconducteurs à haute température critique de 1986 remet vraisemblablement en question les théories jusqu'alors confirmées. Dans ce chapitre nous allons présenter les deux principales théories qui définissent bien le phénomène supraconductivité ces deux derniers sont la théorie de LONDON et BCS.

I.5.1. Théorie électromagnétique de London

Avec la mise en évidence de l'effet Meissner, les physiciens se sont trouvés confrontés à deux propriétés des supraconducteurs:

- ✓ la chute à zéro de la résistance électrique.
- l'expulsion du champ magnétique *B* qui reste nul dans le matériau supraconducteur.
 Et de s'interroger sur la plus fondamentale de ces manifestations.

Jusqu'en 1934, 20 ans après la découverte de Kammerling Onnes, il n'existe pas de description de la supraconductivité et encore moins de théorie microscopique.

C'est avec les équations des frères London qu'apparaissent les premières lois de comportement des électrons dans les supraconducteurs. Des équations qui rendent compte de l'effet Meissner mais n'expliquent en rien la chute à zéro de la résistivité.

Depuis Maxwell les relations entre champ électrique E, champ magnétique B en présence de densités de charges ρ et de densités de courant j sont bien connues. Les équations de Maxwell, sont inattaquables. Elles s'appuient sur des relations de symétrie et des invariants relativistes incontournables.

A ces équations s'ajoute dans les conducteurs la relation phénoménologique $j=\sigma E$ liant dans un métal la densité de courant au champ électrique qui y règne. Cette équation repose sur une analyse mécanique du mouvement des électrons sous l'effet d'un champ électrique E en présence de forces de frottement qui apportent le caractère résistif du phénomène.

Face à une résistivité nulle, les frères London reconsidèrent le mouvement des électrons sous l'effet d'un champ électrique, mais cette fois en l'absence de frottement; c'est ce qui conduit à la première équation de London.

Avec leur seconde équation, les frères London postulent une nouvelle relation entre la densité de courant et le champ magnétique. Cette relation s'inspire du phénomène d'induction mais prend en compte l'aspect de phase thermodynamique de l'état supraconducteur. Cette équation ne sera justifiée que 20 ans plus tard [35].

C'est vrai que, du point de vue électrique, le supraconducteur apparaît à première vue comme un conducteur parfait, qui n'offre aucune résistance au passage du courant puisque, une fois lancé dans un anneau supraconducteur, le courant ne s'amortit pas. Il paraît logique d'examiner tout d'abord l'effet d'un champ magnétique sur un conducteur parfait dans le cadre des équations de Maxwell:

$$rot E = -\frac{\partial B}{\partial t} \tag{I-1}$$

$$div E = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \tag{I-2}$$

$$div B = 0 \tag{I-3}$$

$$rot B = \mu_0 j + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial E}{\partial t}$$
(I-4)

Aux quelles sont associées les équations de continuité:

$$E_{t1} = E_{t2}$$

$$(E_2 - E_1)n_{12} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$(B_{t2} - B_{t1}) \wedge n_{12} = \frac{j_s}{\varepsilon_0}$$

$$(B_2 - B_1)n_{12} = 0$$
(I-5)

Aux relations de Maxwell, ajoutons la loi de conservation des charges:

$$div\left(\rho v\right) + \frac{\partial\rho}{\partial t} = 0 \tag{I-6}$$

Dans un conducteur normal, soumet à une différence de potentiel V ; Le maintien de cette différence de potentiel établit un champ électrique permanent E à l'intérieur du métal.

En présence de ce champ, les électrons, porteurs des charges électriques élémentaires q= -e dont le nombre par unité de volume est n, sont soumis à une force électrique F= qE. Sous l'effet de cette force, ils subissent une accélération définie par la loi fondamentale de la dynamique:

$$F = qE = m\frac{d < v >}{dt}$$
(I-7)

Ils voient leur vitesse moyenne $\langle \mathbf{v} \rangle$ croître selon la loi linéaire: $\langle v \rangle = \frac{q}{E} t$

La densité de courant *j* liée à la vitesse $\langle \mathbf{v} \rangle$ et à la densité de charges mobiles *nq* par la relation $\mathbf{j} = \mathbf{nq} \langle \mathbf{v} \rangle$ croît linéairement et indéfiniment.

Ainsi que la charge q est soumise à une force de "frottement " f = – a $\langle v \rangle$ qui, en première approximation, est proportionnelle à la vitesse moyenne de déplacement des charges. a est un coefficient de frottement. L'équation fondamentale de la dynamique s'écrit alors:

$$qE - a < v > = m \frac{d < v >}{dt}$$
(I-8)

La densité de courant devient proportionnelle à E suivant :

$$j = \frac{n q^2}{a} E \tag{I-9}$$

Pour tenure compte de l'effet supraconducteur en écrivant l'équation fondamentale de la dynamique avec une force de frottement nulle (a=0) ce qui donne l'équation d'accélération que on appelle la première équation de London.

I.5.1.1. Première équation de London

S'il manque manifestement un ingrédient pour rendre compte de l'effet Meissner, tous les éléments ne sont pas à remettre en cause. Il faut conserver:

- ✓ Les équations de Maxwell: leur application est générale et elles sont fortement validées par la relativité.
- \checkmark la relation de conservation.
- ✓ L'équation d'accélération qui est une application du principe fondamental de la dynamique à des charges libres (on fait l'hypothèse que le courant supraconducteur est porté par de telles charges).

Cette équation transposée aux supraconducteurs est appelée première équation de London.

$$\frac{dj}{dt} = \frac{n q^2}{m} E \tag{I-10}$$

I.5.1.2. Deuxième équation de London

Le paragraphe précédent a montré que l'application des équations de Maxwell et de la première équation de London était insuffisante pour rendre compte de l'exclusion du champ magnétique dans les supraconducteurs, indépendamment de l'histoire de l'échantillon. Il faut pour expliquer ce phénomène ajouter quelque chose de nouveau.

En l'absence de théorie, on peut toujours essayer une équation. Si elle rend compte des expériences, elle contient vraisemblablement une part de vérité. Il restera à la justifier.

Une telle équation, avancée sans support microscopique ou théorique, est appelée équation phénoménologique.

Selon la 4^{ème} équation de Maxwell, le champ magnétique B, le champ électrique E et la densité de courant j sont liés par la relation:

$$rot B = \mu_0 j + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial E}{\partial t}$$
(I-11)

En régime stationnaire ou avec une bonne approximation si E varie suffisamment lentement avec le temps, cette équation se réduit à :

$$rot B = \mu_0 j \tag{I-12}$$

Ce qui implique aussi:

$$rot \frac{\partial B}{\partial t} = \mu_0 \ \frac{\partial j}{\partial t} \tag{I-13}$$

Par ailleurs en prenant le rotationnel des deux membres de la première équation de London :

$$\frac{dj}{dt} = \frac{n q^2}{m} E \tag{I-14}$$

Et en tenant compte de la 1^{re} équation de Maxwell:

$$rot \ E = -\frac{\partial B}{\partial t} \tag{I-15}$$

On obtient une seconde relation entre les dérivées temporelles de *B* et *j*:

Chapitre I Les matériaux supraconducteurs

$$\mu_0 \operatorname{rot}\left(\frac{\partial j}{\partial t}\right) = -\frac{1}{\lambda^2} \left(\frac{\partial B}{\partial t}\right)$$
(I-16)

Dans laquelle intervient une longueur caractéristique λ .

$$\lambda^2 = \frac{m}{\mu_0 n q^2} \tag{I-17}$$

 ∂B

L'application des équations de Maxwell a montré que la dérivée temporelle $\overline{\partial t}$ était nulle dans le conducteur parfait. La nouvelle théorie doit être telle que B lui même soit nul. Pour cela remplaçons simplement dans les équations (I-16) les dérivées de B et de j par ces

quantités elles-mêmes.

$$\frac{\partial B}{\partial t} \quad \dots \longrightarrow B \qquad et \qquad \frac{\partial j}{\partial t} \quad \dots \longrightarrow j$$

L'équation d'induction (I-16) Devient :

$$\mu_0 rot(j) = -\frac{1}{\lambda^2} B \tag{I-18}$$

C'est la deuxième équation de London

Profondeur de pénétration

La longueur caractéristique liée à l'affaiblissement du champ magnétique sur la sur face d'un supraconducteur est connue comme profondeur de pénétration, et elle dépend de la densité ns de nombre des électrons supraconducteurs.

$$\lambda = \left[\frac{m}{\mu_0 n_s q^2}\right]^{1/2} \tag{I-19}$$

La densité de nombre des électrons supraconducteurs dépend de la température, ainsi que la profondeur de pénétration. Pour T=Tc tous les électrons libres sont supraconducteurs, mais la densité de nombre diminuer de façon constante avec l'augmentation de la température jusqu'à ce qu'elle atteigne zéro à la température critique. Selon le model de London λ est

Chapitre I Les matériaux supraconducteurs

proportionnelle à $n^{-1/2}$, donc la profondeur de pénétration augmente pendant que la température approche à la température critique; elle devient efficacement infinie - correspondant à un champ uniforme dans le matériel- et au dessus la température critique. La figure (I-5) montre cette dépendance de la température pour un matériel supraconducteur, qui est bien représenté par l'expression [36] :

$$\lambda(T) = \frac{\lambda(0)}{\left[1 - (T/T_c)^4\right]^{1/2}}$$
(I-20)

Où $\lambda(0)$ est la valeur de la profondeur de pénétration à T=0 K



Figure I-5 : Profondeur de pénétration λ en fonction de la température

I.5.2.La théorie BCS

En 1957, J. BARDEEN, L. COOPER et R. SCHRIEFFER proposèrent une théorie microscopique. Aujourd'hui connue sous le nom de théorie BCS, c'est la seule théorie un tant soit peu prédictive et qui s'applique bien à la plupart des supraconducteurs conventionnels. Cette théorie est basée sur le couplage des électrons d'un métal en paire : les paires de Cooper. Elles forment un état unique, cohérent, d'énergie plus basse que celui du métal normal (électrons non appariés).

On retrouve expérimentalement le couplage par paire en mesurant un quantum de flux qui est toujours un multiple de deux électrons.

La différence d'énergie entre l'état supraconducteur et l'état normal est appelée gap d'énergie. C'est l'énergie nécessaire pour passer de l'état supraconducteur à l'état normal en brisant les paires de Cooper. Cette énergie tend vers zéro lorsque T tend vers Tc.

Le problème est d'expliquer cet appariement compte tenu de la répulsion coulombienne. Dans un métal, les électrons interagissent avec le réseau cristallin formé d'ions positifs. Ceux-ci attirent les électrons et se déplacent légèrement (grande inertie). Les physiciens ont donné le nom de phonons à ces vibrations atomiques naturelles. Cette interaction entre les électrons et les phonons est à l'origine de la résistivité et de la supraconductivité : attirés par le passage très rapide d'un électron (10⁺⁶m/s), les ions se déplacent et créent une zone locale électriquement positive. Compte tenu de l'inertie, cette zone persiste alors que l'électron est passé, et peut attirer un autre électron qui se trouve ainsi, par l'intermédiaire d'un phonon, apparié au précédent. Et ce malgré la répulsion coulombienne. L'agitation thermique finit par détruire ce fragile équilibre d'où l'effet néfaste de la température.

L'interaction électron -phonon joue un rôle essentiel pour l'appariement des électrons donc pour la supraconductivité. Plusieurs faits le confirment, comme par exemple l'effet isotopique. Cet effet, comme son nom l'indique, est relié à la masse des atomes constituant le réseau cristallin. On peut montrer que la vibration des atomes possède une fréquence ω reliée à la masse des atomes du réseau suivant la relation suivante :

$$\omega^2 = \frac{k}{\mu}$$
 Où : k est la constante de raideur du cristal

μ est la masse réduite des atomes du cristal

Et que la température Tc est proportionnelle à la racine carrée de μ .

Chapitre I Les matériaux supraconducteurs

Une particularité des paires de Cooper est que leur quantité de mouvement est nulle. En effet, les deux électrons appariés ont la même quantité de mouvement, mais de signe opposé. C'est la condition pour que l'énergie de la paire soit inférieure à la somme des énergies des deux électrons. Ils forment alors un ensemble qui se comporte comme un boson : les paires se déplacent sans rencontrer la moindre résistance. D'où la supraconductivité. Il faut bien sûr que ces paires se déplacent avec une énergie cinétique plus petite que le gap, sinon la paire est cassée [50]-[52].

La description de l'état supraconducteur par la théorie BCS est excellente : plusieurs grandeurs (gap, Tc) en découlent et sont vérifiées expérimentalement. Elle permet également de retrouver l'équation de London (donc l'effet Meissner), ainsi que la théorie de GINZBURG et LANDAU.

I.6. Impédance de surface et Conductivité complexe

Le modèle "des deux fluides" proposé par Casimir et Gorter en 1934, permet de faire apparaître, en présence d'un champ électrique oscillant:

- un effet résistif et inductif dû aux électrons non appariés;

- un effet purement inductif des électrons appariés.

Pour une température comprise entre O et Tc on trouve dans le matériau une certaine proportion d'électrons appariés (supraconducteurs), les autres restants "célibataires". En présence d'un champ électromagnétique, tous les électrons sont influencés, et ils se comportent en suivant les règles propres à leur état (apparié ou non).

En 1934, l'existence de paires d'électrons était évidemment inconnue, mais déjà Casimir et Gorter pensaient que seule une partie des électrons contribuait à la supraconductivité: ils eurent l'idée de considérer les électrons de conduction du supraconducteur comme un mélange de deux fluides. Vingt ans plus tard, la théorie BCS arrivera à une description améliorée des propriétés an hyperfréquence des supraconducteurs (en tenant compte de l'existence du gap d'énergie). Toutefois, les prédictions quantitatives de BCS coïncideront bien avec celles du modèle des deux fluides qui contient déjà les principaux ingrédients nécessaires à la compréhension des propriétés observées. On rend compte de cette situation en associant une conductivité complexe [36]-[38], [50]-[52]:

$$J = \sigma E = (\sigma_1 - i \sigma_2) E \tag{I-21}$$

En utilisant les densités d'état des électrons supraconducteurs et normaux respectivement, et en négligeant les collisions subies par les paires, il est possible de calculer les composantes réelle et imaginaire de la conductivité, qui se présentent sous la forme [37]:

$$\sigma_1 = \frac{n_n e^2 \tau}{m(1 + \omega^2 \tau^2)} \tag{I-22}$$

$$\sigma_2 = \frac{n_s e^2}{m\omega} + \frac{n_n e^2 \omega^2 \tau^2}{m\omega(1 + \omega^2 \tau^2)}$$
(I-23)

Pour la plus parts des application des matériaux supraconducteurs $\omega^2 \tau^2$ est très inférieur à 1 cela pour des fréquences inférieure à 10^{11} Hz les expressions précédentes devient [37] :

$$\sigma_{I} = \frac{n_{n} e^{2} \tau}{m}$$

$$\sigma_{1} = \sigma_{n} \left(\frac{T}{T_{c}}\right)^{4}$$
(I-24)

$$\sigma_2 = \frac{n_s e^2}{m\omega} = \frac{1}{\omega\mu_0 \lambda^2}$$
(I-25)

I.6.1. Résistance et réactance de surface

Ainsi, la conductivité d'un supraconducteur en hyperfréquence n'étant pas infinie, on s'attend à ce qu'il se comporte comme un métal normal bon conducteur. L'impédance de surface est définie comme le rapport des composantes parallèles des champs électrique et magnétique; on montre que pour un métal normal, elle est liée à la conductivité par:

$$Z_s = \sqrt{\frac{i\omega\mu_0}{\sigma}} \tag{I-26}$$

En insérant dans cette dernière relation l'expression de sigma donnée par les équations cidessus, on trouve une impédance complexe où les parties réelle et imaginaire sont données par:

$$Z_s = R_s + iX_s \tag{I-27}$$

Avec:
$$R_s = \frac{1}{2} \sigma_n \left(\frac{n_n}{n}\right) (\omega \mu_0)^2 \lambda^3 \qquad X_s = \omega \mu_0 \lambda$$

Il en découle immédiatement que l'impédance tend vers 0 lorsque oméga tend vers 0, ce qui justifie la distinction entre les hautes fréquences d'une part, pour lesquelles l'impédance de surface joue un rôle (typiquement au-dessus de quelques centaines de mégahertz), et les basses fréquences d'autre part, où elle n'intervient pas (fréquences industrielles) [37]-[39],[51].

I.7. Applications

Les propriétés extraordinaires des supraconducteurs n'ont cessé de faire rêver. De nombreuses applications ont été imaginées. On peut les classer en quatre groupes définis par la propriété fondamentale qui y conduit: Résistance nulle, effet Meissner, lévitation, effet Josephson [35].

Applications liées à la résistance nulle

- ✓ Les aimants supraconducteurs
- ✓ Les lignes de transport
- ✓ Les gros engins électromécaniques.

Applications liées à l'effet Meissner

✓ Blindage magnétique.

Applications liées au phénomène de lévitation

✓ Trains à lévitation supraconductrice allemands et japonais.

Applications liées aux effets de cohérence

- ✓ Mesures de champs magnétiques (SQUID)
- ✓ Détecteurs de micro-ondes
- ✓ Ordinateurs supraconducteurs.

I.8. Conclusion

Dans ce chapitre Nous avons présenté un aperçu historique sur les matériaux supraconducteurs, ainsi que leurs comportements magnétique, les différentes théories sur les supraconducteurs, et le classement de leurs applications en quatre groupes. On a conclus que l'inconvénient majeur pour les matériaux supraconducteurs reste toujours la température critique qui est très basse.

Chapitre II

MISE EN EQUATION DU PROBLEME

II.1. Introduction

- II.2. Formulation théorique du problème de la fonction de Green
- II.3. Détermination du tenseur de Green pour la structure étudiée
- II.4. formulation des paramètres caractéristiques de l'antenne
- **II.5.** Conclusion

II.1. Introduction

Dans ce chapitre nous nous intéressons au calcul de la fréquence d'opération d'une antenne microbande de forme rectangulaire constituée d'un substrat monocouche avec l'élément rayonnant (patch) réalisé par un matériau supraconducteur et imprimé sur une surface, le plan de masse sur l'autre. Le problème de la fréquence de résonance complexe est formulé en terme d'une équation intégrale. Cette dernière est calculé à l'aide de plusieurs formules et procédures, les transformées vectorielles de Fourier et la fonction de Green. La procédure de Galerkin est utilisée pour résoudre l'équation intégrale.

La figure (II-1) montre la géométrie d'un patch rectangulaire supraconducteur de longueur 'a', de largeur 'b' et hauteur 'R' imprimée sur un substrat diélectrique d'épaisseur 'd' caractérisé par la perméabilité du vide μ_0 et une permittivité ε_r .



Figure (II-1) : Géométrie d'une antenne microbande rectangulaire

II.2. Formulation théorique du problème de la fonction de Green

Considérons une onde électromagnétique qui se propage dans une région loin des sources ($\rho=0$, j=0), la dépendance temporelle est en $e^{i\omega t}$

$$\overline{\nabla} \wedge \overline{E} = -\frac{\partial \overline{B}}{\partial t} = -\mu \frac{\partial \overline{H}}{\partial t} = -iw\mu \overline{H}$$
(II-1)

$$\overline{\nabla} \wedge \overline{H} = \frac{\partial \overline{D}}{\partial t} = \varepsilon \frac{\partial \overline{E}}{\partial t} = iw\varepsilon \overline{E}$$
(II-2)

Transformées vectorielles de Fourier :

L'analyse dans le domaine de transformée de Fourier a été présentée la première fois par Yamashita et Mittra pour le calcul de l'impédance caractéristique et la vitesse de phase de la ligne de microruban basée sur une approximation de quasi-TEM. Une méthode efficace a été employée dans le domaine de transformer de Fourier pour calculer la capacité de la ligne pour assumée la densité de charge. À mesure que la fréquence de fonctionnement est augmentée, les caractéristiques de dispersion du microruban deviennent importantes pour des conceptions précises. Cette condition a mené entièrement l'analyse de vague des lignes micro rubans, représentée par le travail de Denlinger, qui a résolu l'équation intégrale en utilisant une technique de transformée de Fourier. La résolution par sa méthode, cependant, dépend fortement des distributions courantes assumées sur la bande en cours de solution. Pour éviter cette difficulté et permettre l'amélioration systémique de la solution pour les composants courants à un degré désiré d'exactitude, une nouvelle méthode a été présentée par Itoh et Mittra, généralement appelée maintenant l'approche spectrale (SDA) [47].

La raison principale que le SDA est numériquement efficace est qu'elle exige un prétraitement analytique significatif. Ce dispositif impose alternativement une certaine restriction à l'applicabilité de la méthode. Une des limitations est que l'SDA exige l'épaisseur infinitésimale pour le patch. Il est également difficile de traiter la structure avec un élément rayonnant ayant une conductivité finie. On ne permet aucune discontinuité dans le substrat dans la direction latérale. Cependant, malgré ces limitations, SDA est l'une des techniques numériques les plus populaires et les plus employées couramment.

Donc pour simplifier les calculs nous allons passer au domaine des transformées vectorielles, a noter que le formalisme des transformés vectoriels de Fourier est utilisé pour les géométries rectangulaires et triangulaires, alors que celui des transformées de Hankel est réservé aux formes circulaires et annulaires.

Les transformées vectorielles de Fourier sont définies par les relations suivantes [16], [47] :-

$$\widetilde{\overline{A}}(k_x, k_y, z) = \int_{-\infty-\infty}^{+\infty} \widetilde{\overline{A}}(x, y, z) e^{-i(k_x x + k_y y)} dx dy$$
$$\overline{A}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \widetilde{\overline{A}}(k_x, k_y, z) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y$$

$$\overline{\nabla} \wedge \overline{E} = (\frac{\partial}{\partial y} E_z - \frac{\partial}{\partial z} E_y).\overline{i} - (\frac{\partial}{\partial x} E_z - \frac{\partial}{\partial z} E_x).\overline{j} + (\frac{\partial}{\partial x} E_y - \frac{\partial}{\partial y} E_x).\overline{k}$$

On note que la transformée vectorielle de Fourier de la dérivé partielle d'une fonction est donnée par les deux propriétés suivantes :

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) = i.k_x.\widetilde{f} \\ \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right) = i.k_y.\widetilde{f} \end{cases}$$

Par l'utilisation des équations précédentes on aura :

$$\begin{split} \left(\overline{\nabla} \wedge \overline{E} \right) &= (ik_{y} \widetilde{E}_{z} - \frac{\partial}{\partial z} \widetilde{E}_{y}) . \overline{i} - (ik_{x} \widetilde{E}_{z} - \frac{\partial}{\partial z} \widetilde{E}_{x}) . \overline{j} + (ik_{x} \widetilde{E}_{y} - ik_{y} \widetilde{E}_{x}) \overline{k} \\ &= \begin{vmatrix} \overline{i} & \overline{j} & \overline{k} \\ ik_{x} & ik_{y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \overline{E}_{x} & \overline{E}_{y} & \overline{E}_{z} \end{vmatrix} = \overline{\nabla} \wedge \overline{\overline{E}} \end{split}$$
Avec :-

$$\widetilde{\overline{\nabla}} = ik_x \cdot \overline{i} + ik_y \cdot \overline{j} + \frac{\partial}{\partial z} \cdot \overline{k}$$
(II.3)

Les équations (II.1) et (II.2) s'écrivent dans le domaine spectral de Fourier par les formes suivantes :

$$\widetilde{\overline{\nabla}} \wedge \widetilde{\overline{E}} = -iw\mu \widetilde{\overline{H}}$$
(II.4)

$$\widetilde{\overline{\nabla}} \wedge \widetilde{\overline{H}} = iw\varepsilon \ \widetilde{\overline{E}}$$
(II.5)

On sait que :

$$\widetilde{\nabla} \wedge \left(\widetilde{\nabla} \wedge \widetilde{\overline{E}}\right) = \widetilde{\nabla} \cdot \left(\widetilde{\nabla} \cdot \widetilde{\overline{E}}\right) - \left(\widetilde{\nabla} \cdot \widetilde{\nabla}\right) \widetilde{\overline{E}}$$
$$\widetilde{\nabla} \cdot \widetilde{\overline{E}} = 0 \Longrightarrow \widetilde{\nabla}^2 \widetilde{\overline{E}} - i \, \omega \mu (\widetilde{\nabla} \wedge \widetilde{\overline{H}}) = \overline{0}$$

$$\widetilde{\overline{\nabla}}\,{}^{_{2}}.\widetilde{\overline{E}}+\omega^{^{2}}\epsilon\mu\widetilde{\overline{E}}=\overline{0}$$

D'après l'équation (II.3) nous avons :

$$\widetilde{\overline{\nabla}}^{2} = -(k_{x}^{2} + k_{y}^{2}) + \frac{\partial^{2}}{\partial z^{2}}$$

L'équation de propagation s'écrit donc sous la forme

$$\frac{\partial^2 \widetilde{\overline{E}}}{\partial z^2} + k_z^2 \widetilde{\overline{E}} = \overline{0}$$
(II-6)

Avec :

$$k_{z}^{2} = k^{2} - (k_{x}^{2} + k_{y}^{2})$$
(II-7)

$$k^2 = \omega^2 \epsilon \mu$$

Chapitre II Mise en équation du problème

En considérant une variation temporelle en e^{iwt} et en partant des équations de Maxwell (II-1) et (II-2) présentées précédemment dans le domaine de Fourier, nous pouvons montrer que les champs transverses dans la j^{eme} couche diélectrique ($z_{j-1} < z < z_{j+1}$) peuvent s'écrire en termes des composantes longitudinales \tilde{E}_z et \tilde{H}_z [40]. [Annexe a]

$$\left[\widetilde{E}_{x} = i\frac{k_{x}}{k_{s}^{2}}\frac{\partial}{\partial z}\widetilde{E}_{z} + \frac{\omega\mu k_{y}}{k_{s}^{2}}\widetilde{H}_{z}\right]$$
(II-8.a)

$$\left| \widetilde{E}_{y} = i \frac{k_{y}}{k_{s}^{2}} \frac{\partial}{\partial z} \widetilde{E}_{z} - \frac{\omega \mu k_{x}}{k_{s}^{2}} \widetilde{H}_{z} \right|$$
(II - 8.b)

$$\widetilde{H}_{x} = i \frac{k_{x}}{k_{s}^{2}} \frac{\partial}{\partial z} \widetilde{H}_{z} - \frac{\omega \varepsilon k_{y}}{k_{s}^{2}} \widetilde{E}_{z}$$
(II-9.a)

$$\left(\widetilde{H}_{y} = i\frac{k_{y}}{k_{s}^{2}}\frac{\partial}{\partial z}\widetilde{H}_{z} + \frac{\omega\varepsilon k_{x}}{k_{s}^{2}}\widetilde{E}_{z}\right)$$
(II-9.b)

Avec:
$$k_s^2 = k_x^2 + k_y^2$$
 (II-10)

Après avoir effectué quelques manipulations algébriques simples, nous pouvons mettre les équations (II-8.a) et (II-8.b) sous la forme :

$$\widetilde{\overline{E}} = \begin{bmatrix} \widetilde{E}_{x} \\ \widetilde{E}_{y} \end{bmatrix} = \frac{1}{k_{s}} \begin{bmatrix} k_{x} & k_{y} \\ k_{y} & -k_{x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{e} \\ e^{h} \end{bmatrix}$$
(II-11)

De même à partir des équations (II-9.a) et (II-9.b) on peut écrire :

$$\widetilde{\widetilde{H}} = \begin{bmatrix} \widetilde{H}_{y} \\ -\widetilde{H}_{x} \end{bmatrix} = \frac{1}{k_{s}} \begin{bmatrix} k_{x} & k_{y} \\ k_{y} & -k_{x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h^{e} \\ h^{h} \end{bmatrix}$$
(II-12)

Les exposants e et h dans les équations (II-11) et (II-12) dénotent les ondes TM et TE respectivement e^e , e^h , h^e et h^h sont définis par:

$$\overline{\mathbf{e}} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}^{\mathbf{e}} \\ \mathbf{e}^{\mathbf{h}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{i}}{\mathbf{k}_{s}} \frac{\partial \widetilde{\mathbf{E}}_{z}}{\partial z} \\ \frac{\omega \mu}{\mathbf{k}_{s}} \widetilde{\mathbf{H}}_{z} \end{bmatrix}$$
(II-13)

$$\overline{\mathbf{h}} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}^{e} \\ \mathbf{h}^{h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\omega \varepsilon}{\mathbf{k}_{s}} \widetilde{\mathbf{E}}_{z} \\ \frac{\mathbf{i}}{\mathbf{k}_{s}} \frac{\partial \widetilde{\mathbf{H}}_{z}}{\partial z} \end{bmatrix}$$
(II-14)

D'après l'équation de propagation (II-6) les formes générales de \tilde{E}_z et \tilde{H}_z sont données par les relations suivantes [40]:-

$$\tilde{E}_{z} = A_{1}e^{-ik_{z}z} + B_{1}e^{ik_{z}z}$$
 (II-15.a)

$$\tilde{H}_{z} = A_{2}e^{-ik_{z}z} + B_{2}e^{ik_{z}z}$$
 (II-15.b)

En remplaçant les équations (II-15-a) et (II-15.b) les valeurs de \tilde{E}_z et \tilde{H}_z données par (II-13) et (II-14) nous obtenons :-

$$\overline{e}(k_s, z) = \overline{A}e^{-ik_z z} + \overline{B}e^{ik_z z}$$
(II-16)

$$\overline{h}(k_s, z) = \overline{\overline{g}}(k_s) \cdot \left[\overline{A}e^{-ik_z z} - \overline{B}e^{ik_z z}\right]$$
(II-17)

$$\overline{\overline{g}}(k_s) = \text{diag}\left[g^e(k_s), g^h(k_s)\right] = \text{diag}\left[\frac{\omega\varepsilon}{k_z}, \frac{k_z}{\omega\mu}\right]$$
(II-18)

[Voire annexe b]

Considérons maintenant que la région ou l'onde se propage est limitée entre les deux plans Z_{j-1} et Z_j



Figure (II-2) Représentation d'une couche j

En écrivant les équations (II-16) et (II-17) dans le plan $Z=Z_{j-1}$ puis dans le plan $Z=Z_j$ et par élimination des inconnus \overline{A} et \overline{B} , une relation relie les composantes \overline{e} et \overline{h} sur les deux interfaces de la couche est obtenue.

$$\begin{bmatrix} \overline{e}_{j}(k_{s}, z_{j}^{-}) \\ \overline{h}_{j}(k_{s}, z_{j}^{-}) \end{bmatrix} = \overline{\overline{T}}_{j} \begin{bmatrix} \overline{e}_{j}(k_{s}, z_{j-1}^{+}) \\ \overline{h}_{j}(k_{s}, z_{j-1}^{+}) \end{bmatrix}$$
(II-19)

$$\overline{\overline{T}}_{j} = \begin{bmatrix} \overline{\overline{T}}_{j}^{11} & \overline{\overline{T}}_{j}^{12} \\ \overline{\overline{T}}_{j}^{21} & \overline{\overline{T}}_{j}^{22} \end{bmatrix}$$
$$\overline{\overline{T}}_{j}^{11} = \overline{\overline{T}}_{j}^{22} = \begin{bmatrix} \cos(k_{zj}d_{j}) & 0 \\ 0 & \cos(k_{zj}d_{j}) \end{bmatrix}$$
(II-20.a)

$$\overline{\overline{T}}_{j}^{12} = -i.\sin(k_{zj}d_{j}) \times \overline{\overline{g}}_{j}^{-1} = \begin{bmatrix} -i\frac{k_{zj}}{\omega\varepsilon_{j}}\sin(k_{zj}d_{j}) & 0\\ 0 & -i\frac{\omega\mu_{j}}{k_{zj}}\sin(k_{zj}d_{j}) \end{bmatrix}$$
(II - 20.b)

$$\overline{\overline{T}}_{j}^{21} = -i.\sin(k_{zj}d_{j}) \times \overline{\overline{g}}_{j} = \begin{bmatrix} -i\frac{\omega\varepsilon_{j}}{k_{zj}}\sin(k_{zj}d_{j}) & 0\\ 0 & -i\frac{k_{zj}}{\omega\mu_{j}}\sin(k_{zj}d_{j}) \end{bmatrix}$$
(II - 20.c)

La forme matricielle montrée par (II-19) est similaire à celle adoptée dans la méthode de la limite équivalente présentée dans les études [48], [49] il suffit simplement de prendre $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_Z$, mais les champs électriques et magnétiques transverses présentés par l'équation (II-19) sont exprimés dans la représentation (TM, TE) au lieu des coordonnées cartésiennes utilisées dans [48], [49].

Si l'interface $Z=Z_j$ est dépourvue de courants électriques alors (II-14) s'écrit

$$\begin{bmatrix} \overline{\mathbf{e}}_{j+1}(\mathbf{k}_{s}, \mathbf{z}_{j}^{+}) \\ \overline{\mathbf{h}}_{j+1}(\mathbf{k}_{s}, \mathbf{z}_{j}^{+}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{e}}_{j}(\mathbf{k}_{s}, \mathbf{z}_{j}^{-}) \\ \overline{\mathbf{h}}_{j}(\mathbf{k}_{s}, \mathbf{z}_{j}^{-}) \end{bmatrix} = \overline{\overline{\mathbf{T}}}_{j} \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{e}}_{j}(\mathbf{k}_{s}, \mathbf{z}_{j-1}^{+}) \\ \overline{\mathbf{h}}_{j}(\mathbf{k}_{s}, \mathbf{z}_{j-1}^{+}) \end{bmatrix}$$
(II-21)

Si par contre l'interface $z=z_j$ contient des courants électriques, nous avons

$$\begin{cases} \widetilde{H}_{y}(z_{j}^{-}) - \widetilde{H}_{y}(z_{j}^{+}) = \widetilde{J}_{x}(z_{j}) \\ \widetilde{H}_{x}(z_{j}^{-}) - \widetilde{H}_{x}(z_{j}^{+}) = -\widetilde{J}_{y}(z_{j}) \end{cases}$$
(II-22)

$$\begin{bmatrix} \widetilde{H}_{y}(z_{j}^{-}) \\ -\widetilde{H}_{x}(z_{j}^{-}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \widetilde{H}_{y}(z_{j}^{+}) \\ -\widetilde{H}_{x}(z_{j}^{+}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \widetilde{J}_{x}(z_{j}) \\ \widetilde{J}_{y}(z_{j}) \end{bmatrix}$$
(II-23)

En remplaçant par (II-12) dans (II-23) nous obtenons

$$\frac{1}{k_{s}}\begin{bmatrix}k_{x} & k_{y}\\k_{y} & -k_{x}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}h^{e}(z_{j}^{-})\\h^{h}(z_{j}^{-})\end{bmatrix} - \frac{1}{k_{s}}\begin{bmatrix}k_{x} & k_{y}\\k_{y} & -k_{x}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}h^{e}(z_{j}^{+})\\h^{h}(z_{j}^{+})\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\widetilde{J}_{x}(z_{j})\\\widetilde{J}_{y}(z_{j})\end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix}h^{e}(z_{j}^{+})\\h^{h}(z_{j}^{-})\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}h^{e}(z_{j}^{+})\\h^{h}(z_{j}^{+})\end{bmatrix} = \frac{1}{k_{s}}\begin{bmatrix}k_{x} & k_{y}\\k_{y} & -k_{x}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\widetilde{J}_{x}(z_{j})\\\widetilde{J}_{y}(z_{j})\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}J^{e}(z_{j})\\J^{h}(z_{j})\end{bmatrix}$$
(II-24)

Avec :

$$\overline{\mathbf{J}} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}^{e} \\ \mathbf{J}^{h} \end{bmatrix} = \frac{1}{k_{s}} \begin{bmatrix} k_{x} & k_{y} \\ k_{y} & -k_{x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \widetilde{\mathbf{J}}_{x} \\ \widetilde{\mathbf{J}}_{y} \end{bmatrix}$$
(II-25)

$$\widetilde{\widetilde{J}} = \begin{bmatrix} \widetilde{J}_{x} \\ \widetilde{J}_{y} \end{bmatrix} = \frac{1}{k_{s}} \begin{bmatrix} k_{x} & k_{y} \\ k_{y} & -k_{x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J^{e} \\ J^{h} \end{bmatrix}$$
(II-26)

Donc on peut écrire :-

$$\begin{bmatrix} \overline{\mathbf{e}}_{j}(\mathbf{k}_{s}, \mathbf{z}_{j}^{-}) \\ \overline{\mathbf{h}}_{j}(\mathbf{k}_{s}, \mathbf{z}_{j}^{-}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{e}}_{j+1}(\mathbf{k}_{s}, \mathbf{z}_{j}^{+}) \\ \overline{\mathbf{h}}_{j+1}(\mathbf{k}_{s}, \mathbf{z}_{j}^{+}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{0}} \\ \overline{\mathbf{J}}(\mathbf{z}_{j}) \end{bmatrix}$$
(II-27)

A partir de (II-27) et (II-19) on peut écrire :-

$$\begin{bmatrix} \overline{\mathbf{e}}_{j+1}(\mathbf{k}_{s},\mathbf{z}_{j}^{+}) \\ \overline{\mathbf{h}}_{j+1}(\mathbf{k}_{s},\mathbf{z}_{j}^{+}) \end{bmatrix} = \overline{\overline{\mathbf{T}}}_{j} \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{e}}_{j}(\mathbf{k}_{s},\mathbf{z}_{j-1}^{+}) \\ \overline{\mathbf{h}}_{j}(\mathbf{k}_{s},\mathbf{z}_{j-1}^{+}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{0}} \\ \overline{\mathbf{J}}(\mathbf{z}_{j}) \end{bmatrix}$$
(II-28)

Si le milieu z<z_{j-1} est un conducteur parfait (plan de masse) alors :

$$\overline{\mathbf{e}}_{j}(\mathbf{k}_{s},\mathbf{z}_{j-1}^{*}) = \overline{\mathbf{0}}$$
(II-29)

Si le milieu $z > z_j$ est l'air tenant compte de la condition de rayonnement on aura a partir de (II-16) et (II-17) :

$$\overline{h}_{j+1}(k_s, z_j^+) = \overline{\overline{g}}_{j+1}(k_s).\overline{e}_{j+1}(k_s, z_j^+)$$
(II-30)

Les équations (II-21), (II-28), (II-29) et (II-30) formant les équations de base pour

détermination du tenseur spectral de Green

Le tenseur spectral de Green $\overline{\overline{G}}$ relie le champ électrique tangentiel avec le courant dans le plan du patch :

$$\widetilde{\overline{E}} = \overline{\overline{G}}.\widetilde{\overline{J}}$$
(II-31)

Avec :

$$\widetilde{\overline{E}} = \begin{bmatrix} \widetilde{E}_{x} \\ \widetilde{E}_{y} \end{bmatrix} , \quad \widetilde{\overline{J}} = \begin{bmatrix} \widetilde{J}_{x} \\ \widetilde{J}_{y} \end{bmatrix} , \quad \overline{\overline{G}} = \begin{bmatrix} G_{xx} & G_{xy} \\ G_{yx} & G_{yy} \end{bmatrix}$$

Dans la représentation [TM(e), TE (h)] le tenseur spectral de Green $\overline{\overline{Q}}$ relie le champ électrique tangentiel $\overline{\overline{e}}$ avec le courant \overline{J} dans le plan du patch :

$$\overline{\mathbf{e}} = \overline{\overline{\mathbf{Q}}} \cdot \overline{\mathbf{J}} \tag{II-32}$$

Avec :

$$\overline{\mathbf{e}} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}^{\mathbf{e}} \\ \mathbf{e}^{\mathbf{h}} \end{bmatrix} , \quad \overline{\mathbf{J}} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}^{\mathbf{e}} \\ \mathbf{J}^{\mathbf{h}} \end{bmatrix} , \quad \overline{\overline{\mathbf{Q}}} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}^{\mathbf{e}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Q}^{\mathbf{h}} \end{bmatrix}$$

Il est facile de montrer la relation qui existe entre le tenseur diagonal $\overline{\overline{Q}}$ et le tenseur $\overline{\overline{G}}$:

$$\overline{\overline{G}} = \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \cdot \overline{\overline{Q}} \cdot \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix}$$
(II-33)

II.3. Détermination du tenseur de Green pour la structure étudiée

L'analyse dans le domaine spectral est largement utilisée dans les structures microbande. Dans cette approche la fonction tensorielle spectrale de Green qui relie le champ électronique tangentiel avec les courants dans les différents plans conducteurs doit être déterminée. Plusieurs techniques ont été proposées pour calculer le tenseur; la structure de la figure (II-3) est une antenne microbande rectangulaire avec un substrat diélectrique d'une épaisseur d₁, une permittivité relative \mathcal{E}_1 et une perméabilité μ_0 . Le patch de largeur *a*, *de* longueur *b* et d'une épaisseur *R*, est construit à partir d'un matériau supraconducteur.



Figure (II-3) Représentation simplifiée de la structure étudiée

Les équations de continuité de la structure de la figure (II-3) et l'équation déduite (II-28) nous permettent d'écrire :

$$\overline{\mathbf{e}}_{1}(\mathbf{k}_{s},\mathbf{z}_{0}^{+}) = \overline{\mathbf{0}}$$
(II-34)

$$\begin{bmatrix} \overline{e}_{2}(k_{s}, z_{1}^{+}) \\ \overline{h}_{2}(k_{s}, z_{1}^{+}) \end{bmatrix} = \overline{\overline{T}}_{1} \cdot \begin{bmatrix} \overline{e}_{1}(k_{s}, z_{0}^{+}) \\ \overline{h}_{1}(k_{s}, z_{0}^{+}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \overline{J}(z_{1}) \end{bmatrix}$$
(II-35)

$$\overline{\mathbf{h}}_{2}(\mathbf{k}_{s},\mathbf{z}_{1}^{+}) = \overline{\overline{\mathbf{g}}}_{2}(\mathbf{k}_{s}) \cdot \overline{\mathbf{e}}_{2}(\mathbf{k}_{s},\mathbf{z}_{1}^{+})$$
(II-36)

On peut simplifier les équations (II-34), (II-35) et (II-36) par les suivantes :

$$\overline{\mathbf{e}}_1 = \overline{\mathbf{0}} \tag{II-37}$$

$$\begin{bmatrix} \overline{\mathbf{e}}_2 \\ \overline{\mathbf{h}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{\overline{\mathbf{T}}_1^{11}} & \overline{\overline{\mathbf{T}}_1^{12}} \\ \overline{\overline{\mathbf{T}}_1^{21}} & \overline{\overline{\mathbf{T}}_1^{22}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{e}}_1 \\ \overline{\mathbf{h}}_1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{0}} \\ \overline{\mathbf{J}} \end{bmatrix}$$
(II-38)

$$\overline{\mathbf{h}}_2 = \overline{\overline{\mathbf{g}}}_0 \cdot \overline{\mathbf{e}}_2 \tag{II-39}$$

Dans la représentation [TM(e), TE (h)] le tenseur spectral de Green $\overline{\overline{Q}}$ relie le champ électrique tangentiel \overline{e}_2 avec le courant \overline{j} dans le plan du patch.

$$\overline{\mathbf{e}}_2 = \overline{\overline{\mathbf{Q}}} \cdot \overline{\mathbf{J}} \tag{II-40}$$

En remplaçant (II-37) dans (II-38) nous obtenons :-

$$\overline{\mathbf{e}}_2 = \overline{\overline{\mathbf{T}}}_1^{12} \cdot \overline{\mathbf{h}}_1 \tag{II-41}$$

$$\overline{\mathbf{h}}_{2} = \overline{\overline{\mathbf{T}}_{1}}^{22} \cdot \overline{\mathbf{h}}_{1} - \overline{\mathbf{J}}$$
(II-42)

$$(3-45) \Longrightarrow \overline{h}_1 = \left(\overline{\overline{T}}_1^{12}\right)^{-1} \cdot \overline{e}_2 \tag{II-43}$$

En remplaçant (II-39) et (II-43) dans (II-42) on aura :-

$$\overline{\overline{g}}_{0} \cdot \overline{e}_{2} = \overline{\overline{T}}_{1}^{22} \cdot \left(\overline{\overline{T}}_{1}^{12}\right)^{-1} \cdot \overline{e}_{2} - \overline{J}$$

$$\Rightarrow \left[\overline{\overline{T}}_{1}^{22} \left(\overline{\overline{T}}_{1}^{12}\right)^{-1} - \overline{\overline{g}}_{0}\right] \cdot \overline{e}_{2} = \overline{J}$$

$$\Rightarrow \overline{e}_{2} = \left[\overline{\overline{T}}_{1}^{22} \left(\overline{\overline{T}}_{1}^{12}\right)^{-1} - \overline{\overline{g}}_{0}\right]^{-1} \cdot \overline{J}$$

$$\Rightarrow \overline{\overline{Q}} = \left[\overline{\overline{T}}_{1}^{22} \left(\overline{\overline{T}}_{1}^{12}\right)^{-1} - \overline{\overline{g}}_{0}\right]^{-1}$$
(II-44)

Avec :-

$$\overline{\overline{T}}_{1}^{22} = \begin{bmatrix} \cos(k_{z1} \cdot d_{1}) & 0 \\ 0 & \cos(k_{z1} \cdot d_{1}) \end{bmatrix}$$

$$\overline{\overline{T}}_{1}^{12} = \begin{bmatrix} -i\frac{k_{z1}}{\omega\varepsilon_{1}}\sin(k_{z1}\cdot d_{1}) & 0\\ 0 & -i\frac{\omega\mu_{0}}{k_{z1}}\sin(k_{z1}\cdot d_{1}) \end{bmatrix}$$

$$\left(\overline{\overline{T}}_{1}^{12}\right)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\mathrm{i}\omega\varepsilon_{1}}{\mathrm{k}_{z1}\sin(\mathrm{k}_{z1}.\mathrm{d}_{1})} & 0\\ 0 & \frac{\mathrm{i}\mathrm{k}_{z1}}{\omega\mu_{0}\sin(\mathrm{k}_{z1}.\mathrm{d}_{1})} \end{bmatrix}$$

Chapitre II Mise en équation du problème

$$\overline{\overline{T}}_{1}^{22} \left(\overline{\overline{T}}_{1}^{12}\right)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{i\omega\varepsilon_{1}\cos(k_{z1}.d_{1})}{k_{z1}\sin(k_{z1}.d_{1})} & 0\\ 0 & \frac{ik_{z1}\cos(k_{z1}.d_{1})}{\omega\mu_{0}\sin(k_{z1}.d_{1})} \end{bmatrix}$$

$$\overline{\overline{g}}_{0} = \begin{bmatrix} \frac{\omega \varepsilon_{0}}{k_{z0}} & 0\\ 0 & \frac{k_{z0}}{\omega \mu_{0}} \end{bmatrix}$$

$$\overline{\overline{T}}_{1}^{22} \left(\overline{\overline{T}}_{1}^{12}\right)^{-1} - \overline{\overline{g}}_{0} = \begin{bmatrix} \frac{i\omega\varepsilon_{1}\cos(k_{z1}.d_{1})}{k_{z1}\sin(k_{z1}.d_{1})} - \frac{\omega\varepsilon_{0}}{k_{z0}} & 0\\ 0 & \frac{ik_{z1}\cos(k_{z1}.d_{1})}{\omega\mu_{0}\sin(k_{z1}.d_{1})} - \frac{k_{z0}}{\omega\mu_{0}} \end{bmatrix}$$

$$(Q^{e})^{-1} = \frac{1}{Q^{e}} = \frac{i\omega\varepsilon_{1}\cos(k_{z1}.d_{1})}{k_{z1}\sin(k_{z1}.d_{1})} - \frac{\omega\varepsilon_{0}}{k_{z0}}$$

avec: $\varepsilon_1 = \varepsilon_0 \varepsilon_{r1}$

$$(Q^{e})^{-1} = i\omega\varepsilon_{0} \left\{ \frac{\varepsilon_{r1} \cos(k_{z1}.d_{1})}{k_{z1} \sin(k_{z1}.d_{1})} - i\frac{1}{k_{z0}} \right\}$$

= $i\omega\varepsilon_{0} \left\{ \frac{\varepsilon_{r1}k_{z0} \cos(k_{z1}.d_{1}) + ik_{z1} \sin(k_{z1}.d_{1})}{k_{z0}k_{z1} \sin(k_{z1}.d_{1})} \right\}$

$$Q^{e} = \frac{i}{\omega \varepsilon_{0}} \times \frac{k_{z0} k_{z1} \sin(k_{z1}.d_{1})}{\varepsilon_{r1} k_{z0} \cos(k_{z1}.d_{1}) + i k_{z1} \sin(k_{z1}.d_{1})}$$
(II-45)

$$\begin{split} \left(Q^{h} \right)^{-1} &= \frac{1}{Q^{h}} = \frac{ik_{z1}\cos(k_{z1}.d_{1})}{\omega\mu_{0}\sin(k_{z1}.d_{1})} - \frac{k_{z0}}{\omega\mu_{0}} \\ &= \frac{i}{\omega\mu_{0}} \left\{ \frac{ik_{z1}\cos(k_{z1}.d_{1})}{\sin(k_{z1}.d_{1})} + ik_{z0} \right\} \\ &= \frac{i}{\omega\mu_{0}} \left\{ \frac{ik_{z1}\cos(k_{z1}.d_{1}) + ik_{z0}\sin(k_{z1}.d_{1})}{\sin(k_{z1}.d_{1})} \right\} \end{split}$$

$$\Rightarrow Q^{h} = \frac{-i}{\omega \varepsilon_{0}} \times \frac{k_{z0}^{2} \sin(k_{z1}.d_{1})}{k_{z1} \cos(k_{z1}.d_{1}) + ik_{z0} \sin(k_{z1}.d_{1})}$$
(II-46)

Les équations (II-45) et (II-46) donnent le tenseur spectral de Green $\overline{\overline{Q}}$ dans la représentation [TM(e), TE(h)]:-

$$Q^{e} = \frac{i}{\omega \varepsilon_{0}} \times \frac{k_{z0} k_{z1} \sin(k_{z1}.d_{1})}{\varepsilon_{r1} k_{z0} \cos(k_{z1}.d_{1}) + ik_{z1} \sin(k_{z1}.d_{1})}$$
(II-47)

$$Q^{h} = \frac{-i}{\omega \varepsilon_{0}} \times \frac{k_{z0}^{2} \sin(k_{z1}.d_{1})}{k_{z1} \cos(k_{z1}.d_{1}) + ik_{z0} \sin(k_{z1}.d_{1})}$$
(II-48)

Avec :-

$$T_{m} = \varepsilon_{r1} k_{z0} \cos(k_{z1}.d_{1}) + ik_{z1} \sin(k_{z1}.d_{1})$$

$$T_{e} = k_{z1} \cos(k_{z1}.d_{1}) + ik_{z0} \sin(k_{z1}.d_{1})$$

$$\overline{\overline{Q}} = \begin{bmatrix} Q^e & 0 \\ 0 & Q^h \end{bmatrix}$$

Nous avons :- $\overline{\overline{G}} = \begin{bmatrix} G_{xx} & G_{xy} \\ G_{yx} & G_{yy} \end{bmatrix}$

Avec :-

$$\overline{\overline{G}} = \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \cdot \overline{\overline{Q}} \cdot \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} G_{xx} = \frac{1}{k_s^2} (k_x^2 Q^e + k_y^2 Q^h) \\ G_{xy} = G_{yx} = \frac{k_x k_y}{k_s^2} (Q^e - Q^h) \end{cases}$$
(II - 49.b)

$$G_{yy} = \frac{1}{k_s^2} (k_y^2 Q^e + k_x^2 Q^h)$$
(II - 49.c)

En remplaçant (II-45) et (II-46) dans (II-49.a), (II-49.b) et (II-49.c) nous obtenons :-

$$G_{xx} = \frac{-i}{\omega\varepsilon_0} \left[\frac{k_x^2 k_{z0} k_{z1} \sin(k_{z1} d_1)}{k_s^2 T_m} + \frac{k_y^2 k_0^2 \sin(k_{z1} d_1)}{k_s^2 T_e} \right]$$
(II-50.a)

$$G_{xy} = G_{yx} = \frac{-i}{\omega \varepsilon_0} \left[\frac{k_x k_y k_{z0} k_{z1} \sin(k_{z1} d_1)}{k_s^2 T_m} - \frac{k_x k_y k_0^2 \sin(k_{z1} d_1)}{k_s^2 T_e} \right]$$
(II-50.b)

$$G_{yy} = \frac{-i}{\omega \varepsilon_0} \left[\frac{k_y^2 k_{z0} k_{z1} \sin(k_{z1} d_1)}{k_s^2 T_m} + \frac{k_x^2 k_0^2 \sin(k_{z1} d_1)}{k_s^2 T_e} \right]$$
(II-50.c)

Avec :-

$$\begin{split} k_{z_0}^2 &= k_0^2 - k_s^2 \\ k_0^2 &= \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 \\ k_{z_1}^2 &= k_1^2 - k_s^2 \\ k_1^2 &= \omega^2 \epsilon_1 \mu_0 = \epsilon_{r1} \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 = \epsilon_{r1} k_0^2 \Longrightarrow k_{z_1}^2 = \epsilon_{r1} k_0^2 - k_s^2 \end{split}$$

Pour déterminer les composants de la fonction de Green qui prend en considération l'effet de supraconductivité du patch micro ruban, nous allons considérer une impédance de surface complexe Z_{s} . Cette dernière est déterminée à l'aide des équations de London et le model des deux fluides de Gorter et Casimir [32], [37], [38], [39] présentées dans le premier chapitre.

$$\sigma = \sigma_1 - i\sigma_2 \tag{II-51}$$

$$\sigma_1 = \sigma_n \left(\frac{T}{T_C}\right)^4 \tag{II-52}$$

$$\sigma_2 = \frac{1}{\omega\mu_0\lambda^2} \tag{II-53}$$

Avec:
$$\lambda = \lambda_0 \left[1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^4 \right]^{\frac{-1}{2}}$$
 (II-54)

Où λ est l'épaisseur de l'effet de peau à la température T. L'impédance complexe de la surface du patch Z_s est donnée par :

$$Z_s = \sqrt{\frac{i\omega\mu_0}{\sigma}}$$
(II-55)

Et lorsque la hauteur du patch R est inférieure à trois fois l'épaisseur de peau l'équation (II-55) peut être approximé comme suite [41], [42]:

$$Z_s = \frac{1}{R \times \sigma} \tag{II-56}$$

L'impédance complexe reliant le champ électrique avec la densité du courant dans le patch est donné par :

$$E_T^i = Z_s \times J_T^i$$

Où (T) indique l'aspect tangentiel du champ ou du courant.

Le champ électrique et la densité du courant $(\tilde{E}_T, \tilde{J}_T)$ à la hauteur Z=d1 sont la somme du champ et densité du courant dans le patch $(\tilde{E}_T^i, \tilde{J}_T^i)$ et le champ et le courant en dehors du patch $(\tilde{E}_T^o, \tilde{J}_T^o)$ [43].

$$\begin{cases} \widetilde{E}_{T} = \widetilde{E}_{T}^{i} + \widetilde{E}_{T}^{o} \\ \widetilde{J}_{T} = \widetilde{J}_{T}^{i} + \widetilde{J}_{T}^{o} = \widetilde{J}_{T}^{i} \end{cases}$$
(II-57)
$$\widetilde{E}_{T}^{0} = \widetilde{E}_{T} - \widetilde{E}_{T}^{i} \Rightarrow \begin{cases} \widetilde{E}_{x}^{0} = \widetilde{E}_{x} - \widetilde{E}_{x}^{i} \\ \widetilde{E}_{y}^{0} = \widetilde{E}_{y} - \widetilde{E}_{y}^{i} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \widetilde{E}_{x} = (G_{xx}\widetilde{J}_{x} + G_{xy}\widetilde{J}_{y}) - E_{x}^{i} \\ \widetilde{E}_{y} = (G_{yx}\widetilde{J}_{x} + G_{yy}\widetilde{J}_{y}) - E_{y}^{i} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \widetilde{E}_x = (G_{xx} - Z_s)\widetilde{J}_x + G_{xy}\widetilde{J}_y \\ \widetilde{E}_y = G_{yx}\widetilde{J}_x + (G_{yy} - Z_s)\widetilde{J}_y \end{cases}$$

Ce qui donne les équations qui définissant le champ électrique tangentiel en fonction du courant sur la surface du patch supraconducteur :

$$\begin{bmatrix} \widetilde{E}_{x} \\ \widetilde{E}_{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (G_{xx} - Z_{s}) & G_{xy} \\ G_{yx} & (G_{yy} - Z_{s}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \widetilde{J}_{x} \\ \widetilde{J}_{y} \end{bmatrix}$$

II.4. formulation des paramètres caractéristiques de l'antenne

II.4.1 Equation intégrale du champ électrique

Maintenant que nous avons la fonction de Green nécessaire, il est relativement simple de formuler la solution par la méthode de moments afin de déterminer les caractéristiques de l'antenne en termes de la solution obtenue.

Nous avons montrer que :-

$$\begin{bmatrix} \widetilde{E}_{x} \\ \widetilde{E}_{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (G_{xx} - Z_{s}) & G_{xy} \\ G_{yx} & (G_{yy} - Z_{s}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \widetilde{J}_{x} \\ \widetilde{J}_{y} \end{bmatrix}$$
(II-58)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \widetilde{E}_{x} = (G_{xx} - Z_{s})\widetilde{J}_{x} + G_{xy}\widetilde{J}_{y} \\ \widetilde{E}_{y} = G_{yx}\widetilde{J}_{x} + (G_{yy} - Z_{s})\widetilde{J}_{y} \end{cases}$$
(II-59)

Le champ électrique transverse peut être obtenu à partir de l'équation (II-59) via la transformée inverse de Fourier :

$$\int_{-\infty}^{\infty} E_x(x,y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \left[(G_{xx} - Z_s) \widetilde{J}_x + G_{xy} \widetilde{J}_y \right] e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y$$
(II - 60.a)

$$\left[E_{y}(x,y) = \frac{1}{4\pi^{2}} \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \left[G_{yx}\widetilde{J}_{x} + (G_{yy} - Z_{s})\widetilde{J}_{y}\right] e^{i(k_{x}x+k_{y}y)} dk_{x}dk_{y}$$
(II - 60.b)

L'application de la condition au limite exigeant l'annulation du champ électrique transverse des équations (II-60.a) et (II-60.b) sur la plaque supraconductrice. Ceci devient possible après l'élimination du champ électrique crée par l'effet supraconducteur dans le patch, ce qui donne l'équation intégrale recherchée :

$$(II-60.a) \Rightarrow \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} (G_{xx} - Z_s) \widetilde{J}_x e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y + \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} G_{xy} \widetilde{J}_y e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y = 0 \quad (II-61.a)$$

$$(II-60.b) \Rightarrow \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} G_{yx} \widetilde{J}_x e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y + \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} (G_{yy} - Z_s) \widetilde{J}_y e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y = 0 \quad (II-61.b)$$

III.4.2. Résolution de l'équation intégrale par la procédure de Galerkin

Maintenant que nous avons la fonction de Green nécessaire, il est relativement simple de formuler la solution par la méthode des moments (MOM), afin de déterminer les caractéristiques de l'antenne en terme de la solution obtenue. Cette méthode consiste à transformer l'équation intégrale en une équation algébrique matricielle qui peut être facilement résolue par les méthodes numériques. La méthode des moments est la technique numérique la plus utilisée dans le domaine électromagnétique [47].

La méthode de Galerkin, qui est un cas particulier de la méthode des moments, est implémentée dans le domaine de Fourier pour réduire le système des équations intégrales (II-60.a) et (II-60.b) à une équation matricielle. Le courant surfacique J(x,y) sur la plaque supraconductrice est développé en une série finie de fonctions de base connues J_x , J_y . Où a_n et b_m sont les coefficients du développement modal [16], [47], [31] :

$$J_{x}(x,y) = \sum_{n=1}^{N} a_{n} J_{xn}(x,y)$$
(II-62.a)

$$J_{y}(x,y) = \sum_{m=1}^{M} b_{m} J_{ym}(x,y)$$
(II-62.b)

Les transformées de Fourier des équations (II-62.a) et (II-62.b) sont :-

$$\widetilde{J}_{x}(x,y) = \sum_{n=1}^{N} a_{n} \widetilde{J}_{xn}(k_{x},k_{y})$$
$$\widetilde{J}_{y}(x,y) = \sum_{m=1}^{M} b_{m} \widetilde{J}_{ym}(k_{x},k_{y})$$

En remplaçant dans (II-61.a) et (II-61.b) pour trouver les équations suivantes :-

$$\sum_{n=1}^{N} a_n \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (G_{xx} - Z_s) \widetilde{J}_{xn}(k_x, k_y) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y + \sum_{m=1}^{M} b_m \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{xy} \widetilde{J}_{ym}(k_x, k_y) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y = 0$$
(II-63.a)

$$\sum_{n=1}^{N} a_n \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{yx} \widetilde{J}_{xn}(k_x, k_y) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y + \sum_{m=1}^{M} b_m \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (G_{yy} - Z_s) \widetilde{J}_{ym}(k_x, k_y) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y = 0$$

(II-63.b)

En multipliant (II-63.a) par $J_{xk}(x,y)$ pour k=1...N et en intégrant sur le domaine du patch [(x,y) patch] on obtient :-

$$\sum_{n=1}^{N} a_n \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (G_{xx} - Z_s) \widetilde{J}_{xn}(k_x, k_y) \widetilde{J}_{xk}(-k_x, -k_y) dk_x dk_y + \sum_{m=1}^{M} b_m \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{xy} \widetilde{J}_{ym}(k_x, k_y) \widetilde{J}_{xk}(-k_x, -k_y) dk_x dk_y = 0 \quad (II-64.a)$$

En multipliant (II-63.b) par $J_{yl}(x,y)(l=1.M)$ et en intégrant sur le domaine du patch [(x,y) patch] on trouve

$$\sum_{n=l}^{N} a_n \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{yx} \widetilde{J}_{xn}(k_x, k_y) \widetilde{J}_{yl}(-k_x, -k_y) dk_x dk_y + \sum_{m=l}^{M} b_m \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (G_{yy} - Z_s) \widetilde{J}_{yl}(k_x, k_y) \widetilde{J}_{xk}(-k_x, -k_y) dk_x dk_y = 0$$
(II-64.b)

$$\begin{cases} \sum_{n=1}^{N} a_n \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} (G_{xx} - Z_s) \widetilde{J}_{xn}(k_x, k_y) \widetilde{J}_{xk}(-k_x, -k_y) dk_x dk_y + \sum_{m=1}^{M} b_m \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} G_{xy} \widetilde{J}_{ym}(k_x, k_y) \widetilde{J}_{xk}(-k_x, -k_y) dk_x dk_y = 0 \\ \sum_{n=1}^{N} a_n \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} G_{yx} \widetilde{J}_{xn}(k_x, k_y) \widetilde{J}_{yl}(-k_x, -k_y) dk_x dk_y + \sum_{m=1}^{M} b_m \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} (G_{yy} - Z_s) \widetilde{J}_{yl}(k_x, k_y) \widetilde{J}_{xk}(-k_x, -k_y) dk_x dk_y = 0 \end{cases}$$

Ces équations peuvent être écrites sous une forme matricielle

$$\begin{bmatrix} \left(Z_{kn}^{1}\right)_{N\times N} & \left(Z_{km}^{2}\right)_{N\times M} \\ \left(Z_{lm}^{3}\right)_{M\times N} & \left(Z_{ln}^{4}\right)_{M\times M} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \left(a_{n}\right)_{N\times 1} \\ \left(b_{m}\right)_{M\times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{0} \\ \overline{0} \end{bmatrix}$$
(II-65)

avec :-

$$Z_{kn}^{1} = \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \widetilde{J}_{xk} (-k_x, -k_y) . (G_{xx} - Z_s) \widetilde{J}_{xm} (k_x, k_y) dk_x dk_y$$
(II-66.a)

$$Z_{km}^{2} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \widetilde{J}_{xk} (-k_{x}, -k_{y}) \cdot G_{xy} \widetilde{J}_{ym} (k_{x}, k_{y}) dk_{x} dk_{y}$$
(II-66.b)

$$Z_{lm}^{3} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \widetilde{J}_{yl}(-k_{x}, -k_{y}).G_{yx}\widetilde{J}_{xm}(k_{x}, k_{y})dk_{x}dk_{y}$$
(II-66.c)

$$Z_{\ln}^{4} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \widetilde{J}_{yl}(-k_{x}, -k_{y}).(G_{yy} - Z_{s})\widetilde{J}_{ym}(k_{x}, k_{y})dk_{x}dk_{y}$$
(II-66.d)

Avec :- k, n =1,2,....., N et l, m=1,2,....., M

II.4.3. Calcul de la fréquence de résonance et la bande passante

Dans le cas d'une équation matricielle homogène et pour éviter la solution triviale il faut que le système [Z][C]=0 soit à matrice singulière ce qui est équivalant à imposer la condition :

$$det[Z(w)]=0$$
 (II-67)

On remarque bien que le déterminant est une fonction de la fréquence, et les solutions qui l'annulent sont des fréquences de résonance ; puisque la fréquence de résonance est définie comme la fréquence à la quelle le champ électrique se soutiennent sans la présence d'une source extérieure. Mais il reste que seule une fréquence complexe vérifie l'équation (II-67). Une fois le problème de la fréquence de résonance **f** est résolu, le vecteur propre minimal de la matrice [Z] donne les coefficients du courant. Le courant est donc obtenu sous forme numérique. La technique de la phase stationnaire intervient dans le calcul du champ lointain.

II.4.4. Choix des fonctions de base

La procédure de Galerkin consiste à développer la distribution des courants surfaciques en série de fonctions. Théoriquement, il existe plusieurs types et formes de base, ce pendant dans les études pratiques le nombre des fonctions utilisées sont limitées. Ces fonctions doivent vérifiés certaines considérations telles que doit être en rapport direct avec la géométrie du patch. Généralement les fonctions sinusoïdales sont utilisées pour étudier les géométries triangulaires et rectangulaires, alors que les fonctions de Bessel sont réservées aux formats annulaires et circulaires [44], [31].

Le choix de ces fonctions influe sur la vitesse de la convergence des résultats numériques (pour le calcul de la fréquence de résonance). D'autre part le mauvais choix de ces fonctions peut donner des résultats erronés.

Chapitre II Mise en équation du problème

Dans notre étude nous allons utiliser des fonctions de base qu'est formés par l'ensemble des modes TM d'une cavité rectangulaire avec murs latéraux magnétiques, ces modes sont données par:

$$J_{xk}(x, y) = \sin\left[\frac{k_1\pi}{a}(x+\frac{a}{2})\right]\cos\left[\frac{k_2\pi}{b}(y+\frac{b}{2})\right]$$
$$J_{ym}(x, y) = \sin\left[\frac{m_2\pi}{b}(y+\frac{b}{2})\right]\cos\left[\frac{m_1\pi}{a}(x+\frac{a}{2})\right]$$

Les courants donnés par les équations sont définis uniquement sur la plaque rayonnante et nuls en dehors de cette dernière, les couples (k_1, k_2) et (m_1, m_2) sont des nombres entiers, le choix de ces membres dépend du mode étudié, dans notre étude nous intéressons au mode TM_{01} qui possède un courant dominant dans la direction Y.

La figure (II-4) représente le comportement de quelques fonctions de base de ce premier type.



Figure (II-4) Comportement de quelques fonctions de base issues du modèle de la cavité

II.5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons fait appel à la transformée vectorielle de Fourier. Ceci a pour but de réduire le problème tridimensionnel en un autre bidimensionnel dans le but de simplifier les calculs. En suite une méthode efficace pour dérivation de la fonction tensorielle spectrale de Green a été développée et présentée. Il a été démontré que ce tenseur est diagonal pour les représentations (TM, TE), ce qui réduit la complexité des calculs. On a établi l'équation intégrale du champ électrique en tenant compte de l'effet supraconducteur dans le patch, et ceci en utilisant la méthode des moments.

La procédure de Galerkin nous a permis par la suite de discrétiser cette équation pour donner lieu à un système d'équations homogènes, ce système est résolu numériquement dans la section qui suit.

Chapitre III

RESOLUTION NUMERIQUE

- **III.1.** Introduction
- III.2. Convergence et comparaison des résultats numériques
- III.3. L'effet de l'épaisseur du substrat sur les caractéristiques de l'antenne
- III.4. L'effet de l'épaisseur du patch sur les caractéristiques de l'antenne
- III.5. L'effet de la température sur les caractéristiques de l'antenne
- III.6. Conclusion

III.1. Introduction

L'analyse des antennes microbande a connu une progression. Dés que Itoh et Menzel ont proposé une nouvelle méthode d'analyse des structures microbande, Cette méthode est basée sur une équation intégrale utilisant la fonction tensorielle de Green et la méthode des moments comme outil de résolution. Dans ce chapitre nous allons procéder à la résolution numérique de l'équation intégrale du champ électrique. Après avoir réalisé des études de convergence, nous confrontons nos résultats à ceux disponibles dans la littérature. Après la détermination de la fréquence de résonance, les autres caractéristiques de l'antenne microbande tels que le facteur de qualité et la bande passante sont déduits. Nous discutons enfin, l'effet de l'épaisseur du substrat, la température et l'épaisseur du patch supraconducteur sur les paramètres cités précédemment.

III.2. Convergence et comparaison des résultats numériques

Le mode considéré dans ce chapitre est le mode TM_{01} dont la composante dominante du courant est portée selon la direction y. Pour évaluer les éléments de la matrice (II-66), on procède à un changement de variable qui nous mène d'un système d'axes cartésien ($k_{x,r}k_y$) à un système des coordonnées polaires (r, θ) ; ce changement de variables à pour avantage de transformer la double intégrale infinie en une seule intégrale infinie et une autre finie pour simplifier le calcul numérique. On précise aussi que les intégrales sont effectuées le long d'un contour déformé au-dessus de l'axe réel pour éviter les singularités et elles sont évaluées numériquement en utilisant la règle composite de Gauss Legendre quadrature à 8 points. Cette règle consiste à diviser l'intervalle d'intégration en sous-intervalles, et où la règle simple de Gauss Legendre est appliquée pour chacun de ces sous intervalles [45]. On note que dans la littérature une longueur de $50k_{\theta}$ a été trouvée suffisante pour une convergence numérique acceptable [1], [31]. Pour la recherche des racines complexes de l'équation (II-67), la méthode de Muller est utilisé [45]; cette méthode est un algorithme de recherche d'un zéro d'une fonction qui est basée sur la méthode de la sécante mais qui utilise une approximation quadratique d'une partie de la fonction au lieu d'une approximation linéaire. Ceci offre une convergence plus rapide que la méthode de la sécante. Une particularité de cette méthode est que la solution issue de la recherche peut devenir complexe et d'autre part sa nature quadratique, elle nécessite trois points initiaux qui doit être plus proches, si possible, de la solution recherchée pour assuré une convergence rapide. Dans notre cas l'une de ces valeurs est la fréquence de résonance issue du modèle de la cavité qui est donnée par l'équation (III-1) pour le mode TM_{01} [1],[31]:

$$f_r = \frac{c}{2b\sqrt{\varepsilon_r}} \tag{III-1}$$

et les deux autres sont des valeurs proches de cette dernière.

Une excellente convergence est atteinte en utilisant une seule fonction de base (N=0, M=1), dans ce cas la convergence vers la solution exacte de l'équation det[Z(w)] = 0 est obtenue pour une large gamme de fréquences initiales et aussi une diminution considérable du temps de calcul car un seul élément dans la matrice impédance est à calculer. Par contre l'utilisation de plusieurs fonctions de base nécessite que les fréquences initiales doivent être prises proches de la fréquence exacte du mode TM₀₁. En outre de l'augmentation considérable du temps de calcule. Par conséquent, dans ce travail nous allons utiliser une seule fonction de base (N=0, M=1).

Dans le tableau III-1 nous comparons nos résultats avec ceux mesurés et calculés par Richard *et al.* [33] et les résultats calculés par Da Silva et al [34]. Le patch est de dimension : $a = 1630 \ \mu\text{m}, b = 935 \ \mu\text{m}$ réalisé par un film supraconducteur Y-Ba-Cu-O caractérisé par une conductivité $\sigma = 10^6$ S/m, une température de coupure T_c=89 K, une profondeur de pénétration de $\lambda(0) = 140 \ \mu\text{m}$ pour une température de 0K et une épaisseur R=350 \ \mu\text{m}. Le substrat diélectrique a une épaisseur d= 254μ m. La comparaison est faite pour différents constants diélectriques et à une température T=50K. Le tableau III-1 montre un bon accord entre nos calculs et ceux estimés par les modèles de [33] et [34]. En effet, l'erreur relative moyenne entre nos valeurs et celles de [33] ne dépasse pas 0.58% et avec celles de [34] ne dépasse 0.70%, ce qui valide notre programme pour n'importe quel patch supraconducteur.

Tableau III-1 : Comparaison des fréquences de résonance avec ceux de [33] et [34] pour une structure microbande rectangulaire simple à patch supraconducteur caractérisée par $a=1630\mu m, b=935\mu m, \sigma=10^6 S/m, T_c=89 K, \lambda(0)=140\mu m, R=350\mu m et d=254\mu m$

T=50K	fréquence de résonance (GHz)		
	calculés [34]	Modèle de cavité [33]	Nos résultats
ε _r =11	41.041	41.638	41.585
<i>ε</i> _r =16	34.856	35.300	34.816
<i>ε</i> _r =23.81	28.671	28.937	28.764

Il a été reporté dans la littérature que la permittivité du substrat diélectrique influe beaucoup sur les caractéristiques des antennes microbandes, la fréquence de résonance est l'une des caractéristiques qui dépend fortement du constant diélectrique. Le tableau (III-1) représente la partie réelle de la fréquence de résonance pour différentes valeurs de la constant diélectrique ε_r =11, 16 et 23.81. Semblablement aux patchs parfaitement conducteurs, on constate que La fréquence de résonance d'un patch supraconducteur diminue avec l'augmentation de la permittivité du substrat. Passant maintenant à l'étude de l'effet des paramètres du matériau supraconducteur telle que la température et l'épaisseur du patch sur les caractéristiques d'une antenne microbande rectangulaire ainsi que l'effet de l'épaisseur du substrat diélectrique sur ces dernières.

III.3. L'effet de l'épaisseur du substrat sur les caractéristiques de l'antenne

A présent, nous étudions l'influence de l'épaisseur du substrat sur les caractéristiques de l'antenne supraconducteur ; à savoir la fréquence de résonance, la partie imaginaire de la fréquence de résonance complexe et la bande passante. La figure *(III-1)* représente la partie réelle de la fréquence de résonance complexe en fonction de l'épaisseur du substrat pour une plaque supraconductrice rayonnante rectangulaire avec les caractéristiques cité précédemment, réalisée sur un substrat de permittivité relative ε_r =23.81, de même les figures *(III-2)* et *(III-3)* représentent respectivement la partie imaginaire de la fréquence de résonance et la bande passante en fonction de l'épaisseur 'd' pour une antenne microbande ayant les mêmes caractéristiques que celle de la figure 1 à partir des trois figures on conclue que :

✓ L'augmentation de l'épaisseur du substrat diélectrique diminue la partie réelle de la fréquence de résonance donc on peut dire que cette dernière est inversement proportionnelle à l'épaisseur du substrat diélectrique.

✓ La partie imaginaire de la fréquence augmente avec l'augmentation de l'épaisseur.

✓ L'augmentation de l'épaisseur du substrat entraîne l'élargissement de la bande passante donc la bande passante est proportionnelle à l'épaisseur du substrat.

Ces comportements sont en accord avec ceux découverts par le cas d'un patch réalisé à base d'un conducteur parfait.

Bien que l'augmentation de l'épaisseur du substrat entraîne l'élargissement de la bande passante, pratiquement il est préférable d'utilisé des substrats minces pour éviter les deux inconvénients suivants :

✓ Le rendement du rayonnement de l'antenne microbande peut être dégradé à des niveaux inacceptables.

✓ De sérieuses perturbations sur le rayonnement de l'antenne sont engendrées par le rayonnement dû aux ondes de surface.

Lors de la conception des antennes microbandes, et dans le but d'élargir la bande passante, en peut utiliser des substrats diélectriques à épaisseur élevée, mais tout en essayant d'avoir un compromis entre cette amélioration et l'effet des ondes de surface.



Figure (III-1) : partie réelle de la fréquence de résonance d'une antenne microbande à patch supraconducteur rectangulaire en fonction de l'épaisseur du substrat



Figure (III-2) : partie imaginaire de la fréquence de résonance d'une antenne à patch supraconducteur rectangulaire en fonction de l'épaisseur du substrat $a=1630\mu m, b=935\mu m \sigma=10^6 S/m, T_c=89 K, \lambda(0)=140\mu m R=350\mu m$



Figure (III-3) : la bande passante pour le cas des Figures (III-1) et (III-2)

III.4. L'effet de l'épaisseur du patch sur les caractéristiques de l'antenne

Les effets de l'épaisseur du patch sur la fréquence de résonance et la bande passante de l'antenne microbande rectangulaire sont recherchés. La plaque rectangulaire de longueur $a = 1630\mu m$ et de largeur $b = 935\mu m$ est à base d'un matériau supraconducteur caractérisé par $\lambda(0) = 140\mu m$, $\sigma = 10^6 S/m$ et $T_C = 89 K$ et imprimé sur un substrat diélectrique d'épaisseur $d = 254\mu m$ et de permittivité $\epsilon_r = 28.81$. Les résultats concernant la fréquence de résonance en fonction de l'épaisseur R du patch sont illustrés dans la figure (111-4). On observe que lorsque l'épaisseur R du patch croit, la fréquence de résonance augmente rapidement jusqu'à ce que l'épaisseur R atteint la valeur de profondeur de pénétration $\lambda(0)$ après cette valeur l'augmentation de la fréquence de résonance devient moins importante. Il faut noté ici que dans le chapitre précédent nous avons approximé l'impédance complexe de la surface du patch $Z_s = (iw\mu_0 / \sigma)^{1/2}$ par l'équation $Z_s = (R \times \sigma)^{-1}$ cette approximation n'est valable que lorsque l'épaisseur R du patch est inférieur a trois fois la profondeur de pénétration à T=0K.

La variation de la partie imaginaire de la fréquence de résonance en fonction de l'épaisseur du patch est montrée dans la figure (III-5). On observe que les pertes par rayonnement diminuent rapidement lorsque l'épaisseur R croit. Cette diminution devient insignifiante et moins importante lorsque R devient supérieur à $\lambda(0)$.Cet affaiblissement des pertes est due à l'augmentation de la densité des électrons supraconducteurs.

Les résultats consternants la bande passante sont présentés par la figure (III-6). On note que la bande passante diminue avec l'augmentation de l'épaisseur du patch.



Figure (III-4) : partie réelle de la fréquence de résonance d'une antenne microbande à patch supraconducteur rectangulaire en fonction de l'épaisseur du patch



Figure (III-5) : partie imaginaire de la fréquence de résonance d'une antenne à patch supraconducteur rectangulaire en fonction de l'épaisseur du patch $a=1630\mu m, b=935\mu m \sigma=10^6 S/m, T_c=89 K, \lambda(0)=140\mu m d=254\mu m$



Figure (III-6) : la bande passante en fonction de l'épaisseur du patch pour le cas des Figures (III-4) et (III-5)

III.5. L'effet de la température sur les caractéristiques de l'antenne

A présent nous étudions l'effet de la température T sur la fréquence de résonance complexe et la bande passante d'une antenne microbande rectangulaire ayant un patch supraconducteur. Nous considérons la même structure étudiée dans les figures (III-5), (III-6) et (III-7). Le diélectrique du substrat que nous avons considéré est identique à celui donné par [33] et [46]. Il s'agit du *LaAIO*₃ qui possède une permittivité qui varie avec la température voir la figure (*III-7*). Les résultats obtenus sont résumés dans les figures (*III-8*), (*III-9*) et (*III-10*). A partir des résultats des courbes présentées, on observe que la fréquence de résonance diminue progressivement avec l'augmentation de la température. Cette diminution devient plus importante pour les valeurs de température proche de la température critique ; le même comportement à été observé expérimentalement par M. A. Richard et al [33].

La variation de la partie imaginaire de la fréquence de résonance est très insignifiante pour les valeurs de température qui sont éloignée de la température critique, par contre pour celles qui sont proches de cette dernière, la variation devient plus importante.

La bande passante reste presque inchangée pour $T < T_c$, mais une grande augmentation est obtenue pour des températures proches de la température critique. Ce comportement est complètement différent de celui trouvé par Silva et al. [34], alors qu'il est en très bon accord avec celui trouvé expérimentalement par Richard et al. [33].

Les variations brusques des caractéristiques de l'antenne microbande à patch supraconducteur au voisinage de la température critique sont dues à la disparition du phénomène supraconducteur et de l'effet purement inductif des électrons appariés ; donc le matériau supraconducteur devient un conducteur normal caractérisé par son conductivité réelle ' σ ' égale à la conductivité normale du matériau ' σ_n '.



Figure (III-7) : Permittivité du substrat diélectrique en fonction de la température



Figure (III-8) : partie réelle de la fréquence de résonance d'une antenne microbande à patch supraconducteur rectangulaire en fonction de la température



Figure (III-9) : partie imaginaire de la fréquence de résonance d'une antenne à patch supraconducteur rectangulaire en fonction de la température



Figure (III-10) : la bande passante en fonction de la température

III.6. Conclusion

Dans ce chapitre, des résultats concernant la fréquence de résonance complexe et la bande passante d'une antenne microbande rectangulaire à patch supraconducteur ont été présentés. Des études de convergence ont été réalisées montrant une convergence rapide par l'utilisation d'une seule fonction de base. Nous avons validé la méthode, par la comparaison de nos résultats avec ceux de la littérature. Ensuite, nous avons montré que l'épaisseur du substrat diélectrique a le même effet sur les caractéristiques de l'antenne quelque soit le matériau qui constitue le patch. On a aussi étudié l'effet de la température sur la fréquence de résonance complexe et la bande passante, où le même comportement a été observé expérimentalement par M. A. Richard et al [33]. On a présenté des résultats numériques concernant l'effet de l'épaisseur du patch et la température sur les caractéristiques de l'antenne.

CONCLUSION GENERALE

Conclusion générale

Contrairement aux composants basses fréquences, il est très difficile voir même impossible d'ajuster les caractéristiques des antennes microbandes une fois qu'elles sont réalisées. Par conséquent, il est nécessaire d'avoir des outils pour l'estimation des caractéristiques des ces antennes, le meilleur et même le seul outil est la CAO qu'est un outil indispensable dans la réalisation de ces antennes. Le véritable challenge dans la CAO se situe au niveau des méthodes numériques fiables qui offrent à la fois des caractéristiques exactes et un temps de calcul réduit.

Ce travail a pour objectif de caractériser avec exactitude une antenne microbande monocouche utilisant un patch rectangulaire réalisé par un matériau supraconducteur. Pour cela, une méthode efficace est utilisée pour dériver le tenseur spectral de Green, ce dernier prend en considération toutes les informations concernant la géométrie de la structure et la nature du matériau du patch de l'antenne à étudier. Une manipulation des grandeurs électromagnétique dans la représentation (TM, TE) nous a permet d'obtenir le tenseur de Green diagonal, ce qui constitue un grand avantage dans l'analyse et un gain considérable en temps de calcul.

Par la suite nous avons formulé l'équation intégrale du champ électrique basée sur un problème aux frontières des grandeurs électromagnétiques de la structure, la procédure de Galerkin est implémentée pour discrétiser cette équation pour arriver à un système d'équations homogène. L'utilisation d'une seule fonction de base a permet d'obtenir des résultats numériques avec une bonne et rapide convergence, ce qui constitue un gain considérable en temps de calcul. Cependant, un bon choix des fréquences initiales pour la méthode de Muller, durant le processus d'annulation de l'équation caractéristique du système

est nécessaire pour minimiser le temps de calcul. Pour ce fin, on prend le modèle de la cavité comme point de départ pour prédire les fréquences de résonance initiales. Les différents résultats présentés qui sont en bon accord avec ceux de la littérature, nous ont permet de valider notre programme.

Les résultats numériques obtenus ont montré que la fréquence de résonance dépend fortement de la permittivité du substrat diélectrique. Autre résultats numériques ont montré que semblablement au patch parfaitement conducteur, l'augmentation de l'épaisseur du substrat diélectrique diminue la fréquence de résonance d'une antenne à patch supraconducteur d'une part, et d'autre part entraîne l'élargissement de la bande passante. Les résultats numériques ont montré aussi que la fréquence de résonance et la bande passante d'une antenne microbande à patch supraconducteur sont affectées par la température. En effet, il a été montré que la fréquence de résonance diminue progressivement avec l'augmentation de la température, cette diminution devient plus importante pour des valeurs de température proche de la température critique. Par contre, la bande passante reste presque inchangée pour des températures inférieures à la température critique, mais elle augmente brusquement pour des températures proches de la température critique. La seule explication physique que nous pouvons donner pour ce comportement est que l'effet supraconducteur tend à disparaître lorsque la température augmente, par conséquent le nombre des phonons diminue. Les résultats concernant la fréquence de résonance et la bande passante en fonction de l'épaisseur du patch supraconducteur montre que la fréquence de résonance augmente avec l'augmentation de l'épaisseur mais la bande passante est inversement proportionnelle à ce dernier ; sachant que l'augmentation de l'épaisseur R du patch entraîne l'augmentation du nombre des électrons supraconducteurs.

Les étapes critiques que nous avons rencontrées durant l'élaboration de ce travail sont :

65

- la recherche bibliographique qui nous coûté beaucoup de temps, notamment la recherche concernant l'effet supraconducteur et les défirent théories qui donne une explication physique de ce phénomène.

- la formulation théorique du problème requière beaucoup de concepts mathématiques, notamment une habilité dans la manipulation matricielle.

Le travail présenté dans ce manuscrit a montré que l'utilisation d'un patch supraconducteur offre des degrés de libertés additionnelles dans la conception de ces antennes, donc il est intéressant de poursuivre la recherche dans ce domaine, mais en utilisant des structures plus complexes impliquant plusieurs patchs et des substrats anisotropes.
BIBLIOGRAPHIE

Bibliographies

- [1] D. Khedrouche ' Etude d'une structure piégée d'une antenne microbande rectangulaire' *Thèse de Magister, Université de Constantine, Avril 1999.*
- [2] J. R James, G. John, and C. M. Hall "Millimeter-Wave hybrid dielectric-microstrip antenna array" *Proc. Inst. Elec. Eng. Vol. 131, No6, pp 341-350. Dec 1984.*
- [3] A. K. Bhattacharyya and R. Garg, "Input impedance of annular ring microstrip antenna using circuit theory approach" *IEEE trans. Antenna propagate, vol AP-33, pp369-374, Apr 1985*
- [4] B. D. Popovic, J. Schooenberg, and Z. B. popovic, "Broadband quasimicrostrip antenna" *IEEE Trans. Antennas Propagat, vol 43, pp1148-1152. Oct 1995.*
- [5] D. M. Pozar. "Considerations for millimeter wave printed antennas", *IEEE Trans.* Antennas Propagat. Vol AP-31, PP 740-747, Sept. 1983.
- [6] G. Elazar and M.Kisliuk, "microstrip linear slot array antenna for X-band", *IEEE Trans. Antennas Propagat. Vol 36, PP 1144-1147, Aug. 1988.*
- [7] C. Peixeiro and A.M. Barbosa "leaky and surface waves in anisotropic printed antenna structures", *IEEE Trans. Antennas Propagat. Vol 40, PP 566-569, May. 1992.*
- [8] A.K. Bhattacharjee, S.R.B Chaudhuri, A. Mukherjee, D. R. Poddar, and S. K. Chowdhury "Input impedance of rectangular microstrip antennas" Proc. Inst. Elec. Eng. Vol. 135, No5, pp 351-352, oct. 1988
- [9] A.K. Bhattacharjee, S.R.B Chaudhuri, D. R. Poddar, and S. K. Chowdhury "Equivalence of radiation properties of square and circular microstrip patch antennas" *IEEE Trans. Antennas Propagat. Vol38, PP 1710-1711, oct. 1990.*
- [10] J. T. Bernhard and C. J. Tousignant "Resonant frequencies of rectangular microstrip antennas with flush and spaced dielectric supersaturates", *IEEE Trans. Antennas Propagat, Vol 47,pp. 302-308, Feb 1999*
- [11] M. Haridim, D. Shukrun, and H. Matzner, "A novel broadband triple-layer triangular patch antenna", *Microwave Opt. Technol. Lett, vol 40, no 1,pp 66-70, Jan 2004*
- [12] E. H. Newman and P. Tulyathan, "Analysis of microstrip antennas using moment methods" IEEE Trans. Antennas Propagat. Vol-AP 29, PP 47-53, Jan. 1981.
- [13] J. P. Daniel, G. Dubost, C. Terret, J. Citerne, and M.Drissi, "Research on planar antennas and arrays" structures rayonnantes" " *IEEE Trans. Antennas Propagat. Vol35, no 1, PP* 14-38, Feb. 1993.
- [14] I. J. Bah land P. E. Bhartia, "Microstrip Antennas". Dedham, MA: Artech House, 1980.

- [15] K. F. Lee, K. Y. Ho, and J. S. Dahele, "Circular-disk microstrip antenna with an air gap" *IEEE Trans. Antennas Propagat. Vol AP 32, PP 880-884, Augb. 1984.*
- [16] T. Itoh and W.Menzel, "A full-wave analysis method for apen microstip structures" *IEEE Trans. Antennas Propagat. Vol AP 29, PP 63-67, Jan. 1981.*
- [17] K. Agi, M. Mojahedi, B. Minhas, E. Schamiloglu, and K. J. Malloy, "The effects of an electromagnetic crystal substrate on a microstrip patch antenna" *IEEE Trans. Antennas Propagat. Vol. 50, pp. 451-456, Apr. 2002.*
- [18] M. El Brak and M. Essaaid, "Rigorous analysis of conformal microstrip patch antennas using the FDTD method" *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 37 no.5, pp. 372-376, June 2003.
- [19] Y.X. Guo, K. M. Luk, and K. F. Lee, "L-probe fed thick- substrate patch antenna mounted on a finite ground plane," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 51, pp. 1955-1963, Aug. 2003.
- [20] W. Y. Wu and C. W. Kuo, "Direct application of the S24 FDTD methode to antenna pattern computation," *Microwave Opt. Technol. Lett., vol. 40, no. 4, pp. 289-292, Feb. 2004.*
- [21] F. Bilotti, L. Vegni, and A. Toscano, "Radiation and scattering features of patch antennas with bianisotropic substrates," *IEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 51, pp. 449-456, Mar. 2003.
- [22] F. Bilotti, A. Toscano, and L. Vegni, "FEM-BEM formulation for the analysis of cavitybacked patch antennas on chiral substrates," *IEE Trans. Antennas Propagat., vol. 51, pp. 306-311, Feb. 2003.*
- [23] C. W. Wu, L. C. Kempel, and E. J. Rothwell, "Mutual coupling between patch antennas recessed in an elliptic cylinder," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 51, pp. 2489-2492, Sep. 2003.
- [24] F. Bilotti, and L. Vegni, "Chiral cover effects on microstrip antennas," *IEE Trans. Antennas Propagat., vol. 51, pp. 2891-2898, Oct. 2003.*
- [25] D. Chatterjee and R. G. Plumb, "Some convergence considerations in space- domain moment method analysis of class of wide-band microstrip antennas," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 48, pp.147-160, Feb. 2000.
- [26] F. Bilotti and C. Vegni, "Rigorous and efficient full-wave analysis of trapezoidal patch antennas," *IEE Trans. Antennas propagate., vol. 49, pp. 1773-1776, Dec. 2001.*
- [27] F. Bilotti and C. Vegni, "MoM entire domain basis functions for convex polygonal patch," J. Electromag. Waves Applicat., vol. 17, no. 11, pp. 1519-1664, 2003.

- [28] A. Kedar, K. K. Gupta, and N. D. Kartaria, "Spectral-domain modeling of superconducting microstrip structures: Transmission lines and resonators," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 41, no. 1, pp. 55-59, A2pr. 2004.
- [29] B. T.Tan, S. T. Chew, M. S. Leong, and B. L. Ooi, "A modified microstrip circular patch resonantor filter," *IEEE Microwave Wireless Components Lett., vol. 12, pp. 252-254, July 2002.*
- [30] K. L. Lau, K. M. Luk, and K. F. Lee, "A patch antenna with a rectangular-loop feed," *IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 51, pp. 2464-2468, Sep. 2003.*
- [31] T. Fortaki, 'Contribution a l'étude des problèmes de caractérisation des antennes microbandes multicouches sans et avec ouvertures dans les plans de masse', Thèse de Doctorat, Université de Constantine, Juin 2004
- [32] B.B.G. Klopman and H. Rogalla, "The propagation characteristics of wave-guiding structures with very thin superconductors; Application to, coplanar waveguide YB_{A2}Cu₃O₇ resonators", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.;vol. MTT-41, n. 5, p.* 781-791, 1993
- [33] M.A. Richard, K.B. Bhasin and P.C. Clapsy, "Superconducting microstrip antennas: An experimental comparison of two feeding methods". *IEEE Trans. Antennas Propagat, ol.* AP-41, n. 7, pp. 967-974, 1993.
- [34] S. G. da Silva, A. G.d'Assução and J. R.S.Oliveira 'Analysis of high Tc superconducting microstrip antennas and arrays' *SBMO/IEEE MTT-S IMOC. 1999*.
- [35] PH. Mangin ' supraconductivité Ecole des Mines de Nancy / Séminaire IFR matériaux 23-24 Juin 2003.
- [36] Mike J. Lancaster 'passive microwave device applications of high-temperature superconductors'. Technology. 1997.
- [37] S.M. El-Ghazaly, R.B. Hammond and T.Itoh 'Analysis of superconducting microwave structure: application to microstripe lines'". *IEEE Trans. Microwave theory and Tec, Vol 40.NO 3. March 1992.*
- [38] Jia-Sheng Hong, M. J. Lancaster 'Microstrip Filters for RF/Microwave Applications'. *Copyright* © 2001 John Wiley & Sons, Inc.
- [39] Akira Ishimaru 'Electromagnetic wave propagation radiation and scattering'. *Prentice-Hall, Inc. New Jersey. 1991.*
- [40] D.M. Pozar and S. M. Voda ' Arigorous analysis of a microstripline fed antenna,' *IEEE Trans. Antennas Propagat. Vol AP-35, PP. 1343-1350, Dec. 1987.*
- [41] Z. Cai and J.Bornemann 'Generalized spectal-domain analysis for multilayered complex media and high Tc superconductor application', *IEEE trans on microwave Theory and Tec. Vol. 40 No. 12. Dec 1992.*

- [42] T. Itoh 'Spectral domain immittance approch for dispersion characteristics of generalized printed transmission lines', *IEEE trans. Microwave theory Tech, Vol. MTT-28, PP.733-736 July 1980.*
- [43] I.S.Q.Junior, O. S.D. da Costa and H.C.C. Fernandes 'Characteristic propagation of shielded high-Tc superconducting microstrip lines' SBMO/ IEEE MTT-S IMOC'95 Proceedinfs. 1995.
- [44] M.I. Aksun and R. Mittra, 'Choices of expansion and testing functions for the method of moments applied to a class of electromagnetic problems,' *IEEE Trans. Microwave Theory Tech. vol. 41, pp. 503-509, Mas. 1993.*
- [45] S. D. Conte and C. de Boor, *Elementary Numerical analysis .An Algorithmic Approach*. New York: McGraw-Hill, 1980.
- [46] T. Konada, M.Salo, H. Asano, and S. Kubo, 'Relative permittivity and dielectric loss tangent of substrate materials for high Tc superconducting film', *J. Superconductivity*, vol 4, no 4, pp. 283-288, 1991.
- [47] T. Itoh, Numerical Techniques for Microwave and Millimeter-Wave Passive Structures. *New York: John Wiley & Sons, 1989.*
- [48] F. L. Mesa, R. Marqués and M. Horno, 'A general algorithme for computing the bidimensional spectral Green's dyad in multilayered complexe bianisotropic media the equivalent boundary methode', *IEEE Trans. Micwave Theory Tech., vol. 39, pp. 1640-1649, Sept. 1991.*
- [49] R. R. Boix, N. G. Alexopoulos, And M. Horno, 'Efficient numerical computation of the spectral transverse dyadic Green's function in stratified anisotropic media,' J. Electromag. Waves applicat., vol. 10, no. 8, pp. 1047-1083, 1996.

Webgraphie

- [50] Joe Eck http://superconductors.org/
- [51] Ecole Polytechnique Fédérale De Lausanne http://lanoswww.epfl.ch/studinfo/courses/Cours%5Fsupra/
- [52] http://www.lema.phys.univ-tours.fr/Materiaux/Supra

ANNEXES

Annexes

Annexe A

Déterminer les composantes transversales E_x *et* E_y *en fonction des composantes* E_z *et* H_z Maintenant nous allons déterminer les composantes transversales E_x et E_y en fonction des composantes E_z et H_z :-

$$\overline{\nabla} \wedge \overline{E} = -\frac{\partial B}{\partial t} = -\mu \frac{\partial H}{\partial t} = -iw\mu \overline{H} \qquad(A-1)$$

$$\overline{\nabla} \wedge \overline{H} = \frac{\partial D}{\partial t} = \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t} = iw\varepsilon \overline{E} \qquad (A-2)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial y}E_z - \frac{\partial}{\partial z}E_y = -i\omega\mu H_x....(A - 3.a)\right)$$

$$(A-1) \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial}{\partial z} E_x - \frac{\partial}{\partial x} E_z = -i\omega\mu H_y....(A-3.b) \\ \frac{\partial}{\partial x} E_y - \frac{\partial}{\partial y} E_x = -i\omega\mu H_z....(A-3.c) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial y} H_z - \frac{\partial}{\partial z} H_y = i\omega \epsilon E_x \dots (A - 4.a) \\ \frac{\partial}{\partial z} H_z = \frac{\partial}{\partial z} H_z = i\omega \epsilon E_x \dots (A - 4.a) \end{cases}$$

$$(A-2) \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial}{\partial z} H_x - \frac{\partial}{\partial x} H_z = i\omega \varepsilon E_y \dots (A-4.b) \\ \frac{\partial}{\partial x} H_y - \frac{\partial}{\partial y} H_x = i\omega \varepsilon E_z \dots (A-4.c) \end{cases}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \times (A - 3.b) \Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial z^2} E_x - \frac{\partial^2}{\partial z \partial x} E_z = -i\omega\mu \frac{\partial}{\partial z} H_y$$

$$(A - 4.a) \Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial z^2} E_x - \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} E_z = -i\omega\mu \left\{ \frac{\partial}{\partial y} H_z - i\omega\varepsilon E_x \right\}$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) E_x = \frac{\partial^2}{\partial z \partial x} E_z - i\omega\mu \frac{\partial}{\partial y} H_z$$
(A - 5.a)

$$\frac{\partial}{\partial z} \times (A - 3.a) \Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial z \partial x} E_z - \frac{\partial^2}{\partial z^2} E_y = -i\omega\mu \frac{\partial}{\partial z} H_x$$

$$(A - 5.b) \Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial z \partial y} E_z - \frac{\partial^2}{\partial z^2} E_y = -i\omega\mu \left\{ \frac{\partial}{\partial x} H_z - i\omega\epsilon E_y \right\}$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) E_y = \frac{\partial^2}{\partial z \partial x} E_z + i\omega\mu \frac{\partial}{\partial x} H_z....(A - 5.b)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \times (A - 4.b) \Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial z^2} H_x - \frac{\partial^2}{\partial z \partial x} H_z = i\omega\epsilon \frac{\partial}{\partial z} E_y$$

$$(A - 3.a) \Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial z^2} H_x - \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} H_z = i\omega\epsilon \left\{ \frac{\partial}{\partial y} E_z + i\omega\mu H_x \right\}$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) H_x = \frac{\partial^2}{\partial z \partial x} H_z + i\omega\epsilon \frac{\partial}{\partial y} E_z \dots \dots (A - 6.a)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \times (A - 4.a) \Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial z \partial y} H_z - \frac{\partial^2}{\partial z^2} H_y = i\omega\epsilon \frac{\partial}{\partial z} E_x$$

$$(A - 3.b) \Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial z \partial y} H_z - \frac{\partial^2}{\partial z^2} H_y = i\omega\epsilon \left\{ \frac{\partial}{\partial x} E_z - i\omega\mu H_x \right\}$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) H_y = \frac{\partial^2}{\partial z \partial y} H_z - i\omega\epsilon \frac{\partial}{\partial y} E_z \dots \dots (A - 6.b)$$

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2\right) E_x = \frac{\partial^2}{\partial z \partial x} E_z - i\omega \mu \frac{\partial}{\partial y} H_z \dots (A-5.a) \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2\right) E_y = \frac{\partial^2}{\partial z \partial y} E_z + i\omega \mu \frac{\partial}{\partial x} H_z \dots (A-5.b) \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2\right) H_x = \frac{\partial^2}{\partial z \partial x} H_z + i\omega \epsilon \frac{\partial}{\partial y} E_z \dots (A-6.a) \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2\right) H_y = \frac{\partial^2}{\partial z \partial y} H_z - i\omega \epsilon \frac{\partial}{\partial x} E_z \dots (A-6.b) \end{cases}$$

On pose $(k_z^2 = \frac{-\partial^2}{\partial z^2})$; les composantes transversales du champ peuvent être écrites comme

suit :

$$\begin{split} \widetilde{\mathbf{E}}_{x} &= i \frac{\mathbf{k}_{x}}{\mathbf{k}_{s}^{2}} \frac{\partial}{\partial z} \widetilde{\mathbf{E}}_{z} + \frac{\omega \mu \mathbf{k}_{y}}{\mathbf{k}_{s}^{2}} \widetilde{\mathbf{H}}_{z}....(A-7.a) \\ \widetilde{\mathbf{E}}_{y} &= i \frac{\mathbf{k}_{y}}{\mathbf{k}_{s}^{2}} \frac{\partial}{\partial z} \widetilde{\mathbf{E}}_{z} - \frac{\omega \mu \mathbf{k}_{x}}{\mathbf{k}_{s}^{2}} \widetilde{\mathbf{H}}_{z}....(A-7.b) \\ \widetilde{\mathbf{H}}_{x} &= i \frac{\mathbf{k}_{x}}{\mathbf{k}_{s}^{2}} \frac{\partial}{\partial z} \widetilde{\mathbf{H}}_{z} - \frac{\omega \varepsilon \mathbf{k}_{y}}{\mathbf{k}_{s}^{2}} \widetilde{\mathbf{E}}_{z}....(A-8.a) \\ \widetilde{\mathbf{H}}_{y} &= i \frac{\mathbf{k}_{y}}{\mathbf{k}_{s}^{2}} \frac{\partial}{\partial z} \widetilde{\mathbf{H}}_{z} + \frac{\omega \varepsilon \mathbf{k}_{x}}{\mathbf{k}_{s}^{2}} \widetilde{\mathbf{E}}_{z}....(A-8.b) \end{split}$$

Avec:
$$k_s^2 = k_x^2 + k_y^2$$
.....(A-9)

Annexe B **D**émonstration de $\overline{A}, \overline{B}$ et $\overline{\overline{g}}$:- $\overline{e}(k_z, z) = \overline{A}e^{-ik_z z} + \overline{B}e^{ik_z z} \dots (B-1)$ $\overline{h}(k_{z}, z) = \overline{\overline{g}}(k_{z}) \left[\overline{A}e^{-ik_{z}z} - \overline{B}e^{ik_{z}z}\right] \dots (B-2)$ $\tilde{E}_z = A_1 e^{-ik_z z} + B_1 e^{ik_z z}$(B-3.a) $\widetilde{H}_z = A_2 e^{-ik_z z} + B_2 e^{ik_z z}$(B-3.b) $\overline{\mathbf{e}} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}^{\mathbf{e}} \\ \mathbf{e}^{\mathbf{h}} \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\mathbf{i}}{\mathbf{k}_{s}} \frac{\partial \widetilde{\mathbf{E}}_{z}}{\partial z} \\ \frac{\omega\mu}{\mathbf{k}} \widetilde{\mathbf{H}}_{z} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\mathbf{i}}{\mathbf{k}_{s}} \left(-\mathbf{i}\mathbf{k}_{z}\mathbf{A}_{1}\mathbf{e}^{-\mathbf{i}\mathbf{k}_{z}z} + \mathbf{i}\mathbf{k}_{z}\mathbf{B}_{1}\mathbf{e}^{\mathbf{i}\mathbf{k}_{z}z} \right) \\ \frac{\omega\mu}{\mathbf{k}} \left(\mathbf{A}_{2}\mathbf{e}^{-\mathbf{i}\mathbf{k}_{z}z} + \mathbf{B}_{2}\mathbf{e}^{\mathbf{i}\mathbf{k}_{z}z} \right) \end{vmatrix}$ $\overline{\mathbf{h}} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}^{e} \\ \mathbf{h}^{h} \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\omega \varepsilon}{\mathbf{k}_{s}} \widetilde{\mathbf{E}}_{z} \\ \frac{\mathbf{i}}{\mathbf{k}_{s}} \frac{\partial \widetilde{\mathbf{H}}_{z}}{\partial z} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\omega \varepsilon}{\mathbf{k}_{s}} \left(\mathbf{A}_{1} e^{-\mathbf{i}\mathbf{k}_{z}z} + \mathbf{B}_{1} e^{\mathbf{i}\mathbf{k}_{z}z} \right) \\ \frac{\mathbf{i}}{\mathbf{k}_{s}} \left(-\mathbf{i}\mathbf{k}_{z} \mathbf{A}_{1} e^{-\mathbf{i}\mathbf{k}_{z}z} + \mathbf{i}\mathbf{k}_{z} \mathbf{B}_{1} e^{\mathbf{i}\mathbf{k}_{z}z} \right) \end{vmatrix}$ $\overline{\mathbf{h}} = \begin{vmatrix} \frac{\omega \varepsilon \mathbf{A}_1}{\mathbf{k}_s} \\ \frac{\mathbf{k}_z \mathbf{A}_2}{\mathbf{k}_z} \end{vmatrix} \mathbf{e}^{-\mathbf{i}\mathbf{k}_z \mathbf{Z}} + \begin{vmatrix} \frac{\omega \varepsilon \mathbf{B}_1}{\mathbf{k}_s} \\ \frac{-\mathbf{k}_z \mathbf{B}_2}{\mathbf{k}_z} \end{vmatrix} \mathbf{e}^{\mathbf{i}\mathbf{k}_z \mathbf{Z}} = \begin{vmatrix} \frac{\omega \varepsilon}{\mathbf{k}_z} \frac{\mathbf{A}_1 \mathbf{k}_z}{\mathbf{k}_s} \\ \frac{\mathbf{k}_z}{\mathbf{k}_s} \frac{\mathbf{k}_z}{\mathbf{k}_s} \end{vmatrix} \mathbf{e}^{-\mathbf{i}\mathbf{k}_z \mathbf{Z}} - \begin{vmatrix} \frac{\omega \varepsilon}{\mathbf{k}_z} \frac{(-\mathbf{k}_z \mathbf{B}_1)}{\mathbf{k}_s} \\ \frac{\mathbf{k}_z}{\mathbf{k}_s} \frac{\mathbf{k}_z}{\mathbf{k}_s} \end{vmatrix} \mathbf{e}^{\mathbf{i}\mathbf{k}_z \mathbf{Z}}$

D'après (b-1) et (b-2) on constate que :-

$$\overline{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{A}_{1}\mathbf{k}_{z}}{\mathbf{k}_{s}}\\ \frac{\omega\mu\mathbf{A}_{2}}{\mathbf{k}_{s}} \end{bmatrix}, \ \overline{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \frac{-\mathbf{B}_{1}\mathbf{k}_{z}}{\mathbf{k}_{s}}\\ \frac{\omega\mu\mathbf{B}_{2}}{\mathbf{k}_{s}} \end{bmatrix} \text{ et } \overline{\overline{\mathbf{g}}} = \begin{bmatrix} \frac{\omega\varepsilon}{\mathbf{k}_{z}} & 0\\ 0 & \frac{\mathbf{k}_{z}}{\omega\mu} \end{bmatrix}$$

Annexe C

Détermination de la transformer de Fourier des fonctions de base issues du modèle de la cavité :-

$$\begin{split} J_{xk}(x,y) &= \sin\left[\frac{k_1\pi}{a}(x+\frac{a}{2})\right]\cos\left[\frac{k_2\pi}{b}(y+\frac{b}{2})\right] \\ J_{ym}(x,y) &= \sin\left[\frac{m_2\pi}{b}(y+\frac{b}{2})\right]\cos\left[\frac{m_1\pi}{a}(x+\frac{a}{2})\right] \\ \widetilde{J}_{xk}(k_x,k_y) &= \int_{-\infty}^{+\infty}\sin\left[\frac{k_1\pi}{a}\left(x+\frac{a}{2}\right)\right]\cos\left[\frac{k_2\pi}{b}\left(y+\frac{b}{2}\right)\right]e^{-i(k_xx+k_yy)}dxdy \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty}\sin\left[\frac{k_1\pi}{a}\left(x+\frac{a}{2}\right)\right]\cdot e^{-ik_xx}dx \times \int_{-\infty}^{+\infty}\cos\left[\frac{k_2\pi}{b}\left(y+\frac{b}{2}\right)\right]\cdot e^{-ik_yy}dy \\ &= F(x).F(y) \end{split}$$

$$F(x) &= \int_{-\infty}^{+\infty}\sin\left[\frac{k_1\pi}{a}\left(x+\frac{a}{2}\right)\right]\cdot e^{-ik_xx}dx = \frac{1}{2i}\int_{-a/2}^{a/2}\left[e^{i\left[\frac{k_1\pi}{a}\left(x+\frac{a}{2}\right)\right]} - e^{-i\left[\frac{k_2\pi}{a}\left(x+\frac{a}{2}\right)\right]}\right]\cdot e^{-ik_xx}dx \\ F(x) &= \frac{1}{i\left(\frac{k_1\pi}{a}-k_x\right)}\cdot e^{i\frac{k_1\pi}{2}}\sin\left[\left(\frac{k_1\pi}{a}-k_x\right)\frac{a}{2}\right] - \frac{1}{i\left(\frac{k_1\pi}{a}+k_x\right)}\cdot e^{-i\frac{k_1\pi}{2}}\sin\left[\left(\frac{k_1\pi}{a}+k_x\right)\frac{a}{2}\right] \\ F(x) &= i\frac{a}{2}\left[e^{-i\frac{k_1\pi}{2}}\sinc\left[\left(\frac{k_1\pi}{a}+k_x\right)\frac{a}{2}\right] - e^{i\frac{k_1\pi}{2}}\sinc\left[\left(\frac{k_1\pi}{a}-k_x\right)\frac{a}{2}\right]\right] \\ F(y) &= \frac{i}{2}e^{i\frac{k_2\pi}{b}}\left(y+\frac{b}{2}\right)\right]e^{-ik_yy}dy = \frac{1}{2}\int_{-b/2}^{b/2}\left[e^{i\left[\frac{k_2\pi}{b}(y+\frac{b}{2})\right]} + e^{i\left[\frac{k_2\pi}{b}(y+\frac{b}{2})\right]}\right]\cdot e^{-ik_yy}dy \\ F(y) &= \frac{1}{2}\left[e^{i\frac{k_2\pi}{b}}\left(y+\frac{b}{2}\right)\right]e^{-ik_yy}dy + \frac{1}{2}\left[e^{i\frac{k_2\pi}{b}}\left(\frac{k_1\pi}{a}-k_x\right)\frac{b}{2}\right]dy \\ F(y) &= \frac{b}{2}\left[e^{i\frac{k_2\pi}{b}}\left(y+\frac{b}{b}\right)\frac{b}{b}\right] + e^{-i\frac{k_2\pi}{b}}\sinc\left[\left(\frac{k_2\pi}{b}+k_y\right)\frac{b}{2}\right]\right] \end{aligned}$$

Pour calculer la transformer de Fourier de $J_{_{ym}}(x,y)$ on suivra la même démarche que pour $\widetilde{J}_{_{xn}}$

$$\begin{split} \widetilde{J}_{ym}(k_x,k_y) &= \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \sin\left[\frac{m_2\pi}{b}\left(y+\frac{b}{2}\right)\right] \cos\left[\frac{m_1\pi}{a}\left(x+\frac{a}{2}\right)\right] e^{-i(k_xx+k_yy)} dxdy \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \sin\left[\frac{m_2\pi}{b}\left(y+\frac{b}{2}\right)\right] \cdot e^{-ik_yy} dy \quad \times \int_{-\infty}^{+\infty} \cos\left[\frac{m_1\pi}{a}\left(x+\frac{a}{2}\right)\right] \cdot e^{-ik_xx} dx \\ &= F(y).F(x) \end{split}$$

$$F(y) = i\frac{b}{2} \left[e^{\frac{-im_2\pi}{2}} \operatorname{sin} c \left[\left(\frac{m_2\pi}{b} + k_y \right) \frac{b}{2} \right] - e^{\frac{im_2\pi}{2}} \operatorname{sin} c \left[\left(\frac{m_2\pi}{b} - k_y \right) \frac{b}{2} \right] \right]$$

$$F(x) = \frac{a}{2} \left[e^{\frac{im_1\pi}{2}} \operatorname{sin} c \left[\left(\frac{m_1\pi}{a} + k_x \right) \frac{a}{2} \right] + e^{\frac{-im_1\pi}{2}} \operatorname{sin} c \left[\left(\frac{m_1\pi}{a} - k_x \right) \frac{a}{2} \right] \right]$$

Après ces opérations mathématiques, nous obtenons les expressions suivantes pour les transformées scalaire de Fourier J_{xk} et J_{ym} :

$$\begin{cases} \widetilde{J}_{xn} = \widetilde{I}_{xx} \times \widetilde{I}_{xy} \\ \widetilde{J}_{ym} = I_{yx} \times \widetilde{I}_{yy} \end{cases}$$

Avec :

$$\begin{split} \widetilde{I}_{xx} &= i \frac{a}{2} \Big[\exp(-ik_1 \pi/2) \sin c(k_x a/2 + k_1 \pi/2) - \exp(ik_1 \pi/2) \sin c(k_x a/2 - k_1 \pi/2) \Big] \\ \widetilde{I}_{xy} &= \frac{b}{2} \Big[\exp(-ik_2 \pi/2) \sin c(k_y b/2 + k_2 \pi/2) + \exp(ik_2 \pi/2) \sin c(k_y b/2 - k_2 \pi/2) \Big] \\ \widetilde{I}_{yx} &= \frac{a}{2} \Big[\exp(-im_1 \pi/2) \sin c(k_x a/2 + m_1 \pi/2) + \exp(im_1 \pi/2) \sin c(k_x a/2 - m_1 \pi/2) \Big] \\ \widetilde{I}_{yy} &= i \frac{b}{2} \Big[\exp(-im_2 \pi/2) \sin c(k_y b/2 + m_2 \pi/2) - \exp(im_2 \pi/2) \sin c(k_y b/2 - m_2 \pi/2) \Big] \end{split}$$

Résumé:

Dans ces dernières années un grand intérêt a été observé dans le développement et l'utilisation de nouveaux matériaux dans la technologie micro-ondes. Particulièrement un intérêt spécial a été observé dans l'utilisation des matériaux supraconducteurs dans les circuits intégrés micro-ondes. Ceci est dû à leurs principales caractéristiques. Dans ce travail, le problème de la fréquence complexe d'un patch supraconducteur est formulé en terme d'une équation intégrale dont le noyau est la fonction dyadique de Green. La procédure de Galerkin est utilisée dans la résolution de l'équation intégrale du champ électrique. Des résultats numériques concernant l'effet d'un patch supraconducteur sur les caractéristiques de l'antenne sont présentées.

Abstract:

In recent years, a great interest has been observed in the development and use of new materials in microwave technology. Particularly, a special interest has been observed in the use of superconducting materials in microwave integrated circuits. This is due to their main characteristics. In this work, the complex resonant frequency problem of a superconductor patch is formulated in terms of an integral equation which is the kernel of a dyadic Green's function. Galerkin procedure is used in the resolution of the electric field integral equation. Numerical results concerning the effect of a superconductor patch on the characteristics of the antenna are presented.