

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Université de Batna
Faculté de Technologie
Département de Génie électrique
Filière : Electronique

Mémoire

Présenté en vue de l'obtention du diplôme de Magister en Electronique

OPTION

Micro-ondes pour Télécommunication

PAR

Bouhrara Akrame Sofiane

THEME

**Analyse d'une structure planaire ouverte utilisant
divers types de développement modal avec ou sans
inclusion des singularités de bord.**

Devant Le Jury:

<i>Président :</i>	<i>Mr. Djamel BENATIA</i>	<i>Pr.</i>	<i>U. de Batna</i>
<i>Rapporteur :</i>	<i>Mr. Noureddine Atamena</i>	<i>M. C. (A)</i>	<i>U. de Batna</i>
<i>Examineurs :</i>	<i>Mr. Tarek FORTAK</i>	<i>Pr.</i>	<i>U. de Batna</i>
	<i>Mr. M'hamed Boulakroune</i>	<i>M. C. (A)</i>	<i>U. de Ouargla</i>

Remerciements

Je tiens à remercier tout d'abord Dieu pour le peu de savoir que j'ai acquis.

Je profite de l'occasion de la présentation de ce travail pour exprimer mon haute gratitude, mes profonds respects et mes sincères remerciements et reconnaissances à mon promoteur Mr. Noureddine ATAMENA et mon Co-promoteur Mr. Tarek FORTAKI qui m'ont guidé avec grande patience tout au long de l'élaboration de ce travail et pour leur aide précieuse qui a éclairé mon chemin vers le succès et la réussite de ce modeste travail.

Merci pour tous leur conseils, et leur patience et surtout de m'avoir prodiguer avec une grande gentillesse.

Je tiens également à remercier tous nos professeurs et enseignants pour leurs politesse et gentillesse qu'ils m'ont montré durant la période de cette formation.

J'adresse mes chaleureux remerciements à Monsieur Mr. Djamel BENATIA, professeur à l'université de Batna, pour avoir accepté de présider le Jury de ce mémoire.

Je tiens à exprimer toute ma gratitude et ma reconnaissance à Monsieur M'hamed BOULAKROUNE, M. C. (A) de l'université de Ouargla, qui m' fait l'honneur de participer au jury et examiner ce travail.

En fin, j'adresse mes remerciements à la famille de l'institut d'électronique.

Dédicace

A Mon père

Pour sa patience et ces considérables sacrifices pour me parvenir à ce niveau.

A Ma mère

Pour son grand amour, ces sacrifices et toute affection qu'elle m'a toujours offerte.

A l'ensemble des enseignants

Pour leurs sacrifices de temps qu'ils m'ont toujours offert et leur patience.

A Mes frères, A mes sœurs.

A tous mes collègues et amis.

Je dédie ce mémoire.

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE

Introduction générale.....4

CHAPITRE I : GENERALITES SUR LES ANTENNES MICROBANDES

I.1 Introduction.....7

I.2 Description d'une antenne microbande (microruban).....7

I.3 Avantages et inconvénients.....9

I.4 Applications principales des antennes microruban.....10

I.5 Techniques d'excitation.....10

I.6 Méthode de modélisation.....15

I.6.1 Méthodes approximatives.....15

I.6.2 Méthodes full-wave.....18

I.6.3 La méthode des moments dans le domaine spatial.....20

I.6.4 La méthode des moments dans le domaine spectral.....21

CHAPITRE II : MODELISATION DE L'ANTENNE PAR LA METHODE DES MOMENTS

II.1 Introduction.....23

II.2 Détermination d'une matrice de transfert $[T]$ dans le domaine $[TM, TE]$24

II.2.1 Transformées vectorielles de Fourier.....24

II.3. Détermination du tenseur de Green pour la structure étudiée.....33

II.4. Equation intégrale et conditions aux limites.....38

II.5. Résolution de l'équation intégrale par la procédure de Galerkin.....39

II.6. Calcul de la fréquence de résonance et la bande passant.....42

CHAPITRE III : CHOIX DES FONCTIONS DE BASE ET RESOLUTION NUMERIQUE

<i>III.1 Introduction.....</i>	<i>44</i>
<i>III.2 Choix des fonctions de base.....</i>	<i>44</i>
<i>III.2.1 Fonctions de base issues du modèle de cavité.....</i>	<i>44</i>
<i>III.2.2 Fonctions sinusoidales avec les singularités appropriées de bord.....</i>	<i>45</i>
<i>III.2.3 Système formé par les polynômes de Chebyshev et les conditions de bord.....</i>	<i>46</i>
<i>III.3 convergence numérique des trois types de fonctions.....</i>	<i>47</i>
<i>III.4 Effet de l'épaisseur et de la permittivité du substrat.....</i>	<i>55</i>
<i>III.5 Conclusion.....</i>	<i>65</i>

CONCLUSION GENERALE

<i>Conclusion générale.....</i>	<i>67</i>
---------------------------------	-----------

BIBLIOGRAPHIES

<i>Bibliographies.....</i>	<i>70</i>
----------------------------	-----------

ANNEXES

<i>Annexes.....</i>	<i>76</i>
---------------------	-----------

INTRODUCTION

GÉNÉRALE

Introduction générale

Depuis les années soixante dix, on constate un essor considérable des micro-antennes ou antennes plaques, favorisé par le progrès de la technologie microélectronique dans le domaine de la miniaturisation et de l'intégration électronique, et plus particulièrement aux substrats diélectriques de faibles pertes.

Il est évident que les études menées sur les antennes microbandes soient orientées pour mieux perfectionner leurs avantages et d'y remédier à leurs inconvénients. Ces études reposent principalement sur deux classes de méthodes. La première est à tendance pratique, elle prend en compte au départ la nature des phénomènes physiques, ce qui permet d'effectuer des approximations permettant la modélisation du modèle en question.

La deuxième, où la prééminence de la rigueur des formules mathématiques apparaît au départ, ne peut conduire à des résultats utiles qu'à travers une résolution numérique. La méthode des moments est la technique la plus répandue dans cette deuxième classe de méthodes. Lorsque cette méthode est utilisée dans la résolution de quelques problèmes d'électromagnétisme, un facteur critique est le choix approprié des fonctions de base [1]-[3]. La sélection de ces dernières joue un rôle important dans la détermination de la vitesse de convergence des résultats numériques, et qu'un choix inexact peut mener à des résultats erronés.

Dans la littérature, différents types de fonctions de base ont été employés avec succès dans l'approximation de la densité de courant sur la plaque rectangulaire [4]-[6]. Dans ce présent mémoire, trois types de fonctions de base sont utilisés pour développer la distribution du courant surfacique inconnu sur la plaque rectangulaire. Le premier type de fonctions de base est formé par l'ensemble des modes TM d'une cavité rectangulaire avec murs latéraux magnétiques. Le deuxième type de fonctions de base emploie des fonctions sinusoïdales avec les singularités appropriées de bord. Le troisième type de fonctions de base consiste en une combinaison des polynômes de Chebyshev, avec des facteurs de pondération pour incorporer les conditions appropriées de bord. Notons que ces fonctions de base ont été utilisées auparavant dans l'analyse par la méthode des moments d'un réseau d'ouvertures rectangulaires [7].

Le présent mémoire est organisé comme suit :

Dans le premier chapitre, nous présentons brièvement le concept des antennes microbandes. Ensuite, nous exposons sommairement les différentes méthodes d'analyse des antennes microbandes ainsi que les différentes techniques d'excitation de ces antennes.

Dans le deuxième chapitre, nous présentons en détail la formulation mathématique du problème. Nous commençons par trouver la matrice de transfert associée à une couche diélectrique. Ensuite, nous calculons la fonction spectrale dyadique de Green. Après la formulation de l'équation intégrale du champ électrique, nous utilisons la méthode des moments pour résoudre le système d'équations homogène résultant.

Dans le troisième chapitre, trois types de fonctions de base sont utilisés pour développer la distribution du courant surfacique inconnu sur la plaque rectangulaire. Après la détermination du meilleur type assurant ainsi une convergence numérique rapide, on exploitera ce dernier type pour étudier l'influence des paramètres constitutifs de l'antenne microbande sur les caractéristiques de résonance. Nous terminons cette étude par une conclusion générale.

CHAPITRE I

Généralités sur les antennes microbandes

I.1 Introduction

I.2 Description d'une antenne microbande (microruban)

I.3 Avantages et inconvénients

I.4 applications principales des antennes microruban

I.5 techniques d'excitation

I.6 Méthode de modélisation

I.6.1 Méthodes approximatives

I.6.2 Méthodes full-wave

I.6.3 La méthode des moments dans le domaine spatial

I.6.4 La méthode des moments dans le domaine spectral

1.1 Introduction

Le concept des antennes microbandes a été originellement proposé Deschamps, en 1953. Cependant, le rayonnement des structures microruban est resté un phénomène indésirable pendant plus de vingt ans avant que Munson réalise la première antenne microbande [8]. Le meeting des spécialistes qui a eu lieu en 1979 à Las Cruces (New Mexico) a marqué le début d'un intérêt international aux antennes microbandes.

Les antennes microruban se développaient lentement mais elles jouent un rôle de plus en plus important de nos jours apportant une contribution indispensable dans le domaine des antennes et cela depuis la fin des années soixante dix. Les techniques planaires fournissent des avantages évidents par rapport aux conceptions d'antennes conventionnelles. Les antennes microbandes ont reçu une grande attention dans les revues techniques ainsi qu'aux conférences internationales.

Les recherches dans ce domaine restent très actives et ils le seront probablement pendant les années à venir.

1.2 Description d'une antenne microbande (microruban)

Une antenne microruban est constituée d'une plaque rayonnante imprimée sur une face d'un diélectrique appelé substrat dont la deuxième face est complètement métallisée (figure 1). Cette plaque métallique, appelée généralement dans la littérature Patch est en cuivre ou en Or et elle peut être de forme arbitraire. Le patch et les lignes d'alimentations sont généralement photo-gravés [9].

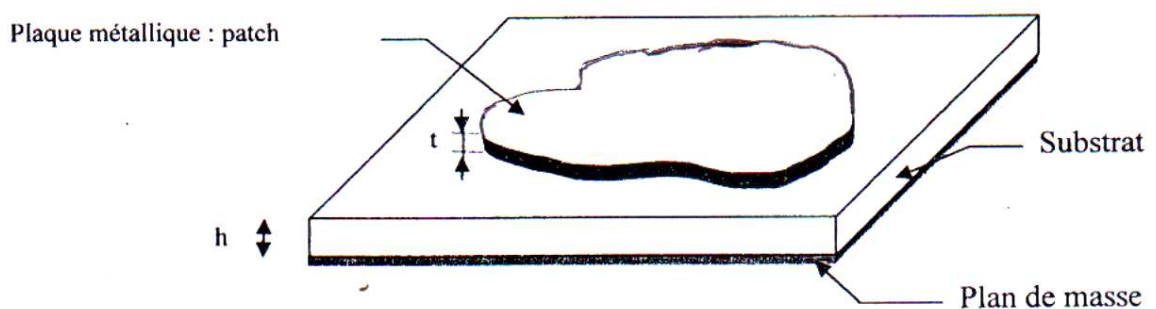


Figure 1: Antenne microruban de forme arbitraire

Les patches de forme rectangulaire, circulaire ou elliptique sont simples à analyser et leurs performances peuvent être facilement anticipées. Des figures de géométrie complexes ainsi que des combinaisons de formes simples peuvent être utilisées pour des applications spécifiques. Le

choix d'une forme particulière dépend des paramètres à optimiser : la bande passante, les lobes secondaires, la polarisation et les dimensions de l'antenne.

Les antennes microbandes rayonnent à cause des effets de bord entre les extrémités du patch et le plan de masse. Une bonne antenne est caractérisée par un substrat épais et une permittivité relative faible. Cela mène à un meilleur rendement et une bande passante large. Mais une structure pareille nécessite des dimensions plus grandes. Pour une réalisation plus compacte, un diélectrique de permittivité relative élevée doit être utilisé mais cela se traduit par une bande passante étroite et un rendement moins bon [10]. Il faut donc arriver à un compromis entre les dimensions de l'antenne et sa performance.

Les patches microruban ont une bande passante relativement large par rapport au dipôle microruban. Contrairement à ce dernier, les patches peuvent exciter un courant de surface dans la direction transverse. Cet effet produit un rayonnement d'un élément de polarisation non désiré. Son amplitude dépend du type d'alimentation et de sa position par rapport aux axes du patch.

L'amplitude des courants de surface devient importante quand la fréquence du signal est proche de la fréquence de résonance de la structure. La résonance commence à avoir lieu lorsque la dimension du conducteur est de l'ordre de grandeur d'une demi-longueur d'onde guidée [4].

Les antennes microruban peuvent être classifiées dans deux catégories principales selon le rapport longueur-largeur. Un résonateur fait d'un ruban conducteur étroit est appelé dipôle. Le patch est réalisé à partir d'un ruban conducteur large.

Quand le signal est proche de la résonance, un résonateur microruban rayonne relativement en large faisceau loin du plan du substrat. une partie importante du signal d'entrée contribue au rayonnement et le résonateur agit comme une antenne. Les antennes microruban sont peu directives.

La figure 2 montre une antenne microruban de forme rectangulaire où le courant de surface est en blanc, les plans E et H sont définis par rapport au feeder.

Typiquement, l'antenne microruban a un gain de 5 à 6 dB et une bande passante de 3 dB [8]. Plusieurs applications micro-ondes nécessitent des antennes à haute directivité qui rayonnent des faisceaux étroits. Dans ce cas, la directivité faible du patch unique n'est pas particulièrement intéressante. Cependant, cette limitation inhérente est surmenée en groupant un nombre d'éléments rayonnants identiques pour former un réseau périodique qui peut, par la suite, fournir

une directivité élevée. Dans quelques applications, telle que le téléphone portable et les communications personnelles, les faisceaux larges sont une exigence dans ces cas particuliers et les antennes à patch unique sont peu adéquates.

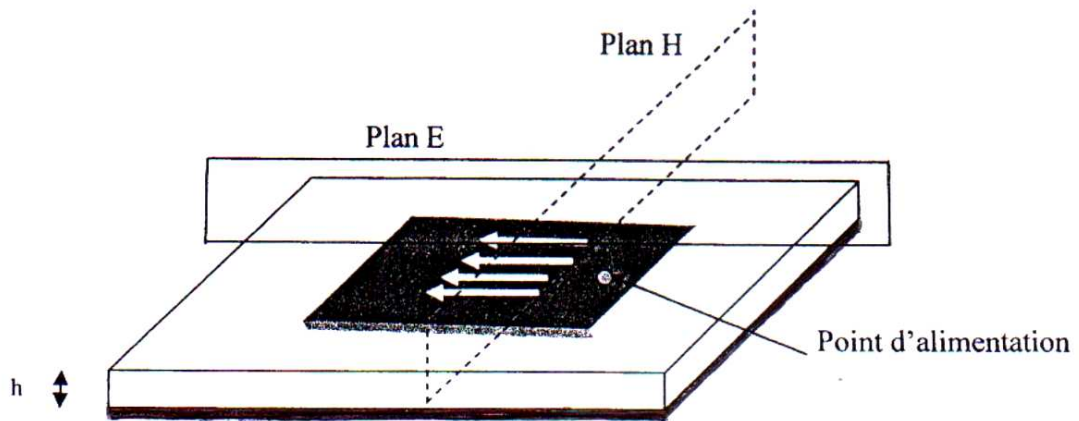


Figure. 2 Plans E et plan H pour une antenne microruban

La fréquence de résonance d'un résonateur microruban peut être ajustée sur un intervalle limité, par des moyens électroniques, par exemple en insérant une diode (varactor) inversement polarisée dans le circuit résonant. Une tension de polarisation et un circuit de polarisation adéquat sont alors requis.

1.3 Avantages et inconvénients

Les antennes microruban sont devenues de plus en plus populaires à cause de leurs applications sans fil suite à leur petite taille. Une caractéristique qui les rend extrêmement demandé dans les téléphones portables. Un autre domaine où elles sont utilisées avec succès est celui des communications par satellites [10].

Les principaux avantages de ce type d'antennes sont [10,11,12,13,14,15]:

- ✓ Poids léger et volume réduit.
- ✓ Cout réduit.
- ✓ Peuvent être facilement intégrés dans des circuits micro-ondes intégrés (MIC).
- ✓ Supportent à la fois une polarisation linéaire et circulaire.
- ✓ Peuvent être regroupées pour constituer des antennes réseaux.

- ✓ Robustes quand elles sont placées sur des structures rigides.
- ✓ Capable de fonctionner en double ou en triple fréquence.

Malgré ces avantages évidents, les antennes microbandes souffrent des inconvénients suivants imposés par les limitations de la technologie des circuits imprimés [8,10,12]:

- ✓ Bande passante étroite.
- ✓ Faible gain.
- ✓ Faible puissance.
- ✓ Excitation des ondes de surfaces produit des couplages parasites.

Les antennes microbandes ont un facteur de qualité élevé [12]. Ce facteur de qualité, associé aux pertes dans l'antenne, mène à un rendement faible et une bande passante étroite. Mais il peut être réduit en augmentant l'épaisseur du substrat. Cette augmentation dans l'épaisseur du substrat fait augmenter la puissance des ondes de surface [13]. Ce type d'onde est indésirable puisque, à la limite, elle dispersée au niveau du diélectrique, ce qui mène à une dégradation des caractéristiques de l'antenne. L'effet des ondes de surface peut être minimisé par l'utilisation des structures PBG (Photonic Band Gap) [10]. Le gain et la puissance peuvent être augmentés en utilisant les réseaux d'antennes.

1.4 Applications principales des antennes microruban

Les antennes microruban ont été conçues et incorporées dans plusieurs systèmes tels que les radars des avions, les radars de télécommunications et dans les satellites, les téléphones mobiles.....etc.

1.5 Techniques d'excitation

Les antennes microruban sont excitées en utilisant plusieurs méthodes. Elles sont classées comme étant des excitations avec contact ou sans contact. Dans les méthodes d'excitation avec contact, la puissance RF est acheminée aux plaques rayonnantes en utilisant un élément de contact tel que la ligne microruban. Dans la deuxième catégorie, le couplage électromagnétique est utilisé pour transmettre la puissance de la ligne microruban à la plaque rayonnante. Les quatre techniques d'alimentation les plus utilisées [13] sont la ligne microruban, le câble coaxial (avec contact), couplage par fente et couplage de proximité (sans contact).

1.5.1 1a ligne microruban

Le moyen le plus simple pour alimenter un patch microruban est de connecter directement au bord du patch tout en gardant les deux éléments sur le même substrat (figure 3) [16]. Cette technique d'alimentation est très utilisée pour des applications pratiques. Pour obtenir une structure plane, la ligne microruban doit être gravée avec le patch. Cette ligne microruban a une largeur négligeable devant les dimensions de la plaque rayonnante. Dans une pareille structure microruban, contenant une ligne et un patch sur le même niveau, l'optimisation simultanée comme (ligne de transmission et antenne) ne pourra pas avoir lieu à cause des exigences contradictoires. On doit faire un compromis pour que la ligne d'alimentation ne rayonne pas trop au niveau des discontinuités.

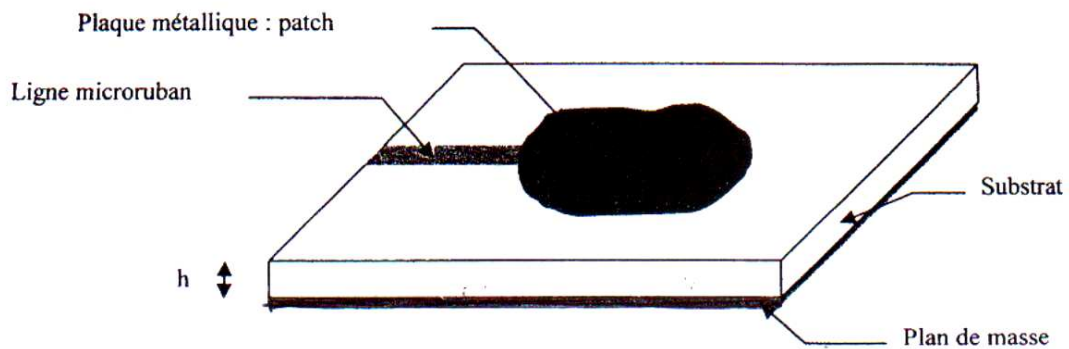


Figure 3 Antenne microruban de forme arbitraire alimentée par une ligne microruban

D'après les mesures, l'insertion du feeder dans le patch n'influe pas énormément sur la fréquence de résonance mais elle modifie l'impédance d'entrée. En contrôlant l'insertion de la ligne microruban dans la plaque rayonnante, son adaptation avec le feeder est assurée sans avoir besoin à un élément d'adaptation additionnel. Quand l'épaisseur du substrat devient importante, les ondes de surface et les rayonnements parasites augmentent au niveau du feeder [10]. De plus, une puissance réactive considérable sera accumulée sous le patch (effet de la cavité), ce qui dégrade les excitations des ondes de surface peuvent être satisfaites.

1.5.2 Alimentation par câble coaxial

Un autre moyen pour alimenter le patch consiste à placer une ligne coaxiale perpendiculairement au plan de masse (figure4) [16]. Le conducteur central s'étend à travers le

substrat diélectrique pour être connecté à la plaque rayonnante tandis que le conducteur externe est relié au plan de masse. L'impédance d'entrée dépend du feeder.

Le système d'alimentation peut être réalisé en technologie coaxiale, ou il peut être constitué d'un circuit microruban placé sous le plan de masse. Le rayonnement intrinsèque du feeder coaxial peut être négligé pour les substrats minces mais devient important pour les substrats plus épais où les feeders des éléments adjacents, d'une antenne réseau, peut coupler l'un à l'autre.

Cependant, les feeders coaxiaux sont difficiles à réaliser dans la pratique à cause des trous qui doivent être percés à travers le substrat, une opération généralement évitée. Les conducteurs sont introduits à travers les trous (via-holes) et soudés au patch. Ces opérations sont très délicates et le contrôle automatique de la connexion est difficile et spécialement pour les hyperfréquences [8]. En plus de ces limitations technologiques, ces via-holes sont très difficiles à modéliser.

L'avantage principal de cette technique est que le point d'alimentation peut être placé à n'importe quel point dans la plaque pour obtenir l'adaptation. En plus cette méthode donne moins de rayonnements parasites. Son inconvénient majeur est la bande passante étroite résultante et sa difficulté en matière de modélisation parce qu'un trou doit être percé dans le substrat. Pour les antennes à substrats épais, la longueur de la sonde rend l'impédance plus inductive ce qui crée des problèmes d'adaptation. Ce problème est résolu dans les techniques d'alimentation sans contact, décrites ci-dessous.

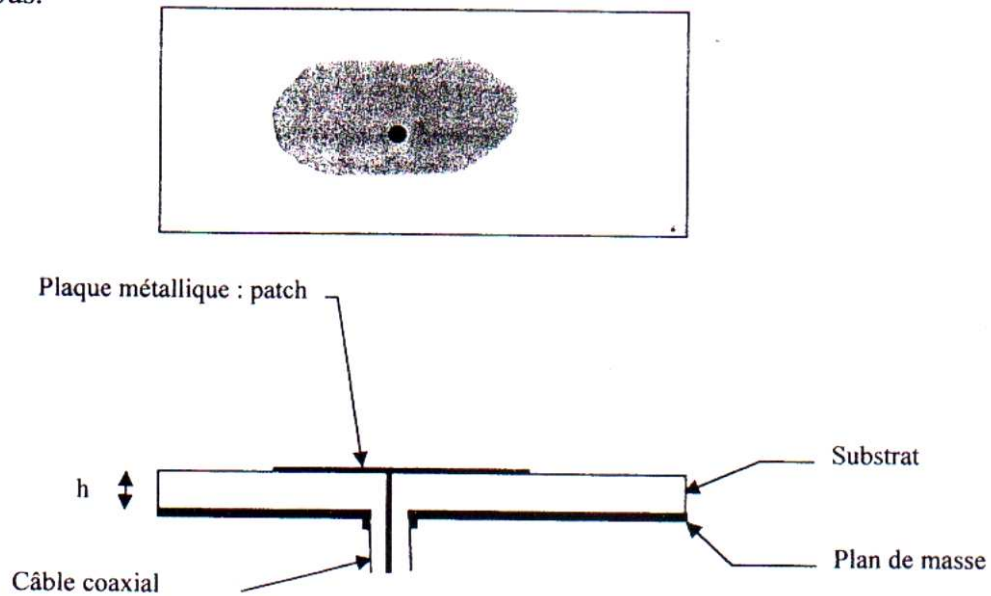


Fig. 4 Antenne microruban de forme arbitraire alimentée par un câble coaxial

1.5.3 Alimentation couplée par ouverture

Dans cette technique d'alimentation (figure5), les deux fonctions de rayonnement et de transmission guidée sont complètement séparées en plaçant le plan de masse entre le patch résonant et le système d'alimentation ce qui minimise le rayonnement parasite [16]. Le couplage entre les deux faces est assuré par une fente (ouverture) dans le plan de masse. Un rayonnement possible de la ligne du feeder peut être évité en enfermant la partie inférieure de la structure à l'intérieure d'un boîtier blindé. Pour optimiser séparément le rayonnement du patch et la transmission sur la ligne microruban, les deux diélectriques doivent être différents. La fente fournit un couplage entre les deux faces du plan de masse mais ne doit pas rayonner. Les dimensions de la fente doivent être choisit pour éviter les résonances dans la bande de fonctionnement. L'ouverture est généralement centrée sous le patch ce qui mène à une polarisation croisée faible grâce à la configuration symétrique. La quantité de couplage est déterminée en fonction de la forme de l'ouverture, ses dimensions et sa position.

Généralement, le substrat 2 est d'une permittivité relative élevée et le substrat 1 est épais mais d'une permittivité relative faible pour optimiser le rayonnement de la plaque. Les inconvénients principaux de cette technique sont : bande passante étroite, fabrication difficile à cause des multicouches incorporées ce qui croit l'épaisseur de l'antenne.

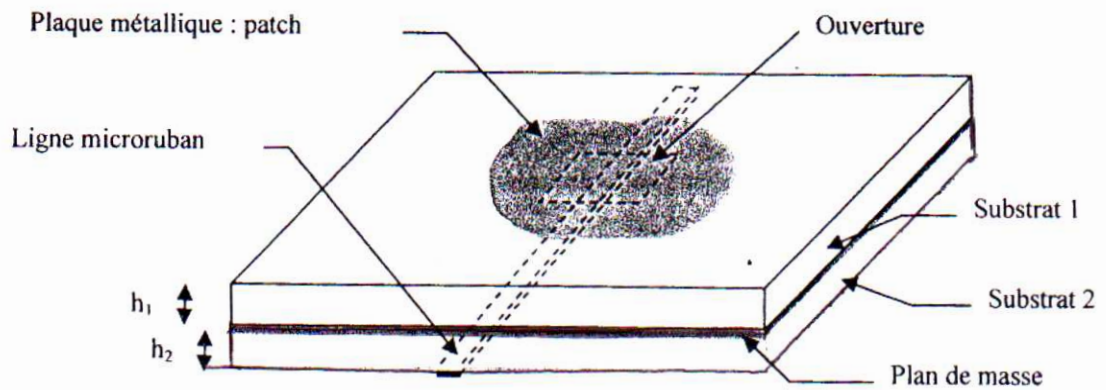


Fig. 5 Antenne microruban de forme arbitraire avec une alimentation couplée par ouverture

1.5.4 Alimentation couplée par proximité

Comme dans la figure 6, deux substrats sont utilisés pour que la ligne d'alimentation soit entre les deux substrats et la plaque rayonnante soit sur le substrat supérieur, le rayonnement du feeder peut être considérablement réduit en utilisant un substrat mince de grande permittivité diélectrique, alors que la couche supérieure est plus épaisse avec une faible permittivité, dans le but de rehausser le rayonnement du patch.

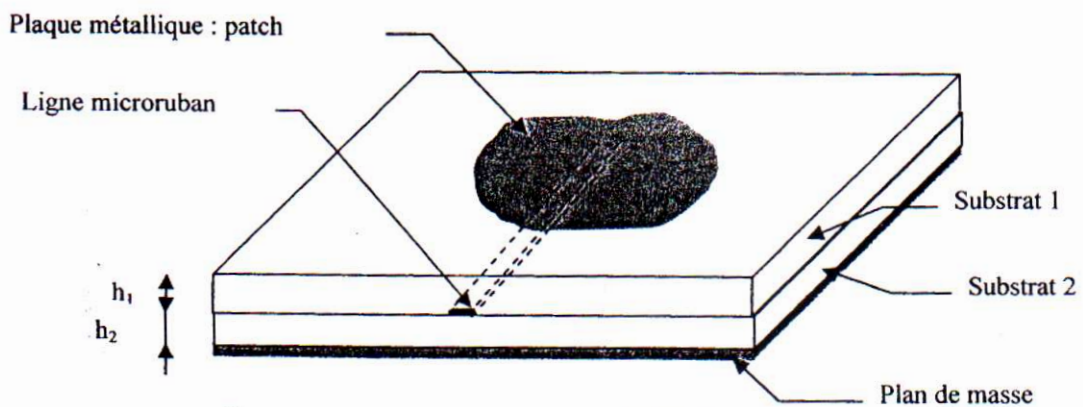


Fig. 6 Antenne microruban de forme arbitraire avec une alimentation couplée par proximité

Elle offre une bande passante qui peut atteindre 13% à cause de l'augmentation de l'épaisseur de l'antenne [13]. L'adaptation peut être réalisée en ajustant la longueur de la ligne et le rapport largeur-ligne de la plaque. Cette technique souffre d'un inconvénient majeur, qui est la difficulté

de fabrication à cause de la présence des deux substrats qui doivent être alignés. En plus il ya l'augmentation du l'épaisseur de l'antenne.

1.6 Méthode de modélisation

Plusieurs méthodes sont utilisées pour l'analyse des antennes microruban. La plupart de ces méthodes peuvent être classées dans une de deux catégories : méthodes approximatives et méthodes exactes ou full-wave. Les méthodes approximatives sont basées sur des hypothèses simplificatrices donc on peut dire qu'elles sont limitées et elles fournissent des solutions moins précises. Elles sont généralement utilisées pour la modélisation des antennes à élément unique à cause de la difficulté rencontrée dans la modélisation du couplage entre les différents éléments. Cependant, elles offrent un bon aperçu physique avec un temps de calcul très petit. Les méthodes full-wave tiennent compte de tous les mécanismes important qui caractérisent l'onde et s'appuient énormément sur l'utilisation d'algorithmes numériques efficaces. Lorsqu'elles sont appliquées convenablement, les méthodes full-wave sont très précises et peuvent être employées pour la modélisation d'une variété d'antennes y compris les antennes réseaux. Ces méthodes ont tendance à être plus complexes et fournissent moins d'aperçu physique. Ces méthodes nécessitent souvent un temps de calcul important.

1.6.1 Méthodes approximatives

Les méthodes approximatives, les plus populaires, comprennent le modèle de la ligne de transmission, le modèle de la cavité et la technique de segmentation dite aussi modèle généralisé de la cavité [17]. Généralement, ces modèles considèrent l'antenne comme une ligne de transmission ou une cavité résonante.

1.6.1/a- Méthodes de la ligne de transmission

Dans la solution de l'antenne microruban par le modèle de la ligne de transmission, les inconnues sont la constante de propagation et l'impédance caractéristique [18,19,20]. Une fois déterminés, une ligne de transmission équivalente à l'antenne est obtenue. Le mode de propagation dominant est supposé être le mode TEM ou quasi TEM avec une variation négligeable dans la direction transverse [21]. C'est une approximation valide si l'épaisseur du substrat est maintenue négligeable devant la longueur d'onde. Ce modèle ne prend pas en considération quelques effets physiques comme l'excitation des ondes du substrat, les variations

du champ sur les bords rayonnants, le couplage mutuel entre les éléments voisins, les effets des modes d'ordre élevés,.....etc. [12]

1.6.1/b- Modèle de la cavité

Dans le modèle de la cavité, les effets des modes d'ordres supérieurs sont considérés en développant le champ électrique entre le patch et le plan de masse en termes de modes résonants de la cavité [9,12,16,17,18]. La méthode de la cavité peut déterminer la fréquence de résonance et l'impédance d'entrée mieux que le modèle de la ligne de transmission, seulement cette modélisation est limitée aux patches de formes régulières. Comme c'est le cas dans la ligne de transmission, ce modèle devient moins précis avec l'augmentation de l'épaisseur du substrat ou de la valeur de sa permittivité relative. Il est difficile de modéliser le couplage mutuel avec le modèle de la cavité [23].

La région interne du substrat est modélisée comme une cavité limitée en haut et en bas par des murs électriques. Cette supposition est justifiée car $h \ll \lambda$ pour les substrats minces.

Le substrat est assez mince pour les champs variant légèrement selon z , la direction normale à la plaque rayonnante. Le champ électrique a seulement une composante selon z et le champ magnétique a deux composante H_x et H_y dans la région limitée du haut par le patch et en bas par le plan de masse [24].

Soit la figure 7 ci-dessous. Quand une puissance est délivrée par un patch microruban, une distribution de charges aura lieu sur et sous le patch ainsi que sur que sur le plan de masse. Cette distribution de charges est contrôlée par deux mécanismes : un mécanisme d'attraction et un mécanisme de répulsion. Le mécanisme d'attraction est vu entre les charges de signes opposé au-dessus de la plaque rayonnante et le plan de masse, ce qui aide à garder la concentration de charges intacte sous le patch.

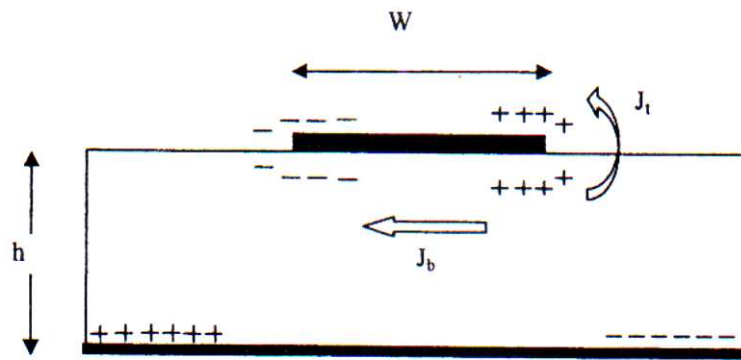


Figure 7 Distribution de charge et la création densité de courant sur le patch microruban

Le mécanisme de répulsion est observé entre les charges de signes différents au-dessus de la plaque ce qui permet à quelques charges à passer du dessous de la plaque vers le dessus. Ce mouvement de charges se traduit par un courant sur et sous la plaque rayonnante. Dans le modèle de la cavité, le rapport h/w est très petit d'où une domination du mécanisme de d'attraction des charges qui force la majorité des charges et du courant à se concentrer sous le patch. La diminution successive du rapport h/w se traduit par un courant sur la surface de la plaque, quasiment nul, ce qui ne va pas permettre une création des champs magnétiques tangentiels sur les bords de la plaque. Donc, les quatre murs peuvent être modélisés comme étant des surfaces conductrices magnétiques parfaites. Ce qui implique qu'il n'aura pas de distribution de champ électrique et magnétique sous la plaque [10]. Dans la pratique, le rapport h/w existe même s'il est petit, ce qui ne va pas donner un champ magnétique tangentiels nuls, mais très petit, et l'approximation aux surfaces conductrices (magnétiques parfaites) peut être envisagées.

Puisque les murs de la cavité ainsi que le diélectrique sont sans pertes, la cavité ne va pas rayonner et son impédance d'entrée sera réactive. Pour rendre compte des pertes de rayonnement dans le mécanisme des pertes, une résistance de rayonnement et une résistance de perte doivent être considérées. Maintenant, la cavité avec pertes représente une antenne et les pertes sont prisent en considération par les pertes tangentiels effectives δ_{eff} .

1.6.1/c- Modèle généralisé de la cavité

Ce modèle est une extension de la méthode de la cavité. Il offre une aptitude à traiter les patches de forme arbitraires en décomposant le patch en section de formes régulières et en appliquant le modèle de la cavité à chaque section en adoptant la méthode de connexion

multiport [25]. Puisqu'elle n'est pas différente dans la base du modèle de la cavité, cette méthode fonctionne convenablement lorsque le substrat est mince et d'une permittivité relative faible [9].

1.6.2 Méthodes full-wave

Trois méthodes très populaires sont employées pour l'analyse des antennes microruban à plaque rayonnantes : méthode des moments (MM), méthode des éléments finis (FEM), et la méthode des différences finis domaine temporel (FDTD).différentes des méthodes approximatives, ces méthodes tiennent compte de tous les mécanismes d'onde les plus importants et elles sont potentiellement plus précises. Toutes ces méthodes full-wave sont basées sur la discrétisation d'une certaine propriété électromagnétique inconnue. Pour la méthode des moments c'est la densité de courant et pour les méthodes FEM et FDTD c'est le champ électrique (aussi le champ magnétique dans le cas de la méthode FDTD) [23,26].

Dans la procédure de discrétisation, la propriété électromagnétique d'intérêt est approchée par un ensemble de petits éléments dont l'amplitude complexe est inconnue. Ces amplitudes sont déterminées en appliquant la méthode full-wave qui convient. La précision s'accroît avec l'augmentation de nombres d'éléments employés comme base de développement.

1.6.2/a- Méthode des moments

La méthode des moments est sans doute la méthode la plus populaire. Elle est synonyme de la méthode de résidus (weighted residuals) présentés en premier temps par Harrington et il a montré sa puissance et sa flexibilité dans la résolution des problèmes électromagnétique dans les années soixante [27]. Le plus souvent, cette méthode est appliquée dans le domaine fréquentiel où une seule fréquence est considérée à la fois.

Lorsque la méthode des moments est appliquée, la densité de courant sur l'antenne est la variable considérée et à partir de laquelle tous les paramètres de l'antenne sont déduits. Cette méthode est implantée en remplaçant l'antenne par un courant de surface équivalent. La densité de courant de surface est discrétisée en un ensemble d'éléments appropriés appelés aussi fonctions de base, où les amplitudes sont inconnues à déterminer [28]. Maintenant, la fonction de Green propre au problème est employée pour exprimer le champ électrique/ magnétique partout, en fonction des éléments de la densité de courant sur la surface de l'antenne. Les conditions aux limites pour les champs électrique et magnétique sont renforcées sur la surface de l'antenne en utilisant les fonctions de test. Cette procédure est appelée la procédure de test résulte en un

système linéaire d'équations intégrales (IE). Ce système peut être exprimé sous forme de matrice et l'interaction entre les fonctions de base et les fonctions de test est prise en considération [10]. Dans la plupart des cas, cette matrice appelée aussi matrice d'interaction, est dense. Si les fonctions de base et les fonctions de test sont choisies identiques, la méthode est appelée méthode de Galerkin. Finalement, le système est résolu pour donner les différentes amplitudes des éléments de la densité de courant. Une fois la densité surfacique de courant déterminée, les autres paramètres de l'antenne tels que l'impédance d'entrée, le gain et les diagrammes de rayonnements sont facilement déduits.

L'avantage majeur de la méthode des moments, par rapport aux autres méthodes full-wave, est son traitement efficace de surfaces supraconductrices [23]. Avec la méthode des moments, seule la densité surfacique de courant est discrétisée (pas le champ). De plus et d'une manière intrinsèque, elle contient la condition du rayonnement lointain. Les antennes encastrées dans des milieux multicouches peuvent être efficacement simulées en employant les fonctions appropriées de Green. Pour une formulation efficace du problème des milieux multicouches, un plan de masse infini et des couches latéralement infinies sont à supposées. Loin de tous les inconvénients de la méthode des moments, elle reste la plus préférée pour les problèmes du domaine fréquentiel nécessitant des surfaces hautement conductrices. Dans le cas des antennes microruban, la méthode peut être utilisée dans le domaine spectral comme elle peut être utilisée dans le domaine spatial. Agilent Momentum et Zeland IE3D sont deux exemples des logiciels commerciaux adoptant la méthode des moments [13,27].

1.6.2/b- Méthode des éléments finis

Cette méthode est largement utilisée dans la mécanique structural et thermodynamique. Elle a été présentée à la communauté électromagnétique vers la fin des années soixante. Comme c'est le cas dans la méthode des moments, la méthode des éléments finis est applicable généralement dans le domaine spectral. Ce qui est intéressant dans cette méthode c'est sa capacité inhérente à rendre compte de l'inhomogénéité des milieux [23].

Une approche intéressante est l'hybridité de la méthode des éléments finis avec la méthode des moments. Ces méthodes sont très bien utilisées pour l'analyse des antennes microruban dans les cavités. Comme la majorité des méthodes full-wave, la méthode des éléments finis est implantée dans quelques codes commerciaux tels que HFSS de Ansoft [17].

1.6.2/c- Méthode des différences finis dans le domaine temporel (FDTD)

Cette méthode introduite par YEE en 1966 [23], est aussi valable pour l'analyse des milieux inhomogènes. Contrairement à la méthode des moments et la méthode des éléments finis, la méthode FDTD est appliquée dans le domaine temporel et n'est pas limitée à une fréquence unique à chaque fois qu'elle est exécutée [30]. Comparativement à la méthode MM et MEF, la méthode FDTD nécessite des mathématiques poussées.

La méthode FDTD a été utilisée pour l'analyse des antennes microruban alimentées par une ligne coaxiale et peut donner des résultats précis. La FDTD a été implémenté dans des logiciels commerciaux tels que Fidelity de Zeland et XFDTD de RemCom.

Comme nous l'avons déjà montré, la méthode des moments est de loin la plus utilisée dans l'analyse des antennes microruban. Il existe deux implémentations pour ces méthodes : l'implémentation domaine spatial et implémentation domaine spectrale.

1.6.3 La méthode des moments dans le domaine spatial

Comme son nom l'indique, la méthode des moments dans le domaine spatial est caractérisée par le fait que toutes les entrées de la matrice d'interaction sont exprimées en terme de variables spatiales. Comme mentionné auparavant chaque entrée est une interaction entre une fonction de base et une fonction de test. Cela est accompli en utilisant la fonction de Green appropriée au problème en question. Les fonctions de Green pour les structures planaires multicouches existent en forme analytique (forme fermée) mais seulement dans le domaine spectral. Pour passer au domaine spatial, la transformée inverse de Fourier-Bessel (aussi connue comme l'intégrale de Sommerfeld) est employée [31]. Chaque entrée de la matrice contient deux intégrales de surface. Une intégrale associée à la convolution entre les fonctions de base et la fonction de Green pour trouver le champ électrique dû aux fonctions de base. L'autre intégrale est associée à la procédure de test pour appliquer les conditions aux limites sur le support de la fonction de test.

La méthode des moments dans le domaine spatial a été adoptée par plusieurs logiciels commerciaux tels que IE3D de Zeland software, Ensemble de Ansoft et FEKO de EM software and systems [23].

Pour la modélisation de surface le IE3D utilise des fonctions de base avec support triangulaire et rectangulaire alors que FEKO et Ensemble n'utilise que le support triangulaire.

1.6.4 La méthode des moments dans le domaine spectral

Cette méthode est caractérisée par le fait que les entrées de la matrice d'interaction sont exprimées en termes de variables définies dans le domaine spectral. Cela est réalisé en appliquant la transformée de Fourier bidimensionnelle aux fonctions de base, aux fonctions de test et à la fonction de Green. Les deux variables transverses, dans le domaine spatial, sont transposées dans le domaine spectral. Ces variables sont en réalité deux nombres d'ondes qui ont les mêmes directions que les variables du domaine spatial [31]. L'entrée générale de la matrice d'interaction se compose de deux intégrales infinies sur les deux variables spectrales. Comme nous l'avons mentionné auparavant, la fonction de Green dans le domaine spectral peut être définie analytiquement, sous forme fermée (closed form). Cependant, la formulation dans le domaine spectral impose quelques conditions sur les fonctions de base et sur les fonctions de test à utiliser. L'une c'est que la transformée bidimensionnelle de Fourier des fonctions de base doit être disponible sous forme analytique (en forme fermée, closed form). Une autre c'est que la même transformée doit décroître plus rapidement que peut croître la fonction de Green asymptotiquement [23,31].

La méthode des moments dans le domaine spectral a été implantée dans des logiciels commerciaux tels que : Sonnet software et EMSigt de Applied Wave Research. Ces softwares (logiciels) utilisent des fonctions de base sous domaine dans le domaine spectral sous grille rectangulaire [23].

CHAPITRE II

Modélisation de l'antenne par la méthode des moments

II.1 Introduction

II.2 Détermination d'une matrice de transfert [T] dans le domaine [TM, TE]

II.2.1 Transformées vectorielles de Fourier

II.3. Détermination du tenseur de Green pour la structure étudiée

II.4.1 Equation intégrale et conditions aux limites

II.4.2. Résolution de l'équation intégrale par la procédure de Galerkin

II.4.3 Calcul de la fréquence de résonance et la bande passante

II.1 Introduction

La géométrie de la structure à étudier avec le système d'axes considéré est représentée par la figure 2.1 ci-dessous. La plaque rayonnante piégée est donc, localisée entre deux substrats diélectriques : le premier, d'épaisseur d_1 et de permittivité relative ϵ_1 , se situe en dessous de la plaque rayonnante (patch) et imprimé sur un plan de masse considéré infini et parfaitement conducteur; alors que le second diélectrique est d'épaisseur d_2 et de permittivité relative ϵ_2 , recouvre le patch. Au dessus de cette couche se trouve l'air, cette couche est caractérisé par une permittivité absolue ϵ_0 et d'une permittivité relative $\epsilon_3=1.0$.

Tous les milieux sont supposés non magnétiques, c'est-à-dire qu'ils ont une perméabilité égale à μ_0 .

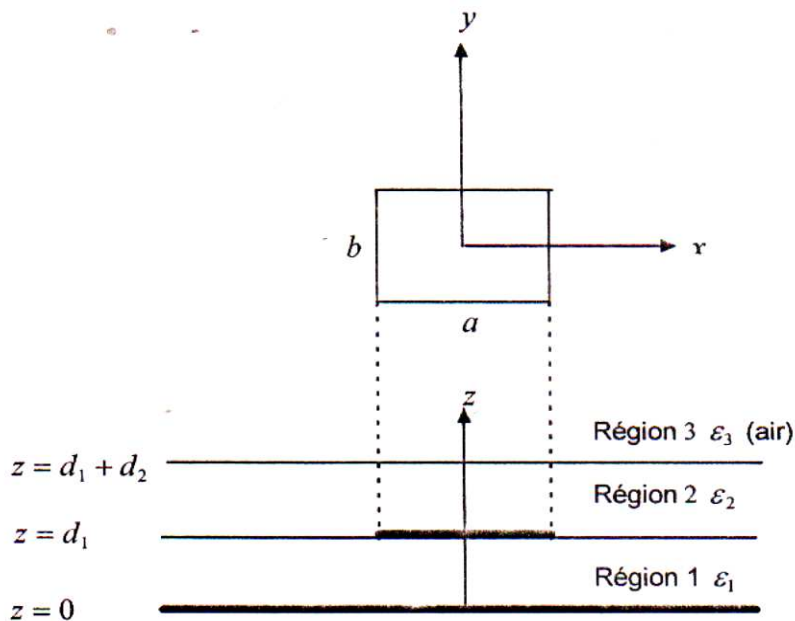


Fig. 2.1. Géométrie d'une antenne microbande à couche protectrice

En premier lieu nous allons procéder à la détermination de la fonction tensorielle spectrale de Green, relative à la structure représentée dans la figure 2.1. Ensuite on formulera l'équation intégrale du champ électrique basée sur une étude des grandeurs électromagnétiques aux frontières de la structure considérée, où les inconnues seront les courants électriques sur le patch,

pour arriver à l'application de méthode des moments et la procédure de Galerkin afin de discrétiser l'équation intégrale obtenue.

II.2 Détermination d'une matrice de transfert [T] dans le domaine [TM, TE]

Considérons une onde électromagnétique qui se propage dans une région loin des sources ($\rho=0$, $j=0$), la dépendance temporelle est en $e^{i\omega t}$

$$\nabla \wedge \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} = -\mu \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} = -i\omega\mu \bar{H} \quad (II-1)$$

$$\nabla \wedge \bar{H} = \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} = \varepsilon \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} = i\omega\varepsilon \bar{E} \quad (II-2)$$

II.2.1 Transformées vectorielles de Fourier :

L'analyse dans le domaine de transformée de Fourier a été présentée la première fois par *Yamashita* et *Mitra* pour le calcul de l'impédance caractéristique et la vitesse de phase de la ligne de microruban basée sur une approximation de quasi-TEM. Une méthode efficace a été employée dans le domaine de transformée de Fourier pour calculer la capacité de la ligne pour assumer la densité de charge. À mesure que la fréquence de fonctionnement est augmentée, les caractéristiques de dispersion du microruban deviennent importantes pour des conceptions précises. Cette condition a mené entièrement l'analyse de vague des lignes micro rubans, représentée par le travail de *Denlinger*, qui a résolu l'équation intégrale en utilisant une technique de transformée de Fourier. La résolution par sa méthode, cependant, dépend fortement des distributions courantes assumées sur la bande en cours de solution. Pour éviter cette difficulté et permettre l'amélioration systémique de la solution pour les composants courants à un degré désiré d'exactitude, une nouvelle méthode a été présentée par *Itoh* et *Mitra*, généralement appelée maintenant l'approche spectrale (SDA) [31].

La raison principale que le SDA est numériquement efficace est qu'elle exige un prétraitement analytique significatif. Ce dispositif impose alternativement une certaine restriction à l'applicabilité de la méthode. Une des limitations est que l'SDA exige l'épaisseur infinitésimale pour le patch. Il est également difficile de traiter la structure avec un élément rayonnant ayant

une conductivité finie. On ne permet aucune discontinuité dans le substrat dans la direction latérale. Cependant, malgré ces limitations, SDA est l'une des techniques numériques les plus populaires et les plus employées couramment.

Donc pour simplifier les calculs nous allons passer au domaine des transformées vectorielles, à noter que le formalisme des transformés vectoriels de Fourier est utilisé pour les géométries rectangulaires et triangulaires, alors que celui des transformées de Hankel est réservé aux formes circulaires et annulaires.

Les transformées vectorielles de Fourier sont définies par les relations suivantes [16]-[31] :-

$$\tilde{\bar{A}}(k_x, k_y, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{A}(x, y, z) e^{-i(k_x x + k_y y)} dx dy$$

$$\bar{A}(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\bar{A}}(k_x, k_y, z) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y$$

$$\bar{\nabla} \wedge \bar{E} = \left(\frac{\partial}{\partial y} E_z - \frac{\partial}{\partial z} E_y \right) \bar{i} - \left(\frac{\partial}{\partial x} E_z - \frac{\partial}{\partial z} E_x \right) \bar{j} + \left(\frac{\partial}{\partial x} E_y - \frac{\partial}{\partial y} E_x \right) \bar{k}$$

On note que la transformée vectorielle de Fourier de la dérivé partielle d'une fonction est donnée par les deux propriétés suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)} = i.k_x \tilde{f} \\ \tilde{\left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)} = i.k_y \tilde{f} \end{array} \right.$$

Par l'utilisation des équations précédentes on aura :

$$\begin{aligned} (\tilde{\nabla} \wedge \tilde{E}) &= (ik_x \tilde{E}_y - \frac{\partial}{\partial z} \tilde{E}_z) \bar{i} - (ik_x \tilde{E}_z - \frac{\partial}{\partial z} \tilde{E}_x) \bar{j} + (ik_x \tilde{E}_y - ik_y \tilde{E}_x) \bar{k} \\ &= \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ ik_x & ik_y & \frac{\partial}{\partial z} \\ \tilde{E}_x & \tilde{E}_y & \tilde{E}_z \end{vmatrix} = \tilde{\nabla} \wedge \tilde{E} \end{aligned}$$

Avec :-

$$\tilde{\nabla} = ik_x \bar{i} + ik_y \bar{j} + \frac{\partial}{\partial z} \bar{k} \quad (II.3)$$

Les équations (II.1) et (II.2) s'écrivent dans le domaine spectral de Fourier par les formes suivantes :

$$\tilde{\nabla} \wedge \tilde{E} = -i\omega\mu\tilde{H} \quad (II.4)$$

$$\tilde{\nabla} \wedge \tilde{H} = i\omega\varepsilon\tilde{E} \quad (II.5)$$

On sait que:

$$\tilde{\nabla} \wedge (\tilde{\nabla} \wedge \tilde{E}) = \tilde{\nabla} \cdot (\tilde{\nabla} \cdot \tilde{E}) - (\tilde{\nabla} \cdot \tilde{\nabla}) \tilde{E}$$

$$\tilde{\nabla} \cdot \tilde{E} = 0 \Rightarrow \tilde{\nabla}^2 \tilde{E} - i\omega\omega\tilde{\nabla} \wedge \tilde{H} = \bar{0}$$

$$\tilde{\nabla}^2 \tilde{E} + \omega^2 \varepsilon\mu \tilde{E} = \bar{0}$$

D'après l'équation (II.3) nous avons :

$$\tilde{\nabla}^2 = -(k_x^2 + k_y^2) + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

L'équation de propagation s'écrit donc sous la forme

$$\frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial z^2} + k_z^2 \tilde{E} = \bar{0} \quad (II-6)$$

Avec:

$$k_z^2 = k^2 - (k_x^2 + k_y^2) \quad (II-7)$$

$$k^2 = \omega^2 \varepsilon \mu$$

En considérant une variation temporelle en $e^{i\omega t}$ et en partant des équations de Maxwell (II-1) et (II-2) présentées précédemment dans le domaine de Fourier, nous pouvons montrer que les champs transverses dans la $j^{ème}$ couche diélectrique ($Z_{j-1} < Z < Z_{j+1}$) peuvent s'écrire en termes des composantes longitudinales \tilde{E}_z et \tilde{H}_z [32]. [Annexe A]

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{E}_x = i \frac{k_x}{k_s^2} \frac{\partial}{\partial z} \tilde{E}_z + \frac{\omega \mu k_y}{k_s^2} \tilde{H}_z \end{array} \right. \quad (II-8.a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{E}_y = i \frac{k_y}{k_s^2} \frac{\partial}{\partial z} \tilde{E}_z - \frac{\omega \mu k_x}{k_s^2} \tilde{H}_z \end{array} \right. \quad (II-8.b)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{H}_x = i \frac{k_x}{k_s^2} \frac{\partial}{\partial z} \tilde{H}_z - \frac{\omega \varepsilon k_y}{k_s^2} \tilde{E}_z \end{array} \right. \quad (II-9.a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{H}_y = i \frac{k_y}{k_s^2} \frac{\partial}{\partial z} \tilde{H}_z + \frac{\omega \varepsilon k_x}{k_s^2} \tilde{E}_z \end{array} \right. \quad (II-9.b)$$

$$\text{Avec : } k_s^2 = k_x^2 + k_y^2 \quad (II-10)$$

Après avoir effectué quelques manipulations algébriques simples, nous pouvons mettre les équations (II-8.a) et (II-8.b) sous la forme :

$$\tilde{\vec{E}} = \begin{bmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y \end{bmatrix} = \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^e \\ e^h \end{bmatrix} \quad (II-11)$$

De même à partir des équations (II-9.a) et (II-9.b) on peut écrire :

$$\tilde{\vec{H}} = \begin{bmatrix} \tilde{H}_y \\ -\tilde{H}_x \end{bmatrix} = \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h^e \\ h^h \end{bmatrix} \quad (II-12)$$

Les exposants e et h dans les équations (II-11) et (II-12) dénotent les ondes *TM* et *TE* respectivement e^e , e^h , h^e et h^h sont définis par :

$$\bar{e} = \begin{bmatrix} e^e \\ e^h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{i}{k_s} \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial z} \\ \frac{\omega \mu}{k_s} \tilde{H}_z \end{bmatrix} \quad (II-13)$$

$$\bar{h} = \begin{bmatrix} h^e \\ h^h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\omega \varepsilon}{k_s} \tilde{E}_z \\ \frac{i}{k_s} \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (II-14)$$

D'après l'équation de propagation (II-6) les formes générales de \tilde{E}_z et \tilde{H}_z sont données par les relations suivantes [32] :-

$$\tilde{E}_z = A_1 e^{-ik_z z} + B_1 e^{ik_z z} \quad (II-15.a)$$

$$\tilde{H}_z = A_2 e^{-ik_z z} + B_2 e^{ik_z z} \quad (II-15.b)$$

En remplaçant les équations (II-15-a) et (II-15.b) les valeurs de \tilde{E}_z et \tilde{H}_z données par (II-13) et (II-14) nous obtenons :-

$$\bar{e}(k_s, z) = \bar{A} e^{-ik_z z} + \bar{B} e^{ik_z z} \quad (II-16)$$

$$\bar{h}(k_s, z) = \bar{g}(k_s) \cdot \begin{bmatrix} \bar{A} e^{-ik_z z} - \bar{B} e^{ik_z z} \end{bmatrix} \quad (II-17)$$

$$\bar{g}(k_s) = \text{diag} \left[g^e(k_s), g^h(k_s) \right] = \text{diag} \left[\frac{\omega \varepsilon}{k_z}, \frac{k_z}{\omega \mu} \right] \quad (II-18)$$

[Annexe B]

Considérons maintenant que la région où l'onde se propage est limitée entre les deux plans Z_{j-1} et Z_j .

Comme représenté dans la figure (II.2) ci-après.

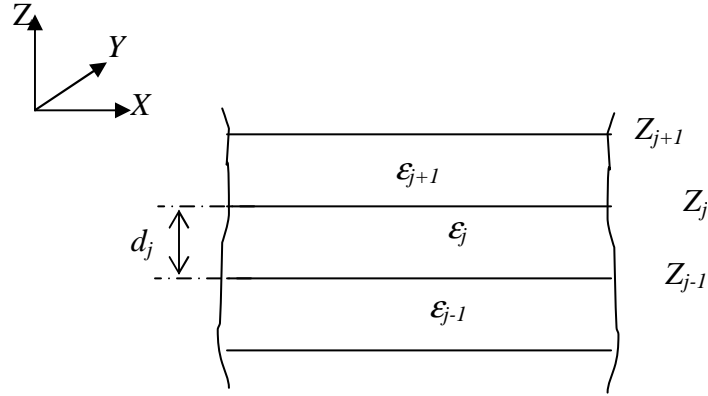


Figure (II-2) Représentation d'une couche j

En écrivant les équations (II-16) et (II-17) dans le plan Z_{j-1} puis dans le plan $Z=Z_j$ et par élimination des inconnus \bar{A} et \bar{B} , une relation relie les composantes \bar{e} et \bar{h} sur les deux interfaces de la couche est obtenue.

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_j(k_s, z_j^-) \\ \bar{h}_j(k_s, z_j^-) \end{bmatrix} = \bar{\bar{T}}_j \begin{bmatrix} \bar{e}_j(k_s, z_{j-1}^+) \\ \bar{h}_j(k_s, z_{j-1}^+) \end{bmatrix} \quad (II-19)$$

$$\bar{\bar{T}}_j = \begin{bmatrix} \bar{\bar{T}}_j^{11} & \bar{\bar{T}}_j^{12} \\ \bar{\bar{T}}_j^{21} & \bar{\bar{T}}_j^{22} \end{bmatrix}$$

$$\bar{\bar{T}}_j^{11} = \bar{\bar{T}}_j^{22} = \begin{bmatrix} \cos(k_{zj} d_j) & 0 \\ 0 & \cos(k_{zj} d_j) \end{bmatrix} \quad (II-20.a)$$

$$\bar{\bar{T}}_j^{12} = -i \sin(k_{zj} d_j) \times \bar{\bar{g}}_j^{-1} = \begin{bmatrix} -i \frac{k_{zj}}{\omega \varepsilon_j} \sin(k_{zj} d_j) & 0 \\ 0 & -i \frac{\omega \mu_j}{k_{zj}} \sin(k_{zj} d_j) \end{bmatrix} \quad (II-20.b)$$

$$\bar{\bar{T}}_j^{21} = -i \sin(k_{zj} d_j) \times \bar{\bar{g}}_j = \begin{bmatrix} -i \frac{\omega \varepsilon_j}{k_{zj}} \sin(k_{zj} d_j) & 0 \\ 0 & -i \frac{k_{zj}}{\omega \mu_j} \sin(k_{zj} d_j) \end{bmatrix} \quad (II-20.c)$$

La forme matricielle montrée par (II-19) est similaire à celle adoptée dans la méthode de la limite équivalente présentée dans les études [33]-[34], il suffit simplement de prendre $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z$ (substrat isotrope), mais les champs électriques et magnétiques transverses présentés par l'équation (II-19) sont exprimés dans la représentation $[TM, TE]$ au lieu des coordonnées cartésiennes utilisées dans [33]-[34].

Si l'interface $Z=Z_j$ est dépourvue de courants électriques alors (II-14) s'écrit

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_{j+1}(k_s, z_j^+) \\ \bar{h}_{j+1}(k_s, z_j^+) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{e}_j(k_s, z_j^-) \\ \bar{h}_j(k_s, z_j^-) \end{bmatrix} = \bar{\bar{T}}_j \begin{bmatrix} \bar{e}_j(k_s, z_{j-1}^+) \\ \bar{h}_j(k_s, z_{j-1}^+) \end{bmatrix} \quad (II-21)$$

Si par contre l'interface $Z=Z_j$ contient des courants électriques, nous avons

$$\begin{cases} \tilde{H}_y(z_j^-) - \tilde{H}_y(z_j^+) = \tilde{J}_x(z_j) \\ \tilde{H}_x(z_j^-) - \tilde{H}_x(z_j^+) = -\tilde{J}_y(z_j) \end{cases} \quad (II-22)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{H}_y(z_j^-) \\ -\tilde{H}_x(z_j^-) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{H}_y(z_j^+) \\ -\tilde{H}_x(z_j^+) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{J}_x(z_j) \\ \tilde{J}_y(z_j) \end{bmatrix} \quad (II-23)$$

En remplaçant par (II-12) dans (II-23) nous obtenons :-

$$\frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h^e(z_j^-) \\ h^h(z_j^-) \end{bmatrix} - \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h^e(z_j^+) \\ h^h(z_j^+) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{J}_x(z_j) \\ \tilde{J}_y(z_j) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} h^e(z_j^-) \\ h^h(z_j^-) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} h^e(z_j^+) \\ h^h(z_j^+) \end{bmatrix} = \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{J}_x(z_j) \\ \tilde{J}_y(z_j) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J^e(z_j) \\ J^h(z_j) \end{bmatrix} \quad (II-24)$$

Avec :

$$\bar{J} = \begin{bmatrix} J^e \\ J^h \end{bmatrix} = \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \end{bmatrix} \quad (II-25)$$

$$\tilde{J} = \begin{bmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \end{bmatrix} = \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J^e \\ J^h \end{bmatrix} \quad (II-26)$$

Donc on peut écrire :-

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_{j+I}(k_s, z_j^-) \\ \bar{h}_{j+I}(k_s, z_j^-) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{e}_{j+I}(k_s, z_j^+) \\ \bar{h}_{j+I}(k_s, z_j^+) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{0} \\ \bar{J}(z_j) \end{bmatrix} \quad (II-27)$$

A partir de (II-27) et (II-19) on peut écrire :-

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_{j+I}(k_s, z_j^+) \\ \bar{h}_{j+I}(k_s, z_j^+) \end{bmatrix} = \bar{T}_j \begin{bmatrix} \bar{e}_j(k_s, z_{j-1}^+) \\ \bar{h}_j(k_s, z_{j-1}^+) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{0} \\ \bar{J}(z_j) \end{bmatrix} \quad (II-28)$$

Si le milieu $Z < Z_{j-1}$ est un conducteur parfait (plan de masse) alors :

$$\bar{e}_{j+1}(k_s, z_{j-1}^+) = \bar{0} \quad (II-29)$$

Si le milieu $Z > Z_j$ est l'air tenant compte de la condition de rayonnement on aura a partir de (II-16) et (II-17) :

$$\bar{h}_{j+1}(k_s, z_j^+) = \bar{g}_{j+1}(k_s) \cdot \bar{e}_{j+1}(k_s, z_j^+) \quad (II-30)$$

Les équations (II-21), (II-28), (II-29) et (II-30) formant les équations de base pour détermination du tenseur spectral de Green

Le tenseur spectral de Green $\bar{\bar{G}}$ relie le champ électrique tangentiel avec le courant dans le plan du patch. :

$$\bar{\bar{E}} = \bar{\bar{G}} \cdot \bar{\bar{J}} \quad (II-31)$$

Avec:

$$\bar{\bar{E}} = \begin{bmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y \end{bmatrix}, \quad \bar{\bar{J}} = \begin{bmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \end{bmatrix}, \quad \bar{\bar{G}} = \begin{bmatrix} G_{xx} & G_{xy} \\ G_{yx} & G_{yy} \end{bmatrix}$$

Dans la représentation $[TM(e), TE(h)]$ le tenseur spectral de Green $\bar{\bar{Q}}$ relie le champ électrique tangentiel \bar{e} avec le courant \bar{J} dans le plan du patch :

$$\bar{e} = \bar{\bar{Q}} \cdot \bar{J} \quad (II-32)$$

Avec:

$$\bar{e} = \begin{bmatrix} e^e \\ e^h \end{bmatrix}, \quad \bar{J} = \begin{bmatrix} J^e \\ J^h \end{bmatrix}, \quad \bar{\bar{Q}} = \begin{bmatrix} Q^e & 0 \\ 0 & Q^h \end{bmatrix}$$

Il est facile de montrer la relation qui existe entre le tenseur diagonal $\bar{\bar{Q}}$ et le tenseur $\bar{\bar{G}}$:

$$\bar{\bar{G}} = \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \cdot \bar{\bar{Q}} \cdot \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \quad (II-33)$$

II.3. Détermination du tenseur de Green pour la structure étudiée

Afin de calculer le tenseur de green $\overline{\overline{G}}$, on calcul tout d'abord le tenseur $\overline{\overline{Q}}$ dans la représentation $[TM, TE]$. Pour simplifier les calculs nous avons déterminé une matrice $[T]$, permettant de relier le champ électrique \overline{e} et le champ magnétique \overline{h} à l'entrée et à la sortie de la couche.

L'analyse dans le domaine spectral est largement utilisée dans les structures microbande. Dans cette approche la fonction tensorielle spectrale de Green qui relie le champ électrique tangentiel avec les courants dans les différents plans conducteurs doit être déterminée. Plusieurs techniques ont été proposées pour calculer le tenseur ; la structure de la figure (II-3) est une antenne microbande rectangulaire avec un substrat diélectrique d'une épaisseur d_1 , une permittivité relative ϵ_1 et une perméabilité μ_0 . Le patch de longueur a , et de largeur b .

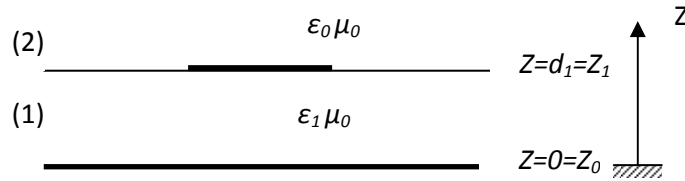


Figure (II-3) Représentation simplifiée de la structure étudiée

Les équations de continuité de la structure de la figure (II-3) et l'équation déduite (II-28) nous permettent d'écrire :

$$\overline{e}_1(k_s, z_0^+) = \overline{0} \quad (II-34)$$

$$\begin{bmatrix} \overline{e}_2(k_s, z_1^+) \\ \overline{h}_2(k_s, z_1^+) \end{bmatrix} = \overline{\overline{T}} \cdot \begin{bmatrix} \overline{e}_1(k_s, z_0^+) \\ \overline{h}_1(k_s, z_0^+) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \overline{J}(z_1) \end{bmatrix} \quad (II-35)$$

$$\overline{h}_2(k_s, z_1^+) = \overline{g}_2(k_s) \cdot \overline{e}_2(k_s, z_1^+) \quad (II-36)$$

On peut simplifier les équations (II-34), (II-35) et (II-36) par les suivantes :

$$\bar{e}_1 = \bar{0} \quad (II-37)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_2 \\ \bar{h}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{T}_1^{11} & \bar{T}_1^{12} \\ \bar{T}_1^{21} & \bar{T}_1^{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{e}_1 \\ \bar{h}_1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{0} \\ \bar{J} \end{bmatrix} \quad (II-38)$$

$$\bar{h}_2 = \bar{g}_0 \cdot \bar{e}_2 \quad (II-39)$$

Dans la représentation $[TM(e), TE(h)]$ le tenseur spectral de Green \bar{Q} relie le champ électrique tangentiel \bar{e}_2 avec le courant \bar{j} dans le plan du patch.

$$\bar{e}_2 = \bar{Q} \cdot \bar{J} \quad (II-40)$$

En remplaçant (II-37) dans (II-38) nous obtenons :-

$$\bar{e}_2 = \bar{T}_1^{12} \cdot \bar{h}_1 \quad (II-41)$$

$$\bar{h}_2 = \bar{T}_1^{22} \cdot \bar{h}_1 - \bar{J} \quad (II-42)$$

$$(II-41) \Rightarrow \bar{h}_1 = \left(\bar{T}_1^{12} \right)^{-1} \cdot \bar{e}_2 \quad (II-43)$$

En remplaçant (II-39) et (II-43) dans (II-42) on aura :-

$$\begin{aligned} \bar{g}_0 \cdot \bar{e}_2 &= \bar{T}_1^{22} \cdot \left(\bar{T}_1^{12} \right)^{-1} \cdot \bar{e}_2 - \bar{J} \\ \Rightarrow \left[\bar{T}_1^{22} \left(\bar{T}_1^{12} \right)^{-1} - \bar{g}_0 \right] \cdot \bar{e}_2 &= \bar{J} \\ \Rightarrow \bar{e}_2 &= \left[\bar{T}_1^{22} \left(\bar{T}_1^{12} \right)^{-1} - \bar{g}_0 \right]^{-1} \cdot \bar{J} \\ \Rightarrow \bar{Q} &= \left[\bar{T}_1^{22} \left(\bar{T}_1^{12} \right)^{-1} - \bar{g}_0 \right]^{-1} \end{aligned} \quad (II-44)$$

Avec :-

$$\bar{\bar{T}}_1^{22} = \begin{bmatrix} \cos(k_{z1} \cdot d_1) & 0 \\ 0 & \cos(k_{z1} \cdot d_1) \end{bmatrix}$$

$$\bar{\bar{T}}_1^{12} = \begin{bmatrix} -i \frac{k_{z1}}{\omega \varepsilon_1} \sin(k_{z1} \cdot d_1) & 0 \\ 0 & -i \frac{\omega \mu_0}{k_{z1}} \sin(k_{z1} \cdot d_1) \end{bmatrix}$$

$$\left(\bar{\bar{T}}_1^{12}\right)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{i\omega \varepsilon_1}{k_{z1} \sin(k_{z1} \cdot d_1)} & 0 \\ 0 & \frac{ik_{z1}}{\omega \mu_0 \sin(k_{z1} \cdot d_1)} \end{bmatrix}$$

$$\bar{\bar{T}}_1^{22} \left(\bar{\bar{T}}_1^{12}\right)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{i\omega \varepsilon_1 \cos(k_{z1} \cdot d_1)}{k_{z1} \sin(k_{z1} \cdot d_1)} & 0 \\ 0 & \frac{ik_{z1} \cos(k_{z1} \cdot d_1)}{\omega \mu_0 \sin(k_{z1} \cdot d_1)} \end{bmatrix}$$

$$\bar{\bar{g}}_0 = \begin{bmatrix} \frac{\omega \varepsilon_0}{k_{z0}} & 0 \\ 0 & \frac{k_{z0}}{\omega \mu_0} \end{bmatrix}$$

$$\bar{\bar{T}}_1^{22} \left(\bar{\bar{T}}_1^{12}\right)^{-1} - \bar{\bar{g}}_0 = \begin{bmatrix} \frac{i\omega \varepsilon_1 \cos(k_{z1} \cdot d_1)}{k_{z1} \sin(k_{z1} \cdot d_1)} - \frac{\omega \varepsilon_0}{k_{z0}} & 0 \\ 0 & \frac{ik_{z1} \cos(k_{z1} \cdot d_1)}{\omega \mu_0 \sin(k_{z1} \cdot d_1)} - \frac{k_{z0}}{\omega \mu_0} \end{bmatrix}$$

$$(Q^e)^{-1} = \frac{1}{Q^e} = \frac{i\omega \varepsilon_1 \cos(k_{z1} \cdot d_1)}{k_{z1} \sin(k_{z1} \cdot d_1)} - \frac{\omega \varepsilon_0}{k_{z0}}$$

$$\text{avec : } \varepsilon_1 = \varepsilon_0 \varepsilon_{r1}$$

$$\begin{aligned} (Q^e)^{-1} &= i\omega \varepsilon_0 \left\{ \frac{\varepsilon_{r1} \cos(k_{z1} \cdot d_1)}{k_{z1} \sin(k_{z1} \cdot d_1)} - i \frac{1}{k_{z0}} \right\} \\ &= i\omega \varepsilon_0 \left\{ \frac{\varepsilon_{r1} k_{z0} \cos(k_{z1} \cdot d_1) + ik_{z1} \sin(k_{z1} \cdot d_1)}{k_{z0} k_{z1} \sin(k_{z1} \cdot d_1)} \right\} \end{aligned}$$

$$Q^e = \frac{i}{\omega \varepsilon_0} \times \frac{k_{z0} k_{z1} \sin(k_{z1} \cdot d_1)}{\varepsilon_{r1} k_{z0} \cos(k_{z1} \cdot d_1) + ik_{z1} \sin(k_{z1} \cdot d_1)} \quad (II-45)$$

$$\begin{aligned} (Q^h)^{-1} &= \frac{1}{Q^h} = \frac{ik_{z1} \cos(k_{z1} \cdot d_1)}{\omega \mu_0 \sin(k_{z1} \cdot d_1)} - \frac{k_{z0}}{\omega \mu_0} \\ &= \frac{i}{\omega \mu_0} \left\{ \frac{ik_{z1} \cos(k_{z1} \cdot d_1)}{\sin(k_{z1} \cdot d_1)} + ik_{z0} \right\} \\ &= \frac{i}{\omega \mu_0} \left\{ \frac{ik_{z1} \cos(k_{z1} \cdot d_1) + ik_{z0} \sin(k_{z1} \cdot d_1)}{\sin(k_{z1} \cdot d_1)} \right\} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow Q^h = \frac{-i}{\omega \varepsilon_0} \times \frac{k_{z0}^2 \sin(k_{z1} \cdot d_1)}{k_{z1} \cos(k_{z1} \cdot d_1) + ik_{z0} \sin(k_{z1} \cdot d_1)} \quad (II-46)$$

Les équations (II-45) et (II-46) donnent le tenseur spectral de Green $\overline{\overline{Q}}$ dans la représentation $[TM(e), TE(h)]$:-

$$Q^e = \frac{i}{\omega \varepsilon_0} \times \frac{k_{z0} k_{z1} \sin(k_{z1} \cdot d_1)}{\varepsilon_{r1} k_{z0} \cos(k_{z1} \cdot d_1) + i k_{z1} \sin(k_{z1} \cdot d_1)} \quad (II-47)$$

$$Q^h = \frac{-i}{\omega \varepsilon_0} \times \frac{k_{z0}^2 \sin(k_{z1} \cdot d_1)}{k_{z1} \cos(k_{z1} \cdot d_1) + i k_{z0} \sin(k_{z1} \cdot d_1)} \quad (II-48)$$

Avec:-

$$T_m = \varepsilon_{r1} k_{z0} \cos(k_{z1} \cdot d_1) + i k_{z1} \sin(k_{z1} \cdot d_1)$$

$$T_e = k_{z1} \cos(k_{z1} \cdot d_1) + i k_{z0} \sin(k_{z1} \cdot d_1)$$

$$\overline{\overline{Q}} = \begin{bmatrix} Q^e & 0 \\ 0 & Q^h \end{bmatrix}$$

Nous avons:- $\overline{\overline{G}} = \begin{bmatrix} G_{xx} & G_{xy} \\ G_{yx} & G_{yy} \end{bmatrix}$

Avec:-

$$\overline{\overline{G}} = \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \cdot \overline{\overline{Q}} \cdot \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} G_{xx} = \frac{1}{k_s^2} (k_x^2 Q^e + k_y^2 Q^h) & (II-49.a) \\ G_{xy} = G_{yx} = \frac{k_x k_y}{k_s^2} (Q^e - Q^h) & (II-49.b) \\ G_{yy} = \frac{1}{k_s^2} (k_y^2 Q^e + k_x^2 Q^h) & (II-49.c) \end{cases}$$

En remplaçant (II-45) et (II-46) dans (II-49.a), (II-49.b) et (II-49.c) nous obtenons:-

$$G_{xx} = \frac{-i}{\omega \varepsilon_0} \left[\frac{k_x^2 k_{z0} k_{z1} \sin(k_{z1} d)}{k_s^2 T_m} + \frac{k_y^2 k_0^2 \sin(k_{z1} d)}{k_s^2 T_e} \right] \quad (II-50.a)$$

$$G_{xy} = G_{yx} = \frac{-i}{\omega \varepsilon_0} \left[\frac{k_x k_y k_{z0} k_{z1} \sin(k_{z1} d)}{k_s^2 T_m} - \frac{k_x k_y k_0^2 \sin(k_{z1} d)}{k_s^2 T_e} \right] \quad (II-50.b)$$

$$G_{yy} = \frac{-i}{\omega \varepsilon_0} \left[\frac{k_y^2 k_{z0} k_{z1} \sin(k_{z1} d)}{k_s^2 T_m} + \frac{k_x^2 k_0^2 \sin(k_{z1} d)}{k_s^2 T_e} \right] \quad (II-50.c)$$

Avec:-

$$\begin{aligned} k_{z0}^2 &= k_0^2 - k_s^2 \\ k_0^2 &= \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \\ k_{z1}^2 &= k_1^2 - k_s^2 \\ k_1^2 &= \omega^2 \varepsilon_1 \mu_0 = \varepsilon_{r1} \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 = \varepsilon_{r1} k_0^2 \Rightarrow k_{z1}^2 = \varepsilon_{r1} k_0^2 - k_s^2 \end{aligned}$$

II.4. Equation intégrale et conditions aux limites

Maintenant que nous avons la fonction de Green nécessaire, il est relativement simple de formuler la solution par la méthode de moments afin de déterminer les caractéristiques de l'antenne en termes de la solution obtenue.

Nous avons montré que :-

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{xx} & G_{xy} \\ G_{yx} & G_{yy} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \end{bmatrix} \quad (II-51)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \tilde{E}_x = G_{xx} \tilde{J}_x + G_{xy} \tilde{J}_y \\ \tilde{E}_y = G_{yx} \tilde{J}_x + G_{yy} \tilde{J}_y \end{cases} \quad (II-52)$$

Le champ électrique transverse peut être obtenu à partir de l'équation (II-52) via la transformée inverse de Fourier:

$$\begin{cases} E_x(x,y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[G_{xx} \tilde{J}_x + G_{xy} \tilde{J}_y \right] e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y & (II-53.a) \\ E_y(x,y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[G_{yx} \tilde{J}_x + G_{yy} \tilde{J}_y \right] e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y & (II-53.b) \end{cases}$$

L'application de la condition au limite exigeant l'annulation du champ électrique transverse des équations (II-53.a) et (II-53.b) sur la plaque conductrice. Ceci devient possible après l'élimination du champ électrique crée par l'effet conducteur dans le patch, ce qui donne l'équation intégrale recherchée :

$$(II-53.a) \Rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{xx} \tilde{J}_x e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y + \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{xy} \tilde{J}_y e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y = 0 \quad (II-54.a)$$

$$(II-53.b) \Rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{yx} \tilde{J}_x e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y + \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{yy} \tilde{J}_y e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y = 0 \quad (II-54.b)$$

II.5. Résolution de l'équation intégrale par la procédure de Galerkin

Maintenant que nous avons la fonction de Green nécessaire, il est relativement simple de formuler la solution par la méthode des moments (MOM), afin de déterminer les caractéristiques de l'antenne en termes de la solution obtenue. Cette méthode consiste à transformer l'équation intégrale en une équation algébrique matricielle qui peut être facilement résolue par les méthodes numériques. La méthode des moments est la technique numérique la plus utilisée dans le domaine électromagnétique [31].

La méthode de Galerkin, qui est un cas particulier de la méthode des moments, est implémentée dans le domaine de Fourier pour réduire le système des équations intégrales (II-53.a) et (II-53.b)

à une équation matricielle. Le courant surfacique $J(x,y)$ sur la plaque conductrice est développé en une série finie de fonctions de base connues J_x, J_y .

$$J_x(x,y) = \sum_{n=1}^N a_n J_{xn}(x,y) \quad (II-55.a)$$

$$J_y(x,y) = \sum_{m=1}^M b_m J_{ym}(x,y) \quad (II-55.b)$$

Où a_n et b_m sont les coefficients du développement modal [16]-[31]:

Les transformées de Fourier des équations (II-55.a) et (II-55.b) sont [Annexe C] :

$$\tilde{J}_x(x,y) = \sum_{n=1}^N a_n \tilde{J}_{xn}(k_x, k_y)$$

$$\tilde{J}_y(x,y) = \sum_{m=1}^M b_m \tilde{J}_{ym}(k_x, k_y)$$

En remplaçant dans (II-54.a) et (II-54.b) pour trouver les équations suivantes :-

$$\sum_{n=1}^N a_n \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{xx} \tilde{J}_{xn}(k_x, k_y) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y + \sum_{m=1}^M b_m \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{xy} \tilde{J}_{ym}(k_x, k_y) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y = 0 \quad (II-56.a)$$

$$\sum_{n=1}^N a_n \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{yx} \tilde{J}_{xn}(k_x, k_y) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y + \sum_{m=1}^M b_m \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{yy} \tilde{J}_{ym}(k_x, k_y) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y = 0 \quad (II-56.b)$$

En multipliant (II-56.a) par $J_{xk}(x,y)$ pour $k=1 \dots N$ et en intégrant sur le domaine du patch [(x,y) patch] on obtient :-

$$\sum_{n=1}^N a_n \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{xx} \tilde{J}_{xn}(k_x, k_y) \tilde{J}_{xk}(-k_x, -k_y) dk_x dk_y + \sum_{m=1}^M b_m \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{xy} \tilde{J}_{ym}(k_x, k_y) \tilde{J}_{xk}(-k_x, -k_y) dk_x dk_y = 0$$

$$(II-57.a)$$

En multipliant (II-56.b) par $J_{yl}(x,y)$ ($l=1..M$) et en intégrant sur le domaine du patch [(x,y) patch] on trouve

$$\sum_{n=1}^N a_n \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{yx} \tilde{J}_{xn}(k_x, k_y) \tilde{J}_{yl}(-k_x, -k_y) dk_x dk_y + \sum_{m=1}^M b_m \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{yy} \tilde{J}_{yl}(k_x, k_y) \tilde{J}_{xm}(-k_x, -k_y) dk_x dk_y = 0 \quad (II-57.b)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{n=1}^N a_n \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{xx} \tilde{J}_{xn}(k_x, k_y) \tilde{J}_{xk}(-k_x, -k_y) dk_x dk_y + \sum_{m=1}^M b_m \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{xy} \tilde{J}_{ym}(k_x, k_y) \tilde{J}_{xk}(-k_x, -k_y) dk_x dk_y = 0 \\ \sum_{n=1}^N a_n \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{yx} \tilde{J}_{xn}(k_x, k_y) \tilde{J}_{yl}(-k_x, -k_y) dk_x dk_y + \sum_{m=1}^M b_m \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{yy} \tilde{J}_{yl}(k_x, k_y) \tilde{J}_{xm}(-k_x, -k_y) dk_x dk_y = 0 \end{array} \right.$$

Ces équations peuvent être écrites sous une forme matricielle

$$\begin{bmatrix} (Z_{kn}^1)_{N \times N} & (Z_{km}^2)_{N \times M} \\ (Z_{ln}^3)_{M \times N} & (Z_{lm}^4)_{M \times M} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} (a_n)_{N \times 1} \\ (b_m)_{M \times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{0} \\ \bar{0} \end{bmatrix} \quad (II-58)$$

Avec:-

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_{kn}^1 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{J}_{xk}(-k_x, -k_y) \cdot G_{xx} \tilde{J}_{xm}(k_x, k_y) dk_x dk_y \quad (II-59.a) \\ Z_{km}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{J}_{xk}(-k_x, -k_y) \cdot G_{xy} \tilde{J}_{ym}(k_x, k_y) dk_x dk_y \quad (II-59.b) \\ Z_{ln}^3 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{J}_{yl}(-k_x, -k_y) \cdot G_{yx} \tilde{J}_{xm}(k_x, k_y) dk_x dk_y \quad (II-59.c) \\ Z_{lm}^4 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{J}_{yl}(-k_x, -k_y) \cdot G_{yy} \tilde{J}_{ym}(k_x, k_y) dk_x dk_y \quad (II-59.d) \end{array} \right.$$

Avec: - $k, n = 1, 2 \dots N$ et $l, m = 1, 2 \dots M$

II.6. Calcul de la fréquence de résonance et la bande passante

Dans le cas d'une équation matricielle homogène (II-58) et pour éviter la solution triviale il faut que le système $[Z][C]=0$ (II-58) soit à matrice singulière ce qui est équivalent à imposer la condition :

$$\det[Z(\omega)]=0 \quad (II-60)$$

On remarque bien que le déterminant est une fonction de la fréquence, et les solutions qui l'annulent sont des fréquences de résonance ; puisque la fréquence de résonance est définie comme la fréquence à laquelle le champ électrique se soutient sans la présence d'une source extérieure. Mais il reste que seule une fréquence complexe vérifie l'équation (II-60).

Une fois le problème de la fréquence de résonance f est résolu, le vecteur propre minimal de la matrice $[Z]$ donne les coefficients du courant. Le courant est donc obtenu sous forme numérique.

Notons que :

$$f = f_r + if_i, \quad Bp = 2f_i / f_r, \quad Q = 1/Bp$$

f_r : fréquence réelle

f_i : fréquence imaginaire

Bp : bande passante

Q : facteur de qualité

CHAPITRE III

Choix des fonctions de base et résolution numérique

III.1 Introduction

III.2 Choix des fonctions de base

III.2.2 Fonctions sinusoidales avec les singularités appropriées de bord

III.2.2 Fonctions sinusoidales avec les singularités appropriées de bord

III.2.3 Système formé par les polynômes de Chebyshev et les conditions de bord

III.3 Convergence numérique des trois types de fonctions

III.4 Effet de l'épaisseur et de la permittivité du substrat

III.5 Conclusion

III.1 Introduction

Dans le chapitre II, nous avons donné la formulation mathématique du problème, à présent nous allons donner des résultats numériques en utilisant trois types de fonctions de base. Nous terminerons ce chapitre par l'étude de l'influence de l'épaisseur et la permittivité relative du substrat sur la fréquence de résonance, la partie imaginaire de la fréquence de résonance et la bande passante.

III.2 Choix des fonctions de base

Lorsque la méthode des moments est utilisée dans la résolution de quelques problèmes d'électromagnétisme, un facteur critique est le choix approprié des fonctions de base. La sélection de ces dernières joue un rôle important dans la détermination de la vitesse de convergence des résultats numériques, et qu'un choix inexact peut mener à des résultats erronés.

La sélection de ces dernières joue un rôle important dans la détermination de la vitesse de convergence des résultats numériques, et qu'un choix inexact peut mener à des résultats erronés. Dans la littérature, différents types de fonctions de base ont été employés avec succès dans l'approximation de la densité de courant sur la plaque rectangulaire. Cependant, les questions pertinentes concernant le choix des fonctions de base pour chaque type de fonction de base n'ont pas été adressées avec suffisamment de détail, excepté dans le contexte de la convergence des intégrales impliquées dans l'application de la méthode des moments dans l'approche spatiale ou spectrale et strictement du point de vue mathématique [35].

Dans ce présent chapitre, trois types de fonctions de base sont utilisés pour développer la distribution du courant surfacique inconnu sur la plaque rectangulaire. Le premier type de fonctions de base est formé par l'ensemble des modes TM d'une cavité rectangulaire avec murs magnétiques latéraux. Ces modes sont donnés par :

III.2.1 Fonctions de base issues du modèle de cavité

$$J_{xn}(x,y) = \sin\left[\frac{n}{2}\frac{\pi}{a}\left(x + \frac{a}{2}\right)\right] \cos\left[\frac{n}{2}\frac{\pi}{b}\left(y + \frac{b}{2}\right)\right] \quad (III.1.a)$$

$$J_{ym}(x,y) = \sin\left[\frac{m}{2}\frac{\pi}{b}\left(y + \frac{b}{2}\right)\right] \cos\left[\frac{m}{2}\frac{\pi}{a}\left(x + \frac{a}{2}\right)\right] \quad (III.1.b)$$

Les courants donnés par les équations sont définis uniquement sur la plaque rayonnante et nuls en dehors de cette dernière, les couples (n_1, n_2) et (m_1, m_2) sont des nombres entiers, le choix de ces nombres dépend du mode étudié, dans notre étude nous intéressons au mode TM_{01} qui possède un courant dominant dans la direction Y .

La figure (II-1) représente le comportement de quelques fonctions de base de ce premier type (modes $(1,0)$ et $(2,1)$ dans la direction x , et modes $(0,1)$ et $(0,3)$ dans la direction y).

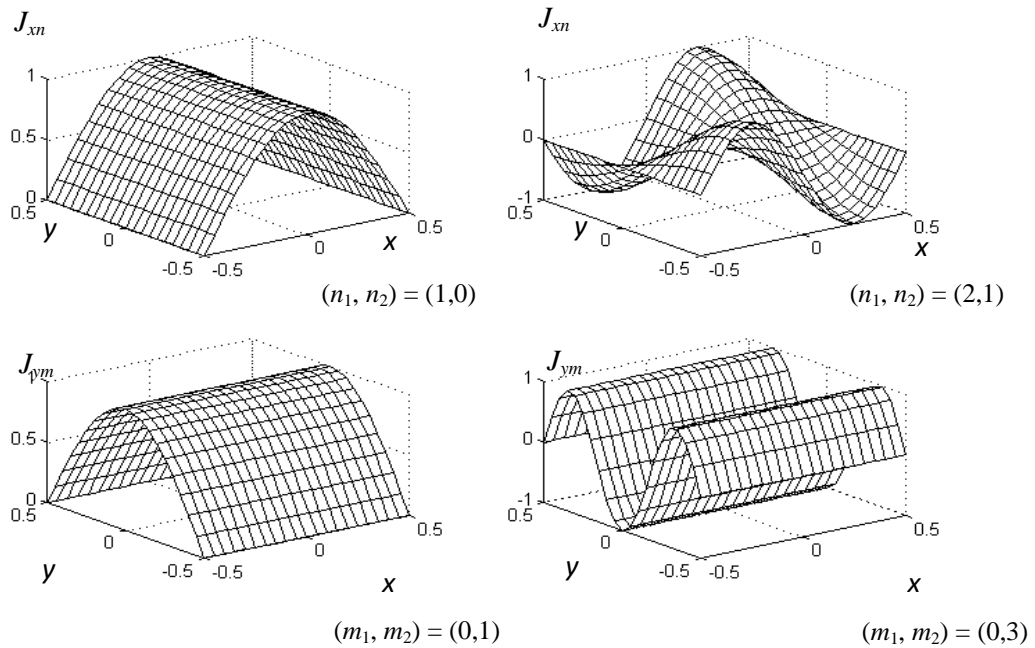


Figure III.1 Comportement de quelques fonctions de base issues du modèle de la cavité.

III.2.2 Fonctions sinusoïdales avec les singularités appropriées de bord

Le deuxième type de fonctions de base emploie des fonctions sinusoïdales avec les singularités appropriées de bord. Ces fonctions de base sont données par :

$$J_{xn}(x,y) = \frac{1}{\sqrt{(b/2)^2 - y^2}} \sin \left[\frac{n_1 \pi}{a} \left(x + \frac{a}{2} \right) \right] \cos \left[\frac{n_2 \pi}{b} \left(y + \frac{b}{2} \right) \right] \quad (III.2.a)$$

$$J_{ym}(x,y) = \frac{1}{\sqrt{(a/2)^2 - x^2}} \sin \left[\frac{m_2 \pi}{b} \left(y + \frac{b}{2} \right) \right] \cos \left[\frac{m_1 \pi}{a} \left(x + \frac{a}{2} \right) \right] \quad (III.2.b)$$

La Figure III.2 ci-dessous illustre le comportement de quelques fonctions de base de ce deuxième type (modes (1,0) et (2,1) dans la direction x , et modes (0,1) et (0,3) dans la direction y).

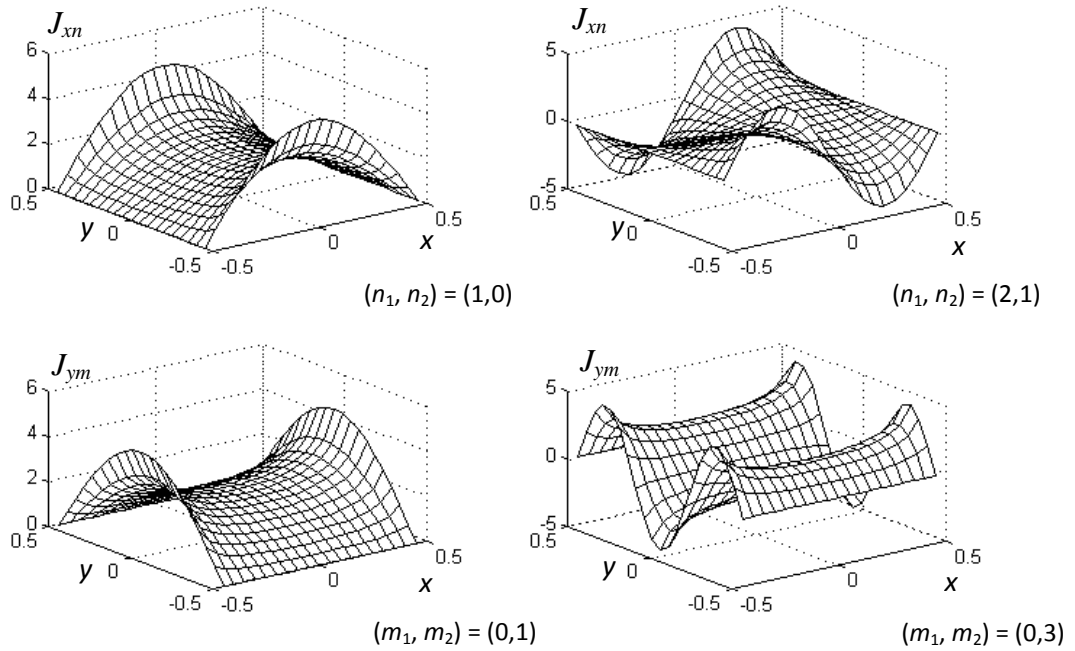


Figure III.2 Comportement de quelques fonctions de base utilisant des fonctions sinusoïdales avec des facteurs de pondération pour incorporer les singularités de bord.

III.2.3 Système formé par les polynômes de Chebyshev et les conditions de bord

Le troisième type de fonctions de base consiste en une combinaison des polynômes de Chebyshev, avec des facteurs de pondération pour incorporer les conditions appropriées de bord.

Ces fonctions de base sont données par :

$$J_{xn}(x,y) = \sqrt{\frac{1-(2x/a)^2}{1-(2y/b)^2}} U_{n_1}(2x/a) T_{n_2}(2y/b) \quad (III.3.a)$$

$$J_{ym}(x,y) = \sqrt{\frac{1-(2y/b)^2}{1-(2x/a)^2}} U_{m_2}(2y/b) T_{m_1}(2x/a) \quad (III.3.b)$$

Où $T_n(\cdot)$ et $U_n(\cdot)$ sont, respectivement, les polynômes de Chebyshev du premier et de la deuxième espèce. Notons que ces fonctions de base ont été utilisées auparavant dans l'analyse par la méthode des moments d'un réseau d'ouvertures rectangulaires [36]. Figure III.3 illustre le comportement de quelques fonctions de base de ce troisième type (modes (0,0) et (0,2) dans la direction x , et modes (0,0) et (2,0) dans la direction y).

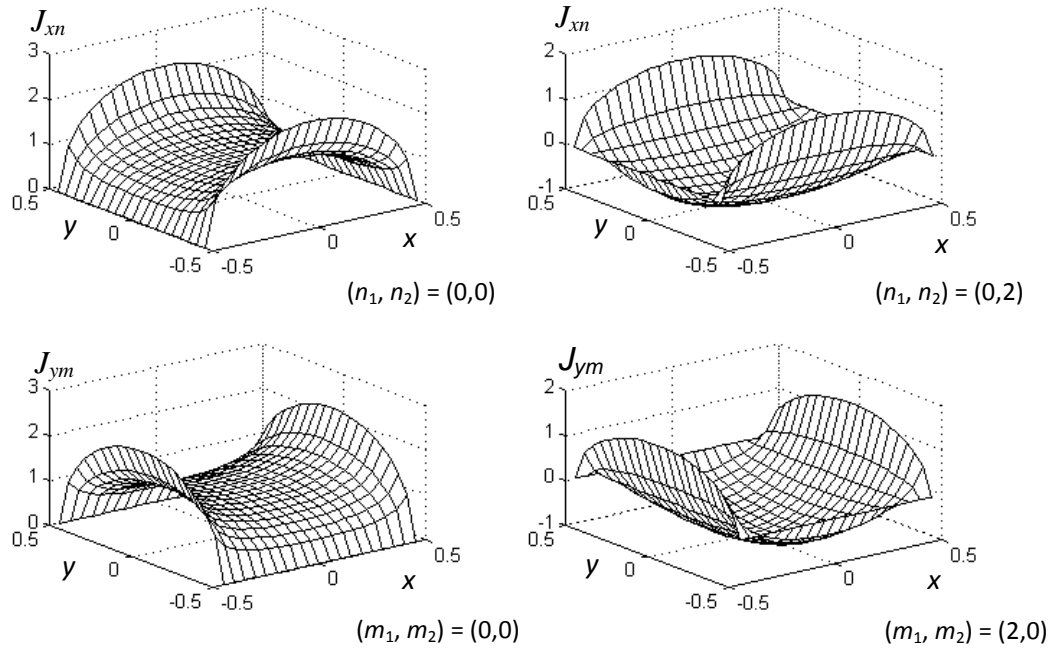


Figure III.3 Comportement de quelques fonctions de base utilisant des polynômes de Chebyshev avec des facteurs de pondération pour incorporer les conditions de bord.

III.3 Convergence numérique des trois types de fonctions

Dans cette section le mode considéré est le mode TM_{01} dont la composante dominante du courant est portée selon la direction y . Au lieu d'accomplir la double intégration infinie des expressions (II-59a)-(II.59d) dans l'espace rectangulaire (k_x, k_y) , on passe aux coordonnées polaires. Pour améliorer la qualité des résultats numériques, les intégrales sont évaluées numériquement en utilisant la règle composite de Gauss-Legendre à 8 points, avec une intégration effectuée le long d'un contour déformé au-dessus de l'axe réel pour éviter les singularités.

La règle composite de Gauss-Legendre à 8 points, adoptée ici pour l'évaluation des intégrales, produit des estimations exactes même lorsque l'intervalle d'intégration est large. Dans cette règle composite, l'intervalle d'intégration est divisé en des intervalles plus petits, et puis la règle simple de Gauss-Legendre à 8 points est appliquée pour chacun de ces sous-intervalles. Concernant le programme qui cherche les fréquences complexes de l'équation (II-59), La méthode de Muller qui nécessite trois valeurs initiales est utilisée. Cette méthode itérative a été implémentée dans les ordinateurs avec un succès remarquable car elle converge pratiquement quadratiquement au voisinage de la racine, n'exige pas l'évaluation du dérivé de la fonction, et obtient des racines réelles et complexes même lorsque ces racines ne sont pas simples [43].

Maintenant nous étudions la convergence des résultats numériques. Les dimensions de la plaque rectangulaire sont $a \times b = 1.9 \text{ cm} \times 2.29 \text{ cm}$ et le substrat a une permittivité relative $\epsilon_{r1} = 2.32$ et une épaisseur $d_1 = 1.59 \text{ mm}$. Dans le Tableau 1.1, la convergence des résultats numériques utilisant les fonctions de base issues du modèle de la cavité est étudiée en fonction du nombre de fonctions de base. Les résultats indiquent que le choix des couples (n_1, n_2) et (m_1, m_2) ne doit pas se faire d'une manière arbitraire, mais il est soumis aux deux critères suivants [38] :

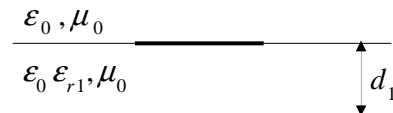
- ✓ n_1 et m_1 doivent être les deux pairs.
- ✓ n_2 et m_2 doivent être les deux impairs.

Si on utilise un couple additionnel qui ne vérifie pas ces conditions, la taille de la matrice impédance augmente sans amélioration de la convergence. Notons que l'étude de convergence reportée dans les travaux [1], [20], [29], [30], [31], [33] n'a pas été effectuée d'une manière convenable, puisque ces deux conditions n'ont pas été respectées durant le développement du courant en séries de fonctions de base. Les résultats numériques indiquent aussi qu'uniquement une seule fonction de base dans la direction y suffit pour obtenir la fréquence de résonance avec une précision acceptable. La fréquence théorique obtenue (4.104 GHz) avec $(N=0, M=1)$ est en bon accord avec la donnée mesurée dans [44], avec un petit décalage de 0.019 GHz. Les avantages apportés par l'utilisation d'une seule fonction de base sont :

- ✓ Une diminution considérable du temps de calcul car un seul élément dans la matrice impédance est à calculer.

- ✓ La méthode de Muller converge à la fréquence correcte pour un large choix de valeurs initiales.

Tableau 1.1 Convergence de la fréquence de résonance et du facteur de qualité en fonction du nombre de fonctions de base lorsque les modes de cavité sont utilisés dans l'approximation du courant de la plaque rectangulaire.

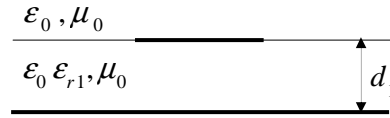


Modes utilisés dans la direction x		Modes utilisés dans la direction y		Fréquence de résonance (GHz)	Facteur de qualité
N	(n_1, n_2)	M	(m_1, m_2)		
0	—	1	(0,1)	4.1231	36.346
5	(1,0), (1,1), (1,2), (2,0), (2,2)	1	(0,1)	4.1231	36.346
1	(2,1)	1	(0,1)	4.1087	36.762
0	—	5	(0,1), (0,2), (1,1), (1,2), (2,2)	4.1231	36.346
0	—	2	(0,1), (2,1)	4.1195	37.333
5	(1,0), (1,1), (1,2), (2,0), (2,2)	5	(0,1), (0,2), (1,1), (1,2), (2,2)	4.1231	36.346
1	(2,1)	2	(0,1), (2,1)	4.1336	35.792
2	(2,1), (2,3)	4	(0,1), (2,1), (0,3), (2,3)	4.1151	35.824
4	(2,1), (2,3), (4,1), (4,3)	6	(0,1), (2,1), (0,3), (2,3), (4,1), (4,3)	4.1181	35.579

Dans le tableau 1.2, la convergence des résultats numériques utilisant des fonctions de base sinusoïdales avec des facteurs de pondération pour incorporer les singularités de bord est étudiée en fonction du nombre de fonctions de base. Nous remarquons que les conditions imposées sur le choix des fonctions sinusoïdales avec les singularités de bord sont similaires à celles imposées sur la sélection des fonctions sinusoïdales sans les singularités de bord. Maintenant, une seule fonction de base est incapable d'assurer la convergence des résultats numériques. Un mode supplémentaire dans la direction y étant nécessaire. Ce dernier est défini par le couple (2,1). Notons que le temps de calcul requis pour obtenir une fréquence de résonance lorsque les fonctions sinusoïdales avec les singularités de bord sont utilisées comme fonctions de base est plus long que celui nécessaire pour le calcul de cette fréquence lorsque les fonctions de base sinusoïdales sans les singularités de bord sont utilisées comme fonctions de base pour les raisons suivantes [38] :

- ✓ Trois éléments dans la matrice impédance doivent être calculés.
- ✓ La longueur du chemin d'intégration requise pour atteindre la convergence des intégrales de la matrice impédance lorsque les fonctions sinusoïdales avec les singularités de bord sont utilisées est $250k_0$, alors que l'intégrale semi-infinie est tronquée à une limite supérieure de $60k_0$ lorsque les fonctions sinusoïdales sans les singularités de bord sont utilisées.

Tableau 1.2 Convergence de la fréquence de résonance et du facteur de qualité en fonction du nombre de fonctions de base lorsque les fonctions sinusoïdales avec les singularités de bord sont utilisées dans l'approximation du courant de la plaque rectangulaire.



Modes utilisés dans la direction x		Modes utilisés dans la direction y		Fréquence de résonance (GHz)	Facteur de qualité
N	(n_1, n_2)	M	(m_1, m_2)		
0	—	1	(0,1)	4.1842	36.878
5	(1,0), (1,1), (1,2), (2,0), (2,2)	1	(0,1)	4.1842	36.878
1	(2,1)	1	(0,1)	4.0821	39.426
0	—	5	(0,1), (0,2), (1,1), (1,2), (2,2)	4.1842	36.878
0	—	2	(0,1), (2,1)	4.1163	36.840
5	(1,0), (1,1), (1,2), (2,0), (2,2)	5	(0,1), (0,2), (1,1), (1,2), (2,2)	4.1842	36.878
1	(2,1)	2	(0,1), (2,1)	4.1323	35.742
2	(2,1), (2,3)	4	(0,1), (2,1), (0,3), (2,3)	4.1090	35.533

Dans le tableau 1.3, la convergence des résultats numériques utilisant les polynômes de Chebyshev avec les conditions de bord comme fonctions de base est étudiée en fonction du nombre de fonctions de base. Les résultats indiquent que le choix des couples (n_1, n_2) et (m_1, m_2) est soumis aux deux critères suivants [38] :

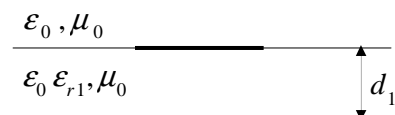
- ✓ n_1 et n_2 doivent être les deux impairs.
- ✓ m_1 et m_2 doivent être les deux pairs.

Des résultats convergents utilisant les polynômes de Chebyshev avec les conditions de bord comme fonctions de base sont obtenus avec ($N=1, M=4$). Le mode dans la direction x est (1,1), alors que les modes dans la direction y sont (0,0), (0,2), (2,0) et (2,2). Comparativement aux deux programmes développés pour les cas des fonctions de base sinusoïdales sans ou avec les singularités de bord, le programme développé pour le calcul de la fréquence de résonance complexe lorsque les polynômes de Chebyshev avec les conditions de bord sont utilisés nécessite un temps relativement important pour les raisons suivantes [38] :

- ✓ La matrice impédance à une taille de 5x5.
- ✓ Le nombre d'itérations dans la méthode de Muller augmente avec l'accroissement de la taille de la matrice impédance.
- ✓ L'intégrale semi-infinie est tronquée à une limite supérieure de $350k_0$.

La transformée de Fourier des fonctions de base utilisant les polynômes de Chebyshev avec les conditions de bord est exprimée en terme de la fonction de Bessel de la première espèce et d'ordre : 0, 1, 2,... [Annexe B].

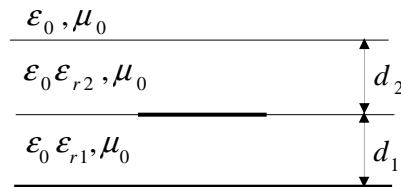
Tableau 1.3. Convergence de la fréquence de résonance et du facteur de qualité en fonction du nombre de fonctions de base lorsque les polynômes de Chebyshev avec les conditions de bord sont utilisés dans l'approximation du courant de la plaque rectangulaire.



Modes utilisés dans la direction x		Modes utilisés dans la direction y		Fréquence de résonance (GHz)	Facteur de qualité
N	(n_1, n_2)	M	(m_1, m_2)		
0	—	1	(0,0)	4.4722	28.098
8	(0,0), (0,1), (0,2), (1,0), (1,2), (2,0), (2,1), (2,2)	1	(0,0)	4.4722	28.098
1	(1,1)	1	(0,0)	4.1737	34.100
0	—	6	(0,0), (0,1), (1,0), (1,1), (1,2), (2,1)	4.4722	28.098
0	—	2	(0,0), (0,2)	4.1042	37.534
8	(0,0), (0,1), (0,2), (1,0), (1,2), (2,0), (2,1), (2,2)	6	(0,0), (0,1), (1,0), (1,1), (1,2), (2,1)	4.4722	28.098
1	(1,1)	2	(0,0), (0,2)	3.9079	42.712
1	(1,1)	3	(0,0), (0,2), (2,0)	4.0601	35.480
1	(1,1)	4	(0,0), (0,2), (2,0), (2,2)	4.0418	36.099
0	/	4	(0,0), (0,2), (2,0), (2,2)	4.0315	37.251
4	(1,1), (1,3), (3,1), (3,3)	9	(0,0), (0,2), (2,0), (2,2), (0,4), (4,0), (2,4), (4,2), (4,4)	4.0422	36.044

Nous terminons cette étude de convergence en donnant dans le Tableau 1.4 une comparaison entre nos fréquences obtenues en utilisant les trois types de fonctions de base et celles mesurées par Bahl *et al.* [44]. Nous considérons la même structure étudiée dans les Tableaux 1.1, 1.2 et 1.3, mais cette fois ci la plaque étant couverte par une couche diélectrique ayant une épaisseur d_2 et une permittivité relative $\epsilon_{r,2}$. Nous avons aussi dans [39] confronté nos résultats avec les mesures expérimentales de Chew et Liu [37] et Pozar [40]. Les différentes comparaisons que nous avons mené montrent un bon accord entre nos résultats et ceux de la littérature.

Tableau 1.4 Comparaison des fréquences de résonance calculées en utilisant trois types différents de fonctions de base avec les résultats mesurés pour une plaque rectangulaire piégée entre un superstrat et un substrat ; $a=1.9\text{cm}$, $b=2.29\text{cm}$, $d_1=1.59\text{mm}$, $\epsilon_{r1}=2.32$



ϵ_{r2}	d_2 (mm)	Fréquences de résonance (GHz)			
		Mesurées [44]	Nos résultats		
			Modes TM de cavité	Fonctions sinusoïdales avec les singularités de bord	Polynômes de Chebyshev avec les conditions de bord
1	—	4.104	4.123	4.116	4.042
2.32	0.8	4.008	4.034	4.017	3.919
2.6	1.12	3.952	3.991	3.971	3.870
3	0.128	4.058	4.095	4.083	3.987
10	1.54	3.482	3.519	3.524	3.323
10.2	0.635	3.640	3.783	3.803	3.572

Parce que les fonctions de base sans singularités de bord assurent une convergence rapide, nous utiliserons ces fonctions pour étudier l'influence de l'épaisseur et de la permittivité du substrat sur la fréquence de résonance, la bande passante.

III.4 Effet de l'épaisseur et de la permittivité du substrat

Dans cette section, nous exposons la dépendance de quelques caractéristiques des antennes microbandes en fonction de leurs paramètres physiques. L'influence de l'épaisseur du substrat et de la permittivité du diélectrique sur la fréquence de résonance complexe et la bande passante est discutée dans la Figure. 3.3., la partie réelle de la fréquence de résonance complexe en fonction de l'épaisseur normalisé du substrat pour une plaque rayonnante rectangulaire de dimension ($a=1.9$ cm et $b=2.29$ cm) réalisée sur un substrat isotrope de permittivité relative $\epsilon_r=2.32$ est montrée.

La partie imaginaire de la fréquence de résonance et la bande passante en fonction de l'épaisseur du substrat pour une antenne microbande ayant les mêmes caractéristiques que celle de la Figure III.4 sont montrées respectivement dans les Figures III.5 et III.6. A partir des trois Figures on conclut que :

- * L'augmentation de l'épaisseur du substrat diélectrique diminue la partie réelle de la fréquence de résonance.
- * la partie imaginaire de la fréquence augmente avec l'augmentation de l'épaisseur.
- * l'augmentation de l'épaisseur du substrat entraîne l'élargissement de la bande passante.

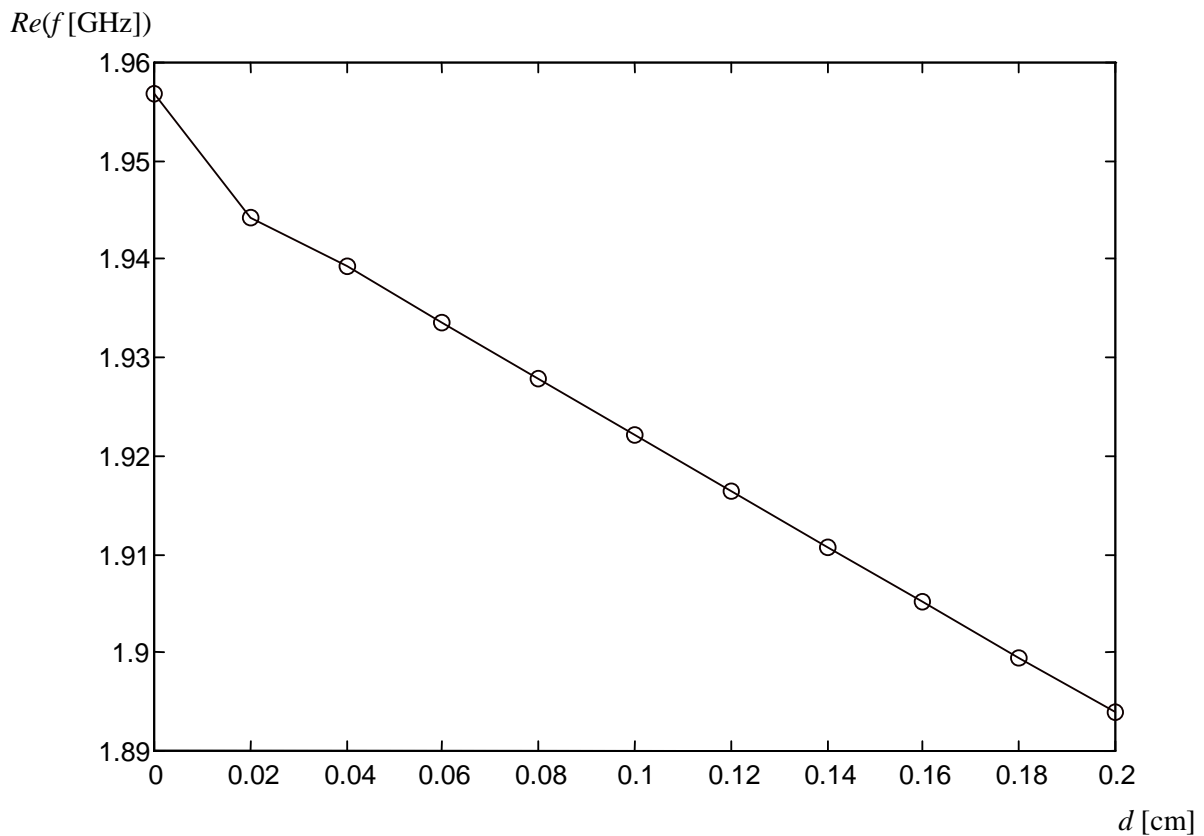
Bien que le travail avec des antennes à épaisseur élevés offrent une bande passante large, cependant les deux inconvénients majeurs pour ces types d'antennes sont le problème des ondes de surface et le couplage. En effet le mode TM_{01} de ces ondes possède une fréquence de coupure nulle ce qui le rend toujours propagatif, même pour les substrats minces. Lorsque l'épaisseur augmente, en outre du mode TM_{01} de ces ondes [36], d'autres modes peuvent exister. Par conséquent l'énergie, couplée entre ces modes sera d'autant plus grande et l'excitation supplémentaire due aux ondes de surface qui naissent aura les inconvénients suivants :

* L'efficacité du rayonnement de l'antenne micro-ruban peut être dégradée à des niveaux inacceptables.

* Le rayonnement dû aux ondes de surface peut engendrer de sérieuses perturbations sur le rayonnement de l'antenne.

* possibilité d'un couplage d'énergie indésirable dans le cas de réseau [41].

Lors de la conception des antennes microbandes, et dans le but d'élargir la bande passante, on peut utiliser des substrats diélectriques à épaisseur élevés, mais tout en essayant d'avoir un compromis entre cette amélioration et l'effet des ondes de surfaces.



FigIII.4 Partie réelle de la fréquence de résonance complexe en fonction de l'épaisseur du substrat ; $a=1.9$ cm, $b=2.29$ cm, $\epsilon_r=2.32$.

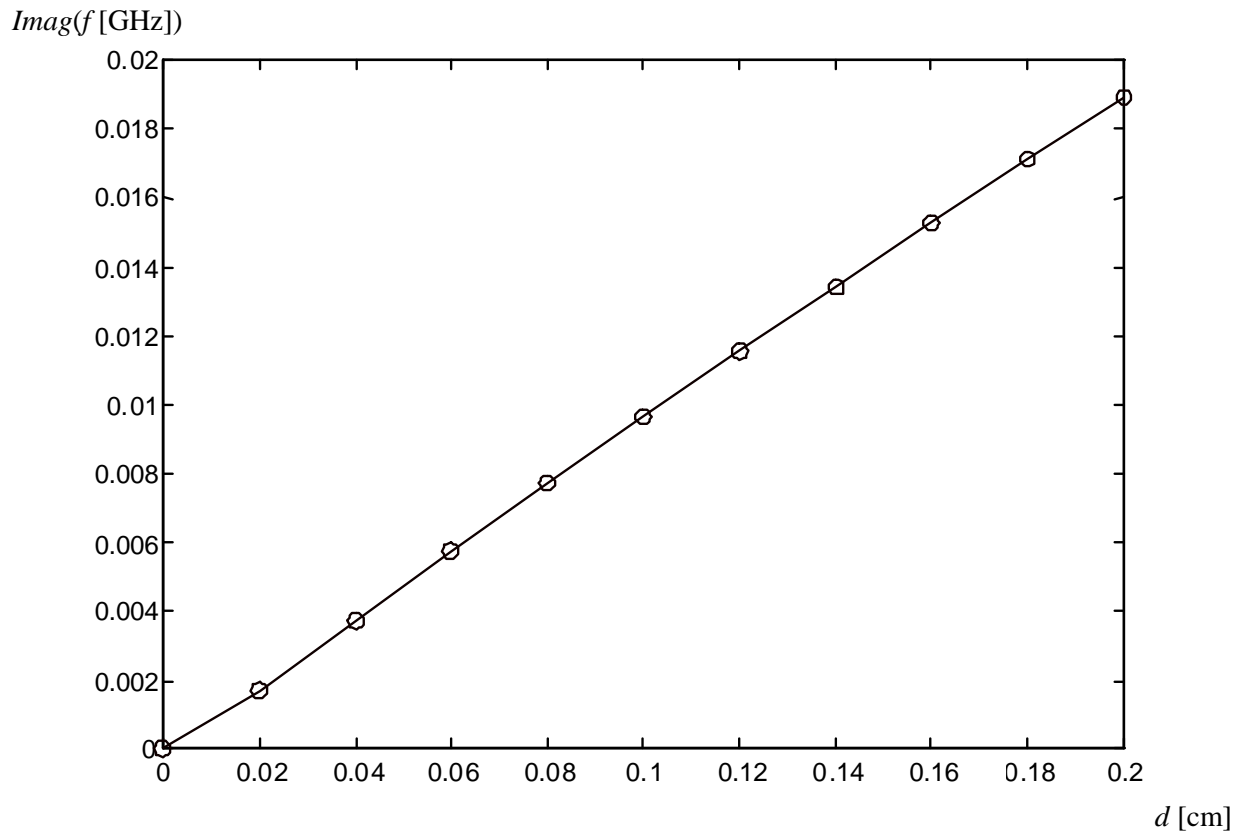


Fig III.5 Partie imaginaire de la fréquence de résonance complexe en fonction de l'épaisseur du substrat; pour le cas de la FigIII.4.

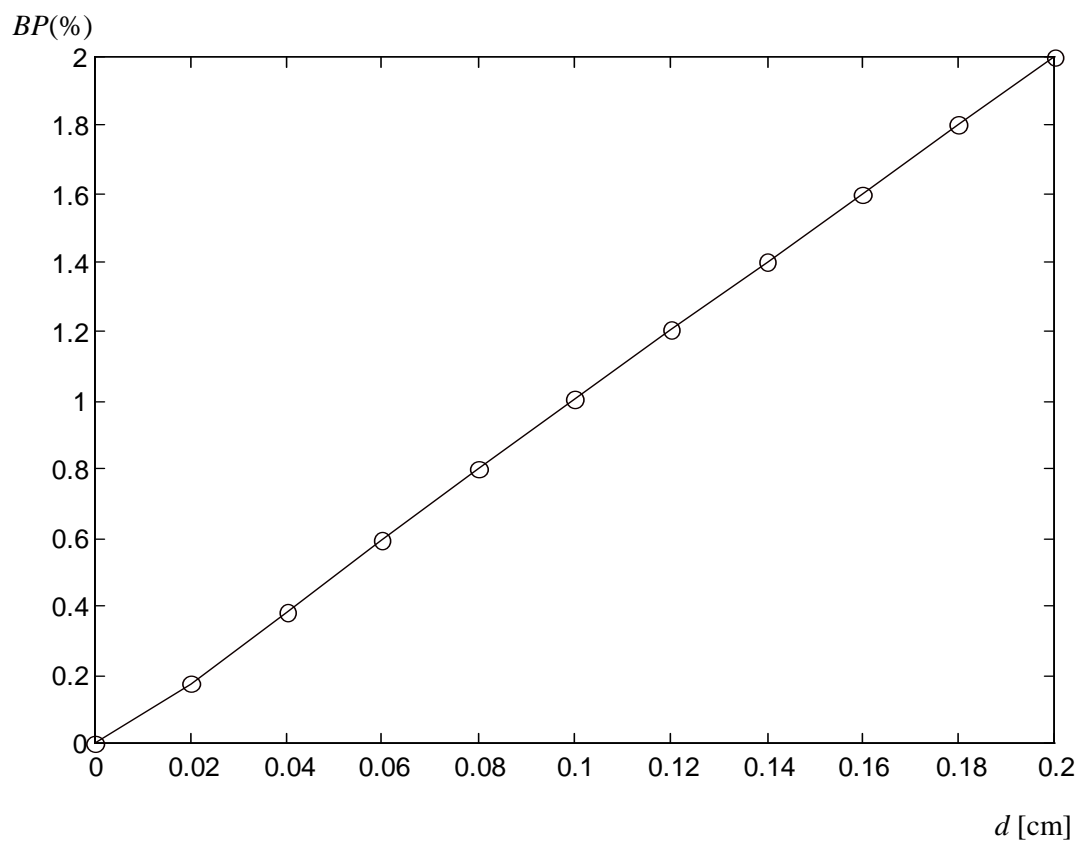


Fig III.6 Bande passante de l'antenne en fonction de l'épaisseur du substrat ; pour le cas de la FigIII.4

Il a été reporté dans la littérature que la permittivité du substrat diélectrique influe beaucoup sur les caractéristiques des antennes microbandes, la fréquence d'opération est l'une des caractéristiques qui dépend fortement de la constante diélectrique. Dans les Figures III.7, III.8 et III.9, nous représentons respectivement la partie réelle de la fréquence de résonance, la partie imaginaire et la bande passante en fonction de l'épaisseur normalisée du substrat pour différentes constantes diélectriques $\epsilon_r = 2.35, 5$ et 7 . La dimension du patch est $1.5 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$. On observe à partir des trois Figures que :

- la fréquence d'opération diminue avec l'augmentation de la permittivité du substrat.
- La partie imaginaire de la fréquence de résonance diminue avec l'augmentation de la constante diélectrique.
- L'augmentation de la permittivité du substrat diminue la bande passante de l'antenne, pour le substrat de permittivité relative $\epsilon_r = 7$ la bande passante est la plus élevée.

La partie imaginaire de la fréquence de résonance indique les pertes par rayonnements de la structure. On constate à partir de la Figure III.8. que pour les constantes diélectriques élevées le rayonnement est moins faible. En plus du rayonnement faible, un deuxième inconvénient est très gênant pour les antennes réalisées sur des substrats à constante élevée, c'est le phénomène des ondes de surfaces dans le substrat [42]. A partir de ces résultats, on constate que l'utilisation des substrats à épaisseur élevés posent beaucoup de problèmes, donc à éviter.

La Figure III.10 montre la partie réelle de la fréquence de résonance complexe en fonction de l'épaisseur du substrat pour une plaque microbande rectangulaire de dimension $6 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$, imprimée sur un substrat isotrope de constante diélectrique $\epsilon_r = 2.35$. La partie imaginaire de la fréquence de résonance complexe est montrée dans la Figure III.11. Les deux premiers modes fondamentales TM_{10} et TM_{01} sont étudiés. Les résultats de la partie imaginaire de cette fréquence de résonance complexe Figure III.8. Indiquent que le mode TM_{01} rayonne beaucoup mieux que le mode TM_{10} .

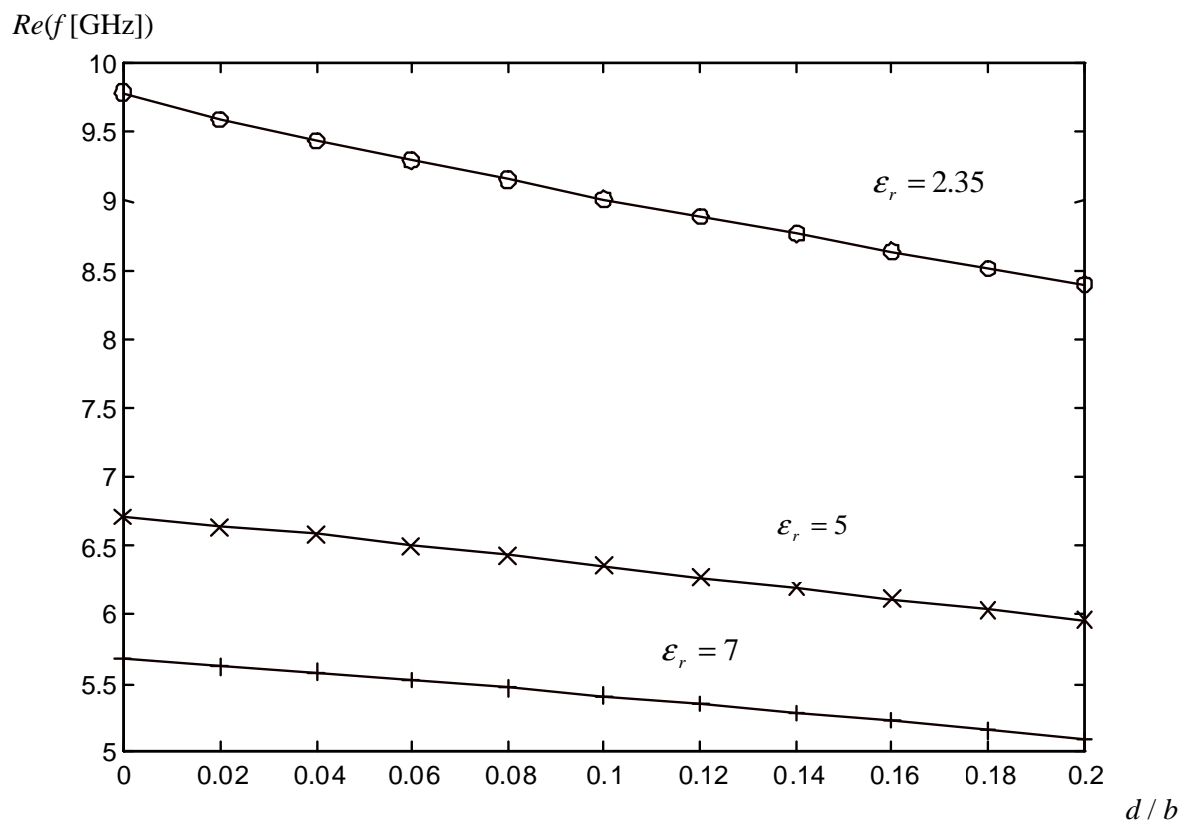


Fig III.7 Partie réelle de la fréquence de résonance complexe en fonction de l'épaisseur du substrat pour différentes constantes diélectriques ; $\epsilon_r = 2.35, 5$ et 7 ; $a = 1.5$ cm, $b = 1$ cm

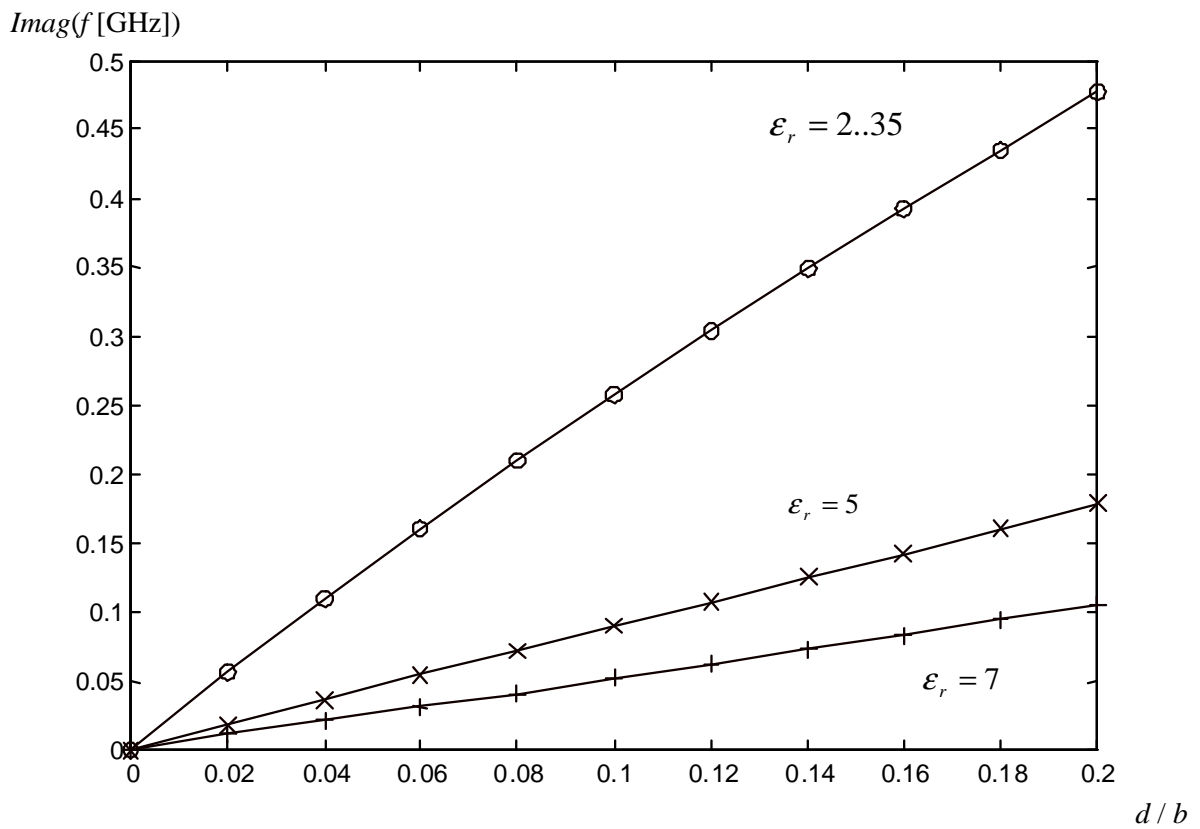


Fig III.8 Partie imaginaire de la fréquence de résonance complexe en fonction de l'épaisseur du substrat pour différentes constantes diélectriques ; pour le cas de la Fig III.7.

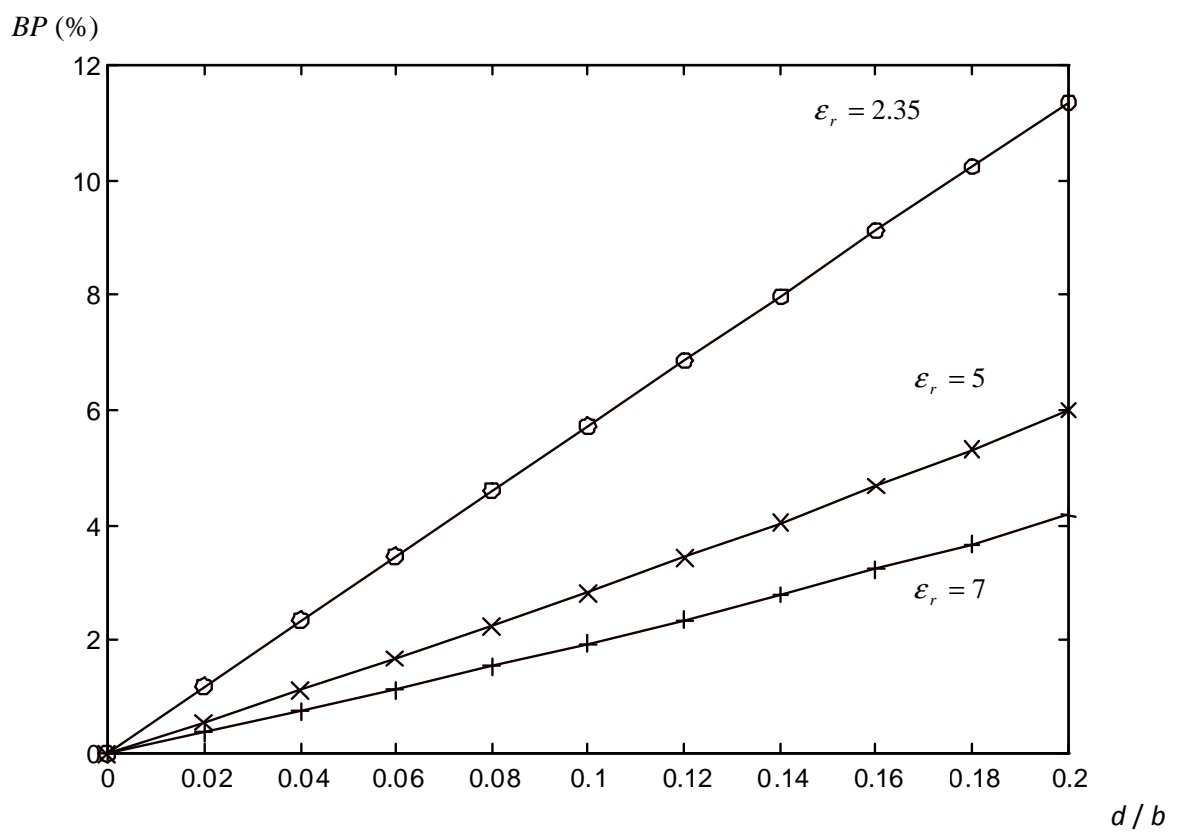


Fig III.9 Bande passante de l'antenne en fonction de l'épaisseur du substrat pour différentes constantes diélectrique ; pour le cas de la FigIII.7

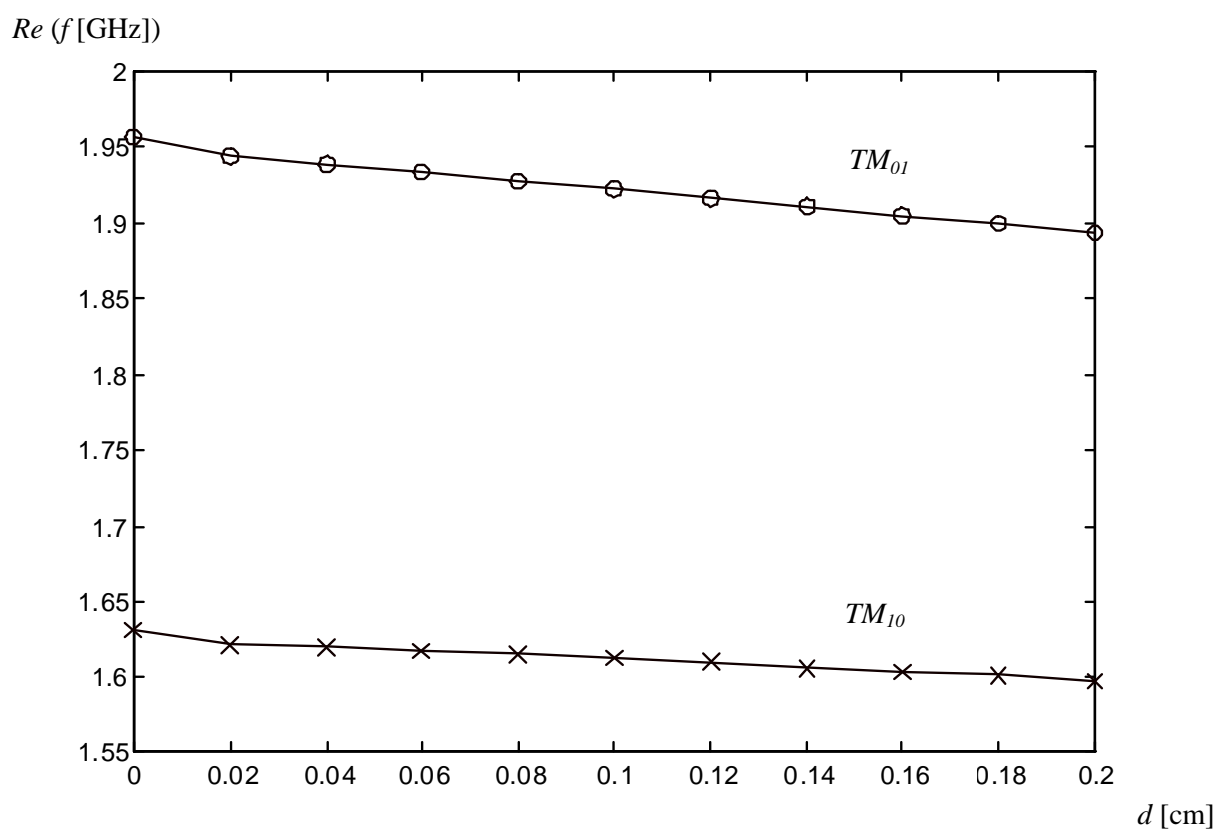


Figure III.10 Partie réelle de la fréquence de résonance complexe en fonction de l'épaisseur du substrat pour les deux modes fondamentales TM_{10} et TM_{01} $a=6$ cm, $b=5$ cm, $\epsilon_r=2.35$

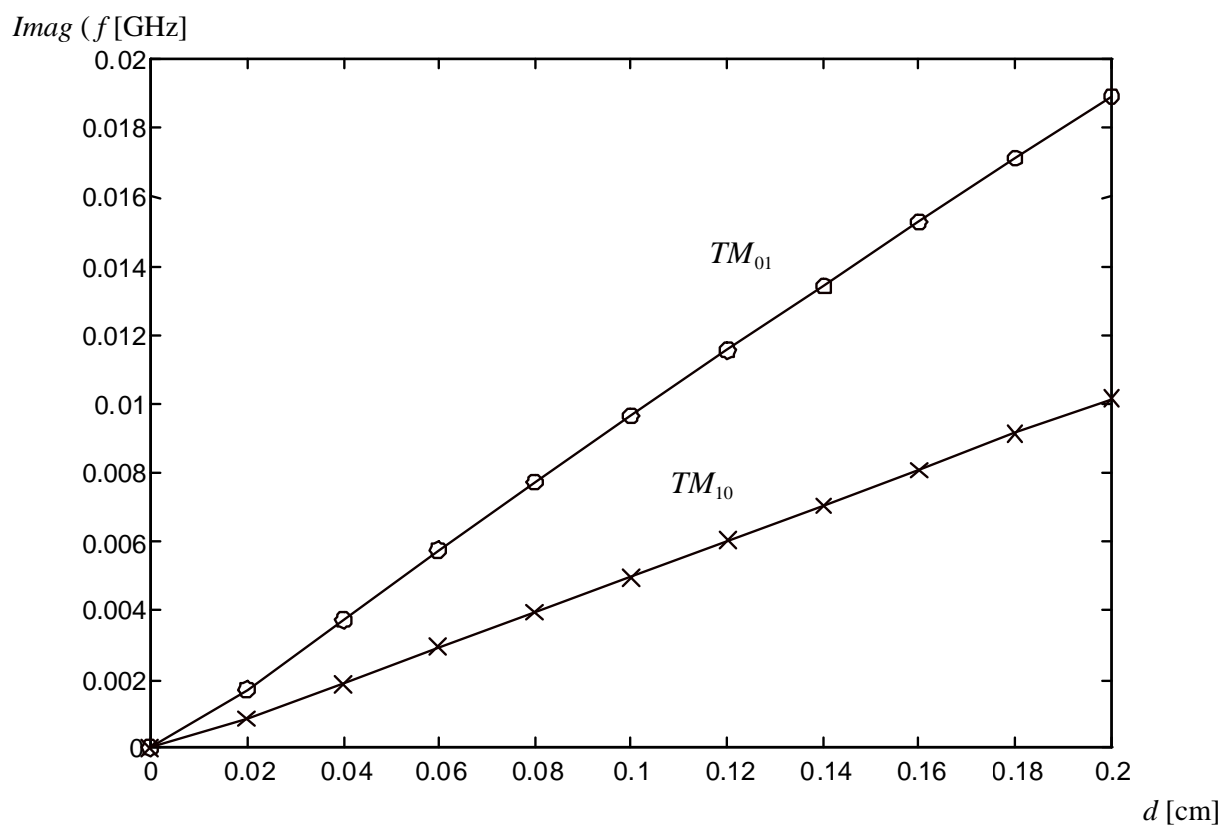


Figure III.11 Partie imaginaire de la fréquence de résonance complexe en fonction de l'épaisseur du substrat pour les deux modes fondamentales TM_{10} et TM_{01} , pour le cas de la Fig III.10.

III.5 Conclusion

Dans ce chapitre une résolution numérique de l'équation intégrale du champ électrique est faite. Les problèmes rencontrés lors de l'intégration numérique des éléments de la matrice impédance sont cités et des solutions sont proposées. Bien que beaucoup de système de fonction de base peuvent être utilisées dans la procédure de Galerkin, nous avons montrées que les fonctions de base sans singularités sur les bords issue du modèle de la cavité garantissent une convergence très rapide. En effet une seule fonction de base selon la direction de l'axe oy est suffisante pour obtenir la convergence de la fréquence de résonance du mode TM_{01} . Pour validé les calculs, nous avons confrontés nos résultats avec les données théoriques et expérimentales de la littérature.

La comparaison est faite pour une antenne micro-ruban de forme rectangulaire (pour le cas d'un substrat isotrope) et de forme carré. L'effet de l'épaisseur et de la constante diélectrique du substrat sur la partie réelle de la fréquence de résonance, la partie imaginaire et la bande passantes sont discutées.

CONCLUSION
GÉNÉRALE

Conclusion générale

Lorsque la méthode des moments est utilisée dans la résolution de quelques problèmes d'électromagnétisme, un facteur critique est le choix approprié des fonctions de base. La sélection de ces dernières joue un rôle important dans la détermination de la vitesse de convergence des résultats numériques, et qu'un choix inexact peut mener à des résultats erronés. Dans la littérature, différents types de fonctions de base ont été employés avec succès dans l'approximation de la densité de courant sur la plaque rectangulaire. Dans ce présent mémoire, trois types de fonctions de base ont été utilisés pour développer la distribution du courant surfacique inconnu sur la plaque rectangulaire. Le premier type de fonctions de base est formé par l'ensemble des modes TM d'une cavité rectangulaire avec murs latéraux magnétiques. Le deuxième type de fonctions de base emploie des fonctions sinusoïdales avec les singularités appropriées de bord. Le troisième type de fonctions de base consiste en une combinaison des polynômes de Chebyshev, avec des facteurs de pondération pour incorporer les conditions appropriées de bord.

Pour le premier type de fonctions de base, les résultats numériques ont indiqué qu'uniquement une seule fonction de base dans la direction y suffit pour obtenir la fréquence de résonance avec une précision acceptable. Les avantages apportés par l'utilisation d'une seule fonction de base sont :

- ✓ Une diminution considérable du temps de calcul car un seul élément dans la matrice impédance est à calculer.
- ✓ La méthode de Muller converge à la fréquence correcte pour un large choix de valeurs initiales.

En ce qui concerne les fonctions de base sinusoïdales avec singularités de bord, une seule fonction de base est incapable d'assurer la convergence des résultats numériques. Un mode supplémentaire dans la direction y étant nécessaire. Ce dernier est défini par le couple (2,1). Notons que le temps de calcul requis pour obtenir une fréquence de résonance lorsque les fonctions sinusoïdales avec les singularités de bord sont utilisées comme fonctions de base est plus long que celui nécessaire pour le calcul de cette fréquence lorsque les fonctions de base sinusoïdales sans les singularités de bord sont utilisées comme fonctions de base pour les raisons suivantes :

- ✓ Trois éléments dans la matrice impédance doivent être calculés.

- ✓ La transformée de Fourier des fonctions de base sinusoïdales sans singularités de bord est exprimée en terme de la fonction sinus cardinale, alors que la transformée de Fourier des fonctions de base sinusoïdales avec singularités de bord fait appelle à la fonction de Bessel de la première espèce et d'ordre zéro. Il est connu que le calcul numérique de la fonction de Bessel nécessite un temps considérable.

Lorsque les polynômes de Chebyshev avec les conditions appropriées de bord ont été exploités comme fonctions de base, la convergence numérique est atteinte avec ($N=1, M=4$). Le mode dans la direction x est (1,1), alors que les modes dans la direction y sont (0,0), (0,2), (2,0) et (2,2). Comparativement aux deux programmes développés pour les cas des fonctions de base sinusoïdales sans ou avec les singularités de bord, le programme développé pour le calcul de la fréquence de résonance complexe lorsque les polynômes de Chebyshev avec les conditions de bord sont utilisés nécessite un temps relativement important pour les raisons suivantes :

- ✓ La matrice impédance à une taille de 5x5.
- ✓ Le nombre d'itérations dans la méthode de Muller augmente avec l'accroissement de la taille de la matrice impédance.
- ✓ La transformée de Fourier des fonctions de base utilisant les polynômes de Chebyshev avec les conditions de bord est exprimée en terme de la fonction de Bessel de la première espèce et d'ordre 0, 1, 2,....

Après avoir s'assurer que les fonctions sinusoïdales sans singularités de bord (modes TM de cavité à murs latéraux magnétiques) forment le meilleur type de fonctions de base, ces fonctions ont été utilisées dans l'analyse de l'influence des paramètres constitutifs de l'antenne microbande rectangulaire sur les caractéristiques de résonance.

BIBLIOGRAPHIE

Références Bibliographiques

- [1] Z. Baharav, "Optimal grouping of basis functions," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 49, pp. 567-573, Apr. 2001.
- [2] T. Fortaki, "Contribution à l'étude des problèmes de caractérisation des antennes microbandes multicouches sans et avec ouvertures dans les plans de masse," Thèse de Doctorat, Université de Constantine, Juin 2004.
- [3] D. Khedrouche, "Modélisation des antennes microbandes par une analyse tridimensionnelle rigoureuse en utilisant une méthode intégrale," Thèse de Doctorat, Université de Constantine, Juin 2009.
- [4] V. Losada, R. R. Boix, and M. Horno, "Full-wave analysis of circular microstrip resonators in multilayered media containing uniaxial anisotropic dielectrics, magnetized ferrites, and chiral materials," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 48, pp. 1057-1064, June 2000.
- [5] V. Losada, R. R. Boix, and F. Medina, "Evaluation of the radar cross section of circular microstrip patches on anisotropic and chiral substrates," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 49, pp. 1603-1605, Nov. 2001.
- [6] V. Losada, R. R. Boix, and F. Medina, "Radar cross section of stacked circular microstrip patches on anisotropic and chiral substrates," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 51, pp. 1136-1139, May 2003.
- [7] A. W. Mathis and A. F. Peterson, "Efficient electromagnetic analysis of a doubly infinite array of rectangular apertures," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 46, pp. 46-54, Jan. 1998.
- [8] jean François Zucker et fred E. Gariol, *Broadband patch antennas*, Artech house, 1995.
- [9] Yeow-Beng Gan, Vhee-Parng Chua, and Le-Wei Li, "An Enhanced Cavity Model for Microstrip Antennas", *Microwave and optical Technology Letters*, vol. 40 N°06, pp. 523, March 2004.
- [10] Punit S. Nakar, *Design of compact microstrip patch antenna for use in Wireless/ cellular devices*, these de Master, Florida state university, college of engineering, 2004.

- [11] Rosmond Garcia, contribution à l'étude de Circuits planaires par la Méthode itérative basée sur le concept d'ondes (F.W.C.I.P), thèse de doctorat, ENSEEIHT de Toulouse, France, 2001.
- [12] Keith R. Carver, James W. Mink, "Microstrip Antenna Technology", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol.AP-29, N°.1, pp. 2-24, 1981.
- [13] Keith C. Huie, Microstrip antennas: Broadband Radiation Patterns using Photonic Crystal Substrates, these de Master, Virginia Polytechnic institute and state university, 2002.
- [14] Vijay Gupta, Sumit Sinha, Shibani K. Koul and Bharathi Bhat,"Wideband Dielectric Resonator loaded Suspended Microstrip Patch Antenna", Microwave and Optical Technology Letters, Vol. 37, N°. 4, pp. 300-302, May 2003.
- [15] D. R. Jackson and N. G. Alexopoulos, "Analysis of planar Strip Geometries in a substrate-superstrate Configuration", IEEE Trans. Antennas Propagat, Vol AP-34, N°. 12, pp. 1430-1438, December 1986.
- [16] Madhuri Bharadwaj Eunni, A Novel Planar Microstrip Antenna Design for UHF RFID, Master's thesis, A.M.A college of Engineering, Kancheepuram- Madras University, India, May 2004.
- [17] Cyril Descharles, contribution à la conception et à la réalisation de détecteurs intégrés à usage dans la bande millimétrique pour des applications de Radio-astronomie, Thèse de Doctorat Université Pierre et Marie curie, 2004.
- [18] M. Titaouine et F. Djahli, "Simple and Efficient Approach For Arbitrary shaped Microstrip Antennas" ITG Fachbericht, ISSU 178, pp. 133-136, 2003.
- [19] K. Moussakhani and A. Ghorbani, "A Novel Transmission Line Model for Analysing Bowtie Patch Antennas", Progress in Electromagnetics Research Symposium 2006, Cambridge, USA, pp. 168-171, March 2006.
- [20] E. H. Newman and P. Tulyathan, "Analysis of Microstrip Antennas Using Moments Methods", IEEE Trans. Antennas propagation, Vol. AP-29, N°.1, pp. 47-53, January 1981.

- [21] J. R. James, P. S. Hall, and C. Wood, *Microstrip Antennas Theory and Design*, Peter Peregrines Ltd, 1981.
- [22] G. Dubost, "Linear Transmission-Line Model Analysis of Arbitrary-shapes Patch Antennas", *Electron. Lett*, Vol. 22, N°. 15, pp. 798-799, July 1986.
- [23] Gordon Meyhew-Ridgers, *Developement and modelling of new wideband microstrip patch antennas with capacitive feed probes*, these de PHD, Pretoria university, 2004.
- [24] Robert E. Collin, *Antennas and radiowave propagation*, McGraw-Hill, inc, 1985.
- [25] K. C. Gupta et al, *Computer Aided Design of Microwave Circuits*, Dedham, MA: Artech House, 1981.
- [26] Yikichi Yamachita, *Analysis methods for electromagnetic wave problems*, Vol. 2, Artech House, 1996.
- [27] James C. Rotiau, "Planar Electromagnetic Analysis", *IEEE Microwave magazine*, pp. 35-41, March 2003.
- [28] J. R. Mosig and F. E. Gardiol, "General Integral Equation Formulation for Microstrip Antennas and Scatterers", *IEEE Pro*, Vol. 132, N°. 07, pp.424-432, December 1985.
- [29] E. Richalot, M.F. Wong, H. Baudrand and V. Fouad-Hanna, "An Iterative Method for Modeling of Antennas", *International Journal of RF and Microwave Computer-Aided Engineering*, pp.194-201, 2001.
- [30] A. Hafiane, *Etude du couplage d'antennes imprimées par la méthode des Différences Finies et extraction du modèle électrique*, Thèse de Doctorat, de Marne de la Vallée, France 2004.
- [31] T. Ito, *Numerical techniques for Microwave and millimeter wave passive structures*, John Wiley and Sons Inc, 1989.
- [32] D.M. Pozar and S. M. Voda 'A rigorous analysis of a microstripline fed antenna,' *IEEE Trans. Antennas Propagat. Vol AP-35, PP. 1343-1350, Dec. 1987.*
- [33] F. L. Mesa, R. Marqués and M. Horno, 'A general algorithm for computing the bidimensional spectral Green's dyad in multilayered complexe bianisotropic media the

- equivalent boundary methode', *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 39, pp. 1640-1649, Sept. 1991.
- [34] R. R. Boix, N. G. Alexopoulos, And M. Horno, 'Efficient numerical computation of the spectral transverse dyadic Green's function in stratified anisotropic media,' *J. Electromag. Waves applicat.*, vol. 10, no. 8, pp. 1047-1083, 1996.
- [35] W. C. Chew et Q. Liu, "Résonance frequency of a rectangular microstrip patch," *IEEE Trans. Antennas Propagat*, vol.36, pp. 1045-1056, Aug. 1988
- [36] A. H. Mohammadian, N. M. Martin, and D. W. Griffin "A theoretical and experimental study of mutual coupling in microstrip antenna arrays," *IEEE Trans. Antennas propagat.*, vol. 37, pp. 1217-1223, Oct. 1989.
- [37] W. C. Chew et Q. Liu, "Correction to Résonance frequency of a rectangular microstrip patch," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol.36, pp. 1827, Dec. 1988.
- [38] T. Fortaki. and A. Benghalia, "Comparative study of the numerical convergence for different sets of basis functions used in the moment method analysis of rectangular patch antenna," in *Proc. 17th International Meeting in Hertzian Optics and Dielectrics*, vol. 2, pp. P-1, Calais, France, Sept. 3-5, 2003.
- [39] T. Fortaki, D. Khedrouche, F. Bouttout, and A. Benghalia, "A numerically efficient full-wave analysis of a tunable rectangular microstrip patch," *Int. J. Electron.*, vol. 91, no. 1, pp. 57-70, Jan. 2004.
- [40] D. M. Pozar, "Radiation and scattering from a microstrip patch on a uniaxial substrate," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-35, pp. 613-621, June 1987.
- [41] A. J. M. Soares, S. B. D. A. Fonseca, and A. J. Giarola, "Surface wave excitation on a microstrip ring antenna," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 37, pp. 1310-1312, Oct. 1989.

- [42] J. S. Row and K. L. Wong “Resonance in a superstrate-loaded rectangular microstrip structure,” *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*. vol.(41), pp. 1349-1354, August 1993.
- [43] S. D. Conte and C. de Boor, *Elementary Numerical analysis. An Algorithmic Approach*. New York: McGraw-Hill, 1980.
- [44] I. J. Bahl, P. Bhartia, and S. S. Stuchly, “Design of microstrip antennas covered with a dielectric layer,” *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-30, pp. 314-318, Mar. 1982.

ANNEXES

Annexes

Annexe A

Déterminer les composantes transversales E_x et E_y en fonction des composantes E_z et H_z

Maintenant nous allons déterminer les composantes transversales E_x et E_y en fonction des composantes E_z et H_z :-

$$\nabla \wedge \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} = -\mu \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} = -i\omega\mu\bar{H} \quad \dots\dots\dots (A-1)$$

$$\nabla \wedge \bar{H} = \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} = \varepsilon \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} = i\omega\varepsilon\bar{E} \quad \dots\dots\dots (A-2)$$

$$(A-1) \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial}{\partial y} E_z - \frac{\partial}{\partial z} E_y = -i\omega\mu H_x & \dots\dots\dots (A-3.a) \\ \frac{\partial}{\partial z} E_x - \frac{\partial}{\partial x} E_z = -i\omega\mu H_y & \dots\dots\dots (A-3.b) \\ \frac{\partial}{\partial x} E_y - \frac{\partial}{\partial y} E_x = -i\omega\mu H_z & \dots\dots\dots (A-3.c) \end{cases}$$

$$(A-2) \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial}{\partial y} H_z - \frac{\partial}{\partial z} H_y = i\omega\varepsilon E_x & \dots\dots\dots (A-4.a) \\ \frac{\partial}{\partial z} H_x - \frac{\partial}{\partial x} H_z = i\omega\varepsilon E_y & \dots\dots\dots (A-4.b) \\ \frac{\partial}{\partial x} H_y - \frac{\partial}{\partial y} H_x = i\omega\varepsilon E_z & \dots\dots\dots (A-4.c) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \times (A-3.b) &\Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial z^2} E_x - \frac{\partial^2}{\partial z \partial x} E_z = -i\omega\mu \frac{\partial}{\partial z} H_y \\ (A-4.a) &\Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial z^2} E_x - \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} E_z = -i\omega\mu \left\{ \frac{\partial}{\partial y} H_z - i\omega\varepsilon E_x \right\} \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) E_x &= \frac{\partial^2}{\partial z \partial x} E_z - i\omega\mu \frac{\partial}{\partial y} H_z \quad \dots\dots\dots (A-5.a) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \times (A - 3.a) \Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial z \partial x} E_z - \frac{\partial^2}{\partial z^2} E_y = -i\omega\omega \frac{\partial}{\partial z} H_x$$

$$(A-5.b) \Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial z \partial y} E_z - \frac{\partial^2}{\partial z^2} E_y = -i\omega\omega \left\{ \frac{\partial}{\partial x} H_z - i\omega\omega \epsilon_y \right\}$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) E_y = \frac{\partial^2}{\partial z \partial x} E_z + i\omega\omega \frac{\partial}{\partial x} H_z \dots \dots \dots (A - 5.b)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \times (A - 4.b) \Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial z^2} H_x - \frac{\partial^2}{\partial z \partial x} H_z = i\omega\omega \frac{\partial}{\partial z} E_y$$

$$(A-3.a) \Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial z^2} H_x - \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} H_z = i\omega\omega \left\{ \frac{\partial}{\partial y} E_z + i\omega\omega \mu_x \right\}$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) H_x = \frac{\partial^2}{\partial z \partial x} H_z + i\omega\omega \frac{\partial}{\partial y} E_z \dots \dots \dots (A - 6.a)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \times (A - 4.a) \Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial z \partial y} H_z - \frac{\partial^2}{\partial z^2} H_y = i\omega\omega \frac{\partial}{\partial z} E_x$$

$$(A-3.b) \Rightarrow \frac{\partial^2}{\partial z \partial y} H_z - \frac{\partial^2}{\partial z^2} H_y = i\omega\omega \left\{ \frac{\partial}{\partial x} E_z - i\omega\omega \mu_x \right\}$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) H_y = \frac{\partial^2}{\partial z \partial y} H_z - i\omega\omega \frac{\partial}{\partial x} E_z \dots \dots \dots (A - 6.b)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) E_x = \frac{\partial^2}{\partial z \partial x} E_z - i\omega\omega \frac{\partial}{\partial y} H_z \dots \dots \dots (A - 5.a)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) E_y = \frac{\partial^2}{\partial z \partial y} E_z + i\omega\omega \frac{\partial}{\partial x} H_z \dots \dots \dots (A - 5.b)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) H_x = \frac{\partial^2}{\partial z \partial x} H_z + i\omega\omega \frac{\partial}{\partial y} E_z \dots \dots \dots (A - 6.a)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 \right) H_y = \frac{\partial^2}{\partial z \partial y} H_z - i\omega\omega \frac{\partial}{\partial x} E_z \dots \dots \dots (A - 6.b)$$

On pose ($k_z^2 = \frac{-\partial^2}{\partial z^2}$) ; les composantes transversales du champ peuvent être écrites comme

suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{E}_x = i \frac{k_x}{k_s^2} \frac{\partial}{\partial z} \tilde{E}_z + \frac{\omega \mu k_y}{k_s^2} \tilde{H}_z \dots\dots\dots (A - 7.a) \\ \tilde{E}_y = i \frac{k_y}{k_s^2} \frac{\partial}{\partial z} \tilde{E}_z - \frac{\omega \mu k_x}{k_s^2} \tilde{H}_z \dots\dots\dots (A - 7.b) \\ \tilde{H}_x = i \frac{k_x}{k_s^2} \frac{\partial}{\partial z} \tilde{H}_z - \frac{\omega \epsilon k_y}{k_s^2} \tilde{E}_z \dots\dots\dots (A - 8.a) \\ \tilde{H}_y = i \frac{k_y}{k_s^2} \frac{\partial}{\partial z} \tilde{H}_z + \frac{\omega \epsilon k_x}{k_s^2} \tilde{E}_z \dots\dots\dots (A - 8.b) \end{array} \right.$$

Avec: $k_s^2 = k_x^2 + k_y^2 \dots\dots\dots (A-9)$

Annexe B

Démonstration de \bar{A}, \bar{B} et \bar{g} :-

$$\bar{e}(k_s, z) = \bar{A} e^{-ik_z z} + \bar{B} e^{ik_z z} \dots\dots\dots (B-1)$$

$$\bar{h}(k_s, z) = \bar{g}(k_s) \cdot \left[\bar{A} e^{-ik_z z} - \bar{B} e^{ik_z z} \right] \dots\dots\dots (B-2)$$

$$\tilde{E}_z = A_1 e^{-ik_z z} + B_1 e^{ik_z z} \dots\dots\dots (B-3.a)$$

$$\tilde{H}_z = A_2 e^{-ik_z z} + B_2 e^{ik_z z} \dots\dots\dots (B-3.b)$$

$$\bar{e} = \begin{bmatrix} e^e \\ e^h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{i}{k_s} \frac{\partial \tilde{E}}{\partial z} \\ \frac{\omega \mu}{k_s} \tilde{H}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{i}{k_s} \left(-ik_z A_1 e^{-ik_z z} + ik_z B_1 e^{ik_z z} \right) \\ \frac{\omega \mu}{k_s} \left(A_2 e^{-ik_z z} + B_2 e^{ik_z z} \right) \end{bmatrix}$$

$$\bar{e} = \begin{bmatrix} \frac{A_1 k_z}{k_s} \\ \frac{\omega \mu A_2}{k_s} \end{bmatrix} \cdot e^{-ik_z z} + \begin{bmatrix} \frac{-B_1 k_z}{k_s} \\ \frac{\omega \mu B_2}{k_s} \end{bmatrix} \cdot e^{ik_z z} \dots \dots \dots (B-4)$$

$$\bar{h} = \begin{bmatrix} h^e \\ h^h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\omega \varepsilon}{k_s} \tilde{E}_z \\ \frac{i}{k_s} \frac{\partial \tilde{H}}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\omega \varepsilon}{k_s} \left(A_1 e^{-ik_z z} + B_1 e^{ik_z z} \right) \\ \frac{i}{k_s} \left(-ik_z A_1 e^{-ik_z z} + ik_z B_1 e^{ik_z z} \right) \end{bmatrix}$$

$$\bar{h} = \begin{bmatrix} \frac{\omega \varepsilon A_1}{k_s} \\ \frac{k_z A_2}{k_s} \end{bmatrix} e^{-ik_z z} + \begin{bmatrix} \frac{\omega \varepsilon B_1}{k_s} \\ \frac{-k_z B_2}{k_s} \end{bmatrix} e^{ik_z z} = \begin{bmatrix} \frac{\omega \varepsilon}{k_z} \frac{A_1 k_z}{k_s} \\ \frac{k_z}{\mu \omega} \frac{A_2}{k_s} \end{bmatrix} e^{-ik_z z} - \begin{bmatrix} \frac{\omega \varepsilon (-k_z B_1)}{k_z} \\ \frac{k_s}{\mu \omega} \frac{B_2}{k_s} \end{bmatrix} e^{ik_z z}$$

$$\bar{h} = \begin{bmatrix} \frac{\omega \varepsilon}{k_z} & 0 \\ 0 & \frac{k_z}{\omega \mu} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \frac{A_1 k_z}{k_s} \\ \frac{\omega \mu A_2}{k_s} \end{bmatrix} \cdot e^{-ik_z z} - \begin{bmatrix} \frac{-B_1 k_z}{k_s} \\ \frac{\omega \mu B_2}{k_s} \end{bmatrix} \cdot e^{ik_z z} \right) \dots \dots \dots (B-5)$$

D'après (b-1) et (b-2) on constate que :-

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} \frac{A_1 k_z}{k_s} \\ \frac{\omega \mu A_2}{k_s} \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} \frac{-B_1 k_z}{k_s} \\ \frac{\omega \mu B_2}{k_s} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \bar{g} = \begin{bmatrix} \frac{\omega \varepsilon}{k_z} & 0 \\ 0 & \frac{k_z}{\omega \mu} \end{bmatrix}$$

Annexe C

Détermination de la transformée de Fourier des fonctions de base issues du modèle de la cavité :

-

$$J_{xn}(x,y) = \sin\left[\frac{n_1\pi}{a}\left(x + \frac{a}{2}\right)\right] \cos\left[\frac{n_2\pi}{b}\left(y + \frac{b}{2}\right)\right]$$

$$J_{ym}(x,y) = \sin\left[\frac{m_2\pi}{b}\left(y + \frac{b}{2}\right)\right] \cos\left[\frac{m_1\pi}{a}\left(x + \frac{a}{2}\right)\right]$$

$$\begin{aligned} \tilde{J}_n(k_x, k_y) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \sin\left[\frac{n_1\pi}{a}\left(x + \frac{a}{2}\right)\right] \cos\left[\frac{n_2\pi}{b}\left(y + \frac{b}{2}\right)\right] e^{-i(k_x x + k_y y)} dx dy \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \sin\left[\frac{n_1\pi}{a}\left(x + \frac{a}{2}\right)\right] \cdot e^{-ik_x x} dx \times \int_{-\infty}^{+\infty} \cos\left[\frac{n_2\pi}{b}\left(y + \frac{b}{2}\right)\right] \cdot e^{-ik_y y} dy \\ &= F(x) \cdot F(y) \end{aligned}$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sin\left[\frac{n_1\pi}{a}\left(x + \frac{a}{2}\right)\right] \cdot e^{-ik_x x} dx = \frac{1}{2i} \int_{-a/2}^{a/2} \left[e^{i\left[\frac{n_1\pi}{a}\left(x + \frac{a}{2}\right)\right]} - e^{-i\left[\frac{n_1\pi}{a}\left(x + \frac{a}{2}\right)\right]} \right] \cdot e^{-ik_x x} dx$$

$$F(x) = \frac{1}{i\left(\frac{n_1\pi}{a} - k_x\right)} \cdot e^{i\frac{n_1\pi}{2}} \operatorname{sinc}\left[\left(\frac{\frac{n_1\pi}{a} - k_x}{2}\right)\frac{a}{2}\right] - \frac{1}{i\left(\frac{n_1\pi}{a} + k_x\right)} \cdot e^{-i\frac{n_1\pi}{2}} \operatorname{sinc}\left[\left(\frac{\frac{n_1\pi}{a} + k_x}{2}\right)\frac{a}{2}\right]$$

$$F(x) = i\frac{a}{2} \left[e^{-i\frac{n_1\pi}{2}} \operatorname{sinc}\left[\left(\frac{\frac{n_1\pi}{a} + k_x}{2}\right)\frac{a}{2}\right] - e^{i\frac{n_1\pi}{2}} \operatorname{sinc}\left[\left(\frac{\frac{n_1\pi}{a} - k_x}{2}\right)\frac{a}{2}\right] \right]$$

$$\begin{aligned}
F(y) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \cos\left[\frac{n_2\pi}{b}\left(y + \frac{b}{2}\right)\right] e^{-ik_y y} dy = \frac{1}{2} \int_{-b/2}^{b/2} \left[e^{i\left[\frac{n_2\pi}{b}\left(y + \frac{b}{2}\right)\right]} + e^{i\left[\frac{n_2\pi}{b}\left(y + \frac{b}{2}\right)\right]} \right] \cdot e^{-ik_y y} dy \\
F(y) &= \frac{1}{2} e^{i\frac{n_2\pi}{2}} \int_{-b/2}^{b/2} e^{i\left[\frac{n_2\pi}{b} - k_y\right] \frac{b}{2}} dy + \frac{1}{2} e^{-i\frac{n_2\pi}{2}} \int_{-b/2}^{b/2} e^{i\left[\frac{n_2\pi}{b} - k_y\right] \frac{b}{2}} dy \\
F(y) &= \frac{b}{2} \left[e^{i\frac{n_2\pi}{2}} \operatorname{sinc}\left[\left(\frac{n_2\pi}{b} - k_y\right) \frac{b}{2}\right] + e^{-i\frac{n_2\pi}{2}} \operatorname{sinc}\left[\left(\frac{n_2\pi}{b} + k_y\right) \frac{b}{2}\right] \right]
\end{aligned}$$

Pour calculer la transformée de Fourier de $J_{ym}(x,y)$ on suivra la même démarche que

pour \tilde{J}_{xn}

$$\begin{aligned}
\tilde{J}_{ym}(k_x, k_y) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \sin\left[\frac{m_2\pi}{b}\left(y + \frac{b}{2}\right)\right] \cos\left[\frac{m_1\pi}{a}\left(x + \frac{a}{2}\right)\right] e^{-i(k_x x + k_y y)} dx dy \\
&= \int_{-\infty}^{+\infty} \sin\left[\frac{m_2\pi}{b}\left(y + \frac{b}{2}\right)\right] \cdot e^{-ik_y y} dy \times \int_{-\infty}^{+\infty} \cos\left[\frac{m_1\pi}{a}\left(x + \frac{a}{2}\right)\right] \cdot e^{-ik_x x} dx \\
&= F(y) \cdot F(x)
\end{aligned}$$

$$F(y) = i \frac{b}{2} \left[e^{\frac{-im_2\pi}{2}} \operatorname{sinc}\left[\left(\frac{m_2\pi}{b} + k_y\right) \frac{b}{2}\right] - e^{\frac{im_2\pi}{2}} \operatorname{sinc}\left[\left(\frac{m_2\pi}{b} - k_y\right) \frac{b}{2}\right] \right]$$

$$F(x) = \frac{a}{2} \left[e^{\frac{im_1\pi}{2}} \operatorname{sinc}\left[\left(\frac{m_1\pi}{a} + k_x\right) \frac{a}{2}\right] + e^{\frac{-im_1\pi}{2}} \operatorname{sinc}\left[\left(\frac{m_1\pi}{a} - k_x\right) \frac{a}{2}\right] \right]$$

Après ces opérations mathématiques, nous obtenons les expressions suivantes pour les transformées scalaire de Fourier J_{xk} et J_{ym} :

$$\begin{cases} \tilde{J}_{xn} = \tilde{I}_{xx} \times \tilde{I}_{xy} \\ \tilde{J}_{ym} = \tilde{I}_{yx} \times \tilde{I}_{yy} \end{cases}$$

Avec:

$$\tilde{I}_{xx} = i \frac{a}{2} \left[\exp(-in_1 \pi/2) \operatorname{sinc}(k_x a/2 + k_1 \pi/2) - \exp(in_1 \pi/2) \operatorname{sinc}(k_x a/2 - n_1 \pi/2) \right]$$

$$\tilde{I}_{xy} = \frac{b}{2} \left[\exp(-in_2 \pi/2) \operatorname{sinc}(k_y b/2 + n_2 \pi/2) + \exp(in_2 \pi/2) \operatorname{sinc}(k_y b/2 - k_2 \pi/2) \right]$$

$$\tilde{I}_{yx} = \frac{a}{2} \left[\exp(-im_1 \pi/2) \operatorname{sinc}(k_x a/2 + m_1 \pi/2) + \exp(im_1 \pi/2) \operatorname{sinc}(k_x a/2 - m_1 \pi/2) \right]$$

$$\tilde{I}_{yy} = i \frac{b}{2} \left[\exp(-im_2 \pi/2) \operatorname{sinc}(k_y b/2 + m_2 \pi/2) - \exp(im_2 \pi/2) \operatorname{sinc}(k_y b/2 - m_2 \pi/2) \right]$$