

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

**Université de Batna  
Faculté de Technologie  
Département d'Electronique**

**THESE**

Présentée en vue de l'obtention du diplôme de

**Doctorat en Sciences en Electronique**

Option

**Micro-ondes pour Télécommunications**

Par

**Mounir AMIR**

Thème

---

**Amélioration des performances des antennes imprimées basée sur  
des méthodes de modélisation et d'optimisation sophistiquées**

---

**Devant le jury :**

<b><u>Président</u> :</b>	Dr. Abdelmadjid BENGHALIA	Professeur	Univ. Constantine
<b><u>Rapporteur</u> :</b>	Dr. Tarek FORTAKI	Professeur	Univ. Batna
<b><u>Examineurs</u> :</b>	Dr. Djamel BENATIA	Professeur	Univ. Batna
	Dr. Djemai ARAR	Professeur	Univ. Batna
	Dr. M'hamed BOULAKROUNE	M.C. (A)	Univ. Ouargla
	Dr. Djamel KHEDROUCHE	M.C. (A)	Univ. M'sila

## **Résumé**

Avec le développement rapide de la communication sans fil, des antennes de plus en plus performantes sont nécessaires. Ceci est dans le but de répondre aux demandes croissantes d'antennes assurant diverses fonctionnalités pour des équipements de communication moderne.

Parmi les deux grandes catégories des méthodes utilisées dans l'estimation des caractéristiques des antennes imprimées, nous citons les méthodes intuitives simples. Ces modèles aboutissent généralement à des formules analytiques simples. Cependant, ces modèles peuvent donner lieu à des résultats inexacts, notamment pour des applications qui requièrent un substrat épais ou une constante diélectrique élevée. La deuxième catégorie regroupe les méthodes sophistiquées, dites méthodes d'analyse rigoureuses. Elles sont fondées sur la base de formalismes mathématiques complexes, ne peuvent conduire à des résultats exploitables que par le biais d'une résolution numérique. Ces méthodes n'ont connu un véritable challenge dans la conception des antennes imprimées qu'avec l'accroissement des performances des ordinateurs. Ces méthodes, qui sont d'actualité, ne sont pas limitées par les conditions classiques imposées sur le substrat, et permettent d'analyser des antennes de formes très variées mais nécessitent un temps de calcul relativement important.

Malgré que les méthodes numériques sophistiquées permettent d'estimer avec exactitude les caractéristiques des antennes imprimées, ces méthodes seules sont incapables de répondre aux demandes croissantes d'antennes assurant diverses fonctionnalités et multiples performances pour des équipements de communication moderne.

Dans ce présent travail, nous utilisons une méthode de modélisation rigoureuse conjointement avec un outil d'optimisation sophistiqué dans le but de réaliser des antennes imprimées de plus en plus performantes et assurant diverses fonctionnalités. La modélisation est accomplie via la méthode des moments alors que les algorithmes génétiques et d'autres techniques plus évolutives sont exploités comme un outil d'optimisation performant.

## **Abstract**

With the fast development of wireless communication; more efficient antennas are required. This is in order to meet the increasing antenna performing various features for modern communication applications.

Two main types of methods used to estimate the characteristics of printed antennas, we include simple intuitive methods. These models usually result in simple analytic formulas. However, these models can lead to inaccurate results, especially for applications that require a thick substrate or a high dielectric constant. The second category includes sophisticated methods, such methods of rigorous analysis. They are based on the basis of complex mathematical formalisms, can lead to exploitable results through digital resolution. These methods have not been a real challenge in the design of printed antennas with enhanced performance computers. These methods, which are current, are not limited by the conditions imposed on the conventional substrate, and allow the analysis of many different forms of antennas but require a relatively large computational time.

Even though sophisticated numerical methods used to estimate accurately the characteristics of printed antennas, these methods alone are unable to meet the growing antenna providing various features and performance for many of modern communication applications.

In the present work, we use a disciplined modeling in conjunction with a sophisticated optimization tool in order to make printed antennas more efficient and performing various functions. The modeling is accomplished via the method of moments while genetic algorithms and other techniques are more scalable exploited as a powerful optimization tool.

# *Dédicace*

*A mon père*

*A ma mère*

*A l'ensemble des enseignants*

*A mon frère, A mes sœurs.*

*A ma femme et mon fils Amdjed.*

*A tous mes collègues et amis.*

*Je dédie cette thèse.*

## **Remerciements**

*Je voudrais exprimer, par ce modeste travail, ma gratitude et ma considération à Monsieur **Tarek FORTAKI**, Professeur à l'université de Batna, pour avoir suivi mon travail avec une attention soutenue, pour leurs qualités scientifiques et humaines qui m'ont beaucoup aidé et guidé tout au long de mes années de recherches.*

*Je remercie très sincèrement Monsieur le Professeur **Abdelmadjid BENGHALIA**, de l'université de Constantine, pour l'intérêt qu'il a manifesté pour ce travail et d'avoir accepté de présider le jury de cette thèse.*

*Monsieur **Djamel BENATIA**, Professeur à l'université de Batna, et Monsieur **Djemai ARAR**, Professeur à l'université de Batna, ont aimablement accepté de participer au jury, je les remercie pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail.*

*Toute ma gratitude va à Monsieur **BOULAKROUNE M'hamed**, Maître de Conférences à l'université de Ouargla, pour avoir accepté d'évaluer ce travail.*

*Que Monsieur, **Djamel KHEDROUCHE**, Maître de Conférences à l'université de M'sila, soit remercié pour sa présence dans le jury.*

*Je tiens à remercier particulièrement tous les enseignants du département d'électronique de l'université de Batna, qui ont veillé à notre formation.*

*Mes remerciements vont également à tout le personnel du département d'électronique de l'université de Batna pour leur gentillesse et leur disponibilité.*

*Enfin, j'exprime mes remerciements à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce travail.*

# Sommaire

## *Introduction générale*

Introduction générale .....	2
Références bibliographiques .....	5

## *Chapitre 1*

### *Présentation des algorithmes génétiques*

I.1. Introduction .....	9
I.2. Bref historique sur le calcul évolutif .....	11
I.3. Classification des méthodes d'optimisation.....	13
I.4. Les Algorithmes Génétiques (GAs) .....	15
I.4.1 Principes généraux .....	15
I.4.2 Codage des données .....	20
a. Codage à deux états.....	21
b. Codage binaire.....	22
I.4.3 Fonction coût.....	23
a. Optimisation mono-objectif .....	24
b. Optimisation multi-objectif .....	24
I.4.4 Génération de la population initiale .....	25
I.4.5 Opérateurs génétiques .....	26
I.4.5.1 Principes de sélection.....	26
I.4.5.2 Opérateur de croisement .....	28
I.4.6 Opérateur de mutation.....	31
I.4.7 Elitisme .....	31
I.5. Couplage de la méthode de moment (MOM) avec les GA .....	32
I.6. Conclusion.....	34
Références bibliographiques .....	34

## *Chapitre 2*

### *Techniques d'optimisation par l'intelligence collective*

II.1. Introduction .....	37
II.2. Optimisation par essaim particulaire (OEP).....	37
II.2.1. Principe .....	37
II.2.2 Formulation du problème .....	40
II.2.3 Configuration de la méthode .....	41
II.2.3.1 Nombre de particules .....	41
II.2.3.2 Topologie du voisinage .....	41
II.2.3.3. Coefficient d'inertie .....	43

II.2.3.4	Coefficients de confiance .....	44
II.2.3.5.	Critères d'arrêt.....	44
II.3.	Optimisation par recherche de nourriture bactérienne .....	46
II.3.1.	Recherche de nourriture bactérienne par E. coli .....	46
II.3.2.	Natation et Culbute.....	47
II.3.3.	Optimisation parla recherche de nourriture bactérienne .....	49
II.4.	Choix d'une méthode d'optimisation .....	52
II.5.	Conclusion.....	53
	Références bibliographiques .....	54

### *Chapitre 3*

#### *Implémentation de la Méthode des Moments*

III.1.	Introduction .....	58
III.2.	Equation intégrale du champ électrique (EFIE) .....	59
III.3.	Formulation théorique du problème de la fonction de Green.....	60
III.4.	Détermination du tenseur de Green pour la structure étudiée .....	66
III.5.	formulation des paramètres caractéristiques de l'antenne .....	69
III.5.1	Détermination de l'équation intégrale.....	69
III.5.2.	Résolution de l'équation intégrale par la procédure de Galarkin.....	70
II.5.3.	Calcul de la fréquence de résonance et la bande passante.....	72
III.5.4.	Choix des fonctions de base .....	72
III.6.	Conclusion.....	74
	Références bibliographiques .....	75

### *Chapitre 4*

#### *Résultats Numériques et Discussion*

IV.1.	Introduction .....	78
IV.2.	Le choix de la fonction fitness .....	78
IV.3.	Algorithmes d'optimisations et choix des paramètres .....	79
IV.4.	Convergence et stabilité des algorithmes proposés.....	83
IV.5.	Conclusion.....	94
	Références bibliographiques .....	94

#### *Conclusion générale*

	Conclusion générale.....	98
--	--------------------------	----

#### *Annexe*

	<i>Publications et Travaux réalisés au cours de cette formation</i> .....	101
--	---	-----

# *Introduction générale*

## **Introduction générale**

Tenir compte des pensées originales de Darwin et Mendel, il est incontestable que la vie en ce monde sous toutes ses formes aussi diverses et complexes, ait évolué par des procédés de sélection naturelle et d'adaptation, dictées par la survie des espèces. Suite à cette évidence, des implémentations informatiques inspirées de la nature ont été appliquées dans la résolution des problèmes d'optimisation en ingénierie. En effet, les algorithmes génétiques (GA) constituent une méthodologie d'optimisation qui tient compte de la recherche complète d'une fonction de coût par les procédés stochastiques qui sont modelés sur le concept évolutionnaire darwinien [1]. Aujourd'hui, certaines fonctionnalités des GA ont été adaptées pour faciliter la conception des dispositifs électromagnétiques. Ces fonctionnalités sont appliquées dans la conception des diverses antennes, filtres et dispositifs passifs.

La popularité récente et avérée des GA n'est pas exclusive au domaine de l'électromagnétisme. Elle s'étend de l'ingénierie à l'informatique jusqu'aux finances, où les GA ont été appliquées aux problèmes d'optimisation avec un grand succès. Ils ont été utilisés pour concevoir des moteurs à réaction, pour développer l'animation et pour optimiser des outils d'usage quotidien.

Le Professeur David Goldberg un des fondateurs du GA et auteur de beaucoup d'algorithmes avancés, aborde une question avec l'avènement du GA en se demandant si les GA vont-ils disparaître ou non dans l'avenir ? Comme d'autres méthodes qui se sont succédées dans le passé.

Depuis leur introduction dans la conception électromagnétique qui date des années 1990, les GA attirent des chercheurs qui abordent divers axes de recherche. Aujourd'hui, la plupart des conférences consacrent une session spéciale à l'application de l'optimisation



électromagnétique et aux problèmes inverses, la parution d'articles dans ce domaine reste constante et en continue.

Réalisant le même succès, les nouvelles méthodes d'optimisation sont inspirées de la nature, tout comme les GA, elles simulent le comportement des groupes d'animaux et leur intelligence collective. Ces techniques sont répertoriées comme des modèles de calcul inspirés des systèmes d'essaims naturels.

À ce jour plusieurs modèles d'intelligence collective, basés sur différents systèmes naturels, ont été proposés et appliqués avec succès dans de nombreuses applications réelles et complexes. Parmi lesquelles on cite l'optimisation par colonies de fourmis (Ants Colony Optimization) [2], optimisation par essaims particulaires (Particle Swarm Optimization PSO) [3], Colonie artificielle d'abeilles (Artificial Bee Colony) [4], Recherche de Nourriture Bactérienne [5], Cat Swarm Optimization [6], système immunitaire artificiel [7], et Glowworm Swarm Optimization [8].

De nos jours, les antennes microbandes sont probablement les dispositifs les plus utilisées dans la conception commerciale compacte [9], [10]. Les principaux avantages de ces antennes, leur faible poids, volume, épaisseur et coût, la simplicité de leur fabrication, la possibilité de la mise en réseau et l'intégration d'éléments [11]-[13]. Cependant, ce type d'antennes présente des limites, notamment la bande passante étroite, le faible gain et la fréquence de résonance unique [14]. Choses qui exigent une grande précision lors du calcul des caractéristiques de ce type d'antennes.

Plusieurs modèles ont été proposés pour analyser et calculer les caractéristiques des antennes microbandes, ces derniers sont classés en deux groupes: Le premier groupe rassemble les méthodes intuitives simples, basées sur des suppositions physiques aboutissant généralement à des formules simples [15]. Les inconvénients spécifiques à ces méthodes sont:

- Difficulté à déterminer toutes les caractéristiques de l'antenne.
- Limitation à des formes géométriques simples.
- Ces méthodes ne s'appliquent que pour des antennes microbandes à épaisseur et constante diélectrique très faibles.

Le deuxième groupe regroupe les méthodes d'analyses rigoureuses. Elles sont basées sur le problème aux frontières des grandeurs électromagnétiques et fondées sur des formalismes mathématiques complexes. Ces méthodes ne peuvent conduire à des résultats exploitables que par le biais d'une résolution numériques. Les méthodes les plus reconnues sont la méthode aux différences finies [16], la méthode des éléments finies [17] et la méthode de l'équation intégrale conjointement avec la méthode des moments [18]-[21].

Le choix de la méthode des moments est du fait qu'elle ne soit pas limitée par les conditions classiques telles que l'épaisseur mince du substrat et la petite valeur de la constante diélectrique. Elle permet aussi d'analyser des antennes de formes très variées, cependant, elle nécessite un temps de calcul relativement important.

Afin de réduire le temps de calcul en préservant l'exactitude et la qualité des résultats, il est nécessaire de coupler la méthode des moments avec l'une des techniques d'optimisation citées précédemment. Ce couplage va permettre aussi de traiter le problème inverse par la méthode des moments, c'est-à-dire, l'optimisation de la géométrie de l'antenne ce qu'il n'était pas possible avec la méthode des moments classique.

Ce manuscrit est scindé en quatre chapitres, le premier chapitre, est consacré à l'étude bibliographique des méthodes d'optimisation et à la présentation des algorithmes génétiques, il aborde les principes de base et les caractéristiques des GA.

Le deuxième chapitre décrit deux techniques d'intelligence collective les plus usitées, l'optimisation par essais particuliers et l'optimisation par Recherche de Nourriture

Bactérienne.

Le troisième chapitre présente la technique adoptée pour la détermination de la fonction tensorielle de Green pour le cas d'une structure monocouche à patch rectangulaire. Tout d'abord, on définit une formule reliant les grandeurs électromagnétiques d'une couche à celles de la couche qui la précède. Puis on applique ces résultats pour le calcul du tenseur spectral de Green de la structure étudiée. La procédure de Galerkin est utilisée pour discrétiser l'équation intégrale du champ électrique.

Le quatrième chapitre est consacré à l'application des différentes techniques d'optimisation étudiées dans le premier et le deuxième chapitre. Une discussion particulière sera portée sur les différentes étapes critiques rencontrées dans le processus de la résolution numérique de l'équation homogène. Nous présentons par la suite une étude concernant la convergence des résultats numériques, et on termine par une étude comparative de nos résultats avec ceux disponibles dans la littérature.

Enfin, dans la conclusion générale du manuscrit, nous récapitulons nos principales contributions, puis nous exposons quelques perspectives afin d'améliorer les performances des algorithmes déjà développés.

### **Références bibliographiques**

- [1] Y. Rahmat-Samii and E.Michielsen, 'Electromagnetics Optimization by Genetic Algorithms', Eds. New York, Wiley, pp. 181-210, 1999.
- [2] M. Dorigo and T. Stützle, 'Ant Colony Optimization'. MIT Press, Cambridge, ISBN: 978-0-262-04219-2,2004.
- [3] J. Kennedy and R. C. Eberhart, 'Particle Swarm Optimization', Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks, Perth, Australia, pp. 1942–1948, 1995.
- [4] D. Karaboga, 'An Idea Based On Honey Bee Swarm for Numerical Optimization', Technical Report-TR06,Erciyes University, Engineering Faculty, Computer.
- [5] K. M. Passino, 'Biomimicry of Bacteria Foraging for Distributed Optimization and

- Control', IEEE Control Systems Magazine, Vol. 22, 52–67, 2002.
- [6] S.C. Chu, P.W. Tsai and J.S. Pan, 'Cat swarm optimization', Proc. of the 9<sup>th</sup> Pacific Rim International Conference on Artificial Intelligence, LNAI 4099, pp. 854-858, 2006.
- [7] M.Bakhouya and J. Gaber, 'An Immune Inspired-based Optimization Algorithm: Application to the Traveling Salesman Problem, Advanced Modeling and Optimization', Vol. 9, No. 1, pp. 105-116, 2007.
- [8] K.N. Krishnanand and D. Ghose, 'Glowworm swarm optimization for searching higher dimensional spaces'. In: C. P. Lim, L. C. Jain, and S. Dehuri (eds.) Innovations in Swarm Intelligence. Springer, Heidelberg, 2009.
- [9] S. Benkouda, 'Contribution à l'étude des problèmes de caractérisation des antennes microrubans à plaques rayonnantes parfaitement conductrices et supraconductrices,' THESE Doctorat en Sciences en Electronique, Université de Batna, 2012.
- [10] O. Q. Teruel, Z. Sipus, and E. R. Iglesias, "Characterization and reduction of mutual coupling between stacked patches," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 59, pp. 1031-1036, Mar. 2011.
- [11] T. Fortaki, L. Djouane, F. Chebara, and A. Benghalia, "Radiation of rectangular microstrip patch antenna covered with a dielectric layer," *Int. J. Electron.*, vol. 95, no. 9, pp. 989-998, Sept. 2008.
- [12] D. Khedrouche, F. Bouttout, T. Fortaki, and A. Benghalia, "Spectral-domain analysis of multilayer cylindrical-rectangular microstrip antennas," *Engng. Anal. Boundary Elem.*, vol. 33, pp. 930-939, 2009.
- [13] S. Benkouda and T. Fortaki, "Resonance of rectangular microstrip patch over ground plane with rectangular aperture in the presence of high-permittivity dielectric layer below the aperture," *Progress In Electromagnetics Research Symposium (PIERS 2011)*, Marrakech, Morocco, March 20-23, pp. 239-241, 2011.
- [14] S. Shekhawat, P. Sekra, D. Bhatnagar, V. K. Saxena, and J. S. Saini, "Stacked arrangement of rectangular microstrip patches for circularly polarized broadband performance," *IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett.*, vol. 9, pp. 910-913, 2010.
- [15] J. P. Daniel, G. Dubost, C. Terret, J. Citerne, and M.Drissi, "Research on planar antennas and arrays" structures rayonnantes " *IEEE Trans. Antennas Propagat.* Vol. 35, no 1, pp. 14-38, Feb. 1993.

- [16] W. Y. Wu and C. W. Kuo, "Direct application of the S24 FDTD methode to antennapattern computation," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 40, no. 4, pp. 289-292, Feb.2004.
- [17] F. Bilotti, A. Toscano, and L. Vegni, "FEM-BEM formulation for the analysis of cavity backed patch antennas on chiral substrates," *IEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 51, pp.306-311, Feb. 2003.
- [18] D. Chatterjee and R. G. Plumb, "Some convergence considerations in space- domain moment method analysis of class of wide-band microstrip antennas," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 48, pp.147-160, Feb. 2000.
- [19] F. Bilotti and C. Vegni, "Rigorous and efficient full-wave analysis of trapezoidal patch antennas," *IEE Trans. Antennas propagate.*,vol. 49, pp. 1773-1776, Dec. 2001.
- [20] F. Bilotti and C. Vegni, "MoM entire domain basis functions for convex polygonal patch," *J. Electromag. Waves Applicat.*,vol. 17, no. 11, pp. 1519-1664, 2003.
- [21] A. Kedar, K. K. Gupta, and N. D. Kartaria, 'Spectral-domain modeling of superconducting microstrip structures: Transmission lines and resonators', *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 41, no. 1, pp. 55-59, A2pr. 2004.

# *Chapitre 1*

## *Présentation des algorithmes génétiques*

# Chapitre 1

## *Présentation des algorithmes génétiques*

### **I.1. Introduction**

La résolution des problèmes d'optimisation est devenue un sujet central en recherche opérationnelle, le nombre de problèmes d'aide à la décision peut être formalisé sous la forme d'un problème d'optimisation étant en forte croissance. Les problèmes d'apprentissage de réseaux de neurones, de planification des tâches ou encore d'identification sont, par exemple, des problèmes communs d'optimisation. En outre, l'Homme cherche à améliorer sa vie quotidienne, l'Homme aime la perfection ! Et sans qu'il se rend compte, il essaye à minimiser ses charges, son loyer ou la consommation de sa voiture....Il tente toujours à vrai dire à effectuer une opération d'optimisation; minimiser ses dépenses ou maximiser ses biens. Le mathématicien vient pour concrétiser les vœux de l'Homme en modélisant les problèmes de la vie sous forme de fonctions coûts en utilisant les différents types d'optimisation. De nos jours, l'optimisation est devenue un domaine indispensable pour résoudre plusieurs problèmes que se soit dans l'industrie ou d'autres secteurs [1].

L'optimisation est donc le processus de faire quelque chose de mieux. Un ingénieur ou un scientifique évoque une nouvelle idée et l'optimisation améliore cette idée. L'optimisation consiste à essayer d'apporter des variations sur un concept initial et d'utiliser les informations obtenues pour améliorer cette idée. Un ordinateur est l'outil idéal pour l'optimisation d'une idée tant que les variables influençant cette dernière peuvent être exprimées sous format électronique. Donnez à un ordinateur quelques données et il vous présente une solution. Est-

ce la seule solution? Souvent non. Est-ce la meilleure solution? C'est une question difficile. L'optimisation est l'outil mathématique que nous exploitons pour obtenir ces réponses [2].

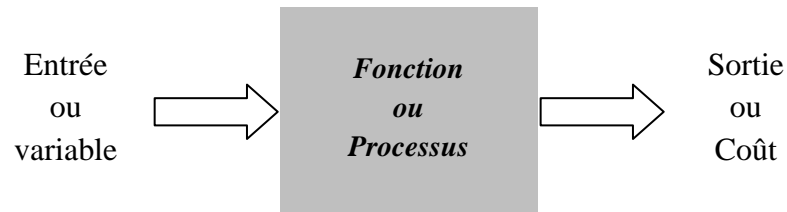
#### **a. Recherche de la meilleure solution**

La terminologie, ‘**meilleure**’ solution implique qu'il ya plus d'une solution et les solutions ne sont pas de valeur égale. La définition de ‘meilleure’ est relative au problème traité, sa méthode de solution, et les tolérances admises. Ainsi, la solution optimale dépend de la personne formulant le problème. Certains problèmes ont des réponses exactes ou des racines, et ‘meilleure’ a une définition spécifique. D'autres problèmes ont diverses solutions minimales ou maximales appelées points optimaux ou extrema, et ‘meilleure’ peut-être une définition relative.

#### **b. Qu'est-ce que l'optimisation?**

Nos vies nous confrontent à de nombreuses possibilités d'optimisation. À quelle heure nous nous levons le matin de sorte que nous maximisons la quantité de sommeil? Quelle est la meilleure voie pour travailler? Quel projet nous abordons d'abord? En concevant quelque chose, nous raccourcissons la longueur de ceci ou nous réduisons le poids de cela, car nous voulons minimiser le coût ou maximiser l'attrait d'un produit. L'optimisation est le processus d'ajustement des entrées (ou caractéristiques d'un dispositif) à un processus mathématique ou expérience pour trouver la sortie ou le résultat minimum ou maximum (Fig.I.1). L'entrée est constituée de variables, le processus ou la fonction est connue comme la fonction de coût, fonction objective, ou la fonction de remise en forme, et la sortie est le coût ou la remise en forme. Si le processus est une expérience, alors les variables sont des entrées physiques de cette expérience [2].





**Fig.I.1.** Schéma d'une fonction ou d'un processus qui doit être optimisé. L'optimisation varie l'entrée pour obtenir une sortie désirée.

## I.2. Bref historique sur le calcul évolutif

Dans les années 1950 et 1960, plusieurs chercheurs en informatique ont étudié indépendamment des systèmes évolutifs avec l'idée que l'évolution pourrait être utilisée comme un outil d'optimisation pour les problèmes d'ingénierie. L'idée dans tous ces systèmes était de faire évoluer une population de solutions candidates à un problème donné, en utilisant des opérateurs inspirés par la variation génétique et la sélection naturelle. Dans les années 1960, Rechenberg a introduit des 'stratégies d'évolution', une méthode qu'il a utilisée pour optimiser les paramètres à valeurs réelles de quelques dispositifs. Cette idée a été améliorée par la suite par Schwefel (1975, 1977). Le domaine des stratégies d'évolution est resté un domaine de recherche actif, la plupart du temps se développant indépendamment du domaine des algorithmes génétiques [3].

Plusieurs autres personnes travaillant dans les années 1950 et les années 1960, ont développé des algorithmes pour l'optimisation et l'apprentissage machine. Box (1957), Friedman (1959), Bledsoe (1961), Bremermann (1962), et Reed, Toombs, et Baricelli (1967) ont tous travaillé dans ce domaine, bien que leurs travaux ont donné peu d'attention sur les stratégies d'évolution, la programmation évolutive et les algorithmes génétiques ont été observés. En outre, un certain nombre de biologistes évolutionnistes ont utilisé des ordinateurs pour simuler l'évolution dans le but de réaliser des expériences contrôlées (nous citons par exemple les travaux de Baricelli 1962, Fraser 1957, Martin et Cockerham 1960 [3]).

Les algorithmes génétiques (GAs) ont été inventés par John Holland dans les années 1960 et ont été développés par Holland et ses étudiants à l'Université de Michigan dans les années 1960 jusqu' à 1970. Contrairement aux stratégies d'évolution et la programmation évolutionnaire, l'objectif initial de Holland n'était pas de concevoir des algorithmes pour résoudre des problèmes spécifiques, mais plutôt d'étudier formellement le phénomène d'adaptation tel qu'il se présente dans la nature et de développer les façons permettant aux mécanismes d'adaptation naturels d'être importés dans les systèmes informatiques [3].

Le livre de Holland 1975, '*Adaptation in Natural and Artificial Systems*' présente les algorithmes génétiques comme une abstraction de l'évolution biologique et a donné un cadre théorique pour l'adaptation sous GA. L'algorithme génétique développé par Holland est une méthode permettant de passer d'une population de 'chromosomes' à une nouvelle population en utilisant une sorte de sélection naturelle avec les opérateurs inspirés de la génétique comme le croisement, la mutation et l'inversion. Chaque chromosome est constitué de gènes, chaque gène étant un exemple d'un allèle particulier (par exemple 0 ou 1)[3].

L'opérateur de sélection choisit les chromosomes de la population qui sera autorisé à se reproduire, et en moyenne les chromosomes ajusteur produisent plus de progéniture que les moins adaptés. Le croisement échange les sous-parties de deux chromosomes, grossièrement imitation de la recombinaison biologique entre deux organisations de simple-chromosome; la mutation change aléatoirement les valeurs alléliques de certains emplacements dans le chromosome, et l'inversion renverse l'ordre d'une section contiguë du chromosome, réarrangeant ainsi l'ordre dans lequel les gènes sont disposés en réseau [3].

Au cours des dernières années il y a eu une large interaction répandue parmi les chercheurs étudiant diverses méthodes de calcul évolutionnaire, et les limites entre les algorithmes génétiques, les stratégies d'évolution, la programmation évolutionnaire et d'autres approches évolutionnistes se sont rétrécis dans une certaine mesure. Aujourd'hui, les

chercheurs utilisent souvent le terme ‘algorithme génétique’ pour décrire quelque chose de très loin de la conception originale de Holland.

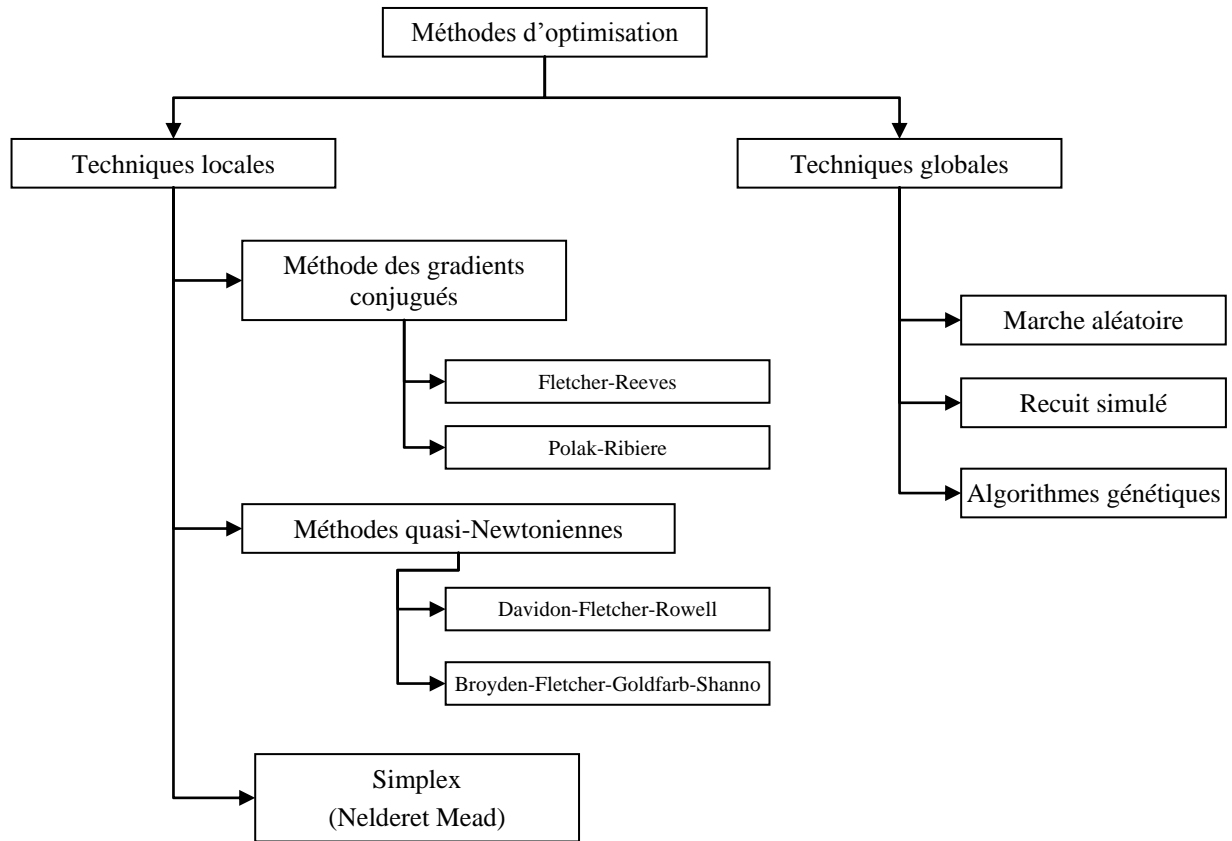
### **I.3. Classification des méthodes d'optimisation**

Avant de discuter les détails spécifiques des algorithmes génétiques (GAs) et de ses applications, nous allons tout d'abord présenter la relation entre GA et les méthodes d'optimisation courantes les plus connues [4].

Selon les travaux réalisés par J. Johnson et Y. Rahmat-Samii[4], les méthodes d'optimisation peuvent être partagées en deux catégories. La première permet de déterminer un minimum local, cette catégorie englobe les méthodes qui sont appelées méthodes locales, et la deuxième catégorie qui cherche la détermination d'un optimum global, ces méthodes sont appelées méthodes de recherche globale. La Fig.I.2 représente la classification des méthodes d'optimisation les plus utilisés [4].

Il existe plusieurs points de différence entre les méthodes d'optimisation locales et globales, parmi lesquelles on cite:

- Le résultat obtenu par les méthodes d'optimisation locales dépend fortement des valeurs et conditions initiales, alors que les techniques de la recherche globale sont largement indépendantes des conditions initiales.
- Les méthodes d'optimisation globales sont plus robustes pour les problèmes les plus compliqués ou multi-variables, et surtout lorsque l'espace de recherche comporte des discontinuités ou des contraintes sur ses paramètres, et/ou dans le cas où il existe un grand nombre de minima locaux. Par contre les méthodes locales sont généralement efficaces pour résoudre de façon efficace les problèmes de petites tailles dans lesquels une seule solution optimale est possible.



**Fig. I.2.**Classification des méthodes d'optimisation.

Les méthodes globales deviennent plus avantageuses pour les problèmes complexes nécessitant un temps de calcul important, de nombreux optima locaux possibles et dans le cas où les fonctions sont non dérivables ou complexes. Ces techniques permettent aussi d'explorer l'espace de recherche plus facilement. Et en cor plus, Les méthodes globales sont particulièrement utiles lors de traitement des problèmes dont la nature de l'espace ou le domaine de recherche de la solution est relativement inconnue.

Parmi les méthodes d'optimisation globales les plus populaires on cite les algorithmes génétiques qui sont spécialement bien adaptés à la diversité et la complexité des problèmes rencontrés en électromagnétisme. Ils sont considérablement plus efficaces et convergent de façon plus rapide et facile contrairement aux algorithmes d'optimisation basés sur la marche aléatoire ou le recuit simulé, selon les études comparatives menées par J. M. Johnson et Y. Rahmat-Samii[4]. Une comparaison entre les caractéristiques générales des méthodes des

gradients conjugués (GC), de la marche aléatoire (MA) et de l'algorithme génétique (GA) est représentée dans le Tableau I.1[4].

**Tableau I.1.** Comparaison entre les méthodes d'optimisation.

	<b>GC</b>	<b>MA</b>	<b>GA</b>
Optimisation globale	–	+	++
Fonctions objets discontinues	–	++	++
Fonctions objets non-différentiables	–	++	++
Vitesse de convergence	++	++	+

## **I.4. Les Algorithmes Génétiques (GAs)**

### **I.4.1 Principes généraux**

Les algorithmes génétiques sont des algorithmes d'optimisation s'appuyant sur des techniques dérivées de la génétique et de l'évolution naturelle. Dans les algorithmes génétiques, les individus nommé aussi phénotypes sont des solutions provisoires, plus ou moins performantes au problème étudiés. Chaque une de ces solutions est construite à partir d'un génotype constitué d'une chaîne de symboles appelée un chromosome, appartenant à un alphabet a priori de petite taille. Ces symboles ne représentent que des gènes dans la génétique naturelle. Une étape de décodage est nécessaire pour obtenir la solution associée à une chaîne de symboles. L'ensemble chaîne de symboles et solution associée définissent un individu. L'ensemble des individus traités simultanément par l'algorithme génétique constitue une population.

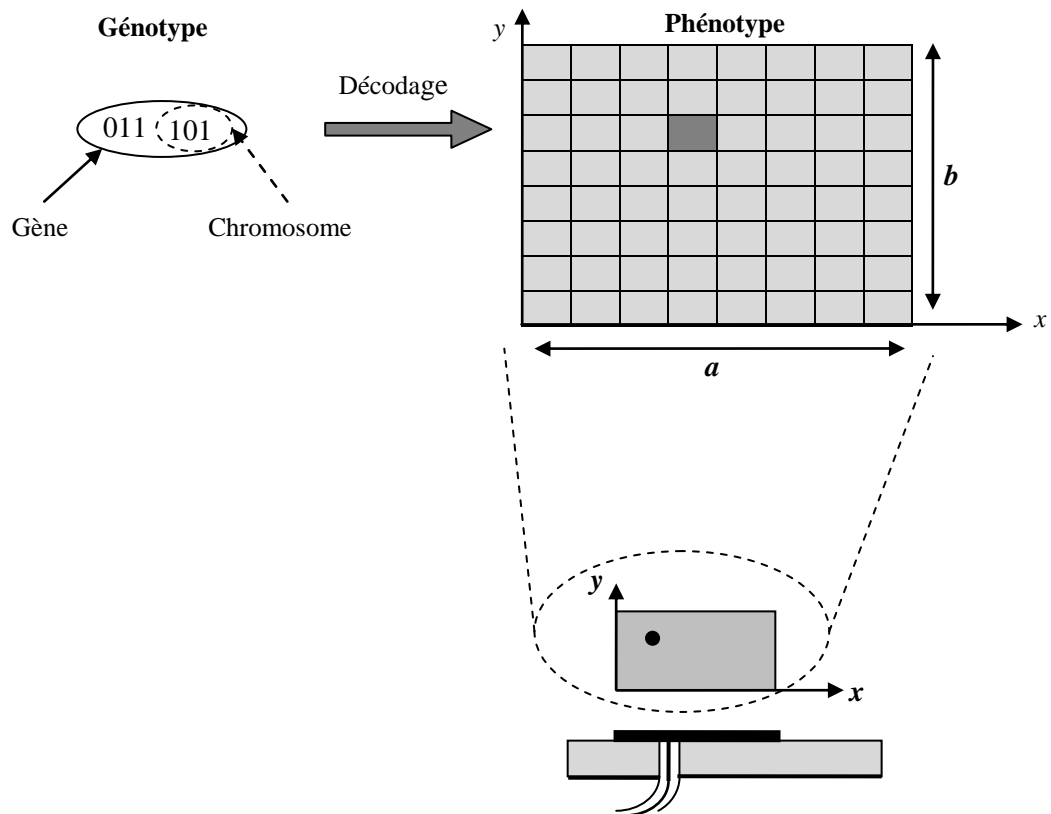
Les chromosomes, appelés aussi génotypes, évoluent à l'aide des opérateurs génétiques, qui sont inspirés de l'évolution naturel. Ces opérateurs sont dénommés opérateurs de reproduction. Parmi lesquels on cite, le croisement qui consiste à obtenir un ou deux nouveaux génotypes en combinant les génotypes d'une paire d'individus parents. La mutation

revient à changer avec une faible probabilité un ou plusieurs gènes d'un individu. En dehors de ces deux opérateurs de recherche classiques, il existe d'autres inspirés ou non de la nature [5,6].

La qualité d'une solution est représentée par une valeur dite coût ou fitness. C'est-à-dire qu'il existe une phase d'évaluation pour chaque solution à l'aide d'une fonction coût dépendant du problème à résoudre. La sélection consiste ensuite à choisir les meilleurs individus pour la reproduction, ceux qui présentent une valeur de coût importante.

Pour mieux comprendre comment un algorithme génétique fonctionne et qu'elle est la signification mathématique et physique de chaque opérateur génétique, ainsi comment on peut appliquer cet algorithme dans le cas d'optimisation des antennes patches, dans ce qui suit nous allons traiter un exemple facile. Il s'agit de chercher les coordonnées du point d'alimentation dans le cas d'une excitation par câble coaxial. Dans ce cas, l'objectif est l'optimisation de l'abscisse et de l'ordonnée; donc nous avons deux paramètres à déterminer.

On va supposer que nous avons un patch de dimensions  $(a \times b) = (8 \times 8 \text{ mm})$ , dans ce cas l'abscisse et l'ordonnée qui représente les paramètres à optimiser varient dans l'intervalle [1-8 mm], et que chacun d'eux soit considéré comme un nombre entier, il existe alors 8 possibilités. En faisant appel à un codage binaire, il est nécessaire de déterminer le nombre de bits nécessaire pour ce codage, ce nombre est calculé à l'aide de la formule  $(2^n = 8)$ , donc le nombre de bits utilisé est  $n = 3$  bits. La Fig.I.3 représente un exemple de liaison entre les génotypes et les phénotypes. Ainsi, chaque chromosome est constitué de deux gènes (c.à.d. deux paramètres à optimiser).



**Fig.I.3.** Exemple expliquant la liaison entre génotype et phénotype

D'une façon générale, les algorithmes génétiques sont des algorithmes d'optimisation s'appuyant sur des techniques dérivées de la génétique et de l'évolution naturelle : croisements, mutations, sélection. Les algorithmes génétiques ont déjà une histoire relativement ancienne puisque les premiers travaux de Holland sur les systèmes adaptatifs remontent à 1962 [7]. Les travaux de Goldberg [5] et de Michalewicz [8] ont largement contribué à les vulgariser.

Un algorithme génétique recherche le ou les extrema d'une fonction coût, par exemple le coefficient de réflexion d'une antenne, définie sur un espace de données. Pour l'utiliser, nous devons disposer des cinq éléments suivants [9] :

1. Le codage des variables à optimiser, Cette étape associe à chacun des points de l'espace d'état une structure ou chaîne de données. La qualité du codage des données conditionne le succès des algorithmes génétiques. Le codage binaire est le plus utilisé [8-9].

2. Un mécanisme de génération de la population initiale. Ce mécanisme doit être capable de produire une population d'individus non homogène et aléatoire, c'est-à-dire, les individus doivent être bien repartis dans leurs espaces de variation, qui servira de base pour les générations futures. Le choix de la population initiale est très important car il peut rendre plus ou moins rapide la convergence de la technique vers l'optimum global. Dans le cas où rien n'est connu sur les paramètres du problème à optimiser, il est nécessaire que la population initiale soit répartie sur tout le domaine de recherche [9].

3. Une fonction coût, celle-ci permet d'évaluer la qualité et la performance de chaque individu [9].

4. Des opérateurs permettant de diversifier la population au cours des générations et d'explorer l'espace de recherche. L'opérateur de croisement recompose les gènes d'individus existant dans la population, l'opérateur de mutation permet de garantir l'exploration de l'espace de recherche [9].

5. Les paramètres dimensionnels, tels que la taille de la population, le nombre total de générations ou le critère d'arrêt, probabilités d'application des opérateurs de croisement et de mutation [9].

Le principe général du fonctionnement d'un algorithme génétique se résume à travers les étapes suivantes:

➤ Etape 1 : générer aléatoirement une population de chromosomes le long de l'intervalle de recherche.

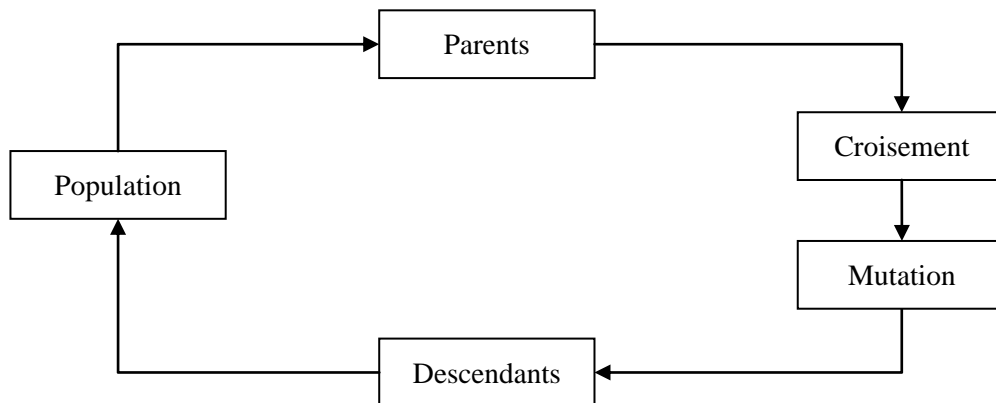
➤ Etape 2 : décoder chacun de ces chromosomes afin d'obtenir la valeur réelle d'un individu.

➤ Etape 3 : faire évoluer la fonction coût pour chaque individu.

➤ Etape 4 : reproduire une nouvelle population, dont une partie par le clonage, l'autre par la recombinaison et la mutation des chromosomes associés aux meilleurs individus.



➤ Etape 5 : refaire les étapes 2, 3 et 4 jusqu'a ce que la condition d'arrêt soit vérifiée. La Fig.I.4 illustre le cycle d'évolution d'un AG. Une population initiale permet de sélectionner les parents. A partir de ces derniers, les descendants seront créés et remplacent l'ancienne population (naissance d'une nouvelle génération ou population).



**Fig.I.4.** Cycle d'évolution de l'AG

Le Tableau I.2 présente la relation entre les termes génétiques et leur signification dans le domaine physique.

**Tableau I.2.** La liaison entre les termes génétiques et la signification physique.

Génétique	Physique
Gène	Paramètre codé à optimiser
Génération	Populations créées successivement
Population	un ensemble de solutions possible
Individu ou Chromosome	Solution possible a un problème
Parent	Membre de la génération courante
Enfant	Membre de la génération suivante
Coût ou Fitness	Une valeur attribuée à un individu représentant une mesure de la qualité d'une solution

### I.4.2 Codage des données

Historiquement, le codage utilisé par les algorithmes génétiques était représenté sous forme de chaînes de bits contenant toute l'information nécessaire à la description d'un point dans l'espace d'état. Ce type de codage a pour intérêt de permettre de créer des opérateurs de croisement et de mutation simples. C'est également en utilisant ce type de codage que les premiers résultats de convergence théorique ont été obtenus [9].

Cependant, ce type de codage n'est pas toujours bon :

- deux éléments voisins en terme de distance de Hamming ne codent pas nécessairement deux éléments proches dans l'espace de recherche. Cet inconvénient peut être évité en utilisant un codage de Gray [9].
- Pour des problèmes d'optimisation dans des espaces de grande dimension, le codage binaire peut rapidement devenir mauvais. Généralement, chaque variable est représentée par une partie de la chaîne de bits et la structure du problème n'est pas bien reflétée, l'ordre des variables ayant une importance dans la structure du chromosome, alors qu'il n'en a pas forcément dans la structure du problème.

Les algorithmes génétiques utilisant des vecteurs réels évitent ce problème en conservant les variables du problème dans le codage de l'élément de population, sans passer par le codage binaire intermédiaire. Certains les appellent RCGA (*Real Coded Genetic Algorithms*), d'autres parlent d'algorithmes évolutionnaires. La structure du problème est conservée dans le codage [9].

En plus il faut noter que les algorithmes génétiques interviennent sur le codage de l'ensemble des paramètres, plutôt que le codage de chaque paramètre. De manière générale, le choix de type de codage ou d'une représentation des individus dépend de :

- La complexité du problème à résoudre et de son domaine de recherche.
- La méthode d'évaluation des individus.

- Le choix des paramètres pour chaque opérateur génétique.

Dans le contexte d'optimisation des paramètres des antennes micro-rubans, les approches conventionnelles consistent essentiellement à faire varier les paramètres associés à l'antenne tels que la forme du patch imprimé, la configuration topologique de l'ouverture et la position du point d'alimentation, etc.... Nous allons donc s'intéresser au type de représentation discrète. Un individu est alors représenté par un ensemble de valeurs discrètes (binaires, caractères, entiers, etc...). Afin de choisir le type de codage le mieux adapté pour notre étude, nous allons présenter dans ce qui suit les deux types de codage les plus employés dans le domaine des antennes.

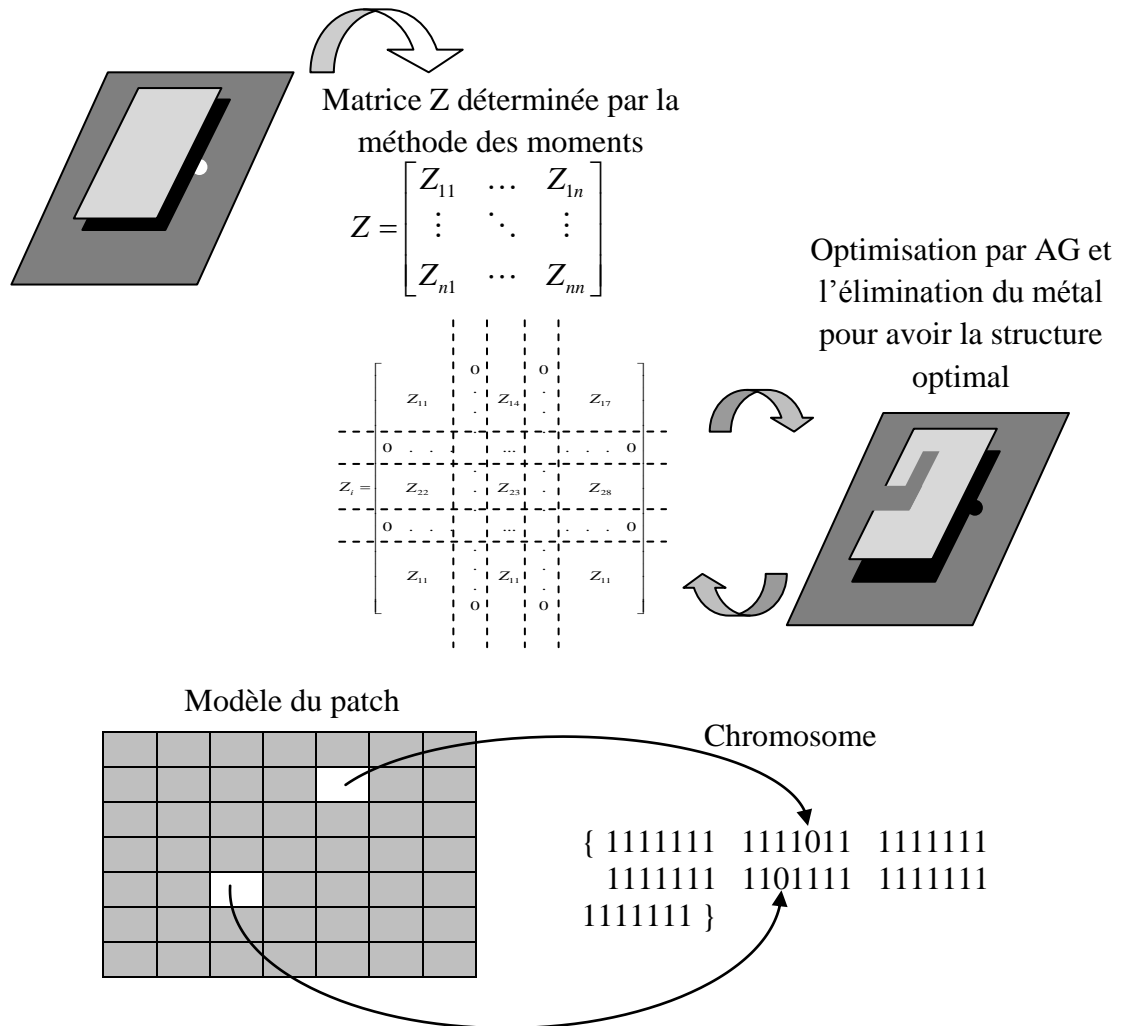
#### **a. Codage à deux états**

Ce type de codage est le plus utilisé dans la détermination de la forme optimale du patch pour une antenne micro-ruban. L'idée principale de ce codage est basée sur les propriétés des méthodes numériques comme la méthode FDTD et les méthodes qui discrétisent l'élément rayonnant par le maillage.

Dans ce type de codage les chromosomes sont des chaînes de caractères représentées par des lettres alphabétiques ou par des chiffres (1 ou 0). Chaque caractère est considéré comme un gène et il représente la présence ou l'absence du métal sur une position de la structure du patch. L'association entre les gènes et les positions du métal est définie par une cartographie arbitraire afin d'adapter facilement le problème. Par exemple, le caractère '0' représente l'absence du métal, tandis que le caractère '1' représente la présence de ce dernier.

Johnson et Rahmat-Samii [4] ont utilisé ce type de codage pour l'optimisation d'un patch initialement de forme rectangulaire afin d'avoir une géométrie optimal qui réponde aux critères de large bande et de bi-bande. La Fig.I.5 illustre la cartographie entre un patch et une

chaîne de caractères '1' et '0'[4]. Les gènes sont des simples bits avec '1' indique la présence de métal et '0' l'absence de ce dernier.



**Fig.I.5.** Relation entre un problème physique et le chromosome pour le codage à deux états.

**b. Codage binaire**

Un des avantages du codage binaire est que l'on peut facilement coder toutes sortes de paramètres du problème étudié tels que les variables réels, entiers, ou les chaînes de caractères. Il rend également les opérations de croisement et de mutation plus simple et facile. Ce type de codage sera utilisé dans la résolution de notre problématique, puisque notre étude

s'orientera vers la recherche des paramètres de l'antenne tels que la fréquence de résonance, la bande passante, ainsi que les paramètres géométriques comme la forme du patch (longueur et/ou la largeur), l'épaisseur du diélectrique et les dimensions de l'ouverture. Les variables à optimiser sont donc des nombres réels. Notre optimisation nécessite simplement l'usage de fonctions de codage et de décodage binaire afin de passer d'une représentation à l'autre à l'exception de la fréquence de résonance qui est un nombre complexe.

### I.4.3 Fonction coût

Pour évaluer les individus on utilise une fonction d'évaluation, cette fonction est appelée fonction de coût ou fonction fitness. L'évaluation d'un individu est indépendante de celle des autres individus, le résultat fourni par la fonction d'évaluation permettra de sélectionner ou de refuser un individu pour ne conserver que les individus ayant le meilleur coût dans la population courante : c'est le rôle de la fonction fitness. Cette méthode permet de s'assurer que les individus performants seront conservés, alors que les individus peu adaptés seront progressivement éliminés de la population [9].

L'objectif de notre étude est d'optimiser au premier lieu le temps de calcul de la fréquence de résonance et de la bande passante. Ces deux caractéristiques sont déterminées via la méthode des moments, cette dernière nécessite un temps de calcul important et qui augmentera avec la complexité de la géométrie de l'antenne c.à.d. nombre de couches, type des matériaux utilisés, etc...Après la réalisation de cette partie on abordera par la suite l'optimisation de la géométrie d'antenne. L'évaluation des individus est réalisée à l'aide de la méthode des moments à travers le calcul d'un ou plusieurs objectifs que nous décrivons ci-dessous :

- soit par la minimisation du déterminant de la matrice impédance  $|Z|$ ,
- soit par la minimisation du coefficient de réflexion ( $|S_{11}|_{dB}$ ) pour un point de fréquence,

- soit par la minimisation de la moyenne du coefficient de réflexion pour une bande de fréquence ou plusieurs bandes,
- soit par la minimisation de la différence entre le diagramme de rayonnement spécifié et celui estimé,
- ou soit par la minimisation à la fois du coefficient de réflexion et du diagramme de rayonnement désiré.

### a. Optimisation mono-objectif

Dans le cas où nous avons un seul objectif, la définition de la fonction coût ne pose pas généralement de problèmes. Par exemple, si nous fixons comme objectif de trouver une antenne dont le coefficient de réflexion ( $|S_{11}|_{dB}$ ) est minimal [4], soit sa valeur absolue est maximale dans une bande de fréquence, alors cette fonction coût s'exprimera à titre d'exemple sous la forme:

$$coût = \min_{\forall n}(S_{11}_n)$$

Où 'n' représente le nombre de points de fréquence analysé. Chaque point de fréquence correspond à une valeur de  $(S_{11})_{dB}$ .

### b. Optimisation multi-objectif

Les problèmes d'optimisation doivent souvent satisfaire plusieurs objectifs, dont certains sont concurrents et différent. Une méthode classique consiste à définir des fonctions coût secondaire  $f_n$ , traduisant chaque objectif à atteindre, et les combiner en suite en une seule fonction coût. On établit ainsi un compromis. Le plus simple est de considérer une somme pondérée de ces fonctions [10] :

$$f = \sum_{n=1}^N \alpha_n f_n$$

où  $N$  est le nombre de sous-fonctions coût, et les poids  $\alpha_n$  doivent être choisis de manière à ce que la fonction coût  $f$  reste bornée dans l'intervalle bien définie. Remarquons que le choix de  $\alpha_n$  doit tenir compte de certaines contraintes du problème. C'est l'utilisateur qui fixe convenablement les poids  $\alpha_n$ . Le choix de ces coefficients a une influence typique sur la vitesse de convergence et la qualité des résultats obtenus.

#### **I.4.4 Génération de la population initiale**

Le choix de la population initiale d'individus conditionne directement la rapidité de la convergence de l'algorithme génétique. Si la position de l'optimum dans l'espace d'état ou le domaine de recherche est totalement inconnue, dans ce cas on génère aléatoirement des individus en faisant des tirages uniformes dans chacun des domaines associés aux composantes de l'espace de recherche en veillant à ce que les individus produits respectent les limites de l'espace de recherche [11]. Si par contre, on dispose des informations a priori sur le problème étudié en ayant un sous-domaine contenant un ou plusieurs bons candidats, ou si ce sous-domaine présente des avantages, il faut alors générer les individus dans ce sous-domaine pour accélérer la convergence. Dans l'hypothèse où l'objectif final est compliqué ou trop difficile à atteindre, on peut tenir compte des contraintes en les incluant dans le critère sous forme de pénalités [9]. Ainsi, un individu qui viole une contrainte se verra attribuer un mauvais critère et sera donc éliminé par le processus de sélection. Il faut alors faire très attention avec ce système de prise en compte des contraintes par pénalités car l'algorithme génétique risque de passer son temps à éliminer les individus qui violent les contraintes sans optimiser ceux qui les respectent. On risque alors de fournir une solution admissible comme résultat de l'optimisation mais qui peut être éloignée de l'optimum. Il faut donc que la violation de contrainte soit un événement rare pour que la sélection puisse jouer pleinement son rôle.

## I.4.5 Opérateurs génétiques

Les opérateurs génétiques sont appliqués à une population initiale de façon à produire, dans le temps, des populations successives de qualité. Nous étudierons dans cette section les quatre opérateurs génétiques de base : la sélection, le croisement, la mutation et l'élitisme.

### I.4.5.1 Principes de sélection

A l'inverse d'autres techniques d'optimisation, les algorithmes génétiques ne requièrent pas d'hypothèse particulière sur la régularité de la fonction objective. L'algorithme génétique n'utilise notamment pas ses dérivées successives, ce qui rend très vaste son domaine d'application. Aucune hypothèse sur la continuité n'est non plus requise. Néanmoins, dans la pratique, les algorithmes génétiques sont sensibles à la régularité des fonctions qu'ils optimisent [9].

La sélection, comme son nom l'indique, permet d'identifier statistiquement les meilleurs individus d'une population et d'éliminer les mauvais. La sélection introduit l'influence de la fonction coût au processus d'optimisation par les GA. La sélection est donc un processus selon lequel les individus de la population globale sont choisis suivant leurs valeurs de la fonction coût qu'on veut maximiser ou minimiser. La sélection repose sur le coût de chaque individu dans la population puisque le coût est considéré comme la seule mesure de la qualité de ces individus. Plus la valeur de la fonction coût est élevée, plus cet individu a plus de chances d'être sélectionné pour la reproduction. Mais les individus malchanceux doivent avoir la possibilité d'être sélectionnés pour assurer que les gènes portés par ces individus ne soient pas perdus. Car cette perte peut entraîner une solution prématurée et non-convenable.

Dans certains problèmes, la sélection implique le mécanisme de liaison du coût d'un individu et la moyenne du coût de l'ensemble de la population. Généralement, la sélection facilite la reproduction d'individus créant ainsi d'autres plus convenables.



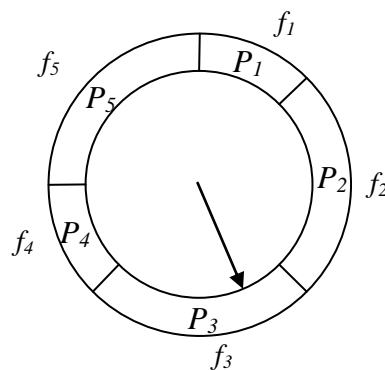
On trouve dans la littérature un nombre important de principes de sélection plus ou moins adaptés aux problèmes qu'ils traitent [4, 6 et 8]. Les trois principes de sélection suivants sont les plus couramment utilisés :

**a. Sélection par la proportionnalité du coût (SPC)**

Cette méthode de sélection est de type stochastique. Elle est souvent utilisée dans le cas où on utilise le codage binaire. Considérons que la fonction  $f_i$  est la fonction coût de l'individu  $i$ , et  $f_{moy}$  est la moyenne de la fonction coût de la population. Dans ce cas, l'individu  $i$  est sélectionné pour la reproduction avec une probabilité :

$$p_i = \frac{f_i}{N \cdot f_{moy}} \text{ où } N \text{ est le nombre total des individus.}$$

La sélection par la proportionnalité du coût peut être mise en œuvre avec l'algorithme de la roulette de casino. Dans ce cas, chaque individu occupe un secteur sur la roulette dont l'angle est proportionnel à son indice de qualité  $p_i$ , comme représenté sur la Fig. I.6. Un individu est considéré comme un bon candidat lorsqu'il aura un indice de qualité élevé. Ainsi, un secteur large sur la roulette le conduira à être sélectionné avec une plus grande chance [9].



**Fig.I.6.** Principe de sélection SPC représenté par la roulette de casino.

**b. Sélection par tournoi**

La sélection par tournoi consiste à tirer deux individus aléatoirement dans la population et on reproduit le meilleur des deux dans la nouvelle population. On répète la procédure jusqu'à ce que la nouvelle population soit complète [1].

**c. Sélection par rang**

Il s'agit de classer la population suivant la fonction coût, chaque individu de la population se voit accorder un rang. Plus l'individu est bon, plus son rang est élevé. Le principe de la sélection par rang est similaire à la sélection par roulette, la différence est que la proportion est calculée sur les rangs et non sur la valeur de la fonction coût. L'ensemble des individus est représenté sur un segment de droite dont les valeurs sont comprises entre 0 et 1 [1].

**I.4.5.2 Opérateur de croisement**

Le croisement a pour but d'enrichir la diversité de la population en manipulant la structure des chromosomes. Il est aussi le processus selon lequel une partie des gènes de deux chaînes sélectionnées appelées parents sont inter-changées. Pour exécuter le croisement, les individus choisis sont accouplés au hasard. Le croisement est appliqué à la population avec une probabilité constante ( $p_c$ ). Cette probabilité nous permet d'avoir un nombre de chromosomes espérés de  $(N.p_c)$  ayant subi l'opération de croisement ( $N$  est la taille de la population). Le choix de ( $p_c$ ) est généralement très vaste et dépend de chaque application. En général, la probabilité ( $p_c$ ) varie dans l'intervalle 0,5-0,9 [6, 8].

Il existe plusieurs types de croisement. Le plus simple est le croisement en un point, on trouve aussi le croisement en deux points. On peut également utiliser le croisement uniforme ou le croisement multipoint [12].

### a. Le croisement en un point

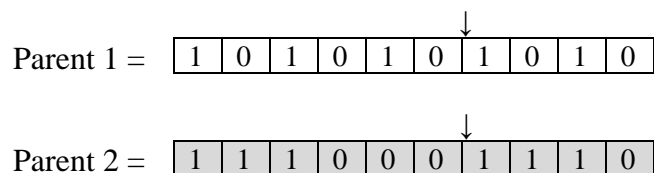
Pour chaque individu sélectionné, le processus de croisement peut être fait de la façon suivante :

- Générer un nombre aléatoire  $r$  dans l'intervalle  $[0, 1]$ ,
- Si  $r > p_c$ , alors sélectionner cet individu pour le croisement.

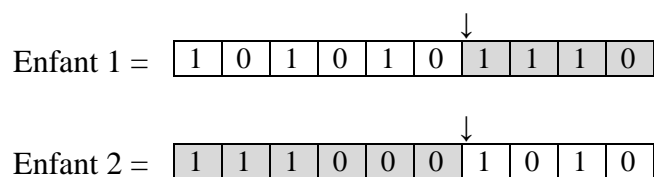
Les individus satisfaisant la condition précédente sont ensuite accouplés aléatoirement : pour chaque paire d'individus de longueur  $n$  ( $n$  étant le nombre de bits dans l'individu), un nombre entier aléatoire ( $k$ ) est généré par la suite entre 1 et  $(n-1)$ , ce dernier indique la position du point de croisement.

Deux nouvelles chaînes sont créées en échangeant tous les caractères entre les positions  $(k+1)$  et  $(n)$  de chaque chaîne de la paire considérée. Les nouvelles chaînes peuvent être différentes de leurs parents. Le croisement n'aura aucune conséquence si les parents possèdent des bits de valeurs identiques aux mêmes positions.

A titre d'exemple, soit les chromosomes du parent1 et parent2 définis comme suit :

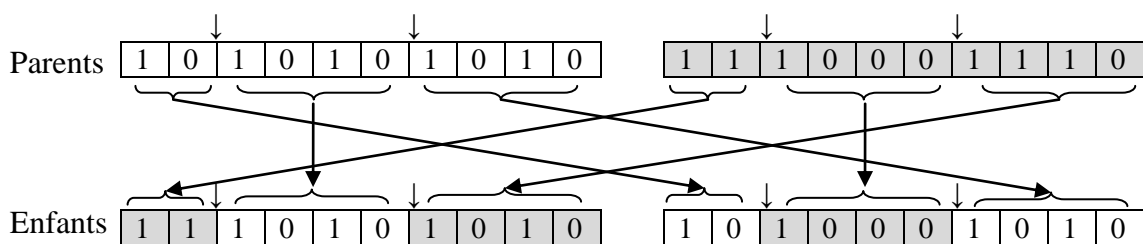


Les deux chaînes ont une longueur ( $n = 10$ ). Le symbole ↓ représente l'endroit à partir du quelle croisement aura lieu, pour cet exemple la position ( $k = 6$ ). Après croisement, nous obtenons les deux chaînes suivantes:



### b. Le croisement en deux points

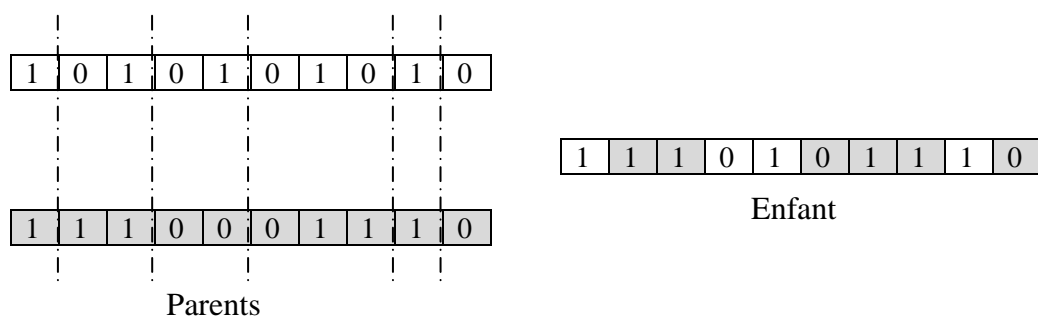
Le croisement en deux points a le même principe que le croisement en un point. Il permet de mieux améliorer la flexibilité de diversification des gènes que le cas précédent [6, 8]. Partant du même principe que précédemment, on choisit aléatoirement deux points afin d'effectuer une permutation. Les chromosomes sont coupés en deux endroits et les sous-parties obtenues sont échangées entre elles. La Fig. I.7 illustre un exemple de ce type de croisement. Les deux positions de croisement sont générées au hasard.



**Fig.I.7.** Représentation du croisement en deux points.

### c. Le croisement uniforme

Ce type de croisement fonctionne comme le croisement multipoint, la seule différence est que le nombre de points de croisement n'est pas connu a priori. On choisit aléatoirement sur un parent certains bits qui conservent la même valeur et position pour l'enfant et les autres bits sont fournis par le deuxième parent comme il est illustré dans la Fig. I.8. Selon les études de Carroll [13], le croisement uniforme permet de mieux naturaliser les gènes comparativement aux autres principes de croisement.



**Fig.I.8.** le croisement uniforme

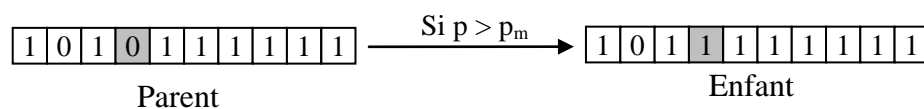
### I.4.6 Opérateur de mutation

L'opérateur de mutation fournit un autre moyen pour explorer l'espace de recherche. C'est un processus selon lequel la valeur d'un bit choisi au hasard dans un chromosome est changée. La mutation joue un rôle plutôt secondaire dans les algorithmes génétiques et elle n'est activée qu'occasionnellement. La mutation est utile pour ramener le matériel génétique qui a été oublié par le croisement. Certaines implantations vont automatiquement changer la valeur du bit choisi [6], d'autres vont générer aléatoirement une nouvelle valeur de bit.

Il faut choisir une probabilité avec laquelle la mutation se produit. Si la probabilité de mutation d'un bit est ( $p_m$ ), le nombre de bits de la génération susceptibles d'être permutés est estimé à ( $p_m \cdot n \cdot N$ ). Ainsi, pour chaque chromosome de la population courante et chaque bit dans ce chromosome, nous procédons de la manière suivante :

- Générer un nombre aléatoire ( $p$ ) dans l'intervalle  $[0, 1]$ .
- Si  $p > p_m$ , donc permuter ce bit.

Il est conseillé généralement d'utiliser une faible probabilité de mutation  $p_m \in [0.01, 0.1]$  [4]. La Fig. I.9 présente un exemple du processus de mutation.



**Fig.I.9** Opération de mutation

### I.4.7 Elitisme

Plusieurs extensions et améliorations sur l'optimisation par GA ont été développées et utilisées. Parmi celles-ci, la sélection par élitisme, introduite par De Jong [4, 8], est une des meilleures améliorations effectuées sur les GA. Elle consiste à garder le meilleur individu de la génération précédente pour la suivante. L'élitisme est alors utilisé pour assurer une augmentation tonique vers le meilleur coût dans la population selon l'évolution des

générations successives. Ce mécanisme garantit la convergence. Ainsi, si le minimum global est découvert, GA converge vers ce minimum.

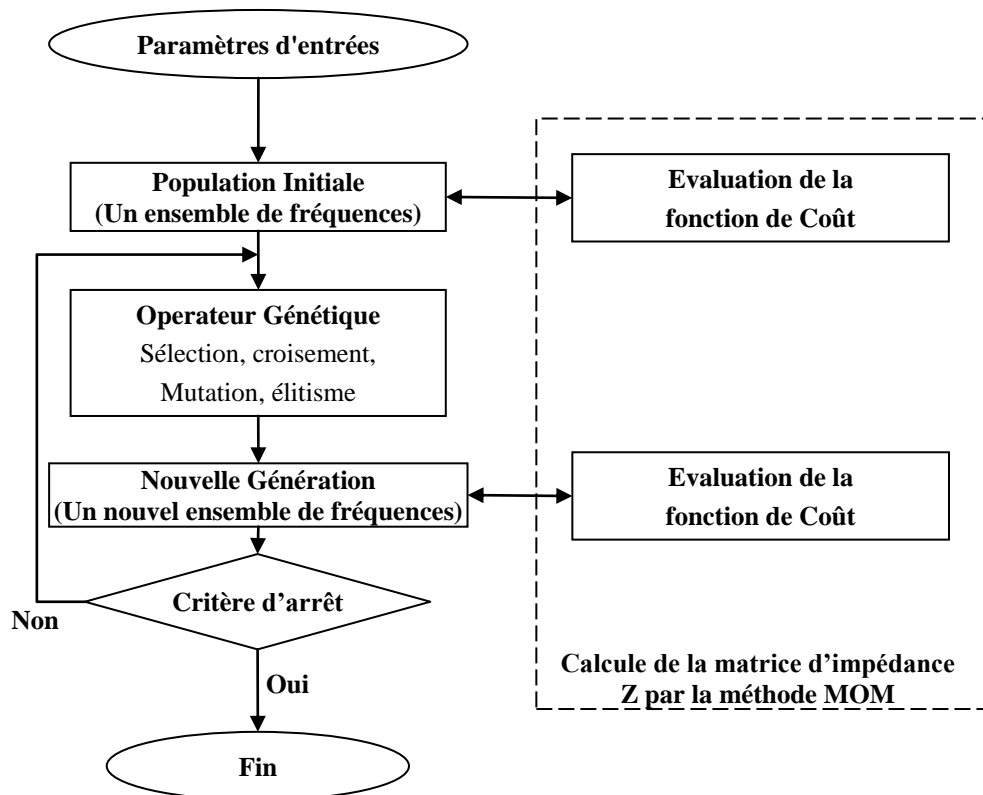
### **I.5. Couplage de la méthode de moment (MOM) avec les GA**

La première question qui se pose, comment ce couplage va être réalisé ? Dans cette section, nous présentons une idée générale sur le couplage des algorithmes génétiques avec la méthode des moments (MOM) pour résoudre les problèmes relatifs d'antennes. Ce couplage vise à trouver la fréquence de résonance et la bande passante d'une antenne microbande rectangulaire, c'est-à-dire la fréquence complexe dont la fonction coût est proche de la valeur optimale. Le schéma fonctionnel du couplage GA/MOM est représenté sur la Fig. I.10. Les algorithmes génétiques suivent tous un principe commun et le présent couplage n'affecte pas ce principe : une phase de génération de la population initiale, suivie d'autres phases de régénération de populations grâce aux plusieurs opérateurs génétiques tels que la sélection, le croisement, et/ou la mutation, et/ou l'élitisme, comme indiqué dans la Fig. I.10. Chaque nouvelle génération produira des solutions plus performantes que les précédentes. Le détail de chaque étape est décrit dans l'organigramme ci-dessous :

- Paramètres d'entrée : la méthode de représentation, les paramètres de l'opérateur génétique.
- Population initiale : cette étape consiste à la création de la population initiale qui est générée aléatoirement, permettant de créer des chromosomes se composant de plusieurs bits. Chaque chromosome représente un individu. L'ensemble des individus est appelé la génération actuelle. A chaque individu dans la population est assigné une valeur coût à travers l'évaluation de sa fonction coût.
- Opérateur génétique : cette phase est appelée la phase de reproduction. Elle permet de produire la nouvelle génération à partir de celle en cours. Dans la reproduction, un couple d'individus est sélectionné aléatoirement dans la population et est considéré comme

parents. Ces parents subissent l'opération de croisement et de mutation pour créer deux enfants. Ces enfants deviennent éventuellement des parents dans la nouvelle génération. Puis le meilleur individu est copié par l'application de l'opérateur d'élitisme. Ces processus seront répétés jusqu'à ce que la nouvelle génération soit remplie totalement.

- Nouvelle génération : la nouvelle génération remplace celle en cours et le calcul de la matrice impédance  $Z$  par la méthode MOM permet d'évaluer et d'affecter une valeur de fonction coût pour l'ensemble des nouveaux individus.
- Critère d'arrêt : le critère d'arrêt est ensuite vérifié. Si cette condition n'est pas encore satisfaite, le processus de reproduction sera répéter de nouveau.



**Fig.I.10.** Organigramme représentant le couplage MOM/AG pour la détermination des différents paramètres de l'antenne et l'optimisation du temps de calcul.

## I.6. Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre tout d'abord un bref historique sur les méthodes d'optimisations et leurs classifications, par la suite nous avons donné des détails sur le principe de fonction des algorithmes génétiques (GA). Chaque opérateur génétique a été détaillé et expliqué par un exemple d'optimisation réel. Nous avons présenté également les paramètres importants permettant de caractériser cet algorithme. La mise en œuvre du couplage de la méthode des moments avec les algorithmes génétiques a été discutée dans la dernière section d'une manière générale et les détails seront présentés au dernier chapitre. Le chapitre suivant présentera d'autres méthodes d'optimisation inspirées du comportement des groupes d'animaux et leur intelligence collective.

## Références bibliographiques

- [1] H. Hachimi, 'Hybridations D'algorithmes Métaheuristiques En Optimisation Globale et Leurs Applications', thèse de doctorat, Université Mohammed V - Agdal, Rabat, 2013.
- [2] R. L. Haupt and S. E. Haupt, 'Practical Genetic Algorithms', Second Edition, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2004.
- [3] M. Melanie, 'An Introduction to Genetic Algorithms', MIT Press. Cambridge, Massachusetts, London, England. Fifth printing, 1999.
- [4] J. M. Johnson and Y. Rahmat-Samii, 'An Introduction to Genetic Algorithms', in 'Electromagnetics Optimization by Genetic Algorithms', Y. Rahmat-Samii and E. Michielssen, Eds. New York: Wiley, pp. 181-210, 1999.
- [5] J. H. Holland, 'Adaptation in Natural and Artificial Systems', A Bradford Book, The MIT Press, Cambridge, MA, 1975.
- [6] D. E. Goldberg, 'Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning', Reading MA Addison Wesley, 1989.
- [7] J. H. Holland, 'Outline for a logical theory of adaptive systems', Journal of the Association of Computing Machinery, Mars, 1962.



- [8] Z. Michalewicz, 'Genetic algorithms + Data Structures = Evolution Programs', Third Revised and Extended Edition, Springer, 1996.
- [9] Hong-Son CHU, 'Couplage Algorithmes Génétiques et TLM pour la conception des antennes imprimées miniatures', Thèse Docteur en Sciences, 02 Juin 2004.
- [10] Z. Altman, R. Mittra, P. L. Werner, and D. H. Werner 'Application of the Genetic Algorithm to Broadband Antenna Design', in Electromagnetics Optimization by Genetic Algorithms', Y. Rahmat-Samii and E. Michielssen, Eds. New York: Wiley, pp. 181-210, 1999.
- [11] Z. Michalewicz, and C. Z. Janikov, 'Handling constraints in genetic algorithms', Proceedings of the Fourth International Conference on Genetic Algorithm. ICGA, 1991.
- [12] G. Syswerda, 'Uniform Crossover In Genetic Algorithms', Proceeding of the Third International Conference on Genetic Algorithms, Eds. J. Schaffer and Morgan Kaufmann, Los Altos, CA, pp.2-9, 1989.
- [13] D. L. Carroll, 'Genetic Algorithms And Optimizing Chemical Oxygen-Iodine Lasers', Developments in Theoretical and Applied Mechanics, Vol. XVIII, eds. H. Wilson, R. Batra, C. Bert, A. Davis R. Schapery, D. Stewart, and F. Swinson, School of Engineering, The University of Alabama, pp. 411-424, 1996.

## *Chapitre 2*

### *Techniques d'optimisation par l'intelligence collective*

# Chapitre 2

## Techniques d'optimisation par l'intelligence collective

### II.1. Introduction

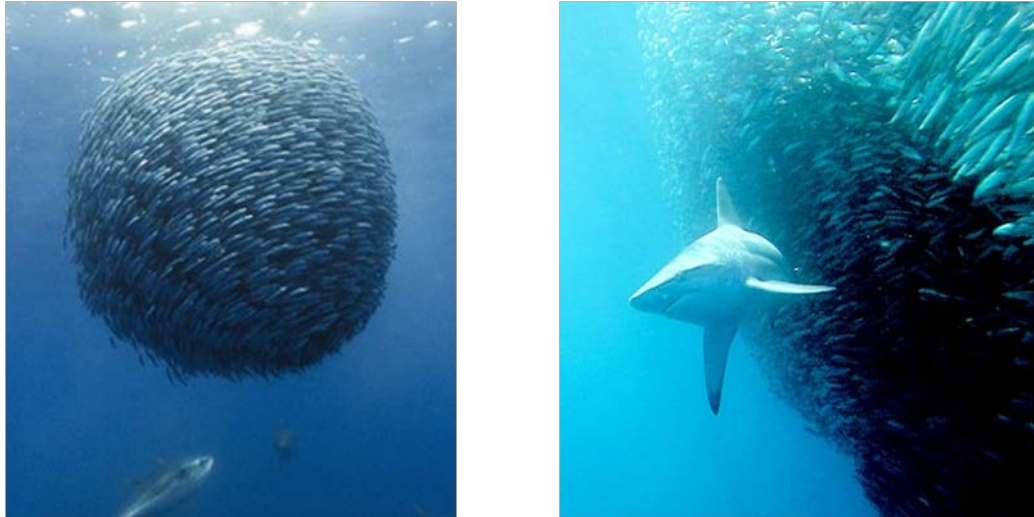
Certains nombres de modèles ou de techniques d'optimisation sont inspirés des systèmes et phénomènes naturels. Récemment, plusieurs modèles d'intelligence collective basés sur différents systèmes naturels ont été proposés dans la littérature, et appliqués avec succès dans de nombreuses applications réelles. Des exemples de modèles d'intelligence collective sont : optimisation par colonies de fourmis (Ants Colony Optimization)[1], optimisation par essaims particulaires (Particle Swarm Optimization PSO) [2], Colonie artificielle d'abeille (Artificial Bee Colony) [3], Optimisation par la recherche de nourriture bactérienne (Bacterial Foraging Optimization [4]), CSO (Cat Swarm Optimization [5]), système immunitaire artificielle [6], et GSO (Glowworm Swarm Optimization [7]). Dans ce chapitre, nous allons se concentrer sur deux des modèles les plus populaires de l'intelligence collective, à savoir l'optimisation par essaims particulaires et l'optimisation par recherche de nourriture bactérienne.

### II.2. Optimisation par essaim particulaire (OEP)

#### II.2.1. Principe

L'optimisation par essaim de particules (OEP) (Particle Swarm Optimization (PSO)) est une méthode d'optimisation stochastique pour les fonctions non-linéaires, basée sur la reproduction d'un comportement social, elle a été développée par le Dr. Russel Eberhart (ingénieur en électricité) et le Dr. James Kennedy (socio-psychologue) en 1995[8]-[10].

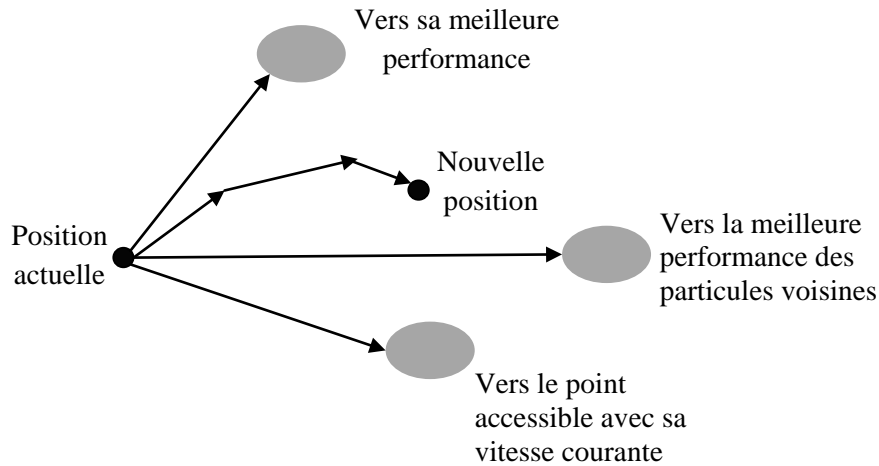
Cette technique d'optimisation est issue d'une analogie avec les comportements collectifs de déplacements d'animaux. En effet, chez certains groupes d'animaux, comme les groupes d'oiseaux, les bancs de poissons et les groupes des abeilles. Chez les bancs de poissons on peut observer des dynamiques de déplacement relativement complexes, alors que les individus eux-mêmes n'ont accès qu'à des informations très limitées, comme la position et la vitesse de leurs voisins les plus proches. On peut par exemple observer qu'un banc de poissons est capable d'éviter une attaque d'un prédateur. Ce banc va tout d'abord se divisé en deux groupes, puis il se reconstitue de nouveau tout en maintenant la cohésion du banc, comme il est indiqué sur la Fig. II.1. Ce comportement social basé sur l'analyse de l'environnement et du voisinage constitue alors une méthode de recherche d'optimum par l'observation des tendances des individus voisins. Chaque individu utilise, non seulement sa propre mémoire, mais aussi les informations locales sur ses plus proches voisins pour décider de son propre prochain déplacement. Des règles simples, telles que 'aller à la même vitesse que les autres', 'se déplacer dans la même direction' ou encore 'rester proche de ses voisins' sont des exemples de comportements qui suffisent à maintenir la cohésion de tout le groupe, et à permettre des comportements collectifs complexes et adaptatifs. Kennedy et Eberhart se sont inspirés de ces comportements socio-psychologiques pour créer l'algorithme du PSO. Un essaim de particules, qui représente un groupe de solutions potentielles au problème d'optimisation, se déplace sur tout l'espace de recherche pour trouver l'optimum global. Le déplacement d'une particule est influencé par les trois composantes suivantes [11], [12] :



**Fig. II.1.** Schéma de banc de poissons.

- une composante physique : la particule tend à suivre sa direction courante de déplacement, cette composante souvent est appelée composante inertie;
- une composante cognitive : la particule tend à se diriger vers le meilleur site par lequel elle est déjà passée;
- une composante sociale : la particule tend à se fier à l'expérience de ses congénères et, ainsi, à se diriger vers le meilleur site déjà atteint par ses voisins.

Dans le cas d'un problème d'optimisation, la qualité d'un site de l'espace de recherche est déterminée par la valeur de la fonction coût en ce point. La Fig. II.2 illustre la stratégie de déplacement d'une particule.



**Fig. II.2.** Déplacement d'une particule.

### II.2.2 Formulation du problème

Dans un espace de recherche de dimension 'N' (la dimension N représente aussi le nombre de variable à optimiser), la particule 'i' de l'essaim est caractérisée par sa position ' $x_i$ ', où  $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iN})$ , et par son vecteur de vitesse ' $\vec{v}_i$ ', où  $\vec{v}_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iN})$ . La qualité de cette position est déterminée par la valeur de la fonction coût en ce point. Cette particule garde toujours en mémoire la meilleure position par laquelle elle est déjà passée, que l'on note  $p_{besti} = (p_{besti1}, p_{besti2}, \dots, p_{bestiN})$ . La meilleure position atteinte par l'ensemble des particules de l'essaim est notée  $g_{besti} = (g_{besti1}, g_{besti2}, \dots, g_{bestiN})$ . Nous précisons ici que  $p_{besti}$  et  $g_{besti}$  représentent, respectivement, la meilleure valeur de la fonction coût de la particule et de l'essaim.

Au début de l'algorithme, les particules de l'essaim sont initialisées de manière aléatoire et régulière dans tout l'espace de recherche du problème à optimiser. Par la suite, à chaque itération, chaque particule se déplace, en combinant linéairement les trois composantes citées précédemment. En effet, à l'itération 'k', le vecteur de vitesse et le vecteur

de position sont calculés à partir de l'équation (II.1) et de l'équation (II.2), respectivement, [13].

$$v_i(k) = wv_i(k-1) + C_1r_1 \times (p_{best_i} - x_i(k-1)) + C_2r_2 \times (g_{best_i} - x_i(k-1)) \quad (\text{II.1})$$

$$x_i(k) = x_i(k-1) + v_i(k) \quad (\text{II.2})$$

où ' $w$ ' est une constante appelée coefficient d'inertie, ' $C_1$ ' et ' $C_2$ ' sont deux constantes appelées coefficients d'accélération et ' $r_1$ ' et ' $r_2$ ' sont deux nombres aléatoires tirés uniformément dans l'intervalle  $[0, 1]$ , à chaque itération ' $k$ '.

Dans l'équation (II.1), on peut déterminer les trois composantes mentionnées précédemment :

1. ' $wv_i(k-1)$ ' correspond à la composante physique du déplacement, où le paramètre ' $w$ ' contrôle l'influence de la direction de déplacement sur le déplacement futur ;
2. ' $C_1r_1 \times (p_{best_i} - x_i(k-1))$ ' correspond à la composante cognitive du déplacement, où le paramètre ' $C_1$ ' contrôle le comportement cognitif de la particule ;
3. ' $C_2r_2 \times (g_{best_i} - x_i(k-1))$ ' correspond à la composante sociale du déplacement, où le paramètre ' $C_2$ ' contrôle l'aptitude sociale de la particule.

## II.2.3 Configuration de la méthode

### II.2.3.1 Nombre de particules

Nous devons choisir un nombre de particules ' $n$ ' de l'essaim qui soit bien adapté à l'espace de recherche et au temps de calcul. Trop de particules augmenteraient sensiblement le temps de calcul de la machine, alors que peu de particules conduiraient à une exploration inefficace et incomplète de l'espace de recherche.

### II.2.3.2 Topologie du voisinage

Comme nous l'avons déjà expliqué, PSO est une méthode d'optimisation stochastique inspirée d'un comportement social. Ce comportement a été modélisé par les deux équations

(II.1) et (II.2) pour guider les particules durant le processus de déplacement. Le choix d'une topologie, c'est à dire le réseau de communication entre les particules, a une influence importante sur les performances de l'optimisation par PSO. Parmi les nombreuses combinaisons existantes, les plus courantes sont :

**a) topologie en étoile :** chaque particule est reliée à toutes les autres, c'est-à-dire l'optimum du voisinage est l'optimum global ;

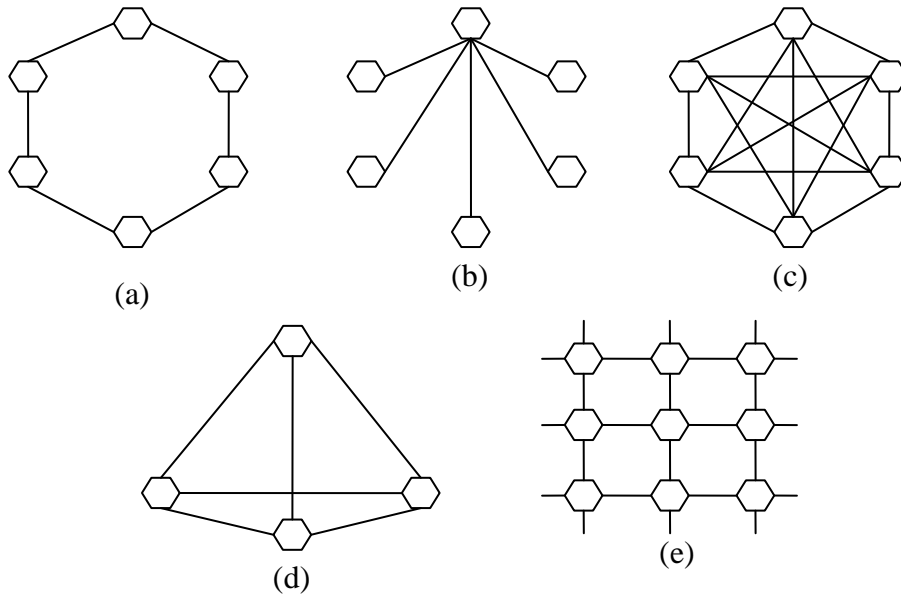
**b) topologie en anneau :** chaque particule est reliée à  $n$  particules (en général  $n = 3$ ), c'est la topologie la plus utilisée ;

**c) topologie en rayon :** les particules ne communiquent qu'avec une seule particule centrale ;

**d) la topologie de Von Neumann :** la topologie prend la forme d'une grille (réseau rectangulaire), où chaque particule est reliée à ses quatre particules voisines (à gauche, à droite, au-dessus et au-dessous). Cette topologie ralentit la vitesse de convergence de l'algorithme, ce qui est prouvé par Kennedy et Mendes dans [14], en raison de sa structure particulière qui ralentit la propagation de l'information à toutes les particules de l'essaim.

**e) topologie en pyramide [15] :** la topologie prend la forme d'une pyramide. C'est une topologie très lourde en terme de calculs car elle nécessite de recalculer le voisinage de chaque particule à chaque itération.





**Fig.II.3.** Topologie du voisinage (a) anneau, (b) rayon, (c) étoile, (d) pyramide, (e) la topologie de Von Neumann.

### II.2.3.3. Coefficient d'inertie

Le coefficient d'inertie ' $w$ ' a été introduit la première fois par Shi et Eberhart [16], il contrôle l'influence de la direction de la particule sur son déplacement futur. Le but de l'utilisation de ce paramètre est de réaliser un équilibre entre la recherche locale et la recherche globale. L'intensité de l'exploration de l'espace de recherche dépend de la valeur du poids d'inertie, une grande valeur de ' $w$ ' facilite une exploration globale, alors qu'une petite valeur facilite l'exploration locale. Du fait de son importance et son influence sur les performances du PSO, le poids d'inertie a suscité un grand intérêt de la part de la communauté des chercheurs de ce domaine. Dans [16], les auteurs ont proposé un coefficient d'inertie dynamique qui varie au cours du temps avec la progression des itérations. Il commence par une valeur proche de 0.9 et descend linéairement pour atteindre la valeur 0.4. Cette stratégie a beaucoup amélioré les performances de PSO pour plusieurs problèmes d'optimisation. Le coefficient d'inertie ' $w$ ' est définie selon la formule suivante :

$$w = w_{\min} + (w_{\max} - w_{\min}) \cdot \left( \frac{iter}{\max_{iter}} \right) \quad (\text{II.3})$$

où '*iter*' est l'itération courante et ' $\max_{iter}$ ' est le nombre maximal d'itérations. ' $w_{\max}$ ' et ' $w_{\min}$ ' désignent respectivement les valeurs maximum et minimum du coefficient '*w*', généralement  $w_{\max}$  et  $w_{\min} \in [0,1]$ .

#### II.2.3.4 Coefficients de confiance

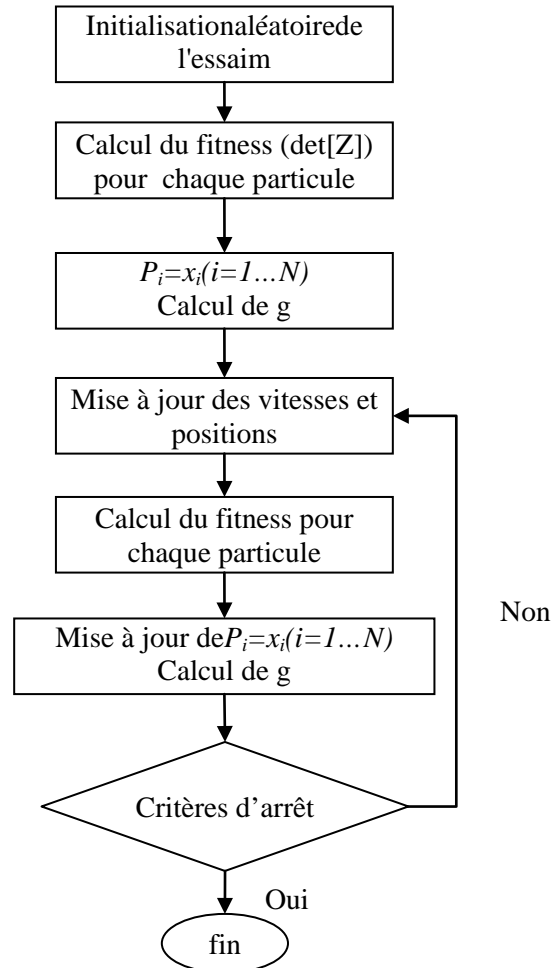
Les coefficients de confiance,  $C_1$  et  $C_2$ , contrôlent la relation entre les deux tendances d'une particule, quand elle va progresser vers la solution optimale. La première tendance consiste à retourner vers la meilleure solution trouvée par elle-même et la deuxième tendance est de suivre la solution des particules de voisinage.  $C_1$  et  $C_2$  peuvent être choisis de sorte que:

$$C_1 + C_2 \leq 4 \quad (\text{II.4})$$

#### II.2.3.5 Critères d'arrêt

Comme indiqué précédemment, la convergence vers la solution optimale globale n'est pas garantie dans tous les cas de figure même si les expériences dénotent la grande performance de la méthode. De ce fait, il est fortement conseillé de doter l'algorithme d'une porte de sortie en définissant un nombre maximum d'itération. L'algorithme doit alors s'exécuter tant que l'un des critères de convergence suivant n'a pas été atteint :

- nombre maximum d'itération a été atteint ;
- La variation de la vitesse est proche de 0 ;
- Le fitness de la solution est suffisant.



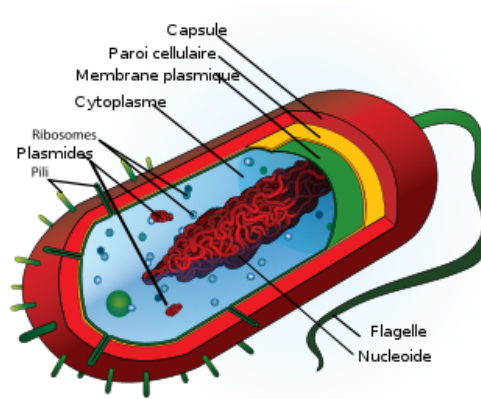
**Fig. II.4.** Organigramme de l'algorithme PSO / MOM.

### II.3. Optimisation par recherche de nourriture bactérienne

La sélection naturelle tend à éliminer les animaux avec des 'stratégies de recherche de nourriture' pauvres (méthodes de localisation, manipulation, et ingestion de la nourriture) et favorise la propagation des gènes de ces animaux qui ont des stratégies de recherche de nourriture réussies car ils sont plus susceptibles de profiter de la réussite de la reproduction (ils obtiennent assez d'aliments afin de leur permettre de se reproduire). Après nombreuses générations, les stratégies de recherche de nourriture pauvres sont éliminées ou transformées en des stratégies bonnes. Ces principes évolutionnistes ont conduit les scientifiques à émettre l'hypothèse qu'il convient de modéliser l'activité de recherche de nourriture comme un processus d'optimisation [17]. Dans cette section, nous expliquons tout d'abord la biologie et la physique régissant le comportement chimiotactique (recherche de nourriture) de la bactérie *E. coli*. Ensuite, nous introduisons un modèle d'optimisation algorithmique inspiré du comportement de la bactérie *E. coli* lorsque cette dernière recherche sa nourriture. Finalement, nous montrons que cet algorithme peut effectuer une optimisation pour un problème de minimisation à fonction à multiple extremums.

#### II.3.1. Recherche de nourriture bactérienne par *E. coli*

La bactérie *Escherichia coli* (*E.coli*) a une membrane plasmique, une paroi cellulaire, et une capsule qui contient le cytoplasme et le nucléoïde. Il utilise jusqu'à six flagelles pour la locomotion. La cellule est d'environ 2  $\mu\text{m}$  de longueur et pèse environ 1 picogramme. Lorsque *E. coli* se développe, elle se divise au milieu en deux 'filles'. Suffisamment de nourriture donnée et maintenu à la température de l'intestin humain (un endroit où il vive) qui est de 37 °C, *E. coli* peut synthétiser et reproduire tout ce qu'il faut pour faire une copie de lui-même en environ 20 min. Des mutations dans *E. coli* se produisent à un taux d'environ  $10^{-7}$  par gène, par génération [17].



**Fig.II.5.** Escherichia coli.

### II.3.2. Natation et Culbute

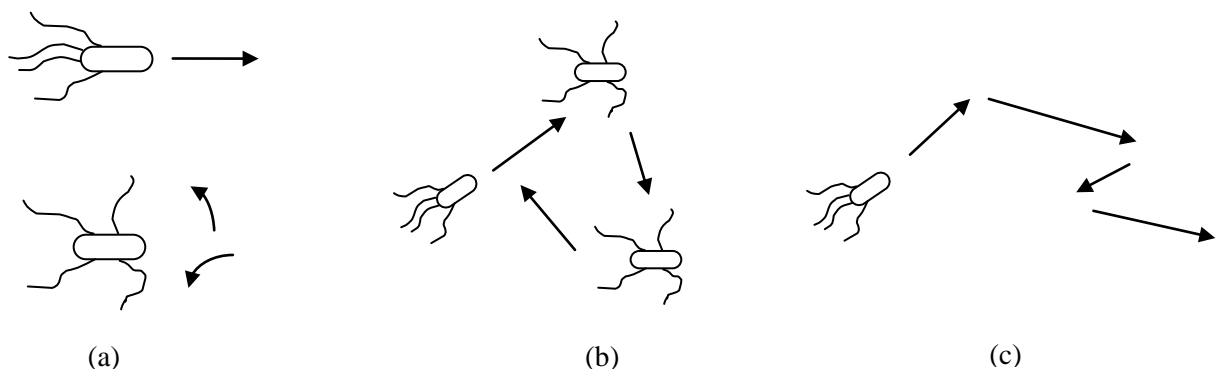
Le déplacement de *E. coli* est réalisé par l'intermédiaire d'un ensemble de flagelles relativement rigides, qui lui permettent de 'nager', chacune d'elles tournant dans la même direction à environ 100 à 200 tours par seconde. Chaque flagelle est configuré de sorte que la base du flagelle (c'est à dire, où elle est connectée à la cellule) tourne dans le sens anti-horloger, comme il est vu à partir de l'extrémité libre du flagelle regardant vers la cellule, il produit une force contre la bactérie, de sorte qu'il pousse la cellule. Si un flagelle tourne dans le sens horloger, il va tirer la cellule. En outre, le mécanisme qui crée des forces de rotation pour faire tourner le flagelle dans les deux sens est décrit par les biologistes comme étant un 'moteur' biologique.

Une bactérie *E. coli* peut se déplacer de deux manières différentes: elle peut 'nager' (nage pour une période de temps) ou elle peut 'culbute', et elle alterne entre ces deux modes de fonctionnement toute sa vie (c'est à dire, il est rare que les flagelles s'arrête de tourner). Tout d'abord, nous expliquons chacun de ces deux modes de fonctionnement. Par la suite, nous allons expliquer comment il décide combien de temps à nager avant qu'il culbute.

Si les flagelles tournent dans le sens horloger, chaque flagelle tire sur la cellule et l'effet net est que chaque flagelle fonctionne relativement indépendant des autres et ainsi la bactérie 'culbute' sur elle-même (c'est à dire, la bactérie n'a pas de sens de mouvement et il y a peu de déplacement). Voir la Fig.II.6(a). Pour culbuter après un parcours, la cellule ralentit

ou s'arrête en premier. Etant donné que les bactéries sont si petites qu'elles ne subissent pratiquement aucune inertie, seule la viscosité, de sorte que lorsqu'une bactérie s'arrête de nager, il s'arrête à l'intérieur du diamètre d'un proton. L'intervalle de temps pendant lequel une culbute se produit est appelé 'intervalle de culbute'. Sous certaines conditions expérimentales (milieu isotrope, milieu homogène et sans nutriment ou gradients de substances nocives) pour une cellule de 'type sauvage', l'intervalle de culbute moyen est d'environ  $0,14 \pm 0,19$  s. Après une chute, la cellule sera généralement orienter vers une direction aléatoire, néanmoins la direction de son dernier voyage avant la dégringolade est la plus favorisée.

Si les flagelles se déplacent dans le sens anti-horloger, leurs effets s'accroissent en formant un faisceau, et par conséquent, ils font essentiellement un "propulseur composite" et poussent la bactérie de telle sorte qu'elle nage dans une direction (voir Fig.II.6 (a)). Sur un parcours, les bactéries nagent à une vitesse d'environ  $10-20 \mu\text{m/s}$ , mais dans un milieu riche elles peuvent nager encore plus vite. L'intervalle de temps au cours de laquelle un parcours se produit est appelé "intervalle de parcours". Sous certaines conditions expérimentales (citées précédemment) pour une cellule de type sauvage, l'intervalle de parcours moyen terme est d'environ  $0,86 \pm 1,18$  s. Les mouvements ne sont pas parfaitement droits puisque la cellule est soumise à un mouvement brownien qui l'oblige à se dévier d'environ  $30$  degrés dans  $1$  sec [17].



**Fig.II.6.** différentes techniques de déplacement de la bactérie E. coli

### II.3.3. Optimisation par la recherche de nourriture bactérienne

Optimisation par la recherche de nourriture bactérienne (BFO) est une nouvelle technique de calcul évolutif qui a été proposée par Passino [18]-[20]. Elle est inspirée à partir du comportement bactérien. Les bactéries ont tendance à se rassembler dans les zones riches en éléments nutritifs par une activité appelée chimiotactisme. Il est connu que les bactéries nagent en tournant un fouet comme des flagelles entraînés par un moteur réversible, incorporé dans la paroi cellulaire. *E. coli* a de 8-10 flagelles placés aléatoirement sur un corps de cellule. Quand tous les flagelles tournent au sens anti-horloger, ils forment un compact, propulsant de manière hélicoïdale la cellule le long d'une trajectoire, qui est appelé *parcours*. Lorsque les flagelles tournent vers la droite, ils tirent sur les bactéries dans des directions différentes et faites dégringoler les bactéries. Le système de recherche de nourriture bactérienne se compose principalement de quatre mécanismes séquentiels à savoir chimiotactisme, l'essaimage, la reproduction et l'élimination-dispersion [23]. Un bref aperçu de chacun de ces processus est donné dans cette section.

1- **Chemotaxis**: Une bactérie *E. coli* peut se déplacer de deux manières différentes: elle peut nager pendant une période de temps ou elle peut culbuter, et s'alterne entre ces deux modes de fonctionnement durant tout sa vie. Dans le BFO, une unité de marche avec direction aléatoire représente une culbute et une unité de marche dans la même direction représente un déplacement. Dans le calcul chimiotactisme, le mouvement de la  $i^{\text{ème}}$  bactérie après un pas est représenté en tant que :

$$\theta^i(j+1, k, l) = \theta^i(j, k, l) + C(i) + \varphi(j) \quad (\text{II.5})$$

où  $\theta_i(j, k, l)$  dénote l'emplacement du  $i^{\text{ème}}$  bactérie au  $j^{\text{ème}}$  chimiotactique,  $k^{\text{ème}}$  reproduction et  $l^{\text{ème}}$  étape d'élimination et de dispersion.  $C(i)$  est la longueur de l'unité de marche, qui est une constante dans l'algorithme de base du BFO et  $\varphi(j)$  est l'angle de direction de la  $j^{\text{ème}}$  étape.

Lorsque l'activité est exécutée,  $\varphi(j)$  est la même que  $\varphi(j-1)$ , sinon,  $\varphi(j)$  est un angle aléatoire réalisé dans un intervalle de  $[0, 2\pi]$ . Si le coût à  $\theta_i(j+1, k, l)$  est meilleur que le coût à  $\theta_i(j, k, l)$ , la bactérie prend une nouvelle étape de taille  $C(i)$  dans cette direction sinon elle est autorisée à culbuter. Ce processus se poursuit jusqu'à ce que le nombre d'étapes prises soit supérieur au nombre de boucles chimiotactique  $N_c$  [23].

2- **Essaimage**: Les bactéries en période de stress libèrent des attractifs pour signaler aux autres bactéries pour essaimer ensemble. Chaque bactérie libère également un répulsif pour signaler aux autres à se trouver à une distance minimale de celle-ci. Ainsi, tous auront une cellule à l'attraction de la cellule par l'intermédiaire d'attractif et une cellule à la répulsion via répulsif. La cellule de signalisation cellulaire dans *E. coli* essaim peut être mathématiquement représentée comme :

$$J_{cc}(\theta, P(j, i, l)) = \sum_{i=1}^N J_{cc}(\theta, \theta^i(j, i, l)) \quad (\text{II.6})$$

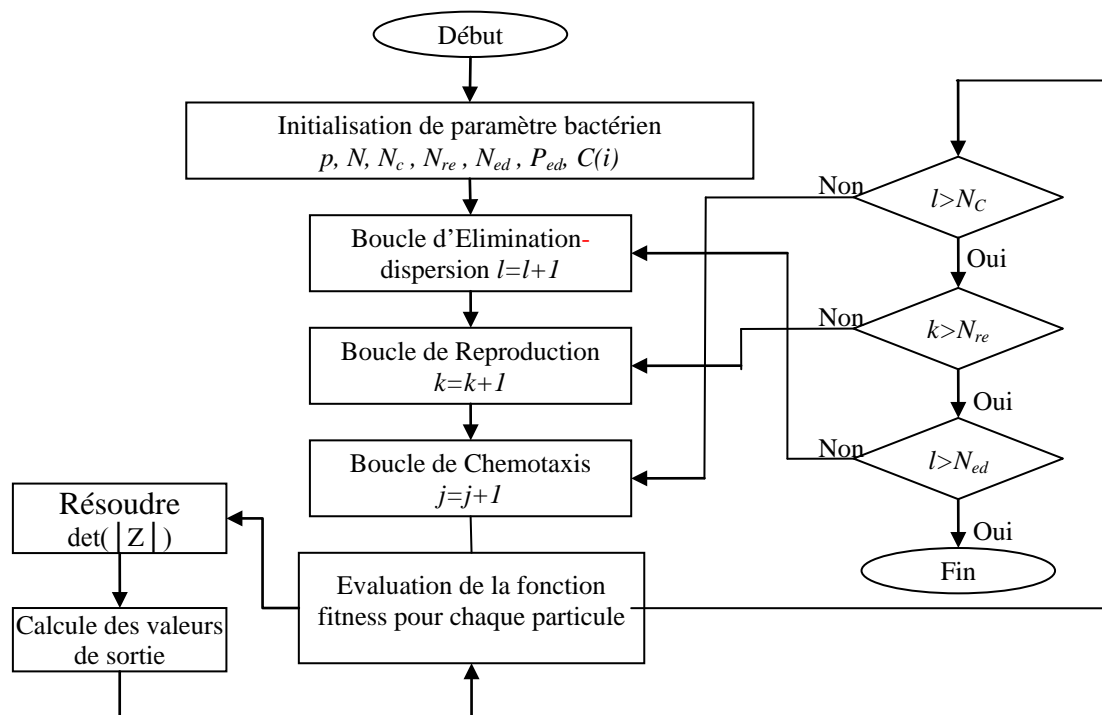
$$J_{cc}(\theta, P(j, i, l)) = \sum_{i=1}^N \left[ -d_a \exp\left(-w_a \sum_{m=1}^p (\theta_m - \theta_m^i)^2\right) \right] + \sum_{i=1}^N \left[ -h_r \exp\left(-w_r \sum_{m=1}^p (\theta_m - \theta_m^i)^2\right) \right] \quad (\text{II.7})$$

où  $J_{cc}(\theta, P(j, k, l))$  représente la valeur de la fonction objective à ajouter à la fonction objective réelle,  $N$  est le nombre total de bactéries,  $p$  est le nombre de variables à optimiser et  $\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p]^T$  est un point dans le domaine de recherche de dimension  $p$ .  $d_a$ ,  $w_a$ ,  $h_r$  et  $w_r$  sont des coefficients qui doivent être choisis correctement [23].

3- **Reproduction**: Après que toutes les étapes de chimiotactiques  $N_c$  ont été achevées, une étape de reproduction a eu lieu. Les valeurs d'adaptation des bactéries sont triées dans l'ordre croissant. La moitié inférieure des bactéries ayant une valeur de fitness supérieur meurent et le reste ( $N_r = N/2$ ) des bactéries peuvent se diviser en deux bactéries identiques. Ainsi, la taille de la population après la reproduction est maintenue constante [23].



4- **Elimination et dispersion:** Comme les bactéries peuvent se coincer autour des positions optimales initiales ou locales, il est nécessaire de diversifier les bactéries graduellement ou brusquement de sorte que la possibilité d'être piégées dans un minimum local est éliminé. L'opération de dispersion a lieu après un certain nombre de processus de reproduction. Une bactérie est choisie, selon une probabilité prédéterminée  $P$ , à être disperser et déplacé à une autre position à l'intérieur de l'environnement. Ces événements peuvent aider à empêcher les minima locaux d'être piégés efficacement, mais perturbent de façon inattendue le processus d'optimisation. Le détail de ce concept est présenté dans [20], [23].



**Fig.II.7.** Organigramme de l'algorithme BFO / MOM

- P : Dimension de l'espace de recherche,
- N : nombre de bactéries dans la population,
- $N_c$  : étapes chimiotactiques,
- $N_{re}$  : nombre d'étapes de reproduction,
- $N_{ed}$  : nombre d'événements élimination-dispersion,

$P_{ed}$  : élimination-dispersion avec une probabilité

C (i) : taille de l'étape prise dans la direction aléatoire spécifiée par la Culbute.

## II.4. Choix d'une méthode d'optimisation

On peut se demander quelle est la meilleure méthode ou technique d'optimisation, autrement dits quelle est la méthode qui convient à un tel problème. A notre avis quand un utilisateur est confronté à un problème d'optimisation globale, la première chose à faire est de bien cerner le problème, à savoir :

- les suppositions sur la fonction à optimiser,
- les hypothèses sur le domaine de recherche,
- le coût d'évaluation de la fonction tel que le temps CPU, le nombre de sous programmes nécessaire, etc...
- la facilité de l'évaluation,
- la précision dont on dispose sur le problème,

Donc, on voit bien que connaissant les détails du problème étudié peut faciliter la tâche à l'utilisateur et le guider dans son choix ; ce qui lui permet de fixer ses objectifs en conséquence. Malheureusement, aucune méthode d'optimisation n'est capable de traiter efficacement tous les cas. En effet, Wolpert et Macready [21] ont montré que si l'on considère l'ensemble de tous les problèmes d'optimisation possibles, alors aucun algorithme n'est meilleur qu'un autre. Donc le choix d'un algorithme ou autre ne doit pas se faire par comparaison sur des cas de tests généraux. La comparaison entre les algorithmes d'optimisation ne peut avoir lieu qu'une fois on a précisé le problème à traiter, autrement dit la fonction objectif. Selon [22], l'optimisation est non seulement une théorie mathématique mais aussi une sorte de cuisine algorithmique où c'est principalement l'expérience qui guide l'utilisateur dans le choix de l'algorithme à implanter. Pour choisir la méthode la plus adaptée à un problème bien précis, les caractéristiques principales prises en compte sont :

- La capacité à éviter les minima locaux,
- la robustesse d'un optimum,
- la capacité à traiter des problèmes mono ou multi-objectif,
- la rapidité de convergence.

## **II.5. Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons présenté deux méthodes d'optimisation qui s'appuient sur les caractéristiques principales des systèmes et phénomènes naturels : essaim particulaire et la recherche de nourriture bactérienne. Ces méthodes sont très efficaces pour les problèmes d'optimisation complexes sans avoir besoin de modifier la structure de base de ces algorithmes. Elles sont devenues très populaires grâce à leur simplicité d'emploi dans différents domaines. Tout d'abord nous avons commencé par la présentation de l'optimisation par l'essaim particulaire et son formalisme mathématique, ainsi que ces trois composantes et les différentes topologies du voisinage et de communication de l'essaim.

La deuxième partie de ce chapitre a été consacrée à la présentation d'une nouvelle technique d'optimisation plus évolutive et facile, elle simule le comportement des bactéries lors de la recherche de la nourriture, ce modèle d'optimisation reproduit le comportement chimiotactique de la bactérie *E. coli*. Cette technique a donné de bons résultats dans différents domaines de recherche, ce qui nous a encouragés à l'appliquer dans l'optimisation électromagnétique et les antennes. Par la suite nous avons présenté les caractéristiques principales qui peuvent aider au choix de la méthode la plus adaptée à un problème d'optimisation.

**Références bibliographiques**

- [1] M. Dorigo and T. Stützle, 'Ant Colony Optimization', MIT Press, Cambridge, ISBN: 978-0-262-04219-2, 2004.
- [2] J. Kennedy and R. C. Eberhart, 'Particle Swarm Optimization', In Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks, Perth, Australia, pp. 1942–1948, 1995.
- [3] D. Karaboga, 'An Idea Based On Honey Bee Swarm for Numerical Optimization', Technical Report-TR06, Erciyes University, Engineering Faculty, Computer, 2005.
- [4] K. M. Passino, 'Biomimicry of Bacteria Foraging for Distributed Optimization and Control', IEEE Control Systems Magazine, Vol. 22, 52–67, 2002.
- [5] S.C. Chu, P.W. Tsai and J.S. Pan, 'Cat swarm optimization', Proc. of the 9th Pacific Rim International Conference on Artificial Intelligence, LNAI 4099, pp. 854-858, 2006.
- [6] M. Bakhouya and J. Gaber, 'An Immune Inspired-based Optimization Algorithm: Application to the Traveling Salesman Problem, Advanced Modeling and Optimization', Vol. 9, No. 1, pp. 105-116, 2007.
- [7] K.N. Krishnanand and D. Ghose, 'Glowworm swarm optimization for searching higher dimensional spaces', Innovations in Swarm Intelligence, Springer, Vol. 248, pp 61-75, 2009.
- [8] R. Eberhart, J. Kennedy, 'A new optimizer using particle swarm theory', Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science, MHS'95, pp. 39 – 43, 1995.
- [9] J. Kennedy, R. Eberhart, 'Particle swarm optimization', Proceedings, IEEE International Conference on Neural Networks, vol.4, pp. 1942 - 1948, 1995.
- [10] J. Kennedy, R. Eberhart, 'A discrete binary version of the particle swarm algorithm', IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics. Computational Cybernetics and Simulation, USA, Oct.12-15, 1997.
- [11] Y. Cooren, 'Perfectionnement d'un algorithme adaptatif d'Optimisation par Essaim Particulaire. Applications en génie médical et en électronique', Thèse de Doctorat de L'université PARIS 12 Val de MARNE, 2008.

- [12] A. EL DOR, 'Perfectionnement des algorithmes d'Optimisation par Essaim Particulaire. Applications en segmentation d'images et en électronique', Thèse de doctorat, Université PARIS-EST, 2012.
- [13] V. S. Chintakindi, S.S. Pattnaik, O.P.Bajpai, and S.Devi, 'Resonant Frequency of Equilateral Triangular Microstrip Patch Antenna Using Particle Swarm Optimization Technique', Proceedings of International Conference on Recent Advances in Microwave Theory and Applications, 21-24 Nov., pp. 20-22, 2008.
- [14] J. Kennedy, and R. Mendes, 'Population structure and particle swarm performance', In Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation, pages 1671–1676, Hawaii, USA, 2002.
- [15] Y. Valle, G. Venayagamoorthy, S. Mohagheghi, J.-C. Hernandez, R. G. Harley, 'Particle swarm optimization: basic concepts, variants and applications in power systems'. IEEE Trans. on Evolutionary Computation, Vol. 12, No. 2, pp. 171–195, 2008.
- [16] Y. Shi, and R.C. Eberhart, 'Empirical study of particle swarm optimization', Proceedings of the Congress on Evolutionary Computation. CEC 99, 6-9 July 1999.
- [17] V. Gazi, and K. M. Passino, 'Bacteria Foraging Optimization', in 'Swarm Stability and Optimization', pp 233-249, 2011.
- [18] K. M. Passino, 'Biomimicry of bacterial foraging for distributed optimization and control', IEEE Control System Magazine, Vol. 22, pp.52-67, 2002.
- [19] S. Mishra, 'A hybrid least square-fuzzy bacteria foraging strategy for harmonic estimation' IEEE Trans. Evolutionary Computation, Vol. 9, pp. 61-73, 2005.
- [20] S. Mishra, B.K. Panigrahi, and M. Tripathy, 'A hybrid adaptive-bacterial-foraging and feedback linearization scheme based D-STATCOM', International Conference on Power System Technology (POWERCOM 2004), Singapore, Nov., pp. 275–280, 2004.
- [21] D.H. Wolpert, and W.G. Macready, 'No free lunch theorems for optimization', IEEE Trans. Evolutionary Computation, vol.1, pp.67–82, 1997.
- [22] G. Cohen, 'Convexité et optimisation', Ecole Nationale des Ponts et Chaussées et INRIA, 2006.

- [23] M. Amir, S. Bedra, S. Benkouda, T. Fortaki, 'Bacterial foraging optimization and method of moments for modelling and optimization of microstrip antennas', *IET Microwaves, Antennas & Propagation*, Vol. 8, No. 4, pp. 295-300, 2014.

## *Chapitre 3*

### *Implémentation de la Méthode des Moments*

# Chapitre 3

## Implémentation de la Méthode des Moments

### III.1. Introduction

Du fait que l'antenne microbande possède une bande passante qui ne dépasse pas quelques pour cent, ce type d'antenne ne fonctionne efficacement qu'au voisinage immédiat de sa fréquence de résonance, de ce fait cette dernière doit être calculée avec une grande précision. Ceci a contraint les chercheurs à développer plusieurs méthodes d'analyse pour calculer les paramètres de ces antennes, ces dernières peuvent être classées en deux groupes : Le première groupe rassemble les méthodes intuitives simples. Ces méthodes sont basées sur certaines suppositions physiques qui aboutissent généralement à des formules simples. Parmi les méthodes les plus utilisées, on trouve le modèle de la ligne de transmission et celui de la cavité ; dans la technique de la ligne de transmission l'inconnue à déterminer est la constante de propagation [1] ; les pertes par rayonnement sont incluses dans le coefficient d'atténuation de la constante de propagation mais cette technique ne tient pas compte des effets des modes d'ordre supérieur [2]. Dans le modèle de la cavité, la structure microbande a été assimilée à une cavité limitée par deux plans, le premier plan est une plaque conductrice, le second est un plan de masse, les deux plans conducteurs représentent des murs électroniques et la surface latérale constitue le mur magnétique. Dans ce modèle l'inconnu est le système des modes propagatifs et leurs fréquences de résonance [3], [4]. Les inconvénients spécifiques à ces méthodes sont :

- Il est difficile de déterminer toutes les caractéristiques de l'antenne.



- Ces méthodes sont limitées à des formes géométriques simples.
- Ces méthodes ne s'appliquent pas pour les antennes microbandes à épaisseur épaisse.

Le deuxième groupe contient les méthodes d'analyses rigoureuses, ces méthodes sont basées sur le problème aux frontières des grandeurs électromagnétiques. Elles sont fondées sur la base de formalismes mathématiques complexes, ne peuvent conduire à des résultats exploitables que par le biais d'une résolution numériques. Les méthodes les plus célèbres sont la méthode aux différences finies [5-9], la méthode des éléments finies [10-13] et la méthode de l'équation intégrale conjointement avec la méthode des moments [14-17]. L'avantage de ces méthodes est qu'elles ne sont pas limitées par les conditions classiques telles que l'épaisseur mince et la constante diélectrique faible. En outre, elles permettent d'analyser des antennes de formes très variées. Cependant, l'inconvénient spécifique à ce groupe de méthodes est le temps de calcul relativement important.

Dans ce chapitre, nous allons présenter tous les outils mathématiques nécessaires à la résolution de l'équation intégrale pour la détermination de la fréquence de résonance et la bande passante d'une antenne microbande de forme rectangulaire constituée d'un élément rayonnant (patch) imprimé sur un substrat monocouche. Le patch et le plan de masse sont réalisés par un matériau parfaitement conducteur. Le problème de l'équation intégrale sera résolu à l'aide de plusieurs formalismes et procédures : les transformées vectorielles de Fourier, la fonction de Green et la procédure de Galerkin.

### **III.2. Equation intégrale du champ électrique (EFIE)**

L'équation intégrale du champ électrique (EFIE) ou l'équation intégrale du champ magnétique (MFIE) sont obtenues à partir d'une solution d'un problème de valeurs aux frontières par le biais des équations de Maxwell. La méthode des moments proposée en premier par Harrington en 1968 [18] est idéalement utilisée pour des antennes à surfaces

parfaitement conductrices (PEC) et dans un milieu homogène. L'application de la méthode des moments pour des milieux non homogènes, conduit à des intégrales volumiques [19]. Pour étudier le problème électromagnétique d'une antenne ou d'une structure ouverte, homogène et isotrope, excitée par un champ magnétique ou électrique, il faut poser en premier les équations de Maxwell liées à ce problème [20] :

$$\nabla \times \vec{E} = -i\omega\mu\vec{H} - \vec{M} \quad (\text{III.1})$$

$$\nabla \times \vec{H} = i\omega\varepsilon\vec{E} + \vec{J} \quad (\text{III.2})$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon} \quad (\text{III.3})$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = \frac{m}{\mu} = 0 \quad (\text{III.4})$$

Avec  $\vec{E}$  et  $\vec{H}$  sont respectivement les champs électrique et magnétique,  $\varepsilon$  and  $\mu$  sont la permittivité et la perméabilité du milieu,  $\rho$  et  $m$  sont la densité des charges électriques et magnétiques. En plus, les relations pour la densité de courant  $\vec{J}$  et le courant magnétique  $\vec{M}$  sont données par:

$$\nabla \cdot \vec{J} = -i\omega\rho \quad (\text{III.5})$$

$$\nabla \cdot \vec{M} = -i\omega m \quad (\text{III.6})$$

### III.3. Formulation théorique du problème de la fonction de Green

Considérons une onde électromagnétique qui se propage dans une région loin des sources ( $\rho=0, J=0$ ), la dépendance temporelle est en  $e^{i\omega t}$ , les équations (III.1) et (III.2) deviennent :

$$\bar{\nabla} \wedge \bar{E} = -i\omega\mu\bar{H} \quad (\text{III.7})$$

$$\bar{\nabla} \wedge \bar{H} = i\omega\varepsilon\bar{E} \quad (\text{III.8})$$

Pour simplifier les calculs, nous allons passer au domaine des transformées vectorielles, à noter que l'analyse dans le domaine de Fourier a été présentée la première fois

par Yamashita et Mittra pour le calcul de l'impédance caractéristique et la vitesse de phase d'une ligne micro-ruban basée sur une approximation quasi-TEM. Denlinger a employé une méthode efficace dans le domaine des transformées de Fourier pour calculer la capacité d'une ligne. La solution par cette méthode, cependant, dépend fortement des distributions du courant sur la bande conductrice. Pour éviter cette difficulté et améliorer l'exactitude de la solution, une nouvelle méthode a été présentée par Itoh et Mittra, généralement appelée maintenant l'approche spectrale (SDA) [21]. La raison principale est que le SDA est numériquement efficace est qu'elle exige un prétraitement analytique significatif. Cependant, elle souffre de quelques limitations. Une des limitations est que l'approche SDA exige une épaisseur infinitésimale pour le patch. Il est également difficile de traiter la structure avec un élément rayonnant ayant une conductivité finie. On ne permet aucune discontinuité dans le substrat dans la direction latérale. Cependant, malgré ces limitations, le SDA est l'une des techniques numériques les plus populaires et les plus employées couramment. Dans ce travail, pour alléger les calculs nous allons passer au domaine des transformées vectorielles. A noter que le formalisme des transformés vectoriel de Fourier est utilisé pour les structures rectangulaires et triangulaires, alors que celui des transformées de Hankel est réservé aux formes circulaires et annulaires. Les transformées vectorielles de Fourier sont définies par les relations suivantes [5], [21] :

$$\begin{aligned}\tilde{\bar{A}}(k_x, k_y, z) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{A}(x, y, z) e^{-i(k_x x + k_y y)} dx dy \\ \bar{A}(x, y, z) &= \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\bar{A}}(k_x, k_y, z) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y\end{aligned}$$

La transformée vectorielle de Fourier de la dérivé partielle d'une fonction est donnée par la propriété suivante,

$$\left( \frac{\partial \tilde{f}}{\partial^*} \right) = i \cdot k_* \cdot \tilde{f}$$

Les équations (III.7) et (III.8) s'écrivent dans le domaine spectral de Fourier sous la forme:

$$\tilde{\nabla} \wedge \tilde{\vec{E}} = -i\omega\mu\tilde{\vec{H}} \quad (\text{III.9})$$

$$\tilde{\nabla} \wedge \tilde{\vec{H}} = i\omega\varepsilon\tilde{\vec{E}} \quad (\text{III.10})$$

Après quelques opérations mathématiques l'équation de propagation du champ électrique sera écrite donc sous la forme

$$\frac{\partial^2 \tilde{\vec{E}}}{\partial z^2} + k_z^2 \tilde{\vec{E}} = \vec{0} \quad (\text{III.11})$$

avec:

$$k_z^2 = k^2 - (k_x^2 + k_y^2)$$

$$k^2 = \omega^2 \varepsilon \mu$$

En considérant une variation temporelle en  $e^{i\omega t}$  et en partant des équations de Maxwell données par (III.9) et (III.10), nous pouvons montrer que les champs transverses dans la  $j^{\text{ème}}$  couche diélectrique  $z_{j-1} < z < z_{j+1}$  peuvent s'écrire en termes des composantes longitudinales

$\tilde{E}_z$  et  $\tilde{H}_z$  [22] comme suit:

$$\tilde{E}_x = i \frac{k_x}{k_s^2} \frac{\partial}{\partial z} \tilde{E}_z + \frac{\omega\mu k_y}{k_s^2} \tilde{H}_z \quad (\text{III.12.a})$$

$$\tilde{E}_y = i \frac{k_y}{k_s^2} \frac{\partial}{\partial z} \tilde{E}_z - \frac{\omega\mu k_x}{k_s^2} \tilde{H}_z \quad (\text{III.12.b})$$

$$\tilde{H}_x = i \frac{k_x}{k_s^2} \frac{\partial}{\partial z} \tilde{H}_z - \frac{\omega\varepsilon k_y}{k_s^2} \tilde{E}_z \quad (\text{III.13.a})$$

$$\tilde{H}_y = i \frac{k_y}{k_s^2} \frac{\partial}{\partial z} \tilde{H}_z + \frac{\omega\varepsilon k_x}{k_s^2} \tilde{E}_z \quad (\text{III.13.b})$$

$$\text{Avec: } k_s^2 = k_x^2 + k_y^2$$

Après avoir effectué quelques manipulations et opérations algébriques simples, nous pouvons mettre les équations (III.12.a) et (III.12.b) sous la forme suivante :

$$\tilde{\vec{E}} = \begin{bmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y \end{bmatrix} = \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e^e \\ e^h \end{bmatrix} \quad (\text{III.14})$$

La même démarche mathématique permet d'écrire les équations (III.13.a) et (III.13.b) sous la forme,

$$\tilde{\vec{H}} = \begin{bmatrix} \tilde{H}_y \\ -\tilde{H}_x \end{bmatrix} = \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h^e \\ h^h \end{bmatrix} \quad (\text{III.15})$$

Les exposants  $e$  et  $h$  dans les équations (III.14) et (III.15) dénotent les ondes TM et TE, respectivement.  $e^e$ ,  $e^h$ ,  $h^e$  et  $h^h$  sont définis par

$$\bar{e} = \begin{bmatrix} e^e \\ e^h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{i}{k_s} \frac{\partial}{\partial z} \tilde{E}_z \\ \frac{\omega\mu}{k_s} \tilde{H}_z \end{bmatrix} \quad (\text{III.16})$$

$$\bar{h} = \begin{bmatrix} h^e \\ h^h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\omega\varepsilon}{k_s} \tilde{E}_z \\ \frac{i}{k_s} \frac{\partial}{\partial z} \tilde{H}_z \end{bmatrix} \quad (\text{III.17})$$

Considérons la résolution de l'équation de propagation d'onde, nous exprimons les composantes longitudinales  $\tilde{E}_z$  et  $\tilde{H}_z$  des champs électrique et magnétique dans un milieu selon les expressions suivantes [22]:

$$\tilde{E}_z = A^e e^{-ik_z z} + B^e e^{ik_z z} \quad (\text{III.18.a})$$

$$\tilde{H}_z = A^h e^{-ik_z z} + B^h e^{ik_z z} \quad (\text{III.18.b})$$

En remplaçant les équations (III.18.a) et (III.18.b) dans (III.16) et (III.17), nous obtenons,

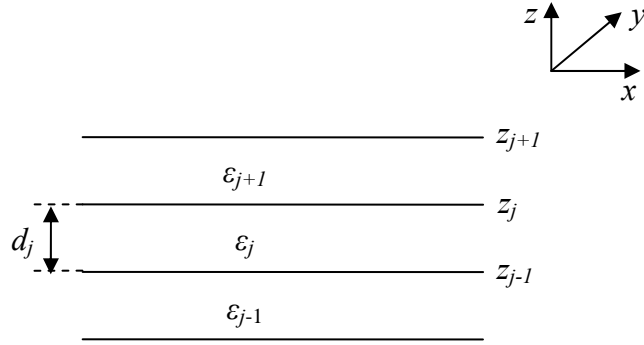
$$\bar{e}(k_s, z) = \bar{A}e^{-ik_z z} + \bar{B}e^{ik_z z} \quad (\text{III.19})$$

$$\bar{h}(k_s, z) = \bar{g}(k_s) \cdot [\bar{A}e^{-ik_z z} - \bar{B}e^{ik_z z}] \quad (\text{III.20})$$

$$\text{avec: } \bar{g}(k_s) = \text{diag}[g^e(k_s), g^h(k_s)] = \text{diag}\left[\frac{\omega \varepsilon}{k_z}, \frac{k_s}{\omega \mu}\right] \quad (\text{III.21})$$

Considérant maintenant que la région où l'onde se propage est limitée entre les deux plans

$z_{j-1}$  et  $z_j$ .



**Fig.III.1.** Représentation d'une couche j.

En écrivant les équations (III.19) et (III.20) dans le plan  $z = z_{j-1}$  et par la suite dans le plan  $z = z_j$  et par élimination des inconnus  $\bar{A}$  et  $\bar{B}$ , une relation reliant les composantes  $\bar{e}$  et

$\bar{h}$  sur les deux interfaces de la couche est obtenue :

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_j \\ \bar{h}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{T}_j^{11} & \bar{T}_j^{12} \\ \bar{T}_j^{21} & \bar{T}_j^{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{e}_j(k_s, z_{j-1}^+) \\ \bar{h}_j(k_s, z_{j-1}^+) \end{bmatrix} = \bar{T}_j \cdot \begin{bmatrix} \bar{e}_j(k_s, z_j^+) \\ \bar{h}_j(k_s, z_j^+) \end{bmatrix} \quad (\text{III.22})$$

$$\bar{T}_j^{11} = \bar{T}_j^{22} = \begin{bmatrix} \cos(k_{zj} d_j) & 0 \\ 0 & \cos(k_{zj} d_j) \end{bmatrix} \quad (\text{III.22.a})$$

$$\bar{T}_j^{12} = -i \cdot \sin(k_{zj} d_j) \times \bar{g}_j^{-1} = \begin{bmatrix} -i \frac{k_{zj}}{\omega \varepsilon_j} \sin(k_{zj} d_j) & 0 \\ 0 & -i \frac{\omega \mu_j}{k_{zj}} \sin(k_{zj} d_j) \end{bmatrix} \quad (\text{III.22.b})$$

$$\bar{T}_j^{21} = -i \cdot \sin(k_{z_j} d_j) \times \bar{g}_j = \begin{bmatrix} -i \frac{\omega \varepsilon_j}{k_{z_j}} \sin(k_{z_j} d_j) & 0 \\ 0 & -i \frac{k_{z_j}}{\omega \mu_j} \sin(k_{z_j} d_j) \end{bmatrix} \quad (\text{III.22.c})$$

La forme matricielle montrée par l'équation (III.22) est similaire à celle adoptée dans la méthode de la limite équivalente présentée dans la littérature [48,49], il suffit simplement de prendre  $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z$ , mais les champs électriques et magnétiques transverses présentés par l'équation(III.22) sont exprimés dans la représentation (TM, TE) au lieu des coordonnées cartésiennes utilisées dans [48,49]. Si l'interface  $z = z_j$  est dépourvue de courants électriques alors (III.17) s'écrit

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_{j+1}(k_s, z_j^+) \\ \bar{h}_{j+1}(k_s, z_j^+) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{e}_j(k_s, z_j^-) \\ \bar{h}_j(k_s, z_j^-) \end{bmatrix} = \bar{T}_j \cdot \begin{bmatrix} \bar{e}_j(k_s, z_{j-1}^+) \\ \bar{h}_j(k_s, z_{j-1}^+) \end{bmatrix} \quad (\text{III.23})$$

Si par contre l'interface  $z = z_j$  contient des courants électriques, nous avons

$$\begin{bmatrix} \tilde{H}_y(z_j^-) \\ -\tilde{H}_x(z_j^-) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{H}_y(z_j^+) \\ -\tilde{H}_x(z_j^+) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{J}_x(z_j) \\ \tilde{J}_y(z_j) \end{bmatrix} \quad (\text{III.24})$$

En remplaçant par (III.15) dans (III-23) nous obtenons

$$\begin{bmatrix} h^e(z_j^-) \\ h^h(z_j^-) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} h^e(z_j^+) \\ h^h(z_j^+) \end{bmatrix} = \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{J}_x(z_j) \\ \tilde{J}_y(z_j) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J^e(z_j) \\ J^h(z_j) \end{bmatrix} \quad (\text{III.25})$$

Donc on peut écrire,

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_j(k_s, z_j^-) \\ \bar{h}_j(k_s, z_j^-) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{e}_{j+1}(k_s, z_j^+) \\ \bar{h}_{j+1}(k_s, z_j^+) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{0} \\ \bar{J}(z_j) \end{bmatrix} \quad (\text{III.26})$$

A partir de (III.26) et (III.22) on peut écrire,

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_{j+1}(k_s, z_j^+) \\ \bar{h}_{j+1}(k_s, z_j^+) \end{bmatrix} = \bar{T}_j \begin{bmatrix} \bar{e}_{j+1}(k_s, z_{j-1}^+) \\ \bar{h}_{j+1}(k_s, z_{j-1}^+) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{0} \\ \bar{J}(z_j) \end{bmatrix} \quad (\text{III.27})$$

Si le milieu  $z < z_{j-1}$  est un conducteur parfait (plan de masse) alors :

$$\bar{e}_j(k_s, z_{j-1}^+) = \bar{0} \quad (\text{III.28})$$

Si le milieu  $z > z_j$  est l'air, en tenant compte de la condition de rayonnement on aura a partir de (III.19) et (III.20):

$$\bar{h}_{j+1}(k_s, z_j^+) = \bar{g}_{j+1}(k_s) \bar{e}_{j+1}(k_s, z_j^+) \quad (\text{III.29})$$

Les équations (III.23), (III.27), (III.28) et (III.29) forment les équations de base pour la détermination du tenseur spectral de Green. Le tenseur spectral de Green  $\bar{\bar{G}}$  relie le champ électrique tangential avec le courant dans le plan du patch :

$$\bar{\tilde{E}} = \bar{\bar{G}} \cdot \bar{\tilde{J}} \Rightarrow \begin{bmatrix} \bar{\tilde{E}}_x \\ \bar{\tilde{E}}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{xx} & G_{xy} \\ G_{yx} & G_{yy} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{\tilde{J}}_x \\ \bar{\tilde{J}}_y \end{bmatrix} \quad (\text{III.30})$$

Dans la représentation [TM(e), TE (h)] le tenseur spectral de Green  $\bar{\bar{Q}}$  relie le champ électrique tangential  $\bar{e}$  avec le courant  $\bar{J}$  dans le plan du patch :

$$\bar{e} = \bar{\bar{Q}} \cdot \bar{J} \Rightarrow \begin{bmatrix} e^e \\ e^h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q^e & 0 \\ 0 & Q^h \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} J^e \\ J^h \end{bmatrix} \quad (\text{III.31})$$

Il est facile de montrer la relation qui existe entre le tenseur diagonal  $\bar{\bar{Q}}$  et le tenseur  $\bar{\bar{G}}$  :

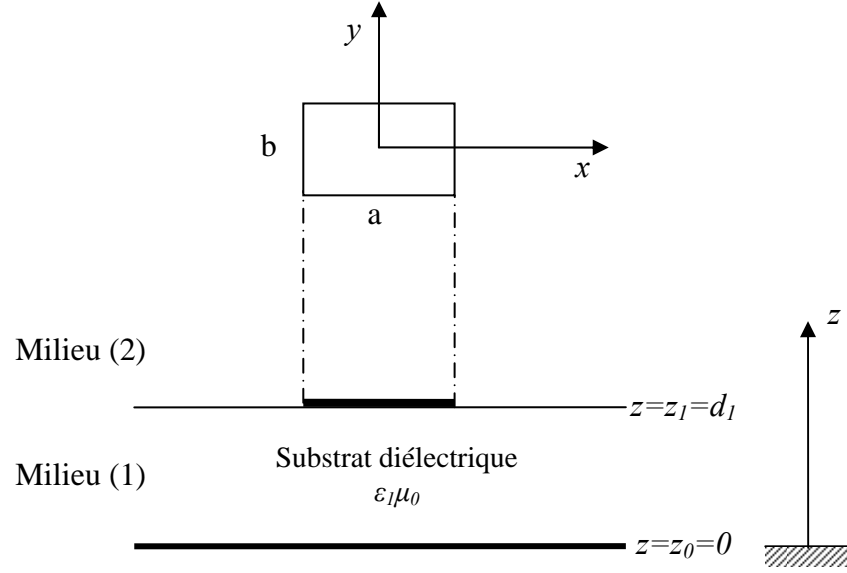
$$\bar{\bar{G}} = \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \cdot \bar{\bar{Q}} \cdot \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \quad (\text{III.32})$$

#### III.4. Détermination du tenseur de Green pour la structure étudiée

L'analyse dans le domaine spectral est largement utilisée pour les structures micro-rubans. Dans cette approche la fonction tensorielle spectrale de Green qui relie le champ électrique tangential avec les courants dans les différents plans conducteurs doit être déterminée. Plusieurs techniques ont été proposées pour calculer ce tenseur; la structure de la



figure III.2 représente une antenne micro-ruban rectangulaire avec un substrat diélectrique d'épaisseur  $d_1$  et une permittivité relative  $\varepsilon_1$  et une perméabilité  $\mu_0$ .



**Fig.III.2.** Représentation simplifiée de la structure étudiée

Les équations de continuité de la structure présentée dans la Fig. III.2 conjointement avec l'équation (III-27) nous permettent d'écrire

$$\bar{e}_1(k_s, z_0^+) = \bar{e}_1 = \bar{0} \quad (\text{III.33})$$

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_2(k_s, z_1^+) \\ \bar{h}_2(k_s, z_1^+) \end{bmatrix} = \bar{T}_1 \cdot \begin{bmatrix} \bar{e}_1(k_s, z_0^+) \\ \bar{h}_1(k_s, z_0^+) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{J}(z_1) \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \bar{e}_2 \\ \bar{h}_2 \end{bmatrix} = \bar{T}_1 \cdot \begin{bmatrix} \bar{e}_1 \\ \bar{h}_1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{J} \end{bmatrix} \quad (\text{III.34})$$

$$\bar{h}_2(k_s, z_1^+) = \bar{g}_0(k_s) \cdot \bar{e}_2(k_s, z_1^+) \Leftrightarrow \bar{h}_2 = \bar{g}_0 \cdot \bar{e}_2 \quad (\text{III.35})$$

Dans la représentation [TM(e), TE (h)], le tenseur spectral de Green  $\bar{Q}$  relie le champ électrique tangentiel  $\bar{e}_2$  avec le courant  $\bar{J}$  dans le plan du patch :

$$\bar{e}_2 = \bar{Q} \cdot \bar{J} \quad (\text{III.36})$$

En remplaçant (III.33) dans (III.34) nous obtenons :

$$\bar{e}_2 = \bar{T}_1^{12} \cdot \bar{h}_1 \Rightarrow \bar{h}_1 = \left( \bar{T}_1^{12} \right)^{-1} \cdot \bar{e}_2 \quad (\text{III.37})$$

$$\bar{h}_2 = \bar{T}_1^{22} \cdot \bar{h}_1 - \bar{J} \quad (\text{III.38})$$

En remplaçant (III.35) et (III.37) dans (III.38) on aura :

$$\bar{e}_2 = \left[ \bar{T}_1^{22} \left( \bar{T}_1^{12} \right)^{-1} - \bar{g}_0 \right]^{-1} \cdot \bar{J} \Rightarrow \bar{Q} = \left[ \bar{T}_1^{22} \left( \bar{T}_1^{12} \right)^{-1} - \bar{g}_0 \right]^{-1} = \begin{bmatrix} Q^e & 0 \\ 0 & Q^h \end{bmatrix} \quad (\text{III.39})$$

où:

$$Q^e = \frac{i}{\omega \varepsilon_0} \times \frac{k_{z_0} k_{z_1} \sin(k_{z_1} d_1)}{\varepsilon_{r1} k_{z_0} \cos(k_{z_1} d_1) + i k_{z_1} \sin(k_{z_1} d_1)} = \frac{i}{\omega \varepsilon_0} \times \frac{k_{z_0} k_{z_1} \sin(k_{z_1} d_1)}{T_m} \quad (\text{III.40})$$

$$Q^h = \frac{-i}{\omega \varepsilon_0} \times \frac{k_{z_0}^2 \sin(k_{z_1} d_1)}{k_{z_1} \cos(k_{z_1} d_1) + i k_{z_0} \sin(k_{z_1} d_1)} = \frac{-i}{\omega \varepsilon_0} \times \frac{k_{z_0}^2 \sin(k_{z_1} d_1)}{T_e} \quad (\text{III.41})$$

avec:

$$T_m = \varepsilon_{r1} k_{z_0} \cos(k_{z_1} d_1) + i k_{z_1} \sin(k_{z_1} d_1)$$

$$T_e = k_{z_1} \cos(k_{z_1} d_1) + i k_{z_0} \sin(k_{z_1} d_1)$$

Maintenant, on peut déterminer la fonction tensorielle spectrale de Green dans la représentation TM et TE, Cette fonction inclut toutes les conditions de bords entre les différents milieux :

$$\bar{\bar{G}} = \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \cdot \bar{Q} \cdot \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{xx} & G_{xy} \\ G_{yx} & G_{yy} \end{bmatrix} \quad (\text{III.42})$$

$$G_{xx} = \frac{-i}{\omega \varepsilon_0} \left[ \frac{k_x^2 k_{z_0} k_{z_1} \sin(k_{z_1} d_1)}{k_s^2 T_m} + \frac{k_y^2 k_0^2 \sin(k_{z_1} d_1)}{k_s^2 T_e} \right] \quad (\text{III.42.a})$$

$$G_{xy} = G_{yx} = \frac{-i}{\omega \varepsilon_0} \left[ \frac{k_x k_y k_{z_0} k_{z_1} \sin(k_{z_1} d_1)}{k_s^2 T_m} + \frac{k_x k_y k_0^2 \sin(k_{z_1} d_1)}{k_s^2 T_e} \right] \quad (\text{III.42.b})$$

$$G_{yy} = \frac{-i}{\omega \varepsilon_0} \left[ \frac{k_y^2 k_{z_0} k_{z_1} \sin(k_{z_1} d_1)}{k_s^2 T_m} + \frac{k_x^2 k_0^2 \sin(k_{z_1} d_1)}{k_s^2 T_e} \right] \quad (\text{III.42.c})$$

avec:-

$$k_{z0}^2 = k_0^2 - k_s^2$$

$$k_0^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0$$

$$k_{z1}^2 = k_1^2 - k_s^2$$

$$k_1^2 = \omega^2 \varepsilon_1 \mu_0 = \varepsilon_{r1} \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 = \varepsilon_{r1} k_0^2 \Rightarrow k_{z1}^2 = \varepsilon_{r1} k_0^2 - k_s^2$$

Ce qui donne:

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{xx} & G_{xy} \\ G_{yx} & G_{yy} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \end{bmatrix} \quad (\text{III.43})$$

### III.5. formulation des paramètres caractéristiques de l'antenne

#### III.5.1 Détermination de l'équation intégrale

Maintenant que nous avons obtenu la fonction de Green, il est relativement simple de formuler la solution par la méthode de moments afin de déterminer les caractéristiques de l'antenne en termes de la solution obtenue. Le champ électrique transversal sur le plan du patch peut être obtenu via les deux équations suivantes :

$$E_x(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [G_{xx} \tilde{J}_x + G_{xy} \tilde{J}_y] e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \quad (\text{III.44.a})$$

$$E_y(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [G_{yx} \tilde{J}_x + G_{yy} \tilde{J}_y] e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \quad (\text{III.44.b})$$

Les conditions aux limites exigent l'annulation du champ électrique transverse des équations (III.44.a) et (III.44.b) sur la plaque parfaitement conductrice, ce qui donne l'équation intégrale recherchée :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{xx} \tilde{J}_x e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y + \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{xy} \tilde{J}_y e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y = 0 \quad (\text{III.45.a})$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{yx} \tilde{J}_x e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y + \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{yy} \tilde{J}_y e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y = 0 \quad (\text{III.45.b})$$

### III.5.2. Résolution de l'équation intégrale par la procédure de Galerkin

Maintenant que nous avons la fonction de Green nécessaire, il est relativement simple de formuler la solution par la méthode des moments (MOM), afin de déterminer les caractéristiques de l'antenne à partir de la solution obtenue. Cette méthode consiste à transformer l'équation intégrale en une équation algébrique matricielle qui peut être facilement résolue par les méthodes numériques. La méthode des moments est la technique numérique la plus utilisée dans le domaine électromagnétique [21].

La méthode de Galerkin, qui est un cas particulier de la méthode des moments, est implémentée dans le domaine de Fourier pour réduire le système des équations intégrales (III.45.a) et (III.45.b) à une équation matricielle. Le courant surfacique  $J(x, y)$  sur la plaque parfaitement conductrice est développé en une série finie de fonctions de base connues  $J_x, J_y$ ,

. Où  $a_n$  et  $b_m$  sont les coefficients du développement modal [5], [21], [22] :

$$J_x(x, y) = \sum_{n=1}^N a_n J_{xn}(x, y) \quad (\text{III.46.a})$$

$$J_y(x, y) = \sum_{m=1}^M b_m J_{ym}(x, y) \quad (\text{III.46.b})$$

Les transformées de Fourier des équations (III.46.a) et (III.46.b) sont :

$$\tilde{J}_x(x, y) = \sum_{n=1}^N a_n \tilde{J}_{xn}(k_x, k_y)$$

$$\tilde{J}_y(x, y) = \sum_{m=1}^M b_m \tilde{J}_{ym}(k_x, k_y)$$

En remplaçant les deux dernières équations dans (III.45.a) et (III.45.b), On obtient les équations suivantes :

$$\sum_{n=1}^N a_n \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{xx} \tilde{J}_{xn}(k_x, k_y) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y + \sum_{m=1}^M b_m \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{yy} \tilde{J}_{ym}(k_x, k_y) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y = 0 \quad (\text{III.47.a})$$

$$\sum_{n=1}^N a_n \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{yx} \tilde{J}_{xn}(k_x, k_y) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y + \sum_{m=1}^M b_m \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{yy} \tilde{J}_{ym}(k_x, k_y) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y = 0 \quad (\text{III.47.b})$$

En multipliant (III.47.a) par  $J_{kx}(x, y)$  pour  $k=1 \dots N$  et en multipliant (III.47.b)

par  $J_{yl}(x, y)$  ( $l=1 \dots M$ ) et en intégrant sur le domaine du patch on trouve :

$$\sum_{n=1}^N a_n \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{xx} \tilde{J}_{xn}(k_x, k_y) \tilde{J}_{xk}(-k_x, -k_y) dk_x dk_y + \sum_{m=1}^M b_m \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{yy} \tilde{J}_{ym}(k_x, k_y) \tilde{J}_{xk}(-k_x, -k_y) dk_x dk_y = 0$$

$$\sum_{n=1}^N a_n \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{yx} \tilde{J}_{xn}(k_x, k_y) \tilde{J}_{yl}(-k_x, -k_y) dk_x dk_y + \sum_{m=1}^M b_m \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_{yy} \tilde{J}_{ym}(k_x, k_y) \tilde{J}_{xk}(-k_x, -k_y) dk_x dk_y = 0$$

Ces équations peuvent être écrites sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} (Z_{kn}^1)_{N \times N} & (Z_{km}^2)_{N \times M} \\ (Z_{lm}^3)_{M \times N} & (Z_{ln}^4)_{M \times M} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} (a_n)_{N \times 1} \\ (b_m)_{M \times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{0} \\ \bar{0} \end{bmatrix} \quad (\text{III.48})$$

avec :

$$Z_{kn}^1 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{J}_{xk}(-k_x, -k_y) G_{xx} \tilde{J}_{xn}(k_x, k_y) dk_x dk_y \quad (\text{III.48.a})$$

$$Z_{km}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{J}_{xk}(-k_x, -k_y) G_{xy} \tilde{J}_{ym}(k_x, k_y) dk_x dk_y \quad (\text{III.48.b})$$

$$Z_{lm}^3 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{J}_{yl}(-k_x, -k_y) G_{yx} \tilde{J}_{xn}(k_x, k_y) dk_x dk_y \quad (\text{III.48.c})$$

$$Z_{ln}^4 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{J}_{yl}(-k_x, -k_y) G_{yy} \tilde{J}_{ym}(k_x, k_y) dk_x dk_y \quad (\text{III.48.d})$$

où :  $k, n=1, 2, \dots, N$  et  $l, m=1, 2, \dots, M$

### II.5.3. Calcul de la fréquence de résonance et la bande passante

Dans le cas d'une équation matricielle homogène et pour éviter la solution triviale il faut que le système  $[Z] \cdot [C] = 0$  soit à matrice singulière ce qui est équivalent à imposer la condition :

$$\det[Z(\omega)] = 0 \quad (\text{III.49})$$

Physiquement, cela signifie qu'en l'absence de la source excitatrice, des courants électriques existent, dus à l'entretien mutuel entre le champ et le courant. Cette équation est appelée l'équation caractéristique des modes propres dont la solution est une fréquence complexe  $f = f_r + if_i$ . La partie réelle est la fréquence de résonance de cette antenne et la partie imaginaire positive indique les pertes d'énergie par rayonnement.

Une fois le problème de la fréquence de résonance  $f$  est résolu le vecteur propre minimal de la matrice ( $Z$ ) donne les coefficients du courant, ce courant est donc obtenu sous forme numérique. La technique de la phase stationnaire intervient dans le calcul du champ lointain.

### III.5.4. Choix des fonctions de base

La procédure de Galerkin consiste à développer la distribution des courants surfaciques en série de fonctions de base. Théoriquement, il existe plusieurs types et formes des fonctions de base, ce pendant dans les études pratiques le nombre des fonctions utilisées sont limitées. Ces fonctions doivent vérifier certaines considérations telles que leur rapport direct avec la géométrie du patch. Généralement les fonctions sinusoïdales sont utilisées pour étudier les géométries triangulaires et rectangulaires, alors que les fonctions de Bessel sont réservées aux formes annulaires et circulaires [23], [22]. Le choix de ces fonctions influe sur la vitesse de la convergence des résultats numériques (pour le calcul de la fréquence de résonance). D'autre part le mauvais choix de ces fonctions peut donner des résultats erronés.

Dans notre étude nous utilisons des fonctions de base qui sont formées par l'ensemble des modes TM d'une cavité rectangulaire avec murs latéraux magnétiques, ces modes sont donnés par:

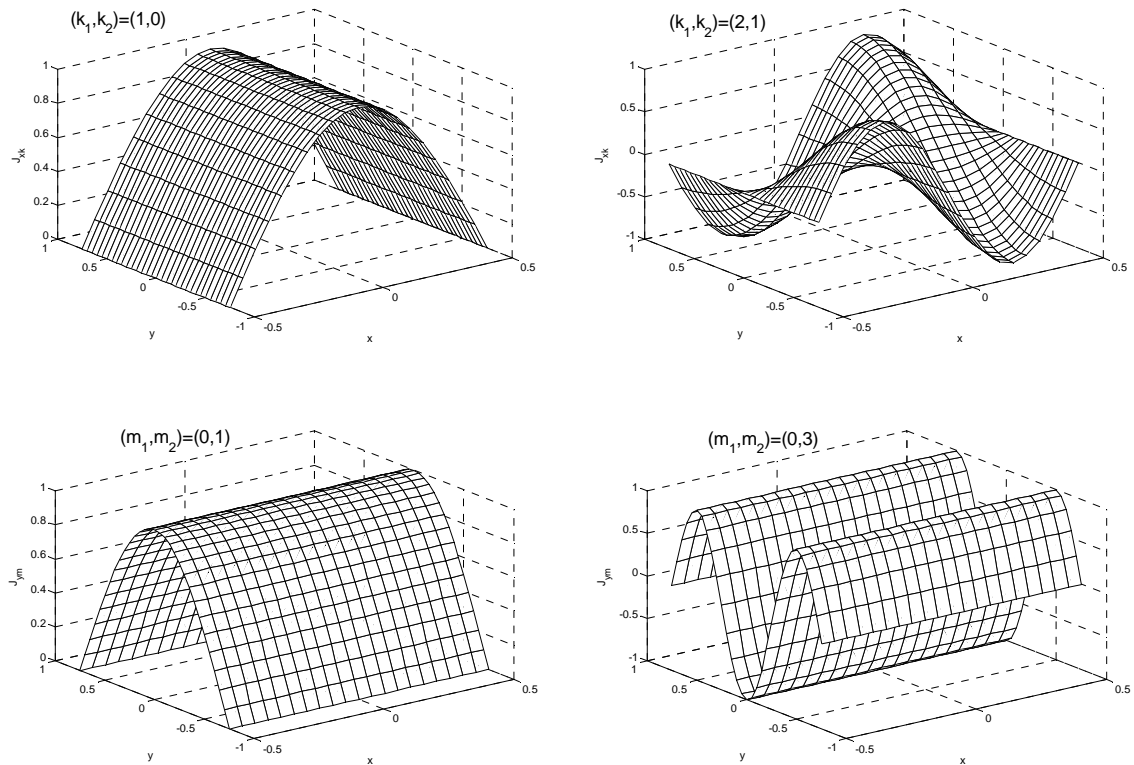
$$J_{xk}(x, y) = \sin\left[\frac{k_1\pi}{a}\left(x + \frac{a}{2}\right)\right] \cos\left[\frac{k_2\pi}{b}\left(y + \frac{b}{2}\right)\right]$$

$$J_{ym}(x, y) = \sin\left[\frac{m_2\pi}{b}\left(y + \frac{b}{2}\right)\right] \cos\left[\frac{m_1\pi}{a}\left(x + \frac{a}{2}\right)\right]$$

Les courants donnés par ces deux dernières équations sont définis uniquement sur la plaque rayonnante et ils sont nuls en dehors de cette dernière, les couples  $(k_1, k_2)$  et  $(m_1, m_2)$  sont des nombres entiers, le choix de ces membres dépend du mode étudié. Dans notre étude, nous intéressons au mode  $TM_{01}$  qui possède un courant dominant dans la direction  $y$ . Nous avons choisis de travailler avec ce type des fonctions pour les raisons suivantes:

- Ces fonctions sont très proches de la forme réelle du courant sur la surface du patch puisque l'antenne rectangulaire est très similaire à une cavité avec murs latéraux magnétiques.
- En utilisant ce type de fonctions la convergence est atteinte pour un nombre minimal de fonctions de bases, contrairement aux fonctions de forme polynomiale dont la convergence nécessite un nombre supérieur [22].
- Leurs transformées vectorielles de Fourier sont facilement calculables.

La figure III.3 représente le comportement de quelques fonctions de base de ce premier type.



**Fig.III.3.** Comportement de quelques fonctions de base issues du modèle de la cavité

### III.6. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons fait appel à la transformée vectorielle de Fourier afin de réduire le problème tridimensionnel en un autre bidimensionnel, ce qui a permis de simplifier les calculs. Par la suite, une méthode efficace pour la dérivation de la fonction tensorielle spectrale de Green a été développée et présentée. Nous avons montré que ce tenseur est diagonal dans la représentation (TM, TE), ce qui simplifie considérablement la complexité des calculs. Nous avons également formulé l'équation intégrale du champ électrique.

La procédure de Galerkin nous a permis par la suite de discrétiser cette équation pour donner lieu à un système d'équations homogène. Pour répondre aux exigences des utilisateurs



et concepteurs d'antennes micro-rubans, d'avoir une technique de calcul alliant à la fois précision et vitesse de calcul, dans le chapitre suivant nous allons résoudre ce système d'équations numériquement par le couplage de la méthode des moments avec les techniques d'optimisation présentées dans le premier et le deuxième chapitre.

### Références bibliographiques

- [1] E. H. Newman and P. Tulyathan, "Analysis of microstrip antennas using moment methods" IEEE Trans. Antennas Propagat. Vol-AP 29, PP 47-53, Jan. 1981.
- [2] J. P. Daniel, G. Dubost, C. Terret, J. Citerne, and M. Drissi, "Research on planar antennas and arrays" structures rayonnantes", IEEE Trans. Antennas Propagat. Vol35, no 1, PP14-38, Feb. 1993.
- [3] I. J. Bahl and P. E. Bhartia, "Microstrip Antennas". Dedham, MA: Artech House, 1980.
- [4] K. F. Lee, K. Y. Ho, and J. S. Dahele, "Circular-disk microstrip antenna with an air gap" IEEE Trans. Antennas Propagat. Vol AP 32, PP 880-884, Aug. 1984.
- [5] T. Itoh and W. Menzel, "A full-wave analysis method for open microstrip structures", IEEE Trans. Antennas Propagat. Vol AP 29, PP 63-67, Jan. 1981.
- [6] K. Agi, M. Mojahedi, B. Minhas, E. Schamiloglu, and K. J. Malloy, "The effects of an electromagnetic crystal substrate on a microstrip patch antenna" IEEE Trans. Antennas Propagat. Vol. 50, pp. 451-456, Apr. 2002.
- [7] M. El Brak and M. Essaïd, "Rigorous analysis of conformal microstrip patch antennas using the FDTD method" Microwave Opt. Technol. Lett., vol. 37 no.5, pp. 372-376, June 2003.
- [8] Y.X. Guo, K. M. Luk, and K. F. Lee, "L-probe fed thick-substrate patch antenna mounted on a finite ground plane," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 51, pp. 1955-1963, Aug. 2003.
- [9] W. Y. Wu and C. W. Kuo, "Direct application of the S<sub>24</sub> FDTD method to antenna pattern computation," Microwave Opt. Technol. Lett., vol. 40, no. 4, pp. 289-292, Feb. 2004.
- [10] F. Bilotti, L. Vegni, and A. Toscano, "Radiation and scattering features of patch antennas with bianisotropic substrates," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 51, pp. 449-456, Mar. 2003.
- [11] F. Bilotti, A. Toscano, and L. Vegni, "FEM-BEM formulation for the analysis of cavity backed patch antennas on chiral substrates," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 51, pp. 306-311, Feb. 2003.
- [12] C. W. Wu, L. C. Kempel, and E. J. Rothwell, "Mutual coupling between patch antennas recessed in an elliptic cylinder," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 51, pp. 2489-2492, Sep. 2003.
- [13] F. Bilotti, and L. Vegni, "Chiral cover effects on microstrip antennas," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol. 51, pp. 2891-2898, Oct. 2003.

- [14] D. Chatterjee and R. G. Plumb, "Some convergence considerations in space-domainmoment method analysis of class of wide-band microstrip antennas," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 48, pp.147-160, Feb. 2000.
- [15] F. Bilotti and C. Vegni, "Rigorous and efficient full-wave analysis of trapezoidal patch antennas," *IEE Trans. Antennas propagate.*, vol. 49, pp. 1773-1776, Dec. 2001.
- [16] F. Bilotti and C. Vegni, "MoM entire domain basis functions for convex polygonal patch," *J. Electromag. Waves Applicat.*, vol. 17, no. 11, pp. 1519-1664, 2003.
- [17] A. Kedar, K. K. Gupta, and N. D. Kartaria, "Spectral-domain modeling of superconducting microstrip structures: Transmission lines and resonators," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 41, no. 1, pp. 55-59, A2pr. 2004.
- [18] Roger F. Harrington, "Field Computation by Moment Method", IEEE Press 1993, New York.
- [19] Kubilay Sertel & J. L. Volakis, "Method of Moment Solution of Volume Integral Equations Using Parametric Geometry modeling", *Radio Science*, Vol. 37, No. 1, pp. 10.1-10.7, 2002.
- [20].Randy Bancroft, "Understanding Electromagnetic Scattering Using the Moment Method", Artech House Boston, London 1999.
- [21] T. Itoh, *Numerical Techniques for Microwave and Millimeter-Wave Passive Structures*. New York: John Wiley& Sons, 1989.
- [22] T. Fortaki, 'Contribution a l'étude des problèmes de caractérisation des antennes microbandes multicouches sans et avec ouvertures dans les plans de masse', Thèse de Doctorat, Université de Constantine, Juin 2004
- [23] M.I. Aksun and R. Mittra, 'Choices of expansion and testing functions for the method of moments applied to a class of electromagnetic problems,' *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* vol. 41, pp. 503-509, Mas. 1993.

## *Chapitre 4*

### *Résultats Numériques et Discussion*

# Chapitre 4

## *Résultats Numériques et Discussion*

### **IV.1. Introduction**

Dans le domaine des télécommunications, la croissance du nombre de services a conduit à la recherche et à la réalisation d'antennes micro-rubans. Plusieurs travaux et études récentes ont montré que le couplage entre les algorithmes génétiques (GA) et une méthode de simulation numérique, telle que la méthode des moments [1] ou la méthode FDTD pouvait être efficace pour la conception des antennes [2–4]. Mais tous les travaux cités précédemment sont focalisé uniquement sur l'optimisation d'une géométrie initiale de l'élément rayonnant afin d'avoir une antenne micro-ruban répondant aux critères de large bande et de bi-bande. A noté que ces techniques récentes nécessitent une base de données d'une part, d'autre part, elles sont conçues uniquement pour l'optimisation et non pas pour la modélisation des antennes. Dans ce chapitre, nous allons coupler la méthode des moments avec les techniques d'optimisation présentées précédemment dans le but de mettre à la disposition des concepteurs d'antennes microbandes une méthode de modélisation fiable alliant à la fois précision et vitesse de calcul. Donc, nous visons en premier lieu la minimisation du temps de calcul, le deuxième objectif est l'utilisation du même algorithme pour l'optimisation et la conception de ces antennes.

### **IV.2. Le choix de la fonction fitness**

Pour évaluer les individus ou les particules d'essaim, on utilise une fonction d'évaluation appelée fonction de coût ou fonction fitness. L'évaluation d'un individu ne

dépend pas des autres individus, le résultat fourni par la fonction d'évaluation va permettre de sélectionner (choisir) ou de refuser (écarter) un individu.

Cela va permettre de garder que les individus ayant les meilleures valeurs de fonction fitness. Cette méthode permet de s'assurer que les individus performants seront conservés, alors que les individus peu adaptés seront progressivement éliminés de la population dans le cas du GA et réorientés pour le PSO et BFO.

Le formalisme mathématique complexe de la méthode des moments qui était un inconvénient devient un avantage dans cette étude. La richesse en équations mathématiques de la méthode des moments, nous offre un vaste choix de la fonction fitness. Et comme l'objectif de cette étude est au premier lieu la réduction du temps de calcul de la fréquence de résonance et la bande passante obtenues via la méthode des moments, tout en conservant l'exactitude et la qualité des résultats, l'évaluation des individus est réalisée à l'aide de la méthode des moments à travers le calcul de la matrice impédance  $|Z|$ . La fonction fitness est donc définie par la relation suivante :

$$fitness = f = |\det(Z)|$$

### **IV.3. Algorithmes d'optimisations et choix des paramètres**

Dans cette section nous présentons les procédures des algorithmes génétiques et des deux stratégies évolutionnaires combinées avec une technique géométrique de recherche (Essaim Particulaire et la Recherche de Nourriture Bactérienne). Les algorithmes génétiques changent la structure des individus en utilisant la mutation et le croisement, alors que les stratégies évolutionnaires réalisent l'auto-adaptation par une manipulation géométrique des individus. Ces procédures sont présentées dans les Algorithmes IV.1, IV.2 et IV.3.

---

## Fonction GA

---

### 1- Génération de la population initiale

-Evaluation de chacun des individus par la fonction  $f$ .

### 2 - Constitution d'une nouvelle population

- Sélection des meilleurs individus.

- Reproduction des individus sélectionnés.

- Croisement de paires de séquences choisies aléatoirement.

- Mutation de séquences tirées de manière aléatoire.

### 3 - Critère d'arrêt

**Si** le critère d'arrêt (  $f \leq \varepsilon$ ,  $\varepsilon = 10^{-6}$  ) n'est pas satisfait **aller à l'étape 2.**

**Sinon fin.**

---

**Algorithme IV.1.** Algorithme Génétique.

---

**Fonction PSO**


---

1- **Initialisation** aléatoire de N particules (position et vitesse).

2- **Evaluation** des positions des particules par la fonction  $f$ .

3- **Pour** chaque particule  $i$ ,  $\vec{Pbest}_i = \vec{x}_i$

4- **Calculer**  $\vec{Gbest}$  par :

$$\vec{Gbest}(t+1) = \arg \min_{p_{best_i}} f(\vec{Pbest}_i(t+1)), \quad 1 \leq i \leq N$$

5- **tant que** le critère d'arrêt (  $f \leq \varepsilon$ ,  $\varepsilon = 10^{-6}$  ) n'est pas satisfait **faire**

6- **Déplacer** les particules par:

$$v_i(t+1) = wv_i(t) + C_1r_1(t) \times (Pbest_i(t) - x_i(t)) + C_2r_2(t) \times (Gbest_i(t) - x_i(t))$$

$$x_i(t+1) = x_i(t) + v_i(t+1)$$

7- **Evaluer** les positions des particules

8- **Mise à jour**  $\vec{Pbest}_i$  et  $\vec{Gbest}$  selon :

$$\vec{Pbest}(t+1) = \begin{cases} \vec{Pbest}_i(t), & \text{si } f(\vec{x}_i(t+1)) \geq Pbest_i(t) \\ \vec{x}_i(t+1), & \text{si non} \end{cases}$$

$$\vec{Gbest}(t+1) = \arg \min_{p_{best_i}} f(\vec{Pbest}_i(t+1)), \quad 1 \leq i \leq N$$

9- **fin**

---

**Algorithme IV.2.** Algorithme d'optimisation par essaim particulaire.

---

**Fonction BFO**


---

**1- Choix des paramètres :**  $P, S, N_c, N_{re}, N_{ed}, P_{ed}$

**2- Initialisation de :**  $C(i)(i=1,2,\dots,S), \theta^i$

**3- la boucle d'Elimination-dispersion :**  $l=l+1$

**4- la boucle de Reproduction:**  $k=k+1$

**5- la Boucle de Chemotaxis:**  $j=j+1$

a-Pour  $i = 1,2,\dots,S$  prendre une étape chimiotactique pour une bactérie  $i$  comme suit.

b- Calculer la fonction fitness  $J(j, i, k, l)$ .

$$J(j, i, k, l) = J(j, i, k, l) + J_{cc}(\theta^i(j, k, l), P(j, k, l))$$

$$\text{où : } J_{cc}(\theta, P(j, i, l)) = \sum_{i=1}^S \left[ -d_a \exp\left(-w_a \sum_{m=1}^P (\theta_m - \theta_m^i)^2\right) \right] + \sum_{i=1}^S \left[ -h_r \exp\left(-w_r \sum_{m=1}^P (\theta_m - \theta_m^i)^2\right) \right]$$

c- faire  $J_{last} = J(i, j, k, l)$  et enregistrer cette valeur jusqu'à ce qu'on puisse trouver un meilleur coût par une autre itération.

e- faire :  $\theta^i(j+1, k, l) = \theta^i(j, k, l) + C(i) + \varphi(j)$

b- Calculer la fonction fitness  $J(j+1, i, k, l)$ .

$$J(j+1, i, k, l) = J(j, i, k, l) + J_{cc}(\theta^i(j+1, k, l), P(j+1, k, l))$$

g- **Natation**

\*  $m=0$

\* **Tant que**  $m < N_S$

Faire :  $m=m+1$

**Si**  $J(j+1, i, k, l) < J_{last}$

$$\theta^i(j+1, k, l) = \theta^i(j, k, l) + C(i) + \varphi(j)$$

**Sinon**  $m=N_S$

**6- Si**  $j < N_c$  **aller à l'étape 5**

**7- Reproduction :**

a- pour chaque  $k, l$  et pour  $i=1,2,\dots,S$ , faire

$$J_h^i = \sum_{j=1}^{N_c} J(j, i, k, l)$$

b- Les bactéries  $S_r$  avec les valeurs  $J_h$  les plus grandes seront éliminées et celles avec les meilleures valeurs se divisent.

**8- Si**  $k < N_{re}$  **aller à l'étape 4.**

**9- Elimination-dispersion :** pour  $i=1,2,\dots,S$  avec probabilité  $P_{ed}$

**Si**  $l < N_{ed}$  **aller à l'étape 3.**

**Sinon fin**

---

**Algorithme IV.3.** Algorithme de l'Optimisation par Recherche de Nourriture Bactérienne.



Dans ce présent chapitre, nous n'avons pas fait une étude sur l'influence du choix des paramètres de chacune des techniques d'optimisation sur la convergence et le temps de calcul. Les valeurs de ces paramètres sont obtenues à partir de la littérature[1, 5, 6].

**Tableau IV.1. Les paramètres de chacune des techniques d'optimisation**

Technique d'optimisation	Valeurs des paramètres
<b>GA</b>	<p><math>P = 50</math> : Nombre des individus dans la population,  <math>N = 100</math> : Nombre maximum de génération,  <math>P_c = 0.5</math> : Probabilité de croisement,  <math>P_m = 0.1</math> : Probabilité de mutation.</p>
<b>PSO</b>	<p><math>P = 1</math> : Dimension de l'espace de recherche,  <math>n = 25</math> : Nombre de particules,  <math>C1 = 2.8</math> : Accélération cognitive,  <math>C2 = 1.3</math> : Accélération sociale.</p>
<b>BFO</b>	<p><math>P = 1</math> : Dimension de l'espace de recherche,  <math>N = 50</math> : Nombre de bactéries dans la population,  <math>N_c = 50</math> : Etapes chimiotactiques,  <math>N_{re} = 10</math> : Nombre d'étapes de reproduction,  <math>N_{ed} = 2</math> : Nombre d'événements élimination-dispersion,  <math>P_{ed} = 0.25</math> : Elimination-dispersion avec une probabilité <math>P_{ed}</math>,  <math>C(i) = 0.05</math> : Taille de l'étape de prise dans la direction indiquée au hasard par la Culbute.</p>

#### IV.4. Convergence et stabilité des algorithmes proposés

La question qui se pose toujours lors de l'utilisation des méthodes d'optimisation stochastiques est : que se passe-t-il si on exécute le programme à nouveau (voir même 1000 exécution et plus) ? Est-ce qu'on obtient le même résultat, ou on sélectionne uniquement la

meilleure valeur parmi plusieurs d'autres ? Le professeur Goldberg à relever ce problème, et il a répondu que pour les méthodes d'optimisation stochastiques la solution finale ne peut être considéré comme optimale que par la répétition des résultats [15]. Pour cela nous avons fait une étude statistique en exécutant les trois algorithmes plusieurs fois afin de vérifier la stabilité des programmes [13]. Les tableaux IV.2 et IV.3 présentent respectivement certains résultats obtenus par l'exécution des codes (GA/MOM) et (PSO/MOM) pour une antenne micro-ruban rectangulaire avec  $a=1.5$  cm,  $b=1$ cm,  $d=1$ mm et  $\epsilon_r=10.3$ . Le tableau IV.4 montre quelques résultats obtenus à travers l'exécution du code (BFO / MOM) plus que 100 fois, pour une structure rectangulaire avec  $a = 1,9$  cm,  $b = 2,29$  cm,  $d = 1,59$  mm et  $\epsilon_r = 3.32$ . Les tableaux IV.2, IV.3 et IV.4 montrent que les trois algorithmes donnent pratiquement les mêmes résultats pour différentes exécutions. La légère variation est due au fait que la population initiale a été générée de manière aléatoire.

**Tableau IV.2 Fréquence de résonance et bande passante d'une antenne micro-ruban rectangulaire obtenues par multi-exécution du code GA / MOM  
 $a=1.5$  cm,  $b=1$ cm,  $d=1$ mm,  $\epsilon_r=10.3$ .**

N° de test	Fréquence de résonance (GHz)	Bande passante (%)
1	4,49065025023656	0,916803761852448
2	4,49043702048322	0,908299942383029
3	4,49016203719277	0,897332136641012
4	4,49024027546744	0,900452834613102
5	4,49023513130422	0,900247652194685
6	4,49021232589577	0,899338019707797
7	4,49005126931755	0,892913741220618
8	4,49048405892293	0,910175952636169
9	4,49051000706594	0,911210812453491
10	4,49042170583910	0,907689147711387

**Tableau IV.3. Fréquence de résonance et bande passante d'une antenne micro-ruban rectangulaire obtenues par multi-exécution du code PSO / MOM**  
**a=1.5 cm, b=1cm, d=1mm,  $\epsilon_r=10.3$ .**

N° de test	Fréquence de résonance (GHz)	Bande passante (%)
1	4,490651374	0,911046545
2	4,490142941	0,895297060
3	4,491351588	0,932730873
4	4,490329231	0,901068067
5	4,491532120	0,938320534
6	4,491122553	0,925638844
7	4,490637298	0,910610550
8	4,490431327	0,904230667
9	4,490680786	0,911957513
10	4,491707298	0,943743995
11	4,490080548	0,893364088
15	4,490962462	0,920681194
20	4,491126527	0,925761887
25	4,490969760	0,920907195
30	4,490219193	0,897659291
35	4,490062903	0,892817420
40	4,490113051	0,894371055
45	4,490301060	0,900195398
50	4,490139585	0,895193082
55	4,490253375	0,898718212
60	4,490551504	0,907953186
65	4,490213824	0,897492962
70	4,490747222	0,914015173
75	4,491094222	0,924761501
80	4,490341052	0,901434277
85	4,491100566	0,924957953
90	4,490513433	0,906773956
95	4,491689430	0,943190807
100	4,490737911	0,913726805

**Tableau IV.4. Fréquence de résonance et bande passante d'une antenne micro-ruban rectangulaire obtenues par multi-exécution du code BFO / MOM**

**a = 1,9 cm, b = 2,29 cm, d = 1,59 mm et  $\epsilon_r = 2.32$ .**

N° de test	Fréquence de résonance (GHz)	Bande passante (%)
1	4.496932496	1.091076910
2	4.496900295	1.089652592
10	4.496925697	1.090776181
11	4.496904242	1.089827161
20	4.496935154	1.091194475
21	4.496937398	1.091293727
30	4.496900985	1.089683087
31	4.496900244	1.089650334
40	4.496904371	1.089832870
41	4.496904339	1.089831458
50	4.496905884	1.089899778
51	4.496903676	1.089802130
60	4.496911738	1.090158753
61	4.496912159	1.090177375
70	4.496911331	1.090140723
71	4.496914646	1.090287359
80	4.496908786	1.090028136
81	4.496905622	1.089888207
90	4.496912167	1.090177714
91	4.496919235	1.090490352
98	4.496900283	1.089652044
99	4.496900613	1.089666660
100	4.496915523	1.090326131

**Tableau IV.5. Comparaison de la fréquence de résonance calculée par GA/MOM avec des résultats de la littérature pour une antenne micro-ruban rectangulaire.**

a (cm)	b (cm)	d (cm)	$\epsilon_r$	Fréquences de résonance (GHz)	
				Mesurées	GA /MOM
5.700	3.800	0.3175	2.33	2.310*	2.4098
1.080	3.400	1.281	2.55	3.150*	2.4599
1.265	3.500	1.281	2.55	2.980*	2.3999
0.920	3.130	1.200	2.55	3.470*	2.6898
1.170	1.280	0.300	2.50	6.570*	6.4924
1.530	1.630	0.300	2.50	5.270*	5.1567
0.910	1.000	0.127	10.2	4.600*	4.5848
5.700	3.800	0.3175	2.33	2.310 <sup>+</sup>	2.4096
4.550	3.050	0.3175	2.33	2.890 <sup>+</sup>	2.9587
2.950	1.950	0.3175	2.33	4.240 <sup>+</sup>	4.4391
1.950	1.300	0.3175	2.33	5.840 <sup>+</sup>	6.2986
1.700	1.100	0.1375	2.33	6.800 <sup>+</sup>	8.0685
1.400	0.900	0.3175	2.33	7.700 <sup>+</sup>	8.4994
1.200	0.800	0.3175	2.33	8.270 <sup>+</sup>	8.5270
1.050	0.700	0.3175	2.33	9.140 <sup>+</sup>	10.2957
1.700	1.100	0.9525	2.33	4.730 <sup>+</sup>	5.1535
1.700	1.100	0.1524	2.33	7.870 <sup>+</sup>	7.9788
4.100	4.140	0.1524	2.50	2.228 <sup>Δ</sup>	2.2249
6.858	4.140	0.1524	2.50	2.200 <sup>Δ</sup>	2.2018
10.80	4.140	0.1524	2.50	2.181 <sup>Δ</sup>	2.1187
2.000	2.500	0.0790	2.22	3.970 <sup>Γ</sup>	3.9428
1.120	1.200	0.2420	2.55	7.050 <sup>Γ</sup>	7.1987
0.790	1.255	0.4000	2.55	7.134 <sup>Γ</sup>	6.4265

\* Ces fréquences sont calculées par Gollapudi et al. [7].

<sup>+</sup>Ces fréquences sont mesurées par Chang et al. [8].

<sup>Δ</sup>Ces fréquences sont mesurées par Carver [9].

<sup>Γ</sup>Ces fréquences sont mesurées par Kara [10, 11].

**Tableau IV.6. Comparaison de la fréquence de résonance calculée par PSO/MOM avec des résultats de la littérature pour une antenne micro-ruban rectangulaire.**

a (cm)	b (cm)	d (cm)	$\epsilon_r$	Fréquences de Résonance (GHz)	
				Mesurées	PSO/MOM
1.900	2.290	0.1590	2.32	4.104*	4.1053
5.700	3.800	0.3175	2.33	2.310 <sup>+</sup>	2.3278
4.550	3.050	0.3175	2.33	2.890 <sup>+</sup>	2.6225
2.950	1.950	0.3175	2.33	4.240 <sup>+</sup>	4.1179
1.950	1.300	0.3175	2.33	5.840 <sup>+</sup>	5.5534
1.700	1.100	0.1375	2.33	6.800 <sup>+</sup>	6.5377
1.400	0.900	0.3175	2.33	7.700 <sup>+</sup>	7.5360
1.200	0.800	0.3175	2.33	8.270 <sup>+</sup>	8.1060
1.050	0.700	0.3175	2.33	9.140 <sup>+</sup>	9.4870
1.700	1.100	0.9525	2.33	4.730 <sup>+</sup>	4.5026
1.700	1.100	0.1524	2.33	7.870 <sup>+</sup>	7.5110
4.100	4.140	0.1524	2.50	2.228 <sup>Δ</sup>	2.2014
6.858	4.140	0.1524	2.50	2.200 <sup>Δ</sup>	2.1148
10.80	4.140	0.1524	2.50	2.181 <sup>Δ</sup>	2.0173
2.000	2.500	0.0790	2.22	3.970 <sup>Γ</sup>	3.7141
1.120	1.200	0.2420	2.55	7.050 <sup>Γ</sup>	7.0224
0.790	1.255	0.4000	2.55	7.134 <sup>Γ</sup>	7.1187

\* Ces fréquences sont calculées par Fortaki et al. [12]

<sup>+</sup> Ces fréquences sont mesurées par Chang et al. [8].

<sup>Δ</sup> Ces fréquences sont mesurées par Carver. [9].

<sup>Γ</sup> Ces fréquences sont mesurées par Kara [10, 11].

**Tableau IV.7. Comparaison de la fréquence de résonance calculée par BFO/MOM avec des résultats de la littérature pour une antenne micro-ruban rectangulaire.**

a (cm)	b (cm)	d (cm)	$\epsilon_r$	Fréquences de résonance (GHz)	
				Mesurées	BFO /MOM
5.700	3.800	0.3175	2.33	2.310*	2.3208
1.080	3.400	1.281	2.55	3.150*	3.1927
1.265	3.500	1.281	2.55	2.980*	2.9871
0.920	3.130	1.200	2.55	3.470*	3.4902
1.170	1.280	0.300	2.50	6.570*	6.6209
1.530	1.630	0.300	2.50	5.270*	5.3164
0.910	1.000	0.127	10.2	4.600*	4.7119
5.700	3.800	0.3175	2.33	2.310 <sup>+</sup>	2.3208
4.550	3.050	0.3175	2.33	2.890 <sup>+</sup>	2.8225
2.950	1.950	0.3175	2.33	4.240 <sup>+</sup>	4.1179
1.950	1.300	0.3175	2.33	5.840 <sup>+</sup>	5.7534
1.700	1.100	0.1375	2.33	6.800 <sup>+</sup>	6.6877
1.400	0.900	0.3175	2.33	7.700 <sup>+</sup>	7.6360
1.200	0.800	0.3175	2.33	8.270 <sup>+</sup>	8.1060
1.050	0.700	0.3175	2.33	9.140 <sup>+</sup>	9.1870
1.700	1.100	0.9525	2.33	4.730 <sup>+</sup>	4.5026
1.700	1.100	0.1524	2.33	7.870 <sup>+</sup>	7.7110
4.100	4.140	0.1524	2.50	2.228 <sup>Δ</sup>	2.2014
6.858	4.140	0.1524	2.50	2.200 <sup>Δ</sup>	2.1148
10.80	4.140	0.1524	2.50	2.181 <sup>Δ</sup>	2.1173
2.000	2.500	0.0790	2.22	3.970 <sup>Γ</sup>	3.7141
1.120	1.200	0.2420	2.55	7.050 <sup>Γ</sup>	7.0224
0.790	1.255	0.4000	2.55	7.134 <sup>Γ</sup>	7.1287

\* Ces fréquences sont calculées par Gollapudi et al. [7].

<sup>+</sup> Ces fréquences sont mesurées par Chang et al. [8].

<sup>Δ</sup> Ces fréquences sont mesurées par Carver [9].

<sup>Γ</sup> Ces fréquences sont mesurées par Kara [10, 11].

Les fréquences de résonance et les bandes passante calculées en utilisant les algorithmes GA/MOM, PSO/MOM et BFO/MOM présentés dans cette thèse, pour des antennes micro-rubans rectangulaires minces et épaisses, sont répertoriées et comparées avec les résultats mesurés dans les tableaux IV.5, IV.6, IV.7 et IV.8, respectivement. Dans le tableau IV.8, nous avons également présenté des bandes passantes calculées et obtenues par les formules d'ajustement des courbes de Chew [15, 16]. Nos résultats obtenus par le couplage de la méthode des moments avec les trois techniques d'optimisation sont en très bon accord avec les mesures. Les techniques développées dans la présente thèse sont donc très utiles et bien compatible avec la CAO des antennes microbandes.

**Table IV.8. Comparaison de la Bande passante avec des résultats de la littérature.**

a (cm)	b (cm)	d (mm)	$\epsilon_r$	Bande passante (%)				
				Mesurées	Formules d'ajustement des courbes de Chew [15, 16]	GA/MOM	PSO/MOM	BFO/MOM
5.7	3.8	3.175	2.33	3.117*	4.988	4.8236	4.2000	4.601
4.55	3.05	3.175	2.33	4.083*	6.143	5.9795	5.5222	5.758
1.05	0.7	3.175	2.33	23.850*	--	26.081	27.159	26.557
1.7	1.1	1.524	2.33	6.607*	8.212	8.0836	7.5954	7.863
1.9	2.29	1.59	2.32	2.17 <sup>+</sup>	--	2.5709	2.4417	2.714

\* Ces bandes passantes sont mesurées par Chang et al. [8].

<sup>+</sup>Ces bandes passantes sont mesurées par Bahl et al. [14].

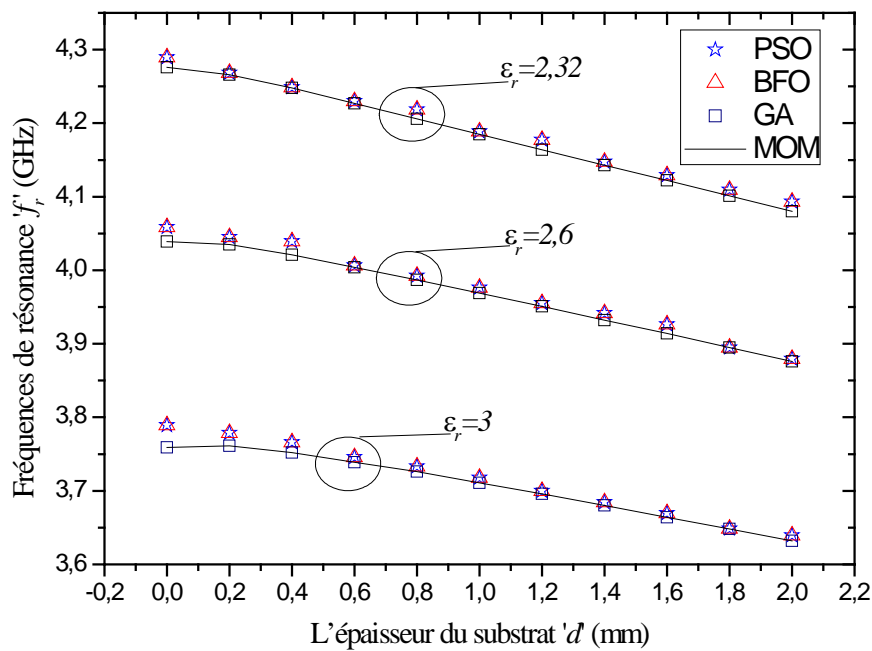
Pour vérifier l'efficacité des méthodes proposées, en terme d'optimisation du temps de calcul, nous comparons dans le tableau IV.9 le temps nécessaire pour l'estimation de la fréquence de résonance et la bande passante de l'antenne par GA/MOM, PSO/MOM et BFO/MOM avec celui de la MOM traditionnelle. La comparaison est effectuée pour cinq structures différentes. La comparaison dans le tableau IV.9 montre que le temps de calcul requis par le procédé traditionnel des moments est environ supérieur à six fois celui de la BFO/MOM et PSO/MOM, et il est le double que celui nécessaire pour la méthode GA/MOM.



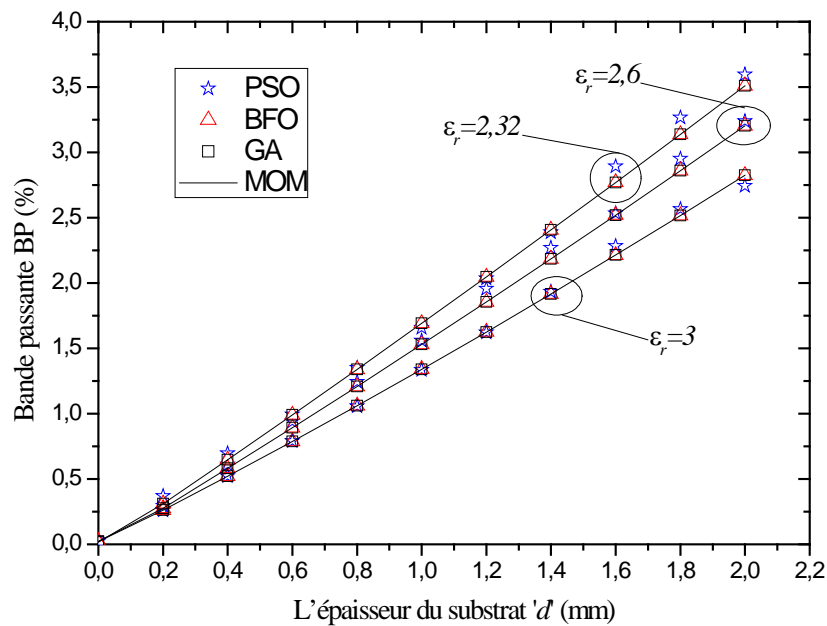
**Tableau IV.9. Comparaisons des résultats et de temps de calcul (CPU time) de la méthode conventionnelle (MOM) avec les méthodes d'optimisation.**

a (cm)	b (cm)	d (mm)	$\epsilon_r$	Méthode traditionnelle(MOM)						MOM/GA			MOM/PSO			BFO/MOM		
				f <sub>r</sub> (GHz)	BP (%)	CPU time (s)	f <sub>r</sub> (GHz)	BP (%)	CPU time (s)	f <sub>r</sub> (GHz)	BP (%)	CPU time (s)	f <sub>r</sub> (GHz)	BP (%)	CPU time (s)	f <sub>r</sub> (GHz)	BP (%)	CPU time (s)
1.5	1	1	10.3	4.4971	1.1014	297.98	4.4933	1.2018	208.83	4.4940	0.8924	59.4136	4.4969	1.0900	48.05			
1.5	1	1	11.6	4.2461	0.9407	300.86	4.2820	1.2017	226.03	4.2407	0.9472	58.7995	4.2459	0.9393	47.14			
3.4	3	3.175	2.62	3.2429	4.7188	372.59	2.8773	4.7117	216.56	2.8038	4.3073	58.9996	3.2426	0.1894	51.85			
1.9	2.29	1.59	2.32	4.1162	2.7144	335.96	4.1230	2.5709	207.72	4.1048	2.4525	58.6822	4.1160	2.6720	49.59			
1.256	3.5	12.81	2.55	2.3499	15.057 7	266.13	2.3991	14.729	190.44	2.3998	16.656 56	59.1192	2.3500	15.0632	50.26			

Les figures IV.1 et IV.2 présentent la fréquence de résonance et la bande passante en fonction de l'épaisseur du substrat pour différentes valeurs de la constante diélectrique ( $\epsilon_r = 2.32, 2.6$  et  $3$ ), pour une antenne rectangulaire de dimension  $a = 1.9\text{cm}$ ,  $b = 2.29\text{cm}$ . Il est clair à partir de ces courbes que les résultats obtenus par le couplage de la méthode des moments avec les techniques d'optimisation GA, PSO et BFO ont le même comportement que ceux obtenus par la méthode des moments traditionnelle. Il est évident de la fig. IV.1 que la fréquence de résonance diminue au fur et à mesure que les antennes deviennent plus épaisses comme il a été montré précédemment dans [8].



**Fig. IV.1.** Fréquence de résonance en fonction de l'épaisseur du substrat pour différentes valeurs de la constante diélectrique ;  $a=1.9\text{cm}$ ,  $b=2.29\text{cm}$ ,  $\epsilon_r=2.32, 2.6$  et  $3$ .



**Fig. IV.2.** Bande passante en fonction de l'épaisseur du substrat pour différentes valeurs de la constante diélectrique ;  $a=1.9\text{cm}$ ,  $b=2.29\text{cm}$ ,  $\epsilon_r=2.32$ , 2.6 et 3.

Bien que nous avons présenté dans le présent chapitre uniquement des résultats pour le mode  $\text{TM}_{01}$ , les différents algorithmes développés dans cette thèse peuvent également donner des résultats pour les modes d'ordre supérieur et même pour des structures plus complexes. Si nous comparons les algorithmes proposés avec le simulateur électromagnétique 'Ensemble', qui est également basé sur la méthode des moments, nous pouvons affirmer que notre code a la meilleure vitesse (le temps d'installation nécessaire pour faire introduire la géométrie du problème et les paramètres pour 'ensemble' prend quelques minutes). Un autre inconvénient de 'ensemble' est qu'il est beaucoup plus lent dans le calcul des fréquences de résonance des modes d'ordre supérieur que la fréquence de résonance du mode fondamental [13], [17]. Ce n'est pas le cas pour les codes GA/MOM, PSO/MOM et BFO/MOM puisque le nombre de fonctions de base utilisé dans l'approximation du courant du mode fondamental est similaire à celui utilisé pour les modes d'ordre supérieur.

#### IV.5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une technique basée sur la méthode des moments conjointement avec des méthodes d'optimisation (GA, PSO et BFO), pour la modélisation et l'optimisation des antennes micro-rubans. Ces techniques ont été appliquées avec succès pour la détermination de la fréquence de résonance et de la bande passante d'une antenne microbande de forme rectangulaire. Les résultats calculés ont été comparés avec les résultats mesurés dans la littérature et un excellent agrément a été trouvé. Les algorithmes proposés semblent être robustes et un outil de simulation efficace pour la CAO des antennes microbandes. La technique BFO/MOM présente une meilleure performance en termes de temps de calcul et d'erreur comparativement avec les méthodes conventionnelles.

#### Références bibliographiques

- [1] J. M. Johnson, and Y. Rahmat-Samii, 'Genetic algorithms and method of Moments (GA/MOM) for the design of integrated antennas', *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 47, No. 10, pp. 1606-1614, 1999.
- [2] A. Reinex, D. Eclercy, and B. Jecko, 'FDTD/genetic algorithm coupling for antennas optimization', *Annales des Telecommunications*, vol. 52, No. 9-10, pp. 503-508, 1997.
- [3] P. Pinho, and J. F. Rocha Pereira, 'Optimization of a PIFA antenna using genetic algorithms', 3rd Conference on Telecommunications, Portugal, April 2001.
- [4] F. Nuñez, D. Lorens, J.F. Zurcher, and A.K. Skrivervik, 'Optimization of a triband mobile communication antenna using genetic algorithms', *JINA 2002*, Nice, France, 12-14 Nov., 2002.
- [5] J. F. Schutte, and A. A. Groenwold, 'A Study of Global Optimization Using Particle Swarms', *Journal of Global Optimization*, Volume 31, Issue 1, pp 93-108, 2005.
- [6] P.D. Sathya, and R. Kayalvizhi, 'Amended bacterial foraging algorithm for multilevel thresholding of magnetic resonance brain images', *Measurement*, vol. 44, pp. 1828-1848, 2011.

- [7] S.V.R.S. Gollapudi, S.S. Pattnaik, O.P. Bajpai, S. Devi, and K. M. Bakwad, 'Velocity Modulated Bacterial Foraging Optimization Technique (VMBFO)', *Applied Soft Computing*, 11, (1), pp. 154-165, 2011.
- [8] E. Chang, S.A. Long, and W. F. Richards, 'An experimental investigation of electrically thick rectangular microstrip antennas', *IEEE Trans. Antennas propagate.* vol.34, pp. 767-772, 1986.
- [9] K.R. Carver, 'Practical analytical techniques for the microstrip antenna', *Proc. Workshop on printed Circuit antenna technology*, New Mexico State University, Las Cruces, 7, pp.1-7, 20, Oct 1979.
- [10] M. Kara, 'The resonant frequency of rectangular microstrip antenna elements with various substrate thicknesses', *Microwave and Optical Technology Lett*, pp. 1155-59, 1996.
- [11] M. Kara, 'Closed-form expressions for the resonant frequency of rectangular microstrip antenna elements with thick substrates', *Microwave and Optical Technology Lett*. 12, pp. 131-136, 1996.
- [12] T. Fortaki, D. Khedrouche, F. Bouttot, and A. Benghalia, 'A numerically efficient full-wave analysis of a tunable rectangular microstrip patch', *INT. J. Electronics*, Vol. 91, No 1, 57-70, 2004.
- [13] M. Amir, S. Bedra, S. Benkouda, T. Fortaki, 'Bacterial foraging optimization and method of moments for modelling and optimization of microstrip antennas', *IET Microwaves, Antennas & Propagation*, Vol. 8, No. 4, pp. 295-300, 2014.
- [14] I.J. Bahl, P. Bhartia, and S. S. Stuchly, 'design of microstrip antennas covered with a dielectric layer', *IEEE Trans. Antennas Propag.*, 30, (2), pp. 314-318, 1982.
- [15] W.C. Chew, and Q. Liu, 'Resonance frequency of a rectangular microstrip patch', *IEEE Trans. Antennas Propag.*, 36, (8), pp. 1045-1056, 1988.
- [16] W.C. Chew, and Q. Liu, 'Correction to 'Resonance frequency of a rectangular microstrip patch'', *IEEE Trans. Antennas Propag.*, 36, (12), pp. 1827, 1988.
- [17] V. Losada, R. R. Boix, and M. Horno, 'Resonant modes of circular microstrip patches in multilayered substrates', *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 47, (4), pp. 488-498, 1999.

- [18] S. Benkouda, S. Bedra, I. Benacer, and T. Fortaki, 'Modeling and design of rectangular microstrip patch antenna with iso/anisotropic substrate using Neuro-spectral Computation approach', Proceedings of International Conference on Nanoelectronics, Communications and Renewable Energy, pp. 264-269, 2013.

# **Conclusion générale**

## **Conclusion générale**

A la différence des circuits intégrés micro-ondes aux basses fréquences, il est extrêmement difficile, voir même impossible, d'ajuster les caractéristiques des antennes microbandes une fois elles sont réalisées. Par conséquent, la CAO est un outil indispensable dans la réalisation de ces antennes. Le véritable challenge dans la CAO se situe au niveau des méthodes numériques fiables qui allient à la fois précision et vitesse de calcul. La présente thèse a apporté un apport concret dans le patrimoine de la CAO des antennes microbandes.

Tout d'abord nous avons commencé par la présentation d'un bref historique sur les méthodes d'optimisations et leur classification (méthodes locale ou globale), par la suite nous avons détaillé le principe des algorithmes génétiques (GA). Chaque opérateur génétique a été détaillé et expliqué par un exemple d'optimisation réel. Nous avons présenté également les paramètres importants permettant de caractériser cet algorithme. La mise en œuvre du couplage de la méthode des moments avec les algorithmes génétiques a été discutée dans le premier chapitre d'une manière générale.

Dans le deuxième chapitre, nous avons présenté deux méthodes d'optimisation qui sont inspirées des caractéristiques principales des systèmes et phénomènes naturels, essaim particulaire et la recherche de nourriture bactérienne. Ces méthodes sont très efficaces pour les problèmes d'optimisation complexes sans avoir besoin de modifier la structure de base de ces algorithmes. Elles sont devenues très populaires grâce à leur simplicité d'emploi dans différents domaines. Tout d'abord nous avons commencé par la présentation de l'optimisation par l'essaim particulaire et son formalisme mathématique ainsi que ses trois composantes et les différentes topologies du voisinage et de communication de l'essaim.

La deuxième partie a été consacrée à la présentation d'une nouvelle technique



d'optimisation plus évolutive et facile, elle simule le comportement des bactéries lors de la recherche de la nourriture, ce modèle d'optimisation reproduit le comportement chimiotactique de la bactérie *E. coli*. Cette technique a donnée de bons résultats dans différentes domaines de recherche ce qui nous a encouragés à l'appliquer dans l'optimisation électromagnétique et les antennes. Par la suite nous avons présenté les caractéristiques principales qui peuvent aider au choix de la méthode la plus adaptée à un problème d'optimisation.

Dans le troisième chapitre, nous avons fait appel a la transformée vectorielle de Fourier ceci a pour but de réduire le problème tridimensionnelle en un autre bidimensionnel pour simplifier les calculs, en suite une méthode efficace pour la détermination de la fonction tensorielle spectrale de Green a été développée et présentée. Nous avons montré que ce tenseur est diagonal dans la représentation (TM, TE), ce qui réduit la complexité des calculs. Nous avons également établi l'équation intégrale du champ électrique par l'application des conditions aux limites.

La procédure de Galerkin nous a permis par la suite de discrétiser cette équation pour donner lieu à un système d'équation homogène. Pour répondre aux exigences des utilisateurs et concepteurs des antennes micro-rubans ; d'avoir une technique de calcul avec une grande précision mais avec un temps de calcul acceptable ou optimal, dans le dernier chapitre, nous avons résolu ce système d'équations numériquement par le couplage la méthode des moments avec trois techniques d'optimisation.

Afin d'avoir une technique de modélisation et d'optimisation efficace, nous avons développé une technique basée sur la méthode des moments conjointement avec des méthodes d'optimisation (GA, PSO et BFO). Nous avons appliqué ces algorithmes avec un grand succès dans l'estimation de la fréquence de résonance et la bande passante d'une antenne rectangulaire monocouche. Les résultats calculés ont été comparés avec les résultats mesurés

dans la littérature. Excellent agrément a été trouvé entre nos résultats et ceux de la littérature. La technique BFO/MOM présente une meilleure performance en termes de temps de calcul et d'erreur comparativement avec les méthodes conventionnelles.

Malgré que les logiciels commerciaux de simulation électromagnétique ont prouvés leurs performances dans la prévision des caractéristiques des antennes microbandes, les algorithmes élaborés dans la présente thèse peuvent constituer un concurrent pour ces logiciels, puisque ils allient à la fois précision et vitesse de calcul. En outre de la possibilité de l'exploitation de ces algorithmes dans le processus de réalisation des antennes microbandes ou dans l'investigation de leurs caractéristiques, ces algorithmes peuvent aussi être à la base de la validation de nouvelles techniques en cours de développement au sein de notre laboratoire.

# *Annexe*

*Publications et Travaux réalisés au cours de cette formation*



# Bacterial foraging optimisation and method of moments for modelling and optimisation of microstrip antennas

Mounir Amir<sup>1,2</sup>, Sami Bedra<sup>1</sup>, Siham Benkouda<sup>3</sup>, Tarek Fortaki<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Electronics Department, University of Batna, 05000 Batna, Algeria

<sup>2</sup>National Research Center of Welding and Non Destructive Testing, 16002 Algiers, Algeria

<sup>3</sup>Electronics Department, University of Constantine 1, 25000 Constantine, Algeria

E-mail: mounir.amir@yahoo.fr

**Abstract:** A novel technique applying bacterial foraging optimisation (BFO) in conjunction with the method of moments (MOM) is developed to calculate accurately the resonant frequency and bandwidth of rectangular microstrip antenna of any dimension and of any substrate thickness. The resonant frequency results obtained by using (BFO/MOM) algorithm are in very good agreement with the experimental results available in the literature. The computation time is greatly reduced as compared with the classical MOM. Furthermore, the idea of this paper can be used for calculating the various parameters of microstrip antennas of different structures and geometries.

## 1 Introduction

Owing to their many attractive features and excellent advantages, microstrip antennas have attracted attention in both theoretical research and engineering applications over the past decades. Microstrip antennas are used in an increasing number of applications, ranging from biomedical diagnosis to wireless communication. Recent research on microstrip antennas is aimed at size reduction, high gain, resonant frequency, wide bandwidth, multiple functionality and system-level integration [1]. Several methods are available in the literature for computing the resonant frequency of patch antennas. These methods can generally be divided into two groups: simple analytical methods and rigorous numerical methods. The analytical methods, based on some fundamental simplifying physical assumptions regarding the radiation mechanism of antennas, are the most useful for practical design as well as providing a good intuitive explanation of the operation of microstrip antennas. However, these methods are not suitable and robust for many structures, in particular, if this antenna has a thick substrate. For rigorous methods such as the method of moments (MOM) the exact mathematical formulations involve extensive numerical procedures, thus requiring extensive computational time. Evolutionary algorithms, in particular the genetic algorithms (GA), have been widely used in electromagnetic applications in recent years [2, 3]. A new stochastic optimisation technique, particle swarm optimisation (PSO) has now gained popularity in the electromagnetic community. PSO can be understood as a modelling via an analogy similar to the social activities of a flock of birds, or a swarm of bees. PSO is a powerful

technique that greatly simplifies the optimisation process compared with artificial neural networks and GA [4–6]. More recently, central force optimisation was introduced as a new deterministic metaheuristic for multi-dimensional search and optimisation based on the metaphor of gravitational kinematics; this algorithm was used for antenna optimisation in [7] and good results were obtained. Following the invention of bacterial foraging algorithm (BFOA) by Passino in 2002 [8], BFOA has gained increasing use. Bacterial foraging optimisation (BFO) is probabilistic based search and is free from derivatives [9].

In this paper, the combination of BFO and MOM is presented for the calculation of the resonant frequency and bandwidth of microstrip antennas. This combination leads to an important reduction of the computation time, and at the same time maintains the quality of the results obtained by the MOM. The same algorithm can be also beneficial for antenna designers for the optimisation of the geometrical parameters of a microstrip patch.

## 2 Analysis method

The problem to be solved is illustrated in Fig. 1. We have a rectangular microstrip patch of length ' $a$ ' along the ' $x$ ' direction and width ' $b$ ' along the ' $y$ ' direction over a ground plane. The metallic patch and the ground plane are assumed to be perfect electric conductors, with negligible thickness. The patch, is printed on an isotropic dielectric substrate of thickness ' $d$ ', which is characterised by the free space permeability ' $\mu_0$ ' and a permittivity ' $\epsilon$ '. The ambient medium is air with constitutive parameters ' $\mu_0$ ' and ' $\epsilon_0$ '.

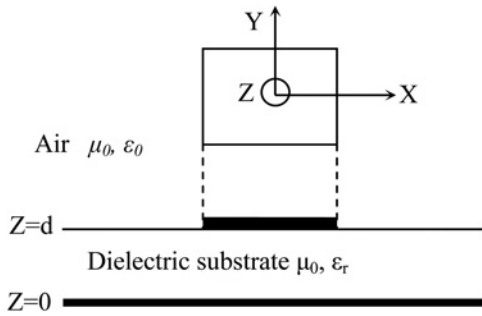


Fig. 1 Geometrical structure of a rectangular microstrip patch

Assuming an  $e^{i\omega t}$  time variation and starting from Maxwell's equations in the Fourier transform domain, we can show that the transverse fields inside the  $j$ th layer ( $Z_{j-1} < Z < Z_j$ ) can be written in terms of the longitudinal components  $\tilde{E}_z$  and  $\tilde{H}_z$  as [10, 11]

$$\tilde{\mathbf{E}}(k_s, z) = \begin{bmatrix} \tilde{E}_x(k_s, z) \\ \tilde{E}_y(k_s, z) \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{F}}(k_s) \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{k_s} \frac{\partial \tilde{E}_z(k_s, z)}{\partial z} \\ \frac{\omega \mu_0}{k_s} \tilde{H}_z(k_s, z) \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\tilde{\mathbf{E}}(k_s, z) = \bar{\mathbf{F}}(k_s) \cdot \mathbf{e}(k_s, z)$$

$$\tilde{\mathbf{H}}(k_s, z) = \begin{bmatrix} \tilde{H}_y(k_s, z) \\ -\tilde{H}_x(k_s, z) \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{F}}(k_s) \cdot \begin{bmatrix} \frac{\omega \epsilon_j}{k_s} \tilde{H}_z(k_s, z) \\ \frac{1}{k_s} \frac{\partial \tilde{H}_z(k_s, z)}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\tilde{\mathbf{H}}(k_s, z) = \bar{\mathbf{F}}(k_s) \cdot \mathbf{h}(k_s, z)$$

where  $\mathbf{e}$  and  $\mathbf{h}$  denote, respectively, the transverse electric and magnetic fields in the (TM, TE) representation, and

$$\bar{\mathbf{F}}(k_s) = \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \quad (3)$$

with  $k_s^2 = k_x^2 + k_y^2$ .

Substituting the expressions of  $\tilde{E}_z$  and  $\tilde{H}_z$  [10, 11] into (1) and (2), we obtain

$$\tilde{E}_z = \mathbf{A} \cdot e^{-ik_z Z} + \mathbf{B} \cdot e^{ik_z Z} \quad (4)$$

$$\tilde{H}_z = \bar{\mathbf{g}}(k_s) \cdot [\mathbf{A} \cdot e^{-ik_z Z} - \mathbf{B} \cdot e^{ik_z Z}] \quad (5)$$

In (4) and (5),  $\mathbf{A}$  and  $\mathbf{B}$  are two-component unknown vectors and

$$\bar{\mathbf{g}}(k_s) = \text{diag} \left[ \frac{\omega \epsilon}{k_z}, \frac{k_z}{\omega \mu} \right] \quad (6)$$

Writing (4) and (5) in the planes  $z = z_{j-1}$  and  $z = z_j$  and by eliminating the unknowns  $\mathbf{A}$  and  $\mathbf{B}$ , we obtain the matrix form

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}(k_s, z_j^-) \\ \mathbf{h}(k_s, z_j^-) \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{T}}_j \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{e}(k_s, z_{j-1}^+) \\ \mathbf{h}(k_s, z_{j-1}^+) \end{bmatrix} \quad (7)$$

with

$$\bar{\mathbf{T}}_j = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{T}}_j^{11} & \bar{\mathbf{T}}_j^{12} \\ \bar{\mathbf{T}}_j^{21} & \bar{\mathbf{T}}_j^{22} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\bar{\mathbf{T}}_j = \begin{bmatrix} \cos(k_{z_j} \cdot d_j) & -i \bar{\mathbf{g}}^{-1} \cdot \sin(k_{z_j} \cdot d_j) \\ -i \bar{\mathbf{g}} \cdot \sin(k_{z_j} \cdot d_j) & \cos(k_{z_j} \cdot d_j) \end{bmatrix}$$

which combines  $\mathbf{e}$  and  $\mathbf{h}$  on both sides of the  $j$ th layer as input and output quantities. The matrix  $\bar{\mathbf{T}}_j$  is the matrix representation of the  $j$ th layer in the (TM, TE) representation.

In the spectral domain, the boundary conditions for the structure shown in Fig. 1 are

$$\bar{\mathbf{e}}_1(k_s, z_0^+) = \bar{\mathbf{0}} \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{e}}_2(k_s, z_1^+) \\ \bar{\mathbf{h}}_2(k_s, z_1^+) \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{T}}_1 \cdot \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{e}}_1(k_s, z_0^+) \\ \bar{\mathbf{h}}_1(k_s, z_0^+) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \bar{\mathbf{J}}(z_1) \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\bar{\mathbf{h}}_2(k_s, z_1^+) = \bar{\mathbf{g}}_0(k_s) \cdot \bar{\mathbf{e}}_2(k_s, z_1^+) \quad (11)$$

The transformed components of the tangential electric field are expressed as a function of the transformed current density components on the patch, as

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{xx} & G_{xy} \\ G_{yx} & G_{yy} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \end{bmatrix} \quad (12)$$

The Galerkin moment method is implemented in the Fourier transform domain to reduce the integral equation to a matrix equation. The surface current  $\mathbf{J}$  on the patch is expanded into a finite series of known basis functions  $J_{xn}$  and  $J_{ym}$

$$\mathbf{J} = \sum_{n=1}^N a_n \begin{bmatrix} J_{xn} \\ 0 \end{bmatrix} + \sum_{m=1}^M b_m \begin{bmatrix} 0 \\ J_{ym} \end{bmatrix} \quad (13)$$

where  $a_n$  and  $b_m$  are the mode expansion coefficients to be sought. Substituting the vector Fourier transforms of (13) into the integral equation. Next, the resulting equation is tested by the same set of basis functions that was used in the expansion of the patch current. Thus, the integral equation is decomposed into the following matrix equation

$$\begin{bmatrix} (\bar{\mathbf{Z}}_{kn}^1)_{N \times N} & (\bar{\mathbf{Z}}_{km}^2)_{N \times M} \\ (\bar{\mathbf{Z}}_{lm}^3)_{M \times N} & (\bar{\mathbf{Z}}_{ln}^4)_{M \times M} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} (a_n)_{N \times 1} \\ (b_m)_{M \times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{0}} \\ \bar{\mathbf{0}} \end{bmatrix}$$

$$Z_{kn}^1 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{J}_{xk}(-k_x, -k_y) \cdot G_{xx} \tilde{J}_{xm}(k_x, k_y) dk_x dk_y$$

$$Z_{km}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{J}_{xk}(-k_x, -k_y) \cdot G_{xy} \tilde{J}_{ym}(k_x, k_y) dk_x dk_y \quad (14)$$

$$Z_{lm}^3 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{J}_{yl}(-k_x, -k_y) \cdot G_{yx} \tilde{J}_{xm}(k_x, k_y) dk_x dk_y$$

$$Z_{ln}^4 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{J}_{yl}(-k_x, -k_y) \cdot G_{yy} \tilde{J}_{ym}(k_x, k_y) dk_x dk_y$$

The system of linear equations given in (14) has non-trivial solutions when

$$\det[\mathbf{Z}(\omega)] = 0 \quad (15)$$

Equation (15) is an eigenequation for  $\omega$ , from which the characteristics of the planar structure of Fig. 1 can be obtained. In fact, let  $\omega = 2\pi(fr + i fi)$  be the complex root of (15). In that case, the quantity  $fr$  stands for the resonant frequency, and the quantity  $BW = 2fi/fr$  stands for the bandwidth. In our case (15) represents the function that will be optimised by using BFO algorithm.

### 3 Bacterial foraging optimisation

BFO is a new evolutionary computation technique which has been proposed by Passino [8, 12, 13]. It is inspired by the pattern exhibited by bacterial foraging behaviour. Bacteria have the tendency to gather to the nutrient-rich areas by an activity called chemotaxis. It is known that bacteria swim by rotating whip such as flagella driven by a reversible motor embedded in the cell wall. *Escherichia coli* has 8–10 flagella placed randomly on a cell body. When all flagella rotate counterclockwise, they form a compact, helix propelling the cell along a trajectory, which is called run. When the flagella rotate clockwise, they pull on the bacterium in different directions and cause the bacteria to tumble. The bacterial foraging system primarily consists of four sequential mechanisms, namely chemotaxis, swarming, reproduction and elimination-dispersal. A brief outline of each of these processes is given in this section.

#### 3.1 Chemotaxis

An *E. coli* bacterium can move in two different ways: it can run (swim for a period of time) or it can tumble, and alternate between these two modes of operation in the entire lifetime. In the BFO, a unit walk with random direction represents a tumble and a unit walk in the same direction indicates a run. In computational chemotaxis, the movement

of the  $i$ th bacterium after one step is represented as

$$\theta^i(j + 1, k, l) = \theta^i(j, k, l) + C(i) + \phi(j) \quad (16)$$

where  $\theta^i(j, k, l)$  denotes the location of  $i$ th bacterium at  $j$ th chemotactic,  $k$ th reproductive and  $l$ th elimination and dispersal step.  $C(i)$  is the length of unit walk, which is a constant in basic BFO and  $\phi(j)$  is the direction angle of the  $j$ th step. When its activity is run,  $\phi(j)$  is the same as  $\phi(j - 1)$ , otherwise,  $\phi(j)$  is a random angle directed within a range of  $[0, 2\pi]$ . If the cost at  $hi(j + 1, k, l)$  is better than the cost at  $\theta^i(j, k, l)$  then the bacterium takes another step of size  $C(i)$  in that direction otherwise it is allowed to tumble. This process is continued until the number of steps taken is greater than the number of chemotactic loop,  $N_c$ .

#### 3.2 Swarming

The bacteria in times of stress release attractants to signal bacteria to swarm together. Each bacterium also releases a repellent to signal others to be at a minimum distance from it. Thus all of them will have a cell to cell attraction via attractant and cell to cell repulsion via repellent. The cell to cell signalling in *E. coli* swarm may be mathematically represented as

$$\begin{aligned} J_{cc}(\theta, P(j, i, l)) &= \sum_{i=1}^N J_{cc}(\theta, \theta^i(j, i, l)) \\ &= \sum_{i=1}^N \left[ -d_a \exp\left(-w_a \sum_{m=1}^P (\theta_m - \theta_m^i)^2\right) \right] \\ &\quad + \sum_{i=1}^N \left[ h_r \exp\left(-w_r \sum_{m=1}^P (\theta_m - \theta_m^i)^2\right) \right] \end{aligned} \quad (17)$$

where  $J_{cc}(\theta, P(j, k, l))$  represents the objective function value to be added to the actual objective function,  $N$  is the total number of bacteria,  $p$  is the number of variables to be

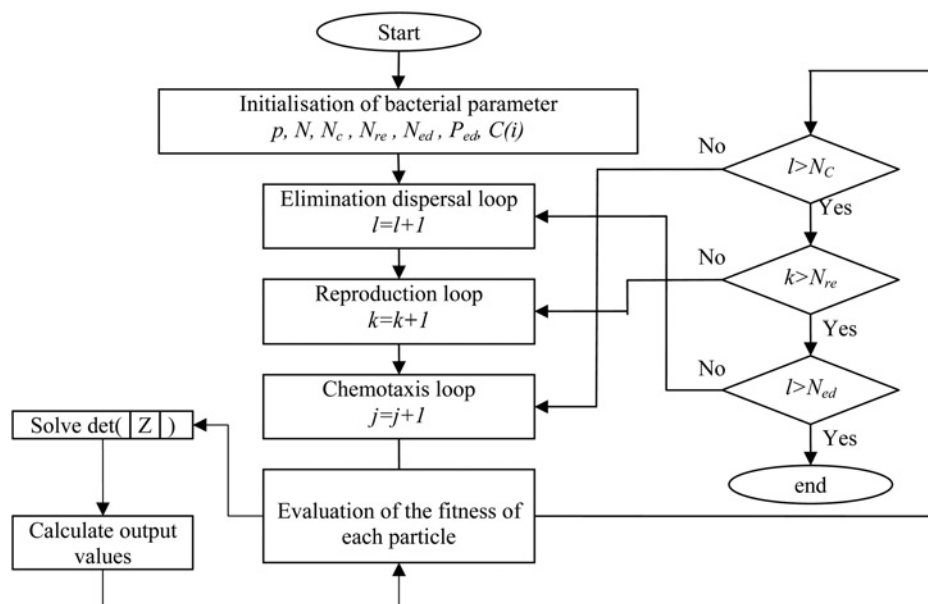


Fig. 2 Flowchart of the BFO/MOM algorithm

**Table 1** Resonant frequency and bandwidth of rectangular microstrip antenna through multiple runs of the BFO/MOM code

Number of run	Resonant frequency, GHz	Bandwidth, %
1	4.496 932 496	1.091 076 910
2	4.496 900 295	1.089 652 592
10	4.496 925 697	1.090 776 181
11	4.496 904 242	1.089 827 161
20	4.496 935 154	1.091 194 475
21	4.496 937 398	1.091 293 727
30	4.496 900 985	1.089 683 087
31	4.496 900 244	1.089 650 334
40	4.496 904 371	1.089 832 870
41	4.496 904 339	1.089 831 458
50	4.496 905 884	1.089 899 778
51	4.496 903 676	1.089 802 130
60	4.496 911 738	1.090 158 753
61	4.496 912 159	1.090 177 375
70	4.496 911 331	1.090 140 723
71	4.496 914 646	1.090 287 359
80	4.496 908 786	1.090 028 136
81	4.496 905 622	1.089 888 207
90	4.496 912 167	1.090 177 714
91	4.496 919 235	1.090 490 352
98	4.496 900 283	1.089 652 044
99	4.496 900 613	1.089 666 660
100	4.496 915 523	1.090 326 131

optimised and  $\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p]^T$  is a point in the  $p$ -dimensional search domain.  $d_a$ ,  $w_a$ ,  $h_r$  and  $w_r$  are coefficients to be chosen properly.

### 3.3 Reproduction

After all  $N_c$  chemotactic steps have been covered, a reproduction step takes place. The fitness values of the bacteria are sorted in ascending order. The lower half of the bacteria having higher fitness die and the remaining  $N_r = N/2$  bacteria are allowed to split into two identical ones. Thus the population size after reproduction is maintained constant.

### 3.4 Elimination and dispersal

Since bacteria may stuck around the initial or local optimal positions, it is required to diversify the bacteria either gradually or suddenly so that the possibility of being trapped into local minima is eliminated. The dispersion operation takes place after a certain number of reproduction process. A bacterium is chosen, according to a pre-set probability  $P$ , to be dispersed and moved to another position within the environment. These events may help to prevent the local minima trapping effectively, but unexpectedly disturb the optimisation process. The detailed of this concept is presented in [8].

The basic program flow of BFO/MOM is depicted in a flowchart as shown in Fig. 2. As mentioned, the objective of the optimisation in this work is the optimisation of the matrix impedance ( $Z$ ) in (15).

- $P = 1$ : dimension of the search space
- $N = 50$ : the number of bacteria in the population
- $N_c = 50$ : chemotactic steps
- $N_{re} = 10$ : the number of reproduction steps
- $N_{ed} = 2$ : the number of elimination-dispersal events
- $P_{ed} = 0.25$ : elimination-dispersal with probability
- $C(i) = 0.05$ : the size of the step taken in the random direction specified by the tumble.

## 4 Results

In [14], it is shown that application of BFO is suitable for any complicated antenna structure including an antenna array. Keeping this in mind, we hybridised BFO with the MOM for the calculation of the resonant frequency and bandwidth. For stochastic optimisations methods, the final solution can only be considered optimal by repetition of the results [15]. For a rectangular microstrip antenna with  $a = 1.9$  cm,  $b = 2.29$  cm,  $d = 1.59$  mm and  $\epsilon_r = 3.32$ , we have estimated the resonant frequency and bandwidth of this antenna by running the BFO/MOM code 100 times. In the interest of brevity, we show in Table 1 only some of them. It is clear from Table 1 that our BFO/MOM code gives almost the same results through multiple runs.

**Table 2** Comparison of the calculated resonant frequency with measured and calculated data, for a rectangular microstrip antenna

$a$ , cm	$b$ , cm	$d$ , cm	$\epsilon_r$	Resonant frequencies, GHz	
				Measured	BFO /MOM
5.700	3.800	0.3175	2.33	2.310 <sup>a</sup>	2.3208
1.080	3.400	1.281	2.55	3.150 <sup>a</sup>	3.1927
1.265	3.500	1.281	2.55	2.980 <sup>a</sup>	2.9871
0.920	3.130	1.200	2.55	3.470 <sup>a</sup>	3.4902
1.170	1.280	0.300	2.50	6.570 <sup>a</sup>	6.6209
1.530	1.630	0.300	2.50	5.270 <sup>a</sup>	5.3164
0.910	1.000	0.127	10.2	4.600 <sup>a</sup>	4.7119
5.700	3.800	0.3175	2.33	2.310 <sup>b</sup>	2.3208
4.550	3.050	0.3175	2.33	2.890 <sup>b</sup>	2.8225
2.950	1.950	0.3175	2.33	4.240 <sup>b</sup>	4.1179
1.950	1.300	0.3175	2.33	5.840 <sup>b</sup>	5.7534
1.700	1.100	0.1375	2.33	6.800 <sup>b</sup>	6.6877
1.400	0.900	0.3175	2.33	7.700 <sup>b</sup>	6.7360
1.200	0.800	0.3175	2.33	8.270 <sup>b</sup>	8.1060
1.050	0.700	0.3175	2.33	9.140 <sup>b</sup>	9.1870
1.700	1.100	0.9525	2.33	4.730 <sup>b</sup>	4.5026
1.700	1.100	0.1524	2.33	7.870 <sup>b</sup>	7.7110
4.100	4.140	0.1524	2.50	2.228 <sup>c</sup>	2.2014
6.858	4.140	0.1524	2.50	2.200 <sup>c</sup>	2.1148
10.80	4.140	0.1524	2.50	2.181 <sup>c</sup>	2.1173
2.000	2.500	0.0790	2.22	3.970 <sup>d</sup>	3.7141
1.120	1.200	0.2420	2.55	7.050 <sup>d</sup>	7.0224
0.790	1.255	0.4000	2.55	7.134 <sup>d</sup>	7.1287

<sup>a</sup>These frequencies calculated by Gollapudi *et al.* [9] using VMBFO Technique.

<sup>b</sup>These frequencies measured by Chang *et al.* [16].

<sup>c</sup>These frequencies measured by Carver [17].

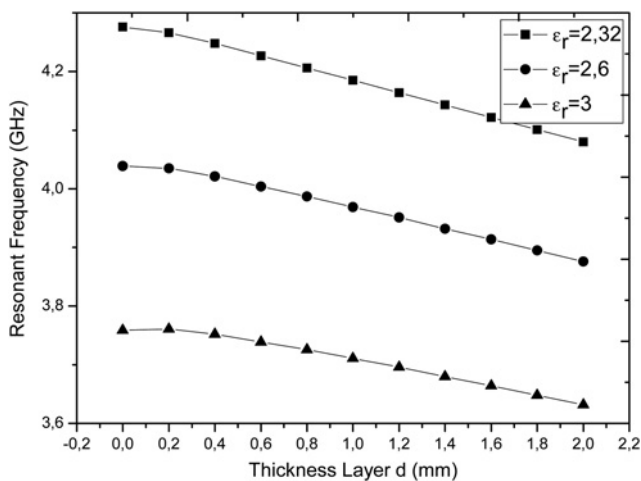
<sup>d</sup>Measured by Kara [18, 19].

**Table 3** Comparison of the calculated bandwidth with measured and calculated data, for a rectangular microstrip antenna

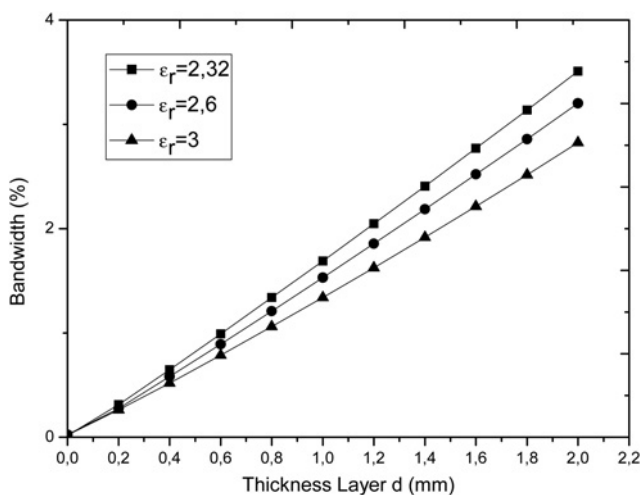
$a$ (cm)	$b$ (cm)	$d$ (mm)	$\epsilon_r$	Bandwidth, %		
				Measured	Curve fitting	BFO/MOM
5.7	3.8	3.175	2.33	3.117 <sup>a</sup>	4.988	4.601
4.55	3.05	3.175	2.33	4.083 <sup>a</sup>	6.143	5.758
1.05	0.7	3.175	2.33	23.850 <sup>a</sup>	—	26.557
1.7	1.1	1.524	2.33	6.607 <sup>a</sup>	8.212	7.863
1.9	2.29	1.59	2.32	2.17 <sup>b</sup>	—	2.714

<sup>a</sup>These bandwidths measured by Chang *et al.* [16].

<sup>b</sup>This bandwidth measured by Bahl *et al.* [20].



**Fig. 3** Resonant frequency against electrical substrate thickness using BFO/MOM algorithm



**Fig. 4** Bandwidth against electrical substrate thickness using BFO/MOM algorithm

The resonant frequencies and bandwidths calculated by using the BFO/MOM algorithm presented in this paper for electrically thin and thick rectangular MSAs are listed and compared with measured results in Tables 2 and 3, respectively. In Table 3, we have also presented calculated bandwidths obtained via the curve fitting formulae of Chew [21, 22]. The results of this method are in very good agreement with measurements. It can be very useful for the development of fast CAD algorithms.

Figs. 3 and 4 show the resonant frequency and bandwidth as a function of substrate thickness for different values of

dielectric constant  $\epsilon_r = 2.32, 2.6$  and  $3$  of a rectangular patch antenna with dimensions  $a = 1.9$  cm,  $b = 2.29$  cm. From these graphs we see that the results obtained by BFO/MOM algorithms have the same behaviour as those obtained by the MOM. It is evident from Fig. 3 that the resonant frequency decreases as the antennas become electrically thicker as has been shown in previously published results [16].

To show the time-efficiency of the proposed methodology, we compare in Table 4 the time necessary for estimating the resonant frequency and bandwidth of the antenna by BFO/MOM with the one of the traditional MOM. The comparison is done for five different structures. The comparison in Table 4 shows that the CPU time required by the traditional moment method is higher approximately six times than that of the BFO/MOM.

Although we have presented in Section 4 only results for the  $TM_{01}$  mode, the BFO/MOM code developed in this paper can also give results for higher order modes. If we compare our BFO/MOM code with the electromagnetic simulator 'Ensemble', which is also based on the full-wave moment method, we can say that our code has the best speed (the setup time required to input the problem geometry and parameters for 'ensemble' takes few minutes). Another disadvantage of 'ensemble' is that it is much slower in computing the resonant frequencies of higher order modes than the resonant frequency of the fundamental mode [23]. This not the case of the BFO/MOM code since the number of basic functions used in the approximation of the current in the fundamental mode is similar to that used in higher order modes.

## 5 Conclusions

An efficient method for the integration of BFO with the MOM for microstrip antenna modelling has been presented. BFO/MOM was applied successfully for the determination of resonant frequency and bandwidth of a rectangular patch antenna. The calculated results have been compared with measured ones available in the literature and excellent agreement has been found. In addition, the improvement in the processing time compared with the conventional moment method is demonstrated. The proposed algorithm seems to be robust and effective soft computing tool for engineering design antennas problems.

## 6 References

- 1 Neag, D.K., Pattnaik, S., Panda, D.C., Devi, S., Khuntia, B., Dutta, M.: 'Design of a wideband microstrip antenna and the use of artificial neural networks in parameter calculation', *IEEE Trans. Antennas Propag.*, 2005, **45**, (3), pp. 60–65

**Table 4** Comparison between results and CPU time of traditional moment method with BFO/MOM

a, cm	b, cm	d, mm	$\epsilon_r$	Traditional moment method			BFO/MOM		
				Fr, GHz	BW, %	CPU time, s	Fr, GHz	BW, %	CPU time, s
1.5	1	1	10.3	4.4971	1.1014	297.98	4.4969	1.0900	48.05
1.5	1	1	11.6	4.2461	0.9407	300.86	4.2459	0.9393	47.14
3.4	3	3.175	2.62	3.2429	0.2254	372.59	3.2426	0.1894	51.85
1.9	2.29	1.59	2.32	4.1162	2.7144	335.96	4.1160	2.6720	49.59
1.265	3.5	12.81	2.55	2.3499	15.0577	266.13	2.3500	15.0632	50.26



- 2 Selleri, S., Mussetta, M., Pirinoli, P., Zich, R.E., Matekovits, L.: 'Some Insight over new variations of the particle swarm optimization method', *IEEE Antennas Wirel. Propag. Lett.*, 2006, **5**, (1), pp. 235–238
- 3 Josan, S.K., Sohal, J.S., Dhaliwal, B.S.: 'Design of elliptical microstrip patch antenna using genetic algorithms'. Proc. IEEE Int. Conf. Communication Systems, November 2012, pp. 140–143
- 4 Chung, K.L., Tam, W.Y.: 'Particle swarm optimization of wideband patch antennas'. Proc. Asia-Pacific Microwave Conf., December 2008, pp. 16–20
- 5 Deb, A., Gupta, B., Roy, J.S.: 'Performance comparison of differential evolution, genetic algorithm and particle swarm optimization in impedance matching of aperture coupled microstrip antennas'. 11th Mediterranean Microwave Symp., September 2011, pp. 17–20
- 6 Guney, K., Sarikaya, N.: 'Comparison of adaptive-network-based fuzzy inference systems for bandwidth calculation of rectangular microstrip antennas', *Expert Syst. Appl.*, 2009, **36**, (2), pp. 3522–3535
- 7 Mahmoud, K.R.: 'Central force optimization: Nelder-Mead hybrid algorithm for rectangular microstrip antenna design', *Electromagnetics*, 2011, **31**, (8), pp. 578–592
- 8 Passino, K.M.: 'Biomimicry of bacterial foraging for distributed optimization and control', *IEEE Control Syst. Mag.*, 2002, **22**, (3), pp. 52–67
- 9 Gollapudi, S.V.R.S., Pattnaik, S.S., Bajpai, O.P., Devi, S., Bakwad, K.M.: 'Velocity Modulated Bacterial Foraging Optimization technique (VMBFO)', *Appl. Soft Comput.*, 2011, **11**, (1), pp. 154–165
- 10 Pozar, D.M.: 'Radiation and scattering from a microstrip patch on a uniaxial substrate', *IEEE Trans. Antennas Propag.*, 1987, **35**, (6), pp. 613–621
- 11 Fortaki, T., Khedrouche, D., Bouttout, F., Benghalia, A.: 'A numerically efficient full-wave analysis of a tunable rectangular microstrip patch', *Int. J. Electron.*, 2004, **91**, (1), pp. 57–70
- 12 Mishra, S.: 'A hybrid least square-fuzzy bacteria foraging strategy for harmonic estimation', *IEEE Trans. Evol. Comput.*, 2005, **9**, (1), pp. 61–73
- 13 Mishra, S., Panigrahi, B.K., Tripathy, M.: 'A hybrid adaptive-bacterial-foraging and feedback linearization scheme based D-STATCOM'. Proc. Int. Conf. Power System Technology, Singapore, November 2004, pp. 275–280
- 14 Mangaraj, B.B., Misra, I.S., Barisal, A.K.: 'Optimizing included angle of symmetrical V-dipoles for higher directivity using bacteria foraging optimization algorithm', *Prog. Electromagn. Res. B*, 2008, **3**, pp. 295–314
- 15 Goldberg, D.E.: 'Genetic algorithms in search, optimization and machine learning' (Addison-Wesley Longman Publishing Co., 1989)
- 16 Chang, E., Long, S.A., Richards, W.F.: 'An experimental investigation of electrically thick rectangular microstrip antennas', *IEEE Trans. Antennas Propag.*, 1986, **34**, (6), pp. 767–772
- 17 Carver, K.R.: 'Practical analytical techniques for the microstrip antenna'. Proc. Workshop on printed Circuit antenna technology, New Mexico State University, Las Cruces, USA, October 1979, pp. 7.1–7.20
- 18 Kara, M.: 'The resonant frequency of rectangular microstrip antenna elements with various substrate thicknesses', *Microw. Opt. Technol. Lett.*, 1996, **11**, (2), pp. 55–59
- 19 Kara, M.: 'Closed-form expressions for the resonant frequency of rectangular microstrip antenna elements with thick substrates', *Microw. Opt. Technol. Lett.*, 1996, **12**, (3), pp. 131–136
- 20 Bahl, I.J., Bhartia, P., Stuchly, S.S.: 'Design of microstrip antennas covered with a dielectric layer', *IEEE Trans. Antennas Propag.*, 1982, **30**, (2), pp. 314–318
- 21 Chew, W.C., Liu, Q.: 'Resonance frequency of a rectangular microstrip patch', *IEEE Trans. Antennas Propag.*, 1988, **36**, (8), pp. 1045–1056
- 22 Chew, W.C., Liu, Q.: 'Correction to 'Resonance frequency of a rectangular microstrip patch'', *IEEE Trans. Antennas Propag.*, 1988, **36**, (12), pp. 1827
- 23 Losada, V., Boix, R.R., Horno, M.: 'Resonant modes of circular microstrip patches in multilayered substrates', *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, 1999, **47**, (4), pp. 488–498

## Research Article

# Analysis of High $T_c$ Superconducting Rectangular Microstrip Patches over Ground Planes with Rectangular Apertures in Substrates Containing Anisotropic Materials

Abderraouf Messai,<sup>1</sup> Siham Benkouda,<sup>1</sup> Mounir Amir,<sup>2</sup> Sami Bedra,<sup>2</sup> and Tarek Fortaki<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Electronics Department, University of Constantine, 25000 Constantine, Algeria

<sup>2</sup> Electronics Department, University of Batna, 05000 Batna, Algeria

Correspondence should be addressed to Tarek Fortaki; [t.fortaki@yahoo.fr](mailto:t.fortaki@yahoo.fr)

Received 30 March 2013; Accepted 22 June 2013

Academic Editor: Haiwen Liu

Copyright © 2013 Abderraouf Messai et al. This is an open access article distributed under the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

A rigorous full-wave analysis of high  $T_c$  superconducting rectangular microstrip patch over ground plane with rectangular aperture in the case where the patch is printed on a uniaxially anisotropic substrate material is presented. The dyadic Green's functions of the considered structure are efficiently determined in the vector Fourier transform domain. The effect of the superconductivity of the patch is taken into account using the concept of the complex resistive boundary condition. The accuracy of the analysis is tested by comparing the computed results with measurements and previously published data for several anisotropic substrate materials. Numerical results showing variation of the resonant frequency and the quality factor of the superconducting antenna with regard to operating temperature are given. Finally, the effects of uniaxial anisotropy in the substrate on the resonant frequencies of different TM modes of the superconducting microstrip antenna with rectangular aperture in the ground plane are presented.

## 1. Introduction

Microstrip patch resonators offer many attractive features such as low profile, light weight, low cost, and the ease with which they can be integrated with printed feeding networks and active circuits. They can be used either as antennas or as components of oscillators and filters in microwave-integrated circuits. When a microstrip patch resonator acts as an antenna, the microstrip patch can be fed through an aperture cut into a microstrip line ground plane. Several advantages have been obtained by using this feeding configuration [1, 2]. Such advantages include weak parasitic radiation in the useful direction with respect to conventionally fed antennas and optimal performance for both the feeding network and antenna element. In addition, the presence of aperture on the ground plane adds new design parameters that can be used to tune the antenna impedance and resonance frequency, without modifying the patch itself. Since ground-plane apertures can play a role in the design of microstrip patch antennas, the algorithms developed for the analysis

of these antennas should be able to account for the effect of possible apertures existing in the ground planes of the resonators.

Since the discovery of the high  $T_c$  superconducting materials which have critical temperatures above the boiling point of liquid nitrogen, the development of microwave application of high  $T_c$  superconductors has been extremely rapid and numbers of highly sophisticated subsystem level modules have been generated. Superconducting passive microwave devices such as antennas, filters, transmission line, and phase shifters have shown significant superiority over corresponding devices fabricated with normal conductors such as gold, silver, or copper due to the low surface resistance of superconductors. The low surface resistance corresponds to a large quality factor and improved performance such as higher gain and lower insertion loss in passive microwave devices [3–7].

Setting aside the topic of superconducting materials, in the last few years, there has been a growing interest in studying how the performance of microstrip antennas is

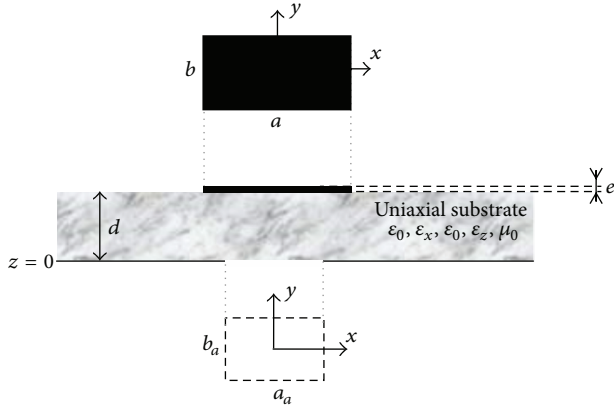


FIGURE 1: Geometrical structure of a high  $T_c$  superconducting rectangular microstrip patch over a ground plane with a rectangular aperture in the case where the superconducting patch is printed on an anisotropic dielectric substrate.

affected when anisotropic dielectrics are used as substrates of those antennas [8–14]. We bear in mind that some dielectric substances used as substrates of microstrip antennas exhibit anisotropy due to their natural crystal structures or as the result of their production processes. Isotropic substances may also exhibit anisotropy at high frequencies. The overall results of the previous studies indicate that operational behavior of such structures may not be as expected especially at higher millimetre wave frequencies when anisotropy of the substrate material is ignored.

This paper presents a rigorous full-wave analysis of high  $T_c$  superconducting rectangular microstrip patch over ground plane with rectangular aperture. The rectangular patch is printed on a uniaxially anisotropic substrate material. As far as the authors know, this subject has not been reported in the open literature; the only published results on the full-wave analysis of superconducting microstrip antennas with apertures in the ground planes refer to isotropic substrates [15]. This paper is organized as follows. In Section 2, the dyadic Green's functions of the considered structure are efficiently determined in the vector Fourier transform domain. The effect of the superconductivity of the patch is taken into account using the concept of the complex resistive boundary condition. Various numerical results are given in Section 3. Finally, concluding remarks are summarised in Section 4.

## 2. Theory

The problem to be solved is illustrated in Figure 1. We have a high  $T_c$  superconducting rectangular microstrip patch of thickness  $e$  over a ground plane with a rectangular aperture. The substrate material is uniaxially anisotropic with the optical axis being normal to the patch. The uniaxial substrate is characterized by the free-space permeability  $\mu_0$  and a permittivity tensor of the form

$$\bar{\boldsymbol{\epsilon}} = \epsilon_0 \begin{bmatrix} \epsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_x & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z \end{bmatrix}, \quad (1)$$

where  $\epsilon_0$  is the free-space permittivity. Equation (1) can be specialized to the isotropic substrate by allowing  $\epsilon_x = \epsilon_z = \epsilon_r$ . All fields and currents are time harmonic with the  $e^{i\omega t}$  time dependence being suppressed. The transverse fields inside the anisotropic region ( $0 < z < d$ ) can be obtained via the inverse vector Fourier transforms as shown in [16]

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}_s, z) &= \begin{bmatrix} E_x(\mathbf{r}_s, z) \\ E_y(\mathbf{r}_s, z) \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \int \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{\mathbf{F}}(\mathbf{k}_s, \mathbf{r}_s) \cdot \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, z) dk_x dk_y, \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}_s, z) &= \begin{bmatrix} H_y(\mathbf{r}_s, z) \\ -H_x(\mathbf{r}_s, z) \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \int \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{\mathbf{F}}(\mathbf{k}_s, \mathbf{r}_s) \cdot \mathbf{h}(\mathbf{k}_s, z) dk_x dk_y, \end{aligned} \quad (2)$$

where  $\bar{\mathbf{F}}(\mathbf{k}_s, \mathbf{r}_s)$  is the kernel of the vector Fourier transform [16], and

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, z) &= \begin{bmatrix} e^e(\mathbf{k}_s, z) \\ e^h(\mathbf{k}_s, z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{i}{k_s} \frac{\epsilon_z}{\epsilon_x} \frac{\partial \tilde{E}_z(\mathbf{k}_s, z)}{\partial z} \\ \frac{\omega \mu_0}{k_s} \tilde{H}_z(\mathbf{k}_s, z) \end{bmatrix}, \\ \mathbf{h}(\mathbf{k}_s, z) &= \begin{bmatrix} h^e(\mathbf{k}_s, z) \\ h^h(\mathbf{k}_s, z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_z}{k_s} \tilde{E}_z(\mathbf{k}_s, z) \\ \frac{i}{k_s} \frac{\partial \tilde{H}_z(\mathbf{k}_s, z)}{\partial z} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3)$$

The superscripts  $e$  and  $h$  denote the TM and TE waves, respectively, and  $\tilde{E}_z$  is the scalar Fourier transform of  $E_z$ . The general form of  $\tilde{E}_z$  and  $\tilde{H}_z$  is [17]

$$\begin{aligned} \tilde{E}_z(\mathbf{k}_s, z) &= A^e e^{-ik_z^e z} + B^e e^{ik_z^e z}, \\ \tilde{H}_z(\mathbf{k}_s, z) &= A^h e^{-ik_z^h z} + B^h e^{ik_z^h z}, \end{aligned} \quad (4)$$

where  $A^e$ ,  $B^e$ ,  $A^h$ , and  $B^h$  are the field spectral amplitudes and

$$\begin{aligned} k_z^e &= \left( \epsilon_x k_0^2 - \frac{\epsilon_x}{\epsilon_z} k_s^2 \right)^{1/2}, \quad k_z^h = \left( \epsilon_x k_0^2 - k_s^2 \right)^{1/2}, \\ k_0^2 &= \omega^2 \epsilon_0 \mu_0. \end{aligned} \quad (5)$$

$k_z^e$  and  $k_z^h$  are, respectively, propagation constants for TM and TE waves in the uniaxially anisotropic substrate [2]. After

substitution of the expressions of  $\vec{E}_z$  and  $\vec{H}_z$  given by (4) into (3), we get [17]

$$\begin{aligned}\mathbf{e}(\mathbf{k}_s, z) &= \begin{bmatrix} e^e(\mathbf{k}_s, z) \\ e^h(\mathbf{k}_s, z) \end{bmatrix} \\ &= e^{-i\bar{\mathbf{k}}_z z} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{k}_s) + e^{i\bar{\mathbf{k}}_z z} \cdot \mathbf{B}(\mathbf{k}_s), \\ \mathbf{h}(\mathbf{k}_s, z) &= \begin{bmatrix} h^e(\mathbf{k}_s, z) \\ h^h(\mathbf{k}_s, z) \end{bmatrix} \\ &= \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{k}_s) \cdot \left[ e^{-i\bar{\mathbf{k}}_z z} \cdot \mathbf{A}(\mathbf{k}_s) - e^{i\bar{\mathbf{k}}_z z} \cdot \mathbf{B}(\mathbf{k}_s) \right].\end{aligned}\quad (6)$$

In (6),  $\mathbf{A}$ , and  $\mathbf{B}$  are two-component unknown vectors and

$$\bar{\mathbf{k}}_z = \begin{bmatrix} k_z^e & 0 \\ 0 & k_z^h \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{g}}(\mathbf{k}_s) = \begin{bmatrix} \frac{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_x}{k_z^e} & 0 \\ 0 & \frac{k_z^h}{\omega \mu_0} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Writing (6) in the planes  $z = 0$  and  $z = d$ , and by eliminating the unknowns  $\mathbf{A}$  and  $\mathbf{B}$ , we obtain the matrix form

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, d^-) \\ \mathbf{h}(\mathbf{k}_s, d^-) \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{T}} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, 0^+) \\ \mathbf{h}(\mathbf{k}_s, 0^+) \end{bmatrix} \quad (8)$$

with

$$\bar{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{T}}^{11} & \bar{\mathbf{T}}^{12} \\ \bar{\mathbf{T}}^{21} & \bar{\mathbf{T}}^{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\bar{\mathbf{k}}_z d) & -i\bar{\mathbf{g}}^{-1} \cdot \sin(\bar{\mathbf{k}}_z d) \\ -i\bar{\mathbf{g}} \cdot \sin(\bar{\mathbf{k}}_z d) & \cos(\bar{\mathbf{k}}_z d) \end{bmatrix}, \quad (9)$$

which combines  $\mathbf{e}$  and  $\mathbf{h}$  on both sides of the anisotropic region as input and output quantities. Now that we have the matrix representation of the anisotropic substrate, it is easy to derive the dyadic Green's functions of the problem. Let  $\mathbf{J}_0(x, y)$  be the surface current density on the ground plane with rectangular aperture, and let  $\mathbf{J}(x, y)$  be the surface current density on the superconducting rectangular patch. Also, let  $\mathbf{E}(x, y, 0)$  and  $\mathbf{E}(x, y, d)$  be the values of the transverse electric field at the plane of the aperture and at the plane of the superconducting patch, respectively. Following a mathematical reasoning similar to that shown in [16], we can obtain a relation among  $\mathbf{J}_0(x, y)$ ,  $\mathbf{J}(x, y)$ ,  $\mathbf{E}(x, y, 0)$ , and  $\mathbf{E}(x, y, d)$  in the vector Fourier transform domain given by

$$\mathbf{e}(\mathbf{k}_s, d) = \bar{\mathbf{G}}(\mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{j}(\mathbf{k}_s) + \bar{\mathbf{F}}(\mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, 0), \quad (10)$$

$$\mathbf{j}_0(\mathbf{k}_s) = -\bar{\mathbf{F}}(\mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{j}(\mathbf{k}_s) + \bar{\mathbf{Y}}(\mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, 0), \quad (11)$$

where the  $2 \times 2$  diagonal matrices  $\bar{\mathbf{G}}(\mathbf{k}_s)$ ,  $\bar{\mathbf{F}}(\mathbf{k}_s)$ , and  $\bar{\mathbf{Y}}(\mathbf{k}_s)$  stand for a set of dyadic Green's functions in the vector Fourier transform domain. It is to be noted that  $\bar{\mathbf{G}}(\mathbf{k}_s)$  is related to the patch current and  $\bar{\mathbf{Y}}(\mathbf{k}_s)$  is related to the aperture field. The matrix  $\bar{\mathbf{F}}(\mathbf{k}_s)$  represents the mutual coupling between the patch current and aperture field. Considering the superconducting effect, we need simply to modify (10) by

replacing  $\bar{\mathbf{G}}(\mathbf{k}_s)$  by  $\bar{\mathbf{G}}_s(\mathbf{k}_s) = \bar{\mathbf{G}}(\mathbf{k}_s) - Z_s \cdot \bar{\mathbf{I}}$ , where  $\bar{\mathbf{I}}$  stands for the  $2 \times 2$  unit matrix and  $Z_s$  is the surface impedance of the superconducting patch. When the thickness of the superconducting patch is less than three times the zero-temperature penetration depth ( $\lambda_0$ ),  $Z_s$  can be expressed as follows [7, 15]:

$$Z_s = \frac{1}{e\sigma}, \quad (12)$$

where  $\sigma$  is the complex conductivity of the superconducting film. It is determined by using London's equation and the Gorter-Casimir two-fluid model as [7, 15]

$$\sigma = \sigma_n \left( \frac{T}{T_c} \right)^4 - i \frac{1 - (T/T_c)^4}{\omega \mu_0 \lambda_0^2}, \quad (13)$$

where  $T$  is the temperature,  $T_c$  is the transition temperature,  $\sigma_n$  is the normal state conductivity at  $T = T_c$ , and  $\omega$  is the angular frequency. Now that we have included the effect of the superconductivity of the rectangular patch in the Green's functions formulation, the well-known Galerkin procedure of the moment method can be easily applied to obtain the resonant frequencies and quality factors of the resonant modes of the high  $T_c$  superconducting rectangular microstrip patch shown in Figure 1.

Using the moment method, with weighting modes chosen to be identical to the expansion modes, (10) and (11) are reduced to a system of linear equations which can be written compactly in matrix form as [17]

$$\bar{\mathbf{Z}} \cdot \mathbf{C} = \mathbf{0}, \quad (14)$$

where  $\bar{\mathbf{Z}}$  is the impedance matrix and the elements of the vector  $\mathbf{C}$  are the modes expansion coefficient to be sought [17]. The system of linear equations given in (14) has nontrivial solutions when

$$\det[\bar{\mathbf{Z}}(\omega)] = 0. \quad (15)$$

Equation (15) is an eigenequation for  $\omega$ , from which the resonant frequency and quality factor of the structure of Figure 1 can be obtained. In fact, let  $\omega = 2\pi(f_r + if_i)$  be the complex root of (15). In that case, the quantity  $f_r$  stands for the resonant frequency and the quantity  $Q = f_r/(2f_i)$  stands for the quality factor.

### 3. Numerical Results and Discussion

**3.1. Comparison of Numerical Results.** In this study, the considered mode is the  $\text{TM}_{01}$  mode with the dominant current in the  $y$  direction (higher order TM modes are considered only in Section 3.4). The basis functions considered here for approximating the unknown current on the superconducting rectangular patch are formed by the set of TM modes of a rectangular cavity with magnetic side walls and electric top and bottom walls. Also, the same basis functions are used for approximating the magnetic current density on the aperture in accordance with the concept of complementary electromagnetic structures [1, 2].

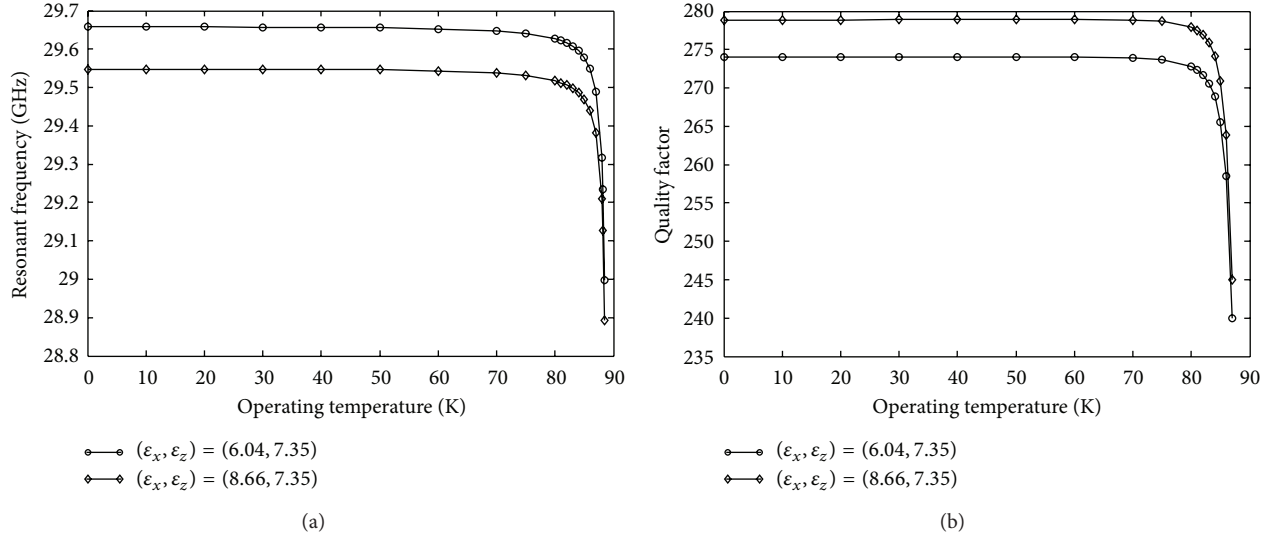


FIGURE 2: Resonant frequency and quality factor of the high  $T_c$  superconducting rectangular microstrip patch over ground plane with rectangular aperture against operating temperature. The superconducting patch is printed on two different anisotropic substrate materials;  $a \times b = 1630 \mu\text{m} \times 1870 \mu\text{m}$ ,  $a_n \times b_n = 53 \mu\text{m} \times 187 \mu\text{m}$ ,  $d = 56.1 \mu\text{m}$ ,  $\sigma_n = 10^6 \text{ S/m}$ ,  $\lambda_0 = 140 \text{ nm}$ ,  $T_c = 89 \text{ K}$ , and  $e = 350 \text{ nm}$ .

To check the correctness of our computer program, our numerical results are compared with those obtained from the magnetic-wall cavity model of Richard et al. [18], when there is no aperture in the ground plane. Numerical evaluations have been done with a patch of dimension  $1.5 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$  printed on anisotropic substrates. The patch is fabricated with a YBCO superconducting thin film with parameters  $\sigma_n = 10^6 \text{ S/m}$ ,  $\lambda_0 = 140 \text{ nm}$ ,  $T_c = 89 \text{ K}$ , and  $e = 350 \text{ nm}$ . The operating temperature is  $T = 60 \text{ K}$ . Table 1 summarizes our computed resonant frequencies and those obtained via the magnetic-wall cavity model [18] for four different non-magnetic anisotropic substrate materials. These anisotropic materials are Sapphire, Epsilam-10, Pyrolytic boron nitride, and PTFE. It is clear from Table 1 that the agreement between our results and those obtained via the magnetic-wall cavity model [18] is very good since the discrepancies between the two sets of results are below 1%. Note that in order to make the magnetic-wall cavity model of Richard et al. [18] able to account for uniaxial anisotropy in the substrate, we have associated with this model the electromagnetic knowledge [13]. The idea is to determine effective parameters for the uniaxially anisotropic substrate using [13, Equations (3) and (4)], and then we use these parameters in the magnetic-wall cavity model of Richard et al. [18].

We have also compared our results with experimental data available in the literature [18]. Table 2 shows the comparison between our calculations and the theoretical and experimental results reported in [18]. It is clear from Table 2 that our results are better than the theoretical values in [18]. The previous comparisons show a very good agreement between our results and those of the literature. This validates the theory proposed in this paper.

**3.2. Influence of the Temperature on the Resonant Frequency and Quality Factor.** Now, we investigate the influence of the

operating temperature on the resonant frequency and quality factor of the superconducting rectangular microstrip antenna with a rectangular aperture in the ground plane. The patch of size  $1630 \mu\text{m} \times 1870 \mu\text{m}$  is made of  $350 \text{ nm}$  thick YBCO thin film with a normal state conductivity at the transition temperature  $\sigma_n = 10^6 \text{ S/m}$ , a zero-temperature penetration depth  $\lambda_0 = 140 \text{ nm}$ , and a transition temperature  $T_c = 89 \text{ K}$ . The rectangular aperture has a size of  $53 \mu\text{m} \times 187 \mu\text{m}$ . The resonant frequency and the quality factor of the superconducting antenna against operating temperature for two different anisotropic substrate materials are shown in Figures 2(a) and 2(b), respectively. The first uniaxially anisotropic material has the pair of relative permittivities  $(\epsilon_x, \epsilon_z) = (6.04, 7.35)$ . The second uniaxially anisotropic material is characterized by an electric anisotropy of negative type [14]  $((\epsilon_x, \epsilon_z) = (8.66, 7.35))$ . Each dielectric substrate has a thickness of  $56.1 \mu\text{m}$ . From the results of Figure 2(a) (Figure 2(b)), it is found that the resonant frequencies (quality factors) obtained when the superconducting patch is printed on the first anisotropic material are higher (lower) than those obtained when the superconducting patch is printed on the second anisotropic material because the effective relative permittivity of the first uniaxial medium is lower than the one of second uniaxial medium. Concerning the influence of the operating temperature on the resonant frequency and quality factor of the superconducting microstrip patch shown in Figure 1, it can be seen that the effect of varying the temperature on the resonant frequency and quality factor is significant only for temperatures near the transition temperature. Note that the steep change in the resonant frequency and quality factor at temperatures near  $T_c$  can be attributed to a change in the magnetic penetration depth of the YBCO [18].

**3.3. Influence of Uniaxial Anisotropy in the Substrate on the Resonant Frequency.** In Table 3, results are presented for the

TABLE 1: Comparison of our calculated resonant frequencies with those obtained via the cavity model [18] combined with electromagnetic knowledge [13] for various anisotropic substrate materials;  $a \times b = 1.5 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$ ,  $a_a = 0$ ,  $d = 0.2 \text{ mm}$ ,  $\sigma_n = 10^6 \text{ S/m}$ ,  $\lambda_0 = 140 \text{ nm}$ ,  $T_c = 89 \text{ K}$ ,  $e = 350 \text{ nm}$ , and  $T = 60 \text{ K}$ .

Anisotropic substrate		Resonant frequency (GHz)		
Dielectric	$(\epsilon_x, \epsilon_z)$	This work	Cavity model [18] combined with electromagnetic knowledge [13]	Error (%)
Sapphire	(9.4, 11.6)	4.371	4.363	0.18
Epsilon-10	(13, 10.3)	4.631	4.620	0.24
Pyrolytic boron nitride	(5.12, 3.4)	7.996	8.034	0.47
PTFE	(2.88, 2.43)	9.428	9.515	0.92

TABLE 2: Comparison of our calculated resonant frequencies with the theoretical and experimental data reported in [18];  $a \times b = 1630 \mu\text{m} \times 935 \mu\text{m}$ ,  $\epsilon_r = 23.81$ ,  $d = 254 \mu\text{m}$ ,  $a_a = 0$ ,  $\sigma_n = 10^6 \text{ S/m}$ ,  $\lambda_0 = 140 \text{ nm}$ ,  $T_c = 89 \text{ K}$ , and  $e = 350 \text{ nm}$ .

Temperature (K)	Resonant frequencies (GHz)		
	Our results	Theoretical data [18]	Experimental data [18]
50	28.764	28.906	28.660
87.4	28.634	28.744	28.380

resonant frequencies of rectangular microstrip patch over ground planes with and without rectangular apertures in the case where the high  $T_c$  superconducting patch is printed on an anisotropic dielectric substrate, that is, Pyrolytic boron nitride, which exhibits a negative uniaxial anisotropy. The patch of size  $1.5 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$  is fabricated with a YBCO superconducting thin film with parameters  $\sigma_n = 10^6 \text{ S/m}$ ,  $\lambda_0 = 140 \text{ nm}$ ,  $T_c = 89 \text{ K}$ , and  $e = 350 \text{ nm}$ . The substrate has a thickness of  $1 \text{ mm}$ . The operating temperature is  $T = 50 \text{ K}$ . In Table 3, the results obtained for the high  $T_c$  superconducting patch printed on anisotropic Pyrolytic boron nitride are compared with the results that would be obtained if the anisotropy of Pyrolytic boron nitride were neglected. In the case where  $a_a \times b_a = a \times b$ , the differences between the results obtained considering anisotropy and neglecting anisotropy are 5.45%. However, in the other considered cases, these differences are much smaller with the maximum change being 2.70% when  $a_a \times b_a = 0.75a \times 0.75b$ . Therefore, dielectric anisotropy effect is especially significant when the size of the aperture is similar to that of the high  $T_c$  superconducting patch. This result agrees with that discovered theoretically for perfectly conducting rectangular microstrip patches over ground planes with rectangular apertures [2].

*3.4. Effect of the Anisotropy on Different Modes of the Superconducting Antenna.* In Table 4, the effect of uniaxial anisotropy in the substrate on the resonant frequencies of superconducting rectangular microstrip patch over ground plane with rectangular aperture is also investigated. In this table, the considered dielectric is Sapphire, which exhibits a positive uniaxial anisotropy. Unlike Section 3.3, both fundamental mode and higher order TM modes are considered. The patch of size  $1.5 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$  is fabricated with a YBCO superconducting thin film with parameters  $\sigma_n = 10^6 \text{ S/m}$ ,  $\lambda_0 = 140 \text{ nm}$ ,  $T_c = 89 \text{ K}$ , and  $e = 350 \text{ nm}$ . The substrate has a thickness of  $2 \text{ mm}$ , and the aperture size is  $2.1 \text{ mm} \times 1.4 \text{ mm}$ . The operating temperature is  $T = 40 \text{ K}$ . For the

modes having the dominant current in the  $x$  direction ( $\text{TM}_{10}$  and  $\text{TM}_{20}$ ), the differences between the results obtained considering anisotropy and neglecting anisotropy are smaller compared to those of the other considered modes. It is also seen from Table 4 that for the mode  $\text{TM}_{02}$ , the difference between the results obtained considering anisotropy and neglecting anisotropy is 2.27%. However, in the other considered modes, these differences are much smaller with the maximum change being 1.72% for the mode  $\text{TM}_{11}$ . Therefore, dielectric anisotropy effect is especially significant for the mode  $\text{TM}_{02}$ .

## 4. Conclusion

We have described an accurate analysis of high  $T_c$  superconducting rectangular microstrip patch over ground plane with rectangular aperture in the case where the superconducting patch is printed on an anisotropic dielectric substrate. The dyadic Green's functions of the considered anisotropic structure have been efficiently determined in the vector Fourier transform domain. The effect of the superconductivity of the patch has been taken into account using the concept of the complex resistive boundary condition. Galerkin's method has been used to solve for the surface current density on the superconducting patch and the transverse electric field at the aperture. The accuracy of the method was checked by performing a set of results in terms of resonant frequencies for various anisotropic substrate materials. In all cases, very good agreements compared with the literature were obtained. Numerical results show that the influence of the operating temperature on the resonant frequency and quality factor of superconducting rectangular microstrip patches over ground planes with rectangular apertures in substrates containing anisotropic materials is especially significant for temperatures near the transition temperature. Other results also have indicated that dielectric anisotropy effect is especially significant when the size of the aperture is similar to that of the

TABLE 3: Resonant frequencies of high  $T_c$  superconducting rectangular microstrip patch printed on anisotropic Pyrolytic boron nitride over ground planes with and without rectangular apertures;  $a \times b = 1.5 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$ ,  $d = 1 \text{ mm}$ ,  $\sigma_n = 10^6 \text{ S/m}$ ,  $\lambda_0 = 140 \text{ nm}$ ,  $T_c = 89 \text{ K}$ ,  $e = 350 \text{ nm}$ , and  $T = 50 \text{ K}$ .

Aperture size $a_a \times b_a$	Resonant frequencies (GHz)		Fractional change (%)
	Considering anisotropy $(\epsilon_x, \epsilon_z) = (5.12, 3.4)$	Neglecting anisotropy $(\epsilon_x, \epsilon_z) = (3.4, 3.4)$	
0	7.399	7.531	1.78
$0.25a \times 0.25b$	7.044	7.165	1.72
$0.5a \times 0.5b$	5.935	6.052	1.97
$0.75a \times 0.75b$	4.955	5.089	2.70
$a \times b$	4.277	4.510	5.45

TABLE 4: Resonant frequencies of different TM modes of high  $T_c$  superconducting rectangular microstrip patch printed on anisotropic Sapphire over ground plane with rectangular aperture;  $a \times b = 1.5 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$ ,  $a_a \times b_a = 2.1 \text{ mm} \times 1.4 \text{ mm}$ ,  $d = 2 \text{ mm}$ ,  $\sigma_n = 10^6 \text{ S/m}$ ,  $\lambda_0 = 140 \text{ nm}$ ,  $T_c = 89 \text{ K}$ ,  $e = 350 \text{ nm}$ , and  $T = 40 \text{ K}$ .

Mode $\text{TM}_{nm}$	Resonant frequencies (GHz)		Fractional change (%)
	Considering anisotropy $(\epsilon_x, \epsilon_z) = (9.4, 11.6)$	Neglecting anisotropy $(\epsilon_x, \epsilon_z) = (11.6, 11.6)$	
$\text{TM}_{10}$	2.946	2.909	1.26
$\text{TM}_{01}$	4.032	3.967	1.61
$\text{TM}_{11}$	5.288	5.197	1.72
$\text{TM}_{20}$	5.643	5.567	1.35
$\text{TM}_{02}$	7.626	7.453	2.27

high  $T_c$  superconducting patch. This result agrees with that discovered theoretically for perfectly conducting rectangular microstrip patches over ground planes with rectangular apertures [2]. Concerning the influence of uniaxial anisotropy in the substrate on different TM modes of the superconducting antenna, we have found that dielectric anisotropy effect is especially significant for the mode  $\text{TM}_{02}$ .

## References

- [1] V. Losada, R. R. Boix, and M. Horno, "Resonant modes of circular microstrip patches over ground planes with circular apertures in multilayered substrates containing anisotropic and ferrite materials," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 48, no. 10, pp. 1756–1762, 2000.
- [2] T. Fortaki and A. Benghalia, "Rigorous full-wave analysis of rectangular microstrip patches over ground planes with rectangular apertures in multilayered substrates that contain isotropic and uniaxial anisotropic materials," *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 41, no. 6, pp. 496–500, 2004.
- [3] S. Liu and B. Guan, "Wideband high-temperature superconducting microstrip antenna," *Electronics Letters*, vol. 41, no. 17, pp. 947–948, 2005.
- [4] N. Sekiya, A. Kubota, A. Kondo, S. Hirano, A. Saito, and S. Ohshima, "Broadband superconducting microstrip patch antenna using additional gap-coupled resonators," *Physica C*, vol. 445–448, no. 1–2, pp. 994–997, 2006.
- [5] O. Barkat and A. Benghalia, "Radiation and resonant frequency of superconducting annular ring microstrip antenna on uniaxial anisotropic media," *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*, vol. 30, no. 10, pp. 1053–1066, 2009.
- [6] F. Benmeddour, C. Dumond, F. Benabdelaziz, and F. Bouttout, "Improving the performances of a high  $T_c$  superconducting circular microstrip antenna with multilayered configuration and anisotropic dielectrics," *Progress In Electromagnetics Research C*, vol. 18, pp. 169–183, 2011.
- [7] S. Benkouda, M. Amir, T. Fortaki, and A. Benghalia, "Dual-frequency behavior of stacked high  $T_c$  superconducting microstrip patches," *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*, vol. 32, no. 11, pp. 1350–1366, 2011.
- [8] T. Fortaki, L. Djouane, F. Chebara, and A. Benghalia, "On the dual-frequency behavior of stacked microstrip patches," *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 7, pp. 310–313, 2008.
- [9] O. Barkat and A. Benghalia, "Synthesis of superconducting circular antennas placed on circular array using a particle swarm optimisation and the fullwave method," *Progress In Electromagnetics Research B*, no. 22, pp. 103–119, 2010.
- [10] Ç. S. Gürel and E. Yazgan, "Resonant frequency analysis of annular ring microstrip patch on uniaxial medium via hankel transform domain immittance approach," *Progress In Electromagnetics Research M*, vol. 11, pp. 37–52, 2010.
- [11] Ç. S. Gürel and E. Yazgan, "Resonance in microstrip ring resonator with uniaxially anisotropic substrate and superstrate layers," *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 24, no. 8–9, pp. 1135–1144, 2010.
- [12] A. Motevasselian, "Spectral domain analysis of resonant characteristics and radiation patterns of a circular disc and an annular ring microstrip antenna on uniaxial substrate," *Progress In Electromagnetics Research M*, vol. 21, pp. 237–251, 2011.
- [13] Y. Tighilt, F. Bouttout, and A. Khellaf, "Modeling and design of printed antennas using neural networks," *International Journal of RF and Microwave Computer-Aided Engineering*, vol. 21, no. 2, pp. 228–233, 2011.
- [14] L. Djouablia, I. Messaouden, and A. Benghalia, "Uniaxial anisotropic substrate effects on the resonance of an equitriangular MI-crostrip patch antenna," *Progress in Electromagnetics Research M*, vol. 24, pp. 45–56, 2012.

- [15] F. Chebbara, S. Benkouda, and T. Fortaki, "Fourier transform domain analysis of high  $T_c$  superconducting rectangular microstrip patch over ground plane with rectangular aperture," *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*, vol. 31, no. 7, pp. 821–832, 2010.
- [16] T. Fortaki, L. Djouane, F. Chebara, and A. Benghalia, "Radiation of a rectangular microstrip patch antenna covered with a dielectric layer," *International Journal of Electronics*, vol. 95, no. 9, pp. 989–998, 2008.
- [17] T. Fortaki, D. Khedrouche, F. Bouttout, and A. Benghalia, "A numerically efficient full-wave analysis of a tunable rectangular microstrip patch," *International Journal of Electronics*, vol. 91, no. 1, pp. 57–70, 2004.
- [18] M. A. Richard, K. B. Bhasin, and P. C. Claspy, "Superconducting microstrip antennas: an experimental comparison of two feeding methods," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 41, no. 7, pp. 967–974, 1993.



# Resonant Frequency of Tunable Microstrip Ring Antenna Printed on Isotropic or Uniaxially Anisotropic Substrate

Sami Bedra<sup>1\*</sup>, Siham Benkouda<sup>2</sup>, Mounir Amir<sup>1</sup>, and Tarek Fortaki<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Electronics Department, University of Batna, Algeria.

<sup>2</sup> Electronics Department, University of Constantine, Algeria.

\*corresponding author, E-mail: bedra\_sami@yahoo.fr

## Abstract

In this study, the resonant frequency of annular ring microstrip resonator with uniaxial anisotropic substrate and air gap layer is analyzed. The cavity model for simple ring microstrip antenna is extended with some modifications for the tunable geometry taking into account the anisotropy in the layer. The theoretical resonant frequency results are in very good agreement with the experimental results reported elsewhere. The air gap tuning effect on the resonant characteristics is also investigated for fundamental and higher order modes.

## 1. Introduction

During the last three decades, a considerable number of papers have been published on the performance and applications of microstrip patch antennas. These patch antennas possess many desirable features, that make this type of antennas useful for many applications in radar and wireless communication systems. Various patch configurations implemented on different types of substrates have been tested and investigated. In practice, it was found that the choice of the substrate material is of a great importance and plays a significant role in achieving the optimum radiation characteristics of the antenna [1].

Annular ring microstrip antennas, because of their flexibility for producing dual frequency treatment [2] and advantages for using in medical applications [3] are interesting to many researchers. This type of printed antenna can have a broader bandwidth than other shape of patch antenna by a proper choice of dimensions and the mode of operation. Because of these advantages several studies have been done on the annular ring patch antennas [2-6]. Furthermore, ring resonators have found applications in circulators, hybrid junction filters and other microwave devices [7]. Several articles on ring patch on uniaxial substrates have been recently published [7-9].

The circular ring has been analyzed extensively using the cavity model [4, 10-12], generalized transmission line model [13], analysis in the Fourier-Hankel transform domain [5], and the method of matched asymptotic expansion [14]. The cavity model has been chosen as a simple alternative to analyze and predict the behavior of microstrip ring antennas. Furthermore, some modifications are made to account for fringe fields, dispersion effects, and

losses by calculating effective dimensions, effective relative permittivity, and effective loss tangent, respectively.

The aim of this work is to perform an accurate and efficient analysis of annular-ring microstrip antennas on double layer, as well as to perform the analyses for annular ring microstrip antennas on a single layer substrate and on a tunable substrate, as particular cases.

## 2. Antenna configuration and design

The tunable microstrip ring antenna structure is shown in Fig.1. The resonant behavior of the antenna is independent of the feed so that the feed was not taken into account in the analysis.

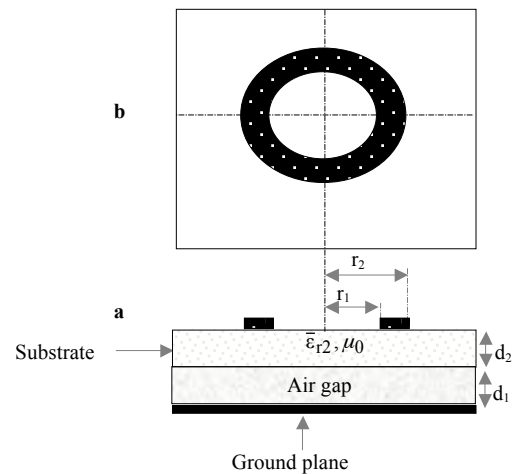


Figure 1: Geometry of a tunable microstrip ring antenna.

a- Side view

b- Top view

In order to calculate the resonant frequency, the original two-layered structure is reduced to a single layered one having an equivalent relative permittivity  $\epsilon_{eq}$ .

Then the resonant frequency is determined for the equivalent single layered structure as:

$$f_{r,mn} = \frac{kv_0}{2a\sqrt{\epsilon_{eq}}} \quad (1)$$

where  $v_0$  is the velocity of light in free space,  $k = 2n/(r_1 + r_2)$  is the wave number,  $r_1, r_2$  the ring radiuses,

and the integer  $n$  denotes the azimuthal variation.  $\epsilon_{eq}$  is the equivalent permittivity of the single layered structure was obtained from the cavity analysis by [15]

$$\epsilon_{eq} = \frac{\epsilon_{r2}(d_1 + d_2)}{(d_2 + \epsilon_{r2}d_1)} \quad (2)$$

For  $TM_{mn}$  modes, the resonant frequency for a ring resonator can be calculated by taking in to account the effect of fringing fields, using:

$$f_r = \frac{kv_0}{2\pi w \sqrt{\epsilon_{eff}}} \quad (3)$$

where  $v_0$  is the velocity of light in free space,  $k = 2n/(r_1 + r_2)$  is the wave number,  $r_1, r_2$  the ring radiuses,  $\epsilon_{eff}$  is the effective dielectric constant for a microstrip line of strip width  $w = r_2 - r_1$ .

To account for the fact that small fraction of the field exists outside the dielectric; it is customary to use effective permittivity  $\epsilon_{eff}$  in place of  $\epsilon_{req}$

$$\epsilon_{eff} = \frac{1}{2} \left[ (\epsilon_{req} + 1) + (\epsilon_{req} - 1) \left( 1 + \frac{10d}{w} \right)^{-1/2} \right] \quad (4)$$

The resonant frequency of the ring resonator can be predicted more accurately using the planar wave guide model [16] for microstrip line. In this model, the width of ring is taken as the width of parallel conducting plates spaced a distance  $d$  apart and separated by medium of relative permittivity  $\epsilon_{eff}$ . The microstrip of width  $w$  and the planar waveguide model will have the same quasi-static characteristic impedance  $Z_0$ . The modified values of the inner and outer radii, taking into account the fringing fields along the curved edges of ring, may be written [10]

$$r_{2e} = r_2 + [w_e(f) - w]/2 \quad (5)$$

$$r_{1e} = r_1 - [w_e(f) - w]/2$$

where

$$w_e(f) = w + \frac{w_e(0) - w}{(f/f_p)^2} \quad (6)$$

$$w_e(0) = \frac{120\pi d}{Z_0 \sqrt{\epsilon_{eff}}} \quad (7)$$

$$f_p = \frac{Z_0}{2\mu d} \quad (8)$$

a pair of empirical formulas for the modified radii, sufficient for many engineering purposes, are given by [17]

$$r_{1e} = r_1 - 3h/4 \quad (9)$$

$$r_{2e} = r_2 + 3h/4$$

where  $r_{1e}$  and  $r_{2e}$  are the effective radii.

Now for the transformed structure, the effective dielectric constant is determined and the modified eigen values are obtained by solving the following characteristic equation:

$$J'_n(kr_{2e})Y'_n(kr_{1e}) - J'_n(kr_{1e})Y'_n(kr_{2e}) = 0 \quad (10)$$

where;  $J_n$  and  $Y_n$  are Bessel functions of the first and

second kind (the prime denotes derivatives with respect to  $x$ ), and order  $n$ , respectively for  $k$  when the given values of  $r_{1e}$  and  $r_{2e}$ , the resonant frequency is determined from eq.(1).

For a given values of  $r_{1e}$  and  $r_{2e}$ , of annular-ring patch,  $r_{1e}$  and  $r_{2e}$ , are calculated. After solving the eqn. (10), the  $mn$ -order mode resonant frequency may be predicted accurately from:

$$f_{r_{mn}} = \frac{\chi_{mn} v_0}{2\pi w \sqrt{\epsilon_{eff}}} \quad (11)$$

where  $\text{Re}\{k_{mn}r_1\} = \chi_{mn}$  is the real part of  $(k_{mn}r_1)$ , and denotes the root of the characteristic equation(10).

It should be pointed out that the correction to the resonant frequency (1) in formula (11) involves both the effective permittivity and the effective radii, what permits to obtain a good agreement between theory and experiment in the case of the annular ring antenna.

If we want to take the substrate uniaxial anisotropy into account, the relative dielectric permittivity  $\epsilon_r$  will be replaced with the tensor  $\epsilon_r = \text{diag}(\epsilon_x, \epsilon_x, \epsilon_z)$  where  $\epsilon_x$  and  $\epsilon_z$  are the relative dielectric permittivity along  $x$  and  $z$  axis, respectively.

- For the case of isotropic substrate with air gap, the effective dielectric constant  $\epsilon_{eq}$  is given in Eq.(2).

- For the case of uniaxially anisotropic substrate without air gap,  $\epsilon_{eq}$  given in [18] Eq. (2) is used to determine  $d_e$ , there resulting values are:

$$\epsilon_e = \epsilon_z \quad (12)$$

$$d_e = d \sqrt{\frac{\epsilon_x}{\epsilon_z}} \quad (13)$$

### 3. Results and discussion

In order to confirm the computation accuracy of the approach described in the previous section, our numerical results are compared with those obtained from other works [15, 4] for different resonant modes of circular ring microstrip antenna.

Table 1: Comparison of measured and theoretical resonant frequencies for no gap case,  $d_1=0$ ,  $r_2=2r_1$ ,  $d_2=1.59\text{mm}$ .

Modes	$\epsilon_{r2}$	$r_1$ [cm]	Measured $f_r$ [GHz]		Calculated Frequencies $f_r$ [GHz]	
			[15]	[4]	[4]	Our results
$TM^{11}$	2.32	2.5	0.877	0.878	0.878	0.875
$TM^{21}$	2.32	2.5	1.722	1.723	1.723	1.732
$TM^{31}$	2.32	2.5	2.517	2.515	2.515	2.556
$TM^{11}$	2.32	3.5	0.626	0.623	0.623	0.621

In order to check the accuracy of the model for two-layered case, in Table 2 our results are compared with

experimental and theoretical values presented in previous work [15].

In Table 1, comparisons of the results with experimental values which were collected from different references [4] and [15] shows that the agreement of both models are good for TM<sub>n1</sub> modes. But developed model by [4] was not extended for two-layered structure. In Table 2, the results of our model are compared with those of [15]. In this Table, we have also added the error values for our results as well as for the results taken from paper [20]. It is clear that our results are better than those of [20].

Table 2: Comparison of measured and theoretical resonant frequencies for,  $r_1=35mm$ ,  $r_2=2r_1$ ,  $\epsilon_{r2}=2.32$ .

$d_1$ [mm]	Modes TM <sub>nm</sub>	Measured $f_r$ [GHz]		Calculated Frequencies $f_r$ [GHz]		
		[15]	[20]	Relative errors %	Our results	Relative errors %
0	TM <sup>11</sup>	0.626	0.622	0.64	0.621	0.80
	TM <sup>21</sup>	1.229	1.220	0.73	1.228	0.08
	TM <sup>31</sup>	1.800	1.793	0.39	1.814	0.78
0	TM <sup>11</sup>	0.720	0.714	0.83	0.711	1.25
	TM <sup>21</sup>	1.415	1.405	0.71	1.407	0.57
5	TM <sup>21</sup>	2.075	2.057	0.87	2.077	0.10
	TM <sup>11</sup>	0.778	0.763	1.93	0.760	2.31
1	TM <sup>21</sup>	1.516	1.498	1.19	1.505	0.73
	TM <sup>31</sup>	2.212	2.185	1.22	2.221	0.41

Note that the relative error in Table 2 is defined by the following equation:

$$\text{Relative errors \%} = \left( \frac{|f_{theo} - f_{meas}|}{f_{meas}} \right) * 100 \quad (14)$$

Figure. 2 show the resonant frequency against the air gap thickness for various inner and outer radii of the annular ring patch. It is seen that the operating frequency increases with the air layer thickness for a given value of patch size, however, it depends inversely on the patch size for a given air gap width  $d_1$ .

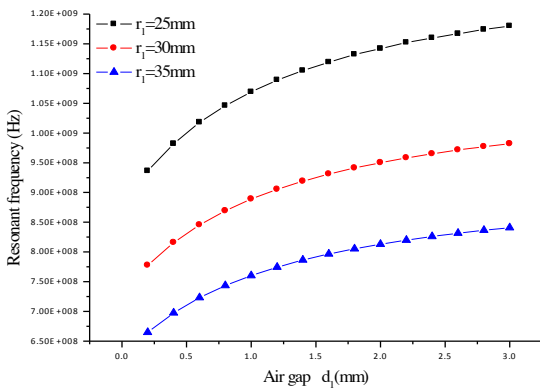


Figure 2: Resonant frequency versus air gap thickness for different values of patch radius,  $r_2=35mm$ ,  $r_2/r_1=2$ ,  $d_2=1.59mm$ , and  $\epsilon_x=\epsilon_z=2.32$ .

Next, the effect of uniaxial anisotropy on the resonant frequency is analyzed. The anisotropy ratio ( $AR$ ) is defined as  $AR = \epsilon_x / \epsilon_z$

Figure. 3 depict the influence of the air gap thickness on the resonant frequency of an annular ring microstrip patch for three anisotropic dielectric substrates: boron nitride ( $\epsilon_z = 3.4, \epsilon_x = 5.12$ ) epsilam-10 ( $\epsilon_z = 10.3, \epsilon_x = 13$ ), and sapphire ( $\epsilon_z = 11.6, \epsilon_x = 9.4$ ). The substrate has thickness  $d_1 = 1.59mm$  and the air gap width is varied from  $0mm$  to  $3mm$ .

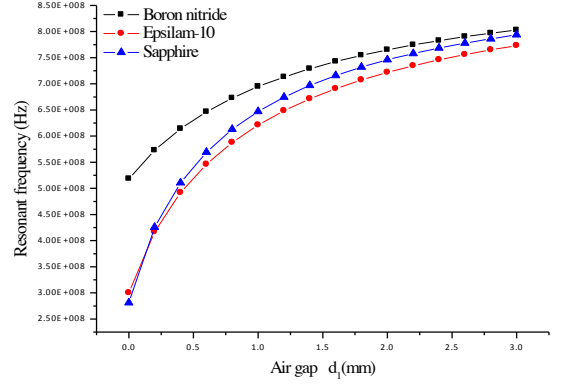


Figure 3: Resonant frequency versus air gap thickness for different anisotropic dielectric substrates, with  $r_2/r_1=2$ , and  $d_2=1.59mm$ .

As it can be seen, the resonant frequency reduces considerably when the dielectric substrate changes from boron nitride to epsilam-10, and this is in contrast to what happens when the medium changes from epsilam-10 to sapphire. The obtained results show that when the permittivity  $\epsilon_z$  is changed and  $\epsilon_x$  remains constant, the resonant frequency changes drastically, on the other hand, we found a slight shift in the resonant frequency when the permittivity  $\epsilon_x$  is changed and  $\epsilon_z$  remains constant. These behaviors agree very well with those reported by [19]. Also it is observed that the resonant frequency increases with the air gap thickness.

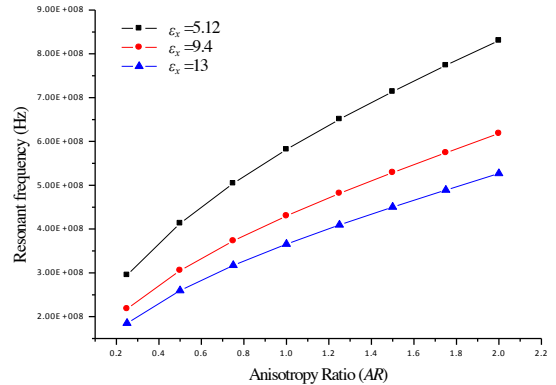


Figure 4: Resonant frequency versus anisotropy ratio ( $AR$ ) for different permittivity  $\epsilon_x$ , with  $r_1=25mm$ ,  $r_2/r_1=2$ ,  $d_2=1.59mm$ , and  $d_1=0mm$ .

Figure. 4 shows results of the resonant frequency against the anisotropy ratio ( $AR = \epsilon_x / \epsilon_z$ ) for an annular ring microstrip patch printed on single anisotropic layer. The results are obtained for a fixed value of  $\epsilon_x$ , while the parameter  $\epsilon_z$  varies. Results for an isotropic substrate are chosen by setting  $A = 1$ . It can be noted that the resonant frequency increases with the anisotropy ratio. Also, it is also seen that the resonant frequency shifts to a higher frequency as the  $\epsilon_x$  parameter value decreases.

#### 4. Conclusion

Anisotropic substrate shielding and air gap tuning effects on the resonance characteristics of a microstrip ring structure with uniaxially anisotropic substrate are discussed for different layer anisotropies. Computations show that the air separation can be adjusted to have the maximum operating frequency of the antenna. Extreme care should be taken when designing a microstrip antenna with thin air gap, since small uncertainty in adjusting the air separation can result in an important detuning of the frequency.

Unlike ring microstrip antennas without air gaps, changes in the relative permittivity  $\epsilon_x$  can significantly shift the resonant frequency of the tunable ring microstrip patch. This means that important errors may arise in the computation of resonant frequencies of microstrip antennas with air gaps if substrate anisotropy is neglected. The results of the study will also be useful in the microstrip ring design using uniaxial metamaterials.

#### References

- [1] L. Djouablia, I. Messoudan, and A. Benghalia, Uniaxial anisotropic substrate effect on the resonance of an equitriangular microstrip patch antenna, *Progress In Electromagnetics reaserch M*, vol.24, 45-56, 2012.
- [2] I. J. Bahl, S. Stuchly, and M. A. Stuchly, A new microstrip radiator for medical applications, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. 28, No. 12, Dec. 1980.
- [3] J.-S. Row, Dual-frequency circularly polarised annular-ring microstrip antenna, *Electron. Lett.*, Vol. 40, No. 3, Feb. 2004.
- [4] J. Gomez-Tagle, and C. G. Christodoulou, Extended cavity model analysis of stacked microstrip ring antenna, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 45, No. 11, Nov. 1997.
- [5] S. M. Ali, W. C. Chew, and J. A. Kong, Vector hankel transform analysis of annular-ring microstrip antenna, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 30, 637-644, Jul. 1982.
- [6] Y. S. Wu, and F. J. Rosenbaum, Mode chart for microstrip ring resonators, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Jul. 1973.
- [7] O. Barkat, and A. Benghalia, Radiation and resonant frequency of superconducting annular ring microstrip antenna on uniaxial anisotropic media, *Journal of Infrared, Millimeter and Terahertz*, Vol. 30, No. 10, 1053-1066, Jun. 2009.
- [8] G. S. Gurel, and E. Yazgan, Resonance in microstrip ring resonator with uniaxially anisotropic substrate and superstrate layers, *Journal of Electromagnetic Waves and Applications.*, Vol. 4, No. 8-9, 1135-1144, 2010.
- [9] S. G. Silva, J. R. S. Oliveira., and A. G. Dassuno, Annular ring microstrip antennas for millimeter wave applications, *Int.Journal of Infrared and Millimeter Waves.*, 821-829, Apr. 2007.
- [10] I. J. Bahl, and P. Bhartia, *Microstrip Antennas*, Chap. 3. Artech House, Dedham, MA, 1982.
- [11] J. R. James, and P. S. Hall (Eds.), *Handbook of Microstrip Antennas.*, Peter Peregrinus, London, UK, 1989.
- [12] A. Bhattacharyya, and R. Garg, *Analysis of Annular Ring Microstrip Antenna Using Cavity Model*, Arch. Elek. Ubertragung 39, 185-189 1985.
- [13] A. K. Bhattacharyya, and R. Garg, Input Impedance of Annular Ring Microstrip Antenna Using Circuit Theory Approach, *IEEE Trans. on Antennas and Propagation AP-33*, 3369-374 1985.
- [14] W. C. Chew, A Broad-Band Annular Ring Microstrip Antenna, *IEEE Trans. on Antennas and Propagation AP-30*, 918-922 1982.
- [15] K. F. Lee, and J. S. Dahele, The two-layered annular ring microstrip antenna, *Int. J. Electron.*, pp. 207-217, 1986.
- [16] G. Kompa, R. Mehran, Planar Wave guide Model for Calculating Microstrip Components, *Electron.Lett.*, vol.11, pp.459-460, 1975.
- [17] Y. S. Wu, Rosenbaum. Mode chart for microstriping resonators, *IEEE Trans ,MTT-21*, pp.487-489, 1973.
- [18] Y. Tighilt, F. Bouttout, and A. Khellaf, Modeling and Design of Printed Antennas Using Neural Networks, *Int JRF and Microwave CAE* 21:228-233, 2011.
- [19] F. Bouttout, F. Benabdelaziz, A. Benghalia, D. Khedrouche, T. Fortaki, Uniaxially anisotropic substrate effects on resonance of rectangular microstrip patch antenna, *Electron. Lett.* 35: 255-256, 1999.
- [20] K. F. Lee, and J. S. Dahele, Theory and experiment on the annular-ring microstrip antenna, *ANN.TéLécommun* 40, n °9-10, 1985.

## Resonance of Superconducting Microstrip Antenna with Aperture in the Ground Plane

Siham Benkouda<sup>1</sup>, Tarek Fortaki<sup>2\*</sup>, Mounir Amir<sup>2</sup>, and Abdelmadjid Benghalia<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Electronics Department, University of Constantine 1, Constantine, Algeria

<sup>2</sup>Electronics Department, University of Batna, Batna, Algeria

\*corresponding author, E-mail: t\_fortaki@yahoo.fr

### Abstract

This paper presents a rigorous full-wave analysis of a high  $T_c$  superconducting rectangular microstrip antenna with a rectangular aperture in the ground plane. To include the effect of the superconductivity of the microstrip patch in the full-wave analysis, a complex surface impedance is considered. The proposed approach is validated by comparing the computed results with previously published data. Results showing the effect of the aperture on the resonance of the superconducting microstrip antenna are given.

### 1. Introduction

Rectangular microstrip patches can find application in microwave integrated circuit as planar resonators. Also, they can be used as resonant antennas. When a microstrip patch resonator acts as an antenna, the microstrip patch can be fed through an aperture cut into a microstrip line ground plane [1]. This feeding configuration has been found very advantageous for several reasons [2,3]. For instance, it makes it possible to use a high dielectric-constant substrate for the feeding network and a low dielectric-constant substrate for the antenna element, which yields optimal performance for both the feeding network and antenna element. Also, the radiation mechanism from the feeding network cannot interfere with the main radiation pattern generated by the antenna since the ground plane separates the two radiation mechanisms [2]. In addition, the presence of aperture on the ground plane adds new design parameters that can be used to tune the antenna impedance and resonance frequency, without modifying the radiating patch itself [3]. A rectangular coupling aperture introduces two physical parameters: its length and width. Since the presence of apertures in the ground planes of microstrip patches affects the resonant properties of microstrip patch antennas and microstrip patch circuit components, the theoretical model developed for the analysis of microstrip patches should be able to account for the effect of possible apertures existing in the ground plane of the antennas.

Setting aside the topic of microstrip patches over ground planes with apertures, recently there is some interest in the use of superconducting materials in microwave integrated circuits, which is due to their main characteristics, such as:

very small losses, which means low-attenuation and low-noise, very small dispersion up to frequencies of several tens of GHz, smaller devices due to the lower losses [4,5], which leads to larger integration density and reduction in the time of propagation of the signals in the circuits.

In this paper, we present a rigorous full-wave analysis of a high  $T_c$  superconducting rectangular microstrip antenna with a rectangular aperture in the ground plane. This paper is organized as follows. In section 2, we give some details about the theoretical formulation of the problem. In section 3, to validate the proposed approach, our numerical results are compared with previously published data. Also in this section, numerical results are presented for the effect of the aperture on the resonance of the high  $T_c$  superconducting rectangular microstrip antenna. Finally, concluding remarks are summarized in section 4.

### 2. Theory

The problem to be solved is illustrated in Figure 1. We have a high  $T_c$  superconducting rectangular microstrip patch of thickness  $e_1$  over a ground plane with a rectangular aperture. The superconducting patch is characterized by a critical temperature  $T_c$ , a zero-temperature penetration depth  $\lambda_0$  and a normal state conductivity  $\sigma_n$ . Let  $\mathbf{J}_0(x, y)$  be the surface current density on the ground plane with rectangular aperture and let  $\mathbf{J}(x, y)$  be the surface current density on the superconducting rectangular patch. Also, let  $\mathbf{E}(x, y, 0)$  and  $\mathbf{E}(x, y, d)$  are the values of the transverse electric field at the plane of the aperture and at the plane of the superconducting patch, respectively. Following a mathematical reasoning similar to that shown in [3], we can obtain a relation among  $\mathbf{J}_0(x, y)$ ,  $\mathbf{J}(x, y)$ ,  $\mathbf{E}(x, y, 0)$  and  $\mathbf{E}(x, y, d)$  in the vector Fourier transform domain given by

$$\mathbf{e}(\mathbf{k}_s, d) = \overline{\mathbf{G}}(\mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{j}(\mathbf{k}_s) + \overline{\mathbf{\Gamma}}(\mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, 0), \quad (1)$$

$$\mathbf{j}_0(\mathbf{k}_s) = -\overline{\mathbf{\Gamma}}(\mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{j}(\mathbf{k}_s) + \overline{\mathbf{Y}}(\mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, 0), \quad (2)$$

where the  $2 \times 2$  diagonal matrices  $\overline{\mathbf{G}}(\mathbf{k}_s)$ ,  $\overline{\mathbf{\Gamma}}(\mathbf{k}_s)$  and  $\overline{\mathbf{Y}}(\mathbf{k}_s)$  stand for a set of dyadic Green's function, in the vector Fourier transform domain. It is to be noted that  $\overline{\mathbf{G}}(\mathbf{k}_s)$  is related to the patch current and  $\overline{\mathbf{Y}}(\mathbf{k}_s)$  is related to the aperture field. The matrix  $\overline{\mathbf{Y}}(\mathbf{k}_s)$  represents the

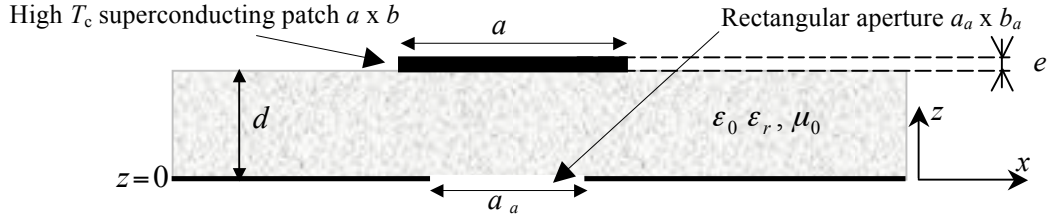


Figure 1: Geometrical structure of a high  $T_c$  superconducting rectangular microstrip antenna with a rectangular aperture in the ground plane.

mutual coupling between the patch current and aperture field. In (1) and (2) the unknowns are  $\mathbf{j}(\mathbf{k}_s)$  and  $\mathbf{e}(\mathbf{k}_s, 0)$ . Another possible choice in the analysis of microstrip patches over ground planes with apertures is to consider  $\mathbf{j}_0(\mathbf{k}_s)$  as unknown instead of  $\mathbf{e}(\mathbf{k}_s, 0)$ . It is anticipated, however, that a very large number of terms of basis functions would be needed for the expansion of the current  $\mathbf{J}_0(x, y)$  on the ground plane with aperture because of the wide conductor area. Hence, it is better to apply the Galerkin procedure to the unknown  $\mathbf{E}(x, y, 0)$  field at the aperture. The same reasoning has been applied previously in the analysis of finlines [6].

Considering the superconducting effects, we need simply to modify equation (1) by replacing  $\overline{\mathbf{G}}(\mathbf{k}_s)$  with  $\overline{\mathbf{G}}(\mathbf{k}_s) - Z_s \cdot \mathbf{I}$ , where  $\mathbf{I}$  is the 2x2 unit matrix and  $Z_s$  is the complex surface impedance of the superconducting rectangular patch. When the thickness of the superconducting patch is less than three times the zero-temperature penetration depth ( $\lambda_0$ ),  $Z_s$  can be expressed as follows:

$$Z_s = \frac{1}{e\sigma}, \quad (3)$$

where  $\sigma$  is the complex conductivity of the superconducting film. It is determined by using London's equation and the Gorter-Casimir two-fluid model as [7,8]

$$\sigma = \sigma_n \left( \frac{T}{T_c} \right)^4 - i \frac{1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^4}{\omega \mu_0 \lambda_0^2}, \quad (4)$$

where  $T$  is the temperature,  $T_c$  is the transition temperature,  $\sigma_n$  is the normal state conductivity at  $T = T_c$  and  $\omega$  is the angular frequency. Now, that we have included the effect of the superconductivity of the rectangular patch in the Green's function formulation, the well-known Galerkin procedure of the moment method can be easily applied to obtain the resonant characteristics of the resonant modes of the high  $T_c$  superconducting rectangular microstrip antenna with a rectangular aperture in the ground plane

### 3. Numerical results and discussion

#### 3.1. Convergence and comparison of numerical results

The proper choice of basis functions is the key factor for efficiently calculating accurate results. The basis functions considered here for approximating the unknown patch current are formed by the set of TM modes of a rectangular cavity with magnetic side walls. In [3], Fortaki and Benghalia showed that these basis functions are very appropriate for the vector Fourier transform domain analysis of rectangular microstrip patches over ground planes with rectangular apertures for three reasons: they ensure a quick convergence of the Galerkin's method with respect to the number of basis functions, they lead to vector Fourier transform domain infinite integrals, which are amenable to asymptotic analytical integration techniques and their vector Fourier transforms can be obtained in closed form. Fortunately, all these advantages are kept when the aforementioned basis functions are used in the vector Fourier transform domain analysis of rectangular microstrip antennas with rectangular apertures in the ground plane. Also, the same basis functions are used for approximating the magnetic current density on the aperture in accordance with the concept of complementary electromagnetic structures [3]. Through numerical convergence checks, it is found that for small aperture, only a few number of basis functions suffices to obtain good convergence, while for wide aperture, especially when the size of the aperture is comparable to that of the patch, additional basis functions should also be included in both the approximation of the current density on the rectangular patch and the transverse electric field at the rectangular aperture.

In order to confirm the computation accuracy, our results are compared with the theoretical results of Richard *et al.* [7] and Silva *et al.* [8] when there is no aperture in the ground plane. The patch is fabricated with a YBCO superconducting thin film with parameters  $\sigma_n = 10^6$  S/M,  $T_c = 89$  K,  $\lambda_0 = 140$  nm and  $e = 350$  nm. The patch size is  $a \times b = 1630 \mu\text{m} \times 935 \mu\text{m}$  and the substrate has a thickness of  $d = 254 \mu\text{m}$ . The operating temperature is  $T = 50$  K. Table 1 summarizes our computed resonant frequencies and those of [7] and [8] for three different materials and differences between these three results of less than 0.7% are obtained. As a consequence, excellent agreement between our results and those of the literature is achieved.

Table 1: Comparison of our calculated resonant frequencies with previously published data.

Relative permittivity ( $\epsilon_r$ )	Resonant frequencies (GHz)		
	Cavity model [7]	Full-wave analysis [8]	Our results
11	41.638	41.041	41.585
16	35.300	34.856	34.816
23.81	28.937	28.671	28.764

### 3.2. Influence of the thickness of the patch

The influence of the thickness of the high  $T_c$  superconducting film on the operating frequency of antennas with and without apertures is investigated in Figure 2. The thickness of the superconducting patch is normalized with respect to the zero-temperature penetration depth. For the case of structures with apertures, the size of the aperture is  $a_a \times b_a = 163 \mu\text{m} \times 93.5 \mu\text{m}$ . The superconducting film characteristics are:

$\sigma_n = 9.83 \cdot 10^5 \text{ S/m}$ ,  $T_c = 89 \text{ K}$  and  $\lambda_0 = 100 \text{ nm}$ . For the microstrip antenna, the following parameters are used:  $a = 1630 \mu\text{m}$ ,  $b = 935 \mu\text{m}$ ,  $\epsilon_r = 23.81$  and  $d = 254 \mu\text{m}$ . The operating temperature is  $T = 50 \text{ K}$ . It is noticed that the resonant frequencies of the superconducting patches over ground planes without apertures are larger than those obtained with rectangular apertures. This result agrees with that discovered theoretically for perfectly conducting patches [3].

It is also observed that when the thickness of the superconducting film grows, the resonant frequency increases for antennas without apertures as well as for antennas with apertures. Note that the effect of the thickness of the superconducting film is more pronounced for small values of  $e$  ( $e < 0.1 \lambda_0$ ). When  $e$  exceeds  $0.1 \lambda_0$ , increasing the superconducting film thickness will increase slowly the resonant frequency. Extreme care should be taken when designing an antenna with thin superconducting film; since small uncertainty in  $e$  when the patch is fabricated can result in an important shift of the resonant frequency.

### 3.3. Influence of the temperature

Numerical results are obtained for the parameters used in the experiment of Richard *et al.* [7] with the simple difference that in our considered structure the ground plane has a rectangular aperture of size  $a_a \times b_a = 163 \mu\text{m} \times 93.5 \mu\text{m}$ . A rectangular patch with a thickness  $350 \text{ nm}$ , a resonant length  $935 \mu\text{m}$  and a width of  $1630 \mu\text{m}$  is printed on a lanthanum aluminate substrate of thickness  $254 \mu\text{m}$ . The patch is fabricated using a YBCO superconducting thin film with a transition temperature  $T_c = 89 \text{ K}$ , a zero-temperature penetration depth  $\lambda_0 = 140 \text{ nm}$  and a normal state conductivity at the

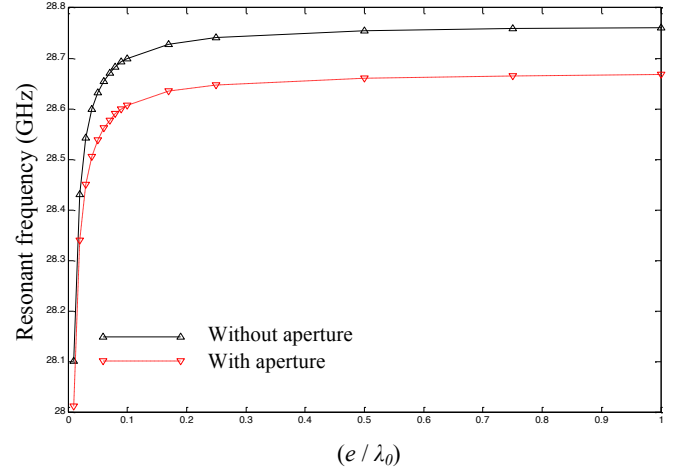


Figure 2: Resonant frequency of the superconducting microstrip antenna with and without a rectangular aperture in the ground plane against normalized thickness of patch.

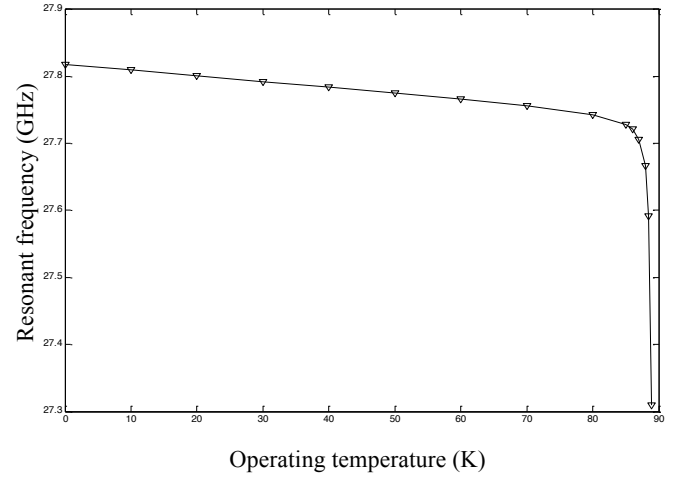


Figure 3: Resonant frequency and bandwidth of the high  $T_c$  superconducting microstrip patch over ground plane with rectangular aperture against operating temperature;  $a = 1630 \mu\text{m}$ ,  $b = 935 \mu\text{m}$ ,  $e = 350 \text{ nm}$ ,  $d = 254 \mu\text{m}$ ,  $a_a \times b_a = 163 \mu\text{m} \times 93.5 \mu\text{m}$ ,  $\sigma_n = 10^6 \text{ S/m}$ ,  $T_c = 89 \text{ K}$  and  $\lambda_0 = 140 \text{ nm}$ .

transition temperature  $\sigma_n = 10^6 \text{ S/m}$ . The lanthanum aluminate substrate was chosen in the experiment of Richard *et al.* [7] despite its high permittivity because it allows the growth of high-quality (low surface resistance) YBCO superconducting films [7]. The variation of the permittivity of the lanthanum aluminate substrate with the variation of the temperature, as indicated by the experiment of Richard *et al.* [7], is taken into account in the present subsection. Figure 3 shows the resonant frequency against the operating temperature. From the results of Figure 3, it can be observed that increasing the temperature will decrease the resonant frequency. This decrease is significant for temperatures near the transition temperature.

Table 2: Resonant frequencies of superconducting rectangular microstrip patch over ground planes with and without rectangular apertures;  $a \times b = 1.5 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$ ,

$$\epsilon_r = 2.32, d = 1 \text{ mm}, \sigma_n = 10^6 \text{ S/m}, T_c = 89 \text{ K}$$

$$\lambda_0 = 140 \text{ nm and } T = 50 \text{ K}.$$

Aperture size $a_a \times b_a$	Resonant frequency (GHz)	Fractional change $\frac{\Delta f_r}{f_r}$ (%)
0	8.967	0
$0.2a \times 0.2b$	8.725	2.70
$0.3a \times 0.3b$	8.299	7.45
$0.4a \times 0.4b$	7.750	13.57
$0.5a \times 0.5b$	7.171	20.03

### 3.4. Influence of the aperture cut into the ground plane

Table 2 presents numerical results for the resonant frequencies of superconducting rectangular microstrip patch over ground planes with and without rectangular apertures. The change in resonant frequency relative to the case without aperture is calculated using the following expression:

$$\frac{\Delta f_r}{f_r} = \left| 1 - \frac{f_{ra}}{f_{rw}} \right|, \quad (5)$$

where  $f_{ra}$  and  $f_{rw}$  are respectively, the resonant frequencies of the antenna for with and without aperture cases. It is found that the resonant frequency of the superconducting patch over ground plane without aperture is larger than those obtained with apertures. Note that the influence of the aperture on the resonant frequency increase with the increase of the size of the aperture. The maximum value of the fractional change (20.03%) is obtained in the case where  $a_a \times b_a = 0.5a \times 0.5b$ .

## 4. Conclusions

Galerkin's method in the vector Fourier transform domain has been used for the numerical calculation of the resonant frequencies of the  $\text{TM}_{01}$  mode of a high  $T_c$  superconducting rectangular microstrip antenna with a rectangular aperture cut into the ground plane. The unknowns of the problem are the surface current density on the rectangular patch and the transverse electric field at the plane of the aperture. The complex surface impedance of the superconducting patch has been determined by using London's equation and the two-fluid model of Gorter and Casimir. In order to test the validity of the analysis, numerical results obtained for the resonant frequencies have been compared with previously published data, and good agreement has been found. Numerical results show that the resonant frequencies of the superconducting patches over ground planes without apertures are larger than those obtained with apertures. This result agrees with that discovered theoretically for perfectly

conducting patches [3]. Other results also indicate that as the thickness of the superconducting film grows, the resonant frequency increases for antennas without apertures as well as for antennas with rectangular apertures. The increase is more pronounced for thin superconducting films.

## References

- [1] S. Benkouda, T. Fortaki, Resonance of rectangular microstrip patch over ground plane with rectangular aperture in the presence of high-permittivity dielectric layer below the aperture, *Proc. PIERS11*, Marrakech, Morocco, pp. 239–241, 2011.
- [2] V. Losada, R.R. Boix, M. Horno, Resonance modes of circular microstrip patches over ground planes with circular apertures in multilayered substrates containing anisotropic and ferrite materials, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* 48: 1756–1762, 2000.
- [3] T. Fortaki, A. Benghalia, Rigorous Full-wave analysis of rectangular microstrip patches over ground planes with rectangular apertures in multilayered substrates that contain isotropic and uniaxial anisotropic materials, *Microwave Opt. Technol. Lett.* 41: 496–500, 2004.
- [4] S.M. El-Ghazaly, R.B. Hammond, T. Itoh, Analysis of superconducting microwave structures: application to microstrip lines, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* 40: 499–508, 1992.
- [5] D.C. Chung, Perfect impedance matching point of high- $T_c$  superconducting microstrip antennas, *Physica C* 354: 95–99, 2001.
- [6] T. Uwaro, T. Itoh, *Numerical techniques for microwave and millimeter-wave passive structures*, Wiley, New York, pp.334–380, 1989.
- [7] M.A. Richard, K.B. Bhasin, P.C. Claspy, Superconducting microstrip antennas: an experimental comparison of two feeding methods, *IEEE Trans. Antennas Propagat.* 41: 967–974, 1993.
- [8] S.C. Silva, A.G. d'Assuncao, J.R.S. Oliveira, Analysis of high  $T_c$  superconducting microstrip antenna and arrays, *Proc. SBMO/IEEE MTT Symposium*, pp. 243–246, 1999.



# Dual-Frequency Behavior of Stacked High $T_c$ Superconducting Microstrip Patches

Siham Benkouda · Mounir Amir · Tarek Fortaki · Abdelmadjid Benghalia

Received: 15 June 2011 / Accepted: 21 September 2011 /  
Published online: 7 October 2011  
© Springer Science+Business Media, LLC 2011

**Abstract** The dual-frequency behavior of stacked high  $T_c$  superconducting rectangular microstrip patches fabricated on a two-layered substrate is investigated using a full-wave spectral analysis in conjunction with the complex resistive boundary condition. Using a matrix representation of each layer, the dyadic Green's functions of the problem are efficiently determined in the vector Fourier transform domain. The stationary phase method is used for computing the radiation electric field of the antenna. The proposed approach is validated by comparison of the computed results with previously published data. Variations of the lower and upper resonant frequencies, bandwidth and quality factor with the operating temperature are given. Results showing the effects of the bottom patch thickness as well as the top patch thickness on the dual-frequency behavior of the stacked configuration are also presented and discussed. Finally, for a better comprehension of the dual-frequency operation, a comparison between the characteristics of the lower and upper resonances is given.

**Keywords** Superconducting microstrip patches · Stacked patches · Dual-frequency operation

## 1 Introduction

The need for high data transmission rate coupled with ever increasing demand for mobile devices has generated a great interest in low cost, compact microwave and millimeter-wave antennas exhibiting high gain and wide bandwidth [1]. Microstrip patch antennas have demonstrated to be one of the most versatile antennas in recent years [2]. Nowadays, patches are probably the most used antennas in compact commercial designs [2]. The main advantages of these antennas are low profile, light weight, easy fabrication, integrability

---

S. Benkouda · M. Amir · T. Fortaki (✉)  
Electronics Department, University of Batna, 05000 Batna, Algeria  
e-mail: t\_fortaki@yahoo.fr

A. Benghalia  
Electronics Department, University of Constantine, 25000 Constantine, Algeria

with microwave and millimeter-wave integrated circuits and conformability to curved surfaces [3–6]. However, as typical disadvantages are their capability to resonate at a single frequency, narrow bandwidth and low gain [7].

The extremely low surface resistance in high  $T_c$  superconducting thin films facilitates the development of microwave and millimeter-wave devices with better performance than conventional devices. High  $T_c$  superconducting microstrip patch antennas have higher gain than their normal counterparts [8–12], but they suffer from the extremely narrow bandwidth, which severely limits their application [9, 10].

Stacked patches are one of the most common solutions adopted to increase the bandwidth of patch antennas [13–15], since the structure is as compact as the original (given that the thickness of the substrate is usually thin, and this is the only dimension that is increased) and the radiation pattern can keep its characteristics over all of the working frequency band [2]. Moreover, one can vary the basic configuration of this type of antenna by adding spacers, superstrates or multiple layers providing even more versatility to it [2]. Furthermore, stacked patches are useful in situations where the antenna is required to operate efficiently at two distinct frequencies (dual-frequency operation) [16–19].

In the current paper, we investigate the dual-frequency behavior of stacked high  $T_c$  superconducting microstrip patch antennas using a full-wave spectral domain technique in conjunction with the complex resistive boundary condition [10–12]. As in [18], we consider both the case where the top rectangular patch is longer than the bottom one and the opposite case. Note that for the case of stacked high  $T_c$  superconducting patches, other degrees of freedom contribute in the control of the dual-frequency behavior, which are the top and bottom patch thicknesses. Also in this paper, the influence of the temperature on the lower and upper resonances, bandwidth and quality factor of stacked high  $T_c$  superconducting rectangular patches is examined.

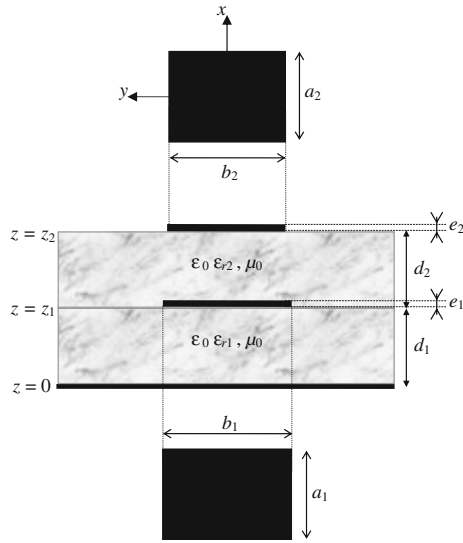
## 2 Formulation

Figure 1 shows the geometry of two stacked high  $T_c$  superconducting rectangular microstrip patches fabricated with the same superconducting material. The sizes of the bottom patch of thickness  $e_1$  and the top one of thickness  $e_2$  are, respectively,  $a_1 \times b_1$  and  $a_2 \times b_2$ . There is no offset between the two patches. The substrate is assumed to be made of two layers. The first (second) layer of thickness  $d_1$  ( $d_2$ ) is characterized by the free-space permeability  $\mu_0$  and the permittivity  $\epsilon_0 \epsilon_{r1}$  ( $\epsilon_0 \epsilon_{r2}$ ). In the theoretical formulation, we have considered that the two layers are not identical, but in Section 3, we consider that the substrate is assumed to be made of two layers of the same material ( $\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} = \epsilon_r$ ) and identical thickness ( $d_1 = d_2 = d$ ). All fields and currents are time harmonic with the  $e^{+i\omega t}$  time dependence suppressed. The transverse fields inside the  $j$ th layer ( $j=1, 2$ ) can be obtained via the inverse vector Fourier transform as [20]

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}_s, z) = \begin{bmatrix} E_x(\mathbf{r}_s, z) \\ E_y(\mathbf{r}_s, z) \end{bmatrix} = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{\mathbf{F}}(\mathbf{k}_s, \mathbf{r}_s) \cdot \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, z) dk_x dk_y \tag{1}$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}_s, z) = \begin{bmatrix} H_y(\mathbf{r}_s, z) \\ -H_x(\mathbf{r}_s, z) \end{bmatrix} = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{\mathbf{F}}(\mathbf{k}_s, \mathbf{r}_s) \cdot \mathbf{h}(\mathbf{k}_s, z) dk_x dk_y \tag{2}$$

**Fig. 1** Geometry of two stacked high  $T_c$  superconducting rectangular microstrip patches.



where  $\bar{\mathbf{F}}(\mathbf{k}_s, \mathbf{r}_s)$  is the kernel of the vector Fourier transform [20], and

$$\mathbf{e}(\mathbf{k}_s, z) = \left[ \begin{array}{c} \frac{i}{k_s} \frac{\partial \tilde{E}_z(\mathbf{k}_s, z)}{\partial z} \\ \frac{\omega \mu_0}{k_s} \tilde{H}_z(\mathbf{k}_s, z) \end{array} \right] = \mathbf{A}_j(\mathbf{k}_s) e^{-i k_{zj} z} + \mathbf{B}_j(\mathbf{k}_s) e^{i k_{zj} z} \quad (3)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{k}_s, z) = \left[ \begin{array}{c} \frac{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_{rj}}{k_s} \tilde{E}_z(\mathbf{k}_s, z) \\ \frac{i}{k_s} \frac{\partial \tilde{H}_z(\mathbf{k}_s, z)}{\partial z} \end{array} \right] = \bar{\mathbf{g}}_j(\mathbf{k}_s) \cdot [\mathbf{A}_j(\mathbf{k}_s) e^{-i k_{zj} z} - \mathbf{B}_j(\mathbf{k}_s) e^{i k_{zj} z}] \quad (4)$$

In Eqs. 3 and 4,  $\tilde{E}_z(\mathbf{k}_s, z)$  and  $\tilde{H}_z(\mathbf{k}_s, z)$  are the scalar Fourier transforms of  $E_z(\mathbf{r}_s, z)$  and  $H_z(\mathbf{r}_s, z)$ , respectively.  $\mathbf{A}_j$  and  $\mathbf{B}_j$  are two-component unknown vectors and

$$\bar{\mathbf{g}}_j(\mathbf{k}_s) = \text{diag} \left[ \frac{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_{rj}}{k_{zj}}, \frac{k_{zj}}{\omega \mu_0} \right], k_{zj} = (\varepsilon_{rj} k_0^2 - k_s^2)^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

with  $k_0^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0$  and  $k_{zj}$  is the propagation constant in the  $j$ th layer. Writing Eqs. 3 and 4 in the planes  $z=z_{j-1}$  and  $z=z_j$ , and by eliminating the unknowns  $\mathbf{A}_j$  and  $\mathbf{B}_j$ , we obtain the matrix form

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, z_j^-) \\ \mathbf{h}(\mathbf{k}_s, z_j^-) \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{T}}_j \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, z_{j-1}^+) \\ \mathbf{h}(\mathbf{k}_s, z_{j-1}^+) \end{bmatrix} \quad (6)$$

with

$$\bar{\mathbf{T}}_j = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{T}}_j^{11} & \bar{\mathbf{T}}_j^{12} \\ \bar{\mathbf{T}}_j^{21} & \bar{\mathbf{T}}_j^{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{I}} \cos \theta_j & -i \bar{\mathbf{g}}_j^{-1} \sin \theta_j \\ -i \bar{\mathbf{g}}_j \sin \theta_j & \bar{\mathbf{I}} \cos \theta_j \end{bmatrix} \quad (7)$$

which combines  $\mathbf{e}$  and  $\mathbf{h}$  on both sides of the  $j$ th layer as input and output quantities. In Eq. 7,  $\theta_j=k_z d_j$  and  $\bar{\mathbf{I}}$  stands for the  $2 \times 2$  unit matrix. The matrix  $\bar{\mathbf{T}}_j$  is the matrix representation of the  $j$ th layer in the (TM, TE) representation. The continuity equations for the tangential field components are

$$\mathbf{e}(\mathbf{k}_s, z_j^-) = \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, z_j^+) = \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, z_j), j = 1, 2 \tag{8}$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{k}_s, z_j^-) - \mathbf{h}(\mathbf{k}_s, z_j^+) = \delta_{j1} \mathbf{j}^1(\mathbf{k}_s) + \delta_{j2} \mathbf{j}^2(\mathbf{k}_s), j = 1, 2 \tag{9}$$

In Eq. 9,  $\mathbf{j}^1(\mathbf{k}_s)$  ( $\mathbf{j}^2(\mathbf{k}_s)$ ) is the vector Fourier transform of the current  $\mathbf{J}^1(\mathbf{r}_s)$  ( $\mathbf{J}^2(\mathbf{r}_s)$ ) on the bottom (top) patch [21], and  $\delta_{ji}$  ( $i=1, 2$ ) is the Kronecker symbol. Using Eqs. 6, 8 and 9 yields

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, d_1^+) \\ \mathbf{h}(\mathbf{k}_s, d_1^+) \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{T}}_1 \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, 0^+) \\ \mathbf{h}(\mathbf{k}_s, 0^+) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{j}^1(\mathbf{k}_s) \end{bmatrix} \tag{10}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, (d_1 + d_2)^+) \\ \mathbf{h}(\mathbf{k}_s, (d_1 + d_2)^+) \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{T}}_2 \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, d_1^+) \\ \mathbf{h}(\mathbf{k}_s, d_1^+) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{j}^2(\mathbf{k}_s) \end{bmatrix} \tag{11}$$

In the unbounded air region above the top patch of the stacked structure ( $d_1 + d_2 < z < \infty$  and  $\epsilon_r = 1$ ) the electromagnetic field given by Eqs. 3 and 4 should vanish at  $z \rightarrow +\infty$  according to Sommerfeld’s condition of radiation, this yields

$$\mathbf{h}(\mathbf{k}_s, (d_1 + d_2)^+) = \bar{\mathbf{g}}_0(\mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, (d_1 + d_2)^+) \tag{12}$$

where  $\bar{\mathbf{g}}_0(\mathbf{k}_s)$  can be easily obtained from the expression of  $\bar{\mathbf{g}}_j(\mathbf{k}_s)$  given in Eq. 5 by allowing  $\epsilon_{rj}=1$ . The transverse electric field must necessarily be zero at the plane  $z=0$ , so that we have

$$\mathbf{e}(\mathbf{k}_s, 0^-) = \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, 0^+) = \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, 0) = \mathbf{0} \tag{13}$$

From Eqs. 10–13, we obtain a relation among  $\mathbf{j}^1(\mathbf{k}_s)$ ,  $\mathbf{j}^2(\mathbf{k}_s)$ ,  $\mathbf{e}(\mathbf{k}_s, d_1)$  and  $\mathbf{e}(\mathbf{k}_s, d_1 + d_2)$  given by

$$\mathbf{e}(\mathbf{k}_s, d_1) = \bar{\mathbf{G}}^{11}(\mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{j}^1(\mathbf{k}_s) + \bar{\mathbf{G}}^{12}(\mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{j}^2(\mathbf{k}_s) \tag{14}$$

$$\mathbf{e}(\mathbf{k}_s, d_1 + d_2) = \bar{\mathbf{G}}^{21}(\mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{j}^1(\mathbf{k}_s) + \bar{\mathbf{G}}^{22}(\mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{j}^2(\mathbf{k}_s) \tag{15}$$

The four  $2 \times 2$  diagonal matrices  $\bar{\mathbf{G}}^{11}(\mathbf{k}_s)$ ,  $\bar{\mathbf{G}}^{12}(\mathbf{k}_s)$ ,  $\bar{\mathbf{G}}^{21}(\mathbf{k}_s)$  and  $\bar{\mathbf{G}}^{22}(\mathbf{k}_s)$  are the dyadic Green’s functions of the stacked configuration in the vector Fourier transform domain. It is to be noted that  $\bar{\mathbf{G}}^{11}(\mathbf{k}_s)$  is related to the bottom patch and  $\bar{\mathbf{G}}^{22}(\mathbf{k}_s)$  is related to the top patch.  $\bar{\mathbf{G}}^{12}(\mathbf{k}_s)$  and  $\bar{\mathbf{G}}^{21}(\mathbf{k}_s)$  characterize the interactions between the bottom patch and the top patch. These dyadic Green’s functions can be computed via the following explicit equations:

$$\bar{\mathbf{G}}^{11}(\mathbf{k}_s) = \bar{\mathbf{T}}_1^{-12} \cdot [\bar{\mathbf{g}}_0 \cdot \bar{\mathbf{T}}_2^{12} - \bar{\mathbf{T}}_2^{22}] \cdot [\bar{\mathbf{g}}_0 \cdot \bar{\Lambda}^{12} - \bar{\Lambda}^{22}]^{-1}, \bar{\Lambda} = \bar{\mathbf{T}}_2 \cdot \bar{\mathbf{T}}_1 \tag{16}$$

$$\bar{\mathbf{G}}^{12}(\mathbf{k}_s) = \bar{\mathbf{G}}^{21}(\mathbf{k}_s) = -\bar{\mathbf{T}}_1^{-12} \cdot [\bar{\mathbf{g}}_0 \cdot \bar{\Lambda}^{12} - \bar{\Lambda}^{22}]^{-1} \tag{17}$$

$$\bar{\mathbf{G}}^{22}(\mathbf{k}_s) = -\bar{\Lambda}^{-12} \cdot [\bar{\mathbf{g}}_0 \cdot \bar{\Lambda}^{12} - \bar{\Lambda}^{22}]^{-1} \tag{18}$$

It is worth noting that the new explicit expressions shown in Eqs. 16–18 allow the computation of the dyadic Green's functions easily using simple matrix multiplication. Another advantage is that no transformation is required when the Green's functions computed from Eqs. 16–18 are used in the vector Hankel transform analysis of stacked circular microstrip patches. Considering the superconducting effects, we need simply to modify Eqs. 14 and 15 by replacing  $\bar{\mathbf{G}}^{11}(\mathbf{k}_s)$  by  $\bar{\mathbf{G}}_s^{11}(\mathbf{k}_s) = \bar{\mathbf{G}}^{11}(\mathbf{k}_s) - Z_{s1} \cdot \bar{\mathbf{I}}$  and  $\bar{\mathbf{G}}^{22}(\mathbf{k}_s)$  by  $\bar{\mathbf{G}}_s^{22}(\mathbf{k}_s) = \bar{\mathbf{G}}^{22}(\mathbf{k}_s) - Z_{s2} \cdot \bar{\mathbf{I}}$ , where  $Z_{s1}$  and  $Z_{s2}$  are, respectively, the surface impedance of the bottom and top superconducting patches. When the thicknesses of the superconducting patches are less than three times the zero-temperature penetration depth ( $\lambda_0$ ),  $Z_{s1}$  and  $Z_{s2}$  can be expressed as follows [10–12]:

$$Z_{s1} = \frac{1}{\sigma e_1}, Z_{s2} = \frac{1}{\sigma e_2} \quad (19)$$

where  $\sigma$  is the complex conductivity of the superconducting films. It is determined by using London's equation and the Gorter-Casimir two-fluid model as [10–12]

$$\sigma = \sigma_n (T/T_c)^4 - i (1 - (T/T_c)^4) / (\omega \mu_0 \lambda_0^2) \quad (20)$$

where  $T$  is the temperature,  $T_c$  is the transition temperature,  $\sigma_n$  is the normal state conductivity at  $T=T_c$  and  $\omega$  is the angular frequency.

Using the technique known as the moment method, with weighting modes chosen identical to the expansion modes, Eqs. 14 and 15 are reduced to a system of linear equations which can be written compactly in matrix form as [22]

$$\bar{\mathbf{Z}} \cdot \mathbf{C} = \mathbf{0} \quad (21)$$

where  $\bar{\mathbf{Z}}$  is the impedance matrix and the elements of the vector  $\mathbf{C}$  are the mode expansion coefficients to be sought [22]. Note that each element of the impedance matrix  $\bar{\mathbf{Z}}$  is expressed in terms of a doubly infinite integral [22]. The system of linear equations given in Eq. 21 has non-trivial solutions when

$$\det[\bar{\mathbf{Z}}(\omega)] = 0 \quad (22)$$

Equation 22 is an eigenequation for  $\omega$ , from which the characteristics of the stacked structure of Fig. 1 can be obtained. In fact, let  $\omega = 2\pi(f_r + i f_i)$  be the complex root of Eq. 22. In that case, the quantity  $f_r$  stands for the resonant frequency, the quantity  $BW = 2f_i/f_r$  stands for the bandwidth and the quantity  $Q = f_r/(2f_i)$  stands for the quality factor. Once the complex resonant frequency is determined, the eigen vector corresponding to the minimal eigenvalue of the impedance matrix gives the coefficients of the currents on the patches. The currents are thus obtained in numerical form. These currents can be used for determining the electromagnetic field in each layer of Fig. 1 using Eqs. 1–4 and 13–15.

Note that for the case of electrically thin substrates, only the z component of the electric field and the transverse component of the magnetic field (TM propagating waves) exist in each dielectric layer of the two-layered substrate.

The polarization of an antenna refers to the polarization of the electric field vector of the radiated wave [23]. Consequently, before studying the polarization, it is necessary to first calculate the radiated field. Using the stationary phase method [24, 25], we can obtain the

radiation electric field of the structure shown in Fig. 1 in terms of the transverse electric field at the plane  $z=d_1+d_2$  as follows:

$$\begin{bmatrix} E_{\theta'}(r', \theta', \phi') \\ E_{\phi'}(r', \theta', \phi') \end{bmatrix} = ik_0 \frac{e^{-ik_0 r'}}{2\pi r'} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & \cos \theta' \end{bmatrix} \cdot \mathbf{e}(\mathbf{k}_s, d_1 + d_2) \tag{23}$$

where  $\{r', \theta', \phi'\}$  is a local set of spherical coordinates defined with respect to the Cartesian system  $\{x' \equiv x, y' \equiv y, z' \equiv z\}$  with an origin placed at the plane  $z=d_1+d_2$  of Fig. 1. Substituting Eq. 15 into Eq. 23 yields

$$\begin{bmatrix} E_{\theta'}(r', \theta', \phi') \\ E_{\phi'}(r', \theta', \phi') \end{bmatrix} = ik_0 \frac{e^{-ik_0 r'}}{2\pi r'} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & \cos \theta' \end{bmatrix} \cdot \left\{ \overline{\mathbf{G}}^{21}(\mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{j}^1(\mathbf{k}_s) + \overline{\mathbf{G}}_s^{22}(\mathbf{k}_s) \cdot \mathbf{j}^2(\mathbf{k}_s) \right\} \tag{24}$$

In Eqs. 23 and 24, the stationary values of  $k_x$  and  $k_y$  are given by

$$k_x = -k_0 \sin \theta' \cos \phi' \tag{25}$$

$$k_y = -k_0 \sin \theta' \sin \phi' \tag{26}$$

It is clear from Eq. 24 that the radiation electric field depends on the bottom patch current as well as on the top patch current. To conclude this section, we point out that the stacked patches with a single feed produces linearly polarized radiation. If circular polarization is desired, the most directed approach is to use two feeds located geometrically  $90^\circ$  apart and with a relative phase shift of  $90^\circ$  [26]. This arrangement excites two orthogonal modes, each providing a linearly polarized wave at right angles to each other and at phase quadrature [26]. Circular polarization can also be produced by altering the shape of patches (geometrical deformation) [26, 27].

### 3 Results and discussion

#### 3.1 Validation of the proposed approach

Although the full-wave analysis can give results for several resonant modes [28], only results for the  $TM_{01}$  mode are presented in this study. The choice of the basis functions is of prime importance as it conditions the stability and convergence of the moment method. This choice is dictated by physical considerations such as entire domain and edge condition of the patch current [4]. The space-domain basis functions for approximating the bottom patch current and the top patch current are chosen to be the TM current modes of two magnetic-wall rectangular cavities with dimensions  $a_1 \times b_1$  and  $a_2 \times b_2$ , respectively. Through numerical convergence checks, it is found that only one mode per patch suffices to obtain convergent results. Unlike single-layer microstrip antennas, some spurious resonances are found in the stacked configuration. This result is in accordance with that discovered by Fan and Lee [29]. In effect, Fan and Lee have shown that stacked circular-disk and annular-ring microstrip antennas have some spurious

resonances [29]. However, there are no spurious resonances for the case of single-layer circular-disk and annular-ring microstrip antennas [29]. When evaluating the elements of the impedance matrix  $\bar{Z}$ , the integrands for the integrals are singular [30]. The integrals are evaluated numerically along an integration path deformed above the real axis (in the complex  $k_s$  plane) to avoid the singularities (see Fig. 2) [30]. The resonant frequencies are complex and have a small positive imaginary part [30]. The spurious resonances are characterized by a negative imaginary part and consequently one cannot confuse them with the resonant frequencies of the stacked structure. Alternatively, we can also use the magnetic wall cavity model [8], which is a simple analytical model, together with the work in [18], for the distinction between the spurious resonances and the resonant frequencies of the stacked patches.

In order to confirm the computation accuracy, our numerical results are compared with those obtained from the magnetic-wall cavity model [8] for the patches shown in Fig. 1 when they are not in the presence of each other. The two patches are fabricated with a YBCO superconducting thin film with parameters  $\sigma_n=10^6$  S/m,  $\lambda_0=140$  nm,  $T_c=89$  K and  $e_1=e_2=350$  nm. The operating temperature is  $T=50$  K. Table 1 summarizes our computed resonant frequencies and those obtained via the magnetic-wall cavity model [8] for three different cases and differences between these two results of less than 3% are obtained. As a consequence, very good agreement between our results and those of the literature is achieved. This validates the theory proposed in this paper.

### 3.2 Influence of the temperature on the lower and upper resonant frequencies

Numerical results are obtained for the stacked structure shown in Fig. 1. The patches are fabricated using a YBCO superconducting thin film with parameters  $\sigma_n=10^6$  S/m,  $\lambda_0=140$  nm,  $T_c=89$  K and  $e_1=e_2=35$  nm. The rectangular patches of identical size ( $a_1 \times b_1 = a_2 \times b_2 = 1560 \mu\text{m} \times 702 \mu\text{m}$ ) are printed on a lanthanum aluminate substrate of thickness  $2d=174 \mu\text{m}$ . The variation of the permittivity of the lanthanum aluminate substrate with the variation of the temperature, as indicated by the experiment of Richard’s *et al.* [8], is taken into account in the present subsection. Due to the presence of the top patch in the stacked configuration, two resonances associated with the two constitutive resonators of the stacked structure are obtained. The lower resonance is noted  $f_l$  while the upper resonance is noted  $f_u$ . Figure 3 shows the lower and upper resonant frequencies against the operating temperature. From the results of Fig. 3, it can be observed that increasing the temperature will decrease the lower and upper resonant frequencies. This decrease is significant for temperatures near the transition temperature. Also, another point of particular interest is the possibility of widening the separation between  $f_l$  and  $f_u$  by decreasing the operating temperature. As an example, in the case of  $T=87$  K, the separation between the upper and lower resonances is 7.17% of the lower resonant frequency. For  $T=70$  K, there is now a 11.36% separation between the upper and lower resonant frequencies.

**Fig. 2** The integration path in the complex  $k_s$  plane.



**Table 1** Comparison of our calculated resonant frequencies with those obtained via the magnetic wall cavity model [8] for the patches shown in Fig. 1 when they are not in the presence of each other;  $a_1=a_2=2900 \mu\text{m}$ ,  $\epsilon_r=1$ ,  $d=20.5 \mu\text{m}$ ,  $e_1=e_2=350 \text{ nm}$ ,  $\sigma_n=10^6 \text{ S/m}$ ,  $\lambda_0=140 \text{ nm}$ ,  $T_c=89 \text{ K}$  and  $T=50 \text{ K}$ .

$b_1 (\mu\text{m}) \times b_2 (\mu\text{m})$	Resonant frequencies (GHz)			
	Magnetic wall cavity model [8]		Results of the present work	
	Top patch absent	Bottom patch absent	Top patch absent	Bottom patch absent
2500 x 3250	59.537	45.781	58.651	44.769
3420 x 2675	43.569	55.547	43.042	54.121
3930 x 3000	37.930	49.570	37.509	48.405

### 3.3 Effects of patches thicknesses on the dual-frequency behavior

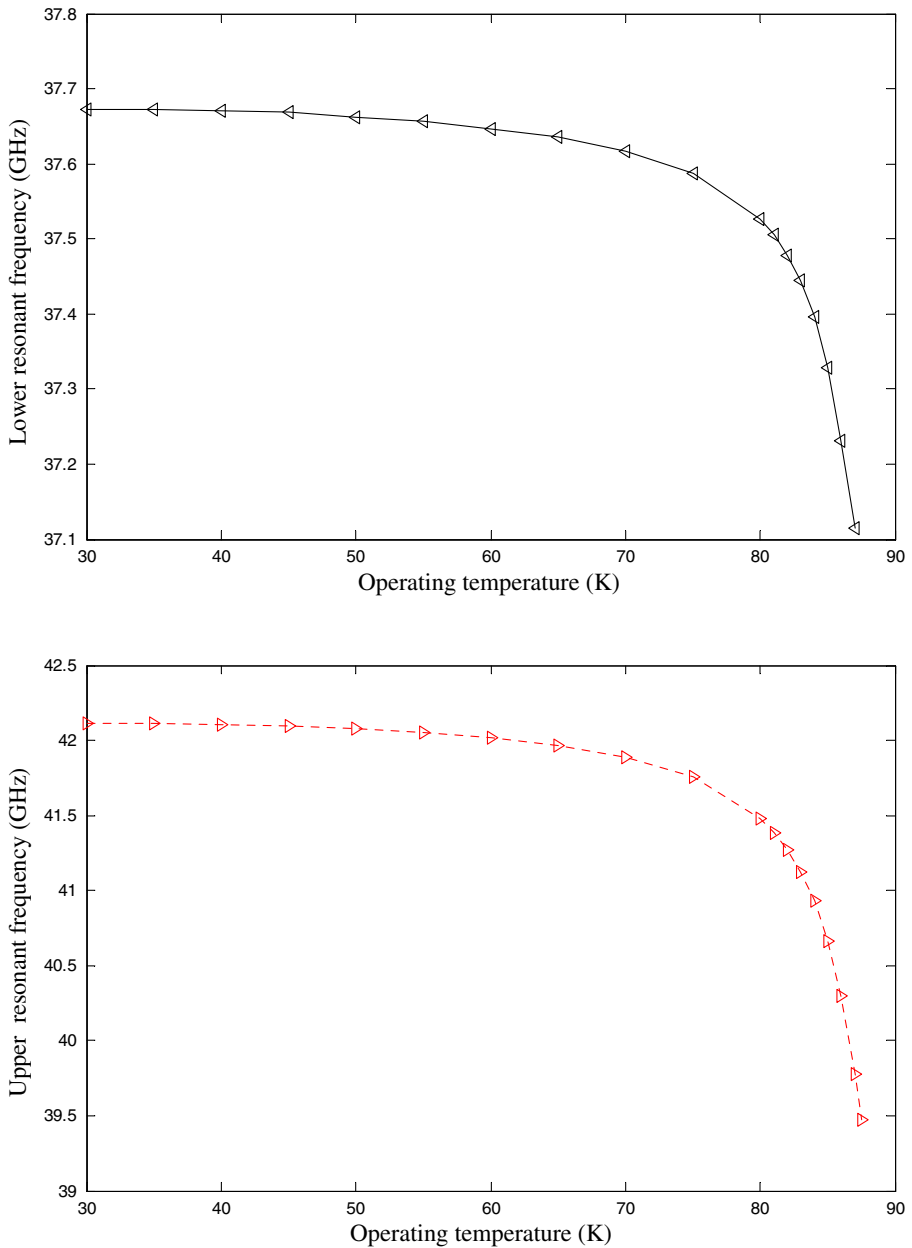
#### 3.3.1 Effects of patches thicknesses on the dual-frequency behavior when $b_2 < b_1$

In Fig. 4a, b, results are presented for the lower and upper resonant frequencies of stacked high  $T_c$  superconducting rectangular patches against normalized thickness of bottom (top) patch. The size of the bottom patch is  $a_1 \times b_1 = 1560 \mu\text{m} \times 702 \mu\text{m}$ , the top patch has the same length and its width is slightly smaller ( $700 \mu\text{m}$ ). The superconducting material characteristics are:  $\sigma_n = 9.83 \cdot 10^5 \text{ S/m}$ ,  $\lambda_0 = 100 \text{ nm}$ ,  $T_c = 89 \text{ K}$ . The operating temperature is  $T = 50 \text{ K}$ . The substrate is composed of two layers with parameters  $\epsilon_r = 23.81$  and  $d = 87 \mu\text{m}$ . In Fig. 4a, b, the top (bottom) patch thickness is maintained constant, whereas, the bottom (top) patch thickness is varied. It is observed from Fig. 4a that when the bottom patch thickness grows, the lower resonant frequency increases, whereas, this last is not affected by the variation of the top patch thickness as indicated in Fig. 4b. This can be explained by the fact that when  $b_2 < b_1$ , the lower resonance is associated with the resonator formed by the bottom patch and the ground plane [18]. It is also observed from Fig. 4a and b that the upper resonant frequency is affected by the variation of the bottom patch thickness as well as by the variation of the top patch thickness. This is expected since when  $b_2 < b_1$ , the upper resonance is associated with the resonator formed by the two patches [18].

#### 3.3.2 Effects of patches thicknesses on the dual-frequency behavior when $b_2 > b_1$

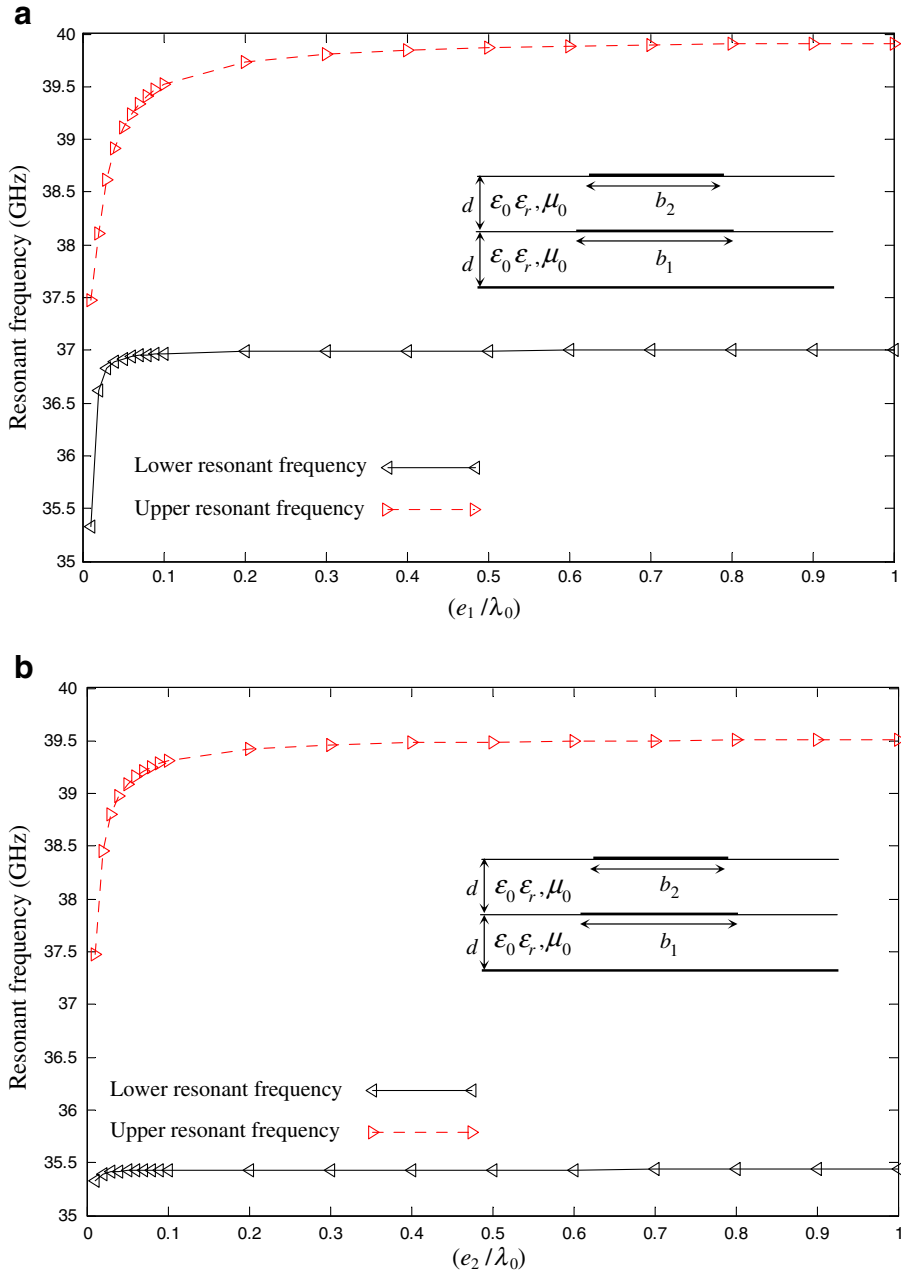
In Fig. 5a and b, the effects of patches thicknesses on the lower and upper resonant frequencies of stacked high  $T_c$  superconducting rectangular patches are also investigated. In these Figs, the size of the bottom patch is  $a_1 \times b_1 = 1560 \mu\text{m} \times 702 \mu\text{m}$ , the top patch has the same length and its width is slightly larger ( $704 \mu\text{m}$ ). In Fig. 5a, b, the top (bottom) patch thickness is maintained constant, whereas, the bottom (top) patch thickness is varied. It is seen from Fig. 5a that when the bottom patch thickness increases, the lower resonant frequency increases, whereas, it remains almost constant when the top patch thickness grows as shown in Fig. 5b. Although when  $b_2 > b_1$ , the lower resonance is associated with the resonator formed by the top patch and the ground plane [18], it is important to note that the electromagnetic field configuration in this resonator is strongly influenced by the bottom patch, which is located inside this resonator. It is also seen from Fig. 5a and b that the upper resonant frequency is affected by the variation of



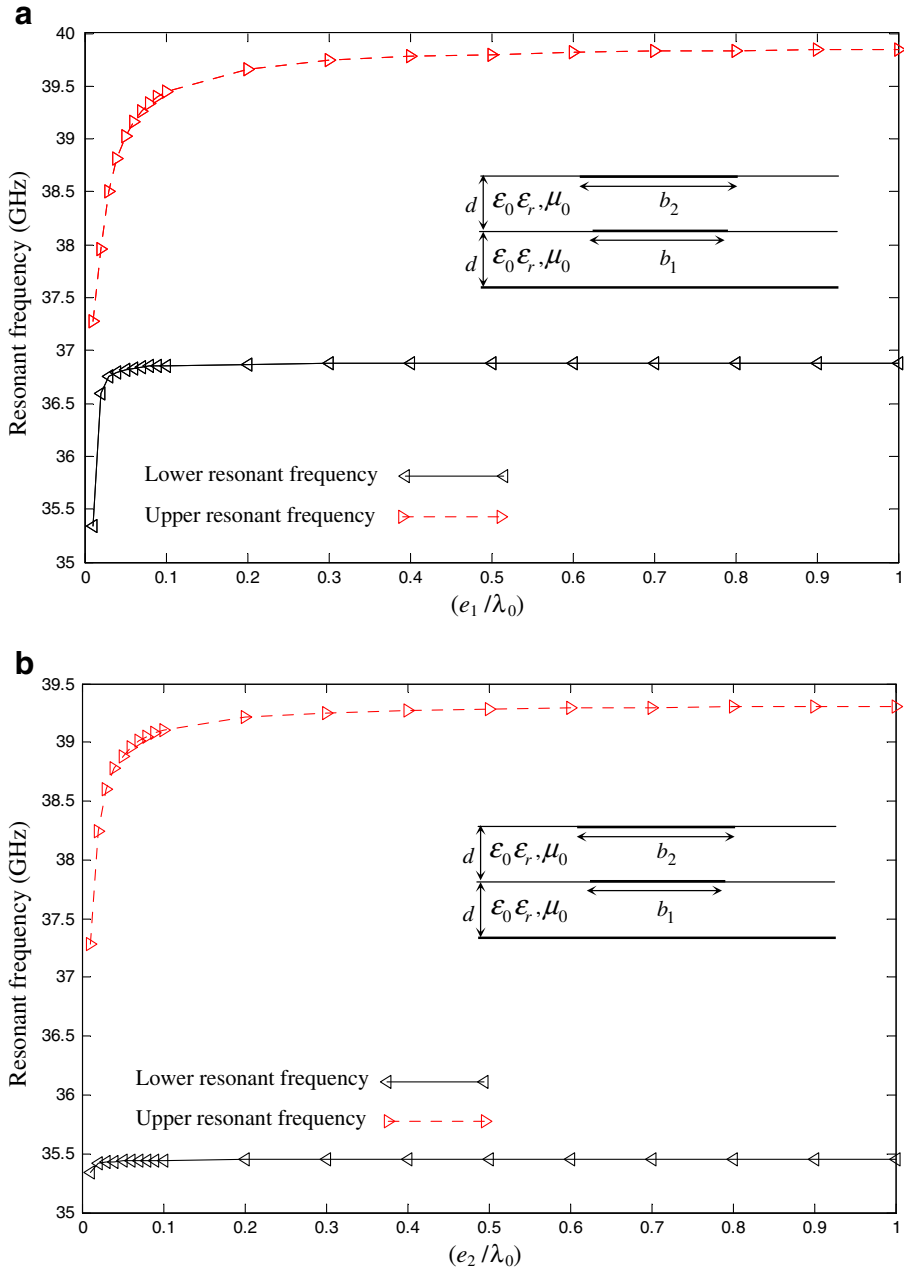


**Fig. 3** Lower and upper resonant frequencies of the high  $T_c$  superconducting microstrip stacked patches against operating temperature;  $a_1 \times b_1 = a_2 \times b_2 = 1560 \mu\text{m} \times 702 \mu\text{m}$ ,  $d=87 \mu\text{m}$ ,  $e_1=e_2=35 \text{ nm}$ ,  $\sigma_n=10^6 \text{ S/m}$ ,  $\lambda_0=140 \text{ nm}$  and  $T_c=89 \text{ K}$ .

the bottom patch thickness as well as by the variation of the top patch thickness. This last result can be explained by the fact that when  $b_2 > b_1$ , the upper resonance is related to the bottom patch and it is significantly perturbed by the fringing fields of the top patch [18].



**Fig. 4** **a** Variations of resonant frequencies of the high  $T_c$  superconducting microstrip stacked patches with bottom patch thickness when  $b_2 < b_1$ ;  $a_1 \times b_1 = 1560 \mu\text{m} \times 702 \mu\text{m}$ ,  $a_2 \times b_2 = 1560 \mu\text{m} \times 700 \mu\text{m}$ ,  $\epsilon_r = 23.81$ ,  $d = 87 \mu\text{m}$ ,  $e_2 = 1 \text{ nm}$ ,  $\sigma_n = 9.83 \cdot 10^5 \text{ S/m}$ ,  $\lambda_0 = 100 \text{ nm}$ ,  $T_c = 89 \text{ K}$  and  $T = 50 \text{ K}$ . **b** Variations of resonant frequencies of the high  $T_c$  superconducting microstrip stacked patches with top patch thickness when  $b_2 < b_1$ ;  $a_1 \times b_1 = 1560 \mu\text{m} \times 702 \mu\text{m}$ ,  $a_2 \times b_2 = 1560 \mu\text{m} \times 700 \mu\text{m}$ ,  $\epsilon_r = 23.81$ ,  $d = 87 \mu\text{m}$ ,  $e_1 = 1 \text{ nm}$ ,  $\sigma_n = 9.83 \cdot 10^5 \text{ S/m}$ ,  $\lambda_0 = 100 \text{ nm}$ ,  $T_c = 89 \text{ K}$  and  $T = 50 \text{ K}$ .



**Fig. 5** **a** Variations of resonant frequencies of the high  $T_c$  superconducting microstrip stacked patches with bottom patch thickness when  $b_2 > b_1$ ;  $a_1 \times b_1 = 1560 \mu\text{m} \times 702 \mu\text{m}$ ,  $a_2 \times b_2 = 1560 \mu\text{m} \times 704 \mu\text{m}$ ,  $\epsilon_r = 23.81$ ,  $d = 87 \mu\text{m}$ ,  $e_2 = 1 \text{ nm}$ ,  $\sigma_n = 9.83 \cdot 10^5 \text{ S/m}$ ,  $\lambda_0 = 100 \text{ nm}$ ,  $T_c = 89 \text{ K}$  and  $T = 50 \text{ K}$ . **b** Variations of resonant frequencies of the high  $T_c$  superconducting microstrip stacked patches with top patch thickness when  $b_2 > b_1$ ;  $a_1 \times b_1 = 1560 \mu\text{m} \times 702 \mu\text{m}$ ,  $a_2 \times b_2 = 1560 \mu\text{m} \times 704 \mu\text{m}$ ,  $\epsilon_r = 23.81$ ,  $d = 87 \mu\text{m}$ ,  $e_1 = 1 \text{ nm}$ ,  $\sigma_n = 9.83 \cdot 10^5 \text{ S/m}$ ,  $\lambda_0 = 100 \text{ nm}$ ,  $T_c = 89 \text{ K}$  and  $T = 50 \text{ K}$ .

### 3.4 Influence of the temperature on the bandwidth and quality factor

The influence of the operating temperature on the bandwidth and quality factor of the stacked high  $T_c$  superconducting rectangular microstrip patches shown in Fig. 1 is investigated in Fig. 6. The parameters of the antenna are identical to those used in Fig. 3. Note that the variation of the permittivity of the lanthanum aluminate substrate with the variation of the temperature, as indicated by the experiment of Richard’s *et al.* [8], is taken into account in our calculations. The superconducting antenna operates at the lower resonant frequency. It is observed from Fig. 6a that the effect of varying the temperature on the bandwidth is significant only for temperatures near the transition temperature. This behavior agrees with that discovered experimentally by Richard’s *et al.* [8] for single-layer superconducting microstrip antennas. As an example, when the operating temperature is varied from  $T=84$  K to  $T=87$  K, the bandwidth increases from 1.379% to 3.182% for a large fractional change of 130.75%. In Fig. 6b, we study the effect of the temperature on the quality factor of the stacked high  $T_c$  superconducting rectangular microstrip patches. It can be observed that increasing the temperature will decrease the quality factor. This decrease is significant for temperatures near the transition temperature.

### 3.5 Characteristics of the lower and upper resonances

In this subsection, for a better comprehension of the dual-frequency operation, we compare between the characteristics of the lower and upper resonances. We consider the third structure studied in Table 1, i.e.,  $a_1 \times b_1 = 2900 \mu\text{m} \times 3930 \mu\text{m}$ ,  $a_2 \times b_2 = 2900 \mu\text{m} \times 3000 \mu\text{m}$ ,  $\epsilon_r=1$ ,  $d=20.5 \mu\text{m}$ ,  $e_1=e_2=350 \text{ nm}$ ,  $\sigma_n=10^6 \text{ S/m}$ ,  $\lambda_0=140 \text{ nm}$ ,  $T_c=89 \text{ K}$  and  $T=50 \text{ K}$ . For the case of the lower resonance, the complex resonant frequency and the surface current densities on the bottom and top patches are

$$f_l^c = 37.503 + i 5.825 \times 10^{-2}[\text{GHz}] \tag{27}$$

$$J_y^1(x, y) = 0.994 \cos(254.453 \pi y)[\text{A/m}] \tag{28a}$$

$$J_x^1(x, y) = 0[\text{A/m}] \tag{28b}$$

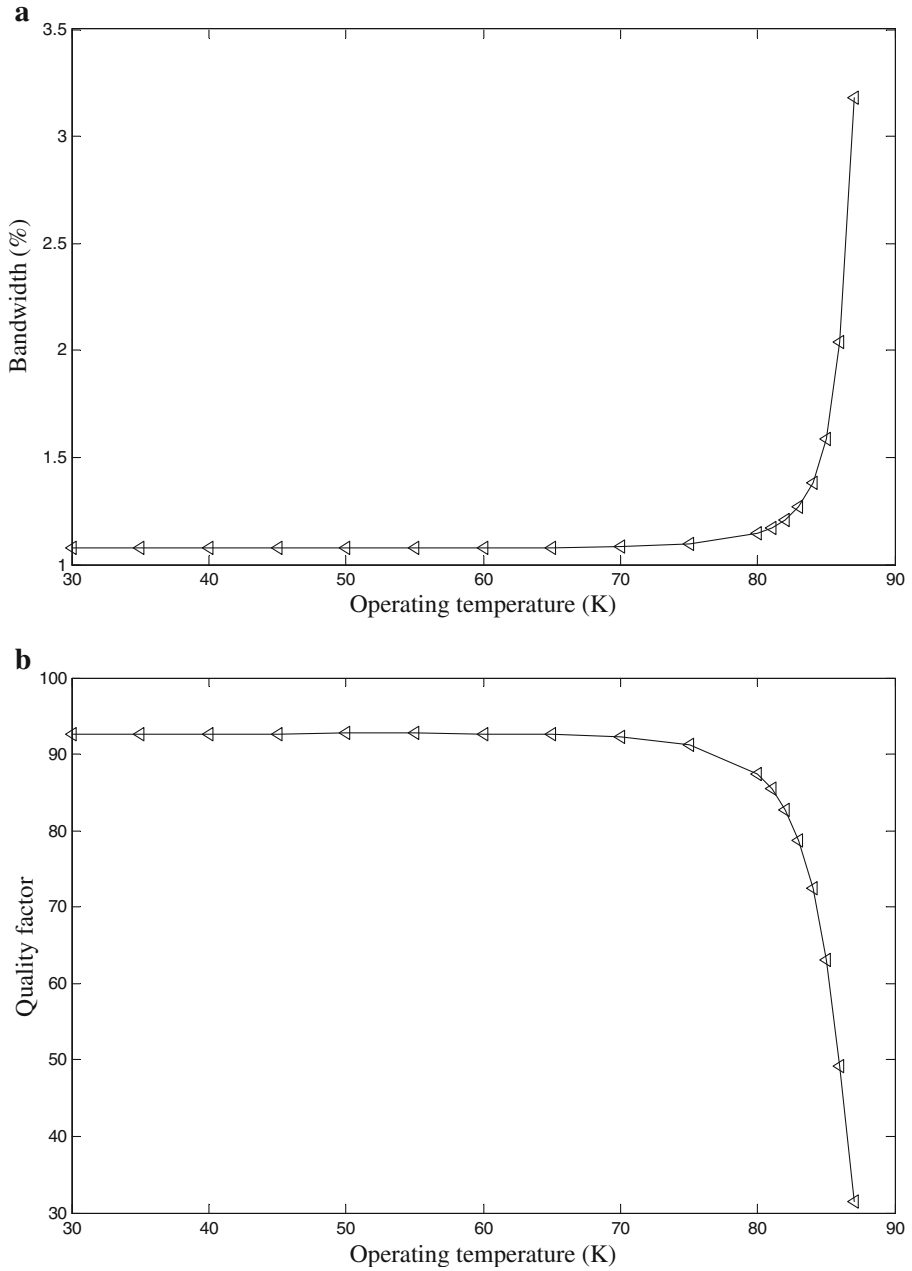
$$J_y^2(x, y) = 0.016 \cos(333.333 \pi y)[\text{A/m}] \tag{29a}$$

$$J_x^2(x, y) = 0[\text{A/m}] \tag{29b}$$

For the case of the upper resonance, the complex resonant frequency and the surface current densities on the bottom and top patches are

$$f_u^c = 55.617 + i 18.246 \times 10^{-2}[\text{GHz}] \tag{30}$$

$$J_y^1(x, y) = 0.527 \cos(254.453 \pi y)[\text{A/m}] \tag{31a}$$



**Fig. 6** Bandwidth and quality factor of the high  $T_c$  superconducting microstrip stacked patches against operating temperature. The antenna operates at the lower resonant frequency;  $a_1 \times b_1 = a_2 \times b_2 = 1560 \mu\text{m} \times 702 \mu\text{m}$ ,  $d=87 \mu\text{m}$ ,  $e_1 = e_2 = 35 \text{ nm}$ ,  $\sigma_n = 10^6 \text{ S/m}$ ,  $\lambda_0=140 \text{ nm}$  and  $T_c=89 \text{ K}$ .

$$J_x^1(x, y) = 0[\text{A/m}] \tag{31b}$$

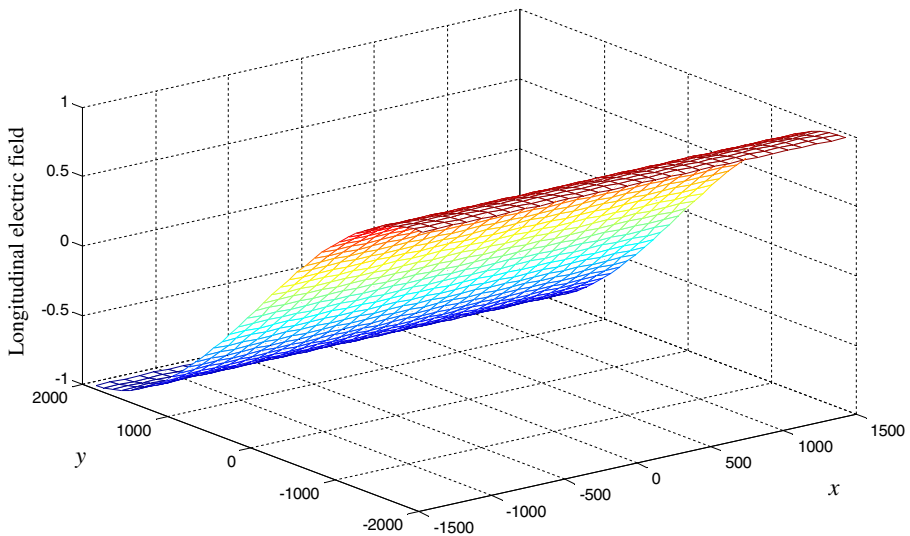
$$J_y^2(x, y) = 0.849 \cos(333.333 \pi y)[\text{A/m}] \tag{32a}$$

$$J_x^2(x, y) = 0[\text{A/m}] \tag{32b}$$

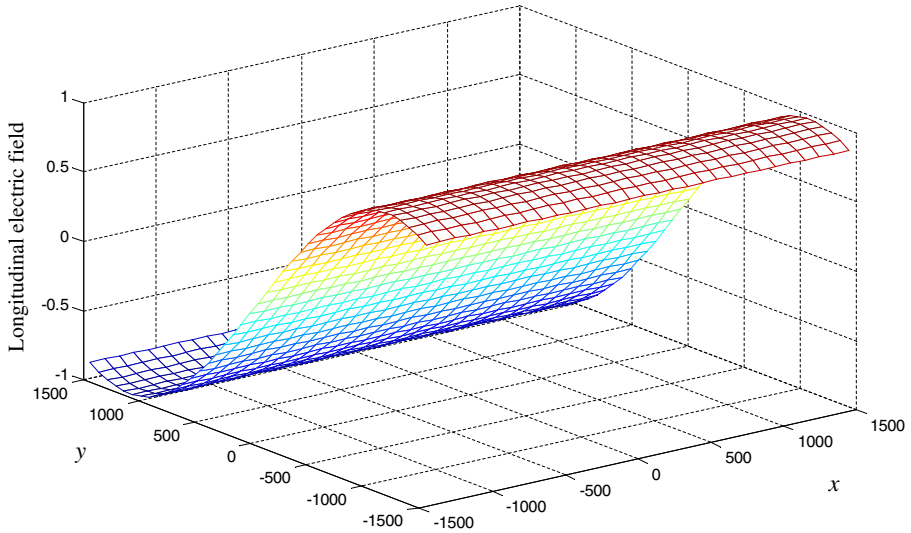
From the results of Table 1 and Eq. 27, it is clear that the lower resonant frequency ( $f_l=37.503$  GHz) is very close to the resonant frequency of the isolated bottom patch (37.509 GHz). This means that the lower resonant frequency is associated with the resonator formed by the bottom patch and the ground plane. We have also investigated the field structure in this resonator. Figure 7 shows the normalized longitudinal electric field in the resonator formed by the bottom patch and the ground plane when the antenna operates at the lower resonance. It is observed from Fig. 7 that the structure of the electric field is similar to that of a conventional microstrip antenna (microstrip antenna with single patch) [26]. This is expected since the current on the top patch being very weak does not affect significantly the fields inside the resonator formed by the bottom patch and the ground plane.

Concerning the upper resonant frequency, it is associated with the resonator formed by the two patches. Although the resonant length of this last resonator is  $b_2$ , the value of the upper resonant frequency ( $f_u=55.617$  GHz) is different from that of the isolated top patch (48.405 GHz). This can be explained by the fact that when the antenna operates at the upper resonant frequency, the configuration of the fields inside the resonator formed by the two patches is significantly perturbed by the fringing fields at the perimeter of the bottom patch (see Fig. 8).

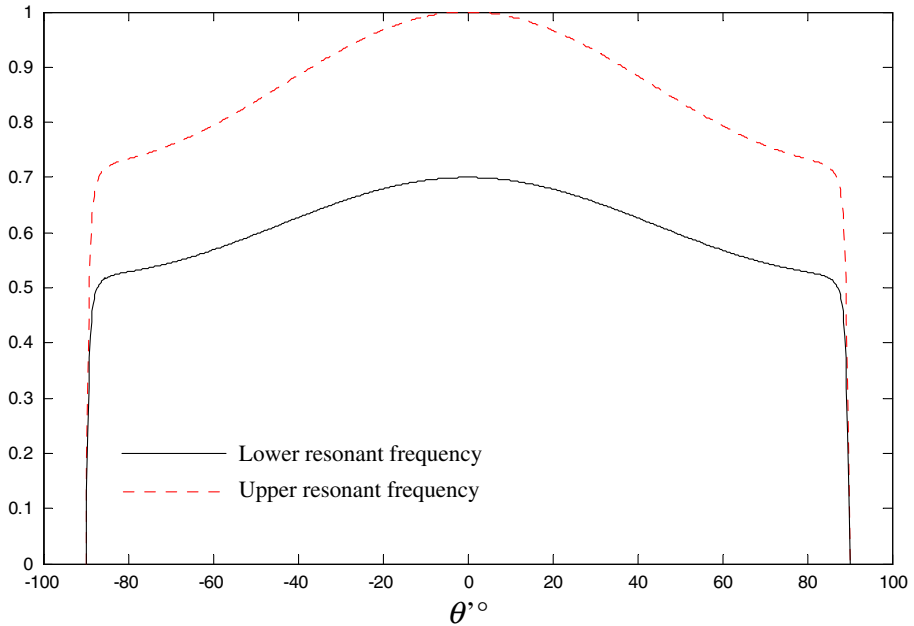
We finish this section by a comparison between the radiated electric field at the lower resonant frequency ( $f_l=37.503$  GHz) and the one obtained when the antenna operates at the upper resonant frequency ( $f_u=55.617$  GHz). The considered plane is the principal plane  $\phi' = \frac{\pi}{2}$ . From the results of Fig. 9, it is observed that the radiated electric field remains important along the horizon ( $\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}$ ) for the lower resonant frequency as well as for the upper resonant frequency. It is also observed from Fig. 9 that the antenna



**Fig. 7** Normalized longitudinal electric field in the resonator formed by the bottom patch and the ground plane when the antenna operates at the lower resonance  $f_l=37.503$  GHz;  $a_1 \times b_1 = 2900 \mu\text{m} \times 3930 \mu\text{m}$ ,  $a_2 \times b_2 = 2900 \mu\text{m} \times 3000 \mu\text{m}$ ,  $\epsilon_r=1$ ,  $d=20.5 \mu\text{m}$ ,  $e_1 = e_2 = 350 \text{ nm}$ ,  $\sigma_n = 10^6 \text{ S/m}$ ,  $\lambda_0=140 \text{ nm}$ ,  $z=10.25 \mu\text{m}$ ,  $T_c=89 \text{ K}$  and  $T=50 \text{ K}$ .



**Fig. 8** Normalized longitudinal electric field in the resonator formed by the two patches when the antenna operates at the upper resonance  $f_u=55.617$  GHz;  $a_1 \times b_1 = 2900 \mu\text{m} \times 3930 \mu\text{m}$ ,  $a_2 \times b_2 = 2900 \mu\text{m} \times 3000 \mu\text{m}$ ,  $\epsilon_r=1$ ,  $d=20.5 \mu\text{m}$ ,  $e_1 = e_2 = 350 \text{ nm}$ ,  $\sigma_n = 10^6 \text{ S/m}$ ,  $\lambda_0=140 \text{ nm}$ ,  $z=30.75 \mu\text{m}$ ,  $T_c=89 \text{ K}$  and  $T=50 \text{ K}$ .



**Fig. 9** Comparison between the radiated electric field at the lower resonant frequency ( $f_l = 37.503$  GHz) and the one obtained when the antenna operates at the upper resonant frequency ( $f_u = 55.617$  GHz);  $a_1 \times b_1 = 2900 \mu\text{m} \times 3930 \mu\text{m}$ ,  $a_2 \times b_2 = 2900 \mu\text{m} \times 3000 \mu\text{m}$ ,  $\epsilon_r=1$ ,  $d=20.5 \mu\text{m}$ ,  $e_1 = e_2 = 350 \text{ nm}$ ,  $\sigma_n = 10^6 \text{ S/m}$ ,  $\lambda_0=140 \text{ nm}$ ,  $T_c=89 \text{ K}$ ,  $T=50 \text{ K}$  and  $\phi' = \frac{\pi}{2}$ .

radiates more efficiently when it operates at the upper resonant frequency. This result agrees with that discovered theoretically for stacked perfectly conducting rectangular microstrip patches [31].

#### 4 Conclusion

The dual-frequency behavior of two stacked high  $T_c$  superconducting patches has been investigated. The analysis has been based on a full electromagnetic wave model with London's equations and the Gorter-Casimir two-fluid model. New explicit expressions have been developed allowing the computation of the dyadic Green's functions of the stacked configuration easily by using simple matrix multiplications. These new expressions can be easily generalized to the case of stacked multilayered structures involving more than two radiating patches. The stationary phase technique has been used for computing the radiation electric field. Our numerical results obtained via Galerkin's method in the vector Fourier transform domain have been compared with those obtained from the magnetic-wall cavity model and very good agreement has been found. Numerical results have shown that the influence of the operating temperature on the lower and upper resonant frequencies, bandwidth and quality factor of the stacked high  $T_c$  superconducting patches is especially significant for temperatures near the transition temperature. Other results also have indicated that the decrease of the temperature constitutes a very efficient tool for widening the separation between the upper and lower resonances. It has been also found that whatever the relative sizes of the superconducting patches in the stacked configuration, the upper resonant frequency is affected by the variation of the bottom patch thickness as well as by the variation of the top patch thickness. On the other hand, the lower resonant frequency is sensitive only to the variation of the bottom patch thickness when both the thicknesses of the two stacked high  $T_c$  superconducting patches vary. Finally, we have shown that the superconducting antenna radiates more efficiently when it operates at the upper resonant frequency. This last result agrees with that discovered theoretically for stacked perfectly conducting rectangular microstrip patches [31].

#### References

1. S. K. Pavuluri, C. Wang, A. J. Sangster, *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **58**, 3616 (2010).
2. O. Q. Teruel, Z. Sipus, E. R. Iglesias, *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **59**, 1031 (2011).
3. T. Fortaki, L. Djouane, F. Chebbara, A. Benghalia, *International Journal of Electronics* **95**, 989 (2008).
4. D. Khedrouche, F. Bouttout, T. Fortaki, A. Benghalia, *Engineering Analysis with Boundary Elements* **33**, 930 (2009).
5. S. Benkouda, T. Fortaki, in *Progress In Electromagnetics Research Symposium*, Marrakesh, Morocco, 239 (2011).
6. F. Zhao, T. T. Liu, Z. P. Qian, *Progress In Electromagnetics Research C* **20**, 95 (2011).
7. S. Shekhawat, P. Sekra, D. Bhatnagar, V. K. Saxena, J. S. Saini, *IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett.* **9**, 910 (2010).
8. M. A. Richard, K. B. Bhasin, P. C. Claspy, *IEEE Trans. Antennas Propagat.* **41**, 967 (1993).
9. S. Liu, B. Guan, *Electron. Lett.* **41**, (2005).
10. O. Barkat, A. Benghalia, *J Infrared Milli Terahz Waves* **30**, 1053 (2009).
11. F. Chebbara, S. Benkouda, T. Fortaki, *J Infrared Milli Terahz Waves* **31**, 821 (2010).
12. F. Benmeddour, C. Dumond, F. Benabdelaziz, F. Bouttout, *Progress In Electromagnetics Research C* **18**, 169 (2011).
13. S. E. Valavan, A. B. Yang, A. Yarovoy, L. P. Ligthart, in *5th European Radar Conference*, Amsterdam, The Netherlands, 200 (2008).



14. A. S. Elkorany, A. A. Sharshar, S. M. Elhalafawy, in 3 rd European Conference on Antennas and Propagation, 1464 (2009).
15. J. Gao, K. Li, H. Harada, in IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium, 1 (2010).
16. J. Anguera, C. Puente, C. Borja, N. Delbene, J. Soler, IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett. **2**, 36 (2003).
17. M. T. Islam, N. Misran, M. N. Shakib, B. Yatim, in International Symposium on Parallel and Distributed Processing with Applications, 547 (2008).
18. T. Fortaki, L. Djouane, F. Chebara, A. Benghalia, IEEE Antennas Wireless Propagat. Lett. **7**, 310 (2008).
19. L. Han, W. Zhang, X. Chen, G. Han, R. Ma, IEEE Trans. Antennas Propagat. **58**, 1387 (2010).
20. W. C. Chew, T. M. Habashy, IEEE Trans. Antennas Propagat. **Ap-34**, 871 (1986).
21. S. Benkouda, T. Fortaki, in Progress In Electromagnetics Research Symposium, Marrakesh, Morocco, 578 (2011).
22. T. Fortaki, D. Khedrouche, F. Bouttout, A. Benghalia, Communications in Numerical Methods in Engineering **20**, 489 (2004).
23. D. M. Pozar, Microwave Engineering. (Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1990), pp. 663–670.
24. R. E. Collin, Antennas and Radiowave Propagation. (McGraw-Hill, New York, 1985).
25. V. Losada, R. R. Boix, M. Horno, IEEE Trans. Microwave Theory Tech. **47**, 488 (1999).
26. K. F. Lee, J. S. Dahele, in Handbook of Microstrip Antennas, ed. by J. R. James, P. S. Hall (Peter Peregrinus, London, 1989), p. 111.
27. K. L. Chung, A. S. Mohan, IEEE Trans. Antennas Propagat. **52**, 1365 (2004).
28. T. Fortaki, A. Benghalia, Microwave Opt. Technol. Lett. **41**, 496 (2004).
29. Z. Fan, K. F. Lee, IEEE Trans. Antennas Propagat. **39**, 867 (1991).
30. T. Fortaki, D. Khedrouche, F. Bouttout, A. Benghalia, Communications in Numerical Methods in Engineering **21**, 219 (2005).
31. T. Fortaki, S. Benkouda, F. Chebbara, D. Arar, in International Conference on Electronics Systems, Batna, Algeria, 183 (2009).

# Study of High $T_c$ Superconducting Microstrip Antenna

T. Fortaki<sup>1</sup>, M. Amir<sup>1</sup>, S. Benkouda<sup>1</sup>, and A. Benghalia<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Electronics Department, University of Batna, Algeria

<sup>2</sup>Electronics Department, University of Constantine, Algeria

**Abstract**— Resonant characteristics of microstrip antennas with superconducting films is presented. The analysis is based on a full electromagnetic wave model with London's equations and the two-fluid model. It is shown that the full-wave analysis presented here gives numerical results which are in excellent agreement with the measured data available in the literature. Results showing the effect of the temperature on the resonant frequency and half-power bandwidth of superconducting microstrip antenna are given. Variations of the resonant frequency with the high  $T_c$  superconducting film thickness are also presented.

## 1. INTRODUCTION

Superconducting passive microwave devices such as antennas, filters, transmission lines, and phase shifters have shown significant superiority over corresponding devices fabricated with normal conductors such as gold, silver, or copper due to the advantages of superconductors [1]. Advantages of using high  $T_c$  superconducting materials at high frequencies include [2]: 1) very small losses, which means reduction of attenuation and noise level; 2) very small dispersion up to frequencies of several tens of GHz; 3) smaller devices due to the lower losses, which leads to larger integration density; and 4) the propagation time can be greatly reduced because of the smaller size and the shorter interconnects.

In the literature, the studies concerning the resonance characteristics of microstrip antennas using perfectly conducting patches are abundant. However, few works have been done for the case of microstrip antennas using superconducting patches. The determination of the resonant frequencies of superconducting microstrip patch antennas was initially carried out by means of the magnetic wall cavity model [3]. Later on, these resonant frequencies were obtained by using the rigorous full-wave analysis [4]. To validate the theoretical analysis, the authors in [4] have compared their numerical results with the experimental data of Richard et al. [3]. This comparison has not been done in a convenient way for two reasons: the variation of the permittivity of the lanthanum aluminate substrate with the variation of the temperature, as indicated by the experiment of Richard et al. [3], has not been taken into account by Silva et al. [4] and the effect of varying the temperature on the resonant frequency is insignificant.

In this paper, we present a theoretical and numerical analysis of the resonant frequencies of high  $T_c$  superconducting rectangular microstrip antennas which yields excellent agreement with the measured data of Richard et al. [3]. To include the effect of the superconductivity of the microstrip patch in the full-wave analysis, a surface complex impedance is considered. This impedance is determined by using London's equation and the two-fluid model of Gorter and Casimir [2]. Numerical results for the effect of the temperature on the resonant frequency and half-power bandwidth of superconducting microstrip antenna are given. Finally, the influence of the thickness of the high  $T_c$  superconducting film on the resonant frequency is also presented.

## 2. THEORY

The problem to be solved is illustrated in Figure 1. We have a rectangular superconducting patch of thickness  $e$  printed on a dielectric layer. The dielectric layer of thickness  $d$  is characterized by the free-space permeability  $\mu_0$  and the permittivity  $\varepsilon_0\varepsilon_r$  ( $\varepsilon_0$  is the free-space permittivity and the relative permittivity  $\varepsilon_r$  can be complex to account for dielectric loss). The superconducting patch is characterized by a critical temperature  $T_c$ , a zero-temperature penetration depth  $\lambda_0$ , and a normal state conductivity  $\sigma_n$ . Following a mathematical reasoning similar to that shown in [5, Equations (2)–(14)] for obtaining a relation among the surface electric field at the plane of the superconducting patch and the surface current on the patch in the spectral domain given by

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} \\ Q_{yx} & Q_{yy} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \end{bmatrix} \quad (1)$$

where  $Q_{xx}$ ,  $Q_{xy}$ ,  $Q_{yx}$ , and  $Q_{yy}$  are the components of the spectral dyadic Green's function. They are given in [5, Equation (14)]. The surface electric fields at the plane of the superconducting patch can be written as a superposition of an electric field in the patch and another out of the patch, this yields

$$\begin{cases} \tilde{E}_x = \tilde{E}_x^i + \tilde{E}_x^o \\ \tilde{E}_y = \tilde{E}_y^i + \tilde{E}_y^o \end{cases} \quad (2)$$

The electric field in the superconducting patch is given by

$$\begin{cases} \tilde{E}_x^i = Z_s \tilde{J}_x \\ \tilde{E}_y^i = Z_s \tilde{J}_y \end{cases} \quad (3)$$

where  $Z_s$  is the surface impedance of the superconducting patch. When the thickness of the superconducting patch is less than three times the penetration depth  $\lambda$  at a temperature  $T = 0$  K ( $\lambda_0$ ), the surface impedance can be approximated as in [4, Equation (28)]. Substituting Equations (2) and (3) in Equation (1) yields

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_x^o \\ \tilde{E}_y^o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{xx} - Z_s & Q_{xy} \\ Q_{yx} & Q_{yy} - Z_s \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \end{bmatrix} \quad (4)$$

The transverse electric fields out of the patch can be expressed via the inverse Fourier transform as follows:

$$E_x^o = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [(Q_{xx} - Z_s)\tilde{J}_x + Q_{xy}\tilde{J}_y] \exp(ik_x x + ik_y y) dk_x dk_y \quad (5a)$$

$$E_y^o = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [Q_{yx}\tilde{J}_x + (Q_{yy} - Z_s)\tilde{J}_y] \exp(ik_x x + ik_y y) dk_x dk_y \quad (5b)$$

Enforcement of the boundary condition requiring the transverse electric fields of (5a) and (5b) to vanish on the area of the superconductor patch, yields the sought integral equations

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [(Q_{xx} - Z_s)\tilde{J}_x + Q_{xy}\tilde{J}_y] \exp(ik_x x + ik_y y) dk_x dk_y = 0, \quad (x, y) \in \text{patch} \quad (6a)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [Q_{yx}\tilde{J}_x + (Q_{yy} - Z_s)\tilde{J}_y] \exp(ik_x x + ik_y y) dk_x dk_y = 0, \quad (x, y) \in \text{patch} \quad (6b)$$

Now, the Galerkin moment method can be easily applied to Equations (6a) and (6b) to obtain the resonant frequencies and the bandwidths of the resonant modes of the high  $T_c$  superconducting microstrip antenna shown in Figure 1.

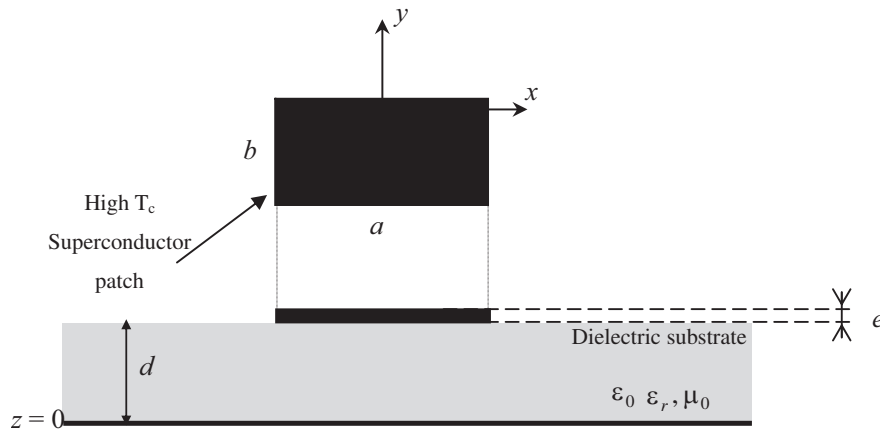


Figure 1: Geometry of a high  $T_c$  superconducting microstrip antenna.

### 3. NUMERICAL RESULTS AND DISCUSSION

Numerical results are obtained for the parameters used in the experiment of Richard et al. [3]. A rectangular patch with a thickness 350 nm, a resonant length 935  $\mu\text{m}$  and a width of 1630  $\mu\text{m}$  is printed on a lanthanum aluminate substrate of thickness 254  $\mu\text{m}$ . The patch is fabricated using a YBCO superconducting thin film with a transition temperature  $T_c = 89$  K, a zero-temperature penetration depth  $\lambda_0 = 140$  nm, and a normal state conductivity  $\sigma_n = 10^6$  S/m. The lanthanum aluminate substrate was chosen in the experiment of Richard et al. [3] despite its high permittivity because it allows the growth of high-quality (low surface resistance) YBCO superconducting films [3]. Unlike the theoretical analysis of Silva et al. [4], the variation of the permittivity of the lanthanum aluminate substrate with the variation of the temperature, as indicated by the experiment of Richard et al. [3], is taken into account in the present paper. Figure 2(a) shows the resonant frequency versus the operating temperature. The measured results reported in [3] are also included in this figure for comparison purpose. Excellent agreement between theory and experiment is observed. From the results of Figure 2(a), it can be observed that increasing the temperature will decrease the resonant frequency. This decrease is significant for temperatures near the transition temperature. In Figure 2(b), we study the influence of the temperature on the bandwidth of the superconducting antenna. It is observed that the effect of varying the temperature on the bandwidth is significant only for temperatures near the critical temperature. The behavior of the bandwidth shown in Figure 2(b) is different from that given in [4, Figure 3], but it is in accordance with the measured one illustrated in [3, Figure 12].

The influence of the thickness of the high  $T_c$  superconducting film on the operating frequency is investigated in Figure 3. The superconducting film characteristics are:  $\lambda_0 = 140$  nm,  $\sigma_n = 10^6$  S/m, and  $T_c = 89$  K. For the microstrip antenna, the following parameters are used:  $a = 1630$   $\mu\text{m}$ ,

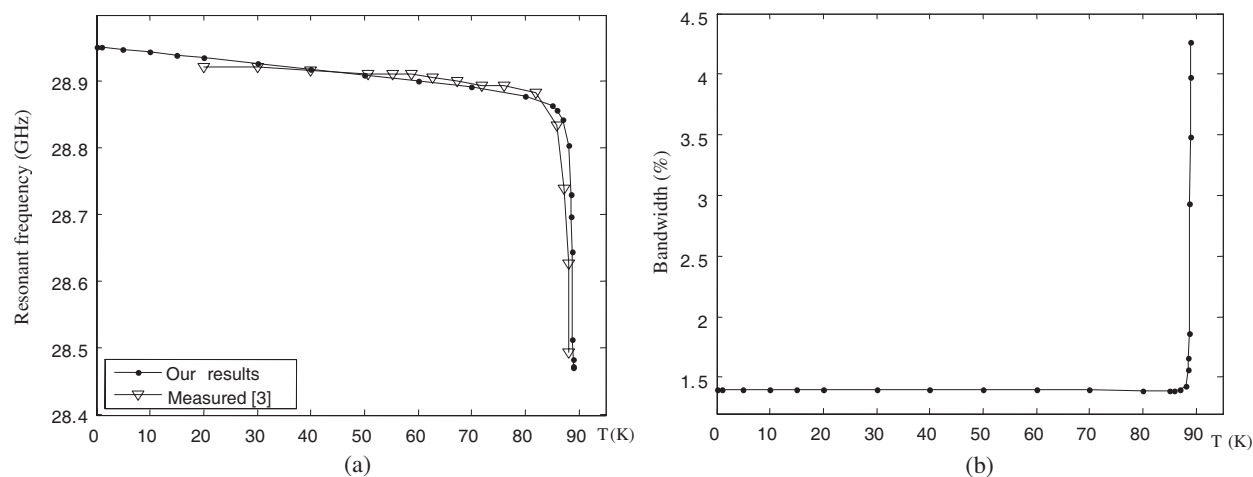


Figure 2: Resonant frequency and bandwidth of a high  $T_c$  superconducting antenna versus temperature.

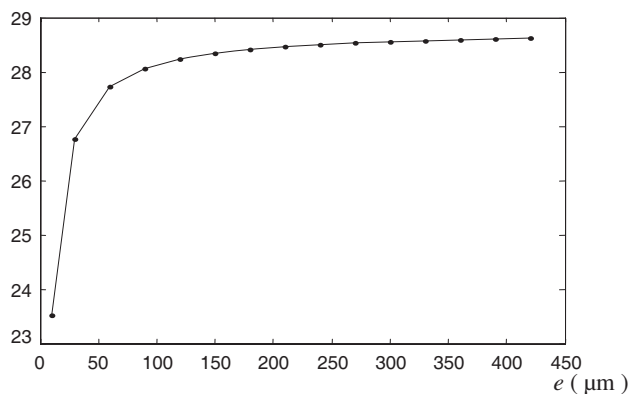


Figure 3: Resonant frequency versus the thickness of the superconducting film.

$b = 935 \mu\text{m}$ ,  $d = 254 \mu\text{m}$ , and  $\varepsilon_r = 23.81$ . The operating temperature is  $T = 50 \text{ K}$ . It is observed that when the thickness of superconducting film grows, the resonant frequency increases. Note that the effect of the thickness of the superconducting film is more pronounced for small values of  $e$  ( $e < \lambda_0$ ). When  $e$  exceeds  $\lambda_0$ , increasing the superconducting film thickness will increase slowly the resonant frequency. Extreme care should be taken when designing an antenna with thin superconducting film; since small uncertainty when the patch is fabricated can result in an important shift of the resonant frequency.

#### 4. CONCLUSIONS

This paper has presented a rigorous full-wave analysis of microstrip antennas with superconducting films. To include the effect of the superconductivity of the microstrip patch in the full-wave analysis, a surface complex impedance has been considered. This impedance has been determined using London's equation and the two fluid model. Our numerical results for the resonant frequency are in excellent agreement with the experimental data available in the literature. Numerical results for the effect of the temperature on the resonant frequency and half-power bandwidth have been presented. Variations of the resonant frequency versus the thickness of the superconducting film have been also presented.

#### REFERENCES

1. Sekiya, N., A. Kubota, A. Kondo, S. Hirano, A. Saito, and S. Ohshima, "Broadband superconducting microstrip patch antenna using additional gap-coupled resonators," *Physica C*, Vol. 445–448, 994–997, 2006.
2. El-Ghazaly, S. M., R. B. Hammond, and T. Itoh, "Analysis of superconducting microwave structures: application to microstrip lines," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. 40, No. 3, 499–508, 1992.
3. Richard, M. A., K. B. Bhasin, and P. C. Claspy, "Superconducting microstrip antennas: An experimental comparison of two feeding methods," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 41, No. 7, 967–974, 1993.
4. Silva, S. G., A. G. d'Assuncao, and J. R. S. Oliveira, "Analysis of high  $T_c$  superconducting microstrip antennas and arrays," *Proceedings of SBMO/IEEE MTT-S IMOC*, 243–246, 1999.
5. Fortaki, T. and A. Benghalia, "Efficient analysis of the far field pattern of rectangular microstrip patch using the stationary phase method," *Proceedings of 16th International Conference on Microelectronics*, 278–281, Tunis, Tunisia, 2004.

# Air Gap Tuning Effect on the Resonant Frequency and Half-power Bandwidth of Superconducting Microstrip Patch

T. Fortaki<sup>1</sup>, S. Benkouda<sup>1</sup>, M. Amir<sup>1</sup>, and A. Benghalia<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Electronics Department, University of Batna, Algeria

<sup>2</sup>Electronics Department, University of Constantine, Algeria

**Abstract**— An accurate analysis of an air gap tuned high  $T_c$  superconducting microstrip antenna is presented. To include the effect of the superconductivity of the microstrip patch in the Full-wave analysis of the tunable rectangular microstrip patch, a surface complex impedance is considered. This impedance is determined by using London's equation and the model of Gorter and Casimir. Numerical results obtained are found to be in excellent agreement with the theoretical and experimental data available in the literature. Finally, numerical results for the air gap tuning effect on the operating frequency and bandwidth of the high  $T_c$  superconducting microstrip antenna are also presented.

## 1. INTRODUCTION

Rectangular microstrip patches can find an application in microwave integrated circuits as planar resonators for oscillators and filters. Also, rectangular microstrip patches can be used as resonant antennas fed by means of either coaxial probes, or microstrip lines. Since the bandwidth of microstrip patch resonators and antennas around their operating resonant frequencies is known to be very narrow, it is important to develop accurate algorithms for the computation of those resonant frequencies. The resonant frequency value of the rectangular microstrip patch depends on the structural parameters, and it is evident that if the resonant frequency is to be changed, a new microstrip antenna is needed. In order to achieve tunable resonant frequency characteristics, an adjustable air gap layer can be inserted between the ground plane and the substrate, resulting in a two-layer structure [1, 2].

Apart from tunable microstrip patches, in the last few years, there has been a growing interest in the use of superconducting materials in microwave integrated circuits, which is due to their main characteristics, such as: very small losses, which means low-attenuation and low-noise, very small dispersion up to frequencies of several tens of GHz, smaller devices due to the lower losses, which leads to larger integration density and reduction in the time of propagation of the signals in the circuits [3].

In this paper, a rigorous Full-wave analysis of an air gap tuned high  $T_c$  superconducting microstrip antenna is presented. To the best of our knowledge, this structure has not been analyzed previously. Only results for the case of perfectly conducting patch have been reported in the open literature [1, 2]. In Section 2, the authors provide details of the application of the Galerkin's method in the Fourier transform domain to the analysis of high  $T_c$  superconducting microstrip antennas with air gaps. In Section 3, the validity of the solution is tested by comparing the computed results with theoretical and experimental data available in the literature. Numerical results for the air gap tuning effect on the operating frequency and half power bandwidth of the high  $T_c$  superconducting microstrip patch antenna are also presented. Finally, concluding remarks are summarized in Section 4.

## 2. OUTLINE OF THE NUMERICAL PROCEDURE

The high  $T_c$  superconducting microstrip patch antenna considered in this work is shown in Figure 1. It was obtained by depositing a superconducting patch of thickness  $e$  on a dielectric layer. The dielectric layer of thickness  $d_2$  is characterized by the free-space permeability  $\mu_0$  and the permittivity  $\varepsilon_0$ ,  $\varepsilon_r$  ( $\varepsilon_0$  is the free-space permittivity and the relative permittivity  $\varepsilon_r$  can be complex to account for dielectric loss). An adjustable air gap layer of thickness  $d_1$  is inserted between the substrate and the perfectly conducting ground plane. Following the conventional spectral domain approach, the Fourier transform domain relationship between the surface electric field at  $z = d_1 + d_2$  and surface

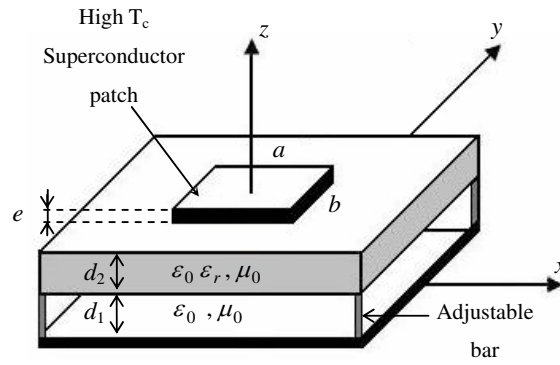


Figure 1: Geometry of the tunable high  $T_c$  superconducting microstrip antenna.

current on the patch is given by

$$\begin{cases} \tilde{E}_x(k_x, k_y) = G_{xx}\tilde{J}_x(k_x, k_y) + G_{xy}\tilde{J}_y(k_x, k_y) \\ \tilde{E}_y(k_x, k_y) = G_{yx}\tilde{J}_x(k_x, k_y) + G_{yy}\tilde{J}_y(k_x, k_y) \end{cases} \quad (1)$$

where  $G_{xx}$ ,  $G_{xy}$ ,  $G_{yx}$ , and  $G_{yy}$  are the components of the spectral dyadic Green's function. They can be deduced from [4, Equation (20)] together with a simple transformation of the (TM, TE) representation to the  $(x, y)$  coordinates. The surface electric fields at  $z = d_1 + d_2$  can be written as a superposition of an electric field in the patch and another out of the patch, this yields

$$\begin{cases} \tilde{E}_x = \tilde{E}_x^i + \tilde{E}_x^o \\ \tilde{E}_y = \tilde{E}_y^i + \tilde{E}_y^o \end{cases} \quad (2)$$

The electric field in the superconducting patch is given by

$$\begin{cases} \tilde{E}_x^i = Z_s \tilde{J}_x \\ \tilde{E}_y^i = Z_s \tilde{J}_y \end{cases} \quad (3)$$

where  $Z_s$  is the surface impedance of the superconducting patch. When the thickness of the superconducting patch is less than three times the penetration depth  $\lambda$  at a temperature  $T = 0$  K, the surface impedance can be approximated as follows

$$Z_s = \frac{1}{e\sigma} \quad (4)$$

where  $\sigma$  is the complex conductivity of the superconducting film. It is determined by using London's equation and the model of Gorter and Casimir as [5]

$$\sigma = \sigma_1 - i\sigma_2 \quad (5)$$

The resistive part of the complex conductivity ( $\sigma_1$ ) may arise from normal electron conduction within non-superconducting grains and scattering from grain boundaries, flux vibration at pinning centers and normal electron conduction due to thermal agitation in the superconducting state. The temperature dependence of  $\sigma_1$  is as follows:

$$\sigma_1 = \sigma_n (T/T_c)^4 \quad (6)$$

where  $\sigma_n$  is the normal conductivity. The reactive part of the conductivity ( $-i\sigma_2$ ) arises from the lossless motion of the superconducting carries which may be derived from the Lorentz-force equation as [5]

$$\sigma_2 = \frac{1}{\omega\mu_0[\lambda(T)]^2} \quad (7)$$

with

$$\lambda(T) = \frac{\lambda(0)}{\sqrt{1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^4}} \quad (8)$$

In the above two equations,  $\omega$  is the angular frequency and  $T_c$  is the transition temperature of the superconductor. Substituting Equations (2) and (3) in Equation (1) yields

$$\begin{cases} \tilde{E}_x^o = (G_{xx} - Z_s)\tilde{J}_x(k_x, k_y) + G_{xy}\tilde{J}_y(k_x, k_y) \\ \tilde{E}_y^o = G_{yx}\tilde{J}_x(k_x, k_y) + (G_{yy} - Z_s)\tilde{J}_y(k_x, k_y) \end{cases} \quad (9)$$

Now that we have include the effect of the superconductivity of the patch in the Green's function formulation, the well-known Galerkin procedure of the moment method can be easily applied to Equation (9) to obtain the resonant frequencies and the bandwidths of the resonant modes of the air gap tuned high  $T_c$  superconducting microstrip antenna shown in Figure 1.

### 3. RESULTS AND DISCUSSION

#### 3.1. Comparison of Numerical Results

In order to confirm the computation accuracy, our numerical results are compared with those obtained from the cavity model [6]. The patch is fabricated with a YBCO superconducting thin film with parameters  $\sigma_n = 10^6$  S/m,  $T_c = 89$  K,  $\lambda(0) = 140$  nm and  $e = 350$  nm. The patch of length  $a = 1630$   $\mu\text{m}$  is printed on a lanthanum aluminate substrate with  $\varepsilon_r = 23.81$  and  $d_2 = 254$   $\mu\text{m}$ . The high permittivity of the lanthanum aluminate substrate allows the growth of high-quality (low surface resistance) YBCO films [6]. Table 1 summarizes our computed resonant frequencies and those obtained via the cavity model [6] for three different patch widths and differences between these two results of less than 2% are obtained. In Table 2, we have also compared our results with the experimental and theoretical data of Abboud et al. [7] in the case where the tunable microstrip antenna is fabricated by a perfectly conducting patch. The comparison is done for two different air separations. Not that the small differences between our results and the calculated data in [7] can be attributed to the fact that the cavity model used for computing the resonant frequencies in [7] do not account rigorously for the effect of fringing fields. The above comparisons show a good agreement between our results and those of the literature. This validates the theory presented in this paper.

Table 1: Comparison of our calculated resonant frequencies with those of Richard et al. [6];  $a = 1630$   $\mu\text{m}$ ,  $\sigma_n = 10^6$  S/m,  $T_c = 89$  K,  $\lambda(0) = 140$  nm,  $e = 350$  nm,  $T = 77$  K,  $\varepsilon_r = 23.81$ ,  $d_1 = 0$  and  $d_2 = 254$   $\mu\text{m}$ .

$b$ ( $\mu\text{m}$ )	Resonant frequencies (GHz)		Error (%)
	Cavity model [6]	Our results	
935	28.95	28.76	0.66
1050	26.12	26.29	0.65
1100	25.05	25.33	1.12

Table 2: Comparison of our calculated resonant frequencies with those of Abboud et al. [7] in the case where the tunable microstrip antenna is fabricated by a perfectly conducting patch;  $\varepsilon_r = 2.33$ .

$a$ (mm)	$b$ (mm)	$d_2$ (mm)	Resonant frequencies (GHz)			
			$d_1 = 0$ mm		$d_1 = 0.5$ mm	
			Measured [7]	Our results	Calculated [7]	Our results
57	38	3.175	2.31	2.41	2.51	2.55
45.5	30.5	3.175	2.89	2.96	3.05	3.11
29.5	19.5	3.175	4.24	4.43	4.42	4.59
17	11	1.524	7.87	7.75	8.16	8.24

#### 3.2. Air Gap Tuning Effect on the Superconducting Antenna Characteristics

The effect of the air separation on the resonant frequency and bandwidth of the high  $T_c$  superconducting microstrip antenna shown in Figure 1 is investigated. The superconducting patch of



dimension  $8 \times 5$  mm is fabricated with a YBCO thin film and the substrate thickness is  $d_2 = 0.4$  mm. In Figure 2(a), the resonant frequency versus the air separation  $d_1$  for various substrate materials is shown. These materials are Gallium arsenide (GaAs), oxide of Magnesium (MgO) and oxide of Berilium (BeO) with relative permittivities  $\epsilon_r = 6.6, 9.6$  and  $12.5$ , respectively. It is observed that when the air separation grows, the resonant frequency increases rapidly until achieving a maximum operating frequency at a definite air separation  $d_{1\text{fmax}}$ . Note that the effect of the air gap is more pronounced for small values of  $d_1$ . When the air separation exceeds  $d_{1\text{fmax}}$ , increasing the air gap width will decrease slowly the resonant frequency. Extreme care should be taken when designing an antenna with thin air gap; since small uncertainty in adjusting  $d_1$  can result in an important detuning of the frequency.

Graphical representation of the half-power bandwidth is shown in Figure 2(b). Note that it increases monotonically with increasing air separation.

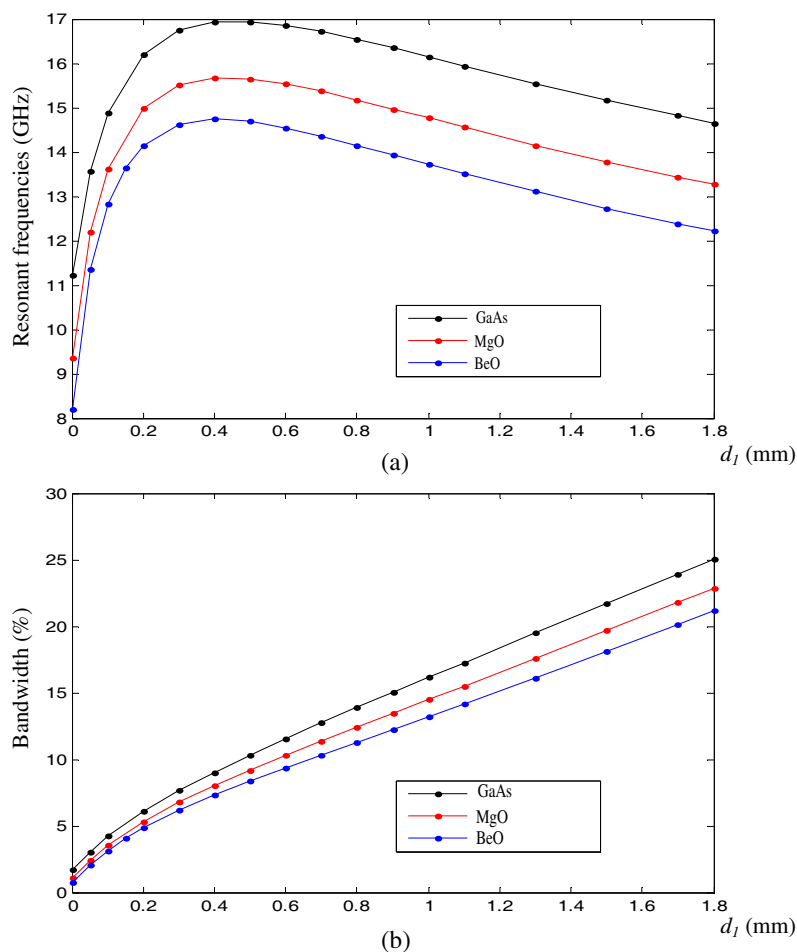


Figure 2: Resonant frequency and bandwidth of a superconducting microstrip antenna versus the air separation;  $a = 8$  mm,  $b = 5$  mm,  $\sigma_n = 7.4610^6$  S/m,  $T_c = 89$  K,  $\lambda(0) = 180$  nm,  $e = 150$  nm,  $T = 77$  K and  $d_2 = 0.4$  mm.

#### 4. CONCLUSIONS

A spectral domain approach has been used for the numerical calculation of the characteristics of a high  $T_c$  superconducting microstrip antenna with an air gap. To include the effect of the superconductivity of the microstrip patch in the Full-wave analysis of the tunable rectangular microstrip patch, a surface complex impedance has been considered. This impedance has been determined by using London's equation and the model of Gorter and Casimir. The numerical results obtained via Galerkin's method in the Fourier transform domain have been compared with theoretical and experimental data, and good agreement has been found. Computations show that the air separation can be adjusted to have the maximum operating frequency of the superconducting microstrip antenna. The half-power bandwidth, on the other hand, increases monotonically with

increasing the air gap width. Extreme care should be taken when designing a microstrip antenna with thin air gap; since small uncertainty in adjusting the air separation can result in an important detuning of the frequency.

#### REFERENCES

1. Gurel, C. S. and E. Yazgan, "New computation of the resonant frequency of a tunable equilateral triangular microstrip patch," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. 48, No. 3, 334–338, 2000.
2. Gurel, C. S. and E. Yazgan, "Resonant frequency of an air gap tuned circular disc microstrip antenna," *Int. J. Electron.*, Vol. 87, No. 8, 973–979, 2000.
3. El-Ghazaly, S. M., R. B. Hammond, and T. Itoh, "Analysis of superconducting microwave structures: Application to microstrip lines," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. 40, No. 3, 499–508, 1992.
4. Fortaki, T. and A. Benghalia, "Rigorous full-wave analysis of rectangular microstrip patches over ground planes with rectangular apertures in multilayered substrates that contain isotropic and uniaxial anisotropic materials," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, Vol. 41, No. 6, 496–500, 2004.
5. How, H., R. G. Seed, C. Vittoria, D. B. Chrisey, J. S. Horwitz, C. Carosella and V. Folen, "Microwave characteristics of high  $T_c$  superconducting coplanar waveguide resonator," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. 40, No. 8, 1668–1673, 1992.
6. Richard, M. A., K. B. Bhasin, and P. C. Claspy, "Superconducting microstrip antennas: An experimental comparison of two feeding methods," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Vol. 41, No. 7, 967–974, 1993.
7. Abboud, F., J. P. Damiano, and A. Papiernik, "Accurate model for the input impedance of coax-fed rectangular microstrip antenna with and without air gaps," *Proceedings of Sixth International Conference on Antennas and Propagation*, Vol. 1, 102–106, April 1989.

# The Effect of a High Temperature Superconducting Patch on a Rectangular Microstrip Antenna

Fouad Chebbara\*, Mounir Amir\* and Tarek Fortaki\*

**Abstract** – The complex resonant frequency problem of a superconductor patch is formulated in terms of an integral equation which is the kernel of a dyadic Green’s function. To include the effect of the superconductivity of the microstrip patch, the surface complex impedance of the superconductor film is introduced using the two fluids model of Gorter and Casimir. The Galerkin procedure is used in the resolution of the electric field integral equation. Numerical results concerning the effect of the operating temperature of a superconductor patch on the characteristics of the antenna are presented.

**Keywords:** HTS microstrip patch, Microstrip antenna, Superconducting patch, Dyadic Green’s function, Galerkin procedure

## 1. Introduction

In recent years, a great deal of interest has been observed in the development and use of high temperature superconducting materials (HTS) in microwave technology, such as resonators, filters and antennas. This is due to their low resistance and relatively high reactance. They show superior performance and characteristics to a normal conductor’s devices, such as lower power losses, reduced attenuation and noise level and, moreover, the propagation time of signals in the circuit can be greatly reduced [1]-[2]-[3]-[4]-[5].

The resonant characteristics of High  $T_c$  superconducting microstrip antennas was first studied by Richard *et al.* [4] using the cavity model. Since the cavity model does not consider rigorously the effects of surface waves and fringing fields at the edge of the patch [6], in this work, the physical parameters of the antenna are replaced with effective ones in order to line up the obtained theoretical results with the measured data. Recently, Silva *et al.* [5] has studied the resonant characteristics of High  $T_c$  superconducting microstrip antennas using full-wave analysis. It is noted that in this work, the bandwidth for an HTS microstrip patch antenna as function of the operating temperature is incorrect.

This paper investigates the effect of thin superconducting patch loading on the resonant frequency and bandwidth of a rectangular microstrip structure as illustrated in Fig. 1. The complex resonant frequency problem considered here is formulated in terms of an integral equation using vector Fourier transforms [7]. The surface impedance of the superconductor film is modeled using Gorter and Casimir’s two fluid model [3]-[5]-[8]. This paper is organized as follows. First, the integral equation for the

unknown patch currents is formulated. The derivation is performed in the Fourier transform domain and utilized the dyadic Green’s function of the considered structure, without taking into account the effect of superconductivity. To include the superconductivity effect of the patch, a surface complex impedance,  $Z_s$  is considered. The Galerkin moment method is used to solve the integral equation. The characteristic equation for complex resonant frequencies is given. Various numerical results are given in section 3. Finally, conclusions are summarized in section 4.

## 2. Analysis Method

Fig. 1 illustrates the problem to be solved. We have a rectangular superconducting patch with dimensions  $(a, b)$  and a thickness  $R$ , is printed on a dielectric substrate isotropic of thickness  $d$ , is characterized by a free space permeability  $\mu_0$  and a permittivity  $\epsilon$ . The ambient medium is air with constitutive parameters  $\mu_0$  and  $\epsilon_0$ . Assuming an  $e^{j\omega t}$  time variations and starting from Maxwell’s equations in the Fourier transform domain, we can show that the transverse fields inside the  $j$  layer ( $Z_{j-1} < Z < Z_j$ ) can be written in terms of the longitudinal components  $\tilde{E}_z$  and  $\tilde{H}_z$  as [9]-[10].

$$\tilde{E}(k_s, z) = \begin{bmatrix} \tilde{E}_x(k_s, z) \\ \tilde{E}_y(k_s, z) \end{bmatrix} = \bar{F}(k_s) \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{k_s} \frac{\partial \tilde{E}_z(k_s, z)}{\partial z} \\ \frac{\omega \mu_0}{k_s} \tilde{H}_z(k_s, z) \end{bmatrix}$$

$$\tilde{E}(k_s, z) = \bar{F}(k_s) e(k_s, z) \quad (1)$$

\* Dept. of Electronics University of Batna, 05000, Banta, Algeria  
(fouadchebbara@hotmail.com)

$$\tilde{H}(k_s, z) = \begin{bmatrix} \tilde{H}_y(k_s, z) \\ -\tilde{H}_x(k_s, z) \end{bmatrix} = \bar{F}(k_s) \cdot \begin{bmatrix} \frac{\omega \epsilon_j}{k_s} \tilde{H}_z(k_s, z) \\ \frac{1}{k_s} \frac{\partial \tilde{H}_z(k_s, z)}{\partial z} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{H}(k_s, z) = \bar{F}(k_s) \cdot h(k_s, z) \quad (2)$$

$\mathbf{e}$  and  $\mathbf{h}$  are, respectively, the transverse electric and magnetic fields in the (TM, TE) representation, and

$$\bar{F}(k_s) = \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} \quad (3)$$

with:  $k_s^2 = k_x^2 + k_y^2$

Substituting the expressions of  $\tilde{E}_z$  and  $\tilde{H}_z$  [8]-[9] into (1) and (2), we get

$$\tilde{E}_z = A e^{-ik_z Z} + B e^{ik_z Z} \quad (4)$$

$$\tilde{H}_z = \bar{g}(k_s) \cdot [A e^{-ik_z Z} - B e^{ik_z Z}] \quad (5)$$

In (4) and (5),  $\mathbf{A}$  and  $\mathbf{B}$  are two-component unknown vectors and

$$\bar{g}(k_s) = \text{diag} \left[ \frac{\omega \epsilon}{k_z}, \frac{k_z}{\omega \mu} \right] \quad (6)$$

Writing (4) and (5) in the planes  $z = z_{j-1}$  and  $z = z_j$ , and by eliminating the unknowns A and B, we obtain the matrix form

$$\begin{bmatrix} e(k_s, z_j^-) \\ h(k_s, z_j^-) \end{bmatrix} = \bar{T}_j \cdot \begin{bmatrix} e(k_s, z_{j-1}^+) \\ h(k_s, z_{j-1}^+) \end{bmatrix} \quad (7)$$

With:  $\bar{T}_j = \begin{bmatrix} \bar{T}_j^{11} & \bar{T}_j^{12} \\ \bar{T}_j^{21} & \bar{T}_j^{22} \end{bmatrix}$

$$\bar{T}_j = \begin{bmatrix} \cos(k_{zj} d_j) & -i \bar{g}^{-1} \cdot \sin(k_{zj} d_j) \\ -i \bar{g} \cdot \sin(k_{zj} d_j) & \cos(k_{zj} d_j) \end{bmatrix} \quad (8)$$

Which combines  $\mathbf{e}$  and  $\mathbf{h}$  on both sides of the  $j^{\text{th}}$  layer as input and output quantities. The matrix  $\bar{\mathbf{T}}_j$  is the matrix representation of the  $j^{\text{th}}$  layer in the (TM, TE) representation.

The boundary conditions for the considered structure presented in Fig.1 in the spectral domain

$$\bar{e}_1(k_s, z_0^+) = \bar{0} \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{e}_2(k_s, z_1^+) \\ \bar{h}_2(k_s, z_1^+) \end{bmatrix} = \bar{T}_1 \cdot \begin{bmatrix} \bar{e}_1(k_s, z_0^+) \\ \bar{h}_1(k_s, z_0^+) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{J}(z_1) \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\bar{h}_2(k_s, z_1^+) = \bar{g}_0(k_s) \bar{e}_2(k_s, z_1^+) \quad (11)$$

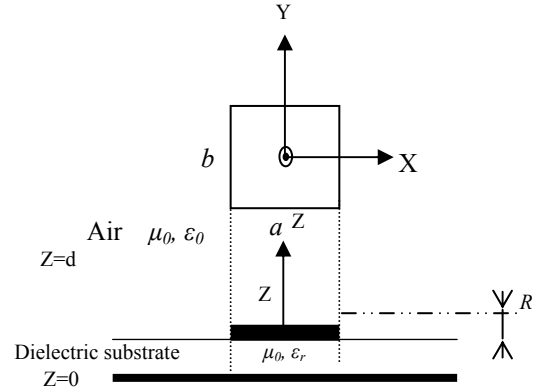


Fig. 1. Geometrical structure of a superconducting rectangular microstrip patch

The transformed components of the tangential electric field are expressed as a function of the transformed current density components on the patch, as

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{xx} & G_{xy} \\ G_{yx} & G_{yy} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \end{bmatrix} \quad (12)$$

To include the effect of the superconducting of the microstrip film, the dyadic Green's function is modified by considering a surface complex impedance  $Z_s$ , and is determinate by using the model of Gorter and Casimir [3]-[5]-[8].

$$Z_s = \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2\sigma}} \quad (13)$$

If the thickness of the superconducting film  $R$  is less than three penetration depths, a better boundary condition is given by [3]

$$Z_s = \frac{1}{R \cdot \sigma} \quad (14)$$

Where the complex conductivity is given by [3]-[5]

$$\sigma = \sigma_n \left( \frac{T}{T_C} \right)^4 + \left( \left( 1 - \left( \frac{T}{T_C} \right)^4 \right) \right) / \left( i \omega \mu_0 \lambda_0^2 \right) \quad (15)$$

The electric field and the surface current densities total in the interface  $z=d$  ( $\tilde{E}_T, \tilde{J}_T$ ) are the electric fields and the surface current densities in the film ( $\tilde{E}_T^i, \tilde{J}_T^i$ ) and out of the film ( $\tilde{E}_T^O, \tilde{J}_T^O$ ) respectively.

$$\tilde{E}_T = \tilde{E}_T^i + \tilde{E}_T^O \quad (16)$$

$$\tilde{J}_T = \tilde{J}_T^i + \tilde{J}_T^O \quad (17)$$

Using the complex resistive boundary condition, the characteristic matrix is determinate

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (G_{xx} - Z_s) & G_{xy} \\ G_{yx} & (G_{yy} - Z_s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \end{bmatrix} \quad (18)$$

The Galerkin moment method is implemented in the Fourier transform domain to reduce the integral equation to a matrix equation. The surface current  $\mathbf{J}$  on the patch is expanded into a finite series of known basis functions  $\mathbf{J}_{xn}$  and  $\mathbf{J}_{ym}$

$$J = \sum_{n=1}^N a_n \begin{bmatrix} J_{xn} \\ 0 \end{bmatrix} + \sum_{m=1}^M b_m \begin{bmatrix} 0 \\ J_{ym} \end{bmatrix} \quad (19)$$

Where  $a_n$  and  $b_m$  are the mode expansion coefficients to be sought, substituting the vector Fourier transforms. Next, the resulting equation is tested by the same set of basic functions that was used in the expansion of the patch current. Thus, the integral equation is discretized into the following matrix equation

$$\begin{bmatrix} (\bar{Z}_{kn}^1)_{N \times N} & (\bar{Z}_{km}^2)_{N \times M} \\ (\bar{Z}_{lm}^3)_{M \times N} & (\bar{Z}_{ln}^4)_{M \times M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (a_n)_{N \times 1} \\ (b_m)_{M \times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$Z_{kn}^1 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{J}_{xk}(-k_x, -k_y) \cdot (G_{xx} - Z_s) \tilde{J}_{xm}(k_x, k_y) dk_x dk_y$$

$$Z_{km}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{J}_{xk}(-k_x, -k_y) \cdot G_{xy} \tilde{J}_{ym}(k_x, k_y) dk_x dk_y$$

$$Z_{lm}^3 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{J}_{yl}(-k_x, -k_y) \cdot G_{yx} \tilde{J}_{xm}(k_x, k_y) dk_x dk_y$$

$$Z_{ln}^4 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{J}_{yl}(-k_x, -k_y) \cdot (G_{yy} - Z_s) \tilde{J}_{ym}(k_x, k_y) dk_x dk_y$$

The existence of non trivial solution of (20) requires that

$$\det(\bar{Z}(f)) = 0 \quad (21)$$

Equation (21) is the characteristic equation for the complex resonant frequency of the generalized microstrip structure illustrated in Fig. 1. Where  $\bar{Z}$  is the matrix in (20).

### 3. Numerical Results and Discussion

The patch dimension is  $a=1630\mu\text{m}$ ,  $b=935\mu\text{m}$  and thickness  $R=350\text{nm}$ , using HTS materials YBCO with a critical temperature  $T_C$  of 89 K, a zero-temperature penetration depth of  $\lambda_0=140$  nm and a normal state conductivity of  $\sigma_n=10^6\text{s/m}$ . The substrate used in this study was lanthanum aluminate (LaAlO<sub>3</sub>), which has a good lattice match with YBCO [11]. LaAlO<sub>3</sub> have a relatively high dielectric constant for microwave and antenna applications, and the characteristics of the substrate often changes with temperature, this variation in the dielectric constant of LaAlO<sub>3</sub> causes uncertainty and variation in the resonant frequency of microstrip antennas. The permittivity of LaAlO<sub>3</sub> as a function of temperature is shown in Fig. 2, which it's given by Richard et al. [4].

Fig. 3 shows the calculated resonant frequency of an HTS antenna. The resonant frequency of HTS antennas rapidly increased below the critical temperature and showed 28.87 GHz at 80 K. After this temperature the increase of the resonant frequency was slow and stable at 28.95 GHz. Excellent agreements between our results and those measured by Richard et al. [4] are observed.

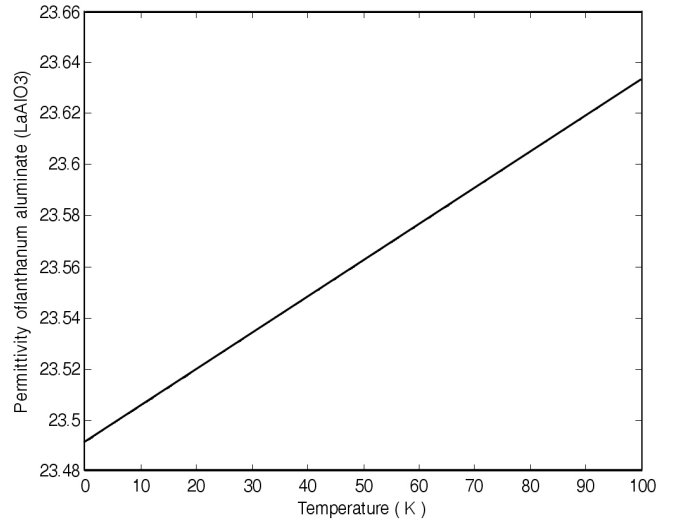


Fig. 2. Permittivity of lanthanum aluminate (LaAlO<sub>3</sub>)

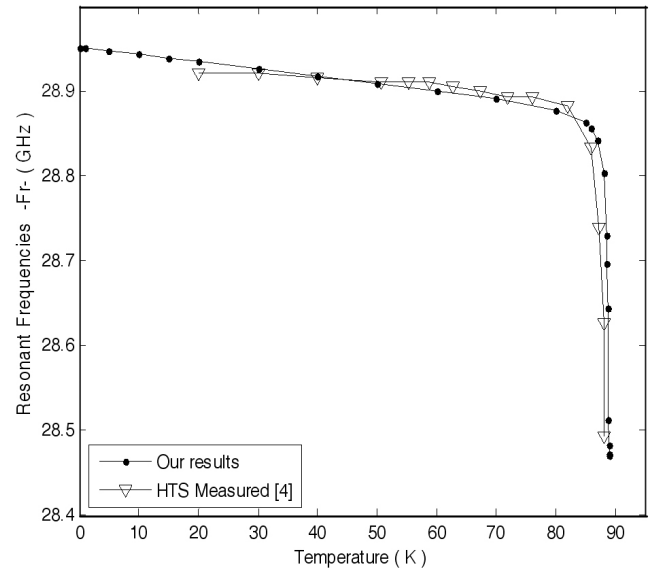
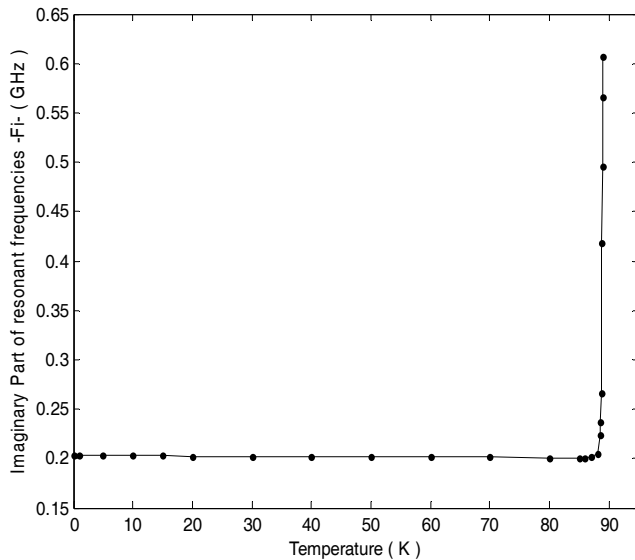


Fig. 3. Resonant frequency for a microstrip superconducting patch antenna as a function of the operating temperature, T

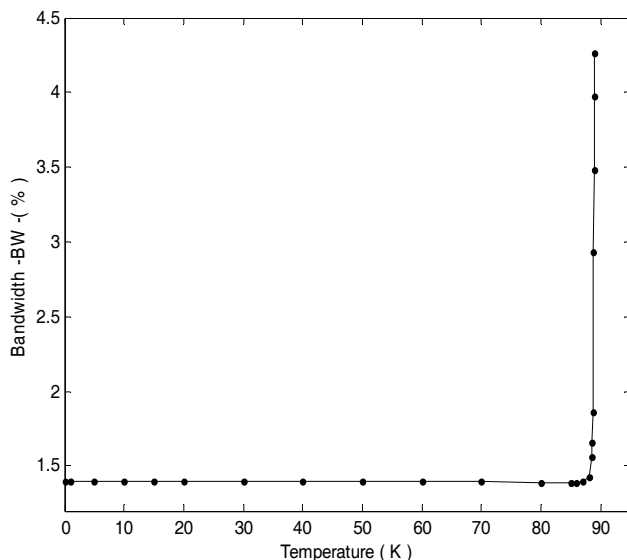
We show in Fig. 4 the imaginary part of resonant frequency versus the operating temperature T. It is seen that the imaginary part is 0.60 GHz at around 89 K. It decreases as the temperature is reduced under the  $T_C$ , and showed 0.20 GHz at around 87 K. After this point, the variation in the imaginary part could not be observed until 0 K.

Fig. 5 shows the bandwidth of an HTS antenna. The bandwidth curves for HTS antennas were similar in their dependence on temperature to the imaginary part of resonant frequency curves. The bandwidth of HTS antennas rapidly decreased below the critical temperature from 4.26% to 1.39% at 87 K. After this temperature, the decrease in bandwidth was slow and stable at 1.40%. The same behavior was observed experimentally by Richard et al. As a result, we can say that Silva result's are wrong.

From the above observations, it should be noted that the properties of the HTS antenna was stable at temperatures slightly lower than the critical temperature.



**Fig. 4.** Imaginary Part of resonant frequencies of rectangular microstrip superconducting patches as a function of the operating temperature, T



**Fig. 5.** Bandwidth for HTS microstrip antenna as a function of the operating temperature, T

#### 4. Conclusion

A rigorous full-wave analysis of a rectangular microstrip patch using superconducting materials has been presented. The problem has been formulated in terms of integral equations using vector Fourier transforms. An effi-

cient technique has been used for determining the dyadic Green's functions. Galerkin's method has been used to solve the surface current density on the rectangular patch. The calculated results have been compared with those previously measured and available in various literature, and excellent consistency has been found. From our work, we can confirm that the properties of the HTS antenna were stable at temperatures slightly lower than the critical temperature.

#### References

- [1] Sekiya, N., Kubota, A., Kondo, A., Hirano, S., Saito, A., and Ohshima, S., "Broadband superconducting microstrip patch antenna using additional gap-coupled resonators", *Physica C* 445-448 P. 994-997(2006).
- [2] Cassinese, A., Barra, M., Fragal\_a, I., Kusunoki, M., Malandrino, G., Nakagawa, T., Perdicaro, L.M.S., Sato, K., Ohshima, S., and Vaglio, R., "Superconducting antennas for telecommunication applications based on dual mode cross slotted patches", *Physica C* 372-376 P.500-503 (2002).
- [3] Klopman, B.B.G., and Rogalla, H., "The propagation characteristics of wave-guiding structures with very thin superconductors; Application to coplanar wave-guide YBa<sub>2</sub>CU<sub>3</sub>O<sub>7-x</sub> resonators", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*;vol. MTT-41, no. 5, p. 781-791, 1993.
- [4] Richard, M.A., Bhasin, K.B., and Clapsy, P.C., "Superconducting microstrip antennas: An experimental comparison of two feeding methods", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-41, no. 7, pp. 967-974,1993.
- [5] da Silva, S. G., d'Assuao, A. G., and Oliveira, J. R.S., "Analysis of high T<sub>c</sub> superconducting microstrip antennas and arrays", *SBMO/IEEE MTT-S IMOC*. 1999.
- [6] Fortaki, T., Khedrouche, D., Bouttout, F., and Benghalia, A., "Vector Hankel transform analysis of a tunable circular microstrip patch", *Commun. Numer. Meth. Engng.* 2005; p 219-231.
- [7] Itoh, T., "A full-wave analysis method for open microstrip structures", *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, v. AP-29, n. 1, pp. 63-67, 1981.
- [8] Cai, Z., and Bornemann, J., "Generalized spectral-domain analysis for multilayered complex media and high-T<sub>c</sub> superconductor applications", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-40, no. 12, pp. 2251-2257, 1992.
- [9] Pozar, D. M., "Radiation and scattering from a microstrip patch on a uniaxial substrate", *IEEE Trans Antenna Propagat* AP-35, P.613-621 (1987).
- [10] Fortaki, T., and Benghalia, A., "Rigorous Full-wave analysis of rectangular microstrip patches over ground planes with rectangular apertures in multilayered substrates that contain isotropic and uniaxial aniso-