

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITÉ DE BATNA
FACULTÉ DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE
DÉPARTEMENT D'ÉLECTRONIQUE

THÈSE

Modélisation, Optimisation et Gestion Énergétique de l'étage d'alimentation dans les Véhicules Électriques Hybrides

Pour obtenir le grade de MAGISTER EN ÉLECTRONIQUE
Option Contrôle

Préparé par KHELLAFI Louardi
Ingénieur d'état en électronique

28/06/2012

JURY

S.OUGHNETE	Maitre de conférences à l'université de Batna	Président
A.ALLAG	Maitre de conférences à l'université de Biskra	Rapporteur
Z.DIBI	Maitre de conférences à l'université de Batna	Co-Encadreur
S.SBAA	Maitre de conférences à l'université de Biskra	Examineur
A.BENAKCHA	Maitre de conférences à l'université de Biskra	Examineur

Remerciements

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été effectués au sein du laboratoire d'électronique de la faculté Génie électrique de l'université de Biskra d'Électronique.

Mes Meilleurs salutations au président et membres du jury de thèse pour l'honneur qu'ils m'ont fait de participer à l'évaluation de mon travail.

Je remercie vivement Mon encadreur de thèse Monsieur Abdelkrim ALLAG. , Docteur enseignant à l'institut d'électronique de Biskra, de m'avoir proposé cette thèse, et de me faire l'honneur pour son conseil judicieux, pour sa disponibilité et sa patience.

J'adresse également mes plus sincères remerciement à Monsieur Zohir DIBI, Docteur enseignant et Directeur de l'institut d'électronique de Batna d'avoir accepté d'être mon co- encadreur de thèse, pour ses encouragements et pour le temps, l'accueil, qu'il m'a consacré.

Je tiens à remercier également Monsieur Salim SBAA Chef de département électronique et Maitre de conférences à l'université le Biskra, pour son soutien et ses conseils.

Mes Meilleurs salutations s'adressent à Monsieur le Responsable de poste graduation de l'institut d'électronique de Batna.

Je tiens aussi à remercier tous les enseignants de l'institut d'électronique de Batna et de Biskra, qui ont contribué, par l'amitié et le soutien, à la réalisation de ce travail.

Je dédie ce travail à ma famille:

A ma mère, la mémoire de mon père, mon frère, et mes sœurs pour leur encouragement.

A ma femme, mes filles Chahd et Nirmine pour leurs dévouements.

Table des matières

<i>Table des matières</i>	(III:VI)
<i>Notations</i>	(VII:VIII)
<i>Introduction générale</i>	(IX:X)
<i>Chapitre I : Généralités sur les véhicules hybrides & la pile à combustible</i> ..	01
1.1. <i>Introduction</i>	02
1.2. <i>Les véhicules Électriques, Hybrides, et Électriques hybrides</i>	02
1.2.1. <i>Les véhicules électriques</i>	03
1.2.2. <i>Les véhicules hybrides(VH)</i>	03
1.2.3. <i>Différentes structures des véhicules hybrides</i>	03
1.2.3.1. <i>VH parallèle</i>	03
1.2.3.2. <i>VH série</i>	04
1.3. <i>La pile à combustible</i>	04
1.3.1. <i>Historique et définition</i>	05
1.3.2. <i>Type et domaine d'applications</i>	05
1.3.3. <i>Principe de fonctionnement de la PAC PEM</i>	07
1.3.4. <i>Cellule élémentaire et assemblage de la pile à combustible</i>	08
1.3.5. <i>Caractéristique électrique de la pile à combustible</i>	10
1.3.6. <i>Système pile à combustible</i>	12
1.3.7. <i>Contraintes de la PAC dans les applications VH</i>	16
1.3.8. <i>Véhicule hybride à pile combustible</i>	17
1.3.9. <i>Différents modes d'opérations du groupe motopropulseur dans un VH</i>	18
1.3.9.1. <i>Mode de traction</i>	18
1.3.9.2. <i>Mode d'arrêt</i>	18
1.3.9.3. <i>Mode de freinage</i>	18
1.3.10. <i>Algorithme de stratégie de la commande dans un VH</i>	19
1.3.11. <i>La source secondaire d'énergie (SSE)</i>	21
1.3.12. <i>Les supercondensateurs et leurs circuits d'équilibrage</i>	22
1.4. <i>Conclusion</i>	25

<i>Chapitre II : Modélisation de l'étage d'alimentation dans Un véhicule hybride à PAC</i>	26
2.1. <i>Introduction</i>	27
2.2. <i>Dimensionnement et stratégie de commande</i>	27
2.2.1. <i>Dimensionnement de la source de puissance</i>	27
2.2.1.1. <i>Situations de conduite et dimensionnement</i>	28
2.2.1.2. <i>Critères énergétiques et dimensionnement</i>	28
2.2.1.3. <i>Problème de la masse du véhicule</i>	28
2.2.1.4. <i>Problème de choix entre la batterie et le supercondensateur</i>	28
2.2.2. <i>Stratégies de la commande</i>	29
2.2.3. <i>Présentation du véhicule à pile à combustible considéré</i>	29
2.2.4. <i>Dimensionnement système pile à combustible</i>	34
2.2.5. <i>Dimensionnement d'un stack</i>	35
2.2.6. <i>Modélisation de la pile à combustible</i>	36
2.2.7. <i>Modélisation et dimensionnement des supercondensateurs</i>	43
2.2.8. <i>Dimensionnement et Modélisation des convertisseurs DC/DC</i>	48
2.2.8.1. <i>Modélisation du convertisseur Boost</i>	51
2.2.8.2. <i>Modélisation du convertisseur Buck</i>	55
2.2.8.3. <i>Modélisation du convertisseur Buck –Boost</i>	57
2.2.8.4 <i>Dimensionnement du Boost connecté à la pile</i>	61
2.2.8.5 <i>Dimensionnement du Buck-Boost connecté aux supercondensateur</i>	64
2.2.8.6 <i>Modélisation du fonctionnement des convertisseurs embarqués</i>	65
2.3. <i>Conclusion</i>	67
 <i>Chapitre III : Optimisation et gestion de l'énergie a bord d'un véhicule hybride</i>	68
3.1. <i>Introduction</i>	69
3.2. <i>Stratégie de gestion d'énergie à bord du véhicule</i>	69
3.3. <i>Formulation du problème d'optimisation</i>	69
3.4. <i>Les approches d'optimisation adoptée</i>	70

3.4.1. Approche basée sur le principe de minimum de Pontriaguine :.....	71
3.4.2. Utilisation du principe d'optimalité de Bellman	72
3.5. Problématique de l'optimisation de la gestion d'énergie	73
3.6. Application de la commande optimale en vue de la gestion d'énergie...75	
3.6.1. Technique fondée sur le principe de minimum de Pontriaguine	75
3.6.2. Utilisation de l'équation d'Hamilton-Jacobi-Bellman.....	77
3.6.3. Critère déduit des contraintes sur la puissance de la pile	80
3.7. Conclusion	82

Chapitre IV : Commande des convertisseurs de puissance DC-DC approche basée sur mode de glissement.....83

4.1. Introduction.....	84
4.2. Commande des convertisseurs DC-DC par mode de glissement.....	84
4.3. Généralités sur la commande par mode de glissement	85
4.3.1. Formulation de la commande par mode de glissement	85
4.3.1.1. Existence du mode de glissement	88
4.3.1.1.1. Le Point d'équilibre	90
4.3.1.1.2. Stabilité locale simple et asymptotique.....	90
4.3.1.1.3. Stabilité asymptotique globale	90
4.3.1.1.4. Fonction de Lyapunov	90
4.3.1.1.5. Stabilité de Lyapunov, méthode directe	91
4.3.1.2. Commande équivalente	91
4.3.1.3. Linéarisation étendue	93
4.3.2. Application à la commande d'un convertisseur Boost	96
4.3.2.1. Commande par linéarisation étendue du système	98
4.3.2.2. Commande avec une surface de glissement à coefficients const.....	100
4.3.3. Application à la commande d'un convertisseur Buck	106
4.3.4. Application approche Programmation dynamique.....	108
4.3.4.1. Application au Boost de la source principale PAC	109
4.3.4.2. Application au Buck-Boost de la source auxiliaire SSE	112
4.3.4.2.1. Cas du fonctionnement en Boost	112
4.3.4.2.2. Cas du fonctionnement en Buck	114

4.4. <i>Simulation et résultats</i>	126
4.5. <i>Conclusion</i>	132
<i>Conclusion Générale</i>	134
<i>Bibliographie</i>	135

Notations

Système pile à combustible

S_{cell}	surface active de membrane d'une cellule (cm^2)
d_{SYSPAC}	densité massique du système PAC (kg / kW)
E_{cell}	tension à vide d'une cellule (V)
i_{PAC}	densité de courant (A / cm^2)
I_{PAC}	courant débité par la pile à combustible (A)
i_{PAC}^{MAX}	densité de courant maximale (A / cm^2)
M_{SYSPAC}	masse du système pile à combustible (kg)
N_{cell}	nombre de cellules
p_{AUX}	densité de puissance consommée par les composants auxiliaires (W / cm^2)
PCI_{H_2}	pouvoir calorifique inférieur de l'hydrogène ($PCI_{H_2} = 120 \text{MJ} / \text{kg}$) (J / kg)
p_{H_2}	densité de puissance d'hydrogène consommée (W / cm^2)
p_{PAC}	densité de puissance brute d'une cellule (W / cm^2)
p_{SYSPAC}	densité de puissance du système pile à combustible (W / cm^2)
U_{PAC}	la tension de la pile à combustible (V)
V_{ACT}	chute de tension d'activation d'une cellule (V)
V_{cell}	tension d'une cellule (V)
V_{conc}	chute de tension de concentration d'une cellule (V)
V_{ohm}	chute de tension ohmique d'une cellule (V)
y_{PAC}	rendement de la pile à combustible
y_{SYSPAC}	rendement de la pile à combustible
λ_{air}	coefficient stœchiométrique pour l'alimentation en air

Supercondensateur

C_{SC}	capacité du supercondensateur (F)
C_{SC}^{EQ}	capacité équivalente du pack de supercondensateur (F)
E_{SC}	tension à vide d'un supercondensateur (V)

E_{SC}^{MAX}	tension à vide maximale d'un supercondensateur (V)
I_{SC}	courant du supercondensateur (A)
M_{SC}	masse d'un supercondensateur (kg)
R_{SC}	résistance interne d'un supercondensateur (ohm)
U_{SC}	tension du pack de supercondensateur (V)
V_{SC}	tension d'un supercondensateur (V)
X_{SC}	énergie contenu dans un supercondensateur (J)
X_{SC}^{MAX}	énergie maximale contenu un supercondensateur (J)
SOC	état de charge (<i>state – of – charge</i>)

Véhicule électrique hybride

S_f	surface frontale (m ²)
C_r	coefficient de résistance au roulement
C_{Roue}	couple de la roue (N.m)
C_x	coefficient de résistance aérodynamique
F_{AERO}	force résistance aérodynamique (N)
F_{PENTE}	force résistance en montée (N)
F_{ROUL}	force résistance de roulement (N)
$F_{TRACTION}$	force de traction appliquée à la caisse du véhicule (N)
g	constante de gravité ($g = 9.81\text{m/ s}^2$) (m/s ²)
J_{ROUE}	inertie d'une roue (kg.m ²)
M_{SSE}	masse de la source secondaire d'énergie (kg)
M_{VEH}	masse totale du véhicule (kg)
R_{ROUE}	rayon de la roue (m)
V_{VEH}	vitesse du véhicule (m/s)
γ	pente de la route (rad)
\dots_{AIR}	densité de l'air ($\dots_{AIR} = 1,29 \text{ kg/m}^3$) (kg/m ³)
\check{S}_{ROUE}	vitesse – de – rotation – des – roues (rad/s)

Introduction générale

L'énergie et L'environnement font aujourd'hui partie des préoccupations majeures au niveau mondial. L'accroissement de la population ainsi que l'activité industrielle des pays développés ont entraîné une explosion des besoins en énergie. L'utilisation des ressources fossiles (essence, gasoil,...etc.) est responsable des rejets de gaz à effet de serre dans l'atmosphère; cette pollution est à l'origine du réchauffement de la planète et des bouleversements climatiques qui en découlent. Outre les problèmes liés à l'environnement, les réserves d'énergies fossiles sont limitées et ne pourront satisfaire à moyen terme la demande mondiale.

Parmi l'ensemble des secteurs incriminés, le véhicule est régulièrement cité. Le nombre de véhicules en circulation ne cesse d'augmenter. Évidemment, l'évolution du nombre de véhicules s'accompagne d'une augmentation de la consommation de carburant et des rejets de polluants dans la nature. Dans les pays industriels des normes ont été mises en place afin de limiter la pollution et des progrès notables ont été réalisés par les constructeurs et les laboratoires de recherche pour y répondre. Ainsi l'apparition de nouvelles motorisations, de commandes avancées des moteurs thermiques, de filtres à particules ... ont permis de réduire considérablement la consommation et les rejets de polluants des véhicules.

L'utilisation de véhicules hybrides qui (couplant une motorisation thermique et électrique) devrait permettre d'améliorer encore l'impact environnemental des véhicules. Pourtant, la propulsion dite « zéro émission » est envisageable avec des véhicules électriques. Ces derniers n'ont pas connu de véritable essor du fait de leur faible autonomie et de leur important temps de recharge. Une solution à ce problème est possible : la production d'énergie « propre » en quantité suffisante pour alimenter une motorisation électrique peut être réalisée par une pile à combustible.

Afin d'étudier les stratégies de commande et les problèmes liés au dimensionnement, une modélisation d'un véhicule à pile à combustible hybride est nécessaire.

Dans un véhicule hybride, la stratégie de commande est essentielle pour définir la répartition de puissance entre les différents organes de traction.

L'objet de ce mémoire est donc basée sur l'étude de comportement de l'étage d'alimentation des véhicules hybrides à pile à combustible qui sont équipés d'une propulsion intégralement électrique comportant une source principale qui est la pile à combustible de type PEM, et une source secondaire qui est le pack des supercondensateurs. La propulsion est assurée par un ou plusieurs moteurs électriques.

La source principale permet d'assurer la recharge de la source secondaire d'énergie et l'alimentation de la machine électrique (1 ou plusieurs Moteurs asynchrone).

La source secondaire d'énergie (SSE) permet d'effectuer les opérations de démarrage. Et la fourniture de l'énergie supplémentaire afin d'assurer le fonctionnement, pour les reprises et lors des dépassements.

L'étage de l'alimentation est équipé des éléments suivants :

- Une pile à combustible de type PEM, utilisée comme source principale.
- Un module de supercondensateurs, employé comme source d'appoint de puissance.

L'adaptation des niveaux de tension entre les sources et la charge dans le véhicule nécessite deux convertisseurs statiques, l'un de type Boost, l'autre Buck/Boost, permettant de maintenir constante la tension du bus continu à une valeur constante et d'imposer la puissance ou le courant demandé par la charge.

L'optimisation de la gestion d'énergie dans le véhicule (chapitre03) a pour objectif d'établir une nouvelle loi de gestion d'énergie robuste et précise permettant d'améliorer les performances du véhicule en termes d'accélération et durée de vie. Dans ce volet, la commande optimale sous contraintes a été adoptée. Elle a permis d'établir une gestion optimale de l'énergie provenant de la pile à combustible en tenant compte des contraintes subies par celle-ci. La commande par mode de glissement et l'étude des problèmes d'instabilité basée sur des approches mathématiques fines ont été utilisées pour contrôler les convertisseurs de puissance DC-DC afin de forcer les deux sources du véhicule à suivre les trajectoires de référence fournies par la commande optimale (chapitre 04).

Finalement ce mémoire est clôturé par des Interprétations des résultats et leurs validations.

Chapitre I

*Généralités sur les véhicules hybrides & la pile à
combustible*

1.1. Introduction :

Ce premier chapitre est destiné à définir d'une manière générale les véhicules hybrides ainsi que leurs différentes configurations.

On va présenter aussi le sujet de la pile à combustible (PAC) et sa technologie utilisée en particulier dans le domaine des véhicules comme source d'énergie principale.

Nous aborderons en bref l'histoire, les principaux domaines d'application de la pile à combustible, le principe de fonctionnement et les contraintes d'utilisation.

On va citer le cas de la source secondaire d'énergie électrique (SSE) à base des composants appelés supercondensateurs.

Le problème écologique du véhicule conventionnel équipé d'un moteur à combustion interne et comme une seule source d'énergie, a donné l'idée de passer à l'hybridation en introduisant une motorisation électrique en plus de la motorisation thermique. L'objectif étant de combiner les avantages du véhicule électrique (émission zéro) et les prestations d'un véhicule thermique traditionnel (en termes d'autonomie). Les véhicules qui contiennent une source électrique parmi leurs sources d'énergie sont appelés véhicules hybrides. La plupart des véhicules hybrides sont équipés de deux types de motorisation. Le principal objectif de la conception du véhicule hybride est d'économiser l'énergie. L'ajout d'un moteur électrique à un moteur thermique conventionnel permet d'économiser de l'énergie de plusieurs façons :

Le freinage par récupération : La machine électrique est utilisée en mode générateur et permet de produire de l'électricité, qui sera stockée dans SSE.

La réduction de la taille du moteur thermique : une partie de puissance est fournie par le moteur électrique ce qui permet de réduire la taille du moteur thermique.

Le démarrage électrique : dans certaines configurations, le moteur électrique peut être utilisé seul pour démarrer le véhicule, (en évitant un mode de conduite où le moteur thermique est particulièrement inefficace).

1.2. Les véhicules Électriques, Hybrides, et Électriques hybrides :

Véhicules hybrides et véhicules électriques ont un point commun : leur système de propulsion inclut un moteur électrique.

1.2.1. Les véhicules électriques :

Consomment directement de l'électricité, cette électricité a, au préalable, été stockée, sous forme électrochimique, dans une batterie.

Pour les véhicules électriques guidés (ferroviaires et transports urbains) l'alimentation électrique peut être assurée par un réseau de caténares qui suit leur parcours.

Le principe de la propulsion ou traction électrique permet d'éviter l'émission de bruit de moteur et de polluants.

1.2.2. Les véhicules hybrides (VH) :

Le principe sur lequel sont basés est différent des véhicules électriques puisque ceux-ci sont munis d'un moteur thermique et d'un moteur électrique. Le rôle premier de ce moteur électrique est d'assurer un fonctionnement du moteur thermique dans sa plage de rendement optimal, quelles que soient les conditions rencontrées.

Il permet aussi de récupérer de l'énergie à la décélération pour la stocker temporairement sous forme électrochimique et la réutiliser à l'accélération.

Par rapport à un véhicule thermique classique, le véhicule hybride a un meilleur rendement énergétique, notamment lorsque le parcours ou l'usage nécessite une succession de cycles arrêt-démarrage. Il consomme donc moins de carburant ; il émet moins de dioxyde de carbone et de polluants.

1.2.3. Différentes structures des véhicules hybrides :

Compte tenu de l'autonomie limitée des véhicules tout électriques, il a été imaginé de coupler deux sources d'énergies embarquées. Ces véhicules sont appelés VH [01], [03]

Il existe deux principaux types VH [01], [03]: le VH parallèle et le VH série

1.2.3.1. VH parallèle :

Un moteur thermique est couplé à un moteur électrique et ils fonctionnent soit simultanément, soit alternativement en fonction des différentes phases de roulage du véhicule.

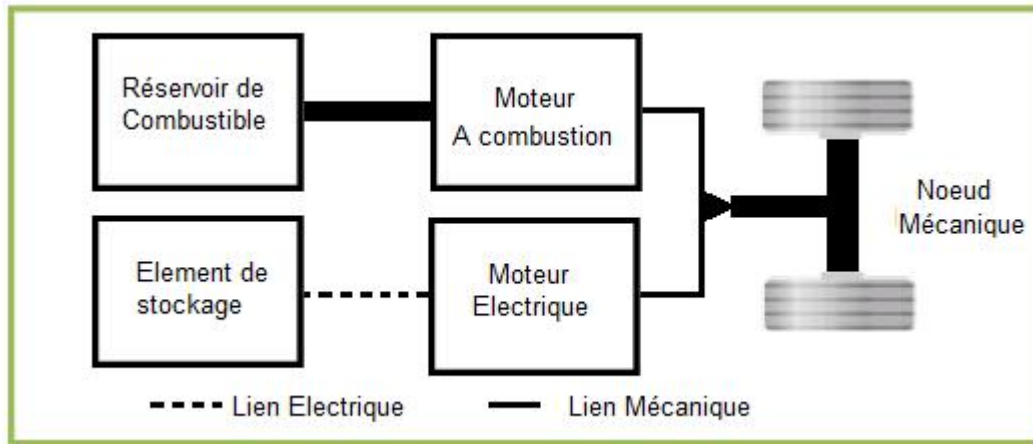


Figure (1.2.3.1) : Structure VH parallèle

1.2.3.2. VH série :

En plus de la batterie (supercondensateurs) qui joue le rôle d'élément de stockage (tampon), il y a un générateur électrique (ensemble moteur thermique – alternateur - redresseur).

Pour cette structure, on peut envisager soit un seul moteur électrique entraînant le véhicule sans changer la transmission mécanique soit deux ou quatre moteur-roues électriques sans liaisons mécaniques entre eux.

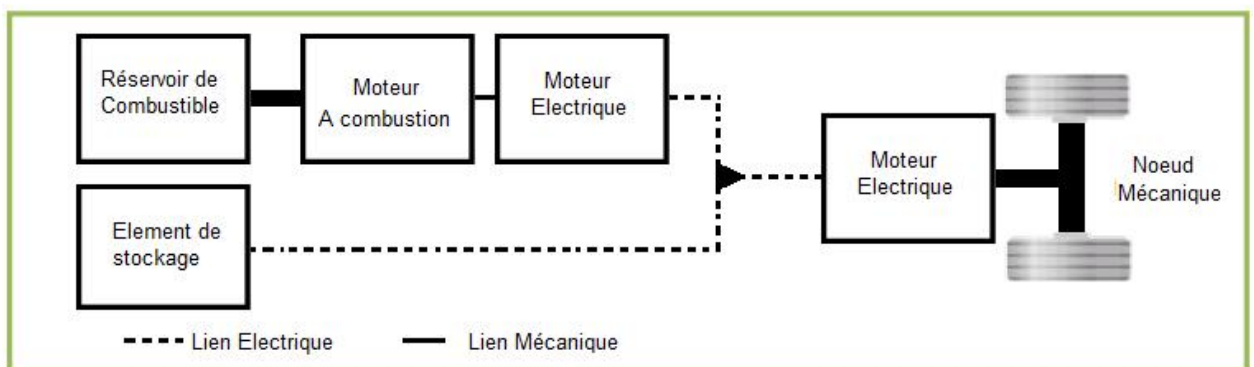


Figure (1.2.3.2) : Structure VH série

1.3. La pile à combustible :

1.3.1. Historique et définition

La pile à combustible (PAC) convertit de l'énergie chimique en énergie électrique. Sa technologie est devenue de plus en plus familière aux cours des dernières années, la PAC a été découverte il y a plus de *150 ans*. En *1839*, Sir William Grove, un juriste anglais et chercheur amateur en chimie, décrit une expérience où de l'eau et de l'électricité sont produites à partir d'oxygène et d'hydrogène.

En *1932*, le docteur Francis Bacon reprend les recherches initiées par W. Grove et parvient à réaliser une pile à combustible de *5kW* en *1959*.

La pile à combustible a connu son évolution grâce à la NASA qui cherchait un moyen de produire de l'électricité à bord de ses engins spatiaux. La pile à combustible apparut comme un système idéal du fait de la présence d'oxygène et d'hydrogène disponible dans les systèmes de propulsion.

L'intérêt de l'utilisation de la pile à combustible dans le domaine des transports remonte à *1973*. La première crise pétrolière a conduit les gouvernements, les industries et les laboratoires à chercher une alternative aux énergies fossiles pour tenter de s'assurer une indépendance énergétique. De nombreux efforts et moyens ont été fournis pour réduire les coûts de fabrication des systèmes pile à combustible, pour augmenter leur fiabilité et pour améliorer leur compacité.

Depuis les années *1990*, les piles à combustibles et l'hydrogène sont considérés comme des candidats possibles à la production d'énergie durable et propre, que ce soit pour des applications mobiles ou stationnaires [01].

1.3.2. Type et domaine d'applications :

Les piles à combustibles sont répertoriées en fonction de leurs températures de fonctionnement, de leurs électrolytes et de leurs plages de puissance. Les principales technologies de pile à combustible ainsi que leurs caractéristiques sont données dans le tableau suivant :

Nomenclature	Type de PAC	Ion mobile	Température de fonctionnement
AFC	PAC à électrolyte alcalin	OH^-	50 - 200 °C
PEMFC	PAC à membrane échangeuse de protons	H^+	30 - 100 °C
PAFC	PAC à acide phosphorique	H^+	~ 220 °C
MCFC	PAC à carbonates fondus	CO_3^{2-}	~ 650 °C
SOFC	PAC à oxydes solides	O^{2-}	500 - 1000 °C

Figure (1.3.2.1) : Les principaux types de piles à combustible.

A partir de ce tableau On constate que chaque type de pile à combustible a un domaine d'application privilégié.

Les PAC à basses températures sont plutôt destinées aux applications mobiles, (Le domaine des transports: automobile, bus,..., etc. le domaine des appareils électroniques portables ordinateur, téléphone cellulaire...).

Les PAC à hautes températures sont généralement destinées aux applications stationnaires concernant la production décentralisée d'énergie électrique (habitats collectifs ou individuels...).

Parmi les différents type de pile à combustible utilisée dans la technologie des véhicules électrique hybride on trouve, la pile de type PEM (*Proton Exchange Membrane* « Membrane échangeuse du proton »), également appelée PEFC (*Polymer Electrolyte Fuel Cell*) :

- Densité de puissance:

La propulsion d'un véhicule requiert une puissance de quelques kilowatts à une centaine de kilowatts. En outre, le groupe motopropulseur doit avoir une masse et un encombrement acceptable. La PAC de type PEM répond le mieux à ces contraintes avec une densité de puissance comprise entre $1kg/kW$ et $3kg/kW$.

- Température de fonctionnement :

La pile de type PEM a une température de fonctionnement comprise entre $30^{\circ}C$ et $100^{\circ}C$ qui représente la meilleure adaptation pour l'usage dans le domaine automobile.

- Structure solide:

La composition d'éléments à structure solides de la PAC type PEM (spécialement la membrane en polymère) garantit une certaine résistance mécanique vis à vis des contraintes liées à l'environnement automobile.

1.3.3. Principe de fonctionnement de la PAC PEM :

La pile à combustible de type PEM convertit l'énergie chimique (l'hydrogène et oxygène) en énergie électrique.

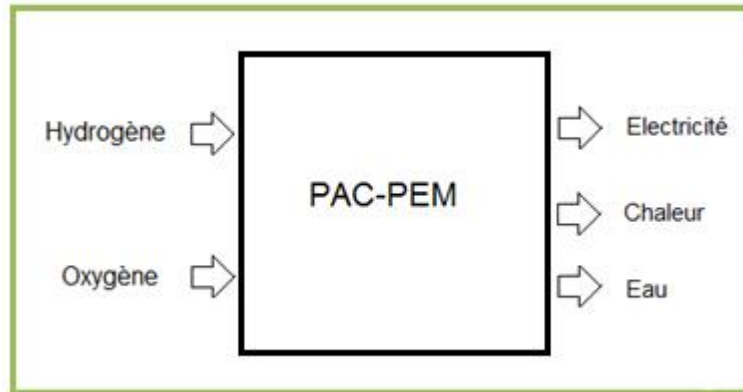
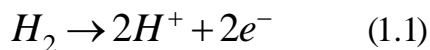


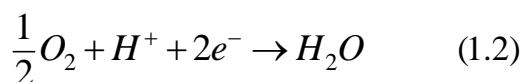
Figure (1.3.3.1) : Schéma bloc de la PAC type PEM.

Cette réaction électrochimique est une électrolyse de l'eau inverse. L'énergie électrique est produite par une réaction d'oxydoréduction entre l'oxygène (oxydant) et l'hydrogène (réducteur). L'oxydation a lieu à l'anode et la réduction à la cathode. Ces deux réactions sont isolées par une membrane qui joue le rôle d'électrolyte. La cathode est alimentée en oxygène gazeux (ou plus généralement en air) et l'anode est alimentée en hydrogène gazeux. Les équations chimiques d'oxydoréductions sont les suivantes [01] :

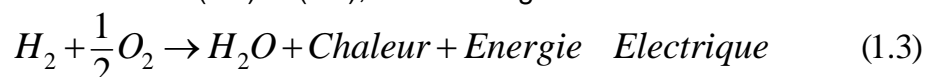
Oxydation à l'anode:



Réduction à la cathode:



En combinant (1.1) et (1.2), la réaction globale est :



L'électricité est produite par les 2 électrons libérés par la molécule d'hydrogène (1.1). Les protons d'hydrogène H^+ traversent la membrane séparant l'anode de la cathode et se recombinent à la cathode avec les électrons et les atomes d'oxygène. Idéalement, les seuls produits secondaires de la réaction sont de l'eau et de la chaleur. La figure ci-dessous résume le principe de la pile à combustible PEM.

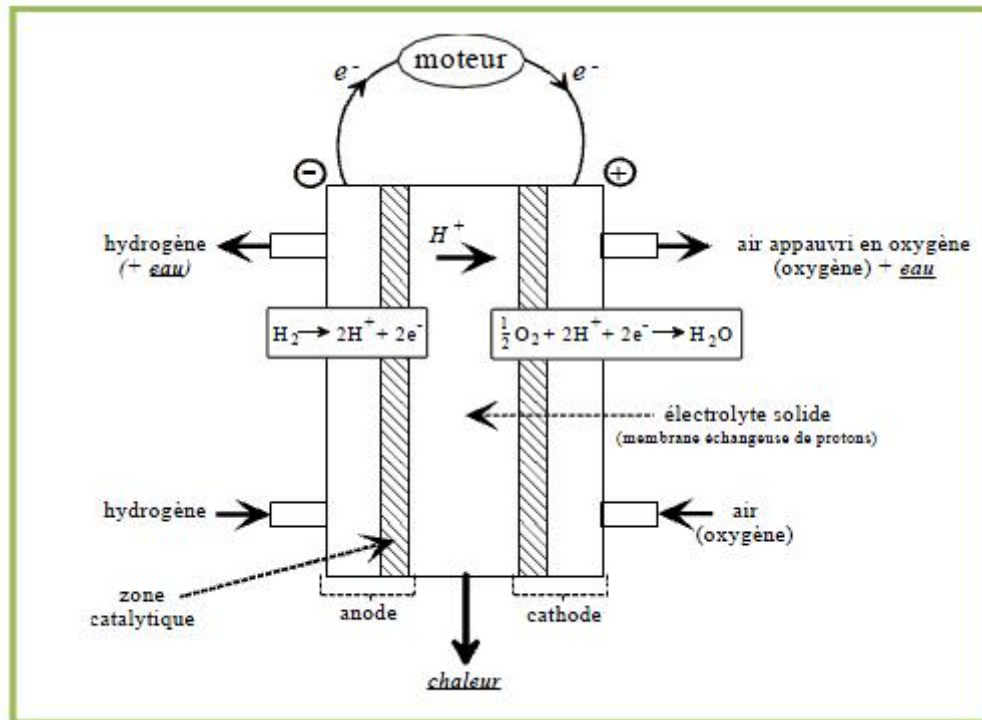


Figure (1.3.3.2) : Schéma de principe de la pile à combustible PEM.

1.3.4. Cellule élémentaire et assemblage de la pile à combustible :

La réaction électrochimique a lieu au sein d'une cellule élémentaire. Une cellule élémentaire consiste en un assemblage Électrode-Membrane-Électrode (EME) pressé entre 2 plaques bipolaires (voir la figure suivante).

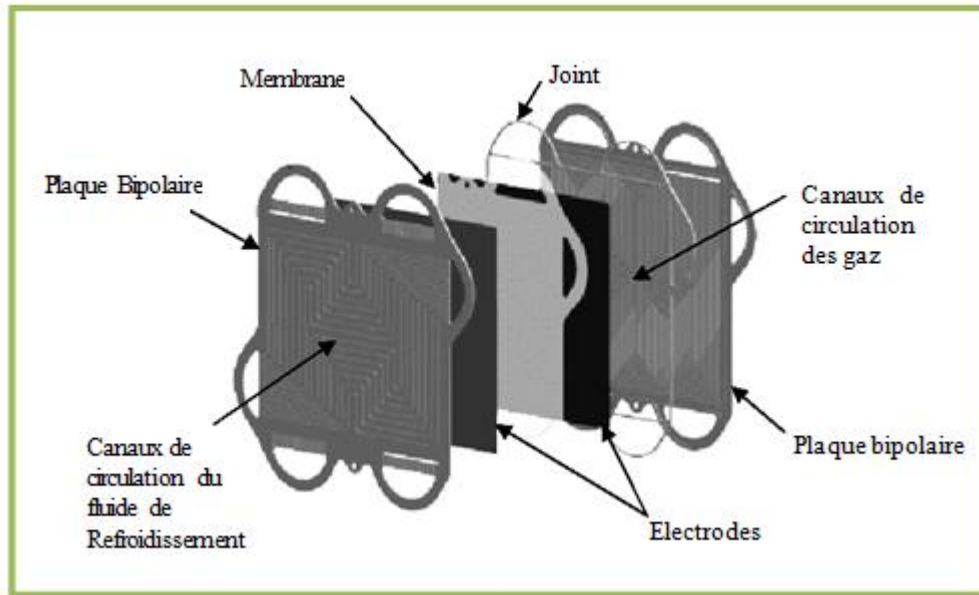


Figure (1.3.4.1) : Exemple d'assemblage d'une cellule élémentaire

La membrane est le cœur de la cellule élémentaire. La membrane est un électrolyte en polymère qui est perméable aux protons d'hydrogène H_2 et imperméable aux gaz. Pour garantir la perméabilité aux protons H^+ , la membrane doit être en permanence humidifiée.

Un assemblage EME comporte 2 électrodes : l'anode et la cathode. Une électrode est faite de 2 couches de matériaux poreux. La couche de diffusion des gaz transporte et répartit uniformément l'hydrogène et l'oxygène sur la membrane tout en évacuant l'eau produite. La couche de catalyseur (platine) permet d'activer et d'accélérer la réaction d'oxydoréduction.

Les plaques bipolaires remplissent 2 rôles. D'une part elles distribuent les gaz de manière uniforme à l'assemblage EME par le biais de fins canaux (figure ci-dessus). D'autre part, elles permettent la circulation d'un fluide de refroidissement pour refroidir la cellule élémentaire. Les plaques bipolaires doivent être conductrices et résister à un environnement corrosif (par exemple, le graphite ou l'acier inoxydable sont utilisés).

La tension obtenue avec une cellule élémentaire est inférieure à 1 volt, ce qui est insuffisant pour la majorité des applications. Pour disposer d'une source de tension suffisamment élevée, plusieurs cellules sont assemblées en série pour former la pile à combustible (voir la figure ci-dessous). Pour assurer l'étanchéité, les cellules sont pressées les unes contre les autres par deux plaques d'extrémité et des tirants.

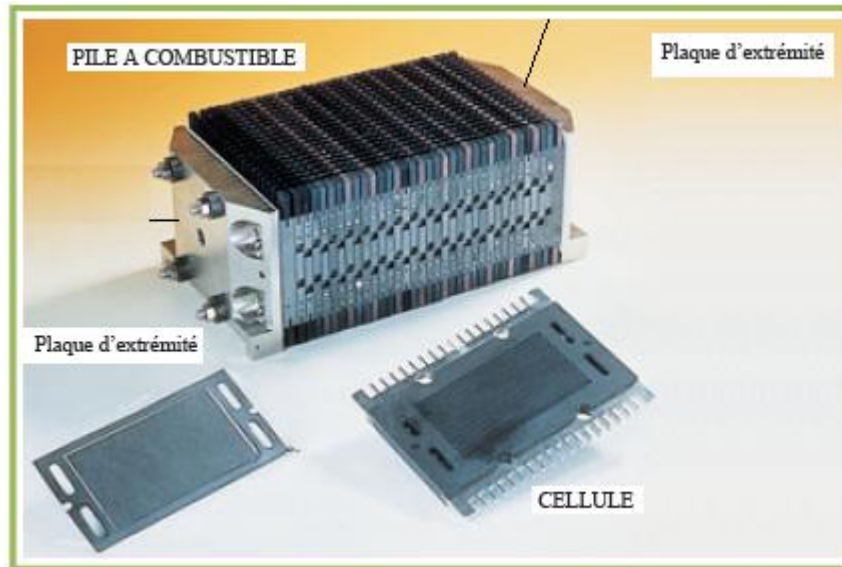


Figure (1.3.4.2) : Exemple d'un assemblage de pile à combustible

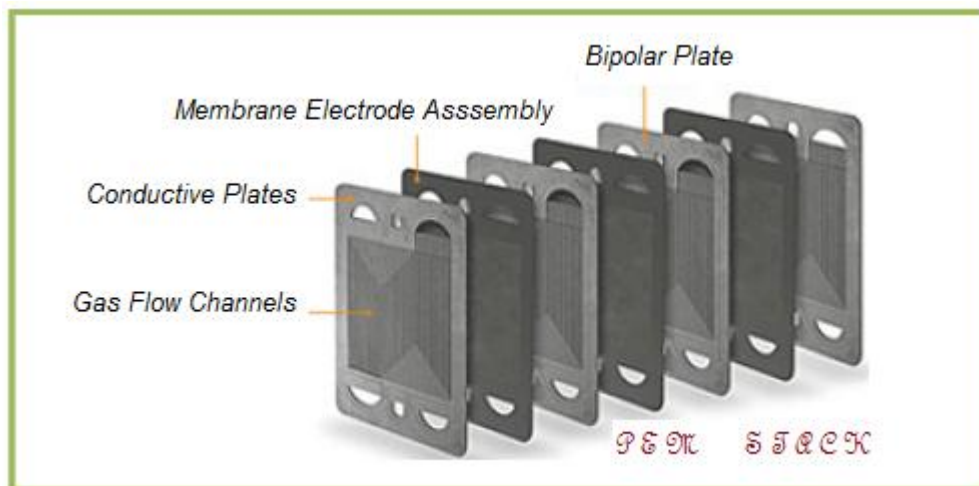


Figure (1.3.4.2) : Exemple d'un assemblage d'un STACK à pile à combustible

1.3.5. Caractéristique électrique de la pile à combustible :

La tension à vide de la cellule est fonction du potentiel électrochimique de la réaction d'oxydoréduction. Ce potentiel électrochimique est d'une valeur théorique d'environ 1,23V (potentiel standard) pour des conditions standard de température et de pression (1atm, 25 °C). En pratique, la tension à vide se situe légèrement en dessous de 1V, la courbe de polarisation est la caractéristique électrique d'une pile à combustible. Elle représente la tension de la cellule en fonction de la densité de courant (figure ci-dessous) et dépend de la température de fonctionnement, de la pression des réactifs et du taux d'humidité de la membrane. La densité courant i_{PAC} (en A/cm^2) est définie par :

$$i_{PAC} = \frac{I_{PAC}}{S_{cell}} \quad (1.4)$$

i_{PAC} : La densité du courant de la pile à combustible.

I_{PAC} : Le courant de la pile à combustible.

S_{cell} : La surface active d'une membrane.

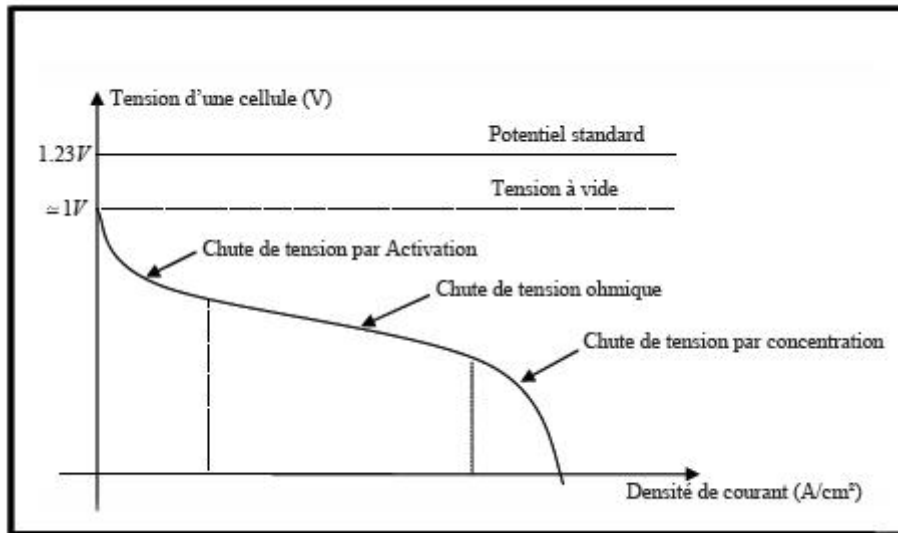


Figure (1.3.5.1) : Courbe de polarisation classique d'une cellule PAC PEM.

La courbe de polarisation de la figure (1.3.5.1) peut être décomposée en 3 zones distinctes, chacune caractérisée par des chutes de tension prépondérantes:

- Chute de tension par activation :
La réaction électrochimique doit franchir un seuil d'activation pour s'initier. Ce seuil est dû à la lenteur de la réaction électrochimique à la surface des électrodes. La couche de catalyseur présente dans les électrodes aide à accélérer la réaction.
- Chute de tension ohmique :
Les chutes de tension ohmiques sont causées par la résistance électrique de la membrane et par la résistance électrique de l'ensemble électrodes/plaques bipolaires.
- Chute de tension par concentration :
Les chutes de tension par concentration résultent d'un manque de réactifs. Lorsque la densité de courant devient élevée la diffusion des gaz dans les électrodes n'est plus assez rapide pour entretenir la réaction.

La courbe de polarisation de la figure (1.3.5.1) est celle d'une cellule élémentaire. De manière classique, en faisant l'hypothèse que toutes les cellules ont un comportement électrique identique, la tension totale de la pile à combustible V_{PAC} est donnée par :

$$V_{PAC}(I_{PAC}) = N_{cell} \cdot E_{cell}(I_{PAC}) \quad (1.5)$$

E_{cell} : La tension élémentaire d'une cellule.

N_{cell} : Le nombre de cellules.

La puissance brute P_{PAC} fournie par la pile à combustible est :

$$P_{PAC}(I_{PAC}) = V_{PAC}(I_{PAC}) \cdot I_{PAC} = N_{cell} \cdot E_{cell} \cdot S_{cell} \cdot i_{PAC} \quad (1.6)$$

Une pile à combustible est capable de fournir de la puissance électrique tant qu'elle est alimentée en oxygène et en hydrogène. Ceci implique qu'une pile à combustible ne peut fonctionner seule et a besoin d'un ensemble de composants périphériques pour fonctionner.

1.3.6. Système pile à combustible :

La pile à combustible a besoin d'un ensemble de conditions pour produire de l'énergie électrique elle doit être alimentée en hydrogène et en air, la membrane doit être en permanence humidifiée, et la chaleur produite doit être évacuée. Les composants auxiliaires ont pour rôle d'assurer le bon fonctionnement de la pile à combustible. L'ensemble composé de la pile à combustible et de ses composants auxiliaires est appelé système pile à combustible [01].

Les circuits associés aux PAC sont généralement conçus spécifiquement pour une application en particulier parmi de nombreuses architectures possibles, la figure (1.3.6.1) représente un exemple d'un système classique d'une PAC.

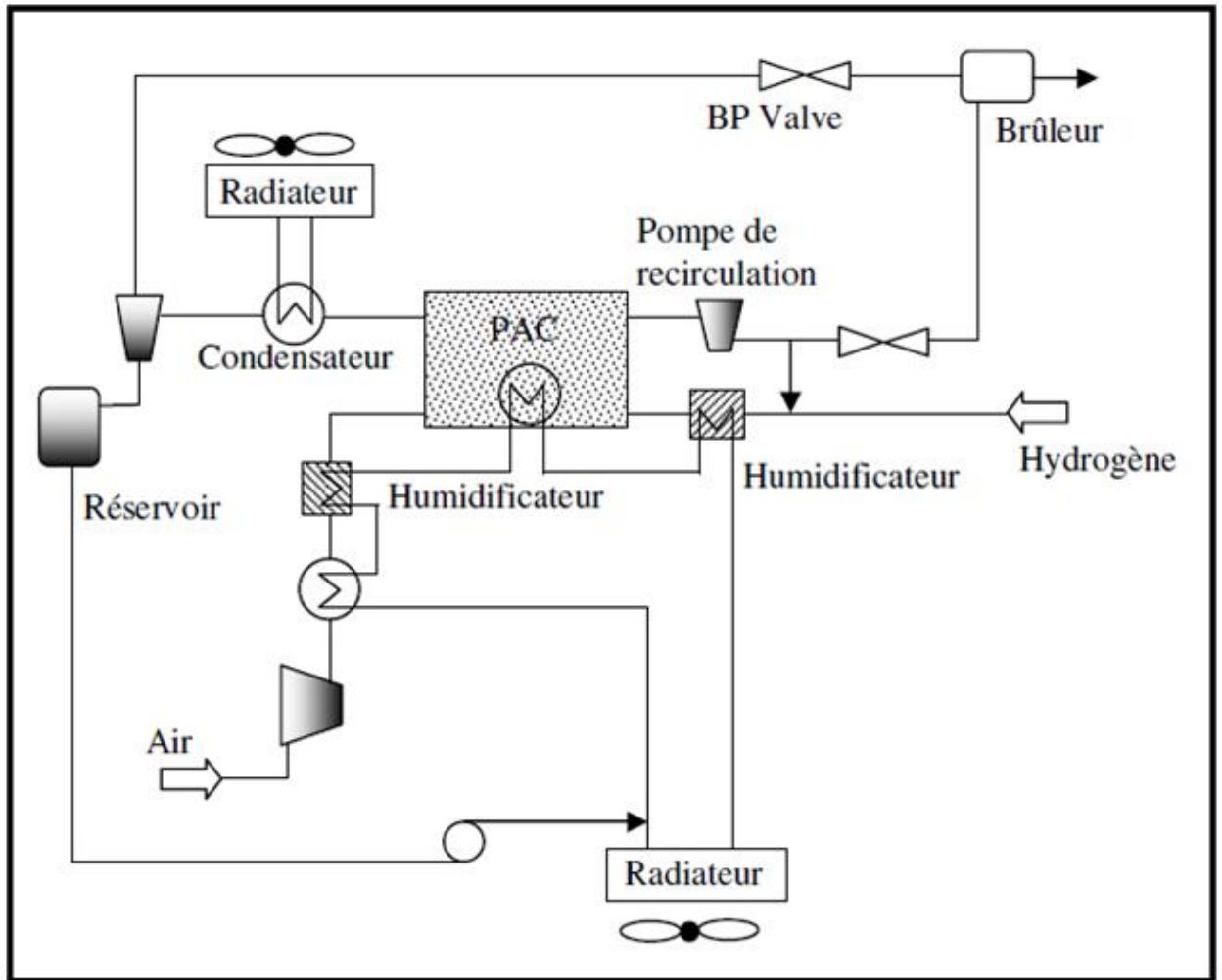


Figure (1.3.6.1) : Architecture d'un système à pile à combustible et auxiliaire

Dans cet exemple le système est composé de 04 circuits :

- Le circuit d'hydrogène (circuit fermé) :
Il alimente l'anode en hydrogène gazeux. L'hydrogène non consommé à la sortie de la PAC peut être réinjecté à l'entrée de celle-ci par l'intermédiaire d'une pompe de recirculation.
- Le circuit d'air (circuit ouvert):
Généralement, pour alimenter la pile à combustible en oxygène, un compresseur injecte de l'air à la cathode.
- Le circuit de refroidissement :
Le circuit de refroidissement est une partie essentielle du système PAC. La chaleur produite par la PAC peut représenter plus de 50% des pertes de puissances pour des courants élevés. De plus, la différence de température limitée entre la pile à combustible (80°C environ) et l'air ambiant ne favorise pas les échanges thermiques et impose l'utilisation de larges échangeurs de chaleurs.

Ceci représente une contrainte technique importante dans des applications automobiles.

- Le circuit d'eau :

L'humidification des membranes se fait par les gaz entrants (air et hydrogène) via le circuit d'eau. L'eau contribue également au refroidissement de la pile à combustible lors de son passage dans l'échangeur de chaleur.

Les composants auxiliaires sont donc indispensables au bon fonctionnement de la pile à combustible. Ils consomment une partie de l'énergie produite par la pile à combustible. Le compresseur d'air est l'auxiliaire qui absorbe le plus de puissance et il influe considérablement sur le rendement global du système pile à combustible. La puissance nette disponible en sortie du système PAC P_{SYSPAC} est fonction de la puissance brute P_{PAC} et de la puissance consommée par les composants.

$$P_{SYSPAC} (I_{PAC}) = P_{PAC} (I_{PAC}) - P_{AUX} (I_{PAC}) \quad (1.7)$$

Les pertes de puissances induites par la consommation électrique des composants auxiliaires affectent le rendement global du système PAC. Alors que la PAC convertit l'énergie chimique en énergie électrique avec un rendement maximal d'environ 70 % pour de faibles charges, le système pile à combustible atteint un rendement maximal d'environ 50 % aux alentours de 25 % de la puissance nette disponible [01].

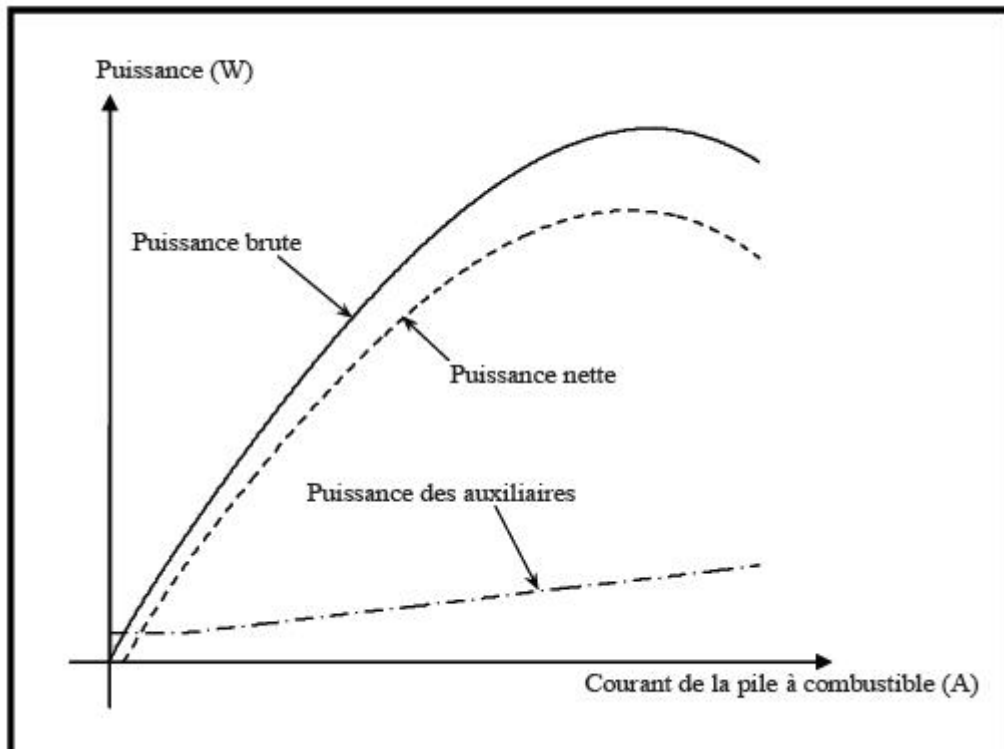


Figure (1.3.6.2) : Exemple des Puissances caractéristiques d'un système PAC

Le rendement de la pile à combustible y_{PAC} et le rendement du système pile à combustible y_{SYSPAC} s'obtiennent en considérant la densité puissance brute p_{pac} et nette p_{syspac} et la puissance issue de l'hydrogène p_{H_2} , on accepte sans démonstration:

$$y_{PAC}(i_{pac}) = \frac{p_{pac}(i_{pac})}{p_{H_2}(i_{pac})} \quad y_{SYSPAC}(i_{pac}) = \frac{p_{syspac}(i_{pac})}{p_{H_2}(i_{pac})} \quad (1.8)$$

$$p_{H_2}(i_{pac}) = \frac{M_{H_2} \cdot PCI_{H_2}}{n_e \cdot F} \cdot i_{pac} \quad Cm_{H_2}(i_{pac}) = \frac{p_{H_2}(i_{pac})}{PCI_{H_2}}$$

Où :

M_{H_2} : Masse molaire de H_2 (g / mol)

PCI_{H_2} : Pouvoir calorifique inférieur (J / Kg)

Cm_{H_2} : Consommation de H_2 (g / s / cm²)

F : Constante de Faraday.

n_e : nombre des électrons = 2

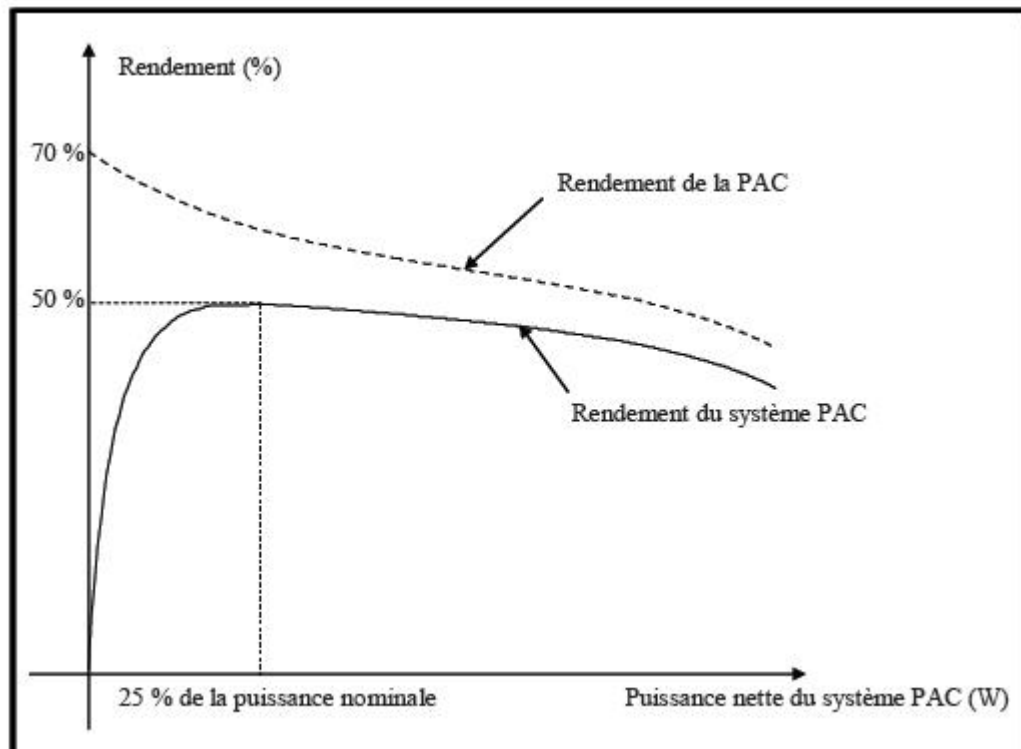


Figure (1.3.6.3): Rendements caractéristiques de la PAC et du système PAC.

1.3.7. Contraintes de la PAC dans les applications VH :

Dans un VH à base d'une PAC La motorisation est assurée par une ou plusieurs machines électriques et la puissance est fournie par le système pile à combustible. Le système PAC ayant un rendement élevé (jusqu'à 50 %), son utilisation dans un groupe motopropulseur apparait donc comme une solution intéressante vu que la production d'énergie électrique est réalisée sans émissions de gaz à effet de serre. Le schéma suivant représente une architecture classique d'un groupe motopropulseur utilisant une pile à combustible :

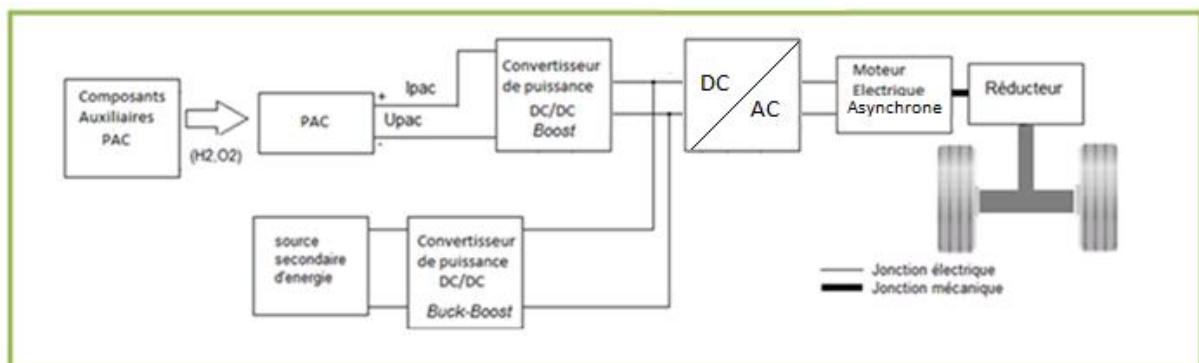


Figure (1.3.7.1): Exemple d'architecture d'un groupe motopropulseur à PAC

Les contraintes sont liées à l'utilisation de l'hydrogène et de PAC dans un milieu automobile doivent être considérées :

- Stockage de l'hydrogène
Plusieurs technologies de stockage d'hydrogène ont été envisagées pour l'automobile mais ne permettent pas encore de stocker suffisamment d'hydrogène pour assurer une autonomie similaire à celle d'un véhicule conventionnel.
- Dynamique du système pile à combustible
Un système PAC ne peut pas délivrer instantanément sa puissance maximale. Sa dynamique est principalement limitée par celle du compresseur d'air (voir Figure (1.3.6.1)). Généralement le temps de réponse du système pile à combustible est de l'ordre de quelques secondes et peut affecter les performances dynamiques du véhicule lors de fortes accélérations.
- Démarrage à froid du système PAC
Pendant les démarrages à froid, la puissance maximale du système PAC est limitée. La PAC a besoin de quelques minutes pour atteindre sa température de fonctionnement.

Dans les véhicules à pile à combustibles l'association d'une autre source secondaire d'énergie électrique est le moyen le plus favorisé afin d'assurer le bon fonctionnement

du véhicule hybride. Dans le cadre des développements technologiques spécifiques, la pile à combustible est donc généralement assistée d'une source secondaire d'énergie électrique (supercondensateurs, batteries). Ce type de véhicule comme nous l'avons vu, est appelé véhicule hybride à pile à combustible ou véhicule électrique hybride.

1.3.8. Véhicule hybride à pile combustible :

Un véhicule hybride à pile à combustible se classe dans la catégorie des véhicules à architecture d'hybridation série dans laquelle l'ensemble moteur à combustion interne et générateur électrique est remplacé par une pile à combustible.

Cette dernière est chargée de fournir l'énergie électrique nécessaire à la traction à partir d'une réaction chimique entre l'oxygène et l'hydrogène.

La structure d'un véhicule hybride à pile à combustible est montrée dans la figure (1.3.7.1), la source secondaire d'énergie Assure la redondance d'énergie qui fonctionne en mode réversible en puissance (charge – décharge). Les rôles de la source secondaire d'énergie (SSE) sont :

- Assister en puissance la pile à combustible :
La source secondaire fournit le complément de puissance lorsque la pile atteint sa puissance maximale (par exemple lors d'accélération du véhicule).
- Récupérer l'énergie cinétique lors des freinages :
La récupération de l'énergie cinétique lors des phases de freinage permet d'économiser de l'hydrogène et d'augmenter l'autonomie du véhicule.
- Introduire un degré de liberté dans la répartition des puissances :
L'hybridation permet de répartir la demande de puissance entre le système pile à combustible et la source secondaire d'énergie. Les points de fonctionnement du système PAC peuvent ainsi être déplacés vers les zones de meilleurs rendements en utilisant des stratégies de commande adaptées, ce qui permet de réduire la consommation d'hydrogène [01].

1.3.9. Différents modes d'opérations du groupe motopropulseur dans un VH :

Durant le fonctionnement du groupe motopropulseur d'un véhicule hybride à PAC équipé d'une source secondaire d'énergie (SSE) plusieurs modes de fonctionnement peuvent être identifiés. Ces modes (traction, freinage, arrêt) induisent des différentes fluences d'énergie.

P_{ME} : Puissance de la machine électrique.

Soit : P_{SYSPAC} : Puissance du système PAC.

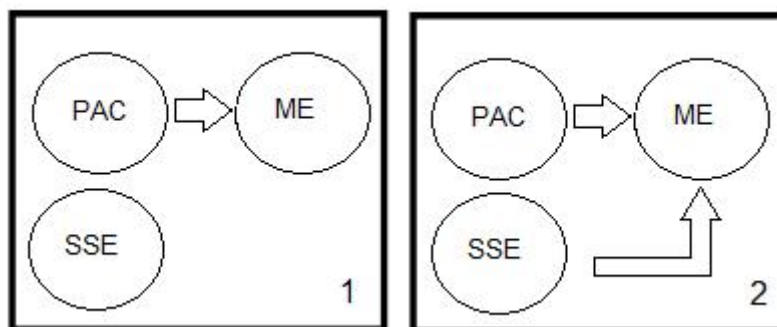
P_{SSE} : Puissance de source secondaire d'énergie.

Le choix des limites sur l'élément de stockage de la SSE ($P_{SSE}^{MIN} < P_{SSE} < P_{SSE}^{MAX}$) permet de maintenir son état de charge dans une fourchette acceptable. D'autre part, les limites sur la puissance de la PAC ($P_{SYSPAC}^{MIN} < P_{SYSPAC} < P_{SYSPAC}^{MAX}$) offrent un degré de liberté supplémentaire aidant à optimiser le fonctionnement de la pile.

1.3.9.1. Modes de traction ($P_{ME} > 0$) de VH :

Si la puissance demandée, est inférieure à la limite inférieure de puissance, P_{SYSPAC}^{MIN} la puissance fournie par la pile est dans ce cas égale à P_{SYSPAC}^{MIN} alors que le reste de puissance de la pile est stocké dans la SSE. Par contre, si la SSE ne peut plus stocker l'énergie, c.-à-d. a atteint sa limite supérieure X_{SSE}^{MAX} il est préférable que ce dernier fournisse la puissance demandée alors que la pile reste en arrêt, on distingue 04 cas:

- ($P_{ME} > 0, P_{SYSPAC} > P_{SYSPAC}^{MIN}, P_{SSE} = 0$) : le système PAC assure seul la fluence l'énergie vers la ME.
- ($P_{ME} > 0, P_{SYSPAC} > P_{SYSPAC}^{MIN}, P_{SSE} > P_{SSE}^{MIN}$) : le système PAC et la SSE assurent ensemble l'énergie de la ME (machine électrique).
- ($P_{ME} > 0, P_{SYSPAC} = 0, P_{SSE} > P_{SSE}^{MIN}$) : seule la SSE assure la fluence d'énergie vers la ME.
- ($P_{ME} > 0, P_{SYSPAC} > P_{SYSPAC}^{MIN}, P_{SSE} < P_{SSE}^{MIN}$) : le système PAC assure seul la fluence l'énergie vers la ME et la SSE.



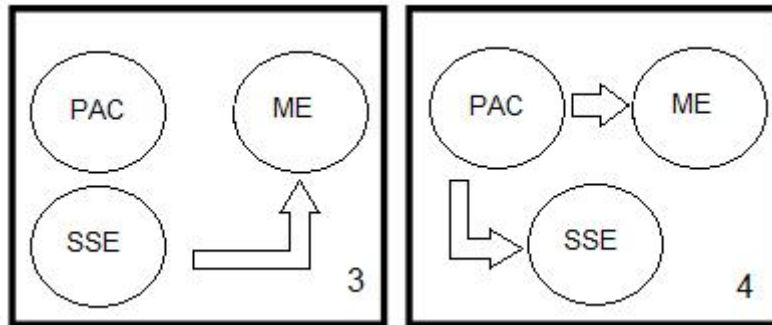


Figure (1.3.9.1): Modes de traction d'un VH à PAC
(Fluence d'énergie)

1.3.9.2. Modes de freinage ($P_{ME} < 0$) de VH :

Le véhicule est en mode freinage si la puissance demandée est négative tenant compte de la convention de signe utilisée pour différencier la traction du freinage. Dans ce cas, la puissance fournie par la pile à combustible est nulle et l'élément de stockage absorbe la puissance de freinage tout en respectant les contraintes sur la puissance maximale pouvant être absorbée ainsi que l'énergie maximale pouvant être stockée on trouve deux cas :

- ($P_{ME} < 0, P_{SYSPAC} = 0, P_{SSE} < P_{SSE}^{MIN}$) : la SSE récupère l'énergie cinétique de la ME.
- ($P_{ME} < 0, P_{SYSPAC} > P_{SYSPAC}^{MIN}, P_{SSE} < P_{SSE}^{MIN}$) : la SSE récupère l'énergie cinétique de la ME, elle reçoit également la fluence d'énergie du SYSPAC.

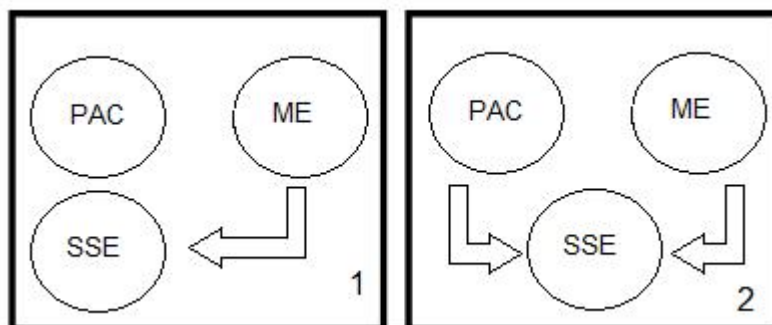


Figure (1.3.9.2): Modes de freinage d'un VH à PAC
(Fluence d'énergie)

1.3.9.3. Modes d'arrêt ($P_{ME} = 0$) de VH :

Le véhicule est considéré en mode d'arrêt dans notre cas si la puissance demandée par la machine électrique de traction ($P_{DEM} = P_{ME}$) est nulle. Dans ce cas, les puissances fournies par la pile à Combustible (PAC), et l'élément de stockage (SSE), sont considérées nulles. A noter que nous ne tenons compte que de la puissance nécessaire à la traction vu que pratiquement la pile à combustible fournit toujours une puissance non nulle servant à alimenter, entre autres, ses auxiliaires. On trouve donc deux cas :

- ($P_{ME} = 0, P_{SYSPAC} = 0, P_{SSE} = 0$) : Aucune fluence d'énergie vers la ME.
- ($P_{ME} = 0, P_{SYSPAC} > P_{SYSPAC}^{MIN}, P_{SSE} < P_{SSE}^{MIN}$) : le système PAC assure la fluence l'énergie de la SSE (opération de recharge).

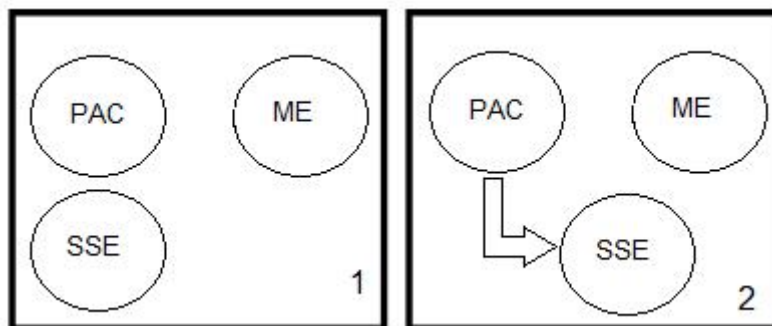
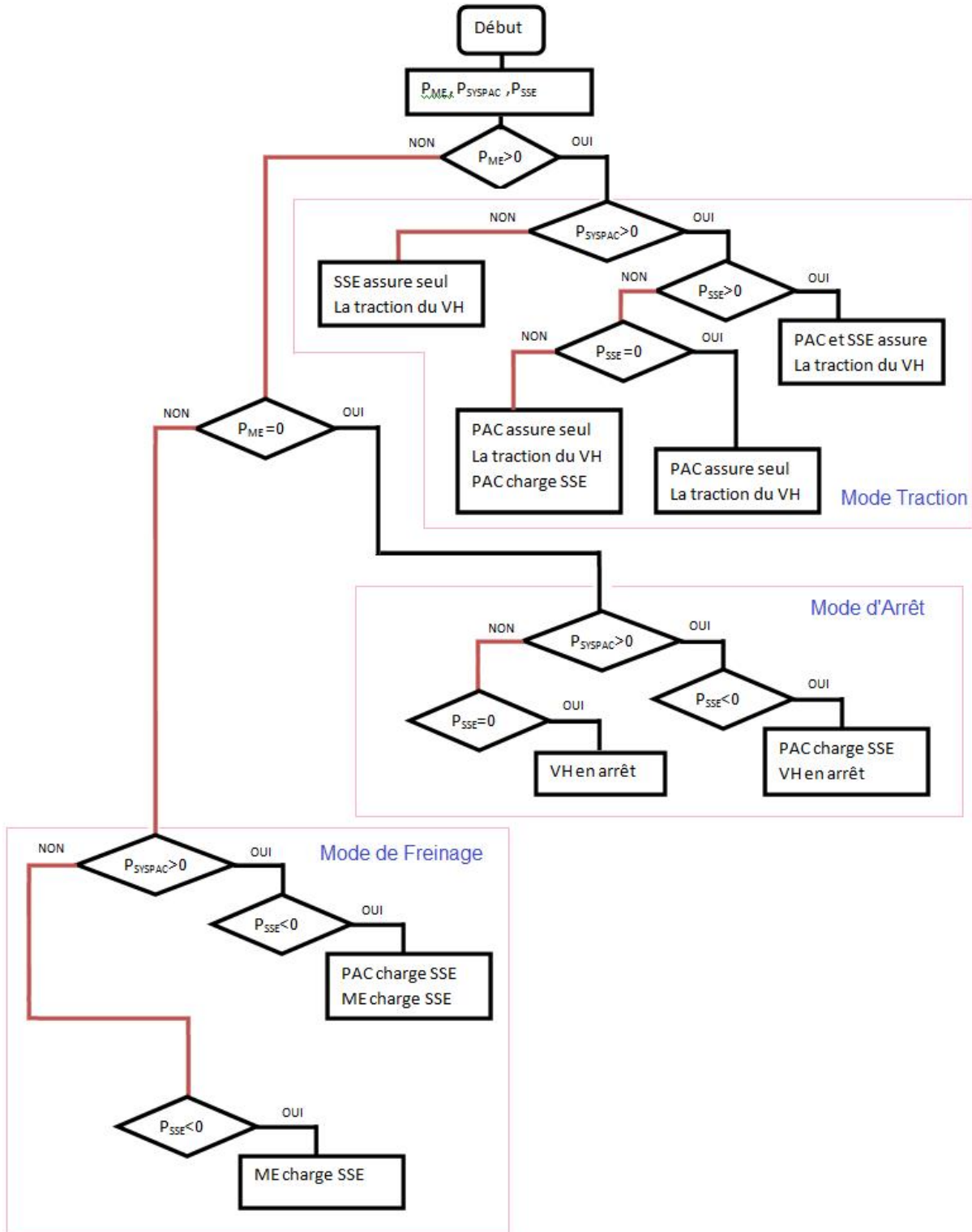


Figure (1.3.9.3): Modes d'arrêt d'un VH à PAC
(Fluence d'énergie)

1.3.10. Algorithme de stratégie de la commande dans un VH:

Dans cette stratégie, nous distinguons les trois modes de fonctionnement possibles du véhicule, à savoir le mode arrêt, le mode traction et le mode freinage.



1.3.11. La source secondaire d'énergie (SSE):

La source secondaire d'énergie assure la fluence d'énergie vers la ME dans le cas où le SYSPAC ne peut seul assurer la traction de VH. La SSE peut être rechargée par récupération de l'énergie cinétique ou par le système pile à combustible.

Pour assurer cette tâche, la SSE doit posséder une caractéristique réversible en puissance (opération charge /décharge).

En général dans la technologie des VH à PAC, il y a deux méthodes pour la constitution de la SSE, ce sont SSE à base des batteries et SSE à base des composants appelés supercondensateurs.

- La batterie est un convertisseur d'énergie électrochimique qui emmagasine l'énergie de manière chimique. les principales technologies retenues pour les VH sont les batteries au plomb, les batteries Nickel Métal-Hydrure, et les batteries Lithium-ion.
Les avantages d'utilisation des batteries : faible coût, meilleure capacité spécifique, les inconvénients sont le poids élevé des batteries, la sureté de fonctionnement, et la faible performance à faible température.
- Le supercondensateur (condensateur à doubles couches) stocke l'énergie de manière électrostatique en polarisant une solution électrolytique. Il n'y a pas de réaction chimique mise en jeu, ce qui permet d'obtenir des durées de vie élevées (un supercondensateur peut être chargé et déchargé des centaines de milliers de fois).
Les supercondensateurs ont une capacité spécifique extrêmement faible mais disposent d'une puissance spécifique importante. De plus, leur rendement en charge et en décharge est élevé. Dans une application hybride, les supercondensateurs sont destinés à satisfaire les fortes pointes de puissances.

D'où nous pouvons dire que l'un des enjeux dans le dimensionnement d'un véhicule hybride à pile à combustible est de déterminer une combinaison idéale entre le système PAC et la SSE afin de satisfaire les performances dynamiques du véhicule tout en lui assurant une autonomie suffisante [02].

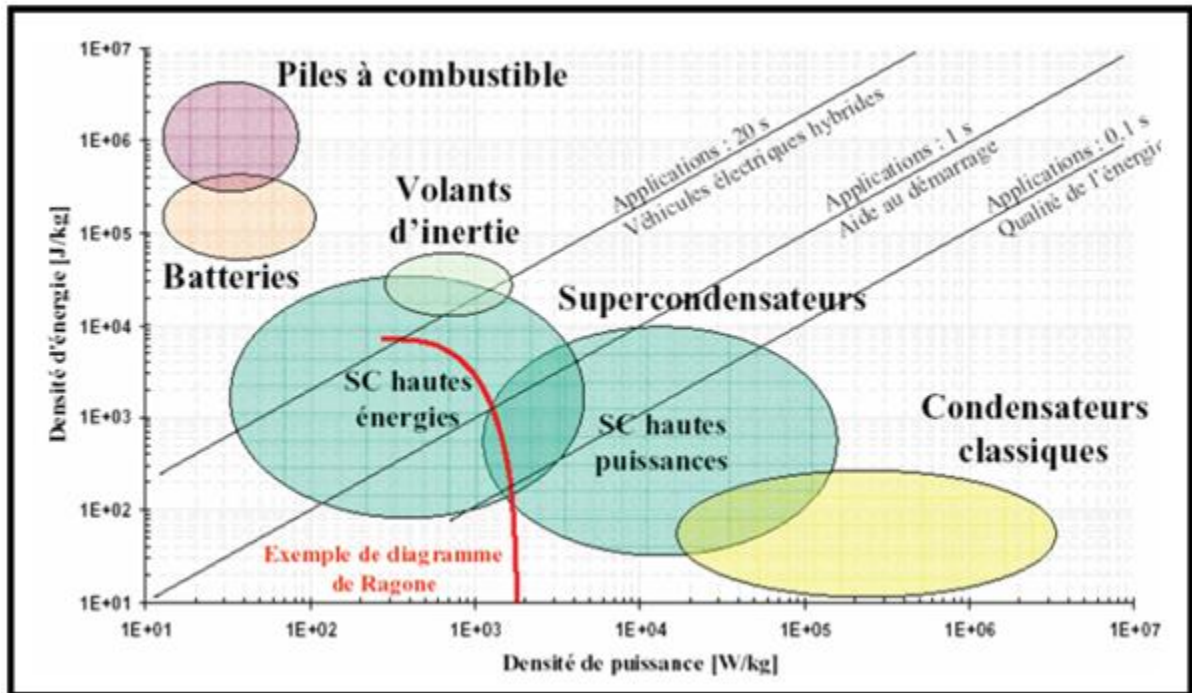


Figure (1.3.11.1) : Densités de puissance et d'énergie des éléments de stockage

1.3.12. Les supercondensateurs et leurs circuits d'équilibrage :

Un condensateur classique stocke l'électricité de manière statique, par accumulation des charges sur ses deux électrodes servant des collecteurs quand on impose un potentiel entre celles-ci. Ces électrodes sont séparées soit par le vide, soit par un matériau diélectrique en couche mince. La tension entre les armatures peut être très élevée, de l'ordre de plusieurs kV/cm. Comme l'accumulation des charges par polarisation des électrodes se fait sans modification de structure aux électrodes, la longévité de ce dispositif en cycle de charge/décharge est très élevée : plusieurs dizaines des milliers des cycles possibles.

Même si la différence de potentiel entre les électrodes est très grande, l'énergie stockée est généralement assez faible (1 à 0.5) mWh/kg à cause du temps de charge qui reste trop court.

Un supercondensateur est un condensateur de technique particulière permettant d'obtenir une densité de puissance et une densité d'énergie intermédiaire entre les batteries et les condensateurs électrolytiques classiques.

Ces composants permettent donc de stocker une quantité d'énergie intermédiaire entre ces deux modes de stockage, et de la restituer plus rapidement qu'une batterie.

Le supercondensateur est constitué de deux électrodes poreuses, généralement en charbon actif et imprégnées d'électrolyte, qui sont séparées par une membrane isolante et poreuse (pour assurer la conduction ionique).

La couche double électrique se développe sur chaque interface électrode - électrolyte, de sorte que l'on peut voir schématiquement un supercondensateur comme l'association série de deux condensateurs, l'un à l'électrode positive et l'autre à l'électrode négative. La mobilité des anions, beaucoup moins hydratés, est plus grande que celles des cations. Ils se déplacent plus facilement dans la structure du charbon actif et forment une couche d'épaisseur plus faible, de sorte que l'on observe une valeur de capacité d'anode supérieure à celle de cathode. En raison des lois d'association des condensateurs, la capacité de l'ensemble en série est toujours inférieure à la plus faible de ces deux capacités.

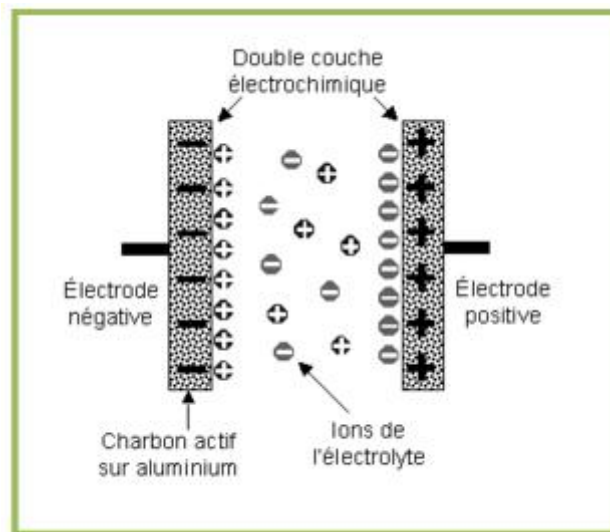


Figure (1.3.12.1) : Schéma physique détaillé d'un supercondensateur

Les caractéristiques d'un supercondensateur sont :

- La tension maximale par élément est d'environ 2,7 V.
- Ce type de condensateur n'est pas polarisé.
- La résistance interne est très faible ce qui autorise une charge ou une décharge avec de forts courants.
- En conséquence, le temps de charge peut être de l'ordre de quelques secondes.
- La densité d'énergie comprise entre 0,5 et 10 Wh/kg.

Les cellules des supercondensateurs disposent d'une tension maximale limitée. Cette tension est de 2.7V, à cause de son niveau de tension très faible, l'application des supercondensateurs dans les domaines de VH nécessite la mise en série de plusieurs cellules élémentaires pour atteindre des niveaux des tensions exploitables.

Cette mise en série est délicate à cause des variations importantes des tensions aux bornes des cellules qui entraînent un déséquilibre des tensions des cellules en fin de charge.

Pour résoudre ce problème, le dispositif d'équilibrage des tensions des cellules est obligatoire afin d'exploiter pleinement les capacités de stockage du module. Il existe des circuits d'équilibrages passifs et actifs. Le circuit d'équilibrage passif peut être à base des résistances ou des diodes à *ZENER*. Quant au circuit actif, il est formé des convertisseurs buck-boost ou des transistors.

- *Équilibrage passif :*

Le circuit d'équilibrage passif est le plus simple à mettre en œuvre. Il est constitué d'une résistance en parallèle sur chaque cellule de supercondensateur dans un module. La valeur de la résistance d'équilibrage est déterminée par le rapport de la tension nominale du supercondensateur au courant que l'on souhaite dévier par cette résistance.

- *Équilibrage actif :*

Le circuit d'équilibrage actif est une version plus complexe que le circuit passif. Il est constitué généralement d'un circuit électronique de puissance placé en parallèle avec le supercondensateur. Il permet de dévier le courant lorsque la tension aux bornes du supercondensateur avoisine la tension maximale admissible. La figure (1.3.11.2) ci-dessous illustre un exemple d'un circuit d'équilibrage actif faible courant pour compenser les pertes dues au courant de fuite. Le circuit se place entre deux supercondensateurs. S'il y a (n) cellules de supercondensateurs, il faut ($n - 1$) circuits d'équilibrage. Le principe de fonctionnement de ce circuit est basé sur la comparaison entre la tension des deux cellules de supercondensateurs SC_1 et SC_2 ; le signal à la sortie du comparateur commande les transistors complémentaires T_1 et T_2 , permettant ainsi la déviation du courant d'une cellule à l'autre. Cependant, la déviation totale du courant de charge est très onéreuse, compte tenu de sa valeur relativement élevée (quelques dizaines jusqu'à une centaine d'ampères). En général, le courant dévié ne dépasse pas quelques ampères pour réduire le coût du circuit d'équilibrage [01], [02].

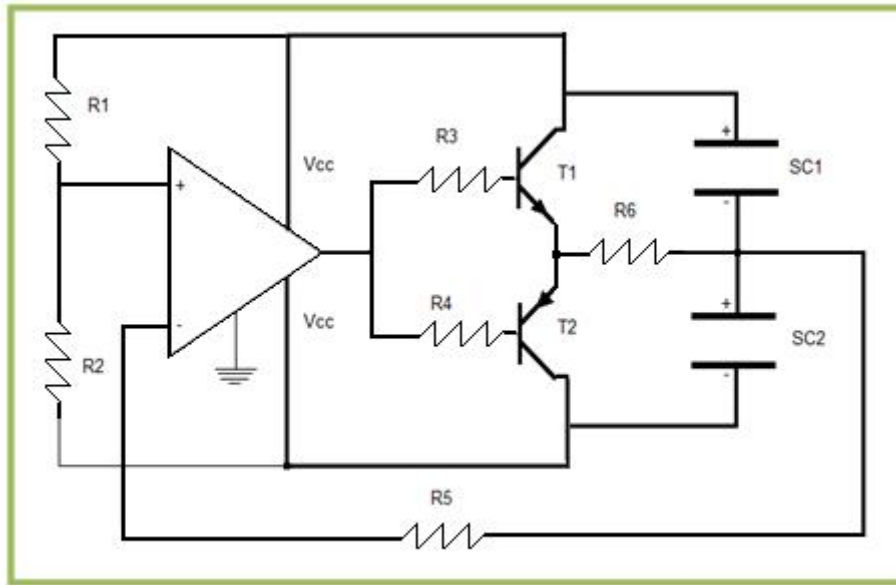


Figure (1.3.12.2) : Exemple d'un circuit d'équilibrage actif

1.4. Conclusion:

Un véhicule hybride à pile à combustible fournit l'énergie pour la traction par via un système pile à combustible associé à un élément de stockage de l'énergie électrique (supercondensateurs et/ou batteries) par l'intermédiaire de convertisseurs statiques de puissance. La gestion de l'énergie à bord du véhicule est une phase nécessaire dans le but de minimisation de l'énergie fournie par la pile à combustible, et par suite la minimisation du combustible consommé qu'est l'hydrogène.

Cette optimisation passe par une étape de modélisation et de calcul des rendements des différents éléments constituant le bloc d'alimentation.

Chapitre II

*Modélisation de l'étage d'alimentation dans
Un véhicule hybride à PAC*

2.1. Introduction:

Le but de ce chapitre est d'établir une méthode de dimensionnement et modélisation analytiques de l'étage d'alimentation du véhicule hybride qui est constitué essentiellement de la pile à combustible de type PEM, les supercondensateurs ainsi que les convertisseurs qui y sont connectés. Ensuite, nous proposerons la modélisation du comportement dynamique des sources d'énergie et des convertisseurs de puissance DC-DC associés à ces sources.

2.2. Dimensionnement et stratégie de commande:

2.2.1. Dimensionnement de la source de puissance:

L'un des enjeux dans le dimensionnement d'un véhicule hybride à pile à combustible est de déterminer une combinaison idéale entre le système pile à combustible et la source secondaire d'énergie pour satisfaire les performances dynamiques du véhicule tout en lui assurant une autonomie suffisante.

Le dimensionnement de la source de puissance (PAC et SSE) a un impact essentiel à la fois sur les performances dynamiques du véhicule et sur la consommation d'hydrogène (autonomie du véhicule). Il est évidemment fonction d'un cahier des charges lié à l'application. Les solutions obtenues pour un cahier des charges peuvent être nombreuses et variées (choix de la source secondaire par exemple).

Dans ce cas, pour effectuer un choix, il faut être sûr de disposer d'une stratégie de commande qui exploite au mieux les échanges énergétiques. Le choix des composants et la stratégie de commande sont donc intimement liés pour le dimensionnement [04].

Le dimensionnement de la source d'énergie doit tenir compte de plusieurs aspects :

2.2.1.1. Situations de conduite et dimensionnement :

Il n'est pas envisageable de prendre en compte toutes les situations de conduite possibles. Le cahier des charges impose donc des performances minimales pour des conditions de Conduites (caractéristiques) :

- Cas de la vitesse constante du véhicule:

Le véhicule doit pouvoir rouler à une vitesse constante (V_{CONST}) pendant une durée prolongée (cas du véhicule sur autoroute), ce qui équivaut à une demande de puissance constante ($P_{VITESSE_CONST}$) de la motorisation.

La source de puissance secondaire ayant une quantité d'énergie limitée, elle ne peut assurer une assistance en puissance prolongée au système pile à combustible.

Le système PAC doit donc avoir une puissance maximale suffisante (P_{SYSPAC_MAX}) afin d'assurer le maintien de la vitesse du véhicule.

▪ Cas des accélérations du véhicule :

Les accélérations du véhicule se caractérisent par des pointes de puissance (P_{ACCEL}) de durée limitée de la motorisation (quelques secondes). Le système PAC n'est pas toujours en mesure d'assurer seul les accélérations du véhicule soit parce que sa dynamique est limitée, soit parce que sa puissance maximale P_{SYSPAC_MAX} est limitée.

La puissance manquante ($P_{ACCEL} - P_{SYSPAC_MAX}$) est alors fournie par la SSE.

2.2.1.2. Critères énergétiques et dimensionnement :

Une part importante d'économie d'hydrogène est obtenue par récupération de l'énergie cinétique. Le dimensionnement de la source secondaire doit donc permettre de récupérer au maximum l'énergie de freinage.

Cependant, l'énergie cinétique récupérable et la demande de puissance de la motorisation dépendent de l'utilisation envisagée du véhicule et de ce fait, le dimensionnement de la source de puissance (SYSPAC+SSE) est spécifique à une application particulière.

2.2.1.3. Problème de la masse du véhicule :

La consommation d'hydrogène est influencée par la masse du véhicule. La masse de la source de puissance (système PAC + SSE) est donc un facteur important dans le processus de dimensionnement.

2.2.1.4. Problème de choix entre la batterie et le supercondensateur :

Il est difficile de préconiser l'emploi de batterie ou de supercondensateur, les deux technologies ayant des caractéristiques très différentes. L'emploi des supercondensateurs est généralement privilégié en raison de leur efficacité énergétique et de leur puissance spécifique, mais leur faible capacité peut être un handicap.

A l'inverse, les batteries sont capables de stocker une grande quantité d'énergie mais sont pénalisées par leur puissance spécifique.

Une solution consiste à coupler batteries et supercondensateurs pour cumuler leurs avantages (puissance et énergie), mais ceci augmente inévitablement la complexité et le coût de la source secondaire d'énergie (SSE).

2.2.2. Stratégies de la commande :

Comme il a été mentionné plus avant, les solutions obtenues à partir du cahier des charges seul ne peuvent suffire au dimensionnement. Parmi ces solutions, il faut dégager les solutions qui répondent à un critère voulu (consommation, coût, encombrement, ...). Répondre à ce problème d'optimisation nécessite de disposer d'une stratégie de commande qui exploite au mieux les échanges énergétiques.

Cette stratégie doit permettre au groupe motopropulseur de satisfaire la puissance demandée par le conducteur via la pédale d'accélérateur. Connaissant cette consigne, la stratégie de commande répartit la puissance entre le système PAC et la source d'énergie secondaire afin de minimiser un critère, généralement la consommation de carburant.

La source d'énergie secondaire jouant le rôle de « tampon » énergétique (capacité limitée en comparaison de celle disponible dans le réservoir d'hydrogène), un contrôle de son état de charge est indispensable : ni trop faible pour disposer d'une réserve d'énergie suffisante pour assurer par exemple une forte accélération du véhicule, ni trop élevé pour permettre une récupération efficace de l'énergie cinétique [07].

2.2.3. Présentation du véhicule à pile à combustible considéré :

Actuellement de nombreuses applications automobiles sont basées sur l'utilisation des piles à combustible comme source principale d'énergie et les supercondensateurs comme source auxiliaire de puissance. L'utilisation des supercondensateurs permet de réduire la contrainte en puissance sur la source d'énergie principale ; à savoir la pile à combustible. Tout le long de ce travail les caractéristiques du véhicule étudié sont choisies d'un exemple d'un cahier de charges d'un véhicule Volkswagen de vitesse maximale de $V_{MAX} = 136 \text{ Km/h}$. avec une accélération de (0 à 100km/h) en 12.5 secondes.

Le véhicule composé en partie de:

- Une pile à combustible de type PEM constituée de deux blocs montés en parallèle. Chaque bloc comprend trois stacks connectés en série. Un stack a une puissance d'environ 8kW, il est composé de 125 cellules. Durant le fonctionnement, une partie de la puissance de la pile (environ 20%) est consommée par ses accessoires (compresseur pour l'air, vannes motorisées, ...). L'alimentation en hydrogène est assurée par un réservoir d'hydrogène comprimé à 350 bars.

- Un module de supercondensateurs constitué de deux blocs montés en parallèle. Chaque bloc contient 141 cellules de supercondensateurs montées en série. Une cellule a une capacité de 1500 F et une tension nominale de l'ordre de 2.5V. Elle a une énergie spécifique maximale de 5.3Wh/kg et une puissance spécifique maximale de 4.8kW/kg.
- Des convertisseurs intermédiaires : un convertisseur Boost connecté à la pile, un convertisseur Buck/Boost connecté aux supercondensateurs et un onduleur connecté au bus continu dont la tension doit être régulée à 400V ; les interrupteurs utilisés sont des IGBT (*Insulated Gate Bipolar Transistor*) 600V.
- Un moteur asynchrone qui permet d'entraîner les roues du véhicule dont la puissance nominale est de l'ordre de 45 kW, les pics de puissance sont de 75 kW et le couple maximum est de 255 Nm. Dans la suite de cette étude on se base sur ce cahier des charges pour dimensionner la source d'énergie principale et les éléments de stockage tampon de puissance ainsi que pour la commande et la gestion de l'énergie électrique.
- La masse du véhicule étudié est supposé être voisine d'une tonne (la masse du corps du véhicule est de 957 kg). Elle possède une surface frontale d'environ 2.5 m², un coefficient de pénétration dans l'air de l'ordre de 0.3 et un coefficient de roulement d'environ 0.01.

Le tableau suivant contient les données spécifiques de cahier de charges choisi pour notre application :

Vitesse maximale du véhicule	$V_{vh}^{\max} = 136 \text{ km / h}$
Accélération de véhicule	de 0 à (100km /h) en 12.5secondes $\alpha = 2.22 \text{ m / s}^2$
Puissance d'un stack	$P_{STACK} = 08 \text{ kW}$ $N_s^{\text{stack}} = 125$ (nombre de cellules en série par stack)
Nombre de packs montés en parallèle Nombre de stacks par pack	$N_p = 02$ 1bloc=03 stacks en série
Tension nominale d'une cellule	$V_{Cellpac}^{\text{nom}} = 0.53 \text{ Volt}$
Capacité d'une cellule Tension nominale d'une cellule SC	$C_{CELL} = 1500 \text{ F}$ $V_{Cell}^{\text{nom}} = 2.5 \text{ volts}$

Puissance consommée par les accessoires du SYSPAC	$P_{AUX} = (20\%).P_{PAC}$
Puissance spécifique maximale	$P_{SP_MAX} = 4.8 \text{ kW / kg (1cellule SC)}$
Energie spécifique maximale	$X_{SP}^{max} = 5.3\text{kWh / kg (1celluleSC)}$
02 Blocs montés en parallèle de supercondensateurs	01 Blocde SC = 141 cellules en série
Tension de BUS	$U_{DC} = 400\text{volts}$
Puissance nominale du Moteur Asynchrone	$P_{Moteur}^{nom} = 45\text{kW (les pics de P = 75kW)}$
Couple moteur maximal	$C_{MOT}^{max} = 225 \text{ Nm}$
Masse du véhicule	$M_{VH} = 957\text{Kg}$
Coefficient de pénétration d'air.	$C_x = 0.3$
Coefficient de roulement.	$C_r = 0.01$
Surface frontale du véhicule	$S_f = 2.5\text{m}^2$

La chaine de traction est décomposée en 4 sous-modèles : la machine électrique, l'ensemble réducteur/transmission, les roues et le véhicule *Figure (2.2.3.1)*.

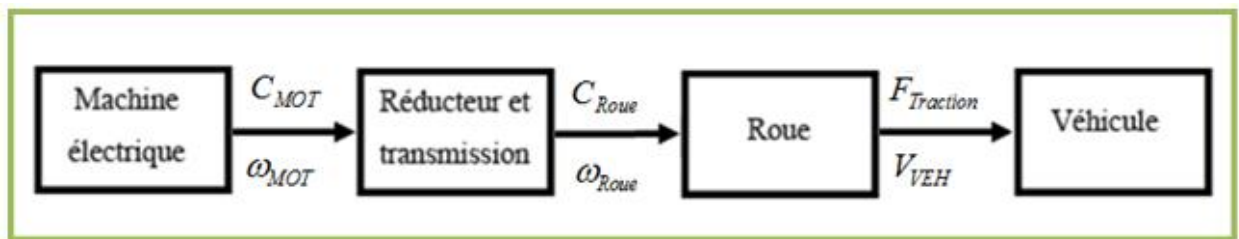


Figure (2.2.3.1) : Schéma de la chaîne de traction.

- Avec, C_{MOT} : Couple de la machine électrique (Nm)
 \check{S}_{MOT} : Régime de la machine électrique (rad/s)
 C_{ROUE} : Couple de la roue (N.m)
 \check{S}_{ROUE} : Régime des roues (rad/s)
 $F_{TRACTION}$: Force de traction appliquée à la caisse du véhicule (N)
 V_{VEH} : Vitesse du véhicule (m/s)
 R_{ROUE} : Rayon de la roue (m)

Les roues permettent de générer, à partir du couple C_{ROUE} délivré par le groupe motopropulseur, une force motrice : $F_{MOT}(t) = R_{ROUE}^{-1} \cdot C_{ROUE}(t)$

L'interface entre le pneumatique et la chaussée est le siège de forces de frottement s'opposant à l'avancée du véhicule : $F_{ROUL}(t) = M_{VEH} \cdot g \cdot C_r(V_{VEH}(t)) \cdot \cos(\gamma(t))$

Finalement, la force de traction appliquée au véhicule s'écrit:

$$F_{TRACTION}(t) = F_{MOT}(t) - F_{ROUL}(t)$$

On rappelle que la relation liant la vitesse linéaire du véhicule V_{VEH} à la vitesse de rotation

$$\text{de la roue } \check{S}_{ROUE} \text{ est donnée par : } \check{S}_{ROUE}(t) = \frac{V_{VEH}(t)}{R_{ROUE}}$$

Afin de dimensionner les sources d'énergie du véhicule, il est important d'estimer la puissance demandée par le véhicule. En fait,

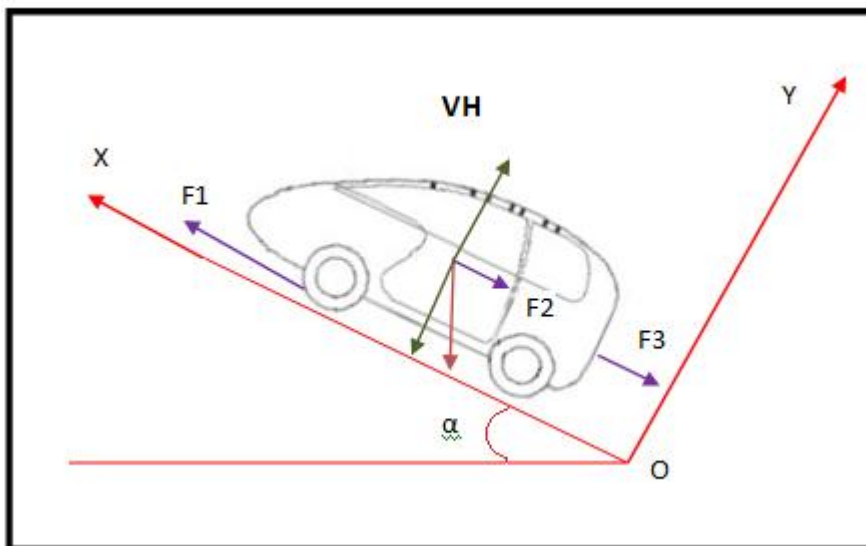


Figure (2.2.3.2) : Bilan des forces s'exerçant sur le véhicule hybride

Le véhicule est considéré comme un solide ponctuel en déplacement soumis à 3 forces selon l'axe OX. (Figure ci-dessus) :

1. La force de traction $F_1 = F_{TRACTION}$ résulte de l'action des roues motrices sur la chaussée.
2. La force de résistance de montée $F_2 = F_{PENTE}$ est :

$$F_{PENTE} = M_{VH} \cdot g \cdot C_r$$

Avec r Angle de la pente

M_{VH} La masse totale du véhicule (kg).

g L'accélération due à la pesanteur ($g = 9.8m / s^2$).

C_r Le coefficient de frottement des roues du véhicule.

3. L'effort de résistance aérodynamique $F_3 = F_{AERO}$ provient des frottements de l'air sur le véhicule:

$$F_{AERO} = \left(\frac{1}{2} \right) \rho_{AIR} \cdot S_f \cdot C_x \cdot V_{VH}^2 (t) \quad (2.1)$$

Avec ρ_{AIR} La densité de l'air (kg/m³). (Sa valeur environ $\rho_{AIR} = 1.2kg / m^3$)

S_f La surface frontale (m²).

C_x Le coefficient de résistance aérodynamique.

Le principe fondamental de la dynamique lie les forces et les accélérations d'un solide :

On a :
$$\sum \vec{F} = M_{VH} \vec{a} = M_{VH} \cdot \frac{dV_{VH}(t)}{dt}$$

C'est à dire ;
$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{P} = M_{VH} \cdot \vec{a}$$

Par projection sur l'axe [OX] :

$$F_{TRACTION} - F_{AERO} - F_{PENITE} - M_{VH} g \sin r = M_{VH} \cdot \frac{dV_{VH}(t)}{dt}$$

On a aussi:
$$P_{VH}(t) = F_{TRACTION} \cdot V_{VH}(t) \quad (2.2)$$

Il y'en résulte (si on suppose que la route est plane $r=0$) :

$$V_{VH}(t) = \frac{1}{M_{VH}} \int_0^t (F_{TRACTION} - F_{AERO} - F_{PENITE}) \cdot dt \quad (2.3)$$

A partir de (2.2) on trouve :

$$P_{VH}(t) = \left[\frac{1}{2} \rho_{AIR} \cdot S_f \cdot C_x \cdot V_{VH}^2(t) + M_{VH} \cdot g \cdot C_r + M_{VH} (dV_{VH} / dt) \right] V_{VH}(t) \quad (2.4)$$

Avec C_r Le coefficient de roulement du véhicule [24].

2.2.4. Dimensionnement système pile à combustible :

Nous rappelons que le système à pile à combustible est composé de la pile et ses auxiliaires, la pile est une source principale de l'énergie dans le véhicule. Donc, elle doit pouvoir fournir une puissance suffisante au véhicule pour qu'il roule à une vitesse maximale de 136km/h fixée par exemple dans le cahier des charges.

En utilisant l'équation (2.4) et en supposant que la vitesse du véhicule est stabilisée à 136km/h, ($dV_{VH} / dt = 0$) la puissance de la pile est calculée comme suit :

$$P_{VH}(t) = [0.45V_{VH}^2 + 93.79 + 957\dot{V}_{VH}]V_{VH} \quad (2.4A)$$

$$P_{SYSPAC} = P_{VH}(t) = \left[\frac{1}{2} \cdot (1,2) \cdot (2,5) \cdot (0,3) \cdot (37,78)^2 + (957) \cdot (9,8) \cdot (0,01)\right] \cdot (37,78) = 29kW$$

N.B : Durant la phase d'accélération la puissance d'accélération

$$P_{ACC} = M_{vh} \cdot V_{VH} \cdot (dV_{VH} / dt) \text{ est fournie par la SSE.}$$

On rappelle aussi que les auxiliaires consomment une partie de la puissance électrique brute produite pour leur propre fonctionnement; ils induisent donc des pertes de puissance qui affectent le rendement du système pile à combustible.

La consommation électrique des auxiliaires réduit la puissance disponible en sortie du système pile à combustible. La densité de puissance nette du système pile à combustible (p_{SYSPAC}) est fonction de la densité de puissance brute (p_{PAC}) et de la consommation des auxiliaires (p_{AUX}) :

$$P_{SYSPAC} = P_{PAC} - P_{AUX} \Leftrightarrow P_{SYSPAC} = P_{PAC} - P_{AUX} \quad (2.5)$$

D'après (2.2.3) on a $P_{AUX} = (20\%) \cdot P_{PAC}$ puissance consommée par les auxiliaires de la pile, on obtient donc une puissance d'environ $P_{PAC} = 35kW$. La puissance maximale de la pile du véhicule est $P_{PACMAX} = 40kW$.

La limite de la tension d'une cellule d'une pile à combustible de type PEM est égale à : $V_{CELL} = 0.53Volt$. Cette tension correspond à la puissance maximale fournie par la cellule $P_{CELLMAX}$. La pile à combustible doit alimenter un bus continu $U_{DC} = 400Volt$ via un convertisseur Boost de puissance DC-DC [06].

Paramètre
$P_{PAC} = 35kW$
$P_{AUX} = 07kW$
$P_{SYSPAC} = 29kW$
$P_{PACMAX} = 40kW$

2.2.5 Dimensionnement d'un stack :

Pour concevoir la pile à combustible correspondant au cahier des charges d'un projet donnée, le concepteur dispose de deux degrés de liberté :

- Le nombre N de cellules mises en série qui fixe la tension du stack.
- La surface S d'une cellule qui fixe le courant du stack.

La figure ci-dessous illustre cette notion de modularité dans la conception d'un stack.

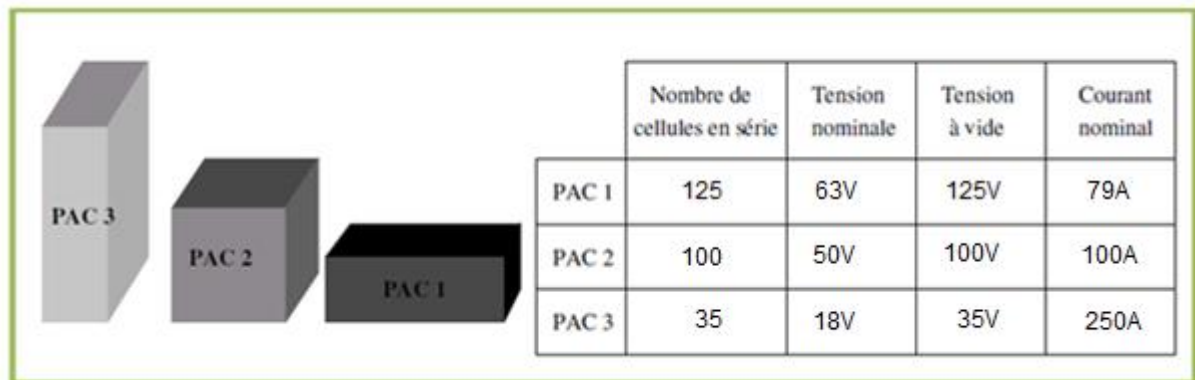


Figure (2.2.5.1) : Modularité d'un stack : 3 exemples de conception d'une PAC de 5 kW

Les limites technologiques actuelles semblent être :

- $N \leq 100$ dans le cas de plaques bipolaires en graphite.
- Le nombre N est à priori beaucoup plus important dans le cas de plaques bipolaires métalliques.
- Densité de courant $i \leq 1A.cm^{-2}$.
- $S \leq 800.cm^2$.

Les caractéristiques nominales typiques d'une cellule sont :

- Tension typique d'utilisation nominale d'une cellule : $V_{CELL}^{NOM} = 0.53\text{Volt}$.
- Tension (pratique) à vide d'une cellule : $E_{CELL} = 01.\text{Volt}$.

2.2.6. Modélisation de la pile à combustible :

La pile à combustible embarquée à bord du véhicule Volkswagen est composée de six stacks. La caractéristique tension-courant d'une cellule de chaque stack est comparé à celle d'une seule cellule placée sous les conditions standards (la température du stack 70°C , les pressions des gaz à la sortie 02 bars absolues , la stœchiométrie est à 2 pour les deux gaz ; les températures de condensation de l'oxygène et de l'hydrogène sont respectivement 50°C et 55°C) (voir la figure suivante) [07]

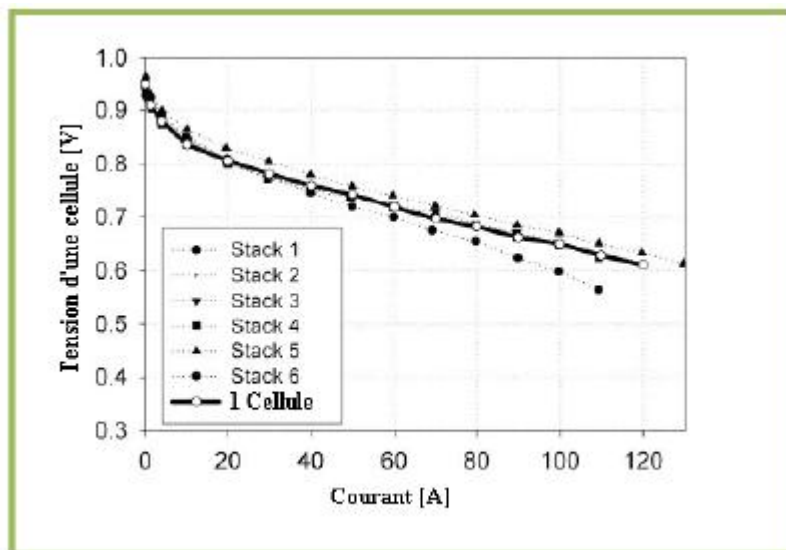


Figure (2.2.6.1) : Caractéristiques courant-tension pour une seule cellule

On constate qu'il n'y a pas une grande différence entre les tensions de cellule des différents stacks. Par la suite, au lieu de modéliser chaque stack, il suffit de modéliser une seule cellule. La tension d'une cellule à pile à combustible PEM chute en fonction du courant débité à cause des pertes. Ces pertes sont dues aux irréversibilités, elles se manifestent en trois éléments : *pertes d'activation*, *pertes ohmiques* et *pertes de concentration*. Pour une cellule d'une pile à combustible PEM en charge, ces pertes sont illustrées par la figure (2.2.6.2). La chute de tension due aux pertes d'activation surgit à court terme car une quantité d'énergie doit être assurée afin que la réaction puisse avoir lieu. La chute de tension liée aux pertes ohmiques est produite par la résistance interne dans les plaques collectrices en série avec celle de la membrane.

La chute de tension due aux pertes de concentration est causée par la limitation de transport des espèces à la couche de catalyseur. Il convient que l'augmentation du courant fourni par la pile n'augmente pas nécessairement la puissance. Ceci est illustré par *figure (2.2.6.2)*. Par conséquent, la tension d'une cellule à pile à combustible ne doit pas dépasser la limite raisonnable qui est de l'ordre de $0.53V$ où sa puissance fournie est maximale.

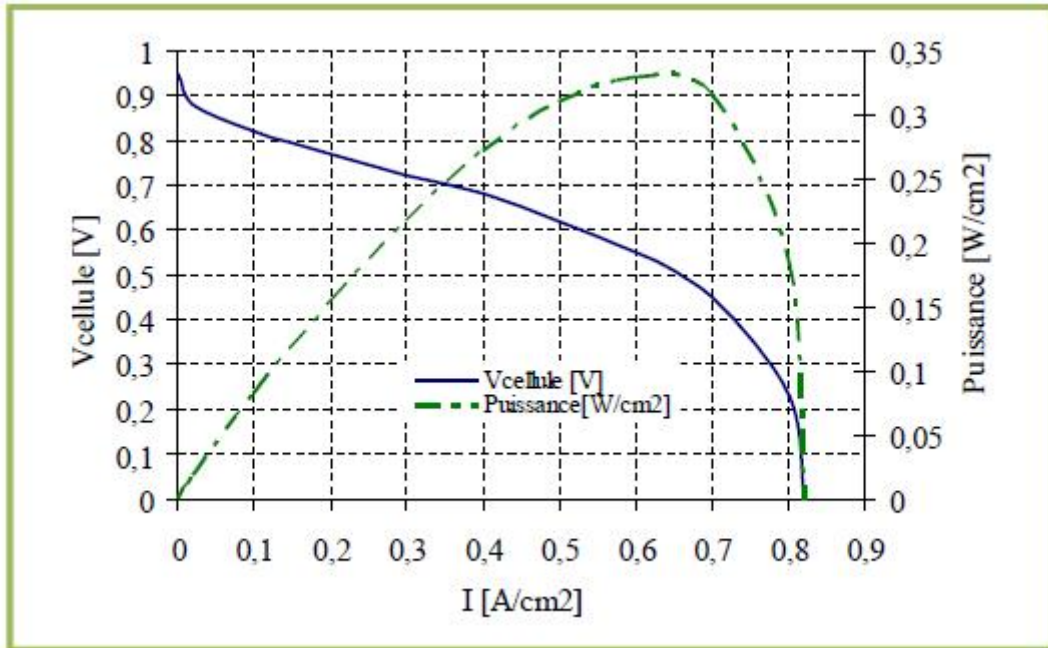


Figure (2.2.6.2) : Caractéristique tension-courant d'une cellule pile à combustible type PEM

La caractéristique électrique d'une cellule est donnée par sa courbe de polarisation liant la tension de la cellule V_{CELL} à sa densité de courant i_{PAC} :

$$V_{CELL}(i_{PAC}) = E_{CELL} - V_{ACT}(i_{PAC}) - V_{OHM}(i_{PAC}) - V_{CONC}(i_{PAC}) \quad (2.5A)$$

Cette formule permet donc de calculer V_{CELL} à partir des paramètres E_{CELL} , V_{ACT} , V_{OHM} et V_{CONC} qui sont supposés connus.

La densité de puissance brute p_{PAC} (W/cm^2) correspond à :

$$p_{PAC}(i_{PAC}) = V_{CELL}(i_{PAC}) \cdot i_{PAC} \quad (2.6)$$

Soit S_{CELL} la surface active de la membrane d'une cellule, ce qui permet d'ajuster le courant débité par la pile : $I_{PAC} = S_{CELL} \cdot i_{PAC}$ (2.7)

D'autre part N_{CELL} est le nombre de cellules de la pile à combustible, permet d'ajuster la tension de la pile à combustible. Les cellules sont connectées en série d'un point de vue électrique. En faisant l'hypothèse que toutes les cellules ont un comportement électrique

identique, et du fait que la pile est constituée de plusieurs stacks montés en série, la tension totale de la pile à combustible V_{PAC} est donnée par :

$$V_{STACK}(i_{PAC}) = N_{CELL} \cdot V_{CELL}(i_{PAC}) \quad (2.8A)$$

$$U_{PAC}(i_{PAC}) = N_{STACK} \cdot V_{STACK}^{série}(i_{PAC}) \quad (2.8B)$$

Si la pile est composée de plusieurs blocs (un ensemble de stacks en série) montés en parallèle On obtient voir schéma ci-dessous :

$$i_{PAC} = i_{pac}^{b1} + i_{pac}^{b2} + \dots + i_{pac}^{bm} = m \cdot i_{pac}^b \quad \text{où } m \text{ est le nombre de Pack} \quad (2.8C)$$

$$U_{PAC}(i_{PAC}) = N_{stack} \cdot V_{stack}^{série}(i_{PAC}) \quad \text{où } N_{stack} \text{ est le nombre de Stack}$$

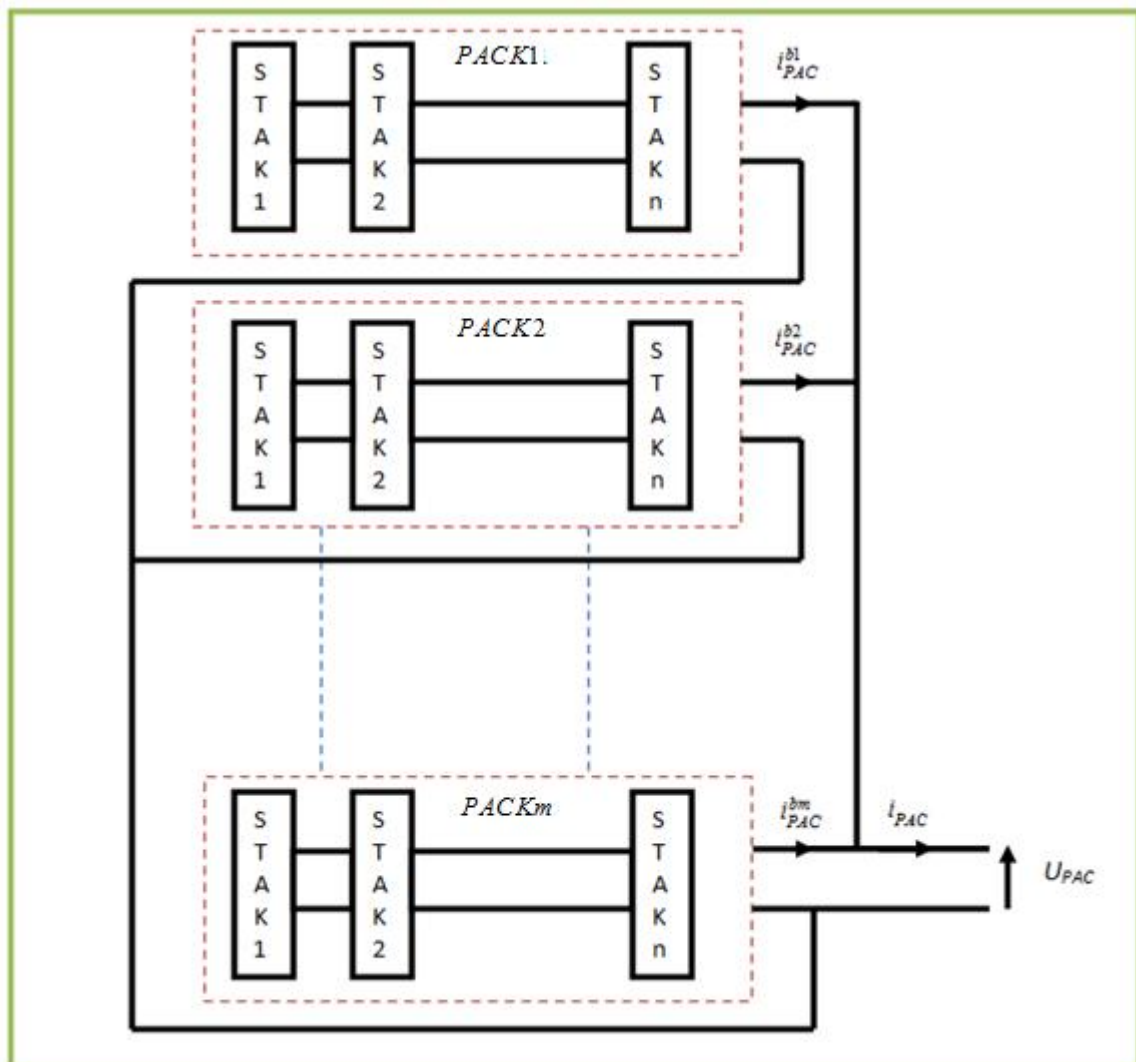


Figure (2.2.6.3) : Schéma de principe d'une PAC composée de m blocs montés en parallèle chaque block est composé de m stacks montés en série

Pour notre exemple on a : la pile est composée de deux blocs ($m=2$) branchés en parallèle chaque bloc contient 03 stacks de 125 cellules :

On va calculer le nombre de cellules qui permettent de générer la tension de BUS

$U_{DC} = 400Volts$ on a :

$$U_{PAC} = (1-r).U_{DC} \Rightarrow N_{cell}^{série} . V_{cell} = (1-r).U_{DC}$$

$$N_{cell}^{série} = (1-r).U_{DC} . V_{cell}^{-1} = (1-0.5) * 400 * (0.53)^{-1} = 377 \quad (2.8D)$$

$$N_{stack} = N_{cell}^{série} / N_{cell}^{stack} = 377 / 125 = 3$$

Le rapport cyclique doit être $r = 1/2$ pour un fonctionnement optimal (On démontrera la formule dans le chapitre suivant).

La formule (2.5A) permet la détermination de :

La tension nominale d'une cellule $V_{cell} = 0.53volt$

On trouve après calcul les valeurs suivantes :

$$V_{cell} = 0.53volt$$

$$N_{cell}^{stack} = 125 \quad (\text{nombre de cellules en série par stack})$$

$$V_{stack} = N_{cell}^{stack} . V_{cell} = 125 * 0.53 = 66.25volts \quad (2.8E)$$

$$U_{PAC}^{nom} = N_{stack} . V_{stack} = 3 * 66.25 = 198.75volts$$

Afin d'assurer la puissance de l'étage d'alimentation PAC donné dans le tableau du (§2.2.4) :

On calcul le nombre de packs met en parallèle :

$$m = P_{PACMAX} (N_{stack} . P_{stack})^{-1} = 40 * (3 * 8)^{-1} = 2$$

$$P_{pac_cell}^{nom} = (N_{cell}^{stack})^{-1} . P_{stack}^{nom} = 8000 / 125 = 64W$$

$$P_{PAC}^{nom} = m . N_{stack} . P_{stack}^{nom} = 2 * 3 * 8 = 48kW \quad (2.8F)$$

$$P_{AUX} = 20\% . P_{PAC}^{nom} = 0.2 * 48 = 9.6kW$$

$$P_{SYSPAC}^{nom} = P_{PAC}^{nom} - P_{AUX} = 48 - 9.6 = 38.4kW$$

On va citer un exemple de modélisation du comportement de la pile à combustible de type Nexa, cette pile a été modélisée par le circuit électrique équivalent suivant [23] :

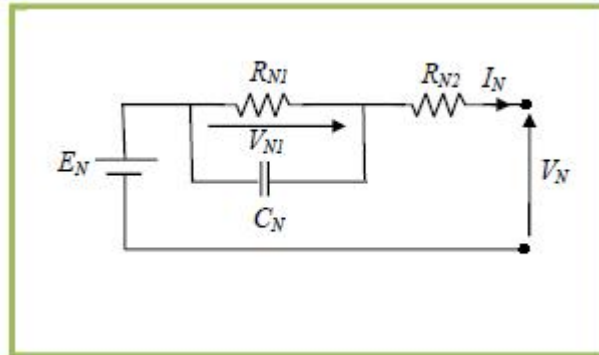


Figure (2.2.6.4) : Schéma électrique équivalent de la pile Nexa

Où :

- E_N : La tension de la pile à vide.
- R_{N1} : La résistance des électrodes.
- C_N : La capacité de la double couche.
- R_{N2} : La résistance de la membrane.

Le comportement de la pile est décrit par les équations suivantes :

$$I_N = \frac{V_{N1}}{R_{N1}} + C_N \frac{dV_{N1}}{dt} \quad (2.9A)$$

$$V_N = E_N + V_{N1} + R_{N2} I_N \quad (2.9B)$$

Pour identifier les paramètres E_N , R_{N1} , R_{N2} et C_N du modèle décrivant le comportement de la pile. Une série d'excitations sous forme d'échelons de courant I_N ont été appliqués à la pile de type :

$$I_N(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < t_0 \\ I_V & \text{si } t \geq t_0 \end{cases} \quad (2.9C)$$

On a de (2.9A) En remplaçant la variable V_{N1} par une autre variable S_{N1} telle que

$$V_{N1} = S_{N1} + R_{N1} I_N \text{ et } \dagger = t - t_0 \text{ on obtient } \frac{S_{N1}}{R_{N1}} + C_N \frac{dS_{N1}}{d\dagger} = 0 \Rightarrow \frac{dS_{N1}}{S_{N1}} = -\frac{1}{R_{N1} C_N} d\dagger$$

$$\text{Par intégration : } \ln(\text{Abs}(S_{N1})) = -\frac{1}{R_{N1} C_N} \dagger + \text{Constante}$$

Par conséquent : $V_{N1} = R_{N1} I_N (1 - e^{-\frac{1}{R_{N1} C_N} (t-t_0)})$

On a de (2.9B) : $V_N = E_N + R_{N1} I_N (1 - e^{-\frac{1}{R_{N1} C_N} (t-t_0)}) + R_{N2} I_N$ (2.9D)

Maintenant pour déduire les différents paramètres constants, on considère l'équation à différentes valeurs de t.

Puisque R_{N1} R_{N2} dépendent du courant, elles sont donc exprimées en fonction de cette grandeur physique et l'expression choisie est celle d'un polynôme de deuxième ordre :

$$R_{N1}(I_N) = a_1 I_N^2 + b_1 I_N + c_1 \quad (2.9E)$$

$$R_{N2}(I_N) = a_2 I_N^2 + b_2 I_N + c_2 \quad (2.9F)$$

Où les valeurs (a_1, b_1, c_1) (a_2, b_2, c_2) sont fixées expérimentalement.

En effet,

À $t = t_0^-$, nous avons $V_N = E_N$ (puisque $I_N = 0$) nous identifions donc E_N .

À $t = t_0^+$, nous avons $V_N = E_N + R_{N2} I_V$, donc nous identifions R_{N2} .

À $t = +\infty$, nous avons $V_N = E_N + (R_{N1} + R_{N2}) I_V$, donc nous identifions R_{N1} .

C_N Peut être calculé à partir de, $C_N = \frac{\tau_N}{R_{N1}}$ (2.9G) où $\tau_N = 0.12$ est la constante du

temps de la pile.

Le choix des coefficients (a_i, b_i, c_i) dépend de type de la pile [23] :

$$(a_1, b_1, c_1) = (+0.00095, -0.048, +0.79)$$

$$(a_2, b_2, c_2) = (-0.00035, +0.0087, +0.35)$$

Les réponses aux différentes excitations à savoir $I_V = 10.9A$ $I_V = 20.8A$, $I_V = 30.8A$

sont données respectivement par les *Figure (2.2.5.4)*, *Figure (2.2.5.5)*, et *Figure (2.2.5.6)*

Les formules (2.9E), (2.9F), et (2.9G) permettent le calcul des paramètres

$$(R_{N1}, R_{N2}, C_N, E_N).$$

Afin de permettre le dimensionnement de la source principale par ce type de pile, il suffit de réaliser plusieurs packs liés en parallèle et chaque pack est constituée d'un certain nombre de piles Nexa reliées en série (sa dépend des valeurs de $(R_{N1}, R_{N2}, C_N, E_N)$).

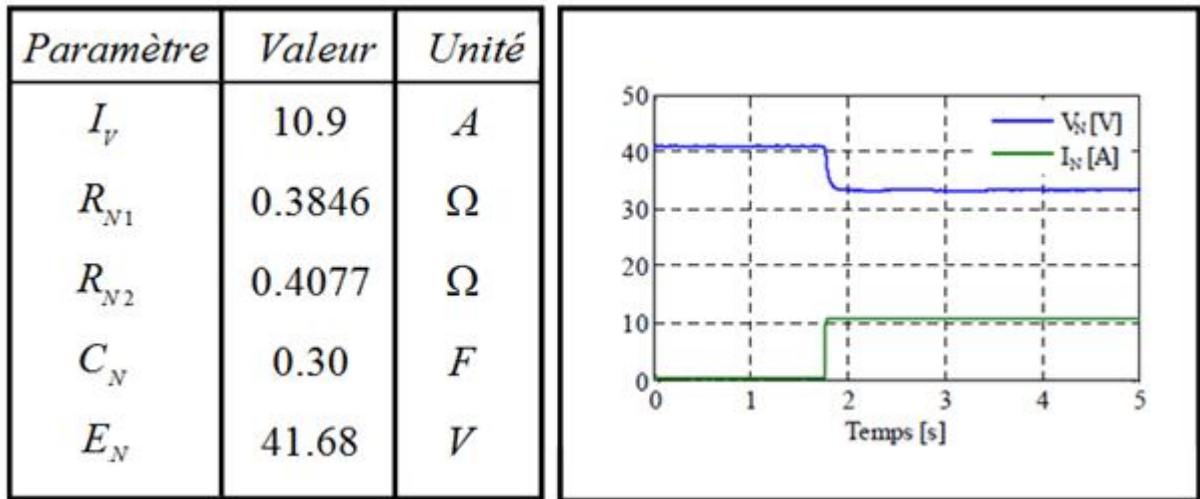


Figure (2.2.6.4): La réponse de la pile en tension en appliquant un échelon de 10.9 A

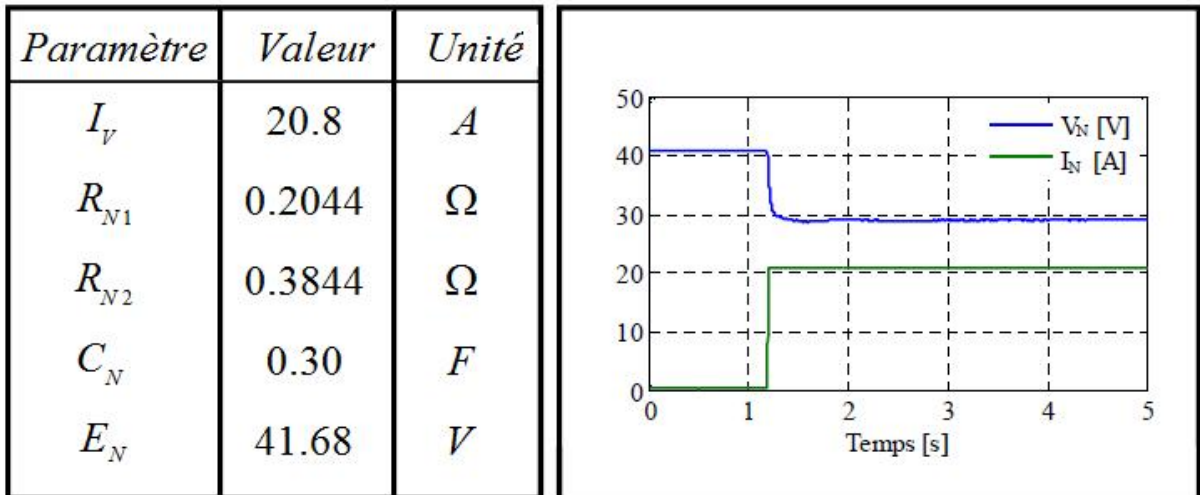


Figure (2.2.6.5): La réponse de la pile en tension en appliquant un échelon de 20.8 A

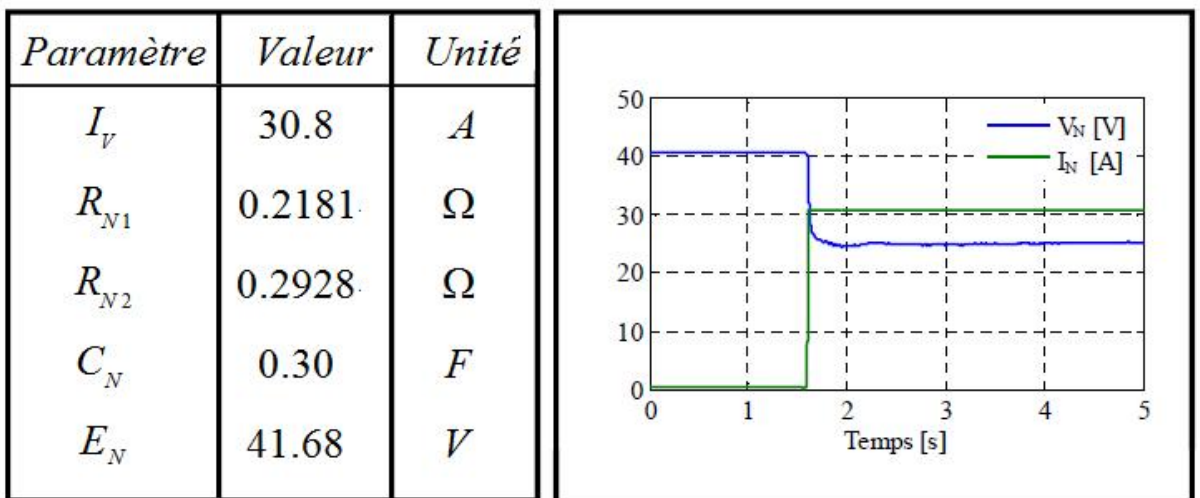


Figure (2.2.6.6): La réponse de la pile en tension en appliquant un échelon de 30.8 A

2.2.7. Modélisation et dimensionnement des supercondensateurs :

Pour satisfaire aux besoins en puissance et en énergie d'une application donnée, un assemblage de plusieurs supercondensateurs est nécessaire. Le module de supercondensateurs utilisé dans le véhicule Volkswagen est constitué de deux blocs montés en parallèle. Chaque bloc contient 141 cellules de supercondensateurs (la capacité d'une cellule est égale $C_{SC} = 1500F$).

Le modèle des supercondensateurs se compose d'un condensateur idéal connecté en série avec une résistance (circuit électrique type RC).comme illustré ci-dessous :

Les valeurs de la capacité du condensateur C_{SC} et de la résistance R_{SC} interne sont supposées constantes. La tension à vide E_{SC} du supercondensateur est l'image de son état de charge [23].

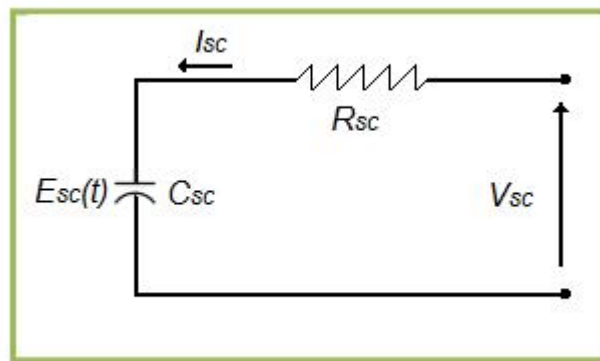


Figure (2.2.7.1): Schéma électrique équivalent d'un supercondensateur.

Où :

- $C_{SC} = 1500F$: la capacité d'une cellule supercondensateur.
- R_{SC} : la résistance série d'une cellule supercondensateur supposée

Donnée.

Soit Q_{SC} la quantité de charge stockée dans la cellule supercondensateur. Elle est donnée par l'expression $Q_{SC} = C_{SC} \cdot V_{SC}$

La tension aux bornes d'un supercondensateur est donnée par :

$$V_{SC}(E_{SC}, I_{SC}) = E_{SC} - R_{SC} \cdot I_{SC} \quad (2.10)$$

Comme le condensateur se comporte comme un intégrateur de courant. La tension à vide E_{SC} est calculée de la manière suivante :

$$E_{SC}(t) = E_{SC}(0) - \frac{1}{C_{SC}} \int_0^t I_{SC}(\tau) \cdot d\tau \quad (2.11)$$

L'énergie contenue dans le supercondensateur X_{SC} est fonction de sa tension à vide E_{SC}

De ce fait, l'énergie maximale X_{SC_MAX} est obtenue pour la tension à vide maximale

E_{SC_MAX} :

$$X_{SC}(E_{SC}) = \frac{1}{2} C_{SC} \cdot E_{SC}^2 \quad (2.12)$$

$$X_{SC_MAX}(E_{SC}) = \frac{1}{2} C_{SC} \cdot E_{SC_MAX}^2$$

Par définition, l'état de charge *SOC (State Of Charge)* correspond au rapport entre l'énergie contenue dans le supercondensateur et l'énergie maximale admissible :

$$SOC(t) = \frac{X_{SC}(t)}{X_{SC_MAX}} \quad (2.13)$$

L'emploi des supercondensateurs comme dispositif de stockage d'énergie (SSE) à bord du véhicule nécessite la réalisation d'un pack formé de plusieurs cellules élémentaires en série ou mixte (série parallèle). La modélisation du pack revient à modéliser une cellule et à choisir le type de l'association des cellules élémentaires formant le pack.

Le principe de l'association en série de N_s cellules des supercondensateurs est présenté sur *Figure (2.2.7.2)*. Le modèle équivalent résultant de cette association est présenté par la *Figure (2.2.7.3)*. Le module des supercondensateurs est formé par l'association en série des modèles. Son dimensionnement I consiste à déterminer :

- Le nombre des cellules à mettre en série N_s .
- Le nombre des cellules à mettre en parallèle N_p .
- La valeur de la capacité à utiliser.

Lorsque N_s supercondensateurs sont connectés en série, la tension totale U_{SC} et la capacité équivalente C_{SC}^{EQ} sont données par :

$$U_{SC}(E_{SC}, I_{SC}) = V_{SC}(E_{SC}, I_{SC}) \cdot N_s \quad (2.14)$$

$$C_{SC}^{EQ} = \frac{C_{SC}}{N_s} \quad (2.15A) \quad R_{SC}^{EQ} = N_s \cdot R_{SC} \quad (2.15B)$$

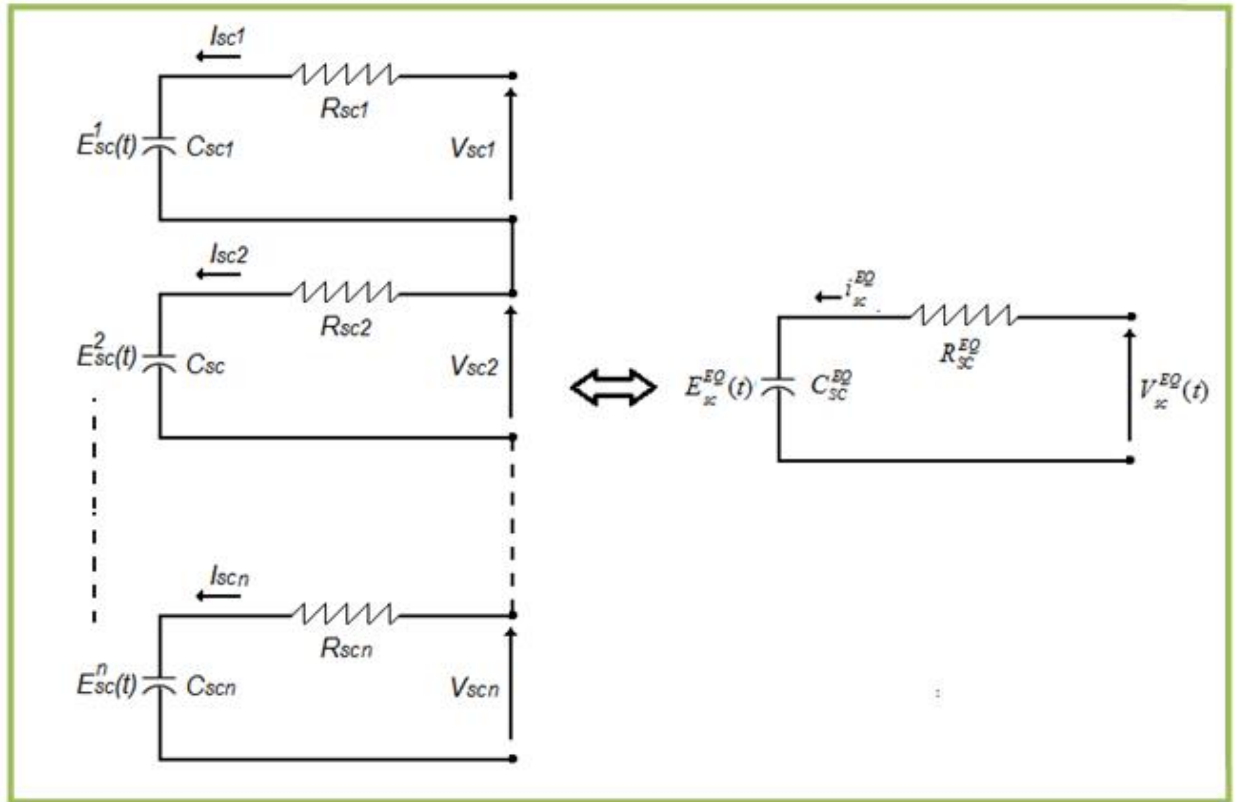


Figure (2.2.7.2): Schéma Association en série de N_S cellules, Modèle équivalent

Si on désigne par N_p le nombre de packs montés en parallèle, nous pouvons déduire :

$$U_{SC}^{EQ}(E_{SC}^{EQ}, I_{SC}^{EQ}) = V_{SC}(E_{SC}, I_{SC}) \cdot N_S \quad (2.16B) \quad \text{et}$$

$$I_{SC}^{EQ} = N_p \cdot I_{SC} \quad (2.16B)$$

$$C_{SC}^{EQ} = \frac{C_{SC} \cdot N_p}{N_S} \quad (2.17A) \quad R_{SC}^{EQ} = \frac{N_S \cdot R_{SC}}{N_p} \quad (2.17B)$$

L'énergie maximale transférée par l'élément de stockage $X_{MAX_TRANSFERT}$ est la différence entre son état d'énergie maximal X_{SC_MAX} et minimal X_{SC_MIN} Emin. Elle est liée à la tension à vide maximale E_{SC_MAX} et la tension à vide minimale E_{SC_MIN} du pack par l'équation :

$$X_{MAX_TRANSFERT} = X_{SC_MAX} - X_{SC_MIN} = \frac{1}{2} \cdot C_{SC}^{EQ} \cdot [(E_{SC_MAX}^{EQ})^2 - (E_{SC_MIN}^{EQ})^2] \quad (2.17C)$$

$$X_{MAX_TRANSFERT} = X_{SC_MAX} - X_{SC_MIN} = \frac{1}{2} \cdot \frac{N_p}{N_S} \cdot C_{SC} \cdot [(N_S \cdot E_{SC_MAX})^2 - (N_S \cdot E_{SC_MIN})^2]$$

On trouve donc :

$$X_{MAX_TRANSFERT} = X_{SC_MAX} - X_{SC_MIN} = \frac{1}{2} \cdot N_{SC} \cdot C_{SC} \left[(E_{SC_MAX})^2 - (E_{SC_MIN})^2 \right]$$

Où N_{SC} est Le nombre total des supercondensateurs élémentaires qui forment la SSE

$$N_{SC} = N_s \cdot N_p \quad (2.17D)$$

Généralement on choisit :

$$E_{SC_MIN} = \frac{1}{2} \cdot E_{SC_MAX} \quad (2.17E)$$

$$X_{MAX_TRANSFERT} = X_{SC_MAX} - X_{SC_MIN} = \frac{3}{8} \cdot N_{SC} \cdot C_{SC} (E_{SC_MAX})^2 \quad (2.17F)$$

D'autre part on a :

$$X_{MAX_TRANSFERT} = X_{SC_MAX} - X_{SC_MIN} = P_{SC}^{max} \cdot t_f \quad (2.17G)$$

de (2.17F) et (2.17G) :

$$N_{SC} = \frac{8}{3C_{SC}(E_{SC_MAX})^2} P_{SC}^{max} \cdot t_f \quad (2.17H)$$

Nous avons déjà mentionné qu'en cas d'accélération la puissance fournie doit être assuré par la SSE c'est pour cette raison que les supercondensateurs doivent avoir assez de puissance pour satisfaire cette demande on a :

$$P_{SC}^{max} = P_{ACC} = M_{vh} \cdot V_{VH} \cdot (dV_{VH} / dt) = M_{vh} \cdot V_{VH} (V_{VH} - 0) / (t_f - 0)$$

$$P_{SC}^{max} = 957 \cdot (100)^2 \cdot (1000 / 3600)^2 / 12.5 = 59kW$$

Dans notre application on a $E_{SC_MAX} = 2.55volts$ et $C_{SC} = 1500 F$ on obtient :

$$N_{SC} = \frac{8 \cdot (60000)(12,5)}{3 \cdot (1500)(2,55)^2} = 205 \quad (\text{le nombre nécessaire de SC})$$

La tension maximale du module de supercondensateurs est fixée à $U_{SC_MAX} = 360volts$ pour que le rendement du convertisseur soit acceptable, d'où :

$$\left[\begin{array}{l} N_s = U_{SC_MAX} / E_{SC_MAX} = 360 / 2,55 = 141 \\ N_p = N_{SC} / N_s = 205 / 141 = 2 \\ C_{SC}^{EQ} = 21.28F \\ R_{SC}^{EQ} = 0.066\Omega \\ N_{SC} = N_s \cdot N_p = 282 \quad (\text{le nombre réel de SC}) \\ U_{SC}^{nominale} = N_s \cdot V_{sc_cell}^{nominale} = 141 * 2.5 = 352.5volts \end{array} \right] \quad (2.17J)$$

A titre d'exemple nous citons la modélisation du fonctionnement dynamique d'un module supercondensateurs de type *Boostcap* (2600F) intégré comme source secondaire d'énergie (SSE) dans certains véhicules hybrides à pile combustible. Nous ne rentre pas ici dans les détails nous avons considéré un modèle connu par modèle de L.Zubieta. Il est constitué d'une résistance connectée en série avec une capacité variable qui dépend de la tension à ses bornes [22].

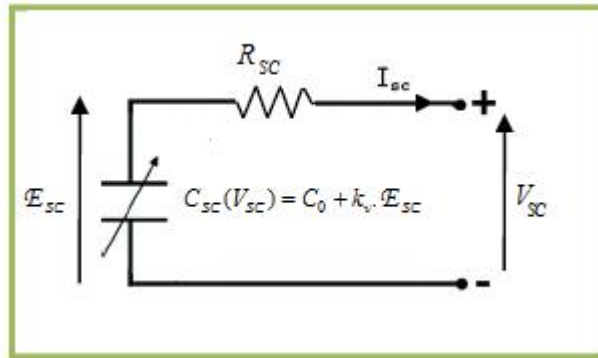


Figure (2.2.7.3): Module équivalent supercondensateurs Boostcap

Soit I_{SC} le courant fourni par le module de supercondensateurs et E_{SC} la tension à ses bornes. La capacité $C_{SC}(E_{SC})$ dépend linéairement de la tension E_{SC} :

$$C_{SC}(E_{SC}) = C_0 + k_v \cdot E_{SC} \quad (2.17E)$$

La quantité de charge du module de supercondensateurs est donnée par :

$$Q_{SC}(E_{SC}) = C_{SC} \cdot E_{SC} \quad (2.17F)$$

Ainsi le courant fourni par le module I_{SC} est exprimé par :

$$I_{SC} = -\frac{dQ_{SC}}{dt} = -\frac{d(C_{SC} \cdot E_{SC})}{dt} = -(C_{SC} \cdot \frac{dE_{SC}}{dt} + E_{SC} \frac{dC_{SC}}{dt})$$

$$I_{SC} = -(C_0 + 2k_v \cdot E_{SC}) \frac{dE_{SC}}{dt} \quad (2.17G)$$

La tension aux bornes du module de supercondensateurs est donnée par :

$$V_{SC} = R_{SC} \cdot I_{SC} - E_{SC} \quad (2.17H)$$

Afin d'identifier les paramètres (R_{SC} C_0 k_v) du circuit électrique équivalent du module on applique plusieurs échelons de courant à l'entrée de celui-ci. Les résultats de l'identification sont donnés par le tableau ci-dessous :

Paramètre	Valeur
R_{SC}	8.75m
C_0	256F
k_v	0.20F/V

2.2.8. Dimensionnement et Modélisation des convertisseurs DC/DC :

Les convertisseurs de puissance assurent le rôle principal de contrôle de la répartition de puissance entre le système PAC et la source secondaire d'énergie. De plus sa commande locale permet généralement de limiter le courant, la tension et/ou la puissance transmise de manière à assurer la sécurité des organes auquel il est relié. Principalement, trois architectures électriques hybrides sont considérées:

- Le système PAC est connecté directement au bus électrique et lui impose sa tension, Un convertisseur DC/DC réversible en puissance est utilisé entre la source secondaire. et le bus permettant ainsi de fournir l'énergie nécessaire lors des phases de traction, et restituer l'énergie produite par la machine électrique lors des phases de freinage du véhicule [02], [04].

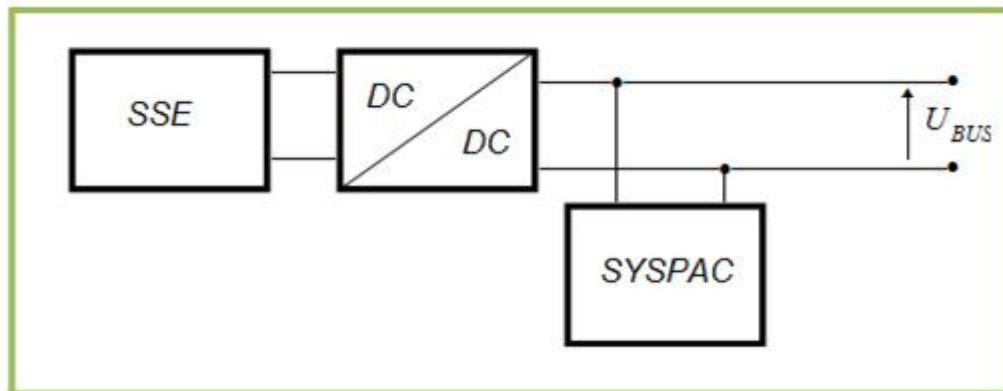


Figure (2.2.8.1) : Schéma Bloc alimentation électrique VH

- La source secondaire est connectée directement et impose sa tension au bus électrique. Un convertisseur DC/DC non-réversible en puissance (Boost) est utilisé entre le système PAC et le bus :

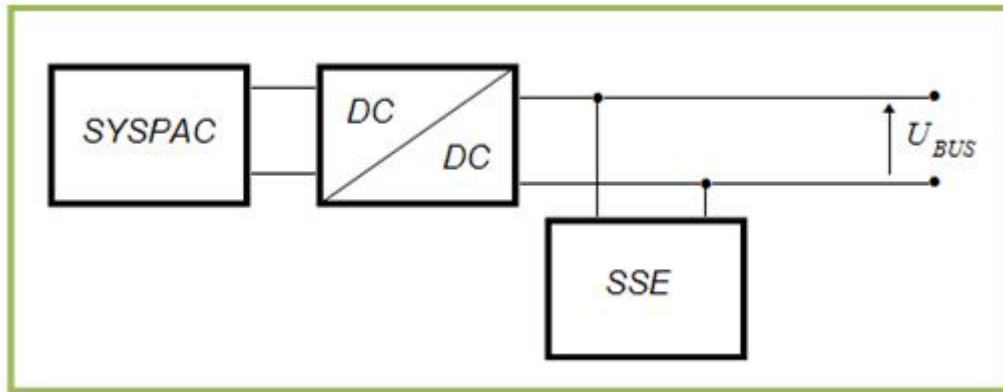


Figure (2.2.8.2) : Schéma Bloc alimentation électrique VH

- Le système PAC et la source secondaire sont connectés tout deux via des convertisseurs DC/DC. Dans ce cas, la tension du bus peut être choisie librement (dans la plage de fonctionnements possibles des convertisseurs utilisés) :

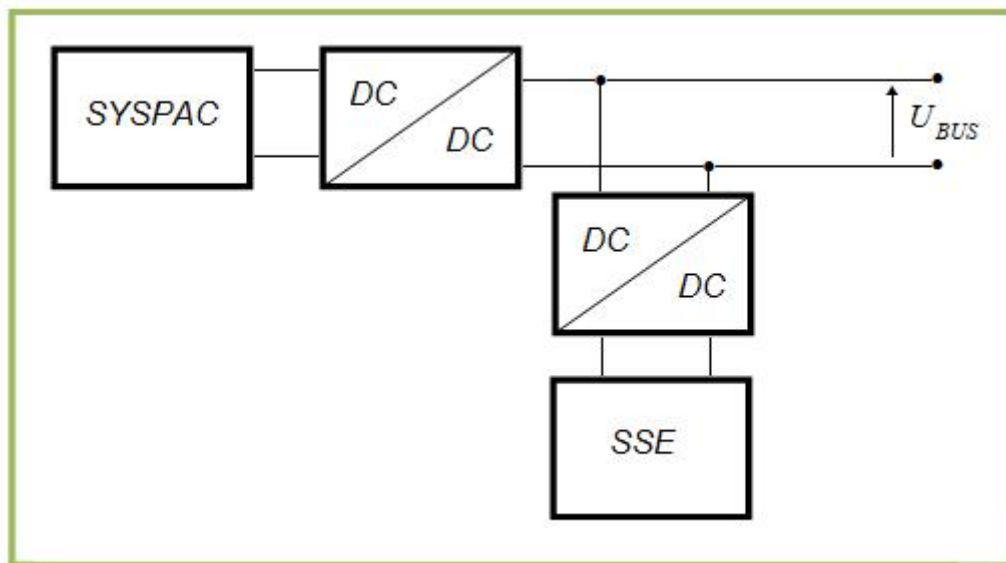


Figure (2.2.8.3) : Schéma Bloc alimentation électrique VH

Les avantages d'utilisation d'un seul convertisseur au niveau de la source de puissance hybride sont : réduction des pertes d'énergie, le circuit est simple à commander, le coût de l'installation est réduit.

Les Inconvénients: Le composant connecté directement sur le bus de puissance ne possède pas de limitation en courant ce qui peut affecter la sécurité de l'installation. L'utilisation donc d'un second convertisseur réversible permet évidemment de remédier à ce problème.

Dans le cadre des simulations réalisées, une multitude de dimensionnements de la source de puissance hybride ont été considérés. L'architecture n°3 a été retenue car elle permet de s'adapter à tous les niveaux de tension et de courant (figure 2.2.8.4).

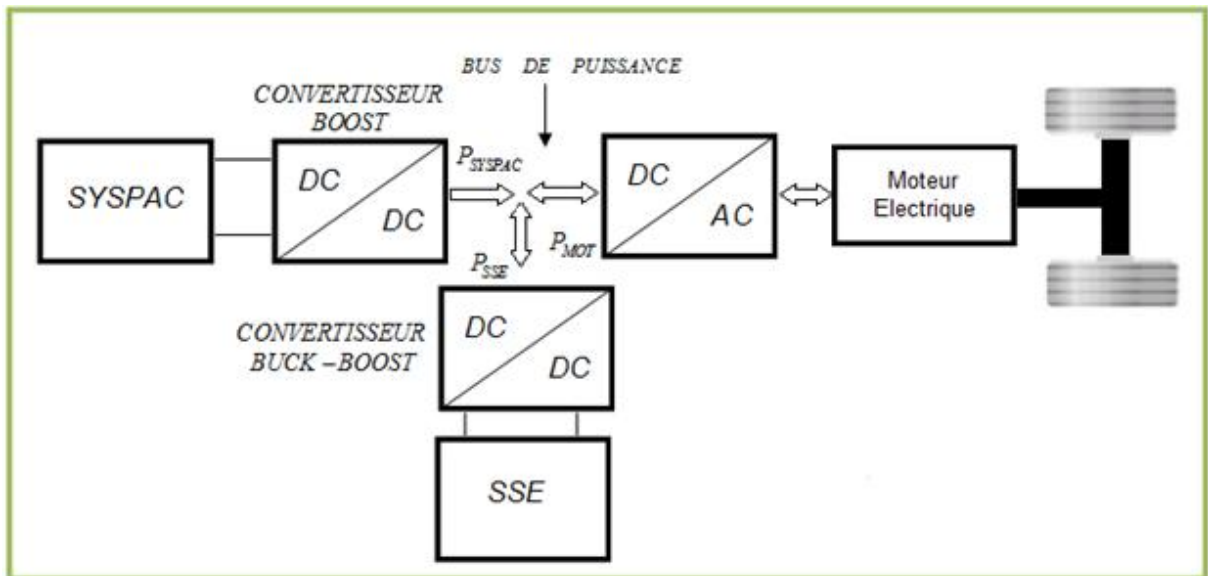


Figure (2.2.8.4) : Schéma de puissance du groupe motopropulseur.

La relation liant les trois puissances est donc : $P_{MOT}(t) = P_{SYSPAC}(t) + P_{SSE}(t)$ (2.18)

2.2.8.1. Modélisation du convertisseur Boost :

Les convertisseurs statiques continu-continu permettant de créer une source de tension continue variable à partir d'une source de tension continue fixe [06], [07].

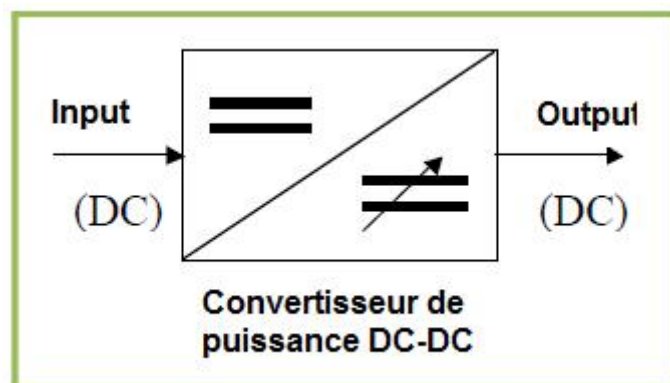


Figure (2.2.8.1.1) Schéma de principe.

Le Boost ou hacheur parallèle est un circuit survolteur. Ce montage permet de fournir une tension moyenne U_c à partir d'une source de tension continue $U < U_c$. Le montage étudié est donné à la figure suivante :

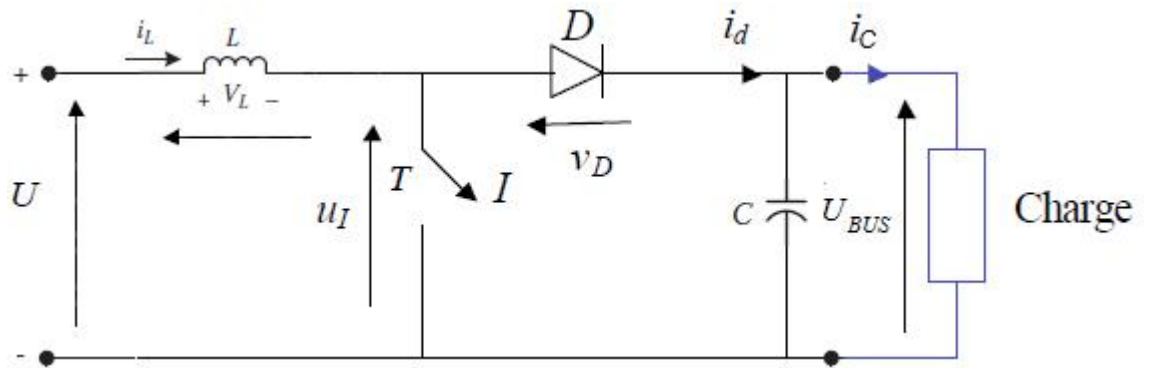


Figure (2.2.8.1.2) : Circuit convertisseur Boost (survolteur).

Tout d'abord on va définir le rapport cyclique comme étant le temps t_{ON} pendant lequel l'interrupteur I (Transistor de type **IGBT**) est fermé divisé par la période de fonctionnement du T , soit :

$$r = \frac{t_{ON}}{T} < 1 \quad (2.19)$$

On définit également le temps t_{OFF} pendant lequel l'interrupteur I est fermé par:

$$t_{OFF} = T - t_{ON} \quad (2.20)$$

Le signal de contrôle de l'interrupteur I , $V_{CTRL}(t)$ de période T est représenté dans la figure suivante :

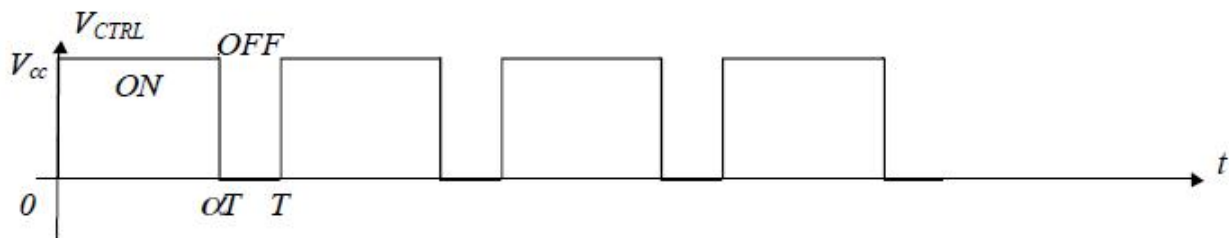


Figure (2.2.8.1.3) : Représentation du $V_{CTRL}(t)$

$$V_{CTRL}(t) = \begin{cases} V_{cc} & \text{si } 0 \leq t < rT \\ 0 & \text{si } rT \leq t < T \end{cases}$$

Les applications principales sont les alimentations de puissance régulées. On distingue 2 phases de fonctionnement:

- Lorsque l'interrupteur **I** est fermé, la diode **D** est polarisée en inverse ($v_D = -u_d$); la charge est donc isolée de la source. La source fournit de l'énergie à l'inductance **L**.
- Lorsque l'interrupteur **I** est ouvert, l'étage de sortie (C+ charge) reçoit de l'énergie de la source et de l'inductance **L**.

Pour l'analyse en régime permanent présentée ici, le condensateur de filtrage C a une valeur de capacité suffisamment élevée pour que l'on puisse considérer la tension disponible en sortie constante : $u_C(t) = U_{BUS}$

Enfin on distingue deux modes de fonctionnement selon que le courant dans l'inductance $L(i_L(t))$ est interrompu ou non.

a- Fonctionnement à courant de source ininterrompu :

((CCM) : *continuous conduction mode*)

- Pour $0 < t < T$, l'interrupteur **I** est fermé et l'intensité $i_L(t)$ croît linéairement :

$$U = L \frac{di_L(t)}{dt} \quad \text{Donc} \quad i_L(t) = \frac{1}{L} \int_0^t U \cdot dt + i_L(0) = \frac{U}{L} t + i_L(0) \quad (2.21)$$

On a aussi $u_l = 0$ $i_d = 0$ $v_L = U$.

- Pour $T < t < T$, l'interrupteur **I** est ouvert, l'inductance L se démagnétise et le courant $i_L(t)$ décroît :

$$U = L \frac{di_L}{dt} + U_{BUS} \quad \text{Donc} \quad i_L(t) = \frac{U - U_{BUS}}{L} (t - rT) + i_L(rT) \quad (2.22)$$

On déduit les caractéristiques dans la figure (2.2.8.1.4)

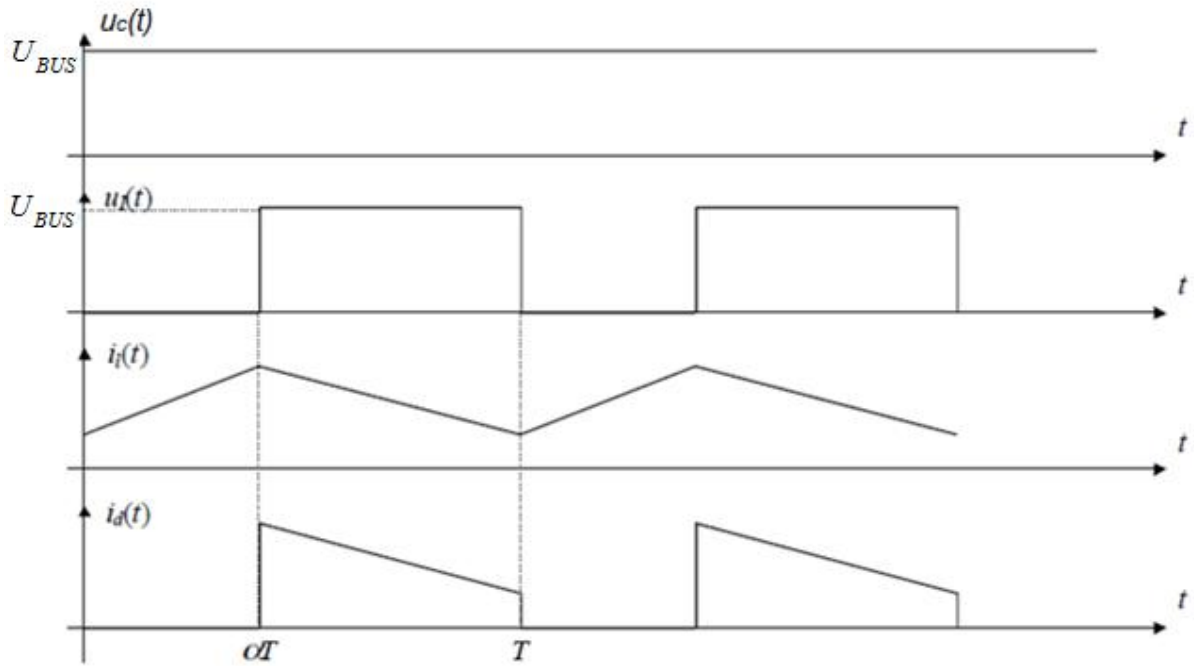


Figure (2.2.8.1.4): Caractéristiques du BOOST en mode ininterrompu.
(CCM : continuous conduction mode)

On détermine facilement la relation liant U à U_{BUS}

On a : $U = v_L + u_i$

Donc en moyenne sur une période, compte tenu du fait que la valeur de la moyenne de

$v_L(t)$ est nulle ($V_L = \frac{1}{T} \int_0^T v_L(\ddagger) d\ddagger = \frac{1}{T} \int_0^T L \frac{di_L(\ddagger)}{d\ddagger} d\ddagger = \frac{1}{T} (i_L(T) - i_L(0)) = 0$), on obtient :

$$U = \frac{1}{T} \int_0^T U d\ddagger = \frac{1}{T} \int_0^T (v_L(\ddagger) + u_i(\ddagger)) d\ddagger = \frac{1}{T} \int_0^T u_i(\ddagger) d\ddagger = \frac{1}{T} \int_0^{\alpha T} U_{BUS} d\ddagger = (1-r)U_{BUS}$$

On déduit
$$U_{BUS} = \frac{U}{1-r} \quad (2.23)$$

La puissance moyenne délivrée par la source est égale à la puissance moyenne

disponible en sortie : $\bar{P}_{source} = \bar{P}_{sortie} \Rightarrow U \cdot I_L = U_{BUS} \cdot I_C$

Où $I_L = \frac{1}{T} \int_0^T i_L(\ddagger) d\ddagger$ et $I_D = \frac{1}{T} \int_0^T i_d(\ddagger) d\ddagger$.

On obtient :
$$\frac{I_C}{I_L} = 1 - r \quad (2.24)$$

b- Limite entre le fonctionnement interrompu (DCM) et le fonctionnement ininterrompu (CCM) :

La forme des courant et tension $i_l(t)$ et $v_l(t)$ est donnée sur la figure (2.2.7.3).

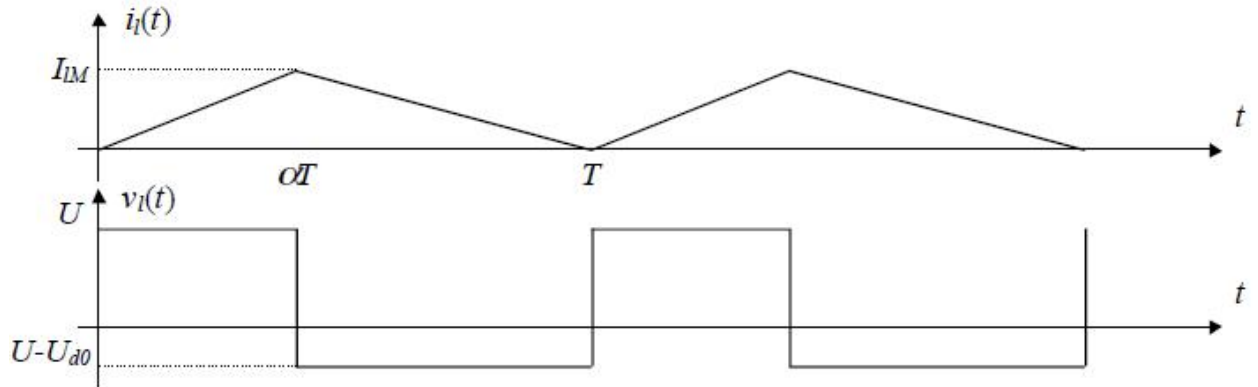


Figure (2.2.8.1.5) : Limite du fonctionnement à courant de source interrompu. (DCM : discontinuous conduction mode)

La valeur moyenne du courant $i_L(t)$ s'écrit:

$$I_L = \frac{1}{T} \int_0^T i_L(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^{rT} \frac{U}{L} t dt + \frac{1}{T} \int_{rT}^T \left\{ \frac{U - U_{BUS}}{L} (t - rT) + \frac{U \cdot rT}{L} \right\} dt$$

D'où
$$I_L = \frac{1}{2} \cdot \frac{U}{L} \cdot rT \quad \text{et} \quad I_C = \frac{1}{2} \cdot \frac{U}{L} \cdot r(1-r)T \quad (2.25)$$

Par conséquent :
$$I_C = \frac{1}{2} \cdot \frac{U_{BUS}}{L} \cdot r(1-r)^2 T \quad (2.26)$$

Afin de déterminer un modèle mathématique du convertisseur Boost, nous procédons comme suit :

Soit z le signal logique de commande de l'interrupteur (IGBT) I tel que $z = 1$ pour I fermée et $z=0$ pour I ouvert on peut écrire donc :

- Pour $0 < t < T$ ($z=1$): $\frac{di_L(t)}{dt} = \frac{U}{L}$ et $\frac{du_C(t)}{dt} = -\frac{1}{C} i_C$
- Pour $T < t < T$ ($z=0$): $\frac{di_L(t)}{dt} = -\frac{1}{L} u_C(t) + \frac{1}{L} U$ et $\frac{du_C(t)}{dt} = \frac{1}{C} (i_L - i_C)$

En fusionnant ces équations on obtient le modèle suivant :

$$\frac{di_L(t)}{dt} = -\frac{(1-z)}{L} u_C(t) + \frac{1}{L} U \quad (2.26A)$$

$$\frac{du_C(t)}{dt} = \frac{(1-z)}{C} i_L(t) - \frac{1}{C} ic \quad (2.26B)$$

2.2.8.2. Modélisation du convertisseur Buck :

Appelé hacheur série, c'est un abaisseur de tension, son schéma de principe est donné A la figure (2.2.8.2.1). On considère l'interrupteur I et la diode D parfaits [06].

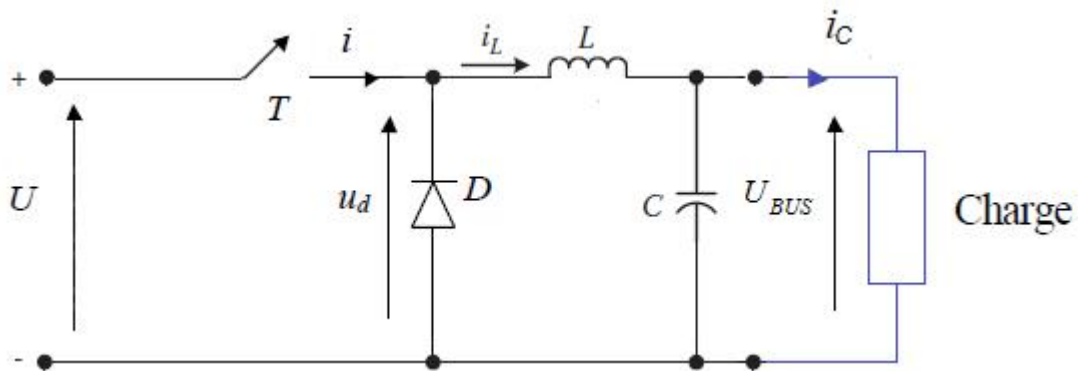


Figure (2.2.8.2.1) : Circuit convertisseur Buck (abaisseur).

Le fonctionnement du convertisseur se déduit de l'analyse du comportement de l'interrupteur I .

· Quand $0 \leq t < T$, I est enclenché (passant) pendant un temps T , alors : $u_d(t) = U$

$$u_d(t) = v_L(t) + v_C(t) \Rightarrow U = v_L + U_{BUS}$$

$$L \frac{di_L}{dt} = U - U_{BUS} \Rightarrow i_L(t) = \frac{1}{L} \int_0^t (U - U_{BUS}) dt + i_L(0) = \frac{U - U_{BUS}}{L} t + i_L(0) \quad (2.27)$$

· Quand $T < t < T$, I est ouvert, $v_L = -U_{BUS} \Rightarrow \frac{di_L}{dt} = -\frac{U_{BUS}}{L}$

$$\text{On obtient } i_L(t) = \frac{1}{L} \int_{rT}^t (-U_{BUS}) dt + i_L(rT) = -\frac{U_{BUS}}{L} (t - rT) + i_L(rT) \quad (2.28)$$

On a $I_{L_max} = i_L(rT)$ et $I_{L_min} = i_L(0) = i_L(T)$

$$\Delta I_L = I_{L_max} - I_{L_min} = \frac{U - U_{BUS}}{L} rT = \frac{U_{BUS}}{L} (1-r)T$$

On trouve $U_{BUS} = rU$ (2.29)

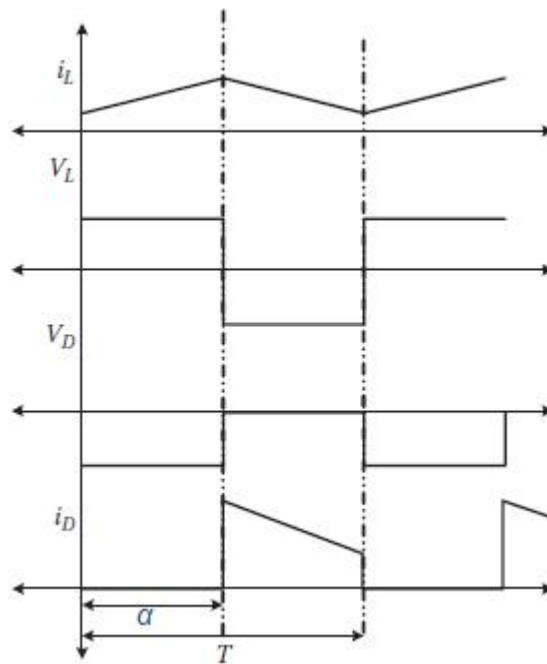


Figure (2.2.8.2.2) : Caractéristiques du BUCK en mode ininterrompu. (CCM)

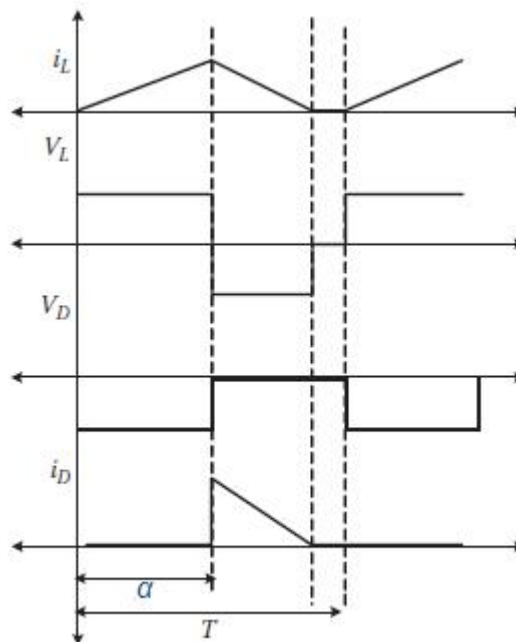


Figure (2.2.8.2.3) : Caractéristiques du BUCK en mode interrompu (DCM)

Par analogie au (2.26A) et (2.26B) le modèle moyen de Buck peut être écrit par les équations d'états suivantes :

$$\frac{di_L(t)}{dt} = -\frac{z}{L}u_c(t) + \frac{1}{L}U \quad (2.29A)$$

$$\frac{du_c(t)}{dt} = \frac{z}{C}i_L(t) - \frac{1}{C}ic \quad (2.29B)$$

Avec $z=1$ si I fermé et $z=0$ si I ouvert.

2.2.8.3. Modélisation du convertisseur Buck –Boost :

Appelé également abaisseur élévateur par son aptitude à fournir une tension plus faible ou plus élevée que celle appliquée en son entrée, ceci dépend de la valeur du rapport cyclique , la représentation de ce convertisseur est donnée sur la figure (2.2.8.3.1)

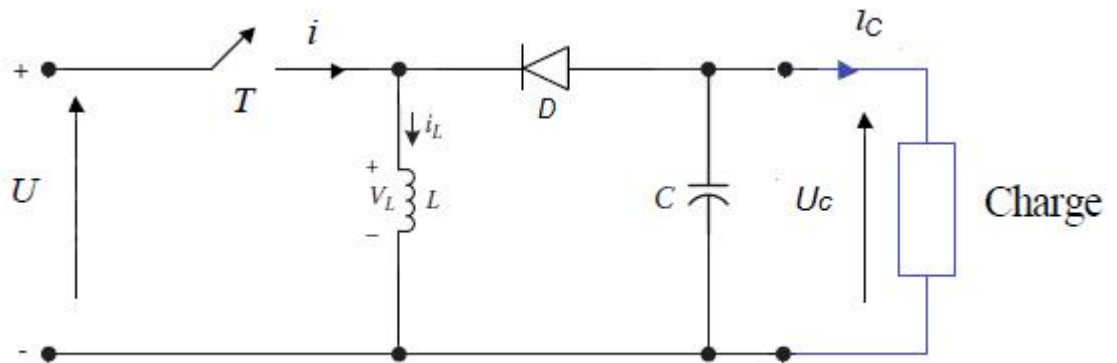
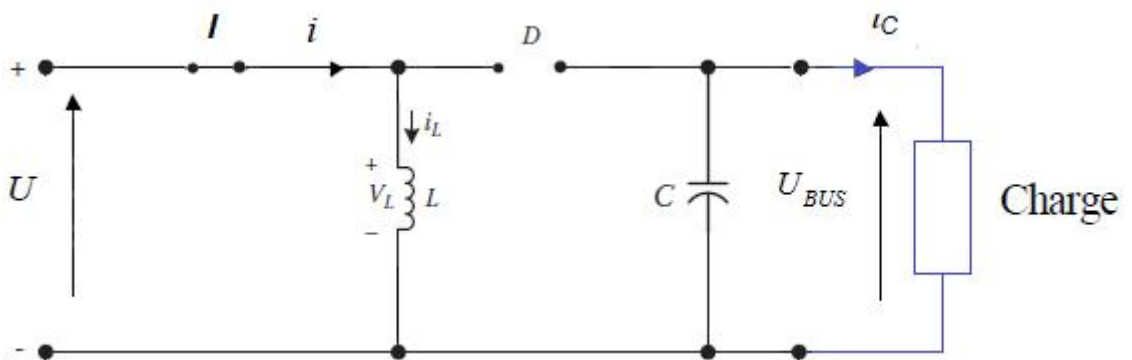


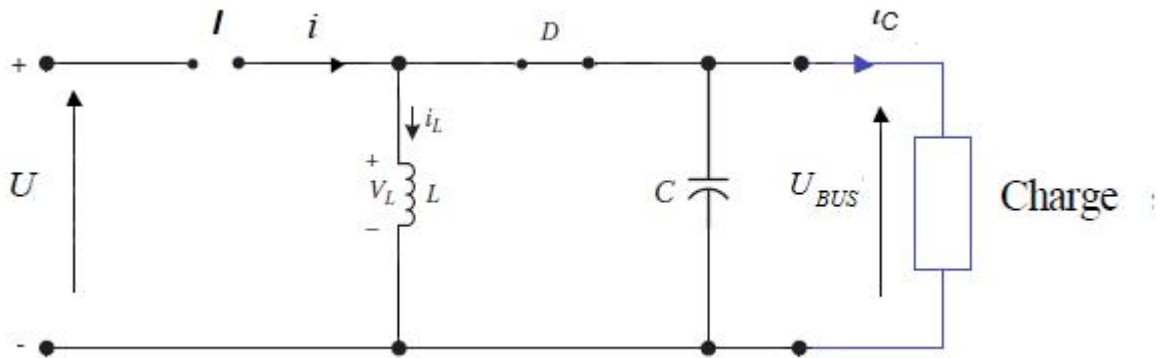
Figure (2.2.8.3.1) : Circuit convertisseur Buck-Boost.

- lorsque $0 < t < T$ l'interrupteur est fermé D se bloque le circuit équivalent est le suivant :



$$\text{On a donc } L \frac{di_L}{dt} = U \Rightarrow i_L(t) = \frac{1}{L} \int_0^t U dt + i_L(0) = \frac{U}{L}t + i_L(0) \quad (2.30)$$

- lorsque $T < t < T$ l'interrupteur est ouvert D conduit, le circuit équivalent est le suivant :



$$L \frac{di_L}{dt} = U_{BUS} \Rightarrow i_L(t) = \frac{1}{L} \int_{rT}^t U_{BUS} dt + i_L(rT) = \frac{U_{BUS}}{L} (t - rT) + i_L(rT) \quad (2.31)$$

de (2.30) et (2.31) il y en résulte :

$$\Delta I_L = i_L(rT) - i_L(0) = \frac{U}{L} rT - 0 = \frac{U}{L} rT$$

$$i_L(T) = i_L(0) = 0 \Rightarrow \frac{U_{BUS}}{L} (T - rT) + \frac{U}{L} rT = 0$$

$$\text{Finalement on trouve : } \frac{U_{BUS}}{U} = \frac{-r}{1-r} \quad (2.32A)$$

$$\Delta I_L = \frac{-U_{BUS}}{Lf} (1-r) \quad (2.32B)$$

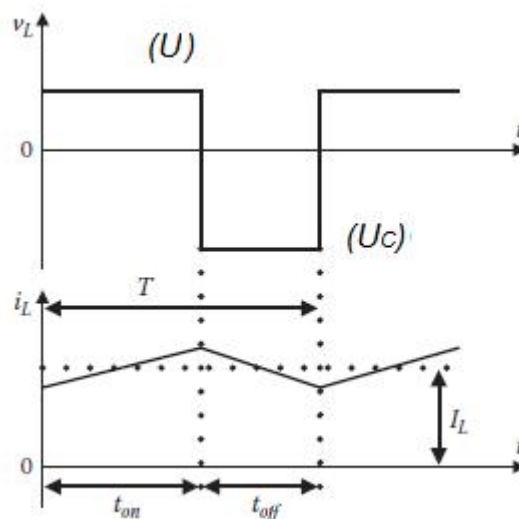


Figure (2.2.8.3.2) : Caractéristiques du BUCK-BOOST en mode ininterrompu(CCM)

Étudiant le cas où ce convertisseur fonctionne en mode interrompu (*DCM*) dans ce cas le courant $i_L(0) = 0$:

- lorsque $0 < t < T$ l'interrupteur est fermé D se bloque et le courant $i_L(t)$ est décrit

par l'équation
$$i_L(t) = \frac{U}{L}t.$$

- lorsque $T < t < T (<)$ l'interrupteur est ouvert, D conduit :

$$i_L(t) = \frac{U_{BUS}}{L}(t - rT) + \frac{U}{L}rT$$

L'instant $t = T$ où le courant $i_L(t) = 0$.

- lorsque $T < t < T$ l'interrupteur est ouvert, D bloqué :

$$i_L(t) = 0 \dots \dots \dots \forall t \in [sT, T].$$

Les caractéristiques des courbes sont représentées dans la figure suivante :

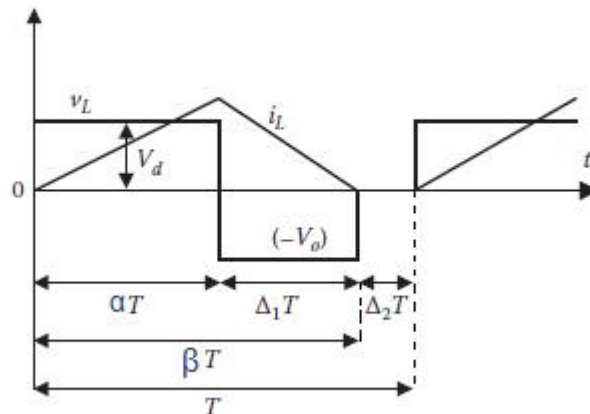


Figure (2.2.8.3.2) : Caractéristiques du BUCK-BOOST en mode interrompu. (DCM)

De la même manière on va chercher le Modèle mathématique de convertisseur :

Nous rappelons que ce convertisseur bidirectionnel fonctionne en Boost quand la SSE intervient pour énérgisé le VH (cycle de décharge), et en Buck quand La SSE a besoin d'être énérgisée (cycle de charge), Par analogie aux modèles définis dans (2.26A), (2.26B), (2.29A), (2.29B), on trouve :

Si le convertisseur fonctionne en Boost :

$$\frac{di_L(t)}{dt} = -\frac{(1-z_2)}{L}u_C(t) + \frac{1}{L}U$$

$$\frac{du_C(t)}{dt} = \frac{(1-z_2)}{C}i_L(t) - \frac{1}{C}i_c$$

Si le convertisseur fonctionne en Buck :

$$\begin{cases} \frac{di_L(t)}{dt} = \frac{1}{L}U - \frac{z_3}{L}u_C(t) \\ \frac{du_C(t)}{dt} = \frac{z_3}{C}i_L(t) - \frac{1}{C}i_C \end{cases}$$

Ici z_2 et z_3 représentent respectivement les signaux de contrôle des interrupteurs du convertisseur Boost-Buck.

Il est possible de grouper les deux modèles en un seul modèle moyen en introduisant une variable logique notée k définie l'état Boost ($k=1$), et l'état Buck ($k=0$) On obtient le modèle suivant :

$$\frac{di_L(t)}{dt} = \left[-\frac{(1-z_2)}{L}u_C(t) + \frac{1}{L}U \right].k + \left[\frac{1}{L}U - \frac{z_3}{L}u_C(t) \right].(1-k)$$

$$\frac{du_C(t)}{dt} = \left[\frac{(1-z_2)}{C}i_L(t) - \frac{1}{C}i_C \right].k + \left[\frac{z_3}{C}i_L(t) - \frac{1}{C}i_C \right].(1-k)$$

Finalement on déduit :

$$\begin{cases} \frac{di_L(t)}{dt} = -\frac{1}{L} \cdot [(1-z_2)k + z_3(1-k)] \cdot u_C(t) + \frac{1}{L}U \\ \frac{du_C(t)}{dt} = \frac{1}{C} \cdot [(1-z_2)k + z_3(1-k)] \cdot i_L(t) - \frac{1}{C}i_C \end{cases} \quad (2.32C)$$

2.2.8.4 Dimensionnement du Boost connecté à la pile :

La détermination des éléments des deux convertisseurs DC-DC connectés à la pile à combustible et aux supercondensateurs consiste à calculer les valeurs des inductances L_1 et L_2 et la capacité de filtrage C_f .

Le convertisseur relié à la pile à combustible est un Boost. Il permet d'élever le niveau de la tension du Bus de tension continu U_{DC} .

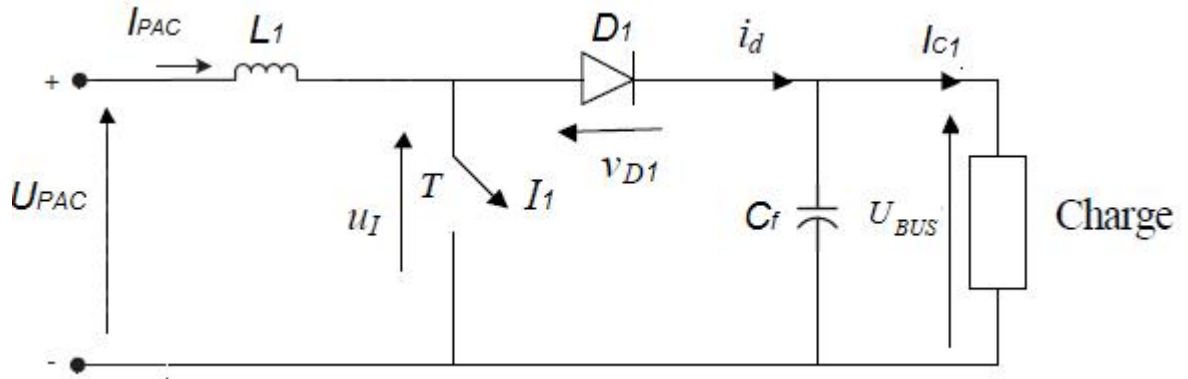


Figure (2.2.8.4.1) : Convertisseur Boost connecté à la pile à combustible

Les formules (2.23), (2.24), (2.25), et (2.26) nous permet d'avoir : "

$$\left\{ \begin{array}{l} U_{BUS} = \frac{U_{PAC}}{1-r} \\ \frac{I_{C1}}{I_{PAC}} = 1-r \Rightarrow I_{PAC} = \frac{I_{C1}}{1-r} \\ I_{C1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{U_{PAC}}{L_1} \cdot r(1-r)T = \frac{U_{PAC}}{2L_1f} \cdot r(1-r) \\ I_{C1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{U_{BUS}}{L_1} \cdot r(1-r)^2T = \frac{U_{BUS}}{2L_1f} \cdot r(1-r)^2 \end{array} \right. \quad (2.32D)$$

En mode de conduction discontinue(DCM) le courant $i_{PAC}(0) = 0$, l'ondulation ΔI_{PAC} du courant $i_{PAC}(t)$ est calculée comme suit :

$$\begin{aligned} \Delta I_{PAC} &= I_{PAC_{MAX}} - I_{PAC_{MIN}} = i_{PAC}(rT) - i_{PAC}(0) \\ \Delta I_{PAC} &= i_{PAC}(rT) = \frac{U_{PAC}}{L_1} rT = \frac{U_{BUS}}{fL_1} r(1-r) \end{aligned} \quad (2.33)$$

On va procéder de la même manière à calculer l'ondulation ΔU_{BUS} de la tension du bus continu U_{BUS} :

$$\begin{aligned} \Delta U_{BUS} &= U_{BUS_{MAX}} - U_{BUS_{MIN}} = u_{BUS}(rT) - u_{BUS}(0) = \frac{rTI_c}{C_f} \\ \Delta U_{BUS} &= \frac{rI_c}{fC_f} \end{aligned} \quad (2.34)$$

On cherche la valeur du rapport de cycle qui maximise de l'ondulation $\Delta I_{PAC_{MAX}}$ et le courant de la charge $I_{C_{MAX}}$:

$$\frac{d\Delta I_{PAC}}{dr} = \frac{U_{BUS}}{fL_1}(1-2r) = 0 \Rightarrow r = \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad \Delta I_{PAC_{MAX}} = \frac{U_{BUS}}{4fL_1} \quad (2.35)$$

$$\frac{dI_{C_1}}{dr} = \frac{U_{BUS}}{2fL_1}(1-3r)(1-r) = 0 \Rightarrow r = \frac{1}{3} \quad \text{et} \quad I_{C_1_{MAX}} = \frac{2}{27} \cdot \frac{U_{BUS}}{L_1 f} \quad (2.36)$$

A partir (2.34) On peut calculer la valeur de la capacité de filtrage :

$$C_f = \frac{r I_{C_1_{MAX}}}{f \Delta U_{BUS_{MAX}}} \quad (2.37)$$

De même on calculera la valeur de l'inductance à partir du (2.35) :

$$L_1 = \frac{U_{BUS}}{4f \Delta I_{PAC_{MAX}}} \quad (2.38)$$

Comme dans notre cas les valeurs particulières suivantes sont connues telles que :

$$f = 15KHz, \Delta I_{PAC_{MAX}} = 2A, \text{ et } \Delta U_{BUS_{MAX}} = 4V$$

$$\text{On déduit que } L_1 = \frac{400}{4 \cdot 15000 \cdot 2} = 3.33mH \quad \text{et}$$

$$I_{C_1_{MAX}} = \frac{2}{27} \cdot \frac{U_{BUS}}{L_1 f} = \frac{2}{27} \cdot \frac{400}{15000 \times 0.00333} = 0.59A$$

$$\text{Aussi pour les valeurs donnée, } \Gamma_{MAX} = 1 \quad \text{et} \quad I_{C_1_{MAX}} = 100A$$

$$\text{La capacité de filtrage } C_f = \frac{r I_{C_1_{MAX}}}{f \Delta U_{BUS_{MAX}}} = \frac{100}{15000 \times 4} = 1.67mF$$

D'après (2.26A) et (2.26B) le modèle moyen de ce Boost sera décrit par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \frac{di_{PAC}(t)}{dt} = -\frac{(1-z_1)}{L_1} u_{BUS}(t) + \frac{1}{L_1} U_{PAC} \\ \frac{du_{BUS}(t)}{dt} = \frac{(1-z_1)}{C_f} i_{PAC}(t) - \frac{1}{C_f} i_{C_1} \end{cases} \quad (2.38A)$$

2.2.8.5 Dimensionnement du Buck-Boost connecté aux supercondensateurs :

Le convertisseur bidirectionnel connecté au module des supercondensateurs a deux structures (voir Figure ci-dessous). Il fonctionne en Boost lorsque les supercondensateurs fournissent de l'énergie électrique au bus continu et en Buck dans le cas où l'énergie électrique est acheminée vers les supercondensateurs afin de les charger [06].

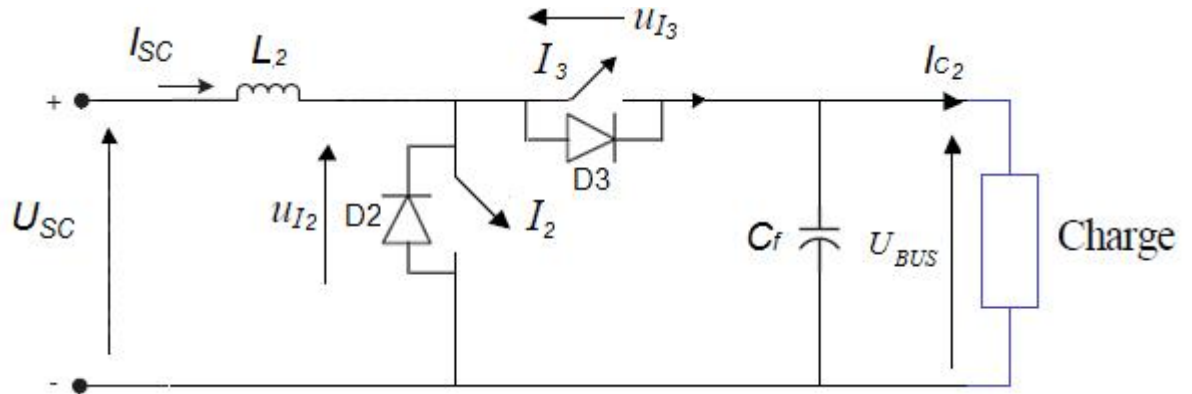


Figure (2.2.8.5.1) : Convertisseur Buck-Boost connecté aux supercondensateurs

Pour $0 < t < rT$, le convertisseur fonctionne en Boost, l'interrupteur I_2 est fermé et l'interrupteur I_3 est ouvert. Dans ce cas, l'application de la loi de maille pour cette séquence de fonctionnement du convertisseur donne l'équation :

$$U_{SC} = L_2 \frac{di_{SC}}{dt} \Rightarrow i_{SC}(t) = \frac{U_{SC}}{L_2} t + I_{SC_MIN}$$

$$\text{L'ondulation du courant : } \Delta I_{SC} = I_{SC_MAX} - I_{SC_MIN} = i_{SC}(rT) - i_{SC}(0) = \frac{U_{SC}}{L_2} rT \quad (2.39)$$

D'autre part pour $rT < t < T$ I_2 est ouvert et l'interrupteur I_3 est fermé on obtient :

$$U_{SC} - U_{BUS} = L_2 \frac{di_{SC}}{dt} \Rightarrow i_{SC}(t) = I_{SC_MAX} - \frac{U_{BUS} - U_{SC}}{L_2} (t - rT)$$

De la même manière on déduit :

$$\Delta I_{SC} = I_{SC_MAX} - I_{SC_MIN} = i_{SC}(rT) - i_{SC}(T) = \frac{U_{BUS} - U_{SC}}{L_2} (1 - r)T \quad (2.40)$$

$$\text{De (2.39) et (2.40)} \quad U_{BUS} = \frac{U_{SC}}{1 - r} \quad (2.41A) \quad \text{et} \quad \Delta I_{SC} = \frac{U_{BUS}}{L_2 f} r(1 - r) \quad (2.41B)$$

La formule (2.41) permet le calcul de la valeur de l'inductance L_2 :

$$L_2 = \frac{U_{BUS}}{\Delta I_{SC_MAX} f} r(1 - r) \Rightarrow L_2 = \frac{U_{BUS}}{4f \Delta I_{SC_MAX}}$$

En remplaçant les paramètres supposés connus ($f = 15\text{KHz}$, $\Delta I_{SC_MAX} = 2A$)

par leurs valeurs on trouve après calcul : $L_2 = 3.33\text{mH}$

La valeur de capacité de filtrage est supposée la même c.à.d. $C_f = 1.67mF$.

En remplaçant les variables dans les formules (2.32A) et (2.32B) par celles qui leurs corresponds dans montage dimensionné ; on obtient le modèle suivant :

$$\begin{cases} \frac{di_{SC}(t)}{dt} = -\frac{1}{L} \cdot [(1-z_2)k + z_3(1-k)] \cdot u_{BUS}(t) + \frac{1}{L} U_{SC} \\ \frac{du_{BUS}(t)}{dt} = \frac{1}{C_f} \cdot [(1-z_2)k + z_3(1-k)] \cdot i_{SC}(t) - \frac{1}{C_f} i_{C2} \end{cases} \quad (2.42A)$$

2.2.8.6 Modélisation du fonctionnement des convertisseurs embarqués :

La modélisation concernera seulement les convertisseurs principaux (Boost et Buck-Boost). L'onduleur et la machine asynchrone sont simulés par la présence d'une source de courant. Ce courant est appelé courant de charge. Ce courant est supposé être connu. Plus précisément, sera estimé à partir de la vitesse du véhicule. Soient z_1 , z_2 , et z_3 les signaux de commande des interrupteurs I_1 , I_2 et I_3 voir la figure (2.2.8.6.1). Une capacité C_p est connectée en parallèle à la pile à combustible afin de permettre de protéger la pile à combustible contre les surtensions lors d'une forte demande de puissance.

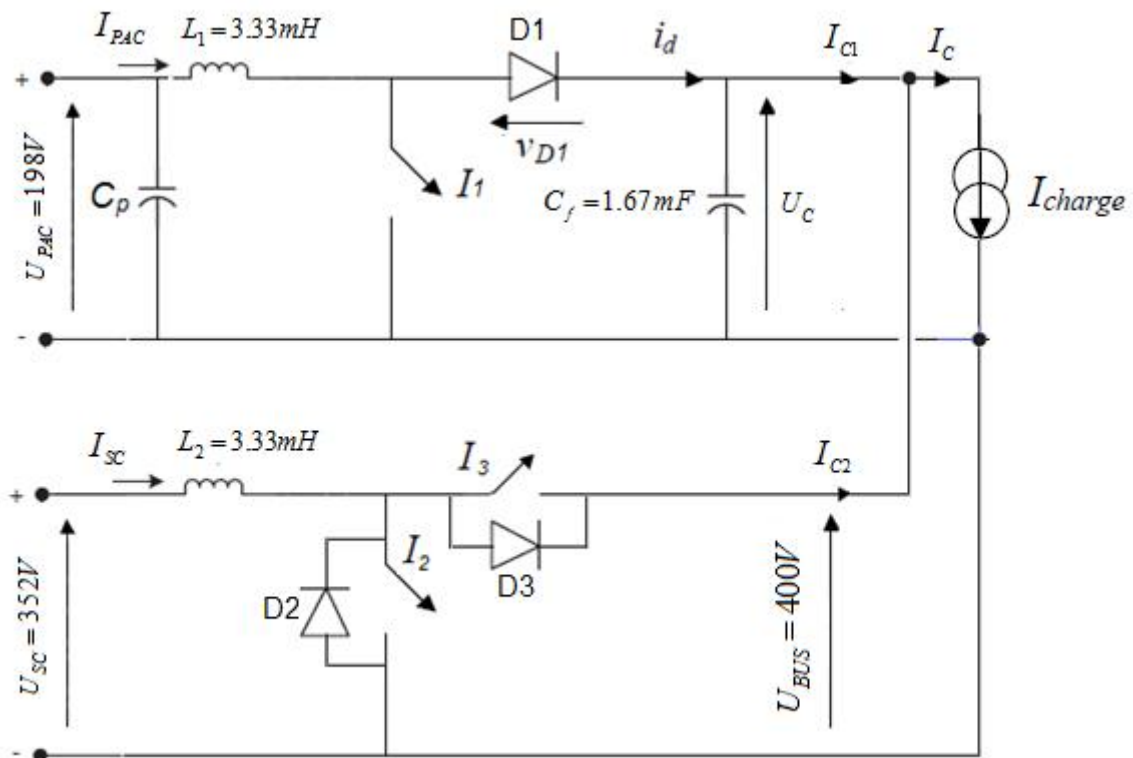


Figure (2.2.8.6.1) : Schéma détaillé des convertisseurs principaux équipant le véhicule à pile combustible

En se référant aux Modèles des convertisseurs Boost et Buck-Boost (2.38A), (2.38B), (2.42A), et (2.42B) on a donc :

$$\begin{cases} \frac{di_{PAC}(t)}{dt} = -\frac{(1-z_1)}{L_1}U_{BUS} + \frac{1}{L_1}U_{PAC} \\ \frac{di_{SC}(t)}{dt} = -\frac{1}{L} \cdot [(1-z_2)k + z_3(1-k)] \cdot U_{BUS} + \frac{1}{L}U_{SC} \\ \frac{dU_{BUS}}{dt} = \frac{(1-z_1)}{C_f}i_{PAC}(t) + \frac{1}{C_f} \cdot [(1-z_2)k + z_3(1-k)] \cdot i_{SC}(t) - \frac{1}{C_f}ic \end{cases} \quad (2.43)$$

Le calcul de $I_{CHARGE} = I_C$ est déduit à partir du profil de vitesse $V_i(t)$ suivi par le véhicule.

$$M_{TOTALE} = M_{VH} + M_{PAC} + M_{SSE} + M_{CONV}$$

M_{VH} : masse du véhicule = 957kg.

M_{PAC} : masse du PAC.

M_{SSE} : masse du SSE.

M_{CONV} : masse des convertisseurs.

La masse totale du véhicule donnée est (pour notre exemple $M_{TOTALE} = 1000Kg$)

La puissance totale demandée par le véhicule est exprimée par l'expression (2.4), en Remplaçant M_{VH} par M_{TOTALE} . En supposant que le sous-système constitué par l'onduleur et la moteur asynchrone fonctionne avec un rendement de 75% et que la tension du bus continu U_{DC} est réglée à 400V, la puissance de charge est donnée par :

$$P_{CH}(t) = \left[\frac{1}{2} \dots_{AIR} \cdot A_f \cdot C_X \cdot V_{VH}^2(t) + M_{TOTALE} \cdot g \cdot C_r + M_{TOTALE} (dV_{VH} / dt) \right] V_{VH}(t) \quad (2.44A)$$

$$P_{CH}(t) = [0.45V_{VH}^2 + 1000\dot{V}_{VH} + 98]V_{VH} \quad (2.44B)$$

Cette puissance est traduite par un courant de charge qui est donné par :

$$I_{CHARGE} = I_{ch} = \frac{P_{CH}}{U_{DC}} = \frac{P_{CH}}{400} \quad (2.45A)$$

$$I_{CH} = \frac{1}{400} \cdot \left[\frac{1}{2} \dots_{AIR} \cdot A_f \cdot C_X \cdot V_{VH}^2(t) + M_{TOTALE} \cdot g \cdot C_r + M_{TOTALE} (dV_{VH} / dt) \right] V_{VH}(t) \quad (2.45B)$$

$$I_{CH} = \frac{1}{400} [0.45V_{VH}^2 + 1000\dot{V}_{VH} + 98]V_{VH} \quad (2.45C)$$

Connaissant le cycle de vitesse du véhicule, l'équation (2.45) a comme objectif d'estimer

le courant de charge au niveau du bus continu afin de calculer les trajectoires des courants que doivent fournir les sources d'énergie du véhicule [03].

N.B. La charge représente ici le moteur Asynchrone de 45kW connecté au bus continu par l'intermédiaire d'un convertisseur DC-AC (onduleur).

2.3 Conclusion :

Dans ce chapitre introductif, nous avons présenté la structure d'hybridation étudiée qui représente d'architecture des sources d'énergie d'un groupe motopropulseur hybride à pile à combustible. Les différents éléments de ce groupe ont été dimensionnés dans le but de faire une étude basée sur un cas réel de prototypes de véhicules hybrides. Le cœur de notre étude étant le bloc de gestion de l'énergie électrique, nous allons au cours des chapitres suivants explorer différentes stratégies de distribution instantanée optimale de puissance entre la pile à combustible et l'élément de stockage pour satisfaire la demande de puissance du groupe motopropulseur. La modélisation des éléments du groupe va nous permettre de caractériser les pertes dans le système complet.

Cette étape est nécessaire pour remonter de la puissance brute au niveau du nœud électrique à la puissance ou l'énergie nette au niveau de la source principale d'une part et de l'élément de stockage de la source secondaire d'autre part.

Chapitre III

*Optimisation et gestion de l'énergie a bord
d'un véhicule hybride*

3.1 Introduction:

Dans un véhicule à pile à combustible hybride, la répartition de puissance entre le système PAC et la source secondaire d'énergie doit satisfaire la demande de puissance de la machine électrique et respecter des contraintes de fonctionnement (puissances PAC et secondaire limitées, état de charge de la source secondaire borné...etc.).

La contrainte imposée au système concerne la limitation de la puissance de la pile à combustible et sa réponse en régime dynamique. Il s'agit de calculer la puissance de référence des supercondensateurs qui minimise l'énergie fournie par la pile à combustible à partir de la puissance sollicitée au niveau de la charge à savoir la motorisation et les auxiliaires.

3.2. Stratégie de gestion d'énergie à bord du véhicule :

La gestion des échanges de puissance dans la chaîne de traction d'un véhicule hybride à pile combustible est un élément clef dans l'optimisation de la consommation en hydrogène du véhicule. La distribution de puissance entre l'élément de stockage (SSE) et la pile à combustible assure la demande en puissance électrique du groupe motopropulseur en minimisant autant que possible la consommation d'hydrogène sur un parcours donné tout en respectant les contraintes sur les points de fonctionnement. Ces contraintes sont imposées par la phase de dimensionnement des éléments constitutifs où résultent des options de conduite ou de maintien de l'état de charge de l'élément de stockage. La consommation d'hydrogène est quantifiée sous forme de fonction de coût à minimiser. Cette fonction est évaluée sur un horizon défini de temps afin de pouvoir quantifier les énergies électriques mises en œuvre qui peuvent être temporairement stockées pour être utilisées ultérieurement.

Cela dit, le problème de gestion d'énergie peut être formulé comme un problème d'optimisation globale sous contraintes. Nous allons dans cette partie présenter la formulation du problème d'optimisation et aborder des méthodes d'optimisation basées sur la théorie de commande optimale [21].

3.3. Formulation du problème d'optimisation

Soit un système à temps continu de représentation d'état :

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) \quad (3.1)$$

et de condition initiale $x(t_0) = x_0$, où $t \in \mathbb{R}, u \in \mathbb{R}^m$, et $x \in \mathbb{R}^n$. Les signaux (vecteurs) $u(t)$ et $x(t)$ sont des fonctions de \mathbb{R} vers respectivement \mathbb{R}^m et \mathbb{R}^n . Pour la condition finale $x_f = x(t_f)$ et la commande $u(t)$, l'équation d'état (3.1) définit une trajectoire unique $x(t)$ pour l'état sur l'intervalle $[t_0 \ t_f]$. Celle-ci est fonction de la condition initiale $x(t_0) = x_0$ et de la commande $u(t)$ sur $[t_0 \ t_f]$.

Soit un critère du coût:

$$J(x_0, t_0, u) = q(t_f, x(t_f)) + \int_{t_0}^{t_f} \chi(x(t), u(t), t) dt \quad (3.2)$$

Avec $x(t_0) = x_0$. Les fonctions q , et χ ainsi que les instants t_0 , et t_f étant données, ce critère ne dépend que de $x(t_0) = x_0$ et de $u(t)$ sur $[t_0 \ t_f]$. L'application qui au signal de commande $u(t)$ associe le critère scalaire $J(x_0, t_0, u)$ est une fonctionnelle.

Le problème de gestion d'énergie peut être formulé sous forme de problème d'optimisation dynamique dans lequel le système, représenté sous forme d'une équation dynamique (3.1) est contrôlé afin de minimiser un critère du coût J (3.2) en respectant des contraintes d'égalité (3.3) et des contraintes d'inégalité (3.4)

$$\mathbb{E}(x(t), u(t), t) = 0 \quad (3.3)$$

$$W(x(t), u(t), t) \leq 0 \quad (3.4)$$

En plus de l'équation d'état (3.1) qui lie les trajectoires de $u(t)$ et de $x(t)$, d'autres contraintes peuvent intervenir (sans pour autant remettre en cause le critère choisi).

Typiquement :

- L'instant final peut être imposée ou libre.
- La commande peut appartenir à un ensemble $u(t) \in \Omega \neq \mathbb{R}^m$.
- Des contraintes peuvent exister sur l'état final $x_f = x(t_f) \in X$.

Le problème de la commande optimale consiste alors à trouver la commande \tilde{u} minimisant $J(x_0, t_0, u)$: $\tilde{u} = \min J(x_0, t_0, u)$ avec $\tilde{u} \in \Omega$.

3.4. Les approches d'optimisation adoptées :

La théorie générale de la commande optimale permettant de résoudre ce type de problème d'optimisation dynamique comporte deux majeures formulations, à savoir le principe du minimum de Pontriaguine et le principe de Bellman. Nous allons ainsi aborder au cours de ce chapitre l'application de deux algorithmes de commande optimale, le premier, basé sur le principe de Bellman, est connu sous l'appellation programmation dynamique alors que le second, basé sur le principe de Pontriaguine, minimise une fonction appelée l'Hamiltonien du système.

3.4.1 Approche basée sur le principe de minimum de Pontriaguine :

On définit l'Hamiltonien du système :

$$H(x, u, t) = x(x, u, t) + \lambda^T f(x, u, t) \quad (3.5A)$$

Où λ est appelé état-adjoint (*costate vector*) ou multiplicateur de Lagrange. Le principe du minimum de Pontriaguine énonce que la trajectoire optimale minimise le Hamiltonien du système. Autrement dit :

$$H(x, \tilde{u}, \lambda) \leq H(x, u, \lambda) \quad \forall u \in \Omega \quad (3.5B)$$

Le long de la trajectoire optimale, on dispose d'un certain nombre d'équations différentielles permettant de résoudre le problème de commande optimale. Ces équations sont généralement établies en utilisant le calcul des variations.

La solution conduit à un jeu d'équations, appelées équations canoniques de Hamilton, qui régissent les dynamiques de l'état d'une part :

$$\frac{\partial H(x, u, t)}{\partial \lambda} = \dot{x} \quad (3.6A)$$

Et de l'état adjoint d'autre part :

$$\dot{\lambda} = -\frac{\partial H(x, u, t)}{\partial x} \quad (3.6B)$$

Les équations provenant des conditions dites terminales, en t_0 d'une part et en t_f d'autre part sont appelées équations de transversalité :

- A l'origine :

$$\left(-H(t_0) + \frac{\partial q}{\partial t_0}\right)u t_0 + (\lambda(t_0) + \frac{\partial q}{\partial x_0})^T u x_0 = 0 \quad (3.7A)$$

- A l'arrivée :

$$\left(H(t_f) + \frac{\partial q}{\partial t_f}\right)u t_f + (-\lambda(t_f) + \frac{\partial q}{\partial x_f})^T u x_f = 0 \quad (3.7B)$$

- Si aucune contrainte (de type saturation) n'est imposée sur $u(t)$ à l'instant t

On a l'équation de commande : $\frac{\partial H}{\partial u} = 0 \quad (3.8A)$

- Si H n'est pas une fonction explicite du temps, on a : $\frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad (3.8B)$

- Le critère du coût s'écrit alors avec le Hamiltonien:

$$J(x_0, t_0, u) = q(t_f, x(t_f)) + \int_{t_0}^{t_f} [\lambda(x(t), u(t), t) + \lambda^T (f(x, u, t) - \dot{x})] dt \quad (3.9A)$$

$$J(x_0, t_0, u) = q(t_f, x(t_f)) + \int_{t_0}^{t_f} [H(x(t), u(t), t) - \lambda^T \dot{x}] dt$$

$$J(x_0, t_0, u) = [q(x_f, t_f) - \lambda_f^T x_f + \lambda_0^T x_0] + \int_{t_0}^{t_f} [H(x(t), u(t), t) + \lambda^T \dot{x}] dt \quad (3.9B)$$

3.4.2. Utilisation du principe d'optimalité de Bellman :

Le principe d'optimalité de Bellman s'énonce de la façon suivante : « Une stratégie optimale possède la propriété que, quelque soient l'état initial et l'instant initial, les décisions restant à prendre (c'est-à-dire les décisions à prendre à partir de cet état initial et de cet instant initial) doivent aussi constituer une stratégie optimale. »

Il découle de ce principe d'optimalité l'équation de programmation dynamique définie à partir de la notion de fonction de Bellman:

$$V(x, t) = q_f(x(t_f), t_f) + \min_{u(t), t \leq t < t_f} \int_t^{t_f} (\lambda(x(\tau), u(\tau), \tau)) d\tau \quad (3.10)$$

Avec la condition au temps final $V(x_f(t_f), t_f) = q_f(x(t_f), t_f)$

Le principe d'optimalité permet d'écrire :

$$V(x, t) = q_f(x(t_f), t_f) + \int_t^{t+dt} (\chi(x(\tau), u(\tau), \tau)) d\tau + \min_{u(\tau), t+dt \leq \tau < t_f} \int_{t+dt}^{t_f} (\chi(x(\tau), u(\tau), \tau)) d\tau$$

$$V(x, t) = \min_{u(\tau)} \left[V(x(t+dt), t+dt) + \int_t^{t+dt} (\chi(x(\tau), u(\tau), \tau)) d\tau \right] \quad (3.11)$$

Au premier ordre nous avons : $\int_t^{t+dt} (\chi(x(\tau), u(\tau), \tau)) d\tau = \chi(t, x(t), u(t)) + o(dt)$

Un développement au premier ordre de $V(x(t+dt), t+dt)$ autour du point $(x(t), t)$ conduit à :

$$V(x(t+dt), t+dt) = V(x(t), t) + \frac{\partial V(x, t)}{\partial t} dt + \frac{\partial V(x, t)}{\partial x} f(x, u, t) dt + o(dt)$$

En remplaçant dans (3.11) :

$$V(x(t), t) = \min_{u(t)} \left[\chi(x, u, t) dt + \frac{\partial V(x, t)}{\partial t} dt + V(x(t), t) + \frac{\partial V(x, t)}{\partial x} f(x, u, t) dt + o(dt) \right]$$

Par conséquent :

$$-\frac{\partial V(x, t)}{\partial t} = \min_{u(t)} \left[\chi(x, u, t) + \frac{\partial V(x, t)}{\partial x} f(x, u, t) \right] \quad (3.12)$$

Avec la condition au temps final $V(x_f(t_f), t_f) = q_f(x(t_f), t_f)$

Pour un problème affine-quadratique en u :

$$\dot{x} = f(x, u, t) = g(t, x) + h(t, x)u \quad (3.13)$$

$$\chi(x, u, t) = \Delta(x, t) + u^T \Omega(x, t)u \quad \text{Avec} \quad \Omega = \Omega^T > 0$$

La commande optimale u^* peut s'exprimer explicitement en utilisant la condition nécessaire de stationnarité :

$$\nabla_u \left[\chi(x, u^*, t) + \frac{\partial V}{\partial x} f(x, u^*, t) \right] = 0 \quad \text{Où } \nabla \text{ est le gradient.}$$

Cette condition conduit à la forme explicite suivante:

$$u^*(x, t) = -\frac{1}{2} \cdot \Omega^{-1}(x, t) \cdot h^T(x, t) \cdot \frac{\partial V^T(x, t)}{\partial x} \quad (3.14)$$

L'équation d'Hamilton-Jacobi-Bellman peut s'écrire alors sous la forme :

$$-\frac{\partial V^T(x,t)}{\partial t} = \Delta(x,t) - \frac{1}{4} \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} h(x,t) \cdot \Omega^{-1}(x,t) \cdot h^T(x,t) \cdot \frac{\partial V^T(x,t)}{\partial x} + \frac{\partial V(x,t)}{\partial x} \cdot g(x,t) \quad (3.15)$$

Avec la condition au temps final $V(x_f(t_f), t_f) = q_f(x(t_f), t_f)$

3.5. Problématique de l'optimisation de la gestion d'énergie :

La source d'énergie électrique dans un véhicule hybride à pile combustible est constituée de deux parties; la première est la source principale composée de la pile à combustible et ses auxiliaires, la deuxième est la source secondaire constituée par les supercondensateurs, la fluence d'énergie entre le SYSPAC, la SSE et la machine électrique est assurée par deux convertisseurs de puissances DC-DC [01], [04].

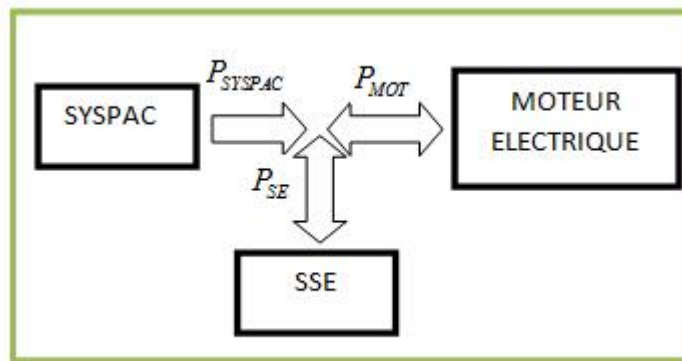


Figure (3.4.1) : Schéma simplifié fluence d'énergie dans un groupe motopropulseur

Notre objectif d'optimisation de la gestion de l'énergie dans l'ensemble (pile à combustible, supercondensateurs et charge) est de minimiser l'énergie électrique fournie par la pile à combustible à la charge durant un cycle de conduite vitesse /temps.

La puissance de la pile P_{SYSPAC} est limitée. Le rôle des supercondensateurs dans le véhicule est de fournir une puissance P_{SC} complémentaire pendant les phases transitoires $P_{SYSPAC} + P_{SC} = P_{MOT}$ (3.16)

Les supercondensateurs interviennent en cas des fortes accélérations (pics), et à la récupération de l'énergie lors de freinage du véhicule. L'état de charge des supercondensateurs doit être ramené à une valeur de référence à la fin de chaque cycle de fonctionnement pour commencer un autre cycle de conduite. Pour pouvoir appliquer la

commande optimale à notre système durant l'intervalle de temps $[t_0, t_f]$ nous définissons :

- *L'équation d'état* : la variable d'état étant la quantité de charge des supercondensateurs,

Q_{SC} , le choix de l'équation d'état est alors celle qui régit son évolution par :

$$\frac{dQ_{SC}}{dt} = -I_{SC} ; \quad x(t) = Q_{SC}(t) \quad (3.17)$$

la quantité de charge des supercondensateurs doit être ramenée à la fin de cycle de fonctionnement à une valeur de référence (condition sur l'état final) :

$$Q_{SC}(t_f) \rightarrow Q_{SC_REF} \quad (3.17A)$$

Le signal de commande $u(t) = I_{SC} \quad (3.18)$

- *Le critère du coût* : le coût à optimiser est l'énergie de la pile donnée par

$$X_{SYSPAC} = \int_{t_0}^{t_f} P_{SYSPAC}(t) dt \quad (3.19)$$

En utilisant (3.16) on a $X_{SYSPAC} = \int_{t_0}^{t_f} (P_{MOT}(t) - P_{SC}(t)) dt \quad (3.20)$

A partir du (2.10) on a

$$P_{SC} = V_{SC} \cdot I_{SC} = (E_{SC} - R_{SC} I_{SC}) \cdot I_{SC} = \frac{Q_{SC}}{C_{SC}} I_{SC} - R_{SC} I_{SC}^2 \quad (3.21)$$

En remplaçant (3.21) dans (3.20) :

$$X_{SYSPAC} = \int_{t_0}^{t_f} (P_{MOT}(t) - \frac{Q_{SC}}{C_{SC}} I_{SC} + R_{SC} I_{SC}^2) dt \quad (3.22)$$

Par conséquent (3.22) c'est le critère du coût à horizon fini à minimiser.

- *Les contraintes instantanées* : la puissance du système PAC P_{SYSPAC} est limitée

$$P_{SYSPAC_MIN} \leq P_{SYSPAC} \leq P_{SYSPAC_MAX} \quad (3.23)$$

Ajoutons à cela que le temps de réponse de la pile est grand par rapport à d'autres sources d'énergies. De ce fait, elle ne supportera pas certaines pentes de puissance de charge (c'est-à-dire les fortes accélérations du véhicule).

$$\frac{dP_{SYSPAC}}{dt} \leq C_{ac} \quad (3.24) \quad \text{Où } C_{ac} \text{ est une constante donnée.}$$

3.6 Application de la commande optimale en vue de la gestion d'énergie :

L'objectif de cette partie est de résoudre le problème de l'optimisation de la gestion de l'énergie dans le système pile à combustible par l'utilisation de la théorie de la commande optimale sans contraintes par les deux méthodes (§3.4.1) principe de minimum de Pontriaguine et (§3.4.2) l'équation d'Hamilton-Jacobi-Bellman. Par la suite, nous Adopterons la deuxième méthode au cas où le système PAC est sous contraintes.

3.6.1 Technique fondée sur principe de minimum de Pontriaguine:

Notre objectif est de trouver la trajectoire du courant de référence I_{SC}^* des supercondensateurs qui minimisera l'énergie fournie par la pile à combustible en fonction de la quantité de charge des supercondensateurs.

Posons :

$$\left\{ \begin{array}{l} x(t) = Q_{SC} \\ u(t) = I_{SC} \\ x_{REF} = Q_{SC_REF} \\ \} (t_f) = 2[x(t_f) - x_{ref}] \\ \chi(x, u, t) = P_{MOT} - \frac{Q_{SC}}{C_{SC}} I_{SC} + R_{SC} I_{SC}^2 \\ w(t) = P_{MOT}(t) \end{array} \right. \quad (3.25)$$

$$\text{Le Hamiltonien est exprimé par } H(x, u, t) = w(t) - \frac{1}{C_{SC}} xu + R_{SC} u^2 - \lambda u \quad (3.25A)$$

Maintenant on va résoudre les équations différentielles suivantes :

$$\dot{x} = -u \quad (3.26)$$

$$\dot{\lambda} = \frac{1}{C_{SC}} u \quad (3.27)$$

$$-\frac{1}{C_{SC}} x + 2R_{SC} u - \lambda = 0 \quad (3.28)$$

$$\lambda(t_f) = 2[x(t_f) - x_{REF}] \quad (3.29)$$

Avec $t_0 \leq t \leq t_f$

$$\text{En dérivant (3.28) on obtient } -\frac{1}{C_{SC}} \dot{x} + 2R_{SC} \dot{u} - \dot{\lambda} = 0$$

En remplaçant (3.26) et (3.27) dans l'expression ci-dessus: $2R_{SC} \dot{u} = 0$ c.à.d. $u(t) = k$

Où k est une constante à déterminer.

La résolution de (3-26) en tenant compte que $u(t) = k$ donne : $x(t) = -k(t - t_0) + x_0$

Avec $x(t_0) = x_0 = Q_{SC}(t_0)$

En remplaçant $u(t) = k$ et $x(t) = -k(t - t_0) + x_0$ dans (3.28) on obtient

$$\dot{x}(t) = \frac{k}{C_{SC}}(t - t_0) - \frac{1}{C_{SC}}x_0 + 2R_{SC}k \quad (3.30)$$

$$2\left[x(t_f) - x_{REF}\right] = \frac{k}{C_{SC}}(t_f - t_0) - \frac{1}{C_{SC}}x_0 + 2R_{SC}k$$

$$2\left[-k(t_f - t_0) + x_0 - x_{REF}\right] = \frac{k}{C_{SC}}(t_f - t_0) - \frac{1}{C_{SC}}x_0 + 2R_{SC}k$$

Par conséquent l'expression de k est donnée par

$$k = \frac{-2x_{REF}C_{SC} + (2C_{SC} + 1)x_0}{-(2C_{SC} + 1)(t_0 - t_f) + 2R_{SC}C_{SC}}$$

Enfin, la trajectoire du courant de référence I_{SC}^* des supercondensateurs est donnée par :

$$I_{SC}^* = \frac{-2Q_{SC_REF}C_{SC} + (2C_{SC} + 1)Q_{SC}(t_0)}{-(2C_{SC} + 1)(t_0 - t_f) + 2R_{SC}C_{SC}} \quad (3.31)$$

N.B. : Nous remarquons que ce courant dépend de la quantité de charge des supercondensateurs à l'instant t_0 .

3.6.2 Utilisation de l'équation d'Hamilton-Jacobi-Bellman

L'objectif est toujours de trouver la trajectoire du courant de référence I_{SC}^* des supercondensateurs qui minimisera l'énergie fournie par la pile à combustible en fonction de la quantité de charge des supercondensateurs [03].

$$x(t) = Q_{SC} \quad (3.32A)$$

$$u(t) = I_{SC} - \frac{Q_{SC}}{2R_{SC}C_{SC}} \quad (3.32B)$$

$$x_{REF} = Q_{SC_REF} \quad (3.32C)$$

$$q_f(x(t_f), t_f) = \left[x(t_f) - x_{REF}\right]^2 \quad (3.32D)$$

$$\chi(x, u, t) = P_{MOT} - \frac{Q_{SC}}{C_{SC}}I_{SC} + R_{SC}I_{SC}^2 \quad (3.32E)$$

$$w(t) = P_{MOT}(t) \quad (3.32F)$$

Le problème de la gestion de l'énergie peut être formalisé de la façon suivante:

$$\dot{x} = -u - \frac{1}{2R_{SC}C_{SC}}x$$

$$\chi(x, u, t) = w(t) - \frac{1}{4R_{SC}C_{SC}^2}x^2 + R_{SC}u^2 \quad (3.33)$$

Avec $t_0 \leq t \leq t_f$

Selon (3.15), l'équation d'Hamilton-Jacobi-Bellman est écrite sous la forme :

$$-\frac{\partial V(x, t)}{\partial t} = w(t) - \frac{1}{4R_{SC}C_{SC}^2}x^2 - \frac{1}{4R_{SC}} \left[\frac{\partial V(x, t)}{\partial x} \right]^2 - \frac{x}{2R_{SC}C_{SC}} \frac{\partial V(x, t)}{\partial x} \quad (3.34)$$

Avec :

$$V(x, t) = \left[x(t_f) - x_{REF} \right]^2 + \min_{u(\ddagger), t \leq \ddagger < t_f} \int_{t_0}^{t_f} (\chi(x(\ddagger), u(\ddagger), \ddagger)) d\ddagger$$

$$V(x_f(t_f), t_f) = \left[x(t_f) - x_{REF} \right]^2$$

Pour résoudre l'équation aux dérivées partielles (3.34), on cherche une solution sous la forme :

$$V_a(x, t) = a_0(t) + a_1(t)x + a_2(t)x^2$$

$$-\frac{\partial V_a(x, t)}{\partial t} = w(t) - \frac{1}{4R_{SC}C_{SC}^2}x^2 - \frac{1}{4R_{SC}} \left[\frac{\partial V_a(x, t)}{\partial x} \right]^2 - \frac{x}{2R_{SC}C_{SC}} \frac{\partial V_a(x, t)}{\partial x} \quad (3.35)$$

$$V_a(x_f(t_f), t_f) = \left[x(t_f) - x_{REF} \right]^2$$

Nous avons la dérivée de $V_a(x, t)$ par rapport au temps t, qui est donnée par :

$$\frac{\partial V_a(x, t)}{\partial t} = \dot{a}_0(t) + \dot{a}_1(t)x + \dot{a}_2(t)x^2 \quad (3.36)$$

$$\frac{\partial V_a(x, t)}{\partial x} = a_1(t) + 2a_2(t)x \Rightarrow \left[\frac{\partial V_a(x, t)}{\partial x} \right]^2 = a_1^2(t) + 4a_2^2(t)x^2 + 4a_1(t)a_2(t)x \quad (3.37)$$

En remplaçant les équations (3-36), (3-37) et dans (3-35) et par identification des Coefficients des deux polynômes, on obtient :

$$\dot{a}_0(t) = -w(t) + \frac{1}{4R_{SC}} a_1^2(t) \quad (3.38A)$$

$$\dot{a}_1(t) = \frac{1}{2R_{SC}C_{SC}} a_1(t) + \frac{1}{R_{SC}} a_2(t) \quad (3.38B)$$

$$\dot{a}_2(t) = \frac{1}{4R_{SC}C_{SC}^2} + \frac{1}{R_{SC}C_{SC}} a_2(t) + \frac{1}{R_{SC}} a_2^2(t) \quad (3.38C)$$

Pour résoudre le système d'équations différentielles il faut tout d'abord résoudre l'équation différentielle dite de « Riccati » donnée par (3.38C). La solution est exprimée par :

$$a_2(t) = \frac{R_{SC}}{-t + K_2 R_{SC}} - \frac{1}{2C_{SC}} \quad (3.39A)$$

La solution de (3.38C) étant donnée, nous procédons à la solution de (3.38B), elle est exprimée par :

$$a_1(t) = \frac{K_1}{-t + K_2 R_{SC}} \quad (3.39B)$$

Et pour finir nous aboutirons au résultat par la résolution de (3-38A) qui conduit à l'expressionsuivante :

$$a_0(t) = \frac{K_1^2}{4R_{SC}(-t + K_2 R_{SC})} + K_0 - \int_{t_0}^{t_f} w(t') dt' \quad (3.39C)$$

Où K_0 K_1 K_2 sont des constantes à déterminer à partir des conditions de l'état final

En effet :

$$a_0(t_f) + a_1(t_f)x_f + a_2(t_f)x_f^2 = [x(t_f) - x_{REF}]^2$$

Par identification des coefficients des deux polynômes nous obtenons :

$$a_0(t_f) = x_{REF}^2 \quad a_1(t_f) = -2x_{REF} \quad a_2(t_f) = 1$$

Ainsi les expressions de K_0 K_1 K_2 sont données par :

$$K_0 = \frac{1}{2C_{SC} + 1} x_{REF}^2 + \int_{t_0}^{t_f} w(t') dt' \quad (3.40A)$$

$$K_1 = -4 \frac{R_{SC} C_{SC}}{2C_{SC} + 1} x_{REF} \quad (3.40B)$$

$$K_2 = \frac{2C_{SC}}{2C_{SC} + 1} + \frac{t_f}{R_{SC}} \quad (3.40C)$$

D'où le coût minimal est exprimé par :

$$V_a(x, t) = \int_{t_0}^{t_f} w(t) dt + x_{REF}^2 \frac{(-t + t_f) + 2R_{SC} C_{SC}}{(-t + t_f)(2C_{SC} + 1) + 2R_{SC} C_{SC}} x^2 - \left[\frac{2R_{SC} C_{SC} x_{REF} (2C_{SC} + 1)}{2R_{SC} C_{SC} + (-t + t_f)(2C_{SC} + 1)} - \frac{1}{2C_{SC}} \right]$$

$$V_a(x, t) = \int_{t_0}^{t_f} w(t) dt + x_{REF}^2 \frac{(-t + t_f) + 2R_{SC} C_{SC}}{(-t + t_f)(2C_{SC} + 1) + 2R_{SC} C_{SC}} - \left[\frac{4R_{SC} C_{SC} x_{REF}}{2R_{SC} C_{SC} + (-t + t_f)(2C_{SC} + 1)} \right] x$$

$$+ \left[\frac{R_{SC} (2C_{SC} + 1)}{2R_{SC} C_{SC} + (-t + t_f)(2C_{SC} + 1)} - \frac{1}{2C_{SC}} \right] x^2 \quad (3.41)$$

La commande optimale est donnée par :

$$u^*(x, t) = -\frac{1}{2R_{SC}} \frac{\partial V_a(x, t)}{\partial x} = \left[\frac{-2x_{REF} C_{SC} + (2C_{SC} + 1)x}{2R_{SC} C_{SC} + (-t + t_f)(2C_{SC} + 1)} - \frac{x}{2R_{SC} C_{SC}} \right] \quad (3.42)$$

$$\text{Or } I_{SC}^* = u^*(x, t) + \frac{x}{2R_{SC} C_{SC}}$$

Finalement, la trajectoire du courant de référence I_{SC}^* des supercondensateurs qui minimise l'énergie fournie par la pile est exprimée par :

$$I_{SC}^* = \frac{-2Q_{SC_REF} C_{SC} + (2C_{SC} + 1)Q_{SC}(t)}{-(2C_{SC} + 1)(t - t_f) + 2R_{SC} C_{SC}} \quad (3.43) \quad \text{Avec } t \leq t_f$$

Nous remarquons que l'équation (3.43) est similaire à l'équation (3.31) où $(t_0, Q_{SC}(t_0))$ dans (3.31) substituées par $(t, Q_{SC}(t))$. Ceci est conforme au principe d'optimalité de Bellman. Par la suite nous adopterons la commande optimale donnée par l'équation (3.43) qui représente une commande optimale quelle que soit la valeur de la quantité de charge de supercondensateurs $(t, Q_{SC}(t))$ du système. Pour $(t = t_f)$ la commande optimale fournie par l'équation (3.43) s'annule, ce qui donne :

$$Q_{SC}(t_f) = \frac{2C_{SC}}{2C_{SC} + 1} Q_{SC_REF} \quad (3.44)$$

Donc, nous déduisons pour des grandes valeur de C_{SC} dans l'équation (3.44) on retrouve l'équation (3.17A).

La tension aux bornes du module des supercondensateurs à $(t = t_f)$ est exprimée par :

$$U_{SC}(t_f) = \frac{2}{2C_{SC} + 1} Q_{SC_REF} \quad (3.45)$$

3.6.3 Critère déduit des contraintes sur la puissance de la pile :

Dans la pratique, les variables d'état et les commandes d'un système sont soumises à des contraintes physiques. Pour notre problème, la puissance P_{SYSPAC} du système pile est limitée [07].

$$P_{SYSPAC}^{MIN} \leq P_{SYSPAC} \leq P_{SYSPAC}^{MAX}$$

En exprimant la puissance de la pile en fonction de la quantité de charge des supercondensateurs dans (3-23), on obtient :

$$\text{On a } P_{SYSPAC} = P_{MOT}(t) - \frac{Q_{SC}}{C_{SC}} I_{SC} + R_{SC} I_{SC}^2$$

$$P_{SYSPAC}^{MIN} \leq P_{MOT}(t) - \frac{Q_{SC}}{C_{SC}} I_{SC} + R_{SC} I_{SC}^2 \leq P_{SYSPAC}^{MAX} \quad (3.46)$$

La puissance optimale du système PAC est donnée par :

$$P_{SYSPAC}^* = P_{MOT} - \frac{Q_{SC}}{C_{SC}} I_{SC}^* + R_{SC} I_{SC}^{*2} \quad (3.47)$$

C'est une équation de deuxième ordre, et pour résoudre cette équation on distingue 03 cas :

- Lorsque $P_{SYSPAC}^{MIN} \leq P_{SYSPAC}^* \leq P_{SYSPAC}^{MAX}$ on a déjà calculé I_{SC}^* dans (3.43).
- Lorsque $P_{SYSPAC}^* \leq P_{SYSPAC}^{MIN}$ dans ce cas $P_{SYSPAC}^* = P_{SYSPAC}^{MIN}$ la solution de (3.47) est donnée par :

$$I_{SC}^* = \frac{\left(\frac{Q_{SC}}{C_{SC}} \right) - \left[\left(\frac{Q_{SC}}{C_{SC}} \right)^2 - 4(P_{MOT} - P_{SYSPAC}^{MIN})R_{SC} \right]^{\frac{1}{2}}}{2R_{SC}} \quad (3.48)$$

- Lorsque $P_{SYSPAC}^* \geq P_{SYSPAC}^{MAX}$ dans ce cas $P_{SYSPAC}^* = P_{SYSPAC}^{MAX}$ de la même manière on obtient à partir de (3.48) :

$$I_{SC}^* = \frac{\left(\frac{Q_{SC}}{C_{SC}}\right) - \left[\left(\frac{Q_{SC}}{C_{SC}}\right)^2 - 4(P_{MOT} - P_{SYSPAC}^{MAX})R_{SC}\right]^{\frac{1}{2}}}{2R_{SC}} \quad (3.49)$$

En résumé, le courant de référence que les supercondensateurs doivent fournir à la charge pour minimiser l'énergie fournie par le système pile en tenant en compte des contraintes sur la puissance du système PAC, est donné par :

$$I_{SC}^* = \begin{cases} \frac{\left(\frac{Q_{SC}}{C_{SC}}\right) - \left[\left(\frac{Q_{SC}}{C_{SC}}\right)^2 - 4(P_{MOT} - P_{SYSPAC}^{MIN})R_{SC}\right]^{\frac{1}{2}}}{2R_{SC}} & \text{si } P_{PAC} < P_{PAC}^{MIN} \\ \frac{-2Q_{SC_REF}C_{SC} + (2C_{SC} + 1)Q_{SC}(t)}{-(2C_{SC} + 1)(t - t_f) + 2R_{SC}C_{SC}} & \text{si } P_{PAC}^{MIN} \leq P_{PAC} \leq P_{PAC}^{MAX} \\ \frac{\left(\frac{Q_{SC}}{C_{SC}}\right) - \left[\left(\frac{Q_{SC}}{C_{SC}}\right)^2 - 4(P_{MOT} - P_{SYSPAC}^{MAX})R_{SC}\right]^{\frac{1}{2}}}{2R_{SC}} & \text{si } P_{PAC} > P_{PAC}^{MAX} \end{cases} \quad (3.50)$$

3.7. Conclusion :

La commande optimale sous contraintes constitue une technique efficace pour la gestion de l'énergie dans le véhicule à pile à combustible. Elle permet d'établir une gestion optimale de l'énergie provenant de la pile à combustible en tenant compte des contraintes subies par celle-ci.

Dans le chapitre suivant nous allons montrer comment cette commande optimale pourra être associée à la commande mode de glissement afin de permettre aux convertisseurs DC-DC de forcer le système (pile à combustible-supercondensateurs) à suivre les trajectoires de référence fournies par la commande optimale.

Chapitre IV

Commande des convertisseurs de puissance

DC-DC approche basée

sur le mode glissant

4.1 Introduction :

L'électronique de puissance est une partie du génie électrique qui traite la conversion statique de l'énergie électrique d'une forme en une autre forme, adaptée au besoin de l'utilisateur. L'élément clé de cette conversion statique est l'interrupteur. En effet, celui-ci utilisé en commutation, c'est-à-dire en fonctionnement tout ou rien, est l'organe de commande des convertisseurs statiques. Ceux-ci comportent donc des circuits électriques à changement de structure par commutation d'interrupteurs. Il est donc souhaitable d'appliquer à ces convertisseurs électriques des lois de commande qui s'adaptent mieux au fonctionnement discontinu de ces systèmes. En particulier, la technique des modes glissants associés aux systèmes à structure variable, permet d'obtenir des lois de commande performantes et robustes.

Ce chapitre est dédié à la commande par mode de glissement des convertisseurs DC-DC utilisés dans le véhicule à pile à combustible considéré. Il s'agit du convertisseur Boost et du convertisseur Buck-Boost. La première partie de ce chapitre présente les principes de fonctionnement du mode de glissement, sa robustesse et son utilisation pour les systèmes à structures variables pour commander les deux convertisseurs : Boost et Buck-Boost connectés en parallèle afin de tester la faisabilité du transfert de l'énergie électrique à la charge sans chevauchement. La deuxième partie de ce chapitre traite l'association de la commande par mode de glissement à la commande optimale pour réguler la tension du bus continu à $U_{BUS} = 400V$ et pour imposer la trajectoire de référence du courant que doit fournir le module de supercondensateurs embarqué dans le véhicule.

4.2 Commande des convertisseurs DC-DC par mode de glissement

L'adaptation des niveaux de tension et de courant des éléments de l'énergie électrique (pile à combustible et supercondensateurs) par rapport à un bus continu nécessite un convertisseur DC-DC. Dans le véhicule électrique à pile à combustible étudié, les convertisseurs DC-DC employés fonctionnent en mode élévateur de tension (Boost) quand les sources fournissent de l'énergie. Parmi les commandes appliquées à un tel convertisseur, on trouve :

- La commande par retour d'état [08]. C'est une commande robuste non linéaire basée sur la boucle de courant standard [09].
- La commande par hystérésis programmé [10]. La fréquence du signal de cette commande est constante.
- La commande par mode de glissement [11], [12]. est une commande robuste et rapide et qui est appropriée aux convertisseurs statiques.

Le comportement dynamique de ce convertisseur est décrit par un modèle non linéaire. Il nécessite donc une commande robuste et rapide en régime transitoire. Cette commande doit être adaptée aux systèmes à structure variable. Par ailleurs, elle doit être insensible et stable à la variation de courant de charge. Les caractéristiques attendues de la commande peuvent être réalisées par une synthèse fondée sur la technique du mode de glissement.

4.3 Généralités sur la commande par mode de glissement :

La technique de la commande par mode de glissement a été développée pour la première fois en Union Soviétique durant les années 1950. Depuis, de nombreux travaux ont été consacrés à ce mode de commande.. Il est à noter que le réglage par mode de glissement est un mode de fonctionnement particulier des systèmes de réglage à structure variable. Il est parfaitement adapté aux systèmes d'électronique de puissance. En effet, les convertisseurs DC-DC statiques sont formés par des composants électroniques de puissance (transistors MOS ou IGBT) qui fonctionnent en mode bloqué ou saturé (passant), ce qui leur impose un comportement discontinu. Ainsi, pour commander ce type de système ne relevant pas des théories classiques comme celle des systèmes linéaires, l'approche par mode de glissement est tout à fait adaptée [15], [19].

Un modèle mathématique constitue souvent une description approchée de la réalité physique, et la loi de commande ne pourrait être construite que sur ce dernier. Ainsi la commande choisie devra être robuste dans le sens où elle devra garantir une faible sensibilité aux erreurs et aux incertitudes sur les paramètres, à leurs variations et aux perturbations.

Notre choix s'est porté sur la commande par modes de glissement qui n'est autre qu'un cas particulier de la théorie des systèmes à structure variable et multifonctions. Basée essentiellement sur la résolution des équations différentielles à second membre discontinu.

4.3.1 Formulation de la commande par mode de glissement :

La commande par mode de glissement est une commande robuste, appropriée aux systèmes à structure variable (convertisseur statique,...). Elle permet aux variables d'état x d'un système de suivre une trajectoire désirée. Grâce à un paramètre que l'on appelle surface de glissement $\dot{T}(x,t)$ qui est exprimée en fonction des variables d'état et leurs valeurs à l'équilibre, selon son signe, la commande de système u commute entre deux valeurs u_{\max} et u_{\min} [15].

La commande du système s'écrit donc :

$$u(t) = \begin{cases} u_{\max} & \text{quand } \dagger(x,t) > 0 \\ u_{\min} & \text{quand } \dagger(x,t) < 0 \end{cases} = \frac{u_{\max} + u_{\min}}{2} + \frac{u_{\max} - u_{\min}}{2} \text{Sign}[\dagger(x,t)] \quad (4.1)$$

Où u_{\max} et $u_{\min} \in \Omega \subset \mathbb{R}$

Considérons le système non linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u, t) \\ y = l(x) \end{cases} \quad (4.2A)$$

Où

$$x(t_0) = x_0$$

$\dagger(x,t) = 0$ Est l'hyper-surface.

$x \in \mathbb{R}^n$ Représente le vecteur (de dimension n) d'état du système.

$u \in \mathbb{R}^m$ Vecteur de commande (m est sa dimension).

Le système variable (4.2A) avec la loi de commande (4.12) peut se ramener à l'écriture suivante :

$$\dot{x} = f(x, u, t) = \begin{cases} f^+(x, u, t) & \text{si } \dagger(x,t) \geq 0 \\ f^-(x, u, t) & \text{si } \dagger(x,t) \leq 0 \end{cases} \quad (4.2B)$$

$f^+, f^- \in \mathbb{R}^n$ Représentent deux vecteurs champs de dimension (n).

\dagger Est une surface dans \mathbb{R}^n . Elle divise l'espace en deux parties disjointes à savoir

$$\dagger(x,t) > 0 \quad \text{et} \quad \dagger(x,t) < 0$$

On notera par E^+ , et E^- Respectivement Les deux parties de l'espace.

Les vecteurs f^+, f^- peuvent avoir différents comportements par rapport à la surface de discontinuité $\dagger(x,t) = 0$.

- Les vecteurs f^+, f^- traversent la surface de E^+ , vers E^- ou de E^- , vers E^+ .
- Les vecteurs f^+, f^- sont pointés chacun vers la surface $\dagger(x,t) = 0$ et on dit alors que la surface est attractive.

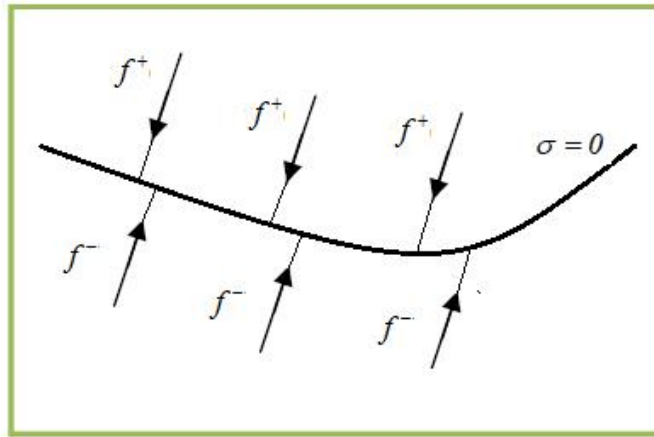


Figure (4.3.1.1.1) : Schéma Surface de commutation attractive

On peut distinguer deux configurations de base pour les systèmes à structure variable. Une configuration permettant un changement de la structure par commutation entre deux retours d'état différent.

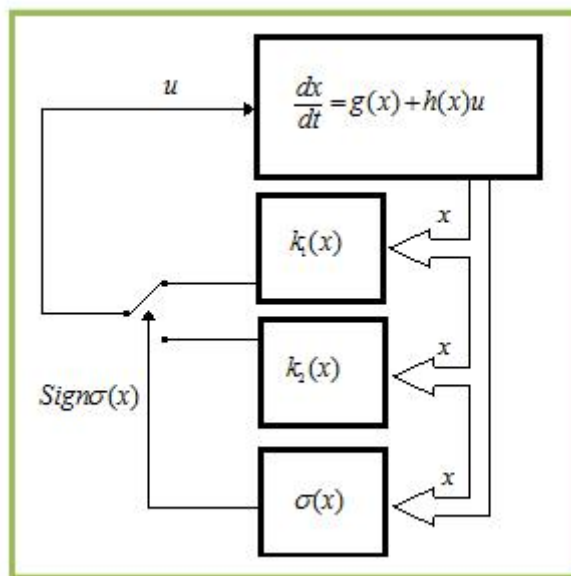


Figure (4.3.1.1.2) : Configuration par changement de retour d'état

Suivant que $\dagger(x,t)$ est positif ou négatif, la commande $u(t)$ est donnée par $u(t) = k_1(x)$ si $\dagger(x,t) > 0$ et $u(t) = k_2(x)$ si $\dagger(x,t) < 0$. En mode de glissement, le système évolue sur la surface de glissement, définie par $\dagger(x,t) = 0$.

Une autre configuration permet la variation de la structure du système par simple commutation d'interrupteurs Figure (4.3.1.1.3). Ce qui est le cas pour les convertisseurs électriques.

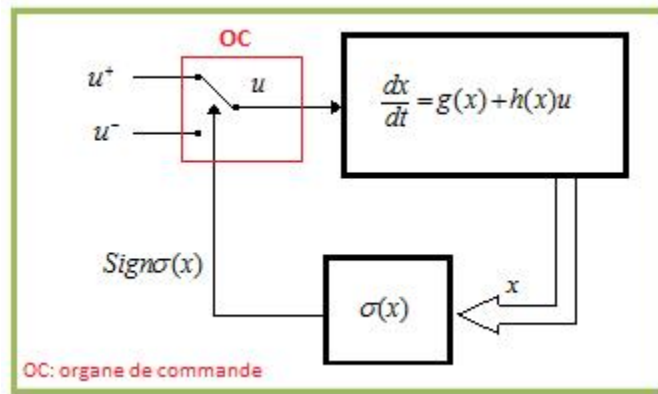


Figure (4.3.1.1.3) : Configuration en changeant la structure par commutation d'interrupteurs

Seule l'information sur le signe de la fonction $\sigma(x, t)$ suffit pour décider de l'ouverture ou de la fermeture de l'interrupteur pilotant le convertisseur. Dans ce cas de configuration, la logique de commutation est donnée par (4.1).

Ce cas nécessite que l'organe de commande (OC) doive être conçu de telle manière que la grandeur de commande (u) ne prenne que les deux valeurs extrêmes constantes u_{\max} ou u_{\min} . La commutation entre les deux valeurs est imposée par la loi de commutation selon la stratégie (4.1).

4.3.1.1 Existence du mode de glissement :

Une surface $\sigma(x, t) = 0$ est invariante si toute trajectoire débutant dans cette surface ou atteignant cette surface, ne peut en sortir et évolue donc sur cette surface.

Si l'état du système est de côté E^+ de l'espace d'état, il rejoindra forcément la surface $\sigma(x, t) = 0$. S'il dépasse de l'autre côté E^- , il se ramènera vers $\sigma(x, t) = 0$, cette surface $\sigma(x, t) = 0$ est donc appelée surface glissante et le mouvement sur cette surface est un mode glissant dont l'équation détermine la dynamique désirée du système.

Le système (4.2) est dit à structure variable. En fait, il s'agit d'un système défini par la commutation entre deux structures et qui est fonction du temps. Il fonctionne en mode de glissement si les variables d'état se déplacent sur la surface de glissement $\sigma(x, t) = 0$.

Une surface de discontinuité $\sigma(x, t) = 0$, suivant que l'état du système est sur E^+ ou sur E^- il atteint la surface respectivement avec les vecteurs de vitesses f^+, f^- .

L'équation du mouvement est alors donnée par les solutions des équations différentielles à second membre discontinu :

$$\dot{x} = \begin{cases} f^+(x, t) & \text{si } x \in E^+ \\ f^-(x, t) & \text{si } x \in E^- \end{cases} \quad (4.2C)$$

Le second membre discontinu engendrera l'apparition des fortes oscillations autour de la surface (phénomène « chattering »). qui constituent l'inconvénient de la commande par mode de glissement.

Le chattering peut provoquer une détérioration anticipée de l'organe de commande ou exciter des dynamiques hautes fréquences non considérées dans la modélisation du système.

Afin de limiter ce phénomène, une approche consiste à remplacer la fonction signe par une fonction plus lisse.

En fait on a de (4.1) :

$$u(t) = \frac{u_{\max} + u_{\min}}{2} + \frac{u_{\max} - u_{\min}}{2} \text{Sign}[\dagger(x, t)]$$

Sera remplacer par exemple $u(t) = \frac{u_{\max} + u_{\min}}{2} + \frac{u_{\max} - u_{\min}}{2} \text{sat}[\dagger(x, t)]$

$$\text{Où } \text{sat}[\dagger(x, t)] = \begin{cases} -1 & \dagger(x, t) < -1 \\ \dagger(x, t) & |\dagger(x, t)| \leq 1 \\ +1 & \dagger(x, t) > +1 \end{cases} = \begin{cases} \text{sign}[\dagger(x, t)] & \text{si } |\dagger(x, t)| > 1 \\ \dagger(x, t) & \text{si } |\dagger(x, t)| \leq 1 \end{cases}$$

Est la fonction saturation.

Du point de vue de la synthèse de commande, on procède généralement au choix de la surface de commutation $\dagger(x, t) = 0$ en fixant le plus souvent la dynamique de glissement, puis on en déduit une commande discontinue $u(t)$ qui rend cette surface attractive et assure ainsi l'apparition du mode de glissement.

Soient $\mathcal{S}_{\dagger > 0}$ et $\mathcal{S}_{\dagger < 0}$ les domaines d'attractivité pour $\dagger > 0$ et $\dagger < 0$ définis par [16] :

$$\mathcal{S}_{\dagger > 0} = \{x / \dagger > 0 \text{ et } \dot{\dagger} < 0\} \text{ et } \mathcal{S}_{\dagger < 0} = \{x / \dagger < 0 \text{ et } \dot{\dagger} > 0\}$$

Le domaine de glissement D_{gl} est défini par :

$$D_{gl} = \{x / \dagger = 0 \text{ et } x \in \mathcal{S}_{\dagger < 0} \cap \mathcal{S}_{\dagger > 0}\}$$

Considérons la fonction de Lyapunov : $V_{Lyapunov} = \dagger^2 \quad (4.3)$

Selon [15], pour que la surface $\dagger = 0$ soit attractive, il suffit que la dérivée par rapport au temps de $V_{Lyapunov}$ soit négative pour tout x appartient à un voisinage de D_{gl} . De cela découle la condition décrite dans l'équation (4.4).

$$\frac{dV}{dt} < 0 \Rightarrow \dot{V} = \dot{V} < 0 \quad (4.4)$$

4.3.1.1.1 Le Point d'équilibre (point de fonctionnement):

Un vecteur $\begin{bmatrix} x_e & u_e \end{bmatrix}$ est un point d'équilibre si: $f(x_e, u_e, t) = 0$

Si $\begin{bmatrix} x_e & u_e \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$, il peut être ramené à $\begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$ par un changement de variable:

$$x \leftarrow x - x_e \quad u \leftarrow u - u_e$$

4.3.1.1.2 Stabilité locale simple et asymptotique :

L'état d'équilibre $\begin{bmatrix} x_e & u_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$ du système continu et non-linéaire (4.2) est:

- Stable, si pour tout $\epsilon > 0$, il existe un $r = r(\epsilon)$, tel que:

$$\|x(0)\| < r \Rightarrow \|x(t)\| < \epsilon \quad \forall t > 0$$

- Instable si non-stable;

L'état d'équilibre $\begin{bmatrix} x_e & u_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$ du système continu et non-linéaire (4.2) est:

- Asymptotiquement stable, s'il est stable et si r peut être choisi tel que:

$$\|x(0)\| < r \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$$

- Marginalement stable, s'il est stable sans être asymptotiquement stable.

4.3.1.1.3 Stabilité asymptotique globale :

Si le système est asymptotiquement stable quel que soit la condition initiale $x(0)$ alors le point d'équilibre est globalement asymptotiquement stable.

4.3.1.1.4 Fonction de Lyapunov :

Supposons que l'on puisse définir une mesure de l'énergie dans le système (4.2):

par exemple: $V(x, t) = \|x\|^2 = (x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2)$

Tel que: $V(x_e, t) = 0, \quad \forall t \geq t_0 \quad \text{et} \quad V(x, t) > 0, x \neq x_e \quad \forall t$

$V(x, t)$ Augmente doucement tandis que x augmente (pour un t donné).

L'énergie ne s'accroît pas le long de toute trajectoire, donc: $\frac{dV}{dt}(x(t), t) \leq 0, \quad \forall t \geq t_0$

4.3.1.1.5 Stabilité de Lyapunov, méthode directe :

- *Stabilité locale* : L'état d'équilibre $x_e = 0$ est stable si il existe une fonction continuellement dérivable $V(x)$ telle que:

$$\begin{aligned} V(0) &= 0 \\ V(x) &> 0, \forall x \neq 0; \quad x \in \Omega \subset \mathbb{R}^n \\ \dot{V}(x) &\leq 0, \forall x \neq 0; \end{aligned}$$

- *Stabilité locale et asymptotique* : Si la dernière condition était plutôt, $\dot{V}(x) < 0$ alors l'état d'équilibre est asymptotiquement stable.
- *Stabilité globale* : L'état d'équilibre $x_e = 0$ est globalement asymptotiquement stable si il existe une fonction continuellement dérivable $V(x)$ telle que:

$$\begin{aligned} V(0) &= 0 \\ V(x) &> 0, \forall x \neq 0; \\ \dot{V}(x) &< 0, \forall x \neq 0; \\ \dot{V}(x) &\rightarrow -\infty, \text{ quand } \|x\| \rightarrow \infty. \end{aligned}$$

4.3.1.2 Commande équivalente (méthode proposée par Utkin):

La méthode proposée par Utkin, consiste à admettre qu'en mode de glissement, tout se passe comme si le système était piloté par une commande u^{EQ} , dite commande équivalente qui permet de maintenir l'état du système sur la surface de discontinuité $\sigma = 0$.

Étant donnée la forme de la surface de glissement σ qui permet de commander un système donné, la commande équivalente notée u^{EQ} est définie comme étant la commande qui rend la surface de commutations invariante dans le temps $\sigma = 0$ [15].

Considérons maintenant une classe particulière de système, *i.e.* les systèmes linéaires vis-à-vis de la commande. Leur évolution est décrite par l'équation différentielle suivante :

$$\dot{x} = f(x, u, t) = g(x, t) + u \cdot h(x, t) \quad (4.5)$$

La condition d'invariance est exprimée par :

$$\begin{cases} \dot{\sigma} = 0 \\ \sigma = 0 \end{cases} \quad (4.6)$$

$$d\ddagger(x,t) = \frac{\partial \ddagger}{\partial x} dx + \frac{\partial \ddagger}{\partial t} dt \Rightarrow \frac{d\ddagger}{dt} = \frac{\partial \ddagger}{\partial x} \dot{x} + \frac{\partial \ddagger}{\partial t}$$

$$\ddagger = \frac{\partial \ddagger}{\partial x} [g(x,t) + u^{EQ} \cdot h(x,t)] + \frac{\partial \ddagger}{\partial t} = 0$$

Mais on a $\frac{\partial \ddagger}{\partial t} = 0$ et $\nabla \ddagger = \text{grad}(\ddagger) = \frac{\partial \ddagger}{\partial x}$

Il y en résulte : la commande équivalente u^{EQ} est donnée explicitement par [15] :

$$u^{EQ}(t) = - \frac{\langle \nabla \ddagger(x) \quad g(x,t) \rangle}{\langle \nabla \ddagger(x) \quad h(x,t) \rangle} \quad (4.7) \quad \text{Où} \quad \nabla \text{ est l'opérateur gradient} \\ \langle \rangle \text{ est le produit scalaire}$$

Les composantes du vecteur u^{EQ} sont alors définies comme les valeurs moyennes des composantes du vecteur de commande u qui maintiennent l'état du système sur la surface de commutation \ddagger .

Les conditions d'existence d'un régime de fonctionnement « mode glissant » [15] :

$$u_{\min} < u^{EQ} < u_{\max}, \quad \ddagger \cdot \frac{d\ddagger}{dt} < 0 \quad \text{et} \quad \det \langle \nabla \ddagger(x) \quad h(x,t) \rangle \neq 0 \quad (4.8)$$

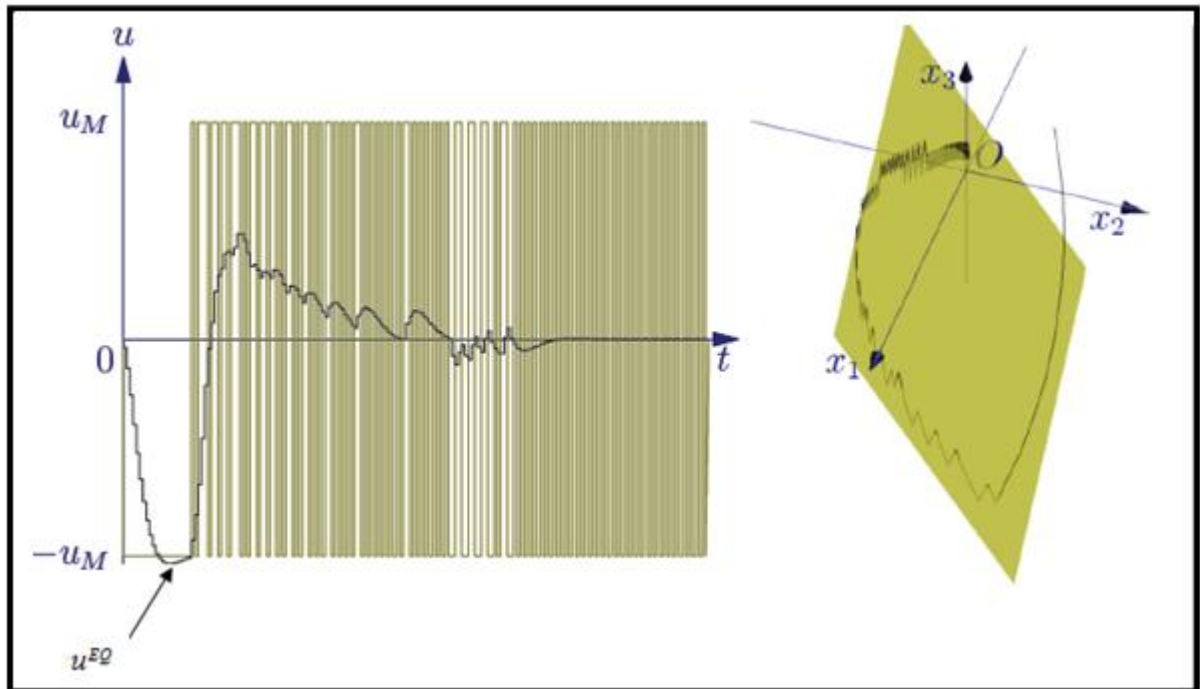


Figure (4.3.1.2.1) : Schéma À gauche : Commande, commande équivalente. À droite : trajectoire Dans l'espace d'état et surface de glissement

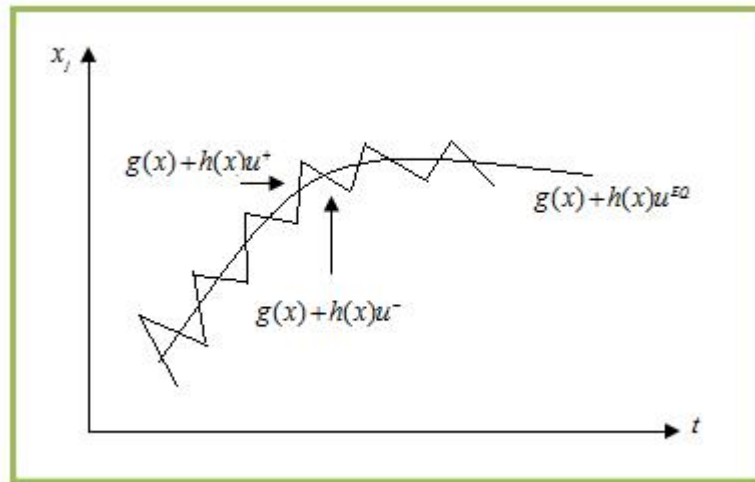


Figure (4.3.1.2.2) : Mode glissant et commande équivalente

4.3.1.3 Linéarisation étendue :

La linéarisation d'un système pour l'écrire sous une forme canonique [11] permet d'établir l'expression de la surface de glissement qui le stabilise.

Considérons le cas d'un système linéaire vis-à-vis la commande et qui est perturbé de la façon suivante [11] :

$$\dot{x} = g(x) + h(x)u + \tilde{S} \quad (4.9)$$

Où $\tilde{S} \in \mathbb{R}^n$ est la perturbation affectant le système.

Nous supposons que le système (4.9) admet des points d'équilibre x_e et u_e qui sont solution de l'équation :

$$\dot{x}_e = g(x_e) + h(x_e)u_e + \tilde{S} = 0 \quad (4.10)$$

Dans le but d'éliminer l'élément de la perturbation \tilde{S} , la linéarisation du système (4.9) autour des points d'équilibre $[x_e \ u_e]$ a été effectuée. Le système linéaire est exprimée par :

$$\dot{\tilde{x}} = A\tilde{x} + B\tilde{u} \quad (4.11)$$

Avec :

$$\tilde{x} = x - x_e \quad \text{La nouvelle variable d'état pour le système (4.11)}$$

$$\tilde{u} = u - u_e \quad \text{La nouvelle variable de commande pour (4.11).}$$

$$A = \frac{\partial g(x_e)}{\partial x} + u_e \frac{\partial h(x_e)}{\partial x} \quad (4.11A)$$

$$B = h(x_e) \quad (4.11B)$$

La matrice de commandabilité du système (4.11) est donnée par :

$$C = \begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \quad (4.11C)$$

N.B : La commandabilité est la capacité à trouver une commande $u(t)$ permettant d'amener un système d'un état initial quelconque $x_0 = x(0)$ à $t=0$ à un état final quelconque $x_f = x(t_f)$ en un temps fini.

Nous supposons que le système (4.11) est commandable. Selon le critère de Kalman, cela est vérifié par :

$$\text{Rang}(C) = n \quad (4.11D)$$

Donc, le système (4.11) peut s'écrire sous la forme canonique en utilisant la transformation suivante :

$$\dot{\kappa} = P \tilde{x} \quad (4.12A)$$

avec κ la nouvelle variable d'état.

$$(4.11) \text{ nous ramène à : } \dot{\kappa} = PAP^{-1}\kappa + PB\tilde{u} \quad (4.12B)$$

La matrice de passage P vers la forme canonique est déduite de l'expression :

$$P^{-1} = C M \quad (4.13A)$$

$$M = \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & \dots & 1 \\ r_2 & r_3 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{n-1} & 1 & \dots & \vdots \\ 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (4.13B)$$

$$\det[\lambda I_n - A] = \sum_{j=0}^n r_j \lambda^j \quad (4.13C)$$

La forme canonique du système (4.11) est exprimée par :

$$\begin{cases} \dot{\kappa}_1 = \kappa_2 \\ \dot{\kappa}_2 = \kappa_3 \\ \vdots \\ \dot{\kappa}_{n-1} = \kappa_n \\ \dot{\kappa}_n = -\Gamma_{n-1}\kappa_n - \Gamma_{n-2}\kappa_{n-1} - \dots - \Gamma_0\kappa_1 + \tilde{u} \end{cases} \quad (4.14)$$

$$Ou \dot{\langle} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -\Gamma_0 & -\Gamma_1 & -\Gamma_2 & \cdots & -\Gamma_{n-1} \end{bmatrix} \langle + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tilde{u}$$

$$\langle = \begin{pmatrix} \langle_1 \\ \langle_2 \\ \vdots \\ \langle_n \end{pmatrix} \text{ est la nouvelle variable d'état du système (4.14)}$$

La surface de glissement correspondant au système (4.15) est exprimée par [11], [15] :

$$\dagger = \sum_{j=1}^n c_j \langle_j ; (c_n = 1) \quad (4.15)$$

La stabilité du système (4.14) par la commande mode de glissement en utilisant la surface de glissement (4.15) exige que les coefficients c_j vérifient (propriété du polynôme de Hurwitz) :

$$\sum_{j=1}^n c_j \}^{j-1} = 0 \quad (4.16)$$

Dans la suite, nous appliquerons cette démarche aux convertisseurs DC-DC associés à la pile à combustible et aux supercondensateurs.

Le critère du coût sous forme quadratique à horizon fini ($t_f < \infty$) s'écrit :

$$J(x_0, t_0, u) = \frac{1}{2} x_f^T S x_f + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} [x^T Q(t) x + u^T R(t) u] dt \quad (4.16A)$$

Les matrices (S, Q, R) étant symétriques avec $(S \geq 0, Q \geq 0, R > 0)$.

$$\text{Le Hamiltonien est donné par: } H(\tilde{x}, \tilde{u}, \lambda, t) = \lambda^T A \tilde{x} + \lambda^T B \tilde{u} + \frac{1}{2} (\tilde{x}^T Q \tilde{x} + \tilde{u}^T R \tilde{u}) \quad (4.16B)$$

Le Hamiltonien vérifie les conditions suivantes :

- L'équation adjointe : $\dot{\lambda} = -\frac{\partial H}{\partial \tilde{x}} = -A^T \lambda - Q \tilde{x}$ (4.16C)

- La condition de transversalité : $\lambda(t_f) = S x_f$ (4.16D)

- Absence de contrainte sur la commande :

$$\frac{\partial H}{\partial u} = B^T \lambda + R \tilde{u} = 0 \Rightarrow \tilde{u} = -R^{-1} B^T \lambda$$
 (4.16E)

Le système Hamiltonien est donné par :

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}} &= A \tilde{x} + B \tilde{u} = A \tilde{x} - B R^{-1} B^T \lambda \\ \dot{\lambda} &= -Q \tilde{x} - A^T \lambda \end{aligned} \Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}} \\ \dot{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -B R^{-1} B^T \\ -Q & -A^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \lambda \end{bmatrix}$$
 (4.16F)

Ecrivons :

$$\lambda = P \tilde{x} \Rightarrow \dot{\lambda} = \dot{P} \tilde{x} + P \dot{\tilde{x}} = -A^T P \tilde{x} - Q \tilde{x}$$

$$P(A \tilde{x} - B R^{-1} B^T P \tilde{x}) + \dot{P} \tilde{x} = -A^T P \tilde{x} - Q \tilde{x}$$

$$(\dot{P} + P A + A^T P - P B R^{-1} B^T P + Q) \tilde{x} = 0$$

On obtient : $\dot{P} + P A + A^T P - P B R^{-1} B^T P + Q = 0$ avec $P(t_f) = S$ (équation de Riccati) (4.16G)

On peut écrire $\tilde{x}^T (\dot{P} + P A + A^T P - P B R^{-1} B^T P + Q) \tilde{x} = 0$

Ou $\frac{d(\tilde{x}^T P \tilde{x})}{dt} + \tilde{x}^T Q \tilde{x} + \tilde{u}^T R \tilde{u} = 0$

$$J(x_0, t_0, u) = \frac{1}{2} x_f^T S x_f + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} [x^T Q(t) x + u^T R(t) u] dt = \frac{1}{2} x_f^T S x_f - \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \frac{d(\tilde{x}^T P \tilde{x})}{dt} dt = \frac{1}{2} x_0^T P x_0$$

Le coût minimum trouvé : $J(x_0) = \frac{1}{2} x_0^T P x_0$

Avec $\tilde{u} = -(R^{-1} B^T P) \tilde{x}$ est la commande optimale de système.

4.3.2 Application à la commande d'un convertisseur Boost :

Selon (§2.2.7.4) la source d'énergie principale est connectée au bus de tension continue par le biais d'un convertisseur Boost son schéma est illustré dans la figure suivante :

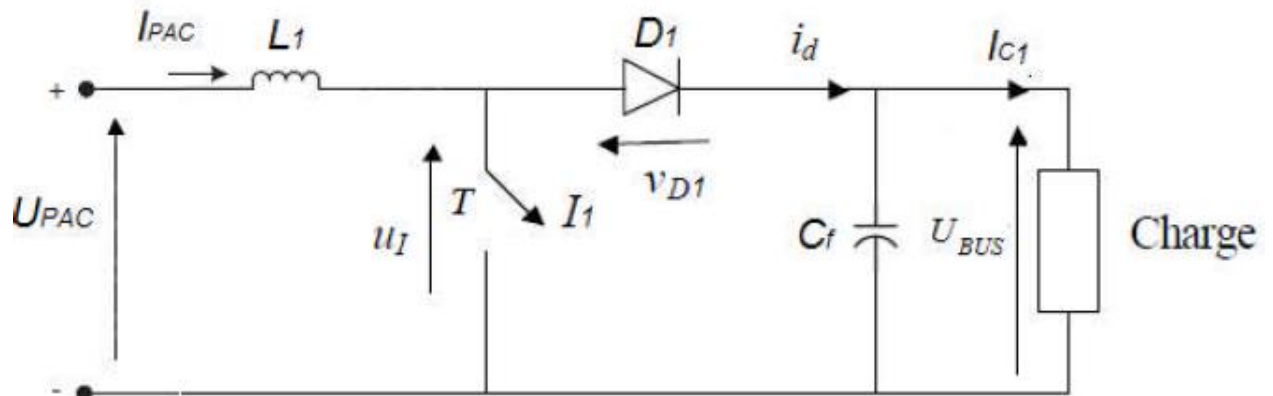


Figure (4.3.2.1) : Schéma détaillé convertisseur Boost connecté à la pile à combustible

On rappelle aussi que le comportement du convertisseur Boost est décrit par le système d'équations d'états (2.38A) et (2.38B) suivant :

$$\begin{cases} \frac{di_{PAC}(t)}{dt} = -\frac{(1-z_1)}{L_1}U_{BUS}(t) + \frac{1}{L_1}U_{PAC} \\ \frac{dU_{BUS}(t)}{dt} = \frac{(1-z_1)}{C_f}i_{PAC}(t) - \frac{1}{C_f}i_{C1} \end{cases} \quad (4.17)$$

U_{PAC} est la tension de l'entrée, i_{PAC} et U_{BUS} représentent respectivement le courant d'entrée et la tension de sortie. L'interrupteur I_1 est contrôlé par la variable de commande $u_1 = z_1$ qui est signal de nature discontinue. Plus précisément l'interrupteur I_1 fonctionne en état ouvert quand $u_1 = 0$ et en état fermé quand $u_1 = 1$. La commutation entre ces deux états se fait à une fréquence donnée. Pour l'étude de la commande par mode de glissement appliquée au convertisseur Boost, nous considérons seulement les valeurs moyennes. Le modèle moyen du Boost est donné par l'expression suivante :

$$\dot{x} = g(x) + h(x)u_1 + \tilde{S} \quad (4.18)$$

$$u_1 = \begin{cases} u_{\max} & \text{si } \dagger_1(x) < 0 \Leftrightarrow I_1 \text{ fermé} \\ u_{\min} & \text{si } \dagger_1(x) > 0 \Leftrightarrow I_1 \text{ ouvert} \end{cases}$$

On trouve facilement :

$$\begin{pmatrix} \dot{i}_{PAC} \\ \dot{U}_{BUS} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{L_1} \\ \frac{1}{C_f} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{PAC} \\ U_{BUS} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{L_1} \\ -\frac{1}{C_f} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{PAC} \\ U_{BUS} \end{pmatrix} u_1 + \begin{pmatrix} \frac{U_{PAC}}{L_1} \\ -\frac{I_{C1}}{C_f} \end{pmatrix} \quad (4.18A)$$

D'où

$$\begin{pmatrix} \dot{i}_{PAC} \\ \dot{U}_{BUS} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{L_1} \\ \frac{1}{C_f} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{PAC} \\ U_{BUS} \end{pmatrix} (1-u_1) + \begin{pmatrix} \frac{U_{PAC}}{L_1} \\ -\frac{I_{C1}}{C_f} \end{pmatrix} \quad (4.18B)$$

$$\text{On trouve donc : } g(x) = -h(x) = \begin{pmatrix} \frac{-U_{BUS}}{L_1} \\ \frac{i_{PAC}}{C_f} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{L_1} \\ \frac{1}{C_f} & 0 \end{pmatrix} x \quad \text{et} \quad \check{S} = \begin{pmatrix} \frac{U_{PAC}}{L_1} \\ \frac{-I_{C_1}}{C_f} \end{pmatrix}$$

$$\text{Avec } x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_{PAC} \\ U_{BUS} \end{pmatrix}$$

Nous utilisons cette représentation d'état du convertisseur pour établir la loi de commande par mode de glissement.

4.3.2.1 Commande par linéarisation étendue du système :

Pour pouvoir appliquer la commande par mode de glissement sur le Boost, nous suivrons la même démarche que dans (§4.3.1.3). L'expression explicite de la surface de glissement sera établie. Pour cette raison, premièrement nous réécrivons le modèle d'état (4.18) de sorte qu'il soit exprimé dans la forme canonique appropriée. Deuxièmement, nous définirons la surface de glissement dans la forme canonique. Puis, nous donnerons l'expression explicite de la surface de glissement pour le modèle d'état (4.18) et finalement nous proposerons la loi de commande.

Soient \tilde{x} et \tilde{u}_1 les nouvelles variables données par :

$$\begin{cases} \tilde{x} = x - x_e \\ \tilde{u}_1 = u_1 - u_{1e} \end{cases} \quad (4.19)$$

Le système (4.18) (voir §4.3.1.3) exprimé pour $(\tilde{x} \quad \tilde{u}_1)$ est donné par :

$$\dot{\tilde{x}} = A\tilde{x} + B\tilde{u}_1 \quad (4.20)$$

Avec :

$$x_e = \begin{pmatrix} x_{e1} \\ x_{e2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{I_{C_1}}{v_e} \\ \frac{U_{PAC}}{v_e} \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{v_e}{L_1} \\ \frac{v_e}{C_f} & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} \frac{x_{e2}}{L_1} \\ -\frac{x_{e1}}{C_f} \end{pmatrix} \quad \text{avec} \quad v_e = 1 - u_{1e} \quad (4.20A)$$

Maintenant, nous récrivons le système (4.20) sous sa forme canonique (voir §4.3.1.3) en considérant la nouvelle variable définie par :

$$\zeta = P \cdot \tilde{x} \quad (4.21)$$

$$\zeta = \begin{pmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \end{pmatrix}$$

est la nouvelle variable d'état du système (4.19) sous sa forme canonique. P représente la matrice de passage du système (4.19) vers la forme canonique, elle est exprimée par :

$$P = \frac{L_1 C_f}{C_f v_e x_{e2}^2 + L_1 v_e x_{e1}^2} \begin{pmatrix} L_1 x_{e1} & C_f x_{e2} \\ v_e x_{e2} & -v_e x_{e1} \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

L'expression de la forme canonique du système (4.20) est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{\zeta}_1 = \zeta_2 \\ \dot{\zeta}_2 = -\frac{(v_e)^2}{L_1 C_f} \zeta_1 + \tilde{u}_1 \end{cases} \quad (4.23)$$

La surface de glissement dans la forme canonique (voir §4.3.1.3) pour le Boost est donnée par l'expression suivante (4.15):

$$\dagger_1(\zeta) = c_1 \zeta_1 + \zeta_2 \quad (4.24)$$

avec c_1 est une constante réelle telle que $c_1 > 0$.

La surface de glissement sous la forme linéaire sera donnée par l'expression suivante :

$$\dagger_1(\tilde{x}) = [c_1 \quad 1] P \tilde{x} \quad (4.25)$$

Donc l'équation (4.25) devient :

$$\dagger_1(\tilde{x}) = s \tilde{x}_1 + \mathfrak{t} \tilde{x}_2 \quad (4.26)$$

$$\text{Où } s = \frac{L_1 C_f (c_1 L_1 x_{e1} + v_e x_{e2})}{C_f v_e x_{e2}^2 + L_1 v_e x_{e1}^2} \quad \text{et} \quad t = \frac{L_1 C_f (-v_e x_{e1} + c_1 C_f x_{e2})}{C_f v_e x_{e2}^2 + L_1 v_e x_{e1}^2}$$

On déduit comme résultat :le système défini par (4.19) admettant une commande qui commute en fonction de la surface de glissement telle que :

$$u_1 = \begin{cases} u_{\max} & \text{si } \dagger_1(\tilde{x}) > 0 \\ u_{\min} & \text{si } \dagger_1(\tilde{x}) < 0 \end{cases}$$

En régime permanent la tension de Bus et le courant généré par le PAC convergent vers

$$\text{le point d'équilibre; c'est-à-dire que : } \begin{cases} \lim_{t \rightarrow +\infty} U_{BUS} = U_{BUSe} \\ \lim_{t \rightarrow +\infty} i_{PAC} = i_{PACe} \end{cases}$$

En plus la détermination de la commande par mode de glissement en utilisant la linéarisation étendue du modèle d'état du convertisseur Boost conduit à une surface de glissement à coefficients variables.

4.3.2.2 Commande avec une surface de glissement à coefficients constants :

Les coefficients de la surface de glissement ($s \quad t$) employés dans (4.26) dépendent du point de fonctionnement $(x_{e1} \quad x_{e2})$. De plus, en pratique ces paramètres doivent être calculés à chaque instant. Ceci demande une capacité de calcul importante au microcontrôleur. A cet effet que nous avons choisi de travailler avec une surface de glissement à coefficients constants. Ces coefficients peuvent être déduits de la référence [14]. Ainsi on obtient l'expression suivante de la surface de glissement :

$$\dagger_1(\tilde{x}) = k_1 \tilde{x}_1 + k_2 \tilde{x}_2 \quad (4.27)$$

Où k_1 et k_2 sont des constantes réelles positives.

Selon l'équation (4.20), nous avons

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_1 = -\frac{v_e}{L_1} \tilde{x}_2 + \frac{V_{PAC}}{L_1 v_e} \tilde{u}_1 \\ \dot{\tilde{x}}_2 = +\frac{v_{se}}{C_f} \tilde{x}_1 - \frac{I_{c1}}{C_f v_e} \tilde{u}_1 \end{cases} \quad (4.28)$$

Pour que le système (4.28) soit stable asymptotiquement en boucle fermée, avec la surface de glissement donnée par (4.27), il faut que les coefficients k_1 et k_2

conduisent à :

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \tilde{u}_1^{EQ}(t) = 0 \quad (4.29)$$

La commande équivalente doit vérifier la condition d'invariance qui est exprimée par le système d'équation (4.30) (§4.2.1.2) :

$$\begin{cases} \dagger_1 = 0 \\ \dagger_1 = 0 \end{cases} \quad (4.30)$$

En combinant les équations (4.27) et (4.30), on obtient :

$$\begin{cases} \tilde{x}_2 = -\frac{k_1}{k_2} \tilde{x}_1 \\ \dot{\tilde{x}}_2 = -\frac{k_1}{k_2} \dot{\tilde{x}}_1 \end{cases} \quad (4.31)$$

En éliminant $\tilde{u}_1(t)$ dans (4.28), on obtient :

$$\dot{\tilde{x}}_1 = -\frac{v_e}{L_1} \tilde{x}_2 + \frac{U_{PAC}}{I_{C_1}} \cdot \frac{C_f}{L_1} \left(\frac{v_e}{C_f} \tilde{x}_1 - \dot{\tilde{x}}_2 \right) \quad (4.32)$$

En utilisant les équations (4.31) et (4.32), il vient que :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_1 = \left(\frac{v_e k_1 (L_1 k_2)^{-1} + U_{PAC} C_f v_e (L_1 C_f I_{C_1})^{-1}}{1 - U_{PAC} C_f k_1 (L_1 k_2 I_{C_1})^{-1}} \right) \tilde{x}_1 \\ \dot{\tilde{x}}_2 = \left(\frac{v_e k_1 (L_1 k_2)^{-1} + U_{PAC} C_f v_e (L_1 C_f I_{C_1})^{-1}}{1 - U_{PAC} C_f k_1 (L_1 k_2 I_{C_1})^{-1}} \right) \tilde{x}_2 \end{cases} \quad (4.33)$$

La solution de ces équations différentielles est donnée par :

$$\begin{cases} \tilde{x}_1 = \Gamma_1 e^{n t} \\ \tilde{x}_2 = \Gamma_2 e^{n t} \end{cases} \quad (4.34)$$

$$\mu = \left(\frac{v_e k_1 (L_1 k_2)^{-1} + U_{PAC} C_f v_e (L_1 C_f I_{C_1})^{-1}}{1 - U_{PAC} C_f k_1 (L_1 k_2 I_{C_1})^{-1}} \right)$$

Γ_1 et Γ_2 : deux constantes réelles (Les conditions initiales)

D'après l'équation (4.8), la commande équivalente $\tilde{u}_1^{EQ}(t)$ est exprimée par :

$$\tilde{u}_1^{EQ}(t) = - \frac{\langle \nabla \dagger_1(x) \quad A \tilde{x} \rangle}{\langle \nabla \dagger_1(x) \quad B \rangle} \quad (4.35)$$

De (4.34) et (4.35), on déduit :

$$\tilde{u}_1^{EQ}(t) = \frac{L_1 v_e}{U_{PAC}} \left(\frac{v_e}{L_1} \Gamma_2 + \Gamma_1 \mu \right) e^{\mu t} \quad (4.36)$$

Pour la stabilité du système (4.28), il faut que la commande équivalente $\tilde{u}_1^{EQ}(t)$ vérifie la condition de stabilité (4.29). Nous avons donc :

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \tilde{u}_1^{EQ}(t) = 0 \Rightarrow \mu < 0 \quad (4.37)$$

$$\text{Or } v_e k_1 (L_1 k_2)^{-1} + U_{PAC} C_f v_e (L_1 C_f I_{C_1})^{-1} > 0$$

L'expression (4.37) conduit à :

$$\frac{k_1}{k_2} > \frac{L_1 I_{C_1}}{C_f U_{PAC}} \quad (4.38)$$

Finalement, il y en résulte le système défini par (4.28) avec :

$$u_1 = \begin{cases} u_{\max} & \text{si } \dagger_1(\tilde{x}) > 0 \\ u_{\min} & \text{si } \dagger_1(\tilde{x}) < 0 \end{cases} \quad \text{Vérifie} \quad \begin{cases} \lim_{t \rightarrow +\infty} U_{BUS} = U_{BUSE} \\ \lim_{t \rightarrow +\infty} i_{PAC} = i_{PACe} \end{cases}$$

En utilisant le logiciel MATLAB , on peut déduire les courbes de la commande équivalente, du courant de la PAC , et de la tension de bus sont illustrées ainsi :

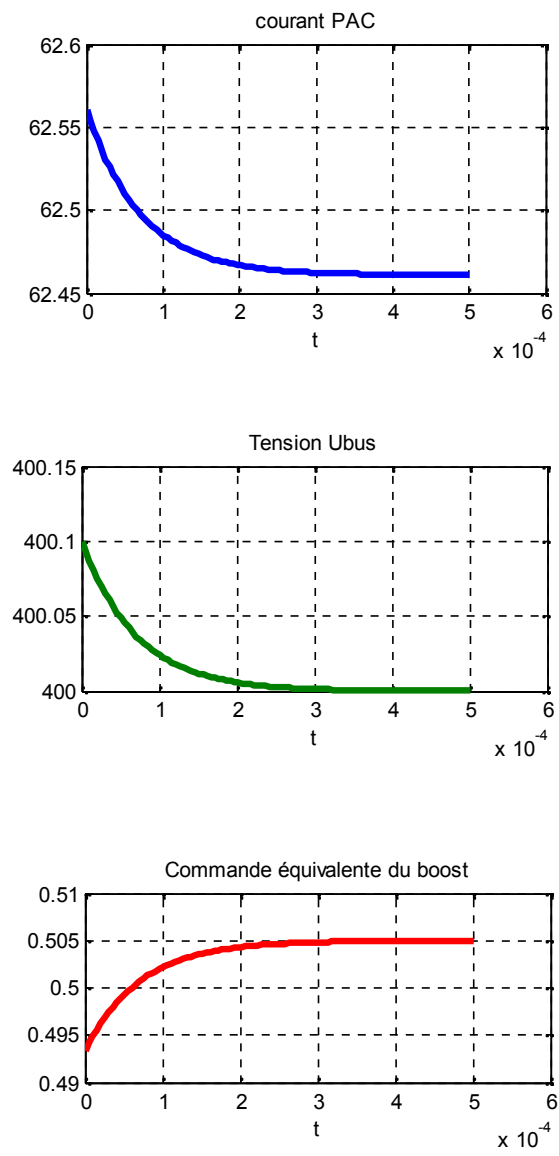


Figure (4.3.2.2) : Courbes U_{eq} , I_{pac} , et U_{bus} généré par le Boost de la PAC.

Afin d'améliorer la stabilité du système en utilisant la commande par mode de glissement, plusieurs techniques ont été proposées. Parmi ces méthodes on peut citer la technique qui consiste à introduire des actions intégrales dans la surface de glissement.

Considérons alors la nouvelle surface de glissement exprimée par :

$$\dagger_1(\tilde{x}) = q_1\tilde{x}_1 + q_2\tilde{x}_2 + q_3\tilde{x}_3 \quad (4.39)$$

Avec $(q_1 > 0 \quad q_2 > 0 \quad q_3 > 0 \in R)$

$$\tilde{x}_3 = \int_0^t \tilde{x}_2(\dagger) d\dagger \quad (\text{Action intégrale})$$

Le système d'équation (4.28) pourra s'écrire sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_1 = -\frac{v_e}{L_1}\tilde{x}_2 + \frac{V_{PAC}}{L_1\bar{v}_e}\tilde{u}_1 \\ \dot{\tilde{x}}_2 = +\frac{v_e}{C_f}\tilde{x}_2 - \frac{I_{c1}}{C_{f1}v_e}\tilde{u}_1 \\ \dot{\tilde{x}}_3 = \tilde{x}_2 \end{cases} \quad (4.40)$$

Pour que le système (4.40) soit stable asymptotiquement en boucle fermée avec la surface de glissement donnée par (4.39), il faut que les coefficients (q_1, q_2, q_3) conduisent à :

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \tilde{u}_1^{EQ}(t) = 0$$

La commande équivalente $\tilde{u}_1^{EQ}(t)$ doit vérifier la condition d'invariance exprimée par :

$$\begin{cases} \dagger_1 = 0 \\ \dot{\dagger}_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \tilde{x}_1 = -\frac{q_2}{q_1}\tilde{x}_2 - \frac{q_3}{q_1}\tilde{x}_3 \\ \dot{\tilde{x}}_1 = -\frac{q_2}{q_1}\dot{\tilde{x}}_2 - \frac{q_3}{q_1}\dot{\tilde{x}}_3 \end{cases} \quad (4.41)$$

De (4.32) et (4.41), après calcul on trouve

$$\dots_1\ddot{\tilde{x}}_3 + \dots_2\dot{\tilde{x}}_3 + \dots_3\tilde{x}_3 = 0 \quad (4.42)$$

Avec :

$$\dots_1 = \left(-\frac{q_2}{q_1} + \frac{U_{PAC}}{I_{C_1}} \cdot \frac{C_f}{L_1} \right) , \quad \dots_2 = \left(-\frac{q_3}{q_1} + \frac{v_e}{L_1} + \frac{U_{PAC}}{I_{C_1}} \cdot \frac{v_e}{L_1} \frac{q_2}{q_1} \right) \quad \text{et} \quad \dots_3 = \left(\frac{U_{PAC}}{I_{C_1}} \cdot \frac{v_e}{L_1} \frac{q_3}{q_1} \right)$$

(4.42) C'est une équation différentielle à coefficients constants accepte la solution suivante:

$$\tilde{x}_3(t) = \Gamma_1 e^{r_1 t} + \Gamma_2 e^{r_2 t} \quad (4.43) \quad \text{où } (\Gamma_1, \Gamma_2) \text{ sont des constantes arbitraires}$$

(r_1, r_2) sont les racines de l'équation caractéristique $\dots_1 r^2 + \dots_2 r + \dots_3 = 0$

Soit Δ le discriminant de l'équation du deuxième ordre (4.43) :

$$\Delta = (\dots_2)^2 - 4 \dots_1 \dots_3 > 0$$

$$r_{1,2} = \frac{-\dots_2 \pm \sqrt{\Delta}}{2 \dots_1} \quad (4.44)$$

Dans le cas où $q_3 = 0$, la stabilité de système (4.40) est ramenée à la stabilité du système (4.28) qui est exprimée par (4.38). Dans notre cas cela est vérifiée aussi par : $\dots_1 > 0$

La commande équivalente $\tilde{u}^{EQ}(t)$ est exprimée par :

$$\tilde{u}_1^{EQ}(t) = \frac{L_1 v_e}{U_{PAC}} \left[-\frac{q_2}{q_1} (\Gamma_1 r_1^2 e^{r_1 t} + \Gamma_2 r_2^2 e^{r_2 t}) + \left(-\frac{q_3}{q_1} + \frac{v_e}{L_1} \right) (\Gamma_1 r_1 e^{r_1 t} + \Gamma_2 r_2 e^{r_2 t}) \right] \quad (4.45)$$

Pour assurer la stabilité du système (4.40), il faut que la commande équivalente $u_{\sim seq}$ vérifie la condition de stabilité (4.29). Nous avons donc :

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \tilde{u}_1^{EQ}(t) = 0 \implies \lim_{t \rightarrow +\infty} \tilde{x}_3(t) = 0 \rightarrow r_{1,2} < 0$$

$$\text{Cela veut dire } \dots_2 > \sqrt{\Delta} \quad (4.46)$$

Selon l'expression (4.46), les conditions sur q_1, q_2, q_3 pour que le système (4.40) soit stable sont exprimées après calcul par le système d'inéquations suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{q_2}{q_1} > \frac{L_1 I_{C1}}{C_f U_{PAC}} \\ \frac{q_3}{q_1} < \frac{v_e}{L_1} + \frac{U_{PAC}}{I_{C1}} \frac{v_e}{L_1} \frac{q_2}{q_1} \\ -\frac{q_3}{q_1} + \frac{v_e}{L_1} + \frac{U_{PAC}}{I_{C1}} \frac{v_e}{L_1} \frac{q_2}{q_1} > 4 \left(-\frac{q_2}{q_1} + \frac{C_f U_{PAC}}{L_1 I_{C1}} \right) \left(\frac{U_{PAC}}{I_{C1}} \frac{v_e}{L_1} \frac{q_3}{q_1} \right) \end{array} \right. \quad (4.47)$$

De même on peut dire que le système défini par (4.40) avec :

$$u_1 = \begin{cases} u_{\max} & \text{si } \dagger_1(\tilde{x}) > 0 \\ u_{\min} & \text{si } \dagger_1(\tilde{x}) < 0 \end{cases} \quad \text{Est stable, vérifie } \begin{cases} \lim_{t \rightarrow +\infty} U_{BUS} = U_{BUSe} \\ \lim_{t \rightarrow +\infty} i_{PAC} = i_{PACe} \end{cases}$$

4.3.3 Application à la commande d'un convertisseur Buck :

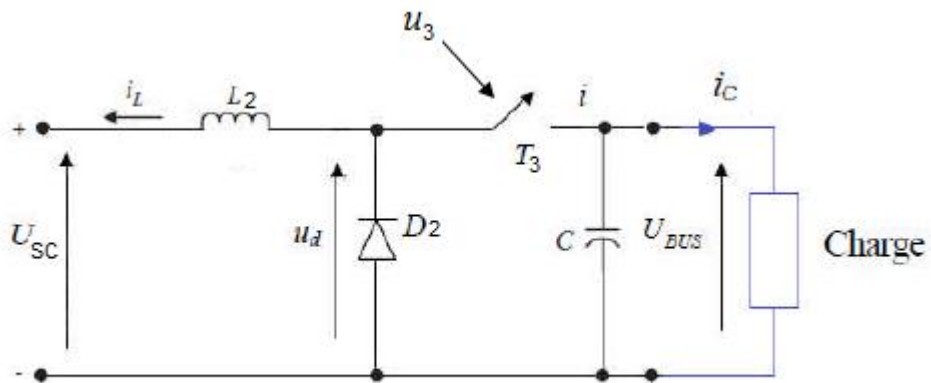


Figure (4.3.3.1) : Circuit convertisseur Buck (abaisseur).

En se référant au (§2.2.7.3) le comportement de ce circuit est décrit par (2.29A) et (2.29B):

$$\frac{di_L(t)}{dt} = \frac{u_3}{L_2} U_{BUS}(t) - \frac{U_{SC}}{L_2} \quad (4.48)$$

U_{sc} Est la tension de l'entrée, i_L et U_{BUS} représentent respectivement le courant d'entrée et la tension de sortie. L'interrupteur I est contrôlé par la variable u_3 qui est de nature discontinu ; il fonctionne en état bloqué quand $u_3 = 0$ et état passant quand $u_3 = 1$, la commutation entre ces deux états se fait à une fréquence donnée. Pour l'étude de la commande par mode de glissement appliquée au convertisseur Buck, nous considérons seulement les valeurs moyennes.

Le modèle moyen du Buck considéré est donné par l'expression suivante :

$$\dot{x} = g(x) + h(x)u_3 + \check{S} \quad (4.49)$$

Par comparaison au (4.48) on trouve :

$$\left\{ \begin{array}{l} x = i_L \\ g(x) = 0 \\ h(x) = \frac{U_{BUS}}{L_2} \\ \check{S} = -\frac{U_{SC}}{L_2} \end{array} \right. \quad (4.50)$$

Soient (\tilde{x}, \tilde{u}_3) les nouvelles variables définies autour du point d'équilibre par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{x} = x - x_e \\ \tilde{u}_3 = u_3 - u_{3e} \end{array} \right. \quad (4.51)$$

Finalement, le système (4.49) (voir §4.3.1.3) défini autour du point de fonctionnement (x_e, u_{3e}) est donné par :

$$\dot{\tilde{x}} = A\tilde{x} + B\tilde{u}_3 \quad (4.52)$$

$$\text{Avec } A = 0 \quad B = \frac{U_{BUS}}{L_2} \quad x_e = i_{Le}$$

Pour la commande du convertisseur Buck nous considérons la surface de glissement suivante :

$$\dagger_3(\tilde{x}) = q \tilde{x} \quad (4.53)$$

Où q est une constante positive.

Pour que le système (4.52) soit stable asymptotiquement en boucle fermée avec la surface de glissement donnée par (4.52), il faut que le coefficient q conduise à :

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \tilde{u}_3^{EQ}(t) = 0$$

La commande équivalente doit vérifier la condition d'invariance qui est exprimée par (§4.3.1.2) :

$$\begin{cases} \dagger_3 = 0 \\ \dot{\dagger}_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \tilde{x} = 0 \\ \dot{\tilde{x}} = 0 \end{cases} \quad (4.54)$$

En combinant les équations (4.53) et (4.54), on obtient :

$$\tilde{u}_3^{EQ}(t) = 0$$

Le système (4.52) est donc stable en considérant la surface de glissement (4.53).

Nous avons donc le résultat suivant : le système défini par (4.52) avec :

$$u_3 = \begin{cases} u_{\max} & \text{si } \dagger_3(\tilde{x}) > 0 \\ u_{\min} & \text{si } \dagger_3(\tilde{x}) < 0 \end{cases} \quad \text{Vérifie} \quad \lim_{t \rightarrow +\infty} i_L(t) = i_{Le}$$

4.3.4 Application Approche Basée sur la programmation dynamique :

La programmation dynamique permet de résoudre un problème pour lequel des décisions doivent être prises étapes par étapes. A chaque étape, les décisions possibles sont évaluées comme étant la somme du coût présent et du coût futur attendu. Cela suppose que le coût futur a déjà été déterminé. La résolution de la programmation dynamique consiste donc en une récurrence inverse dans le temps.

Le modèle de base qui est traité ici présente deux aspects principaux:

- La dynamique du système est décrite sous forme d'une équation dynamique discrétisée.
- La fonction coût est additive en fonction du temps.

Le système (3.1) est discrétisé sous la forme : $x_{j+1} = f_j(x_j, u_j)$ où $j = 0, 1, \dots, (n-1)$

Où j est l'indice de temps discret, x_j l'état du système, u_j la variable de commande ou de décision choisie à l'instant j , (n) est l'horizon ou le nombre de décisions et f_j est la fonction décrivant la dynamique du système.

La fonction coût est additive dans le sens que le coût calculé à l'instant j , et dénoté par $X_j(x_j, u_j)$, s'accumule à travers le temps. Le coût total est ainsi donné par :

$$X = X_n(x_n) + \sum_{j=1}^{n-1} X_j(x_j, u_j)$$

4.3.4.1 Application au Boost de la source principale PAC :

Le système (4.17) discrétisé par la méthode d'Euler du Boost connecté à la pile est donnée par :

$$\begin{cases} i_{PAC}(j+1) = i_{PAC}(j) - T \frac{(1-u_1)}{L_1} U_{BUS}(j) + \frac{T}{L_1} U_{PAC} \\ U_{BUS}(j+1) = U_{BUS}(j) + T \frac{(1-u_1)}{C_f} i_{PAC}(j) - \frac{T}{C_f} i_{C1} \end{cases} \quad (4.55A)$$

Où T est la période d'échantillonnage du système, et étant donné que le système est un système à horizon fini le temps final est lié à la période d'échantillonnage par la relation suivante :

$$t_f = nT \text{ où } n \text{ est nombre d'échantillons de système}$$

On obtiendra aussi à partir du model (4.28) le système discrétisé du Boost de la PAC :

$$\begin{cases} \tilde{I}_{PAC}(j+1) = \tilde{I}_{PAC}(j) - T \frac{(1-u_{1e})}{L_2} \tilde{U}_{BUS}(j) + T \frac{U_{PAC}}{L_1(1-u_{1e})} \tilde{u}_1(j) \\ \tilde{U}_{BUS}(j+1) = \tilde{U}_{BUS}(j) + T \frac{(1-u_{1e})}{C_f} \tilde{I}_{PAC}(j) - T \frac{I_{C1}}{C_f(1-u_{1e})} \tilde{u}_1(j) \end{cases} \quad (4.55B)$$

On admet les surfaces de glissement pour le fonctionnement des convertisseurs :

De (4.27) le Boost connecté à la PAC :

$$\dagger_1(\tilde{x}) = k_1 \tilde{x}_1 + k_2 \tilde{x}_2 \Rightarrow \dagger_1(x) = k_1(x_1 - x_{e1}) + k_2(x_2 - x_{e2})$$

$$\dagger_1(x) = k_1(i_{PAC} - i_{PACe}) + k_2(U_{BUS} - U_{BUSe}) \quad \text{où } k_1 \quad k_2 > 0$$

On choisit les constantes $k_1 \quad k_2 > 0$ de telle façon que (4.38) soit vérifié, par exemple

$$k_1 = 1 \quad k_2 = 3 \quad \text{Or} \quad \dagger_1(x_s) = (i_{PAC} - i_{PACe}) + 3(U_{BUS} - U_{BUSe}) \quad (4.56A)$$

Dans le mode discret on a :

$$\dagger_1(j) = [i_{PAC}(j) - i_{PACe}] + 3[U_{bus}(j) - U_{buse}] \quad (4.56B)$$

D'autre part nous savons que la puissance moyenne délivrée par la source principale est égale à la puissance moyenne disponible en sortie :

$$\bar{P}_{source} = \bar{P}_{sortie} \Rightarrow U_{PAC} \cdot I_{PAC} = U_{BUS} \cdot I_{C1}$$

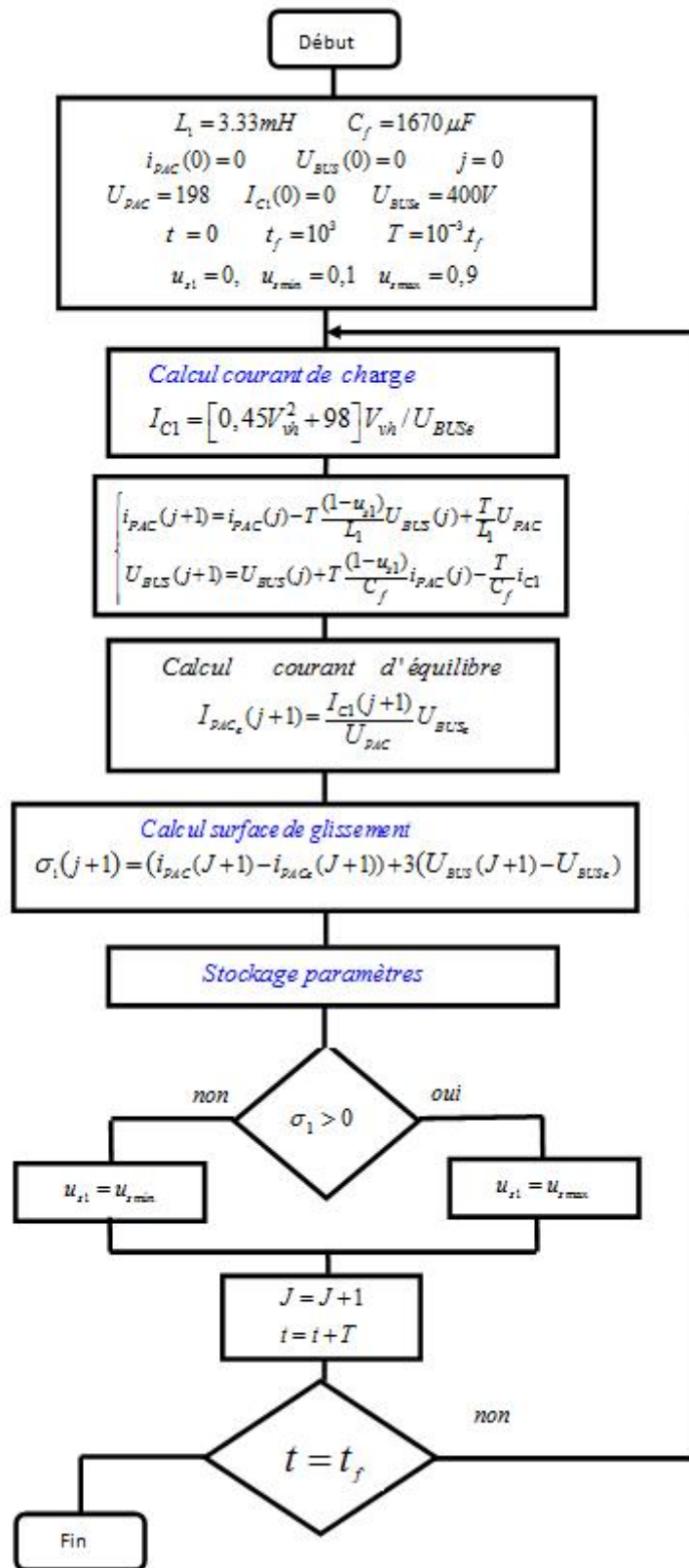
$$I_{PAC} = \frac{I_{C1}}{U_{PAC}} U_{BUS} \Rightarrow I_{PAC_e} = \frac{I_{C1}}{U_{PAC}} U_{BUS_e} \quad (4.57).$$

Cette dernière permet de calculer le courant d'équilibre vers lequel converge le courant PAC. ($U_{BUS_e} = 400V$)

Afin de forcer le courant du système PAC à suivre une valeur optimale désirée, on propose le coefficient du rapport cyclique du convertisseur comme une loi robuste de commande en employant l'approche de la commande en mode glissant.

En faisant rappel que le courant de charge est calculer à partir de la formule (2.45C) en supposant que la vitesse de véhicule est constante.

On déduit donc à partir du (4.55), (4.56), et (4.57) l'algorithme de la commande du convertisseur Boost connecté à la source principale:



4.3.4.2 Application au Buck-Boost de la source auxiliaire SSE :

4.3.4.2.1. Cas du fonctionnement en Boost :

Par analogie on obtient :

$$\begin{cases} i_{SC}(j+1) = i_{SC}(j) - T \frac{(1-u_2)}{L_2} U_{BUS}(j) + \frac{T}{L_2} U_{SC} \\ U_{BUS}(j+1) = U_{BUS}(j) + T \frac{(1-u_2)}{C_f} i_{SC}(j) - \frac{T}{C_f} i_{C2} \end{cases} \quad (4.58A)$$

$$\begin{cases} \tilde{I}_{SC}(j+1) = \tilde{I}_{SC}(j) - T \frac{(1-u_{2e})}{L_2} \tilde{U}_{BUS}(j) + T \frac{U_{SC}}{L_2(1-u_{2e})} \tilde{u}_2(j) \\ \tilde{U}_{BUS}(j+1) = \tilde{U}_{BUS}(j) + T \frac{(1-u_{2e})}{C_f} \tilde{I}_{SC}(j) - T \frac{I_{C2}}{C_f(1-u_{2e})} \tilde{u}_2(j) \end{cases} \quad (4.58B)$$

De même dans le cas où le BUCK-BOOST connecté aux supercondensateurs on a :

$$\dagger_2(x) = k_3(i_{SC} - i_{SCe}) + k_4(U_{BUS} - U_{BUSe}) \quad \text{où } k_3 \quad k_4 > 0$$

On choisit les constantes $k_3 \quad k_4 > 0$ de telle façon que (4.38) soit vérifié, par exemple

$$k_3 = 1 \quad k_4 = 3 \quad \text{Or} \quad \dagger_2(x) = (i_{SC} - i_{SCe}) + 3(U_{BUS} - U_{BUSe})$$

$$\text{La surface de glissement discrétisée } \dagger_2(j) = [i_{SC}(j) - i_{SCe}] + 3[U_{bus}(j) - U_{buse}]$$

D'autre part nous savons que la puissance moyenne délivrée par la source principale est égale à la puissance moyenne disponible en sortie :

$$\bar{P}_{source} = \bar{P}_{sortie} \Rightarrow U_{SC} \cdot I_{SC} = U_{BUS} \cdot I_{C2}$$

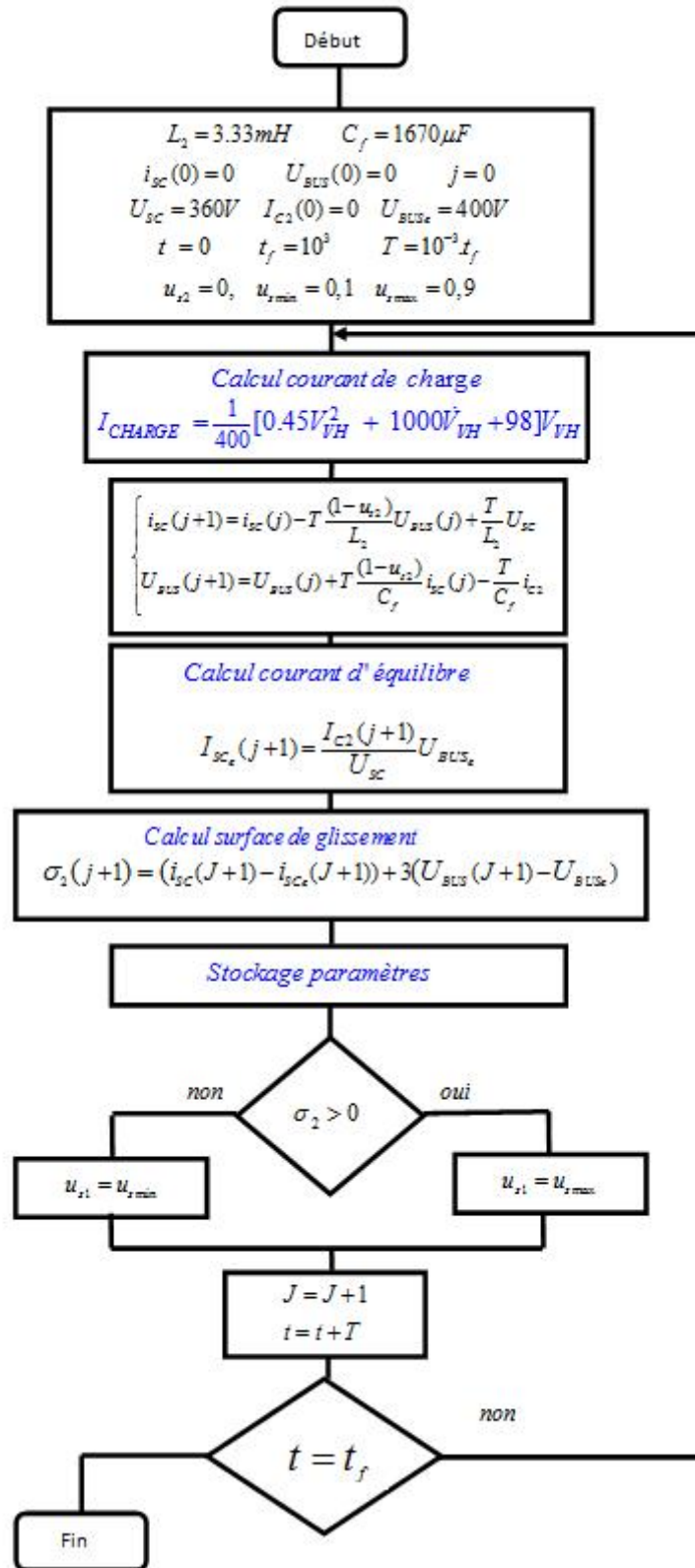
$$I_{SC} = \frac{I_{C2}}{U_{SC}} U_{BUS} \Rightarrow I_{SCe} = \frac{I_{C2}}{U_{SC}} U_{BUSe} \quad (4.59).$$

Cette dernière permet de calculer le courant d'équilibre vers lequel converge le courant SSE.

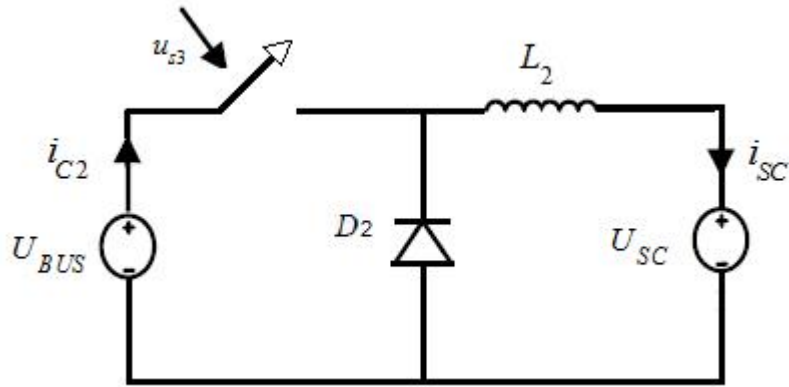
$$(U_{BUSe} = 400V)$$

Afin de forcer le courant I_{SC} à suivre une valeur optimale désirée I_{SCe} , on propose le coefficient du rapport cyclique du convertisseur comme une loi robuste de commande en employant l'approche de la commande en mode glissant.

L'algorithme de commande du convertisseur Boost connecté à la source principale est décrit comme suit:



4.3.4.2.2. Cas du fonctionnement en Buck :



Le Buck assure l'opération de recharge des supercondensateurs à partir du BUS, avec un courant i_{SCe} . Nous rappelons encore que le modèle de ce convertisseur est décrit dans :

$$\frac{di_{SC}(t)}{dt} = -\frac{1}{L_2} \mu_3 U_{BUS} + \frac{1}{L_2} U_{SC} \quad (4.60)$$

Le modèle discret qui correspond au (4.60) :

$$i_{SC}(j+1) = i_{SC}(j) - \frac{T}{L_2} \mu_3 U_{BUS} + \frac{T}{L_2} U_{SC} \quad (4.61A)$$

A partir de (4.52) on obtient :

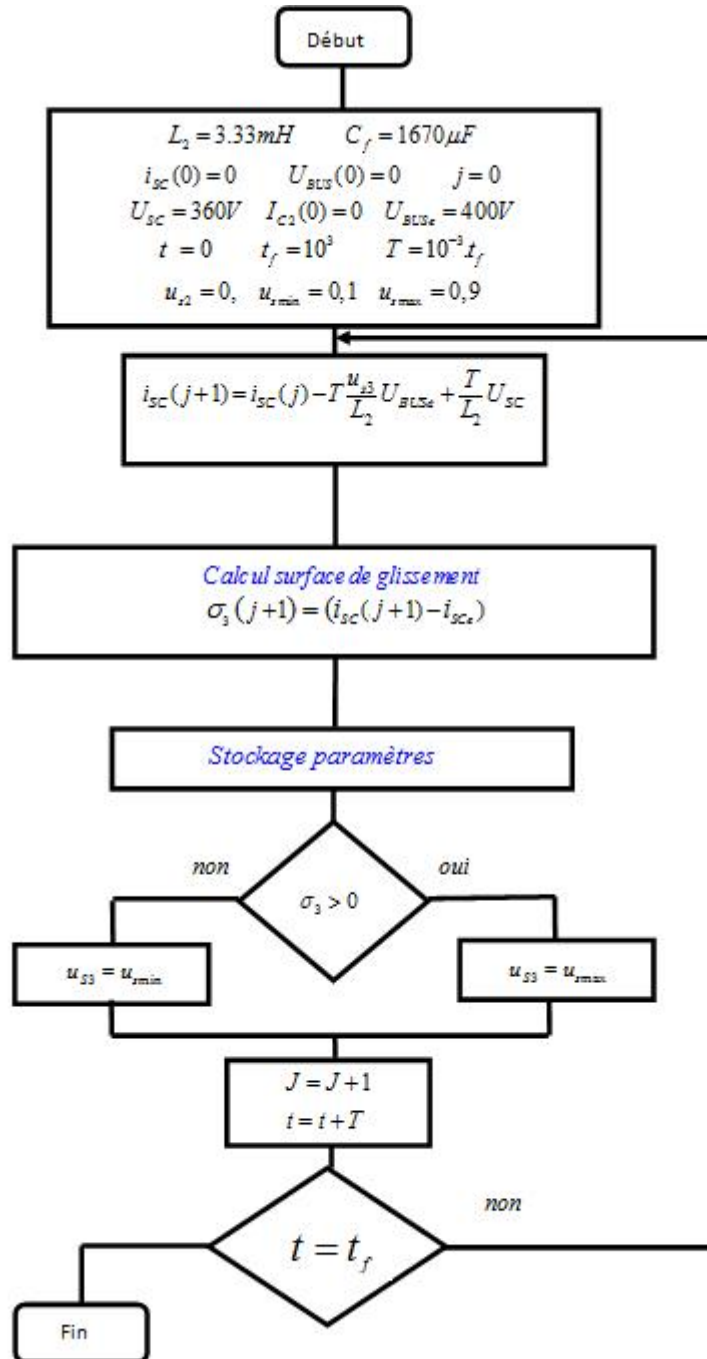
$$\tilde{I}_{SC}(j+1) = \tilde{I}_{SC}(j) - T \frac{\tilde{u}_3}{L_2} U_{BUS} \quad (4.61B)$$

Selon (§4.3.3) la surface de glissement est donnée par

$$\dagger_3(x) = k_5 (i_{SC} - i_{SCe}) \quad \text{où } k_5 > 0$$

$$\text{On choisit } k_5 = 1 \text{ on aura } \dagger_3(x) = (i_{SC} - i_{SCe}) \quad (4.62)$$

Afin de forcer le courant de recharge des supercondensateurs à suivre une valeur optimale désirée, on propose le coefficient du rapport cyclique du convertisseur comme une loi robuste de commande en employant l'approche de la commande en mode glissant. L'algorithme qui va assurer la commande de recharge des supercondensateurs s'écrit comme suit :



On considère le circuit électrique des convertisseurs de puissance d'interconnexion des sources d'énergie principale et auxiliaire (§ 2.2.7.6).

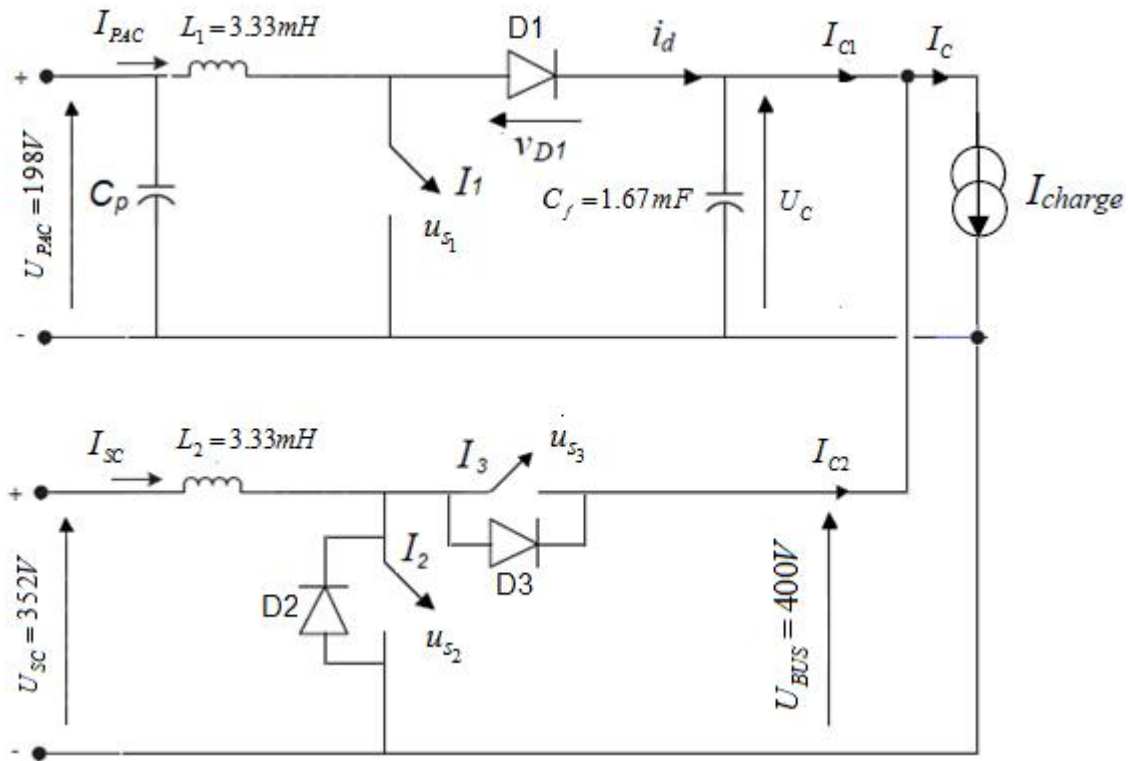


Figure (4.3.4.1) : Schéma détaillé Circuit convertisseurs

Où la source du courant I_{CHARGE} représente l'onduleur et le moteur asynchrone.

Les composants électroniques ont été déjà dimensionné tels que :

$$L_1 = L_2 = 3.33mH, \quad C_f = 1670 \sim F$$

Le modèle mathématique moyen de ce circuit est donné par (2.43) comme suit :

$$\begin{cases} \frac{di_{PAC}(t)}{dt} = -\frac{(1-u_1)}{L_1}U_{BUS} + \frac{1}{L_1}U_{PAC} \\ \frac{di_{SC}(t)}{dt} = -\frac{1}{L_2} \cdot [(1-u_2)k + u_3(1-k)]U_{BUS} + \frac{1}{L_2}U_{SC} \\ \frac{dU_{BUS}}{dt} = \frac{(1-u_1)}{C_f}i_{PAC}(t) + \frac{1}{C_f} \cdot [(1-u_2)k + u_3(1-k)]i_{SC}(t) - \frac{1}{C_f}I_c \end{cases} \quad (4.63)$$

Le coût à minimiser est donné par (3.22) :

$$X_{SYSPAC} = \int_{t_0}^{t_f} (P_{MOT}(t) - \frac{Q_{SC}}{C_{SC}} I_{SC} + R_{SC} I_{SC}^2) dt \quad (4.64)$$

Les surfaces de glissements de commande des convertisseurs sont déjà calculer :

$$\begin{cases} \dagger_1(x) = (i_{PAC} - i_{PACe}) + 3(U_{BUS} - U_{BUSe}) \\ \dagger_2(x) = (i_{SC} - i_{SCe}) + 3(U_{BUS} - U_{BUSe}) \\ \dagger_3(x) = (i_{SC} - i_{SCe}) \end{cases} \quad (4.65)$$

D'autre part, on considère le vecteur d'état : $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_{PAC} \\ i_{SC} \\ U_{BUS} \end{pmatrix}$

On Peut écrire le modèle avec la représentation d'état suivante :

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -L_1^{-1} \\ 0 & 0 & -kL_1^{-1} \\ C_f^{-1} & kC_f^{-1} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & L_1^{-1} \\ 0 & 0 & 0 \\ -C_f^{-1} & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} u_1 + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & kL_2^{-1} \\ 0 & -kC_f^{-1} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} u_2 + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (1-k)L_2^{-1} \\ 0 & (1-k)C_f^{-1} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} u_3 + \begin{pmatrix} L_1^{-1}U_{PAC} \\ L_2^{-1}U_{SC} \\ -C_f^{-1}I_C \end{pmatrix} \quad (4.66)$$

$$\text{Soit } \dot{x} = A.x + B_1.x.u_1 + B_2.x.u_2 + B_3.x.u_3 + \check{S} \quad (4.67)$$

$$\text{Ou bien: } \dot{x} = g(x).x + h(x)u + \check{S} \quad (4.68)$$

$$\dot{x} = A.x + B.u + \check{S} \quad (4.69)$$

$$\text{Où } g(x) = A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -L_1^{-1} \\ 0 & 0 & -kL_1^{-1} \\ C_f^{-1} & kC_f^{-1} & 0 \end{pmatrix}, \quad B_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & L_1^{-1} \\ 0 & 0 & 0 \\ -C_f^{-1} & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad B_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & kL_2^{-1} \\ 0 & -kC_f^{-1} & 0 \end{pmatrix}$$

$$B_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (1-k)L_2^{-1} \\ 0 & (1-k)C_f^{-1} & 0 \end{pmatrix}, \quad h(x) = B = \begin{pmatrix} L_1^{-1}.x_3 & 0 & 0 \\ 0 & kL_2^{-1}.x_3 & (1-k)L_2^{-1}.x_3 \\ -C_f^{-1}.x_1 & -kC_f^{-1}.x_2 & (1-k)C_f^{-1}.x_2 \end{pmatrix} \quad \text{et } \check{S} = \begin{pmatrix} L_1^{-1}U_{PAC} \\ L_2^{-1}U_{SC} \\ -C_f^{-1}I_C \end{pmatrix}$$

$$\text{Avec } x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix}$$

La dynamique du système est décrite sous forme d'une équation discrétisée comme suit :

$$\begin{cases} \frac{x_1(j+1) - x_1(j)}{T} = -\frac{(1-u_1)}{L_1}x_3(j) + \frac{1}{L_1}U_{PAC} \\ \frac{x_2(j+1) - x_2(j)}{T} = -\frac{1}{L_2}[(1-u_2)k + u_3(1-k)]x_3(j) + \frac{1}{L_2}U_{SC} \\ \frac{x_3(j+1) - x_3(j)}{T} = \frac{(1-u_1)}{C_f}x_1(j) + \frac{1}{C_f}[(1-u_2)k + u_3(1-k)]x_2(j) - \frac{1}{C_f}I_C \end{cases} \quad (4.70)$$

Ou bien :

$$\begin{cases} x_1(j+1) = x_1(j) - \frac{(1-u_1)T}{L_1}x_3(j) + \frac{T}{L_1}U_{PAC} \\ x_2(j+1) = x_2(j) - \frac{T}{L_2}[(1-u_2)k + u_3(1-k)]x_3(j) + \frac{T}{L_2}U_{SC} \\ x_3(j+1) = x_3(j) + \frac{(1-u_1)T}{C_f}x_1(j) + \frac{T}{C_f}[(1-u_2)k + u_3(1-k)]x_2(j) - \frac{T}{C_f}I_C \end{cases} \quad (4.71)$$

En discrétisant les surfaces de glissement on obtient :

$$\begin{cases} \dagger_1(j) = [x_1(j+1) - i_{PACe}] + 3[x_3(j+1) - U_{buse}] \\ \dagger_2(j) = [x_2(j+1) - i_{SCe}] + 3[x_3(j+1) - U_{buse}] \\ \dagger_3(j) = [x_2(j+1) - i_{SCe}] \end{cases} \quad (4.72)$$

Maintenant on va établir l'algorithme qui permet de calculer le courant et la tension aux bornes de la charge à cet effet on va définir les règles suivantes:

1°/ Lorsque le courant de charge (Moteur électrique).

$$I_C \leq I_C^{MIN} \quad (c.à.d : P_{MOT} \leq P_{MOT}^{MIN})$$

La source principale à travers le convertisseur Boost est sollicitée pour réguler la tension du bus continue à 400V ($U_{BUSe} = 400V$), afin d'alimenter la charge et charger, en même temps à travers le BUCK-BOOST le module de supercondensateurs à $I_{SC} = I_C^{MIN}$ quand la tension $U_{SC} \leq U_{SC}^{MIN}$.

2°/ Le courant de charge, $I_C^{MIN} \leq I_C \leq I_C^{MAX}$ ($P_{MOT}^{MIN} \leq P_{MOT} \leq P_{MOT}^{MAX}$) la source principale à travers le convertisseur Boost est sollicitée pour réguler la tension du bus continue à 400 V ($U_{BUSe} = 400V$) afin d'alimenter la charge et cette fois-ci le module de supercondensateurs ne fournit pas et n'absorbe pas de l'énergie.

3°/ Le courant de charge $I_C \geq I_C^{MAX}$ ($P_{MOT} \geq P_{MOT}^{MAX}$) La source principale à travers le convertisseur Boost est sollicitée pour fournir un courant limité à la charge et c'est le convertisseur BUCK-BOOST connecté au module de supercondensateurs qui régule la tension du bus continue à 400 V ($U_{BUSe} = 400V$) et fournit à la charge le complément de l'énergie.

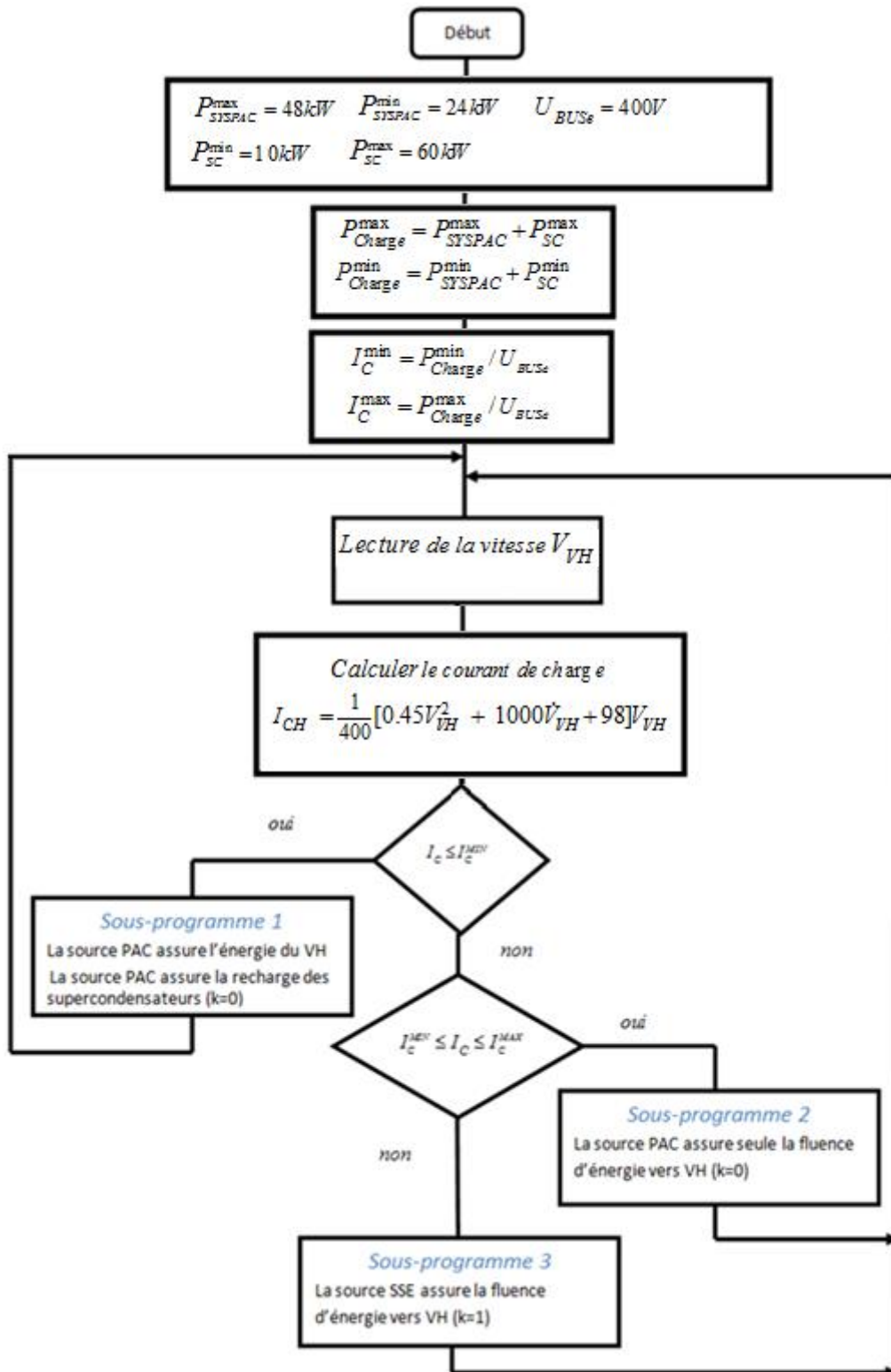
4°/ Le courant de charge est calculé en fonction de la vitesse de référence la formule de calcul est donnée par (2.45C) :

$$I_{CH} = \frac{1}{400} [0.45V_{VH}^2 + 1000\dot{V}_{VH} + 98]V_{VH} \quad (4.73)$$

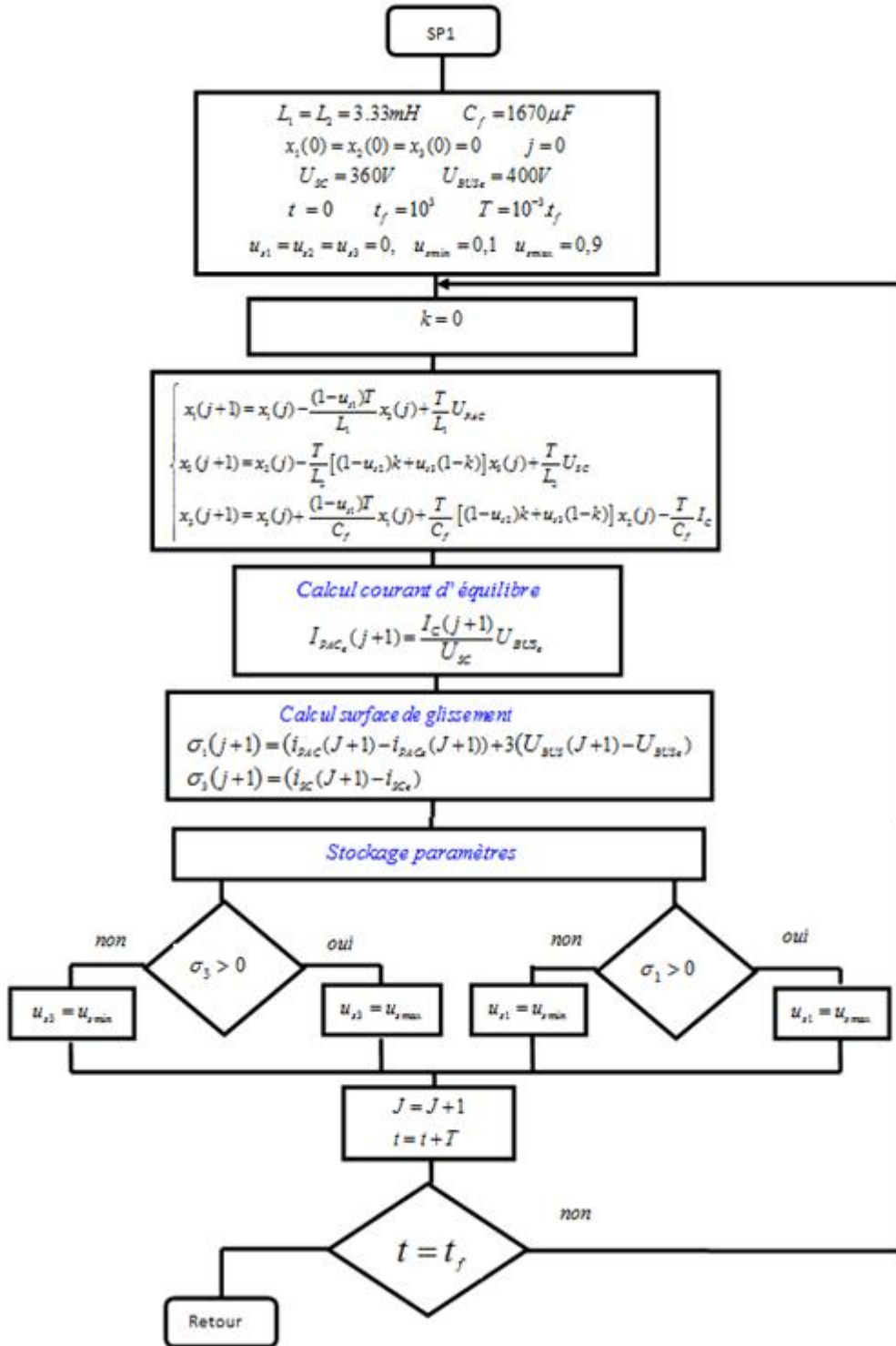
Dans le domaine discret on a : le courant de charge discret,

$$I_{CH}(j+1) = \frac{1}{400} [0.45V_{VH}^2(j+1) + 1000 \frac{V_{VH}(j+1) - V_{VH}(j)}{T} + 98]V_{VH}(j+1) \quad (4.74)$$

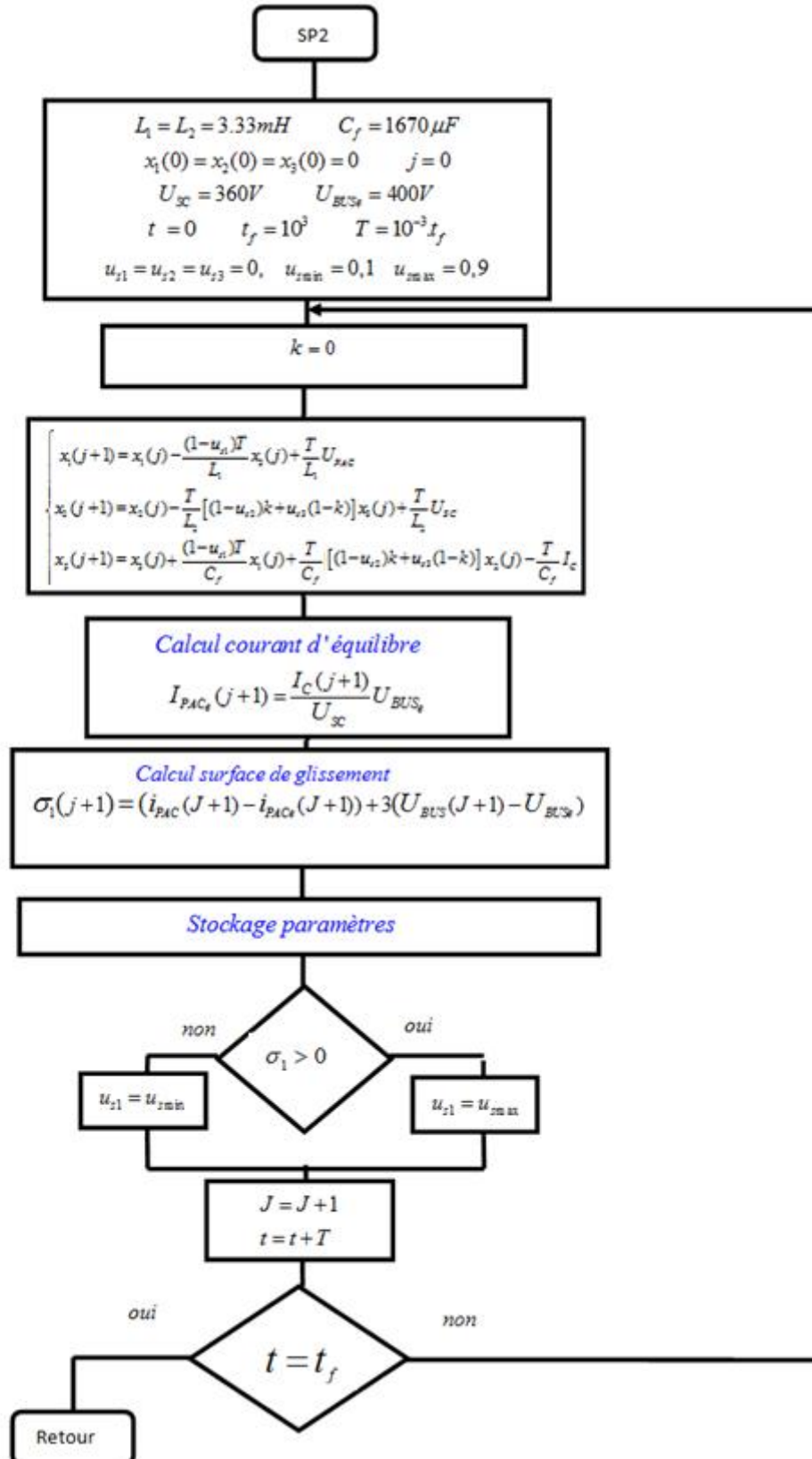
Où T est la période d'échantillonnage



Le sous-programme N°1 permettant à la source principale PAC d'assurer la fluence d'énergie du VH et en même temps la recharge des supercondensateurs de la source secondaire :



Le sous-programme N°2 permettant à la source principale PAC d'assurer seule la fluence d'énergie du VH :



Le programme en langage MATLAB correspondant à cet algorithme (SP2) porte le nom **PAC.m**. Les signaux générés par ce programme quand le véhicule est en traction avec une vitesse constante sont : la tension du bus continu, Le courant de charge, le courant fourni par la pile ainsi que la forme de la surface de glissement et la commande sont montrées sur la figure suivante :

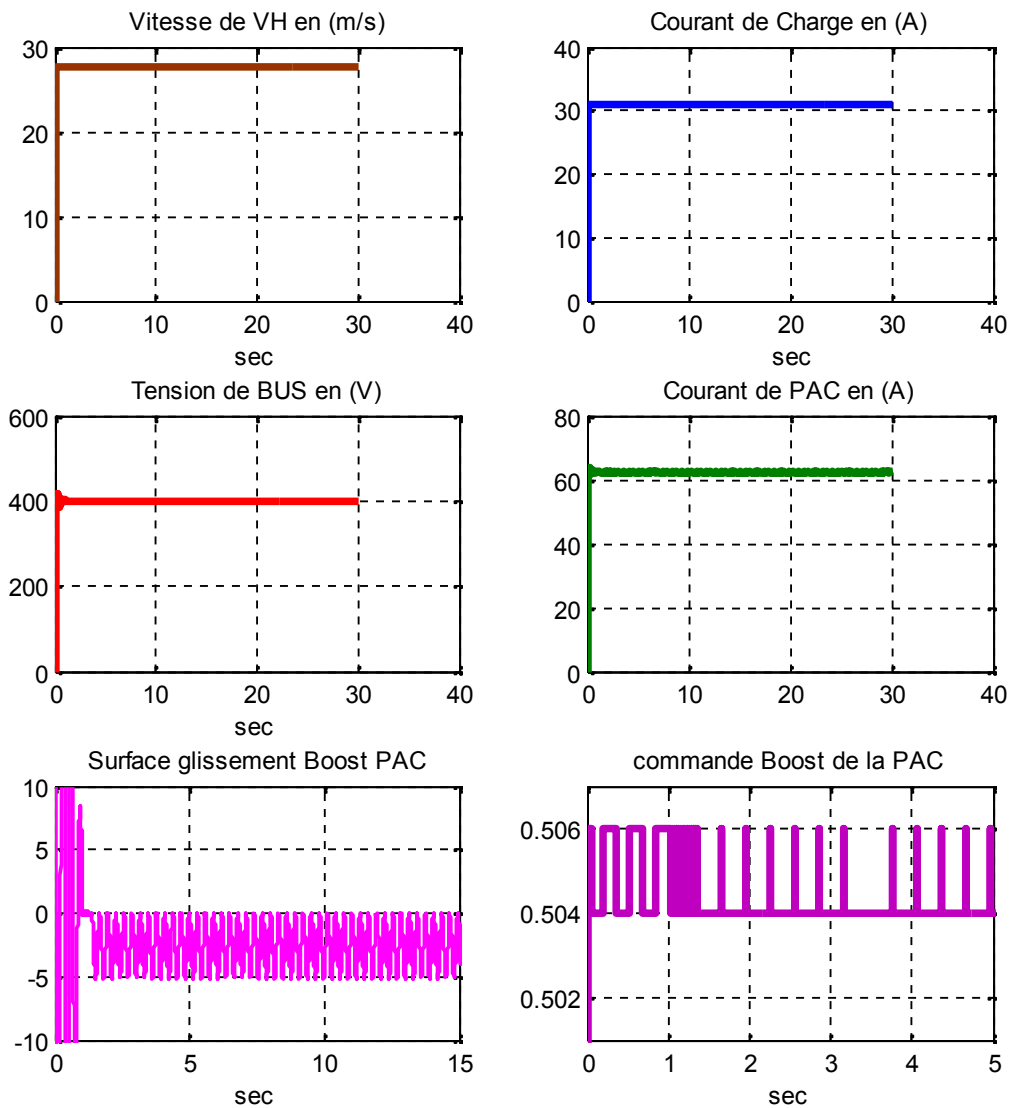
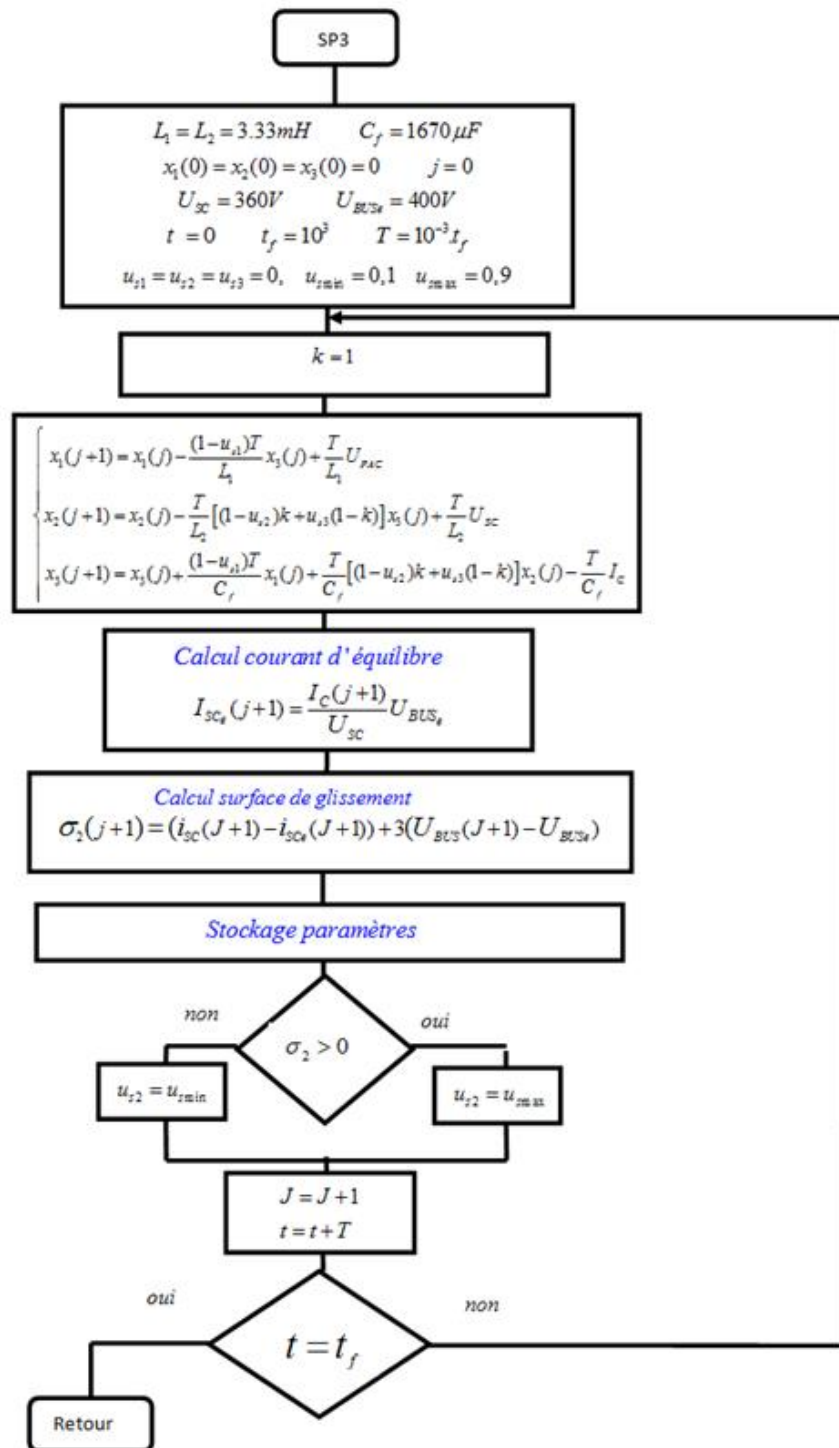


Figure (4.3.4.2) : Formes des courants PAC, Charge, Tension de Bus dans le Boost de la PAC (Cas d'un véhicule en traction avec une vitesse constante)

En conclusion, nous remarquons que cette simulation de la commande du Boost de la PAC avec un profil du courant de charge dépendant d'une vitesse constante, montre que la tension de Bus continu de l'étage d'alimentation se stabilise à une tension moyenne $U_{bus_e} = 400V$, après un régime transitoire de quelques millisecondes.

Le sous-programme N°3 permettant à la source secondaire d'assurer la fluence d'énergie vers le VH est le suivant :



Le programme en langage MATLAB correspondant à cet algorithme (SP3) est **SSE.m** :
La tension du bus continu, Le courant dans la charge, et le courant fourni par la SSE correspondant à un véhicule en état d'accélération avec un profil de vitesse linéaire sont montrées sur la figure suivante :

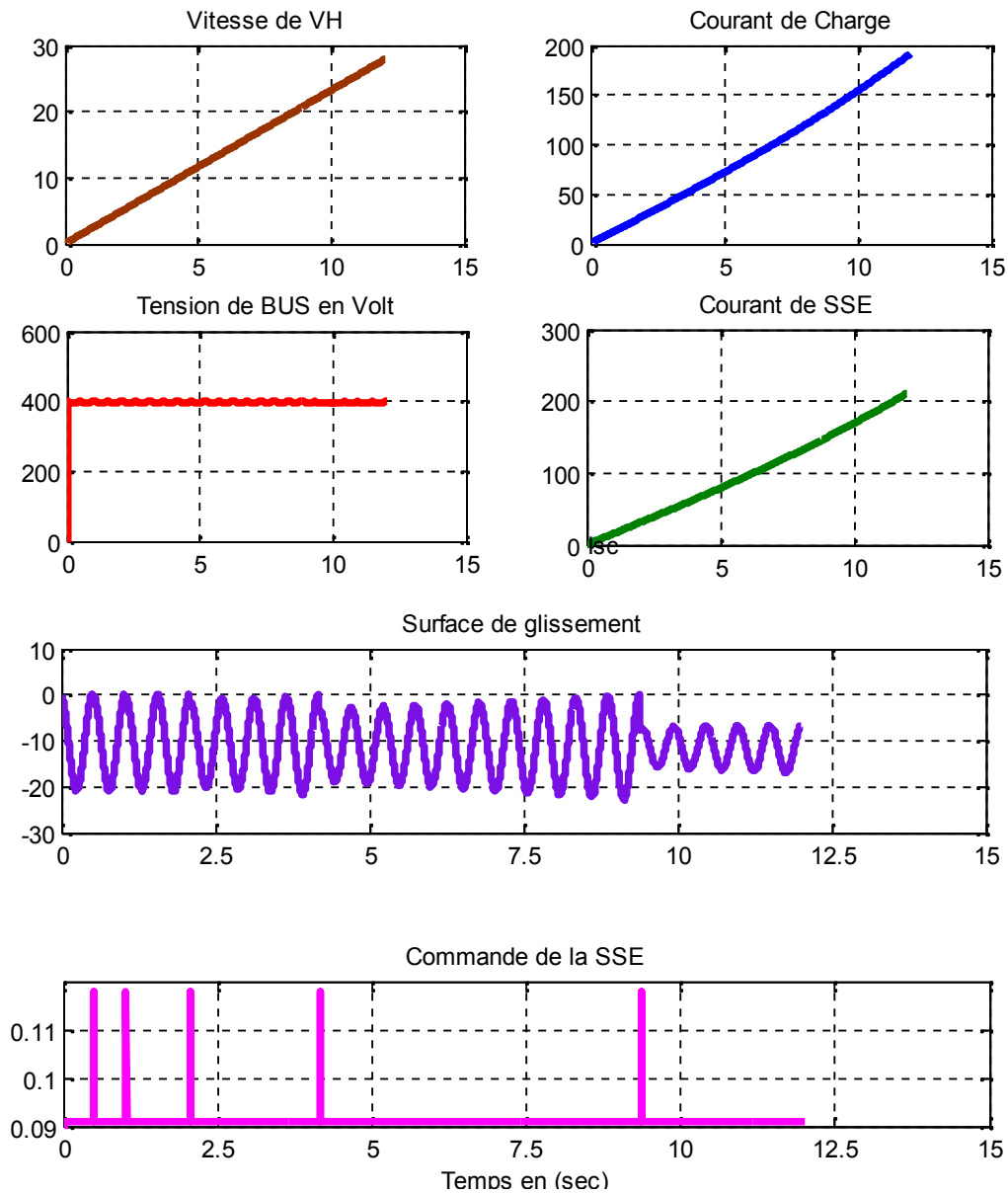


Figure (4.3.4.3) : Formes des courants SSE, Charge, Tension de Bus dans le Boost de la SSE
(Cas accélération de VH)

Nous constaterons aussi dans ce cas que le courant fournie par la SSE augmente au fur et à mesure jusqu'à la fin de la phase d'accélération, la commande basculera entre les valeurs min et max selon le signe de la surface de glissement du Boost de la SSE, et la tension de Bus continu se stabilise autour de la valeur moyenne 400V.

4.4 Simulation et résultats :

Cette partie consiste à simuler la commande mode de glissement appliquée aux convertisseurs DC-DC. Les simulations sont réalisées avec le logiciel MATLAB. La source principale d'énergie qui alimente le premier convertisseur Boost est représentée par une pile combustible de type PEM. La source secondaire d'énergie qui alimente le deuxième convertisseur Boost-Buck constituée d'un module de deux packs montés en parallèle chaque pack contient 141cellules supercondensateurs.

Le véhicule doit pouvoir rouler à une vitesse constante ($V_{vh} = V_{const} = 100km / h$) pendant une durée prolongée (typiquement sur autoroute pendant plusieurs dizaines de minutes), ce qui équivaut à une demande de puissance constante ($P_{demandé} = P_{MOT} = P_{Vconst}$) de la motorisation. La source de puissance secondaire ayant une quantité d'énergie limitée, elle ne peut assurer une assistance en puissance prolongée au système pile à combustible, le système PAC doit donc avoir une puissance maximale suffisante (P_{SYSPAC}^{MAX}) pour assurer le maintien en vitesse du véhicule.

Les accélérations du véhicule se caractérisent par des pointes de puissance (P_{ACC}) de durée limitée de la motorisation (quelques secondes). Le système PAC n'est pas toujours en mesure d'assurer seul les accélérations du véhicule soit parce que sa dynamique est limitée, soit parce que sa puissance maximale (P_{SYSPAC}^{MAX}) est limitée. La puissance manquante ($P_{ACC} - P_{SYSPAC}^{MAX}$) est alors fournie par la source secondaire d'énergie.

Cette configuration peut être expliquée par les graphes dans la figure suivante :

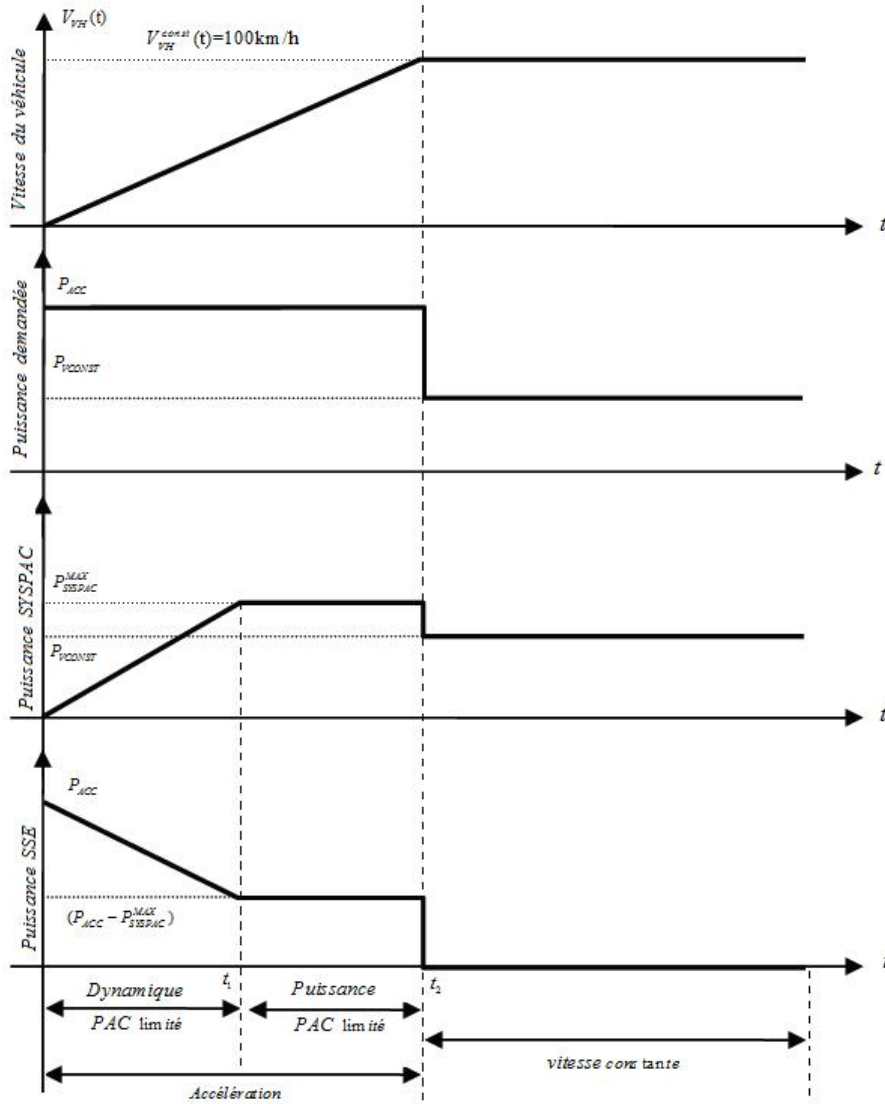


Figure (4.4.1.1) : Exemple des diagrammes de fonctionnement d'un VH.

On peut exprimer ces courbes en fonction du temps comme suit :

$$V_{VH}(t) = \begin{cases} V_{VH}^{const} \cdot t / t_2 & 0 < t < t_2 \\ V_{VH}^{const} & t > t_2 \end{cases} \quad (4.76)$$

$$P_{demandée}(t) = P_{MOT}(t) = \begin{cases} P_{ACC} & 0 < t < t_2 \\ P_{VH}^{const} & t > t_2 \end{cases} \quad (4.77)$$

$$P_{SYSPAC}(t) = \begin{cases} P_{SYSPAC}^{MAX} \cdot t / t_1 & 0 < t < t_1 \\ P_{SYSPAC}^{MAX} & t_1 < t < t_2 \\ P_{VH}^{const} & t > t_2 \end{cases} \quad (4.78)$$

$$P_{SSE}(t) = \begin{cases} -P_{SYSPAC}^{MAX} \cdot t / t_1 + P_{ACC} & 0 < t < t_1 \\ P_{ACC} - P_{SYSPAC}^{MAX} & t_1 < t < t_2 \\ 0 & t > t_2 \end{cases} \quad (4.79)$$

Le Programme en MATLAB permettant la gestion d'énergie entre le SYSPAC, SSE afin de minimiser L'énergie du SYSPAC et par conséquent la consommation de l'hydrogène est donné dans **PAC_SSE_1.m**.

Dans ce programme on définit les différentes phase de traction de véhicule hybride depuis l'instant t=0 où le véhicule se trouve en état d'accélération avec énergie fournie à partir de la PAC, à l'instant t=t1 la PAC est limitée, dans ce cas-là, la SSE continue la tâche de transfert de l'énergie vers le véhicule afin d'achever la phase d'accélération à l'instant t=t2, et à partir de cet instant ,la phase de traction avec une vitesse constante commencera, et donc c'est le tour de la PAC qui va assurer la fluence d'énergie vers le véhicule hybride, et en même temps la recharge des supercondensateurs de la SSE.

Les courbes des différents signaux correspondants au profil de la vitesse donné par (4.76) sont mentionnées ci-dessous :

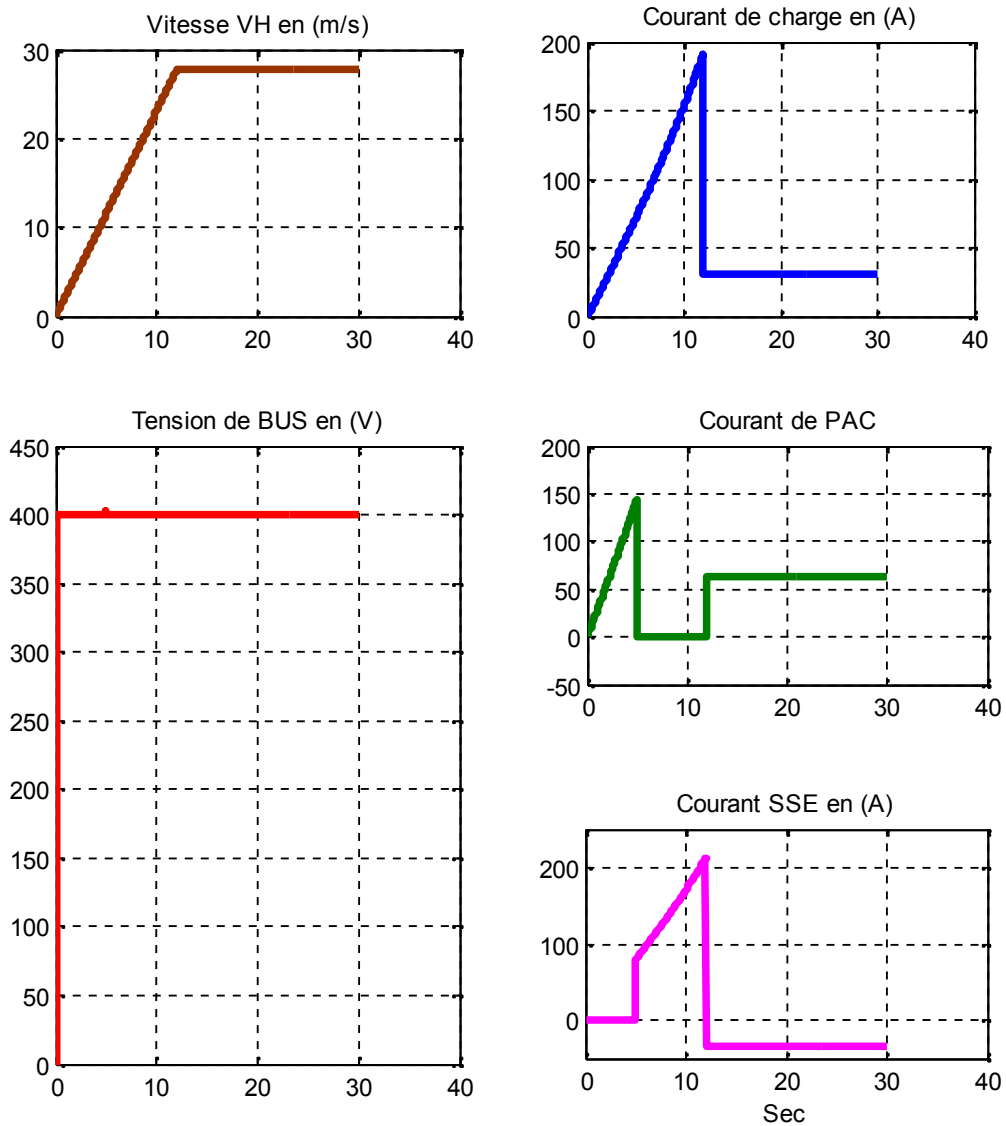


Figure (4.4.1.1) : Formes des courants PAC, SSE, Charge, Tension de Bus, Courbe de Vitesse prédéfinie.

(Cas de démarrage d'un VH, accélération et puis marche avec une vitesse constante)

Nous remarquons que la tension du bus continu est réglée à 400V avec quelques pics dus aux grandes variations de niveau de courant de charge, et les contraintes sur la puissance de la pile sont respectées. Le courant de la SSE s'est stabilisé à sa valeur de référence.

Un autre cas de simulation **PAC_SSE_2.m**, d'un véhicule en traction avec un profil de vitesse comme illustré dans la figure ci-dessous :

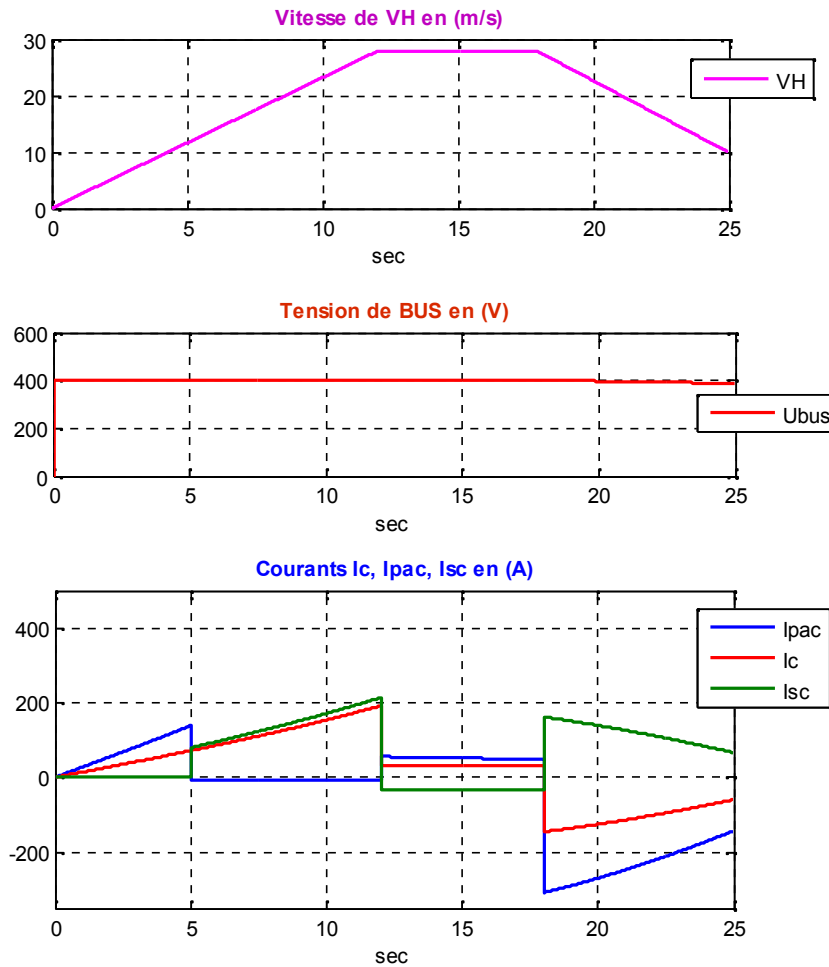
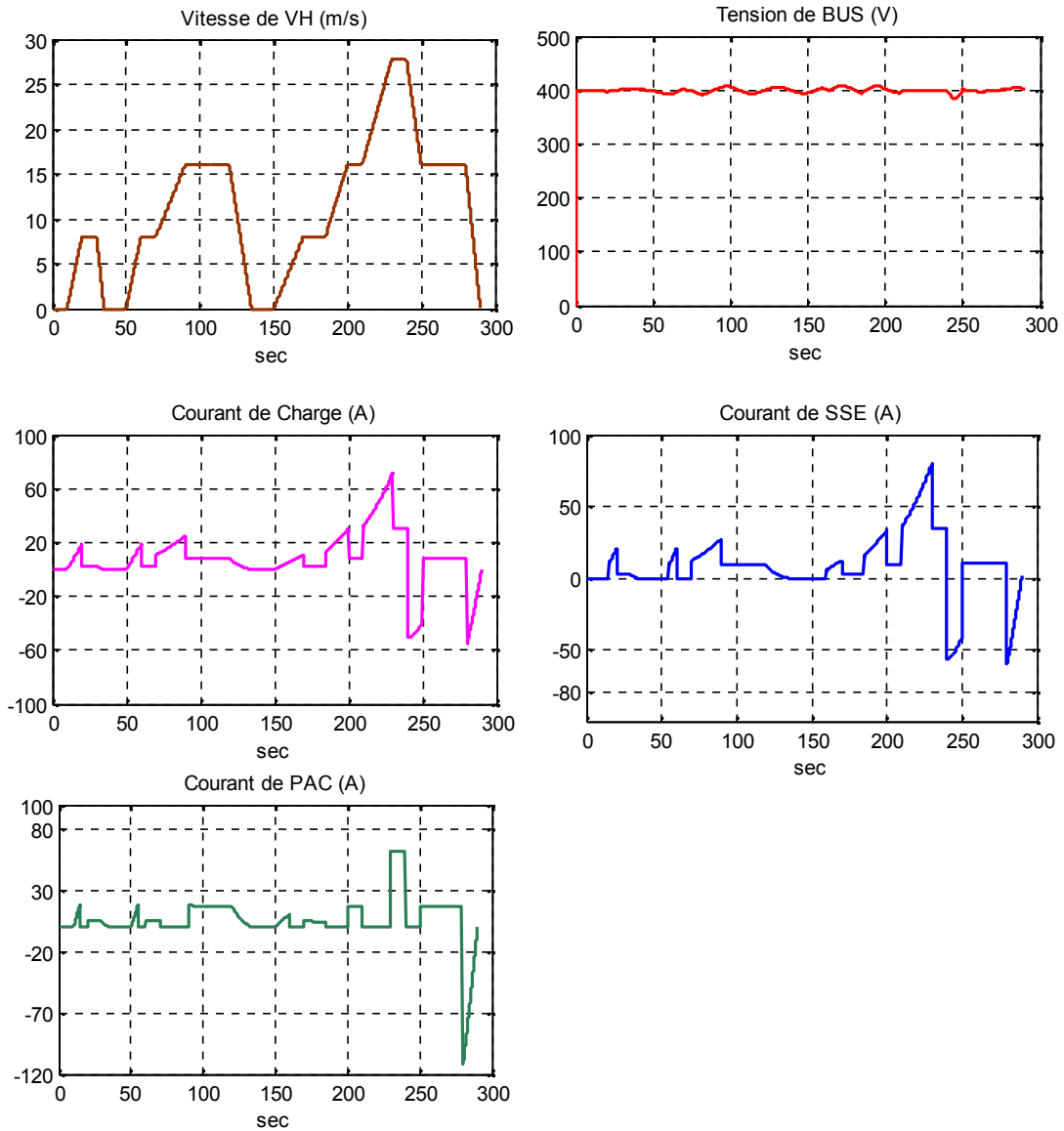


Figure (4.4.1.2) : Formes des courants PAC, SSE, Charge, Tension de Bus, Courbe de Vitesse prédéfinie.

De la même manière nous déduisons que la tension de bus continu est pratiquement stable, et durant la phase de décélération la PAC prend en charge la recharge des super- condensateurs.

On considéré le cas où el profil de vitesse qui correspond au cycle européen **NEDC** (Voir Figure ci-dessous). Les résultats de la simulation **PAC_SSE_3.m** nous ont donné :



Ces résultats de simulation démontrent que la tension de bus est pratiquement stable durant toutes les phases de fonctionnement de véhicule hybride (démarrage, accélération, vitesse constante, et décélération).

4.5. Conclusion :

Pour assurer le transfert d'énergie vers la charge sans chevauchement. Le pilotage des deux convertisseurs couplés, a permis de prouver la robustesse de la commande qui assure l'optimisation de la fluence de l'énergie ainsi que la stabilisation de la tension de bus continu.

Une nouvelle stratégie de la gestion de l'énergie dans un véhicule à pile à combustible est présentée également dans ce chapitre. Cette stratégie regroupe les qualités de deux commandes. Il s'agit de l'association de la commande optimale et de la commande par mode de glissement.

Conclusion générale

L'objectif visé dans cette thèse est la gestion de l'énergie électrique dans un étage hybride d'alimentation électrique composé de deux sources l'une est principale constituée d'un système à pile combustible (pile et ses auxiliaires) et l'autre, secondaire constituée d'un pack de supercondensateurs alimentant le moteur de traction.

Ces sources sont connectées au bus continu par le biais de deux convertisseurs de puissance à courant continu l'un est un Boost et l'autre est un Buck-Boost assurant la gestion de la fluence d'énergie au véhicule électrique hybride à pile combustible.

La puissance électrique demandée est convenablement distribuée à travers les éléments de cet étage d'alimentation en minimisant autant que possible la consommation d'hydrogène à bord du véhicule, et cela afin d'assurer la demande de puissance nécessaire à la traction.

Les éléments constituant l'étage d'alimentation électrique (PAC+SSE+BOOST+BUCK-BOOST) ont été dimensionnés dans le but de constituer une étude homogène basée sur un exemple d'un cas réel de prototypes de véhicules hybrides légers. Un dimensionnement convenable est nécessaire pour fixer des contraintes réalistes devant être gérées par les algorithmes de commande.

Il est évident que d'autres éléments peuvent figurer dans une chaîne de traction. Les algorithmes d'optimisation sont conçus dans un aspect modulaire afin de permettre une intégration facile de modèles.

Nous avons caractérisé les chemins de flux énergétique reliant le nœud électrique au stockage de l'énergie chimique dans le réservoir d'hydrogène d'une part et au stockage de l'énergie électrique dans les supercondensateurs d'autre part.

Les supercondensateurs modélisés par l'intermédiaire d'une résistance et d'une capacité équivalentes en série présentent des pertes de type ohmique liées à cette résistance équivalente. Les résultats ont montré un rendement assez élevé concernant l'élément de stockage et les convertisseurs statiques. Le rendement de la pile à combustible, quant à lui, est proportionnel à la tension aux bornes de cette pile et inversement proportionnel au courant débité par cette dernière et par suite à la puissance demandée.

Pour de faibles puissances, la pile à combustible offre de meilleurs rendements.

Un modèle simple de la pile a été mis au point dans le but de caractériser la tension de la pile en fonction de la puissance demandée. Ce modèle calcule la tension en fonction du courant débité. En considérant que ces grandeurs sont fixées par l'utilisation de lois de commande appropriées.

Nous avons appliqué deux méthodes d'optimisation dynamique globale, à savoir la commande optimale (le principe du maximum de Pontriaguine et le principe d'optimalité de Bellman), la commande par mode de glissement des convertisseurs et la programmation dynamique dans le but de déterminer la distribution instantanée des puissances qui minimise l'énergie du système à pile combustible, et par suite minimiser la consommation l'hydrogène sur un temps de cycle donné.

Ces méthodes nécessitant la connaissance a priori du parcours suivi, se classent parmi les méthodes de gestion hors ligne.

L'association de la commande optimale avec la commande par mode de glissement a permis aux convertisseurs DC-DC du véhicule de forcer le système (PAC+SSE) à suivre les trajectoires de référence fournies par la commande optimale. Cette nouvelle stratégie de la gestion d'énergie dans le véhicule à pile à combustible regroupe les qualités de deux commandes.

D'autre part, l'application de ces méthodes d'optimisation nécessite des manipulations numériques comme la discrétisation de l'espace de temps et d'énergie concernant la programmation dynamique et l'approximation polynomiale des expressions de rendement dans le cas de la commande optimale. Le temps de calcul élevé de la méthode de programmation dynamique empêche dès lors son utilisation en temps réel mais offre une base de comparaison pour évaluer les stratégies de gestion en ligne.

En général, nous avons mis en relief la nette amélioration en performance du groupe motopropulseur apportée par l'hybridation de la pile à combustible avec un élément de stockage à base des supercondensateurs. La diminution de la consommation atteint les 40% en comparaison avec le cas sans hybridation. Nous avons de plus montré qu'une méthode adéquate de gestion de cette hybridation est nécessaire pour optimiser le fonctionnement du groupe et récupérer l'énergie de freinage sans atteindre les limites de saturation ou d'épuisement de l'élément de stockage.

Nous avons pris en considération dans notre étude les contraintes majeures relatives aux puissances et états d'énergies maximaux et minimaux de la pile et l'élément de stockage. Cependant d'autres contraintes peuvent être ajoutées notamment les contraintes liées aux limitations dynamiques de la pile à combustible par l'ajout d'une limite sur la dérivée de la puissance PAC.

Bibliographies

- [01] : S. Shenh, *Optimisation des réseaux de tramway du futur. Vers une rationalisation Énergétique*, thèse 2007.
- [02] : F. Barruel, JL. Schanen, N. Retière, *Volumetric optimization of passive filter for power electronic input stage in the More Electrical Aircraft*, *IEEE Power Electronics Specialists Conference*, Aagen, 2004.
- [03] F. Barruel, N. Retière, JL. Schanen *Stability approach for vehicles DC power network: Application to aircraft on-board system*, *IEEE Power Electronics Specialists Conference*, Recife, 2005.
- [04] D. Magot, *Méthodes et outils logiciels d'aide au dimensionnement. Application aux composants magnétiques et awefiltres passifs*, thèse INPG, Septembre 2004.
- [05] R.Caire, N.Retière, E. Morin, M. Fontela, N. Hadjsaid, *Voltage management of distributed generation in distribution networks*, *IEEE General Meeting*, Toronto, Juillet 2003.
- [06] R.M Popescu, *Vers de nouvelles méthodes de prédiction des performances CEM dans les convertisseurs d'électronique de puissance*, thèse UJF, Novembre 1999
- [07] E. Morin, *Modélisation d'un réseau électrique de tramway: du composant au système*, thèse UJF, Janvier2005.
- [08] Ramón Leyva, Luis Martínez-Salamero “Linear state-feedback control of a boost converter for large-signal stability” *IEEE*, vol. 48, Issue: 4, pp. 418-424, April 2001.
- [09] Silva Hiti and DuHan Borojevic, “Robust Nonlinear Control for Boost Converter” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 10, No. 6, November 1995.
- [10] Yan-Fei Liu and Paresh C. Sen, “Large-Signal Modeling of Hysteretic Current-Programmed Converters” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 11, No. 3, May 1996.
- [11] Hebertt Sira-Ramirez and Miguel Rios-Bolivar, “Sliding Mode Control of dc-to-dc Power Converters via Extended Linearization” *IEEE Transactions on Circuits and Systems-i: Fundamental Theory and Applications*, vol. 41, No. 10, October 1994.
- [12] Hebertt Sira-Ramirez “Sliding Motions in Bilinear Switched Networks” *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. cas-34, No. 8, august 1987.
- [13] Utkin V.I. “ *Sliding Mode Control Optimization*, ” Springer-Verlag, Berlin, 1992.
- [14] Luis Martinez-Salamero, Javier Calvente, Roberto Giral, Alberto Poveda, and Enric Fossas, “Analysis of a Bidirectional Coupled-Inductor Cuk Converter Operating in Sliding Mode,” *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and*

Applications, vol. 45, No. 4, April 1998.

[15] René Husson., “Méthode de commande des machine électrique, ” Lavoisier, Paris, France 2003.

[16] S.C. Tan, Y.M. Lai, C.K. Tse and M.K.H. Cheung, “A pulse-width-modulation based sliding mode controller for buck converters” 35th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference, (ISBN 0-7803-8399-0), pp. 3647-3653, Aachen, Germany, 2004.

[17] Miguel Castilla, Luis García de Vicuña, Josep María Guerrero, José Matas, and Jaume Miret, “ Sliding-Mode Control of Quantum Series-Parallel Resonant Converters via Input– Output Linearization” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 52, No. 2, April 2005.

[18] Yuri B. Shtessel, Alan S . I. Zinober and Ilia A .Shkolnikov “Boost and Buck-Boost Power Converter Control via Sliding Mode Using Sliding Dynamic Manifold” *IEEE*, (ISBN 0-7803-7516-5), vol. 3, pp. 2456- 2461, Las Vegas, Nevada USA, December 2002.

[19] Buhler.H “Réglage par mode de glissement” Complément au traité d'électricité, presse polytechnique romande, Lausanne, suisse, 1986.

[20] Ardalan Vahidi, Anna Stefanopoulou, Huei Peng “Model predictive control for starvation prevention in a hybrid fuel cell system” *IEEE*, (ISBN 0-7803-8335-4), vol. 6, pp. 834-839, Etats-Unis, 2004.

[21] M.J.West, C.M.Bingham and N.Schofield, “Predictive Control for Energy Management in All/More Electric Vehicle with Multiple Energy Storage Units” *IEEE*, (ISBN 0-7803-7817-2), vol. 1, pp. 222- 228, June 2003. Une approche est celle de la commande prédictive

[22] Mamado Bailo camara “ Supercondensateurs pour échange dynamique d'énergie à bord du véhicule électrique hybride, modélisation, étude des convertisseurs et commande,” Thèse, de l'Université de Franche-Comté, 2007.

[23] James Larminie and Andrew Dicks “Fuel Cell Systems Explained” 2nd ed, John Wiley & Sons, West Sussex 2003.

[24] Renaut Mosdale, “Transport électrique routier - Véhicules électriques à pile à Combustible,” *Techniques de l'ingénieur*, Dossier: D5 570, Mai 2003.