

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA  
RECHERCHE SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE DE BATNA

FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR

Département d'Electronique

*Mémoire*

Présenté en vue de l'obtention du diplôme de Magister en Electronique

OPTION : Micro-onde pour Télécommunication

*Présenté par :*

**Rachida BOUCHOUAREB**

*Thème*

***Réduction de bruit des taches dans  
l'imagerie médicale en utilisant les  
réseaux de neurones cellulaires (CNN)***

**Jury :**

|                    |       |                |            |
|--------------------|-------|----------------|------------|
| Pr. Malek BENSLAMA | Prof. | U. Constantine | Président  |
| Pr. Djamel BENATIA | Prof. | U. Batna       | Rapporteur |
| Dr. Tarek FORTAKI  | M.C.  | U. Batna       | Examineur  |
| Dr. Djemai ARAR    | M.C.  | U. Batna       | Examineur  |

***Année universitaire : 2008/2009***

## **RESUME :**

Une nouvelle classe des systèmes de traitement de l'information appelée réseaux de neurones cellulaires est proposée similaire à un réseau de neurones qui est un circuit analogique à grande échelle non linéaire qui traite les signaux en temps réel. Comme des automates cellulaires, elle est faite d'un agrégat massif de clones de circuits espacés régulièrement, appelés cellules, qui se communiquent directement entre elles par ses plus proches voisins. Chaque cellule est constituée d'un condensateur linéaire, une tension non-linéaire, source de courant contrôlée et quelques éléments de circuits résistifs linéaires.

Réseaux de neurones cellulaires partagent les meilleures fonctionnalités des deux mondes, sa caractéristique en temps continu permet le traitement du signal en temps réel à désirer dans le domaine numérique et sa caractéristique d'interconnexion locale, il est fait sur mesure pour la mise en œuvre VLSI.

Réseaux de neurones cellulaires sont particulièrement bien placés pour un traitement du signal en parallèle d'une grande vitesse. Certaines applications impressionnantes de réseaux de neurones cellulaires au traitement d'images sont présentées dans ce mémoire.

## **ABSTRACT:**

A novel class of information-processing systems called cellular neural networks is proposed. Like a neural network, it is a large-scale nonlinear analog circuit which processes signals in real time. Like cellular automata, it is made of a massive aggregate of regularly spaced circuit clones, called cells, which communicate with each other directly only through its nearest neighbors. Each cell is made of a linear capacitor, a nonlinear voltage-controlled current source, and a few resistive linear circuit elements.

Cellular neural networks share the best features of both worlds; its continuous time feature allows real-time signal processing found wanting in the digital domain and its local interconnection feature makes it tailor made for VLSI implementation.

Cellular neural networks are uniquely suited for high-speed parallel signal processing. Some impressive applications of cellular neural networks to image processing are presented in this memory.

## *Remerciements*

*Je voudrais remercier Mr. **Djamel BENATIA** d'avoir accepté de diriger ce mémoire et qui, avec beaucoup de disponibilité, a suivi ce travail. Je le remercie pour ses conseils toujours judicieux et pour ses qualités scientifiques et pédagogiques.*

*J'adresse ma profonde reconnaissance à Mr. **Malek BENSLAMA** professeur à l'Université de Constantine de me faire l'honneur de présider le jury de soutenance.*

*Je tiens à associer à ces remerciements, Mr. **Tarek Fortaki**, maître de conférences à l'Université de Batna et Mr. **Djemai ARAR**, maître de conférences à l'Université de Batna d'avoir accepté de participer dans ce jury et d'examiner ce travail.*

*Mes pensées iront également à mes parents qu'ils trouvent dans ce manuscrit toute ma profonde reconnaissance pour leurs aides et leurs encouragements.*

*Sans oublier les personnes qui m'ont partagé les années d'études dans l'institut d'électronique à l'université de Batna que je souhaite bon courage.*

## DEDICACES

*Je dédie ce modeste travail aux êtres qui me sont les plus chers dans tout l'univers, mon père et ma mère symboles de tendresse, de sacrifice et d'amour.*

*A mes chers frères et sœurs : OUARDA, SOUAD, ABDESSELM, KHALED ET HAFIDA.*

*A DJAMILA, NABIL, ZOUBIR, MEBARKA Et leurs familles.*

*A toute ma famille sans exception.*

*A ma chère ZAHRA et sa famille.*

*A mes très chères amies d'étude : HANANE, HOUDA, MERJEM, NAWAL ET SIHEM.*

*A tout mes amis : NAIMA, SABRINA, LINDA, NORA, AMEL, KARIMA, HAWA, NABILA, KENZA, NAILA, FOUAD, KARIM, FAYÇAL, MOUNIR, SAMIA, ALASSAD.*

*A toute la promotion du poste graduation Micro ondes.*

*BOUCHOUAREB Rachida*

**Sommaire**

|  |           |
|--|-----------|
| <b>Introduction Générale.....</b>  | <b>1</b>  |
| <b>Chapitre I: Etude des ultrasons et imagerie échographique</b>   |           |
| <i>L'histoire de l'imagerie médicale .....</i>   | <i>5</i>  |
| <i>1ère partie : Etudes des ultrasons</i>  |           |
| <i>1. Introduction:.....</i>   | <i>6</i>  |
| <i>2. L'onde ultrasonore.....</i>  | <i>6</i>  |
| <i>3. Principaux types d'ondes .....</i>   | <i>7</i>  |
| <i>4. Comportement des ondes ultrasonore .....</i>   | <i>8</i>  |
| <i>5. Les paramètres ultrasoniques les plus utilisés pour la caractérisation acoustique des tissus mous.....</i> | <i>11</i> |
| <i>2ème partie : L'échographie ultrasonique</i>  |           |
| <i>1. L'échographe.....</i>  | <i>16</i> |
| <i>1.1 Le transducteur ultrasonore .....</i>   | <i>16</i> |
| <i>1.1.1 Géométrie.....</i>  | <i>17</i> |
| <i>1.1.2 Fonctionnement d'une sonde acoustique .....</i>   | <i>17</i> |
| <i>1.1.3 Sondes à balayage mécanique .....</i>   | <i>18</i> |
| <i>1.1.4 Sondes à balayage électronique.....</i>   | <i>19</i> |
| <i>1.2 Les différents modes d'imagerie.....</i>  | <i>20</i> |
| <i>Mode A.....</i>   | <i>20</i> |
| <i>Mode B (Brillance).....</i>   | <i>21</i> |
| <i>Mode M ou TM .....</i>  | <i>22</i> |
| <i>Le mode Doppler .....</i>   | <i>22</i> |
| <i>2. Formation de l'image.....</i>  | <i>22</i> |
| <i>3. Qualité de l'image .....</i>   | <i>24</i> |
| <i>4. Nouvelles perspectives pour l'échographie.....</i>   | <i>26</i> |
| <b>Chapitre II : La théorie des réseaux de neurones cellulaires</b>  |           |
| <i>1. Introduction .....</i>   | <i>28</i> |

---

## SOMMAIRE

---

|   |     |
|---|-----|
| 2. Architecture des réseaux de neurones cellulaires .....                                 | 28  |
| 3. Dynamique des réseaux de neurones cellulaires.....                                     | 33  |
| 4. Stabilité des réseaux de neurones cellulaires.....                                     | 36  |
| 5. Simulation d'un simple réseau de neurones cellulaires.....                             | 46  |
| 6. Réseau de neurones cellulaires multicouche.....  | 59  |
| 7. Relation des équations différentielles partielles et automates cellulaires ..          | 61  |
| 8. Conclusion.....  | 64  |
| <b>Chapitre III : Application des réseaux de neurones cellulaires</b>                     |     |
| 1. Introduction.....  | 66  |
| 2. Application des réseaux de neurones cellulaires dans le traitement d'images<br>.....   | 66  |
| 3. Un simple exemple.....   | 69  |
| 4. Réseaux de neurones cellulaires pour éliminer le bruit.....                            | 78  |
| 5. Réseaux cellulaire neuronaux pour l'extraction de caractères .....                     | 84  |
| 6. Reconnaissance des caractères chinois par les réseaux de neurones<br>cellulaires ..... | 92  |
| 7. Conclusion.....  | 94  |
| <b>Chapitre IV : Résultats et discussion.....</b>   |     |
| <b>95</b>   |     |
| 1. Introduction.....  | 95  |
| 2. Etude de la stabilité d'un réseau de neurones cellulaires 4X4 .....                    | 95  |
| 3. Traitement d'images.....   | 101 |
| 3.1 Bruitage et débruitage.....   | 101 |
| 3.2 Détection des contours et bruit .....   | 104 |
| 3.3 Application des Réseaux de Neurones Cellulaires .....                                 | 106 |
| 4. Comparaison entre filtre médian et un réseau de neurones cellulaires....               | 110 |
| 5. Conclusion .....   | 112 |
| <b>Conclusion Générale.....</b>   |     |
| <b>113</b>  |     |
| <b>Références</b>   |     |

---

## ***INTRODUCTION GENERALE***

L'imagerie médicale regroupe l'ensemble des techniques utilisées par la médecine pour le diagnostic mais aussi le traitement d'un grand nombre de pathologies. Elle a révolutionné la médecine en donnant un accès immédiat et fiable à des informations jusqu'alors « invisibles » au diagnostic clinique, comme par exemple aux caractéristiques anatomiques, voire même à certains aspects du métabolisme (imagerie fonctionnelle) des organes [1].

Les techniques d'imagerie médicale ne donnent pas une simple « photographie » du tissu ou de l'organe étudié mais une représentation visuelle fondée sur des caractéristiques physiques ou chimiques particulières. Avec un appareillage certes beaucoup plus lourd que les instruments d'optique (endoscopes, fibres optiques...), aujourd'hui si petits qu'ils peuvent être introduits dans les étroits canaux du corps humain, mais sans les contraintes que ces derniers imposent (hospitalisation, anesthésie...). Les appareillages utilisés sont aussi variés que les techniques elles mêmes ; des techniques qui peuvent être complémentaires les unes des autres. [1]

L'échographie est l'une parmi ces techniques qui permet d'explorer le cœur, les organes digestifs (foie, rate, pancréas, vésicule biliaire), urinaires (vessie, reins) et génitaux (prostate et testicules, ovaires et utérus). Le tube digestif et les poumons, de même que les os et les gaz, ne lui sont en revanche pas accessibles.

L'échographie doppler, qui utilise une sonde plus fine, permet d'explorer le système vasculaire et a des indications majeures pour les maladies des veines et des artères.

Les échographies de la grossesse permettent d'apprécier la vitalité et la morphologie du fœtus ainsi que son environnement (liquide amniotique, placenta, cordon, ...).

En noir et blanc à ses débuts, l'échographie permet aujourd'hui d'obtenir des clichés en couleur. Avec l'apport de la vidéo, elle peut même enregistrer des séquences animées [1].

Bruit de tache est une caractéristique naturelle de l'image de l'échographie médicale. C'est un terme utilisé pour la forme granulaire qui apparaît dans B-scan et peut être considéré comme une sorte de bruit multiplicatif. Bruit de taches diminue la capacité d'un observateur de distinguer les fins détails dans l'examen diagnostique. Il limite aussi l'application effective du traitement d'images telles que la détection de contours, la segmentation, et rendant le volume en 3-D. Mais, en dépit de la qualité d'image à faible bruit de taches, une image échographique est largement utilisée dans les domaines du diagnostic. Parce qu'elle est l'une des techniques les plus puissantes pour l'imagerie des tissus mous et des organes du corps humain, l'échographie est non invasive et portable, et il n'utilise pas les radiations ionisantes.

Par conséquent, les méthodes de traitement d'image pour la réduction du bruit de taches ont été recherchés pour améliorer la qualité d'image et d'accroître les capacités de diagnostic d'images médicales à ultrasons. Le premier approche pour supprimer le bruit de taches est le filtre Wiener développé par Jain et le filtre médian d'adaptation pondéré proposé par Loupas, mais ceux-ci ne parviennent pas à conserver les détails utiles en raison des filtres passe-bas uniquement. Malgré que le bruit des taches est un processus réussi et échoué. Les statistiques du bruit de taches peuvent être utiles pour distinguer entre chaque type ou composition de tissus.

On a également reconnu que le filtrage linéaire est loin d'être une méthode appropriée à employer pour réduire le bruit de tache. Pendant la décennie passée, il y a eu considérablement intérêt en employant la transformée en ondelettes comme une méthode efficace pour réduire le bruit des taches. Zong et autres.ont employé une transformée logarithmique pour séparer le bruit de l'image originale. Simoncelli et autres ont développé les estimateurs non-linéaires, basés sur la théorie bayésienne formelle, qui surpassent les processeurs linéaires classiques et les estimateurs de seuillage simple dans réduction du bruit des images naturelles. Achime et autres ont développé un estimateur postérieur (de CARTE)

pour des images d'ultrasons en supposant un alpha stable antérieurement pour le signal. Perona et Malik ont proposé la méthode anisotrope de diffusion où la diffusion ait la grande valeur dans la section ayant de petite différence de l'intensité, et au contraire, petite valeur dans la section ayant de grande différence de l'intensité. Yu fait la méthode de SRAD (la diffusion anisotropique réduisant la tache) basée sur les équations différentielles partielles. La plupart de ces techniques supposent qu'après une transformée logarithmique, la tache peut être approximée par bruit gaussien additif d'une moyenne nulle, et estimateurs/filtres sont conçus en conséquence. [2]

Dans ce mémoire on va voir en détaille une nouvelle méthode qui est utilisée dans le traitement d'images et parmi ses applications la réduction du bruit dans l'imagerie médicale, cette méthode est proposée par CHUA et YANG appelée les réseaux de neurones cellulaires. C'est un circuit analogique non linéaire à grande échelle qui traite les signaux en temps réel comme les automates cellulaires. [2]

Notre mémoire a été scindé en quatre chapitres:

Dans le premier chapitre :

- Connaître les bases de la formation des ultrasons et de la transmission des ultrasons dans la matière.
- Comprendre les phénomènes de réflexion, réfraction, et atténuation des ultrasons à la base de la formation des images échographiques.
- Connaître les 3 grands modes de représentation en échographie et leurs utilisations.
- Connaître les facteurs influençant sur la résolution de l'image ultrasonore et la différence entre résolution axiale et résolution latérale.

Dans le deuxième chapitre, nous présenterons la théorie des réseaux de neurones cellulaires (CNN) en analysant les points suivants :

- une nouvelle architecture du circuit, appelé un réseau de neurones cellulaires, qui possède quelques-unes des principales caractéristiques des réseaux de neurones et qui a d'importantes applications potentielles dans des domaines comme le traitement d'images et reconnaissance de formes. Cette architecture est présentée à la section 2.
- une analyse approfondie des réseaux de neurones cellulaires. En particulier, la question pratique de la gamme dynamique est dérivée de la Section 3.
- une analyse de stabilité est présentée dans la section 4.
- Des simulations par ordinateur et les comportements dynamiques typiques d'un simple réseau de neurones cellulaire seront discutés à la section 5.
- Tous ces résultats, bien portant donnée donné uniquement pour les réseaux de neurones cellulaires monocouche, sont généralisées aux réseaux de neurones cellulaires multicouches dans la Section 6.
- Enfin, deux modèles mathématiques similaires sont comparés avec notre réseau de neurones cellulaires dans la section 7.

Et le troisième chapitre est consacré à donner les différentes applications des réseaux de neurones cellulaires dans le traitement d'images justifiée par quelques exemples.

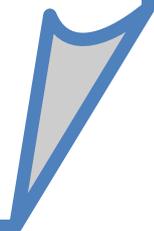
Les résultats et discussions des différentes méthodes utilisées lors de la simulation sont donnés dans le quatrième chapitre.

Et enfin une conclusion générale avec quelques perspectives.

*Chapitre I*

*Etude des ultrasons et*

*Echographie ultrasonique*



**L'HISTOIRE DE L'IMAGERIE MEDICALE**

La première technique d'imagerie médicale, la radiographie est née à la fin du 19<sup>ème</sup> siècle grâce aux travaux de Wilhelm Conrad Röntgen (1845-1923), un physicien allemand. Dans l'obscurité de son laboratoire, ce dernier étudiait l'électricité dans un tube cathodique (un tube de verre muni d'électrodes et dans lequel on fait le vide) quand il vit par hasard, en interposant sa main devant le tube, ses propres os. En plaçant derrière, un papier recouvert d'une substance photographique, il pouvait même en obtenir un cliché. Les rayons X qualificatif emprunté à celui de l'inconnue algébrique en mathématiques- venaient d'être découverts, permettant de voir à l'intérieur du corps humain sans avoir besoin de l'ouvrir.

Depuis, de nombreuses améliorations ont été apportées à ce principe révolutionnaire, jusqu'à la « radiographie » aux rayons X telle que nous la connaissons aujourd'hui. L'apport de l'informatique et du traitement numérisé des images a abouti à la mise au point du scanner en 1972 par les radiologues britanniques Allan Mc Cornack (1924-1998) et Godfrey N. Hounsfield (né en 1918), prix Nobel 1979 pour cette découverte.

À côté des rayons X, d'autres principes physiques ont été découverts tout au long du XX<sup>ème</sup> siècle, inspirant, souvent de nombreuses années après, de nouvelles techniques d'imageries médicales.

Ainsi, la propagation des ultrasons était utilisée par les SONAR (SOUND NAVIGATION RANGING) dès 1915 (pour détecter les icebergs suite au naufrage du Titanic) ; c'est un demi-siècle plus tard (en 1955) qu'Inge Edler (1911-2001), un cardiologue suédois, a eu l'idée de mettre au point sur ce principe l'échographie pour diagnostiquer les sténoses mitrales. La résonance des noyaux des atomes (résonance nucléaire) soumis à un champ magnétique a été découverte en 1945 par les physiciens américains Edward Purcell et Felix Bloch ; c'est en 1973 que le chimiste américain Paul C Lauterbur obtient, chez un animal, le premier cliché en imagerie par résonance magnétique. De la résonance des noyaux des atomes a également

découlé la spectroscopie par résonance magnétique, disponible depuis les années 1980. Enfin, la découverte de la radioactivité naturelle par Henri Becquerel, Pierre et Marie Curie en 1898, puis de la radioactivité artificielle par Irène et Frédéric Joliot-Curie en 1934, ont conduit au développement de la médecine nucléaire, avec la scintigraphie dans les années puis la tomographie par émission de positons (TEP) [1].

## **1<sup>ERE</sup> PARTIE ETUDES DES ULTRASONS**

### **1. Introduction**

On appelle ultrasons les ondes élastiques dont la fréquence est comprise entre 2kHz et quelques centaines de mégahertz [3], [4], [5]. En médecine, les fréquences ultrasonores les plus utilisées sont situées dans la gamme allant de 3 à 15MHz, ce qui correspond à des longueurs d'onde d'une fraction de millimètre, la vitesse des ultrasons dans les tissus mous étant de  $1540\text{m s}^{-1}$  [6]. Les ultrasons se propagent par l'intermédiaire de la vibration des molécules ou des atomes présents dans le milieu. La pénétration relativement aisée des ultrasons dans les tissus mous permet l'exploration de la plupart des organes à l'exception du squelette et des poumons. Des images échographiques morphologiques sont obtenues en analysant les échos réfléchis par les tissus. L'analyse des tissus en mouvement en mode « Doppler », quant à elle, permet de réaliser une imagerie fonctionnelle de l'appareil cardiovasculaire et une évaluation des écoulements du sang dans l'arbre vasculaire [7].

### **2. L'onde ultrasonore**

L'onde ultrasonore est une onde acoustique dont le mode de propagation de l'énergie s'effectue sans transport de matière, elle provoque localement des variations de pression dans le milieu élastique traversé. Une onde ultrasonore est caractérisée par sa célérité (vitesse du son dans le milieu) son impédance et sa fréquence. L'onde subira ensuite diverses modifications qui dépendent des propriétés du milieu matériel étudié [7].

La longueur d'onde ultrasonore dans un milieu est reliée à une fréquence donnée, elle est donnée par la relation suivante [3], [4], [5] :

$$c = f\lambda \tag{1}$$

Où :  $c$  est la vitesse du son dans le milieu en  $\mathbf{m.s^{-1}}$ .

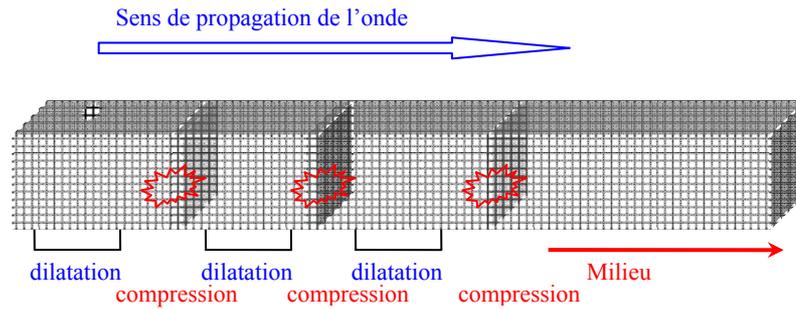
$f$  est la fréquence d'émission en **Hz**.

### **3. Principaux types d'ondes**

Les ondes ultrasoniques sont des ondes élastiques, résultantes du déplacement de particules de la matière: fluide ou solide. Il existe différents types d'ondes selon les conditions aux limites des milieux de propagation (milieu infini: ondes de volume, milieu semi-infini: ondes de surface, milieu limité: ondes guidées, ondes de Lamb) [8].

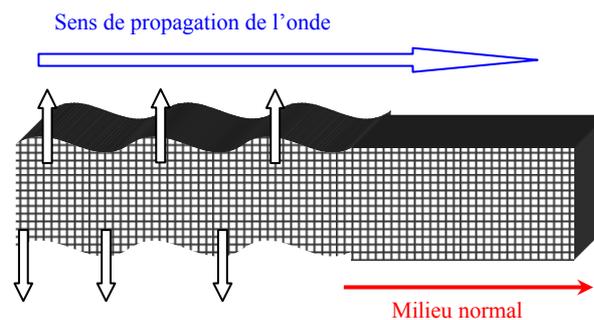
Les ondes ultrasonores peuvent se propager dans le gaz, les liquides ou les solides, c'est-à-dire dans toute substance possédant des propriétés élastiques. Lorsqu'elles se propagent dans un milieu infini, elles peuvent le faire soit avec une symétrie sphérique dans toutes les directions (source isotopique), soit sous forme de faisceaux parallèles d'ondes planes. Ceci dépend de la nature et de la géométrie de la source de vibration. De manière idéale, si le rayon de la source est petit vis-à-vis de la longueur d'onde de l'onde émise, celle-ci est alors sphérique. Cependant, si le rayon de la source est plus grand que la longueur d'onde émise, cette dernière est alors une onde plane [8].

En régime d'ondes planes, on distingue deux types d'ondes fondamentaux : les ondes longitudinales, pour lesquelles le déplacement des particules est colinéaire à la direction de propagation (Figure1).



**Figure 1 : Propagation des ondes longitudinales dans un solide.**

Par opposition, on peut distinguer les ondes transversales ou de cisaillement, lorsque la direction de vibration des particules est perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde, comme illustré dans la figure 2.



**Figure 2 : Propagation des ondes transversales dans un solide**

## 4. Comportement des ondes ultrasonores

### 4.1 L'impédance acoustique

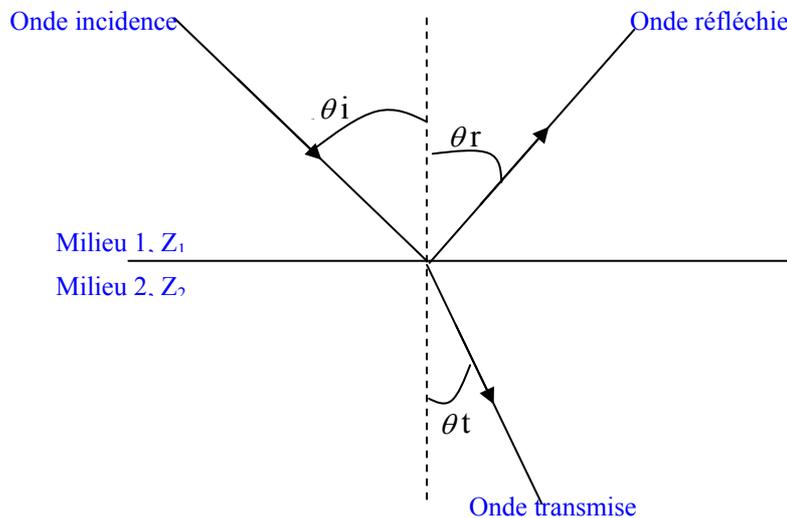
Le comportement du milieu vis-à-vis des ultrasons est exprimé par une constante appelée impédance acoustique  $Z$ . elle est définie comme le produit de la densité et de la vitesse du son du milieu et donnée par la relation suivante :

$$Z=pc \tag{2}$$

Où :  $p$  est la densité du milieu en  $\text{kg.m}^{-3}$

## 4.2 Réflexion et réfraction

Lorsqu'un faisceau d'ultrason arrive sur une interface séparant 2 milieux [7].



**Figure 3 : Réflexion et réfraction d'une onde acoustique sur une surface plane.**

Lorsque le faisceau ultrasonore arrive sur une surface réfléchive avec un angle oblique, une partie du faisceau est avec un angle qui dépend de la vitesse de propagation des 2 milieux concernés. Il s'agit du phénomène de réfraction. Ces évènements se produisent avec un angle qui est fonction des différences d'impédances (différences de vitesse de propagation) entre les deux milieux selon la loi de Snell [9].

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_1}{v_2} \quad (3)$$

Le rapport entre la pression incidente  $p_i$  et la pression réfléchie  $p_r$  peut être donné, pour une onde plane, par la relation suivante [9] :

$$\frac{p_r}{p_i} = \frac{Z_2 \cos \theta_i - Z_1 \cos \theta_r}{Z_2 \cos \theta_i + Z_1 \cos \theta_r} \quad (4)$$

D'un point de vue énergétique, le taux de transmission et le taux de réflexion peuvent être donné, dans le cas d'une incidence normale ( $\theta_i=0$ ) par :

$$R = \frac{p_r}{p_i} = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (5)$$

$$T = 1 - R = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (6)$$

On constate que si les impédances acoustiques des deux milieux sont très différentes, l'énergie réfléchiée sera très élevée. C'est ainsi, qu'une couche d'air, même très fine, dans le champ de propagation des ultrasons, agit comme un écran infranchissable. C'est pour cette raison qu'il est nécessaire d'utiliser un milieu de couplage entre le transducteur et le milieu dans lequel on souhaite faire propager l'onde acoustique (un gel).

### 4.3 Atténuation d'une onde ultrasonore

L'atténuation d'une onde ultrasonore dépend principalement de la fréquence considérée. Pour la plupart des matériaux, plus la fréquence est haute plus l'atténuation est importante. La théorie prévoit que l'atténuation est directement proportionnelle au carré de la fréquence pour une onde plane [9]. Considérons une onde plane se propageant suivant la direction  $z^+$ ,  $p$  est la pression acoustique spécifiée par la relation suivante [9] :

$$p_\alpha = P_0 e^{-2\alpha} \quad (7)$$

Où  $\alpha$  est le coefficient d'atténuation exprimé en **dB/m** et donné par la relation suivante :

$$\alpha = \frac{\eta \omega^2}{2v_L^3 \rho} \quad (8)$$

Avec :  $\eta$  est le coefficient de viscosité exprimé en **N.s.m<sup>-2</sup>** ou **Pas**

$\rho$  est la densité du milieu en **kg.m<sup>-3</sup>**

$v_L$  est la vitesse longitudinale dans le milieu en **m.s<sup>-1</sup>**

#### **4.4 L'absorption et la dispersion**

L'absorption des ultrasons dans les solides dépend beaucoup de la structure de ces derniers. Dans les milieux homogènes, l'absorption du son est due essentiellement au coefficient de viscosité et à la conductivité thermique [4].

Comme dans les liquides, l'absorption est proportionnelle au carré de la fréquence sonore. Dans le cas des substances polycristallines comme la glace, c'est-à-dire des substances formées d'un grand nombre de petits cristaux séparés (les monocristaux), l'absorption du son est principalement déterminée par les dimensions relatives des cristaux et de la longueur d'onde. A haute fréquence, lorsque la longueur d'onde  $\lambda$  est petite par rapport à la taille des cristaux, l'absorption se fait dans chaque monocristal. Le coefficient d'absorption étant proportionnel au carré de la fréquence dans ce cas, il est égal à [4] :

$$\mu = \frac{8\eta\pi^3}{3\rho\lambda^2 c} \quad (9)$$

Où :  $\mu$  est le coefficient d'absorption en  $\text{m}^{-1}$

$\eta$  est le coefficient de viscosité qui varie en fonction de la température

La dispersion et la diffusion se présentent lorsqu'une onde ultrasonore rencontre un obstacle de dimensions nettement inférieures à la longueur d'onde. L'onde incidente est très faiblement diffractée et une onde de faible amplitude rayonnant dans toutes les directions est générée. Pour des obstacles sphériques, l'intensité de l'onde ainsi diffusée est inversement proportionnelle à la puissance 4 de la longueur d'onde. On parle alors de diffusion de Rayleigh [4].

## 5. Les paramètres ultrasoniques les plus utilisés pour la caractérisation acoustique des tissus mous

Les champs ultrasonique les plus utilisés en médecine peuvent être caractérisés par un ensemble de paramètres physiques, qui seront utilisés pour visualiser les organes et les tissus d'organes afin de rechercher certain malformation et d'éventuelle anomalies ou tumeurs en évitant le risque de survenue d'effets biologiques indésirables (des lésions thermiques).

Parmi les paramètres du premier ordre on trouve les amplitudes de déplacement acoustique des particules, la vitesse de l'onde ultrasonore dans le milieu et la pression [10].

Les paramètres du second ordre sont la puissance acoustique totale ou encore l'intensité du faisceau ultrasonore et le maximum de pression. Des paramètres définissent le champ ultrasonique tel qu'il existe à l'intérieur du corps du patient ou dans un système expérimental, tandis que les paramètres de l'exposition caractérisent le champ libre généré par l'instrument et déterminé dans l'eau (Intensité acoustique dans la zone de travail du faisceau ultrasonore  $I_{SPTA}$  et  $I_{SATA}$ ) [10].

### 5.1 La mise en équations des paramètres ultrasoniques

L'étude de la propagation des ondes acoustiques, en mode linéaire dans un milieu continu, utilise les équations d'Euler qui s'écrivent [11] :

$$\rho \left[ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} \right] = -\vec{\nabla} P \text{ (Equation du mouvement)} \quad (10)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = 0 \text{ (Equation de conservation de la masse)} \quad (11)$$

$$p = p(\rho) \text{ (Equation d'état)} \quad (12)$$

Ces équations sont valables pour un milieu dit idéal, c'est-à-dire sans dissipation, sans conduction thermique et sans dispersion.  $p(\vec{r}, t)$ ,  $\rho(\vec{r}, t)$  et  $\vec{v}(\vec{r}, t)$  sont respectivement la pression, la masse volumique et la vitesse particulaire [11].

L'équation d'onde en régime linéaire est la suivante [12] :

$$\frac{\partial^2 p}{\partial^2 x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial^2 t^2} = 0 \quad (13)$$

$$c = \sqrt{\frac{1}{\rho k}} \quad (14)$$

Où :  $k$  est la compressibilité du milieu.

La solution de l'équation est une onde plane [12] :

$$p(t, x) = p_0 \sin\left(\omega_0 \left(t - \frac{x}{c}\right)\right) \quad (15)$$

Les ondes sphériques sont utilisées pour la description de la diffraction, la focalisation des champs ultrasonores [12] est telle que :

$$p(t, \vec{r}) = \frac{p_0}{|\vec{r}|} \sin\left(2\pi f_0 \left(t - \frac{|\vec{r}|}{c}\right)\right) \quad (16)$$

## **5.2 La pression acoustique**

La pression acoustique varie selon la fréquence de l'onde ultrasonore. L'énergie délivrée dans le milieu dépend de ces variations de pression qui soumettent les particules du milieu à des mouvements vibratoires.

Pour trouver la relation entre la pression et la vitesse de la particule on considère le cas d'une onde plane [12] :

$$p(t, x) = p_0 \sin\left(\omega_0 \left(t - \frac{x}{c}\right)\right) \quad (17)$$

$$u(t) = -\frac{1}{\rho} \int \frac{\partial p}{\partial x} dt = +\frac{1}{\rho} p_0 \omega_0 \frac{1}{c} \int \cos\left(\omega_0 \left(t - \frac{x}{c}\right)\right) dt \quad (18)$$

$$u(t) = \frac{1}{\rho c} p_0 \sin\left(\omega_0\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) = \frac{p(t)}{\rho c} = \frac{p(t)}{z} \tag{19}$$

$$p(t = zu(t)) \tag{20}$$

Pour trouver la relation entre la pression et la vitesse de la particule on considère qu'elle a une valeur moyenne de 1540m/s. les vitesses du son pour différents organes sont données dans le tableau1 (fournis à titre indicatif).

| Milieu de propagation | Densité (kg /m <sup>3</sup> ) | Vitesse (m/s) | Impédance acoustique      |
|-----------------------|-------------------------------|---------------|---------------------------|
| Air                   | 1,2                           | 333           | 0,4 10 <sup>3</sup>       |
| Sans                  | 1,06 10 <sup>3</sup>          | 1566          | 1,66 10 <sup>6</sup>      |
| Os                    | 1,38-1,81 10 <sup>3</sup>     | 2070-5350     | 3,75-7,38 10 <sup>6</sup> |
| Cerveau               | 1,03 10 <sup>3</sup>          | 1505-1612     | 1,55-1,66 10 <sup>6</sup> |
| Graisse               | 0,92 10 <sup>3</sup>          | 1446          | 1,33 10 <sup>6</sup>      |
| Rein                  | 1,04 10 <sup>3</sup>          | 1567          | 1,62 10 <sup>6</sup>      |
| Poumon                | 0,40 10 <sup>3</sup>          | 650           | 0,26 10 <sup>6</sup>      |
| Foie                  | 1,06 10 <sup>3</sup>          | 1566          | 1,66 10 <sup>6</sup>      |
| Muscle                | 1,07 10 <sup>3</sup>          | 1542-1626     | 1,55 10 <sup>6</sup>      |
| Rate                  | 1,06 10 <sup>3</sup>          | 1566          | 1,66 10 <sup>6</sup>      |
| Eau distillé          | 1,00 10 <sup>3</sup>          | 1480          | 1,48 10 <sup>6</sup>      |

**Tableau1 : Paramètres acoustiques des différents organes du corps humain en comparaison avec l'air et l'eau distillé (milieux de références) [12].**

### 5.3 Intensité de l'onde ultrasonore

On définit l'intensité acoustique comme le flux d'énergie acoustique traversant une unité de surface perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde par unité de temps. L'intensité acoustique instantanée est donc le travail de l'onde acoustique par une unité de

surface et pendant une unité de temps qui est égale au produit de la pression  $p$  par la vitesse  $u$  de cette particule [11] :

$$I = \rho u = \rho_0 C_0 u^2 = \frac{p^2}{\rho_0 C_0} \quad (21)$$

L'intensité pour une onde plane est définie comme une pression par unité de surface (pour les ultrasons mesurés en **mW/cm<sup>2</sup>**) [12].

$$I = \frac{1}{T} \int_0^T p(t)u(t)dt \quad (22)$$

$$p(t, x) = p_0 \sin\left(\omega_0\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) \quad (23)$$

$$u(t, x) = \frac{p(t, x)}{z} = \frac{p_0}{z} \left(\omega_0\left(t - \frac{x}{c}\right)\right) \quad (24)$$

Et donc :

$$I = \frac{p_0^2}{2z} \quad (25)$$

Selon le type de transducteur utilisé et la période temporelle sur laquelle sont effectuées les mesures, l'intensité que l'on mesure n'est pas la même, on peut parler alors d'intensité **I<sub>SPTA</sub>**, **I<sub>SPTP</sub>** ou bien **I<sub>SATA</sub>** [13].

### **5.4 Intensité I<sub>SPTA</sub>**

Spatial peak temporal average intensity (intensité du pulse, moyennée sur la durée du pulse ou sur une période) **w/cm<sup>2</sup>** [12].

$$I_{SPTA}(t, \vec{r}) = \frac{1}{T} \int_0^T I_i(t, \vec{r})dt \quad (26)$$

### **5.5 Intensité I<sub>SPTP</sub>**

Spatial peak temporal peak intensity (valeur instantanée de l'intensité moyennée sur le pic seulement) **w/cm<sup>2</sup>** [12].

$$I_{SPTP} = \max\{I_i(t, \vec{r})\} \quad (27)$$

Le  $I_{SPTP}$  énergie moyennée dans le temps (une période) et sur toute la section du faisceau (watts).

## **2<sup>EME</sup> PARTIE L'ECHOGRAPHIE ULTRASONIQUE**

### **1. L'échographe**

#### **1.1 Le transducteur ultrasonore**

La sonde constitue le maillon essentiel de la chaîne échographique. Elle offre la particularité remarquable d'être à la fois un émetteur et un récepteur, elle transforme l'impulsion électrique en onde ultrasonore puis convertit les informations ultrasonores en signaux électrique [7].

Il existe plusieurs types de transducteurs ultrasonores : les transducteurs magnétostrictifs, les transducteurs électrohydroliques, les lasers et les transducteurs piézoélectriques. Ce sont ces derniers qui sont utilisés pour les applications médicales étant donnée leur maniabilité, leur souplesse d'emploi et la possibilité de les utiliser à hautes fréquences.

L'élément actif des transducteurs piézo-électriques peut être constitué de monocristaux naturels, comme le quartz ou le sulfate de lithium, de céramiques polycristallines, telles que le PZT, ou de matériaux composites ou de PVDF (poly fluorure de vinylidène). Le transducteur ultrasonore peut comporter un ou plusieurs cristaux qui peuvent être ajustés les uns aux autres pour constituer des barrettes de transducteurs, linéaires ou curvilignes. Elle est constituée de trois éléments de base qui sont le cristal, l'amortisseur et l'adaptateur d'impédance. La figure qui suit représente une sonde ultrasonore mono élément le cristal est découpé dans une céramique type PZT (titanate zirconate de plomb) à fortes propriétés piézo-électriques [14].

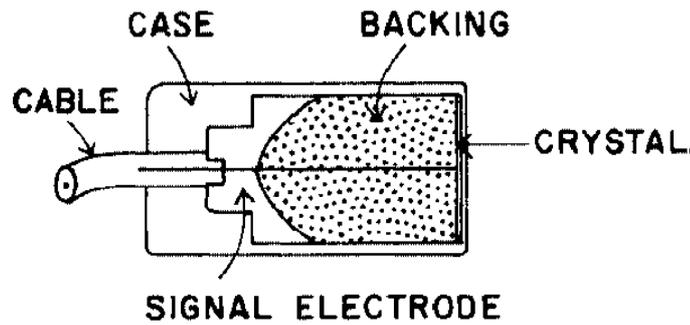


Figure 4 : Constitution d'une sonde monoélément.

### 1.1.1 Géométrie

Il existe deux types de géométrie de transducteurs : les transducteurs plans et les transducteurs focalisés. Ces derniers permettent la focalisation de l'énergie acoustique dans une zone restreinte du champ acoustique. Cette focalisation peut être obtenue simplement par la forme concave du transducteur utilisé. Ou bien en utilisant une lentille acoustique, ou, enfin, par focalisation électronique. Dans tous les cas, l'utilisation de transducteurs de dimensions finies est à l'origine de phénomène de bord (réflexion, réfraction) [11].

### 1.1.2 Fonctionnement d'une sonde acoustique

Un générateur de courant délivre des impulsions électriques de haute fréquence, qui sont appliquées à la surface d'une céramique : cette dernière voit son épaisseur varier si la fréquence des impulsions est de l'ordre de grandeur de sa fréquence de résonance (effet piézoélectrique indirect). Ces vibrations mécaniques se transmettent de proche en proche ; il y a production d'ultrasons si la fréquence est comprise entre 2 et 10 MHz. L'excitation de la céramique avec ce courant de haute fréquence se fait par courtes impulsions de 1 à 2 ms répétées à des intervalles réguliers à fréquence de récurrence de 2 KHz [7].

Les contraintes mécaniques dues aux variations de pression des ondes réfléchies dans l'organisme font apparaître à la surface de la céramique de la sonde des différences de

potentiel dont la fréquence correspond à celle de l'onde réfléchie et dont l'intensité dépend de l'intensité de l'écho [7].

Tout système ultrasonique utilisé en échographie peut permettre plusieurs types de balayage en utilisant des différentes sondes (transducteur) pour examiner différentes régions du corps humain.

### **1.1.3 Sondes à balayage mécanique**

Les sondes à balayage mécanique sont composées d'un ou plusieurs cristaux sur une pièce mécanique. Les cristaux émettent à une fréquence constante. Certaines sondes à balayage mécanique sont composées de plusieurs cristaux montés en anneaux. Le groupe de cristaux subit un balayage mécanique pour former une image sectorielle. On distingue trois différents types de sondes mécaniques utilisées en échographie [14] :

La roue tournante où sont fixés 3 ou 4 éléments piézo-électriques séparés de 90 à 120°. Le cristal émet un faisceau ultrasonore sectoriel lorsqu'il passe devant la fenêtre d'émission (Figure 5.a).

La céramique oscillante fixée à un aimant oscille en fonction d'impulsions électriques appliquées à un bobinage qui provoque un changement à l'aimant permanent, et donc un mouvement de la céramique (Figure 5.b).

Les sondes mécaniques annulaires sont constituées de céramiques disposées en anneaux concentriques de diamètre variable, entraînés par un moteur dans un mouvement oscillant. Elles permettent d'avoir une zone de focalisation (ZF) étendue (Figure 5.c). Le balayage mécanique est actuellement réservé aux sondes de fréquences supérieures à 15 MHz, pour lesquelles le balayage électronique n'est pas encore utilisable.

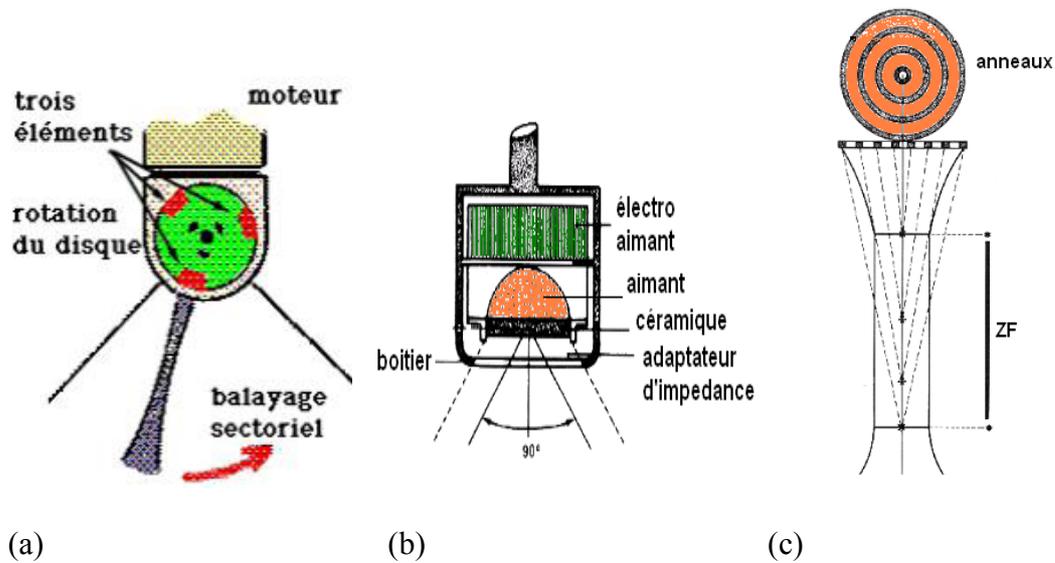


Figure 5 : Sondes ultrasoniques à balayage électronique.

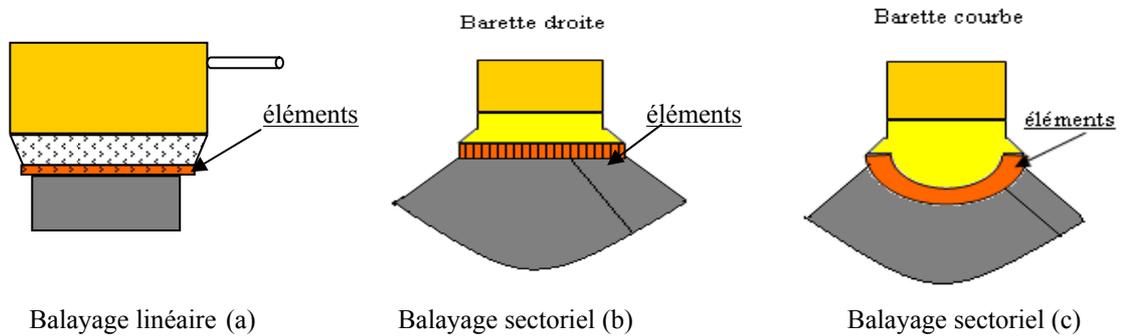
#### 1.1.4 Sondes à balayage électronique

Les sondes à balayage électroniques sont composées de plusieurs cristaux montés en rangs ou en anneaux ; l'émission et la réception des faisceaux ultrasonores sont assurées par des moyens purement électroniques pour former l'image en insérant des délais fixes à la transmission et variables à la réception. On distingue deux types de sondes électroniques les plus utilisées [14].

Sondes électroniques à balayage linéaire (Linear array, Figure 6.a) il s'agit d'un assemblage en ligne sur 10 cm de 100 éléments piézo-électriques ajustés ensemble ; Ces éléments sont excités par groupe de 8 à 32. Donc le faisceau ultrasonore se déplace en ligne parallèle et donne une image rectangulaire.

Sondes électroniques à balayage sectoriel (Phased array) ces éléments sont excités les uns après autres avec un délai fixe pour former une ligne d'image. Cette image est oblique par rapport à un axe vertical. La focalisation est obtenue par une lentille acoustique ou une focalisation électronique. On distingue aussi les barrettes courbées ou radiales (sonde

convexe)) où les éléments piézo-électriques sont disposés selon un arc de cercle de rayon de courbure variable (Figure 6 c).



**Figure 6 : Sondes ultrasoniques à balayage électronique**

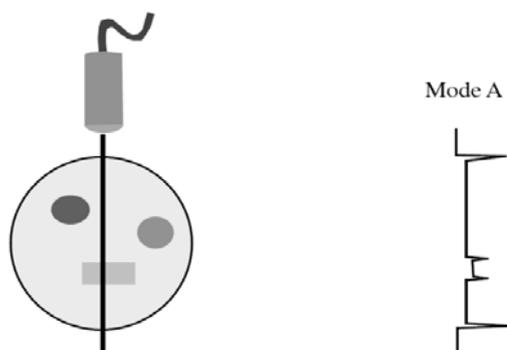
**1.2 Les différents modes d’imagerie**

Le signal recueilli est traité pour extraire les informations nécessaires à la création de l’image. Pour répondre aux besoins des différents domaines d’utilisation il existe des variantes dans l’exploitation de ce signal.

Il existe quatre modes différents :

**Mode A**

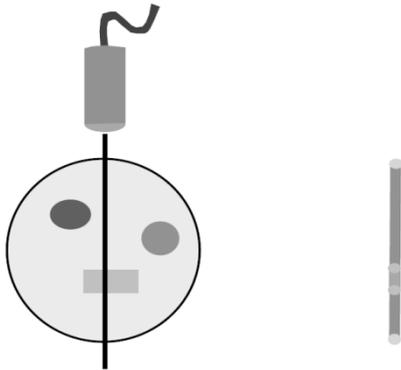
Le mode A est le mode de représentation de l’image le plus primitif. Il consiste à afficher l’amplitude du signal recueilli par la sonde en fonction de la profondeur. Un seul faisceau ultrasonore de direction constante est utilisé. Ce mode était autrefois utilisé en neurologie pédiatrique et en ophtalmologie [15].



**Figure 7 : Echographie en mode A**

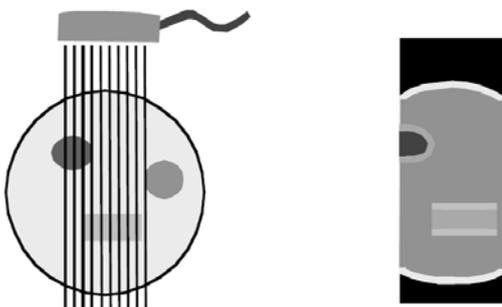
**Mode B (Brillance)**

Le mode B ou brillance est le mode de représentation le plus commun. Il s'agit de représenter l'intensité du signal non plus par une courbe mais par la brillance d'un point sur l'écran. Plus le point est brillant, plus la réflexion des ultrasons a été importante et donc, plus l'écho est intense.



**Figure 8 : Echographie en mode B**

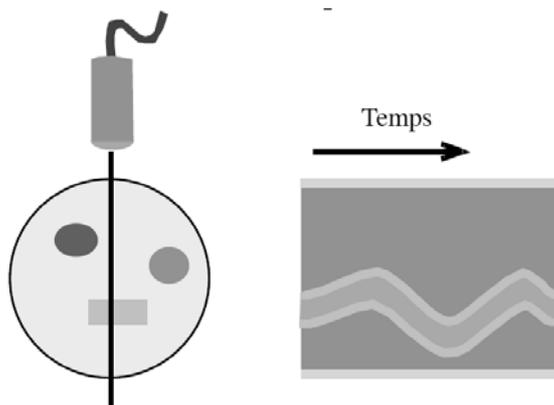
Lorsque plusieurs faisceaux ultrasonores parallèles les uns aux autres sont utilisés (sonde linéaire) ou lorsque le même faisceau ultrasonore est orienté dans des directions différentes (sonde sectorielle) on obtient une image en 2 dimensions (Bidimensionnelle) qui représente une coupe de la structure explorée [15].



**Figure 9 : Echographie en mode B**

**Mode M ou TM**

Lorsqu'un même faisceau ultrasonore est observé en continu, les mouvements des objets traversés par les faisceaux font varier la position et l'intensité des ultrasons recueillis par la sonde au cours du temps. La représentation des variations de la position et de la brillance des échos en fonction du temps, constitue le mode M (mouvement) ou TM (temps-mouvement). Ce mode permet d'obtenir une résolution temporelle supérieure au mode B et de pouvoir observer des événements très rapides [15].



**Figure 10 : Echographie en mode TM**

### **Le mode Doppler :**

Cette technique consiste à émettre de brèves impulsions ultrasonores séparées par un temps de récurrences afin de connaître la vitesse de circulation du sang à chaque profondeur d'un vaisseau sanguin. L'utilisation de l'écho doppler permet aussi d'étudier la qualité (spectre) des flux sanguins dans les vaisseaux fœtaux.

Les modes d'imageries actuelles utilisées sont les modes multilignes (multibeam) avec une cadence d'images ultrarapides et l'élastographies qui exploite les caractéristiques mécaniques du milieu [16].

## **2. Formation de l'image**

On crée l'image échographique à partir des signaux que l'on reçoit. En fait l'image n'est pas directement obtenue à partir de ces signaux bruts mais seulement à partir de l'enveloppe des échos reçus. Ensuite, la formation d'une image échographique nécessite de

nombreux traitements. Nous nous intéressons uniquement dans cette section à la partie réception de l'échographe. Le premier problème concerne la dynamique des échos à traiter. Le signal électrique analogique très faible est immédiatement amplifié. La fréquence ultrasonore « porteuse » est ensuite supprimée puis un redressement est effectué. Il est à noter qu'il existe de nombreux problèmes techniques concernant le traitement des multifaisceaux simultanés, de la focalisation dynamique de l'ouverture dynamique sur la barrette et enfin de l'apodisation dynamique. Le problème que nous détaillons maintenant concerne le traitement de l'image [17].

**Réglage du gain :** Une même interface donne un écho dont l'amplitude, à cause de l'atténuation dépend de sa profondeur. Pour homogénéiser le contraste en profondeur, il faut appliquer une amplification compensatrice de l'atténuation. On distingue :

- le gain général agissant de manière identique sur tous les échos,
- la pente d'amplification ou courbe de gain qui peut être linéaire ou modulable zone par zone grâce à des potentiomètres,
- le gain proche atténuant de manière sélective les échos proximaux souvent saturés.

**Interpolation :** Les multiples échantillonnages (nombre de lignes exploratrices de la sonde, numérisation du balayage, échantillonnage de l'écran de visualisation) auxquels on a recourt introduisent la nécessité d'une phase d'interpolation. Ainsi, le nombre de lignes de tir est de l'ordre de 100 : pour remplir les 512 colonnes de la matrice (échantillonnage classique), une interpolation à partir des échos les plus proches est réalisée. Ceci est particulièrement nécessaire pour les balayages sectoriels.

**Lissage :** Afin de rendre moins brutales les variations d'amplitude d'échos voisins, un « moyennage » est réalisé : on effectue un lissage spatial. De même un lissage temporel est effectué entre deux valeurs successives d'un même point de l'image.

**Compression logarithmique** : Entre les échos les plus faibles et les échos les plus forts, existe un rapport de l'ordre de 100. Afin de privilégier les échos les plus faibles (échos de Structure) une fonction logarithmique leur est appliquée. La pente de cette fonction peut être choisie par l'opérateur.

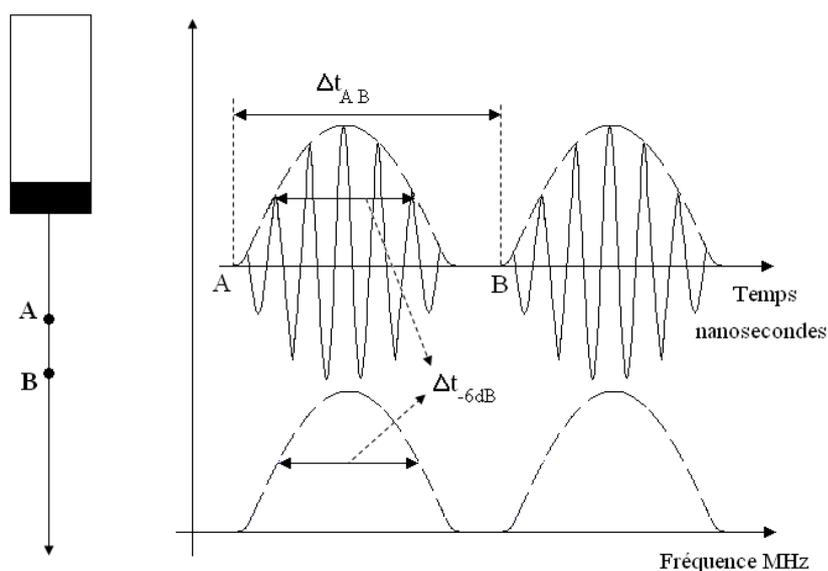
**Post-traitement** : Il s'agit de traitements réalisables sur la dernière image stockée numériquement : renforcement des contours, zoom la lecture, modification de la luminosité, etc.

### 3. Qualité de l'image

**La résolution axiale** : La résolution axiale ( $R_{ax}$ ) représente la distance minimale entre deux structures A et B, situées sur l'axe du faisceau acoustique, qui permet leur bonne différenciation. Elle dépend de la longueur d'onde et de la durée de la réponse impulsionnelle  $\Delta t$  du système (Figure. 11) et se détermine par [17] :

$$R_{ax-6dB} = \frac{c \cdot \Delta t_{-6dB}}{2} \tag{28}$$

$c$  : est la célérité des ultrasons dans le milieu de propagation



**Figure 11 : Résolution axiale**

Des exemples de résolutions sont donnés dans le tableau ci après tiré de [17]. Ce tableau montre qu'il faut faire un compromis entre la résolution axiale et la profondeur d'étude. Les hautes fréquences permettent d'obtenir une bonne résolution axiale mais la profondeur d'exploration est petite.

**La résolution latérale :** C'est l'aptitude à différencier les détails placés dans le plan de coupe perpendiculairement à l'axe de propagation des ultrasons. Elle est moins bonne que la résolution axiale, et est liée :

- au diamètre du faisceau lui-même dépendant de l'ouverture à l'émission de la focalisation et de la profondeur.
- à la densité des lignes ultrasonores qui est de l'ordre de 250, limitée par la profondeur d'exploration et le taux de renouvellement de l'image.

| Fréquence (MHz) | Profondeur Maximale (mm) | Résolution axiale (mm) |
|-----------------|--------------------------|------------------------|
| 2               | 300                      | 0,77                   |
| 3,5             | 170                      | 0,44                   |
| 5               | 120                      | 0,31                   |
| 7,5             | 80                       | 0,20                   |
| 10              | 60                       | 0,15                   |

**Tableau 2 : Valeurs approximatives de résolutions axiales et de profondeur maximale d'étude pour des fréquences classiques en échographie [17].**

Pour une sonde possédant une série de transducteurs (ce qui permet une focalisation électronique) la résolution latérale est donnée par la formule suivante :  $R=2F\theta \approx F\lambda/a$

Avec **R** la largeur minimale au point focal **F** la focale,  **$\theta$**  l'angle de divergence, **a** l'ouverture de la source et  **$\lambda$**  la longueur d'onde.

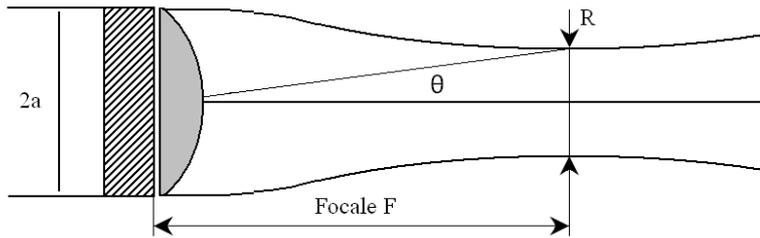


Figure 12 : Largeur minimale  $R$  du faisceau

**La résolution transversale :** La résolution de l'image est également affectée par l'épaisseur de la coupe qui dépend de la focalisation transversale. Sur les échographes actuels, la focalisation transversale est fixe et s'effectue par une lentille. Une étude sur l'épaisseur du faisceau pour une fréquence de 3,5 MHz, donne les variations suivantes : de 10 mm pour une profondeur de 2 cm, à 6 mm pour une profondeur de 12 cm, avec un minimum de 3mm pour une profondeur de 8 cm [17].

#### 4. Nouvelles perspectives pour l'échographie

Si le progrès des calculateurs a rendu possible l'obtention d'images 3D spectaculaires, principalement en obstétrique, les principales améliorations de l'échographie sont d'ordre technologique, portant sur les réseaux de transducteurs piézoélectriques ou sur l'intégration de l'électronique numérique.

De nouveaux procédés de focalisation électronique des ondes ultrasonores permettent d'obtenir des images ultrasonores en temps réel, avec une résolution de quelques dizaines de microns seulement : cette biomicroscopie acoustique permet désormais l'examen de l'oeil et de la peau.

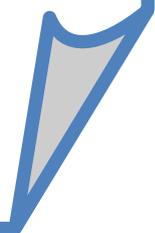
Des techniques assez récentes, comme l'ostéodensitométrie ultrasonore ou l'élastographie, prennent un essor important et pourraient s'imposer comme de nouvelles modalités diagnostiques s'appuyant sur la nature élastique des ondes sonores pour évaluer la résistance des tissus solides (os) ou l'élasticité des tissus mous (sein, prostate : détection des tumeurs).

L'élastographie transitoire (toujours dérivée de l'ultrasonographie) a pour but de cartographier dans une partie du corps le "module de cisaillement", une des grandeurs caractérisant l'élasticité et qui peut varier d'un facteur 30 entre un tissu sain et un tissu cancéreux. Un prototype devrait prochainement être testé à l'Institut Curie pour la détection de cancers du sein.

La découverte récente des miroirs à "retournement temporel" des ondes acoustiques laisse entrevoir de nouvelles applications médicales. Le développement d'un "filtre inverse spatio-temporel", ouvre notamment la voie à la mise au point d'un imageur à ultrasons du cerveau.

L'imagerie fonctionnelle du cerveau devrait pouvoir prochainement bénéficier d'une cartographie en temps réel des flux sanguins par des techniques dérivées de l'effet Doppler [1].

*Chapitre II*  
*La théorie des Réseaux de*  
*Neurones Cellulaires*



## **1. Introduction**

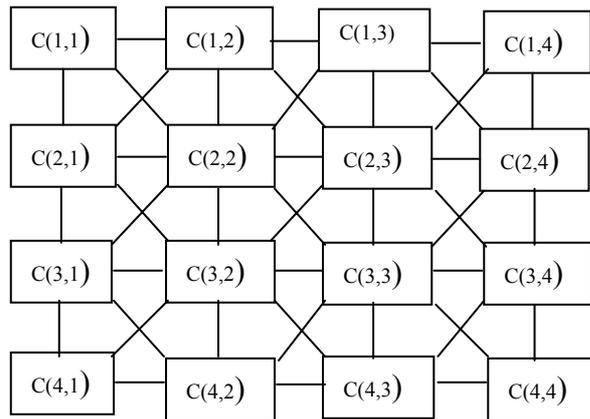
Circuits analogiques ont joué un rôle très important dans le développement de la technologie électronique moderne. Même dans notre ère de l'ordinateur numérique, les circuits analogiques dominent toujours des domaines tels que l'électronique de communications, de puissance, de contrôle automatique, d'acoustique et de vidéo en raison de leurs capacités de traitement des signaux en temps réel.

Les méthodes classiques de calcul numérique sont heurtées à un goulot d'étranglement de vitesse grave en raison de leur nature de série. Pour surmonter ce problème, un nouveau modèle de calcul, appelé "réseaux de neurones," a été proposé, qui est basée sur quelques aspects de la neurobiologie et adapté aux circuits intégrés [21], [22]. Les principales caractéristiques des réseaux de neurones sont le traitement en parallèle asynchrone, la dynamique en temps continu et interaction global des éléments du réseau. On a proposé quelques applications impressionnantes encourageantes des réseaux de neurones pour différents domaines tels que l'optimisation, la programmation linéaire et non linéaire, la mémoire associative, la reconnaissance des structures et la vision d'ordinateur [23], [24].

## **2. Architecture des Réseaux de Neurones Cellulaires**

L'unité de base de circuit des réseaux de neurones cellulaires est appelée une cellule. Elle contient des éléments de circuits linéaires et non linéaires, qui sont généralement condensateurs linéaires, résistances linéaires, sources commandées linéaires et non linéaires, et des sources indépendantes. La structure des réseaux de neurones cellulaires est similaire à celle trouvée dans les automates cellulaires, à savoir, n'importe quelle cellule dans un réseau de neurones cellulaires est connectée uniquement à ses cellules voisines. Les cellules adjacentes peuvent agir directement l'un sur l'autre. Les cellules qui ne sont pas reliées directement entre elles, elles peuvent s'influer mutuellement indirectement à cause des effets de propagation de la dynamique du temps continu des réseaux de neurones cellulaires. Un exemple de deux dimensions de réseaux de neurones cellulaires est montré dans la figure 1.

Théoriquement, on peut définir un réseau de neurones cellulaires de n'importe quelle dimension, mais dans notre cas, nous nous concentrerons sur le cas de deux dimensions, car nous concentrerons notre attention sur les problèmes de traitement d'image. Les résultats peuvent être facilement généralisés pour des dimensions supérieures.



**Figure 1 : Un réseau de neurone cellulaire bidimensionnel. La taille de circuit est 4x4. Les carrées sont les unités de circuit appelées les cellules. Les liens entre les cellules indiquent qu'il y a des interactions entre les cellules liées.**

Considérons un réseau de neurones cellulaire  $MXN$ , ayant des cellules  $MXN$  disposées en  $M$  lignes et  $N$  colonnes. Nous appelons la cellule de la  $i^{\text{ème}}$  ligne et de la  $j^{\text{ème}}$  colonne  $C(i, j)$ , et notons par  $C(i, j)$  comme dans la figure 1. Maintenant, on va définir ce que nous voulons dire par un voisinage de  $C(i, j)$ .

**Définition 1:** le voisinage  $r$

Le voisinage  $r$  d'une cellule  $C(i, j)$ , dans un réseau de neurones cellulaires est définie par :

$$N_r(i, j) = \{C(i, j) \max\{|k - i|, |l - j|\} \leq r, 1 \leq k \leq M; 1 \leq l \leq N\} \tag{1}$$

Où  $r$  est un nombre entier positif.

La figure 2 montre trois voisinages de la même cellule (située au centre et montrée ombragée) avec  $r = 1, 2$  et  $3$ , respectivement. Habituellement, on appelle  $r = 1$  un voisinage de « 3 X 3 »,  $r = 2$  un voisinage de « 5 X 5 », et  $r = 3$  un voisinage de « 7 X 7 ». Il est facile de

montrer que le système de voisinage défini ci-dessus montre une propriété de symétrie dans le sens où, si  $C(i, j) \in N_r(k, l)$ , alors  $C(k, l) \in N_r(i, j)$ , pour tous les  $C(i, j)$  et  $C(k, l)$  dans un réseau de neurones cellulaire.

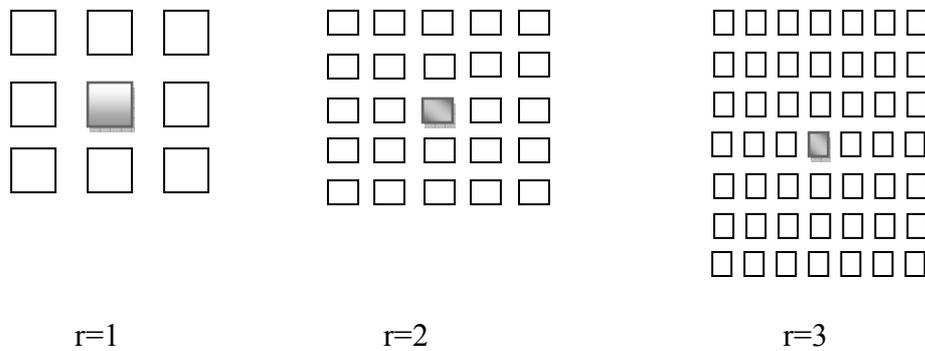


Figure 2 : Le voisinage de la cellule  $C(i, j)$  défini par (1) pour  $r = 1, r = 2$  et  $r = 3$ , respectivement

Un exemple typique d'une cellule  $C(i, j)$  d'un réseau de neurones cellulaires est montré dans la figure 3, d'où  $u, x$ , et  $y$  représentent respectivement l'entrée, l'état et la sortie, La tension du nœud  $v_{xij}$  de  $C(i, j)$  est appelée l'état de la cellule et son état initial est supposé être d'une magnitude inférieure ou égale à 1. La tension  $v_{uij}$  du nœud, est appelée l'entrée de  $C(i, j)$  et elle est supposée être une constante avec une magnitude inférieure ou égale à 1. La tension du nœud  $v_{yij}$  est appelée la sortie.

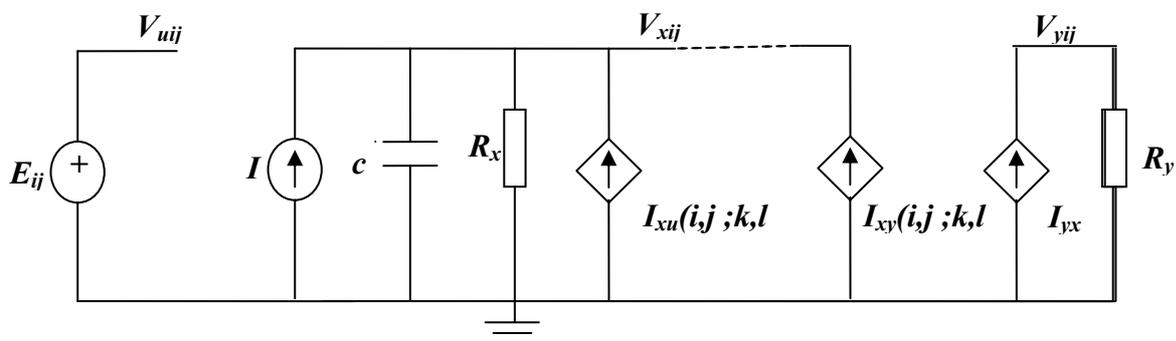


Figure 3 : Un exemple d'un circuit d'une cellule

Dans la figure 3, nous observons que chaque cellule  $C(i, j)$  contient une source indépendante de tension  $E_{ij}$ , une source indépendante de courant  $I$ , un condensateur linéaire  $C$ , deux résistances linéaires  $R_x$ , et  $R_y$ , et au plus  $2m$  tension linéaire contrôlée par les sources du courant qui sont couplées à ses cellules voisines via  $v_{ukl}$  la tension d'entrée de contrôle et la rétroaction de la tension de sortie  $v_{ykl}$  de chaque cellule voisine  $C(k, l)$ , où  $m$  est égal au nombre de cellules voisines. En particulier,  $I_{xy}(i, j; k, l)$  et  $I_{xu}(i, j; k, l)$  sont des sources de courant commandées par tension linéaire avec les caractéristiques  $I_{xy}(i, j; k, l) = A(i, j; k, l)v_{ykl}$  et  $I_{xu}(i, j; k, l) = B(i, j; k, l)v_{ykl}$  pour tous les  $C(k, l) \in N_r(i, j)$ . Le seul élément non-linéaire dans chaque cellule est la source du courant commandée par tension linéaire par morceaux  $I_{xy} = (1/R_y)f(v_{xij})$  avec la caractéristique  $f(\cdot)$  est montrée dans la figure 4.

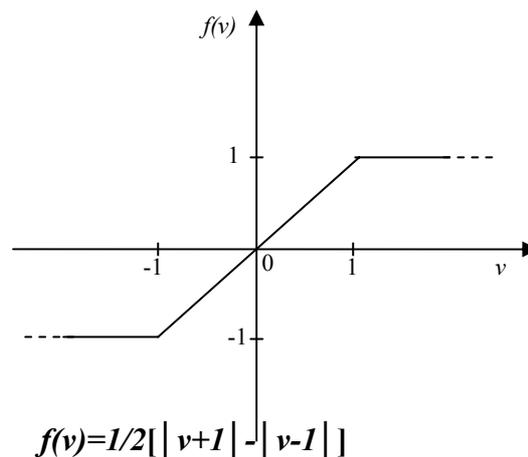


Figure 4 : la caractéristique de la source commandée non linéaire

Toutes les sources de contrôle linéaires et linéaires par morceaux utilisées dans notre réseau de neurones cellulaires peuvent être facilement réalisées en utilisant des amplificateurs opérationnels (amplis-op) [25], [26].

En appliquant le KCL et KVL, les équations de circuit d'une cellule, sont facilement dérivées comme suit:

**Equation d'état :**

$$c \frac{dv_{xij}(t)}{dt} = -\frac{1}{R_x} v_{xij}(t) + \sum_{C(k,l) \in N_r(i,j)} A(i, j; k, l) v_{ykl}(t) + \sum B(i, j; k, l) v_{ukl}(t) + I, 1 \leq i \leq M; 1 \leq j \leq N \quad (2a)$$

**Equation de sortie :**

$$v_{yij}(t) = \frac{1}{2} \left( |v_{xij}(t) + 1| - |v_{xij}(t) - 1| \right), 1 \leq i \leq M; 1 \leq j \leq N \quad (2b)$$

**Equation d'entrée :**

$$v_{uij} = E_{ij}, 1 \leq i \leq M; 1 \leq j \leq N \quad (2c)$$

**Conditions de contrainte :**

$$|v_{xij}(0)| \leq 1, 1 \leq i \leq M; 1 \leq j \leq N \quad (2d)$$

$$|v_{uij}| \leq 1, 1 \leq i \leq M; 1 \leq j \leq N \quad (2e)$$

**Paramètres supposés :**

$$A(i, j; k, l) = A(k, l; i, j), \quad 1 \leq i, k \leq M; 1 \leq j, l \leq N \quad (2f)$$

$$C > 0, R_x > 0 \quad (2g)$$

**Remarque :**

- (a) Toutes les cellules internes d'un réseau de neurones cellulaires ont des mêmes structures des circuits et des valeurs des éléments. La cellule interne est la cellule qui a  $(2r+1)^2$  cellules voisines, où  $r$  est défini en (1). Toutes les autres cellules s'appellent cellules de frontière. Un réseau de neurones cellulaires est complètement caractérisé par l'ensemble de toutes les équations différentielles non linéaires (2) liées aux cellules dans le circuit.
- (b) Chaque cellule d'un réseau de neurones cellulaires a plus de trois nœuds. (Parfois, nous choisissons  $E_{ij} = 0$  si  $B(i, j, k, l) = 0$  pour toutes les cellules du réseau de neurones cellulaires. Dans ce cas, il n'y a que deux nœuds dans un circuit de cellules.) Comme toutes les cellules ont les mêmes données du nœud, et puisque tous les éléments du

circuit sont contrôlés par tension, notre réseau de neurones cellulaires est parfaitement adapté pour l'analyse nodale. En outre, puisque les interconnexions sont locales, l'équation de la matrice associée du nœud est extrêmement espacée pour de grands circuits.

- (c) La dynamique d'un réseau de neurones cellulaires a à la fois les mécanismes de la rétroaction de sortie et le contrôle d'entrée. L'effet de la rétroaction de sortie dépend du paramètre interactif  $A(i, j; k, l)$  et l'effet de contrôle d'entrée dépend de  $B(i, j; k, l)$ . Par conséquent, il est parfois instructif de se référer à  $A(i, j; k, l)$  en tant qu'un opérateur de rétroaction et  $B(i, j; k, l)$  comme un opérateur de contrôle. Les hypothèses dedans (2f) sont raisonnables en raison de la propriété de symétrie du système de voisinage.
- (d) Les valeurs des éléments de circuit peuvent être choisies commodément dans la pratique.  $R_x$  et  $R_y$  déterminent la puissance absorbée dans les circuits et sont généralement choisies d'être entre  $1k\Omega$  et  $1M\Omega$ .  $CR_x$  est la constante du temps de la dynamique du circuit et est généralement choisie d'être  $10^{-8}$ - $10^{-5}$ s.

### 3. Dynamique des Réseaux de Neurones Cellulaires

Avant de concevoir un réseau de neurones cellulaires physique, il est nécessaire de connaître sa dynamique afin de garantir qu'il sera satisfait nos hypothèses sur les équations dynamiques stipulées dans la section précédente. Le théorème suivant fournit la base pour notre conception.

#### ***Théorème 1:***

Tous les Etats  $v_{xij}$  dans un réseau de neurones cellulaires sont bornés pour tout temps  $t > 0$  et la limite  $v_{max}$  peut être calculée par la formule suivante pour n'importe quel réseau de neurones cellulaires

$$v_{\max} = 1 + R_x |I| + R_x \max_{1 \leq i \leq M, 1 \leq j \leq N} \left[ \sum_{C(k,l) \in N_r(i,j)} (|A(i,j;k,l)| + |B(i,j;k,l)|) \right] \quad (3)$$

**Démonstration:** Tout d'abord, on va changer l'équation dynamique de la cellule (2) par :

$$\frac{dv_{xij}(t)}{dt} = -\frac{1}{R_x C} v_{xij}(t) + f_{ij}(t) + g_{ij}(u) + \hat{I}, 1 \leq i \leq M, 1 \leq j \leq N, \quad (4a)$$

$$\text{Où } f_{ij}(t) = \frac{1}{C} \sum_{C(k,l) \in N_r(i,j)} A(i,j;k,l) v_{ykl}(t), 1 \leq i \leq M, 1 \leq j \leq N \quad (4b)$$

$$g_{ij}(u) = \frac{1}{C} \sum_{C(k,l) \in N_r(i,j)} B(i,j;k,l) v_{ukl}, 1 \leq i \leq M, 1 \leq j \leq N \quad (4c)$$

$$\text{Et } \hat{I} = \frac{I}{C} \quad (4d)$$

où  $u \equiv [E_{ij}]_{1 \times MN}$  indique un vecteur d'entrée constant de dimension MXN. L'équation (4a) est

une équation ordinaire du premier ordre et sa solution est donnée par :

$$v_{xij}(t) = v_{xij}(0) e^{-t/R_x C} + \int_0^t e^{-(t-\tau)/R_x C} [f_{ij}(\tau) + g_{ij}(u) + \hat{I}] d\tau. \quad (5)$$

Il s'ensuit que :

$$\begin{aligned} |v_{xij}(t)| &\leq |v_{xij}(0) e^{-t/R_x C}| + \left| \int_0^t e^{-(t-\tau)/R_x C} [f_{ij}(\tau) + g_{ij}(u) + \hat{I}] d\tau \right| \\ &\leq |v_{xij}(0) e^{-t/R_x C}| + \int_0^t e^{-(t-\tau)/R_x C} [|f_{ij}(\tau)| + |g_{ij}(u)| + |\hat{I}|] d\tau. \\ &\leq |v_{xij}(0) e^{-t/R_x C}| + [F_{ij} + G_{ij} + |\hat{I}|] \int_0^t e^{-(t-\tau)/R_x C} d\tau \\ &\leq |v_{xij}(0)| + R_x C [F_{ij} + G_{ij} + |\hat{I}|] \end{aligned} \quad (6)$$

$$F_{ij} \equiv \max |f_{ij}(t)| \leq \frac{1}{C} \sum_{C(k,l) \in N_r(i,j)} |A(i,j;k,l)| \max_t |v_{ykl}(t)| \quad (7a)$$

Où

$$G_{ij} \equiv \max |g_{ij}(u)| \leq \frac{1}{C} \sum_{C(k,l) \in N_r(i,j)} |B(i,j;k,l)| \max_u |v_{ukl}| \quad (7b)$$

Comme  $|v_{xij}(0)|$  et  $|v_{uij}|$  satisferont les conditions énoncées dans (2d) et (2e), et comme  $|v_{yij}(t)|$  satisfait la condition  $|v_{yij}(t)| \leq 1$  pour tout  $t$

(8)

Étant donné sa fonction caractéristique (2b), il en résulte de (6) et (7).

$$\begin{aligned} |v_{xij}(t)| &\leq |v_{xij}(0)| + R_x \left[ \sum_{C(k,l) \in N_r(i,j)} \left( |A(i,j;k,l)| \max_t |v_{ykl}(t)| + |B(i,j;k,l)| \max_u |v_{ukl}| \right) + |I| \right] \\ &\leq 1 + R_x \left[ \sum_{C(k,l) \in N_r(i,j)} \left( |A(i,j;k,l)| + |B(i,j;k,l)| \right) + |I| \right], 1 \leq i \leq M; 1 \leq j \leq N. \end{aligned} \quad (9)$$

Ce qui donne :

$$v_{\max} = \max_{(i,j)} \left\{ 1 + R_x |I| + R_x \sum_{C(k,l) \in N_r(i,j)} \left( |A(i,j;k,l)| + |B(i,j;k,l)| \right) \right\} \quad (10)$$

et puisque  $v_{\max}$  est indépendant au temps  $t$  et à la cellule  $C(i,j)$  pour tout  $i$  et  $j$  on aura :

$$\max_t |v_{xij}| \leq v_{\max}, \quad \text{Pour tout } 1 \leq i \leq M; 1 \leq j \leq N \quad (11)$$

Pour tout réseau de neurones cellulaires, les paramètres  $R_x$ ,  $C$ ,  $I$ ,  $A(i,j;k,l)$  et  $B(i,j;k,l)$  sont des constantes finies, donc la limite sur les états des cellules,  $v_{\max}$ , est finie et peut être calculée par la formule (3).

**Remarque :**

Dans la conception actuelle du circuit, il est commode de choisir l'échelle des paramètres du circuit tels que  $R_x |I| \approx 1$ ,  $R_x |A(i,j;k,l)| \approx 1$ , et  $R_x |B(i,j;k,l)| \approx 1$  pour tout  $i, j, k$  et  $l$ . Par conséquent, on peut facilement estimer la borne supérieure de la dynamique de notre réseau de neurones cellulaires. Par exemple, si un voisinage du réseau de neurones cellulaires est de 3X3, alors nous pouvons avoir  $v_{\max} \approx 20V$ , qui est dans la gamme typique de puissance de tension d'alimentation du circuit IC.

**4. Stabilité des Réseau de Neurones Cellulaires**

Une application des réseaux de neurones cellulaires est le traitement d'images, qu'on vira dans le chapitre qui suit, la fonction de base d'un réseau de neurones cellulaires pour le traitement d'images est de tracer ou transformer une image d'entrée en une image de sortie correspondante. Ici, nous limitons nos images de sortie aux images binaires dont les valeurs de pixels entre -1 et 1. Cependant, les images d'entrée peuvent avoir plusieurs niveaux de gris, à condition que leurs tensions correspondantes satisfassent (2e). Cela signifie que notre réseau de neurones cellulaires en traitement d'images doit toujours converger vers un état d'équilibre constant après un régime transitoire qui a été initialisé et / ou poussés par une image d'entrée.

Dans cette section, nous discuterons de la propriété de convergence et de ses problèmes relatifs pour les réseaux de neurones cellulaires.

Une des techniques les plus efficaces pour analyser les propriétés de convergence de la dynamique des circuits non linéaire est la méthode de Lyapunov. Tout d'abord nous définissons la fonction de Lyapunov pour les réseaux de neurones cellulaires.

**Définition 2 :**

Soit  $E(t)$  la fonction de Lyapunov d'un réseau de neurones cellulaires définie par la fonction scalaire:

$$E(t) = -\frac{1}{2} \sum_{(i,j)} \sum_{(k,l)} A(i,j;k,l) v_{yij}(t) v_{ykl}(t) + \frac{1}{2R_x} \sum_{(i,j)} v_{yij}(t)^2 - \sum_{(i,j)} \sum_{(k,l)} B(i,j;k,l) v_{yij}(t) v_{ukl} - \sum_{(i,j)} I v_{yij}(t). \quad (12)$$

**Remarque :**

- (a) on observe que la fonction de Lyapunov  $E(t)$ , est seulement en fonction des tensions du circuit  $v_u$  (entrée) et  $v_y$  (sortie). Quoiqu'il ne possède pas toutes les informations complètes contenues dans les variables d'état  $v_{xij}$ , on peut néanmoins déduire les propriétés de l'état stable des variables d'état à partir les propriétés de  $E(t)$ .
- (b) La fonction de Lyapunov,  $E(t)$ , peut être interprétée comme « l'énergie généralisée » d'un réseau de neurones cellulaires, quoique sa signification physique

exacte n'est pas très clair. Comme nous montrent les théorèmes ci-après,  $E(t)$  converge toujours vers un minimum local, où le réseau de neurones cellulaires génère la sortie désirée.

Dans le théorème suivant, nous allons démontrer que  $E(t)$  est bornée.

**Théorème 2 :**

La fonction  $E(t)$  définie en (12) est limitée par :

$$\max_t |E(t)| \leq E_{\max} \quad (13a)$$

$$\text{Où } E_{\max} = \frac{1}{2} \sum_{(i,j)(k,l)} |A(i,j;k,l)| + \sum_{(i,j)(k,l)} |B(i,j;k,l)| + MN \left( \frac{1}{2R_x} + |I| \right) \quad (13b)$$

Pour un réseau de neurones cellulaires MXN

**Démonstration:** De la définition de  $E(t)$ , nous avons :

$$E(t) \leq \frac{1}{2} \sum_{(i,j)(k,l)} |A(i,j;k,l)| |v_{yij}(t)| |v_{ykl}(t)| + \frac{1}{2R_x} \sum_{(i,j)} v_{yij}^2 + \sum_{(i,j)(k,l)} |B(i,j;k,l)| |v_{yij}(t)| |v_{ukl}| + \sum_{(i,j)} |I| |v_{yij}| \quad (14)$$

Comme  $v_{yij}(t)$  et  $v_{ukl}$  sont bornées comme indiqué dans (2d) et (2e), nous avons :

$$E(t) \leq \frac{1}{2} \sum_{(i,j)(k,l)} |A(i,j;k,l)| + MN \frac{1}{2R_x} + \sum_{(i,j)(k,l)} |B(i,j;k,l)| + MN |I|. \quad (15)$$

Il résulte de (13b) et (15) que  $E(t)$  est bornée comme montré dans (13a).

Non seulement nous pouvons montrer que  $E(t)$  est borné, mais nous pouvons aussi prouver qu'elle est une fonction monotone de diminution.

**Théorème 3 :**

La fonction scalaire  $E(t)$  définie en (12) est une fonction décroissante monotone, qui

$$\text{est : } \frac{dE(t)}{dt} \leq 0 \quad (16)$$

**Démonstration :** Pour différencier  $E(t)$  dans (12) par rapport au temps  $t$ , prendre la dérivée de  $v_{yij}(t)$  sur le côté droit de (12) par rapport à  $u_{xij}(t)$ , puis se dériver  $v_{xij}(t)$  par rapport au temps  $t$ :

$$\begin{aligned} \frac{dE(t)}{dt} = & - \sum_{(i,j)} \sum_{(k,l)} A(i,j;k,l) \frac{dv_{yij}}{dv_{xij}} \frac{dv_{xij}(t)}{dt} v_{ykl}(t) + \frac{1}{R_x} \sum_{(i,j)} \frac{dv_{yij}}{dv_{xij}} \frac{dv_{xij}(t)}{dt} v_{yij}(t) \\ & - \sum_{(i,j)} \sum_{(k,l)} B(i,j;k,l) \frac{dv_{yij}}{dv_{xij}} \frac{dv_{xij}(t)}{dt} v_{ukl} - \sum_{(i,j)} I \frac{dv_{yij}}{dv_{xij}} \frac{dv_{xij}(t)}{dt} \end{aligned} \quad (17)$$

Ici nous avons utilisé l'hypothèse de symétrie (2f).

A partir les fonctions de sortie dans (2b), nous obtenons les relations suivantes :

$$\frac{dv_{yij}}{dv_{xij}} = \begin{cases} 1, & |v_{xij}| < 1 \\ 0, & |v_{xij}| \geq 1 \end{cases} \quad (18a)$$

$$\text{Et } v_{xij} = v_{yij}, |v_{xij}| < 1 \quad (18b)$$

(Ici, on définit  $dv_{yij}/dv_{xij} = 0$ , pour  $|v_{xij}| = 1$ .) et selon notre définition des réseaux de neurones cellulaires, nous avons:  $A(i,j;k,l) = 0, B(i,j;k,l) = 0$ , pour  $C(k,l) \notin N_r(i,j)$  (18c)

De (17) et (18) nous avons:

$$\begin{aligned} \frac{dE(t)}{dt} = & - \sum_{(i,j)} \frac{dv_{yij}}{dv_{xij}} \frac{dv_{xij}(t)}{dt} \left[ \sum_{C(k,l) \in N_r(i,j)} A(i,j;k,l) v_{ykl}(t) - \frac{1}{R_x} v_{yij}(t) + \sum_{C(k,l) \in N_r(i,j)} B(i,j;k,l) v_{ukl} + I \right] \\ = & - \sum_{|v_{xij}| < 1} \frac{dv_{xij}(t)}{dt} \left[ \sum_{C(k,l) \in N_r(i,j)} A(i,j;k,l) v_{ykl}(t) - \frac{1}{R_x} v_{xij}(t) + \sum_{C(k,l) \in N_r(i,j)} B(i,j;k,l) v_{ukl} + I \right] \end{aligned} \quad (19)$$

En substituant l'équation de la cellule du circuit (2) dans (19), et rappelant  $C > 0$  dans l'hypothèse (2g), on obtient :

$$\frac{dE(t)}{dt} = - \sum_{|v_{xij}| < 1} C \left[ \frac{dv_{xij}(t)}{dt} \right]^2 \leq 0 \quad (20a)$$

**Remarque :**

- (a) Pour une analyse ultérieure (par exemple, corollaire du théorème 4), il est commode de réécrire (20a) comme suit:

$$\frac{dE(t)}{dt} = - \sum_{|v_{xij}| < 1} C \left[ \frac{dv_{xij}(t)}{dt} \right]^2 = - \sum_{|v_{yij}| < 1} C \left[ \frac{dv_{yij}(t)}{dt} \right]^2 = - \sum_{(i,j)} C \left[ \frac{dv_{yij}(t)}{dt} \right]^2 \leq 0 \quad (20b)$$

- (b) Dans la démonstration ci-dessus, nous avons supposé que  $v_{yij} = f(v_{xij})$  est une fonction linéaire par morceaux et avons défini ses dérivés aux points de rupture,  $|v_{xij}| = 1$ . Dans n'importe quel implémentation du matériel (par exemple, VLSI),  $v_{yij} = f(v_{xij})$  est une fonction douce dans le sens où elle est continuellement différentiable. Heureusement, théorème 3 se tient pour n'importe quelle fonction sigmoïde  $v_{yij} = f(v_{xij})$ , qui satisfait la condition  $dv_{yij}/dv_{xij} \geq 0$ . Pour prouver cela, en remplaçant la seconde expression de la fonction de Lyapunov  $E(t)$  dans (12) par :

$$\frac{1}{R_x} \sum_{(i,j)} \int_0^{v_{yij}(t)} f^{-1}(v) dv \quad (20c)$$

Et ensuite dérivant  $E(t)$  directement pour obtenir :

$$\frac{dE(t)}{dt} = - \sum_{(i,j)} C \frac{dv_{yij}}{dv_{xij}} \left[ \frac{dv_{xij}(t)}{dt} \right]^2 \leq 0 \quad (20d)$$

Cette fonction de Lyapunov est similaire à celle utilisée par Hopfield dans [36] et peut être interprétée comme la coopération totale de la fonction contenue dans un circuit à résistance non linéaire associée [37].

Des théorèmes 2 et 3, nous pouvons facilement démontrer le résultat important suivant :

#### **Théorème 4 :**

Pour n'importe quelle entrée donnée  $v_u$  et n'importe quel état initial  $v_x$  d'un réseau de neurones cellulaires, nous avons :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E(t) = \text{constant} \quad (21a)$$

$$\text{Et } \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{dE(t)}{dt} = 0 \quad (21b)$$

**Démonstration** : des théorèmes 2 et 3,  $E(t)$  est une fonction monotone décroissante liée du temps  $t$ . Donc  $E(t)$  converge vers une limite et sa dérivée converge vers 0.

**Corollaire** :

Après le passage d'un réseau de neurones cellulaires a décré à zéro, on obtient toujours un résultat constant de courant continu. En d'autres termes, nous avons :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} v_{yij}(t) = \text{constan}t, 1 \leq i \leq M; 1 \leq j \leq N \quad (21c)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{dv_{yij}(t)}{dt} = 0, 1 \leq i \leq M; 1 \leq j \leq N \quad (21d)$$

Etudiant après le comportement équilibré du réseau de neurones cellulaires. Il en résulte de la démonstration du théorème 3 que sous la condition  $(dE(t)/dt)=0$ , il existe trois cas possibles pour l'état d'une cellule quand  $t$  tend vers l'infinie :

$$(1) \quad \frac{dv_{xij}(t)}{dt} = 0 \text{ et } |v_{xij}(t)| < 1 \quad (22a)$$

$$(2) \quad \frac{dv_{xij}(t)}{dt} = 0 \text{ et } |v_{xij}(t)| \geq 1 \quad (22b)$$

$$(3) \quad \frac{dv_{xij}(t)}{dt} \neq 0 \text{ et } |v_{xij}(t)| \geq 1 \quad (22c)$$

En raison de la caractéristique de la fonction de sortie linéaire par morceaux (2b). Cela sera évident si l'on considère la figure 4. Lorsque  $|v_{xij}(t)| < 1$ , nous avons  $v_{yij}(t) = v_{xij}(t)$  et donc  $(dv_{yij}(t)/dt) = (dv_{xij}(t)/dt)$ . D'après le théorème 4 et son corollaire, on suit le cas (1). Mais, pour  $|v_{xij}(t)| > 1$ , puisque  $v_{yij}(t) \neq v_{xij}(t)$ , où  $v_{yij}(t) = \pm 1$  est une constante, nous n'avons pas la forme d'onde précise de  $v_{xij}(t)$ . Dans le cas où  $v_{xij}(t) = \text{constante}$ , nous avons le cas (2). Sinon, nous appliquons le 3<sup>ème</sup> cas et  $v_{xij}(t)$  peut être une fonction périodique ou apériodique, mais liée de temps, en raison du théorème 1.

Est-il possible pour les trois cas de coexister parmi les différentes variables d'état quand le réseau de neurones cellulaires est dans son état d'équilibre, ou seulement un ou deux des trois cas existent-ils? Nous affirmons que seulement le cas (2) peut exister pour tout les  $v_{xij}$  dans l'état d'équilibre sous une hypothèse faible sur l'ensemble des paramètres  $A(i, j ; i, j)$  et  $R_x$  du circuit.

Pour prouver cette affirmation, nous réécrivons l'équation (2) de la cellule comme suit :

$$C \frac{dv_{xij}(t)}{dt} = -f(v_{xij}(t)) + g(t) \tag{23a}$$

$$\text{Où } f(v_{xij}(t)) = -0.5A(i, j; k, l) (|v_{xij}(t) + 1| - |v_{xij}(t) - 1|) + \frac{1}{R_x} v_{xij}(t) \tag{23b}$$

$$\text{Et } g(t) = \sum_{\substack{C(k, l) \in N_r(i, j) \\ C(k, l) \neq C(i, j)}} (A(i, j; k, l)v_{ykl}(t) + B(i, j; k, l)v_{ukl}(t)) + I \tag{23c}$$

Faisons d'abord quelques restrictions sur la fonction  $f(.)$  dans (23b). Supposons que  $A(i, j ; i, j) = 2 > 1/R_x$ ; pour plus de commodité et sans perte de généralité, soit  $A(i, j ; i, j) = 2$ ,  $R_x = 1$  et  $C = 1$ , dans l'analyse qui suit. Alors  $f(v_{xij})$  a la caractéristique montrée dans la figure 5.

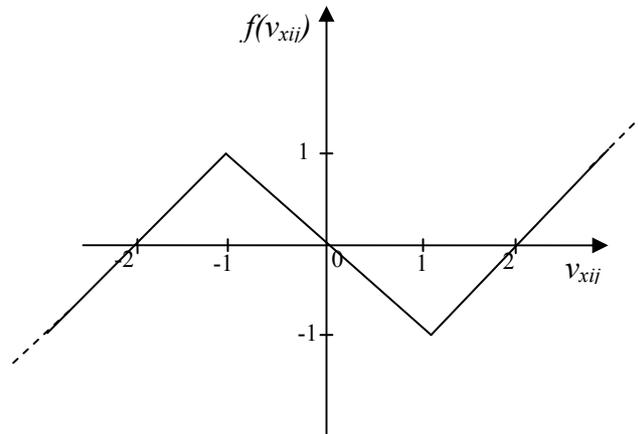
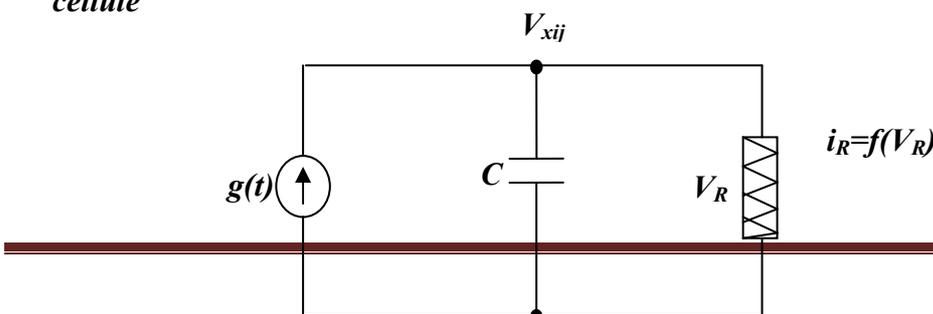


Figure 5 : La caractéristique de la résistance non linéaire dans le circuit équivalent de cellule



**Figure 6 : Le circuit d'état stable équivalent d'une cellule dans un réseau de neurone cellulaire**

Considérons ensuite le circuit équivalent d'une cellule dans un réseau de neurones cellulaires comme indiqué dans la figure 6. Il n'y a que trois éléments de circuit: un condensateur linéaire avec une capacité positive  $C$ , une tension linéaire par morceaux de résistance contrôlée avec la caractéristique de son point de conduite  $i_R=f(v_r)$  ( $f(\cdot)$  est la même fonction que dans la figure 5, et une source de courant indépendante variée avec le temps dont la sortie est donnée par  $g(t)$ . Les deux circuits dans les figures 3 et 6 sont équivalents parce que tous les deux sont décrits par (23a), que nous réécrivons pour la simplifier comme suit :

$$\frac{dv(t)}{dt} = -f(v(t)) + g(t) \equiv \hat{f}(v, t). \quad (24)$$

Pour  $g(t)=0$ , les points d'équilibre et la voie dynamique [25], [26] du circuit équivalent sont indiqués dans la figure 7a. Il y a trois points d'équilibre dans ce circuit, l'un d'entre eux,  $v=0$ , notée par un cercle est instable, les deux autres,  $v=-2$  et  $v=2$ , sont stables, et sont notées par des points pleins. Le point d'équilibre instable n'est jamais observé dans les circuits électroniques physiques, à cause du bruit thermique inévitable. Par conséquent, après le transitoire, et selon l'état initial, le circuit d'approche sera toujours un de ses points d'équilibre stable et d'y rester par la suite. Par exemple, si l'état initial du circuit est  $v=0,5$ , alors l'état d'équilibre sera observé au point d'équilibre stable  $v=2$ , mais si l'état initial du circuit est  $v=-0,5$ , alors l'équilibre sera observé sur le point d'équilibre stable  $v=-2$ .

Si  $g(t)=\text{constante} \neq 0$ , il existe six cas différents du comportement dynamique du circuit équivalent, comme montré dans la Fig. 7(b)-(g). Pour les cas dans la figure 7(b) et (c), il y a aussi trois points d'équilibre, l'un d'eux est instable, tandis que les deux autres sont stables. Pour les cas dans la figure 7(d) et (e), il existe deux points d'équilibre: l'un est instable et l'autre est stable. Pour la voie dynamique dans la figure 7(f) et (g), il n'y a qu'un seul point d'équilibre pour le circuit, et il est stable. Remarquons que tous les points d'équilibre stables

correspondant aux sept liaisons dynamiques associées au circuit équivalent d'une cellule dans un réseau de neurones cellulaires partagent la propriété commune  $|v| > 1$ .

Revenons maintenant au circuit de base de la cellule de notre réseau de neurones cellulaires. Comme  $g(t)$  est une fonction des sorties,  $vykl(t)$ , et des entrées  $vukl$ , du voisinage de la cellule, il ressort des résultats du théorème 4 que toutes les sorties d'état d'équilibre de notre réseau de neurones cellulaires sont des constantes. Par conséquent, après le passage de notre hypothèse initiale  $g(t)=\text{constante}$  est valable pour l'étude du comportement équilibré en régime permanent des réseaux de neurones cellulaires. Résumons nos observations ci-dessus comme suit:

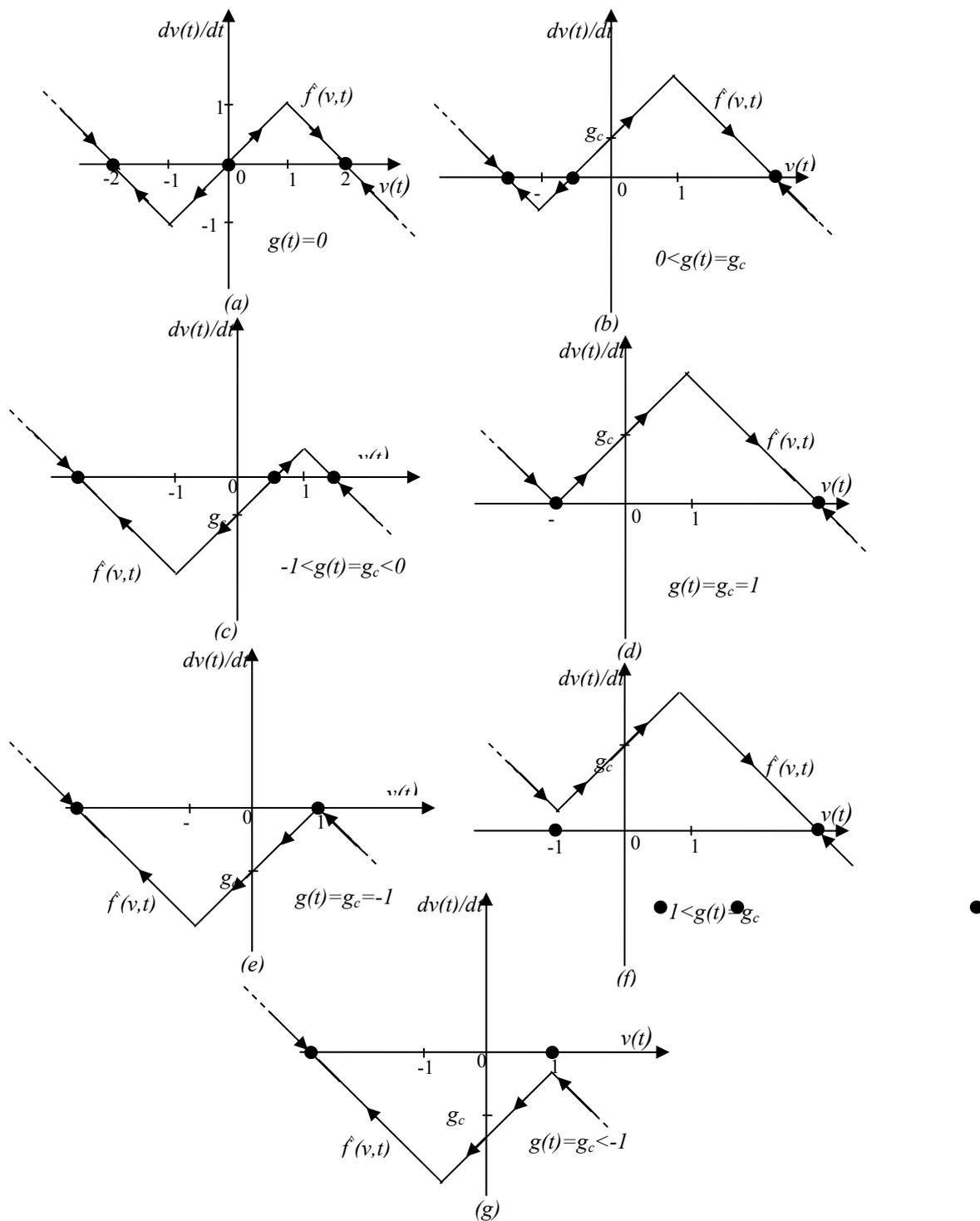


Figure 7: Dynamique des itinéraires et des points d'équilibre du circuit équivalent pour différentes valeurs de  $g(t)$ .

**Théorème 5 :**

Si les paramètres du circuit satisfont la condition :  $A(i, j, k, l) > \frac{1}{R_x}$  (25)

Ensuite, chaque cellule de notre réseau de neurones cellulaires doit s'établir à un point d'équilibre stable après le transitoire s'est délabrée à zéro. En outre, l'amplitude de tous les points d'équilibre stable est supérieure à 1. En d'autres termes, nous avons les propriétés suivantes:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |v_{xij}(t)| > 1, 1 \leq i \leq M; 1 \leq j \leq N \quad (26a)$$

$$\text{Et } \lim_{t \rightarrow \infty} v_{yij}(t) = \pm 1, 1 \leq i \leq M; 1 \leq j \leq N \quad (26b)$$

**Remarque :**

- (a) Le théorème ci-dessus est important pour les réseaux de neurones cellulaires, car il implique que le circuit n'oscillera pas ou devenir chaotique [27], [28].
- (b) Le théorème 5 garantit que notre réseau de neurones cellulaires a des sorties en binaire. Cette propriété est cruciale pour résoudre les problèmes de classement dans le traitement d'images.
- (c) On peut facilement montrer par la même technique que, sans la condition de (25) les deux cas (1) et (2) peuvent coexister, mais le cas (3) ne peut pas. Cela implique que la remarque (a) est vraie, même sans la condition (25).
- (d) Etant donné que  $A(i, j ; i, j)$  correspond à une rétroaction de la sortie de la cellule  $C(i, j)$  vers son entrée, la condition (25) stipule une quantité minimale de rétroaction positive afin de garantir que la sortie d'état stable de chaque cellule soit + 1 ou -1. Notons que cette condition est toujours violée dans un réseau de neurones de Hopfield depuis sa diagonale de coefficients de couplage sont tous supposés égaux à zéro [21]. Pour garantir une sortie semblable binaire  $\pm 1$  dans le modèle de Hopfield, il est nécessaire de choisir une pente infinie [36] dans la région linéaire de la fonction non linéaire  $f(\cdot)$  dans la figure 4. En revanche, la pente correspondante dans un réseau de neurones cellulaire est toujours choisie d'être égal à un.

## 5. Simulation d'un simple Réseau de Neurones Cellulaires

Dans cette section, nous présenterons un exemple très simple pour illustrer comment le réseau de neurones cellulaires décrits dans la section II se manipule. Cet exemple va également contribuer à fournir une meilleure compréhension des théorèmes prouvés dans les sections précédentes.

Le réseau de neurones cellulaires pour cet exemple est le même que celui indiqué dans la figure 1, d'où sa taille est 4 X 4. Les paramètres des éléments du circuit de la cellule  $C(i, j)$  sont choisis comme suit :

Pour chaque  $C(k, l) \in N_r(i, j)$  avec  $r=1, c \text{ à } d$ , pour tout system de voisinage 3X3

(Figure 2), soit :

$$A(i, j; i-1, j-1) = 0;$$

$$A(i, j; i-1, j) = 10^{-3} \Omega^{-1};$$

$$A(i, j; i-1, j+1) = 0;$$

$$A(i, j; i, j-1) = 10^{-3} \Omega^{-1};$$

$$A(i, j; i, j) = 2.0 \times 10^{-3} \Omega^{-1};$$

$$A(i, j; i, j+1) = 10^{-3} \Omega^{-1};$$

$$A(i, j; i+1, j-1) = 0;$$

$$A(i, j; i+1, j) = 10^{-3} \Omega^{-1};$$

$$A(i, j; i+1, j+1) = 0;$$

$$C=10^{-9}F ; R_x=10^3\Omega ; I=0 ;$$

Comme  $B(i, j ; k, l)=0$ , les coefficients 3X3  $A(i, j ; k, l)$  tous seuls déterminent le comportement dynamique du réseau de neurones cellulaires. Nous allons souvent identifier ces coefficients sous forme d'un tableau carré, comme indiqué dans la figure 8(a), dorénavant appelé le modèle de clonage qui spécifie la règle dynamique du réseau de neurones cellulaires.

|     |     |     |
|-----|-----|-----|
| 0.0 | 1.0 | 0.0 |
| 1.0 | 2.0 | 1.0 |
| 0.0 | 1.0 | 0.0 |

(a)

|       |       |       |
|-------|-------|-------|
| 0.0   | -0.25 | 0.0   |
| -0.25 | 2.0   | -0.25 |
| 0.0   | -0.25 | 0.0   |

(b)

**Figure 8 : Modèles de clonage d'un opérateur interactif de cellules. L'unité utilisée est  $10^{-3} \Omega^{-1}$ .**

Les équations dynamiques du réseau de neurones cellulaires correspondant aux paramètres ci-dessus sont données par

$$\frac{dv_{xij}(t)}{dt} = 10^6 \left[ -v_{xij}(t) + 2v_{yij}(t) + v_{yij-1}(t) + v_{yi-1j}(t) + v_{yi+1j}(t) + v_{yij+1}(t) \right] \quad (27a)$$

$$\text{Et } v_{yij}(t) = 0.5 \left( |v_{xij}(t) + 1| - |v_{xij}(t) - 1| \right), \text{ pour } 1 \leq i \leq 4; 1 \leq j \leq 4 \quad (27b)$$

Il est commode de remanier le côté droit de (27a) dans la forme symbolique

$$\frac{dv_{xij}(t)}{dt} = -10^6 v_{xij}(t) + 10^6 \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 \end{bmatrix}}_T * v_{yij}(t) \quad (28)$$

A l'aide de l'opérateur de convolution à deux dimensions \* défini ci-dessous:

**Définition 3 :**

Pour tout modèle de clonage  $T$  (comme dans l'exemple de la figure 8(a)) qui définit la règle dynamique du circuit de la cellule, on définit l'opérateur de convolution \* par :

$$T * v_{ij} = \sum_{C(k,l) \in N_r(i,j)} T(k-i, l-j) v_{kl} \quad (29)$$

Où  $F(m, n)$  désigne l'entrée dans la ligne  $m$  et la colonne  $n$  du modèle de clonage,  $m=-1,0,1$  et  $n=-1,0,1$ , respectivement.

Notons que dans la définition précédente  $A(i, j ; k, l)$  est supposé être indépendant de  $i$  et  $j$  pour ce réseau de neurones cellulaires. Cette propriété est dite l'espace invariant, ce qui implique que  $A(i, j ; k, l)$  peut être exprimé par  $A(k-i, l-j)$ . Sauf déclarer autrement, nous supposons que tous les réseaux de neurones cellulaires ont la propriété d'un espace invariant. Cette propriété nous permet de préciser les règles dynamiques des réseaux de neurones cellulaires en utilisant les modèles de clonage.

Pour étudier le comportement transitoire de (27a), appliquons une tension initiale  $v_{xij}(0)$  aux bornes du condensateur de chaque cellule  $C(i, j)$ . Chaque tension initiale peut être attribuée toute tension comprise entre -1 et 1, comme stipulé dans (2d).

Le simulateur du circuit que Chua a utilisé pour obtenir la réponse transitoire est PWLSPICE [29], qui est une version modifiée de SPICE3 [30] pour une analyse des circuits linéaire par morceau. Les fichiers d'entrée et de sortie sont les mêmes que ceux de Spice3.

Le comportement transitoire du réseau de neurones cellulaires ci-dessus avec la condition initiale spécifiée dans le tableau de la figure 9(a) qui a été simulé. Les variables d'état  $v_x$  du circuit à l'instant  $t=5\mu s$  sont montrées dans la figure 9(b). La valeur absolue maximale des variables d'état à l'instant  $t = 5\mu s$  est égale presque à 6. La borne supérieure  $v_{max}$  de  $v_x$  est calculée à partir de l'équation (3) du théorème 1 est égale à 7, qui est très proche de 6.

Les sorties correspondantes,  $v_y$ , à l'instant  $t = 5\mu s$  sont montrées dans la figure 9(c). Notons que toutes les variables de sortie prennent des valeurs binaires, 1 ou -1, comme prévu par le théorème 5. (Ici, la condition  $A(i, j ; i, j) > I/R_x$  est satisfaite.). Comme il doit prendre trop d'espace pour afficher la transitoire du circuit, nous présentons uniquement le

comportement transitoire d'une cellule  $C(2,2)$  dans la figure 9(d). La valeur initiale de la variable d'état est égale à 1.0, et la valeur à  $t = 5\mu s$  est égale à 2.02. La valeur maximale de  $v_{x22}(t)$  est égale à 3 à  $t = 0.8\mu s$ . Etant donné que la variable d'état est maintenue supérieure à 1,0 au cours du régime transitoire, la sortie correspondante reste constante à 1,0, comme prédit de la figure 4.

|      |      |      |      |
|------|------|------|------|
| -0.8 | 1.0  | -1.0 | -0.6 |
| 1.0  | 1.0  | 1.0  | -1.0 |
| -1.0 | 0.9  | -1.0 | -0.8 |
| -0.9 | -1.0 | -0.7 | -0.8 |

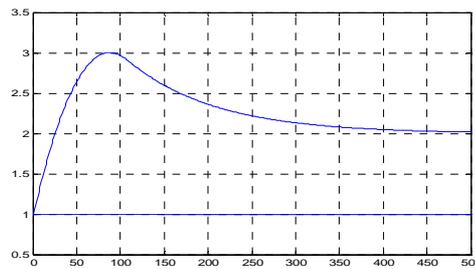
(a) états initiaux

|       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|
| 3.95  | 2.98  | -2.97 | -3.98 |
| 2.98  | 2.02  | -3.94 | -4.96 |
| -2.98 | -3.94 | -5.94 | -4.97 |
| -0.9  | -4.96 | -4.96 | -3.98 |

(b) états finaux

|      |      |      |      |
|------|------|------|------|
| 1.0  | 1.0  | -1.0 | -1.0 |
| 1.0  | 1.0  | -1.0 | -1.0 |
| -1.0 | -1.0 | -1.0 | -1.0 |
| -1.0 | -1.0 | -1.0 | -1.0 |

(c) sorties d'équilibre



(d) forme d'onde transitoire du circuit de  $C(2,2)$

Figure 9 : Les résultats de simulation d'un réseau de neurones  $4 \times 4$

Avant d'examiner le nombre de valeurs distinctes que  $v_{xij}(t)$ , peut assumer à l'équilibre, considérons d'abord ce qui suit :

**Définition 4:**

Un état d'équilibre stable de cellules  $v_{xij}^*$ , d'une cellule typique d'un réseau de neurones cellulaires est défini comme l'état de variable  $v_{xij}$  de la cellule  $C(i, j)$ , qui vérifie :

$$\left. \frac{dv_{xij}(t)}{dt} \right|_{v_{xij}=v_{xij}^*} = 0 \text{ and } |v_{xij}^*| > 1 \tag{30}$$

Sous l'hypothèse  $v_{ykl} = \pm 1$  pour toutes les cellules voisines  $C(k, l) \in N_r(i, j)$ .

**Remarque :**

La définition 4 valable pour n'importe quelle combinaison hypothétique de  $v_{ykl} = \pm 1$ , et, par conséquent, ne représente pas un composant réel d'un état d'équilibre du circuit général.

Pour notre exemple actuel, d'une manière équivalente, les états d'équilibre stables de cellules d'un circuit interne de cellule  $C(i, j)$  sont la solution des équations  $v_{xij}$  du courant continu du circuit de cellules obtenues en remplaçant tous les condensateurs par un circuit ouvert, à savoir :

$$v_{xij} = 2v_{yij} + v_{yi-1j} + v_{yi+1j} + v_{yij-1} + v_{yij+1} \quad (31a)$$

Sous ces conditions :

$$|v_{xkl}| \geq 1, \quad 1 \leq k, l \leq 4 \quad (31b)$$

$$\text{Et } |v_{ykl}| = 1, \quad 1 \leq k, l \leq 4 \quad (31c)$$

Remplaçant les conditions (31c) dans l'équation de courant continu en utilisant la fonction  $\text{sgn}(\cdot)$  définie comme suit :

$$\text{sgn} = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$$

On obtient :

$$v_{xij} = 2\text{sgn}(v_{yij}) + \text{sgn}(v_{yi-1j}) + \text{sgn}(v_{yi+1j}) + \text{sgn}(v_{yij-1}) + \text{sgn}(v_{yij+1}) \quad (32)$$

Puisque  $\text{sgn}(v_{yij}) = \text{sgn}(v_{xij})$  de (2b) il vient que :

$$v_{xij} - 2\text{sgn}(v_{xij}) = \text{sgn}(v_{yi-1j}) + \text{sgn}(v_{yi+1j}) + \text{sgn}(v_{yij-1}) + \text{sgn}(v_{yij+1}) \quad (33)$$

Nous remarquons que le côté droit de (33) ne peut supposer que cinq valeurs possibles ; -4, -2, 0, 2 et 4. Il s'ensuit que les valeurs correspondantes qui peuvent être supposées par les variables d'état  $v_{xij}$  sont -6, -4, (-2 ou 2), 4 et 6.

Il résulte de l'analyse qui précède que chaque circuit cellulaire interne pour notre exemple présenté ne peut avoir qu'une possibilité de six états d'équilibre stables de cellules :- 6, -4, -2, 2, 4 et 6.

L'état d'équilibre stable actuel de cellules atteint par chaque cellule dépend clairement de son état initial, ainsi que ses cellules voisines. D'où une cellule peut s'approcher éventuellement à n'importe quelle cellule de l'un de ses états d'équilibre stable, même si son état initial reste inchangé. Par exemple, considérons six ensembles distincts des conditions initiales dans la figure 10. Dans tous les cas, l'état initial de la cellule  $C(2,2)$  sont les mêmes, c'est-à-dire  $v_{x22}(0)=1.0$ . Après la transition se soit délabrée suffisamment à  $t=5\mu s$ , les états correspondants à ces conditions initiales sont montrés dans la figure 11. Remarquons que les états de la cellule  $C(2,2)$  à  $t=5\mu s$  sont donnés respectivement par 5,97, 3,99, 2,02, -1,92, -3,96 et -5,94. C'est clair que les six états d'équilibre stables distincts de la cellule  $C(2,2)$  seront atteints à l'équilibre. Le comportement transitoire de la cellule  $C(2,2)$  pour les six conditions initiales dans la figure 10, sont montrées dans la figure 12. Remarquons que même si tous se mettent à partir du même point initial, les états d'équilibre s'approchent différents points par des voies différentes. Observons que la réponse transitoire n'est pas nécessairement monotone, la réponse dans la figure 12(c) est un bon exemple.

|      |     |     |      |
|------|-----|-----|------|
| 0.8  | 0.7 | 1.0 | -0.1 |
| 1.0  | 1.0 | 1.0 | 1.0  |
| 1.0  | 0.9 | 0.7 | 0.8  |
| -0.1 | 1.0 | 0.8 | 1.0  |

(a)

|      |      |      |      |
|------|------|------|------|
| 0.8  | 1.0  | 1.0  | 0.6  |
| 1.0  | 1.0  | 1.0  | 1.0  |
| -1.0 | 0.9  | -1.0 | -0.8 |
| -0.9 | -1.0 | -0.7 | -0.8 |

(b)

|      |      |      |      |
|------|------|------|------|
| -0.8 | 1.0  | -1.0 | -0.6 |
| 1.0  | 1.0  | 1.0  | -1.0 |
| -1.0 | 0.9  | -1.0 | -0.8 |
| -0.9 | -1.0 | -0.7 | -0.8 |

(c)

|      |      |      |     |
|------|------|------|-----|
| -0.9 | -1.0 | 1.0  | 1.0 |
| -1.0 | 1.0  | -1.0 | 1.0 |
| 1.0  | -1.0 | 0.7  | 0.8 |
| 0.9  | 1.0  | 0.8  | 1.0 |

(d)

|      |      |      |      |
|------|------|------|------|
| -0.9 | -1.0 | -0.9 | -1.0 |
| -1.0 | 1.0  | -1.0 | -1.0 |
| 1.0  | -1.0 | 1.0  | 1.0  |
| 0.7  | 1.0  | 1.0  | 0.8  |

(e)

|      |      |      |      |
|------|------|------|------|
| -0.8 | -0.9 | -1.0 | -0.6 |
| -1.0 | 1.0  | -1.0 | -1.0 |
| -1.0 | -0.8 | -1.0 | -0.8 |
| -0.9 | -1.0 | -0.7 | -0.8 |

(f)

Figure 10 : Six ensembles différents de conditions initiales dans lesquelles les états initiaux de la cellule C(2.2) sont les mêmes.

|      |      |      |      |
|------|------|------|------|
| 3.98 | 4.97 | 4.97 | 3.97 |
| 4.97 | 5.97 | 5.97 | 4.97 |
| 4.97 | 5.97 | 5.96 | 4.97 |
| 3.96 | 4.97 | 4.97 | 3.98 |

(a)

|       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|
| 3.98  | 4.97  | 4.97  | 3.98  |
| 2.99  | 3.99  | 3.98  | 2.99  |
| -2.98 | -3.94 | -3.97 | -2.99 |
| -3.98 | -4.96 | -4.97 | -3.98 |

(b)

|       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|
| 3.95  | 2.98  | -2.97 | -3.98 |
| 2.98  | 2.02  | -3.94 | -4.96 |
| -2.98 | -3.94 | -5.94 | -4.97 |
| -3.98 | -4.96 | -4.97 | -3.98 |

(c)

|       |       |      |      |
|-------|-------|------|------|
| -3.98 | -2.95 | 2.98 | 3.98 |
| -2.95 | -1.92 | 3.99 | 4.97 |
| 2.98  | 3.99  | 5.95 | 4.97 |
| 3.98  | 4.97  | 4.97 | 3.98 |

(d)

|       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|
| -3.98 | -4.97 | -4.97 | -3.98 |
| -2.98 | -3.96 | -3.97 | -2.99 |
| 2.98  | 3.96  | 3.97  | 2.99  |
| 3.98  | 4.97  | 7.97  | 3.98  |

(e)

|       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|
| -3.98 | -4.97 | -4.97 | -3.98 |
| -4.97 | -5.94 | -5.96 | -4.97 |
| -4.97 | -5.96 | -5.97 | -4.97 |
| -3.98 | -4.97 | -4.97 | -3.98 |

(f)

Figure 11 : Les états finaux correspondant aux conditions initiales dans la figure 10.

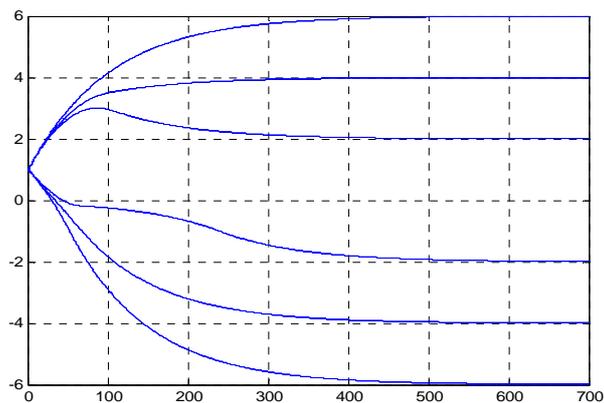


Figure 12 : Les comportements transitoires de la cellule C (2.2) correspondant aux conditions initiales dans la figure. 10.

Un autre phénomène intéressant peut être observé en choisissant les 4 ensembles distincts des conditions initiales dans la figure 13. Remarquons que même si ces conditions initiales sont très différentes, leurs états finaux correspondants à  $t=5\mu s$  dans la figure 14, sont pratiquement identiques. Les sorties correspondantes dans la figure 15(a) sont exactement les mêmes, comme prévu.

|      |      |      |      |
|------|------|------|------|
| 0.8  | 1.0  | 1.0  | 0.6  |
| 1.0  | 1.0  | 1.0  | 1.0  |
| -1.0 | 0.9  | -1.0 | -0.8 |
| -0.9 | -1.0 | -0.7 | -0.8 |

(a)

|      |      |      |      |
|------|------|------|------|
| 0.2  | 0.8  | 1.0  | 0.7  |
| 1.0  | 1.0  | -0.5 | 0.9  |
| -0.8 | -1.0 | 0.9  | -1.0 |
| 0.2  | -0.7 | -1.0 | -0.8 |

(b)

|      |      |      |      |
|------|------|------|------|
| -0.4 | 0.8  | 1.0  | 0.6  |
| 0.9  | 0.7  | 0.7  | 1.0  |
| -0.8 | -0.9 | -0.7 | -0.8 |
| -0.9 | 0.2  | -0.8 | -0.4 |

(c)

|      |      |      |      |
|------|------|------|------|
| 0.5  | 1.0  | 0.8  | -0.2 |
| 0.9  | 0.5  | 0.4  | 1.0  |
| -0.9 | -0.9 | -0.4 | -0.8 |
| -0.9 | 0.0  | -0.7 | 0.2  |

(d)

*Figure 13 : Quatre ensembles différents de conditions initiales.*

|       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|
| 3.98  | 4.97  | 4.97  | 3.98  |
| 2.99  | 3.99  | 3.98  | 2.99  |
| -2.98 | -3.94 | -3.97 | -2.99 |
| -3.98 | -4.96 | -4.97 | -3.98 |

(a)

|       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|
| 3.98  | 4.97  | 4.97  | 3.97  |
| 2.98  | 3.97  | 3.98  | 2.99  |
| -2.98 | -3.97 | -3.97 | -2.98 |
| -3.98 | -4.97 | -4.79 | -3.97 |

(b)

|       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|
| 3.96  | 4.97  | 4.97  | 3.98  |
| 2.98  | 3.98  | 3.98  | 2.99  |
| -2.99 | -3.98 | -3.98 | -2.98 |
| -3.98 | -4.96 | -4.97 | -3.97 |

(c)

|       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|
| 3.98  | 4.97  | 4.97  | 3.97  |
| 2.99  | 3.98  | 3.97  | 2.98  |
| -2.99 | -3.98 | -3.97 | -2.98 |
| -3.98 | -4.96 | -4.97 | -3.97 |

(d)

Figure 14 : Les états finaux correspondant aux conditions initiales dans la figure 13

|      |      |      |      |
|------|------|------|------|
| 1.0  | 1.0  | 1.0  | 1.0  |
| 1.0  | 1.0  | 1.0  | 1.0  |
| -1.0 | -1.0 | -1.0 | -1.0 |
| -1.0 | -1.0 | -1.0 | -1.0 |

(a)

|      |      |      |      |
|------|------|------|------|
| 4.0  | 5.0  | 5.0  | 4.0  |
| 3.0  | 4.0  | 4.0  | 3.0  |
| -3.0 | -4.0 | -4.0 | -3.0 |
| -4.0 | -5.0 | -5.0 | -4.0 |

(b)

Figure 15 : (a) Les sorties correspondant aux conditions initiales dans la fig.13. (b) Le point d'équilibre de système correspondant aux conditions d'initiale dans la fig 13.

Concentrons-nous maintenant sur le comportement dynamique global.

**Définition 5 :**

Un point d'équilibre d'un système stable d'un réseau de neurones cellulaires est défini comme étant le vecteur d'état avec tous ses composants composant l'état d'équilibre stable de cellules.

Il résulte de la définition ci-dessus qu'un réseau de neurones cellulaires est toujours à l'un de son point d'équilibre du système stable après la transition s'est délabré à zéro. Du point de vue de la théorie d'un système dynamique, la transition d'un réseau de neurones cellulaires est tout simplement la trajectoire à partir de quelques états initiaux à un point d'équilibre du système. De n'importe quel point d'équilibre du système stable, comme défini dans la définition 5, d'un réseau de neurones cellulaires est un point limite d'un ensemble de trajectoires des équations différentielles correspondantes (2), si un point limite attirant a un bassin d'attraction, l'union de toutes les trajectoires converge vers ce point. Par conséquent, l'espace d'état d'un réseau de neurones cellulaires peut être partitionné en un ensemble de bassins centrés à des points d'équilibre de système stable.

Il s'ensuit que tous les quatre états initiaux dans la figure 13 sont situés dans le bassin du même point d'équilibre du système stable, ce qui est montré dans la figure 15(b).

Notre objectif final dans cette section est de prendre un aperçu aux effets d'un choix d'une règle dynamique pour le réseau de neurones cellulaires. Prenons l'état initial indiqué à la figure 16. Tout d'abord, utilisons la même règle dynamique décrite par le modèle de clonage dans la figure 8 (a). L'état final à  $t=5\mu s$  et sa sortie correspondante du réseau de neurones cellulaires à partir de cet état initial sont indiqués dans les figures 17(a) et 18(a), respectivement. Ensuite, changeons la règle dynamique en utilisant le nouveau modèle de clonage montré dans la figure 8(b). L'état final à  $t = 5\mu s$  et sa sortie correspondante à partir du même état initial de la figure 16 sont représentés sur les figures 17(b) et 18(b), respectivement. Quoique la seule différence entre les deux sorties de la figure 18, se produise dans la cellule  $C(2,2)$ , qui ont des valeurs opposées, nous allons voir dans le chapitre qui suit

que ces deux règles dynamiques exécutent des fonctions très différentes lorsqu'elles sont appliquées au traitement d'images.

|      |      |      |      |
|------|------|------|------|
| 0.8  | 0.8  | 0.8  | -0.8 |
| 0.8  | 0.8  | 0.8  | -0.8 |
| 0.8  | 0.8  | 0.8  | -0.8 |
| -0.8 | -0.8 | -0.8 | -0.8 |

Figure16 : un autre état initial

|       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|
| 3.98  | 4.97  | 2.99  | -1.99 |
| 4.97  | 5.96  | 3.98  | -2.98 |
| 2.99  | 3.98  | 1.99  | -2.99 |
| -1.99 | -2.98 | -2.99 | -3.98 |

(a)

|       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|
| 1.50  | 1.72  | 1.74  | -1.99 |
| 1.72  | -2.81 | 1.97  | -1.74 |
| 1.74  | 1.97  | 1.99  | -1.74 |
| -1.99 | -1.74 | -1.74 | -1.49 |

(b)

Figure 17 : les sorties du réseau de neurones cellulaires avec sa règle dynamique comme prescrit par le modèle de clonage dans fig 8(a) et (b) respectivement et son état initial donné par la figure 16.

|      |      |      |      |
|------|------|------|------|
| 1.0  | 1.0  | 1.0  | -1.0 |
| 1.0  | 1.0  | 1.0  | -1.0 |
| 1.0  | 1.0  | 1.0  | -1.0 |
| -1.0 | -1.0 | -1.0 | -1.0 |

(a) (b)

|      |      |      |      |
|------|------|------|------|
| 1.0  | 1.0  | 1.0  | -1.0 |
| 1.0  | -1.0 | 1.0  | -1.0 |
| 1.0  | 1.0  | 1.0  | -1.0 |
| -1.0 | -1.0 | -1.0 | -1.0 |

Figure 18 : Les états finaux

correspondant aux

sorties dans la figure 17.

D'une manière générale, un réseau de neurones cellulaires traite des signaux par les transformés d'un espace vers un autre. Dans notre exemple, le réseau de neurones cellulaire peut être utilisé pour tracer un état initial d'un système dans un des nombreux points d'équilibre distincts de système stable. Si l'on considère l'espace d'état initial comme  $[-1.0, 1.0]^{MXN}$  et l'espace de sortie comme  $\{-1,1\}^{MXN}$ , alors la carte dynamique F, peut être définie comme :

$$F : [-1,0,1,0]^{MXN} \rightarrow \{-1,1\}^{MXN} \tag{34}$$

Ceci signifie que F peut être utilisé pour partitionner un espace de signal continu dans les divers bassins des attractions des points d'équilibre de système stable via un processus dynamique. Cette propriété peut être exploitée dans la conception des mémoires associatives, des codes correcteurs d'erreurs, et des systèmes tolérants aux pannes.

En général, l'ensemble de limite d'un système non linéaire complexe est très difficile, pour déterminer, soit analytiquement ou numériquement. Bien que, pour le circuit linéaire par morceau, il est possible de trouver toutes les solutions de courant continu en utilisant soit un algorithme de force brute [31] ou d'autres plus efficaces [32], [33], il est néanmoins très long pour de grands systèmes. Pour notre réseau de neurones cellulaires, en raison de la propriété interactive du plus proche voisine, nous pouvons résoudre pour tous les points d'équilibre de système en déterminant d'abord les états d'équilibre stables de cellules, puis en utilisant les règles interactives voisines pour trouver les points d'équilibre correspondants de système.

Tel que présenté ci-dessus, le comportement dynamique d'un réseau de neurones cellulaires avec les opérateurs de contrôle nulle ( $B(i, j, k, l)=0$ ) et les opérateurs de rétroaction non nulle ( $A(i, j, k, l) \neq 0$ ) qui est rappelé d'un automate cellulaire à deux dimensions [34],[35].

Les deux ont la capacité de traitement du signal en parallèle et sont basés sur le voisin le plus proche des règles dynamiques interactives. La différence principale entre un réseau de neurones cellulaires et une machine automate cellulaire est dans leurs comportements dynamiques. Le premier est un système dynamique à temps continu tandis que le second est à temps discret. Parce que les deux systèmes présentent de nombreuses similitudes, on peut utiliser la théorie des automates cellulaires pour étudier le comportement d'état d'équilibre d'un réseau de neurones cellulaires. Une autre distinction remarquable entre eux est que quand un réseau de neurones cellulaires va toujours régler les points d'équilibre stable à l'état stationnaire, une machine automate cellulaire est habituellement imprégnée d'un comportement dynamique beaucoup plus riches, tels que les phénomènes périodiques, chaotiques et plus complexes. Bien sûr, nous avons apprivoisé notre réseau de neurones cellulaires en choisissant un sigmoïde non linéaire. Si nous choisissons quelques autres non linéaires pour les éléments non linéaires, de nombreux phénomènes complexes se produisent également dans les réseaux de neurones cellulaires. Ces deux modèles seront comparés en détail à la section 7

## **6. Réseaux de Neurones Cellulaires multicouches**

Nous pouvons généraliser le réseau de neurone cellulaire monocouche présenté dans la section 2 à un réseau de neurones cellulaire multicouche. Au lieu d'une seule variable d'état dans le cas de la monocouche il peut y avoir plusieurs variables d'état dans chaque cellule du réseau de neurones cellulaire multicouche. Le concept de couches multiples met l'accent sur les interactions des variables d'état sur la même couche. Pour éviter l'encombrement, il est commode d'utiliser l'opérateur de convolution \*, comme défini à la définition 3, dans la suite. Utilisation de l'opérateur de convolution, nous permet de réécrire (2a) comme suit :

$$c \frac{dv_{xij}(t)}{dt} = \frac{-1}{R_x} v_{xij}(t) + A * v_{yij}(t) + B * v_{uij} + I, 1 \leq i \leq M; 1 \leq j \leq N. \quad (35)$$

Ensuite, pour un réseau de neurones cellulaires multicouches, les équations dynamiques de la cellule peuvent être exprimées sous la forme d'un vecteur de compact suivant:

$$c \frac{dv_{xij}(t)}{dt} = -R^{-1}v_{xij}(t) + A * v_{yij}(t) + B * v_{uij} + I, 1 \leq i \leq M; 1 \leq j \leq N. \quad (36)$$

Où :

$$C = \begin{pmatrix} C_1 & 0 & 0 \\ & \cdot & 0 \\ 0 & & \cdot \\ 0 & 0 & C_m \end{pmatrix} \quad R = \begin{pmatrix} R_{1x} & 0 & 0 \\ & \cdot & 0 \\ 0 & & \cdot \\ 0 & 0 & R_{mx} \end{pmatrix} \quad (37a)$$

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & 0 & \\ & & & 0 & 0 \\ & & & & 0 \\ A_{m1} & & & & A_{mm} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} B_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & 0 & \\ & & & 0 & 0 \\ & & & & 0 \\ B_{m1} & & & & B_{mm} \end{pmatrix} \quad (37b)$$

$$v_{xij} = \begin{pmatrix} v_{1xij} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ v_{mxij} \end{pmatrix} \quad v_{yij} = \begin{pmatrix} v_{1yij} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ v_{myij} \end{pmatrix} \quad v_{uij} = \begin{pmatrix} v_{1uij} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ v_{muij} \end{pmatrix} \quad (37c)$$

$$I = \begin{pmatrix} I_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ I_m \end{pmatrix} \quad (37d)$$

Où  $m$  désigne le nombre des variables dans le circuit de cellule multicouche. Ici, l'opérateur de convolution  $*$  entre une matrice et un vecteur est à décoder comme multiplication des matrices, mais avec l'opérateur  $*$  inséré entre chaque entrée de la matrice et du vecteur.

Remarquons que C et R sont des matrices diagonales, tandis que A et B sont des matrices triangulaires.

**Remarque :**

- (a) Pour les réseaux de neurones cellulaires multicouches, tous les résultats présentés dans les sections précédentes se tiennent toujours avec quelques modifications mineures. La stabilité peut être prouvée par la couche inférieure (couche 1) à celles du haut en notant les structures des matrices triangulaires A et B.
- (b) Comme il y a plusieurs variables d'état dans un circuit de cellule, nous pouvons choisir des règles dynamiques multiples simultanément pour des différentes variables d'état. Cette propriété rend le réseau extrêmement flexible et nous permet de traiter des problèmes plus complexes de traitement d'images.
- (c) En plus d'utiliser des multiples règles dynamiques comme mentionnées en (b), nous pouvons choisir différentes constantes de temps pour les différentes variables d'état des circuits de cellule. Comme un cas limite, on peut choisir  $C_q=0$  pour quelques variables d'état  $v_{qxij}$ , obtenant de ce fait un ensemble d'équations différentielles et algébriques. Cette propriété nous donne encore plus de flexibilité dans la conception de réseaux de neurones cellulaires pour des problèmes pratiques.

## **7. Relation entre CNN, les équations différentielles partielles et les automates cellulaires**

En général, les réseaux de neurones cellulaires peuvent être caractérisés par un grand système d'équations différentielles ordinaires. Comme toutes les cellules sont arrangées en un tableau régulier, nous pouvons exploiter de nombreuses propriétés spatiales, telles que la

régularité, l'espace et la symétrie en étudiant la dynamique des réseaux de neurones cellulaires.

Il existe deux modèles mathématiques qui peuvent caractériser les systèmes dynamiques ayant ces propriétés spatiales. L'une est l'équation aux dérivées partielles, et l'autre, les automates cellulaires. Équations aux dérivées partielles, les automates cellulaires, et notre réseau de neurones cellulaires ont une propriété commune c'est que leur comportement dynamique ne dépend que de leurs interactions locales spatiales. Notre objectif dans cette section est d'identifier les relations entre notre réseau de neurones cellulaires et ces deux modèles mathématiques.

Considérons d'abord une équation aux dérivées partielles. L'équation de la chaleur issue de la physique est :

$$\frac{\partial^2 u(x, y, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x, y, t)}{\partial y^2} = \frac{1}{k} \frac{du(x, y, t)}{dt} \quad (38)$$

Où  $k$  est une constante, appelée la conductivité thermique. La solution  $u(x, y, t)$  de l'équation de la chaleur est une fonction continue du temps  $t$ , et des variables d'espace  $x, y$ . Si la fonction  $u(x, y, t)$  est approximée par un ensemble de fonctions  $u_{ij}$  qui est définie comme suit :

$$u_{ij}(t) = u(ih_x, ih_y, t) \quad (39)$$

D'où  $h_x$  et  $h_y$  sont les intervalles d'espace dont les coordonnées sont  $x$  et  $y$ , après, les dérivées partielles de  $u(x, y, t)$  par rapport à  $x$  et  $y$  peuvent être remplacées approximativement par :

$$\frac{\partial^2 u(x, y, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x, y, t)}{\partial y^2} \approx \frac{1}{4} [u_{ij-1}(t) + u_{ij+1}(t) + u_{i-1j}(t) + u_{i+1j}(t)] - u_{ij}(t) \text{ Pour tout } i, j \quad (40)$$

Ainsi l'équation de chaleur peut être remplacée approximativement par un ensemble d'équations :

$$\frac{1}{k} \frac{du_{ij}(t)}{dt} = \frac{1}{4} [u_{ij-1}(t) + u_{ij+1}(t) + u_{i-1j}(t) + u_{i+1j}(t)] - u_{ij}(t) \text{ pour tout } i, j \quad (41)$$

En comparant (41) avec (2), on voit une similarité remarquable entre les deux équations. Les deux sont des équations aux dérivées ordinaires avec des variables voisines les plus proches impliquées dans les règles dynamiques. La différence importante entre ces deux équations est que notre équation de cellules (2) est une équation aux dérivées ordinaires non linéaire (linéaire par morceau) alors que (41) est une équation aux dérivées ordinaires linéaire. Considérons la relation ci- après entre notre modèle de réseau de neurones cellulaires et le modèle d'automate cellulaire. L'automate cellulaire à deux dimensions est défini par :

$$a_{ij}(n+1) = \phi[a_{kl}(n)] \text{ Pour tout } C(k,l) \in N_r(i,j) \quad (42)$$

Si nous discrétisons le temps dans l'équation (2) et on met  $B(i,j;k,l)=0$  pour tout  $i,j,k$  et  $l$  nous obtiendrions :

$$\frac{C}{h} [v_{xij}((n+1)h) - v_{xij}(nh)] = -\frac{1}{R_x} v_{xij}(nh) + \sum_{C(k,l) \in N_r(i,j)} A(i,j;k,l) v_{ykl}(nh) + I, 1 \leq i \leq M; 1 \leq j \leq N \quad (43a)$$

$$\text{Et } v_{yij}(nh) = 0.5 R_y (|v_{xij}(nh) + 1| - |v_{xij}(nh) - 1|), 1 \leq i \leq M; 1 \leq j \leq N \quad (43b)$$

Après réarrangement de (43a) et la substitution de l'expression résultante pour  $v_{xij}((n+1)h)$  dans (43b), nous obtenons :

$$v_{yij}(n+1) = \phi'[v_{xij}(n), v_{ykl}(n)] \text{ Pour tout } C(k,l) \in N_r(i,j) \quad (44)$$

$$\text{D'où : } v_{yij}(n) \overset{\Delta}{=} v_{yij}(nh), v_{xij}(n) \overset{\Delta}{=} v_{xij}(nh) \quad (45a)$$

$$\phi'[v_{xij}(n), v_{ykl}(n) \text{ pour tout } (k,l) \in N_r(i,j)] = g \left[ \left( \frac{h}{CR_x} + 1 \right) v_{xij}(n) + \frac{h}{C} \sum_{(k,l) \in N_r(i,j)} A(i,j;k,l) v_{ykl}(n) + \frac{hI}{C} \right] \quad (45b)$$

$$\text{Et } g[z] = \frac{1}{2} (|z+1| - |z-1|) \quad (45c)$$

En comparant (42) et (44), nous pouvons distinguer aussi une similarité entre eux. La différence principale est que pour une automate cellulaire, les variables d'état sont des valeurs à variables binaires et la fonction dynamique est logique des états précédents des cellules voisines, alors que pour les réseaux de neurones cellulaires, les variables d'états sont des variables à valeurs réelles et la fonction dynamique est une fonction réelle non linéaire des états précédents des cellules voisines.

Notre comparaison des trois modèles mathématiques précédents sont résumés dans le tableau 1.

| <b>Modèle</b>         | <b>Réseau de neurones cellulaires</b> | <b>Equation différentielle partielle</b> | <b>Automate cellulaire à 2D</b> |
|-----------------------|---------------------------------------|--|---------------------------------|
| <b>temps</b>          | Continu                               | continu                                  | discrets                        |
| <b>espace</b>         | Discrets                              | continu                                  | discrets                        |
| <b>Valeur d'état</b>  | Réelle                                | réelle                                   | Nombre binaire                  |
| <b>Les dynamiques</b> | Non linéaires                         | Linéaires                                | Non linéaires                   |

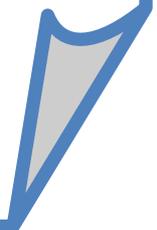
*Tableau 1 : comparaison entre les trois modèles mathématiques ont des régularités spatiales.*

## **8. Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons démontré quelques théorèmes concernant la dynamique et les états d'équilibre du réseau de neurones cellulaires. Nous avons également utilisé la simulation pour illustrer certaines propriétés dynamiques de simples réseaux de neurones cellulaires. En raison de la propriété interactive voisine la plus poche des réseaux de neurones cellulaires, ils sont beaucoup plus favorables à l'exécution de VLSI que les réseaux de neurones général. Malgré « la nature local » des interconnexions des voisins les plus proches,

les réseaux cellulaires sont néanmoins imprégnés de certaines propriétés globales en raison des effets de propagation des interactions locales durant le régime transitoire. En fait, dans le chapitre qui suit, ce régime transitoire sera exploité pour montrer comment notre capacité à analyser la dynamique « locale » (via l'approche dynamique d'itinéraire dans [25]) va nous permettre d'orienter les trajectoires d'un système dans une configuration des équilibres stables correspondante à certain modèle globale que nous cherchons à reconnaître. En effet, notre capacité à contrôler la dynamique locale du circuit apparaîtra comme l'une des caractéristiques les plus souhaitables des réseaux de neurones cellulaires. En outre, des réseaux de neurones cellulaires ont des dynamiques pratiques, tandis que, les réseaux de neurones généraux sont souvent souffrir d'une restriction sévère de la dynamique dans la phase d'exécution du circuit. Étant donné que ce chapitre constitue la première étude sur les réseaux de neurones cellulaires, il y a clairement de nombreux problèmes théoriques et pratiques restent à résoudre dans nos recherches futures sur ce sujet. Néanmoins, certaines applications assez impressionnantes et prometteuses des réseaux de neurones cellulaires pour la reconnaissance du modèle ont déjà été réalisées et seront présentées dans le chapitre qui suit.

*Chapitre III*  
*Application des Réseaux de*  
*Neurones Cellulaires*



## 1. Introduction

Dans ce chapitre, nous allons utiliser les réseaux de neurones cellulaires pour résoudre quelques problèmes de traitement d'images et de reconnaissance de formes. Nous n'avons souligné que le comportement équilibré des réseaux de neurones cellulaires dans le chapitre précédent. Toutefois, pour des applications en traitement d'images, le comportement transitoire est également important. En fait, c'est le comportement transitoire qui permet d'extraire une variété de caractéristiques à partir d'une seule image et de résoudre divers problèmes de traitement d'image. Le rôle joué par le comportement transitoire du réseau de neurones cellulaires sera clairement démontré dans les exemples qui suivent.

## 2. Application des Réseaux de Neurones Cellulaires dans le traitement d'images

Afin de voir pourquoi les réseaux de neurones cellulaires peuvent être utilisés dans le traitement d'image, on va d'abord approximer l'équation différentielle :

$$C \frac{dv_{xij}(t)}{dt} = -\frac{1}{R_x} v_{xij}(t) + \sum_{c(k,l) \in N_r(i,j)} A(i,j;k,l) v_{ykl}(t) + \sum_{c(k,l) \in N_r(i,j)} B(i,j;k,l) v_{ukl}(t) + I, \quad 1 \leq i \leq M; 1 \leq j \leq N. \quad (1)$$

Par une équation aux différences. En particulier, nous prenons  $t=nh$ , où  $h$  est un pas de temps constant et rapprochons la dérivée de  $v_{xij}(t)$  par sa forme de différence correspondante :

$$\frac{c}{h} [v_{xij}((n+1)h) - v_{xij}(nh)] = -\frac{1}{R} v_{xij}(nh) + \sum_{c(k,l) \in N_r(i,j)} A(i,j;k,l) v_{ykl}(nh) + I_{ij}, \quad 1 \leq i \leq M; 1 \leq j \leq N \quad (2)$$

Et

$$v_{yij}(nh) = 0.5R_y (|v_{xij}(nh) + 1| - |v_{xij}(nh) - 1|) \equiv f(v_{xij}(nh)), \quad 1 \leq i \leq M; 1 \leq j \leq N \quad (3)$$

$$\text{Mettons } :I_{ij} = \sum_{c(k,l) \in N_r(i,j)} B(i,j;k,l) v_{ukl} + I, \quad 1 \leq i \leq M; 1 \leq j \leq N \quad (4)$$

Nous pouvons reconstruire l'équation (2) sous la forme :

$$v_{xij}(n+1) = v_{xij}(n) + h/C \left[ \frac{-1}{R_x} v_{xij}(n) + \sum_{c(k,l) \in N_r(i,j)} A(i,j;k,l) v_{ykl}(n) + I_{ij} \right], \quad 1 \leq i \leq M; 1 \leq j \leq N \quad (5)$$

Où nous avons supprimé le pas de temps  $h$  de " $nh$ " pour plus de simplicité, c'est à dire,

$$v_{xij}(n) \equiv v_{xij}(nh) \text{ et } v_{yij}(n) \equiv v_{yij}(nh).$$

Si on remplace l'équation (3) pour  $v_{ykl}(n)$  dans (5), nous obtenons

$$v_{xij}(n+1) = v_{xij}(n) + \frac{h}{C} \left[ \frac{-1}{R_x} v_{xij}(n) + \sum_{c(k,l) \in N_r(i,j)} A(i,j;k,l) f(v_{ykl}(n)) + I_{ij} \right], \quad 1 \leq i \leq M; 1 \leq j \leq N \quad (6)$$

L'équation (6) peut être interprétée comme un filtre à deux dimensions pour transformer une image, représentée par  $v_x(n)$ , vers une autre, représentée par  $v_x(n+1)$ . Le filtre est non linéaire car  $f(v_{ykl}(n))$  dans (6) est une fonction non-linéaire. Habituellement, le filtre est un espace invariant [39] pour le traitement d'images, ce qui signifie que  $A(i,j;k,l) = A(i-k,j-l)$  pour tout  $i, j, k$ , et  $l$ . La propriété du filtre est déterminée par les paramètres dans (6). Comment choisir les paramètres du filtre pour réaliser une transformation de l'image

désirée qui est actuellement un problème de recherche actif. Cependant, certaines propriétés de base des filtres de traitement d'image peuvent être trouvées dans [39], [40].

Pour le filtre à une étape dans (6), les valeurs des pixels,  $v_{xij}(n+1)$  d'une image sont déterminées directement à partir des valeurs des pixels,  $v_{xij}(n)$  dans le voisinage correspondant  $N_r(i, j)$ . Du point de vue pratique, ce voisinage est toujours choisi d'être aussi petite que possible. Un choix typique est le voisinage 3X3 ( $N_1(i, j)$ ). Par conséquent, un filtre à une étape ne peut pas utiliser les propriétés locales d'images.

Lorsque les propriétés globales d'une image sont importantes, le filtre précédent à une étape peut être répété  $n$  fois pour extraire l'information global supplémentaire de l'image. Une propriété bien connue d'un filtre itératif est la propriété dite de propagation, qui affirme que les valeurs des pixels de l'image de sortie après  $n$  itérations peuvent être indirectement affectées par une région voisine plus importante de l'image d'entrée. Cette propriété peut être observée en substituant  $v_{xij}(n)$  dans (6) itérativement jusqu'à  $v_{xij}(0)$ , qui coïncide avec l'image d'entrée. Depuis (6) qui contient certaines fonctions non linéaires, il est commode de représenter  $v_{xij}(n)$  par :

$$v_{xij}(n) = \sum_{c(k,l) \in N_{nr}(i,j)} g_{ijkl}^n(v_{xkl}(0)), 1 \leq i \leq M; 1 \leq j \leq N \quad (7)$$

où  $g_{ijkl}^n$  est une fonction non linéaire, qui dépend de  $(i, j)$ ,  $(k, l)$ , et  $n$ . Notez que le voisinage  $N_{nr}(i, j)$  est  $n$  fois plus grand que  $N_r(i, j)$  et dépend du nombre d'itération  $n$ . Il est facile de voir que lorsque le nombre d'itération  $n$  est suffisamment grand, le voisinage  $N_{nr}(i, j)$  va éventuellement couvrir l'image entière, indépendamment de  $(i, j)$  et  $r$ .

Par conséquent, la propriété de propagation des filtres itératifs permet d'extraire certaines caractéristiques globales dans les images. Naturellement, les propriétés locales sont encore réservées dans les filtres itératifs avec les plus proches voisins ayant plus d'effets que ceux plus éloignés.

K. Preston, Jr. et M.J.B. Duff considèrent une classe spéciale des filtres itératifs dans [35], où ils ont considéré les images comme des images binaires et les opérations comme des fonctions booléennes. Ils ont appelé ce type de filtres les transformés logiques cellulaires. Plusieurs machines ont été construites pour mettre en œuvre la transformé logique cellulaire. L'une d'elles, appelé un Processeur d'Image Cellulaire Logique (CLIP) [35], utilisé avec succès dans la pratique.

Maintenant, il n'est pas difficile de comprendre comment les réseaux de neurones cellulaires peuvent être utilisés dans le traitement d'image. En effet, si nous posons  $h \rightarrow 0$  en (2), on retrouvera l'équation du système (2) définissant un réseau de neurones cellulaires. Pour comprendre le mécanisme de transformer l'image dans notre réseau de neurones cellulaires, on réécrit (2) sous sa forme intégrale équivalente comme suit:

$$v_{xij}(t) = v_{xij}(0) + \frac{1}{C} \int_0^t \left[ \frac{-1}{R_x} v_{xij}(\tau) + f_{ij}(\tau) + g_{ij}(u) + I \right] d\tau, 1 \leq i \leq M; 1 \leq j \leq N \quad (8)$$

$$\text{Où } f_{ij}(t) = \sum_{C(k,l) \in N_r(i,j)} A(i, j; k, l) v_{ykt}(t) \quad (8a)$$

$$\text{Et } g_{ij}(u) = \sum_{C(k,l) \in N_r(i,j)} B(i, j; k, l) v_{ukt}(t) \quad (8b)$$

L'équation (8) représente l'image au temps  $t$ , qui dépend de l'image initiale  $v_{xij}(0)$  et des règles dynamiques du réseau de neurones cellulaires. Par conséquent, nous pouvons utiliser un réseau de neurones cellulaires pour obtenir une dynamique de transformation d'une image initiale à tout moment  $t$ . Dans le cas particulier où  $t \rightarrow \infty$ , l'état variable  $v_{xij}$  tend à une constante et la sortie  $v_{yij}$  tend soit vers +1 ou vers -1 comme il est énoncé dans le théorème 2 et le théorème 3 du chapitre précédent. Dans les sections suivantes, nous présenterons quelques exemples de ce type de transformée d'image.

### 3. Un simple Exemple

Avant de considérer le problème de traitement d'images réelles, il est instructif de regarder un exemple très simple. Même si c'est un problème très simplifié de traitement d'images, cet exemple nous aidera à comprendre certains comportements dynamiques des réseaux de neurones cellulaires et de tirer quelques idées intuitives sur la manière de concevoir des réseaux de neurones cellulaires pour résoudre un problème pratique de traitement d'images spécifique.

Un problème important dans le traitement d'images, c'est la classification de pixel [39]. Pour illustrer ce concept, prenons une petite image, comme indiqué dans la Fig. 1 (a). Cette image est une matrice de pixels 4X4 avec chaque valeur de pixel  $P_{ij} \in [-1, 1]$ , pour  $1 \leq i \leq 4$  et  $1 \leq j \leq 4$ . Supposons que le pixel de valeur -1 correspond à un fond blanc, le pixel de valeur 1 correspond à un point d'objet noir et les valeurs de pixels entre -1 et 1 correspondent aux valeurs de gris. Le problème de classification de pixel est de classer chaque pixel de l'image en deux ou plusieurs classes.

|      |      |      |      |
|------|------|------|------|
| -1.0 | 0.4  | -0.8 | -1.0 |
| -0.4 | -1.0 | -0.8 | -0.6 |
| 0.8  | -0.4 | 0.8  | 1.0  |
| -0.8 | -0.6 | -0.8 | -1.0 |

(a)

|      |      |      |      |
|------|------|------|------|
| -1.0 | -1.0 | -1.0 | -1.0 |
| -1.0 | -1.0 | -1.0 | -1.0 |
| 1.0  | 1.0  | 1.0  | 1.0  |
| -1.0 | -1.0 | -1.0 | -1.0 |

(b)

|      |      |      |      |
|------|------|------|------|
| -1.0 | -1.0 | -1.0 | -1.0 |
| -1.0 | -1.0 | -1.0 | -1.0 |
| -1.0 | -1.0 | -1.0 | -1.0 |
| -1.0 | -1.0 | -1.0 | -1.0 |

(c)

**Figure 1 : Images d'entrée et de sortie pour un simple exemple. (a) L'image d'entrée à traiter. (b) L'image de sortie de la ligne horizontale du détecteur. (c) L'image de sortie de la ligne verticale du détecteur.**

|     |     |     |
|-----|-----|-----|
| 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 1.0 | 2.0 | 1.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 |

**Figure 2 : Le modèle typique de clonage d'une cellule opératrice interactive. L'unité utilisée est  $10^{-3} \Omega^{-1}$ .**

Du point de vue mathématique, la classification de pixel peut être considérée comme une carte,  $F$ , qui trace un espace vectoriel continue dans un espace vectoriel discret tel qu'il est définies ci-dessous:

$$F: [a, b]^{M \times N} \rightarrow \{A, B, C, \dots\}^{M \times N} \quad (9)$$

Où  $MXN$  est le nombre de pixels dans une image et  $A, B, C, \dots$  signifie les différentes classes. Pour cet exemple, nous voulons assigner à chaque pixel dans le tableau une des deux valeurs, -1 et 1, basé sur certaines règles de classification et les valeurs originales du pixel. Donc,  $F$  est défini par :

$$F: [-1.0, 1.0]^{M \times N} \rightarrow \{-1, 1\}^{M \times N} \quad (10)$$

Supposons que nous souhaitons concevoir un détecteur de ligne horizontale pour filtrer les lignes horizontales de l'image d'entrée dans la Fig. 1 (a) en utilisant un réseau de neurones cellulaires. Afin de simplifier notre analyse, nous avons choisi une règle dynamique très simple pour ce détecteur "ligne horizontale" du circuit. Les paramètres d'élément de circuit de la cellule  $C(i, j)$  sont choisis comme suit:

$$C = 10^{-9}F; R_x = 10^3\Omega; I = 0$$

$$A(i, j; i-1, j-1) = A(i, j; i-1, j) = A(i, j; i-1, j+1) = 0$$

$$A(i, j; i, j) = 2 \times 10^{-3}\Omega^{-1};$$

$$A(i, j; i, j-1) = A(i, j; i, j+1) = 10^{-3}\Omega^{-1}$$

$$A(i, j; i + 1, j - 1) = A(i, j; i + 1, j) = A(i, j; i + 1, j + 1) = 0$$

Pour un système de voisinage 3X3. Comme les opérateurs de réaction  $A(i, j; k, l)$ , indiqués au paravent, sont indépendants de la position absolue de la cellule, on peut simplifier les expressions de  $A(i, j; k, l)$  en les codant comme suit:

$$A(-1, -1) = A(-1, 0) = A(-1, 1) = 0$$

$$A(0, 0) = 2 \times 10^{-3} \Omega;$$

$$A(0, -1) = A(0, 1) = 10^{-3} \Omega$$

$$A(1, -1) = A(1, 0) = A(1, 1) = 0$$

Les indices ci-dessus des paramètres interactifs indiquent la position relative en ce qui concerne  $C(i, j)$ . Le réseau de neurones cellulaires à la propriété d'invariance d'espace, c'est-à-dire  $A(i, j; k, l) = A(i - k, j - l)$  pour tout  $i, j, k$ , et  $l$ . Par conséquent, comme dans les filtres de traitement d'image, nous pouvons utiliser un modèle de clonage, comme indiqué dans la figure 2, pour décrire l'opérateur de réaction de la cellule, appelé désormais le modèle de clonage des opérateurs de réaction. Le modèle de clonage est construit comme suit: l'entrée du centre du modèle de clonage correspond à  $A(0, 0)$ , l'entrée du coin gauche supérieur du modèle de clonage correspond à  $A(-1, -1)$ , l'entrée du coin inférieur de l'angle droit du modèle de clonage correspond à  $A(1, 1)$ , et ainsi de suite. Comme il est très pratique et clair pour caractériser les interactions d'une cellule avec ses voisins au moyen d'un modèle de clonage, nous allons utiliser l'expression du modèle de clonage dans les exemples suivants.

Les équations dynamiques du réseau de neurones cellulaires correspondant aux paramètres ci-dessus, sont données par

$$\frac{dv_{xij}(t)}{dt} = 10^6 [-v_{xij}(t) + v_{yij-1}(t) + 2v_{yij}(t) + v_{yij+1}(t)] \quad (11a)$$

$$\text{Et } v_{yij}(t) = 0.5(|v_{xij}(t) + 1| - |v_{xij}(t) - 1|), \text{ pour } 1 \leq i \leq 4; 1 \leq j \leq 4 \quad (11b)$$

Notons que nous avons choisi l'opérateur de contrôle  $B(i, j; k, l) = 0$  pour tout  $i, j, k$ , et  $l$  dans ce circuit, et  $A(i, j; k, l) > 1/R_x$  comme il était indiqué dans la condition du théorème 3.

Pour cet exemple, l'état initial du réseau de neurones cellulaires est la matrice de pixels dans la Fig. 1 (a). À partir de l'équation du circuit (11), nous constatons que la dérivée de la valeur des pixels dépend de leurs voisins gauches et droits et d'eux-mêmes, mais pas pour les voisins supérieurs et inférieurs. Cette règle dynamique particulière améliorera donc la détection des lignes horizontales de l'image originale.

Les équations de circuit dans (11) sont des équations différentielles ordinaires non linéaires de premier ordre. Dans la théorie des systèmes, ils sont aussi appelé un système autonome linéaire par morceaux. En général, il est difficile de prédire les comportements des systèmes complexes dynamiques non linéaires. Mais notre analyse dans le chapitre précédent montre que le circuit dans cet exemple tendra à l'un de ses points d'équilibre. Analysons maintenant le comportement équilibré de ce système.

Les points d'équilibre du système peuvent être trouvés en résolvant les équations de circuit équivalent (remplaçant tous les condensateurs par les circuits ouverts):

$$v_{xij}(t) = v_{yij-1}(t) + 2v_{yij}(t) + v_{yij+1}(t) \quad (12a)$$

$$v_{yij}(t) = 0.5(|v_{xij}(t) + 1| - |v_{xij}(t) - 1|), 1 \leq i \leq 4; 1 \leq j \leq 4 \quad (12b)$$

En général, pour les circuits linéaires par morceaux, nous pouvons trouver toutes les solutions des équations de circuits à courant continu, soit par l'algorithme de force brutale [31] ou en utilisant des algorithmes plus efficaces [32], [33]. Cependant, même pour cet exemple très simple, il y a 32 variables inconnues et 32 équations (16 équations linéaires et 16 équations linéaires par morceaux). Il prend beaucoup de temps pour trouver tous les points d'équilibre d'un réseau de neurones cellulaires en utilisant les algorithmes décrits ci-dessus en

raison de la grande taille de ses équations. (Notons que si la non-linéarité du circuit n'est pas linéaire par morceaux, ici aucune méthode générale pour trouver tous ses points d'équilibre.)

Pour simplifier notre problème, nous allons profiter des diverses caractéristiques des réseaux de neurones cellulaires dans notre analyse. Comme il était mentionné précédemment, chaque cellule dans un réseau de neurones cellulaires a les mêmes connexions que ses voisins. Par conséquent, l'équation du circuit de chaque cellule est la même que celle des autres cellules dans le même circuit. (Sans perte de généralité, nous ignorons les effets de frontière.) Ainsi, nous pouvons comprendre les propriétés globales d'un réseau de neurones cellulaires par l'étude des propriétés locales d'une cellule. Cette approche est très utile pour l'analyse et la conception des réseaux de neurones cellulaires.

Avant d'analyser cet exemple, il est utile de rappeler les définitions suivantes [19] :

**Définition 1: Etat d'équilibre cellulaire**

Un état d'équilibre d'une cellule  $v_{xij}^*$  d'un circuit de cellule  $C(i, j)$  dans un réseau de neurones cellulaires avec des tensions d'entrée de courant continu  $v_{ykl}$  est n'importe quelle valeur de la variable d'état  $v_{xij}$  qui satisfait

$$(a) \quad \left. \frac{dv_{xij}(t)}{dt} \right|_{v_{xij}=v_{xij}^*} = 0 \tag{13a}$$

$$(b) \quad v_{ykl} = \pm 1$$

$$\text{Pour toutes cellules voisines : } C(k, l) \in N_r(i, j) \tag{13b}$$

Il résulte de la définition 1 que l'ensemble de tous les états d'équilibre des cellules dans un circuit de cellule  $C(i, j)$  peut être trouvé en égalisant le côté droit de (1) à zéro et en fixant pour ( par la création de x pour l'être n'importe quelle combinaison de 1 )  $v_{ykl}$  à toute combinaison d'être  $\pm 1$ , puis en résolvant pour  $v_{xij}$ . Notons que puisque l'équation résultante est dissociée du reste, elle peut être facilement résolue. D'autre part, beaucoup de ces solutions pourraient être superflus puisque quand l'ensemble du système couplé (2) est résolu

pour ses points d'équilibre, certaines combinaisons de  $v_{yij} = \pm 1$  ne peuvent pas satisfaire à ces équations. Également observons qu'il est possible pour une cellule à l'état d'équilibre d'avoir une valeur absolue inférieure à 1, dans ce cas, même si c'est une solution valable, elle ne sera pas observable (c.à.d. instable) en vue du théorème 3, en supposant que  $A(i, j; k, l) > 1/R_x$ . Nous serons généralement intéressés aux états d'équilibre cellulaire, d'une amplitude supérieure à 1.

**Définition 2 : Etats d'équilibres stables des cellules:**

Un état d'équilibre  $v_{xij}^*$  d'un circuit de cellule  $C(i, j)$  est dit stable si et seulement si

$$|v_{xij}^*| > 1 \quad (14)$$

Observons que puisque la sortie stable  $v_{yij}$  de chaque cellule  $C(i, j)$  ne peut assumer que les valeurs +1 ou -1, il s'ensuit que chaque vecteur de sortie  $v_y$  d'un réseau de neurones cellulaires avec  $A(i, j; k, l) > 1/R_x$ , doit nécessairement être situé à un sommet d'un hypercube à  $n$  dimensions  $S$ , où  $n = M \times N$  est le nombre total de cellules. Si  $S_0$  désigne l'ensemble des vecteurs de  $n$  dimensions  $v_y$ , dont les composantes  $v_{yij}$  correspondent à toutes les combinaisons des points d'équilibre stables de cellules, alors  $S_0$  peut avoir au plus  $2^n$  membres, appelé l'ensemble des vecteurs de sortie d'équilibre virtuels. L'adjectif «virtuel» signifie que certains membres de  $S_0$  peuvent ne pas être les points d'équilibre valables du circuit global. C'est parce que quelques combinaisons arbitraires de  $v_{ykl} = \pm 1$  utilisés dans le calcul des états d'équilibre du circuit ne peuvent pas correspondre à des solutions réelles obtenues en résolvant les systèmes couplés complets des équations algébriques (2) avec le côté gauche de (1) s'annule.

**Définition 3: Point d'équilibre du système stable**

Un point d'équilibre du système stable d'un réseau de neurones cellulaires avec  $A(i, j; k, l) > 1/R_x$  est un vecteur d'état d'équilibre  $v_x$  dont les composantes  $v_{xij}$  (toutes les tensions de condensateur) se composent d'états d'équilibre stable de cellules.

Il est important dans l'analyse qui suit de se rappeler que, si tous les points d'équilibre stable du système sont constitués d'états d'équilibre stables des cellules, l'inverse n'est pas vrai car certaines combinaisons des points d'équilibre stables de cellules ne peuvent pas correspondre à un point d'équilibre réel du circuit global. Si nous désignons l'ensemble correspondant  $S_0^*$  des vecteurs de sortie d'équilibre observables, alors nous avons  $S_0^* \subset S_0 \subset S$ .

Maintenant, calculons les états d'équilibre d'une cellule interne de l'exemple précédent. Considérons la condition dans les définitions ci-dessus, les états d'équilibre des cellules peuvent être obtenues en résolvant (12a) pour  $v_{xij}$  avec  $v_{yij}$  prend soit la valeur +1 ou -1:

$$v_{xij} = \text{sgn}[v_{yij-1}] + 2\text{sgn}[v_{yij}] + \text{sgn}[v_{yij+1}] \quad (15a)$$

$$|v_{xij}| \geq 1, \quad 1 \leq i \leq M; 1 \leq j \leq N \quad (15b)$$

En substituant  $v_{yij-1}$  et  $v_{yij+1}$  dans les équations ci-dessus par  $\pm 1$  en considérant que d'après de (12b)  $\text{sgn}[v_{yij}] = \text{sgn}[v_{xij}]$ , nous obtiendrons les quatre cas suivants:

- a) Pour  $v_{yij-1} = -1$  et  $v_{yij+1} = -1$  on a  $v_{xij} = -2 + 2\text{sgn}[v_{xij}]$ , et  $v_{xij} = -4$ .
- b) pour  $v_{yij-1} = +1$  et  $v_{yij+1} = -1$  on a  $v_{xij} = 2\text{sgn}[v_{xij}]$ , et  $v_{xij} = -2$ , ou 2.
- c) pour  $v_{yij-1} = -1$  et  $v_{yij+1} = +1$  on a  $v_{xij} = 2\text{sgn}[v_{xij}]$ , et  $v_{xij} = -2$ , ou 2
- d) pour  $v_{yij-1} = +1$  et  $v_{yij+1} = +1$  on a  $v_{xij} = 2 + 2\text{sgn}[v_{xij}]$ , et  $v_{xij} = +4$ .

Il en résulte de l'analyse qui précède que les états d'équilibre des cellules pour chaque cellule interne du circuit de notre exemple sont -4, -2, 2 et 4.

Il est évident que l'état d'équilibre des cellules de chaque cellule dépend de l'état d'équilibre de ses cellules voisines. Bien sûr, si l'entrée du réseau de neurones cellulaires n'est

pas nulle, alors l'état d'équilibre de la cellule du circuit de cellule va aussi dépendre de l'entrée,  $v_u$ . Par conséquent, les points d'équilibre de système stable du réseau de neurones cellulaires, par Définition 3, se reposent sur les conditions initiales, les entrées et la règle dynamique du circuit. Tout point d'équilibre du système peut être considéré comme un modèle à deux dimensions. Pour un réseau de neurones cellulaires donné, comme celui de cet exemple, il ya seulement un nombre fini de modèles discrets. L'espace d'image continu  $[-1, 1]^{M \times N}$ , donc, se transforme en un nombre fini de modèles discrets à l'aide d'un réseau de neurones cellulaires. Les propriétés des modèles peuvent être déterminées par celles des états d'équilibre de la cellule. Par conséquent, la sortie,  $v_y$ , doit avoir certaines caractéristiques structurelles d'un réseau de neurones cellulaires spécifique. Par exemple, si  $v_{yij-1} = 1$  et  $v_{yij+1} = 1$ , comme indiqué dans le cas ci-dessus (d), alors  $v_{yij} = 1$  est le seul choix possible.

Comme indiqué précédemment, la transformée d'une image par un réseau de neurones cellulaires est une transformée dynamique. Donc, il est important d'envisager la réponse transitoire d'un réseau de neurones cellulaires. Cette réponse est simplement la trajectoire de l'état initial à l'état stationnaire du système. Il est bien connu de la théorie des équations différentielles que tout point du système d'équilibre, tel que défini à Définition 3, d'un réseau de neurones cellulaires est un point limite d'un ensemble des trajectoires des équations différentielles correspondantes (2). Un tel point limite attirant a un bassin d'attraction qui consiste à l'union de toutes les trajectoires tendant à ce point limite. L'espace d'état du système est divisé en un ensemble de bassins centrés aux points d'équilibre du système. Ensuite, la carte  $F$ , comme définis dans (10), peut être caractérisée par les bassins et, par conséquent, la réponse transitoire. Comme il est très difficile d'analyser le comportement transitoire d'un tel système dynamique non linéaire complexe, nous allons utiliser la méthode de simulation pour

étudier le comportement transitoire du réseau de neurones cellulaires dans les exemples suivants.

Résumons les observations ci-dessus à partir de cet exemple,

(a) Toute image d'entrée représentée sous forme analogique peut être intégrée à une image de sortie spécifiques avec des valeurs binaires par un réseau de neurones cellulaires.

(b) Pour un réseau de neurones cellulaires, les images de sortie sont inbued avec certaines structures spatiales issues de la règle dynamique du circuit. Par exemple, il est impossible d'avoir une ligne comme  $[1, -1, 1, -1]$ , ce qui est un modèle rejeté, dans l'image de sortie du réseau de neurones cellulaires dans l'exemple ci-dessus. Par conséquent, une règle dynamique choisis de manière appropriée pourrait imprégner un réseau de neurones cellulaires avec la capacité de reconnaître et d'extraire quelques modèles spéciaux à partir d'images d'entrée.

(c) Différentes images d'entrée peuvent être tracées vers la même image de sortie si elles ont les mêmes modèles, et la même image d'entrée peut être tracée en différentes images de sortie par les réseaux de neurones cellulaires pour traitement d'images différent ou une reconnaissance de modèle.

Le comportement dynamique du réseau de neurones cellulaires avec opérateurs de contrôle nuls et les opérateurs de rétroaction non nuls dans cet exemple est rappellent des automates cellulaires à deux dimensions [34], [35], [36], [37], [38]. K. Preston, Jr. et M.J.B Duff ont fourni certaines applications des automates cellulaires dans leurs systèmes de traitement d'images [35]. La différence principale entre un réseau de neurones cellulaires et une machine automate cellulaire est dans leur comportement dynamique. Le premier est un système dynamique en temps continu tandis que le second est un système dynamique à temps discret. Parce que les deux systèmes présentent de nombreuses similitudes, on peut utiliser la

théorie des automates cellulaires pour étudier le comportement à l'état stable de réseaux de neurones cellulaires. Une autre distinction remarquable entre eux est que tandis que les états d'un réseau de neurones cellulaires tendront toujours aux points d'équilibre, une automate cellulaire aura généralement beaucoup de comportements dynamiques, par exemple périodiques, chaotiques et même des phénomènes plus complexes. C'est pourquoi nous avons choisi un sigmoïde non-linéaire pour les circuits des éléments non-linéaires dans notre réseau de neurones cellulaires. Si nous choisissons une autre forme de non-linéarité pour les éléments non-linéaires, de nombreux phénomènes complexes se produisent également dans le réseau de neurones cellulaires

#### 4. Réseaux de Neurones Cellulaires pour éliminer le bruit

Maintenant, considérons l'un des problèmes les plus importants dans le traitement d'images. Puisque les photos d'entrée proviennent généralement du monde réel à travers une caméra ou autres équipements optiques, il y aura toujours un certain bruit superposé sur les images. Dans ce chapitre, nous nous concentrons sur les problèmes de traitement de texte, plus précisément, sur la reconnaissance des caractères chinois. Supposons que les caractères dans les images d'entrée sont enduits d'une certaine façon, comme l'image dans le coin supérieur à gauche de la figure 4.

Les couleurs dans les figures 4-13 et 18-26 sont choisis pour distinguer les niveaux de gris des pixels dans les images.

|     |     |     |
|-----|-----|-----|
| 0.0 | 1.0 | 0.0 |
| 1.0 | 2.0 | 1.0 |
| 0.0 | 1.0 | 0.0 |

(a)

|     |     |     |
|-----|-----|-----|
| 0.0 | 1.0 | 0.0 |
| 1.0 | 4.0 | 1.0 |
| 0.0 | 1.0 | 0.0 |

(b)

|     |     |     |
|-----|-----|-----|
| 0.5 | 1.0 | 0.5 |
| 1.0 | 4.0 | 1.0 |
| 0.5 | 1.0 | 0.5 |

(c)

|     |     |     |
|-----|-----|-----|
| 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 4.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 |

(d)

Figure 3. Le modèle de clonage d'une cellule opératrice pour plusieurs interactions pour les réseaux de neurones cellulaire de suppression de bruit. L'unité utilisée est  $10^{-3} \Omega^{-1}$ .

Fond=bleu clair;

$$\left[-1.0, -\frac{7}{8}\right] = \text{bleu verdâtre}; \left(-\frac{7}{8}, -\frac{6}{8}\right) = \text{vert bleu};$$

$$\left(-\frac{6}{8}, -\frac{5}{8}\right) = \text{vert bleuâtre}; \left(-\frac{5}{8}, -\frac{4}{8}\right) = \text{vert};$$

$$\left(-\frac{4}{8}, -\frac{3}{8}\right) = \text{vert jaunâtre}; \left(-\frac{3}{8}, -\frac{2}{8}\right) = \text{jaune vert};$$

$$\left(-\frac{2}{8}, -\frac{1}{8}\right) = \text{jaune verbâtre}; \left(-\frac{1}{8}, 0.0\right) = \text{jaune};$$

$$\left(0.0, \frac{1}{8}\right) = \text{jaune orangé}; \left(\frac{1}{8}, \frac{2}{8}\right) = \text{jaune orange};$$

$$\left(\frac{2}{8}, \frac{3}{8}\right) = \text{orange jaunâtre}; \left(\frac{3}{8}, \frac{4}{8}\right) = \text{orange};$$

$$\left(\frac{4}{8}, \frac{5}{8}\right) = \text{orange rougeâtre}; \left(\frac{5}{8}, \frac{6}{8}\right) = \text{rouge orange};$$

$$\left(\frac{6}{8}, \frac{7}{8}\right) = \text{rouge orangé}; \left(\frac{7}{8}, 1.0\right) = \text{rouge}^2$$

Pour ce cas, le caractère enduit dans la figure 4 est généré à partir d'une image binaire parfaite en ajoutant un bruit blanc gaussien avec  $\sigma = 0.2$ ,  $m = 0$ . La taille de l'image dans la Fig.4 est 16x16 pixels, donc la suppression de bruit du réseau de neurones cellulaires devraient avoir 16x16 cellules. En traitement d'images, la méthode la plus simple de supprimer le bruit de l'image est d'utiliser un opérateur de moyenne [39]. Nous choisissons donc l'opérateur moyen comme la règle dynamique pour notre "bruit à supprimer" par le réseau de neurones cellulaires. Cet opérateur moyen peut être exprimé par un modèle de clonage comme dans la Fig. 3(a), et nous l'utilisons comme l'opérateur de rétroaction. En supposant que les paramètres de l'autre circuit sont les mêmes que celles de l'exemple simple, les équations de circuit de cellule résultantes sont donnés par :

$$\frac{dv_{xij}(t)}{dt} = 10^6 [-v_{xij}(t) + v_{yi-1j}(t) + v_{yij-1}(t) + 2v_{yij}(t) + v_{yij+1}(t) + v_{yi+1j}(t)] \quad (16a)$$

$$\text{Et } v_{yij}(t) = 0.5(|v_{xij}(t) + 1| - |v_{xij}(t) - 1|) \quad (16b)$$

Notant que le taux de changement de l'état de la cellule  $C(i, j)$  est approximativement proportionnelle à la moyenne des sorties du voisinage  $N_I(i, j)$ . Par conséquent, l'état d'équilibre de  $C(i, j)$  dépend de la moyenne de ceux des cellules voisines.

Le reste des images dans la figure 4 sont les sorties du réseau de neurones cellulaires de temps de pas 10, 20 et 30, respectivement. Ce réseau de neurones cellulaires a les mêmes propriétés que celui d'un filtre passe-bas à deux dimensions. Il conserve les composantes à faible fréquence en éliminant les composantes à haute fréquence. En conséquence, les coins des objets dans les images ont le même problème que nous avons connu pour les filtres passe-bas à deux dimensions. Dans le spectre d'une image, les composantes à hautes fréquences contiennent des informations sur les coins des objets. Ces composantes à haute fréquence sont enlevées avec le bruit à haute fréquence en raison de l'effet du filtre passe-bas. Par conséquent, la classification des pixels ne sera pas correcte aux coins des objets. Pour voir ceci, considérons l'image en haut à gauche de la figure 6. La seule différence entre les images

enduites dans les figures 5 et 4 est que l'écart-type du bruit blanc gaussien dans la figure 5 est 0,4 ( $\sigma = 0.4$ ). Par comparaison, les résultats de simulation des circuits sont indiqués dans la figure 5, pour des pas de temps 10, 20 et 30.

Si nous augmentons le poids de la cellule elle-même dans l'opérateur de rétroaction, comme indiqué dans la figure 3(b), nous obtiendrons les résultats de simulation dans les figures 6 et 7 pour  $\sigma = 0.2$  et  $\sigma = 0.4$ , respectivement. Observons que les résultats dans les figures 6 et 7 sont mieux que ceux des figures 4 et 5 dans le sens qu'ils sont plus proches du caractère non perturbé. En particulier, le caractère de la photo en bas à droite de la figure 6 est exactement le caractère original non perturbé.

L'opérateur de rétroaction de la cellule précédente ne concerne que les quatre plus proches voisins. Pour voir les effets des autres voisins, laissez-nous utiliser un opérateur de rétroaction comme indiqué dans la figure 3(c). Les résultats des simulations correspondants sont indiqués dans la figure 10 pour  $\sigma = 0.2$ , et dans la figure 11 pour  $\sigma = 0.4$ .

Habituellement, le bruit dans les images n'est pas un bruit gaussien. La figure 12 montre un résultat de simulation pour un bruit non-Gaussien de l'image. L'opérateur de rétroaction utilisé ici est le même que pour la figure 3(a).

Pour voir les effets des interactions entre les cellules dans les réseaux de neurones cellulaires, la figure 13 donne un résultat de la simulation d'une image d'un bruit non-Gaussien, qui est généré par un réseau de neurones cellulaires avec son opérateur de rétroaction comme indiqué dans la figure 3(d). (Notons que, les valeurs des pixels des points jaunes dans l'image de sortie (l'image en bas à droite) de la figure 13 sont des zéros. Ce sont les états d'équilibre local instable. Contrairement à ceux d'un circuit électronique physique, l'équilibre instable locale des états peut être observé à partir des simulations).

D'après les résultats ci-dessus, on peut constater que les réseaux de neurones cellulaires sont efficaces pour éliminer le bruit dans le traitement d'images, surtout pour les

images avec des objets de grandes tailles et quelques coins. La figure 8 est le résultat de la simulation d'un objet de grande taille avec un bruit blanc gaussien ( $\sigma = 0.6$ ). L'opérateur de rétroaction utilisé dans cette simulation est celle de la figure 3(a). La figure 9 est le résultat pour le cas  $\sigma = 1.0$ .

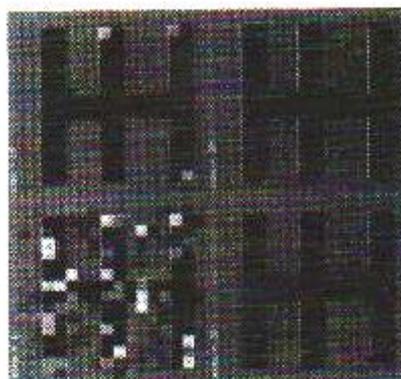


Figure 6

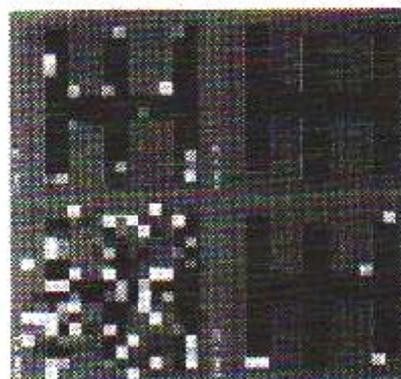


Figure 5

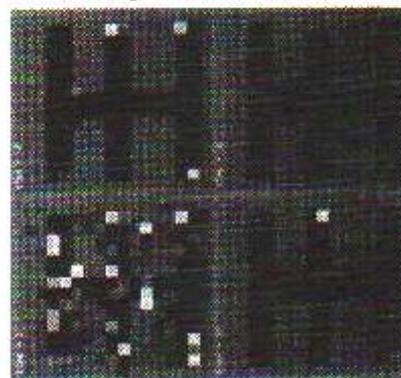


Figure 4

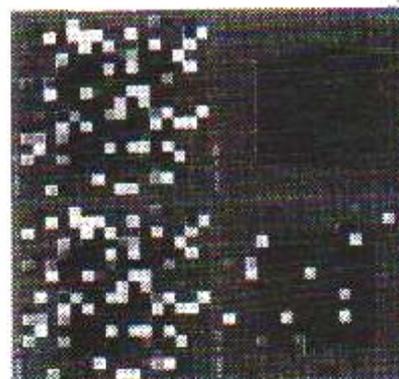


Figure 9

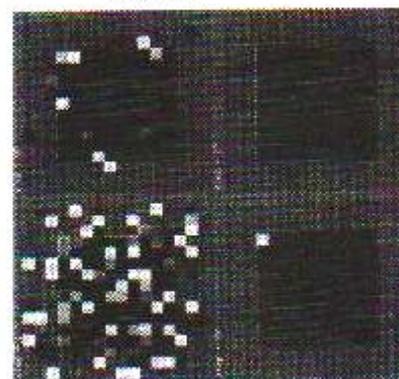


Figure 8

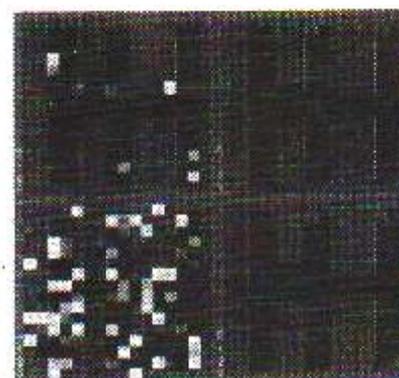
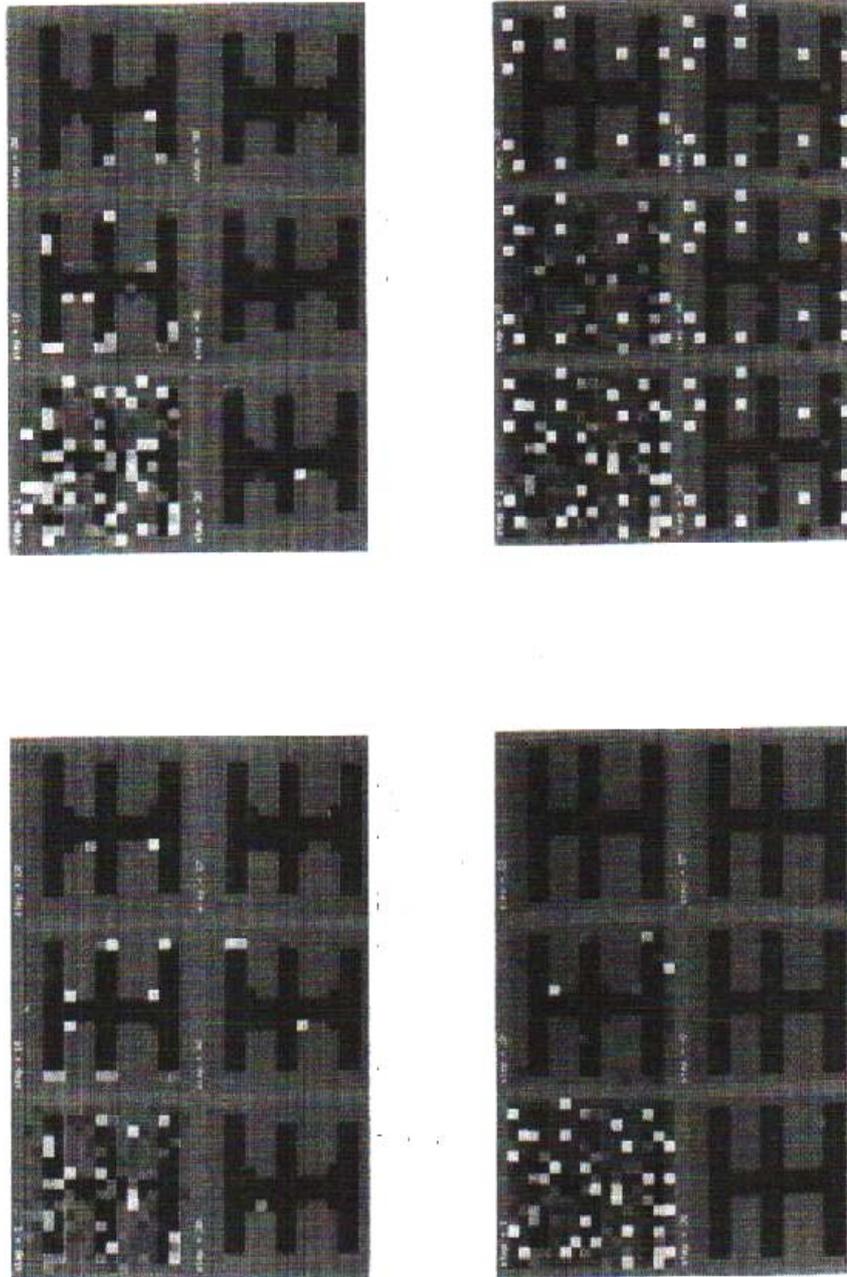


Figure 7



## 5. Réseaux de Neurones Cellulaires pour l'extraction des caractères

Extraction des caractères est un autre problème important dans le traitement d'images. Comme nous l'avons vu dans l'exemple précédent de la section précédente, le réseau de neurones cellulaires peut extraire des lignes horizontales de l'image d'entrée dans un cas très simple. Dans cette section, nous donnerons quelques autres exemples des réseaux de neurones cellulaires pour l'extraction des caractères dans le traitement d'images. Ces exemples peuvent

nous aider à comprendre l'application des réseaux de neurones cellulaires pour l'extraction des caractères.

**a. Extraction des bords d'un diamant**

Considérons l'image à gauche en haut de la figure 18; à savoir l'image d'un diamant. Ce que nous voulons faire ici est d'extraire les bords de ce diamant, car elles contiennent la plupart des informations concernant la forme du diamant. Cette fois, nous allons utiliser un autre filtre à deux dimensions, appelé opérateur de Laplace, montré dans la figure 14, comme l'opérateur de rétroaction de notre réseau de neurones cellulaires. Le laplacien est un opérateur bien connu qui est bon pour la détection de contours [39], [40]. Nous utilisons toujours les mêmes paramètres  $C$ ,  $R_x$ , et  $B(i, j ; k, l)$  que ceux dans le circuit de la Section 2. Toutefois, on choisit  $I = -1.75 \times 10^{-3}A$  pour notre réseau de neurones cellulaires d'extraction des contours du diamant.

|      |      |      |
|------|------|------|
| 0.0  | -0.5 | 0.0  |
| -0.5 | 2.0  | -0.5 |
| 0.0  | -0.5 | 0.0  |

Figure 14. Modèle de clonage définissant le Laplacien

L'équation de circuit de cellule de ce réseau de neurones cellulaires est donnée par :

$$\frac{dv_{xij}(t)}{dt} = 10^6[-v_{xij}(t) - 0.5v_{yi-1j}(t) - 0.5v_{yij-1}(t) + 2v_{yij}(t) - 0.5v_{yij+1}(t) - 0.5v_{yi+1j}(t) - 1.75]$$

(17a)

$$\text{Et } v_{yij}(t) = 0.5(|v_{xij}(t) + 1| - |v_{xij}(t) - 1|), 1 \leq i \leq 16, 1 \leq j \leq 16 \tag{17b}$$

Le résultat de notre simulation de circuit est montré dans la figure 18, qui est exactement ce que nous attendons. Le paramètre I dans cet exemple permet de contrôler les

dérivées des variables d'état, et peut donc affecter la dynamique des réseaux de neurones cellulaires. Par exemple, si nous choisissons  $I = -1.5 \times 10^{-3} A$  ou  $I = -2.0 \times 10^{-3} A$  et conservons les autres paramètres du circuit les mêmes que ceux ci-dessus, ensuite les résultats de simulations seront indiqués dans la figure 19 ou figure 20, respectivement.

**b. Extraction des bords d'un carré**

Si nous utilisons le réseau de neurones cellulaires conçus dans la section précédente avec (17) pour traiter l'image en haut à gauche de la figure 21, on obtiendrait des résultats, comme indiqué dans la figure 21. Remarquons que l'image de sortie, ou la sortie du réseau de neurones cellulaires à l'état stable, ne parvient pas à extraire les bords du carré: seuls les nouveaux coins ont été extraits.

Jetant un coup d'œil plus près de la règle dynamique de ce réseau de neurones cellulaires. Au temps initial  $t=0$  du circuit transitoire, on peut dénombrer un maximum de dix structures possibles, comme indiqué dans la figure 15, autour d'une cellule. (Ici, nous avons ignoré les cellules sur la limite de l'image et inscrit seulement ces structures qui ne peuvent être obtenues à partir des autres par une transformation symétrique, par exemple, une rotation) La dérivée de la tension d'état par rapport au temps  $t$ , au temps initial  $t=0$  peut être calculée à partir de (17), à savoir :

- a)  $-0.75 \times 10^6$ ;
- b)  $-0.75 \times 10^6$ ;
- c)  $-1.75 \times 10^6$ ;
- d)  $-1.75 \times 10^6$ ;
- e)  $-2.75 \times 10^6$ ;
- f)  $-2.75 \times 10^6$ ;
- g)  $-2.75 \times 10^6$ ;
- h)  $-1.75 \times 10^6$ ;
- i)  $-1.75 \times 10^6$ ;
- j)  $-0.75 \times 10^6$ .

|      |      |      |
|------|------|------|
| -1.0 | -1.0 | -1.0 |
| -1.0 | -1.0 | -1.0 |
| -1.0 | -1.0 | -1.0 |

(a)

|      |      |      |
|------|------|------|
| -1.0 | -1.0 | -1.0 |
| -1.0 | -1.0 | -1.0 |
| -1.0 | -1.0 | -1.0 |

(b)

|      |      |      |
|------|------|------|
| -1.0 | -1.0 | -1.0 |
| -1.0 | -1.0 | -1.0 |
| -1.0 | -1.0 | -1.0 |

(c)

|      |      |      |
|------|------|------|
| -1.0 | -1.0 | -1.0 |
| -1.0 | -1.0 | -1.0 |
| -1.0 | -1.0 | -1.0 |

(d)

|      |      |      |
|------|------|------|
| -1.0 | -1.0 | -1.0 |
| -1.0 | -1.0 | -1.0 |
| -1.0 | -1.0 | -1.0 |

(e)

|      |      |      |
|------|------|------|
| -1.0 | -1.0 | -1.0 |
| -1.0 | -1.0 | -1.0 |
| -1.0 | -1.0 | -1.0 |

(f)

|      |      |      |
|------|------|------|
| 1.0  | -1.0 | -1.0 |
| -1.0 | -1.0 | -1.0 |
| -1.0 | -1.0 | -1.0 |

(g)

|      |      |      |
|------|------|------|
| -1.0 | -1.0 | -1.0 |
| -1.0 | -1.0 | -1.0 |
| -1.0 | -1.0 | -1.0 |

(h)

|      |      |      |
|------|------|------|
| -1.0 | -1.0 | -1.0 |
| -1.0 | -1.0 | -1.0 |
| -1.0 | -1.0 | -1.0 |

|      |      |      |
|------|------|------|
| -1.0 | -1.0 | -1.0 |
| -1.0 | -1.0 | -1.0 |
| -1.0 | -1.0 | -1.0 |

(i)

(j)

**Figure 15 : Dix relations de cellule avec leurs voisins**

Remarquons que toutes les cellules ont une dérivée négative de tension état à l'instant initial du circuit transitoire. Il s'ensuit que les tensions d'état de toutes les cellules doivent décroître à  $t=0$ . Pour les cellules avec les structures de la figure 15(a)-(e), tous les états de tensions  $v_{xij}(t)$  commencent par une diminution de -1,0 (le centre de chaque modèle en (a)-(e) est égale à -1.0), et donc les tensions de sortie correspondantes restera inchangées à  $v_{xij}(t) = -1.0$ . Par conséquent, ces cellules ne changent pas leurs effets sur leurs cellules voisines. Toutefois, pour ces cellules avec les structures de (f)-(j) dans la figure 15, l'état et les tensions de sortie doivent diminuer de 1,0 (le centre de chaque modèle de ((f)-(j) est égal à 1.0) simultanément. Ainsi, ces cellules affecteront sur le taux de variation des tensions d'état de leurs cellules voisines. Étant donné que ces cellules avec la structure de (j) de la figure 15 (les cellules du coin) ont le taux le plus lent ( $-0,75 \times 10^6$ ), les valeurs de tension au niveau des cellules du coin deviendront relativement, à mesurer que le temps augmente, plus grandes que celles de leurs voisins au cours de l'évolution transitoire. Ceci peut rendre leur taux de tension d'état positif. (En fait, c'est exactement ce qui se passe dans cet exemple.) Puisque les tensions des cellules du coin augmenteront après leurs taux deviennent positifs, leurs tensions de sortie correspondantes tendront à 1,0 sur le circuit de l'état d'équilibre. À la lumière de la dynamique de circuit ci-dessus, le résultat dans la figure 21 n'est pas surprenant.

Remplaçons l'opérateur Laplacien par celui de la figure 16, et utilisons le paramètre  $I = -2.0 \times 10^{-3}A$ . D'après les résultats de la simulation de la figure 22, nous pouvons voir que, en plus de l'extraction des bords du carré, nous avons également extrait quatre autres points. Cela se produit parce que les dérivées des variables d'état des cellules ne cessent de changer durant la transition du circuit. Par exemple, la dérivée de la tension d'État pour la cellule

$C(6,7)$  dans la figure 22 est négative à l'instant initial, mais elle devient positif après 15 étapes de temps dans la réponse transitoire. Ceci génère la tension d'état de  $C(6,7)$  afin d'accroître à son état d'équilibre stable.

|      |      |      |
|------|------|------|
| 0.0  | -1.0 | 0.0  |
| -1.0 | 4.0  | -1.0 |
| 0.0  | -1.0 | 0.0  |

Figure 16. Modèle de clonage définissant le Laplacien. L'unité est  $10^{-3} \Omega^{-1}$

|     |     |     |
|-----|-----|-----|
| 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 2.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 |

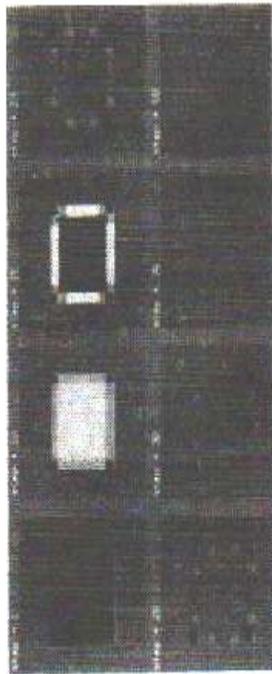
(a)

|       |       |       |
|-------|-------|-------|
| -0.25 | -0.25 | -0.25 |
| -0.25 | 2.0   | -0.25 |
| -0.25 | -0.25 | -0.25 |

(b)

Figure 17. (a) modèle de clonage de l'opérateur de rétroaction pour l'angle du détecteur. (b) modèle de clonage du contrôleur d'opérateur pour un angle de détecteur.

La cause du problème ci-dessus peut donc être attribuée à la perte de l'information originale de l'image pendant la transition du circuit. Cette observation suggère que si nous choisissons un opérateur de contrôle non nulle dans un réseau de neurones cellulaires et utilisons l'image d'entrée à la fois comme entrée et comme condition initiale du circuit, puis le problème ci-dessus ne devrait pas se poser, car l'entrée (image d'entrée) permettra de maintenir la même valeur lors des transitions de circuit.



9

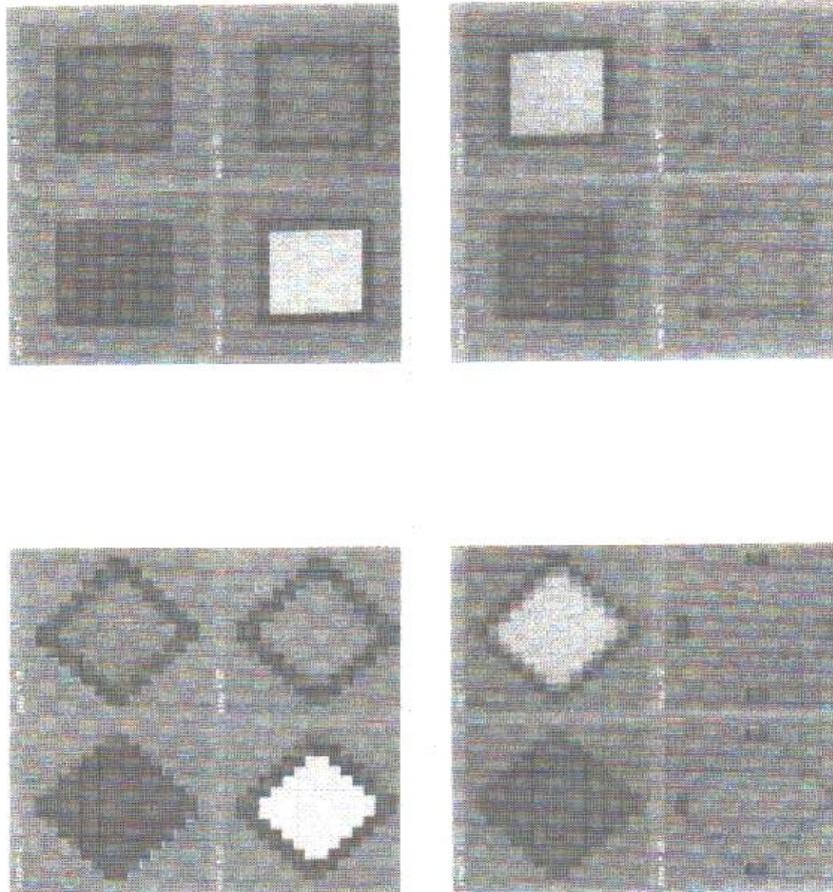
20



### c. Détection du bord par le Réseau de Neurones Cellulaires

Nous utilisons notre expérience ci-dessus, nous concevons un détecteur maintenant plus pratique de bord. Dans la détection du bord par un réseau de neurones cellulaires, les opérateurs de rétroaction et de contrôle sont non nuls, leurs modèles de clonage sont présentés dans les figures 17(a) et (b), respectivement. Les autres paramètres de circuit sont choisis comme suit:  $C = 10^{-9}F$ ;  $R_x = 10^3\Omega$ ; et  $I = -1.5 \times 10^{-3}A$

Les résultats de simulation de circuit de ce réseau de neurones cellulaires pour détecter les bords d'un diamant et un carré sont représentés aux figures 23 et 24, respectivement, où les images d'entrée sont choisies à la fois comme entrées et comme conditions initiales du détecteur du bord. De toutes les photos dans les figures 23 et 24, nous pouvons voir la performance parfaite de ce réseau de neurones cellulaires.



Notons que, bien que nous puissions utiliser un calculateur numérique pour faire le même travail que le détecteur de bord ci-dessus, ici la vitesse de traitement du réseau de neurones cellulaires est beaucoup plus rapide que celle des calculateurs numériques. Pour les paramètres du circuit choisis dans cet exemple, la vitesse de traitement est d'environ  $10^{-6}$  secondes. En outre, la vitesse de traitement du réseau de neurones cellulaires est indépendante de la taille du circuit. Cela signifie qu'elle ne prend pas plus de temps pour traiter une image  $512 \times 512$  que de traiter une de  $16 \times 16$  pixels.

#### **d. Détection de coin par le Réseau de Neurones Cellulaires**

Pour obtenir un réseau de neurones cellulaires de détection de coin, nous changeons le paramètre de circuit  $I$  à  $-3 \times 10^{-3} A$  et gardons les autres paramètres les mêmes que celles dans le détecteur de pointe conçu dans la section précédente. Les résultats de simulation de ce détecteur de coin pour la détection des coins d'un diamant et un carré sont représentés dans les figures 25 et 26, respectivement.

### **6. Reconnaissance des caractères chinois par les Réseaux de Neurones Cellulaires**

Il ya environ 60000 caractères chinois et environ 6000 d'entre eux sont utilisés dans la vie quotidienne. Le nombre excessivement élevé de caractères chinois rend le problème de reconnaissance de caractères chinois beaucoup plus difficile que d'autres problèmes de reconnaissance de caractères. Pendant les vingt dernières années, les recherches sur le problème de reconnaissance de caractères chinois s'est concentré exclusivement sur des algorithmes utilisant des calculateurs numériques.

Théoriquement, le problème de reconnaissance des caractères chinois a été résolu pour les 6000 caractères plus couramment utilisés [41]. Mais la vitesse de reconnaissance lente continue d'être le problème principal dans ce domaine. Au meilleur de notre connaissance, la

---

vitesse moyenne actuelle pour la reconnaissance des caractères chinois en utilisant des calculateurs numériques ordinaires est environ 2 caractères par seconde, à partir d'un vocabulaire composé de 6000 caractères de base. Cette vitesse de reconnaissance est beaucoup trop lente pour les besoins pratiques. La raison de cette faible vitesse de reconnaissance est que la nature de l'algorithme de reconnaissance de caractères chinois implique principalement le traitement en parallèle, en raison de la structure bidimensionnelle des caractères, mais les calculateurs numériques classiques sont des machines de traitement séquentiel.

D'après les exemples d'extraction de caractères, nous avons vu que les réseaux de neurones cellulaires peuvent extraire certaines caractéristiques des images à l'aide des règles dynamiques appropriées. Par conséquent, le réseau de neurones cellulaires pourrait être un outil efficace pour résoudre le problème de reconnaissance de caractères chinois. Premièrement, nous pouvons concevoir des différents réseaux de neurones cellulaires pour l'extraction des caractéristiques différentes des caractères chinois. Ensuite, nous pourrions passer les caractères de l'image simultanément à tous les circuits d'extraction des caractéristiques distinctes en parallèle. Après que la transition soit fixée, (les constantes de temps des réseaux de neurones cellulaires sont généralement moins que  $10^{-6}$  secondes), nous aurions extrait les différentes caractéristiques du caractère d'entrée originale, qui peut ensuite être utilisé pour un meilleur niveau de reconnaissance des caractères en utilisant un ordinateur ou tout autre type de machine de traitement. À titre d'exemple, nous allons présenter un circuit simple d'extraction des caractères et l'utiliser pour traiter quelques caractères chinois simples.

Les caractères que nous voulons extraire ici sont les coins convexes des traits des caractères chinois. Pour cette raison, nous allons utiliser le détecteur de coin destiné à la section 5.a comme notre réseau de neurones cellulaires d'extraction des caractères. Les Figures 27-34 sont les résultats de simulation des 8 caractères chinois ont obtenu en utilisant

notre circuit d'extraction de coin. À partir des résultats de simulation, nous pouvons constater que les coins convexes des traits des caractères ont été extraits. Ces coins contiennent beaucoup d'informations structurelles des caractères, et pouvons les utiliser pour le codage des caractères.

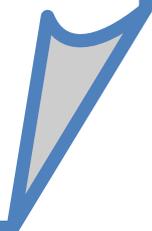
Le but de ces exemples est de démontrer la capacité d'extraction des caractères du réseau de neurones cellulaires dans le traitement d'images. Quel type de caractéristiques structurelles qui sont utiles pour la reconnaissance de caractères chinois et la façon de les extraire en utilisant les réseaux de neurones cellulaires qui représentent deux futurs problèmes importants dans la recherche.

La résolution des caractères des images est alors pauvre en raison de la petite taille de notre matrice de pixels. En reconnaissance des caractères chinois, la matrice typique des pixels pour les caractères des images est de 48 X 48 ou 64 X 64. Notre expérience montre que plus la taille du réseau de neurones cellulaires est grande, plus la capacité d'extraction des caractéristiques est meilleure en raison de l'accroissement de la résolution spatiale. VLSI techniques permet la possibilité d'agrandir les dimensions du réseau de neurones cellulaires.

## **7. Conclusion**

Nous avons présenté quelques applications des réseaux de neurones cellulaires en traitement d'images et reconnaissance de formes. Pour ces applications, le réseau de neurones cellulaires fonctionne comme un filtre à deux dimensions. Toutefois, contrairement aux filtres numériques classiques à deux dimensions, notre réseau de neurones cellulaires utilise le traitement parallèle de l'espace d'image d'entrée et délivre sa sortie en temps continu. Cette caractéristique remarquable permet de traiter une image de grande taille en temps réel. En outre, la propriété interactive des plus proches voisins du réseau de neurones cellulaires qui les rend beaucoup plus favorables à l'exécution de VLSI.

*Chapitre IV*  
*Résultats et Discussion*



## 1. Introduction

Dans ce chapitre, on va voir l'une des applications des réseaux de neurones cellulaires dans le traitement d'images ; ça concerne la réduction de bruit des images échographiques en appliquant deux méthodes: le simulateur des réseaux de neurones cellulaires (Cellular Neural Network Simulator), et la simulation par Matlab. Mais avant de considérer le problème de traitement d'image réel, il est instructif de regarder un exemple très simple. Même si c'est un problème très simplifié de traitement d'image, cet exemple nous aidera à comprendre certains comportements dynamiques de réseaux de neurones cellulaires et de tirer quelques idées intuitives sur la manière de concevoir des réseaux de neurones cellulaires pour résoudre un problème pratique spécifique de traitement d'image.

## 2. Etude de la stabilité de notre réseau de neurones cellulaires 4X4

Un problème important en traitement d'images, c'est la classification de pixel [12]. Pour illustrer ce concept, prenons une partie de notre image, comme indiqué dans la figure 1 (a). Cette image est une matrice de pixels 4X4 avec chaque valeur de pixel  $P_{ij} \in [0,1]$ , pour  $1 \leq i \leq 4$  et  $1 \leq j \leq 4$ . Supposons que le pixel de valeur 0 correspond à un fond blanc, le pixel de valeur 1 correspond à un point noir et les valeurs des pixels entre 0 et 1 correspondent aux valeurs de gris. Le problème de classification de pixel est de classer chaque pixel de l'image en deux ou plusieurs classes.

Du point de vue mathématique, la classification de pixel peut être considérée comme une carte,  $F$ , qui fait correspondre un espace vectoriel continue dans un espace vectoriel discret tel qu'il est définie ci-dessous :

$$F: [a, b]^{M \times N} \rightarrow \{A, B, C, \dots\}^{M \times N} \quad (1)$$

Où  $M \times N$  est le nombre de pixels dans une image et  $A, B, C, \dots$  signifie les différentes classes. Pour cet exemple, nous voulons assigner à chaque pixel dans le tableau une des deux valeurs,

-1 et 1, basé sur certaines règles de classification et les valeurs originales du pixel. Donc, F est définie par :

$$F: [0.0, 1.0]^{M \times N} \rightarrow \{-1, 1\}^{M \times N} \quad (2)$$

Pour étudier la stabilité de notre réseau de neurones cellulaires, dont son rôle est de filtrer l'image d'entrée et afin de simplifier notre analyse, nous avons choisi une règle dynamique très simple pour cette étude. Les paramètres d'élément de ce circuit de la cellule  $C(i, j)$  sont choisis comme suit :

$$C = 10^{-9} F; R_x = 10^8 \Omega; I = 0$$

$$A(i, j; i - 1, j - 1) = A(i, j; i - 1, j + 1) = 0$$

$$A(i, j; i, j) = 2 \times 10^{-8} \Omega^{-1};$$

$$A(i, j; i, j - 1) = A(i, j; i - 1, j) = A(i, j; i, j + 1) = A(i, j; i + 1, j) = 10^{-8} \Omega^{-1}$$

$$A(i, j; i + 1, j - 1) = A(i, j; i + 1, j + 1) = 0$$

Pour un système de voisinage 3X3, les équations dynamiques du réseau de neurones cellulaires correspondant aux paramètres ci-dessus sont données par :

$$\frac{dv_{xij}(t)}{dt} = 10^8 [-v_{xij}(t) + v_{yi-1j}(t) + v_{yij-1}(t) + 2v_{yij}(t) + v_{yij+1}(t) + v_{yi+1j}(t)] \quad (3a)$$

$$\text{Et } v_{yij}(t) = 0.5 (|v_{xij}(t) + 1| - |v_{xij}(t) - 1|) \quad (3b)$$

On note que nous avons choisi l'opérateur de contrôle  $B(i, j; k, l) = 0$  pour tout  $i, j, k$ , et  $l$  dans ce circuit, et  $A(i, j; k, l) > 1/R_x$ .

Pour cet exemple, l'état initial du réseau de neurones cellulaires est la matrice de pixels montrée dans le tableau suivant :

|     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|
| 1.0 | 1.0 | 1.0 | 0.0 |
| 1.0 | 1.0 | 1.0 | 0.0 |
| 1.0 | 1.0 | 1.0 | 0.0 |
| 1.0 | 1.0 | 1.0 | 0.0 |

Tableau 1 : Valeurs d'états initiales d'une partie de notre image de dimension 4x4

Les équations de circuit (3a) et (3b) sont des équations différentielles ordinaires non linéaires de premier ordre. En théorie des systèmes, ils sont aussi appelés un système autonome linéaire par morceaux. En général, il est difficile de prédire le comportement des systèmes complexes dynamiques non linéaires. Mais notre analyse dans le chapitre II montre que le circuit dans cet exemple aura tendance à l'un de ses points d'équilibre. Analysons maintenant le comportement de l'état stable de ce système.

Les points d'équilibre du système peuvent être trouvés en résolvant les équations de circuit équivalent (remplaçant tous les condensateurs par un circuit ouvert):

$$v_{xij}(t) = 2v_{yij}(t) + v_{y(i-1)j}(t) + v_{y(i+1)j}(t) + v_{yij-1}(t) + v_{yij+1}(t) \quad (4a)$$

$$v_{yij}(t) = 0.5(|v_{xij}(t) + 1| - |v_{xij}(t) - 1|), 1 \leq i \leq 4; 1 \leq j \leq 4 \quad (4b)$$

Sous ces conditions:

$$|v_{xkl}| \geq 1, 1 \leq k, l \leq 4 \quad (5a)$$

Et  $|v_{ykl}| = 1, 1 \leq k, l \leq 4 \quad (5b)$

On remplace dans l'équation (4a) la fonction  $sgn(\cdot)$  définie comme suit :

$$sgn = \begin{cases} 1, x > 0 \\ 0, x = 0 \\ -1, x < 0 \end{cases}$$

On obtient :

$$v_{xij} = 2sgn(v_{yij}) + sgn(v_{y(i-1)j}) + sgn(v_{y(i+1)j}) + sgn(v_{yij-1}) + sgn(v_{yij+1}) \quad (6)$$

En substituant  $v_{yij-1}$  et  $v_{yij+1}$  dans les équations ci-dessus par  $\pm 1$ , en considérant que  $sgn[v_{yij}] = sgn[v_{xij}]$ . A partir de (6), on obtient les six points d'états d'équilibre stables de notre circuit cellulaire interne suivants: -6, -4, -2, 2, 4 et 6.

Le réseau de neurone cellulaire est présenté dans la figure suivante :

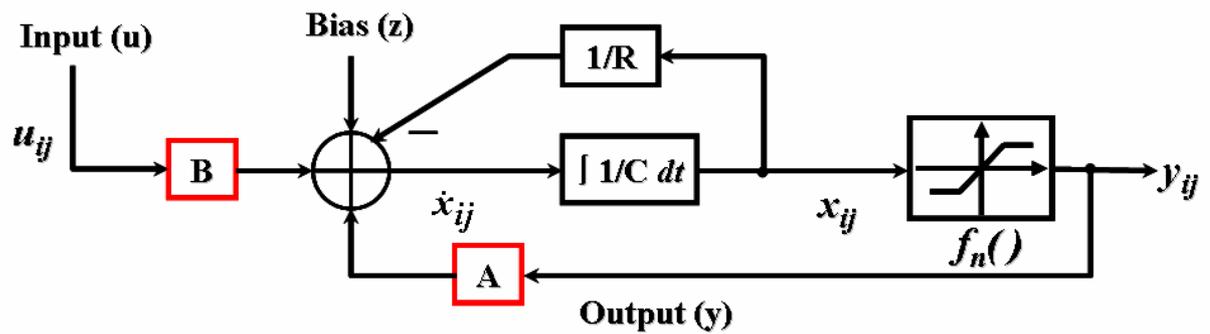


Figure 1: Le diagramme du bloc du réseau de neurone cellulaire.

Et la brochure interne de chaque cellule est montrée dans la figure suivante :

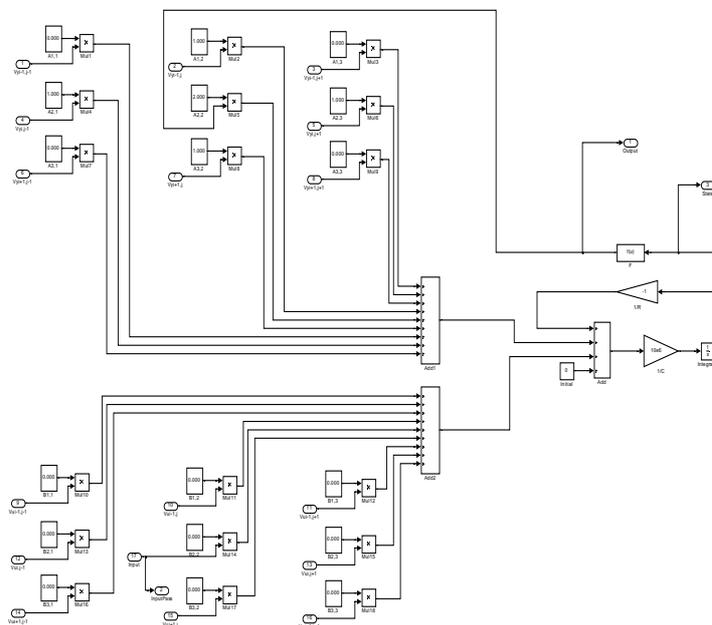


Figure 2: Le diagramme du bloc du Réseau de Neurone Cellulaire (la structure interne de la cellule)

La simulation faite en suivant les étapes suivantes :

**Étape 1:** on dessine notre cellule l'élément de base de notre circuit dans le simulink en lui fournissant par les valeurs d'état initiale indiquées dans le tableau1 et les valeurs des modèles A, B et I qui sont respectivement :

|     |     |     |
|-----|-----|-----|
| 0.0 | 1.0 | 0.0 |
| 1.0 | 2.0 | 1.0 |
| 0.0 | 1.0 | 0.0 |

**Tableau 2 : valeurs du modèle (template)  $A(i,j ;k,l)$**

|     |     |     |
|-----|-----|-----|
| 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 |

**Tableau 3 : valeurs du modèle (template)  $B(i,j ;k,l)$**

|     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |

**Tableau 4 : valeurs du modèle (bias)  $I$**

Avec  $C=10^{-9}F$  ;  $R_x=10^3\Omega$

**Etape 2:** Ecrire un fichier de données de cellules, qui se compose de la condition initiale et / ou l'entrée du réseau de neurones cellulaires.

**Etape 3:** Après l'exécution de la cellule avec la description du circuit et les fichiers de données, on obtient le fichier d'entrée pour le simulateur de circuit.)

**Etape 4:** Obtenir la sortie de la simulation transitoire de la cellule  $C(2,2)$  qui est montrée dans les tableaux 5 et 6 et la figure 3

|      |      |      |      |
|------|------|------|------|
| 4.0  | 3.0  | -3.0 | -4.0 |
| 3.0  | 2.0  | -4.0 | -5.0 |
| -3.0 | -4.0 | -6.0 | -5.0 |
| -4.0 | -5.0 | -5.0 | -4.0 |

**Tableau 5 : valeurs d'états finaux**

|      |      |      |      |
|------|------|------|------|
| 1.0  | 1.0  | -1.0 | -1.0 |
| 1.0  | 1.0  | -1.0 | -1.0 |
| -1.0 | -1.0 | -1.0 | -1.0 |
| -1.0 | -1.0 | -1.0 | -1.0 |

Tableau 6 : valeurs d'états stables

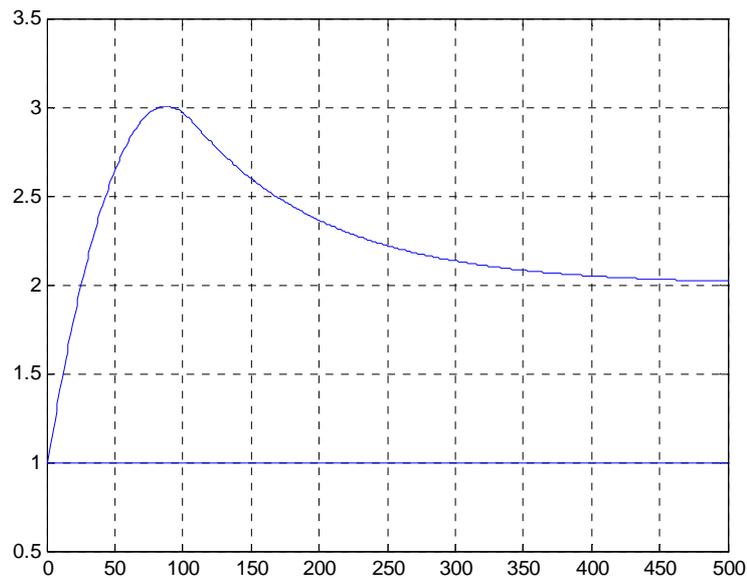


Figure 3: Forme d'onde transitoire pour la cellule C(2,2) dans le cas d'un seul état initial

État initial \_1=[0.8 0.7 1.0 -0.1; 1.0 1.0 1.0 1.0; 1.0 0.9 0.7 0.8; -0.1 1.0 0.8 1.0];

État initial \_2=[0.8 1.0 1.0 0.6; 1.0 1.0 1.0 1.0;-1.0 0.9 -1.0 -0.8; -0.9 -1.0 -0.7 -0.8];

État initial \_3=[-0.8 1.0 -1.0 -0.6; 1.0 1.0 1.0 -1.0; -1.0 0.9 -1.0 -0.8; -0.9 -1.0 -0.7 -0.8];

État initial \_4=[-0.9 -1.0 1.0 1.0; -1.0 1.0 -1.0 1.0; 1.0 -1.0 0.7 0.8; 0.9 1.0 0.8 1.0];

État initial \_5=[-0.9 -1.0 -0.9 -1.0; -1.0 1.0 -1.0 -1.0; 1.0 -1.0 1.0 1.0; 0.7 1.0 1.0 0.8];

État initial \_6=[-0.8 -0.9 -1.0 -0.6; -1.0 1.0 -1.0 -1.0; -1.0 -0.8 -1.0 -0.8; -0.9 -1.0 -0.7 -0.8];

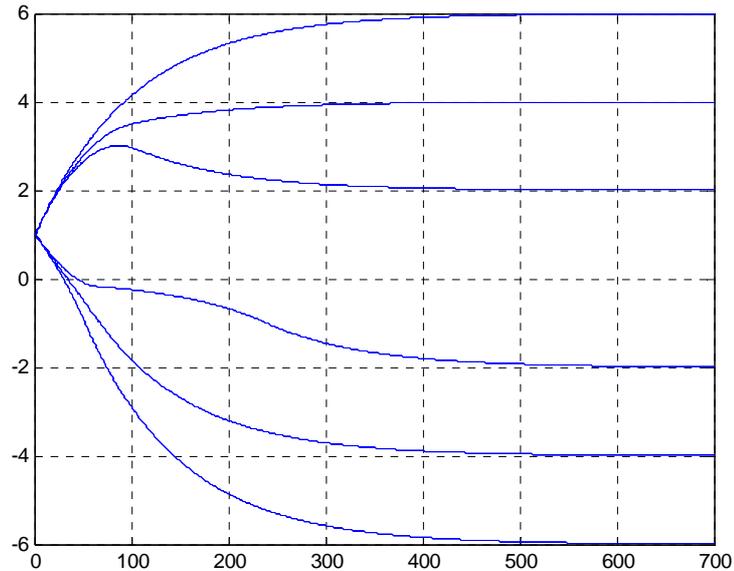


Figure 4: Forme d'onde transitoire pour la cellule  $C(2,2)$  dans le cas de six états initiaux

### 3. Traitement d'images

#### 3.1 Bruitage et Débruitage

Le but est d'étudier le bruit. En effet on va ajouter du bruit (gaussien) à notre image puis on va tenter de le supprimer grâce à l'utilisation d'un filtre Wiener comme nous montre la figure 5.

Après une comparaison est faite à l'aide de l'histogramme :

L'histogramme affiche le nombre de pixel pour chaque niveau de gris de l'image, d'où il faut lire l'image en niveaux de gris.

Une fois l'image pré traitée, on visualise son histogramme afin de connaître les propriétés initiales de l'image et afin de pouvoir comparer l'histogramme initial avec celui après traitement, les résultats sont montrés sur la figure 6.

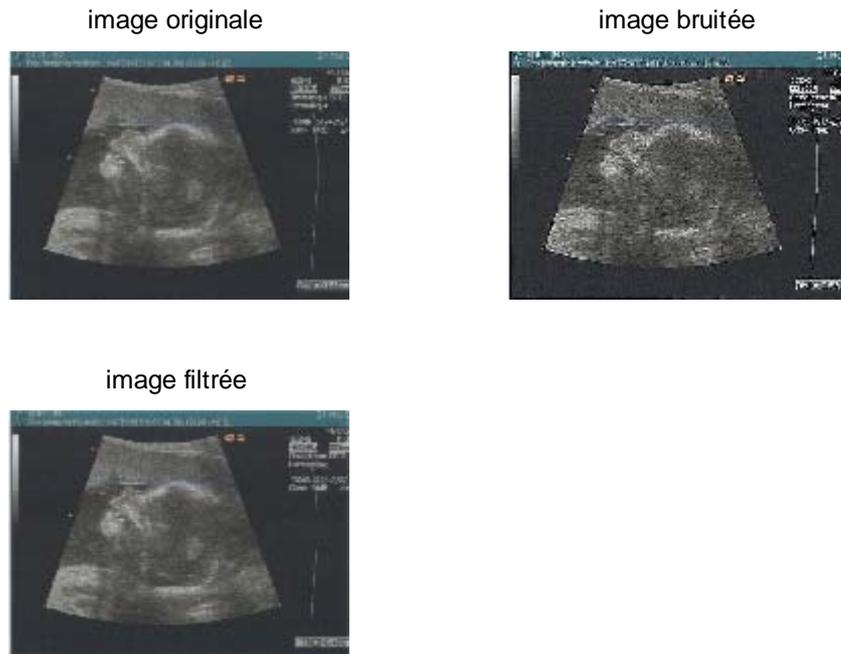
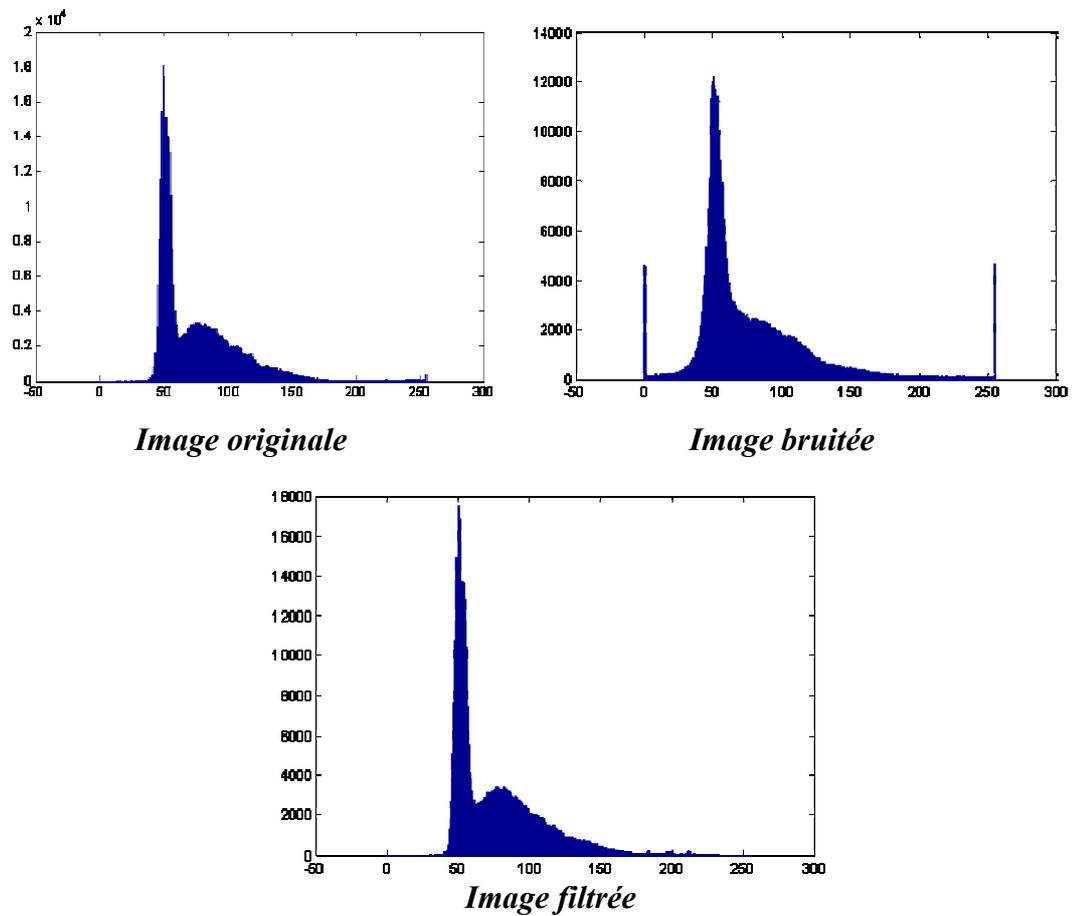


Figure 5 : débruitage des images en niveaux de gris sans binarisation



| Nombre de pixels | Image bruitée | Image filtrée |
|------------------|---------------|---------------|
| Noir             | 4200          | 0             |
| Gris             | 12000~1000    | 18000~3000    |
| Blanc            | 4200          | 100~0         |

*Figure 6 : Comparaisons entre l'histogramme des images: originale, bruitée et filtrée sans binarisation.*

Afin de mesurer la qualité entre l'image originale et celle filtrée, on effectue une autre comparaison en calculant le **PSNR** qui est un rapport qui calcule (peak signal-to-noise ratio) la crête du rapport du signal de bruit (PSNR) entre deux images en Plus le PSNR est grand, plus la qualité des images traitées est meilleure. Le PSNR est calculé selon l'équation suivante:

$$PSNR = 10 \log_{10} \left( \frac{R^2}{MSE} \right) \quad (7)$$

Dans l'équation précédente, R est la variation maximale dans le type de données d'image d'entrée. Par exemple, si l'image d'entrée est de double, alors R est 1. Si elle est de unit 8, R est 255. MSE est l'erreur quadratique moyenne (EQM) qui représente le carré de l'erreur cumulée entre l'image filtrée et l'originale. Plus la valeur de MSE est faible, plus l'erreur est petite. MSE est calculé selon l'équation suivante:

$$MSE = \frac{\sum_{M,N} [I_1(m,n) - I_2(m,n)]^2}{M * N} \quad (8)$$

Dans l'équation précédente, M et N représente le nombre de lignes et de colonnes dans les images d'entrée.

L'erreur quadratique moyenne (MSE) et la crête du rapport du signal sur bruit (PSNR) sont les deux paramètres d'erreur utilisés pour comparer la qualité de compression d'image.

Les résultats de comparaison sont montrés dans le tableau suivant :

| Images                      | MSE       | PSNR    |
|-----------------------------|-----------|---------|
| <b>Bruitée et Filtrée</b>   | 13839451  | 32,1653 |
| <b>Originale et Bruitée</b> | 155148444 | 21,6690 |
| <b>Originale et Filtrée</b> | 21259412  | 30,3009 |

*Tableau 7: Comparaison entre le MSE et le PSNR.*

#### **Interprétations :**

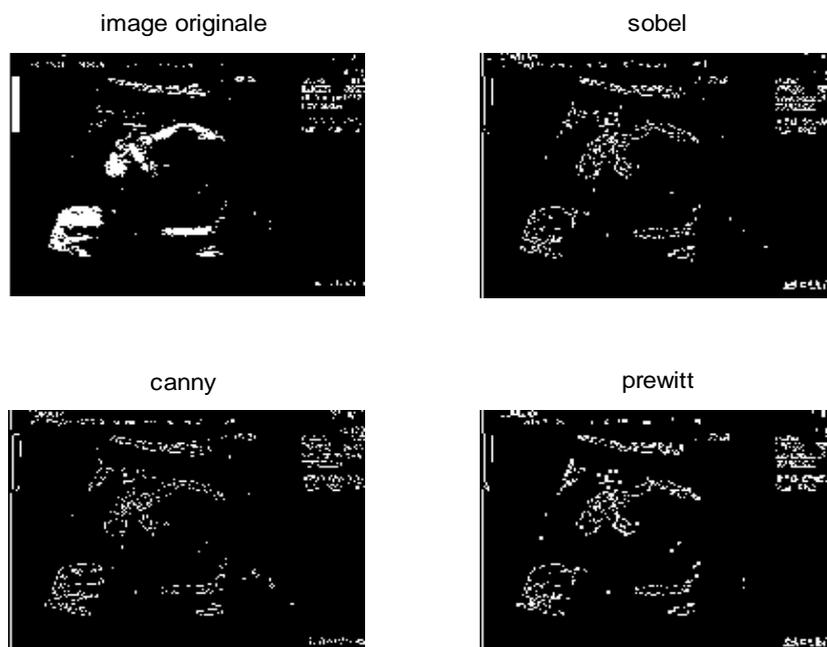
- On remarque les valeurs des PSNR sont un peu élevées surtout celle entre l'image bruitée et filtrée ce qui signifie que la qualité est bonne.
- Commençons par considérer le bruitage. Tout d'abord, il convient de remarquer que notre image source contient en majeure partie des hautes fréquences.
- De plus, le bruit que nous ajoutons est de type impulsionnel donc des hautes fréquences.
- Comme on vient de le remarquer, le bruit était relativement peu visible. On ne peut donc pas juger réellement de l'effet de la suppression du bruit, d'autant plus que l'image étant elle-même composée de nombreuses hautes fréquences, certains éléments de l'image seront supprimés.

### **3.2 Détection des contours et Bruits**

On veut étudier les conséquences de la présence de bruit lors de la détection de contours. Pour ceci :

- on commence par lire l'image que l'on convertit en niveaux de gris.
- On effectue ensuite un seuillage afin de binariser l'image.
- Puis, nous appliquons à cette image binarisée un filtre de Prewitt, Sobel et de Canny afin d'extraire les contours de l'objet.

Les résultats sont montrés sur la figure7 et le calcul des PSNR et MSE des différentes images est montré dans le tableau 8:



**Figure 7 : Détection des contours des images en binaire en présence de bruit**

| Images                     | MSE  | PSNR    |
|----------------------------|------|---------|
| Image originale et Sobel   | 9202 | 11,0356 |
| Image originale et Canny   | 9342 | 10,9700 |
| Image originale et Prewitt | 9573 | 10,8639 |

**Tableau 8 : Mesure de la qualité des différents détecteurs des contours**

#### Interprétations :

- On remarque que les valeurs de PSNR sont faibles ce qui signifie qu'il y a une dégradation dans la qualité des images.
- On peut tout d'abord noter que l'image binarisée laisse des pixels de bruit qui n'étaient pas visibles en niveaux de gris. On remarque également que la détection de contours va amplifier l'importance du bruit puisque les filtres vont les détecter et ainsi matérialiser les contours de ces pixels de bruit.

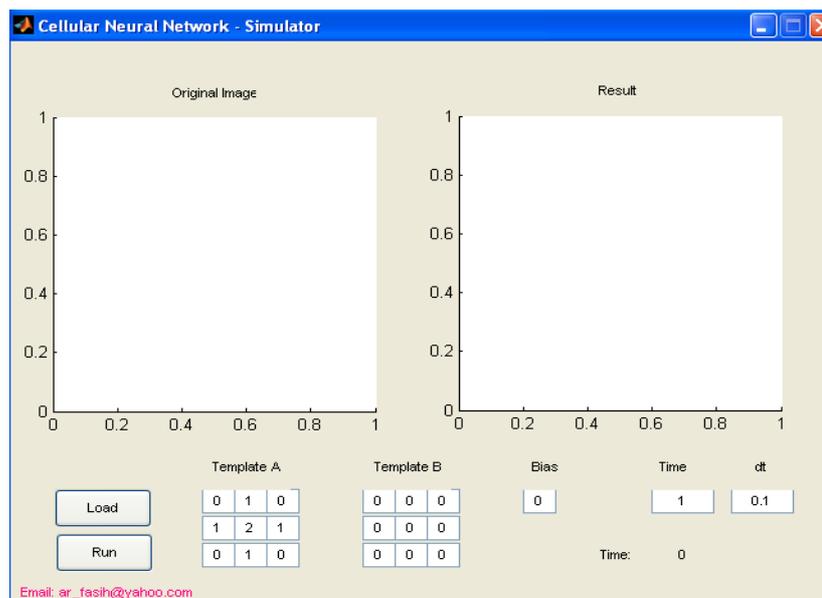
- De plus, on peut remarquer sur cette étude que la présence d'un pixel de bruit très proche d'un contour peut entraîner des erreurs dans la détection des contours de l'image et même entraîner une mauvaise fermeture du contour (surtout avec le filtre de Sobel).

### 3.3 Application des Réseaux de Neurones Cellulaires

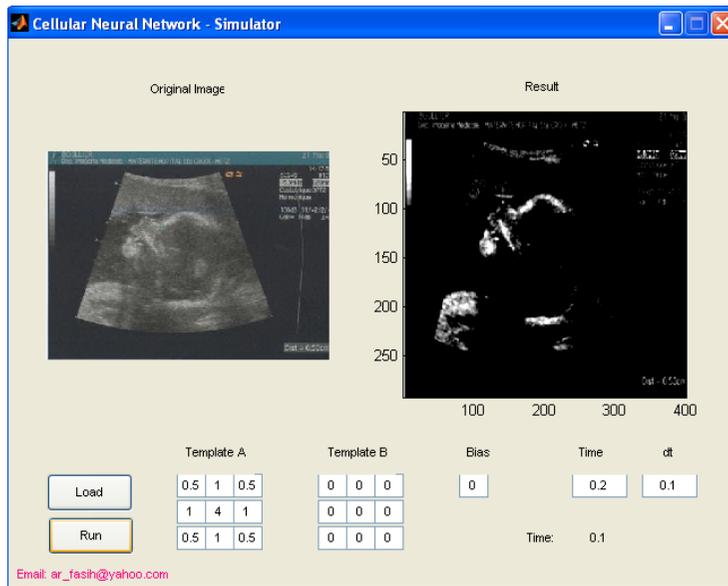
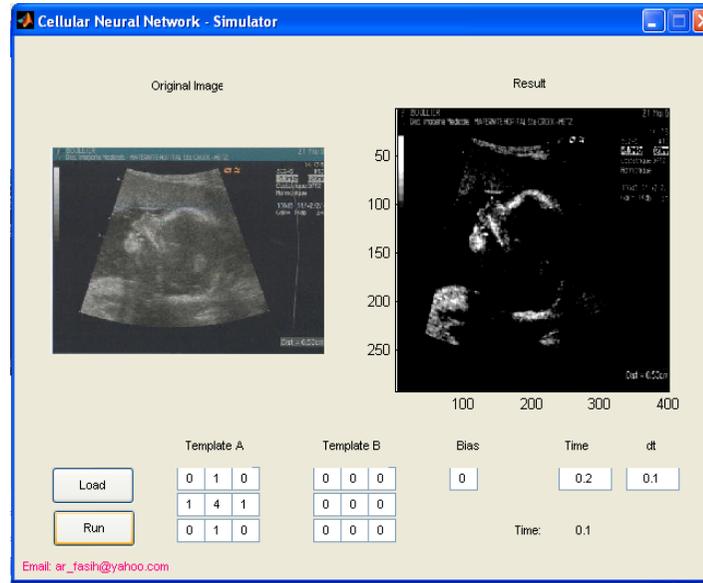
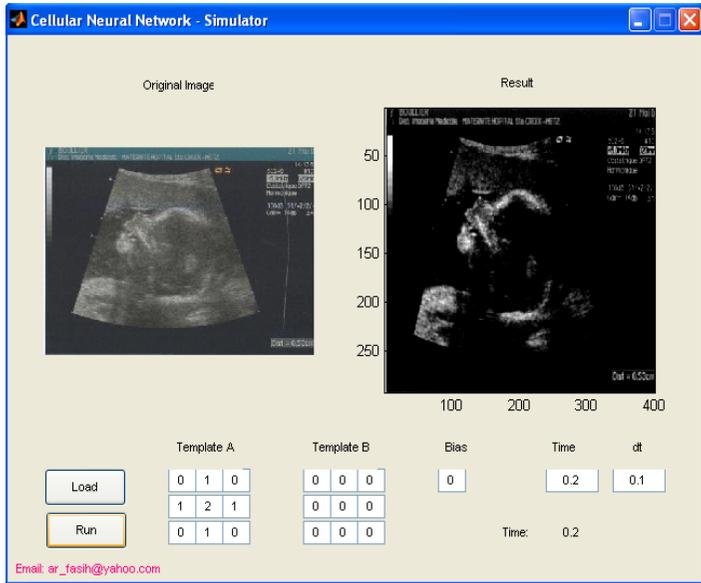
On passe maintenant à l'application des CNN dans le traitement d'image dans le cas de la réduction de bruit de taches dans l'imagerie médicale :

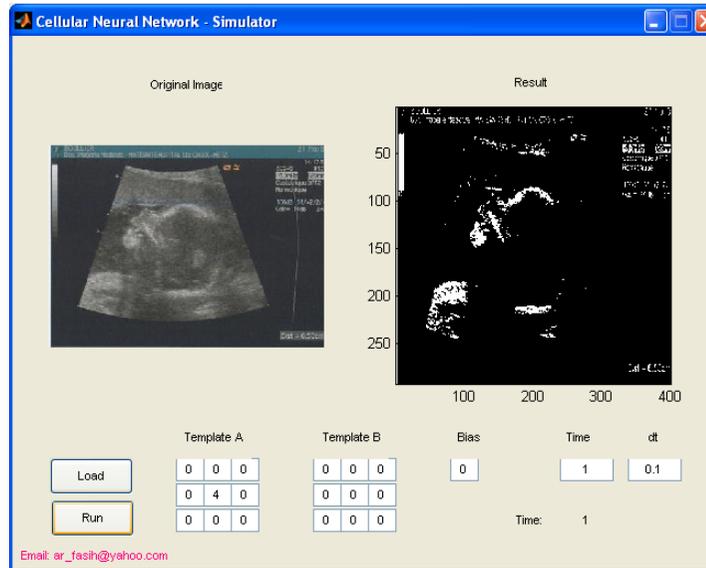
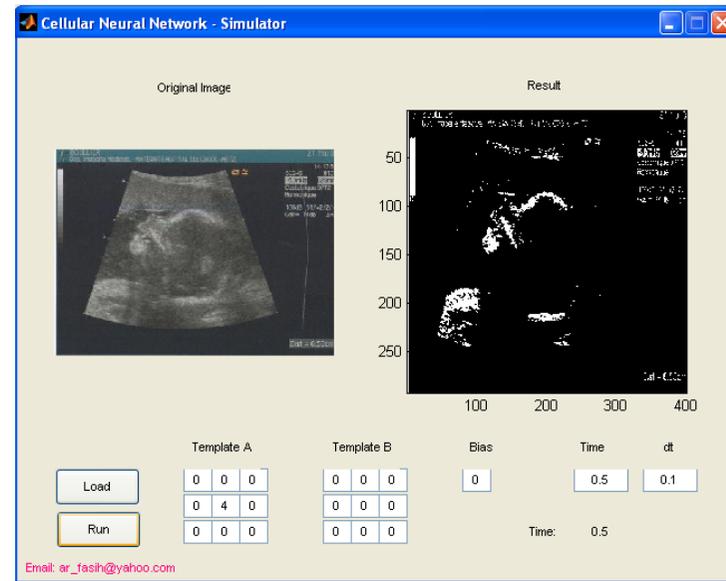
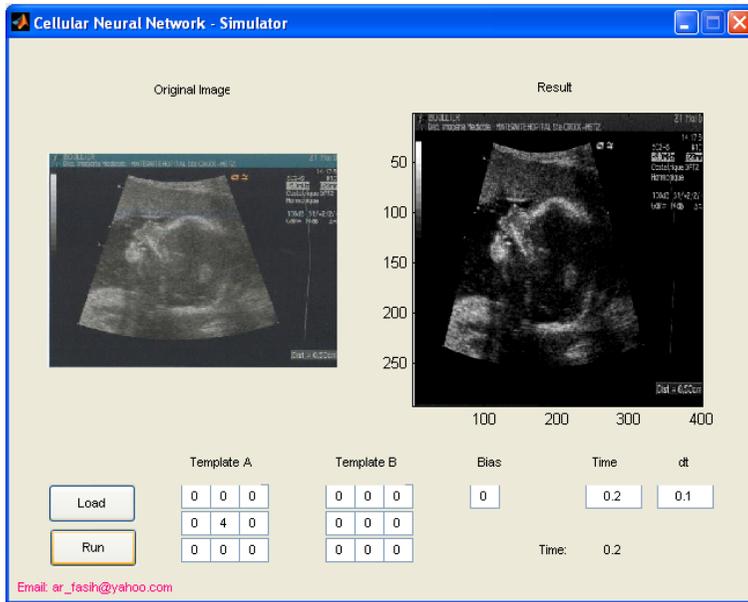
**1<sup>ère</sup> méthode** : Cellular Neural Network Simulator, ce logiciel est montré dans la figure ci-dessous et le traitement se fait comme suit :

- On charge l'image à traiter (load), ici on a choisi une image échographique d'un fœtus de dimension 292x400 pixels.
- En suite on change les valeurs des modèles A, B, I et dt selon la tache qu'on veut exécuter, dans notre cas les valeurs sont présentées dans le schéma dont le but est de réduire le bruit.
- On exécute la simulation (Run),

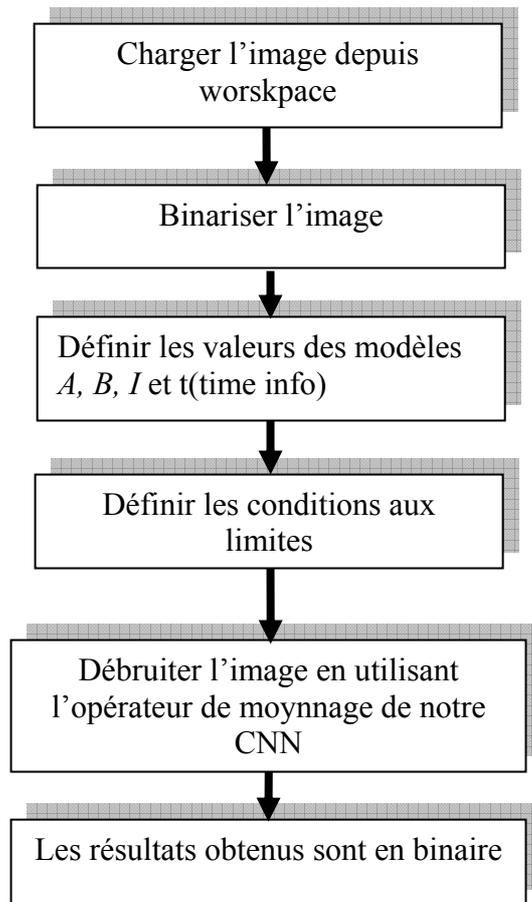


Et les résultats sont les suivants :





2<sup>ème</sup> méthode : pour mesurer la qualité des images on simule notre réseau de neurones cellulaires à l'aide du Matlab comme indique l'organigramme suivant :



Les résultats obtenus sont montrés dans les figures ci-après :

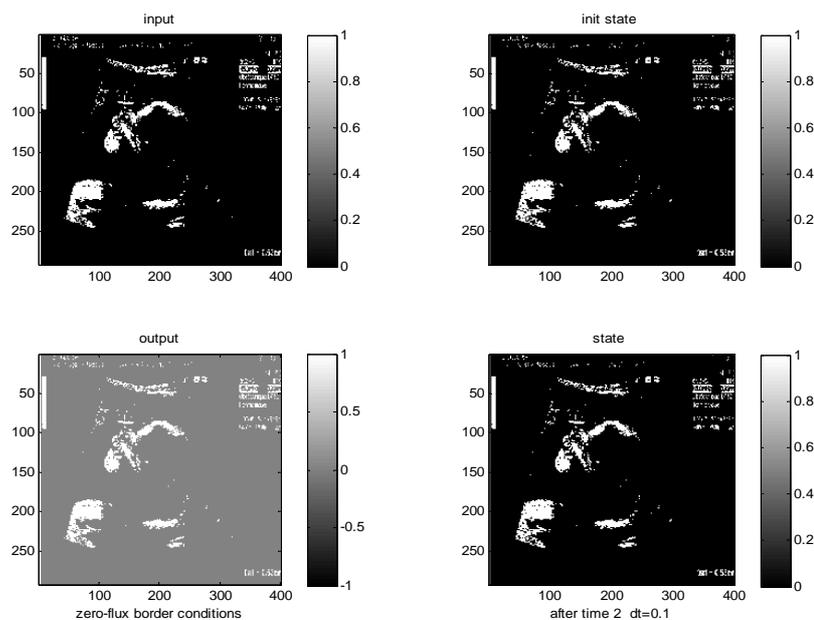


Figure 8 : Débruitage de l'image échographique à l'aide d'un réseau de neurones cellulaires

Donc comme comparaison entre les différents résultats obtenus précédemment (Figure 5 et Figure 8) on trouve les résultats suivants:

| Images                                | MSE       | PSNR    |
|---------------------------------------|-----------|---------|
| <b>Bruitée et Filtrée</b>             | 13839451  | 32,1653 |
| <b>Originale et Bruitée</b>           | 155148444 | 21,6690 |
| <b>Originale et Filtrée</b>           | 21259412  | 30,3009 |
| <b>D'entrée et de Sortie avec CNN</b> | 6         | 42.8929 |

**Tableau 9 : Mesure de la qualité des images obtenues sans binarisation et à l'aide d'un CNN**

On voit clairement que la valeur de PSNR est élevée et celle de l'erreur est faible pour les images obtenues en utilisant les réseaux de neurones cellulaires ce qui signifie que la qualité des images est meilleure en utilisant la technique des CNNs.

#### 4. Comparaison entre un filtre médian et un réseau de neurones cellulaires

Nous avons essayé de comparer les résultats obtenus à l'aide d'un filtre non linéaire comme le filtre médian 3X3 à 2 dimensions appliqué sur une image en binaire bruitée avec deux noyaux le premier est uniforme 3X3 et le deuxième est gaussien avec ceux obtenus par un réseau de neurones cellulaires (CNN). Les résultats sont montrés sur la figure qui suit :



**Image originale(a)**



**Image en binaire(b)**



*Image bruitée à l'aide d'un filtre  
moyenneur 3X3(c)*



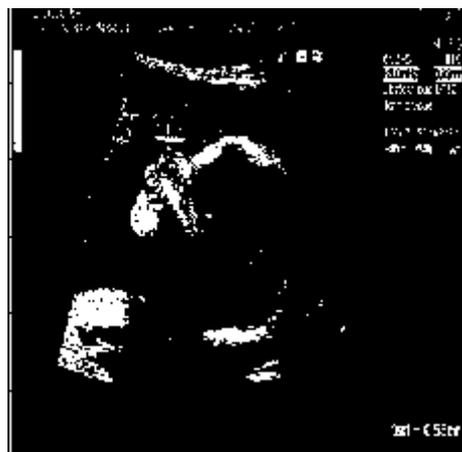
*Image filtrée à l'aide d'un filtre  
médian 3X3(d)*



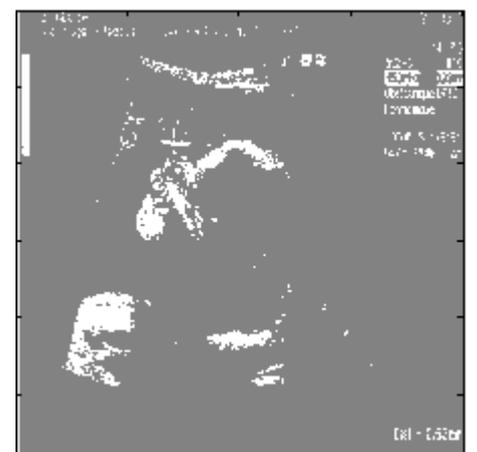
*Image bruitée à l'aide d'un filtre  
gaussien (0.5)(e)*



*Image filtrée à l'aide d'un filtre  
médian 3X3(f)*



*Image filtrée à l'aide d'un CNN à t=4(g)*



*Image filtrée à l'aide d'un  
CNN(h)*

| Images     | MSE      | PSNR    |
|------------|----------|---------|
| (c) et (d) | 120,8519 | 29,8519 |
| (e) et (f) | 728,8914 | 22,0478 |
| (b) et (h) | 6        | 42.8929 |

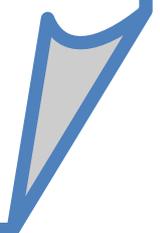
**Figure 9 : Comparaison entre un filtre médian et un réseau de neurones cellulaires**

D'après le PSNR et MSE, on peut constater que les réseaux de neurones cellulaires sont efficaces pour éliminer le bruit dans l'imagerie médicale par rapport à un filtre médian.

## 5. Conclusion

Nous avons abordé, dans ce chapitre, le volet important de ce travail, à savoir, l'utilisation des Réseaux de Neurones Cellulaire dans la réduction de bruit qui à un mauvais effet sur l'imagerie médicale d'où la dégradation de sa qualité. Ce chapitre débute par l'étude de la stabilité de notre réseau de neurones cellulaires, ensuite quelques opérations de traitement d'images sont effectuées sur l'imagerie médicale, et on a terminé par une comparaison entre le filtre médian et notre réseau de neurones cellulaires. D'après les résultats obtenus précédemment on voit clairement que les réseaux de neurones cellulaires sont efficaces dans la réduction de bruit dans l'imagerie médicale.

# *Conclusion et Perspectives*



### CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Dans ce mémoire une nouvelle méthode est présentée dans le traitement d'images, Réseau de Neurones Cellulaires (CNN) qui est un domaine très vaste et ses applications sont très variées.

CNN est un processeur qui pourrait être hybride entre ANN (les réseaux de neurones artificiels) et CA (Continuous Automates). L'unité de traitement des CNN et ANN sont similaires. Dans les deux cas, les unités de traitement sont les entrées multiples des systèmes dynamiques, et le comportement de l'ensemble des systèmes est principalement motivé par le poids de l'unité de traitement linéaire de l'interconnexion. Le discriminateur principal est que dans les processeurs CNN les connexions sont fabriquées localement, alors que dans le ANN, les connexions sont globales. Dans le ANN, les poids contiennent les informations sur le système de traitement de l'état précédent, mais dans les processeurs CNN, les pondérations sont utilisées pour déterminer la dynamique du système.

Nous avons présenté quelques applications des réseaux de neurones cellulaires en traitement d'images et reconnaissance de formes. Pour ces applications, le réseau de neurone cellulaire fonctionne comme un filtre à deux dimensions. Toutefois et contrairement aux filtres numériques classiques à deux dimensions, notre réseau de neurones cellulaires utilise le traitement parallèle de l'espace image d'entrée et délivre sa production en temps continu. Cette caractéristique remarquable permet de traiter une image de grande taille en temps réel. En outre, le plus proche voisin de propriétés interactives des réseaux de neurones cellulaires qui les rend beaucoup plus sensibles.

Cette étude peut être enrichie en utilisant d'autres méthodes telles que les filtres numériques (par exemple RII) et la méthode des SVM (Support Vector Machines) à fin de définir les valeurs des modèles  $A$ ,  $B$ , et  $I$  de notre réseau de neurones cellulaire. Et comme perspectives cette étude peut être élargie en utilisant d'autres algorithmes donnant des résultats plus précis dans un temps réel.

*REFERENCES*  
*BIBLIOGRAPHIQUES*

### REFERENCES :

- [1] Pr Guy Frija, Pr Bernard Mazoyer, " L'imagerie médicale ", avril 2002.
- [2] Hyunkyung Park and Toshironishimura, "reduced speckle noise on medical ultrasound images using cellular neural network with infinite impulse response filter", Engineering in Medicine and Biology Society, 2007. EMBS 2007. 29th Annual International Conference of the IEEE Volume, Issue, 22-26 Aug. 2007, pp 2138 - 2141.
- [3] Banks b, Gordon e et Rawding h, "la détection ultrasonique des défauts dans les matériaux ", paris 1971.
- [4] Brown b et Goodman j.e," ultrasons de haute intensité ", applications industrielles, d Dunod, paris 1971.
- [5] Syrotas a, " bases physique de l'imagerie ultrasonore ", n° paris onze édition h37, 1994.
- [6] Poureclot.l, "Les ultrasons : application médicales ", Inserm 316, Service de médecine nucléaire et ultrasons, Université et CHRU Bretonneau, Tours.
- [7] Rousseau François, " méthodes d'analyse d'images et de calibration pour l'échographie 3d en mode main libre ", Thèse en doctorat présentée à l'université de rennes, 2003.
- [8] Mahaut s, " contribution de la focalisation dynamique à la caractérisation ultrasonore des défauts ", thèse de doctorat de l'université paris vii, octobre 1997.
- [9] Ristic v, "principles of acoustic devices", John willey&sons, New York 1983.
- [10] Arbeille ph, " Les effets biologiques des ultrasons 1<sup>ère</sup> partie : généralités sur les mécanismes physiques des effets biologiques des ultrasons ", j. Lewiner, les éditions de physique Edition, 1999.

## ***Références***

---

- [11] Ribault m, " caractérisation ultrasonore de lésions induites par ultrasons focalisés de haute intensité", thèse de doctorat présentée à l'université Claude Bernard-Lyon I, janvier 1999.
- [12] Jensen, j.a, "medical imaging systems lecture 2 ", ultrasound physics, 1992.
- [13] livet a.j and Preston r.c, " a comparison of the aiim/nema, iec and fda (1980) definitions of various acoustic output parameter for ultrasonic transducers", ultrasound in med. &biol, vol. 11, n°6, pp 793-802, 1985.
- [14] Solacroup j.c, grenier n, et Pellegrin p, " imageries ultrasonores ".
- [15] Paul Barthez, docteur vétérinaire maître de conférences, " l'image ultrasonore bases techniques et matériel ".
- [16] Sahraoui Leila, " Génération et Détection des Ondes de Volume dans les Structures Piézoélectriques et Modélisation d'un Echographe à Ultrasons ".
- [17] Rousseau François, " méthodes d'analyse d'images et de calibration pour l'échographie d en mode main-libre ", Institut de formation supérieur en informatique et communication.
- [18] Ghalmi z, "Contribution au développement d'un capteur d'un capteur ultrasonique pour mesurer l'épaisseur de la glace ", Thèse en doctorat présentée à l'université du Québec à Chicoutimi, mars 2006.
- [19] Leon O Chua, fellow, IEEE, et Lin Yang, student member, IEEE, "cellular neural networks: Theory ", IEEE transactions on circuits and systems, vol. 35, no. 10, october 1988.
- [20] Leon O Chua, fellow, IEEE, et Lin Yang, student member, IEEE, " cellular neural networks: Applications ", IEEE transactions on circuits and systems, vol. 35, no. 10, October 1988.

## ***Références***

---

- [21] J. J Hopfield, "Neural networks and physical systems with emergent computational abilities", Proc. Natl. Acad. Sci. USA, vol. 79, pp. 2554-2558, 1982.
- [22] J. J Hopfield and D. W. Tank, "Computing with neural circuits: a model", Science (USA), vol. 52, pp. 141-152, 1985.
- [23] D. W. Tank and Hopfield, "Simple neuron' optimization networks: An A/D converter, signal decision circuit, and a linear programming circuit", IEEE Trans. Circuits Syst, vol. CAS-33, pp. 533-451, 1986.
- [24] L. O. Chua and T. Lin, "A neural network approach to transform image coding", Int. J. Circuit Theory Appl.
- [25] L.O. Chua. C. A. Desoer, ans E. S. Kuh, "Linear and non Linear Circuits", New York: Mcgraw-Hill, 1987.
- [26] Leon O. Chua, "Introduction to Nonlinear Network Theory", New York: McGraw-Hill, 1969.
- [27] "Special Issue on Chaotic Systems", Proc. IEEE, Aug. 1988.
- [28] L. o. Chua and R. N. Madan, "The sights and sounds of chaos", IEEE Circuits Devices Mag, pp. 3-13, Jan, 1988.
- [29] L. O. Chua and Y. Liao, "PWLPIECE: SPICE for piecewise-linear circuits".
- [30] T. Quarles, A. R. Newton, D. O. Pederson, and A. Sangiovanni-Vincentelli, "SPICE.3A7 User's Guide", Dep. Elect. Eng. And Comp. Sci. Univ. of California, Berkeley, June 13, 1986.
- [31] L. O. Chua and and P. M. Lin, "Computer Aided Analysis of Electronic Circuits: Algorithms and Computational Techniques", Engwood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1975.
- [32] L. O. Chua and R. L. Ying, "Finding all solutions of piecewise linear circuits", J. Circuit Theory Appl. Vol. 10 pp. 201-229, 1982.

## ***Références***

---

- [33] L. O. Chua and A. C. Deng, "Canonical piecewise-linear analysis: Generalized breakpoint hopping algorithm", *Int. J. Circuit Theory APPL.* Vol. 14, pp. 35-52, Jan. 1986.
- [34] S. Wolfram (Eds), "Theory and Applications of cellular Automata", New York: World Scientific, 1986.
- [35] K. Preston, Jr. and M. J. B. Duff, "Modern Cellular Automata: Theory and Applications", New York, Plenum, 1984.
- [36] J. J. Hopfield, "Neurons with graded response have collective computational properties like those of two state neurons", in *proc. Natl. Acad. Sci. USA.* Vol. 81, pp. 3088-3092, 1984.
- [37] M. P. Kennedy and L O. Chua, "Circuit theoretic solutions for neural networks – An old approach to a new problem", in *Proc. First IEEE conf. on Neural Networks*, vol. 2, pp. 169-176, San Diego, CA. June 21-24, 1987
- [38] T. Toffoli and N. Marglous, "Cellular Automata Machines-A new Environment for Modeling", Cambridge, MA: M.I.T. Press, 1986.
- [39] A. Rosenfeld and A. C. Kak, "Digital Picture Processing", New York: Academic, 1982.
- [40] B. K. P. Horn, "Robot Vision. Cambridge", MA: M. I. T. PRESS, 1986.
- [41] X.Zhu, Y. Wu, and X. Ding, "the recognition of 6763 printed Chinese characters", *J. Tsinghua Uni.* Vol. 27, no 1, pp.39-49, 1987.