

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université Hadj Lakhdar Batna
Faculté de Technologie
Département d'Électronique



THÈSE

Présentée pour l'obtention du diplôme de
DOCTORAT EN SCIENCES
en Électronique

Option

Électronique

Par

Messaoud Mokhtari

Thème

Commande Adaptative des Systèmes Non linéaires
par l'Approche Backstepping Neuronale

Soutenu le 09 / 04./ 2015 devant le jury composé de :

Dr. Lamir Saidi	Prof.	Univ. Hadj Lakhdar Batna	Président
Dr. Noureddine Goléa	Prof.	Univ. Oum El Bouaghi	Rapporteur
Dr. Noureddine Slimane	M.C.A	Univ. Hadj Lakhdar Batna	Examineur
Dr. Abdelbaki Djouambi	M.C.A	Univ. Oum El Bouaghi	Examineur
Dr. Sofiane Bououden	M.C.A	Univ. Khenchela	Examineur

Dédicaces

À la mémoire de mon père

À ma mère

À ma femme

À mes enfants Fadi et M^{ed} Assil

À ma sœur et mes frères

À mes très chers amis

Remerciements

*Ce travail a été effectué au sein du Département d'Électronique de la Faculté de Technologie de Batna sous la direction du Professeur **Noureddine Goléa**, Enseignant chercheur au Département de Génie Électrique d'Oum El Bouaghi.*

Mes remerciements vont tout d'abord à Dieu, le tout puissant pour m'avoir donné la santé, la volonté et la patience.

*Je tiens tout particulièrement à exprimer ma reconnaissance et ma profonde gratitude au Professeur **Noureddine Goléa** qui a mis à ma disposition son expérience, ainsi que son suivi constant jusqu'à l'achèvement de cette thèse.*

*Je voudrais exprimer mon immense gratitude au Professeur **Lamir Saidi**, Directeur du Laboratoire LAAAS, pour son entière disponibilité et l'aide précieuse qu'il m'a apportée en me guidant par les différentes discussions scientifiques.*

*Je remercie le Professeur **Nabil Benoudjit**, Président du Comité Scientifique du Département. Je lui suis profondément reconnaissant pour le soutien moral permanent.*

*Je remercie vivement Monsieur **Lamir Saidi**, Professeur à l'Université Hadj Lakhdar Batna, pour avoir accepté d'honorer la présidence du Jury.*

*Que Monsieur **Noureddine Slimane**, Enseignant et Docteur chercheur au Département d'Électronique, Université Hadj Lakhdar Batna, soit remercié d'avoir accepté d'examiner ce travail.*

*Que Monsieur **Abdelbaki Djouambi**, Enseignant et Docteur Chercheur au Département de Génie Électrique d'Oum El Bouaghi trouve ici notre sincère gratitude pour avoir bien voulu de nous honorer avec sa présence et de juger cette thèse.*

*Nos remerciements vont également à Monsieur **Sofiane Bououden**, Enseignant et Docteur Chercheur au Département d'Électronique, Université de Khenchela, pour avoir accepté de faire partie des membres du jury.*

Mes chaleureux remerciements et mes reconnaissances vont notamment aux enseignants et administrateurs du Département d'Électronique, pour leurs aides morales et leurs conseils à tout instant pour mener à bien ce travail.

Mes remerciements vont également aux équipes de la pédagogie, des laboratoires et des centres de calcul du Département d'Électronique.

Je souhaite exprimer aussi ma reconnaissance et gratitude à Mouloud Dekhinet pour son aide précieuse au moment où j'en avais le plus besoin ainsi que pour son amitié.

Je tiens à remercier vivement mes collègues de la Faculté de Technologie pour leurs encouragements et pour le climat d'entente très favorable.

Beaucoup de personnes ont contribué, de près ou de loin, à l'accomplissement de ce travail, je ne saurai les nommer tous, mais je tiens à leur exprimer mes vifs remerciements.

ملخص :

إن الهدف الأساسي من إنجاز هذا البحث هو دراسة الموضوع الخاص بالتحكم الملائم **backstepping** النيروني للأنظمة غير الخطية وغير المؤكدة. تقوم في المرحلة الأولى بتوضيح المفهوم الأساسي لمعنى **backstepping** غير الملائم و الملائم. بعدها نعرض إلى تبني فكرة جديدة و هي الربط بين معايير المقارنة باستعمال الشبكات النيرونية و إستراتيجية التحكم **backstepping**. إن التحليلات النظرية وتطبيقاتها على أنظمة فيزيائية كالبدول البسيط و البدول المقلوب تبرز الاستقرار والمتانة الشاملة لهذه التقنية. إن الجزء الثاني من هذا البحث يهدف أساساً إلى دراسة تحليلية مفصلة للتحكم **backstepping** النيروني للأنظمة غير الخطية بوجود معيقات التشغيل سواء كانت داخلية أو خارجية. بالإضافة إلى ذلك، فإن إدراج الملاحظ في عملية التحكم يجلب تحسينات كبيرة لهذا النوع من المراقبة، من حيث المتانة العملية و الإمكانية المتاحة لحل بعض الإشكاليات المطروحة مثل نزح المعيقات المحتملة، وكذا تقدير وتفعيل آلية المقارنة للحالات والمعاملات المجهولة لدى المراقب، ومقارنة الدوال غير الخطية المجهولة أيضاً في النظام الملائم للجهاز المراد التحكم فيه. إضافة إلى ذلك، فإنه لتحقيق الضمان اللائق لفعالية هذه الطريقة، تم تطبيق المفاهيم النظرية على نموذجين هما المحرك ذو المغناطيس الدائم والمحرك الحثي. و لأجل إعطاء المزيد من المقارنة النموذجية لهذا النوع من التحكم، تم استكشاف نموذج أكثر تعقيداً هو الرباعي الدوار، وهو جهاز ذو نظام غير خطي ومتعدد المتغيرات. في هذا الجزء الأخير من الدراسة، يتم إدراج و تطبيق تقنية **backstepping** لنموذج هذا الجهاز الفيزيائي المعقد للغاية، مع العلم بأنه من الصعب جداً التحكم في جميع الحالات المرتبطة به في آن واحد بسبب تعدد متغيراته مع وجود معيقات التشغيل المحتملة. لذلك نلجأ إلى استخدام تقنية ملائمة تعتمد على خوارزمية **backstepping** لتحقيق الاستقرار في الرباعي الدوار وتمكين الإزالة الكلية للمعيقات.

Résumé

Le travail de cette thèse est une contribution à la commande adaptative backstepping neuronale des systèmes non linéaires incertains. La première étape consiste à éclaircir la notion de base du backstepping non adaptatif et adaptatif. Ensuite, l'idée est d'associer le critère d'approximation par les réseaux neuronaux à la stratégie de commande backstepping. Des développements théoriques et applications sur des procédés physiques clarifient la stabilité et la robustesse de cette technique. Le deuxième axe de travail est le développement détaillé de la commande backstepping neuronale des systèmes non linéaires avec incertitudes à caractères internes et externes. Un observateur apporte des améliorations notables pour ce type de contrôle en termes de robustesse et de résolution de problèmes tels que le rejet de perturbations, l'estimation des états et des paramètres inconnus du système et l'approximation des fonctions non linéaires. Afin d'approuver l'efficacité de cette méthode, deux procédés ont été considérés pour les applications qui sont le moteur à aimants permanents et le moteur à induction. Dans le but de donner plus de mérite à cette commande, un modèle plus complexe et d'actualité est exploré. Il s'agit d'un quadrirotor qui est un système non linéaire, multivariables et couplé. Dans cette dernière partie d'étude, la technique backstepping est appliquée pour ce procédé physique. Un tel modèle est très complexe, voir difficile à contrôler ; car la commande est multivariables dans le sens où 6 degrés de liberté sont à contrôler de manière simultanée et opérant dans un milieu particulièrement perturbé. Un algorithme basé sur la technique backstepping a été employé afin de stabiliser le quadrirotor et de permettre le rejet total des perturbations.

Abstract

The work of this thesis is a contribution to the adaptive neural backstepping control of uncertain nonlinear systems. The first step is to clarify the basic concept of the non-adaptive and adaptive backstepping. Then, the idea is to combine the criterion of approximation by neural networks and backstepping control strategy. Theoretical developments and applications to physical processes clarify the stability and robustness of this technique. The second step in this work is the detailed development of neural backstepping control of nonlinear systems with internal and external uncertainties. An observer brings significant improvements for this type of control in terms of robustness, disturbance rejection, states estimation and unknown system parameters and nonlinear functions approximation. To approve the effectiveness of this method, two processes have been considered for applications, permanent magnet motor and induction motor. In order to give more merit to this command, a more complex model is explored namely a quadrotor which is a non linear system, coupled and multivariable. In the last part of study, backstepping technique is applied to this physical process. This model is very complex, difficult to control because six states must be controlled at the same time and in a very disturbed environment. A technique based on backstepping algorithm is employed to stabilize the quadrotor and to allow the total rejection of disturbances.

Table des matières

Introduction générale	1
-----------------------------	---

<h3 style="margin: 0;">Chapitre I : Commande backstepping neuronale : Développement théorique</h3>

I.1 Introduction	5
I.2 Propriétés des systèmes non linéaires.....	5
I.3 Commande backstepping des systèmes non linéaires	6
I.4 Étude d'un système non linéaire de troisième ordre.....	10
I.4.1 Commande backstepping non adaptative	11
I.4.2 Commande backstepping adaptative	13
I.5 Réseaux de neurones	19
I.5.1 Introduction	19
I.5.2 Présentation des réseaux de neurones.....	20
I.5.2.1 Neurone formel (Artificiel).....	20
I.5.2.2 Modes de fonctionnement d'un RNA	22
I.5.3 Réseaux de neurones à fonctions de base radiales RBF	22
I.5.4 Réseaux de neurones à perceptron multicouches MLP	23
I.6 Commande adaptative backstepping neuronale RBF.....	25
I.6.1 Modèle neuronal.....	25
I.6.2 Commande backstepping neuronale d'un système d'ordre deux	27
I.6.3 Commande backstepping neuronale RBF d'un pendule inversé.....	30
I.6.3.1 Modèle du pendule inversé	30
I.6.3.2 Commande adaptative backstepping.....	31
I.6.3.3 Commande adaptative backstepping neuronale	33
I.6.3.4 Résultats de simulation	35
I.7 Commande adaptative backstepping neuronale MLP	37
I.7.1 Étapes de la commande d'un pendule inversé.....	37
I.7.2 Résultats de simulation.....	41
I.8 Conclusion	42

<h3 style="margin: 0;">Chapitre II : Commande backstepping neuronale avec observateur</h3>

II.1 Introduction	43
II.2 Commande adaptative des systèmes non linéaires incertains.....	44
II.2.1 Modèle considéré	44
II.2.2 Procédure de la commande.....	44

II.3	Commande neuronale des systèmes non linéaires incertains	48
II.3.1	Description du modèle utilisé	48
II.3.2	Conception de la commande neuronale backstepping	50
II.4	Commande BAN du pendule simple avec observateur	53
II.4.1	Problématique	53
II.4.2	Modèle perturbé du processus et observateur	54
II.4.3	Procédure de la commande backstepping neuronale du pendule simple.....	57
II.4.3.1	Modèle incertain du pendule.....	58
II.4.3.2	Observateur	58
II.4.3.3	Procédure backstepping.....	60
II.4.4	Résultats de simulation.....	66
II.5	Commande BAN du pendule inversé.....	70
II.5.1	Problématique	70
II.5.2	Modèle incertain utilisé	70
II.5.3	Procédure backstepping.....	71
II.5.4	Résultats de simulation.....	72
II.6	Conclusion	74

<p>Chapitre III : Commande backstepping neuronale d'un moteur synchrone à aimants permanents</p>

III.1	Introduction	75
III.2	Stratégie de la commande vectorielle du MSAP.....	75
III.2.1	Introduction	75
III.2.2	Génération du couple	76
III.2.2.1	Reproduction des valeurs continues et commande d'angle.....	77
III.2.2.2	Commande d'amplitude	77
III.2.3	Étapes de la commande par orientation du flux du MSAP	77
III.2.4	Commande sans capteur.....	79
III.3	Modèle mathématique du MSAP	79
III.4	Commande backstepping du MSAP perturbé	81
III.4.1	Équations de la machine dans le référentiel rotorique	81
III.4.2	Modèle utilisé	82
III.4.3	Procédure de la commande adaptative backstepping	82
III.4.4	Résultats de simulation.....	87
III.4.4.1	Commande non adaptative	87
III.4.4.2	Commande adaptative	88
III.5	Approche backstepping-RBF.....	90
III.5.1	Développement de l'approche backstepping-RBF.....	90
III.5.2	Résultats de simulation.....	94
III.6	Conclusion	95

Chapitre IV : Commande backstepping neuronale d'un moteur à induction

IV.1 Introduction.....	96
IV.2 Commande d'un moteur à induction.....	97
IV.3 Modèle du moteur dans le repère (d, q)	98
IV.4 Approche backstepping standard	100
IV.4.1 Commande backstepping non adaptative.....	100
IV.4.2 Commande backstepping adaptative.....	104
IV.4.2.1 Développement et principe	104
IV.4.2.2 Résultats de simulation.....	107
IV.5 Approche backstepping neuronale	110
IV.5.1 Modèle utilisé.....	110
IV.5.2 Procédure de la technique.....	112
IV.5.3 Résultats de simulation	114
IV.6 Conclusion.....	117

Chapitre V : Commande backstepping neuronale d'un quadrirotor

V.1 Introduction.....	118
V.2 Modélisation d'un quadrirotor	119
V.2.1 Fonctionnement et conception de base	119
V.2.2 Hypothèses adoptées	122
V.2.3 Étude cinématique	122
V.2.3.1 Angles d'Euler	124
V.2.3.2 Vitesses angulaires.....	124
V.2.3.3 Vitesses linéaires.....	125
V.2.3.4 Cinématique de translation	125
V.2.3.5 Cinématique de rotation.....	125
V.2.4 Équations des forces et moments.....	125
V.2.4.1 Équations des forces	125
V.2.4.2 Équations des moments	126
V.2.5 Étude dynamique.....	127
V.2.5.1 Équations de mouvement de translation.....	129
V.2.5.2 Équations de mouvement de rotation	129
V.3 Commande backstepping d'un quadrirotor avec incertitudes	130
V.3.1 Modèle de base utilisé.....	130
V.3.2 Procédure backstepping d'un quadrirotor sans perturbations externes.....	133
V.3.3 Commande backstepping d'un quadrirotor avec incertitudes	138
V.3.3.1 Modèle avec incertitudes	138
V.3.3.2 Procédures de commande	139

V.4 Résultats de simulation	148
V.4.1 Commande backstepping non adaptative (sans perturbations)	148
V.4.2 Commande backstepping adaptative (sans perturbations)	150
V.4.3 Commande backstepping adaptative (avec perturbations)	153
V.5 Commande backstepping d'un quadrirotor avec observateur	155
V.5.1 Modèle étendu du quadrirotor	156
V.5.2 Procédure backstepping	157
V.5.3 Résultats de simulation	160
V.6 Approche backstepping neuronale avec observateur du UAV	162
V.6.1 Introduction	162
V.6.2 Procédure BAN du quadrirotor avec observateur	163
V.7 Conclusion	168
<hr/>	
Conclusion générale	169
Bibliographie	171
Annexes	
Notations utilisées	

Introduction générale

L'analyse des systèmes non linéaires révèle une importance énorme dans l'étude des systèmes. Ce dévoilement est dû à la puissance des outils théoriques d'analyse dans l'exploration des caractéristiques du système, contrairement à la simulation qui, lorsqu'elle n'est pas guidée par une étude théorique, risque de donner des résultats ne couvrant pas la réalité du système. En outre, la synthèse des lois de commande non linéaires repose, essentiellement, sur l'analyse authentique de ces systèmes.

Ces dernières années, il y a eu des progrès importants concernant le développement de la technique de commande adaptative des systèmes non linéaires. Intrinsèquement, la plupart des systèmes physiques ont un comportement non linéaire ; nous pouvons alors citer comme exemples les systèmes mécaniques, électromécaniques et chimiques (avions, véhicules, régulateurs thermiques, réacteurs chimiques, ... etc.). Ce type de système commandé est représenté par un ensemble d'équations différentielles, traduisant la variation des états spécifiques du système dans un intervalle de temps. L'influence d'un certain nombre d'états finis et choisis nous permet évidemment d'accomplir certains objectifs de commande désirés.

Sur la base de certaines considérations adoptées pour le modèle dynamique du système, nous pouvons aboutir à nos objectifs par l'application d'une technique de commande. Nous pouvons donc deviner, avec peu de variables, l'évolution du système dans un intervalle de temps très important où est censée agir cette commande. Aussi, nous sommes amenés à retenir, que les erreurs et les dynamiques négligées ou les perturbations non modélisées, doivent être compensées ou atténuées grâce à la commande afin d'atteindre la convergence et la stabilité du système. De ce fait, nous serons obligés de savoir maîtriser les interférences entre la complexité du modèle choisi pour représenter les phénomènes et la conception et les performances de lois de commande. Nous pouvons citer quelques techniques adaptées à la commande des systèmes non linéaires : linéarisation par retour d'état ; commande adaptative ; commande par mode glissant ; commande adaptative backstepping, ...etc.

La commande adaptative backstepping est l'une des approches principales de ces recherches attentives. Cette technique a été développée initialement par Kanellakopoulos et étoffée, d'une part, par Feurier et Morse, et d'autre part, par Tsinias Kokotović et Sussmann. Elle offre une méthode systématique pour effectuer la conception d'un contrôleur pour les systèmes non linéaires. L'idée de cette stratégie clarifie qu'un système, modélisé par une structure triangulaire dans l'espace d'état, peut être stabilisé étape par étape en commençant par le premier état. Parallèlement, les lois d'adaptation pour les paramètres inconnus du système et les lois de commande peuvent être déduites d'une manière adéquate. Cette technique repose essentiellement sur l'utilisation du formalisme

de Lyapunov. Ce dernier est très simple, très commode et garant principal de la stabilité et convergence du système. La théorie de Lyapunov possède deux types de méthodes, et utilise des fonctions spécifiques.

Les deux méthodes de Lyapunov, connues sous les noms de la première et la seconde méthode, représentent des outils analytiques puissants. Dans la première méthode, appelée également méthode de linéarisation, il s'agit d'analyser la stabilité du système non linéaire au voisinage du point d'équilibre à travers une approximation linéaire. La mise en évidence de cette méthode permet l'utilisation des systèmes de contrôle linéaire. Cependant, la seconde méthode est plus générale et sera la base de calcul des contrôleurs non linéaires dans notre travail. Elle repose sur le principe d'énergie pour analyser la stabilité, qui stipule "qu'un système physique est stable, si son énergie mécanique totale diminue avec le temps". Lyapunov a pu décrire une fonction similaire ayant les propriétés de l'énergie et pour laquelle l'analyse de stabilité devient plus commode.

La littérature dans ce domaine est très abondante et variée du fait que le sujet a été largement abordé depuis longtemps. Malgré tout, plusieurs problématiques persistent jusqu'à nos jours, et les solutions associées n'ont pas encore atteint l'idéal.

Cette thèse s'appuie principalement sur l'utilisation des réseaux de neurones afin d'approximer les fonctions non linéaires inconnues d'un modèle incertain en supposant que l'on désire étudier un système physique incertain donné. Plus précisément, on s'intéressera à la commande adaptative backstepping associée aux critères d'approximation des fonctions non linéaires par des réseaux neuronaux appliquée à une classe de systèmes non linéaires incertains. Deux types de réseaux neuronaux artificiels RBF et MLP sont par la suite considérés.

L'état d'un système peut être représenté par une série de grandeurs d'entrée et de sortie. On supposera que le procédé à commander n'a pas de mémoire, c'est-à-dire que sa sortie à un instant donné ne dépend que de son entrée à ce même instant et non pas des entrées précédentes. Si le système n'est pas parfaitement connu, on peut recourir à l'approximation des fonctions inconnues de son modèle. Le but est de créer une nouvelle fonction que l'on connaît parfaitement et qui représentera au mieux possible la fonction réelle. On définit une mesure de l'écart entre les deux fonctions, que l'on appelle performance. La performance la plus utilisée est l'erreur quadratique. La fonction réelle doit vérifier certaines propriétés pour être approximée. Plus généralement, un algorithme d'approximation nécessite que pour deux entrées voisines les sorties correspondantes soient également voisines. Les fonctions respectant cette propriété sont appelées fonctions douces. Une seconde condition porte sur le choix de l'approche d'approximation. Celle-ci doit être représentative des évolutions de la fonction réelle.

La stratégie de commande envisagée suppose les points suivants :

- Les non-linéarités inconnues dépendantes des états non mesurables. Cet état de fait fera appel à des observateurs pour l'estimation de ces états.
- Certains paramètres du système peuvent être inconnus.
- Les fonctions non linéaires du modèle sont mal connues.
- Le procédé est sujet à des incertitudes et des perturbations externes.

Dans le but de parfaire ce type de commande, nous nous sommes proposés d'explorer divers procédés non linéaires physiques en commençant par certains à caractères simples comme le pendule simple et le pendule inversé, puis en allant vers d'autres plus élaborés tels que le moteur à aimants permanents et le moteur à induction. Enfin, notre étude a été étendue à un procédé très complexe, multivariable et couplé qui est le quadrirotor.

Outre l'introduction et la conclusion générales, cette thèse comporte cinq chapitres qui décrivent les différents dispositifs de commande développés pour les divers types de procédés physiques monovariables ou multivariables :

- Le premier chapitre est consacré à un rappel théorique concernant les commandes non adaptatives et adaptatives backstepping. Ensuite, nous avons intégré les réseaux neuronaux RBF et MLP afin de réaliser une association avec la commande backstepping et permettre de faire des applications sur des procédés physiques qui sont le pendule simple et le pendule inversé.
- Dans le second chapitre, nous nous sommes intéressés à la commande d'une certaine classe de systèmes non linéaires, en l'occurrence les systèmes incertains. Nous avons étudié en détails les commandes backstepping adaptative et backstepping adaptative neuronale et nous les avons appliquées sur deux procédés physiques (pendule simple et pendule inversé).
- Dans le troisième chapitre, une étude approfondie a été menée sur la machine synchrone à aimants permanents en utilisant l'approche backstepping-RBF.
- Nous avons proposé dans le quatrième chapitre d'élargir notre considération à un modèle incertain plus complexe, en l'occurrence, celui de la machine à induction. A travers trois orientations de la commande backstepping (non adaptative, adaptative et neuronale), nous allons éclaircir de nouveau les performances de cette technique dans le domaine du contrôle.
- Dans le dernier chapitre, nous avons étudié l'application de la commande backstepping sur un procédé physique qui est le quadrirotor. Ce dernier est un modèle non linéaire plus complexe et d'actualité. Il est multivariables, couplé et perturbé.

Les travaux de cette thèse ont fait l'objet de plusieurs communications et publications :

Communications nationales et internationales :

- (1) M. Mokhtari and N. Golea, "*Commande backstepping de la machine à induction*", Conf. Electrical Engineering, Université de Batna, Algérie, pp. 92-95, Octobre 2004.
- (2) M. Mokhtari and N. Golea, "*Commande adaptative d'un pendule inversé par l'approche backstepping-neuronale*", Conf. sur les Signaux et Systèmes, Laboratoire d'Automatique et Informatique, Guelma, Algérie, pp. 75-81, Novembre 2007.
- (3) M. Mokhtari, N. Golea, and L. Saidi, "*Adaptive backstepping control of doubly fed induction motor*", Conf. Electrical Systems Design and Technologies, Hammamet, Tunisia, November 2008.
- (4) M. Mokhtari and N. Golea, "*Adaptive backstepping control of synchronous motors using RBF neural networks*", Conf. Electrical Engineering, Batna, Algeria, Abstracts book, pp. 49, 27-29, October 2008.
- (5) M. Mokhtari, N. Golea, L. Saidi, and M. Boulemden, "*Application of the adaptive backstepping control to an inverted pendulum : Comparative study with neuronal technique*", Conf. Electronics Systems, Batna, Algeria, pp. 290-295, October 2009.
- (6) M. Mokhtari, D. Bellala, and N. Golea, "*Speed control of a doubly fed induction motor using backstepping technique*", Conf. Computer, Control, Education and Management, Dubai, United Arab Emirates, vol. 27, pp. 104-110, July 2012.

Publications nationales et internationales :

- (1) M. Mokhtari, N. Golea, and S. Berrahal, "*The observer adaptive backstepping control for a simple pendulum*", American Institute of Physics, Publishing LLC, vol. 1019, Poitiers, America, pp. 85-90, 12 June 2008.
- (2) M. Mokhtari, N. Golea, and L. Saidi, "*Adaptive backstepping control of synchronous motors using RBF neural networks*", Revue des sciences et de la Technologie, Batna, Algérie, vol. 3, n° 1, pp. 135-144, 2012.
- (3) M. Mokhtari and N. Golea, "*Control of a permanent magnet synchronous machine using neural network backstepping approach*", Advanced Materials Research, Tech. Publications, Switzerland, Suisse, vol. 628, pp. 410-419, 2013.
- (4) M. Mokhtari, K. Chara, and N. Golea, "*Adaptive neural network control for a simple Pendulum using backstepping with uncertainties*", International Journal of Advanced Science and Technology, vol. 65, pp. 81-94, 2014.

Chapitre I

Commande backstepping neuronale : Développement théorique

I.1 Introduction

Pratiquement tous les problèmes de commande sont de nature non linéaire. Néanmoins, dans certains cas, l'emploi de méthodes linéaires mènera à des performances satisfaisantes du contrôleur. Dans de nombreux autres cas, seule l'application de méthodes d'analyse et de synthèse non linéaires garantira la réalisation des objectifs souhaités. Au cours de la dernière décennie, il ya eu des progrès considérables dans le domaine de la commande non linéaire qui ont conduit à l'élaboration d'un certain nombre de méthodes de conception de contrôleurs non linéaires. Parmi ces techniques, on peut citer les commandes backstepping et neuronale. Ces dernières présentent des performances notables en termes de poursuite et de régulation.

En vue d'approximer les différentes fonctions non linéaires du modèle, nous avons fait appel au formalisme des réseaux de neurones. Ces derniers seront jumelés à la commande backstepping classique en vue d'apporter une certaine robustesse à la structure. Tous ces développements seront explicités dans le présent chapitre.

I.2 Propriétés des systèmes non linéaires

Les systèmes non linéaires sont décrits par des équations différentielles non linéaires. Ils sont caractérisés par les propriétés suivantes : (1) Principe de superposition n'est pas applicable, (2) Points d'équilibre multiples : un système non linéaire présente plusieurs points d'équilibre isolés (pour le système linéaire, le point d'équilibre est unique), (3) Limite de cycle : les systèmes non linéaires peuvent exhiber des oscillations à amplitudes et fréquences fixes en l'absence d'une entrée exogène ; ces oscillations sont appelées cycles limites, (4) Bifurcation : la théorie de la bifurcation a montré que le changement quantitatif des paramètres du système entraîne un changement qualitatif dans son comportement, ainsi la stabilité peut être affectée par ce changement quantitatif, (5) Chaos : les systèmes non linéaires présentent un phénomène chaotique qui est défini par la sensibilité de la sortie vis-à-vis des valeurs initiales, (6) Temps d'échappement fini : l'état d'un système non linéaire instable peut aller à l'infini en un temps fini,

(7) Oscillations sous harmoniques, harmoniques ou aperiodiques : pour une entrée sinusoïdale, le signal de sortie peut contenir de nombreux harmoniques et sous-harmoniques avec amplitudes et déphasages différents (la sortie d'un système linéaire ne contiendra qu'une sinusoïde à la sortie).

I.3 Commande backstepping des systèmes non linéaires

Pour commander un système, on s'appuie en général sur un modèle obtenu à partir d'une identification préalable comme les lois physiques ou à partir d'observations expérimentales. Dans notre cas, la commande backstepping est une technique qui prend en charge la nature non linéaire du système. Il est utile de noter que la stabilité de cette technique est basée sur l'utilisation de la fonction de Lyapunov [1].

Les objectifs du backstepping consistent à utiliser l'état comme commande virtuelle. Cependant, le système est alors divisé en sous systèmes unies en ordre décroissant. La loi de commande apparaît à la dernière étape de l'algorithme du backstepping. Lors des étapes intermédiaires, l'instabilité du système non linéaire est traitée et l'ordre du système est augmenté d'une étape à l'autre. La stabilité globale est garantie, elle assure la continuité et la régulation des systèmes non linéaires.

Selon la connaissance ou non des paramètres du modèle, deux variantes de cette commande peuvent être élaborées : commande backstepping non adaptative et adaptative.

Dans le cas où le modèle est parfaitement connu, le schéma de principe de la commande backstepping non adaptative est illustré sur la figure ci-dessous.

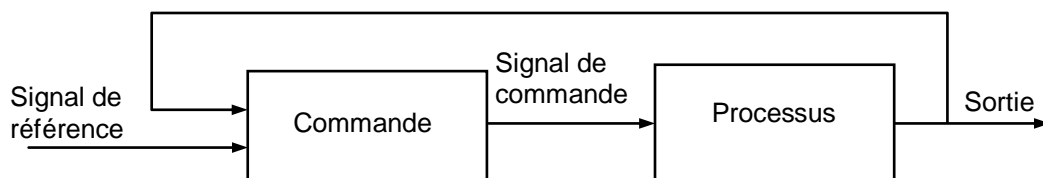


Fig. 1.1 : Schéma de principe de la commande non adaptative

Cependant, les modèles réels des systèmes physiques sont caractérisés par des paramètres (masses, inductances,.....) qui sont peu connus ou variables. Si ces paramètres varient dans un intervalle important, il serait mieux d'employer une loi d'adaptation pour les estimer convenablement.

La conception d'une commande adaptative exige la mise au point de trois notions de base : (1) la loi de commande permet de répondre aux spécifications désirées, vis-à-vis du comportement du système à commander ; (2) la loi d'adaptation détermine la dynamique d'estimation des paramètres inconnus. Elle doit garantir leur convergence vers leurs valeurs

respectives, sans affecter le bon fonctionnement surtout la stabilité de l'ensemble ; (3) la fonction de Lyapunov permet de répondre aux exigences des deux notions précédentes et garantit également la convergence et la stabilité de la structure adaptative en tout temps.

La construction de ce triplet s'effectue donc simultanément. Les trois opérations sont entrelacées ; ce qui permet de tenir compte des différents effets, afin de préserver la stabilité du système. Le schéma de principe de la commande adaptative est représenté par la figure suivante :

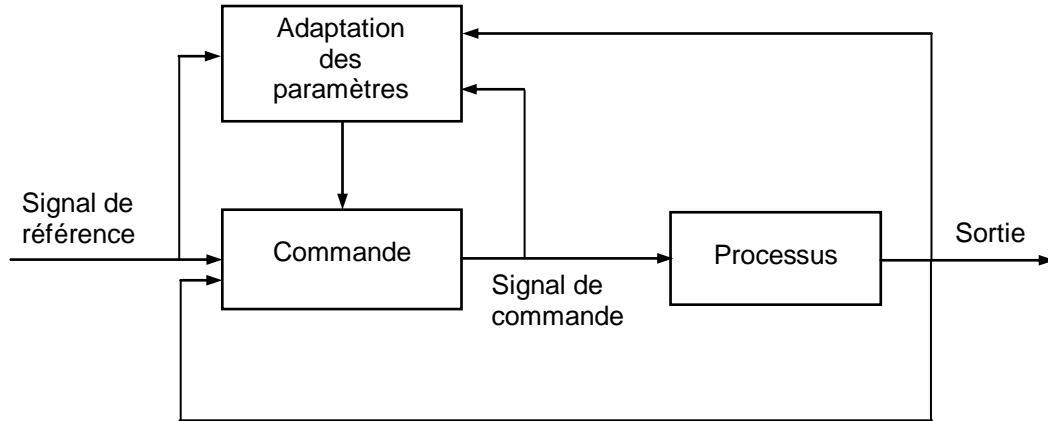


Fig. 1.2 : Schéma de principe de la commande adaptative

Dans ce qui suit, nous allons rappeler l'algorithme général de la commande backstepping adaptative [1].

Comme c'est le cas pour la plupart des commandes, l'application de la technique backstepping est limitée à certaines classes de systèmes. Les systèmes dans ce cas doivent être sous une certaine forme triangulaire [1].

La forme générale du système à analyser est donnée par :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 + \varphi_1(x_1)^T \cdot \theta \\
 \dot{x}_2 &= x_3 + \varphi_2(x_1, x_2)^T \cdot \theta \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 &\cdot \\
 \dot{x}_{n-1} &= x_n + \varphi_{n-1}(x_1, \dots, x_{n-1})^T \cdot \theta \\
 \dot{x}_n &= \beta(x) \cdot u + \varphi_n(x)^T \cdot \theta \\
 y &= x_1
 \end{aligned}
 \tag{I.1}$$

où chaque $\varphi_i : \mathbf{R}^i \mapsto \mathbf{R}^p$ est un vecteur de fonctions non linéaires, et $\theta \in \mathbf{R}^p$ est un vecteur de coefficients constants. La commande u est multipliée par la fonction $\beta(x)$, avec

$\beta(x) \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}^n$. Si le but est d'atteindre la trajectoire désirée y_r en utilisant l'état x_1 , alors l'algorithme du backstepping peut être utilisé pour la stabilisation globale asymptotique de l'erreur primaire du système (on note l'erreur primaire par $Z \in \mathbb{R}^n$).

Puisque le vecteur θ est inconnu, le système est alors augmenté par la dynamique de l'estimateur $\hat{\theta}$. Une version algorithmique adaptative du backstepping est utilisée dans ce cas dans le but d'avoir une stabilité globale et asymptotique de l'erreur primaire du système.

En général, l'algorithme de la commande adaptative backstepping peut être utilisé pour assurer la stabilité globale et asymptotique de l'erreur primaire du système si les étapes et les conditions suivantes sont respectées :

- Le système est introduit selon la forme (I.1) ;
- Les fonctions non linéaires φ_i sont connues ;
- La paramétrisation est linéaire ;
- La fonction $\beta(x)$ satisfait la condition $\beta(x) \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}^n$;
- Chaque φ_i est suffisamment lisse ;
- Le signal y_r qui va être suivi est continu ;
- Tous les états sont mesurables.

La figure (I.3) représente la procédure globale de cette technique. Chaque étape génère l'erreur z_i , la fonction stabilisante α_i , et une nouvelle estimation $\hat{\theta}_i$ du vecteur paramétrique inconnu θ .

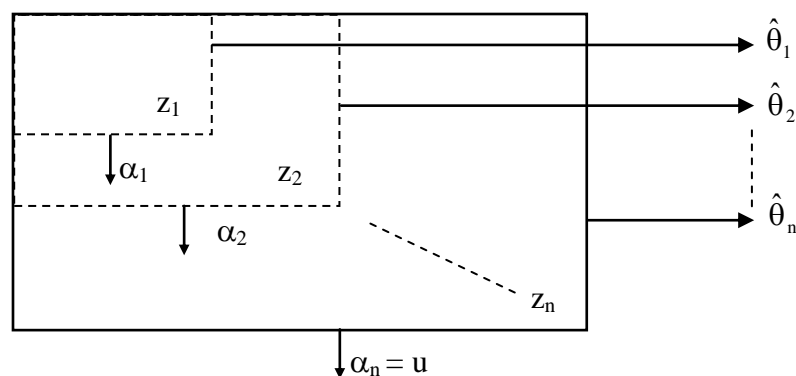


Fig. I.3 : Procédure de la technique backstepping

L'algorithme de la procédure backstepping adaptative est illustré à travers l'enchaînement des équations suivantes :

Par convention, on définit $z_0 \triangleq 0$, $\alpha_0 \triangleq 0$, $\tau_0 \triangleq 0$.

$$z_i = x_i - y_r^{(i-1)} - \alpha_{i-1} \quad (\text{I.2})$$

$$\alpha_i(\bar{x}_i, \hat{\theta}, \bar{y}_r^{(i-1)}) = -z_{i-1} - c_i z_i - w_i^T \cdot \hat{\theta} + \sum_{k=1}^{i-1} \left(\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} x_{k+1} + \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_r^{(k-1)}} y_r^{(k)} \right) + v_i \quad (\text{I.3})$$

$$v_i(\bar{x}_i, \hat{\theta}, \bar{y}_r^{(i-1)}) = \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{\theta}_k} \Gamma \tau_i + \sum_{k=2}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{\theta}_k} \Gamma w_i z_k \quad (\text{I.4})$$

$$\tau_i(\bar{x}_i, \hat{\theta}, \bar{y}_r^{(i-1)}) = \tau_{i-1} + w_i z_i \quad (\text{I.5})$$

$$w_i(\bar{x}_i, \hat{\theta}, \bar{y}_r^{(i-2)}) = \varphi_i - \sum_{k=1}^{i-1} \left(\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} \varphi_k \right) \quad (\text{I.6})$$

$i = 1, \dots, n$

$\bar{x}_i = (x_1, x_2, \dots, x_i)$, et $\bar{y}_r^{(i)} = (y_r, \dot{y}_r, \ddot{y}_r, \dots, y_r^{(i)})$ sont connues.

La loi de commande adaptative :

$$u = \frac{1}{\beta(x)} \left[\alpha_n(x, \hat{\theta}, \bar{y}_r^{(n-1)}) + y_r^{(n)} \right] \quad (\text{I.7})$$

La loi d'adaptation de mise à jour :

$$\dot{\hat{\theta}} = \Gamma \tau_n(x, \hat{\theta}, \bar{y}_r^{(n-1)}) = \Gamma w \cdot z \quad (\text{I.8})$$

Le système bouclé aura la forme :

$$\dot{z} = A_z(z, \hat{\theta}, t) z + w(z, \hat{\theta}, t)^T \tilde{\theta} \quad (\text{I.9})$$

$$\dot{\hat{\theta}} = \Gamma w(z, \hat{\theta}, t) z \quad (\text{I.10})$$

tel que :

$$A_z(z, \hat{\theta}, t) = \begin{bmatrix} -c_1 & I & 0 & \dots & 0 \\ -I & -c_2 & I + \sigma_{23} & \dots & \sigma_{2n} \\ 0 & -I - \sigma_{23} & \dots & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & I + \sigma_{n-1,n} \\ 0 & -\sigma_{2n} & \dots & -I - \sigma_{n-1,n} & -c_n \end{bmatrix} \quad (\text{I.11})$$

et :

$$\sigma_{ij}(x, \hat{\theta}) = -\frac{\partial \alpha_{j-1}}{\partial \hat{\theta}} \Gamma w_k \quad (\text{I.12})$$

La fonction de Lyapunov s'exprime par :

$$V_n = \frac{1}{2} Z^T Z + \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta} \quad (\text{I.13})$$

et la condition de stabilité est telle que :

$$\dot{V}_n = -\sum_{k=1}^n C_k Z_k^2 \quad (\text{I.14})$$

L'équilibre du système s'exprime par : $\lim_{t \rightarrow \infty} Z(t) = 0$, $\lim_{t \rightarrow \infty} [y(t) - y_r(t)] = 0$.

I.4 Étude d'un système non linéaire de troisième ordre

Considérant un système non linéaire modélisé par la représentation d'état suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + \varphi_1(x_1)^T \cdot \theta \\ \dot{x}_2 &= x_3 + \varphi_2(x_1, x_2)^T \cdot \theta \\ \dot{x}_3 &= \beta(x) \cdot u + \varphi_3(x_1, x_2, x_3)^T \cdot \theta \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (\text{I.15})$$

tel que : θ est un vecteur paramétrique, x_i ($i=1, \dots, 3$) et y sont respectivement les variables d'état et la sortie du système, u est la commande du système, chaque φ_i ($i=1, \dots, 3$) est un vecteur de fonctions non linéaires lisses, tel que $\varphi_i(0) = 0$ et la fonction $\beta(x) \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}^3$.

Le diagramme structurel de ce système est explicité sur la figure I.4 avec $\beta(x)=1$ et les fonctions non linéaires dépendent seulement des variables d'état.

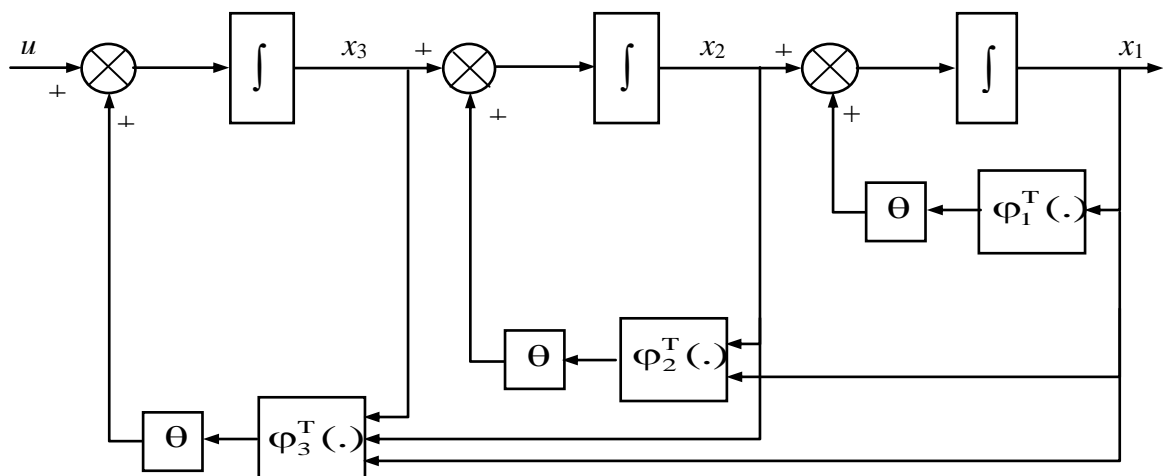


Fig. I.4 : Diagramme structurel du modèle considéré

Pour le système considéré, on va expliciter les deux types de commandes : backstepping non adaptative et backstepping adaptative. Les différents calculs seront détaillés pour chaque cas.

1.4.1 Commande backstepping non adaptative

Afin d'assurer la convergence des erreurs et de réaliser conjointement la stabilité et l'équilibre $x_1=y_r$ du système, on adopte le changement de variables suivant :

$$\begin{aligned} z_1 &= x_1 - y_r \\ z_2 &= x_2 - \dot{y}_r - \alpha_1 \\ z_3 &= x_3 - y_r^{(2)} - \alpha_2 \end{aligned} \quad (\text{I.16})$$

tel que : les fonctions stabilisantes sont choisies de sorte que :

$$\begin{aligned} \alpha_1(x_1, \theta, y_r) &= -c_1 z_1 - \varphi_1^T \theta \\ \alpha_2(x, \theta, y_r^{(2)}) &= -z_1 - c_2 z_2 - \left(\varphi_2^T - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1^T \right) \cdot \theta + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} x_2 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r \end{aligned} \quad (\text{I.17})$$

En tenant compte des équations (I.15), (I.16) et (I.17), on trouve les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= \dot{x}_1 - \dot{y}_r \\ &= z_2 - c_1 z_1 \end{aligned} \quad (\text{I.18})$$

$$\begin{aligned} \dot{z}_2 &= \dot{x}_2 - y_r^{(2)} - \dot{\alpha}_1(x_1, \theta, y_r) \\ &= -z_1 - c_2 z_2 + z_3 \end{aligned} \quad (\text{I.19})$$

Le développement de la deuxième fonction de Lyapunov est sa dérivée est donné par les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} V_2 &= \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} z_2^2 \\ \dot{V}_2 &= z_1 \dot{z}_1 + z_2 \dot{z}_2 \\ &= -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + z_2 z_3 \end{aligned} \quad (\text{I.20})$$

et la dynamique de l'erreur z_3 aura l'expression suivante :

$$\begin{aligned} \dot{z}_3 &= \dot{x}_3 - y_r^{(3)} - \dot{\alpha}_2(x_1, x_2, \theta, y_r, \dot{y}_r) \\ &= \beta(x) \cdot u + \varphi_3^T \cdot \theta - y_r^{(3)} - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} [x_2 + \varphi_1^T \cdot \theta] - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2} [x_3 + \varphi_2^T \cdot \theta] - \frac{\partial \alpha_2}{\partial y_r} \dot{y}_r - \frac{\partial \alpha_2}{\partial \dot{y}_r} y_r^{(2)} \end{aligned} \quad (\text{I.21})$$

La dernière étape consiste à utiliser la fonction de Lyapunov suivante :

$$\begin{aligned}
 V_3 &= V_2 + \frac{1}{2} z_3^2 \\
 \dot{V}_3 &= \dot{V}_2 + z_3 \dot{z}_3 \\
 &= -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 \\
 &\quad + z_3 \left[z_2 + \beta(x) \cdot u + \varphi_3^T \cdot \theta - y_r^{(3)} - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} (x_2 + \varphi_1^T \cdot \theta) - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2} (x_3 + \varphi_2^T \cdot \theta) - \frac{\partial \alpha_2}{\partial y_r} \dot{y}_r - \frac{\partial \alpha_2}{\partial \dot{y}_r} y_r^{(2)} \right]
 \end{aligned} \tag{I.22}$$

Pour que le système soit équilibré, il faut que :

$$\dot{V}_3 = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 - c_3 z_3^2 \leq 0 \tag{I.23}$$

avec c_1, c_2, c_3 des constantes positives.

Le chemin évident pour réaliser et atteindre la négativité de \dot{V}_3 est de choisir la loi de commande u suivante :

$$u = \frac{1}{\beta(x)} \left[-z_2 - c_3 z_3 - \left(\varphi_3^T - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} \varphi_1^T - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2} \varphi_2^T \right) \cdot \theta + \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} x_2 + \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2} x_3 + \frac{\partial \alpha_2}{\partial y_r} \dot{y}_r + \frac{\partial \alpha_2}{\partial \dot{y}_r} y_r^{(2)} + y_r^{(3)} \right] \tag{I.24}$$

tel que :

$$\alpha_3 = -z_2 - c_3 z_3 - \left(\varphi_3 - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} \varphi_1 - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2} \varphi_2 \right)^T \cdot \theta + \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} x_2 + \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2} x_3 + \frac{\partial \alpha_2}{\partial y_r} \dot{y}_r + \frac{\partial \alpha_2}{\partial \dot{y}_r} y_r^{(2)} \tag{I.25}$$

Alors, l'équation (I.24) devient :

$$u = \frac{1}{\beta(x)} \left[\alpha_3(x, \theta, y_r^{(j)}) + y_r^{(3)} \right] \tag{I.26}$$

L'objectif est de ramener l'état x_1 vers un état désiré y_r et de tester l'approche considérée. Pour cela, les paramètres et les fonctions utilisées sont donnés par le tableau I.1 suivant :

Paramètre ou fonction	Valeur ou expression
Gains : c_1, c_2, c_3	10 , 10 , 10
Paramètre : θ	[4;5]
Pas d'intégration	0.005
Fonctions : $\varphi_1(x_1), \varphi_2(x_1, x_2), \varphi_3(x_1, x_2, x_3)$	$[\sin x_1; x_1^2], [x_1 \cdot x_2; x_1], [x_1 \cdot \sin x_3; x_2]$

Tableau I.1 : Paramètres et fonctions de simulation

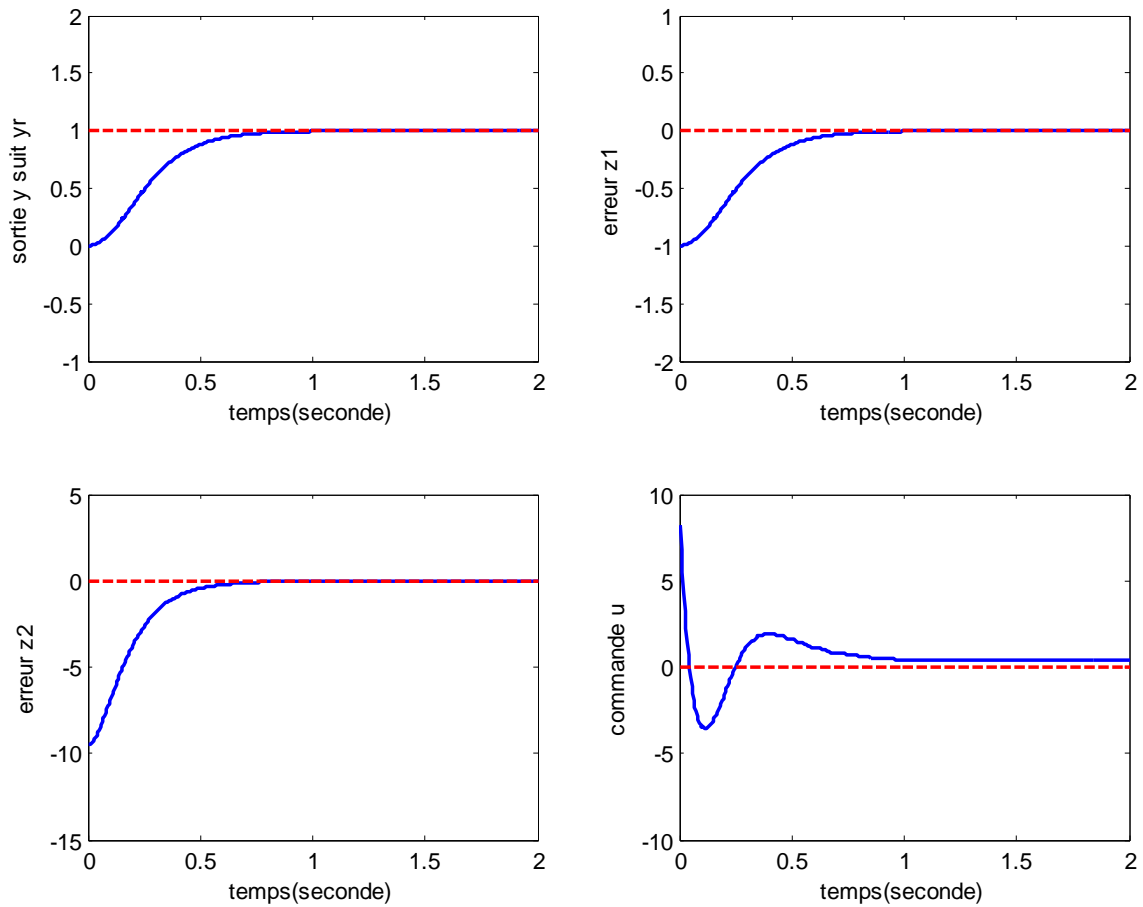


Fig. 1.5 : Commande non adaptative - régulation-

Nous constatons que les résultats obtenus montrent un bon comportement de fonctionnement. L'erreur entre x_1 et y_r tend vers zéro après 0.7 sec, et on peut améliorer cette convergence en faisant un très bon choix des constantes c_1 , c_2 et c_3 .

1.4.2 Commande backstepping adaptative

Pour concevoir une commande adaptative dans cette partie, on remplace le vecteur de paramètres réels θ par son estimation $\hat{\theta}$ dans la fonction stabilisante α_1 ; et la fonction α_2 va être renforcée par le terme $v_2(x_1, x_2, \hat{\theta})$ qui va compenser les transitions des paramètres estimés (équation I.17), ce qui donne :

$$\begin{aligned} \alpha_1(x_1, \hat{\theta}, y_r) &= -c_1 z_1 - \varphi_1^T \hat{\theta} \\ \alpha_2(x, \hat{\theta}, y_r^{(c)}) &= -z_1 - c_2 z_2 - \left(\varphi_2^T - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1^T \right) \cdot \hat{\theta} + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} x_2 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r + v_2 \end{aligned} \quad (\text{I.27})$$

sachant que :

$$v_2 = \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \Gamma \cdot \tau_2 = \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \Gamma (\tau_1 + w_2 \cdot z_2) = \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \Gamma (w_1 \cdot z_1 + w_2 \cdot z_2) ; w_1 = \varphi_1 ; w_2 = \varphi_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1$$

En tenant compte des équations (I.15), (I.16) et (I.27), on trouve les expressions suivantes :

$$\dot{z}_1 = z_2 - c_1 z_1 + \varphi_1^T \cdot \tilde{\theta} \quad (\text{I.28})$$

$$\dot{z}_2 = -z_1 - c_2 z_2 + z_3 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \Gamma \cdot \tau_2 + \left(\varphi_2^T - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1^T \right) \cdot \tilde{\theta} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} \quad (\text{I.29})$$

qu'on peut écrire sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -c_1 & +I \\ -I & -c_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varphi_1^T \\ \varphi_2^T - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1^T \end{bmatrix} \cdot \tilde{\theta} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} (\Gamma \tau_2 - \dot{\hat{\theta}}) + z_3 \end{bmatrix}$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov est telle que :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= z_1 \dot{z}_1 + z_2 \dot{z}_2 - \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\hat{\theta}} = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + z_2 z_3 + z_2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \left[\Gamma \cdot \tau_2 - \dot{\hat{\theta}} \right] \\ &\quad + \tilde{\theta}^T \left[z_1 \varphi_1 + z_2 \left(\varphi_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1 \right) - \Gamma^{-1} \dot{\hat{\theta}} \right] \end{aligned} \quad (\text{I.30})$$

$$\text{avec : } w_1 = \varphi_1, \quad w_2 = \varphi_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1, \quad \tau_2 = w_1 \cdot z_1 + w_2 \cdot z_2$$

ce qui donne :

$$\dot{V}_2 = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + z_2 z_3 + z_2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \left[\Gamma \cdot \tau_2 - \dot{\hat{\theta}} \right] + \tilde{\theta}^T \left[\tau_2 - \Gamma^{-1} \dot{\hat{\theta}} \right] \quad (\text{I.31})$$

et la dynamique de l'erreur z_3 aura l'expression suivante :

$$\begin{aligned} \dot{z}_3 &= \beta(x) \cdot u + \varphi_3^T \cdot \hat{\theta} - y_r^{(3)} - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} \left[x_2 + \varphi_1^T \cdot \hat{\theta} \right] - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2} \left[x_3 + \varphi_2^T \cdot \hat{\theta} \right] \\ &\quad + \left[\varphi_3^T - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} \varphi_1^T - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2} \varphi_2^T \right] \tilde{\theta} - \frac{\partial \alpha_2}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} - \frac{\partial \alpha_2}{\partial y_r} \dot{y}_r - \frac{\partial \alpha_2}{\partial \dot{y}_r} y_r^{(2)} \end{aligned} \quad (\text{I.32})$$

Le développement de la troisième fonction de Lyapunov et sa dérivée est donné par :

$$\begin{aligned} V_3 &= V_2 + \frac{1}{2} z_3^2 \\ \dot{V}_3 &= \dot{V}_2 + z_3 \dot{z}_3 = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + z_2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \left[\Gamma \cdot \tau_2 - \dot{\hat{\theta}} \right] + z_3 \left[z_2 + \beta(x) \cdot u + \varphi_3^T \cdot \hat{\theta} - y_r^{(3)} - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} (x_2 + \varphi_1^T \cdot \hat{\theta}) \right. \\ &\quad \left. - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2} (x_3 + \varphi_2^T \cdot \hat{\theta}) - \frac{\partial \alpha_2}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} - \frac{\partial \alpha_2}{\partial y_r} \dot{y}_r - \frac{\partial \alpha_2}{\partial \dot{y}_r} y_r^{(2)} \right] + \tilde{\theta}^T \left[\tau_2 - \Gamma^{-1} \dot{\hat{\theta}} + z_3 w_3 \right] \end{aligned} \quad (\text{I.33})$$

$$\text{avec : } w_3 = \varphi_3 - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} \varphi_1 - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2} \varphi_2$$

La loi de mise à jour est déduite et est telle que :

$$\dot{\hat{\theta}} = \Gamma \cdot (\tau_2 + z_3 w_3) = \Gamma \cdot \tau_3 \quad (\text{I.34})$$

avec : $\tau_3 = \tau_2 + z_3 w_3$ d'où $\tau_3 - \tau_2 = z_3 w_3$

L'équation (I.34) devient dans ce cas :

$$\dot{\hat{\theta}} = \Gamma \begin{bmatrix} \varphi_1 & \varphi_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1 & \varphi_3 - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} \varphi_1 - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2} \varphi_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = \Gamma \cdot W \cdot Z \quad (\text{I.35})$$

$$\text{où : } W = [w_1 \quad w_2 \quad w_3], \quad Z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix}, \quad w_1 = \varphi_1, \quad w_2 = \varphi_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1, \quad w_3 = \varphi_3 - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} \varphi_1 - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2} \varphi_2$$

Pour que le système soit équilibré il faut que :

$$\dot{V}_3 = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 - c_3 z_3^2 \leq 0 \quad (\text{I.36})$$

avec c_1 , c_2 et c_3 des constantes positives. Donc, la loi de commande s'écrit :

$$u = \frac{1}{\beta(x)} \left[-z_2 - c_3 z_3 - \left(\varphi_3^T - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} \varphi_1^T - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2} \varphi_2^T \right) \cdot \hat{\theta} + \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} x_2 + \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2} x_3 + \frac{\partial \alpha_2}{\partial y_r} \dot{y}_r + \frac{\partial \alpha_2}{\partial \dot{y}_r} y_r^{(2)} + v_3 + y_r^{(3)} \right] \quad (\text{I.37})$$

avec :

$$\alpha_3 = -z_2 - c_3 z_3 - w_3^T \cdot \hat{\theta} + \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} x_2 + \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2} x_3 + \frac{\partial \alpha_2}{\partial y_r} \dot{y}_r + \frac{\partial \alpha_2}{\partial \dot{y}_r} y_r^{(2)} + v_3 \quad (\text{I.38})$$

L'équation (I.37) devient :

$$u = \frac{1}{\beta(x)} \left[\alpha_3(x, \hat{\theta}, y_r^{(j)}) + y_r^{(3)} \right] \quad (\text{I.39})$$

Alors, l'expression (I.33) s'écrit :

$$\dot{V}_3 = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 - c_3 z_3^2 + z_2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \left[\Gamma \cdot \tau_2 - \dot{\hat{\theta}} \right] - z_3 \frac{\partial \alpha_2}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} + z_3 v_3 \quad (\text{I.40})$$

Si l'on tient compte du fait que :

$$\dot{\hat{\theta}} - \Gamma \cdot \tau_2 = \dot{\hat{\theta}} - \Gamma \cdot \tau_3 + \Gamma \cdot \tau_3 - \Gamma \cdot \tau_2 = \dot{\hat{\theta}} - \Gamma \cdot \tau_3 + \Gamma \cdot w_3 z_3 = \Gamma \cdot w_3 z_3$$

tel que : $\tau_3 - \tau_2 = w_3 z_3$ et $\dot{\theta} = \Gamma \cdot \tau_3$ alors, l'équation (I.40) s'écrit :

$$\dot{V}_3 = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 - c_3 z_3^2 + z_3 \left[-z_2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \Gamma \cdot w_3 - \frac{\partial \alpha_2}{\partial \hat{\theta}} \Gamma \cdot \tau_3 + v_3 \right] \quad (\text{I.41})$$

Pour que \dot{V}_3 soit strictement négative il faut que :

$$v_3 = z_2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \Gamma \cdot w_3 + \frac{\partial \alpha_2}{\partial \hat{\theta}} \Gamma \cdot \tau_3 \quad (\text{I.42})$$

avec : $\lim_{t \rightarrow \infty} z(t) = 0$

La dynamique des erreurs est représentée par les équations :

$$\dot{z}_1 = -c_1 z_1 + z_2 + w_1^T \cdot \tilde{\theta} \quad (\text{I.43})$$

$$\dot{z}_2 = -z_1 - c_2 z_2 + z_3 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \Gamma \cdot (\tau_2 - \tau_3) + \left(\varphi_2^T - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1^T \right) \cdot \tilde{\theta} \quad (\text{I.44})$$

avec :

$$\tau_2 - \tau_3 = -w_3 z_3 = -z_1 - c_2 z_2 + \left(1 - w_3 \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \Gamma \right) z_3 + \left(\varphi_2^T - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1^T \right) \cdot \tilde{\theta}$$

$$\sigma_{23} = -\frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} w_3 \Gamma ; w_2^T = \varphi_2^T - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1^T$$

Ce qui permet d'écrire :

$$\begin{aligned} \dot{z}_2 &= -z_1 - c_2 z_2 + (1 + \sigma_{23}) z_3 + w_2^T \cdot \tilde{\theta} \\ \dot{z}_3 &= \beta(x) \cdot u + \varphi_3^T \cdot \hat{\theta} - y_r^{(3)} - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} \left[x_2 + \varphi_1^T \cdot \hat{\theta} \right] - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2} \left[x_3 + \varphi_2^T \cdot \hat{\theta} \right] + w_3^T \cdot \tilde{\theta} - \frac{\partial \alpha_2}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} - \frac{\partial \alpha_2}{\partial y_r} \dot{y}_r - \frac{\partial \alpha_2}{\partial \dot{y}_r} \dot{y}_r^{(2)} \end{aligned} \quad (\text{I.45})$$

En remplaçant u par son expression donnée par (I.37) dans (I.45), on obtient alors :

$$\begin{aligned} \dot{z}_3 &= -z_2 - c_3 z_3 + v_3 + w_3^T \cdot \tilde{\theta} - \frac{\partial \alpha_2}{\partial \hat{\theta}} \Gamma \tau_3 \\ &= (-1 - \sigma_{23}) \cdot z_2 - c_3 z_3 + w_3^T \cdot \tilde{\theta} \end{aligned} \quad (\text{I.46})$$

Finalement, on trouve :

$$\dot{Z} = A_z \cdot Z + W \cdot \tilde{\theta} \quad (\text{I.47})$$

tels que :

$$A_z = \begin{bmatrix} -c_1 & I & 0 \\ -I & -c_2 & I + \sigma_{23} \\ 0 & -I - \sigma_{23} & -c_3 \end{bmatrix};$$

$$W = [w_1 \quad w_2 \quad w_3] = \left[\varphi_1 \quad \left(\varphi_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1 \right) \quad \left(\varphi_3 - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_1} \varphi_1 - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_2} \varphi_2 \right) \right]$$

Alors, \dot{V}_3 est négative et la stabilité globale de $Z=0$ est réalisée.

$$\dot{V}_3 = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 - c_3 z_3^2 \leq 0 \quad (\text{I.48})$$

Enfin, il en résulte que l'équilibre $x_I = y_r$ est globalement stable et $\lim_{t \rightarrow \infty} x_1(t) = y_r$.

La propriété de cette loi de commande est définie par le terme τ_3 , proportionnel à $\dot{\hat{\theta}}$ et compensé par l'effet transitoire du paramètre estimé. C'est ce départ, certainement essentiel, qui rend la stabilité adaptative du système possible (figure I.6).

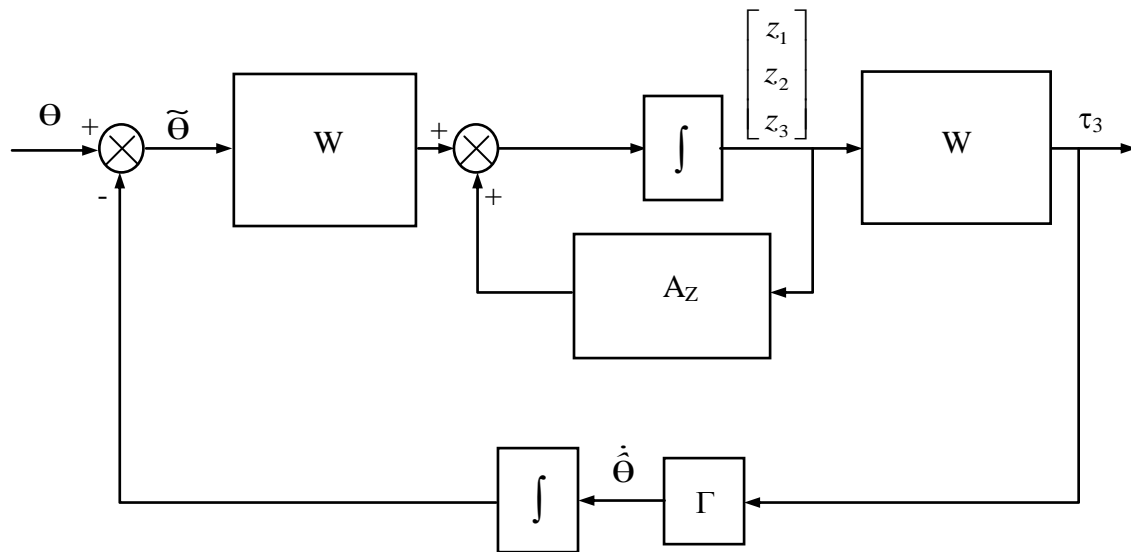


Fig. I.6 : Commande adaptative du système bouclé

Les figures suivantes montrent les résultats de simulations de la procédure backstepping adaptative. La réponse indicielle montre clairement un suivi parfait de la consigne. Aussi, on peut noter une estimation correcte des paramètres du modèle.

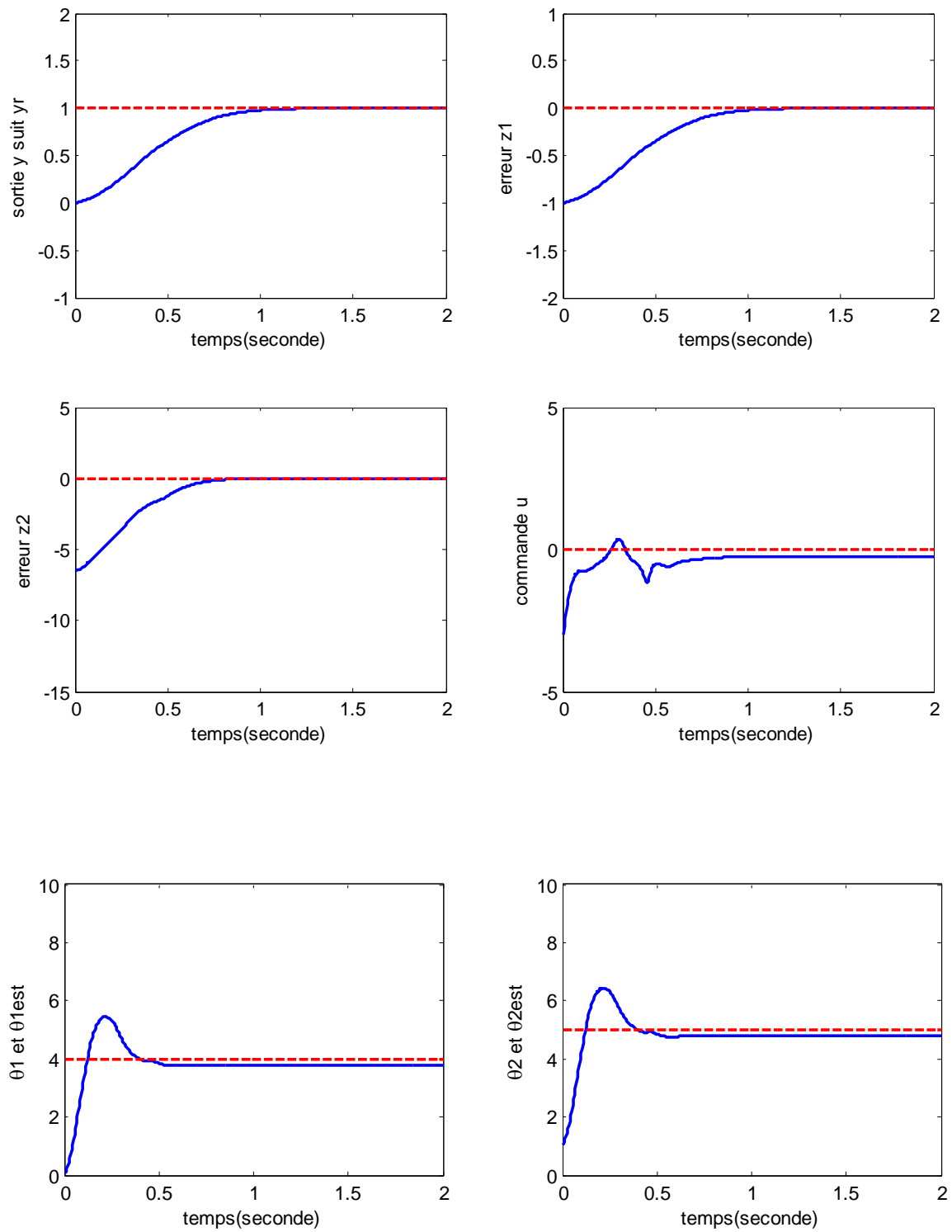


Fig. I.7 : Commande adaptative -régulation-

I.5 Réseaux de neurones

I.5.1 Introduction

La construction de logiciels dédiés au traitement automatique de l'information s'appuie sur plusieurs approches. Deux parmi les plus utilisées sont l'approche algorithmique (écriture et transcription dans un langage de programmation) et l'approche basée sur la connaissance (intelligence artificielle). Ces deux approches ne suffisent pas à répondre à tous les problèmes existants ; citons les domaines de la reconnaissance de formes (images ou signaux), du diagnostic, de la commande des moteurs, de la traduction automatique...etc [2].

Une nouvelle approche au traitement automatique de l'information semble s'offrir, où l'on cherche à s'inspirer du traitement de l'information effectué par le cerveau. Cette approche de traitement de l'information est connue sous le nom de réseaux de neurones [2].

Du point de vue structurel, un réseau de neurone se compose d'un certain nombre d'unités de traitement appelées neurones artificiels. Ces neurones sont connectés entre eux de façon à produire la réponse correspondante aux entrées reçues par le réseau. Plusieurs modèles de neurones artificiels ont été développés, s'inspirant du principe de fonctionnement des neurones biologiques qui assurent essentiellement les fonctions suivantes :

- Réception des signaux provenant des neurones voisins ;
- Intégration de ces signaux ;
- Génération d'une réponse ;
- Transmission de celle-ci à d'autres neurones.

L'approche neuronale s'oppose à l'approche symbolique basée sur l'hypothèse considérant le raisonnement modélisant la pensée comme une combinaison de symboles à des règles logiques. Elle offre les avantages suivants :

- L'activité parallèle et en temps réel pour de nombreux composants ;
- La représentation distribuée des connaissances ;
- L'apprentissage par modification des connexions.

Les réseaux de neurones artificiels constitueront un outil de développement central dans nos travaux de recherche. A cet effet, il est utile de dégager les principales propriétés et principes afin d'en comprendre leur puissance et leur utilisation dans les stratégies de commande qu'on va développer dans les chapitres qui suivront.

I.5.2 Présentation des réseaux de neurones

En tout premier lieu, lorsque nous parlons de réseaux de neurones, nous devrions plutôt dire (réseaux de neurones artificiels). En effet, les réseaux de neurones biologiques sont de loin plus complexes que les modèles mathématiques utilisés pour les réseaux de neurones artificiels que nous utilisons.

On peut considérer qu'un réseau neuronal reflète sensiblement le comportement de la structure de neurones organiques présente au sein d'un cerveau humain, les messages étant véhiculés à travers les différents nœuds interconnectés et ce, jusqu'à la sortie. Le réseau peut être agencé de multiples manières, voire avec des branches reliant la sortie de certains nœuds à d'autres situés en amont (opérant ainsi une boucle de retour d'informations) et modéliser de ce fait des fonctions très complexes.

Un réseau neuronal est constitué d'éléments extrêmement simples (neurones) qui interagissent pour donner au réseau son comportement global. Ces éléments sont des processeurs élémentaires dont la définition est faite en analogie avec les cellules nerveuses (les neurones biologiques).

Le principe des réseaux de neurones artificiels est né dans les années 40 à partir d'une analogie avec le système nerveux humain. Le terme désigne aujourd'hui un très grand nombre de modèles, dont beaucoup n'ont plus de lien direct à voir avec le fonctionnement des neurones biologiques, et doit donc être pris comme une métaphore. Ces différents modèles ont en commun l'utilisation d'automates, appelés neurones ou unités, capables de réaliser chacun un traitement très simple et d'échanger des informations entre eux. On associe généralement aux réseaux de neurones artificiels (RNA) un algorithme d'apprentissage permettant de modifier de manière plus ou moins automatique le traitement effectué afin de réaliser une tâche donnée.

I.5.2.1 Neurone formel (Artificiel)

Le neurone formel qui représente la brique de base des RNA est un automate dont le modèle s'inspire de celui d'un neurone biologique. Un neurone représente une unité de calcul élémentaire recevant ses entrées du milieu extérieur et/ou d'autres neurones et transmettant sa sortie à d'autres neurones et/ou au milieu extérieur. Ces entrées sont pondérées par un poids synaptique qui modélise l'intensité des connexions (synapses) entre les neurones. Chaque neurone additionne ses entrées, préalablement multipliées par les poids associés, et génère la sortie correspondante à travers une fonction non linéaire appelée fonction d'activation.

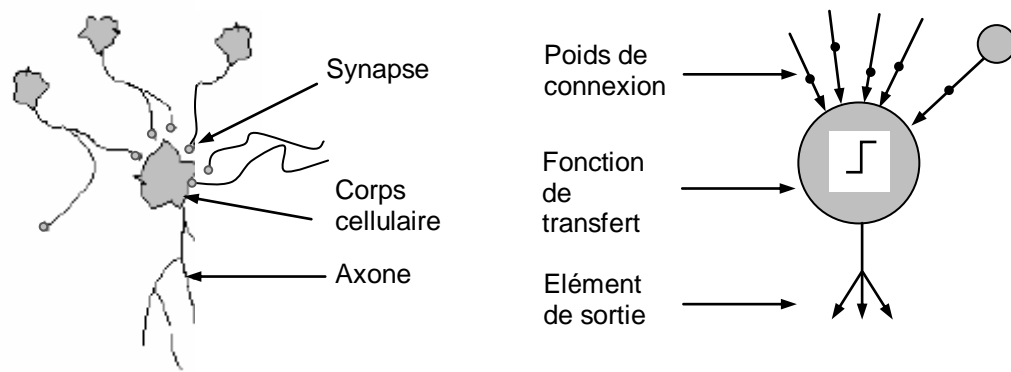


Fig. 1.8 : Mise en correspondance neurone biologique/neurone artificiel

Un neurone artificiel peut être décrit par les éléments suivants (pour un neurone d'indice i) :

1. Son état (aussi appelé activation) a_i , qui peut être une valeur réelle ou booléenne. Cet état est généralement choisi comme valeur de sortie du neurone ;
2. Ses connexions d'entrées auxquelles sont associés des poids w_{ij} (i est l'indice du neurone partageant la connexion, j est l'indice de la couche correspondante dans le réseau), de façon que le signal transmis par un neurone source soit multiplié par le poids associé à la connexion avant d'être reçu ;
3. Sa fonction d'entrée réalisant un prétraitement (généralement une somme pondérée) des entrées ;
4. Sa fonction d'activation (ou de transfert) $g_i(x)$, qui calcule à partir du résultat de la fonction d'entrée l'activation du neurone. Elle est une fonction non linéaire de saturation servant à limiter l'amplitude du signal de sortie du neurone. Plusieurs types de fonctions d'activation peuvent être utilisés.

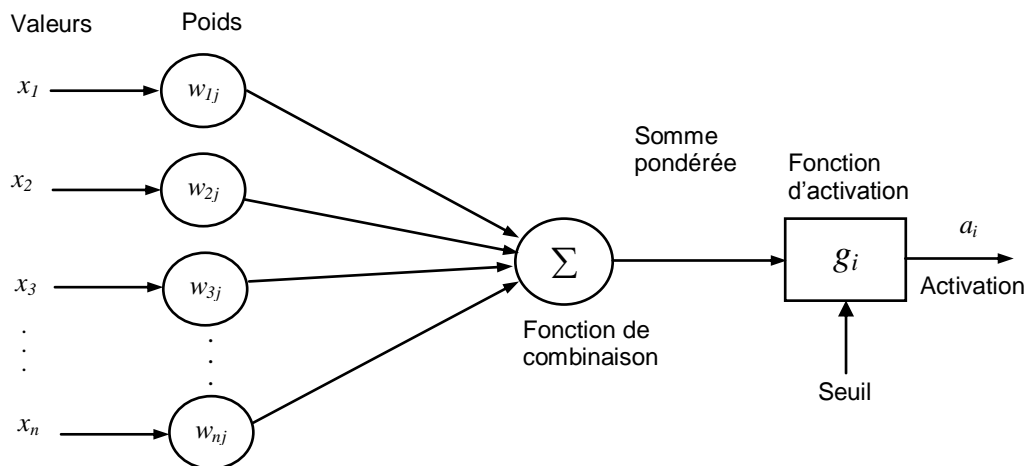


Fig. 1.9 : Structure du neurone formel

L'architecture des réseaux de neurones artificiels peut aller d'une connectivité totale à une connectivité locale où les neurones ne sont liés qu'à leurs plus proches voisins.

I.5.2.2 Modes de fonctionnement d'un RNA

Les deux principaux modes de fonctionnement sont le mode parallèle et le mode séquentiel. Ils se distinguent par l'ordre du calcul des sorties des différents neurones ; ce calcul étant réalisé en fonction des entrées à l'instant précédent :

1. Le mode parallèle : à un instant donné, tous les neurones calculent leur nouvelle sortie et la transmettent aux neurones auxquels ils sont connectés en tant que neurones émetteurs.
2. Le mode séquentiel : A un instant donnée, un seul neurone calcule sa nouvelle sortie et la transmet aux neurones qui lui sont connectés. Ce mode peut se faire suivant une liste cyclique prédéfinie ou suivant un choix aléatoire du neurone qui exécutera ses calculs. Des modes mixtes peuvent exister et sont des combinaisons des deux modes précédents.

Deux grandes familles de RNA sont présentées dans la littérature. En l'occurrence, il s'agit des réseaux à fonctions de base radiales (RBF, pour *Radial Basis Function*) et les réseaux à perceptron multi-couches (MLP, pour *Multi Layer Perceptron*). Ces deux types feront l'objet d'utilisation dans les travaux de recherche développés dans cette thèse.

I.5.3 Réseaux de neurones à fonctions de base radiales RBF

Les réseaux à fonctions de base radiales sont relativement des classes récentes de RNA. Ils se composent d'une entrée, une couche cachée et une couche de sortie. La structure générale multi-entrées/multi-sorties d'un réseau RBF est montrée dans la figure I.10, où x est le vecteur d'entrée, y le vecteur de sortie et ϕ_i^* la fonction de base radiale [3].

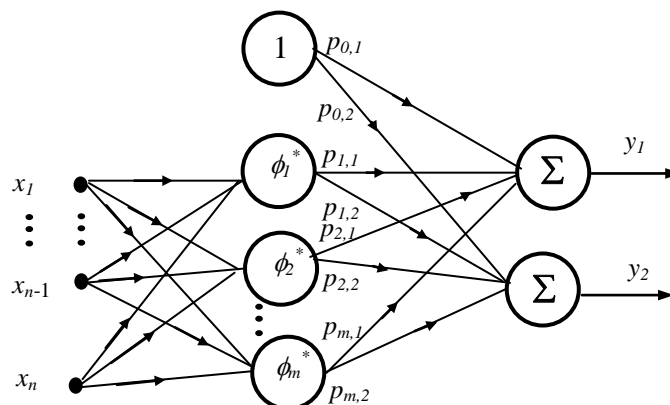


Fig. I.10 : Structure d'un réseau RBF à deux sorties

D'après la structure de ce réseau (figure I.10), l'expression correspondante à la liaison entrées/sorties peut être décrite par :

$$y_\ell(k) = p_{0,\ell} + \sum_{i=1}^m p_{i,\ell} \cdot \phi_i^* (\|x(k) - \mathbb{C}_i\|) \quad (\text{I.49})$$

où : x est le vecteur d'entrée, m est le nombre de neurones dans la couche cachée, $p_{0,\ell}$ est la polarisation, $p_{i,\ell}$ ($i=1, \dots, m$ et avec deux sorties $\ell=1$ ou 2) sont les poids (gains de sorties de la couche cachée), \mathbb{C}_i ($i=1, \dots, m$) sont les centres des fonctions de base radiales et y est le vecteur de sortie (y_1 et y_2). En introduisant l'écart type $\tilde{\lambda}$, on peut donner quelques fonctions RBF les plus utilisées comme suit :

(a) Fonction gaussienne :

$$\phi^*(r) = \exp\left(-\frac{r^2}{2\tilde{\lambda}^2}\right), \quad \tilde{\lambda} > 0 \quad (\text{I.50})$$

(b) Fonction multi quadratique et fonction multi quadratique inverse:

$$\phi^*(r) = \sqrt{r^2 + \tilde{\lambda}}, \quad \tilde{\lambda} \geq 0 ; \quad \phi^*(r) = 1/\sqrt{r^2 + \tilde{\lambda}}, \quad \tilde{\lambda} \geq 0 \quad (\text{I.51})$$

On peut montrer que pour un ensemble de N données d'entrées distinctes noté $x(k)$ ($k=1, \dots, N$) dans R^n et la correspondance $y_\ell(k)$ des signaux de sortie, il existe là un vecteur paramétrique p_ℓ qui réduit au minimum la somme des erreurs quadratiques :

$$I = \sum_{k=1}^N \left(y_\ell(k) - \left(p_{0,\ell} + \sum_{i=1}^m p_{i,\ell} \cdot \phi_i^* (\|x(k) - \mathbb{C}_i\|) \right) \right)^2 \quad (\text{I.52})$$

En se basant sur la propriété d'approximation des réseaux RBF (réduire l'erreur minimale à une valeur arbitrairement petite), on emploie les réseaux RBF pour l'approximation des fonctions non linéaires [4].

1.5.4 Réseaux de neurones à perceptron multicouches MLP

Les réseaux neuronaux MLP sont relativement de nouvelles classes de RNA. Ils se composent dans notre travail d'une couche d'entrée, une couche cachée et une couche de sortie. La structure générale multi-entrées / mono-sortie d'un réseau MLP est montrée dans la figure I.11, où x est le vecteur d'entrée (exemple : deux entrées x_3 et x_4), $\hat{\phi}_k$ (exemple : $k=2$ ou 4) est l'approximation de la fonction non linéaire inconnue, ϕ_{ki} est la fonction d'activation sigmoïdale du $i^{\text{ème}}$ neurone (avec 4 neurones, $i=1, \dots, 4$),

V_{ki} désigne le vecteur des poids d'entrée lié au neurone i et les états x_j ($j = 3, 4$), W_k est le vecteur des poids de sortie.

Avec : $V_{ki} = [V_{k3i}, V_{k4i}, b_{ki}]$ et $W_k = [w_{k1}, w_{k2}, w_{k3}, w_{k4}]^T$

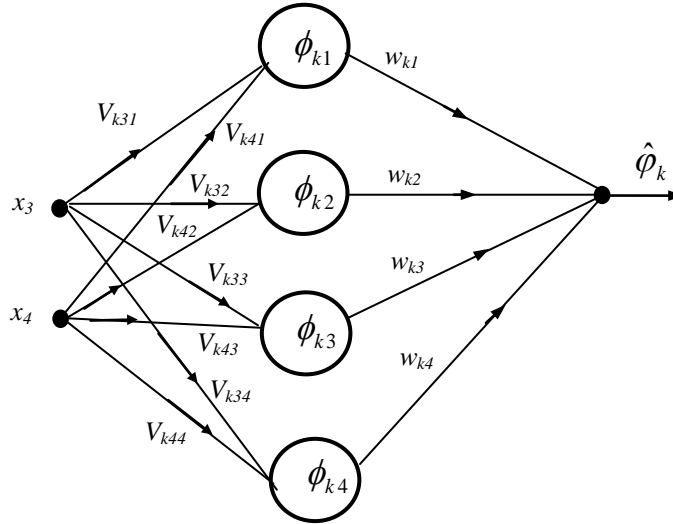


Fig. I.11 : Structure d'un réseau MLP

D'après la structure de ce réseau (figure I.11), l'expression correspondante à la liaison entrées / sorties peut être décrite par :

$$\hat{\phi}_k = \sum_{i=1}^N w_{ki} \cdot \phi_{ki} \left(\sum_{j=3}^4 (V_{kji} \cdot x_j + b_{ki}) \right) \quad (\text{I.53})$$

où : N est le nombre de neurones dans la couche cachée, b_{ki} est le biais lié à un neurone i .

Des exemples classiques de fonctions d'activation sont la fonction sigmoïde, la fonction tangente hyperbolique et la fonction de Heaviside. La fonction d'activation sigmoïdale utilisée dans notre cas est donnée par l'expression :

$$\phi(y) = \frac{1}{1 + \exp(-\lambda y)} ; \lambda > 0 \quad (\text{I.54})$$

et sa dérivée est telle que :

$$\dot{\phi}(y) = \lambda \phi(y) [1 - \phi(y)] \quad (\text{I.55})$$

En se basant sur la propriété d'approximation des réseaux MLP (réduire l'erreur minimale à une valeur arbitrairement petite), on emploie les réseaux MLP pour l'approximation des fonctions non linéaires incertaines.

I.6 Commande adaptative backstepping neuronale RBF

I.6.1 Modèle neuronal

La commande backstepping suppose que les fonctions non linéaires du modèle sont connues. Cet état n'est malheureusement pas toujours vrai. Dans le but de pallier cet inconvénient, nous nous tournons vers un changement de la liaison linéaire paramètres/fonctions (équation I.1), à une liaison non linéaire paramètres/fonctions du modèle donnée par l'équation I.56. Cette nouvelle structure, plus complexe, améliore les performances du système par approximation appropriée des fonctions non linéaires du modèle considéré [5].

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 + \varphi_1(x_1, \theta), \\
 \dot{x}_2 &= x_3 + \varphi_2(x_1, x_2, \theta), \\
 &\vdots \\
 \dot{x}_{n-1} &= x_n + \varphi_{n-1}(x_1, \dots, x_{n-1}, \theta), \\
 \dot{x}_n &= \beta(x)u + \varphi_n(x, \theta)
 \end{aligned} \tag{I.56}$$

Dans ce cas, la différence est que les fonctions non linéaires φ_i ($i=1 \dots, n$) dépendent directement du vecteur paramétrique inconnu θ . On a déjà mentionné que les réseaux RBF sont des approximations universelles. Par conséquent, pour chaque fonction φ_i , un réseau RBF a été choisi pour l'approximation. Ce changement mène à la représentation suivante :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 + \left[p_{0,1} + \sum_{i=1}^{m_1} p_{i,1} \cdot \phi_{1,i}^* \left(\|x_1(k) - \mathbb{C}_{i,1}\| \right) \right] + \tilde{\varphi}_1(x_1, \theta), \\
 \dot{x}_2 &= x_3 + \left[p_{0,2} + \sum_{i=1}^{m_2} p_{i,2} \cdot \phi_{2,i}^* \left(\|x_2(k) - \mathbb{C}_{i,2}\| \right) \right] + \tilde{\varphi}_2(x_1, x_2, \theta), \\
 &\vdots \\
 \dot{x}_{n-1} &= x_n + \left[p_{0,n-1} + \sum_{i=1}^{m_{n-1}} p_{i,n-1} \cdot \phi_{n-1,i}^* \left(\|x_{n-1}(k) - \mathbb{C}_{i,n-1}\| \right) \right] + \tilde{\varphi}_{n-1}(x_1, \dots, x_{n-1}, \theta), \\
 \dot{x}_n &= \beta(x)u + \left[p_{0,n} + \sum_{i=1}^{m_n} p_{i,n} \cdot \phi_{n,i}^* \left(\|x_n(k) - \mathbb{C}_{i,n}\| \right) \right] + \tilde{\varphi}_n(x, \theta)
 \end{aligned} \tag{I.57}$$

où : les fonctions entre crochets représentent les entrées/sorties du réseau RBF et tel que les erreurs d'approximation sont données par :

$$\tilde{\varphi}_v(\cdot) = \varphi_v(\cdot) - \left[p_{0,v} + \sum_{i=1}^{m_v} p_{i,v} \cdot \phi_{v,i}^* \left(\|x_v(k) - \mathbb{C}_{i,v}\| \right) \right] \tag{I.58}$$

$$v=1, \dots, n$$

D'après l'équation (I.58), l'argument des fonctions $\varphi_i(\cdot)$ est donné par le vecteur paramétrique inconnu et les états x_i . Les centres \mathbb{C}_i des RBF sont de dimensions appropriées.

Pour le cas particulier, $\beta(x)=1$ et $\tilde{\varphi}_v(\cdot)=0$, $v=1, \dots, n$, le schéma fonctionnel de la structure non linéaire décrite par les équations (I.59) est donné par la figure (I.12).

On peut voir que cette structure se compose d'une chaîne d'intégrateurs et de n réseaux RBF. Chaque sortie du réseau est liée à la dérivée de l'état correspondant. Les entrées de chaque réseau sont les états d'indices inférieurs ou égaux à celui de la sortie.

Dans la structure définie par l'équation (I.57), les différents types de paramètres suivants doivent être déterminés ou ajustés :

- (a) le nombre de fonctions de base pour chaque réseau m_v ;
- (b) la position des centres $\mathbb{C}_{i,v}$;
- (c) le paramètre de conception $\tilde{\lambda}$;
- (d) les fonctions de base ϕ_{vi}^* ;
- (e) le vecteur de paramètres p_v .

Les quatre premiers paramètres sont déterminés par l'intermédiaire d'expériences de simulation et une fois un choix raisonnable est effectué ils caractériseront le réseau.

Les seuls paramètres réglables de cette structure sont regroupés dans le vecteur des paramètres p_v , $v=1, \dots, n$. En faisant référence aux équations (I.57), on peut facilement voir que le système est maintenant linéairement paramétré.

Pour employer l'algorithme de la commande adaptative backstepping, le système donné par les équations (I.57) devrait être réécrit sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 + \varphi_1^{*T} \cdot p + \tilde{\varphi}_1(x_1, \theta), \\
 \dot{x}_2 &= x_3 + \varphi_2^{*T} \cdot p + \tilde{\varphi}_2(x_1, x_2, \theta), \\
 &\vdots \\
 \dot{x}_{n-1} &= x_n + \varphi_{n-1}^{*T} \cdot p + \tilde{\varphi}_{n-1}(x_1, \dots, x_{n-1}, \theta), \\
 \dot{x}_n &= \beta(x) \cdot u + \varphi_n^{*T} \cdot p + \tilde{\varphi}_n(x, \theta)
 \end{aligned} \tag{I.59}$$

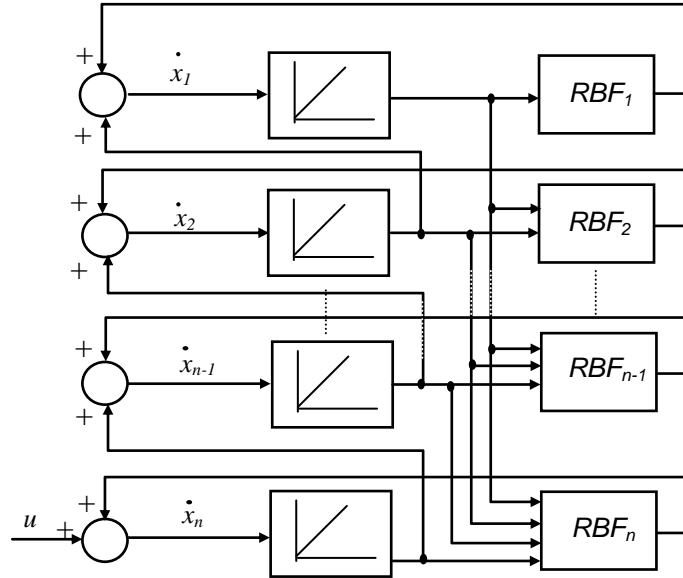


Fig. I.12 : Forme linéaire paramètres/fonctions avec RBF

Afin de comprendre les mécanismes de la commande backstepping neuronale, nous allons considérer, par souci de clarté, un système d'ordre deux.

I.6.2 Commande backstepping neuronale d'un système d'ordre deux

Dans ce qui suit, on va développer l'approche de la commande adaptative backstepping-RBF sur un modèle théorique d'ordre deux :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + \varphi_1(x_1, \theta) \\ \dot{x}_2 &= \beta(x).u + \varphi_2(x_1, x_2, \theta) \\ y &= x_1 \end{aligned} \tag{I.60}$$

tel que : θ est le vecteur paramétrique inconnu, φ_1 et φ_2 sont deux vecteurs de fonctions non linéaires qu'on va supposer inconnus.

Le système donné par l'équation (I.60) devrait être récrit sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + \varphi_1^{*T} \cdot p + \tilde{\varphi}_1(x_1, \theta), \\ \dot{x}_2 &= \beta(x).u + \varphi_2^{*T} \cdot p + \tilde{\varphi}_2(x_1, x_2, \theta) \\ y_r &= x_1 \end{aligned} \tag{I.61}$$

tel que : φ_1^* et φ_2^* sont deux fonctions qu'on peut définir en utilisant l'approximation par les réseaux RBF.

$$\varphi_1^{*T} \cdot p = \left[p_{0,1} + \sum_{i=1}^{m_1} p_{i,1} \cdot \phi_{1,i}^* \left(\|x_1(k) - C_{i,1}\| \right) \right] \quad (I.62)$$

$$\varphi_2^{*T} \cdot p = \left[p_{0,2} + \sum_{i=1}^{m_2} p_{i,2} \cdot \phi_{2,i}^* \left(\|x_2(k) - C_{i,2}\| \right) \right] \quad (I.63)$$

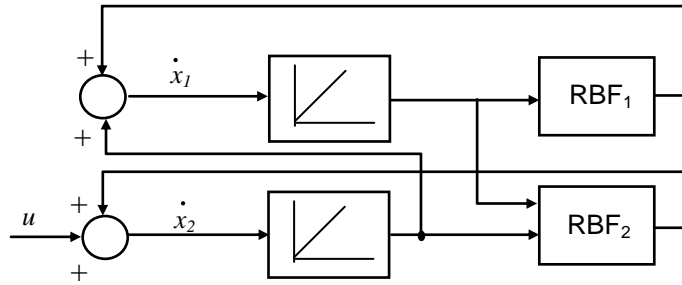


Fig. I.13 : Association du modèle d'ordre deux avec les réseaux RBF

Chaque fonction non linéaire du modèle peut être représentée par son propre réseau d'approximation RBF. Un exemple de la structure RBF du réseau utilisé pour approximer la fonction φ_1 est donné par la figure suivante :

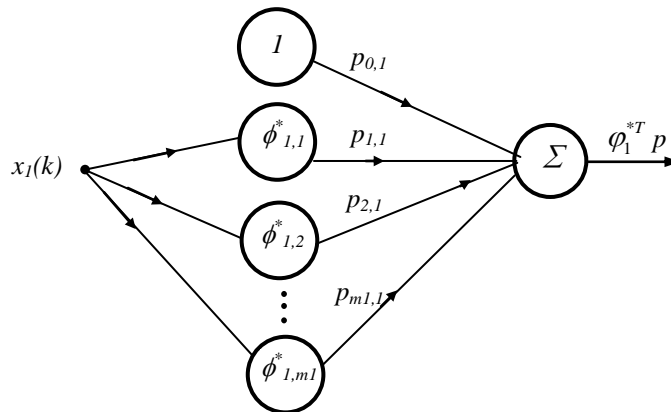


Fig. I.14 : Exemple d'une structure RBF

avec :

m_1 : nombre choisi de neurones,

$p_{i,1}$: poids des connexions,

$C_{i,1}$: centres des fonctions de base radiales,

$\phi_{1,i}^*$: fonctions de base radiales.

Après avoir établi le modèle neuronal de l'exemple considéré, nous allons, dans ce qui suit, dégager les différentes étapes de l'algorithme backstepping neuronal.

Le changement de variable adopté est décrit par les expressions :

$$\begin{aligned} z_1 &= x_1 - y_r \\ z_2 &= x_2 - \dot{y}_r - \alpha_1(x_1, \hat{p}, y_r) \end{aligned} \quad (\text{I.64})$$

La première fonction de Lyapunov correspondante :

$$V_1 = \frac{1}{2} \cdot z_1^2 \quad (\text{I.65})$$

Sa dérivée s'écrit :

$$\dot{V}_1 = z_1 \cdot \dot{z}_1 = z_1 \cdot (x_2 + \varphi_1^{*T} \cdot \hat{p} + \varphi_1^{*T} \cdot \tilde{p} + \tilde{\varphi}_1(x_1, \theta) - \dot{y}_r) \quad (\text{I.66})$$

Pour que le système atteigne sa stabilité globale, il faut que cette dérivée soit négative ($\dot{V}_1 = -c_1 \cdot z_1^2$) avec c_1 une constante positive. Ce qui va nous permettre de choisir la fonction stabilisante suivante :

$$\alpha_1(x_1, \hat{p}, y_r) = (x_2)_{\text{désirée}} = -c_1 \cdot z_1 - \varphi_1^{*T} \cdot \hat{p} \quad (\text{I.67})$$

La dynamique des erreurs s'exprime alors par :

$$\dot{z}_1 = z_2 - c_1 z_1 + \varphi_1^T \cdot \tilde{p} + \tilde{\varphi}_1(x_1, \theta) \quad (\text{I.68})$$

$$\begin{aligned} \dot{z}_2 &= \dot{x}_2 - \dot{y}_r^{(2)} - \dot{\alpha}_1 \\ &= \beta(x) \cdot u + \varphi_2^{*T} \cdot p - y_r^{(2)} + \tilde{\varphi}_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (x_2 + \varphi_1^{*T} \cdot p + \tilde{\varphi}_1) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{p}} \dot{\hat{p}} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r \end{aligned} \quad (\text{I.69})$$

La deuxième fonction de Lyapunov et sa dérivée sont données par les expressions :

$$\begin{aligned} V_2 &= \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} z_2^2 + \frac{1}{2} \tilde{p}^T \Gamma^{-1} \tilde{p} \\ \dot{V}_2 &= -c_1 z_1^2 + z_2 \left[z_1 + \beta(x) \cdot u + \varphi_2^{*T} \cdot \hat{p} - y_r^{(2)} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (x_2 + \varphi_1^{*T} \cdot \hat{p}) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{p}} \dot{\hat{p}} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r \right] \\ &\quad + \tilde{p}^T \Gamma^{-1} \left(\Gamma \varphi_1^* \cdot z_1 - \Gamma \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1^* \cdot z_2 - \dot{\hat{p}} + \Gamma \varphi_2^* \cdot z_2 \right) + z_1 \cdot \tilde{\varphi}_1 + z_2 \cdot \tilde{\varphi}_2 - z_2 \cdot \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \cdot \tilde{\varphi}_1 \end{aligned} \quad (\text{I.70})$$

La loi de mise à jour est alors déduite :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{p}} &= \Gamma \varphi_1^* \cdot z_1 - \Gamma \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1^* \cdot z_2 + \Gamma \varphi_2^* \cdot z_2 \\ &= \Gamma \cdot \left(\varphi_1^* \cdot z_1 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi_1^* \cdot z_2 + \varphi_2^* \cdot z_2 \right) \end{aligned} \quad (\text{I.71})$$

Aussi, la loi de commande suivante est obtenue :

$$u = \frac{1}{\beta(x)} \left[-z_1 - c_2 z_2 - \left(\varphi_2^{*T} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \cdot \varphi_1^{*T} \right) \cdot \hat{p} + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \cdot x_2 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{p}} \dot{\hat{p}} + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r + y_r^{(2)} \right] \quad (\text{I.72})$$

Alors, l'expression de la fonction stabilisante s'écrit :

$$\alpha_2(x, \hat{p}, y_r^{(j)}) = -z_1 - c_2 z_2 - \left(\varphi_2^{*T} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \cdot \varphi_1^{*T} \right) \cdot \hat{p} + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \cdot x_2 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{p}} \dot{\hat{p}} + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r \quad (\text{I.73})$$

Donc, l'équation (I.72) s'écrit :

$$u = \frac{1}{\beta(x)} \left[\alpha_2(x, \hat{p}, y_r^{(j)}) + y_r^{(2)} \right] \quad (\text{I.74})$$

Dans ce cas, la dérivée de la fonction de Lyapunov \dot{V}_2 aura la forme suivante :

$$\dot{V}_2 = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + z_1 \tilde{\varphi}_1 + z_2 \tilde{\varphi}_2 - z_2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \tilde{\varphi}_1 \quad (\text{I.75})$$

Afin de valider l'approche de commande backstepping neuronale RBF, nous allons considérer un modèle physique, en l'occurrence, il s'agit du pendule inversé.

I.6.3 Commande backstepping neuronale RBF d'un pendule inversé

Un pendule inversé est un dispositif physique consistant en une barre cylindrique (habituellement d'aluminium) libre pour osciller autour d'un pivot fixe. Le pivot est monté sur un chariot, qui à son tour peut se déplacer sur une direction horizontale. Le chariot est conduit par un moteur, qui peut exercer là-dessus une force variable. La barre tendrait naturellement à tomber vers le bas de la position verticale supérieure, qui est une position d'équilibre instable.

Le pendule inversé est un exemple habituel d'un système non linéaire qui se prête bien à la commande.

I.6.3.1 Modèle du pendule inversé

Le système considéré est représenté sur la figure I.15. Son modèle peut être exprimé en utilisant les variables d'état suivantes $x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}$; où x est la position du chariot, θ est l'angle de la tige, \vec{F} la force agissant sur le chariot, m et M sont respectivement les masses de la tige et le chariot, g et ℓ sont respectivement l'accélération de la pesanteur et la longueur de la tige.

Pour des raisons de simplicité et de représentation d'état et l'application de l'algorithme du backstepping, l'accélération angulaire de la tige est considérée comme

l'entrée du système plutôt que la force F . Le modèle de pendule inversé sans perturbations peut être trouvé dans ([6], [7]). Le but est de contrôler la position angulaire souhaitée.

Le modèle à étudier prend en compte les variables d'état suivantes :

$$x_1 = x, \quad x_2 = \dot{x}, \quad x_3 = \theta, \quad x_4 = \dot{\theta}$$

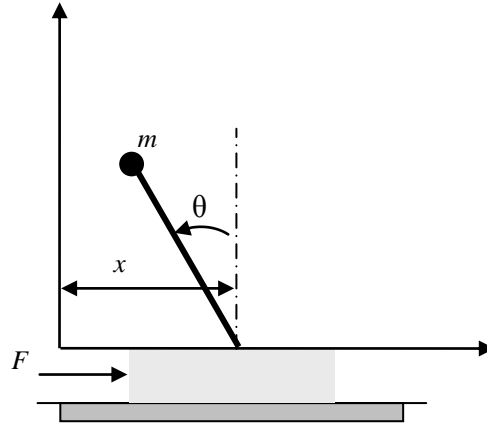


Fig. I.15 : Pendule inversé

Le modèle utilisé prend la forme suivante [8] :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \varphi_2 - \frac{l}{\cos x_3} \cdot u \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \varphi_4 + \frac{l}{\ell} \cdot u \end{cases} \quad (\text{I.76})$$

où :

$$\varphi_4 = -\frac{m x_4^2 \sin x_3 \cos x_3}{m \sin^2 x_3 + M} ; \quad \varphi_2 = g \cdot \text{tg } x_3 + \frac{m \ell (\sin x_3) x_4^2}{M + m \cdot \sin^2 x_3} \quad (\text{I.77})$$

I.6.3.2 Commande adaptative backstepping

La commande du pendule inversé peut être décrite dans les étapes suivantes en introduisant l'adaptation pour la technique backstepping avec des paramètres inconnus. Pour commander la position angulaire, nous faisons le choix de la première variable d'erreur :

$$z_3 = x_3 - y_r \quad (\text{I.78})$$

La première fonction de Lyapunov peut être écrite comme suit :

$$V_3 = \frac{1}{2} z_3^2 \quad (\text{I.79})$$

Sa dérivée est alors :

$$\dot{V}_3 = z_3 \dot{z}_3 = z_3 (x_4 - \dot{y}_r) \quad (\text{I.80})$$

Cela permettra d'avoir la première commande virtuelle :

$$x_{4d} = -c_3 z_3 + \dot{y}_r \quad (\text{I.81})$$

Ensuite, l'équation (I.80) peut s'écrire :

$$\dot{V}_3 = -c_3 z_3^2 + z_3 \cdot z_4 \quad (\text{I.82})$$

La deuxième variable d'erreur est choisie telle que :

$$z_4 = x_4 - x_{4d} \quad (\text{I.83})$$

La deuxième fonction de Lyapunov est :

$$V_4 = V_3 + \frac{1}{2} z_4^2 \quad (\text{I.84})$$

À partir de (I.82) et (I.84), la dérivée de la fonction de Lyapunov peut s'écrire :

$$\dot{V}_4 = -c_3 z_3^2 + z_3 z_4 + z_4 \left(\varphi_4 + \frac{1}{\ell} \cdot u + c_3 (-c_3 z_3 + z_4) - \ddot{y}_r \right) \quad (\text{I.85})$$

Ainsi, nous pouvons en déduire l'expression de la loi de commande non adaptative :

$$u = -\ell \cdot \left[z_4 (c_3 + c_4) + z_3 (1 - c_3^2) + \varphi_4 - \ddot{y}_r \right] \quad (\text{I.86})$$

Cependant, la longueur ℓ est considérée inconnue, d'où l'utilisation du dispositif adaptatif de commande. Dans ce cas, les étapes de calculs sont les mêmes, exceptée l'équation I.84 qui aura la forme :

$$V_4 = V_3 + \frac{1}{2} z_4^2 + \frac{1}{2\gamma} \tilde{\ell}^2 \quad ; \quad \gamma > 0 \quad (\text{I.87})$$

Ainsi, la loi de commande déduite aura l'expression suivante :

$$u = -\hat{\ell} \cdot \left[z_4 (c_3 + c_4) + z_3 (1 - c_3^2) + \varphi_4 - \ddot{y}_r \right] \quad (\text{I.88})$$

et la loi de mise à jour donne :

$$\dot{\hat{\ell}} = - \frac{I}{\gamma \cdot z_4 \hat{\ell} \left[(1 - c_1^2) z_1 + (c_1 + c_2) z_2 + \varphi_4 - \ddot{y}_r \right]} \quad (\text{I.89})$$

I.6.3.3 Commande adaptative backstepping neuronale

Le schéma de principe de la commande adaptative backstepping neuronale est donné par la figure I.16.

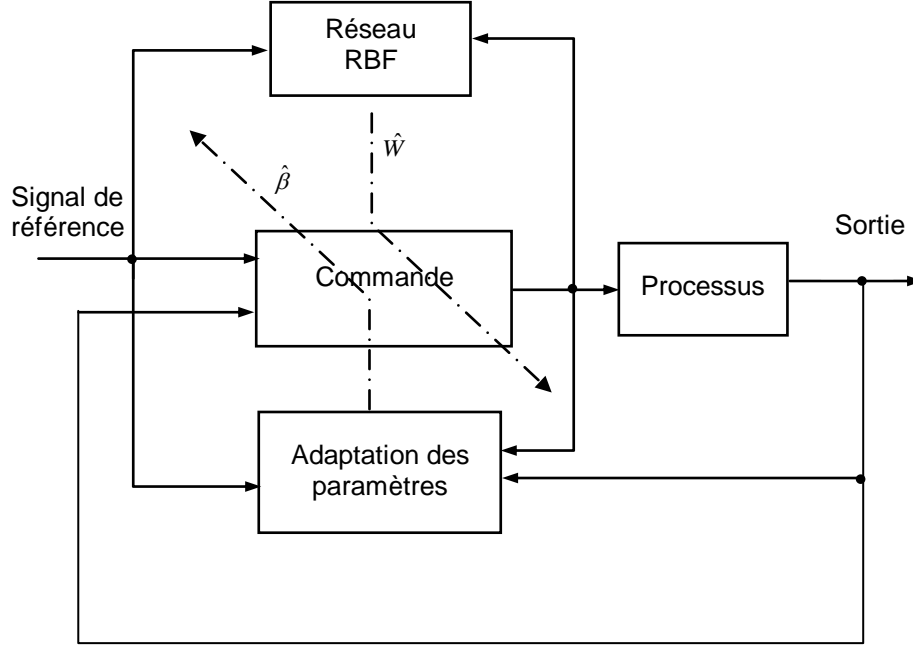


Fig. I.16 : Schéma de la commande adaptative neuronale RBF

Cette stratégie de commande requiert d'adapter le modèle original du pendule inversé (équation I.76) en une nouvelle forme :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = W \cdot \varphi_2^{*T} + \tilde{\varphi}_2 - \frac{1}{\cos x_3} \cdot u \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = W \cdot \varphi_4^{*T} + \tilde{\varphi}_4 + \frac{1}{\ell} \cdot u \end{cases} \quad (I.90)$$

Cette extension conduit à la représentation suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \sum_{i=1}^m w_{i,2} \cdot \phi_{2,i}^* \left(\|\bar{x}(k) - C_{i,2}\| \right) + \tilde{\varphi}_2 - \frac{1}{\cos x_3} \cdot u \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \sum_{i=1}^m w_{i,4} \cdot \phi_{4,i}^* \left(\|\bar{x}(k) - C_{i,4}\| \right) + \tilde{\varphi}_4 + \frac{1}{\ell} \cdot u \end{cases} \quad (I.91)$$

avec : $\bar{x}(k)$ sont les états d'entrée pour chaque fonction non linéaire (dans notre cas x_3 et x_4). $\phi_{2,i}^*$ et $\phi_{4,i}^*$ sont deux fonctions gaussiennes que nous pouvons définir en utilisant les réseaux d'approximation RBF.

1^{ère} étape :

Les erreurs sélectionnées sont décrites par les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} z_3 &= x_3 - y_r \\ z_4 &= x_4 - \alpha \end{aligned} \quad (\text{I.92})$$

La dérivée de la première fonction de Lyapunov correspondante est :

$$\dot{V}_3 = z_3 \dot{z}_3 = z_3 (z_4 + \alpha - \dot{y}_r) \quad (\text{I.93})$$

Ensuite, nous choisissons la fonction de stabilisation suivante :

$$\alpha = -c_3 z_3 + \dot{y}_r \quad (\text{I.94})$$

ce qui donne :

$$\dot{z}_3 = -c_3 z_3 + z_4 \quad (\text{I.95})$$

2^{ème} étape :

Par souci de simplicité dans les calculs, on pose $\beta = \frac{1}{\ell}$; et on définit la relation entre une valeur réelle, son estimation et l'erreur d'estimation :

$$W = \hat{W} + \tilde{W} \quad (\text{I.96})$$

$$\beta = \hat{\beta} + \tilde{\beta} \quad (\text{I.97})$$

En utilisant l'équation (I.76), la dérivée de la fonction de Lyapunov peut être écrite comme suit :

$$\dot{V}_4 = -c_3 z_3^2 + z_4 (z_3 + \varphi_4 + \beta \cdot u - \dot{\alpha}) \quad (\text{I.98})$$

À partir des équations (I.94), (I.96) et (I.97), l'expression (I.98) conduit à :

$$\dot{V}_4 = -c_3 z_3^2 + z_4 \left[z_3 + \hat{W} \cdot \varphi_4^{*T} + \tilde{W} \cdot \varphi_4^{*T} + \tilde{\varphi}_4 + \hat{\beta} \cdot u + \tilde{\beta} \cdot u - \ddot{y}_r + c_3 \cdot (-c_3 z_3 + z_4) \right] \quad (\text{I.99})$$

Ainsi, la loi de commande peut prendre l'expression suivante :

$$u = -\frac{1}{\hat{\beta}} \cdot \left[-z_3 - c_4 z_4 - \hat{W} \cdot \varphi_4^{*T} + \ddot{y}_r - c_3 (-c_3 z_3 + z_4) \right] \quad (\text{I.100})$$

3^{ème} étape :

La fonction de Lyapunov correspondante est écrite :

$$V_5 = V_4 + \frac{1}{2\gamma} \tilde{\beta}^2 + \frac{1}{2} \tilde{W} \cdot \Gamma^{-1} \cdot \tilde{W} \quad (\text{I.101})$$

Sa dérivée prend l'expression suivante :

$$\dot{V}_5 = \dot{V}_4 - \frac{1}{\gamma} \tilde{\beta} \cdot \dot{\tilde{\beta}} - \tilde{W} \cdot \Gamma^{-1} \cdot \dot{\tilde{W}} \quad (\text{I.102})$$

En se référant aux expressions (I.99) et (I.102), nous pouvons déduire les lois de mise à jour suivantes :

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\beta}} &= \gamma \cdot z_4 \cdot u \\ \dot{\tilde{W}} &= \Gamma \cdot (\varphi_4^{*T} + 1) \cdot z_4 \end{aligned} \quad (\text{I.103})$$

I.6.3.4 Résultats de simulation

Nous allons dans ce qui suit procéder à la simulation des deux structures étudiées dans les paragraphes I.6.3.2 et I.6.3.3. Les paramètres du pendule considéré sont :

$$\begin{aligned} M &= 0.9 \text{ Kg} & ; & & m &= 0.1 \text{ Kg}, \\ \ell &= 0.23 \text{ m} & ; & & g &= 9.81 \text{ m/s}^2. \end{aligned}$$

Dans le cas de la commande adaptative backstepping, on suppose que longueur de la tige est supposée inconnue. La valeur initiale de cette dernière est fixée à $\ell = 0.3 \text{ m}$ et les paramètres de la commande sont tels que $c_3 = c_4 = 5$, $\gamma = 0.2$.

Les résultats obtenus sont représentés sur les figures I.17, I.18, I.19 et I.20.

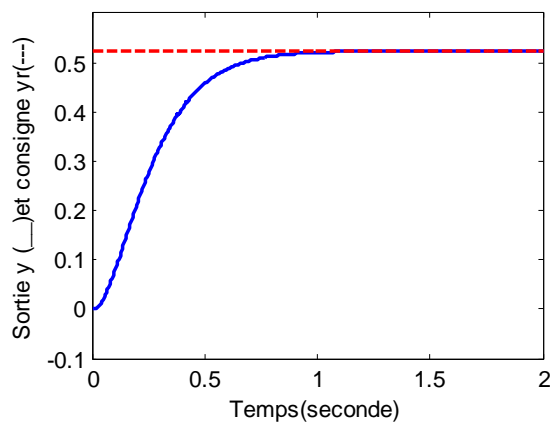


Fig. I.17 : Consigne et signal de sortie

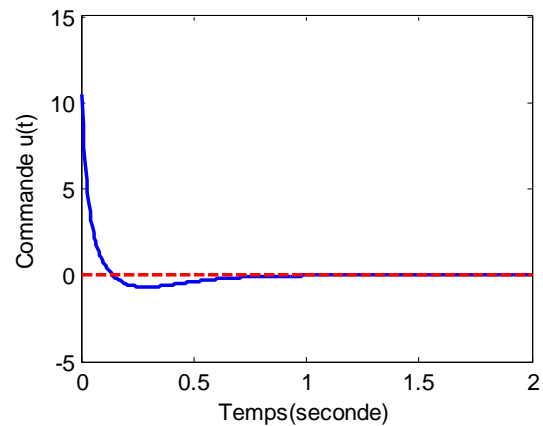


Fig. I.18 : Loi de commande adaptative

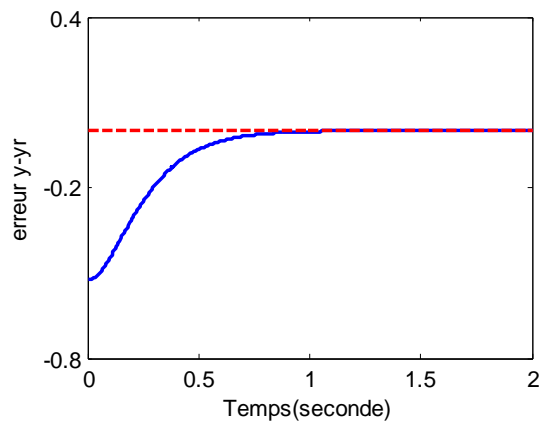
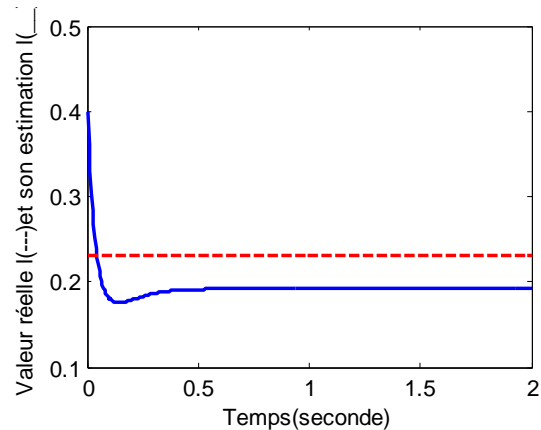


Fig. I.19 : Erreur de suivi

Fig. I.20 : Estimation du paramètre l

La référence de position de $\theta_d = \pi / 6$ est parfaitement suivie (Figure I.17). L'erreur correspondante (Figure I.19) est réalisée sans pic excessif et tend vers zéro dans moins de 0.8 sec.

La figure I.18 montre l'amplitude de la force. Cette valeur est parfaitement compatible avec les caractéristiques du système considéré.

Sur la figure I.20, la longueur estimée de la tige est comparée à la valeur exacte. Un petit état transitoire se produit avant 0.4 sec ; ce qui est acceptable en raison de la valeur inappropriée d'initialisation de la longueur l .

Quant à la commande adaptative neuronale backstepping, les gains de la fonction de Lyapunov sont fixés à $c_1=c_2=15$. Pour le réseau RBF, les centres sont tous égaux à 0.5 et $\gamma=0.2$. Le réseau utilisé contient trois neurones et tous les biais sont également estimés avec des poids par des techniques de backstepping neuronales.

Dans ce cas, les performances de la loi de commande adaptative neuronale ont été vérifiées en supposant que les fonctions non linéaires sont également inconnues, ce qui nous donne les résultats représentés par les figures I.21-I.24.

La figure I.21 montre que la position souhaitée est suivie en un temps très acceptable. Le temps de réponse est de près de 0.4 sec ; ceci est dû à la méthode d'estimation des fonctions non linéaires du modèle.

La commande obtenue (figure I.22) possède une allure raisonnable. La figure I.23 représente l'erreur de suivi qui tend vers zéro en un temps très court.

En ce qui concerne la longueur de la tige l , la figure I.24 montre que son estimation est réalisée de manière satisfaisante et elle peut être améliorée en faisant un choix judicieux du gain d'adaptation.

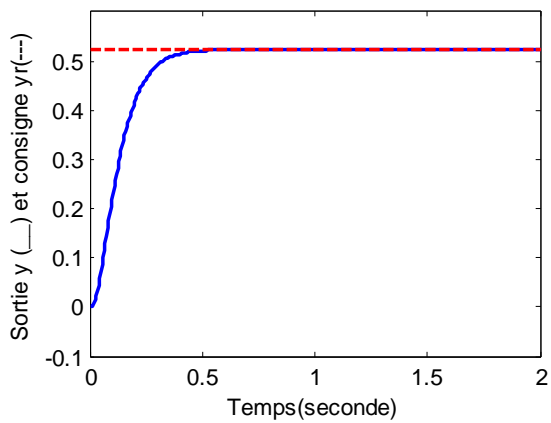


Fig. I.21 : Consigne et signal de sortie

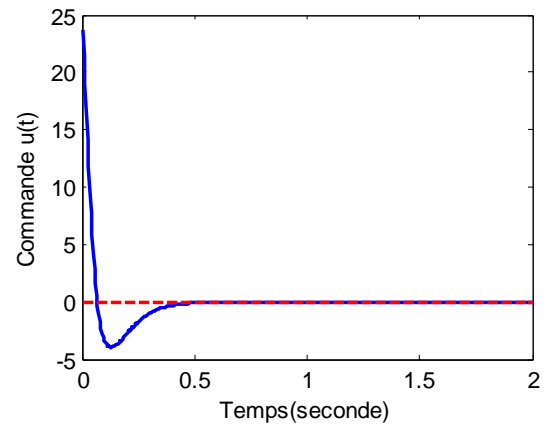


Fig. I.22 : Loi de commande adaptative neuronale RBF

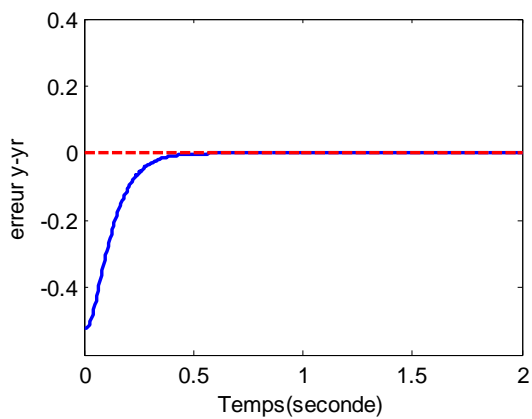
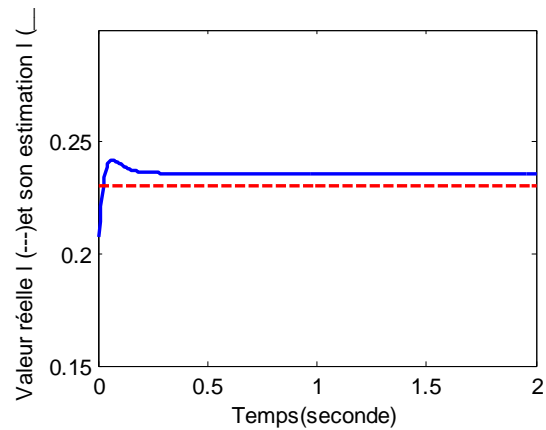


Fig. I.23 : Erreur de suivi neuronale

Fig. I.24 : Estimation du paramètre ℓ

I.7 Commande adaptative backstepping neuronale MLP

I.7.1 Étapes de la commande d'un pendule inversé

Le schéma de principe de la commande adaptative backstepping-MLP est donné par la figure I.25. Le réseau MLP va approximer la fonction non linéaire ainsi que l'estimation des poids du réseau.

Afin de voir les performances de cette deuxième stratégie de commande, nous avons opté pour le même procédé physique du pendule inversé. Ceci nous permettra certainement de dégager les différences et d'apprécier les meilleures performances.

A noter que cette stratégie offre une différence structurelle vis-à-vis de la structure précédente à base de réseaux RBF notamment dans le nombre de couches cachées et le nombre de vecteurs de poids.

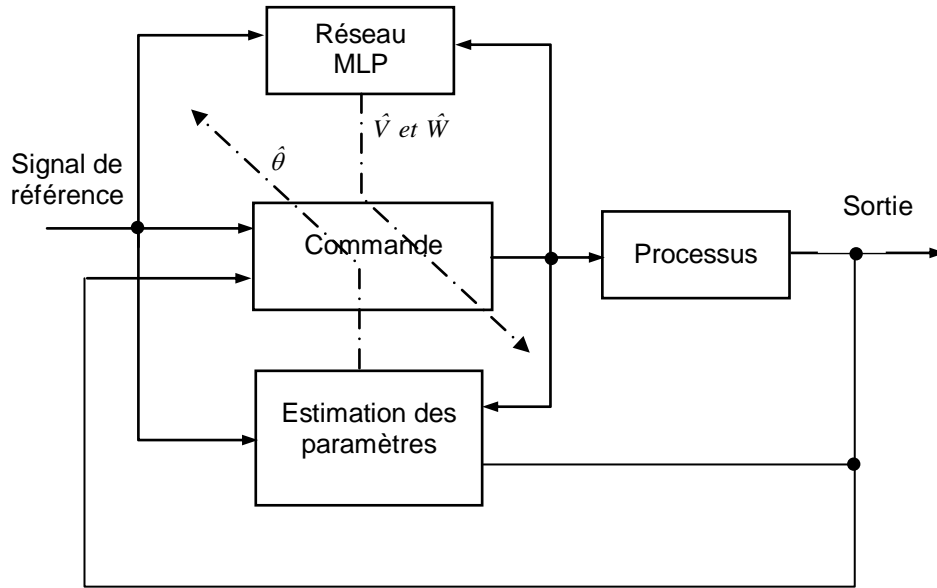


Fig. I.25 : Schéma de principe de la commande adaptative neuronale MLP

La fonction non linéaire à approximer par le réseau neuronal est définie par l'expression : [9]

$$\varphi(x) = W^T \phi(V^T \bar{x}) + \varepsilon(x) \tag{I.104}$$

tel que : $\varepsilon(x)$ est l'erreur d'approximation, $\bar{x} = [x_3 \ x_4 \ 1]$ est le vecteur d'état augmenté par 1.

La forme du système donné par l'équation (I.76) est reformulée sous l'expression suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = W_2^T \cdot \phi(V_2^T \bar{x}) + \varepsilon_2(x) - \frac{1}{\cos x_3} \cdot u \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = W_4^T \cdot \phi(V_4^T \bar{x}) + \varepsilon_4(x) + \frac{1}{\ell} \cdot u \end{cases} \tag{I.105}$$

Pour chaque fonction φ_k , un réseau MLP a été choisi pour son approximation. Cela permet d'avoir la représentation du système suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \sum_{i=1}^4 w_{2i} \cdot \phi_{2i} \left(\sum_{p=3}^4 (V_{2pi} \cdot x_p + b_{2i}) \right) + \varepsilon_2(x) - \frac{1}{\cos x_3} \cdot u \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \sum_{i=1}^4 w_{4i} \cdot \phi_{4i} \left(\sum_{p=3}^4 (V_{4pi} \cdot x_p + b_{4i}) \right) + \varepsilon_4(x) + \frac{1}{\ell} \cdot u \end{cases} \quad (\text{I.106})$$

Les étapes de backstepping sont énumérées ci-dessous :

1^{ère} étape :

La procédure reprend les mêmes démarches données par les expressions (I.78) à (I.80).

2^{ème} étape :

Cette deuxième étape va permettre de déduire la loi de commande. La première démarche consiste à exprimer chaque type de poids d'entrée ou de sortie (relation qui existe entre sa valeur réelle, son estimation et l'erreur d'estimation) :

$$W = \hat{W} + \tilde{W} \text{ et } V = \hat{V} + \tilde{V} \quad (\text{I.107})$$

La deuxième fonction de Lyapunov s'écrit :

$$V_4 = V_3 + \frac{1}{2} z_4^2 + \frac{1}{2\gamma} \tilde{\beta}^2 + \frac{1}{2} \tilde{W}^T A^{-1} \tilde{W} + \frac{1}{2} \tilde{V}^T B^{-1} \tilde{V} \quad (\text{I.108})$$

telles que : A et B sont deux matrices constantes symétriques et avec $A=A^T > 0$, $B=B^T > 0$,

A partir des équations (I.78), (I.79), (I.107) et (I.108), la dérivée de la fonction de Lyapunov s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{V}_4 = & -c_3 z_3^2 - c_4 z_4^2 + z_4 \left[z_3 + c_4 z_4 + W_4^T \phi(V_4^T \bar{x}) + \varepsilon_4(x) + \hat{\beta} \cdot u \right. \\ & \left. - \dot{\alpha} - y_r^{(2)} \right] + \tilde{\beta} \cdot u - \frac{1}{\gamma} \tilde{\beta} \dot{\tilde{\beta}} - \tilde{W}^T A^{-1} \dot{\tilde{W}} - \tilde{V}^T B^{-1} \dot{\tilde{V}} \end{aligned} \quad (\text{I.109})$$

En utilisant le développement de Taylor, on peut écrire :

$$\phi(V_4^T \bar{x}) = \phi(\hat{V}_4^T \bar{x}) + \dot{\phi}(\hat{V}_4^T \bar{x}) \tilde{V}_4^T \bar{x} + \mathcal{O}(\tilde{V}_4^T \bar{x})^2 \quad (\text{I.110})$$

avec $\mathcal{O}(\tilde{V}_4^T \bar{x})^2$ est un terme qui représente l'erreur d'ordre 2 et qui peut être borné. Par ailleurs, on peut avoir le développement suivant :

$$\begin{aligned} W_4^T \phi(V_4^T \bar{x}) &= W_4^T \left[\phi(\hat{V}_4^T \bar{x}) + \dot{\phi}(\hat{V}_4^T \bar{x}) \tilde{V}_4^T \bar{x} + \mathcal{O}(\tilde{V}_4^T \bar{x})^2 \right] \\ &= \hat{W}_4^T \phi(\hat{V}_4^T \bar{x}) + \tilde{W}_4^T \phi(\hat{V}_4^T \bar{x}) + \hat{W}_4^T \dot{\phi}(\hat{V}_4^T \bar{x}) \tilde{V}_4^T \bar{x} + \tilde{W}_4^T \dot{\phi}(\hat{V}_4^T \bar{x}) \tilde{V}_4^T \bar{x} + W_4^T \mathcal{O}(\tilde{V}_4^T \bar{x})^2 \\ &= \hat{W}_4^T \phi(\hat{V}_4^T \bar{x}) + \tilde{W}_4^T \phi(\hat{V}_4^T \bar{x}) + \hat{W}_4^T \dot{\phi}(\hat{V}_4^T \bar{x}) \tilde{V}_4^T \bar{x} + \tilde{W}_4^T \dot{\phi}(\hat{V}_4^T \bar{x}) \tilde{V}_4^T \bar{x} - \tilde{W}_4^T \dot{\phi}(\hat{V}_4^T \bar{x}) \hat{V}_4^T \bar{x} + W_4^T \mathcal{O}(\tilde{V}_4^T \bar{x})^2 \end{aligned} \quad (\text{I.111})$$

Dans ce qui suit, le terme $\tilde{W}_4^T \dot{\phi}(\hat{V}_4^T \bar{x}) V_4^T \bar{x} + W_4^T O(\tilde{V}_4^T \bar{x})^2$ sera développé et borné afin d'avoir une majoration d'erreur. En utilisant l'équation (I.110), ce terme peut s'écrire :

$$\begin{aligned}
& \tilde{W}_4^T \dot{\phi}(\hat{V}_4^T \bar{x}) V_4^T \bar{x} + W_4^T O(\tilde{V}_4^T \bar{x})^2 \\
&= \tilde{W}_4^T \dot{\phi}(\hat{V}_4^T \bar{x}) V_4^T \bar{x} + W_4^T \phi(V_4^T \bar{x}) - W_4^T \phi(\hat{V}_4^T \bar{x}) - W_4^T \dot{\phi}(\hat{V}_4^T \bar{x}) \tilde{V}_4^T \bar{x} \\
&= W_4^T \cdot [\phi(V_4^T \bar{x}) - \phi(\hat{V}_4^T \bar{x})] - W_4^T \dot{\phi}(\hat{V}_4^T \bar{x}) \tilde{V}_4^T \bar{x} + \tilde{W}_4^T \dot{\phi}(\hat{V}_4^T \bar{x}) V_4^T \bar{x} \\
&= W_4^T \cdot [\phi(V_4^T \bar{x}) - \phi(\hat{V}_4^T \bar{x})] + W_4^T \dot{\phi}(\hat{V}_4^T \bar{x}) \hat{V}_4^T \bar{x} - \tilde{W}_4^T \dot{\phi}(\hat{V}_4^T \bar{x}) V_4^T \bar{x}
\end{aligned} \tag{I.112}$$

Pour une fonction d'activation sigmoïdale continue et dérivable sur un intervalle, on peut effectuer la limitation suivante :

$$\tilde{W}_4^T \dot{\phi}(\hat{V}_4^T \bar{x}) V_4^T \bar{x} + W_4^T O(\tilde{V}_4^T \bar{x})^2 \leq \|W_4^T\| \cdot \|\dot{\phi}(\hat{V}_4^T \bar{x})\| + \|V_4\|_F \cdot \|\bar{x}\| \cdot \|\tilde{W}_4^T \dot{\phi}(\hat{V}_4^T \bar{x})\|_F + |W_4^T|_1 \tag{I.113}$$

En utilisant (I.109) et (I.111) et (I.113), on peut déduire la loi de commande suivante :

$$u = -\hat{\ell} \cdot [z_3 + c_4 z_4 + \hat{W}_4^T \dot{\phi}(\hat{V}_4^T \bar{x}) + v(t) - y_r^{(2)}] \tag{I.114}$$

tel que :

$$v(t) = +k \cdot \left(\frac{1}{2} + \|\bar{x}\| \cdot \|\tilde{W}_4^T \dot{\phi}(\hat{V}_4^T \bar{x})\|_F^2 + \|\dot{\phi}(\hat{V}_4^T \bar{x}) \cdot \hat{V}_4^T \bar{x}\|^2 \right) \cdot z_4 + \varepsilon_{4M} \tag{I.115}$$

et k est une constante positive $|\varepsilon_4(x)| \leq \varepsilon_{4M}$.

On peut déduire les expressions suivantes relatives aux lois de mise à jour du paramètre longueur et des poids estimés :

$$\dot{\hat{\ell}} = 1/\gamma \cdot z_4 u \tag{I.116}$$

$$\dot{\hat{W}} = A \cdot \phi(\hat{V}_4^T \bar{x}) \cdot z_4 - A \cdot \dot{\phi}(\hat{V}_4^T \bar{x}) \hat{V}_4^T \bar{x} \cdot z_4 - \mu A \hat{W}_4 \tag{I.117}$$

$$\dot{\hat{V}} = B \cdot \bar{x} \cdot \hat{W}_4^T \dot{\phi}(\hat{V}_4^T \bar{x}) \cdot z_4 - \mu B \hat{W}_4$$

I.7.2 Résultats de simulation

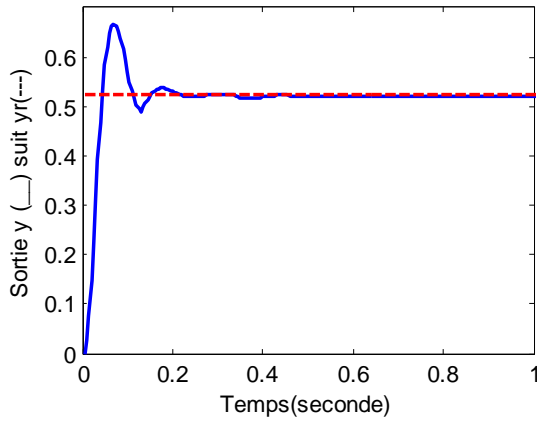


Fig. I.26 : Consigne et signal de sortie

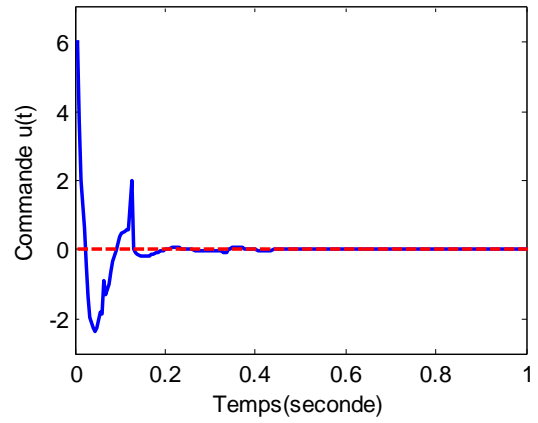


Fig. I.27 : Loi de commande adaptative neuronale MLP

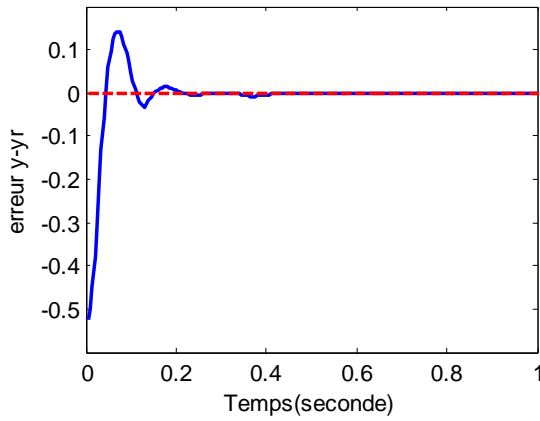


Fig. I.28 : Erreur de suivi neuronale

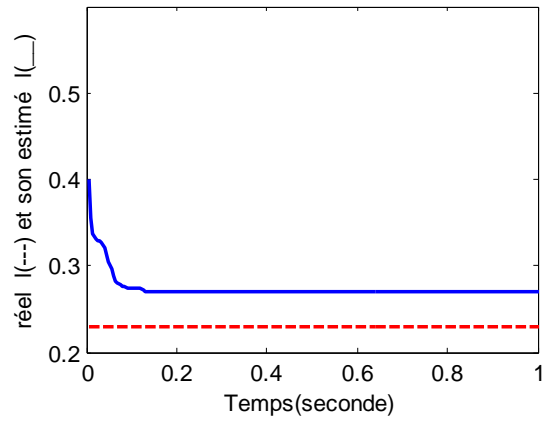


Fig. I.29 : Estimation du paramètre l

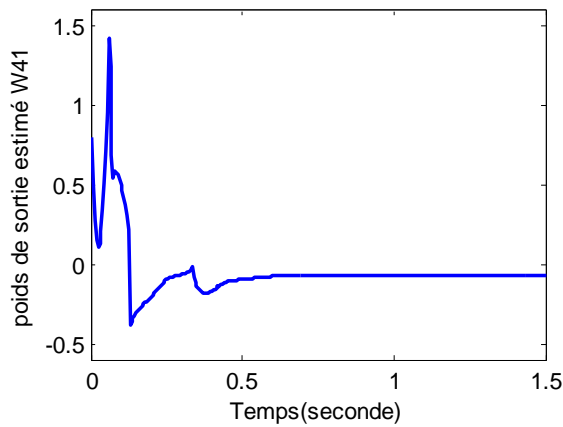


Fig. I.30 : Estimation du poids de sortie w_{41}

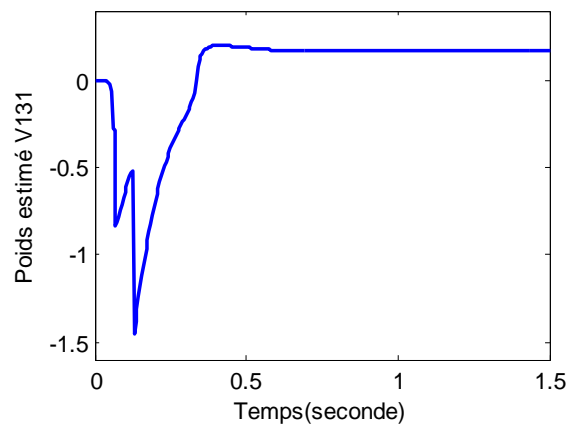


Fig. I.31 : Estimation du poids d'entrée V_{31}

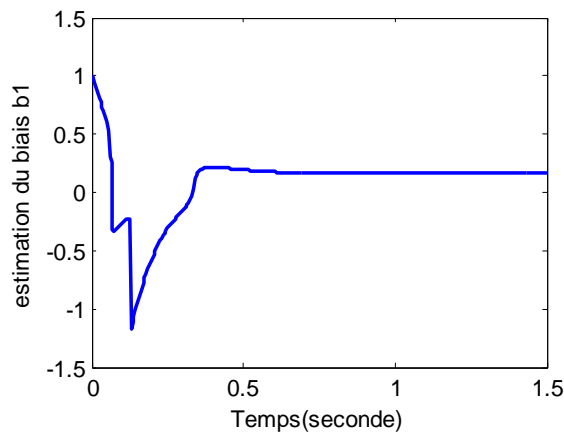


Fig. I.32 : Estimation du biais b_1

A travers ces différentes simulations, il est clair que l'objectif assigné à ce deuxième type de réseau neuronal MLP est largement atteint. En effet, on peut voir que le suivi de la consigne est atteint en un temps relativement inférieur à celui exhibé par la structure RBF (figure I.26). La commande, quant à elle, est cohérente avec la réalité et présente une allure douce (figure I.27).

Le temps de convergence de l'erreur est faible (figure I.28) et est de l'ordre de 0.4 sec. Il est largement inférieur à celui du RBF (0.7 sec). Par ailleurs, le paramètre longueur est convenablement estimé (figure I.29) en un temps relativement réduit.

Les figures I.30, I.31 et I.32 sont des exemples d'estimation, respectivement, d'un poids de sortie, poids d'entrée et du biais du premier neurone. La convergence est assurée de manière satisfaisante.

I.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons attaché une importance à la commande backstepping associée à la commande neuronale. Dans un premier temps, un rappel sur les deux types de backstepping adaptative et non adaptative a été établi afin de mettre en relief cette technique. Un exemple théorique d'un système de troisième ordre est venu appuyer les différents développements de cette technique.

Ensuite, nous nous sommes tournés vers la commande neuronale. Après un tour d'horizon sur les réseaux de neurones, nous avons appliqué, sur un procédé physique qui est le pendule inversé, deux types d'approche de ces réseaux, en l'occurrence, il s'agit des techniques RBF et MLP en association avec la commande backstepping.

Les simulations montrent que la commande backstepping associée aux réseaux MLP est plus performante que celle associée aux réseaux RBF.

Chapitre II

Commande backstepping neuronale avec observateur

II.1 Introduction

Les systèmes sont plus complexes en raison du développement de la technologie. Grâce à la modélisation des systèmes non linéaires, un terme d'incertitude apparaît. Plusieurs conditions ont causé de l'incertitude comme la variation de paramètre, terme négligé ... etc.

Pour résoudre le problème d'incertitudes, de nombreux contrôleurs sont conçus pour des systèmes non linéaires incertains tels que la commande en mode glissant, la commande backstepping, la commande PID ... etc. Une commande sur laquelle notre choix s'est porté est la technique backstepping adaptative neuronale (BAN). Il s'avère que la construction de la fonction de Lyapunov est compliquée en présence d'incertitudes. Le backstepping neuronal permet de pallier ce problème.

La technique de backstepping a été récemment appliquée à construire une commande adaptative pour certains systèmes comme les systèmes non linéaires incertains [10, 11].

Dans [12], l'auteur prouve que la commande backstepping ne garantit pas la convergence asymptotique de trajectoire en présence de bruit de mesure sur l'état et les contraintes de sortie et d'entrée.

Dans [13, 14], les auteurs ont étudié la technique de backstepping pour les systèmes incertains. Leurs résultats de simulation montrent de bonnes performances pour stabiliser et assurer le suivi de trajectoire pour cette classe de systèmes.

La combinaison backstepping et les réseaux de neurones est l'une des solutions proposées pour le rejet des perturbations et d'incertitudes. Dans ce qui suit, une étude de la commande backstepping adaptative et de la commande backstepping adaptative neuronale (BAN) pour un système non linéaire incertain est présentée. Il est à noter que le type MLP est à considérer. Une analyse de la variation des paramètres du système est considérée afin de tester la robustesse de ces deux techniques de commande avec deux résultats de

simulation présentés. Aussi, nous avons considéré le cas où certains états du système sont non mesurables et l'adjonction d'un observateur s'avère alors nécessaire.

Dans le but de montrer l'efficacité de l'approche BAN, nous nous sommes proposés de la valider sur deux modèles physiques non linéaires, en l'occurrence le pendule simple et le pendule inversé.

II.2 Commande adaptative des systèmes non linéaires incertains

II.2.1 Modèle considéré

La commande backstepping peut être conçue pratiquement pour un système non linéaire incertain. Le système suivant est alors considéré :

$$\dot{X} = F(X) + G(X).\theta + Q(X)u + D(X, \omega, t) \quad (\text{II.1})$$

avec $X \in R^n$ est le vecteur d'état et u est la loi de commande scalaire. Les fonctions $F(X) \in R^n$, $G(X) \in R^n$ et $Q(X) \in R^n$ sont connues, $D(X, \omega, t) \in R^n$ est une fonction connue, ω est le vecteur paramétrique connu et θ le vecteur paramétrique inconnu.

Le modèle à étudier peut être décrit par la forme :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + \rho_1^T(x_1).\theta + \eta_1(x, \omega, t) \\ \dot{x}_2 &= x_3 + \rho_2^T(x_1, x_2).\theta + \eta_2(x, \omega, t) \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= f_n(x) + g_n(x)u + \rho_n^T(x_1, x_2, \dots, x_n).\theta + \eta_n(x, \omega, t) \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (\text{II.2})$$

avec $x \in R^n$ un vecteur d'état, $y \in R^p$ la sortie du système, $f_n(x), g_n(x) \in R$ et $\rho_i \in R^p$, $i = 1, 2, \dots, n$ sont des fonctions non linéaires connues, qui sont lisses et Lipchitz, u la loi de commande (scalaire). $\eta_i(x, \omega, t)$, $i = 1, 2, \dots, n$ est un scalaire non linéaire connu contenant toutes les perturbations. Il est borné par une fonction positive connue $h_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \in R$ tel que $|\eta_i(x, \omega, t)| \leq h_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$, $i = 1, 2, \dots, n$.

II.2.2 Procédure de la commande

L'algorithme du backstepping, appliqué à un modèle non linéaire incertain, est organisé comme suit :

1^{ère} étape :

Soit la variable erreur :

$$z_1 = x_1 - y_r \quad (\text{II.3})$$

Sa dynamique aura l'expression suivante :

$$\dot{z}_1 = x_2 + \rho_1^T(x_1)\theta + \eta_1(x, \omega, t) - \dot{y}_r \quad (\text{II.4})$$

sachant que : $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$ représente l'erreur paramétrique, θ est la valeur réelle et $\hat{\theta}$ son estimation.

En se basant sur l'expression générale de la fonction stabilisante suivante :

$$\alpha_i = x_{i+1(\text{désirée})} - y_r^{(i)} \quad (\text{II.5})$$

on peut déduire α_1 en utilisant (II.3), (II.4) et $\dot{V}_1 = z_1 \dot{z}_1$:

$$\alpha_1 = -c_1 z_1 - h_1 - \rho_1^T(x_1)\hat{\theta} \quad (\text{II.6})$$

avec : $|\eta_1(x, \omega, t)| \leq h_1$

L'équation (II.4) peut alors s'écrire :

$$\dot{z}_1 = z_2 - c_1 z_1 - h_1 + \rho_1^T(x_1)\tilde{\theta} + \eta_1 \quad (\text{II.7})$$

avec :

$$z_2 = x_2 - \alpha_1 - \dot{y}_r \quad (\text{II.8})$$

Alors, la dérivée de la première fonction de Lyapunov déduite est :

$$\dot{V}_1 = -c_1 z_1^2 - z_1 z_2 + z_1 \rho_1^T(x_1)\tilde{\theta} + z_1(\eta_1 - h_1) \quad (\text{II.9})$$

2^{ème} étape :

La deuxième dérivée de la fonction Lyapunov s'écrit :

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + z_2 \dot{z}_2 \quad (\text{II.10})$$

En se référant aux expressions (II.8) et (II.9), nous pouvons déduire la deuxième fonction stabilisante suivante:

$$\alpha_2 = -z_1 - c_2 z_2 - \rho_2^T \hat{\theta} + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} x_2 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \rho_1^T \hat{\theta} + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} h_1 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} - h_2 \quad (\text{II.11})$$

avec : $|\eta_2(x, \omega, t)| \leq h_2$

La dérivée de l'équation (II.8) est alors :

$$\dot{z}_2 = z_3 - z_1 - c_2 z_2 - (\eta_1 - h_1) \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} + (\eta_2 - h_2) + \rho_2^T \tilde{\theta} - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \rho_1^T \tilde{\theta} \quad (\text{II.12})$$

où :

$$z_3 = x_3 - \alpha_2 - y_r^{(2)} \quad (\text{II.13})$$

Cela permettra d'avoir la deuxième dérivée de la fonction de Lyapunov suivante :

$$\dot{V}_2 = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + z_2 z_3 + (\eta_1 - h_1) \left(z_1 - z_2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \right) + z_2 (\eta_2 - h_2) + z_1 \rho_1^T \tilde{\theta} + z_2 \rho_2^T \tilde{\theta} - z_2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \rho_1^T \tilde{\theta} \quad (\text{II.14})$$

(n-1)^{ème} étape :

Suivant les mêmes démarches, on peut déduire les expressions de la (n-1)^{ème} étape.

La variable erreur est :

$$z_{n-1} = x_{n-1} - \alpha_{n-2} - y_r^{(n-2)} \quad (\text{II.15})$$

La fonction stabilisante est :

$$\begin{aligned} \alpha_{n-1} = & -z_{n-2} - c_{n-1} z_{n-1} + \sum_{i=1}^{n-2} \frac{\partial \alpha_{n-2}}{\partial x_i} x_{i+1} + \sum_{i=1}^{n-2} \frac{\partial \alpha_{n-2}}{\partial x_i} h_i - h_{n-1} + \sum_{i=1}^{n-2} \frac{\partial \alpha_{n-2}}{\partial x_i} \rho_i^T \hat{\theta} \\ & - \rho_{n-1}^T \hat{\theta} + \sum_{i=1}^{n-2} \frac{\partial \alpha_{n-2}}{\partial \hat{\theta}^{(i-1)}} \hat{\theta}^{(i)} + \sum_{i=1}^{n-2} \frac{\partial \alpha_{n-2}}{\partial y_r^{(i-1)}} y_r^{(i)} \end{aligned} \quad (\text{II.16})$$

La dynamique de l'erreur s'écrit :

$$\dot{z}_{n-1} = z_n - z_{n-2} - c_{n-1} z_{n-1} - \sum_{i=1}^{n-2} (\eta_i - h_i) \frac{\partial \alpha_{n-2}}{\partial x_i} + (\eta_{n-1} - h_{n-1}) - \sum_{i=1}^{n-2} \frac{\partial \alpha_{n-2}}{\partial x_i} \rho_i^T \tilde{\theta} + \rho_{n-1}^T \tilde{\theta} \quad (\text{II.17})$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov aura l'expression :

$$\begin{aligned} \dot{V}_{n-1} = & -\sum_{i=1}^{n-1} c_i z_i^2 + z_{n-1} z_n + \tilde{\theta}^T \left[\sum_{i=1}^{n-1} z_i \rho_i - \sum_{i=2}^{n-1} \sum_{k=1}^{i-1} z_i \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} \rho_k \right] \\ & + z_{n-1} (\eta_{n-1} - h_{n-1}) + \sum_{i=1}^{n-2} (\eta_i - h_i) \left[z_i - \sum_{k=i}^{n-2} z_{k+1} \frac{\partial \alpha_k}{\partial x_i} \right] \\ \leq & -\sum_{i=1}^{n-1} c_i z_i^2 + z_{n-1} z_n + \tilde{\theta}^T \left[\sum_{i=1}^{n-1} z_i \rho_i - \sum_{i=2}^{n-1} \sum_{k=1}^{i-1} z_i \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} \rho_k \right] \end{aligned} \quad (\text{II.18})$$

La dérivée de la fonction stabilisante est telle que :

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_{n-1} = & \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_i} x_{i+1} + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_i} \eta_i + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_i} \rho_i^T \hat{\theta} + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial y_r^{(i-1)}} y_r^{(i)} \\ & + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial \hat{\theta}^{(i-1)}} \hat{\theta}^{(i)} + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_i} \rho_i^T \tilde{\theta} \end{aligned} \quad (\text{II.19})$$

(n)^{ème} étape :

La variable erreur est :

$$z_n = x_n - \alpha_{n-1} - y_r^{(n-1)} \quad (\text{II.20})$$

et sa dynamique s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{z}_n = & f_n(x) + g_n(x)u + \rho_n^T \hat{\theta} + \rho_n^T \tilde{\theta} + \eta_n - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_i} (x_{i+1} + \eta_i) \\ & - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_i} \rho_i^T \hat{\theta} - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial y_r^{(i-1)}} y_r^{(i)} - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial \hat{\theta}^{(i-1)}} \hat{\theta}^{(i)} - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_i} \rho_i^T \tilde{\theta} \end{aligned} \quad (\text{II.21})$$

La dernière fonction de Lyapunov est telle que :

$$V_n = V_{n-1} + \frac{1}{2} z_n^2 + \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta} \quad (\text{II.22})$$

et sa dérivée s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{V}_n = & \dot{V}_{n-1} + z_n \dot{z}_n - \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} \\ & - \sum_{i=1}^n c_i z_i^2 + z_n \left[z_{n-1} + c_n z_n + f_n(x) + g_n(x)u + \rho_n^T \hat{\theta} + \eta_n - y_r^{(n)} \right. \\ & \left. - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_i} (x_{i+1} + \eta_i) - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_i} \rho_i^T \hat{\theta} - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial y_r^{(i-1)}} y_r^{(i)} - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial \hat{\theta}^{(i-1)}} \hat{\theta}^{(i)} \right] \\ & \tilde{\theta}^T \left[\sum_{i=1}^{n-1} z_i \rho_i - \sum_{i=2}^{n-1} \sum_{k=1}^{i-1} z_i \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} \rho_k + z_n \rho_n - z_n \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_i} \rho_i - \Gamma^{-1} \dot{\tilde{\theta}} \right] \\ & + z_{n-1} (\eta_{n-1} - h_{n-1}) + \sum_{i=1}^{n-2} (\eta_i - h_i) \left[z_i - \sum_{k=i}^{n-2} z_{k+1} \frac{\partial \alpha_k}{\partial x_i} \right] \end{aligned} \quad (\text{II.23})$$

La loi de commande déduite est :

$$\begin{aligned} u = & \frac{1}{g_n(x)} \left[-z_{n-1} - c_n z_n - f_n(x) - \rho_n^T \hat{\theta} - h_n + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_i} (x_{i+1} + h_i) \right. \\ & \left. + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_i} \rho_i^T \hat{\theta} + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial y_r^{(i-1)}} y_r^{(i)} + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial \hat{\theta}^{(i-1)}} \hat{\theta}^{(i)} + y_r^{(n)} \right] \end{aligned} \quad (\text{II.24})$$

avec : $|\eta_n(x, \omega, t)| \leq h_n$

La loi de mise à jour des paramètres est exprimée par :

$$\dot{\tilde{\theta}} = \Gamma \left[\sum_{i=1}^n z_i \rho_i - \sum_{i=2}^n \sum_{k=1}^{i-1} z_i \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} \rho_k \right] \quad (\text{II.25})$$

II.3 Commande neuronale des systèmes non linéaires incertains

La procédure consiste à développer une commande adaptative neuronale pour une classe de systèmes non linéaires incertains SISO (Single Input Single Output) à simple rétroaction. Elle se présente sous forme d'une combinaison de la technique backstepping adaptative et des fonctions neuronales [15].

II.3.1 Description du modèle utilisé

On considère le même modèle que celui utilisé pour la commande adaptative décrite précédemment. Cependant, pour une question d'adéquation de l'application de la procédure neuronale, les perturbations et les paramètres sont regroupés dans les fonctions f_i .

De plus, la fonction de commande $g_n(x)$ contient un terme de pondération a représentant un bruit.

On considère la classe de système non linéaire SISO suivante :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= f_1(x_1, x_2) + x_2 \\
 \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2, x_3) + x_3 \\
 &\vdots \\
 \dot{x}_j &= f_j(x_1, \dots, x_{j+1}) + x_{j+1} \quad x(0) = x_0, \quad 1 \leq j \leq n-1 \\
 &\vdots \\
 \dot{x}_n &= f_n(x) + a\gamma(x)u \\
 y &= x_1
 \end{aligned} \tag{II.26}$$

tel que $x(t) \in R^n$ sont les variables d'état, $u \in R$ la commande d'entrée, $y \in R$ la variable de sortie, a est une constante inconnue représentant le bruit, $\gamma(x) \neq 0$ pour tout $x \in R^n$ et f_i sont des fonctions lisses inconnues de (x_1, \dots, x_{j+1}) qui satisfont $f_i(0, \dots, 0) = 0$. Sans aucune perte de généralité, on suppose que $a > 0$ et satisfait $a_l \leq a \leq a_m$ pour certains nombres positifs a_l et a_m .

Dans ce qui suit, on va utiliser la propriété d'approximation universelle par un réseau de neurones MLP (choisir trois couches neuronales) pour estimer les parties inconnues du système donné. Soient x_i , $i = 1, 2, \dots, n$ les entrées du réseau et F_m sa sortie décrite par l'expression suivante :

$$F_m(x_1, \dots, x_n) = \sum_{r=1}^N w_r \phi \left(\sum_{i=1}^n v_{ir} x_i + v_{(n+1)r} \right) \tag{II.27}$$

avec : v_{ir} ($i = 1, \dots, n$) est le poids d'entrée du neurone d'indice i vers un neurone r de la couche cachée, w_r est le poids du neurone r de la couche cachée vers un neurone de sortie, $v_{(i+1)r}$ est le biais (seuil) lié au neurone r caché, N est le nombre de neurones cachés et ϕ est la fonction d'activation du neurone (soit sigmoïdal ou tangente hyperbolique).

En se référant à [16,17], on va exprimer l'équation (II.27) de la façon suivante :

$$W^T \phi(V^T \bar{x}) = \sum_{r=1}^N w_r \phi \left(\sum_{i=1}^n v_{ir} x_i + v_{(n+1)r} \right) \quad (\text{II.28})$$

où : $\bar{x} = [x_1, \dots, x_n, 1]^T$ est le vecteur des états augmenté avec 1, W est le vecteur constitué de tous les w_r , V est la matrice avec N colonnes ($r = 1, \dots, N$) où chaque colonne est donnée par V_r tel que $V_r = [v_{1r}, \dots, v_{nr}, v_{(n+1)r}]^T$.

Le théorème d'approximation universelle, utilisé en [18-21], affirme qu'étant donné une fonction continue à valeur réelles $f : \Omega \rightarrow R$ avec $\Omega \in R^n$ et tout $\varepsilon_N > 0$, il existe un entier N , un vecteur W de poids idéal et une matrice de poids idéal V tel que :

$$f(x) = W^T \phi(V^T \bar{x}) + \varepsilon(x) \quad (\text{II.29})$$

avec : $\|\varepsilon(x)\| \leq \varepsilon_N$

Soient \hat{W} et \hat{V} les estimations des poids réels W et V . On peut définir les erreurs d'estimation des poids :

$$\tilde{W} = W - \hat{W} \quad ; \quad \tilde{V} = V - \hat{V} \quad (\text{II.30})$$

Considérons l'erreur de la sortie concernant la couche cachée :

$$\tilde{\phi} = \phi - \hat{\phi} = \phi(V^T \bar{x}) - \phi(\hat{V}^T \bar{x}) \quad (\text{II.31})$$

Alors, l'erreur d'approximation est donnée par l'expression suivante :

$$\tilde{f} = f - \hat{f} = W^T \phi(V^T \bar{x}) - \hat{W}^T \phi(\hat{V}^T \bar{x}) \quad (\text{II.32})$$

Le développement en série de Taylor nous permet d'écrire :

$$\phi(V^T \bar{x}) = \phi(\hat{V}^T \bar{x}) + \dot{\phi}(\hat{V}^T \bar{x}) \tilde{V}^T \bar{x} + O(\tilde{V}^T \bar{x})^2 \quad (\text{II.33})$$

Ce qui permet de récrire l'équation (II.32) sous la forme :

$$\hat{W}^T \phi(V^T \bar{x}) - \hat{W}^T \phi(\hat{V}^T \bar{x}) = \tilde{W}^T \left[\phi(\hat{V}^T \bar{x}) - \dot{\phi}(\hat{V}^T \bar{x}) \hat{V}^T \bar{x} \right] + \hat{W}^T \dot{\phi}(\hat{V}^T \bar{x}) \tilde{V}^T \bar{x} + d_u \quad (\text{II.34})$$

où :

$$\begin{aligned} d_u &= \tilde{W}^T \dot{\phi}(\hat{V}^T \bar{x}) V^T \bar{x} + W^T O(\tilde{V}^T \bar{x})^2 \\ &= \tilde{W}^T \dot{\phi}(\hat{V}^T \bar{x}) V^T \bar{x} + W^T \left[(\phi(V^T \bar{x}) - \phi(\hat{V}^T \bar{x})) - \dot{\phi}(\hat{V}^T \bar{x}) \tilde{V}^T \bar{x} \right] \end{aligned} \quad (\text{II.35})$$

Pour la fonction d'activation sigmoïde, qui est continue et dérivable dans un intervalle, on peut effectuer la contrainte suivante:

$$\tilde{W}^T \dot{\phi}(\hat{V}^T \bar{x}) V^T \bar{x} + W^T O(\tilde{V}^T \bar{x})^2 \leq \|W^T\| \cdot \|\dot{\phi}(\hat{V}^T \bar{x})\| + \|V\|_F \cdot \|\bar{x}\| \cdot \|\hat{W}^T \dot{\phi}(\hat{V}^T \bar{x})\|_F + |W^T|_1 \quad (\text{II.36})$$

II.3.2 Conception de la commande neuronale backstepping

Pour traiter ce cas, nous avons besoin d'approximer les fonctions incertaines f_i ($i = 1, \dots, j$) du système (II.26) par des réseaux de neurones, et déduire la loi de commande basée sur l'approche backstepping comme cela est décrit ci-dessous. Enfin, les lois appropriées d'adaptation des paramètres sont développées pour mettre à jour les poids des réseaux neuronaux. La procédure de conception sera détaillée dans l'exemple du système d'ordre trois suivant :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x_1, x_2) + x_2 \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2, x_3) + x_3 \\ \dot{x}_3 &= f_3(x) + a\gamma(x)u \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (\text{II.37})$$

1^{ère} étape :

En se basant sur l'équation (II.29), la première fonction peut s'écrire :

$$f_1(x_1, x_2) = W_1^T \phi(V_1^T \bar{x}_2) + \varepsilon_1(x_1, x_2) \quad (\text{II.38})$$

avec : $\bar{x}_2 = [x_1, x_2, 1]^T$ et $\|\varepsilon_1(x_1, x_2)\| \leq \varepsilon_N$

Pour $z_1 = x_1 - y_r$, la première fonction stabilisante choisie aura l'expression :

$$\alpha_1 = -k_{u1} z_1 - \hat{W}_1^T \phi(\hat{V}_1^T \bar{x}_2) + v_1(t) + \dot{y}_r \quad (\text{II.39})$$

avec : \hat{W}_1 , \hat{V}_1 sont respectivement l'estimation de W_1 et V_1 .

Les mises à jour de chacun d'eux sont :

$$\begin{aligned}\dot{\hat{W}}_1 &= F_1 \phi(\hat{V}_1^T \bar{x}_2) z_1 - F_1 \dot{\phi}(\hat{V}_1^T \bar{x}_2) \hat{V}_1^T \bar{x}_2 z_1 - \eta F_1 \hat{W}_1 \\ \dot{\hat{V}}_1 &= G_1 \bar{x}_2 \hat{W}_1^T \dot{\phi}(\hat{V}_1^T \bar{x}_2) z_1 - \eta G_1 \hat{V}_1\end{aligned}\quad (\text{II.40})$$

F_1 et G_1 sont deux matrices symétriques constantes avec $F_1 = F_1^T > 0$, $G_1 = G_1^T > 0$, $\eta > 0$ est un scalaire et $v_1(t)$ est donné par l'expression suivante :

$$v_1(t) = -k_{v1} \left(\frac{1}{2} + \|\bar{x}_2 \cdot \hat{W}_1^T \dot{\phi}(\hat{V}_1^T \bar{x}_2)\|_F^2 + \|\dot{\phi}(\hat{V}_1^T \bar{x}_2) \hat{V}_1^T \bar{x}_2\|^2 \right) z_1 \quad (\text{II.41})$$

Alors, la dynamique de l'erreur est :

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= f_1(x_1, x_2) + z_2 + \alpha_1 - \dot{y}_r \\ &= -k_{u1} z_1 - W_1^T \phi(V_1^T \bar{x}_2) + \varepsilon_1(x_1, x_2) - \hat{W}_1^T \phi(\hat{V}_1^T \bar{x}_2) + z_2 + v_1(t)\end{aligned}\quad (\text{II.42})$$

2^{ème} étape :

La dynamique de l'erreur z_2 est donnée par :

$$\dot{z}_2 = f_2(x_1, x_2, x_3) + z_3 + \alpha_2 - \dot{\alpha}_1 \quad (\text{II.43})$$

où :

$$\dot{\alpha}_1 = \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_2} \dot{x}_2 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r} \dot{y}_r + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r^{(1)}} y_r^{(2)} + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{W}_1} \dot{\hat{W}}_1 + \sum_{r=1}^N \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{V}_{1r}} \dot{\hat{V}}_{1r} \quad (\text{II.44})$$

tel que \hat{V}_{1r} représente la $r^{\text{ème}}$ colonne de \hat{V}_1 .

La deuxième fonction peut s'écrire :

$$f_2(x_1, x_2, x_3) - \dot{\alpha}_1 = W_2^T \phi(V_2^T \bar{x}_3) + \varepsilon_2(x_1, x_2, x_3) \quad (\text{II.45})$$

avec : $\bar{x}_3 = [x_1, x_2, x_3, 1]^T$ et $\|\varepsilon_2(x_1, x_2, x_3)\| \leq \varepsilon_N$

Maintenant, nous choisissons la deuxième fonction stabilisante telle que :

$$\alpha_2 = -z_1 - k_{u2} z_2 - \hat{W}_2^T \phi(\hat{V}_2^T \bar{x}_3) + v_2(t) \quad (\text{II.46})$$

avec : \hat{W}_2, \hat{V}_2 sont respectivement l'estimation de W_2 et V_2 .

Les mises à jour de chacun d'eux sont :

$$\begin{aligned}\dot{\hat{W}}_2 &= F_2 \phi(\hat{V}_2^T \bar{x}_3) z_2 - F_2 \dot{\phi}(\hat{V}_2^T \bar{x}_3) \hat{V}_2^T \bar{x}_3 z_2 - \eta F_2 \hat{W}_2 \\ \dot{\hat{V}}_2 &= G_2 \bar{x}_3 \hat{W}_2^T \dot{\phi}(\hat{V}_2^T \bar{x}_3) z_2 - \eta G_2 \hat{V}_2\end{aligned}\quad (\text{II.47})$$

F_2 et G_2 sont deux matrices symétriques constantes avec $F_2 = F_2^T > 0$, $G_2 = G_2^T > 0$, $\eta > 0$ est un scalaire et $v_2(t)$ est donné par l'expression suivante :

$$v_2(t) = -k_{v_2} \left(\frac{1}{2} + \left\| \bar{x}_3 \hat{W}_2^T \dot{\phi}(\hat{V}_2^T \bar{x}_3) \right\|_F^2 + \left\| \dot{\phi}(\hat{V}_2^T \bar{x}_3) \hat{V}_2^T \bar{x}_3 \right\|^2 \right) z_2 \quad (\text{II.48})$$

Alors, la dynamique de l'erreur est :

$$\dot{z}_1 = -k_{u_2} z_2 - W_2^T \phi(V_2^T \bar{x}_3) + \varepsilon_2(x_1, x_2, x_3) - \hat{W}_2^T \phi(\hat{V}_2^T \bar{x}_3) - z_1 + z_3 + v_2(t) \quad (\text{II.49})$$

3^{ème} étape :

Pour $z_3 = x_3 - \alpha_2$, l'expression de la dynamique est :

$$\begin{aligned}\dot{z}_3 &= f_3(x) + a\gamma(x)u - \dot{\alpha}_2 \\ &= \left(1 - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_3} \right) f_3 + \left(1 - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_3} \right) \hat{a}\gamma(x)u - \tilde{a} \left(1 - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_3} \right) \gamma(x)u - \sum_{i=1}^2 \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_i} (\dot{x}_i) - \psi_2\end{aligned}\quad (\text{II.50})$$

Avec :

$$\psi_2 = \sum_{i=1}^2 \frac{\partial \alpha_2}{\partial y_r^{(i-1)}} y_r^{(i)} + \sum_{i=1}^2 \left[\frac{\partial \alpha_2}{\partial \hat{W}_i} \dot{\hat{W}}_i + \sum_{r=1}^N \left\{ \frac{\partial \alpha_2}{\partial \hat{V}_{ir}} \dot{\hat{V}}_{ir} \right\} \right] \quad (\text{II.51})$$

La loi de mise à jour de l'estimation du paramètre a est :

$$\dot{\hat{a}} = \eta_a \left[\left(1 - \frac{\partial \alpha_2}{\partial x_3} \right) a\gamma(x)u z_3 - \eta \hat{a} \right] \quad (\text{II.52})$$

avec $\eta_a > 0$ est un réel.

Maintenant, nous pouvons définir la loi de commande suivante :

$$u = \frac{1}{(1 - (\partial \alpha_2 / \partial x_3)) \hat{a}\gamma(x)} \left[-z_2 - k_{u_3} z_3 - \hat{W}_3^T \phi(\hat{V}_3^T \bar{x}_4) + v_3(t) \right] \quad (\text{II.53})$$

tel que :

$$v_3(t) = -k_{v_3} \left(\frac{1}{2} + \left\| \bar{x}_4 \hat{W}_3^T \dot{\phi}(\hat{V}_3^T \bar{x}_4) \right\|_F^2 + \left\| \dot{\phi}(\hat{V}_3^T \bar{x}_4) \hat{V}_3^T \bar{x}_4 \right\|^2 \right) z_3 \quad (\text{II.54})$$

avec : \hat{W}_3 , \hat{V}_3 sont respectivement l'estimation de W_3 et V_3 . Les mises à jour de ces poids sont :

$$\begin{aligned}\dot{\hat{W}}_3 &= F_3 \phi(\hat{V}_3^T \bar{x}_4) z_3 - F_3 \dot{\phi}(\hat{V}_3^T \bar{x}_4) \hat{V}_3^T \bar{x}_4 z_3 - \eta F_3 \hat{W}_3 \\ \dot{\hat{V}}_3 &= G_3 \bar{x}_4 \hat{W}_3^T \dot{\phi}(\hat{V}_3^T \bar{x}_4) z_3 - \eta G_3 \hat{V}_3\end{aligned}\tag{II.55}$$

F_3 et G_3 sont deux matrices symétriques constantes avec $F_3 = F_3^T > 0$, $G_3 = G_3^T > 0$, $\eta > 0$ est un scalaire.

II.4 Commande BAN du pendule simple avec observateur

II.4.1 Problématique

Dans ce qui suit, on va développer la commande backstepping adaptative neuronale (BAN) avec observateur sur un système non linéaire incertain soumis à des perturbations externes et internes représenté par son équation d'état. Le réseau neuronal considéré est de type MLP.

Les problèmes d'observabilité, non linéarités inconnues et les paramètres inconnus du système ainsi que les perturbations externes ou internes ont une importance pratique.

La plupart du temps, soit par impossibilité physique d'introduire un capteur, soit pour des questions de coût, on ne peut pas mesurer tous les états. La fonction d'un observateur consiste donc à reconstruire, pour un processus donné, une estimation de l'état réel du processus. Cette estimation comporte une erreur qui doit tendre vers zéro. Quand cette propriété est satisfaite, l'observateur est dit asymptotique [11].

D'autre part, les problèmes que l'on rencontre en pratique ne sont que très rarement des problèmes d'approximation de fonction connue. Dans la très grande majorité des cas, on cherche à établir un modèle d'un système réel physique à partir de mesures, ou, en d'autres termes, à trouver la fonction qui diffère peu de son originale, ce qui signifie son approximation par diverses méthodes.

Une perturbation consiste en tout phénomène influençant un processus et qui peut être représenté par un modèle. C'est une variable dont on peut ne pas connaître l'origine. Le but, dans ce qui suit, est d'atténuer l'effet de cette dernière afin d'avoir un système stable.

Pour atteindre l'objectif fixé dans cette partie, on doit adopter un ensemble d'hypothèses afin d'introduire l'observateur et le réseau de neurones MLP. On va traiter un exemple de pendule simple soumis à des perturbations selon les étapes habituelles de la commande adaptative backstepping.

Tout d'abord, le schéma explicatif suivant permet de mettre en jeu les différentes liaisons des parties intervenantes dans notre stratégie de commande.

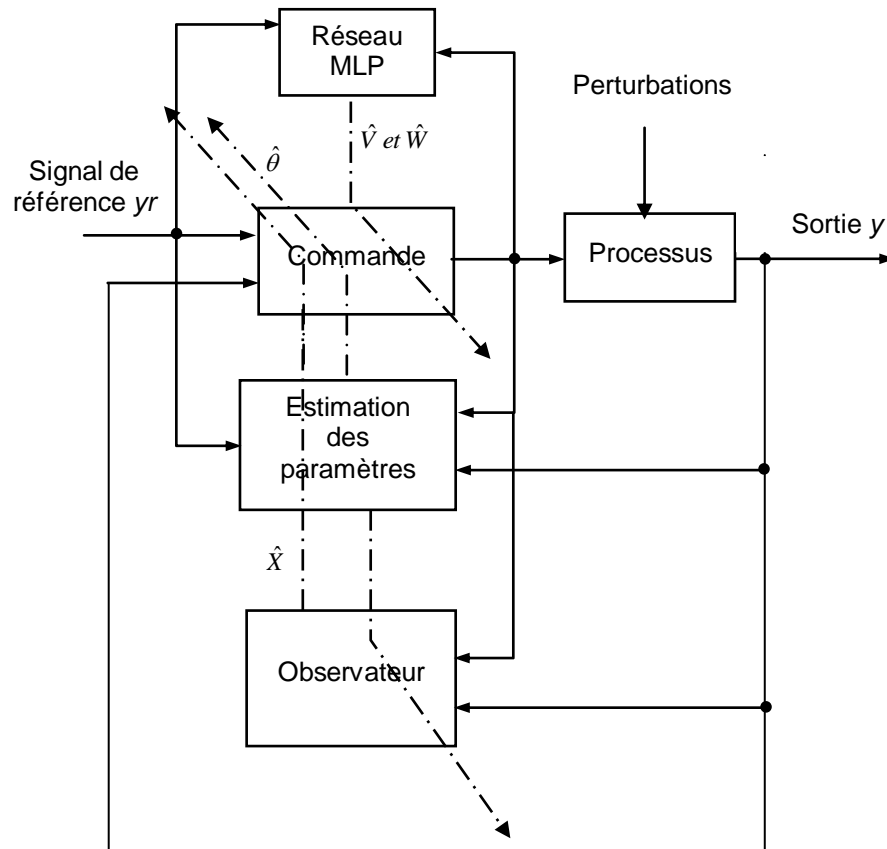


Fig. II.1 : Schéma de principe de la commande neuronale adaptative avec observateur

II.4.2 Modèle perturbé du processus et observateur

Dans le but de faire la synthèse de la commande neuronale adaptative backstepping avec observateur pour un système incertain, les hypothèses suivantes sont supposées réalisées :

1. La plupart des états ne sont pas disponibles ;
2. La fonction de sortie $y = h(x)$ doit être définie ;
3. Les non-linéarités du système sont fonctions de grandeurs mesurables ;
4. Le système contient des fonctions non linéaires inconnues et d'autres fonctions connues ;
5. Les paramètres du système sont inconnus ;
6. Le système est influencé par des perturbations externes et internes.

Dans ce qui suit, le modèle incertain considéré fait appel à un observateur. Cependant, pour une question d'adéquation d'approximation de quelques fonctions non linéaires du système, les hypothèses citées précédemment permettent au système incertain de prendre la forme :

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 + \varphi_1(y)^T \cdot \theta + \psi_1(y)^T + \eta_1(x, t) \\
 \dot{x}_2 &= x_3 + \varphi_2(y)^T \cdot \theta + \psi_2(y)^T + \eta_2(x, t) \\
 &\vdots \\
 \dot{x}_{p-1} &= x_p + \varphi_{p-1}(y)^T \cdot \theta + \psi_{p-1}(y)^T + \eta_{p-1}(x, t) \\
 \dot{x}_p &= x_{p+1} + \varphi_p(y)^T \cdot \theta + \psi_p(y)^T + \eta_p(x, t) + a_m \cdot u \\
 &\vdots \\
 \dot{x}_{n-1} &= x_n + \varphi_{n-1}(y)^T \cdot \theta + \psi_{n-1}(y)^T + \eta_{n-1}(x, t) + a_1 \cdot u \\
 \dot{x}_n &= \varphi_n(y)^T \cdot \theta + \psi_n(y)^T + \eta_n(x, t) + a_0 \cdot u \\
 y &= x_l
 \end{aligned} \tag{II.56}$$

tel que : $x_i (i = 1, \dots, n)$ et y sont respectivement les états d'entrée et de sortie du système, u est la commande, $\theta \in R^p$ est un vecteur de paramètres inconnus, $\varphi_i(y) : R \rightarrow R^p$ est un vecteur de fonctions non linéaires inconnues qu'on doit approximer par les réseaux de neurones, $\eta_i(x, t)$ sont des perturbations et a_m, a_{m-1}, \dots, a_0 sont des constantes inconnues.

Dans le but de concevoir un observateur, le système (II.56) peut être représenté par la somme :

- d'une partie connue linéaire,
- d'une partie non linéaire inconnue liée aux paramètres inconnus,
- d'une partie non linéaire indépendante des paramètres inconnus,
- d'une fonction de commande,
- d'une partie de perturbations.

$$\dot{x} = \underbrace{A \cdot x}_{\text{Partie linéaire}} + \underbrace{\Phi^T(y) \cdot \theta}_{\text{Non linéarité inconnue}} + \underbrace{\psi(y)}_{\text{Non linéarité connue}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} \cdot u}_{\text{Commande}} + \underbrace{\eta(x, t)}_{\text{Perturbations}} \tag{II.57}$$

où :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} ;$$

$$\psi(y) = [\psi_1(y) \quad \psi_2(y) \quad \cdots \quad \psi_i(y) \quad \cdots \quad \psi_n(y)]^T ;$$

$$\Phi(y) = [\varphi_1^T(y) \quad \varphi_2^T(y) \quad \cdots \quad \varphi_i^T(y) \quad \cdots \quad \varphi_n^T(y)]^T ;$$

$$\eta(x,t) = [\eta_1(x,t) \quad \eta_2(x,t) \quad \cdots \quad \eta_i(x,t) \quad \cdots \quad \eta_n(x,t)]^T ;$$

$$b^T = [a_m \quad a_{m-1} \quad \cdots \quad a_1 \quad a_0] ; x = [x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_i \quad \cdots \quad x_n]^T ; \theta = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad \cdots \quad \theta_i \quad \cdots \quad \theta_p]^T$$

A noter que seule la sortie x_1 qui est mesurable. Puisque x est indisponible, nous devons concevoir des filtres pour estimer certains signaux pour la conception de la commande. Ces filtres sont donnés par les expressions générales suivantes :

$$\dot{\zeta}(t) = A_0 \cdot \zeta + K \cdot y + \psi(y) \quad (\text{II.58})$$

$$\dot{\Xi}^T = A_0 \cdot \Xi^T + \Phi(y) \quad (\text{II.59})$$

$$\dot{\lambda} = A_0 \cdot \lambda + e_n \cdot u \quad (\text{II.60})$$

$$v_i = A_0^i \cdot \lambda \quad i = 0, 1, \dots, m, \quad (\text{II.61})$$

tel que :

$K = [k_1, \dots, k_n]^T$ est choisi de tel sorte que $A_0 = A - K \cdot e_1^T$ soit de Hurwitz, $\zeta \in R^n$, $\Xi \in R^n$, $\lambda \in R^n$ et $v \in R^{n \cdot m}$.

L'observateur est défini par :

$$\hat{x} = \zeta(t) + \Xi^T \cdot \theta + \sum_{i=0}^m a_i \cdot v_i \quad (\text{II.62})$$

La dynamique de cet observateur est donnée par l'expression :

$$\dot{\hat{x}} = A_0 \cdot \hat{x} + K \cdot y + \Phi(y) \cdot \theta + \psi(y) + \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} \cdot u \quad (\text{II.63})$$

II.4.3 Procédure de la commande backstepping neuronale du pendule simple

On peut simuler un bras manipulateur à un pendule simple. C'est un système articulé à un degré de liberté de masse localisée m et son mouvement est commandé par u et peut être représenté par la figure suivante :

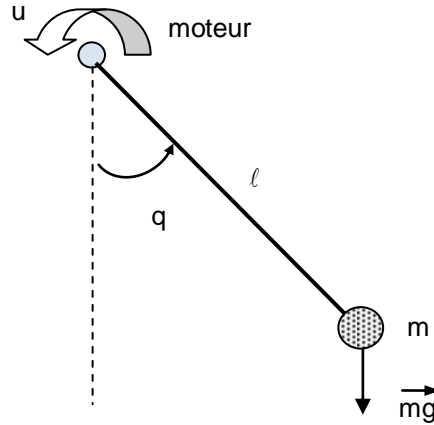


Fig. II.2: Structure du pendule simple

Le Lagrangien est donné par :

$$L = E_C - E_P$$

$$E_C = \frac{1}{2} m \ell^2 \dot{q}^2 \quad (\text{II.64})$$

$$E_P = mg \ell (1 - \cos q)$$

ce qui implique :

$$L = \frac{1}{2} m \ell^2 \dot{q}^2 - mg \ell (1 - \cos q) \quad (\text{II.65})$$

Les équations différentielles sont données par :

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} = m \ell^2 \dot{q}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) = m \ell^2 \ddot{q} \quad (\text{II.66})$$

$$\frac{\partial L}{\partial q} = -mg \ell \sin q$$

D'après l'expression de Lagrange, l'équation du système sera exprimée par :

$$m \ell^2 \ddot{q} + mg \ell \sin q = u \quad (\text{II.67})$$

II.4.3.1 Modèle incertain du pendule

L'équation de ce système peut s'écrire sous la forme :

$$\ddot{q} = -\frac{g}{\ell} \cdot \sin q + \frac{1}{m \cdot \ell^2} \cdot u \quad (\text{II.68})$$

En optant pour les variables d'état suivantes :

$x_1 = q$: représente la position angulaire,

$x_2 = \dot{q}$: représente la vitesse angulaire.

le modèle sans perturbation résultant peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{g}{\ell} \cdot \sin x_1 + \frac{1}{m \cdot \ell^2} \cdot u \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (\text{II.69})$$

Par souci de clarté, on définit les paramètres suivants :

$$\theta_\ell = -\frac{g}{\ell} ; \theta_u = \frac{1}{m \cdot \ell^2}$$

ce qui permet d'avoir la structure :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \theta_\ell \varphi(x_1) + \theta_u u \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (\text{II.70})$$

avec la fonction non linéaire $\varphi(x_1) = \sin x_1$.

Dans ce qui suit, le système considéré est perturbé, on considère seulement la position x_1 qui est mesurable, et la fonction non linéaire dépend seulement de la sortie :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + \eta_1 \\ \dot{x}_2 &= \theta_\ell \varphi(y) + \theta_u u + \eta_2 \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (\text{II.71})$$

II.4.3.2 Observateur

Afin de concevoir la loi de commande adaptative souhaitée, nous réécrivons le système (II.71) dans la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \varphi(y) \end{bmatrix} \cdot \theta_\ell + \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \theta_u \end{bmatrix} \cdot u \quad (\text{II.72})$$

Dans notre cas, le système est d'ordre deux et avec $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $K = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix}$, on aura :

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ k_2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_1 & 1 \\ -k_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.73})$$

Les filtres qu'on doit introduire individuellement sont:

- 1^{er} filtre

$$\begin{cases} \dot{\zeta}_1 = -k_1 \cdot \zeta_1 + \zeta_2 + k_1 \cdot y + \eta_1 \\ \dot{\zeta}_2 = -k_2 \cdot \zeta_1 + k_2 \cdot y + \eta_2 \end{cases} \quad (\text{II.74})$$

- 2^{ème} filtre

$$\begin{cases} \dot{\Xi}_1 = -k_1 \cdot \Xi_1 + \Xi_2 \\ \dot{\Xi}_2 = -k_2 \cdot \Xi_1 + \varphi(y) \end{cases} \quad (\text{II.75})$$

- 3^{ème} filtre

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_1 = -k_1 \cdot \lambda_1 + \lambda_2 \\ \dot{\lambda}_2 = -k_2 \cdot \lambda_1 + u \end{cases} \quad (\text{II.76})$$

- 4^{ème} filtre

La commande se trouve seulement dans l'expression de λ_2 ($i=0$), alors on peut définir ce filtre par l'expression:

$$v_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.77})$$

L'observateur dans cet exemple est défini par :

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Xi_1 \\ \Xi_2 \end{bmatrix} \cdot \theta_\ell + \theta_u \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.78})$$

La dynamique de l'observateur est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= A_0 \cdot \hat{x} + K \cdot y + \Phi(y) \cdot \theta + \psi(y) + \begin{bmatrix} 0 \\ a \end{bmatrix} \cdot u \\ \begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_1 \\ \dot{\hat{x}}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -k_1 & 1 \\ -k_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} y + \begin{bmatrix} 0 \\ \phi(y) \end{bmatrix} \theta_\ell + \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \theta_u \end{bmatrix} \cdot u \\ \begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = -k_1 \cdot \hat{x}_1 + \hat{x}_2 + k_1 \cdot y + \eta_1 \\ \dot{\hat{x}}_2 = -k_2 \cdot \hat{x}_1 + k_2 \cdot y + \varphi(y) \cdot \theta_\ell + \theta_u \cdot u + \eta_2 \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{II.79})$$

En utilisant les équations du (II.74) au (II.78), l'erreur d'observation aura comme expression :

$$\varepsilon = x - \hat{x}$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix}$$

Sa dynamique s'écrit :

$$\dot{\varepsilon} = A_0 \cdot \varepsilon$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_1 \\ \dot{\varepsilon}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_1 & 1 \\ -k_2 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.80})$$

II.4.3.3 Procédure backstepping

Soit $P \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$, $P > 0$ et $P^T = P$ tel que $PA_0 + A_0^T P = -I$, alors la fonction de Lyapunov est donnée par l'expression :

$$L_\varepsilon = \frac{1}{d} \varepsilon^T \cdot P \cdot \varepsilon$$

Sa dérivée peut s'écrire :

$$\dot{L}_\varepsilon = \frac{1}{d} \varepsilon^T (P \cdot A_0 + A_0^T \cdot P) \cdot \varepsilon \leq -\frac{1}{d} \varepsilon^T \cdot \varepsilon \quad (\text{II.81})$$

Cette dernière garantie que pour ε tend vers zéro, \hat{x} atteindra la valeur réelle x .

1^{ère} étape :

On adopte les transformations suivantes :

$$z_1 = y - y_r \quad (\text{II.82})$$

$$z_2 = \lambda_2 \cdot \hat{\theta}_u - \dot{y}_r - \alpha_l \quad (\text{II.83})$$

avec α_l la commande virtuelle non définie jusqu'ici.

La première fonction de Lyapunov est définie par :

$$L_l = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2 g_\ell} \tilde{\theta}_\ell^2 + \frac{1}{2 g_u} \tilde{\theta}_u^2 + \frac{1}{d_1} \varepsilon^T \cdot P \cdot \varepsilon \quad (\text{II.84})$$

Sa dérivée peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \dot{L}_1 &= z_1 \cdot \dot{z}_1 + \tilde{\theta}_\ell \left(-\frac{1}{g_\ell} \dot{\hat{\theta}}_\ell \right) + \tilde{\theta}_u \left(-\frac{1}{g_u} \dot{\hat{\theta}}_u \right) + \frac{1}{d_1} \varepsilon^T (P.A_0 + A_0^T.P) \cdot \varepsilon \\ &\leq z_1 \cdot (\dot{y} - \dot{y}_r) + \tilde{\theta}_\ell \left(-\frac{1}{g_\ell} \dot{\hat{\theta}}_\ell \right) + \tilde{\theta}_u \left(-\frac{1}{g_u} \dot{\hat{\theta}}_u \right) - \frac{1}{d_1} \varepsilon^T \cdot \varepsilon \end{aligned} \quad (\text{II.85})$$

La dynamique de la sortie y est alors :

$$\begin{aligned} \dot{y} &= \dot{x}_1 = x_2 + \eta_1 = \hat{x}_2 + \varepsilon_2 + \eta_1 \\ &= \hat{x}_2 = \zeta_2 + \Xi_2 \cdot \theta_\ell + \theta_u \cdot \lambda_2 + \varepsilon_2 + \eta_1 \end{aligned} \quad (\text{II.86})$$

Par conséquent, la dérivée de la fonction de Lyapunov s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{L}_1 &\leq z_1 \cdot (\zeta_2 + \Xi_2 \cdot \theta_\ell + \theta_u \cdot \lambda_2 + \varepsilon_2 + \eta_1 - \dot{y}_r) + \tilde{\theta}_\ell \left(-\frac{1}{g_\ell} \dot{\hat{\theta}}_\ell \right) + \tilde{\theta}_u \left(-\frac{1}{g_u} \dot{\hat{\theta}}_u \right) - \frac{1}{d_1} \varepsilon^T \varepsilon \\ &\leq z_1 \cdot (\zeta_2 + \Xi_2 \cdot \hat{\theta}_\ell + \hat{\theta}_u \cdot \lambda_2 + \eta_1 - \dot{y}_r) + \tilde{\theta}_\ell \left(z_1 \cdot \Xi_2 - \frac{1}{g_\ell} \dot{\hat{\theta}}_\ell \right) + \tilde{\theta}_u \left(z_1 \cdot \lambda_2 - \frac{1}{g_u} \dot{\hat{\theta}}_u \right) + z_1 \cdot \varepsilon_2 - \frac{1}{d_1} \varepsilon^T \varepsilon \\ &\leq -c_1 z_1^2 - d_1 z_1^2 + z_1 \cdot (c_1 z_1 + d_1 z_1 + \zeta_2 + \Xi_2 \cdot \hat{\theta}_\ell + \hat{\theta}_u \cdot \lambda_2 + \eta_1 - \dot{y}_r) \\ &\quad + \tilde{\theta}_\ell \left(z_1 \cdot \Xi_2 - \frac{1}{g_\ell} \dot{\hat{\theta}}_\ell \right) + \tilde{\theta}_u \left(z_1 \cdot \lambda_2 - \frac{1}{g_u} \dot{\hat{\theta}}_u \right) + z_1 \cdot \varepsilon_2 - \frac{1}{d_1} \varepsilon^T \varepsilon \end{aligned} \quad (\text{II.87})$$

On définit la première commande virtuelle (fonction stabilisante) par l'expression suivante :

$$\alpha_1 = -c_1 z_1 - d_1 z_1 - h_1 - (\zeta_2 + \Xi_2 \cdot \hat{\theta}_\ell) \quad (\text{II.88})$$

avec : $|\eta_1| \leq h_1$

Alors, la dynamique de l'erreur aura l'expression :

$$\dot{z}_1 = \dot{y} - \dot{y}_r = z_2 - c_1 z_1 - d_1 z_1 + \varepsilon_2 + \lambda_2 \cdot \tilde{\theta}_u + \Xi_2 \tilde{\theta}_\ell + (\eta_1 - h_1) \quad (\text{II.89})$$

ce qui donne :

$$\begin{aligned} \dot{L}_1 &\leq -c_1 z_1^2 + z_1 \cdot z_2 - d_1 z_1^2 + \tilde{\theta}_\ell \left(z_1 \cdot \Xi_2 - \frac{1}{g_\ell} \dot{\hat{\theta}}_\ell \right) + \tilde{\theta}_u \left(z_1 \cdot \lambda_2 - \frac{1}{g_u} \dot{\hat{\theta}}_u \right) + z_1 \cdot \varepsilon_2 + z_1 \cdot (\eta_1 - h_1) - \frac{1}{d_1} \varepsilon^T \varepsilon \\ &\leq -c_1 z_1^2 + z_1 \cdot z_2 - d_1 \cdot \left(z_1 - \frac{1}{2 \cdot d_1} \varepsilon_2 \right)^2 + \frac{1}{4 d_1} \varepsilon_2^2 - \frac{1}{d_1} \varepsilon^T \varepsilon + \tilde{\theta}_\ell \left(z_1 \cdot \Xi_2 - \frac{1}{g_\ell} \dot{\hat{\theta}}_\ell \right) \\ &\quad + \tilde{\theta}_u^T \left(z_1 \cdot \lambda_2 - \frac{1}{g_u} \dot{\hat{\theta}}_u \right) + z_1 \cdot (\eta_1 - h_1) \\ &\leq -c_1 z_1^2 + z_1 \cdot z_2 - \frac{3}{4 \cdot d_1} \varepsilon^T \varepsilon + \tilde{\theta}_\ell \left(z_1 \cdot \Xi_2 - \frac{1}{g_\ell} \dot{\hat{\theta}}_\ell \right) + \tilde{\theta}_u \left(z_1 \cdot \lambda_2 - \frac{1}{g_u} \dot{\hat{\theta}}_u \right) + z_1 \cdot (\eta_1 - h_1) \end{aligned} \quad (\text{II.90})$$

2^{ème} étape :

La deuxième fonction de Lyapunov est définie par l'expression suivante :

$$L_2 = L_1 + \frac{1}{2} z_2^2 + \frac{1}{d_2} \varepsilon^T P \varepsilon \quad (\text{II.91})$$

La dérivée de cette dernière s'écrit :

$$\dot{L}_2 \leq \dot{L}_1 + z_2 \dot{z}_2 - \frac{1}{d_2} \varepsilon^T \varepsilon \quad (\text{II.92})$$

D'après (II.90), on peut déduire :

$$\begin{aligned} \dot{L}_2 \leq & -c_1 z_1^2 + z_2 (z_1 + \dot{z}_2) - \frac{3}{4.d_1} \varepsilon^T \varepsilon - \frac{1}{d_2} \varepsilon^T \varepsilon \\ & + z_1 \cdot (\eta_1 - h_1) + \tilde{\theta}_\ell \left(z_1 \cdot \Xi_2 - \frac{1}{g_\ell} \dot{\theta}_\ell \right) + \tilde{\theta}_u \left(z_1 \cdot \lambda_2 - \frac{1}{g_u} \dot{\theta}_u \right) \end{aligned} \quad (\text{II.93})$$

En utilisant la définition $c_1^* = c_1 + d_1$, on peut développer le terme $(z_1 + \dot{z}_2)$ de la manière suivante :

$$\begin{aligned} (z_1 + \dot{z}_2) &= z_1 + \frac{d(\lambda_2 \cdot \hat{\theta}_u - \dot{y}_r - \alpha_1)}{dt} = z_1 + \dot{\lambda}_2 \cdot \hat{\theta}_u + \lambda_2 \cdot \dot{\hat{\theta}}_u - \dot{y}_r - \dot{\alpha}_1 \\ &= z_1 + \lambda_2 \cdot \dot{\hat{\theta}}_u + (u - k_2 \cdot \lambda_1) \cdot \hat{\theta}_u + c_1^* \cdot (\zeta_2 + \Xi_2 \hat{\theta}_\ell + \lambda_2 \cdot \hat{\theta}_u + \varepsilon_2 + \eta_1) - c_1^* \cdot \dot{y}_r \\ &\quad + \eta_2 - k_2 \cdot (\zeta_1 - y) + \hat{\theta}_\ell (\varphi(y) - k_2 \cdot \Xi_1) + \Xi_2 \dot{\hat{\theta}}_\ell - \dot{y}_r + c_1^* \cdot (\Xi_2 \tilde{\theta}_\ell + \lambda_2 \cdot \tilde{\theta}_u) \end{aligned} \quad (\text{II.94})$$

ce qui donne :

$$\begin{aligned} \dot{L}_2 \leq & -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 \\ & + z_2 \left[z_1 + c_2 z_2 + d_2 (c_1^*)^2 \cdot z_2 - k_2 \cdot (\zeta_1 + \Xi_1 \hat{\theta}_\ell + \lambda_1 \cdot \hat{\theta}_u - y) + c_1^* \cdot (\zeta_2 + \Xi_2 \hat{\theta}_\ell + \lambda_2 \cdot \hat{\theta}_u + \eta_1) \right. \\ & \left. + \eta_2 + \hat{\theta}_u \cdot u + \hat{\theta}_\ell \varphi(y) - c_1^* \dot{y}_r - \dot{y}_r + \lambda_2 \cdot \dot{\hat{\theta}}_u + \Xi_2 \dot{\hat{\theta}}_\ell \right] \\ & + \tilde{\theta}_\ell \left(z_1 \cdot \Xi_2 - \frac{1}{g_\ell} \dot{\theta}_\ell + z_2 c_1^* \Xi_2 \right) + \tilde{\theta}_u^T \left(z_1 \cdot \lambda_2 - \frac{1}{g_u} \dot{\theta}_u + z_2 c_1^* \lambda_2 \right) \\ & - \frac{3}{4.d_1} \varepsilon^T \varepsilon - \frac{3}{4.d_2} \varepsilon^T \varepsilon + z_1 (\eta_1 - h_1) \end{aligned} \quad (\text{II.95})$$

3^{ème} étape :

Le réseau neuronal MLP se compose dans notre exemple d'une couche d'entrée, une couche cachée (avec quatre neurones) et une couche de sortie. La structure du réseau MLP

est représentée par la figure II.3, où x_1 représente l'état d'entrée, $\hat{\varphi}$ est l'approximation de la fonction non linéaire inconnue, ϕ_i est la fonction d'activation sigmoïdale du $i^{\text{ème}}$ neurone ($i=1, \dots, 4$), V_{1i} est le vecteur des poids d'entrée lié au neurone i et à l'état x_1 , W est le vecteur des poids de sortie.

avec : $V_i = [V_{1i}, b_i]$, $W = [w_1, w_2, w_3, w_4]^T$.

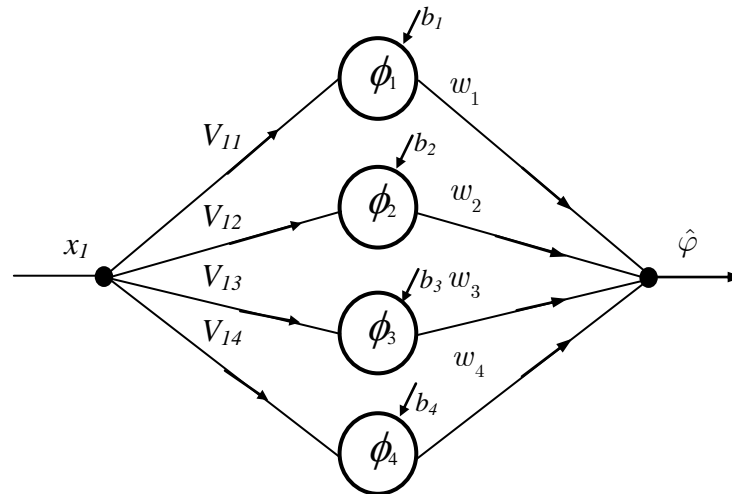


Fig. II.3 : Structure d'un réseau MLP

D'après la structure de ce réseau, l'expression correspondante à la liaison entrées/sorties peut être décrite par :

$$\hat{\varphi} = \sum_{i=1}^4 w_i \cdot \phi_i(V_{1i} \cdot x_1 + b_i) \quad (\text{II.96})$$

où b_i est le biais lié à un neurone i .

La fonction d'activation sigmoïdale utilisée dans notre cas est donnée par l'expression :

$$\phi(y) = \frac{1}{1 + \exp(-\lambda y)} \quad , \quad \lambda > 0 \quad (\text{II.97})$$

et sa dérivée est donnée par :

$$\dot{\phi}(y) = \lambda \phi(y) \cdot [1 - \phi(y)] \quad (\text{II.98})$$

La fonction non linéaire qu'on va approximer par le réseau neuronal est définie par l'expression :

$$\varphi(y) = W^T \cdot \phi(V^T \bar{y}) + e(y) \quad (\text{II.99})$$

tel que : $e(y)$ exprime l'erreur d'approximation, $\bar{y} = [y \ 1]$ est le vecteur d'état augmenté par 1.

La première démarche consiste à faire un changement de la forme du système donné par l'équation (II.71) par la forme suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + \eta_1 \\ \dot{x}_2 &= \theta_l \left(W^T \phi \left(V^T \bar{y} \right) + e(y) \right) + \theta_u u + \eta_2 \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (\text{II.100})$$

La relation qui existe entre une valeur réelle, son estimation et l'erreur d'estimation est définie par :

$$W = \hat{W} + \tilde{W} \quad ; \quad V = \hat{V} + \tilde{V} \quad (\text{II.101})$$

Alors, la troisième fonction de Lyapunov s'écrit :

$$L_3 = L_2 + \frac{1}{2} \tilde{W}^T F^{-1} \tilde{W} + \frac{1}{2} \tilde{V}^T G^{-1} \tilde{V} \quad (\text{II.102})$$

tels que F et G sont deux matrices constantes symétriques $F = F^T > 0$, $G = G^T > 0$,

A partir des équations (II.95), (II.99), (II.101) et (II.102), la dérivée de la fonction de Lyapunov déduite s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{L}_3 &\leq -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 \\ &+ z_2 \left[z_1 + c_2 z_2 + d_2 (c_1^*)^2 z_2 - k_2 \left(\zeta_1 + \Xi_1 \hat{\theta}_\ell + \lambda_1 \hat{\theta}_u - y \right) + c_1^* \left(\zeta_2 + \Xi_2 \hat{\theta}_\ell + \lambda_2 \hat{\theta}_u + \eta_1 \right) \right. \\ &+ \left. \eta_2 + \hat{\theta}_u u + \hat{\theta}_\ell \left(W^T \phi \left(V^T \bar{y} \right) + e(y) \right) - c_1^* \dot{y}_r - \dot{y}_r + \lambda_2 \dot{\hat{\theta}}_u + \Xi_2 \dot{\hat{\theta}}_\ell \right] \\ &+ \tilde{\theta}_l \left[z_1 \Xi_2 - \frac{1}{g_\ell} \dot{\hat{\theta}}_\ell + z_2 c_1^* \Xi_2 \right] + \tilde{\theta}_u \left[z_1 \lambda_2 - \frac{1}{g_u} \dot{\hat{\theta}}_u + z_2 c_1^* \lambda_2 \right] \\ &- \frac{3}{4 d_1} \varepsilon^T \varepsilon - \frac{3}{4 d_2} \varepsilon^T \varepsilon + z_1 (\eta_1 - h_1) \end{aligned} \quad (\text{II.103})$$

En utilisant le développement de Taylor, on peut écrire :

$$\phi(V^T \bar{y}) = \phi(\hat{V}^T \bar{y}) + \dot{\phi}(\hat{V}^T \bar{y}) \tilde{V}^T \bar{y} + O(\tilde{V}^T \bar{y})^2 \quad (\text{II.104})$$

avec : $O(\tilde{V}^T \bar{y})^2$ est l'erreur d'ordre 2 qui peut être bornée.

Alors, on peut écrire l'expression :

$$\begin{aligned} W^T \phi(V^T \bar{y}) &= W^T \left[\phi(\hat{V}^T \bar{y}) + \dot{\phi}(\hat{V}^T \bar{y}) \tilde{V}^T \bar{y} + O(\tilde{V}^T \bar{y})^2 \right] \\ &= \hat{W}^T \phi(\hat{V}^T \bar{y}) + \tilde{W}^T \phi(\hat{V}^T \bar{y}) + \hat{W}^T \dot{\phi}(\hat{V}^T \bar{y}) \tilde{V}^T \bar{y} + \tilde{W}^T \dot{\phi}(\hat{V}^T \bar{y}) \tilde{V}^T \bar{y} + W^T O(\tilde{V}^T \bar{y})^2 \\ &= \hat{W}^T \phi(\hat{V}^T \bar{y}) + \tilde{W}^T \phi(\hat{V}^T \bar{y}) + \hat{W}^T \dot{\phi}(\hat{V}^T \bar{y}) \tilde{V}^T \bar{y} + \tilde{W}^T \dot{\phi}(\hat{V}^T \bar{y}) \tilde{V}^T \bar{y} - \tilde{W}^T \dot{\phi}(\hat{V}^T \bar{y}) \hat{V}^T \bar{y} + W^T O(\tilde{V}^T \bar{y})^2 \end{aligned} \quad (\text{II.105})$$

On va borner et faire la majoration de l'erreur du terme $\tilde{W}^T \dot{\phi}(\hat{V}^T \bar{y}) V^T \bar{y} + W^T O(\tilde{V}^T \bar{y})^2$. En utilisant l'équation (II.104), ce terme peut s'écrire :

$$\begin{aligned}
& \tilde{W}^T \dot{\phi}(\hat{V}^T \bar{y}) V^T \bar{y} + W^T O(\tilde{V}^T \bar{y})^2 \\
&= \tilde{W}^T \dot{\phi}(\hat{V}^T \bar{y}) V^T \bar{y} + W^T \phi(V^T \bar{y}) - W^T \phi(\hat{V}^T \bar{y}) - W^T \dot{\phi}(\hat{V}^T \bar{y}) \tilde{V}^T \bar{y} \\
&= W^T \cdot [\phi(V^T \bar{y}) - \phi(\hat{V}^T \bar{y})] - W^T \dot{\phi}(\hat{V}^T \bar{y}) \tilde{V}^T \bar{y} + \tilde{W}^T \dot{\phi}(\hat{V}^T \bar{y}) V^T \bar{y} \\
&= W^T \cdot [\phi(V^T \bar{y}) - \phi(\hat{V}^T \bar{y})] + W^T \dot{\phi}(\hat{V}^T \bar{y}) \hat{V}^T \bar{y} - \hat{W}^T \dot{\phi}(\hat{V}^T \bar{y}) V^T \bar{y}
\end{aligned} \tag{II.106}$$

Pour la fonction d'activation sigmoïdale continue et dérivable sur un intervalle, on peut faire la majoration suivante :

$$\tilde{W}^T \dot{\phi}(\hat{V}^T \bar{y}) V^T \bar{y} + W^T O(\tilde{V}^T \bar{y})^2 \leq \|W^T\| \cdot \|\dot{\phi}(\hat{V}^T \bar{y})\| + \|V\|_F \cdot \|\bar{y}\| \cdot \|\hat{W}^T \dot{\phi}(\hat{V}^T \bar{y})\|_F + \|W^T\|_1 \tag{II.107}$$

ce qui permet d'avoir l'expression :

$$\begin{aligned}
\dot{L}_3 &\leq -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 \\
&+ z_2 \left[z_1 + c_2 z_2 + d_2 (c_1^*)^2 z_2 - k_2 (\zeta_1 + \Xi_1 \hat{\theta}_\ell + \lambda_1 \hat{\theta}_u - y) + c_1^* (\zeta_2 + \Xi_2 \hat{\theta}_\ell + \lambda_2 \hat{\theta}_u + \eta_1) \right. \\
&+ \eta_2 + \hat{\theta}_u u + \hat{\theta}_\ell \hat{W}^T \phi(\hat{V}^T \bar{y}) + v(t) - c_1^* \dot{y}_r - \ddot{y}_r + \lambda_2 \dot{\hat{\theta}}_u + \Xi_2 \dot{\hat{\theta}}_\ell \left. \right] \\
&+ \tilde{\theta}_\ell \left(z_1 \Xi_2 - \frac{1}{g_\ell} \dot{\hat{\theta}}_\ell + z_2 c_1^* \Xi_2 + z_2 \hat{W}^T \phi(\hat{V}^T \bar{y}) \right) + \tilde{\theta}_u \left(z_1 \lambda_2 - \frac{1}{g_u} \dot{\hat{\theta}}_u + z_2 c_1^* \lambda_2 \right) \\
&+ \tilde{W}^T \left(-F^{-1} \dot{\hat{W}} + \hat{\theta}_\ell \phi(\hat{V}^T \bar{y}) z_2 - \hat{\theta}_\ell \dot{\phi}(\hat{V}^T \bar{y}) \hat{V}^T \bar{y} \cdot z_2 - \delta \hat{W} \right) \\
&+ \tilde{V}^T \left(-G^{-1} \dot{\hat{V}} + \bar{y} \hat{\theta}_\ell \hat{W}^T \dot{\phi}(\hat{V}^T \bar{y}) z_2 - \delta \hat{V} \right) - \frac{3}{4 d_1} \varepsilon^T \varepsilon - \frac{3}{4 d_2} \varepsilon^T \varepsilon + z_1 (\eta_1 - h_1)
\end{aligned} \tag{II.108}$$

avec : δ est une constante positive.

En utilisant (II.103) et (II.106) et (II.107), on peut déduire la loi de commande suivante:

$$\begin{aligned}
u &= \frac{-1}{\hat{\theta}_u} \left[z_1 + c_2 z_2 + d_2 (c_1^*)^2 z_2 - k_2 (\zeta_1 + \Xi_1 \hat{\theta}_\ell + \lambda_1 \hat{\theta}_u - y) + c_1^* (\zeta_2 + \Xi_2 \hat{\theta}_\ell + \lambda_2 \hat{\theta}_u + h_1) \right. \\
&\quad \left. + h_2 + \hat{\theta}_\ell \hat{W}^T \phi(\hat{V}^T \bar{y}) + v(t) + \Xi_2 g_\ell \tau_\ell + \lambda_2 g_u \tau_u - c_1^* \dot{y}_r - \ddot{y}_r \right]
\end{aligned} \tag{II.109}$$

tel que :

$$\begin{aligned}
\tau_\ell &= (c_1^* z_2 + z_1) \Xi_2 \\
\tau_u &= (c_1^* z_2 + z_1) \lambda_2
\end{aligned} \tag{II.110}$$

$$v(t) = +k \cdot \left(\frac{1}{2} + \|\bar{y}\| \cdot \|\hat{W}^T \dot{\phi}(\hat{V}^T \bar{y})\|_F^2 + \|\dot{\phi}(\hat{V}^T \bar{y}) \hat{V}^T \bar{y}\|^2 \right) \cdot z_2 + e_M \tag{II.111}$$

et k est une valeur positive, $|\eta_2| \leq h_2$ et $|e(y)| \leq e_M$.

Les lois de mise à jour sont définies par les expressions suivantes :

$$\begin{aligned}\dot{\theta}_\ell &= g_\ell \tau_\ell = g_\ell \left[(c_1^* z_2 + z_1) \Xi_2 + z_2 \hat{W}^T \phi(\hat{V}^T \bar{y}) \right] \\ \dot{\theta}_u &= g_u \tau_u = g_u (c_1^* z_2 + z_1) \lambda_2 \\ \dot{\hat{W}} &= \hat{\theta}_\ell F \phi(\hat{V}^T \bar{y}) z_2 - \hat{\theta}_\ell F \dot{\phi}(\hat{V}^T \bar{y}) \hat{V}^T \bar{y} z_2 - \delta F \hat{W} \\ \dot{\hat{V}} &= \hat{\theta}_\ell G \bar{y} \cdot \hat{W}^T \dot{\phi}(\hat{V}^T \bar{y}) z_2 - \delta G \hat{V}\end{aligned}\quad (\text{II.112})$$

ce qui permet d'avoir la dernière expression dérivée de la fonction de Lyapunov suivante :

$$\dot{L}_3 \leq -\sum_{j=1}^2 c_j z_j^2 - \sum_{i=1}^2 \frac{3}{4d_i} \varepsilon^T \varepsilon + z_1 (\eta_1 - h_1) \quad (\text{II.113})$$

II.4.4 Résultats de simulation

Cas d'une référence constante : $y_r = \pi / 6$

Le but est de régler l'angle de la tige. Dans cette application, les paramètres sélectionnés pour le pendule sont : $m = 0.1 \text{ Kg}$, $\ell = 0.23 \text{ m}$, $g = 9.81 \text{ m} / \text{s}^2$.

Le système est perturbé par des signaux sinusoïdaux η_1 et η_2 respectivement limités par $h_1 = 0.3$ et $h_2 = 0.2$. Dans cette approche, l'angle de référence de la tige est égale à $\pi / 6$. Les gains d'adaptation sont $c_1 = 3$, $c_2 = 5$, $d_1 = d_2 = 10$, $g_u = 10$, $g_\ell = 20$. Les gains de l'observateur sont $k_1 = 30$, $k_2 = 60$. La structure utilisée du réseau contient quatre neurones dans la couche cachée, et tous les biais sont estimés par la technique backstepping neuronale.

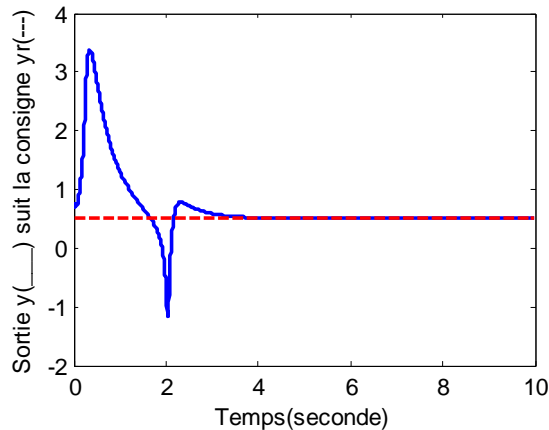


Fig. II.4 : Consigne et signal de sortie

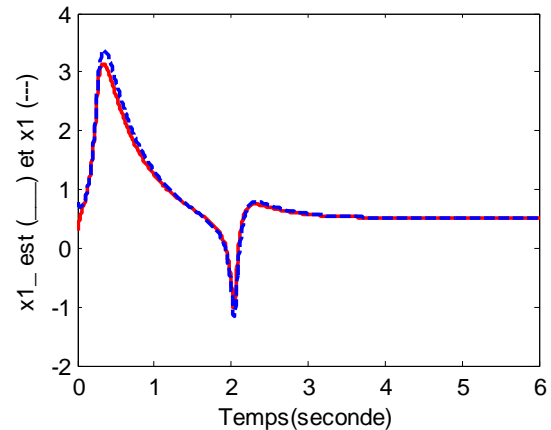


Fig. II.5 : Signal de sortie et son estimation

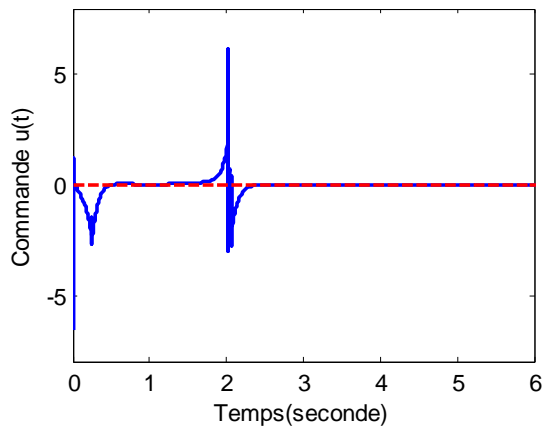


Fig. II.6 : Loi de commande

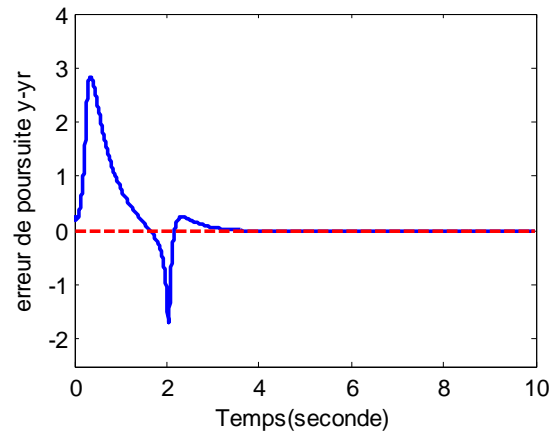


Fig. II.7 : Erreur de suivi

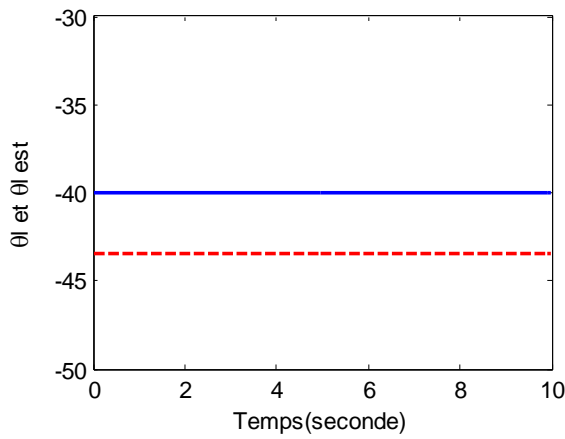


Fig. II.8 : Estimation du paramètre θ_l

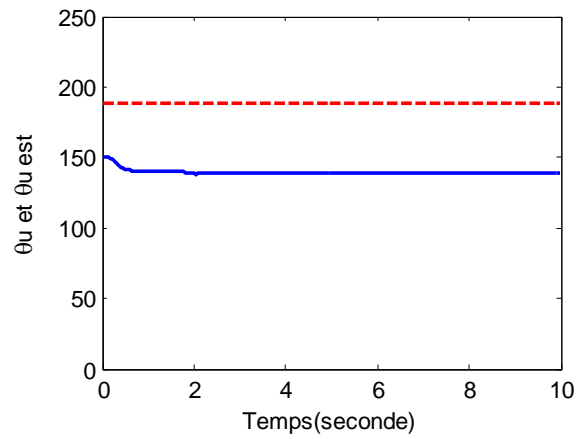


Fig. II.9 : Estimation du paramètre θ_u

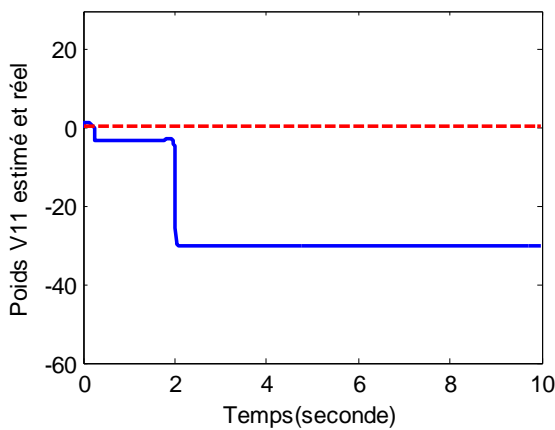


Fig. II.10 : Estimation du poids d'entrée V_{11}

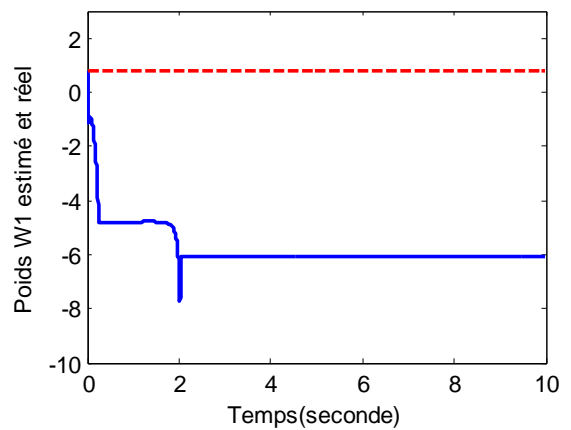


Fig. II.11 : Estimation du poids de sortie w_1

La figure II.4 montre que la réponse suit parfaitement le signal de référence. L'observateur établi reconstruit de manière satisfaisante le signal de sortie (figure II.5).

En outre, la loi de commande correspondante (Figure II.6) présente un comportement raisonnable. L'erreur de suivi représentée sur la figure II.7 tend vers zéro et confirme l'efficacité de la commande proposée. De plus, l'estimation des paramètres et de certains poids (figures II.8-II.11) montre la convergence pratique.

Cas d'une référence variable : $y_r = 0.23 \sin(2\pi t)$

Dans ce cas, les mêmes paramètres du pendule sont maintenus. Les gains d'adaptation sont $c_1 = c_2 = 3$ et $d_1 = d_2 = 5$. Les gains de l'observateur sont $k_1 = 300$, $k_2 = 600$.

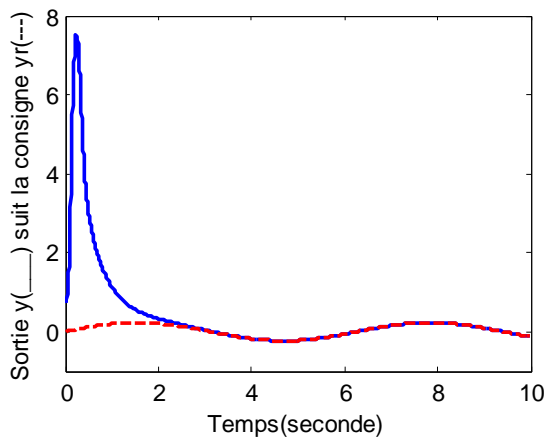


Fig. II.12 : Consigne et signal de sortie

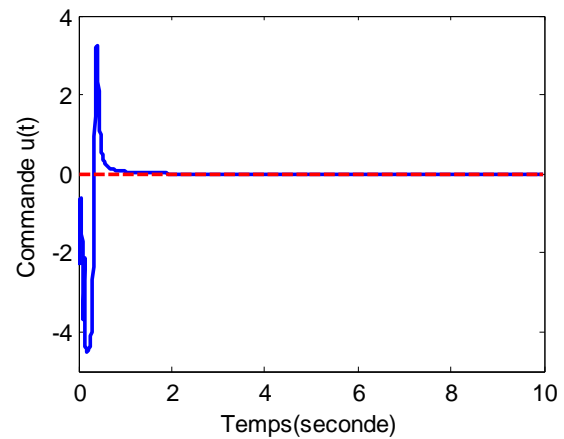


Fig. II.13 : Loi de commande neuronale

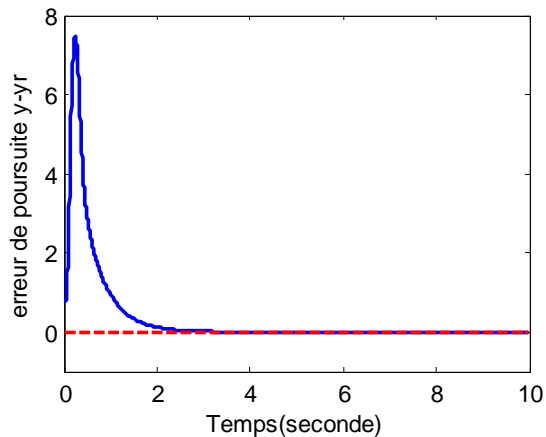


Fig. II.14 : Erreur de suivi

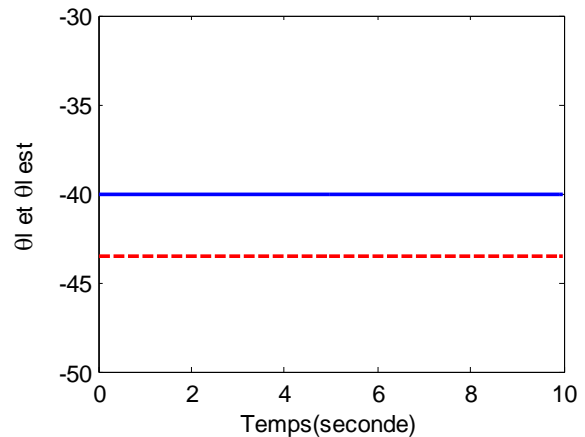
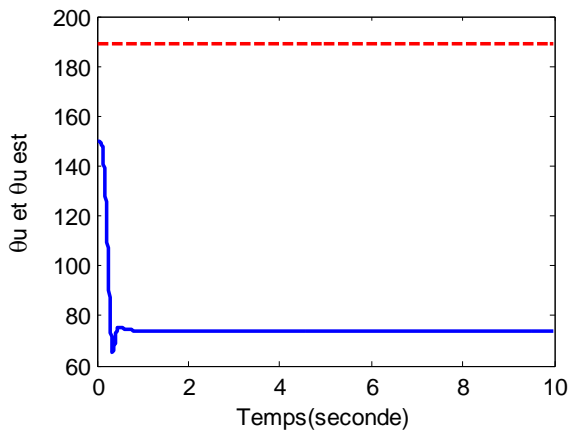
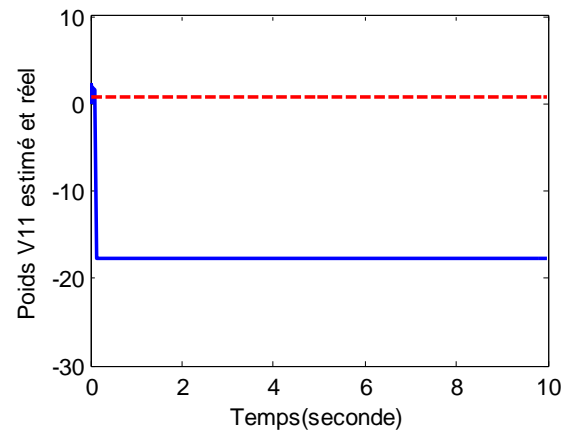
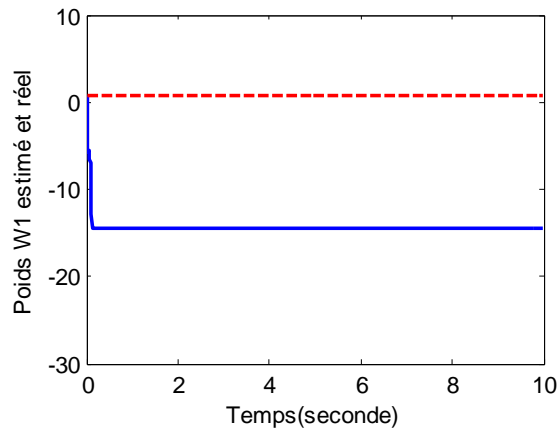


Fig. II.15 : Estimation du paramètre θ_t

Fig. II.16 : Estimation du paramètre θ_u Fig. II.17 : Estimation du poids d'entrée V_{11} Fig. II.18 : Estimation du poids de sortie w_1

De nouveau, les résultats relatifs à une consigne variable sont là pour appuyer la validité de l'approche BAN avec observateur.

La figure II.12 exprime un suivi parfait de la consigne variable, et la commande correspondante (figure II.13) est en accord avec la dynamique infligée au système et ceci en dépit de la présence de perturbations sinusoïdales.

Par ailleurs, l'erreur de suivi converge vers zéro en un temps relativement faible (figure II.14).

De plus, l'estimation des paramètres θ_u et θ_l intrinsèques au modèle du pendule est réalisée suivant les prévisions attendues. Aussi, les poids d'entrée et de sortie du premier neurone, pris ici comme exemple, sont convergents.

II.5 Commande BAN du pendule inversé

II.5.1 Problématique

On s'intéresse dans cette partie à la commande BAN d'un pendule inversé. Le modèle est supposé être incertain et présenter des perturbations. Le réseau de neurones retenu est l'MLP.

Le système de cette présente étude offre des caractéristiques intéressantes permettant d'illustrer quelques problèmes. Il s'agit d'un système instable parfaitement décrit par un modèle non linéaire obtenu en appliquant les lois de la physique. Le but de conception de la loi de commande est de stabiliser le pendule dans sa position d'équilibre verticale instable.

Il est noter que ce modèle est très intéressant du point de vue commande. En effet, selon les besoins tracés par le cahier des charges, on peut opter soit pour la commande en position linéaire, soit pour la commande de l'angle d'inclinaison de la tige du pendule.

Les techniques de réseaux de neurones ont été trouvées pour être particulièrement utile pour la commande des systèmes non linéaires avec une incertitude non linéaire paramétré.

II.5.2 Modèle incertain utilisé

Le modèle général avec perturbations qu'on va utiliser pour l'application de la technique de commande BAN est le suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + \eta_1(x, \omega, t) \\ \dot{x}_2 = \varphi_2 - \frac{1}{\cos x_3} u + \eta_2(x, \omega, t) \\ \dot{x}_3 = x_4 + \eta_3(x, \omega, t) \\ \dot{x}_4 = \varphi_4 + \frac{1}{\ell} u + \eta_4(x, \omega, t) \end{cases} \quad (\text{II.114})$$

En se référant à l'équation (I.90) du premier chapitre, l'introduction de l'idée neuronale permet d'écrire l'expression suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + \eta_1(x, \omega, t) \\ \dot{x}_2 = W_2^T \phi(V_2^T \bar{x}) + \varepsilon_2(x) - \frac{1}{\cos x_3} u + \eta_2(x, \omega, t) \\ \dot{x}_3 = x_4 + \eta_3(x, \omega, t) \\ \dot{x}_4 = W_4^T \phi(V_4^T \bar{x}) + \varepsilon_4(x) + \frac{1}{\ell} u + \eta_4(x, \omega, t) \end{cases} \quad (\text{II.115})$$

Pour chaque fonction φ_k , un réseau MLP a été choisi pour son approximation. Cette considération mène à la représentation suivante du système :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + \eta_1(x, \omega, t) \\ \dot{x}_2 = \sum_{i=1}^4 w_{2i} \phi_{2i} \left(\sum_{p=3}^4 (V_{2pi} \cdot x_p + b_{2i}) \right) + \varepsilon_2(x) - \frac{1}{\cos x_3} u + \eta_2(x, \omega, t) \\ \dot{x}_3 = x_4 + \eta_3(x, \omega, t) \\ \dot{x}_4 = \sum_{i=1}^4 w_{4i} \phi_{4i} \left(\sum_{p=3}^4 (V_{4pi} \cdot x_p + b_{4i}) \right) + \varepsilon_4(x) + \frac{1}{\ell} u + \eta_4(x, \omega, t) \end{cases} \quad (\text{II.116})$$

II.5.3 Procédure backstepping

1^{ère} étape :

Les équations (I.78) et (I.79) restent valables, sauf que la dérivée de V_3 s'écrit :

$$\dot{V}_3 = z_3 \dot{z}_3 = z_3 (x_4 + \eta_3 - \dot{y}_r) \quad (\text{II.117})$$

Ce qui va permettre d'avoir la fonction stabilisante suivante :

$$\alpha = x_{4d} - \dot{y}_r = -c_3 z_3 - h_3 \quad (\text{II.118})$$

avec : η_3 est bornée par la valeur positive h_3 ; $|\eta_3| \leq h_3$

Ce qui donne :

$$\dot{V}_3 = -c_3 z_3^2 + z_3 \cdot z_4 + z_3 (\eta_3 - h_3) \quad (\text{II.119})$$

2^{ème} étape :

A partir des équations (II.15-II.19), la dérivée de la fonction V_4 s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{V}_4 = & -c_3 z_3^2 - c_4 z_4^2 + z_4 \left[z_3 + c_4 z_4 + W_4^T \phi(V_4^T \bar{x}) + \varepsilon_4(x) + \hat{\beta} \cdot u \right. \\ & \left. + \eta_4 - \dot{\alpha} - y_r^{(2)} \right] + \tilde{\beta} \cdot u + z_3 (\eta_3 - h_3) - \frac{1}{\gamma} \tilde{\beta} \dot{\tilde{\beta}} - \tilde{W}^T F^{-1} \dot{\tilde{W}} - \tilde{V}^T G^{-1} \dot{\tilde{V}} \end{aligned} \quad (\text{II.120})$$

En utilisant (I.99) et (I.100) du premier chapitre et (II.120), on peut déduire la loi de la commande suivante :

$$u = -\hat{\ell} \cdot \left[z_3 + c_4 z_4 + \hat{W}_4^T \phi(\hat{V}_4^T \bar{x}) + v(t) - y_r^{(2)} \right] \quad (\text{II.121})$$

tel que :

$$v(t) = +k \cdot \left(\frac{1}{2} + \left\| \bar{x} \cdot \hat{W}_4^T \phi(\hat{V}_4^T \bar{x}) \right\|_F^2 + \left\| \phi(\hat{V}_4^T \bar{x}) \hat{V}_4^T \bar{x} \right\|^2 \right) \cdot z_4 + \varepsilon_{4M} + h_4 \quad (\text{II.122})$$

où k est une constante positive, avec $|\eta_4| \leq h_4$ et $|\varepsilon_4(x)| \leq \varepsilon_{4M}$

On peut déduire alors les lois de mise à jour du paramètre et des poids estimés :

$$\dot{\hat{\beta}} = \gamma z_4 u \quad (\text{II.123})$$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{W}} &= F \phi(\hat{V}_4^T \bar{x}) z_4 - F \dot{\phi}(\hat{V}_4^T \bar{x}) \hat{V}_4^T \bar{x} z_4 - \mu F \hat{V}_4 \\ \dot{\hat{V}} &= G \bar{x} \hat{W}_4^T \dot{\phi}(\hat{V}_4^T \bar{x}) z_4 - \mu G \hat{W}_4 \end{aligned} \quad (\text{II.124})$$

II.5.4 Résultats de simulation

Les paramètres du pendule sont les même que ceux du premier chapitre. Dans cette dernière simulation, les gains de la fonction de Lyapunov sont fixés à $c_1 = c_2 = 10$ et $\mu = 10$. Le réseau utilisé contient trois neurones dans la couche cachée et tous les biais et poids sont estimés par cette technique.

Les performances de la loi de commande adaptative neuronale sont vérifiées sur le modèle perturbé en supposant que les fonctions non linéaires sont inconnues. De plus, la longueur de la tige est à estimer.

La figure (II.19) montre que la position angulaire souhaitée est suivie en un temps très acceptable. Le temps de réponse est inférieur à 0.4 sec. La commande obtenue (figure II.20) est raisonnable. L'erreur de suivi représentée par la figure II.21 est admissible.

La longueur de la tige du pendule est correctement évaluée (figure II.22). Par ailleurs, les estimations des poids d'entrée et de sortie ainsi que le biais du premier neurone, pris comme exemple, sont stables au régime permanent.

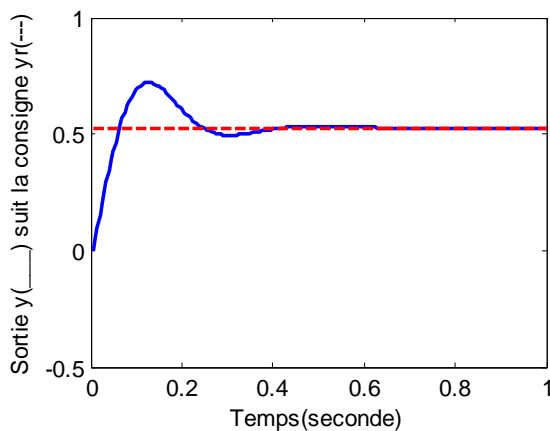


Fig. II.19 : Consigne et signal de sortie

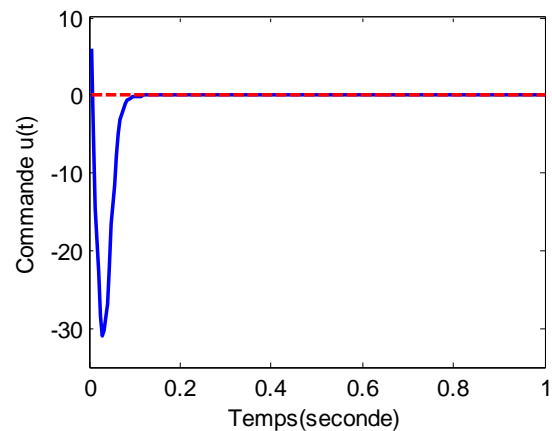


Fig. II.20 : Loi de commande neuronale

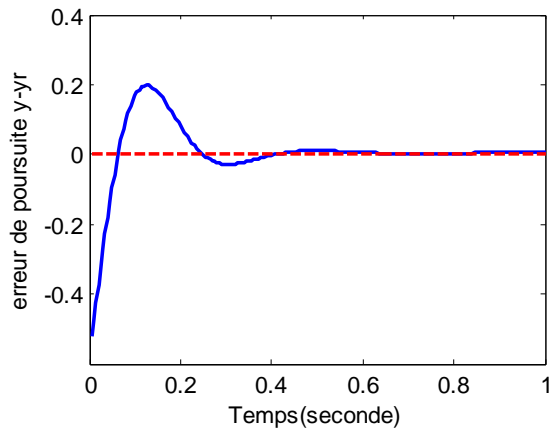


Fig. II.21 : Erreur de suivi

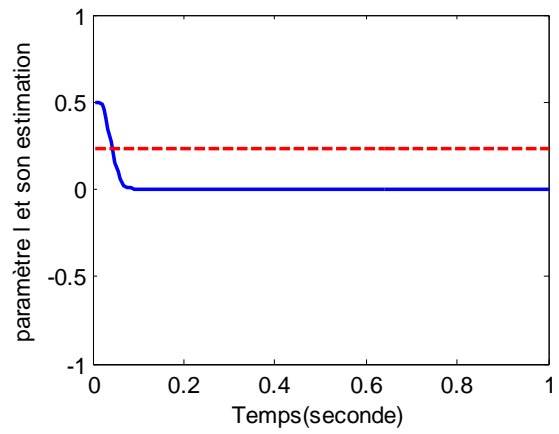


Fig. II.22 : Estimation du paramètre ℓ

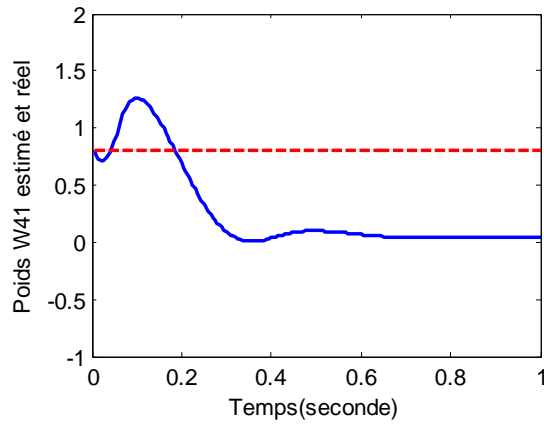


Fig. II.23 : Estimation du poids de sortie w_{41}

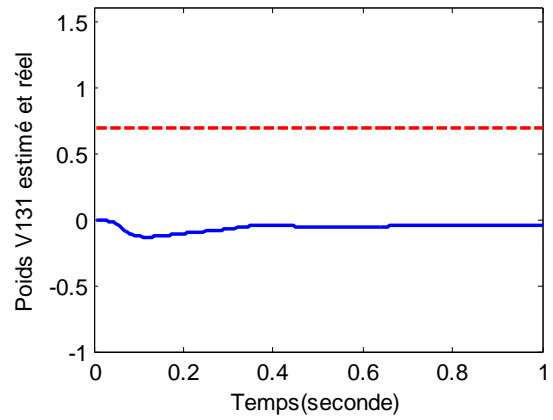


Fig. II.24 : Estimation du poids d'entrée V_{131}

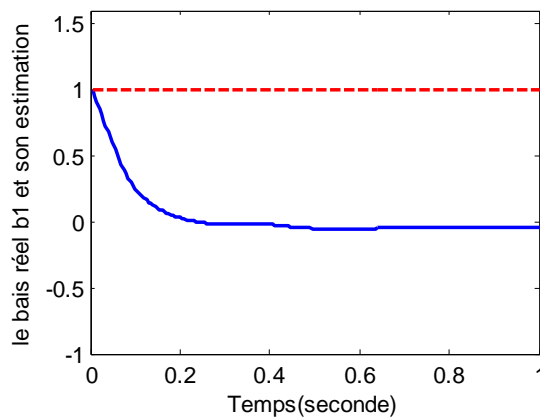


Fig. II.25 : Estimation du biais b_1

II.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à la commande d'une certaine classe de systèmes non linéaires, en l'occurrence les systèmes incertains.

Nous avons développé les commandes backstepping adaptative et backstepping adaptative neuronale (BAN) et nous les avons appliquées sur deux procédés physiques (pendule simple et pendule inversé).

Les deux types de signaux de référence (constante et variable) considérés montrent l'efficacité de la technique BAN. Il est clair que l'utilisation d'un réseau neuronal offre une grande robustesse pour le contrôle des systèmes non linéaires incertains. En présence d'incertitudes, la commande BAN avec observateur apporte des améliorations notables par rapport à la commande backstepping classique en termes de robustesse et de résolution de problèmes tels que le rejet de perturbations, l'estimation des états et des paramètres inconnus du système et l'approximation des fonctions non linéaires.

Chapitre III

Commande backstepping neuronale d'un moteur synchrone à aimants permanents

III.1 Introduction

Les moteurs synchrones à aimants permanents (MSAP) sont d'un grand intérêt pour les applications industrielles nécessitant des performances dynamiques en raison de leur haute vitesse, haute efficacité, haute densité de puissance, et un couple important. Il est à noter que la commande d'une telle machine est difficile en raison de son modèle non linéaire et multivariable. De plus, les paramètres du modèle, tels que la résistance du stator et le coefficient de frottement ne sont pas exactement connus (système incertain).

La commande des MSAP a récemment reçu une large attention et est devenue un domaine de recherche actif. Certaines techniques de commande avancées, telles que la commande à mode glissant [22-24], la commande adaptative [23, 25], la commande backstepping [1] et [26, 27] et la commande par logique floue [28-30] sont utilisées pour les problèmes de vitesse ou de position.

L'objectif de ce présent chapitre est de développer la commande backstepping adaptative neuronale (BAN) à la machine MSAP en supposant que son modèle est incertain où nous attacherons une attention particulière à l'estimation de certains paramètres tels que la résistance statorique, le coefficient de frottement et le moment d'inertie.

III.2 Stratégie de la commande vectorielle du MSAP

III.2.1 Introduction

Les moteurs synchrones à aimants permanents (MSAP) sont généralement utilisés dans les entraînements de vitesse à hautes performances et efficacités. Leur commande se caractérise par un changement en douceur de la vitesse sur une plage particulière de fonctionnement, le contrôle total du couple à vitesse nulle, et rapidité d'accélération et de décélération. Pour atteindre un tel but, différentes techniques vectorielles sont utilisées pour contrôler et stabiliser ce type de machine. Ces techniques de commande vectorielles

sont généralement aussi appelées commande par orientation du flux. L'idée de base de l'algorithme de la commande vectorielle est d'introduire un découplage du courant statorique dans le champ magnétique d'une part, et le couple de la machine d'autre part. Les deux composantes peuvent être commandées séparément après décomposition. Ensuite, la structure de la commande vectorielle du moteur est presque la même que celle d'un moteur à courant continu à excitation séparée, ce qui simplifie la commande d'un moteur synchrone à aimants permanents.

III.2.2 Génération du couple

Le couple est généré par une interaction de deux champs magnétiques (un sur le stator et un sur le rotor). Le champ magnétique du stator est représenté par le courant magnétique flux/stator. Le champ magnétique du rotor est représenté par le flux magnétique des aimants permanents qui est constant. Nous pouvons imaginer que ces deux champs magnétiques sont similaires à deux aimants magnétiques. Nous savons qu'une force, qui tente d'attirer/repousser les aimants, est maximale, quand ils sont perpendiculaires les uns aux autres sauf pour l'opération de défluxage. Cela signifie que l'on veut contrôler le courant statorique afin de créer un vecteur statorique perpendiculaire à l'aimant rotorique. Lorsque le rotor tourne, il faut mettre à jour les courants statoriques afin de maintenir le vecteur de flux statorique à 90 degrés par rapport aux aimants du rotor à tout moment. Ainsi, le couple électromagnétique est proportionnel à l'amplitude du courant de l'axe q , lorsque les champs magnétiques sont perpendiculaires (figure III.1). Les calculateurs doivent réguler l'amplitude du courant de phase statorique et en même temps en phase/angle ; cette opération n'est pas une tâche facile comme pour la commande du moteur à courant continu.

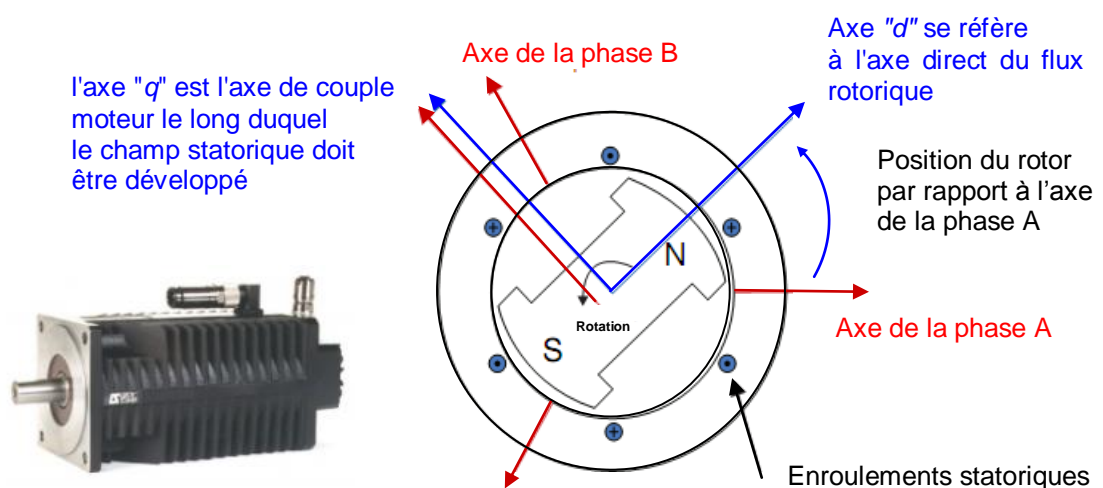


Fig. III.1 : Représentation de la machine synchrone à aimants permanents

La commande des moteurs à courant continu DC est simple car toutes les quantités commandées sont des valeurs constantes et dans un état stable, et le courant de phase/angle est contrôlé par un procédé mécanique. Comment peut-on réaliser le contrôle des courants de phase pour atteindre un couple maximal dans le cas de la commande du MSAP ?

III.2.2.1 Reproduction des valeurs continues et commande d'angle

Tout d'abord, nous avons besoin de connaître la position du rotor. La position est généralement liée à la phase A. On peut utiliser un capteur de position absolue ou un capteur de position relative et un processus appelé alignement. Pendant l'alignement, le rotor est aligné avec la phase A et nous savons que la phase A est alignée avec l'axe direct (production flux). Dans cet état, la position du rotor est fixée à zéro (tension requise dans l'axe d).

1. Les quantités triphasées peuvent se transformer en quantités équivalentes à deux phases (repère de référence fixe) par transformation de Clarke.
2. Ensuite, nous transformons les deux quantités de phases en quantités continues DC par la position électrique du rotor en valeurs DC (rotation du repère de référence) par la transformation de Park.

La position électrique du rotor est une position mécanique divisée par le nombre de paires de pôles magnétiques n_p . Après un processus de commande, nous devons générer des tensions triphasées aux bornes des moteurs, donc les valeurs DC des tensions requises/générées doivent être transformées par les transformations inverses de Park/Clarke.

III.2.2.2 Commande d'amplitude

Toutes les quantités sont maintenant des valeurs continues, qui sont faciles à contrôler, mais comment pouvons-nous les contrôler en grandeur ?

Pour la commande d'amplitude, nous utilisons des régulateurs PI dans la structure en cascade. On peut contrôler plusieurs variables d'état telles que le courant de phase (boucle de couple), la vitesse ou la position comme dans le cas des moteurs à courant continu.

III.2.3 Étapes de la commande par orientation du flux du MSAP

La notion de la commande par flux orienté est employée pour développer un modèle découplé du MSAP. Son principe est similaire à la commande par champ orienté pour un moteur à induction, à moins que pour ce cas la position du rotor soit l'angle de référence, par conséquent il n'y a aucune nécessité pour un modèle de flux. A noter que le meilleur choix pour le fonctionnement du MSAP est retenu pour une valeur de l'angle interne de la

machine $\delta = \pm \frac{\pi}{2}$ ($I_d = 0$), d'où le mode de fonctionnement est optimal car le moteur créera dans ce cas un couple maximum. En effet, l'expression du couple montre que pour le contrôler, il faut commander les composantes I_d et I_q . Dans le cas d'une machine à pôles lisses ($L_d = L_q$) le couple est maximum pour $I_d = 0$, tandis que pour le cas d'une machine à pôles saillants, le couple est maximum pour une valeur optimale de I_d . A retenir aussi que l'annulation de la composante I_d provoque une réduction du courant statorique, ce qui permet un bon fonctionnement de la machine dans une zone non saturée [31].

Pour effectuer une commande vectorielle, on suit les étapes suivantes :

1. Mesurer les courants de phase du moteur ;
2. Faire des transformations dans le système à deux phases (α, β) en utilisant la transformation de Clarke ;
3. Calculer la position angulaire du rotor ;
4. Transformer les courants statoriques dans le repère (d, q) en utilisant la transformation de Park ;
5. Les composantes produites, couple de courant statorique actuelle (I_{sq}) et flux (I_{sd}) sont commandées séparément par les contrôleurs.
6. Le vecteur de la tension de sortie du stator est transformé à nouveau à partir du système de coordonnées dans le référentiel (d, q) à un vecteur dans un système de coordonnées à deux phases avec stator fixe par transformation inverse de Park.
7. L'utilisation de la modulation de ce dernier vecteur. La tension de sortie triphasée est alors générée.

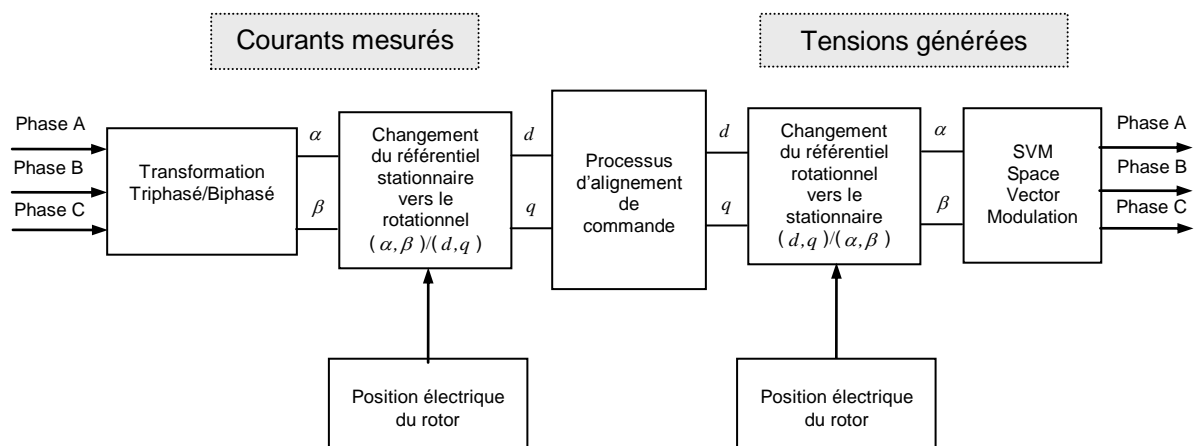


Fig. III.2 : Principe de base de la commande vectorielle à flux orienté

III.2.4 Commande sans capteur

Pendant des années et jusqu'à présent, les capteurs de position et de vitesse sont employés pour les machines et font toujours l'objet de recherches en vue de nouveaux progrès pouvant rendre encore plus performants les systèmes d'entraînement. Ces capteurs ont causé plusieurs problèmes inhérents à leur structure et à leur coût tels que l'encombrement, l'entretien, l'humidité et les vibrations qui font en sorte qu'ils dégradent les performances du système. Dans le but d'améliorer et d'innover, de nouvelles techniques remplacent les capteurs dans les systèmes de régulation. Ces nouvelles techniques d'estimation appelées commande sans capteurs sont en perpétuelle expansion et voient leur performance grandir. Ces dernières diffèrent considérablement en l'approche d'estimation de la position ou du type du moteur auxquelles elles peuvent être appliquées. L'information de la position du rotor est un exemple qui est nécessaire pour effectuer efficacement la commande du MSAP, mais un capteur de position du rotor sur l'arbre diminue la robustesse et la fiabilité du système global dans certaines applications. Par conséquent, le but est de ne pas utiliser ce capteur mécanique pour mesurer la position directement, mais plutôt d'employer des techniques indirectes pour estimer la position du rotor.

La principale stratégie d'estimation proposée dans ce chapitre est développée sur la base de la théorie du référentiel (d, q) et de ces transformations [32]. En introduisant l'opération de rejet du courant dynamique appelée (technique de l'état électrique stable), la position actuelle du rotor aussi bien que la vitesse de la machine peuvent être estimées avec précision même lors du régime transitoire.

III.3 Modèle mathématique du MSAP

Afin de concevoir un système de contrôle, nous avons besoin de tout savoir sur la structure du système à savoir le modèle mathématique. Dans notre cas, le système à commander est le moteur synchrone à aimants permanents dont le modèle est donné ci-dessous.

Les courants alternatifs dans le stator créent un champ magnétique tournant à la pulsation :

$$\omega_r = \frac{\omega}{n_p} \quad ; \quad n_r = \frac{F}{n_p} \quad \text{(III.1)}$$

avec :

ω_r : vitesse de rotation du champ tournant en *rad/s* (vitesse mécanique) ;

ω : pulsation des courants alternatifs en *rad/s*. $\omega = 2\pi F$ (vitesse électrique) ;

n_r : vitesse de rotation du champ tournant en *tr/s* ;

F : fréquence des courants alternatifs en *Hz* ;

n_p : nombre de paires de pôles.

Le modèle de la machine synchrone dans un repère $(d-q)$ avec l'axe d aligné sur le flux rotorique est : [33]

$$\dot{\varphi}_d = -R_s I_d + n_p \omega_r \varphi_q + V_d \quad (\text{III.2})$$

$$\dot{\varphi}_q = -R_s I_q - n_p \omega_r \varphi_d + V_q \quad (\text{III.3})$$

Pour une machine à aimants, nous avons :

$$\varphi_d = L_d I_d + \phi_m \quad (\text{III.4})$$

$$\varphi_q = L_q I_q \quad (\text{III.5})$$

où ϕ_m : est le flux inducteur engendré par les aimants permanents.

Du point de vue mécanique, le fonctionnement de la machine est caractérisé par l'équation électromécanique :

$$C_e = C_r + J \frac{d\omega_r}{dt} + f\omega_r \quad (\text{III.6})$$

Pour une machine à f.é.m. sinusoïdale dont le flux est imposé par les aimants permanents, le couple électromagnétique est donné par :

$$C_e = \frac{3n_p}{2} \left(\phi_m I_q + (L_d - L_q) I_d I_q \right) \quad (\text{III.7})$$

Dans le cas d'une machine sans saillance et sans amortissement, $L_d = L_q$:

$$C_e = \frac{3n_p}{2} \phi_m I_q \quad (\text{III.8})$$

Le couple ne dépend que de la composante suivant l'axe q du courant statorique. La puissance absorbée, pour un couple donné, est optimale pour $I_d = 0$ et le couple est régulé par I_q . Si la machine possède une saillance directe $L_d > L_q$ ou inverse $L_d < L_q$, le couple dépend simultanément de I_q et de I_d . Dans le cas des machines à aimants, on peut utiliser I_d pour diminuer le flux dans la machine.

III.4 Commande backstepping du MSAP perturbé

III.4.1 Équations de la machine dans le référentiel rotorique

Selon le modèle de Park, le modèle de la machine synchrone à aimants permanents intérieur peut être décrit en utilisant les courants statoriques et la vitesse mécanique comme variables d'état, et les tensions statoriques comme commandes :

$$V_d = R_s I_d + L_d \frac{dI_d}{dt} - n_p \omega_r L_q I_q \quad (\text{III.9})$$

$$V_q = R_s I_q + L_q \frac{dI_q}{dt} + n_p \omega_r L_d I_d + n_p \omega_r \phi_m \quad (\text{III.10})$$

avec :

V_d, V_q : tensions statoriques suivant les axes d et q ,

I_d, I_q : courants statoriques suivant les axes d et q ,

R_s : résistance statorique par phase,

L_d, L_q : inductances statoriques suivant les axes d et q ,

C_e, C_r : couples électromagnétique et résistant,

J : moment d'inertie de l'ensemble moteur-charge,

f : coefficient de frottement du moteur,

n_p : nombre de paires de pôles du moteur,

ω_r : vitesse angulaire du rotor,

ϕ_m : flux dû à l'aimant permanent.

On remarque que le couple électromagnétique est proportionnel au courant suivant l'axe q dans le cas de la machine à pôles lisses ($L_d=L_q$).

L'objectif dans ce cas est d'obtenir les tensions de commande dans le but d'avoir une très grande performance de la vitesse de rotation. En se référant aux équations (III.9) et (III.10) ; il est facile de voir que la commande en vitesse peut être réalisée en commandant la composante V_q liée à l'axe q de la tension d'alimentation avec le maintien du courant I_d à zéro. Si on prend cette hypothèse en considération, on aboutit au système réduit suivant : [34-36]

$$V_d = -n_p \omega_r L_q I_q \quad (\text{III.11})$$

$$V_q = R I_q + L_q \frac{dI_q}{dt} + n_p \omega_r \phi_m \quad (\text{III.12})$$

$$C_e = C_r + J \frac{d\omega_r}{dt} + f \omega_r \quad (\text{III.13})$$

$$C_e = \frac{3n_p}{2} \phi_m I_q \quad (\text{III.14})$$

III.4.2 Modèle utilisé

En pratique, l'hypothèse de considérer la commande liée à la composante V_q de la tension d'alimentation avec le maintien du courant I_d à zéro n'est pas réalisable. Ceci nous oblige à trouver une solution pratique pour annuler I_d en utilisant le modèle complet de la machine sans perturbations externes. [32]

En tenant compte des équations (III.11)...(III.14) et selon Park, le modèle du MSAP peut être décrit par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \frac{d\omega_r}{dt} = \frac{1}{J} \left[\frac{3n_p}{2} (\phi_m I_q + (L_d - L_q) I_d I_q) - C_r - f\omega_r \right] \\ \frac{dI_d}{dt} = \frac{1}{L_d} (V_d - R_s I_d + n_p \omega_r L_q I_q) \\ \frac{dI_q}{dt} = \frac{1}{L_q} (V_q - R_s I_q - n_p \omega_r L_d I_d - n_p \omega_r \phi_m) \end{cases} \quad (\text{III.15})$$

avec :

$$a_1 = \frac{f}{J}, \quad a_2 = \frac{1}{J}, \quad a_3 = \frac{C_r}{J}, \quad \mu = \frac{3}{2} n_p^2 \quad (\text{III.16})$$

et à condition que: $\omega = n_p \cdot \omega_r$ (ω : vitesse électrique),

Le système d'équations suivant est obtenu en tenant compte des perturbations externes :

$$\begin{cases} \frac{d\omega}{dt} = -a_1 \omega + a_2 \mu (\phi_m + (L_d - L_q) I_d) I_q - n_p a_3 + \eta_1(t) \\ \frac{dI_q}{dt} = -\frac{R}{L_q} I_q - \frac{L_d}{L_q} I_d \omega - \frac{\phi_m}{L_q} \omega + \frac{1}{L_q} V_q + \eta_2(t) \\ \frac{dI_d}{dt} = -\frac{R}{L_d} I_d + \frac{L_q}{L_d} I_q \omega + \frac{1}{L_d} V_d + \eta_3(t) \end{cases} \quad (\text{III.17})$$

tel que : $\eta_i(t)$, $i=1,2,3$ sont des scalaires non linéaires connus contenant toutes les perturbations. Ils sont bornés par des fonctions positives connues $h_i \in R$ tel que :

$$|\eta_i(t)| \leq h_i, \quad i = 1, 2, 3.$$

III.4.3 Procédure de la commande adaptative backstepping

La forme non linéaire du système, décrite par (III.17), permet l'utilisation de la procédure backstepping récursive. La méthode fournit fondamentalement un cadre récursif

pour construire une fonction de Lyapunov et une action correspondante de commande pour la stabilité du système. Dans ce qui suit, l'idée est de concevoir une commande non linéaire pour le contrôle de la vitesse du MSAP.

Cette conception est basée sur la commande vectorielle, où la boucle externe assure le contrôle de l'erreur de vitesse, et la boucle interne (des courants) assure le contrôle de couple et de flux. Dans ce cas, les composantes de courants I_d et I_q sont découplées. Les courants de référence I_d^* et I_q^* sont déterminés par la boucle externe. Habituellement, I_d^* est nul pour maintenir le flux constant.

Notre but est de commander le moteur pour atteindre la vitesse désirée, ce qui va se traduire par le calcul permanent de l'erreur de vitesse.

Les erreurs sont définies par les expressions suivantes :

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = \dot{\omega}^* - \dot{\omega} \\ \dot{z}_2 = \dot{I}_q^* - \dot{I}_q \\ \dot{z}_3 = -\dot{I}_d \end{cases} \quad (\text{III.18})$$

tel que : ω^* représente la vitesse de référence.

En utilisant le système d'équations (III.18), on aura les dynamiques des erreurs suivantes:

$$\dot{z}_1 = \dot{\omega}^* + a_1 \omega - a_2 \mu \left(\phi_m - (L_d - L_q) z_3 \right) I_q + n_p \cdot a_3 - \eta_1(t) \quad (\text{III.19})$$

$$\dot{z}_2 = \dot{I}_q^* + \frac{R_s}{L_q} I_q - \frac{L_d}{L_q} \omega z_3 + \frac{\phi_m}{L_q} \omega - \frac{1}{L_q} V_q - \eta_2(t) \quad (\text{III.20})$$

$$\dot{z}_3 = -\frac{R_s}{L_d} z_3 - \frac{L_q}{L_d} I_q \omega - \frac{1}{L_d} V_d - \eta_3(t) \quad (\text{III.21})$$

Le développement de cette technique va suivre la procédure backstepping connue, qui va être appliquée au modèle du système. Ainsi, la boucle de vitesse est conçue en utilisant le courant I_q comme étant l'entrée virtuelle, puis, la boucle du couple pour assurer la stabilité et la convergence de I_q , et finalement, la boucle de I_d est conçue pour assurer le contrôle de flux.

□ 1^{ère} étape : boucle de vitesse

Pour réaliser la commande du moteur et atteindre la vitesse désirée, nous adoptons la fonction de Lyapunov suivante:

$$V_1 = \frac{1}{2} z_1^2 \quad (\text{III.22})$$

En faisant la dérivée de cette fonction, on aura :

$$\dot{V}_1 = z_1 \left(\dot{\omega}^* + a_1 \omega - a_2 \mu \left(\phi_m - (L_d - L_q) z_3 \right) I_q + n_p \cdot a_3 - \eta_1(t) \right) \quad (\text{III.23})$$

Par conséquent, on définit l'entrée virtuelle I_q^* par :

$$I_q^* = \frac{1}{\hat{a}_2 \mu \phi_m} \left(k_1 z_1 + \dot{\omega}^* + \hat{a}_1 \omega + n_p \hat{a}_3 - h_1 \right) \quad (\text{III.24})$$

En remplaçant (III.24) dans (III.23), on trouve :

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = & -k_1 z_1^2 + \hat{a}_2 \mu \phi_m z_2 z_1 + \hat{a}_2 \mu (L_d - L_q) I_q z_3 z_1 - z_1 (\eta_1 - h_1) \\ & + z_1 \left(\tilde{a}_1 \omega - \tilde{a}_2 \mu \left(\phi_m - (L_d - L_q) z_3 \right) I_q \right) + n_p z_1 \tilde{a}_3 \end{aligned} \quad (\text{III.25})$$

□ 2^{ème} étape : boucle de couple

Pour ce qui suit, la garantie de stabilité et convergence de la composante I_q à la référence I_q^* nous conduit à choisir la fonction de Lyapunov :

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} z_2^2 \quad (\text{III.26})$$

ce qui permet de déduire la dérivée de la fonction de Lyapunov suivante :

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + z_2 \left(\dot{I}_q^* + \frac{R_s}{L_q} I_q - \frac{L_d}{L_q} \omega z_3 + \frac{\phi_m}{L_q} \omega - \frac{1}{L_q} V_q - \eta_2 \right) \quad (\text{III.27})$$

L'expression (III.24) peut être développée de manière à avoir sa fonction dérivée :

$$\dot{I}_q^* = g_1 + \alpha \left(-\tilde{a}_1 \omega + \tilde{a}_2 \mu \left(\phi_m - (L_d - L_q) z_3 \right) I_q - n_p \tilde{a}_3 + \eta_1 \right) \quad (\text{III.28})$$

tel que:

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{(\hat{a}_1 - k_1)}{\hat{a}_2 \mu \phi_m} \\ g_1 &= \frac{1}{\hat{a}_2 \mu \phi_m} \left(k_1 \dot{\omega}^* + \ddot{\omega}^* + \dot{\hat{a}}_1 \omega + n_p \dot{\hat{a}}_3 \right) - \frac{\dot{\hat{a}}_2}{\hat{a}_2} I_q^* + \alpha \dot{\omega} \end{aligned} \quad (\text{III.29})$$

En remplaçant l'équation (III.28) dans (III.27), on obtient l'expression :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & \dot{V}_1 + z_2 \left(g_1 + \frac{\hat{R}_s}{L_q} I_q - \frac{L_d}{L_q} \omega z_3 + \frac{\phi_m}{L_q} \omega - \frac{1}{L_q} V_q - \eta_2 + \alpha \eta_1 \right) \\ & + \alpha \left(-\tilde{a}_1 \omega + \tilde{a}_2 \mu \left(\phi_m - (L_d - L_q) z_3 \right) I_q - n_p \tilde{a}_3 \right) z_2 + \frac{\tilde{R}_s}{L_q} I_q z_2 \end{aligned} \quad (\text{III.30})$$

En utilisant (III.25) et (III.30), on peut sélectionner la loi de commande V_q suivante :

$$V_q = L_q \left(g_1 + \frac{\hat{R}_s}{L_q} I_q - \frac{L_d}{L_q} \omega z_3 + \frac{\phi_m}{L_q} \omega + k_2 z_2 - h_2 + \alpha h_1 + g_2 \right) \quad (\text{III.31})$$

tel que :

$$g_2 = \hat{a}_2 \mu \phi_m z_1 \quad (\text{III.32})$$

A partir des équations (III.30) et (III.31), la dérivée de V_2 s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -k_1 z_1^2 - k_2 z_2^2 + \hat{a}_2 \mu (L_d - L_q) I_q z_3 z_1 - z_2 g_2 \\ & + z_1 \left(\tilde{a}_1 \omega - \tilde{a}_2 \mu \left(\phi_m - (L_d - L_q) z_3 \right) I_q \right) + n_p z_1 \tilde{a}_3 \\ & + \frac{\tilde{R}_s}{L_q} I_q z_2 + \alpha \left(-\tilde{a}_1 \omega + \tilde{a}_2 \mu \left(\phi_m - (L_d - L_q) z_3 \right) I_q - n_p \tilde{a}_3 \right) z_2 \\ & - z_1 (\eta_1 - h_1) + z_2 (\alpha \eta_1 - h_1) - z_2 (\eta_2 - h_2) \end{aligned} \quad (\text{III.33})$$

□ 3^{ème} étape : boucle de flux

Afin d'assurer la commande du courant I_d , la nouvelle fonction de Lyapunov peut se traduire de la forme :

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2} z_3^2 \quad (\text{III.34})$$

Suivant la même procédure de développement, sa dérivée peut être déduite à partir des équations (III.21) et (III.34) :

$$\dot{V}_3 = \dot{V}_2 + z_3 \left(-\frac{R_s}{L_d} z_3 - \frac{L_q}{L_d} I_q \omega - \frac{1}{L_d} V_d - \eta_3 \right) \quad (\text{III.35})$$

Ce qui va permettre de choisir la loi de commande V_d suivante :

$$V_d = L_d \left(k_3 z_3 + g_3 - \frac{\hat{R}_s}{L_d} z_3 - \frac{L_q}{L_d} I_q \omega - h_3 \right) \quad (\text{III.36})$$

tel que :

$$g_3 = \hat{a}_2 \mu (L_d - L_q) I_q z_1 \quad (\text{III.37})$$

En remplaçant l'équation (III.36) dans (III.35), on trouve :

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 = & -k_1 z_1^2 - k_2 z_2^2 - k_3 z_3^2 - z_2 g_2 - z_3 g_3 \\ & + z_1 \left(\tilde{a}_1 \omega - \tilde{a}_2 \mu \left(\phi_m - (L_d - L_q) z_3 \right) I_q \right) + n_p z_1 \tilde{a}_3 \\ & + \frac{\tilde{R}_s}{L_q} I_q z_2 - \frac{\tilde{R}_s}{L_d} z_3^2 + \alpha \left(-\tilde{a}_1 \omega + \tilde{a}_2 \mu \left(\phi_m - (L_d - L_q) z_3 \right) I_q - n_p \tilde{a}_3 \right) z_2 \\ & - z_1 (\eta_1 - h_1) + z_2 (\alpha \eta_1 - h_1) - z_2 (\eta_2 - h_2) - z_3 (\eta_3 - h_3) \end{aligned} \quad (\text{III.38})$$

□ 4^{ème} étape : adaptation des paramètres

Dans ce qui suit, on va supposer que les paramètres R_s et C_r sont inconnus. Donc, il est recommandé de les estimer par une commande adaptative (utilisations des lois de mise à jour). Ceci va se traduire d'abord par le choix de la nouvelle expression de la fonction de Lyapunov suivante :

$$V = V_3 + \frac{1}{2\gamma} \tilde{R}_s^2 + \sum_{i=1}^3 \frac{1}{2\gamma_i} \tilde{a}_i^2 \quad (\text{III.39})$$

tels que : γ et γ_i ($i = 1 \dots 3$) sont des constantes positives,

La dérivée de l'équation (III.39) donne l'expression :

$$\dot{V} = \dot{V}_3 - \frac{1}{\gamma} \tilde{R}_s \dot{\tilde{R}}_s - \sum_{i=1}^3 \frac{1}{\gamma_i} \tilde{a}_i \dot{\tilde{a}}_i \quad (\text{III.40})$$

Alors, on peut déduire les lois de mise à jour (lois d'adaptation) suivantes :

$$\dot{\tilde{R}}_s = \gamma \left(\frac{I_q}{L_q} z_2 - \frac{z_3^2}{L_d} \right) \quad (\text{III.41})$$

$$\dot{\tilde{a}}_1 = \gamma_1 \omega (z_1 - \alpha z_2) \quad (\text{III.42})$$

$$\dot{\tilde{a}}_2 = -\gamma_2 \mu \left(\phi_m - (L_d - L_q) z_3 \right) I_q (z_1 - \alpha z_2) \quad (\text{III.43})$$

$$\dot{\tilde{a}}_3 = \gamma_3 n_p (z_1 - \alpha z_2) \quad (\text{III.44})$$

Ce qui permet d'aboutir à l'expression de stabilité de la fonction \dot{V} de Lyapunov :

$$\dot{V} = -k_1 z_1^2 - k_2 z_2^2 - k_3 z_3^2 \leq 0 \quad (\text{III.45})$$

En conclusion, l'utilisation des arguments standards de stabilité montre bien la convergence asymptotique et les erreurs z_1 , z_2 et z_3 de vitesse et des courants respectivement tendent vers zéro. Ainsi, la vitesse et les courants convergent vers leurs références respectives.

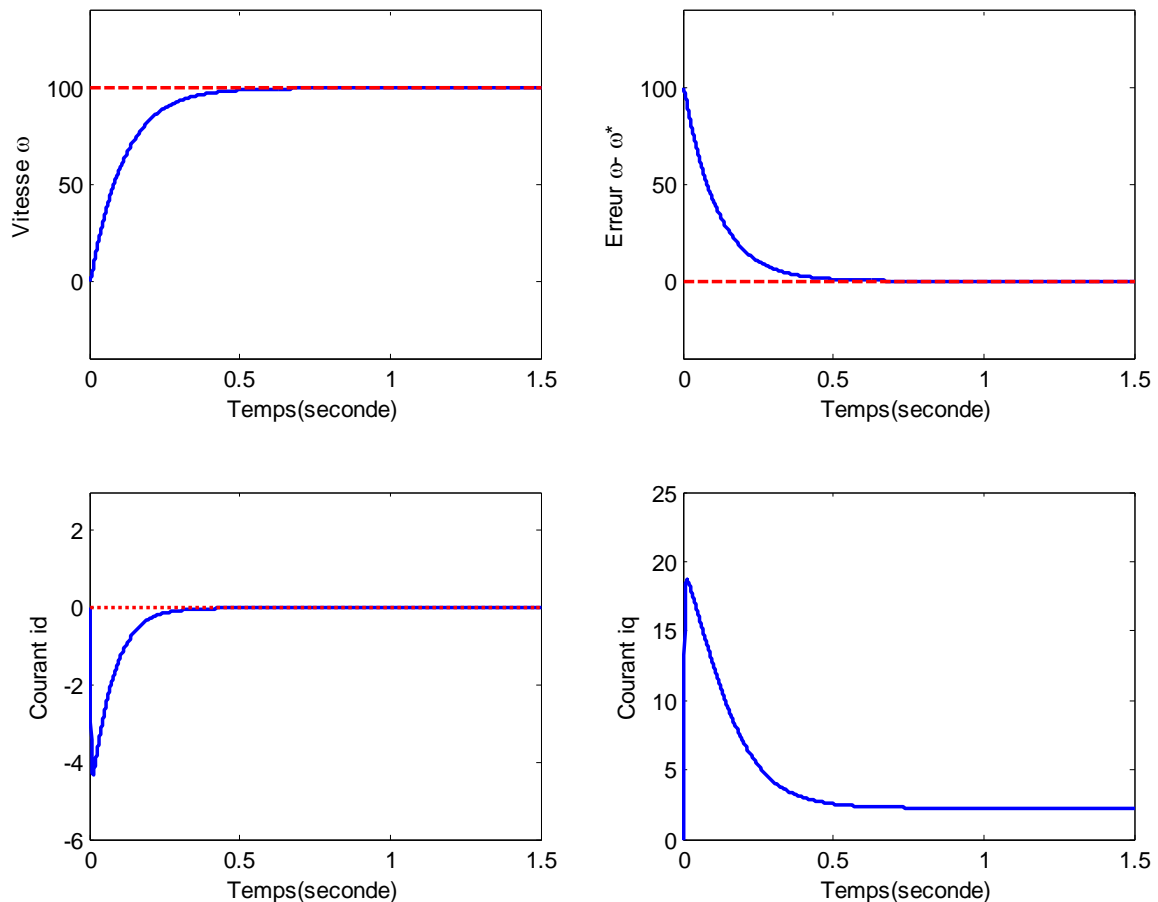
III.4.4 Résultats de simulation

III.4.4.1 Commande non adaptative

Nous présentons d'abord le cas non adaptatif de l'approche backstepping. Donc, on va considérer que les paramètres du système (couple résistant, résistance, inductances,...) sont connus. L'objectif en premier est d'atteindre une vitesse de référence du moteur en lui appliquant cette technique de commande avec un flux constant et un couple de charge de 2 Nm .

Les caractéristiques du MSAP considéré sont telles que :

$R=1.93\Omega$; $L_d=0.04244\text{H}$; $L_q=0.07957\text{H}$; $n_p=2$; $J=0.03\text{g.m}^2$; $f=0.001\text{Nm/rad/sec}$;
 $\phi_m=0.311\text{Wb}$; $\omega^*=100\text{rad/s}$; $i_d(0)=0$; $i_q(0)=0$; $\omega(0)=0$; $Cr=2\text{Nm}$.



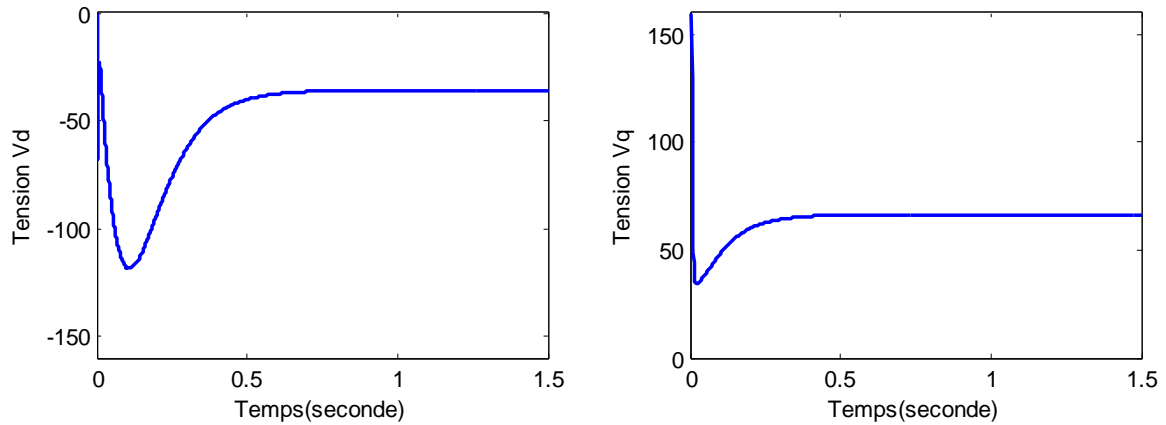


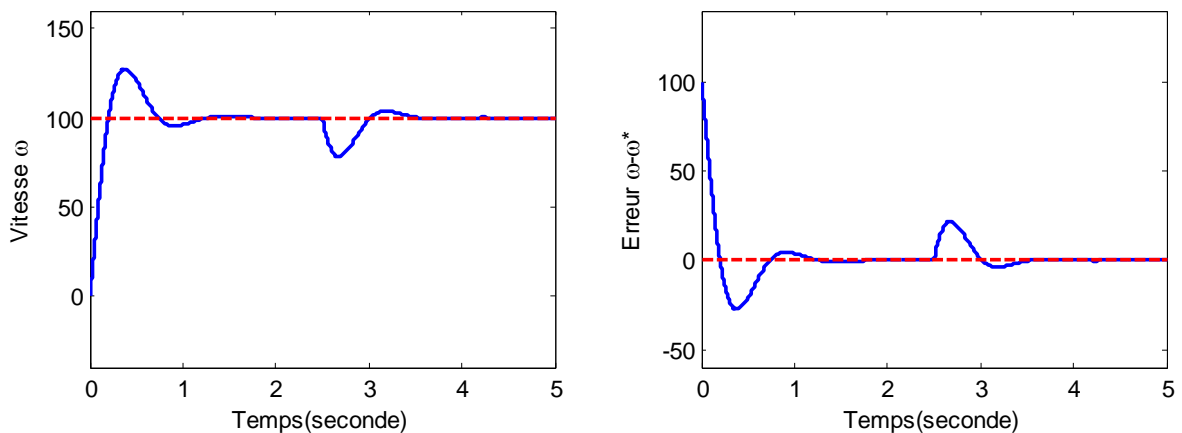
Fig. III.3 : Commande non adaptative backstepping de la machine synchrone à aimants permanents

Cette première simulation suppose bien entendu que tous les paramètres du MSAP sont connus.

La consigne a été parfaitement suivie en moins de 0.5 sec et l'erreur reflète cette réponse. Les courants et les tensions statoriques dans le repère (d, q) tendent, en régime permanent, vers des valeurs acceptables en un temps suffisamment court.

III.4.4.2 Commande adaptative

Dans ce qui suit, on va appliquer la commande adaptative backstepping en maintenant les mêmes paramètres de la machine. Après 2.5 sec, on applique un couple résistant de valeur supérieure à la valeur de départ (passage de 2 N.m à 10 N.m).



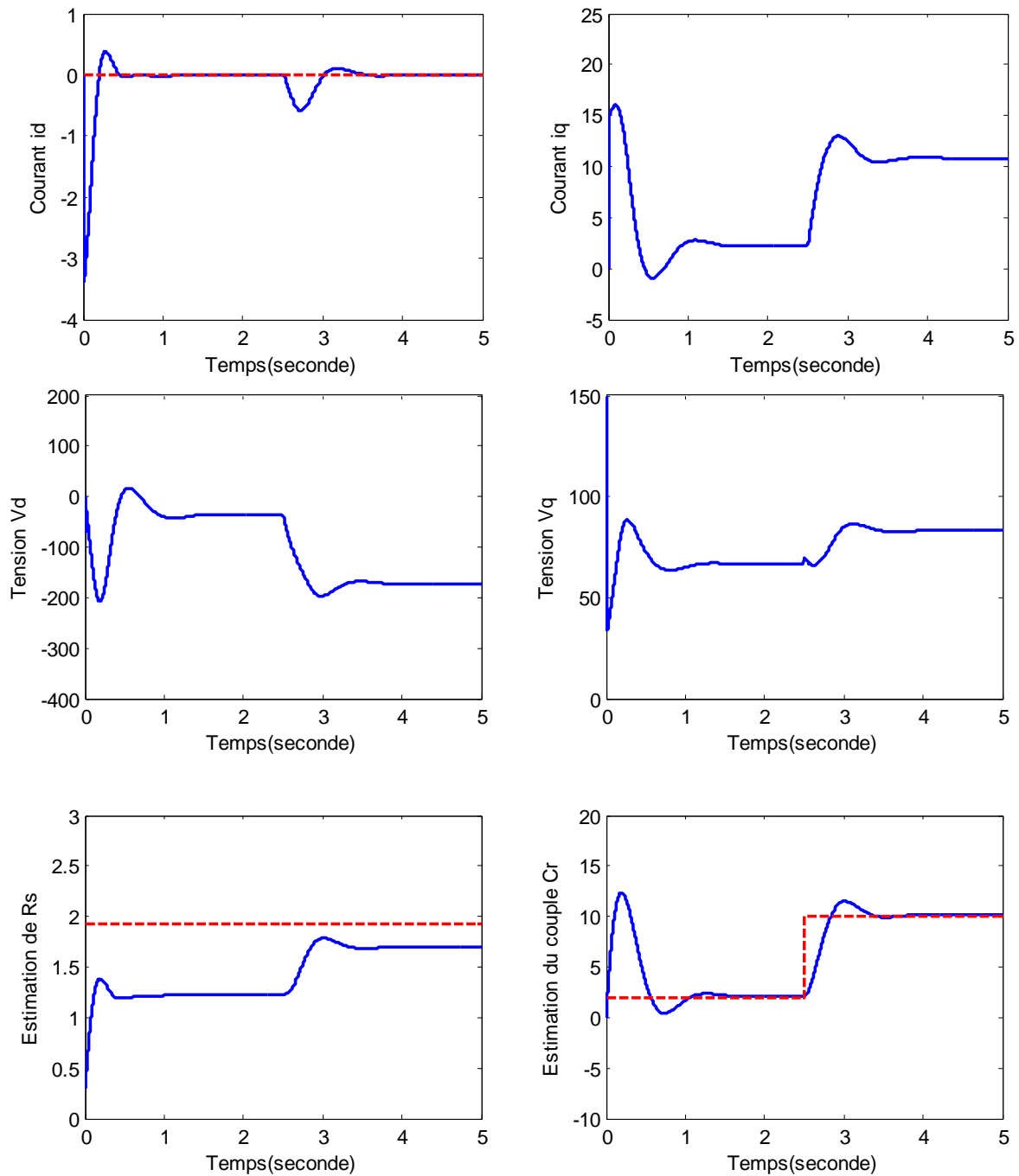


Fig. III.4 : Commande adaptative backstepping de la machine synchrone à aimants permanents

La première figure est dédiée au suivi d'une consigne en vitesse (100 rd/s). On peut voir clairement que cette opération s'est achevée de manière satisfaisante ; en notant que le suivi n'a pas été altéré par l'augmentation du couple résistant (rétablissement en moins de 0,5 sec). L'erreur est par conséquent relativement faible.

Les courants et les tensions statoriques dans le repère (d, q) se stabilisent autour de valeurs acceptables. Par ailleurs, les estimations de la résistance statorique et du couple résistant sont en harmonie avec les prévisions.

III.5 Approche backstepping-RBF

III.5.1 Développement de l'approche backstepping-RBF

Afin de faire ressortir une expression conforme à une estimation des fonctions non linéaires inconnues du modèle, les notations suivantes sont adoptées :

$$\varphi_1 = a_2 \mu \cdot (L_d - L_q) I_d I_q ; \quad \varphi_2 = -\frac{L_d}{L_q} I_d \cdot \omega ; \quad \varphi_3 = \frac{L_q}{L_d} I_q \cdot \omega \quad (\text{III.46})$$

Le modèle s'écrit alors :

$$\begin{cases} \frac{d\omega}{dt} = -a_1 \omega + \varphi_1 - n_p \cdot a_3 + a_2 \mu \phi_m I_q \\ \frac{dI_q}{dt} = -\frac{R}{L_q} I_q + \varphi_2 - \frac{\phi_m}{L_q} \omega + \frac{1}{L_q} V_q \\ \frac{dI_d}{dt} = -\frac{R}{L_d} I_d + \varphi_3 + \frac{1}{L_d} V_d \end{cases} \quad (\text{III.47})$$

Telles que les fonctions non linéaires du système φ_1 , φ_2 et φ_3 sont supposées dans ce cas incertaines.

La technique d'approximation des fonctions non linéaires par le réseau RBF implique les définitions suivantes :

$$\varphi_1 = \varphi_1^{*T} \cdot W + \tilde{\varphi}_1 \quad (\text{III.48})$$

$$\varphi_2 = \varphi_2^{*T} \cdot W + \tilde{\varphi}_2 \quad (\text{III.49})$$

$$\varphi_3 = \varphi_3^{*T} \cdot W + \tilde{\varphi}_3 \quad (\text{III.50})$$

tels que :

φ_i^* : Fonction à définir par le réseau RBF ; ($i=1, 2, 3$)

W : Poids des connexions ;

$\tilde{\varphi}_i$: Erreur d'approximation ($i=1, 2, 3$).

La nouvelle représentation sera alors :

$$\begin{cases} \frac{d\omega}{dt} = -a_1 \omega - n_p \cdot a_3 + \varphi_1^{*T} W + \tilde{\varphi}_1 + a_2 \mu \phi_m I_q \\ \frac{dI_q}{dt} = -\frac{R}{L_q} I_q - \frac{\phi_m}{L_q} \omega + \varphi_2^{*T} W + \tilde{\varphi}_2 + \frac{1}{L_q} V_q \\ \frac{dI_d}{dt} = -\frac{R}{L_d} I_d + \varphi_3^{*T} W + \tilde{\varphi}_3 + \frac{1}{L_d} V_d \end{cases} \quad (\text{III.51})$$

En se basant sur [5], on obtient :

$$\varphi_1^{*T} W = \sum_{i=1}^{m_1} W_{i,1} \phi_{1,i}^* \left(\|\omega(k) - \mathbb{C}_{i,1}\| \right) \quad (\text{III.52})$$

$$\varphi_2^* W = \sum_{i=1}^{m_2} W_{i,2} \phi_{2,i}^* \left(\|I_q(k) - \mathbb{C}_{i,2}\| \right) \quad (\text{III.53})$$

$$\varphi_3^* W = \sum_{i=1}^{m_3} W_{i,3} \phi_{3,i}^* \left(\|I_d(k) - \mathbb{C}_{i,3}\| \right) \quad (\text{III.54})$$

tels que :

$\phi_{i,j}^*$: Fonction de base radiale (dans notre cas on choisit des gaussiennes) ;

$\mathbb{C}_{i,j}$: Centres des fonctions $\phi_{i,j}^*$;

$W_{i,j}$: Poids des connexions ;

m_i : nombre de neurones choisis.

Les fonctions de base radiales sont définies par :

$$\phi_{1,i}^* = \exp \left(\frac{\|\omega(k) - \mathbb{C}_{i,1}\|^2}{2\tilde{\lambda}^2} \right) \quad (\text{III.55})$$

$$\phi_{2,i}^* = \exp \left(\frac{\|I_q(k) - \mathbb{C}_{i,2}\|^2}{2\tilde{\lambda}^2} \right) \quad (\text{III.56})$$

$$\phi_{3,i}^* = \exp \left(\frac{\|I_d(k) - \mathbb{C}_{i,3}\|^2}{2\tilde{\lambda}^2} \right) \quad (\text{III.57})$$

avec : $\tilde{\lambda}$ est l'écart type.

On définit les erreurs par les expressions suivantes :

$$\begin{cases} z_1 = \omega^* - \omega \\ z_2 = I_q^* - I_q \\ z_3 = -I_d \end{cases} \quad (\text{III.58})$$

Pour contrôler le flux, on a adopté le choix de référence suivant ($I_d^* = 0$).

La dynamique des erreurs est définie par :

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = \dot{\omega}^* - \dot{\omega} \\ \dot{z}_2 = \dot{I}_q^* - \dot{I}_q \\ \dot{z}_3 = -\dot{I}_d \end{cases} \quad (\text{III.59})$$

ce qui donne :

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = \dot{\omega}^* + a_1\omega + n_p \cdot a_3 - \varphi_1^{*T}W - \tilde{\varphi}_1 - a_2\mu\phi_m I_q \\ \dot{z}_2 = \dot{I}_q^* + \frac{R}{L_q} I_q + \frac{\phi_m}{L_q} \omega - \varphi_2^{*T}W - \tilde{\varphi}_2 - \frac{1}{L_q} V_q \\ \dot{z}_3 = \frac{R}{L_d} I_d - \varphi_3^{*T}W - \tilde{\varphi}_3 - \frac{1}{L_d} V_d \end{cases} \quad (\text{III.60})$$

□ 1^{ère} Etape :

Pour déterminer la stabilité, on définit la première fonction de Lyapunov suivante :

$$V_1 = \frac{1}{2} z_1^2 \quad (\text{III.61})$$

En faisant la dérivée de cette fonction, on aura :

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= z_1 \dot{z}_1 = z_1 (\dot{\omega}^* + a_1\omega + n_p \cdot a_3 - \varphi_1^{*T}W - \tilde{\varphi}_1 - a_2\mu\phi_m I_q) \\ &= z_1 (\dot{\omega}^* + a_1\omega + n_p \cdot a_3 - \varphi_1^{*T}W - \tilde{\varphi}_1 - a_2\mu\phi_m I_q^* + a_2\mu\phi_m z_2 + k_1 z_1 - k_1 z_1) \end{aligned} \quad (\text{III.62})$$

La première fonction stabilisante peut être déduite par :

$$I_q^* = \frac{1}{a_2\mu\phi_m} (\dot{\omega}^* + a_1\omega + n_p \cdot a_3 - \varphi_1^{*T}W + k_1 z_1) \quad (\text{III.63})$$

Ce qui permet d'écrire :

$$\dot{V}_1 = -k_1 z_1^2 + a_2\mu\phi_m z_1 z_2 - z_1 \tilde{\varphi}_1 \quad (\text{III.64})$$

Alors, on peut déduire :

$$\dot{z}_1 = -k_1 z_1 + a_2\mu\phi_m z_2 - \tilde{\varphi}_1 \quad (\text{III.65})$$

□ 2^{ème} Etape :

La deuxième fonction de Lyapunov est définie par :

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} z_2^2 \quad (\text{III.66})$$

Sa dérivée se traduit par :

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + z_2 \dot{z}_2 = \dot{V}_1 + z_2 \left(\dot{I}_q^* + \frac{R}{L_q} I_q + \frac{\phi_m}{L_q} \omega - \phi_2^{*T} W - \tilde{\phi}_2 - \frac{1}{L_q} V_q \right) \quad (\text{III.67})$$

En faisant référence à l'expression (III.63), on peut déduire :

$$\begin{aligned} \dot{I}_q^* &= \frac{1}{a_2 \mu \phi_m} (\dot{\omega}^* + a_1 \dot{\omega} - \dot{\phi}_1^{*T} W + k_1 \dot{z}_1) \\ &= \frac{1}{a_2 \mu \phi_m} \left[\dot{\omega}^* + a_1 (-a_1 \omega - n_p a_3 + \phi_1^{*T} W + \tilde{\phi}_1 + a_2 \mu \phi_m I_q) - \dot{\phi}_1^{*T} W + k_1 (-k_1 z_1 + a_2 \mu \phi_m z_2 - \tilde{\phi}_1) \right] \end{aligned} \quad (\text{III.68})$$

On obtient alors l'expression :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= -k_1 z_1^2 + a_2 \mu \phi_m z_1 z_2 - z_1 \tilde{\phi}_1 \\ &\quad + z_2 \left\{ \frac{1}{a_2 \mu \phi_m} \left[\dot{\omega}^* + a_1 (-a_1 \omega - n_p a_3 + \phi_1^{*T} W + \tilde{\phi}_1 + a_2 \mu \phi_m I_q) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \dot{\phi}_1^{*T} W + k_1 (-k_1 z_1 + a_2 \mu \phi_m z_2 - \tilde{\phi}_1) \right] + \frac{R}{L_q} I_q + \frac{\phi_m}{L_q} \omega - \phi_2^{*T} W - \tilde{\phi}_2 - \frac{1}{L_q} V_q \right\} \end{aligned} \quad (\text{III.69})$$

A partir de la dernière expression de la fonction de Lyapunov, on peut déduire la loi de commande V_q suivante :

$$\begin{aligned} V_q &= L_q \left\{ k_2 z_2 + a_2 \mu \phi_m z_1 + \frac{1}{a_2 \mu \phi_m} \left[\dot{\omega}^* + a_1 (-a_1 \omega - n_p a_3 + \phi_1^{*T} W + a_2 \mu \phi_m I_q) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \dot{\phi}_1^{*T} W + k_1 (-k_1 z_1 + a_2 \mu \phi_m z_2) \right] + \frac{R}{L_q} I_q + \frac{\phi_m}{L_q} \omega - \phi_2^{*T} W \right\} \end{aligned} \quad (\text{III.70})$$

$$\dot{V}_2 = -k_1 z_1^2 - k_2 z_2^2 - z_1 \tilde{\phi}_1 + \frac{a_1}{a_2 \mu \phi_m} \tilde{\phi}_1 z_2 - \frac{k_1}{a_2 \mu \phi_m} \tilde{\phi}_2 z_2 - z_2 \tilde{\phi}_2 \quad (\text{III.71})$$

ce qui permet de déduire :

$$\dot{z}_2 = -k_2 z_2 + \frac{a_1}{a_2 \mu \phi_m} \tilde{\phi}_1 - \frac{k_1}{a_2 \mu \phi_m} \tilde{\phi}_2 - \tilde{\phi}_2 \quad (\text{III.72})$$

□ 3ème Etape :

La troisième fonction de Lyapunov est définie par :

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2} z_3^2 \quad (\text{III.73})$$

$$\dot{V}_3 = \dot{V}_2 + z_3 \dot{z}_3 = \dot{V}_2 + z_3 \left(\frac{R}{L_d} I_d - \phi_3^{*T} W - \tilde{\phi}_3 - \frac{1}{L_d} V_d \right) \quad (\text{III.74})$$

Dans ce cas, on peut trouver l'expression de la deuxième loi de commande V_d suivante :

$$V_d = L_d \left(k_3 z_3 + \frac{R}{L_d} I_d - \dot{\varphi}_3^* W \right) \quad (\text{III.75})$$

Alors, on peut écrire finalement :

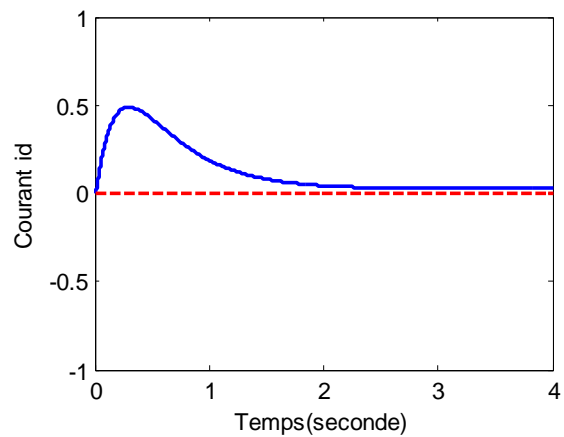
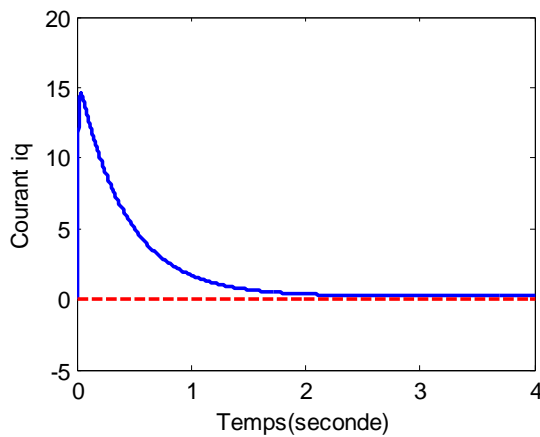
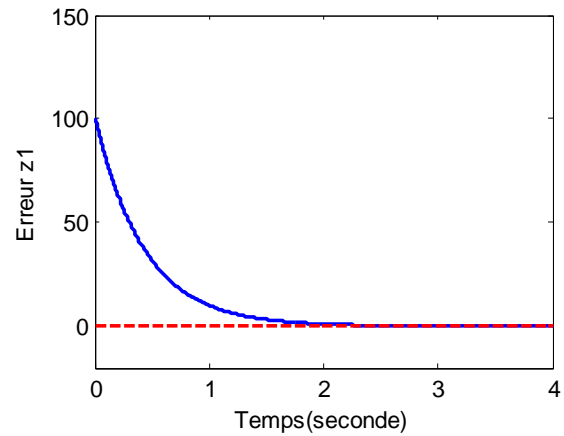
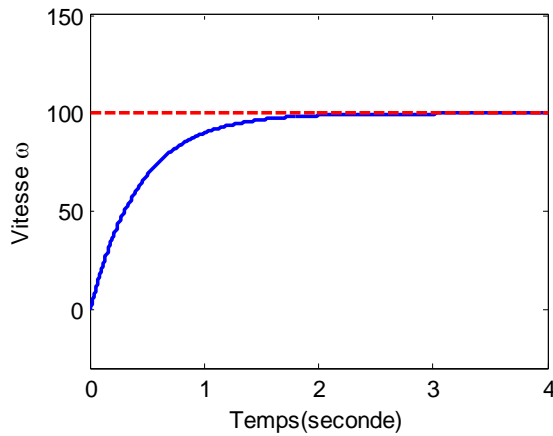
$$\dot{V}_3 = -k_1 z_1^2 - k_2 z_2^2 - k_3 z_3^2 - z_1 \tilde{\varphi}_1 - z_2 \left(-\frac{a_1}{a_2 \mu \phi_m} \tilde{\varphi}_1 + \frac{k_1}{a_2 \mu \phi_m} \tilde{\varphi}_2 + \tilde{\varphi}_2 \right) - z_3 \tilde{\varphi}_3 \quad (\text{III.76})$$

ce qui garanti que le système est stable pour $z_i \rightarrow 0$ si $t \rightarrow \infty$.

III.5.2 Résultats de simulation

Pour les simulations qui vont suivre, les paramètres du modèle et du réseau sont :

$k_1=0,001$; $k_2=100$; $k_3=1500$; $R=2\Omega$; $L_d=0.04244H$; $L_q=0.07957H$; $n_p=1$;
 $J=0.03g.m^2$; $f=0.001Nm/rad/sec$; $\phi_m=0.311Wb$; $\omega^*=100rad/s$; $i_{d(0)}=0$; $i_{q(0)}=0$; $\omega_{(0)}=0$;
 $C_r=20Nm$; $\lambda=1,4$; $\mathbb{C}_{i1}=[0;1,5;2]$; $\mathbb{C}_{i2}=[0;1,5;2]$; $\mathbb{C}_{i3}=[0;1,5;2]$.



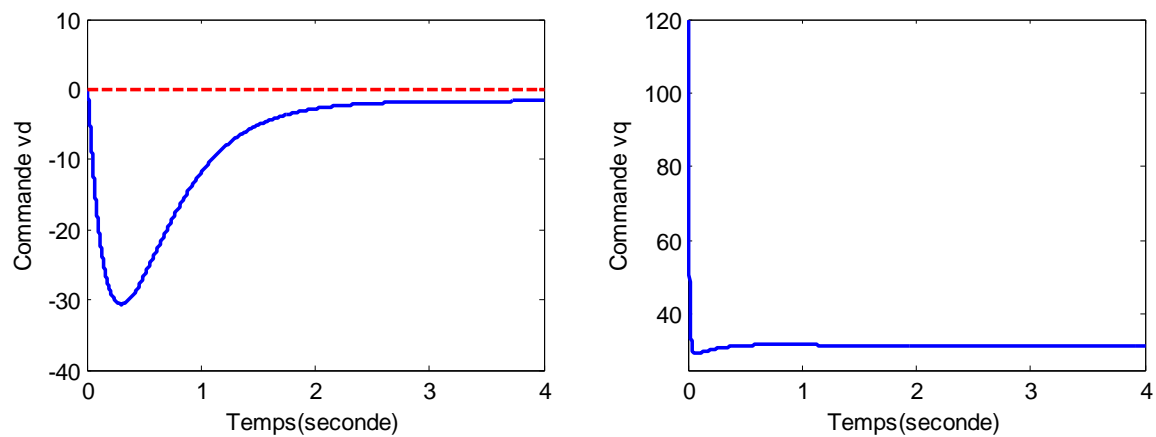


Fig. III.5 : Commande backstepping-RBF de la machine synchrone à aimants permanents

Cette simulation dédiée au backstepping-RBF est explicitée par les figures ci-dessus. Toutes les grandeurs physiques (consigne, courants et tensions statoriques dans le repère $d-q$) tendent vers des valeurs adéquates. Cependant, on peut noter que la convergence des dites grandeurs se fait dans un temps relativement plus long, par rapport aux commandes backstepping adaptative et non adaptative établies précédemment. Ce temps de réponse est dû essentiellement à la présence des estimations des différentes fonctions non linéaires du système qu'on peut, d'ailleurs, minimiser en faisant un choix optimal des gains d'adaptation.

III.6 Conclusion

Dans ce chapitre, la commande par l'approche "backstepping-RBF" des machines synchrones à aimants permanents a été menée vers le but qui lui a été assigné.

Les résultats obtenus indiquent les performances de cette stratégie de commande. On peut rappeler que ces résultats peuvent faire l'objet d'une optimisation quant au temps d'établissement des différentes grandeurs impliquées.

Afin d'approuver l'efficacité de la commande backstepping neuronale, nous nous proposons d'élargir notre étude à une considération d'un modèle plus complexe, en l'occurrence, celui de la machine à induction. Ce point fera l'objet du chapitre suivant.

Chapitre IV

Commande backstepping neuronale d'un moteur à induction

IV.1 Introduction

La commande du moteur en industrie est un secteur dynamique fort. Pour rester compétitifs, les nouveaux produits doivent répondre à plusieurs contraintes de conception, y compris la réduction des coûts, la réduction de la consommation d'énergie, la correction du facteur de puissance. Afin de répondre à ces défis, des algorithmes avancés de contrôle sont nécessaires. La technologie intégrée de commande permet à la fois un haut niveau de performance et réduction des coûts du système à atteindre. Selon l'analyse du marché, la majorité des applications automobiles industrielles utilisent des moteurs à induction à courant alternatif. Les raisons en sont la robustesse élevée, une plus grande fiabilité, la baisse des prix et l'efficacité plus élevée (jusqu'à 80%) en comparaison avec d'autres types de moteurs. Cependant, l'utilisation de moteurs à induction est difficile en raison de son modèle mathématique complexe, son comportement non linéaire au cours de la saturation et le paramètre oscillation électrique en fonction de l'influence physique de la température. Ces facteurs rendent la commande du moteur à induction complexe et appellent à l'utilisation d'un algorithme de commande de haute performance telle que la commande vectorielle avec un puissant calculateur pour exécuter cet algorithme. Un moteur à induction peut être amené à l'état d'équilibre par une simple tension d'alimentation, contrôle de courant, ou par commande de vitesse.

Les moteurs à induction tirent leur nom de la manière dont le champ magnétique du rotor est créé. Le champ magnétique tournant du stator induit des courants dans le rotor en court-circuit. Ces courants produisent le champ magnétique de rotor qui interagit avec le champ magnétique de stator, et produit un couple, qui est la puissance mécanique utile de la machine.

La machine à induction à cage est particulièrement robuste et de faible coût, et cela l'a conduit à devenir de plus en plus utile dans le domaine industriel. Elle est utilisée dans les applications à basses performances ainsi que dans des cas plus sophistiqués. Plusieurs méthodes de commande, dont le degré de complexité varie de l'une à l'autre suivant les performances demandées, sont utilisées pour contrôler la machine à induction.

La recherche dans ce domaine a démarré en 1990. Elle est motivée par les raisons suivantes : le moteur à induction permet d'une part d'obtenir un rendement beaucoup plus élevé que le moteur à courant continu en produisant des couples plus importants pour une consommation d'énergie équivalente ; d'autre part, les dimensions du moteur à induction étant inférieures à celles du moteur à courant continu, son utilisation dans la motorisation des robots manipulateurs est très intéressante. De plus, dans le moteur à induction il n'y a pas de contact physique direct entre le rotor et le stator ; l'usure de ce moteur s'en trouve minimisée.

Ces nouvelles configurations mènent à de nouveaux problèmes de commande, car les couples appliqués par le moteur à induction sont liés dynamiquement par des équations non linéaires aux variables de commande. Une dynamique additionnelle est donc à prendre en compte pour l'étude de la stabilisation de l'ensemble des équations différentielles résultant des équations mécaniques de Lagrange et des équations électriques des moteurs à induction. Une difficulté supplémentaire vient du fait que le flux magnétique du moteur est souvent rétro-alimenté dans les structures de commandes jusqu'alors proposées, et est difficilement mesurable. Des observateurs de flux sont donc nécessaires.

IV.2 Commande d'un moteur à induction

La commande vectorielle et le contrôle scalaire sont deux types de commandes envisagées pour le moteur à induction. Avec la conservation des amplitudes de la fréquence et de la tension, l'application de la commande scalaire est favorable. Mais, cette dernière est loin de garantir de meilleures performances. Alors, les moteurs à courant continu sont utilisés à leur place en industrie pendant plusieurs années. Par la suite, Blaschke et Hasse ont introduit la technique de commande vectorielle des machines asynchrones avec ses remarquables performances dynamiques. Son principe est de ramener le modèle de la machine dans un référentiel tournant avec le vecteur du flux rotorique. Ce qui implique un découplage entre le couple et le flux comme dans le cas d'une machine à courant continu. Cette dernière technique expose deux variantes, la méthode directe qui exige la connaissance du module et de la phase du flux rotorique réel et la méthode indirecte où seule la position du flux rotorique est estimée. La deuxième variante est caractérisée par sa simple implémentation puisqu'elle n'exige pas de capteur de flux, mais sa sensibilité aux variations paramétriques telle que la variation de la résistance rotorique la rend moins robuste. Une légère variation de cette résistance entraîne une erreur au niveau de l'orientation du référentiel tournant ainsi que des conséquences sur le découplage [37-41].

Afin d'assurer une commande séparée du flux et du couple, plusieurs techniques ont été étudiées à savoir :

- La commande par linéarisation par retour d'état. Cette méthode repose sur le formalisme de la géométrie différentielle (algèbre de Lie). A noter que cette méthode présente l'inconvénient d'être sensible aux modifications inhérentes des caractéristiques du système.
- La commande passive. Cette technique permet de recenser l'énergie totale du système avec assurance de stabilité. Elle est puissante vis-à-vis de la présence d'incertitudes.
- La commande par mode glissants. Elle est réputée d'être robuste et de réaliser des performances notables [46-50].
- La commande backstepping se prête bien à piloter un système incertain et en présence de perturbations extérieures pouvant l'affecter. Elle assure une stabilité globale du système. Sa formulation repose sur l'utilisation des fonctions de Lyapunov [51-54].

La commande backstepping d'un moteur à induction peut se faire selon deux approches relativement différentes. La première approche repose sur une utilisation du modèle à l'état brut, c'est-à-dire, sans aucune modification. Toutefois, elle suppose que le modèle est linéaire vis-à-vis des variations de ses paramètres ce qui est très restrictif. Quant à la seconde approche, basée sur l'emploi de la commande par orientation du flux, elle s'articule sur l'état réel du système qui est non linéaire. Diverses variantes de cette deuxième approche ont été développées par la communauté scientifique [59-65].

IV.3 Modèle du moteur dans le repère (d, q)

Il s'agit d'une transformation des grandeurs alternatives d'un référentiel triphasé à un référentiel biphasé (d, q) tournant avec le champ statorique. Cette transformation va nous permettre d'avoir des grandeurs continues. La dynamique du moteur à induction, choisie dans notre application, est représentée par un modèle d'ordre cinq. Pour un repère de référence lié au stator (a, b), le système d'équations peut être décrit par :

$$\begin{aligned}
 \frac{d\omega}{dt} &= \frac{n_p M}{J L_r} (\psi_{ra} i_{sb} - \psi_{rb} i_{sa}) - \frac{T_L}{J} \\
 \frac{d\psi_{ra}}{dt} &= -\frac{R_r}{L_r} \psi_{ra} - n_p \omega \psi_{rb} + \frac{R_r}{L_r} M i_{sa} \\
 \frac{d\psi_{rb}}{dt} &= -\frac{R_r}{L_r} \psi_{rb} + n_p \omega \psi_{ra} + \frac{R_r}{L_r} M i_{sb} \\
 \frac{di_{sa}}{dt} &= \frac{M R_r}{\sigma L_s L_r^2} \psi_{ra} + \frac{n_p R_r}{\sigma L_s L_r} \omega \psi_{rb} - \frac{M^2 R_r + L_r^2 R_s}{\sigma L_q L_r^2} i_{sa} + \frac{1}{\sigma L_s} U_{sa} \\
 \frac{di_{sb}}{dt} &= \frac{M R_r}{\sigma L_s L_r^2} \psi_{rb} - \frac{n_p R_r}{\sigma L_s L_r} \omega \psi_{ra} - \frac{M^2 R_r + L_r^2 R_s}{\sigma L_s L_r^2} i_{sb} + \frac{1}{\sigma L_s} U_{sb}
 \end{aligned} \tag{IV.1}$$

tels que : ω est la vitesse rotorique, i_s est le courant statorique, ψ_r est le flux rotorique, U_s est la tension statorique, J est le moment d'inertie, T_L est le couple de charge, n_p est le nombre de paire de pôles.

Il s'agit d'appliquer une commande pour atteindre la vitesse de référence ω_{ref} du moteur en contrôlant le flux pour qu'il ne dépasse sa valeur de référence ψ_{ref} .

$$\text{tel que : } \psi = \sqrt{\psi_a^2 + \psi_b^2}.$$

L'application de la transformation de Park et de la transformation de Park inverse nécessite la connaissance de l'angle d'orientation du flux rotorique ρ_ψ . Alors, pour expliquer la transformation qui permet l'orientation du flux, on définit :

$$\rho_\psi = \text{Arctg} \left(\frac{\psi_b}{\psi_a} \right) \quad (\text{IV.2})$$

On adopte les transformations entre les deux repères afin d'aboutir au modèle exploité dans le repère (d, q) , :

$$\begin{pmatrix} i_d \\ i_q \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\rho_\psi) & \sin(\rho_\psi) \\ -\sin(\rho_\psi) & \cos(\rho_\psi) \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \end{pmatrix} \quad (\text{IV.3})$$

$$\begin{pmatrix} \psi_d \\ \psi_q \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\rho_\psi) & \sin(\rho_\psi) \\ -\sin(\rho_\psi) & \cos(\rho_\psi) \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \psi_a \\ \psi_b \end{pmatrix}$$

Le flux rotorique étant orienté selon l'axe d , sa composante selon l'axe q s'annule. Le modèle (IV.1) est un système fortement couplé, multivariables et non linéaire. Ces propriétés compliquent toujours la commande de la machine asynchrone. La transformation du flux orienté est toujours utilisée pour simplifier le modèle. Cette transformation change le modèle d'état $(i_{sa}, i_{sb}, \psi_{ra}, \psi_{rb})$ du repère statorique fixe (a, b) à un nouveau repère (d, q) qui tourne avec le flux rotorique (ψ_{ra}, ψ_{rb}) . Elle est décrite par :

$$i_d = \frac{\psi_a i_a + \psi_b i_b}{\sqrt{\psi_a^2 + \psi_b^2}} ; \quad i_q = \frac{\psi_a i_b - \psi_b i_a}{\sqrt{\psi_a^2 + \psi_b^2}} \quad (\text{IV.4})$$

$$\psi_d = \sqrt{\psi_a^2 + \psi_b^2} ; \quad \psi_q = 0$$

De ce fait, il est recommandé d'employer le vecteur $(\omega, I_q, \psi_d, I_d, \rho_\psi)^T$ comme nouveau vecteur d'état et définir la nouvelle commande suivante :

$$\begin{pmatrix} U_d \\ U_q \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\rho_\psi) & \sin(\rho_\psi) \\ -\sin(\rho_\psi) & \cos(\rho_\psi) \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_a \\ U_b \end{pmatrix} \quad (\text{IV.5})$$

Dans ce qui suit, le nouveau modèle de la machine dans le repère (d, q) est tel que :

$$\begin{aligned}
\frac{d\omega}{dt} &= \frac{\mu}{J} \psi_d I_q - \frac{T_L}{J} \\
\frac{dI_q}{dt} &= -\eta I_q - \beta n_p \omega \psi_d - n_p \omega I_d - \alpha M \frac{I_q I_d}{\psi_d} + \frac{1}{\sigma L_s} U_q \\
\frac{d\psi_d}{dt} &= -\alpha \psi_d + \alpha M I_d \\
\frac{dI_d}{dt} &= -\eta I_d + \alpha \beta \psi_d + n_p \omega I_q + \alpha M \frac{I_q^2}{\psi_d} + \frac{1}{\sigma L_s} U_d \\
\frac{d\rho}{dt} &= n_p \omega + \alpha M \frac{I_q}{\psi_d}
\end{aligned} \tag{IV.6}$$

$$\text{où : } \sigma = 1 - \frac{M^2}{L_s \cdot L_r}, \quad \beta = \frac{M}{\sigma \cdot L_s \cdot L_r}, \quad \alpha = \frac{R_r}{L_r}, \quad \eta = \frac{M^2 \cdot R_r}{\sigma \cdot L_s \cdot L_r^2} + \frac{R_s}{\sigma \cdot L_s}, \quad \mu = \frac{n_p \cdot M}{L_r}.$$

IV.4 Approche backstepping standard

Dans cette partie, le contrôle de la vitesse d'un moteur à induction est proposé en utilisant une conception de commande backstepping basée sur l'orientation du flux. Cette technique est développée pour atteindre une vitesse désirée et de suivre le flux sous présence d'incertitudes des paramètres et perturbation du couple de charge. L'efficacité du système de commande proposée est vérifiée par des simulations numériques.

IV.4.1 Commande backstepping non adaptative

Dans cette partie, on suppose que les paramètres de la machine sont connus.

1^{ère} étape :

Les erreurs choisies sont notées par : e_1 et e_3 pour définir les fonctions stabilisantes, et e_2 et e_4 pour trouver les lois de commande.

$$\begin{aligned}
e_1 &= \omega_{ref} - \omega \\
e_2 &= (\psi_d \cdot I_q)_{ref} - (\psi_d \cdot I_q) \\
e_3 &= \psi_{ref} - \psi_d \\
e_4 &= (I_d)_{ref} - (I_d)
\end{aligned} \tag{IV.7}$$

2^{ème} étape :

La fonction de Lyapunov V_1 est alors définie comme :

$$V_1 = \frac{1}{2} e_1^2 + \frac{1}{2} e_3^2 \tag{IV.8}$$

Sa dérivée devient :

$$\begin{aligned}
\dot{V}_1 &= e_1 \dot{e}_1 + e_3 \dot{e}_3 \\
&= e_1 (\dot{\omega}_{ref} - \dot{\omega}) + e_3 (\dot{\psi}_{ref} - \dot{\psi}_d) \\
&= e_1 \left(\dot{\omega}_{ref} - \frac{\mu}{J} \psi_d I_q + \frac{T_L}{J} \right) + e_3 (\dot{\psi}_{ref} + \alpha \psi_d - \alpha M I_d) \\
&= e_1 \left(\dot{\omega}_{ref} + \frac{\mu}{J} e_2 - \frac{\mu}{J} (\psi_d I_q)_{ref} + \frac{T_L}{J} \right) + e_3 (\dot{\psi}_{ref} + \alpha \psi_d + \alpha M e_4 - \alpha M (I_d)_{ref})
\end{aligned} \tag{IV.9}$$

Les deux fonctions stabilisantes sont définies par les expressions :

$$\begin{aligned}
(\psi_d I_q)_{ref} &= \frac{J}{\mu} \left(\dot{\omega}_{ref} + \frac{T_L}{J} + k_1 e_1 \right) \\
(I_d)_{ref} &= \frac{1}{\alpha M} (\dot{\psi}_{ref} + \alpha \psi_d + k_3 e_3)
\end{aligned} \tag{IV.10}$$

ce qui donne :

$$\dot{V}_1 = -k_1 e_1^2 - k_3 e_3^2 + \frac{\mu}{J} e_1 e_2 + \alpha M e_3 e_4 \tag{IV.11}$$

3^{ème} étape :

Dans ce qui suit, on définit la fonction de Lyapunov V_2 telle que :

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} e_2^2 \tag{IV.12}$$

et sa dérivée s'écrit :

$$\begin{aligned}
\dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + e_2 \dot{e}_2 \\
&= \dot{V}_1 + e_2 \left((\psi_d I_q)'_{ref} - (\psi_d I_q)' \right)
\end{aligned} \tag{IV.13}$$

Les dérivées des termes du membre de droite sont développées de la manière suivante :

$$(\psi_d I_q)'_{ref} = \frac{J}{\mu} (\ddot{\omega}_{ref} + k_1 \dot{e}_1) = \frac{J}{\mu} \left(\ddot{\omega}_{ref} + k_1 \left(\dot{\omega}_{ref} - \frac{\mu}{J} \psi_d I_q + \frac{T_L}{J} \right) \right) \tag{IV.14}$$

$$\begin{aligned}
(\psi_d I_q)' &= \dot{\psi}_d I_q + \psi_d \dot{I}_q \\
&= (-\alpha \psi_d + \alpha M I_d) I_q + \psi_d \left(-\eta I_q - \beta n_p \omega \psi_d - n_p \omega I_d - \alpha M \frac{I_q I_d}{\psi_d} + \frac{1}{\sigma L_s} U_q \right)
\end{aligned} \tag{IV.15}$$

En remplaçant les dernières expressions (IV.14) et (IV.15) dans (IV.13), la dérivée de la fonction de Lyapunov devient :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -k_1 e_1^2 - k_3 e_3^2 + \frac{\mu}{J} e_1 e_2 + \alpha M e_3 e_4 \\ & + e_2 \left\{ \frac{J}{\mu} \left[\ddot{\omega}_{ref} + k_1 \left(\dot{\omega}_{ref} - \frac{\mu}{J} \psi_d I_q + \frac{T_L}{J} \right) \right] - (-\alpha \psi_d + \alpha M I_d) I_q \right. \\ & \left. - \psi_d \left(-\eta I_q - \beta n_p \omega \psi_d - n_p \omega I_d - \alpha M \frac{I_q I_d}{\psi_d} + \frac{1}{\sigma L_s} U_q \right) \right\} \end{aligned} \quad (IV.16)$$

Pour assurer la négativité de \dot{V}_2 , le long de la trajectoire, on va choisir la commande U_q comme suit:

$$\begin{aligned} U_q = & \frac{\sigma L_s}{\psi_d} \left\{ k_2 e_2 + \frac{\mu}{J} e_1 + \frac{J}{\mu} \left[\ddot{\omega}_{ref} + k_1 \left(\dot{\omega}_{ref} - \frac{\mu}{J} \psi_d I_q + \frac{T_L}{J} \right) \right] - (-\alpha \psi_d + \alpha M I_d) I_q \right. \\ & \left. - \psi_d \left(-\eta I_q - \beta n_p \omega \psi_d - n_p \omega I_d - \alpha M \frac{I_q I_d}{\psi_d} \right) \right\} \end{aligned} \quad (IV.17)$$

ce qui permet d'aboutir à l'expression suivante :

$$\dot{V}_1 = e_1 \dot{e}_1 + e_3 \dot{e}_3 = -k_1 e_1^2 + \frac{\mu}{J} e_1 e_2 - k_3 e_3^2 + \alpha M e_3 e_4 \quad (IV.18)$$

Ainsi, on peut déduire :

$$\dot{e}_1 = -k_1 e_1 + \frac{\mu}{J} e_2 \quad (IV.19)$$

$$\dot{e}_3 = -k_3 e_3 + \alpha M e_4$$

En remplaçant \dot{e}_1 (IV.19) dans (IV.14), on trouve :

$$(\psi_d I_q)'_{ref} = \frac{J}{\mu} \left(\ddot{\omega}_{ref} + k_1 \left(-k_1 e_1 + \frac{\mu}{J} e_2 \right) \right) \quad (IV.20)$$

Alors, on trouve une autre expression de U_q :

$$\begin{aligned} U_q = & \frac{\sigma L_s}{\psi_d} \left\{ k_2 e_2 + \frac{\mu}{J} e_1 + \frac{J}{\mu} \left[\ddot{\omega}_{ref} + k_1 \left(-k_1 e_1 + \frac{\mu}{J} e_2 \right) \right] - (-\alpha \psi_d + \alpha M I_d) I_q \right. \\ & \left. - \psi_d \left(-\eta I_q - \beta n_p \omega \psi_d - n_p \omega I_d - \alpha M \frac{I_q I_d}{\psi_d} \right) \right\} \end{aligned} \quad (IV.21)$$

Par la suite, la deuxième dérivée de la fonction de Lyapunov s'écrit :

$$\dot{V}_2 = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - k_3 e_3^2 + \alpha M e_3 e_4 \quad (\text{IV.22})$$

4^{ème} étape :

Le développement de la dérivée de la troisième fonction de Lyapunov V_3 est tel que :

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= \dot{V}_2 + e_4 \dot{e}_4 \\ &= \dot{V}_2 + e_4 \left((\dot{I}_d)_{ref} - \dot{I}_d \right) \\ \dot{V}_3 &= \dot{V}_2 + e_4 \left((\dot{I}_d)_{ref} - \dot{I}_d \right) \end{aligned} \quad (\text{IV.23})$$

L'expression de $(\dot{I}_d)_{ref}$ est donnée par :

$$(\dot{I}_d)_{ref} = \frac{1}{\alpha M} \left(\ddot{\psi}_{ref} + \alpha \dot{\psi}_d + k_3 \dot{e}_3 \right) \quad (\text{IV.24})$$

En utilisant (IV.6), (IV.23) et (IV.24), on aboutit à :

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - k_3 e_3^2 + \alpha M e_3 e_4 \\ &+ e_4 \left\{ \frac{1}{\alpha M} \left[\ddot{\psi}_{ref} + \alpha (-\alpha \psi_d + \alpha M I_d) + k_3 (-k_3 e_3 + \alpha M e_4) \right] \right. \\ &\quad \left. - \left(-\eta I_d + \alpha \beta \psi_d + n_p \omega I_q + \alpha M \frac{I_q^2}{\psi_d} + \frac{1}{\sigma L_s} U_d \right) \right\} \end{aligned} \quad (\text{IV.25})$$

alors, la loi de commande suivante est déduite :

$$\begin{aligned} U_d &= \sigma L_s \left\{ k_4 e_4 + \alpha M e_3 + \frac{1}{\alpha M} \left[\ddot{\psi}_{ref} + \alpha (-\alpha \psi_d + \alpha M I_d) + k_3 (-k_3 e_3 + \alpha M e_4) \right] \right. \\ &\quad \left. - \left(-\eta I_d + \alpha \beta \psi_d + n_p \omega I_q + \alpha M \frac{I_q^2}{\psi_d} \right) \right\} \end{aligned} \quad (\text{IV.26})$$

La stabilité sera donc réalisée, ce qui donne la dérivée de la fonction de Lyapunov suivante :

$$\dot{V}_3 = -\sum_{i=1}^4 k_i e_i^2 \quad (\text{IV.27})$$

IV.4.2 Commande backstepping adaptative

IV.4.2.1 Développement et principe

On suppose maintenant que les paramètres T_L et J sont inconnus. Les notations suivantes sont alors adoptées afin de prendre en considération leurs erreurs $\tilde{T}_L = T_L - \hat{T}_L$ et $\tilde{J} = J - \hat{J}$ tels que \hat{J} et \hat{T}_L représentent des valeurs estimées.

1^{ère} étape :

Dans cette étape, les différentes erreurs sont introduites :

$$\begin{aligned} e_1 &= \omega_{ref} - \omega \\ e_2 &= (\psi_d I_q)_{ref} - (\psi_d I_q) \\ e_3 &= \psi_{ref} - \psi_d \\ e_4 &= (I_d)_{ref} - (I_d) \end{aligned} \quad (IV.28)$$

2^{ème} étape :

La fonction de Lyapunov V_1 est définie comme suit :

$$V_1 = \frac{1}{2} e_1^2 + \frac{1}{2} e_3^2 \quad (IV.29)$$

et sa dérivée devient :

$$\dot{V}_1 = e_1 \dot{e}_1 + e_3 \dot{e}_3 = e_1 \left[\dot{\omega}_{ref} - \frac{\mu}{J} \psi_d I_q + \frac{T_L}{J} \right] + e_3 [\dot{\psi}_{ref} + \alpha \psi_d - \alpha M I_d] \quad (IV.30)$$

Les paramètres utilisés dans ce qui suit sont définis par : $\theta_1 = \frac{\mu}{J}$, $\theta_2 = \frac{T_L}{J}$ et on note leurs erreurs respectivement : $\tilde{\theta}_1 = \theta_1 - \hat{\theta}_1$, $\tilde{\theta}_2 = \theta_2 - \hat{\theta}_2$.

L'équation IV.30 devient dans ce cas :

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= e_1 \left[\dot{\omega}_{ref} + (\tilde{\theta}_1 + \hat{\theta}_1) \left(e_2 - (\psi_d I_q)_{ref} \right) + (\tilde{\theta}_2 + \hat{\theta}_2) \right] + e_3 [\dot{\psi}_{ref} + \alpha \psi_d - \alpha M I_d] \\ &= e_1 \left[\dot{\omega}_{ref} + \tilde{\theta}_1 e_2 - \tilde{\theta}_1 (\psi_d I_q)_{ref} + \hat{\theta}_1 e_2 - \hat{\theta}_1 (\psi_d I_q)_{ref} + (\tilde{\theta}_2 + \hat{\theta}_2) + k_1 e_1 - k_1 e_1 \right] \\ &\quad + e_3 [\dot{\psi}_{ref} + \alpha \psi_d + \alpha M e_4 - \alpha M (I_d)_{ref} + k_3 e_3 - k_3 e_3] \end{aligned} \quad (IV.31)$$

Les fonctions stabilisantes qui produiront la contre réaction sont telles que :

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_{ref} - \hat{\theta}_1 (\psi_d I_q)_{ref} + \hat{\theta}_2 + k_1 e_1 &= 0 \\ \dot{\psi}_{ref} + \alpha \psi_d + k_3 e_3 - \alpha M (I_d)_{ref} &= 0 \end{aligned} \quad (IV.32)$$

On peut définir la première fonction stabilisante par l'expression suivante:

$$(\psi_d I_q)_{ref} = \frac{1}{\hat{\theta}_1} (\dot{\omega}_{ref} + \hat{\theta}_2 + k_1 e_1) \quad (IV.33)$$

et la deuxième fonction stabilisante par l'expression suivante:

$$(I_d)_{ref} = \frac{1}{\alpha M} (\dot{\psi}_{ref} + \alpha \psi_d + k_3 e_3) \quad (IV.34)$$

ce qui permet d'aboutir à l'équation déduite suivante :

$$\dot{V}_1 = -k_1 e_1^2 - k_3 e_3^2 + \tilde{\theta}_1 \left[e_2 - (\psi_d I_q)_{ref} \right] e_1 + \tilde{\theta}_2 e_1 + \hat{\theta}_1 e_1 e_2 + \alpha M e_3 e_4 \quad (IV.35)$$

On peut déduire alors :

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= -k_1 e_1 - \tilde{\theta}_1 \psi_d I_q e_1 + \tilde{\theta}_2 + \hat{\theta}_1 e_2 \\ \dot{e}_3 &= -k_3 e_3 + \alpha M e_4 \end{aligned} \quad (IV.36)$$

3^{ème} étape :

La deuxième fonction de Lyapunov est telle que :

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} e_2^2 \quad (IV.37)$$

et sa dérivée peut s'écrire :

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + e_2 \dot{e}_2 = \dot{V}_1 + e_2 \left[(\psi_d I_q)_{ref}' - (\psi_d I_q)' \right] \quad (IV.38)$$

Le développement de la dérivée $(\psi_d I_q)_{ref}'$ donne :

$$\begin{aligned} (\psi_d I_q)_{ref}' &= \frac{-\dot{\hat{\theta}}_1}{\hat{\theta}_1^2} (\dot{\omega}_{ref} + \hat{\theta}_2 + k_1 e_1) + \frac{1}{\hat{\theta}_1} (\ddot{\omega}_{ref} + \dot{\hat{\theta}}_2 + k_1 \dot{e}_1) - \frac{\dot{\hat{\theta}}_1}{\hat{\theta}_1^2} (\dot{\omega}_{ref} + \hat{\theta}_2 + k_1 e_1) \\ &\quad + \frac{1}{\hat{\theta}_1} \left[\ddot{\omega}_{ref} + \dot{\hat{\theta}}_2 + k_1 (-k_1 e_1 - \tilde{\theta}_1 \psi_d I_q e_1 + \tilde{\theta}_2 + \hat{\theta}_1 e_1) \right] \end{aligned} \quad (IV.39)$$

Concernant le terme $(\psi_d I_q)' = \dot{\psi}_d I_q + \psi_d \dot{I}_q$, on trouve la même expression que celle déduite dans le cas non adaptatif.

L'équation IV.38 devient alors :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = & -k_1 e_1^2 - k_3 e_3^2 + \tilde{\theta}_1 \left[e_2 - (\psi_d I_q)_{ref} \right] e_1 + \tilde{\theta}_2 e_1 + \hat{\theta}_1 e_1 e_2 + \alpha M e_3 e_4 \\ & + e_2 \left\{ -\frac{\dot{\hat{\theta}}_1}{\hat{\theta}_1^2} (\dot{\omega}_{ref} + \hat{\theta}_2 + k_1 e_1) + \frac{1}{\hat{\theta}_1} \left[\ddot{\omega}_{ref} + \dot{\hat{\theta}}_2 + k_1 (-k_1 e_1 - \tilde{\theta}_1 \psi_d I_q e_1 + \tilde{\theta}_2 + \hat{\theta}_1 e_1) \right] \right. \\ & \left. + (\alpha \psi_d - \alpha M I_d) I_q - \psi_d \left(-\eta I_q - \beta n_p \omega \psi_d - n_p \omega I_d - \alpha M \frac{I_q I_d}{\psi_d} + \frac{1}{\sigma L_s} U_q \right) + k_2 e_2 - k_2 e_2 \right\} \end{aligned} \quad (IV.40)$$

La loi de commande déduite est :

$$\begin{aligned} U_q = & \frac{\sigma L_s}{\psi_d} \left\{ k_2 e_2 + \hat{\theta}_1 e_1 - \frac{\dot{\hat{\theta}}_1}{\hat{\theta}_1^2} (\dot{\omega}_{ref} + \hat{\theta}_2 + k_1 e_1) + \frac{1}{\hat{\theta}_1} \left[\ddot{\omega}_{ref} + \dot{\hat{\theta}}_2 + k_1 (-k_1 e_1 + \hat{\theta}_1 e_1) \right] \right. \\ & \left. - (-\alpha \psi_d + \alpha M I_d) I_q - \psi_d \left(-\eta I_q - \beta n_p \omega \psi_d - n_p \omega I_d - \alpha M \frac{I_q I_d}{\psi_d} \right) \right\} \end{aligned} \quad (IV.41)$$

ce qui implique :

$$\dot{V}_2 = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - k_3 e_3^2 - \tilde{\theta}_1 \psi_d I_q e_1 + \tilde{\theta}_2 e_1 + \alpha M e_3 e_4 - \tilde{\theta}_1 \frac{\psi_d I_q}{\hat{\theta}_1} k_1 e_1 e_2 + \tilde{\theta}_2 \frac{k_1}{\hat{\theta}_1} e_2 \quad (IV.42)$$

L'équation (IV.42) peut être simplifiée et permet d'aboutir au résultat suivant :

$$\dot{V}_2 = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - k_3 e_3^2 + \tilde{\theta}_1 \left[-\psi_d I_q e_1 - \frac{\psi_d I_q}{\hat{\theta}_1} k_1 e_1 e_2 \right] + \tilde{\theta}_2 \left[e_1 + \frac{k_1 e_2}{\hat{\theta}_1} \right] + \alpha M e_3 e_4 \quad (IV.43)$$

4^{ème} étape :

La dérivée de la fonction de Lyapunov \dot{V}_3 est définie par :

$$\dot{V}_3 = \dot{V}_2 + e_4 \left((\dot{I}_d)_{ref} - \dot{I}_d \right) \quad (IV.44)$$

Sachant que le terme $(e_4 \dot{e}_4)$ aura la même expression comme celle du cas non adaptatif, alors on peut aboutir à la loi de commande suivante :

$$\begin{aligned} U_d = & \sigma L_s \left\{ k_4 e_4 + \alpha M e_3 + \frac{1}{\alpha M} \left(\ddot{\psi}_{ref} + \alpha (-\alpha \psi_d + \alpha M I_d) + k_3 (-k_3 e_3 + \alpha M e_4) \right) \right. \\ & \left. - \left(-\eta I_d + \alpha \beta \psi_d + n_p \omega I_q + \alpha M \frac{I_q^2}{\psi_d} \right) \right\} \end{aligned} \quad (IV.45)$$

On peut déduire l'expression suivante :

$$\dot{V}_3 = -\sum_{i=1}^4 k_i e_i^2 + \tilde{\theta}_1 \left(-\psi_d I_d e_1 - \frac{\psi_d I_q}{\hat{\theta}_1} k_1 e_1 e_2 \right) + \tilde{\theta}_2 \left(e_1 + \frac{k_1 e_2}{\hat{\theta}_1} \right) \quad (\text{IV.46})$$

5^{ème} étape :

La fonction de Lyapunov V_4 est définie par l'expression :

$$V_4 = V_3 + \frac{1}{2\gamma_1} \tilde{\theta}_1^2 + \frac{1}{2\gamma_2} \tilde{\theta}_2^2 \quad (\text{IV.47})$$

ce qui permet d'écrire que :

$$\dot{V}_4 = \dot{V}_3 - \frac{1}{\gamma_1} \tilde{\theta}_1 \dot{\tilde{\theta}}_1 - \frac{1}{\gamma_2} \tilde{\theta}_2 \dot{\tilde{\theta}}_2 \quad (\text{IV.48})$$

et déduire les lois d'adaptation des paramètres inconnus :

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\theta}}_1 &= -\gamma_1 \psi_d I_q \left(1 + \frac{1}{\hat{\theta}_1} k_1 e_2 \right) e_1 \\ \dot{\tilde{\theta}}_2 &= \gamma_2 \left(e_1 + \frac{k_1 e_2}{\hat{\theta}_1} \right) \end{aligned} \quad (\text{IV.49})$$

D'après la relation (IV.3), on obtient les lois des commande U_a et U_b :

$$\begin{aligned} U_d &= \cos(\rho) U_a + \sin(\rho) U_b \\ U_q &= -\sin(\rho) U_a + \cos(\rho) U_b \end{aligned} \quad (\text{IV.50})$$

tel que:

U_a : une tension statorique réelle.

U_b : une tension rotorique réelle.

Alors, on peut déduire les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} U_a &= \cos(\rho) U_d - \sin(\rho) U_q \\ U_b &= \sin(\rho) U_d + \cos(\rho) U_q \end{aligned} \quad (\text{IV.51})$$

IV.4.2.2 Résultats de simulation

Les paramètres de la machine à induction considérée sont :

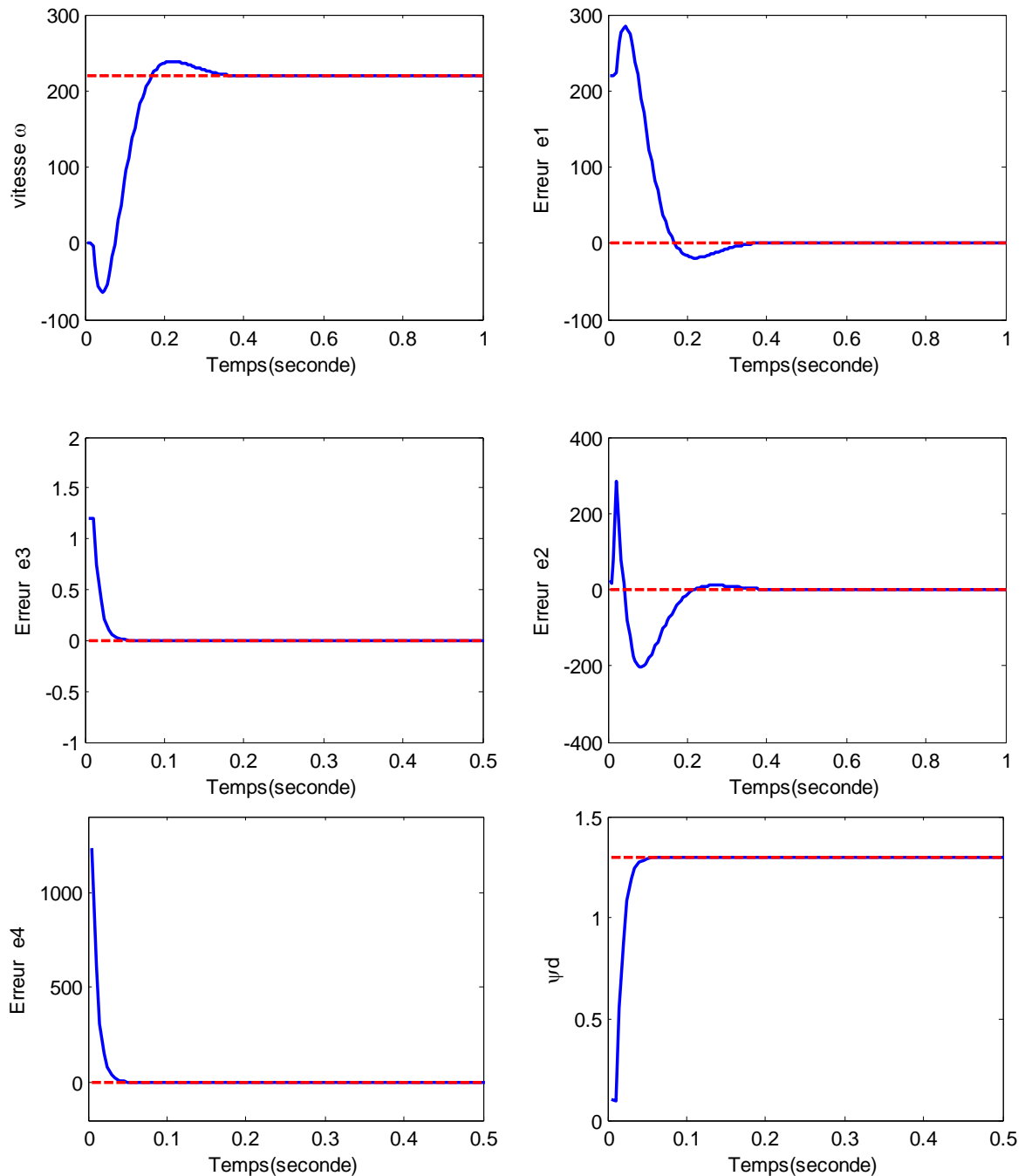
$$\begin{aligned} R_s &= 0.18 \Omega, R_r = 0.15 \Omega, n_p = 1, L_s = 0.0699 H, L_r = 0.0699 H, \\ M &= 0.068 H, J = 0.0586 \text{ Kgm}^2 \end{aligned}$$

Les gains utilisés d'adaptation pour les simulations établies sont tels que :

$$k_1 = 0.1, k_2 = 30, k_3 = 150, k_4 = 100, \gamma_1 = 0.01, \gamma_2 = 0.01$$

Les conditions de tests sont telles que

$$\omega_{ref} = 220 \text{ rad / sec}, \psi_{ref} = 1,3 \text{ Wb}, T_L = 0.05 \text{ N.m}$$



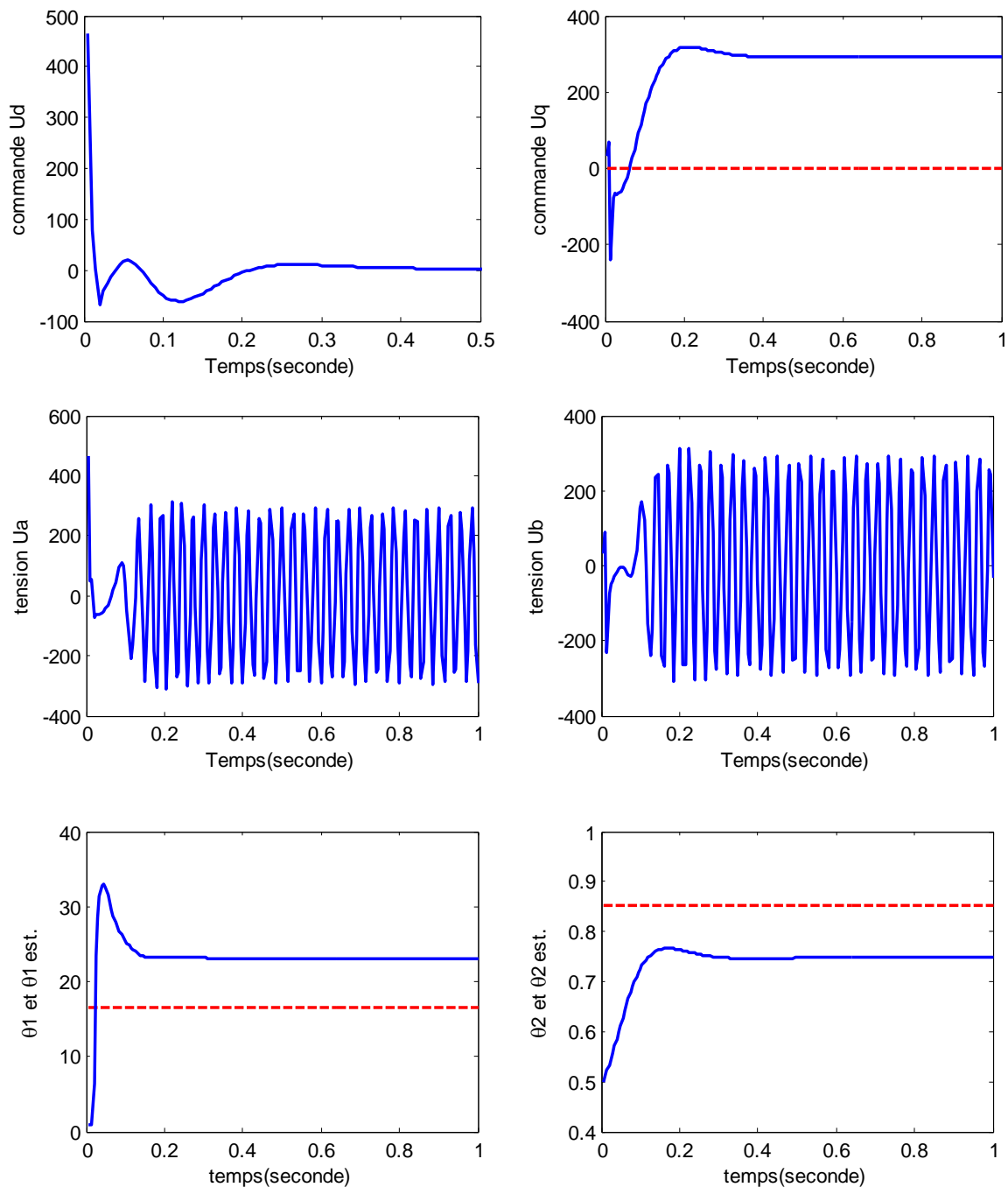


Figure IV.1 : Commande adaptative d'un moteur à induction par backstepping-classique

Les différentes simulations exposées ci-dessus témoignent de l'efficacité de la stratégie de commande développée. La consigne en vitesse est largement réalisée à près de 0.4 sec et l'erreur conséquence de suivi e_1 est nulle en régime permanent.

Les autres erreurs impliquées (équation IV.7) atteignent également les valeurs nulles prévisibles.

La commande vectorielle, dont l'objectif principal est d'imposer un flux constant, est clairement accomplie à travers la courbe explicitant le flux ψ_d . Cette opération s'est achevée en un temps très court (inférieur à 0.1 sec).

Les tensions statoriques de commande dans le repère (d, q) atteignent leurs valeurs nominales après un bref régime transitoire.

Les tensions statoriques réelles (équation IV.51) déduites possèdent des amplitudes raisonnables et conformes aux caractéristiques de la machine.

Les dernières figures donnent des estimations favorables du moment d'inertie J et du couple résistant T_L .

IV.5 Approche backstepping neuronale

IV.5.1 Modèle utilisé

Dans ce qui suit, on va appliquer la technique backstepping et résoudre l'existence d'une paramétrisation non linéaire entre les fonctions non linéaires du système et ses paramètres inconnus, en utilisant la stratégie d'approximation par le réseau RBF.

On garde le même modèle (IV.6) du moteur dans le repère (d, q) . Le choix des fonctions non linéaires suivantes est donné par les expressions ci-dessous :

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= \frac{\mu}{J} \psi_d \cdot I_q - I_q \\ \varphi_2 &= -\beta n_p \cdot \omega \cdot \psi_d - n_p \omega \cdot I_d - \alpha M \cdot \frac{I_q I_d}{\psi_d} \\ \varphi_3 &= n_p \omega \cdot I_q + \alpha M \cdot \frac{I_q^2}{\psi_d}\end{aligned}\tag{IV.52}$$

Alors, le système aura la nouvelle structure :

$$\left\{ \begin{aligned}\frac{d\omega}{dt} &= \varphi_1 - \frac{T_L}{J} + I_q \\ \frac{dI_q}{dt} &= \varphi_2 - \eta I_q + \frac{1}{\sigma L_s} U_q \\ \frac{d\psi_d}{dt} &= -\alpha \psi_d + \alpha M I_d \\ \frac{dI_d}{dt} &= \varphi_3 - \eta I_d + \alpha \beta \psi_d + \frac{1}{\sigma L_s} U_d\end{aligned}\right.\tag{IV.53}$$

Les fonctions non linéaires $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ sont supposées inconnues, ce qui implique l'utilisation de la technique d'approximation en se basant sur les réseaux *RBF*. Leurs expressions sont définies par :

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= \varphi_1^{*T} W + \tilde{\varphi}_1 \\ \varphi_2 &= \varphi_2^{*T} W + \tilde{\varphi}_2 \\ \varphi_3 &= \varphi_3^{*T} W + \tilde{\varphi}_3\end{aligned}\tag{IV.54}$$

où φ_i^* : Fonction à déterminer par l'*RBF*,
 W : Poids des connexions,
 $\tilde{\varphi}_i$: Erreurs d'approximation.

Pour employer l'algorithme de l'approche backstepping-RBF, le système doit être réécrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \frac{d\omega}{dt} = \varphi_1^{*T} W + \tilde{\varphi}_1 - \frac{T_L}{J} + I_q \\ \frac{dI_q}{dt} = \varphi_2^{*T} W + \tilde{\varphi}_2 - \eta I_q + \frac{1}{\sigma L_s} U_q \\ \frac{d\psi_d}{dt} = -\alpha \psi_d + \alpha M I_d \\ \frac{dI_d}{dt} = \varphi_3^{*T} W + \tilde{\varphi}_3 - \eta I_d + \alpha \beta \psi_d + \frac{1}{\sigma L_s} U_d \end{cases}\tag{IV.55}$$

tels que:

$$\begin{aligned}\varphi_1^{*T} W &= \sum_{i=1}^{m_1} W_{i,1} \phi_{1,i}^* \left(\|\omega(k) - \mathbb{C}_{i,1}\| \right) \\ \varphi_2^{*T} W &= \sum_{i=1}^{m_2} W_{i,2} \phi_{2,i}^* \left(\|I_q(k) - \mathbb{C}_{i,2}\| \right) \\ \varphi_3^{*T} W &= \sum_{i=1}^{m_3} W_{i,3} \phi_{3,i}^* \left(\|I_d(k) - \mathbb{C}_{i,3}\| \right)\end{aligned}\tag{IV.56}$$

où: $\phi_{i,j}^*$: Une fonction de base radiale (Gaussienne).
 $\mathbb{C}_{i,j}$: Les centres des neurones du réseau.
 $W_{i,j}$: Les poids.

$$\begin{aligned}
\phi_{1,i}^* &= \exp\left(-\frac{(\omega(k) - \mathbb{C}_{i,1})^2}{2\lambda^2}\right) \\
\phi_{2,i}^* &= \exp\left(-\frac{(I_q(k) - \mathbb{C}_{i,2})^2}{2\lambda^2}\right) \\
\phi_{3,i}^* &= \exp\left(-\frac{(I_d(k) - \mathbb{C}_{i,3})^2}{2\lambda^2}\right)
\end{aligned} \tag{IV.57}$$

avec : λ : est l'écart type supérieur à zéro.

IV.5.2 Procédure de la technique

1^{ère} étape :

Dans ce cas, le changement de variables adopté est décrit par les expressions suivantes :

$$\begin{aligned}
e_1 &= \omega - \omega_{ref} \\
e_2 &= I_q - \alpha_1 \\
e_3 &= \psi_d - \psi_{ref} \\
e_4 &= I_d - \alpha_2
\end{aligned} \tag{IV.58}$$

2^{ème} étape :

La première fonction de Lyapunov est décrite par l'expression :

$$V_1 = \frac{1}{2} e_1^2 \tag{II.59}$$

Sa dérivée correspondante :

$$\begin{aligned}
\dot{V}_1 &= e_1 \dot{e}_1 = e_1 (\dot{\omega} - \dot{\omega}_{ref}) = e_1 \left[\phi_1^{*T} W + \tilde{\varphi}_1 - \frac{T_L}{J} + I_q \right] \\
&= e_1 \left[\phi_1^{*T} W + \tilde{\varphi}_1 - \frac{T_L}{J} + e_2 + \alpha_1 + k_1 e_1 - k_1 e_1 \right]
\end{aligned} \tag{IV.60}$$

L'expression de la fonction stabilisante s'écrit alors :

$$\alpha_1 = -k_1 e_1 - \phi_1^{*T} W + \frac{T_L}{J} \tag{IV.61}$$

ce qui donne :

$$\begin{aligned}
\dot{V}_1 &= -k_1 e_1^2 + e_1 e_2 + e_1 \tilde{\varphi}_1 \\
\dot{e}_1 &= -k_1 e_1 + e_2 + \tilde{\varphi}_1
\end{aligned} \tag{IV.62}$$

3^{ème} étape :

La deuxième fonction de Lyapunov s'écrit :

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} e_1^2 \quad (\text{IV.63})$$

Sa dérivée est définie comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + e_2 \dot{e}_2 = \dot{V}_1 + e_2 (\dot{I}_q - \dot{\alpha}_1) \\ &= -k_1 e_1^2 + e_1 e_2 + e_1 \tilde{\varphi}_1 + e_2 \left[\varphi_2^{*T} W + \tilde{\varphi}_2 - \eta I_q + \frac{1}{\sigma L_s} U_q + k_1 (-k_1 e_1 + e_2 + \tilde{\varphi}_1) + W \dot{\varphi}_1^{*T} + k_2 e_2 - k_2 e_2 \right] \end{aligned} \quad (\text{IV.64})$$

La commande est décrite alors par l'expression suivante :

$$U_q = \sigma L_s \left[-\varphi_2^{*T} W + \eta \cdot I_q - k_1 (-k_1 e_1 + e_2) - W \dot{\varphi}_1^{*T} - k_2 e_2 - e_1 \right] \quad (\text{IV.65})$$

ce qui donne :

$$\dot{V}_2 = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 + e_1 \tilde{\varphi}_1 + e_2 \tilde{\varphi}_2 + k_1 e_2 \tilde{\varphi}_1 \quad (\text{IV.66})$$

4^{ème} étape :

La troisième fonction de Lyapunov V_3 est :

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2} e_3^2 \quad (\text{IV.67})$$

Sa dérivée s'écrit:

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= \dot{V}_2 + e_3 \dot{e}_3 = \dot{V}_2 + e_3 (\dot{\psi}_d - \dot{\psi}_{ref}) = \dot{V}_2 + e_3 \left[-\alpha \psi_d + \alpha M I_d - \dot{\psi}_{ref} \right] \\ &= \dot{V}_2 + e_3 \left[-\alpha \psi_d + \alpha M e_4 + \alpha M \alpha_2 - \dot{\psi}_{ref} + k_3 e_3 - k_3 e_3 \right] \end{aligned} \quad (\text{IV.68})$$

L'expression de la fonction stabilisante s'écrit alors :

$$\alpha_2 = \frac{1}{\alpha M} \left[-k_3 e_3 + \alpha \psi_d + \dot{\psi}_{ref} \right] \quad (\text{IV.69})$$

Ce qui implique la déduction de l'expression :

$$\dot{V}_3 = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - k_3 e_3^2 + e_1 \tilde{\varphi}_1 + e_2 (k_1 \tilde{\varphi}_1 + \tilde{\varphi}_2) + \alpha M e_2 e_4 \quad (\text{IV.70})$$

5^{ème} étape :

La dernière fonction de Lyapunov V_4 possède la forme suivante :

$$V_4 = V_3 + \frac{1}{2} e_4^2 \quad (\text{IV.71})$$

Sa dérivée s'écrit alors :

$$\begin{aligned}
\dot{V}_4 &= \dot{V}_3 + e_4 \dot{e}_4 = \dot{V}_3 + e_4 [\dot{I}_d - \dot{\alpha}_2] \\
&= \dot{V}_3 + e_4 \left[\varphi_3^{*T} W + \tilde{\varphi}_3 - \eta I_d + \alpha \beta \psi_d + \frac{1}{\sigma L_s} U_d - \frac{1}{\alpha M} (-k_3 \dot{e}_3 + \alpha \dot{\psi}_d + \ddot{\psi}_{ref}) \right] \\
&= \dot{V}_3 + e_4 \left\{ \varphi_3^{*T} W + \tilde{\varphi}_3 - \eta I_d + \alpha \beta \psi_d + \frac{1}{\sigma L_s} U_d \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{\alpha M} [-k_3 (\alpha M e_4 - k_3 e_3) + \alpha (-\alpha \psi_d + \alpha M I_d) + \ddot{\psi}_{ref}] + k_4 e_4 - k_4 e_4 \right\}
\end{aligned} \tag{IV.72}$$

Alors, la commande U_d aura comme expression :

$$\begin{aligned}
U_d &= \sigma L_s \left\{ -k_4 e_4 - \alpha M \cdot e_3 - \varphi_3^{*T} W + \eta I_d - \alpha \beta \psi_d \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{\alpha M} [-k_3 (\alpha M e_4 - k_3 e_3) + \alpha (-\alpha \psi_d + \alpha M I_d) + \ddot{\psi}_{ref}] \right\}
\end{aligned} \tag{IV.73}$$

ce qui donne :

$$\dot{V}_4 = - \sum_{i=1}^4 k_i e_i + e_1 \tilde{\varphi}_1 + e_2 (k_1 \tilde{\varphi}_1 + \tilde{\varphi}_2) + e_4 \tilde{\varphi}_3 \tag{IV.74}$$

IV.5.3 Résultats de simulation

Les paramètres de la machine à induction considérée sont :

$$R_s = 1.4 \Omega ; R_r = 1.5 \Omega ; n_p = 1 ; L_s = 0.0699 H ; L_r = 0.0699 H ; M = 0.0068 H ; J = 0.0586 \text{ kg.m}^2$$

Les gains d'adaptation utilisés pour les simulations établies sont tels que :

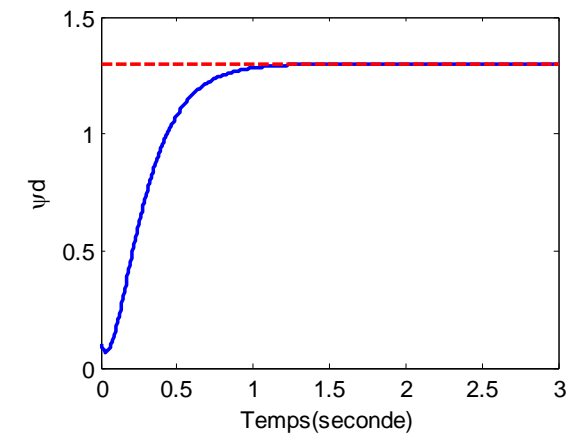
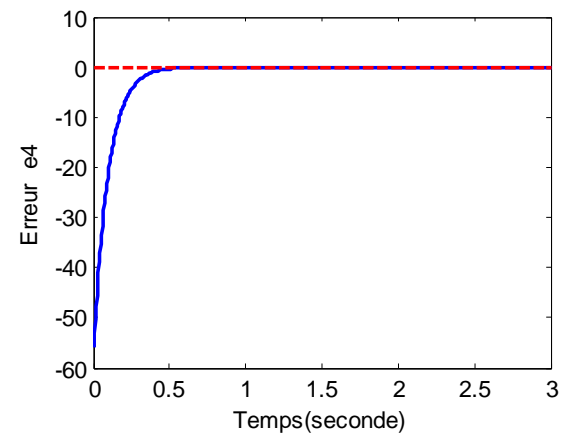
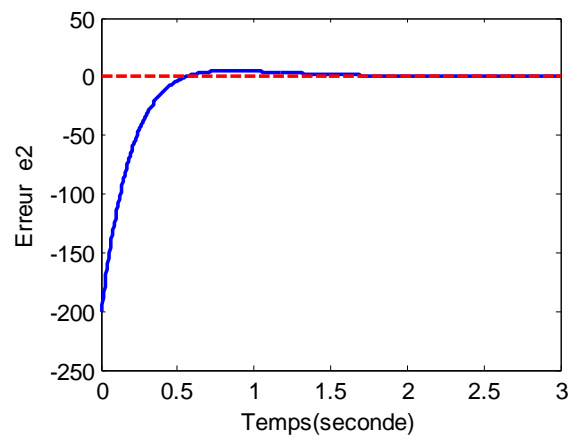
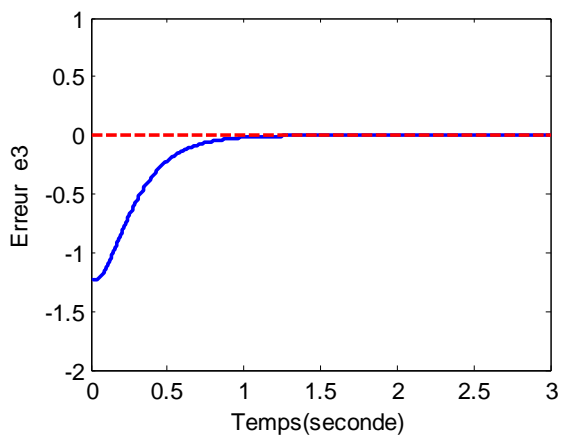
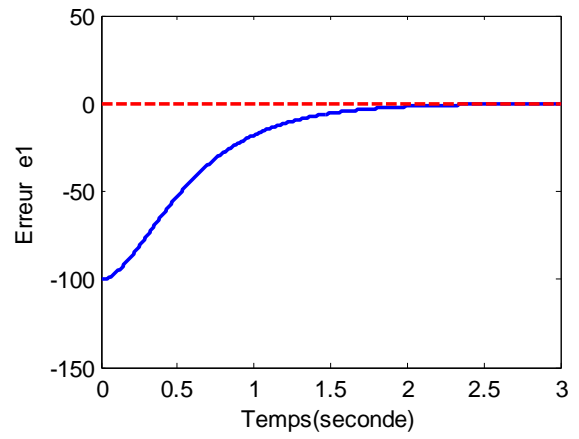
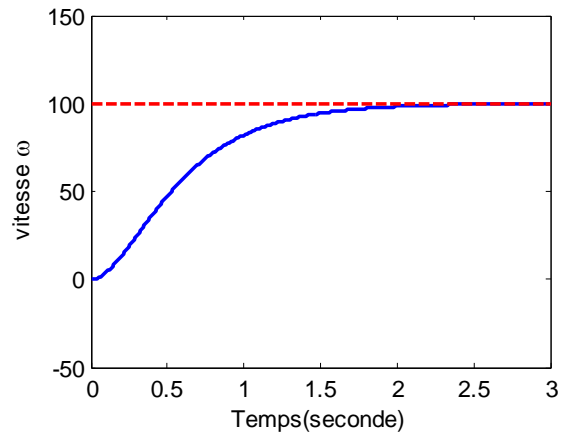
$$k_1 = 2 ; k_2 = 5 ; k_3 = 5 ; k_4 = 10 ;$$

Les conditions de tests sont telles que :

$$T_L = 0.05 \text{ Nm} ; \omega_{ref} = 100 \text{ rad/s} ; \psi_{ref} = 1.3 \text{ Wb}.$$

Les paramètres du réseau RBF sont choisis comme suit :

$$p_{rbf} = [3; 3; 3] ; \mathbb{C}_i = [0; 1; 2] ; \tilde{\lambda} = 1.5 ;$$



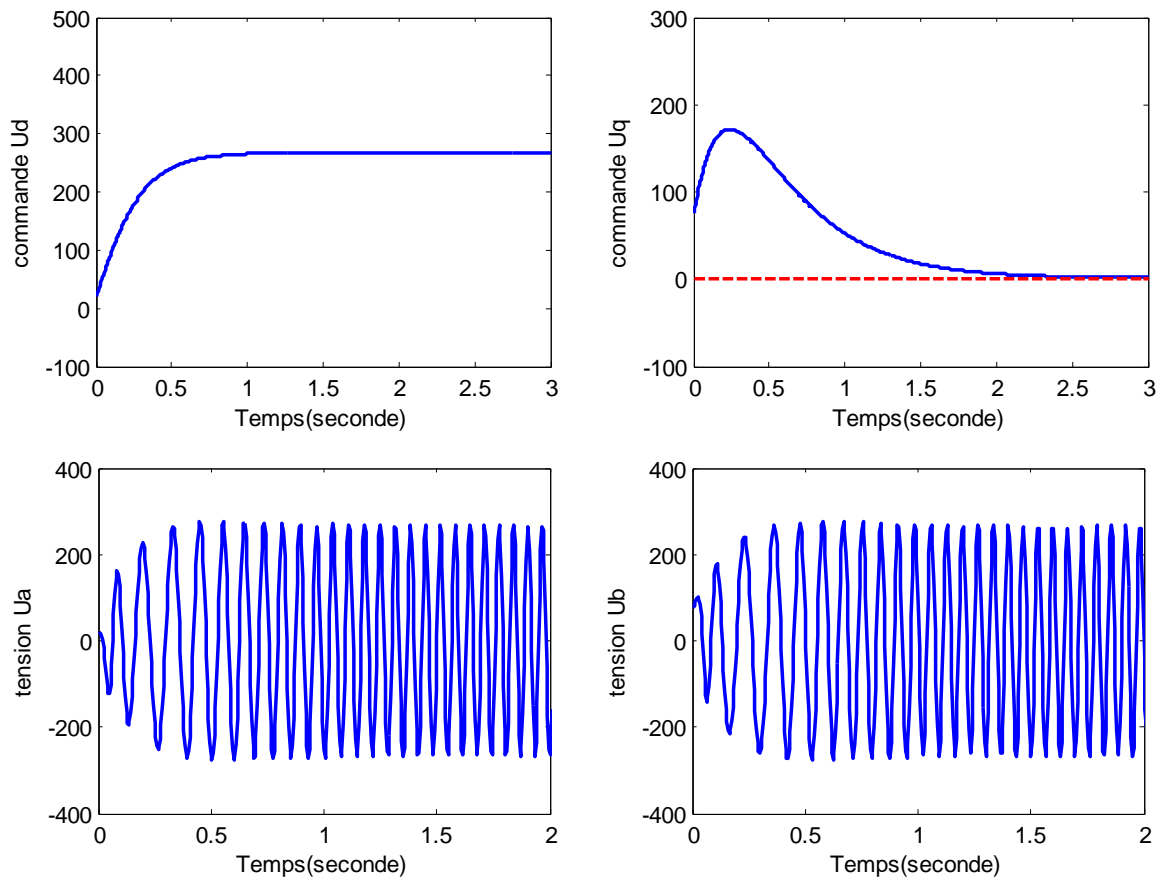


Figure IV.2 : Commande d'un moteur à induction par l'approche backstepping-RBF

Les différentes simulations menées sur notre machine à induction sont représentées sur les figures précédentes. La vitesse désirée est atteinte en 2 sec et l'erreur conséquente de suivi e_1 est nulle en régime permanent.

Les erreurs (équation IV.58) sur les courants statoriques et le flux rotorique dans le repère (d, q) convergent vers zéro en un temps relativement acceptable.

Le flux rotorique converge vers la valeur de référence en un temps très court (de l'ordre de 1 sec).

Les tensions statoriques de commande dans le repère (d, q) aboutissent à leurs valeurs nominales en régime permanent.

Les tensions statoriques réelles reflètent le comportement réel de la machine.

IV.6 Conclusion

A travers trois orientations de la commande backstepping (non adaptative, adaptative et neuronale), il est clair que cette technique montre de nouveau ses performances dans le domaine du contrôle, d'autant que les modèles considérés ne sont pas des moindres.

Toutes les situations possibles de simulations sont explorées : modèle incertain, perturbation additive, estimation des paramètres, ...etc., et les différents résultats témoignent du caractère appréciable de la commande backstepping-neuronale.

Dans le but de donner plus de mérite à cette commande, nous nous sommes proposés d'explorer un modèle plus complexe et d'actualité. Il s'agit d'un quadrirotor qui est un système non linéaire, multivariables et couplé.

Chapitre V

Commande backstepping neuronale d'un quadrirotor

V.1 Introduction

La discipline de recherche des véhicules aériens autonomes est très importante et aussi à multifacettes. Alors, elle peut cerner des domaines très courants tels que la mécanique, l'aérodynamique, le traitement du signal et de l'image, la commande, l'informatique, temps réel... etc. L'intérêt pour les drones aériens contrôlés couvre spécialement les applications militaires (démunage par exemple) et l'intervention dans des milieux hostiles (milieux radioactifs). De même, l'intervention humaine dans des endroits contaminés ou piégés exige un choix bien précis concernant le type de drone utilisé pour une vérification préventive [66].

Dans notre cas, on s'intéresse aux véhicules aériens miniatures et plus spécialement au quadrirotor. Ce dernier est essentiellement un multicoptère qui a quatre bras et un moteur monté sur chaque bras pour le lever ou le déplacer. Il est également considéré comme un drone (véhicule aérien non habité). Il peut être utilisé pour capturer des images par le montage d'une caméra sans fil par exemple. Si un bon contrôle est effectué sur le quadrirotor, il peut être exploité pour déplacer des charges ou effectuer des manœuvres. Donc, les quadrirotors sont constitués de quatre moteurs installés en croix, ils sont appelés également X4. On peut citer comme exemple le quadrirotor de type X-UFO (figure V.1).



Fig. V.1 : Quadrirotor de type X-UFO

V.2 Modélisation d'un quadrirotor

La modélisation et la simulation sont importantes dans la recherche. Elles symbolisent les systèmes réels, soit par l'intermédiaire de reproductions physiques à plus petite échelle, ou par des modèles mathématiques qui permettent d'expliquer la dynamique du système par simulation, et acceptent d'explorer le comportement du système qui peut être trop risqué dans le monde réel. La modélisation est considérée comme la première tâche à faire pour élaborer les lois de commande. Pour le quadrirotor, le modèle dynamique représentera la relation entre les forces et les couples aérodynamiques provoqués par la rotation des rotors et l'engin, d'autre part des accélérations (de translation et de rotation) du centre de masse du quadrirotor. On peut distinguer deux classes de modélisation, méthode d'Euler-Lagrange et méthode de Newton-Euler [67].

V.2.1 Fonctionnement et conception de base

Tout d'abord, on définit les entrées et les sorties du système à étudier. On repère quatre tensions d'alimentation des quatre rotors qui déterminent pour chacun la vitesse de rotation des hélices. Avec six degrés de liberté du quadrirotor, six mouvements permettent au système de faire trois rotations et trois translations. Alors, on pourra récupérer des informations de type accélération, vitesse ou position, selon les modèles de capteurs utilisés.

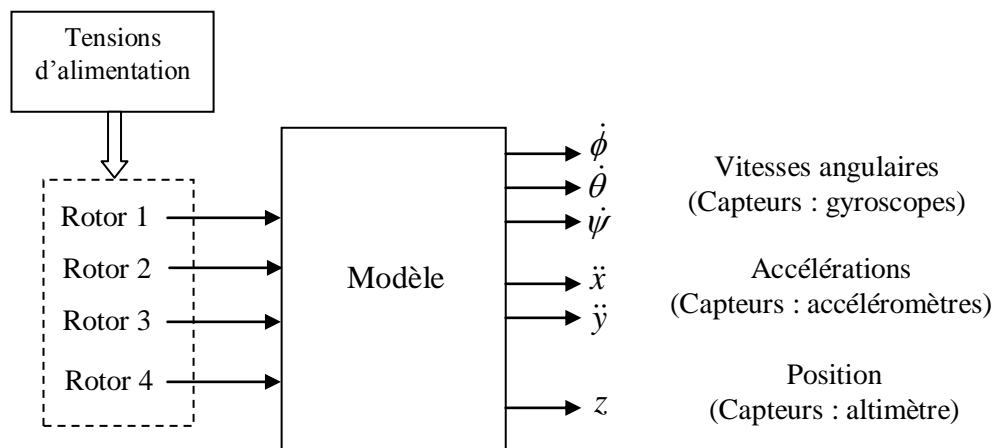


Fig. V.2 : Entrées et sorties du modèle

Chaque rotor produit à la fois une poussée et un couple autour de son centre de rotation, ainsi qu'une force de résistance opposée à la direction du vol du quadrirotor. Si tous les rotors tournent à la même vitesse angulaire, avec une paire (M_2 et M_4) sur le même bras tournant dans le sens horaire pour un mouvement droit et gauche ; et l'autre paire (M_1 et M_3) sur l'autre bras de rotation dans le sens antihoraire pour un mouvement avant et arrière ; le couple aérodynamique résultant sera nul, et donc l'accélération angulaire autour

de l'axe du lacet est exactement zéro, ce qui implique que le mouvement de l'axe du lacet est stabilisé. Le lacet est impliqué par désadaptation de la balance en couples aérodynamiques (c'est à dire, en compensant les commandes de poussée cumulées entre les paires de lames contre-rotatives).

Les accélérations angulaires autour des axes de tangage et de roulis peuvent être causées séparément sans affecter l'axe du lacet. Chaque paire de lames rotatives dans le même sens commande un axe, soit roulis ou tangage, et de plus en plus provoque une poussée pour un rotor.

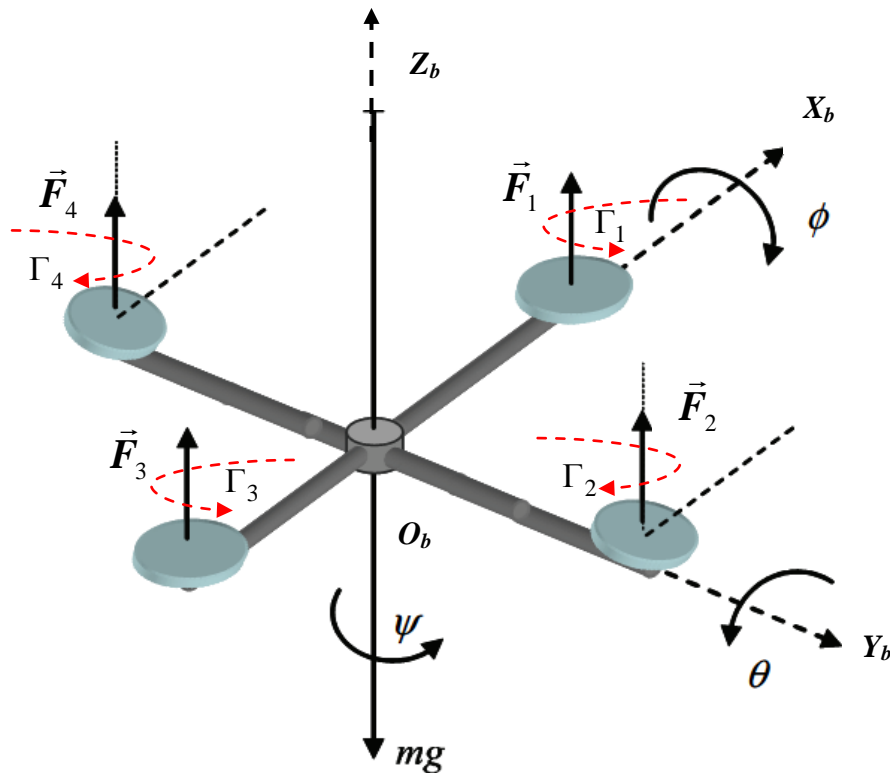


Fig. V.3: Modèle fonctionnel d'un quadrirotor

Chaque actionneur i produit une force F_i parallèle à son axe de rotation, ainsi qu'un couple résistant Γ_i apposé au sens de rotation. La force totale (poussée totale) exercée sur le quadrirotor (parallèle à l'axe z_b) est la somme des quatre forces générées par chaque actionneur :

$$F_T = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 \quad (\text{V.1})$$

tel que : F_T est la force de poussée.

Le tangage est obtenu par une différence de vitesse de rotation des moteurs avant et arrière. Le roulis est obtenu de façon identique avec la différence de vitesse des rotors latéraux. Le lacet s'obtient en augmentant la vitesse des moteurs avant et arrière tout en diminuant la vitesse des moteurs latéraux. Donc, cinq mouvements sont envisagés :

- Mouvement de tangage (θ) Arrière/Avant : est assuré par la différence des forces (F_1, F_3). Cette différence produit un couple Γ_θ autour de l'axe y_b (couplage entre rotation autour y_b et translation selon l'axe x_b).
- Mouvement de roulis (ϕ) Droit/Gauche : est assuré par la différence des forces (F_2, F_4). Cette différence produit un couple Γ_ϕ autour de l'axe x_b (couplage entre rotation autour de x_b et translations selon l'axe y_b).
- Mouvement de lacet (ψ) : est assuré par la somme des couples de traînée (D_i) produits par les quatre actionneurs [67].

Quand les quatre rotors tournent à la même vitesse, ils sont soumis au même couple résistant dont la somme est nulle. (M_1 et M_3) et (M_2 et M_4) sont opposés, il n'y a pas de rotation autour de z_b de l'engin.

Si nous provoquons une différence de vitesse entre les moteurs, les couples résistants provoquent un couple Γ_ψ autour de z_b provoquant ainsi la rotation de l'engin.

- Une inclinaison ($\theta \neq 0$ ou $\phi \neq 0$) : La force de poussée F_T donne lieu à une translation horizontale.
- Translation verticale : est un déplacement suivant l'axe z_e . Dans ce cas, $F_T > mg$ pour réaliser la montée et $F_T < mg$ pour effectuer la descente.

Le fonctionnement d'un quadrirotor est assez particulier. En faisant varier astucieusement la puissance des moteurs, il est possible de le faire monter/descendre, de l'incliner à gauche/droite (roulis) ou en avant/arrière (tangage) ou encore de le faire pivoter sur lui-même (Lacet). Le quadrirotor a six degrés de libertés (trois mouvements de rotation et trois mouvements de translation). Ces six degrés doivent être commandés à l'aide de quatre actionneurs seulement ; donc c'est un système sous actionné (le nombre des entrées est inférieur au nombre des sorties).

V.2.2 Hypothèses adoptées

La structure du quadrirotor est supposée rigide et parfaitement symétrique, ce qui implique que la matrice d'inertie est diagonale :

$$J = \begin{pmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{pmatrix} \quad (\text{V.2})$$

Les hélices sont supposées rigides pour pouvoir négliger l'effet de leur déformation lors de la rotation. De même, le centre de masse et l'origine du repère lié à la structure coïncident. Aussi, les forces de portance et de traînée sont proportionnelles aux carrés de la vitesse de rotation des rotors, ce qui est une approximation très proche du comportement aérodynamique.

Pour faire une analyse cinématique avec une étude dynamique profonde pour le modèle mathématique du quadrirotor, on adopte deux repères : un repère fixe lié à la terre $R_e(O_e, x_e, y_e, z_e)$ et un repère de référence mobile $R_b(O_b, x_b, y_b, z_b)$ fixé au centre de masse du quadrirotor.

V.2.3 Étude cinématique

Le repère de référence fixe R_e est utilisé pour définir la position linéaire $\xi(m)$ et la position angulaire $\eta(rd)$ avec $\xi \triangleq [x \ y \ z]^T$ et $\eta \triangleq [\phi \ \theta \ \psi]$. Aussi, le repère de référence mobile R_b est utilisé pour définir la vitesse linéaire $v_b(m/s)$ et la vitesse angulaire $\Omega_b(rd/s)$, les forces $F_b(N)$ et les couples $\Gamma_b(Nm)$.

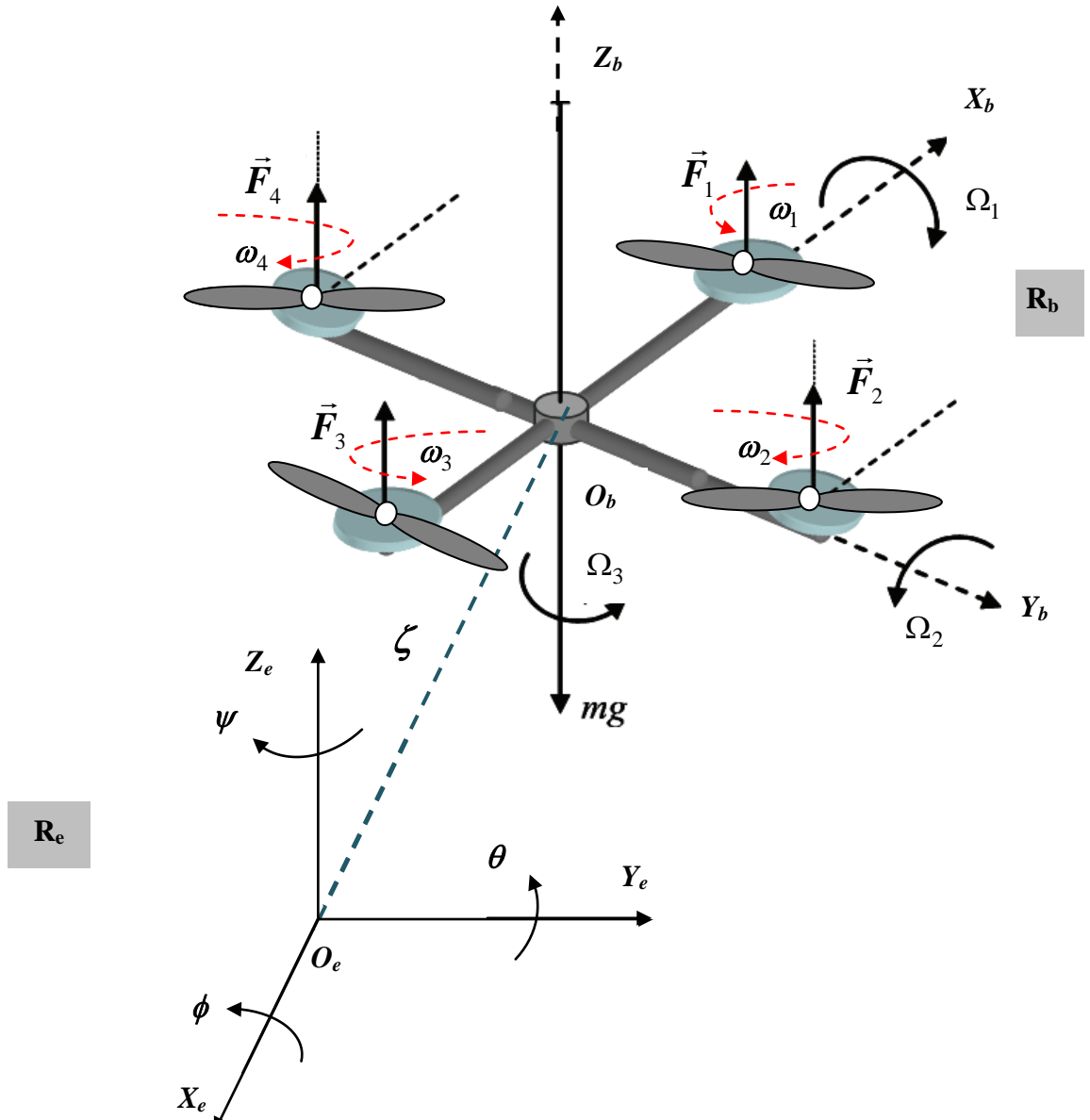


Fig. V.4: Géométrie de dynamique du quadrirotor

A chaque instant, nous aurons besoin de connaître la position et l'orientation de R_b par rapport à R_e . La matrice de transformation T permet le passage entre les deux repères mobile et fixe. Elle englobe l'orientation et la position du repère mobile par rapport au repère fixe.

$$T = \begin{bmatrix} R & \xi \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{V.3}$$

tel que : R est la matrice de rotation qui décrit l'orientation de l'objet mobile, et ξ présente le vecteur de position. Pour déterminer les éléments de R , on utilise les angles d'Euler [68].

V.2.3.1 Angles d'Euler

A l'état initial, les deux repères sont superposés, ensuite le repère mobile réalise un mouvement de rotation autour de l'axe x d'un angle de roulis ($-\pi/2 \leq \phi \leq +\pi/2$), suivi d'une rotation autour de l'axe y d'un angle de tangage ($-\pi/2 \leq \theta \leq +\pi/2$), et une rotation autour de l'axe z d'angle de lacet ($-\pi \leq \psi \leq +\pi$). Cela va correspondre à l'expression de la matrice de rotation R résultante suivante :

$$\begin{aligned}
 R &= Rot_z(\psi).Rot_y(\theta).Rot_x(\phi) \\
 &= \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \cos\psi \cos\theta & \sin\phi \sin\theta \cos\psi - \sin\psi \cos\phi & \cos\phi \sin\theta \cos\psi + \sin\psi \sin\phi \\ \sin\psi \cos\theta & \sin\phi \sin\theta \sin\psi + \cos\psi \cos\theta & \cos\phi \sin\theta \sin\psi - \sin\phi \cos\psi \\ -\sin\theta & \sin\phi \cos\theta & \cos\phi \cos\theta \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{V.4}$$

V.2.3.2 Vitesses angulaires

Les vitesses de rotation $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ des axes dans le repère mobile en fonction des vitesses de rotation $\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$ dans le repère fixe sont données par l'expression :

$$\begin{aligned}
 \Omega &= \begin{bmatrix} \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ \Omega_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + Rot_x(\phi)^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + (Rot_y(\theta).Rot_x(\phi))^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \cos\phi \\ -\dot{\theta} \sin\phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\dot{\psi} \sin\theta \\ \dot{\psi} \sin\phi \cos\theta \\ \dot{\psi} \cos\phi \cos\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin\theta \\ \dot{\theta} \cos\phi + \dot{\psi} \sin\phi \cos\theta \\ \dot{\psi} \cos\phi \cos\theta - \dot{\theta} \sin\phi \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin\theta \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \cos\theta \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{V.5}$$

(la notation $\Omega = [p \quad q \quad r]^T$ est parfois utilisée dans la littérature).

où :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin\theta \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi\cos\theta \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix} \text{ est la matrice de transformation.}$$

Quand le quadrirotor fait de petites rotations, on peut faire les approximations suivantes : $\cos\phi = \cos\theta = \cos\psi \approx 1$ et $\sin\phi = \sin\theta = \sin\psi \approx 0$, ce qui permet dans ce cas d'écrire $\Omega = [\dot{\phi} \quad \dot{\theta} \quad \dot{\psi}]^T$.

V.2.3.3 Vitesses linéaires

Les vitesses linéaires v_x^e, v_y^e, v_z^e , dans le repère fixe en fonction des vitesses linéaires v_x^b, v_y^b, v_z^b , dans le repère mobile sont exprimées par la relation suivante :

$$v = [\dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{z}]^T = [v_x^e \quad v_y^e \quad v_z^e]^T = R. [v_x^b \quad v_y^b \quad v_z^b]^T \quad (\text{V.6})$$

V.2.3.4 Cinématique de translation

L'étude cinématique de translation du quadrirotor nous permet d'obtenir les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= (\cos\theta\cos\psi)v_x^b + (\sin\phi\sin\theta\cos\psi - \cos\phi\sin\psi)v_y^b + (\cos\phi\sin\theta\cos\psi + \sin\phi\sin\psi)v_z^b \\ \dot{y} &= (\cos\theta\cos\psi)v_x^b + (\sin\phi\sin\theta\cos\psi + \cos\phi\cos\psi)v_y^b + (\cos\phi\sin\theta\sin\psi - \sin\phi\cos\psi)v_z^b \\ \dot{z} &= (-\sin\theta)v_x^b + (\sin\phi\cos\theta)v_y^b + (\cos\phi\cos\theta)v_z^b \end{aligned} \quad (\text{V.7})$$

V.2.3.5 Cinématique de rotation

La cinématique de rotation est définie par :

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \tan\theta\sin\phi & \tan\theta\cos\phi \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \frac{\sin\phi}{\cos\theta} & \frac{\cos\phi}{\cos\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ \Omega_3 \end{bmatrix} \quad (\text{V.8})$$

V.2.4 Équations des forces et moments

V.2.4.1 Équations des forces

Les forces agissantes sur le système sont :

- Le poids du quadrirotor est donné par la relation $P = mg$, où m est la masse totale et g représente la gravité.
- Les forces de poussées : sont des forces provoquées par la rotation des moteurs, elles sont perpendiculaires au plan des hélices. Ces forces sont proportionnelles aux carrés des vitesses de rotation des moteurs :

$$F_i = b.\omega_i^2 \quad ; \quad i = 1, \dots, 4 \quad (\text{V.9})$$

avec : b est le coefficient de portance, il dépend de la forme et le nombre des pales et la densité de l'air.

- Les forces de traînée: La force de traînée est le couplage entre une force de pression et la force de frottement visqueux. Dans ce cas, on a deux forces de traînée agissant sur le système, la traînée dans les hélices et la traînée selon les axes (x, y, z) .

La traînée dans les hélices agit sur les pales, elle est proportionnelle à la densité de l'air, à la forme des pales et au carré de la vitesse de rotation de l'hélice. Elle est donnée par la relation suivante :

$$T_h = d.\omega^2 \quad (\text{V.10})$$

tel que : d est le coefficient de drag, il dépend de la fabrication de l'hélice.

La traînée selon les axes (x, y, z) est due au mouvement du corps du quadrirotor :

$$F_t = K_{ft}.\nu \quad (\text{V.11})$$

avec : K_{ft} est le coefficient de traînée de translation et ν est la vitesse linéaire.

V.2.4.2 Équations des moments

Les différents moments intervenants dans le fonctionnement du quadrirotor sont énumérés ci-dessous :

- Moments dus aux forces de poussée : La rotation autour de l'axe x est due au moment créé par la différence entre les forces de portance des rotors 2 et 4.

$$M_x = l(F_4 - F_2) = lb(\omega_4^2 - \omega_2^2) \quad (\text{V.12})$$

tel que l est la longueur du bras entre le rotor et le centre de gravité du quadrirotor.

On peut aussi déduire le moment qui crée la rotation autour de l'axe y .

$$M_y = l(F_3 - F_1) = lb(\omega_3^2 - \omega_1^2) \quad (\text{V.13})$$

- Moments dus aux forces de traînée: La rotation autour de l'axe z est due à un couple réactif par les couples de traînée dans chaque hélice, ce moment est donné par la relation suivante :

$$M_z = d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \quad (\text{V.14})$$

et le moment résultant des frottements aérodynamiques est donné par :

$$M_a = K_{fa} \Omega^2 \quad (\text{V.15})$$

avec: K_{fa} le coefficient des frottements aérodynamiques et Ω la vitesse angulaire.

- Effet gyroscopique : Cet effet se définit comme la difficulté de modifier la position ou l'orientation du plan de rotation d'une masse tournante. L'effet gyroscopique est ainsi nommé en référence au mode de fonctionnement du gyroscope, appareil de contrôle de mouvement utilisé dans l'aviation.

Le moment gyroscopique des hélices est donné par l'expression suivante :

$$M_{gh} = \sum_{i=1}^4 \Omega \wedge J_r \left[0 \quad 0 \quad (-1)^{i+1} \omega_i \right]^T \quad (\text{V.16})$$

avec J_r est l'inertie des rotors

Le moment gyroscopique dû aux mouvements du quadrirotor s'écrit :

$$M_{gm} = \Omega \wedge J \Omega \quad (\text{V.17})$$

avec : J est l'inertie du système.

V.2.5 Étude dynamique

En utilisant la formulation de Newton-Euler, le système d'équations qui exprime la dynamique du quadrirotor est décrit sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= v \\ m\ddot{\xi} &= F_f + F_t + F_g \\ \dot{R} &= R.S(\Omega) \\ J\dot{\Omega} &= -\Omega \wedge J\Omega + M_f - M_a - M_{gh} \end{aligned} \quad (\text{V.18})$$

- ξ : vecteur de position du quadrirotor,
 m : masse totale du quadrirotor,
 Ω : vitesse angulaire exprimée dans le repère fixe,
 R : matrice de rotation,
 \wedge : produit vectoriel.
 J : matrice d'inertie symétrique de dimension (3x3),

$S(\Omega)$ est la matrice antisymétrique. Pour un vecteur de vitesse $\Omega = [\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3]^T$, cette matrice est exprimée par :

$$S(\Omega) = \begin{bmatrix} 0 & -\Omega_3 & \Omega_2 \\ \Omega_3 & 0 & -\Omega_1 \\ -\Omega_2 & \Omega_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{V.19})$$

F_f est la force totale générée par les quatre rotors, elle est donnée par :

$$F_f = R \left[0 \quad 0 \quad \sum_{i=1}^4 F_i \right]^T \quad (\text{V.20})$$

F_t est la force de traînée selon les axes (x, y, z) , elle est décrite par :

$$F_t = \begin{bmatrix} -K_{f_{tx}} & 0 & 0 \\ 0 & -K_{f_{ty}} & 0 \\ 0 & 0 & -K_{f_{tz}} \end{bmatrix} \dot{\xi} \quad (\text{V.21})$$

$K_{f_{tx}}$, $K_{f_{ty}}$, $K_{f_{tz}}$ sont les coefficients de traînée de translation.

F_g représente la force de gravité. Elle est donnée par le vecteur suivant :

$$F_g = [0 \quad 0 \quad -mg]^T \quad (\text{V.22})$$

M_f est le moment provoqué par les forces de poussée et de traînée. Il est donné par :

$$M_f = \begin{bmatrix} l(F_4 - F_2) \\ l(F_3 - F_1) \\ d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{bmatrix} \quad (\text{V.23})$$

M_a est le moment résultant des frottements aérodynamiques, il est décrit par l'expression :

$$M_a = \begin{bmatrix} K_{f_{ax}} \dot{\phi}^2 \\ K_{f_{ay}} \dot{\theta}^2 \\ K_{f_{az}} \dot{\psi}^2 \end{bmatrix} \quad (\text{V.24})$$

K_{fax} , K_{fay} , K_{faz} sont les coefficients des frottements aérodynamiques.

V.2.5.1 Équations de mouvement de translation

En remplaçant les équations (V.20-V.22) dans la deuxième expression de (V.18), nous aurons la forme suivante :

$$m \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \psi \sin \phi \\ \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi \\ \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \sum_{i=1}^4 F_i - \begin{bmatrix} K_{fzx} \dot{x} \\ K_{fzy} \dot{y} \\ K_{fz} \dot{z} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} \quad (\text{V.25})$$

En conséquence, on obtient les équations différentielles qui définissent le mouvement de translation :

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= \frac{1}{m} (\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \psi \sin \phi) \left(\sum_{i=1}^4 F_i \right) - \frac{K_{fzx}}{m} \dot{x} \\ \ddot{y} &= \frac{1}{m} (\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) \left(\sum_{i=1}^4 F_i \right) - \frac{K_{fzy}}{m} \dot{y} \\ \ddot{z} &= \frac{1}{m} (\cos \phi \cos \theta) \left(\sum_{i=1}^4 F_i \right) - \frac{K_{fz}}{m} \dot{z} - g \end{aligned} \quad (\text{V.26})$$

V.2.5.2 Équations de mouvement de rotation

Par substitution des équations (V.2-V.24) dans la quatrième expression de (V.18), nous aurons la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \wedge \left(\begin{bmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \right) - \begin{bmatrix} J_r \bar{\Omega}_r \dot{\theta} \\ -J_r \bar{\Omega}_r \dot{\phi} \\ (0) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} K_{fax} \dot{\phi}^2 \\ K_{fay} \dot{\theta}^2 \\ K_{faz} \dot{\psi}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} lb(\omega_4^2 - \omega_2^2) \\ lb(\omega_3^2 - \omega_1^2) \\ d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{bmatrix} \quad (\text{V.27})$$

Par la suite, nous obtiendrons les équations différentielles définissant le mouvement de rotation :

$$\begin{aligned} I_x \ddot{\phi} &= -\dot{\theta} \dot{\psi} (I_z - I_y) - J_r \bar{\Omega}_r \dot{\theta} - K_{fax} \dot{\phi}^2 + lb(\omega_4^2 - \omega_2^2) \\ I_y \ddot{\theta} &= \dot{\phi} \dot{\psi} (I_z - I_x) + J_r \bar{\Omega}_r \dot{\phi} - K_{fay} \dot{\theta}^2 + lb(\omega_3^2 - \omega_1^2) \\ I_z \ddot{\psi} &= -\dot{\phi} \dot{\theta} (I_y - I_x) - K_{faz} \dot{\psi}^2 + d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{aligned} \quad (\text{V.28})$$

avec : $\bar{\Omega}_r = \omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4$.

En conséquence, le modèle dynamique complet qui régit le quadrirotor est le suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{\phi} = \frac{(I_y - I_z)}{I_x} \dot{\theta} \dot{\psi} - \frac{J_r}{I_x} \bar{\Omega}_r \dot{\theta} - \frac{K_{fax}}{I_x} \dot{\phi}^2 + \frac{l}{I_x} u_2 \\ \ddot{\theta} = \frac{(I_z - I_x)}{I_y} \dot{\phi} \dot{\psi} + \frac{J_r}{I_y} \bar{\Omega}_r \dot{\phi} - \frac{K_{fay}}{I_y} \dot{\theta}^2 + \frac{l}{I_y} u_3 \\ \ddot{\psi} = \frac{(I_x - I_y)}{I_z} \dot{\phi} \dot{\theta} - \frac{K_{faz}}{I_z} \dot{\psi}^2 + \frac{1}{I_z} u_4 \\ \ddot{x} = -\frac{K_{fmx}}{m} \dot{x} + \frac{1}{m} u_x u_1 \\ \ddot{y} = -\frac{K_{fmy}}{m} \dot{y} + \frac{1}{m} u_y u_1 \\ \ddot{z} = -\frac{K_{fz}}{m} \dot{z} - g + \frac{\cos \phi \cos \theta}{m} u_1 \end{array} \right. \quad (\text{V.29})$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} u_x = \cos \phi \cos \psi \sin \theta + \sin \phi \sin \psi \\ u_y = \cos \phi \sin \psi \sin \theta - \sin \phi \cos \psi \end{array} \right. \quad (\text{V.30})$$

et l'entrée du système pourra s'écrire :

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b & b & b & b \\ 0 & -lb & 0 & lb \\ -lb & 0 & lb & 0 \\ d & -d & d & -d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix} \quad (\text{V.31})$$

A partir de (V.30), on trouve les expressions suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_d = \arcsin(u_x \sin \psi_d - u_y \cos \psi_d) \\ \theta_d = \arcsin\left(\frac{u_x \cos \psi_d + u_y \sin \psi_d}{\cos \phi_d}\right) \end{array} \right. \quad (\text{V.32})$$

V.3 Commande backstepping d'un quadrirotor avec incertitudes

V.3.1 Modèle de base utilisé

En adoptant le vecteur d'état suivant :

$$\begin{aligned} X &= [\phi \ \dot{\phi} \ \theta \ \dot{\theta} \ \psi \ \dot{\psi} \ x \ \dot{x} \ y \ \dot{y} \ z \ \dot{z}] \\ &= [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8 \ x_9 \ x_{10} \ x_{11} \ x_{12}] \end{aligned}$$

le modèle du quadrirotor peut alors être représenté par sa forme d'état $\dot{X} = f(X, U)$ suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = a_1 x_4 x_6 + a_2 x_2^2 + a_3 \bar{\Omega}_r x_4 + b_1 u_2 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = a_4 x_2 x_6 + a_5 x_4^2 + a_6 \bar{\Omega}_r x_2 + b_2 u_3 \\ \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = a_7 x_2 x_4 + a_8 x_6^2 + b_3 u_4 \\ \dot{x}_7 = x_8 \\ \dot{x}_8 = a_9 x_8 + \frac{1}{m} u_x u_1 \\ \dot{x}_9 = x_{10} \\ \dot{x}_{10} = a_{10} x_{10} + \frac{1}{m} u_y u_1 \\ \dot{x}_{11} = x_{12} \\ \dot{x}_{12} = a_{11} x_{12} - g + \frac{\cos x_1 \cos x_3}{m} u_1 \end{array} \right. \quad (\text{V.33})$$

où :

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{(I_y - I_z)}{I_x}, a_2 = -\frac{K_{fax}}{I_x}, a_3 = -\frac{J_r}{I_x}, a_4 = \frac{(I_z - I_x)}{I_y}, a_5 = -\frac{K_{fay}}{I_y}, a_6 = \frac{J_r}{I_y}, a_7 = \frac{(I_x - I_y)}{I_z}, \\ a_8 &= -\frac{K_{faz}}{I_z}, a_9 = -\frac{K_{ftx}}{m}, a_{10} = -\frac{K_{fyy}}{m}, a_{11} = -\frac{K_{ftz}}{m}, b_1 = \frac{l}{I_x}, b_2 = \frac{l}{I_y}, b_3 = \frac{1}{I_z}, \\ \left\{ \begin{array}{l} u_x = \cos x_1 \cos x_5 \sin x_3 + \sin x_1 \sin x_5 \\ u_y = \cos x_1 \sin x_3 \sin x_5 - \sin x_1 \cos x_5 \end{array} \right. \end{aligned}$$

Les différentes variables de commande dynamique du quadrirotor considéré sont telles que :

- u_1 représente la commande relative à la poussée selon l'axe z_b ,
- u_2 commande le mouvement droit/gauche de roulis (création du couple Γ_ϕ),
- u_3 commande le mouvement arrière/avant de tangage (création du couple Γ_θ),
- u_4 commande le mouvement de rotation de lacet (création du couple Γ_ψ).

La structure de commande du quadrirotor est constituée de deux boucles. La boucle interne qui contient quatre lois de commande u_1 , u_2 , u_3 et u_4 et la boucle externe qui inclut deux lois de commande de position u_x et u_y .

La boucle de commande externe génère une valeur désirée ϕ_d pour le mouvement de roulis et de tangage θ_d en passant par le bloc de correction. Ce bloc corrige la rotation de roulis et de tangage en fonction de la valeur désirée ψ_d du lacet. Cette structure est représentée par la figure suivante :

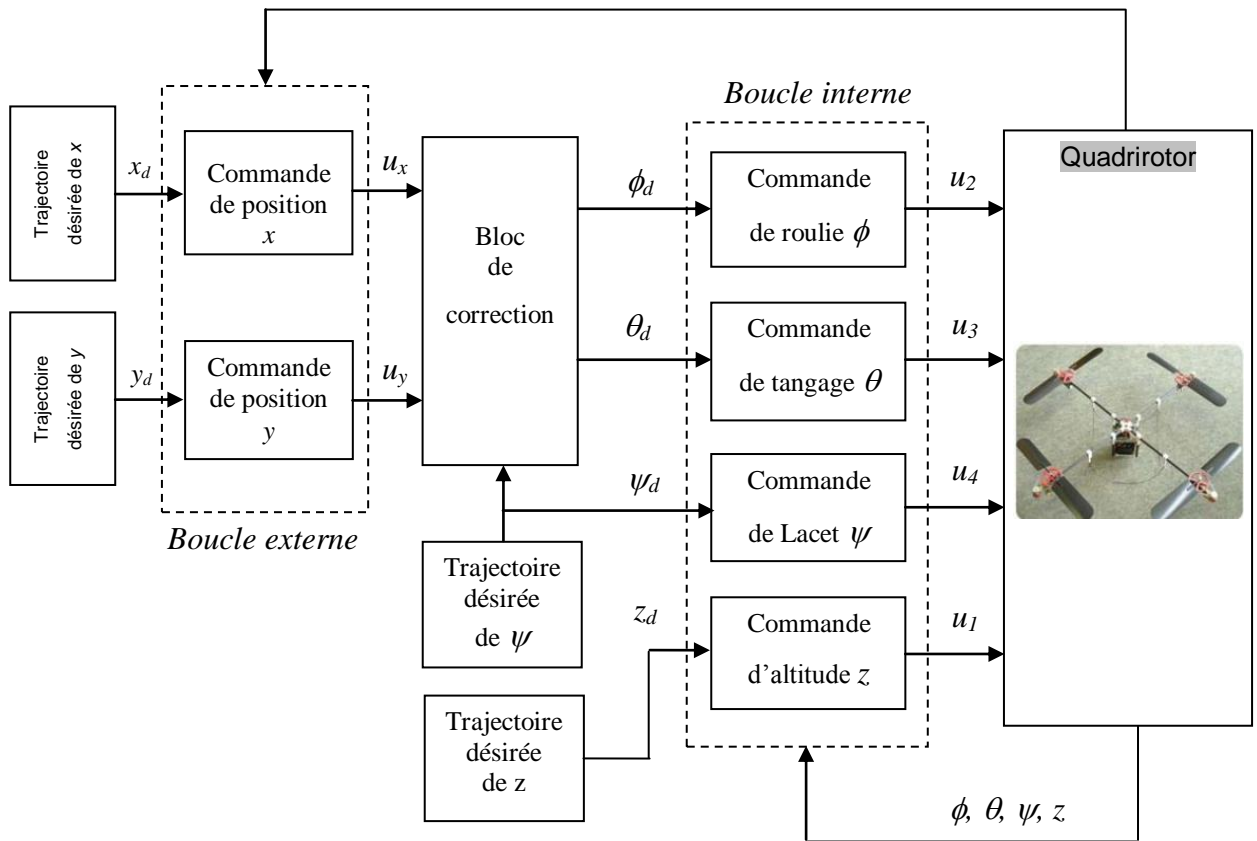


Fig. V.5 : Structure de commande du quadrirotor

Chaque hélice est montée directement sur le rotor d'un petit moteur à courant continu. Les équations simplifiées qui caractérisent le comportement dynamique et électrique des moteurs (supposés identiques) sont les suivantes :

$$\begin{cases} V_i = RI_i + L \frac{dI_i}{dt} + k_e \omega_i \\ \Gamma_i = k_m I_i = J_r \frac{d\omega_i}{dt} + C_s + k_r \omega_i^2 \end{cases} \quad (\text{V.34})$$

où :

V_i : tension qui alimente le rotor (alimentation du moteur),

ω_i : vitesse angulaire de l'hélice,

R : résistance interne du moteur,

L : inductance,

k_e : constante de couple électrique,

k_m : constante de couple mécanique,

C_s : coefficient de frottement,

J_r : inertie totale entraînée (moteur et charge),

Γ_i : couple électromagnétique,

k_r : couple de charge.

Les tensions qui alimentent les quatre rotors s'expriment par :

$$V_i = \frac{1}{\eta} (\dot{\omega}_i + \mu_0 \omega_i^2 + \mu_1 \omega_i + \mu_2) \quad ; \quad i=1, \dots, 4 \quad (\text{V.35})$$

tels que :

$$\mu_0 = \frac{k_r}{J_r}, \quad \mu_1 = \frac{k_e k_m}{J_r R}, \quad \mu_2 = \frac{C_s}{J_r}, \quad \eta = \frac{k_m}{J_r R}.$$

Ce qui donne la dynamique du rotor exprimée par :

$$\dot{\omega}_i = \eta V_i - \mu_0 \omega_i^2 - \mu_1 \omega_i - \mu_2 \quad ; \quad i=1, \dots, 4 \quad (\text{V.36})$$

V.3.2 Procédure backstepping d'un quadrirotor sans perturbations externes

En supposant que le système est non perturbé, le modèle (V.33) sera utilisé.

- **1^{ère} étape :**

Cette étape consiste à contrôler l'inclinaison ϕ . L'erreur est définie par l'expression :

$$z_1 = \phi - \phi_d = x_1 - x_{1d} \quad (\text{V.37})$$

La première fonction stabilisante peut s'écrire :

$$\alpha_1 = -c_1 z_1 \quad (\text{V.38})$$

Le choix de l'erreur z_2 suivant :

$$z_2 = x_2 - \alpha_1 - \dot{x}_{1d} \quad (\text{V.39})$$

permet de déduire les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 - c_1 z_1 \\ \dot{V}_1 &= z_1 z_2 - c_1 z_1^2 \end{aligned} \quad (\text{V.40})$$

- **2^{ème} étape :**

En se servant de la deuxième fonction de Lyapunov et de l'expression V.33, la première loi de commande est déduite :

$$u_2 = -\frac{1}{b_1} \left[z_1 + c_2 z_2 + a_1 x_4 x_6 + a_2 x_2^2 + a_3 \bar{\Omega}_r x_4 + c_1 (z_2 - c_1 z_1) - \ddot{x}_{1d} \right] \quad (\text{V.41})$$

- **3^{ème} étape :**

En conséquence, la dynamique de z_2 aura l'expression suivante :

$$\dot{z}_2 = -z_1 - c_2 z_2 \quad (\text{V.42})$$

Dans cette étape, la variable d'état θ sera contrôlée. L'erreur correspondante dans ce cas est définie par :

$$z_3 = \theta - \theta_d = x_3 - x_{3d} \quad (\text{V.43})$$

La deuxième fonction stabilisante est donnée par l'expression :

$$\alpha_2 = -c_3 z_3 \quad (\text{V.44})$$

En faisant le choix de l'erreur z_4 comme suit :

$$z_4 = x_4 - \alpha_2 - \dot{x}_{3d} \quad (\text{V.45})$$

les expressions suivantes seront déduites :

$$\begin{aligned} \dot{z}_3 &= z_4 - c_3 z_3 \\ \dot{V}_3 &= -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 - c_3 z_3^2 + z_3 z_4 \end{aligned} \quad (\text{V.46})$$

- **4^{ème} étape :**

Des deux équations V.45 et V.46, la dérivée de la quatrième fonction de Lyapunov peut être déduite :

$$\dot{V}_4 = -\sum_{i=1}^4 c_i z_i^2 + z_4 \left[z_3 + c_4 z_4 + a_4 x_2 x_6 + a_5 x_4^2 + a_6 \bar{\Omega}_r x_2 + b_2 u_3 - \dot{\alpha}_2 - \ddot{x}_{3d} \right] \quad (\text{V.47})$$

En utilisant (V.43) et (V.44), la dérivée de la deuxième fonction stabilisante s'écrit :

$$\dot{\alpha}_2 = -c_3 (z_4 - c_3 z_3) \quad (\text{V.48})$$

La deuxième loi de commande sera déduite à partir de (V.33), (V.47) et (V.48) :

$$u_3 = -\frac{1}{b_2} \left[z_3 + c_4 z_4 + a_4 x_2 x_6 + a_5 x_4^2 + a_6 \bar{\Omega}_r x_2 + c_3 (z_4 - c_3 z_3) - \ddot{x}_{3d} \right] \quad (\text{V.49})$$

On aura alors les expressions suivantes de la dynamique de l'erreur et de la dérivée de la fonction de Lyapunov :

$$\begin{aligned} \dot{z}_4 &= -z_3 - c_4 z_4 \\ \dot{V}_4 &= -\sum_{i=1}^4 c_i z_i^2 \end{aligned} \quad (\text{V.50})$$

• **5^{ème} étape :**

Dans ce qui suit, l'état ψ fera l'objet de la commande. On définit la cinquième dérivée de la fonction de Lyapunov :

$$\dot{V}_5 = -\sum_{i=1}^5 c_i z_i^2 + z_5 [c_5 z_5 + x_6 - \dot{x}_{5d}] \quad (\text{V.51})$$

Ce qui entraîne la déduction de la troisième fonction stabilisante :

$$\alpha_3 = -c_5 z_5 \quad (\text{V.52})$$

La dynamique de l'erreur et la dérivée de la fonction de Lyapunov auront les expressions :

$$\begin{aligned} \dot{z}_5 &= z_6 - c_5 z_5 \\ \dot{V}_5 &= -\sum_{i=1}^5 c_i z_i^2 + z_5 z_6 \end{aligned} \quad (\text{V.53})$$

• **6^{ème} étape :**

L'erreur z_6 étant définie par :

$$z_6 = x_6 - \alpha_3 - \dot{x}_{5d} \quad (\text{V.54})$$

À partir des équations V.33, V.52 et V.53, la dérivée de la fonction de Lyapunov peut s'écrire :

$$\dot{V}_6 = -\sum_{i=1}^6 c_i z_i^2 + z_6 [z_5 + c_6 z_6 + a_7 x_2 x_4 + a_8 x_6^2 + b_3 u_4 + c_5 (z_6 - c_5 z_5) - \ddot{x}_{5d}] \quad (\text{V.55})$$

La loi de commande sera déduite à partir de (V.55) :

$$u_4 = -\frac{1}{b_3} [z_5 + c_6 z_6 + a_7 x_2 x_4 + a_8 x_6^2 + c_5 (z_6 - c_5 z_5) - \ddot{x}_{5d}] \quad (\text{V.56})$$

La dynamique de l'erreur et la dérivée de la fonction de Lyapunov seront déduites comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{z}_6 &= -z_5 - c_6 z_6 \\ \dot{V}_6 &= -\sum_{i=1}^6 c_i z_i^2 \end{aligned} \quad (\text{V.57})$$

- **7^{ème} étape :**

Dans ce cas, on commande l'état x (translation) ; et la dérivée de la 7^{ème} fonction de Lyapunov peut s'écrire :

$$\dot{V}_7 = -\sum_{i=1}^7 c_i z_i^2 + z_7 [c_7 z_7 + x_8 - \dot{x}_{7d}] \quad (\text{V.58})$$

Ce qui permet d'avoir la quatrième fonction stabilisante :

$$\alpha_4 = -c_7 z_7 \quad (\text{V.59})$$

La dynamique de l'erreur et la dérivée de la fonction de Lyapunov auront les expressions :

$$\begin{aligned} \dot{z}_7 &= z_8 - c_7 z_7 \\ \dot{V}_7 &= -\sum_{i=1}^7 c_i z_i^2 + z_7 z_8 \end{aligned} \quad (\text{V.60})$$

- **8^{ème} étape :**

En utilisant les expressions (V.33), (V.59) et (V.60), la dérivée de la 8^{ème} fonction de Lyapunov s'écrit :

$$\dot{V}_8 = -\sum_{i=1}^8 c_i z_i^2 + z_8 \left[z_7 + c_8 z_8 + a_9 x_8 + \frac{1}{m} u_x u_1 + c_7 (z_8 - c_7 z_7) - \ddot{x}_{7d} \right] \quad (\text{V.61})$$

À la limite de la convergence, on peut déduire la loi de commande u_x suivante :

$$u_x = -\frac{m}{u_1} \left[z_7 + c_8 z_8 + a_9 x_8 + c_7 (z_8 - c_7 z_7) - \ddot{x}_{7d} \right] ; u_1 \neq 0 \quad (\text{V.62})$$

Par la suite, la dynamique de l'erreur et la dérivée de la fonction de Lyapunov auront les expressions :

$$\begin{aligned} \dot{z}_8 &= -z_7 - c_8 z_8 \\ \dot{V}_8 &= -\sum_{i=1}^8 c_i z_i^2 \end{aligned} \quad (\text{V.63})$$

- **9^{ème} étape :**

Afin de commander l'état y (translation), on définit l'erreur suivante :

$$z_9 = x_9 - x_{9d} \quad (\text{V.64})$$

Ensuite, la dérivée de la 9^{ème} fonction de Lyapunov est telle que :

$$\dot{V}_9 = -\sum_{i=1}^9 c_i z_i^2 + z_9 [c_9 z_9 + x_{10} + \dot{x}_{9d}] \quad (\text{V.65})$$

En tenant comptes des expressions suivantes :

$$\begin{aligned}\alpha_5 &= -c_9 z_9 \\ z_{10} &= x_{10} - \alpha_5 - \dot{x}_{9d}\end{aligned}\tag{V.66}$$

la dynamique de l'erreur et la dérivée de la fonction de Lyapunov peuvent s'écrire :

$$\begin{aligned}\dot{z}_9 &= z_{10} - c_9 z_9 \\ \dot{V}_9 &= -\sum_{i=1}^9 c_i z_i^2 + z_9 z_{10}\end{aligned}\tag{V.67}$$

• **10^{ème} étape :**

En utilisant (V.33) et (V.67), la dérivée de V_{10} s'écrit :

$$\dot{V}_{10} = -\sum_{i=1}^{10} c_i z_i^2 + z_{10} \left[z_9 + c_{10} z_{10} + a_{10} x_{10} + \frac{1}{m} u_y u_1 - \dot{\alpha}_5 - \ddot{x}_{9d} \right]\tag{V.68}$$

A partir de (V.66) et (V.68), on peut déduire la loi de commande u_y suivante :

$$u_y = -\frac{m}{u_1} \left[z_9 + c_{10} z_{10} + a_{10} x_{10} + c_9 (z_{10} - c_9 z_9) - \ddot{x}_{9d} \right] ; u_1 \neq 0\tag{V.69}$$

Le système atteint alors sa convergence et les expressions suivantes seront adoptées :

$$\begin{aligned}\dot{z}_{10} &= -z_9 - c_{10} z_{10} \\ \dot{V}_{10} &= -\sum_{i=1}^{10} c_i z_i^2\end{aligned}\tag{V.70}$$

• **11^{ème} étape :**

L'état z (translation) que nous allons commander dans cette étape, va nous permettre de choisir l'expression de l'erreur suivante :

$$z_{11} = x_{11} - x_{11d}\tag{V.71}$$

Ensuite, la dérivée de la 11^{ème} fonction de Lyapunov sera déduite en utilisant (V.33) et (V.71) :

$$\dot{V}_{11} = -\sum_{i=1}^{11} c_i z_i^2 + z_{11} [c_{11} z_{11} + x_{12} + \dot{x}_{11d}]\tag{V.72}$$

En faisant le choix des expressions suivantes :

$$\begin{aligned}\alpha_6 &= -c_{11} z_{11} \\ z_{12} &= x_{12} - \alpha_6 - \dot{x}_{11d}\end{aligned}\tag{V.73}$$

la dynamique de l'erreur et la dérivée de la fonction de Lyapunov sont :

$$\begin{aligned}\dot{z}_{11} &= z_{12} - c_{11} z_{11} \\ \dot{V}_{11} &= -\sum_{i=1}^{11} c_i z_i^2 + z_{11} z_{12}\end{aligned}\tag{V.74}$$

• **12^{ème} étape :**

En utilisant (V.33), (V.73) et (V.74), la dérivée de V_{12} s'écrit :

$$\dot{V}_{12} = -\sum_{i=1}^{12} c_i z_i^2 + z_{12} \left[z_{11} + c_{12} z_{12} + a_{11} x_{12} + \frac{\cos x_1 \cos x_3}{m} u_1 - g + c_{11} (z_{12} - c_{11} z_{11}) - \ddot{x}_{11d} \right] \quad (\text{V.75})$$

A partir de (V.73) et (V.75), on peut déduire la dernière loi de commande u_1 :

$$u_1 = -\frac{m}{\cos x_1 \cos x_3} \left[z_{11} + c_{12} z_{12} + a_{11} x_{12} - g + c_{11} (z_{12} - c_{11} z_{11}) - \ddot{x}_{11d} \right] \quad (\text{V.76})$$

Par raison de convergence, les expressions suivantes seront adoptées :

$$\begin{aligned} \dot{z}_{12} &= -z_{11} - c_{12} z_{12} \\ \dot{V}_{12} &= -\sum_{i=1}^{12} c_i z_i^2 \end{aligned} \quad (\text{V.77})$$

V.3.3 Commande backstepping d'un quadrirotor avec incertitudes

V.3.3.1 Modèle avec incertitudes

Dans le cas d'incertitudes sur le modèle, on suppose que les différents états sont quelque peu perturbés. Ces perturbations sont notées par d_i ($i=1\dots 12$) et sont supposées être bornées par h_i ($i=1\dots 12$).

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + d_1 \\ \dot{x}_2 &= a_1 x_4 x_6 + a_2 x_2^2 + a_3 \bar{\Omega}_r x_4 + b_1 u_2 + d_2 \\ \dot{x}_3 &= x_4 + d_3 \\ \dot{x}_4 &= a_4 x_2 x_6 + a_5 x_4^2 + a_6 \bar{\Omega}_r x_2 + b_2 u_3 + d_4 \\ \dot{x}_5 &= x_6 + d_5 \\ \dot{x}_6 &= a_7 x_2 x_4 + a_8 x_6^2 + b_3 u_4 + d_6 \\ \dot{x}_7 &= x_8 + d_7 \\ \dot{x}_8 &= a_9 x_8 + \frac{1}{m} u_x u_1 + d_8 \\ \dot{x}_9 &= x_{10} + d_9 \\ \dot{x}_{10} &= a_{10} x_{10} + \frac{1}{m} u_y u_1 + d_{10} \\ \dot{x}_{11} &= x_{12} + d_{11} \\ \dot{x}_{12} &= a_{11} x_{12} - g + \frac{\cos x_1 \cos x_3}{m} u_1 + d_{12} \end{aligned} \right. \quad (\text{V.78})$$

En faisant un choix des fonctions non linéaires qui se trouvent dans le modèle (V.78), on peut avoir la structure suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 + d_1 \\ \dot{x}_2 = \rho_2^T \theta_2 + b_1 u_2 + d_2 \\ \dot{x}_3 = x_4 + d_3 \\ \dot{x}_4 = \rho_4^T \theta_4 + b_2 u_3 + d_4 \\ \dot{x}_5 = x_6 + d_5 \\ \dot{x}_6 = \rho_6^T \theta_6 + b_3 u_4 + d_6 \\ \dot{x}_7 = x_8 + d_7 \\ \dot{x}_8 = \rho_8 \theta_8 + b_4 u_x u_1 + d_8 \\ \dot{x}_9 = x_{10} + d_9 \\ \dot{x}_{10} = \rho_{10} \theta_{10} + b_5 u_y u_1 + d_{10} \\ \dot{x}_{11} = x_{12} + d_{11} \\ \dot{x}_{12} = \rho_{12} \theta_{12} + f(x_1, x_3) u_1 - g + d_{12} \end{array} \right. \quad (\text{V.79})$$

où :

$$\begin{aligned} \rho_2^T &= [x_4 x_6 \quad x_2^2 \quad \bar{\Omega}_r x_4] ; \rho_4^T = [x_2 x_6 \quad x_4^2 \quad \bar{\Omega}_r x_2] ; \rho_6^T = [x_2 x_4 \quad x_6^2] ; \rho_8 = x_8 ; \rho_{10} = x_{10} ; \\ \rho_{12} &= x_{12} ; \theta_2^T = [a_1 \quad a_2 \quad a_3] ; \theta_4^T = [a_4 \quad a_5 \quad a_6] ; \theta_6^T = [a_7 \quad a_8] ; \theta_8 = a_9 ; \theta_{10} = a_{10} ; \theta_{12} = a_{11} ; \\ b_1 &= \frac{l}{I_x} ; b_2 = \frac{l}{I_y} ; b_3 = \frac{1}{I_z} ; b_5 = b_4 = 1/m ; f(x_1, x_3) = \frac{\cos x_1 \cos x_3}{m} ; |d_i| \leq h_i \quad (i=1, \dots, 12) \end{aligned}$$

V.3.3.2 Procédures de commande

- **1^{ère} étape :**

Cette étape consiste à commander l'état ϕ . Dans ce cas, l'erreur définie par (V.37) nous permet d'avoir la première dérivée de la fonction de Lyapunov suivante :

$$\dot{V}_1 = -c_1 z_1^2 + z_1 (c_1 z_1 + x_2 + d_1 - \dot{x}_{1d}) \quad (\text{V.80})$$

La première fonction stabilisante est donnée par l'expression :

$$\alpha_1 = -c_1 z_1 - h_1 \quad (\text{V.81})$$

Ainsi, on pourra déduire les écritures suivantes :

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 - c_1 z_1 - (d_1 - h_1) \\ \dot{V}_1 &= z_1 z_2 - c_1 z_1^2 + z_1 (d_1 - h_1) \end{aligned} \quad (\text{V.82})$$

- **2ème étape :**

La dérivée de la deuxième fonction de Lyapunov est donnée par :

$$\dot{V}_{21} = \dot{V}_1 + z_2 (\dot{x}_2 - \dot{\alpha}_1 - \ddot{x}_{1d}) \quad (\text{V.83})$$

On peut trouver facilement la dérivée de α_1 :

$$\dot{\alpha}_1 = -c_1 (z_2 - c_1 z_1) - c_1 (d_1 - h_1) \quad (\text{V.84})$$

Afin d'estimer les deux paramètres θ_2 et b_1 , on définit la fonction suivante :

$$\dot{V}_{22} = \dot{V}_{21} - \tilde{\theta}_2^T \Gamma_2^{-1} \dot{\hat{\theta}}_2 - \frac{1}{\gamma_1} \tilde{b}_1 \dot{\hat{b}}_1 \quad (\text{V.85})$$

A partir de (V.79), (V.83), (V.84) et (V.85), la première loi de commande sera déduite :

$$u_2 = -\frac{1}{\tilde{b}_1} \left[z_1 + c_2 z_2 + \rho_2^T \hat{\theta}_2 + h_2 + c_1 (z_2 - c_1 z_1) - \ddot{x}_{1d} \right] \quad (\text{V.86})$$

Ce qui va permettre d'obtenir les lois de mise à jour suivantes :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\theta}}_2 &= z_2 \Gamma_2 \rho_2 \\ \dot{\hat{b}}_1 &= \gamma_1 z_2 u_2 \end{aligned} \quad (\text{V.87})$$

où Γ_2 est une matrice diagonale à valeurs λ_i ($i=1,2,3$) positives. On peut déduire alors :

$$\begin{cases} \dot{\hat{a}}_1 = \lambda_1 z_2 x_4 x_6 \\ \dot{\hat{a}}_2 = \lambda_2 z_2 x_2^2 \\ \dot{\hat{a}}_3 = \lambda_3 z_2 \bar{\Omega}_r x_4 \end{cases} \quad (\text{V.88})$$

Afin d'atteindre la stabilité et la convergence du système, les expressions suivantes seront adoptées :

$$\begin{aligned} \dot{z}_2 &= -z_1 - c_2 z_2 + (d_2 - h_2) + c_1 (d_1 - h_1) + \rho_2^T \tilde{\theta}_2 + \tilde{b}_1 u_2 \\ \dot{V}_{22} &= -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + (z_1 + c_1 z_2)(d_1 - h_1) + z_2 (d_2 - h_2) \end{aligned} \quad (\text{V.89})$$

- **3ème étape :**

L'état θ est commandé dans ce cas. Sachant que l'erreur correspondante est définie par l'équation (V.43), la deuxième fonction stabilisante choisie est décrite par l'expression suivante :

$$\alpha_3 = -c_3 z_3 - h_3 \quad (\text{V.90})$$

Dans ce cas, on peut déduire les expressions :

$$\begin{aligned}\dot{z}_3 &= z_4 - c_3 z_3 + (d_3 - h_3) \\ \dot{V}_3 &= -\sum_{i=1}^3 c_i z_i^2 + z_3 z_4 + (z_1 + c_1 z_2)(d_1 - h_1) + z_2(d_2 - h_2) + z_3(d_3 - h_3)\end{aligned}\quad (\text{V.91})$$

• **4^{ème} étape :**

Après le développement de la dérivée de α_3 , on aboutit à l'expression suivante :

$$\dot{\alpha}_3 = -c_3(z_4 - c_3 z_3) - c_3(d_3 - h_3)\quad (\text{V.92})$$

Ce qui va permettre d'écrire :

$$\begin{aligned}\dot{V}_{41} &= \dot{V}_3 + z_4 \dot{z}_4 \\ &= -\sum_{i=1}^4 c_i z_i^2 + z_4 \left[z_3 + c_4 z_4 + \rho_4^T \hat{\theta}_4 + \hat{b}_2 u_3 + d_4 + c_3(z_4 - c_3 z_3) + c_3(d_3 - h_3) - \ddot{x}_{3d} \right] \\ &\quad + z_4 \rho_4^T \tilde{\theta}_4 + z_4 \tilde{b}_2 u_3 + (z_1 + c_1 z_2)(d_1 - h_1) + z_2(d_2 - h_2) + z_3(d_3 - h_3)\end{aligned}\quad (\text{V.93})$$

L'estimation des deux paramètres θ_4 et b_2 va débiter par la définition de la fonction suivante :

$$\dot{V}_{42} = \dot{V}_{41} - \tilde{\theta}_4^T \Gamma_4^{-1} \dot{\hat{\theta}}_4 - \frac{1}{\gamma_2} \tilde{b}_2 \dot{\hat{b}}_2\quad (\text{V.94})$$

En utilisant (V.93) et (V.94), on déduit la loi de commande u_3 suivante :

$$u_3 = -\frac{1}{\hat{b}_2} \left[z_3 + c_4 z_4 + \rho_4^T \hat{\theta}_4 + h_4 + c_3(z_4 - c_3 z_3) - \ddot{x}_{3d} \right]\quad (\text{V.95})$$

et les lois de mise à jour correspondantes :

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\theta}}_4 &= z_4 \Gamma_4 \rho_4 \\ \dot{\hat{b}}_2 &= \gamma_2 z_4 u_3\end{aligned}\quad (\text{V.96})$$

où Γ_4 est une matrice diagonale à valeurs λ_i ($i=4,5,6$) positives. On peut déduire :

$$\begin{cases} \dot{\hat{a}}_4 = \lambda_4 z_4 x_2 x_6 \\ \dot{\hat{a}}_5 = \lambda_5 z_4 x_4^2 \\ \dot{\hat{a}}_6 = \lambda_6 z_4 \bar{\Omega}_r x_2 \end{cases}\quad (\text{V.97})$$

On obtient alors les expressions de la dynamique de l'erreur et de la dérivée de la fonction de Lyapunov suivantes :

$$\begin{aligned} \dot{z}_4 &= -z_4 - c_4 z_4 + (d_4 - h_4) + c_3 (d_3 - h_3) + \rho_4^T \tilde{\theta}_4 + \tilde{b}_2 u_3 \\ \dot{V}_{42} &= -\sum_{i=1}^4 c_i z_i^2 + (z_1 + c_1 z_2)(d_1 - h_1) + z_2 (d_2 - h_2) + (z_3 + c_3 z_4)(d_3 - h_3) + z_4 (d_4 - h_4) \end{aligned} \quad (\text{V.98})$$

• **5^{ème} étape :**

Le contrôle de l'état ψ permet de définir l'expression suivante :

$$\begin{aligned} \dot{V}_5 &= \dot{V}_{42} + z_5 \dot{z}_5 \\ &= -\sum_{i=1}^5 c_i z_i^2 + z_5 [c_5 z_5 + x_6 + d_5 - \dot{x}_{5d}] \\ &\quad + (z_1 + c_1 z_2)(d_1 - h_1) + z_2 (d_2 - h_2) + (z_3 + c_3 z_4)(d_3 - h_3) + z_4 (d_4 - h_4) \end{aligned} \quad (\text{V.99})$$

Le choix de la fonction stabilisante α_5 est alors le suivant :

$$\alpha_5 = -c_5 z_5 - h_5 \quad (\text{V.100})$$

Avec la définition de l'erreur donnée par l'expression :

$$z_6 = x_6 - \alpha_5 - \dot{x}_{5d} \quad (\text{V.101})$$

on peut déduire la dynamique de z_5

$$\dot{z}_5 = z_6 - c_5 z_5 + (d_5 - h_5) \quad (\text{V.102})$$

et la dérivée de la cinquième fonction de Lyapunov :

$$\begin{aligned} \dot{V}_5 &= -\sum_{i=1}^5 c_i z_i^2 + z_5 z_6 \\ &\quad + (z_1 + c_1 z_2)(d_1 - h_1) + z_2 (d_2 - h_2) + (z_3 + c_3 z_4)(d_3 - h_3) + z_4 (d_4 - h_4) + z_5 (d_5 - h_5) \end{aligned} \quad (\text{V.103})$$

• **6^{ème} étape :**

En utilisant (V.79) et (V.101), la dérivée de la fonction de Lyapunov peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \dot{V}_{61} &= \dot{V}_5 + z_6 \dot{z}_6 \\ &= \dot{V}_5 - c_6 z_6^2 + z_6 [c_6 z_6 + \rho_6^T \hat{\theta}_6 + \hat{b}_3 u_4 + d_6 - \dot{\alpha}_5 - \ddot{x}_{5d}] + z_6 \rho_6^T \tilde{\theta}_6 + z_6 \tilde{b}_3 u_4 \end{aligned} \quad (\text{V.104})$$

Le développement de la dérivée de l'expression (V.100) nous permet d'écrire :

$$\dot{\alpha}_5 = -c_5 (z_6 - c_5 z_5) - c_5 (d_5 - h_5) \quad (\text{V.105})$$

L'estimation des paramètres θ_6 et b_3 conduit à la définition suivante :

$$\dot{V}_{62} = \dot{V}_{61} - \tilde{\theta}_6^T \Gamma_6^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_6 - \frac{1}{\gamma_3} \tilde{b}_3 \dot{\tilde{b}}_3 \quad (\text{V.106})$$

En utilisant (V.104),(V.105) et (V.106), on aura la loi de commande u_4 déduite suivante :

$$u_4 = -\frac{1}{\hat{b}_3} \left[z_5 + c_6 z_6 + \rho_6^T \hat{\theta}_6 + h_6 + c_5 (z_6 - c_5 z_5) - \ddot{x}_{5d} \right] \quad (\text{V.107})$$

Dans ce cas, les lois de mise à jour s'écrivent :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\theta}}_6 &= z_6 \Gamma_6 \rho_6 \\ \dot{\hat{b}}_3 &= \gamma_3 z_6 u_4 \end{aligned} \quad (\text{V.108})$$

où Γ_6 est une matrice diagonale à valeurs λ_i ($i=7,8$) positives. On peut déduire :

$$\begin{cases} \dot{\hat{a}}_7 = \lambda_7 z_6 x_2 x_4 \\ \dot{\hat{a}}_8 = \lambda_8 z_6 x_6^2 \end{cases} \quad (\text{V.109})$$

Les expressions de la dynamique de l'erreur et la dérivée de la fonction de Lyapunov déduites sont :

$$\begin{aligned} \dot{z}_6 &= -z_5 - c_6 z_6 + (d_6 - h_6) + c_5 (d_5 - h_5) + \rho_6^T \tilde{\theta}_6 + \tilde{b}_3 u_4 \\ \dot{V}_{62} &= -\sum_{i=1}^6 c_i z_i^2 + (z_1 + c_1 z_2)(d_1 - h_1) + z_2 (d_2 - h_2) + (z_3 + c_3 z_4)(d_3 - h_3) \\ &\quad + z_4 (d_4 - h_4) + (z_5 + c_5 z_6)(d_5 - h_5) + z_6 (d_6 - h_6) \end{aligned} \quad (\text{V.110})$$

• **7^{ème} étape :**

L'état x sera commandé. L'expression suivante est alors adoptée :

$$\begin{aligned} \dot{V}_7 &= \dot{V}_{62} + z_7 \dot{z}_7 \\ &= -\sum_{i=1}^7 c_i z_i^2 + z_7 [c_7 z_7 + x_8 + d_7 - \dot{x}_{7d}] \\ &\quad + (z_1 + c_1 z_2)(d_1 - h_1) + z_2 (d_2 - h_2) + (z_3 + c_3 z_4)(d_3 - h_3) \\ &\quad + z_4 (d_4 - h_4) + (z_5 + c_5 z_6)(d_5 - h_5) + z_6 (d_6 - h_6) \end{aligned} \quad (\text{V.111})$$

Le choix de α_7 peut s'écrire :

$$\alpha_7 = -c_7 z_7 - h_7 \quad (\text{V.112})$$

L'erreur étant définie par :

$$z_8 = x_8 - \alpha_7 - \dot{x}_{7d} \quad (\text{V.113})$$

On peut déduire la dynamique de z_7 :

$$\dot{z}_7 = z_8 - c_7 z_7 + (d_7 - h_7) \quad (\text{V.114})$$

et la dérivée de la fonction de Lyapunov :

$$\begin{aligned} \dot{V}_7 = & -\sum_{i=1}^7 c_i z_i^2 + z_7 z_8 \\ & + (z_1 + c_1 z_2)(d_1 - h_1) + z_2 (d_2 - h_2) + (z_3 + c_3 z_4)(d_3 - h_3) + z_4 (d_4 - h_4) \\ & + (z_5 + c_5 z_6)(d_5 - h_5) + z_6 (d_6 - h_6) + z_7 (d_7 - h_7) \end{aligned} \quad (\text{V.115})$$

• **8^{ème} étape :**

En utilisant (V.79) et (V.115), la dérivée de la fonction de Lyapunov peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \dot{V}_{81} = & \dot{V}_7 + z_8 \dot{z}_8 \\ = & \dot{V}_7 + z_8 [\dot{x}_8 - \dot{\alpha}_7 - \ddot{x}_{7d}] \end{aligned} \quad (\text{V.116})$$

Le développement de la dérivée de (V.112) s'écrit :

$$\dot{\alpha}_7 = -c_7 (z_8 - c_7 z_7) - c_7 (d_7 - h_7) \quad (\text{V.117})$$

Pour estimer les paramètres θ_8 et b_4 , on définit la fonction suivante :

$$\dot{V}_{82} = \dot{V}_{81} - \frac{1}{\lambda_9} \tilde{\theta}_8 \dot{\theta}_8 - \frac{1}{\gamma_4} \tilde{b}_4 \dot{b}_4 \quad (\text{V.118})$$

A partir des équations (V.116),(V.117) et (V.118), on aura la loi de commande u_x suivante :

$$u_x = -\frac{1}{u_1 \hat{b}_4} \left[z_7 + c_8 z_8 + \rho_8 \hat{\theta}_8 + h_8 + c_7 (z_8 - c_7 z_7) - \ddot{x}_{7d} \right] \quad (\text{V.119})$$

et les lois de mise à jour sont telles que :

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_8 &= \lambda_9 z_8 \rho_8 \\ \dot{b}_4 &= \gamma_4 z_8 u_x u_1 \end{aligned} \quad (\text{V.120})$$

Par la suite, on peut avoir :

$$\dot{a}_9 = \lambda_9 z_8 x_8 \quad (\text{V.121})$$

La dynamique de l'erreur et la dérivée de la fonction de Lyapunov auront les expressions :

$$\begin{aligned} \dot{z}_8 = & -z_7 - c_8 z_8 + (d_8 - h_8) + c_7 (d_7 - h_7) + \rho_8 \tilde{\theta}_8 + \tilde{b}_4 u_x u_1 \\ \dot{V}_{82} = & -\sum_{i=1}^8 c_i z_i^2 + (z_1 + c_1 z_2)(d_1 - h_1) + z_2 (d_2 - h_2) + (z_3 + c_3 z_4)(d_3 - h_3) \\ & + z_4 (d_4 - h_4) + (z_5 + c_5 z_6)(d_5 - h_5) + z_6 (d_6 - h_6) \\ & + (z_7 + c_7 z_8)(d_7 - h_7) + z_8 (d_8 - h_8) \end{aligned} \quad (\text{V.122})$$

- **9^{ème} étape :**

L'état y sera contrôlé. La définition de la dérivée de la 9^{ème} fonction de Lyapunov est la suivante :

$$\dot{V}_9 = \dot{V}_{82} - c_9 z_9^2 + z_9 [x_{10} + c_9 z_9 + d_9 - \dot{x}_{9d}] \quad (\text{V.123})$$

Le choix de α_9 peut s'écrire :

$$\alpha_9 = -c_9 z_9 - h_9 \quad (\text{V.124})$$

L'erreur étant définie par :

$$z_{10} = x_{10} - \alpha_9 - \dot{x}_{9d} \quad (\text{V.125})$$

On peut déduire la dynamique de z_9 :

$$\dot{z}_9 = z_{10} - c_9 z_9 + (d_9 - h_9) \quad (\text{V.126})$$

et la dérivée de la fonction de Lyapunov :

$$\begin{aligned} \dot{V}_9 = & -\sum_{i=1}^9 c_i z_i^2 + z_9 z_{10} \\ & + (z_1 + c_1 z_2)(d_1 - h_1) + z_2 (d_2 - h_2) + (z_3 + c_3 z_4)(d_3 - h_3) \\ & + z_4 (d_4 - h_4) + (z_5 + c_5 z_6)(d_5 - h_5) + z_6 (d_6 - h_6) \\ & + (z_7 + c_7 z_8)(d_7 - h_7) + z_8 (d_8 - h_8) + z_9 (d_9 - h_9) \end{aligned} \quad (\text{V.127})$$

- **10^{ème} étape :**

En utilisant (V.79) et (V.127), la dérivée de la fonction de Lyapunov peut s'écrire :

$$\dot{V}_{101} = \dot{V}_9 + z_{10} [\dot{x}_{10} - \dot{\alpha}_9 - \ddot{x}_{9d}] \quad (\text{V.128})$$

Le développement de la dérivée de (V.124) s'écrit :

$$\dot{\alpha}_9 = -c_9 (z_{10} - c_9 z_9) - c_9 (d_9 - h_9) \quad (\text{V.129})$$

Pour estimer les paramètres θ_{10} et b_5 , on définit la fonction suivante :

$$\dot{V}_{102} = \dot{V}_{101} - \frac{1}{\lambda_{10}} \tilde{\theta}_{10} \dot{\hat{\theta}}_{10} - \frac{1}{\gamma_5} \tilde{b}_5 \dot{\hat{b}}_5 \quad (\text{V.130})$$

A partir des équations (V.128), (V.129) et (V.130), on aura la loi de commande u_y :

$$u_y = -\frac{1}{u_1 \hat{b}_5} \left[z_9 + c_{10} z_{10} + \rho_{10} \hat{\theta}_{10} + h_{10} + c_9 (z_{10} - c_9 z_9) - \ddot{x}_{9d} \right] \quad (\text{V.131})$$

et les lois de mise à jour :

$$\begin{aligned}\dot{\theta}_{10} &= \lambda_{10} z_{10} \rho_{10} \\ \dot{b}_5 &= \gamma_5 z_{10} u_y u_1\end{aligned}\tag{V.132}$$

Par la suite, on peut avoir :

$$\dot{a}_{10} = \lambda_{10} z_{10} x_{10}\tag{V.133}$$

La dynamique de l'erreur et la dérivée de la fonction de Lyapunov auront les expressions :

$$\begin{aligned}\dot{z}_{10} &= -z_9 - c_{10} z_{10} + (d_{10} - h_{10}) + c_9 (d_9 - h_9) + \rho_{10} \tilde{\theta}_{10} + \tilde{b}_5 u_y u_1 \\ \dot{V}_{102} &= -\sum_{i=1}^{10} c_i z_i^2 + (z_1 + c_1 z_2)(d_1 - h_1) + z_2 (d_2 - h_2) + (z_3 + c_3 z_4)(d_3 - h_3) + z_4 (d_4 - h_4) \\ &\quad + (z_5 + c_5 z_6)(d_5 - h_5) + z_6 (d_6 - h_6) + (z_7 + c_7 z_8)(d_7 - h_7) + z_8 (d_8 - h_8) \\ &\quad + (z_9 + c_9 z_{10})(d_9 - h_9) + z_{10} (d_{10} - h_{10})\end{aligned}\tag{V.134}$$

• **11^{ème} étape :**

Le contrôlé de z permet de définir l'expression suivante :

$$\dot{V}_{11} = \dot{V}_{102} - c_{11} z_{11}^2 + z_{11} [x_{12} + c_{11} z_{11} + d_{11} - \dot{x}_{11d}]\tag{V.135}$$

Le choix de α_{11} peut s'écrire :

$$\alpha_{11} = -c_{11} z_{11} - h_{11}\tag{V.136}$$

L'erreur étant définie par :

$$z_{12} = x_{12} - \alpha_{11} - \dot{x}_{11d}\tag{V.137}$$

On peut déduire la dynamique de z_{11} :

$$\dot{z}_{11} = z_{12} - c_{11} z_{11} + (d_{11} - h_{11})\tag{V.138}$$

et la dérivée de la fonction de Lyapunov :

$$\begin{aligned}\dot{V}_{11} &= -\sum_{i=1}^{11} c_i z_i^2 + z_{11} z_{12} \\ &\quad + (z_1 + c_1 z_2)(d_1 - h_1) + z_2 (d_2 - h_2) + (z_3 + c_3 z_4)(d_3 - h_3) + z_4 (d_4 - h_4) \\ &\quad + (z_5 + c_5 z_6)(d_5 - h_5) + z_6 (d_6 - h_6) + (z_7 + c_7 z_8)(d_7 - h_7) + z_8 (d_8 - h_8) \\ &\quad + (z_9 + c_9 z_{10})(d_9 - h_9) + z_{10} (d_{10} - h_{10}) + z_{11} (d_{11} - h_{11})\end{aligned}\tag{V.139}$$

• **12ème étape :**

En utilisant (V.79) et (V.139), la dérivée de la fonction de Lyapunov peut s'écrire :

$$\dot{V}_{121} = \dot{V}_{11} + z_{12} [\dot{x}_{12} - \dot{\alpha}_{11} - \ddot{x}_{11d}] \quad (\text{V.140})$$

Le développement de la dérivée de (V.136) s'écrit:

$$\dot{\alpha}_{11} = -c_{11} (z_{12} - c_{11} z_{11}) - c_{11} (d_{11} - h_{11}) \quad (\text{V.141})$$

Pour estimer le paramètre θ_{12} , on définit la fonction suivante :

$$\dot{V}_{122} = \dot{V}_{121} - \frac{1}{\lambda_{12}} \tilde{\theta}_{12} \dot{\theta}_{12} \quad (\text{V.142})$$

A partir des équations (V.140), (V.141) et (V.142), on aura la loi de commande u_1 :

$$u_1 = -\frac{1}{f(x_1, x_3)} \left[z_{11} + c_{12} z_{12} + \rho_{12} \hat{\theta}_{12} - g + h_{12} + c_{11} (z_{12} - c_{11} z_{11}) - \ddot{x}_{11d} \right] \quad (\text{V.143})$$

et la loi de mise à jour :

$$\dot{\theta}_{12} = \lambda_{12} z_{12} \rho_{12} \quad (\text{V.144})$$

Par la suite, on peut avoir :

$$\dot{d}_{11} = \lambda_{12} z_{12} x_{12} \quad (\text{V.145})$$

La dynamique de l'erreur et la dérivée de la fonction de Lyapunov auront les expressions :

$$\begin{aligned} \dot{z}_{12} &= -z_{11} - c_{12} z_{12} + (d_{12} - h_{12}) + c_{11} (d_{11} - h_{11}) + \rho_{12} \tilde{\theta}_{12} \\ \dot{V}_{122} &= -\sum_{i=1}^{12} c_i z_i^2 + (z_1 + c_1 z_2)(d_1 - h_1) + z_2 (d_2 - h_2) + (z_3 + c_3 z_4)(d_3 - h_3) + z_4 (d_4 - h_4) \\ &\quad + (z_5 + c_5 z_6)(d_5 - h_5) + z_6 (d_6 - h_6) + (z_7 + c_7 z_8)(d_7 - h_7) + z_8 (d_8 - h_8) \\ &\quad + (z_9 + c_9 z_{10})(d_9 - h_9) + z_{10} (d_{10} - h_{10}) + (z_{11} + c_{11} z_{12})(d_{11} - h_{11}) + z_{12} (d_{12} - h_{12}) \end{aligned} \quad (\text{V.146})$$

V. 4 Résultats de simulation

L'objectif est de ramener le quadrirotor vers une position désirée (les consignes $\phi_d, \theta_d, \psi_d, x_d, y_d, z_d$) et de tester l'approche considérée. Les paramètres du modèle du quadrirotor à commander sont présentés dans le tableau suivant :

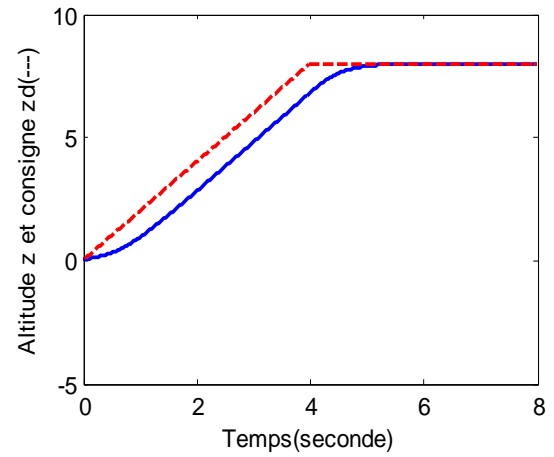
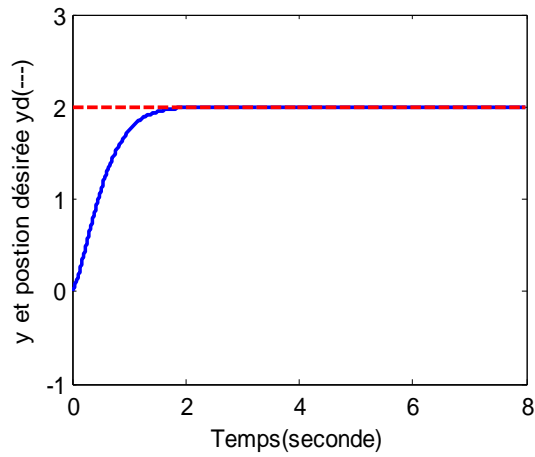
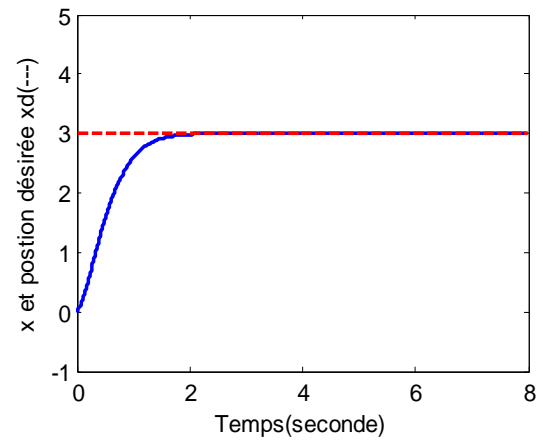
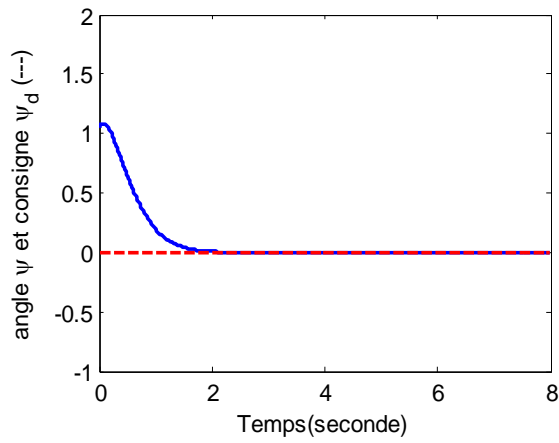
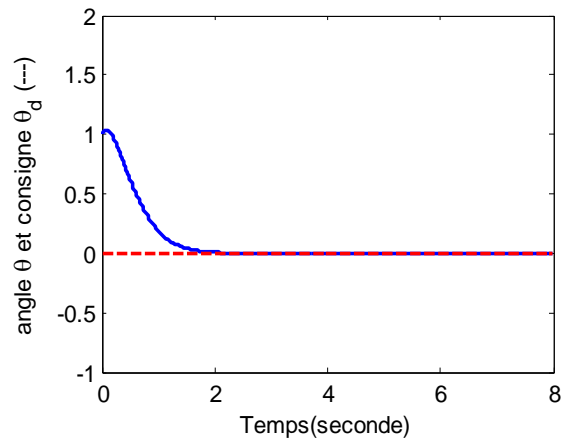
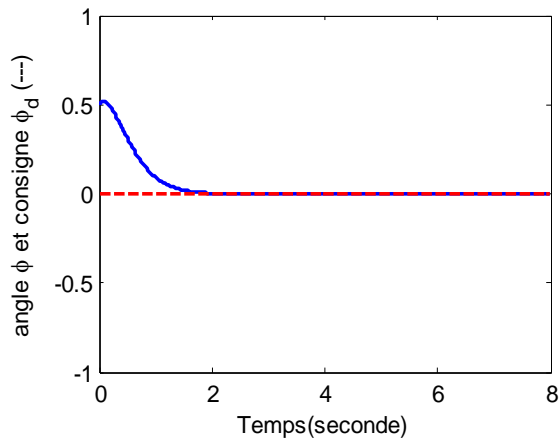
Paramètre	Valeur	Paramètre	Valeur
m	0,486 kg	K_{fay}	$5,5670.10^{-4}$ N/rad/s
g	9,806 m/s^2	K_{faz}	$6,3540.10^{-4}$ N/rad/s
l	0,25 m	K_{fzx}	0,0320 N/m/s
b	$2,9842.10^{-5}$ N/rad/s	K_{fyz}	0,0320 N/m/s
d	$3,2320.10^{-7}$ Nm/rad/s	K_{fz}	0,0480 N/m/s
J_r	$2,8385.10^{-5}$ kg.m ²	μ_0	0,0122
I_x	$3,8278.10^{-3}$ kg.m ²	μ_1	6,0612
I_y	$3,8278.10^{-3}$ kg.m ²	μ_2	189,63
I_z	$7,1345.10^{-3}$ kg.m ²	η	280,19
K_{fax}	$5,5670.10^{-4}$ N/rad/s	V_i	12 v

Tableau V.1 : Paramètres utilisés pour le modèle du quadrirotor

V.4.1 Commande backstepping non adaptative (sans perturbations)

Les figures qui suivent sont dédiées à des simulations de la commande backstepping non adaptative dans le cas où le procédé considéré est non perturbé. Le quadrirotor est supposé suivre des consignes de tangage, de roulis et de lacet θ, ϕ et ψ nulles. Aussi, des translations selon les trois axes X_b, Y_b , et Z_b ont été opérées respectivement à des positions désirées $x=3$ m, $y=2$ m et $z=8$ m.

Les commandes conséquentes sont explicitées sur les figures qui suivent. Leurs valeurs sont très convenables par rapport à la dynamique envisagée et la structure physique.



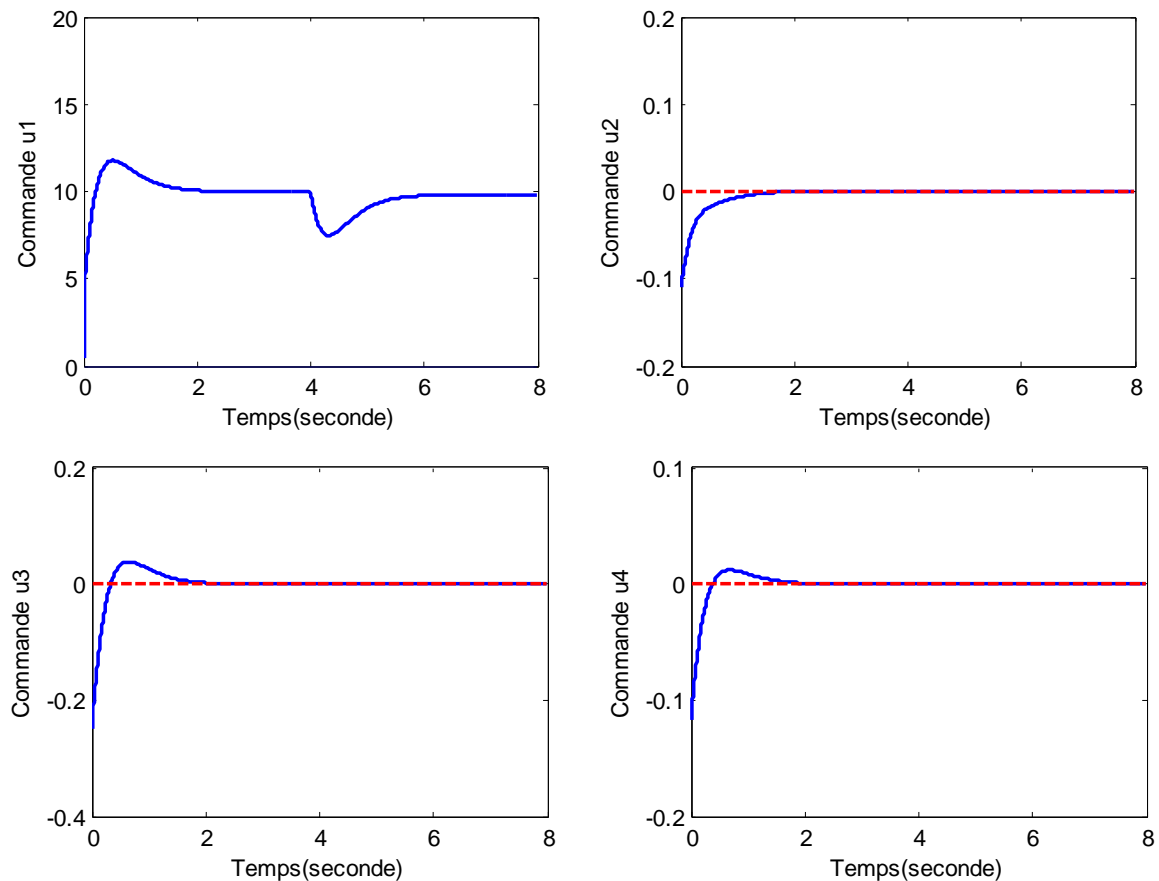


Fig.V.6 : Commande backstepping non adaptative du quadrirotor

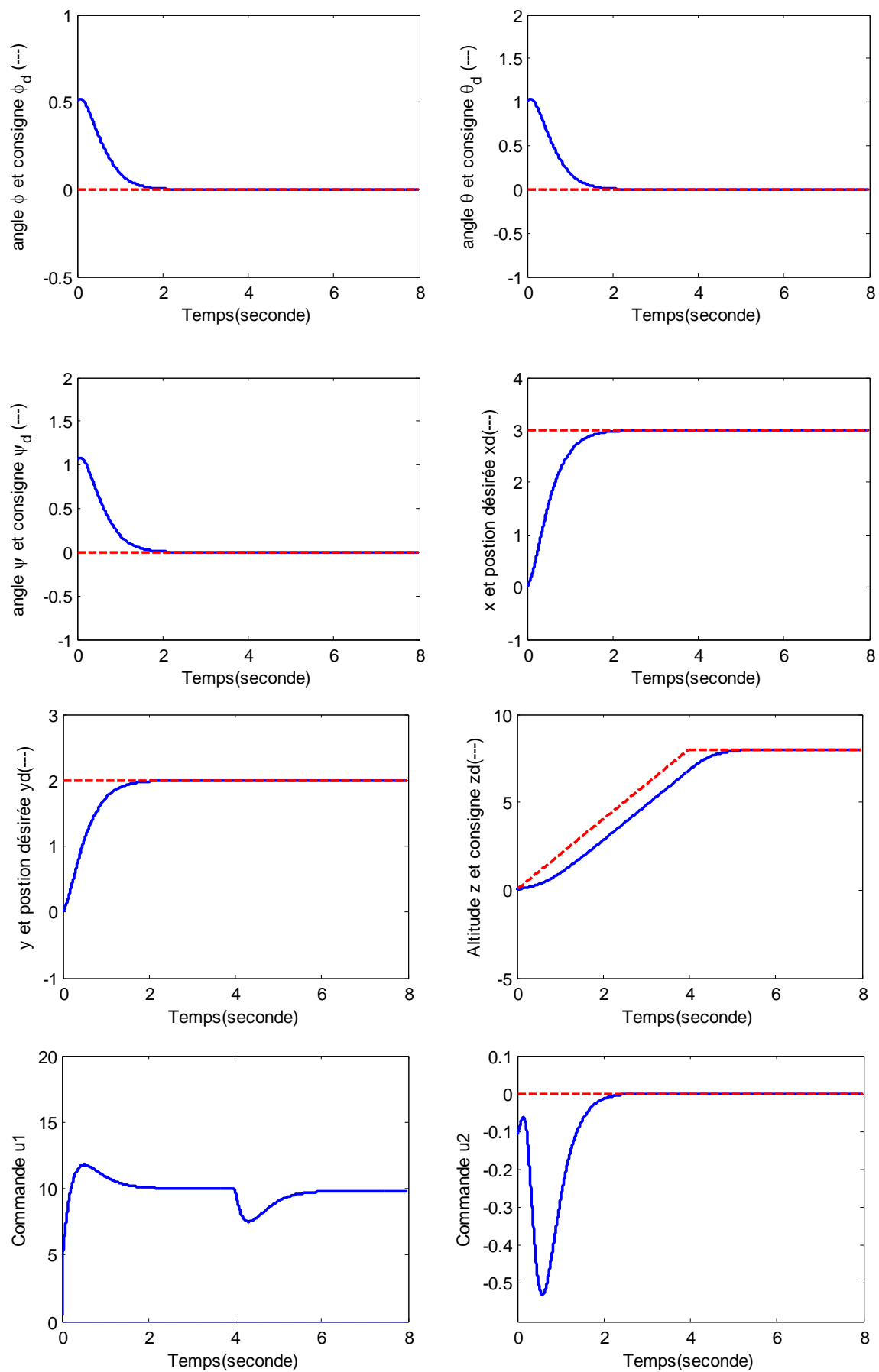
V.4.2 Commande backstepping adaptative (sans perturbations)

Les simulations développées dans ce qui suit concernent le cas adaptatif. Le modèle considéré est supposé non affecté de perturbations.

Par souci de simplicité, les consignes des inclinaisons de tangage, de roulis et de lacet sont considérées nulles. Par contre, nous avons opté pour un déplacement cartésien $(x, y, z) = (3, 2, 8)$ [m]. Les résultats à cet égard sont très adéquats.

Les différentes commandes s'en trouvent un peu chahutées à cause de l'estimation des nombreux paramètres supposés inconnus du système.

Aussi, les quatre dernières figures de cette simulation montrent clairement les estimations des différents paramètres b_1, b_2, b_3 et b_4 . Les convergences sont atteintes d'une manière acceptable.



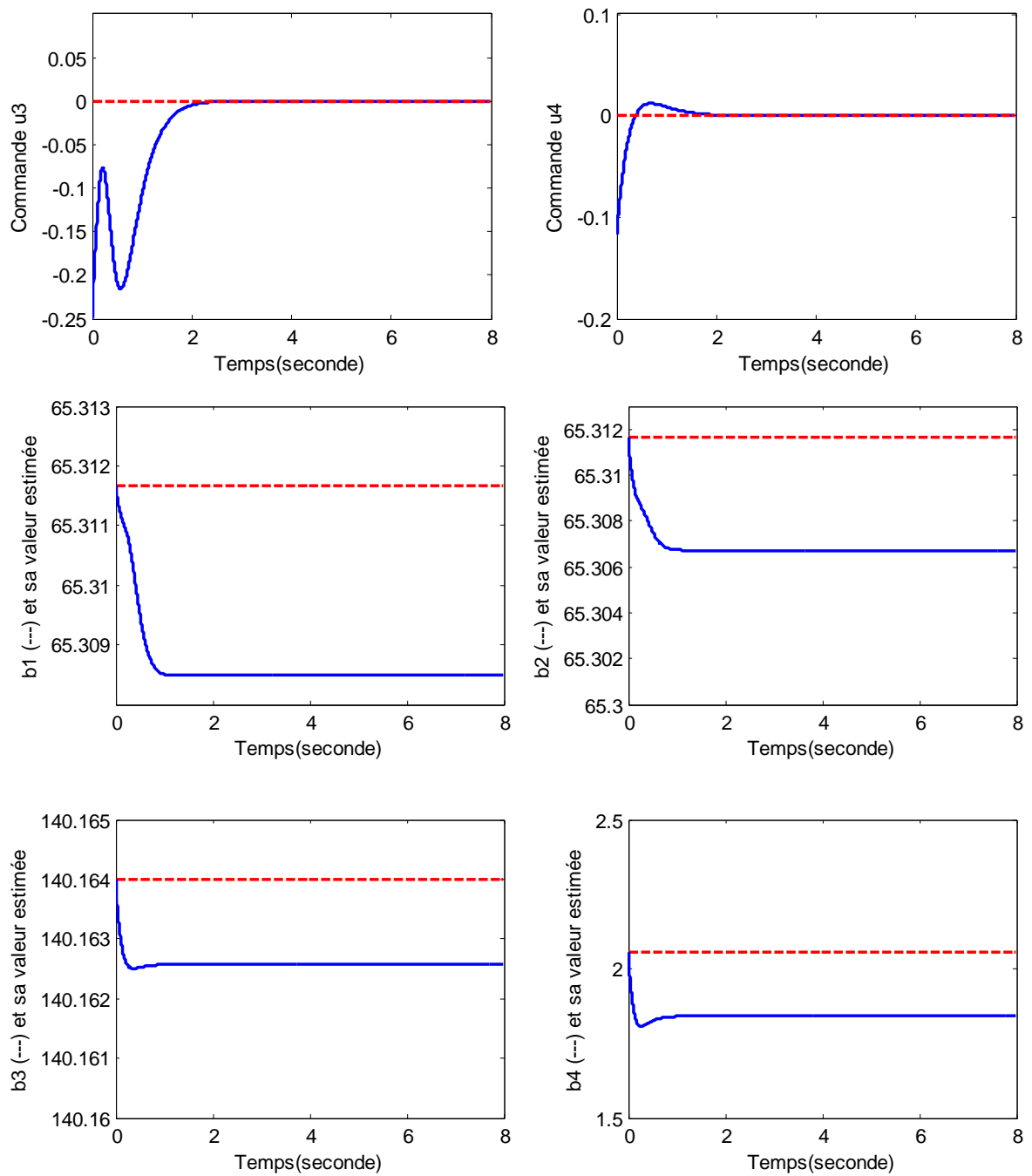


Fig.V.7 : Commande backstepping adaptative du quadrirotor (sans perturbations)

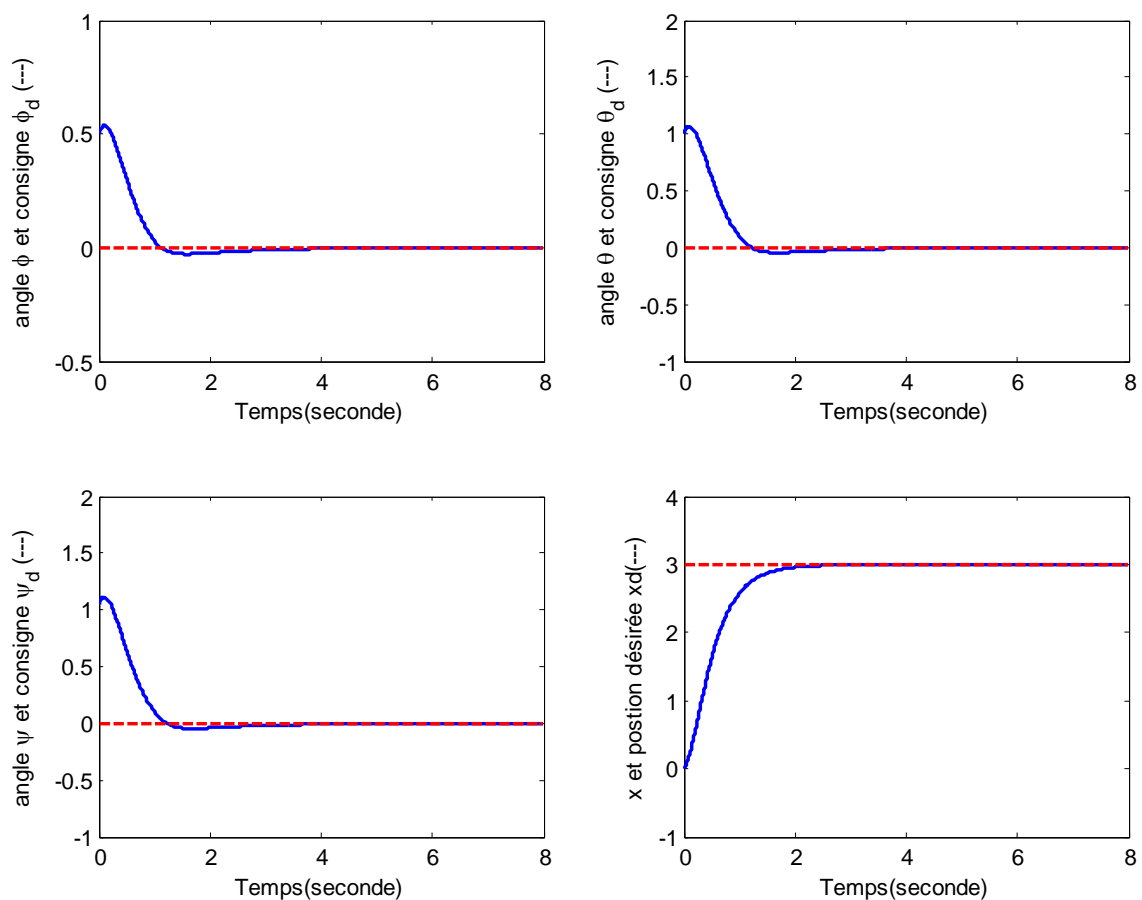
V.4.3 Commande backstepping adaptative (avec perturbations)

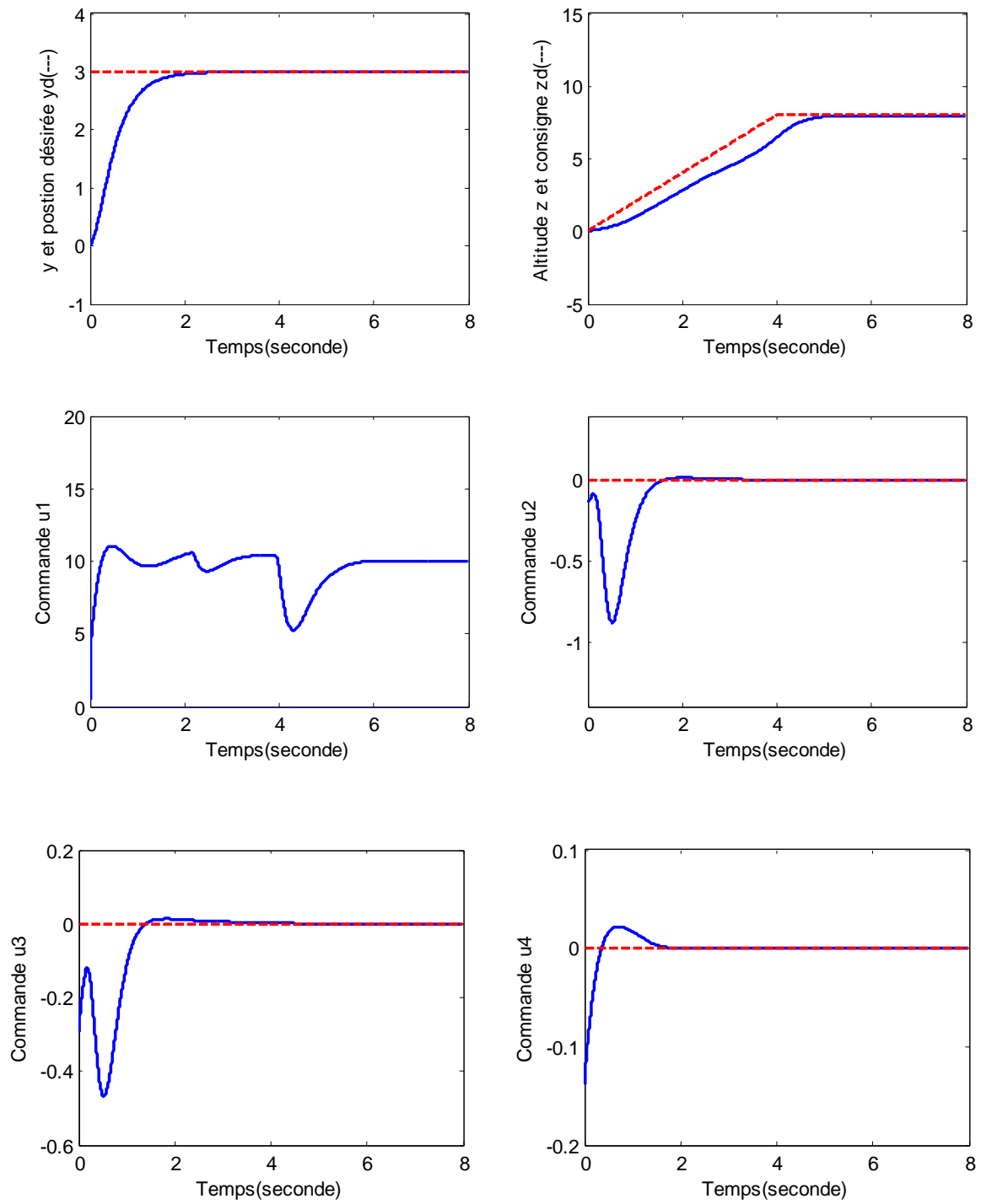
Cette partie des simulations traite le cas adaptatif avec la présence de perturbations internes et externes. A cet effet, le système est quelque peu altéré par l'adjonction de termes additifs d_i affectant les dynamiques des 12 états.

Le système est supposé non soumis à des effets de tangage, de roulis et de lacet (consignes θ , ϕ et ψ nulles). Les déplacements par rapports aux trois axes sont tels que : $x=3$ m, $y=2$ m et $z=8$ m.

Les quatre commandes sont explicitées. Elles montrent clairement les dynamiques entreprises en présence des différentes perturbations.

Par ailleurs, les estimations des divers paramètres b_1 , b_2 , b_3 et b_4 sont réalisées de manière très acceptable.





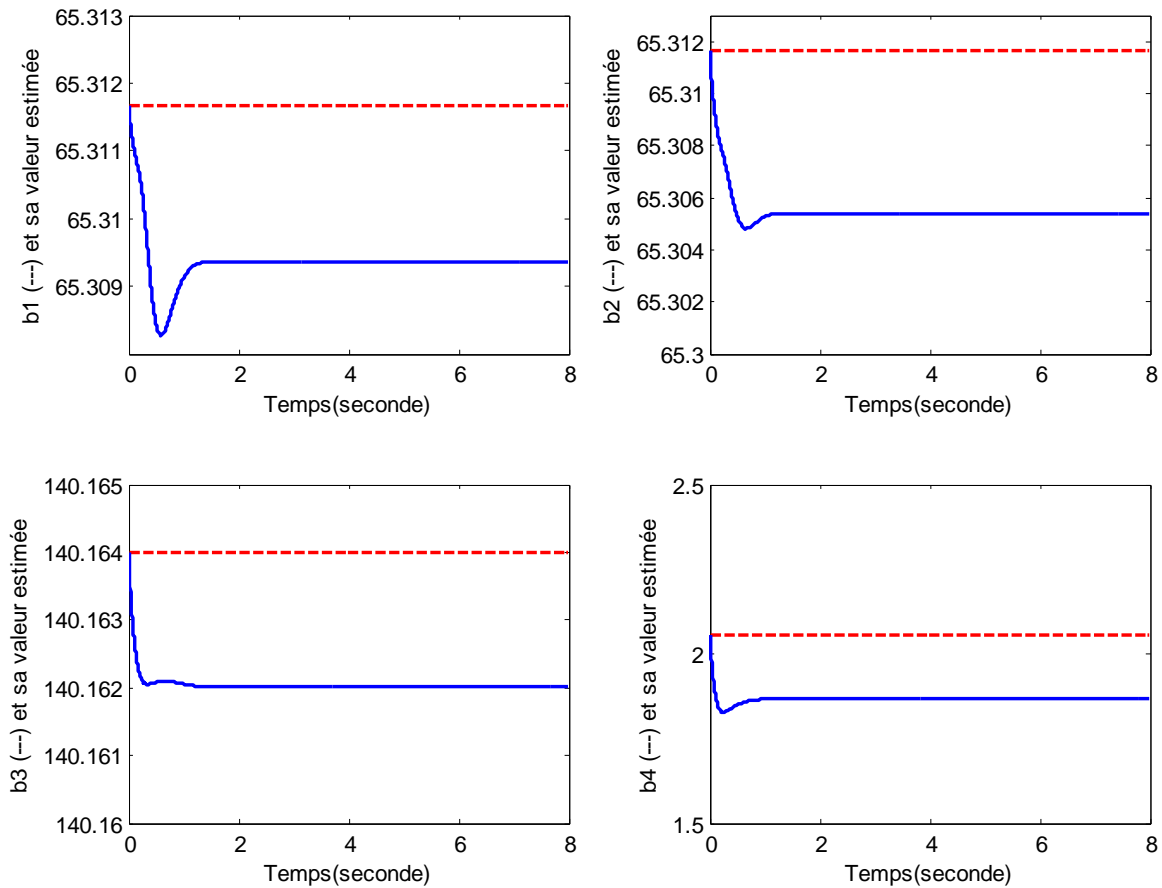


Fig. V.8 : Commande adaptative backstepping du quadrirotor (avec perturbations)

V.5 Commande backstepping d'un quadrirotor avec observateur

Les robots volants miniatures tels que les quadrirotors sont d'un grand intérêt pour la recherche scientifique, vue la diversité des domaines dans lesquels ils peuvent être employés : on peut citer le domaine de la reconnaissance, la surveillance des forêts, surveillance du trafic urbain, et aussi l'intervention dans des environnements hostiles pour l'homme. La commande de ces drones s'articule essentiellement sur un facteur prépondérant qui est la localisation précise de l'engin par rapport à son environnement. Les systèmes de navigation miniaturisés, qui sont liés au quadrirotor (capteurs, caméras ... etc.), sont adaptés pour sa bonne localisation et une bonne stabilisation de son vol. Dans ce cas, les lois de commande appliquées au quadrirotor utilisent des observateurs. Ces observateurs en question ont été utilisés afin de reconstruire les variables d'état non mesurables nécessaires à la commande, d'estimer en ligne les paramètres incertains du système et rejeter les effets des perturbations extérieures au robot volant [70].

Afin d'améliorer la robustesse du système vis-à-vis des erreurs de modélisation et des perturbations extérieures (vents), une stratégie de commande non linéaire robuste backstepping avec observateur a été proposée pour contrôler l'attitude et stabiliser la position du quadrirotor.

V.5.1 Modèle étendu du quadrirotor

En utilisant le modèle (V.79) et en se basant sur l'utilisation d'un observateur, l'objectif est de concevoir une commande adaptative backstepping afin de générer une loi de commande d'un système multivariable décrit par l'expression suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 + d_1 \\ \dot{x}_2 = \varphi_2(y) + b_1 u_2 + d_2 \\ \dot{x}_3 = x_4 + d_3 \\ \dot{x}_4 = \varphi_4(y) + b_2 u_3 + d_4 \\ \dot{x}_5 = x_6 + d_5 \\ \dot{x}_6 = \varphi_6(y) + b_3 u_4 + d_6 \\ \dot{x}_7 = x_8 + d_7 \\ \dot{x}_8 = \varphi_8(y) + b_4 u_x u_1 + d_8 \\ \dot{x}_9 = x_{10} + d_9 \\ \dot{x}_{10} = \varphi_{10}(y) + b_5 u_y u_1 + d_{10} \\ \dot{x}_{11} = x_{12} + d_{11} \\ \dot{x}_{12} = \varphi_{12}(y) + f(y) u_1 + d_{12} \\ y_i = x_i \quad ; \quad (i=1, \dots, 12) \end{array} \right. \quad (\text{V.147})$$

où :

$$\varphi_2 = \rho_2^T \cdot \theta_2, \varphi_4 = \rho_4^T \cdot \theta_4, \varphi_6 = \rho_6^T \cdot \theta_6, \varphi_8 = \rho_8 \cdot \theta_8, \varphi_{10} = \rho_{10} \cdot \theta_{10}, \varphi_{12} = \rho_{12} \cdot \theta_{12} - g.$$

Dans cette partie, les états du système y_i ($i=1, \dots, 12$) sont les variables supposées non mesurables et les filtres à concevoir sont donnés par les expressions suivantes :

- 1^{er} filtre

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\zeta}_i = -k_i \cdot \zeta_i + \zeta_{i+1} + k_i \cdot y_i + d_i \quad ; \quad (i=1,3,5,7,9,11) \\ \dot{\zeta}_j = -k_j \cdot \zeta_j + k_j \cdot y_j + d_j \quad ; \quad (j=2,4,6,8,10,12) \end{array} \right. \quad (\text{V.148})$$

- 2^{ème} filtre

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\Xi}_i = -k_i \cdot \Xi_i + \Xi_{i+1} \quad ; \quad (i=1,3,5,7,9,11) \\ \dot{\Xi}_j = -k_j \cdot \Xi_j + \varphi_j(y) \quad ; \quad (j=2,4,6,8,10,12) \end{array} \right. \quad (\text{V.149})$$

- 3^{ème} filtre

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_i &= -k_i \cdot \lambda_i + \lambda_{i+1} \quad ; \quad (i=1,3,5,7,9,11) \\ \dot{\lambda} &= \left[\dot{\lambda}_2 \quad \dot{\lambda}_4 \quad \dot{\lambda}_6 \quad \dot{\lambda}_8 \quad \dot{\lambda}_{10} \quad \dot{\lambda}_{12} \right] \\ &= -\lambda_1 \cdot \left[k_2 \quad k_4 \quad k_6 \quad k_8 \quad k_{10} \quad k_{12} \right] + \left[u_2 \quad u_3 \quad u_4 \quad u_x u_1 \quad u_y u_1 \quad u_1 \right] \end{aligned} \quad (\text{V.150})$$

- 4^{ème} filtre

La commande se trouve dans l'expression de λ_i ($i = 2, 4, 6, 8, 10, 12$). Le 4^{ème} filtre est régi par l'expression suivante :

$$\begin{cases} v_i = 0 & ; \quad (i = 1, 3, 5, 7, 9, 11) \\ v_j = \lambda_j & ; \quad (j = 2, 4, 6, 8, 10, 12) \end{cases} \quad (\text{V.151})$$

L'observateur est une reproduction en quelque sorte du modèle :

$$\begin{cases} \hat{x}_i = \zeta_i + \Xi_i & ; \quad (i = 1, 3, 5, 7, 9, 11) \\ \hat{x}_j = \zeta_j + \Xi_j + \lambda_j b_{j/2} & ; \quad (j = 2, 4, 6, 8, 10) \\ \hat{x}_{12} = \zeta_{12} + \Xi_{12} + \lambda_{12} \cdot f(y) & ; \quad j = 12 \end{cases} \quad (\text{V.152})$$

La dynamique de l'observateur est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_i = -k_i \hat{x}_i + \hat{x}_{i+1} + k_i y_i + d_i & ; \quad (i = 1, 3, 5, 7, 9, 11) \\ \dot{\hat{x}}_2 = -k_2 \hat{x}_1 + k_2 y_2 + \varphi_2(y) + b_1 u_2 + d_2 \\ \dot{\hat{x}}_4 = -k_4 \hat{x}_1 + k_4 y_4 + \varphi_4(y) + b_2 u_3 + d_4 \\ \dot{\hat{x}}_6 = -k_6 \hat{x}_1 + k_6 y_6 + \varphi_6(y) + b_3 u_4 + d_6 \\ \dot{\hat{x}}_8 = -k_8 \hat{x}_1 + k_8 y_8 + \varphi_8(y) + b_4 u_x u_1 + d_8 \\ \dot{\hat{x}}_{10} = -k_{10} \hat{x}_1 + k_{10} y_{10} + \varphi_{10}(y) + b_5 u_y u_1 + d_{10} \\ \dot{\hat{x}}_{12} = -k_{12} \hat{x}_1 + k_{12} y_{12} + \varphi_{12}(y) + f(y) u_1 + d_{12} \end{cases} \quad (\text{V.153})$$

Les dynamiques des erreurs d'observation auront les expressions suivantes :

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_i = -k_i \varepsilon_i + \varepsilon_{i+1} & ; \quad (i = 1, 3, 5, 7, 9, 11) \\ \dot{\varepsilon}_j = -k_j \varepsilon_j & ; \quad (j = 2, 4, 6, 8, 10, 12) \end{cases} \quad (\text{V.154})$$

V.5.2 Procédure backstepping

Soit $P \in R^{12 \times 12}$, $P > 0$ et $P^T = P$ tel que $PA_0 + A_0^T P = -I$. Afin de garantir une erreur ε nulle et une convergence de \hat{x} vers la valeur réelle x , on procède à l'élaboration des étapes de la commande backstepping et on aboutit aux expressions résultantes suivantes :

- Erreurs choisies

$$\begin{cases} z_i = y_i - y_{ir} & ; \quad (i = 1, 3, 5, 7, 9, 11) \\ z_j = \lambda_j \hat{b}_{j/2} - \dot{y}_{(i-1)r} - \alpha_{j-1} & ; \quad (j = 2, 4, 6, 8, 10) \\ z_{12} = \lambda_{12} \hat{f} - \dot{y}_{11r} - \alpha_{11} \end{cases} \quad (\text{V.155})$$

- Fonctions de Lyapunov

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &\leq \dot{V}_{i-1} + z_i \dot{z}_i - \frac{1}{t_i} \varepsilon^T \varepsilon \quad ; \quad i = 2, 4, 6, 8, 10, 11, 12 \\ \dot{V}_1 &\leq z_1 \dot{z}_1 - \frac{1}{t_1} \varepsilon^T \varepsilon - \frac{1}{\gamma_1} \tilde{b}_1 \dot{\hat{b}}_1 \quad ; \quad \dot{V}_3 \leq \dot{V}_2 + z_3 \dot{z}_3 - \frac{1}{t_3} \varepsilon^T \varepsilon - \frac{1}{\gamma_2} \tilde{b}_2 \dot{\hat{b}}_2 \\ \dot{V}_5 &\leq \dot{V}_4 + z_5 \dot{z}_5 - \frac{1}{t_5} \varepsilon^T \varepsilon - \frac{1}{\gamma_3} \tilde{b}_3 \dot{\hat{b}}_3 \quad ; \quad \dot{V}_7 \leq \dot{V}_6 + z_7 \dot{z}_7 - \frac{1}{t_7} \varepsilon^T \varepsilon - \frac{1}{\gamma_4} \tilde{b}_4 \dot{\hat{b}}_4 \\ \dot{V}_9 &\leq \dot{V}_8 + z_9 \dot{z}_9 - \frac{1}{t_9} \varepsilon^T \varepsilon - \frac{1}{\gamma_5} \tilde{b}_5 \dot{\hat{b}}_5 \end{aligned} \quad (\text{V.156})$$

- Fonctions stabilisantes

$$\alpha_i = -c_i z_i - t_i z_i - h_i - (\zeta_{i+1} + \Xi_{i+1}) \quad ; \quad (i = 1, 3, 5, 7, 9, 11) \quad (\text{V.157})$$

- Dynamiques des erreurs

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 - c_1 z_1 - t_1 z_1 + \varepsilon_2 + \lambda_2 \tilde{b}_1 + (d_1 - h_1) \\ \dot{z}_3 &= z_4 - c_3 z_3 - t_3 z_3 + \varepsilon_4 + \lambda_4 \tilde{b}_2 + (d_3 - h_3) \\ \dot{z}_5 &= z_6 - c_5 z_5 - t_5 z_5 + \varepsilon_6 + \lambda_6 \tilde{b}_3 + (d_5 - h_5) \\ \dot{z}_7 &= z_8 - c_7 z_7 - t_7 z_7 + \varepsilon_8 + \lambda_8 \tilde{b}_4 + (d_7 - h_7) \\ \dot{z}_9 &= z_{10} - c_9 z_9 - t_9 z_9 + \varepsilon_{10} + \lambda_{10} \tilde{b}_5 + (d_9 - h_9) \\ \dot{z}_{11} &= z_{12} - c_{11} z_{11} - t_{11} z_{11} + \varepsilon_{12} + \lambda_{12} \tilde{f} + (d_{11} - h_{11}) \\ \dot{z}_2 &= -z_1 - c_2 z_2 - t_2 (c_1^*)^2 z_2 + c_1^* \lambda_2 \tilde{b}_1 + c_1^* (d_1 - h_1) + (d_2 - h_2) + c_1^* \varepsilon_2 \\ \dot{z}_4 &= -z_3 - c_4 z_4 - t_4 (c_3^*)^2 z_4 + c_3^* \lambda_4 \tilde{b}_2 + c_3^* (d_3 - h_3) + (d_4 - h_4) + c_3^* \varepsilon_4 \\ \dot{z}_6 &= -z_5 - c_6 z_6 - t_6 (c_5^*)^2 z_6 + c_5^* \lambda_6 \tilde{b}_3 + c_5^* (d_5 - h_5) + (d_6 - h_6) + c_5^* \varepsilon_6 \\ \dot{z}_8 &= -z_7 - c_8 z_8 - t_8 (c_7^*)^2 z_8 + c_7^* \lambda_8 \tilde{b}_4 + c_7^* (d_7 - h_7) + (d_8 - h_8) + c_7^* \varepsilon_8 \\ \dot{z}_{10} &= -z_9 - c_{10} z_{10} - t_{10} (c_9^*)^2 z_{10} + c_9^* \lambda_{10} \tilde{b}_5 + c_9^* (d_9 - h_9) + (d_{10} - h_{10}) + c_9^* \varepsilon_{10} \\ \dot{z}_{12} &= -z_{11} - c_{12} z_{12} - t_{12} (c_{11}^*)^2 z_{12} + c_{11}^* \lambda_{12} \tilde{f} + c_{11}^* (d_{11} - h_{11}) + (d_{12} - h_{12}) + c_{11}^* \varepsilon_{12} \end{aligned} \quad (\text{V.158})$$

avec : c_i, t_i et $c_i^* = c_i + t_i$ ($i = 1, \dots, 12$) sont des constantes positives.

- Lois de commande et lois d'adaptation des paramètres

$$\begin{aligned} u_2 &= -\frac{1}{\hat{b}_1} \left[z_1 + c_2 z_2 + t_2 (c_1^*)^2 z_2 + c_1^* (\zeta_2 + \Xi_2 + \lambda_2 \hat{b}_1 + h_1) \right. \\ &\quad \left. - k_2 (\zeta_1 + \Xi_1 + \lambda_1 \hat{b}_1 - y_2) + h_2 + \varphi_2 + \lambda_2 \gamma_1 \tau_1 - c_1^* \dot{y}_{1r} - \ddot{y}_{1r} \right] \end{aligned} \quad (\text{V.159})$$

$$\dot{\hat{b}}_1 = \gamma_1 \lambda_2 (z_1 + c_1^* z_2) \quad (\text{V.160})$$

$$\text{avec } \tau_1 = \lambda_2 (z_1 + c_1^* z_2)$$

$$u_3 = -\frac{1}{\hat{b}_2} \left[z_3 + c_4 z_4 + t_4 (c_3^*)^2 z_4 + c_3^* (\zeta_4 + \Xi_4 + \lambda_4 \hat{b}_2 + h_3) \right. \\ \left. - k_4 (\zeta_1 + \Xi_1 + \lambda_1 \hat{b}_2 - y_4) + h_4 + \varphi_4 + \lambda_4 \gamma_2 \tau_2 - c_3^* \dot{y}_{3r} - \ddot{y}_{3r} \right] \quad (\text{V.161})$$

$$\dot{\hat{b}}_2 = \gamma_2 \lambda_4 (z_3 + c_3^* z_4) \quad (\text{V.162})$$

$$\text{avec } \tau_2 = \lambda_4 (z_3 + c_3^* z_4)$$

$$u_4 = -\frac{1}{\hat{b}_3} \left[z_5 + c_6 z_6 + t_6 (c_5^*)^2 z_6 + c_5^* (\zeta_6 + \Xi_6 + \lambda_6 \hat{b}_3 + h_5) \right. \\ \left. - k_6 (\zeta_1 + \Xi_1 + \lambda_1 \hat{b}_3 - y_6) + h_6 + \varphi_6 + \lambda_6 \gamma_3 \tau_3 - c_5^* \dot{y}_{5r} - \ddot{y}_{5r} \right] \quad (\text{V.163})$$

$$\dot{\hat{b}}_3 = \gamma_3 \lambda_6 (z_5 + c_5^* z_6) \quad (\text{V.164})$$

$$\text{avec } \tau_3 = \lambda_6 (z_5 + c_5^* z_6)$$

$$u_x = -\frac{1}{\hat{b}_4 u_1} \left[z_7 + c_8 z_8 + t_8 (c_7^*)^2 z_8 + c_7^* (\zeta_8 + \Xi_8 + \lambda_8 \hat{b}_4 + h_7) \right. \\ \left. - k_8 (\zeta_1 + \Xi_1 + \lambda_1 \hat{b}_4 - y_8) + h_8 + \varphi_8 + \lambda_8 \gamma_4 \tau_4 - c_7^* \dot{y}_{7r} - \ddot{y}_{7r} \right] \quad (\text{V.165})$$

$$\dot{\hat{b}}_4 = \gamma_4 \lambda_8 (z_7 + c_7^* z_8) \quad (\text{V.166})$$

$$\text{avec } \tau_4 = \lambda_8 (z_7 + c_7^* z_8)$$

$$u_y = -\frac{1}{\hat{b}_5 u_1} \left[z_9 + c_{10} z_{10} + t_{10} (c_9^*)^2 z_{10} + c_9^* (\zeta_{10} + \Xi_{10} + \lambda_{10} \hat{b}_5 + h_9) \right. \\ \left. - k_{10} (\zeta_1 + \Xi_1 + \lambda_1 \hat{b}_5 - y_{10}) + h_{10} + \varphi_{10} + \lambda_{10} \gamma_5 \tau_5 - c_9^* \dot{y}_{9r} - \ddot{y}_{9r} \right] \quad (\text{V.167})$$

$$\dot{\hat{b}}_5 = \gamma_5 \lambda_{10} (z_9 + c_9^* z_{10}) \quad (\text{V.168})$$

$$\text{avec } \tau_4 = \lambda_8 (z_7 + c_7^* z_8)$$

$$u_1 = -\frac{1}{\hat{f}} \left[z_{11} + c_{12} z_{12} + t_{12} (c_{11}^*)^2 z_{12} + c_{11}^* (\zeta_{12} + \Xi_{12} + \lambda_{12} \hat{f} + h_{11}) \right. \\ \left. - k_{12} (\zeta_1 + \Xi_1 + \lambda_1 \hat{f} - y_{12}) + h_{12} + \varphi_{12} + \lambda_{12} \dot{\hat{f}} - c_{11}^* \dot{y}_{11r} - \ddot{y}_{11r} \right] \quad (\text{V.169})$$

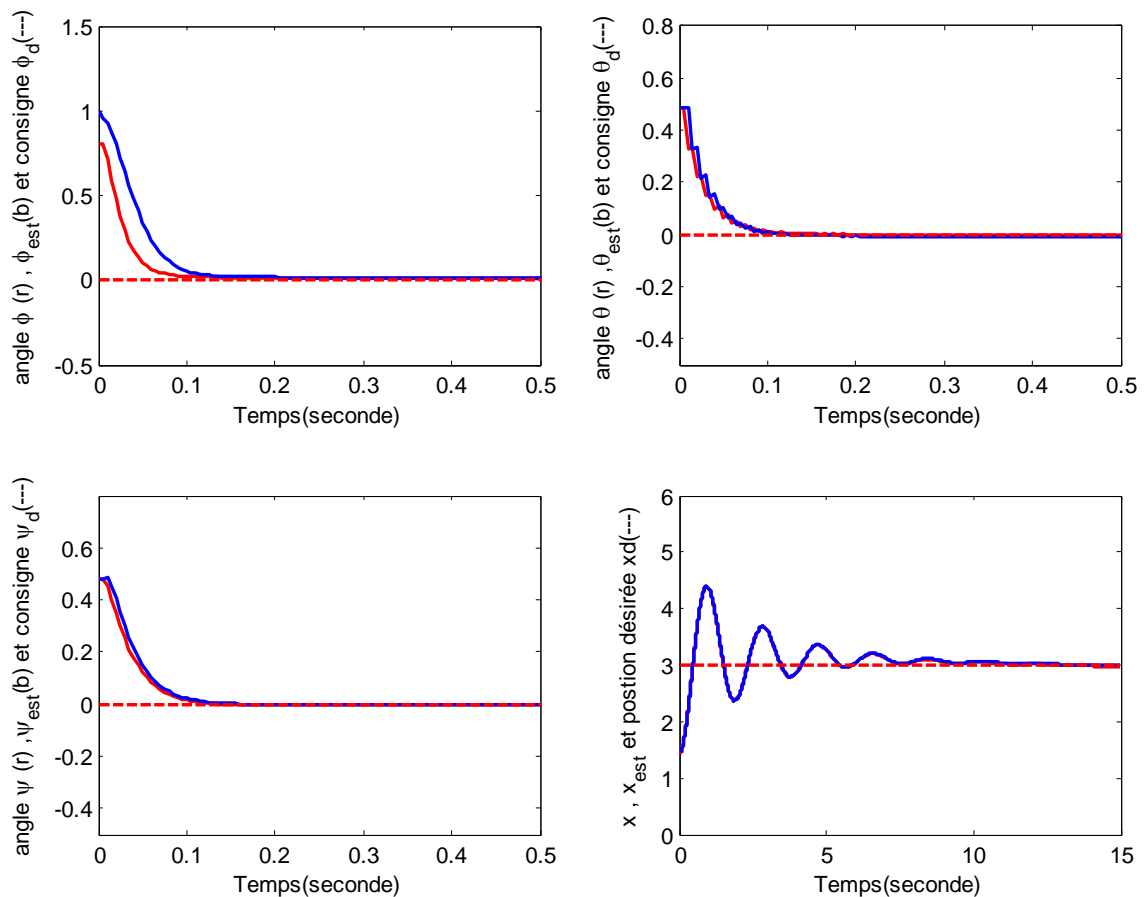
V.5.3 Résultats de simulation

Dans ce qui suit, on a procédé à l'élaboration des différentes simulations relatives à la commande backstepping adaptative associée à des observateurs de plusieurs états. Les couleurs rouge et bleue désignent respectivement les grandeurs réelle et estimée.

Les trois premières figures sont dédiées aux angles de tangage, de roulis et de lacet (consignes θ , ϕ et ψ nulles) ainsi que leurs estimations respectives. Les temps de convergence sont très appréciables.

Les simulations ont porté également sur les déplacements par rapports aux trois axes ($x=3$ m, $y=2$ m et $z=15$ m). Les grandeurs réelles x et y ainsi que leurs estimations sont en parfaite concordance.

Les commandes associées sont clairement explicitées et montrent une convergence vers des valeurs nominales notables.



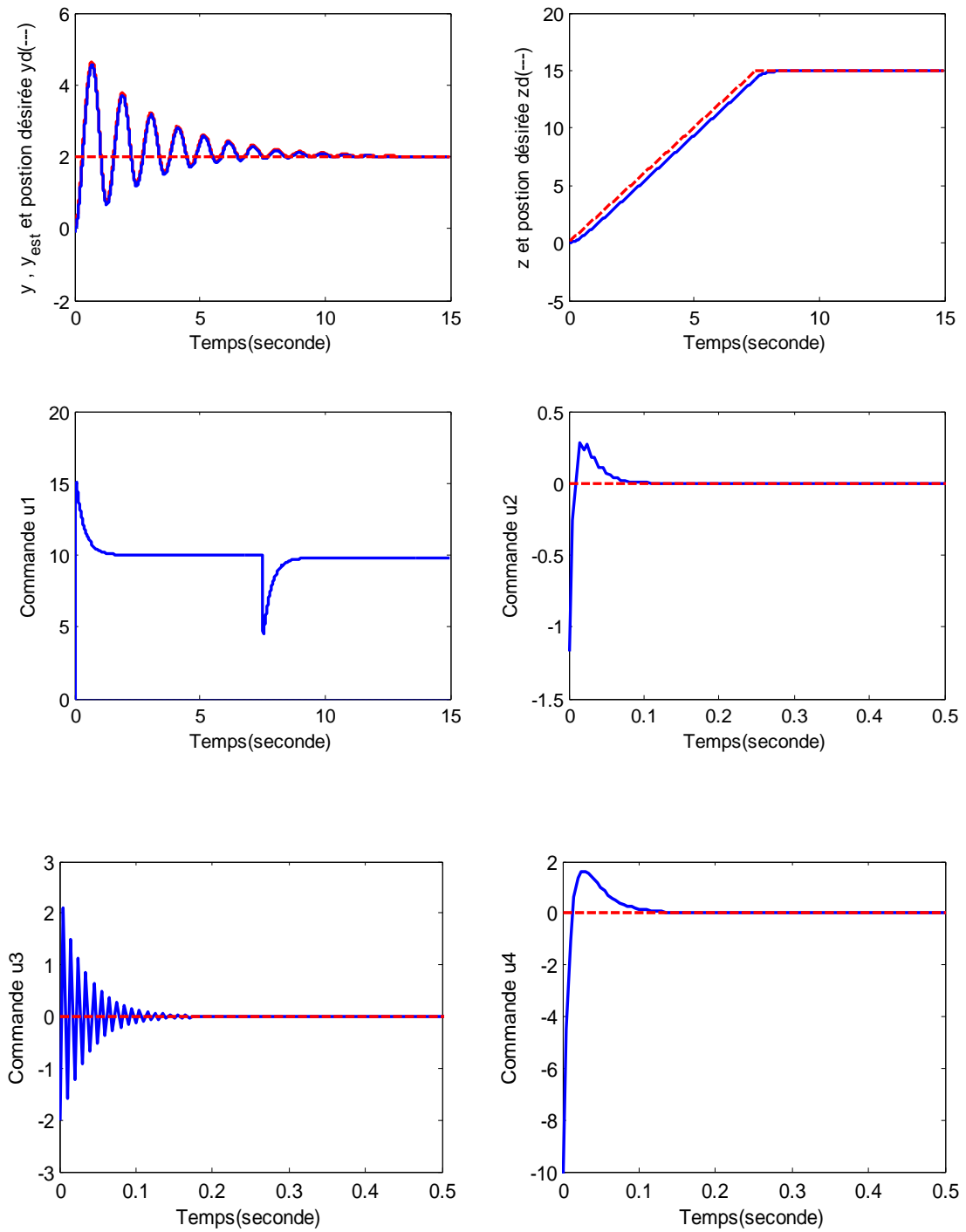


Fig.V.9 : Commande adaptative backstepping du quadrirotor avec observateur
(Système exposé aux perturbations et aux incertitudes)

V.6 Approche backstepping neuronale avec observateur du UAV

V.6.1 Introduction

Une stratégie de commande backstepping neuronale avec un observateur adaptatif est proposée dans cette partie afin de stabiliser le quadrirotor. La partie inconnue dans le modèle dynamique du quadrirotor sera estimée en temps réel par un réseau neuronal MLP.

Pareillement à leurs éventuelles augmentations du champ d'application à la fois dans le secteur militaire et industrielle, les véhicules aériens sans pilote (UAV miniatures) gagnent constamment l'intérêt de la communauté de recherche [71]. Le quadrirotor est considéré comme l'une des plateformes UAV la plus populaire. Dans [71-73], la stratégie de commande backstepping et de mode glissant a été utilisée pour contrôler le quadrirotor. Dans [74], la loi de commande robuste H_∞ a été proposée, aussi des contrôleurs PID et LQR ont été appliqués dans [75]. Malheureusement, ces techniques sont limitées si le modèle dynamique est totalement ou partiellement inconnu et / ou si les variables d'états ne sont pas disponibles.

Le problème des fonctions non linéaires inconnues dans la loi de commande peut être résolu en utilisant la technique de contrôle adaptatif basé sur des approximateurs universels utilisant un réseau neuronal artificiel [76]. Plusieurs schémas adaptatifs à réseaux de neurones ont été proposés pour le contrôle du quadrirotor [76-80].

Pour éviter les suppositions faites sur la disponibilité de mesure des variables d'état, les observateurs peuvent être introduits dans le système de contrôle comme dans [79] où un observateur neuro-mode glissant a été proposé afin de réduire l'amplification du bruit de mesure. Dans [80], un autre observateur a été utilisé pour estimer la vitesse en utilisant des termes correctifs représentant la superposition observations-réseaux de neurones pour estimer les fonctions inconnues.

L'observateur à gain élevé a beaucoup évolué au cours des deux dernières décennies comme un outil important de conception pour la commande des systèmes non linéaires [81]. Cependant cet observateur a deux inconvénients, le premier est le phénomène de crête et le second est sa grande sensibilité au bruit. Plusieurs méthodes ont été proposées dans la littérature pour réduire ces phénomènes comme dans [81] où deux valeurs des gains d'observation ont été utilisées ; la plus grande valeur a été utilisée dans la réponse transitoire et la petite valeur du gain d'observation a été utilisée en régime permanent. Dans [82] et [83], une loi d'adaptation est utilisée pour calculer le gain optimal d'observation. Toutefois, ces procédés présentent certaines limitations, en particulier lorsque le gain d'observation doit être aussi grand que possible pour le cas d'un quadrirotor dynamique.

Dans ce qui suit, un nouveau schéma adaptatif robuste est proposé en se basant sur l'idée d'observation mentionnée dans [11]. La commande est utilisée pour estimer la partie inconnue dans le modèle dynamique du quadrirotor et les variables d'état sont reconstruites par un observateur adaptatif proposé.

V.6.2 Procédure BAN du quadrirotor avec observateur

En utilisant le modèle (V.147) et en se basant sur l'utilisation d'un observateur et des approximateurs neuronaux, l'objectif est de concevoir une commande adaptative backstepping afin de générer une loi de commande pour le quadrirotor régit par le modèle suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 + d_1 \\ \dot{x}_2 = W_2^T \phi(V_2^T \bar{x}_2) + e_2(\tilde{x}_2) + b_1 u_2 + d_2 \\ \dot{x}_3 = x_4 + d_3 \\ \dot{x}_4 = W_4^T \phi(V_4^T \bar{x}_4) + e_4(\tilde{x}_4) + b_2 u_3 + d_4 \\ \dot{x}_5 = x_6 + d_5 \\ \dot{x}_6 = W_6^T \phi(V_6^T \bar{x}_6) + e_6(\tilde{x}_6) + b_3 u_4 + d_6 \\ \dot{x}_7 = x_8 + d_7 \\ \dot{x}_8 = W_8^T \phi(V_8^T \bar{x}_8) + e_8(x_8) + b_4 u_x u_1 + d_8 \\ \dot{x}_9 = x_{10} + d_9 \\ \dot{x}_{10} = W_{10}^T \phi(V_{10}^T \bar{x}_{10}) + e_{10}(x_{10}) + b_5 u_y u_1 + d_{10} \\ \dot{x}_{11} = x_{12} + d_{11} \\ \dot{x}_{12} = W_{12}^T \phi(V_{12}^T \bar{x}_{12}) + e_{12}(x_{12}) + f(x_1, x_3) u_1 + d_{12} \\ y_i = x_i \quad ; \quad (i = 1, \dots, 12) \end{array} \right. \quad (\text{V.170})$$

avec :

$$\bar{x}_2 = \bar{x}_4 = \bar{x}_6 = [x_2, x_4, x_6, 1]^T ; \quad \bar{x}_8 = [x_8, 1]^T ; \quad \bar{x}_{10} = [x_{10}, 1]^T , \quad \bar{x}_{12} = [x_{12}, 1]^T$$

$$\tilde{x}_2 = \tilde{x}_4 = \tilde{x}_6 = (x_2, x_4, x_6) ;$$

$e_i(\tilde{x}_i)$ et $e_j(x_j)$ sont les erreurs d'approximation neuronales.

W_i et V_i sont respectivement les poids de sortie et d'entrée du réseau neuronal.

Les six réseaux neuronaux MLP utilisés dans ce cas sont représentés par les structures générales explicitées par les figures qui suivront. Les trois réseaux MLP estimant $\hat{\varphi}_k$ ($k = 2, 4, 6$) contiennent trois états d'entrée et des vecteurs de poids :

$$V_{kj} = \begin{bmatrix} V_{kj1} & V_{kj2} & V_{kj3} & V_{kj4} \end{bmatrix} ; \quad k = 2, 4, 6 \quad j = 2, 4, 6$$

$$W_k = \begin{bmatrix} W_{k1} & W_{k2} & W_{k3} & W_{k4} \end{bmatrix}^T ; \quad k = 2, 4, 6$$

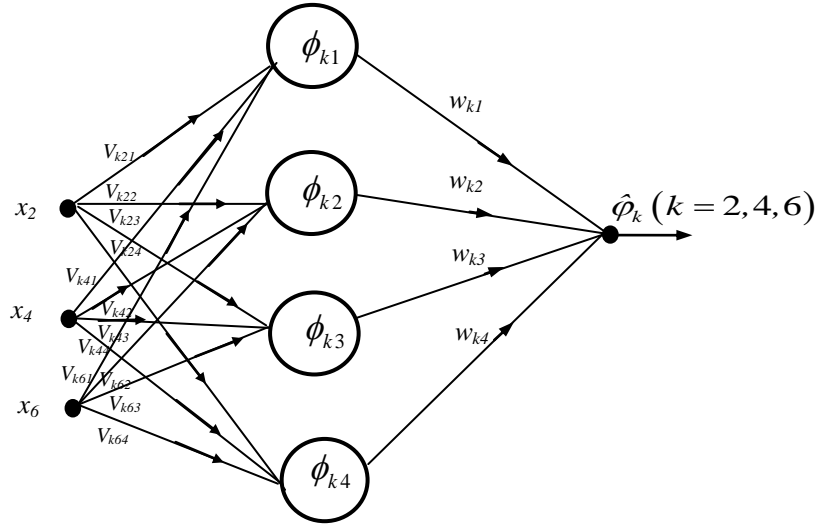


Fig. V.10 : Structures des réseaux MLP pour les fonctions φ_2 , φ_4 et φ_6

Les trois réseaux MLP estimant $\hat{\varphi}_k (k = 8, 10, 12)$ contiennent trois états d'entrée et des vecteurs de poids :

$$V_k = [V_{k1} \quad V_{k2} \quad V_{k3} \quad V_{k4}] ; \quad k = 8, 10, 12$$

$$W_k = [W_{k1} \quad W_{k2} \quad W_{k3} \quad W_{k4}]^T ; \quad k = 8, 10, 12$$

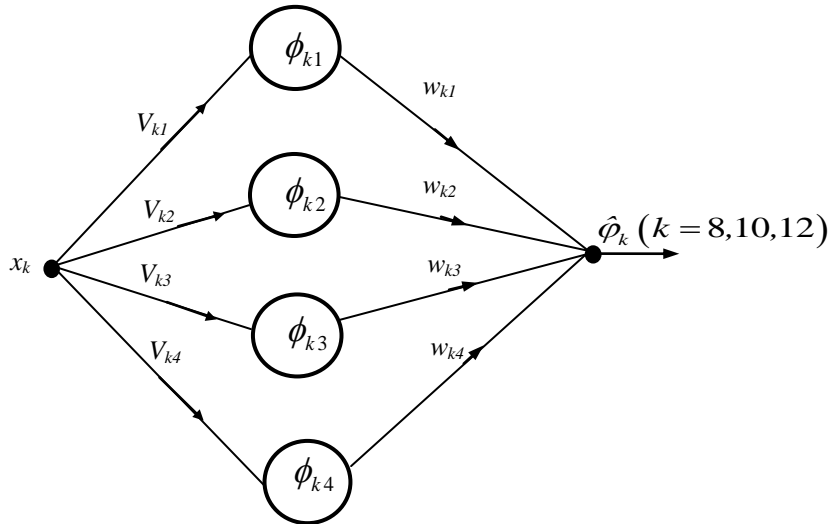


Fig. V.11 : Structures des réseaux MLP pour les fonctions φ_8 , φ_{10} et φ_{12}

Dans cette partie, les états du système $y_i (i=1, \dots, 12)$ sont les variables supposées non mesurables ; et les fonctions non linéaires qu'on va approximer sont telles que :

$$\begin{aligned} \varphi_j &= \hat{\varphi}_j + e_j(\bar{x}) \\ &= W_j^T \phi(V_j^T \bar{x}) + e_j(\bar{x}) \quad ; \quad \|e_j(\bar{x})\| \leq e_N ; (j = 2, 4, 6, 8, 10, 12) \end{aligned} \tag{V.171}$$

La procédure de la commande backstepping est donnée par les expressions résultantes suivantes :

- **Erreurs choisies**

$$\begin{cases} z_i = y_i - y_{ir} & ; & (i = 1, 3, 5, 7, 9, 11) \\ z_j = \lambda_j \hat{b}_{j/2} - \dot{y}_{(i-1)r} - \alpha_{j-1} & ; & (j = 2, 4, 6, 8, 10) \\ z_{12} = \lambda_{12} \hat{f} - \dot{y}_{11r} - \alpha_{11} \end{cases} \quad (\text{V.172})$$

- **Fonctions de Lyapunov**

$$\dot{V}_i \leq \dot{V}_{i-1} + z_i \dot{z}_i - \frac{1}{t_i} \varepsilon^T \varepsilon - \tilde{W}_i^T F_i^{-1} \dot{\hat{W}}_i - \tilde{V}_i^T G_i^{-1} \dot{\hat{V}}_i \quad ; \quad i = 2, 4, 6, 8, 10, 11, 12$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq z_1 \dot{z}_1 - \frac{1}{t_1} \varepsilon^T \varepsilon - \frac{1}{\gamma_1} \tilde{b}_1 \dot{\hat{b}}_1 & ; & \dot{V}_3 \leq \dot{V}_2 + z_3 \dot{z}_3 - \frac{1}{t_3} \varepsilon^T \varepsilon - \frac{1}{\gamma_2} \tilde{b}_2 \dot{\hat{b}}_2 \\ \dot{V}_5 &\leq \dot{V}_4 + z_5 \dot{z}_5 - \frac{1}{t_5} \varepsilon^T \varepsilon - \frac{1}{\gamma_3} \tilde{b}_3 \dot{\hat{b}}_3 & ; & \dot{V}_7 \leq \dot{V}_6 + z_7 \dot{z}_7 - \frac{1}{t_7} \varepsilon^T \varepsilon - \frac{1}{\gamma_4} \tilde{b}_4 \dot{\hat{b}}_4 \\ \dot{V}_9 &\leq \dot{V}_8 + z_9 \dot{z}_9 - \frac{1}{t_9} \varepsilon^T \varepsilon - \frac{1}{\gamma_5} \tilde{b}_5 \dot{\hat{b}}_5 \end{aligned} \quad (\text{V.173})$$

avec : $F_i = F_i^T > 0 ; G_i = G_i^T > 0$

- **Fonctions stabilisantes**

$$\alpha_i = -c_i^* z_i - h_i - (\zeta_{i+1} + \Xi_{i+1}) \quad ; \quad (i = 1, 3, 5, 7, 9, 11) \quad (\text{V.174})$$

- **Dynamiques des erreurs**

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 - c_1^* z_1 + \varepsilon_2 + \lambda_2 \tilde{b}_1 + (d_1 - h_1) \\ \dot{z}_3 &= z_4 - c_3^* z_3 + \varepsilon_4 + \lambda_4 \tilde{b}_2 + (d_3 - h_3) \\ \dot{z}_5 &= z_6 - c_5^* z_5 + \varepsilon_6 + \lambda_6 \tilde{b}_3 + (d_5 - h_5) \\ \dot{z}_7 &= z_8 - c_7^* z_7 + \varepsilon_8 + \lambda_8 \tilde{b}_4 + (d_7 - h_7) \\ \dot{z}_9 &= z_{10} - c_9^* z_9 + \varepsilon_{10} + \lambda_{10} \tilde{b}_5 + (d_9 - h_9) \\ \dot{z}_{11} &= z_{12} - c_{11}^* z_{11} + \varepsilon_{12} + \lambda_{12} \tilde{f} + (d_{11} - h_{11}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\dot{z}_2 &= -z_1 - c_2 z_2 - t_2 (c_1^*)^2 z_2 + c_1^* \lambda_2 \tilde{b}_1 + c_1^* (d_1 - h_1) + (d_2 - h_2) + c_1^* \varepsilon_2 \\
\dot{z}_4 &= -z_3 - c_4 z_4 - t_4 (c_3^*)^2 z_4 + c_3^* \lambda_4 \tilde{b}_2 + c_3^* (d_3 - h_3) + (d_4 - h_4) + c_3^* \varepsilon_4 \\
\dot{z}_6 &= -z_5 - c_6 z_6 - t_6 (c_5^*)^2 z_6 + c_5^* \lambda_6 \tilde{b}_3 + c_5^* (d_5 - h_5) + (d_6 - h_6) + c_5^* \varepsilon_6 \\
\dot{z}_8 &= -z_7 - c_8 z_8 - t_8 (c_7^*)^2 z_8 + c_7^* \lambda_8 \tilde{b}_4 + c_7^* (d_7 - h_7) + (d_8 - h_8) + c_7^* \varepsilon_8 \\
\dot{z}_{10} &= -z_9 - c_{10} z_{10} - t_{10} (c_9^*)^2 z_{10} + c_9^* \lambda_{10} \tilde{b}_5 + c_9^* (d_9 - h_9) + (d_{10} - h_{10}) + c_9^* \varepsilon_{10} \\
\dot{z}_{12} &= -z_{11} - c_{12} z_{12} - t_{12} (c_{11}^*)^2 z_{12} + c_{11}^* \lambda_{12} \tilde{f} + c_{11}^* (d_{11} - h_{11}) + (d_{12} - h_{12}) + c_{11}^* \varepsilon_{12}
\end{aligned} \tag{V.175}$$

avec : c_i, t_i et $c_i^* = c_i + t_i$ ($i=1, \dots, 12$) sont des constantes positives.

• **Lois de commande, lois d'adaptation des paramètres et lois de mise à jour des poids**

(a) *Loi de commande du roulis (création du couple Γ_ϕ) et lois de mise à jour des poids*

$$\begin{aligned}
u_2 &= -\frac{1}{\hat{b}_1} \left[z_1 + c_2 z_2 + t_2 (c_1^*)^2 z_2 + c_1^* (\zeta_2 + \Xi_2 + \lambda_2 \hat{b}_1 + h_1) \right. \\
&\quad \left. - k_2 (\zeta_1 + \Xi_1 + \lambda_1 \hat{b}_1 - y_2) + h_2 + \hat{W}_2^T \phi(\hat{V}_2^T \bar{x}_2) + v_2(t) + \lambda_2 \gamma_1 \tau_1 - c_1^* \dot{y}_{1r} - \ddot{y}_{1r} \right]
\end{aligned} \tag{V.176}$$

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{b}}_1 &= \gamma_1 \lambda_2 (z_1 + c_1^* z_2) \\
\dot{\hat{W}}_2 &= F_2 \phi(\hat{V}_2^T \bar{x}_2) z_2 - F_2 \dot{\phi}(\hat{V}_2^T \bar{x}_2) \hat{V}_2^T \bar{x}_2 z_2 - \mu F_2 \hat{W}_2 \\
\dot{\hat{V}}_2 &= G_2 \bar{x}_2 \hat{W}_2^T \dot{\phi}(\hat{V}_2^T \bar{x}_2) z_2 - \mu G_2 \hat{V}_2
\end{aligned} \tag{V.177}$$

$$\text{avec } \tau_1 = \lambda_2 (z_1 + c_1^* z_2) ; v_2(t) = -k_{v_2} \left[\frac{1}{2} + \left\| \bar{x}_2 \hat{W}_2^T \dot{\phi}(\hat{V}_2^T \bar{x}_2) \right\|_F^2 + \left\| \dot{\phi}(\hat{V}_2^T \bar{x}_2) \hat{V}_2^T \bar{x}_2 \right\|^2 \right] z_2$$

(b) *Loi de commande du tangage (création du couple Γ_θ) et lois de mise à jour des poids*

$$\begin{aligned}
u_3 &= -\frac{1}{\hat{b}_2} \left[z_3 + c_4 z_4 + t_4 (c_3^*)^2 z_4 + c_3^* (\zeta_4 + \Xi_4 + \lambda_4 \hat{b}_2 + h_3) \right. \\
&\quad \left. - k_4 (\zeta_3 + \Xi_3 + \lambda_3 \hat{b}_2 - y_4) + h_4 + \hat{W}_4^T \phi(\hat{V}_4^T \bar{x}_4) + v_4(t) + \lambda_4 \gamma_2 \tau_2 - c_3^* \dot{y}_{3r} - \ddot{y}_{3r} \right]
\end{aligned} \tag{V.178}$$

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{b}}_2 &= \gamma_2 \lambda_4 (z_3 + c_3^* z_4) \\
\dot{\hat{W}}_4 &= F_4 \phi(\hat{V}_4^T \bar{x}_4) z_4 - F_4 \dot{\phi}(\hat{V}_4^T \bar{x}_4) \hat{V}_4^T \bar{x}_4 z_4 - \mu F_4 \hat{W}_4 \\
\dot{\hat{V}}_4 &= G_4 \bar{x}_4 \hat{W}_4^T \dot{\phi}(\hat{V}_4^T \bar{x}_4) z_4 - \mu G_4 \hat{V}_4
\end{aligned} \tag{V.179}$$

$$\text{avec } \tau_2 = \lambda_4 (z_3 + c_3^* z_4) ; v_4(t) = -k_{v_4} \left[\frac{1}{2} + \left\| \bar{x}_4 \hat{W}_4^T \dot{\phi}(\hat{V}_4^T \bar{x}_4) \right\|_F^2 + \left\| \dot{\phi}(\hat{V}_4^T \bar{x}_4) \hat{V}_4^T \bar{x}_4 \right\|^2 \right] z_4$$

(c) Loi de commande de rotation du lacet (création du couple Γ_ψ) et lois de mise à jour des poids

$$u_4 = -\frac{1}{\hat{b}_3} \left[z_5 + c_6 z_6 + t_6 (c_5^*)^2 z_6 + c_5^* (\zeta_6 + \Xi_6 + \lambda_6 \hat{b}_3 + h_5) \right. \\ \left. - k_6 (\zeta_1 + \Xi_1 + \lambda_1 \hat{b}_3 - y_6) + h_6 + \hat{W}_6^T \phi(\hat{V}_6^T \bar{x}_6) + v_6(t) + \lambda_6 \gamma_3 \tau_3 - c_5^* \dot{y}_{5r} - \ddot{y}_{5r} \right] \quad (\text{V.180})$$

$$\dot{\hat{b}}_3 = \gamma_3 \lambda_6 (z_5 + c_5^* z_6) \\ \dot{\hat{W}}_6 = F_6 \phi(\hat{V}_6^T \bar{x}_6) z_6 - F_6 \dot{\phi}(\hat{V}_6^T \bar{x}_6) \hat{V}_6^T \bar{x}_6 z_6 - \mu F_6 \hat{W}_6 \quad (\text{V.181})$$

$$\dot{\hat{V}}_6 = G_6 \bar{x}_6 \hat{W}_6^T \dot{\phi}(\hat{V}_6^T \bar{x}_6) z_6 - \mu G_6 \hat{V}_6$$

$$\text{avec } \tau_3 = \lambda_6 (z_5 + c_5^* z_6) ; v_6(t) = -k_{v6} \left[\frac{1}{2} + \left\| \bar{x}_6 \hat{W}_6^T \dot{\phi}(\hat{V}_6^T \bar{x}_6) \right\|_F^2 + \left\| \dot{\phi}(\hat{V}_6^T \bar{x}_6) \hat{V}_6^T \bar{x}_6 \right\|^2 \right] z_6$$

(d) Loi de commande de position (selon l'axe x_b) et lois de mise à jour des poids

$$u_x = -\frac{1}{\hat{b}_4 u_1} \left[z_7 + c_8 z_8 + t_8 (c_7^*)^2 z_8 + c_7^* (\zeta_8 + \Xi_8 + \lambda_8 \hat{b}_4 + h_7) \right. \\ \left. - k_8 (\zeta_1 + \Xi_1 + \lambda_1 \hat{b}_4 - y_8) + h_8 + \hat{W}_8^T \phi(\hat{V}_8^T \bar{x}_8) + v_8(t) + \lambda_8 \gamma_4 \tau_4 - c_7^* \dot{y}_{7r} - \ddot{y}_{7r} \right] \quad (\text{V.182})$$

$$\dot{\hat{b}}_4 = \gamma_4 \lambda_8 (z_7 + c_7^* z_8) \\ \dot{\hat{W}}_8 = F_8 \phi(\hat{V}_8^T \bar{x}_8) z_8 - F_8 \dot{\phi}(\hat{V}_8^T \bar{x}_8) \hat{V}_8^T \bar{x}_8 z_8 - \mu F_8 \hat{W}_8 \quad (\text{V.183})$$

$$\dot{\hat{V}}_8 = G_8 \bar{x}_8 \hat{W}_8^T \dot{\phi}(\hat{V}_8^T \bar{x}_8) z_8 - \mu G_8 \hat{V}_8$$

$$\text{avec } \tau_4 = \lambda_8 (z_7 + c_7^* z_8) ; v_8(t) = -k_{v8} \left[\frac{1}{2} + \left\| \bar{x}_8 \hat{W}_8^T \dot{\phi}(\hat{V}_8^T \bar{x}_8) \right\|_F^2 + \left\| \dot{\phi}(\hat{V}_8^T \bar{x}_8) \hat{V}_8^T \bar{x}_8 \right\|^2 \right] z_8$$

(e) Loi de commande de position (selon l'axe y_b) et lois de mise à jour des poids

$$u_y = -\frac{1}{\hat{b}_5 u_1} \left[z_9 + c_{10} z_{10} + t_{10} (c_9^*)^2 z_{10} + c_9^* (\zeta_{10} + \Xi_{10} + \lambda_{10} \hat{b}_5 + h_9) \right. \\ \left. - k_{10} (\zeta_1 + \Xi_1 + \lambda_1 \hat{b}_5 - y_{10}) + h_{10} + \hat{W}_{10}^T \phi(\hat{V}_{10}^T \bar{x}_{10}) + v_{10}(t) + \lambda_{10} \gamma_5 \tau_5 - c_9^* \dot{y}_{9r} - \ddot{y}_{9r} \right] \quad (\text{V.184})$$

$$\dot{\hat{b}}_5 = \gamma_5 \lambda_{10} (z_9 + c_9^* z_{10}) \\ \dot{\hat{W}}_{10} = F_{10} \phi(\hat{V}_{10}^T \bar{x}_{10}) z_{10} - F_{10} \dot{\phi}(\hat{V}_{10}^T \bar{x}_{10}) \hat{V}_{10}^T \bar{x}_{10} z_{10} - \mu F_{10} \hat{W}_{10} \quad (\text{V.185})$$

$$\dot{\hat{V}}_{10} = G_{10} \bar{x}_{10} \hat{W}_{10}^T \dot{\phi}(\hat{V}_{10}^T \bar{x}_{10}) z_{10} - \mu G_{10} \hat{V}_{10}$$

$$\text{avec } \tau_4 = \lambda_8 (z_7 + c_7^* z_8) ; v_{10}(t) = -k_{v10} \left[\frac{1}{2} + \left\| \bar{x}_{10} \hat{W}_{10}^T \dot{\phi}(\hat{V}_{10}^T \bar{x}_{10}) \right\|_F^2 + \left\| \dot{\phi}(\hat{V}_{10}^T \bar{x}_{10}) \hat{V}_{10}^T \bar{x}_{10} \right\|^2 \right] z_{10}$$

(f) Loi de commande relative à la poussée (selon l'axe z_b) et lois de mise à jour des poids

$$u_1 = -\frac{1}{\hat{f}} \left[z_{11} + c_{12} z_{12} + t_{12} (c_{11}^*)^2 z_{12} + c_{11}^* (\zeta_{12} + \Xi_{12} + \lambda_{12} \hat{f} + h_{11}) - k_{12} (\zeta_1 + \Xi_1 + \lambda_1 \hat{f} - y_{12}) + h_{12} + \hat{W}_{12}^T \phi(\hat{V}_{12}^T \bar{x}_{12}) + v_{12}(t) + \lambda_{12} \dot{\hat{f}} - c_{11}^* \dot{y}_{11r} - \ddot{y}_{11r} \right] \quad (\text{V.186})$$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{W}}_{12} &= F_{12} \phi(\hat{V}_{12}^T \bar{x}_{12}) z_{12} - F_{12} \dot{\phi}(\hat{V}_{12}^T \bar{x}_{12}) \hat{V}_{12}^T \bar{x}_{12} z_{12} - \mu F_{12} \hat{W}_{12} \\ \dot{\hat{V}}_{12} &= G_{12} \bar{x}_{12} \hat{W}_{12}^T \dot{\phi}(\hat{V}_{12}^T \bar{x}_{12}) z_{12} - \mu G_{12} \hat{V}_{12} \end{aligned} \quad (\text{V.187})$$

$$\text{avec } v_{12}(t) = -k_{v12} \left[\frac{1}{2} + \left\| \bar{x}_{12} \hat{W}_{12}^T \dot{\phi}(\hat{V}_{12}^T \bar{x}_{12}) \right\|_F^2 + \left\| \dot{\phi}(\hat{V}_{12}^T \bar{x}_{12}) \hat{V}_{12}^T \bar{x}_{12} \right\|^2 \right] z_{12}$$

V.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié l'application de la commande backstepping neuronale avec observateur sur un procédé physique qui est le quadrirotor. Ce dernier est un modèle multivariable, couplé et perturbé.

Le modèle mathématique prend en compte tout le fonctionnement inhérent à un tel procédé en termes de variables mises en jeu, des différents mouvements possibles tels que le roulis, le tangage et le lacet, et de leurs commandes, ainsi que les divers repères utilisés pour un formalisme reflétant la réalité.

Il est clair qu'un tel modèle est très complexe, voir difficile à contrôler ; car la commande est multivariable dans le sens où 6 degrés de liberté sont à contrôler de manière simultanée et opérant dans un milieu particulièrement perturbé.

Outre la diversité des contraintes liées à ce modèle, la commande backstepping réalise parfaitement des objectifs additionnels d'estimation de plusieurs paramètres liés aux différentes dynamiques des états du système.

Conclusion générale

Le travail présenté dans le cadre de cette thèse porte particulièrement sur la technique de commande adaptative backstepping neuronale avec ses diverses formes d'application. L'orientation de ce travail a été explicitement choisie afin de satisfaire des exigences liées aux systèmes non linéaires incertains. Ces exigences s'étalent sur plusieurs axes, et nécessitent le soulèvement de plusieurs problématiques : présence d'incertitudes et perturbations, robustesse et bonnes performances de la commande, nécessité de construction d'observateurs et d'estimateurs pour certains paramètres et certains états, garantie des bonnes performances pour le fonctionnement d'un système monovariable ou multivariables sous perturbations et incertitudes.

Dans cette thèse, nous avons traité un ensemble important de cas et à chaque fois une tactique de développement est proposée. La solution est présentée selon la structure du modèle et les conditions de fonctionnement imposées ; et les résultats ont été validés par simulation sous Matlab.

Nous avons commencé par aborder le concept de base de la commande backstepping associée à la commande neuronale avec un rappel des différents développements et en s'appuyant sur des exemples théoriques des systèmes non linéaires. Le développement a fait appel à un outil puissant issu du domaine de l'automatique, qui est la commande non linéaire dite backstepping neuronale. Nous avons adapté cette commande pour quelle soit implémentable en temps réel pour les processus physiques tels que le pendule simple et le pendule inversé. Les exemples de simulation ont confirmé l'efficacité de cette technique de commande par des résultats admissibles.

La commande adaptative backstepping neuronale d'une certaine classe de systèmes non linéaires, en l'occurrence les systèmes incertains, a fait l'objet de la seconde problématique. L'objectif était de concevoir des observateurs et des estimateurs capables de satisfaire la variation paramétrique et l'observation des états. Cette technique a montré sa robustesse par le rejet parfait des perturbations, l'estimation des paramètres ainsi que l'approximation des fonctions non linéaires du système. Les résultats ont montré l'efficacité de ces structures combinées vis-à-vis des structures classiques.

Afin de cerner la problématique de cette thèse, nous avons exploité ce qui a été développé dans les deux premiers chapitres en matière d'algorithmes de commande backstepping neuronale pour contrôler les deux types de moteurs à aimants permanents et à induction. Ces deux structures ont été proposées et testées, et les résultats obtenus ont montré de nouveau l'efficacité de la technique neuronale par rapport à la version classique pour le fonctionnement d'un système non linéaire entaché de contraintes internes et externes.

Sachant que les systèmes non linéaires incertains et multivariables présentent des dysfonctionnements parfois sévères pour leurs commandes. La problématique qui a été abordée dans ce dernier chapitre est la commande d'un quadricoptère qui est système couplé et perturbé. Le contrôle de ses trois translations et ses trois rotations en présence d'incertitudes et de perturbations externes a été clairement soulevé et résolu. Nous avons proposé un algorithme basé sur la technique backstepping afin de stabiliser le quadricoptère et de permettre le rejet total des perturbations.

Le travail effectué dans cette thèse s'est étendu sur plusieurs axes de recherche, ce qui justifie que certains aspects n'ont pas été traités d'une façon très profonde. Plusieurs recommandations et perspectives peuvent faire l'objet d'un travail futur :

- Développer des algorithmes qui permettent d'avoir à la fois des gains d'adaptation optimaux et des meilleures structures d'approximation neuronales afin d'améliorer la robustesse et l'efficacité de la stratégie de commande backstepping.
- Exploiter les approximateurs neuronaux associés aux observateurs développés dans le deuxième chapitre pour améliorer la robustesse afin de commander les systèmes non linéaires incertains et multivariables.
- Concevoir une nouvelle variante d'algorithme backstepping qui peut être employée pour la commande de la majorité des modèles non linéaires.

Bibliographie

- [1] M. Krstić, I. Kanellakopoulos, and P. V. Kokotović, "*Nonlinear and adaptive control design*", Ed. John Wiley and Sons, New York, 1995.
- [2] C. Touzet, "*Les réseaux de neurones artificiels : Introduction au connexionnisme*", Ed. Scribd, San Francisco, USA, 1992.
- [3] S. Chen and S.A. Billings, "*Neural networks for nonlinear dynamic system modelling and identification*", Int. J. Control, vol. 56, n° 2, pp. 319-346, 1992.
- [4] K.S. Narendra and K. Parthasarathy, "*Identification and control of dynamic systems using neural networks*", IEEE Trans. Neural Networks, pp. 14-27, 1990.
- [5] T. Knoho, and H. Unbehauen, "*ANNAC extension of adaptive backstepping algorithm with artificial neural networks*", IEE Proc. Control Theory and Application, vol. 147, pp.177-183, 2000.
- [6] Ö. Tolga Altınöz, "*Adaptive integral backstepping motion control for inverted pendulum*", Int. J. Mechanical, Industrial Science and Engineering, vol. 1, n° 5, pp. 280-283, 2007.
- [7] S. Rudra, and R. K. Barai, "*Robust adaptive backstepping control of inverted pendulum on cart system*", Int. J. Control and Automation, vol. 5, n° 1, pp. 13-26, 2012.
- [8] A. Benaskeur and A. Desbiens, "*Application of backstepping to the stabilization of the inverted pendulum*", IEEE Conf. Electrical and Computer Engineering, Canadian, vol. 1, May 24-28, pp. 113-116, 1998.
- [9] D. Wang and J. Huang, "*Adaptive neural network control for a class of uncertain nonlinear systems in pure-feedback form*", Automatica, vol. 38, pp. 1365-1372, 2002.
- [10] D. Elleuch and T. Damak, "*Robust adaptive controller for uncertain nonlinear systems*", Int. J. Information Technology, Control and Automation, vol. 2, n° 2, 2012.
- [11] J. Zhou and C. Wen, "*Adaptive backstepping control of uncertain systems non smooth nonlinearities, interactions or time-variations*", Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008.
- [12] J. Ye, "*Tracking control for nonholonomic mobile robots : integrating the analog neural network into the backstepping technique*", Neuro computing, vol. 71, n° 16-18, pp 3373-3378, 2008.
- [13] G. Bartolini and all, "*Modern sliding mode control theory*", springer-varlag Berlin Heidelberg, pp 269-290, 2008.
- [14] A. J. Koshkouei, A. S. I. Zinober, and Keith J. Burnham, "*Adaptive sliding mode backstepping control of nonlinear systems with unmatched uncertainty*", Asian J. of Control, vol. 6, n° 4, pp. 447-453, December 2004.
- [15] F. C. Chen and H. K. Khalil, "*Adaptive control of nonlinear systems using neural networks*", Int. J. Control, vol. 55, n° 6, pp. 1299-1317, 1992.

-
- [16] F. L. Lewis, A. Yesildirek, and K. Liu, "*Multilayer neural-net robot controller with guaranteed tracking performance*", IEEE Trans. Neural Networks, vol. 7, n° 2, pp. 388-399, 1996.
- [17] T. Zhang, S. S. Ge, and C. C. Hang, "*Design and performance analysis of a direct adaptive controller for nonlinear systems*", Automatica, vol. 35, n° 12, pp. 1809-1817, 1999.
- [18] K. Hornik, "*Approximation capabilities of multilayer feedforward networks*", Elsevier, Neural Networks, vol. 4, n° 2, pp. 251-257, 1991.
- [19] T. Zhang, S.S. Ge, and C.C. Hang, "*Adaptive neural network control for strict-feedback nonlinear systems using backstepping design*", Automatica, vol. 36, pp. 1835-1846, May 2000.
- [20] M. Stinchcombe and H. White, "*Approximating and learning unknown mappings using multilayer feedforward networks with bounded weight*", Technical Report, , San Diego, Dept. of Economics, University of California, 1990.
- [21] I. Kanellakopoulos, P. V. Kokotović, and R.H. Middleton, "*Indirect adaptive output-feedback control of a class of nonlinear systems*", IEEE Conf. Decision and Control, Honolulu, Hawaii, pp. 2714-2719, 1990.
- [22] F. J. Lin and S. L. Chiu, "*Adaptive fuzzy sliding-mode control for PM synchronous servo motor drives*", IEE Proceedings : Control Theory and Applications, vol. 145, n° 1, pp. 63-72, 1998.
- [23] S. C. Tong and H. H. Li, "*Fuzzy adaptive sliding model control for MIMO nonlinear systems*", IEEE Trans. Fuzzy Systems, vol. 11, n° 3, pp. 354-360, 2003.
- [24] A. Isidori, "*Nonlinear control systems*", Communications and Control Engineering Series, Springer, Berlin, Germany, 3rd Ed., 1995.
- [25] H. Lee and M. Tomizuka, "*Robust adaptive control using a universal approximator for SISO nonlinear systems*", IEEE Trans. Fuzzy Systems, vol. 8, n° 1, pp. 95-106, 2000.
- [26] X. Liu, G. Gu, and K. Zhou, "*Robust stabilization of MIMO nonlinear systems by backstepping*", Automatica, vol. 35, n° 5, pp. 987-992, 1999.
- [27] J.-H. Hu and J. B. Zou, "*Adaptive backstepping control of permanent magnet synchronous motors with parameter uncertainties*", Control and Decision, vol. 21, n° 11, pp. 1264-1269, 2006.
- [28] L. A. Zadeh, "*Fuzzy sets*", Information and Computation, vol. 8, pp. 338-353, 1965.
- [29] C. Elmas, O. Ustun, and H. H. Sayan, "*A neuro-fuzzy controller for speed control of a permanent magnet synchronous motor drive*", Expert Systems with Applications, vol. 34, n° 1, pp. 657-664, 2008.
- [30] S. Tong and H. X. Li, "*Direct adaptive fuzzy output tracking control of nonlinear systems*", Fuzzy Sets and Systems, vol. 128, n° 1, pp. 107-115, 2002.
- [31] M. Sebba, A. Chaker, Y. Meslem and S. Hassaine, "*Commande en vitesse du moteur synchrone à aimants permanents dotée d'un observateur d'état de Luenberger*", Int. Conf. Computer Integrated Manufacturing, Setif, Algeria, November 2007.

-
- [32] H. Buhler, "*Conception des systèmes automatiques*", Presses polytechniques romandes, Lausanne, 1995.
- [33] R. Abdessmed, "*Modélisation et simulation des machines électriques*", Ed. Ellipses, pp.104-130, 2011.
- [34] N. Goléa, A. Goléa and M. Kadjouj, "*Backstepping adaptive control of permanent magnet synchronous motor drive*", Computational Engineering in Systems Engineering CESA'03; Lille France, July 9-11, 2003.
- [35] J. Zhou and Y. Wang, "*Adaptive backstepping speed controller design for a permanent magnet synchronous motor*", IEE Proceedings, Electric Power Applications, vol. 149, n° 2, pp. 165-172, March 2002.
- [36] B. Bossoufi, M. Karim, S. Ionita, and A. Lagrioui, "*Nonlinear non adaptive backstepping with sliding-mode torque control approach for PMSM motor*", J. Electrical Systems, vol. 8, n° 2, pp. 236-248, 2012.
- [37] B. K. Bose, "*Power electronics and AC drive*", Prentice Hall, 1986.
- [38] P. Vas, "*Vector control of AC machines*", New York, Oxford Science Publications. 1990.
- [39] W. Leonhard, "*Control of electrical drives*", Sringer, 2nd Ed., 1996.
- [40] F. Blaschke, "*The principle of field oriented as applied to the new tran-vector closed-loop control system for rotating machines*", Siemens Review, vol. 39, n° 4, pp. 217-220, 1972.
- [41] K. Hasse, "*On the dynamics of speed control of a static AC drive with squirrel cage induction machine*", Ph.D. Dissertation, Tech. Hochschule Darmstradt, Germany, July 1979.
- [42] J.P. Caron and J.P. Hautier, "*Modélisation et commande de la machine asynchrone*", vol. 7, Ed. Technip, France, 1995.
- [43] C. Canudas de Wit, "*Commande des moteurs asynchrones*", Volume I et II, Série Systèmes automatisés, Hermès, 2000.
- [44] R. D. Lorenz and D. W. Novotny, "*A control system perspective of field oriented control for AC servo drives*", Conf. Record of the Controls Engineering Exposition, vol. 88, 1988.
- [45] R. De Doncker and D. W. Novotny, "*The universal field oriented controller*", IEEE Trans. Industry Applications, vol. 30, n° 1, pp. 92-100, 1994.
- [46] R. Marino, S. Peresada, and P. Valigi, "*Adaptive input-output linearizing control of induction motors*", IEEE Trans. Automatic Control, vol. 38, n° 2, pp. 208-221, 1993.
- [47] R. Ortega and G. Espinoza, "*Torque regulation of induction motor*", Automatica, vol. 29, n° 3, pp.621-633, 1993.
- [48] R. Ortega and al, "*On speed control of induction motor*", Automatica, vol. 32, n° 3, pp.455-460, 1996.
- [49] V. I Utkin, "*Sliding mode control design principles and applications to electric drives*", IEEE Trans. Industrial Electronics, vol. 40, n° 1, pp.23-36, 1993.
-

-
- [50] G. Bartolini, E. Punta, and T. Zolezzi, "Approximability properties for second-order sliding mode control systems", IEEE Trans. Automatic Control, vol. 52, n° 10, pp. 1813-1825, 2007.
- [51] I. Kanellakopoulos, P. V. Kokotović, and A. S. Morse, "Systematic design of adaptive controllers for feedback linearizable systems", IEEE Trans. Automatic Control, vol. 36, n° 11, pp. 1241-1253, 1991.
- [52] P. V. Kokotović, "Bode lecture : the joy of feedback", IEEE Control Systems Magazine, vol. 12, n° 3, pp. 7-17, 1992.
- [53] F. Mehazzem, "Contribution à la commande d'un moteur asynchrone destiné à la traction électrique", Thèse de doctorat en cotutelle, Département d'Electronique, Constantine Algérie, Ecole Doctorale ICMS Paris, 2010.
- [54] M.R Jovanovic and B. Bamieh, "Architecture induced by distributed backstepping design", IEEE Trans. Automatic Control, vol. 52, n° 1, pp. 108-113, 2007.
- [55] C. Kwan and F. L. Lewis, "Robust backstepping control of nonlinear systems using neural networks", IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics - Part A : Systems and Humans, vol. 30, n° 6, pp. 753-766, 2000.
- [56] L. Yahui, L. Guozhong, Z. Xianyi, and Q. Sheng, "Adaptive backstepping control for induction motor based on neural networks and dynamic surface technique", Proceedings of IEEE Conf. Control Applications, vol. 2, pp. 826-831, June 23-25, 2003.
- [57] Z. C. Ji and Y. X. Shen, "Backstepping position control for induction motor based on neural network", Proceedings of the 1ST IEEE Conf. Industrial Electronics and Applications, pp. 1-5, May 24-26, 2006.
- [58] J. Soltani and R. Yazdanpanah, "Robust backstepping control of induction motor drives using artificial neural networks", Proc. Int. Conf. Power Electronics and Motion Control, IEEE, vol. 2, pp. 1-5, Aug 14-16, 2006.
- [59] H. Tan and J. Chang, "Field orientation and adaptive backstepping for induction motor control", Conf. Thirty-Fourth IAS Annual Meeting, Industry Applications, IEEE, vol. 4, pp. 2357-2363, October 3-7, 1999.
- [60] S. Woo Nam and M. N. Uddin, "Development of an adaptive backstepping based nonlinear control of an induction motor incorporating iron loss with parameter uncertainties", Conf. Electrical and Computer Engineering, IEEE, pp. 1662-1666, May, Ottawa, Canada, 2006.
- [61] A. Laoufil, A. Hazzab, I. K. Bousserhanel, and M. Rahli, "Direct field-oriented control using backstepping technique for induction motor speed control", 2nd Conf. Information and Communication Technologies, IEEE, vol. 1, pp. 1422-1427, April 24-28, 2006.
- [62] Y. Tan, J. Chang, and H. Tan, "Adaptive backstepping control and friction compensation for AC servo with inertia and load uncertainties", IEEE Trans. Industrial Electronics, vol. 50, n° 5, 2003.
- [63] H. T. Lee, L. C. Fu, and F. L. Lian, "Sensorless adaptive backstepping speed control of induction motor", Proc. of the 45th IEEE Conf. Decision and Control, Manchester Grand Hyatt Hotel San Diego, December 13-15, CA, USA, 2006.

-
- [64] Y. Tan, J. Chang, H. Tan, and J. Hu, "Integral backstepping control and experimental implementation for motion system", Proc. Int. Conf. Control Applications, Anchorage, IEEE, September 25-27, Alaska, USA, 2000.
- [65] J. T. Yu and J. Chang, "A new adaptive backstepping design for motion control systems", IEEE Conf. Industrial Electronics Society, vol. 1, pp. 140-144, November 2-6, 2003.
- [66] R. Cazzaro, "Modélisation et stabilisation d'un micro hélicoptère à quatre rotors", Examen probatoire du diplôme d'ingénieur C.N.A.M., Conservatoire National des Arts et Métiers, Toulouse, 2007.
- [67] M. Bouhental, "Modélisation et commande floue d'un quadrirotor", Mémoire de Magister, Département d'Electronique, Faculté de Technologie, Université Hadj Lakhdar de Batna, Algérie, 2014.
- [68] H. Khebbache, "Tolérance aux défauts via la méthode backstepping des systèmes non linéaires. Application : système UAV de type quadrirotor", Mémoire de Magister, Département d'Electrotechnique, Faculté de Technologie, Université Ferhat Abbas, Sétif, Algérie, 2012.
- [69] J. Lévine, "Analyse et commande des systèmes non linéaires", Centre Automatique et Systèmes, Ecole des Mines de Paris, Mars 2004.
- [70] H. Boudjedir, O. Bouhali, and N. Rizoug, "Neural network control based on adaptive observer for quadrotor helicopter", International Journal of Information Technology, Control and Automation, vol. 2, n° 3, pp. 39-54, July 2012.
- [71] P. Adigbli, "Nonlinear attitude and position control of a micro quadrotor using sliding mode and backstepping techniques", 3rd US-European Competition, MAV07 & EMAV07, 17-21, pp. 1-9, France, 2007.
- [72] S. Bouabdallah and al., "Backstepping and sliding mode techniques applied to an indoor micro quadrotor", Proc of IEEE, ICRA, pp. 2247-2252, 2005.
- [73] T. Madani and A. Benallegue, "Backstepping control with exact 2-sliding mode estimation for a quadrotor unmanned aerial vehicle", Proc. of IEEE/RSJ, Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, pp. 141-146, 2007.
- [74] A. Mokhtari, A. Benallegue, and B. Daachi, "Robust feedback linearization and GH_∞ controller for a quadrotor unmanned aerial vehicle", Journal of Electrical Engineering, vol. 57, n° 1, pp. 20-27, 2006.
- [75] S. Bouabdallah and al., "PID vs. LQ control techniques applied to an indoor micro quadrotor", Proc of IEEE/RSJ, Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, pp. 2451-2456, Japan, 2004.
- [76] A. Das, F. Lewis, and K. Subbarao, "Backstepping approach for controlling a quadrotor using Lagrange form dynamics", J. Intell. Robot syst., pp 127-151, 2009.
- [77] C. Nicol, and al., "Robust neural network of a quadrotor helicopter", Proc. of IEEE, Fuzzy information PSC, pp. 454-458, 2008.
- [78] J.C. Raimundez and al., "Adaptive tracking control for a quad-rotor", ENOC, saint Pertersburg, Russia July 2008.
-

- [79] O. Bouhali and H. Boudjedir, "*Neural network control with neuro-sliding mode observer applied to quadrotor helicopter*", Proc. INISTA'11, pp 24-28, Istanbul, Turkey, 2011.
- [80] T. Dieks and S. Jagannathan, "*Neural networks out feedback of a quadrotor UAV*", Proc. of IEEE, 47th CDC, pp 3633-3639, Mexi, Dec., 2008.
- [81] H. Khalil, "*High-gain observers in nonlinear feedback control*", Proc. IEEE, IC on Control, Automation and Systems, 2008.
- [82] M. Farza and al., "*Dynamic high gain observer design*", Proc. of IEEE, 6th International Multi Conference on systems, signals and Device, 2009.
- [83] E. Bullinger and F. Allgower, "*An adaptive high-gain observer for nonlinear systems*", Proc. of IEEE, the 36th CDC USA, 1997.
- [84] A. Belhani, "*Conception des contrôleurs flous multivariables*", Thèse de Doctorat en Sciences, Dép. d'Électronique, Faculté des Sciences de l'Ingénieur, Univ. Mentouri, Constantine, Algérie, 2007.
- [85] A. Benaskeur, "*Aspects de l'application du backstepping adaptatif à la commande décentralisée des systèmes non linéaires*", Thèse de Ph-D, Dép. de Génie Électrique et de Génie Informatique, Faculté des Sciences et de Génie, Université Laval, Québec, 2000.
- [86] F. Mrabti et H. Seridi, "*Comparaison de méthodes de classification réseau RBF, MLP et RVFLNN*", Damascus University Journal, Syrie, vol. 25, n° 2, pp. 119-129, 2009.

Systèmes non linéaires et types de commande

La commande Backstepping, développée par *Petar V. Kokotović*, est généralement reconnue plus intéressante que la commande par linéarisation du fait qu'elle évite le principe d'annulation des non linéarités et repose sur l'utilisation d'autres concepts pouvant améliorer les performances du régime transitoire.

C'est une approche récursive à retour d'état, basée sur la théorie de stabilité de Lyapunov applicable à une classe de systèmes non linéaires, dit triangulaire. Le principe de base consiste à considérer les états du système comme des «*commandes virtuelles*» servant à la détermination de la loi de commande exacte via différentes étapes.



Petar V. Kokotović est né à Belgrade en 1934. Il a reçu BS (1958) et M. S. (1963) de l'Université de Belgrade Faculté de génie électrique et d'un Doctorat (1965) de l'Académie des sciences d'URSS (Institut de l'automatisation et de commande à distance), Moscou. Petar V. Kokotović (en serbe cyrillique: Петар В. Кокотовић) est professeur au Département de génie à l'Université de Californie, Santa Barbara, USA. Il a apporté des contributions dans les domaines de commande adaptative, les techniques de perturbations singulières, et la commande non linéaire.

1. Commande des systèmes non linéaires

Dans ce qui suit, différentes approches de commande sont présentées, ces approches peuvent se diviser en deux grandes catégories, la commande indirecte et la commande directe, dans la commande indirecte, l'objectif consiste à généraliser les différentes commandes linéaires, reposant sur la représentation d'état, pour les systèmes non linéaires, à travers une linéarisation, cette technique est dite linéarisation par contre-réaction (*Feedback linearization*), ces approches sont appliquées généralement pour les systèmes qui ne présentent aucune incertitude dans leurs dynamiques. L'approche directe consiste à élaborer des techniques plus appropriées aux systèmes non linéaires avec incertitudes, dans ce cas il s'agit généralement de la commande robuste et la commande adaptative.

Dans ce paragraphe nous introduisons brièvement les principales méthodes de synthèse des contrôleurs non linéaires. [84]

2. Linéarisation par contre-réaction: Feedback linearization

Ce type de commande a fait son apparition dans les années 1980 avec les travaux d'*Isidori* et les apports de la géométrie différentielle. Un grand nombre de systèmes non linéaires peuvent être partiellement ou complètement transformés en systèmes possédant un comportement entrée-sortie linéaire ou entrée-état linéaire à travers un choix approprié d'une loi de commande par retour d'état non linéaire. Lorsque la dynamique des zéros est stable, il est possible de transformer le système non linéaire en une chaîne d'intégrateurs. Après linéarisation, les techniques classiques du linéaire peuvent être appliquées. Cette approche a souvent été employée pour résoudre des problèmes pratiques de commande mais elle impose que le vecteur d'état soit mesuré et demande un modèle précis du procédé à commander. De plus, les propriétés de robustesse ne sont pas garanties face aux incertitudes paramétriques du modèle. En effet, cette technique est basée sur l'annulation exacte des termes non linéaires. Par conséquent, la présence d'incertitudes de modélisation sur les termes non linéaires rend l'annulation inexacte et l'équation entrée- sortie résultante non linéaire.

Dans ce contexte deux variantes existent, la première dite linéarisation entrée-états (*Input-states feedback linearization*) et qui utilise le principe de placement des pôles par retour d'état pour les systèmes linéaires, il s'agit de transformer le système non linéaire en système linéaire via des transformations entrée-état adéquates. Le problème est de définir les classes des systèmes non linéaires obéissant à une telle transformation et de trouver la transformation adéquate et appropriée et à travers cette transformation, après cette transformation on se met face à une dynamique linéaire dont les techniques de commande linéaires sont applicables facilement.

Dans la deuxième technique appelée linéarisation par entrée –sortie (*output-states feedback linearization*) il s'agit de décrire une relation linéaire directe entre la commande u et la sortie y , via une nouvelle variable de commande v . La synthèse passe par trois étapes. Dans une première étape, on s'intéresse à la génération d'une relation entre u et y par le biais des dérivées successives de la sortie. Cependant cette étape permet de générer un ensemble d'états internes inobservables appelé dynamique interne, dans la deuxième étape on s'intéresse à étudier le comportement de la dynamique interne à travers l'étude de la stabilité des zéros dynamiques définis en absence du signal de commande. Dans la dernière étape, il s'agit de concevoir le contrôleur approprié et par conséquent, il est judicieux de concevoir un contrôleur qui, à la fois, assure la stabilité dans la boucle et dans la dynamique interne. [84]

3. Commande Backstepping

Développée par *Kokotović*, la commande backstepping utilise le principe de stabilité de Lyapunov pour le calcul de la loi commande récursivement, c'est une méthode multi-étapes opérant sur les systèmes ayant une forme d'état triangulaire (strict-feedback systems), elle utilise la notion de la commande virtuelle et l'ajout des intégrateurs à chaque étape. Dans cette thèse, ce type de commande est bien détaillé.

4. Commande adaptative

Selon la définition de webster : « *l'adaptation est un auto – changement, permettant un comportement conforme et approprié face à un changement des circonstances* ». La commande adaptative est une approche utilisée pour les systèmes ayant des paramètres incertains, provenant des incertitudes dans les paramètres du système (incertitudes structurés) ou des simplifications dans la dynamique du système (incertitudes non structurés), elle est basée sur le concept de l'estimation en ligne des paramètres pour l'ajustement d'une loi de commande.

Cette commande a été développée vers les débuts des années 1950, pour la conception des autopilotes assurant de hautes performances des avions travaillant avec de grande vitesses et grande altitudes, les automaticiens se sont vite aperçus en effet qu'un contrôleur avec des paramètres fixes n'était pas toujours capable d'assurer les performances voulues, par exemple dans le cas où les paramètres du système variaient avec le temps. En 1958, *Whittaker, Yamron et Kezer* élaborèrent la "*MIT Rule*" (algorithme du gradient).

Deux approches existent, une commande adaptative indirecte, dite également commande adaptative explicite, dans laquelle les paramètres du système sont estimés en ligne pour le calcul des paramètres du contrôleur et une approche directe, dite aussi approche implicite, qui repose sur l'estimation en ligne des paramètres de contrôleur afin de les utiliser dans la paramétrisation du système, à travers une relation étroite liant les paramètres du contrôleur et les paramètres du système.

La conception d'une commande adaptative passe obligatoirement par trois étapes : (1) Choix de la loi de contrôle ; (2) Choix de la loi d'adaptation ; (3) Analyse de la

convergence. Deux principaux schémas peuvent être cités pour le contrôle adaptatif : la commande adaptative à modèle de référence et la commande auto-ajustable. [84]

5. Le contrôle flou

Depuis l'établissement de la théorie de la logique floue par *A. Lotfi Zadeh* en 1965, qui opère sur des variables linguistiques, le contrôle flou a connu une vaste utilisation et il est devenu un outil actif et fructueux pour le développement des contrôleurs fiables pour les systèmes non linéaires ainsi que dans la modélisation. La structure d'un contrôleur flou est basée essentiellement sur des informations heuristiques fournies par un opérateur expérimenté agissant sur le système, ces informations forment une base de connaissance pour le système à commander servant l'émulation de la décision humaine.

Les principaux avantages d'un contrôleur à logique floue sont :

- La possibilité d'extraire une stratégie de contrôle automatique à partir d'une stratégie de contrôle linguistique basée sur une expertise humaine,
- Une implémentation adéquate et facile des FLC dans la commande des systèmes.

Bien que ces contrôleurs ont connu une vaste utilisation grâce à leurs efficacité et fiabilité dans la commande des procédés complexes, des difficultés sont apparues telles que :

- Le domaine d'expertise n'est pas toujours disponible,
- Les opérateurs ne peuvent pas facilement transformer leurs connaissances en une caractérisation algorithmique nécessaire pour une extraction d'une stratégie de contrôle automatique.

Pour cela plusieurs approches systématiques de conception de FLC ont été développées ces dernières années.

6. Le contrôle neuronal

Les réseaux de neurones artificiels sont des algorithmes et des représentations mathématiques imitant massivement le fonctionnement des réseaux de neurones biologiques. Ils ont montré leurs efficacités et fiabilités dans de nombreux problèmes de contrôle, de traitement du signal, traitement d'image, reconnaissance de formes et dans l'estimation et l'identification. Leur origine vient de l'essai de modélisation du neurone biologique par *Mcculloch et Pitts*, ils supposent que l'impulsion nerveuse est le résultat d'un calcul simple effectué par chaque neurone et que la pensée née grâce à l'effet collectif d'un réseau de neurones interconnecté.

L'implantation de la théorie neuronale dans la commande se fait à travers un perceptron multicouches, le perceptron est un neurone artificiel développé par *H. Rosenblatt*, la sortie du neurone y dépend des entrées appelées poids synaptiques et d'une certaine fonction x_j pondérées par les poids w_j

Ce neurone formel permet l'introduction d'un perceptron multicouches ou réseaux dont la propagation est directe et la valeur de la sortie présente ne dépend pas des sorties précédentes. Cette structure est très utilisée dans l'identification et le contrôle, elle constitue un approximateur universel : des recherches ont montrée que le perceptron multicouche peut approximer n'importe qu'elle fonction entrée/sorties sous réserve de mettre suffisamment de neurones dans la couche cachées et d'utiliser des sigmoïdes pour la fonction d'activation.

Dans cette annexe, les principales méthodes de commandes non linéaires ont été présentées. Notons qu'ils existent d'autres méthodes de commande et qui représentent des mécanismes hybrides entre les méthodes et approches citées.

Stabilité et théorie de Lyapunov

En mathématiques et en automatique, la notion de **stabilité de Lyapunov** (ou, plus correctement, de *stabilité au sens de Lyapunov*) apparaît dans l'étude des systèmes dynamiques. De manière générale, la notion de stabilité joue également un rôle en mécanique, dans les modèles économiques, les algorithmes numériques, la mécanique quantique, la physique nucléaire, ... etc.



Alexandre Mikhailovitch Lyapunov

6 juin 1857 - 3 novembre 1918

1 Equilibre et stabilité des systèmes

Physiquement, un système est en équilibre quand il conserve son état en absence de forces externes. Mathématiquement, cela signifie que la dérivée \dot{x} de son état est nulle pour un système :

$$\dot{x} = \varphi(x) \quad (1)$$

L'état (ou les états) d'équilibre x_e est la solution (sont les solutions) de l'équation algébrique $\varphi(x) = 0$.

Dans le cas des systèmes linéaires $\varphi(x) = Ax$, $x = 0$ est un point d'équilibre. Si A est régulière, l'origine est le seul point d'équilibre. Dans le cas où la matrice A est singulière, tout le sous espace défini par $Ax = 0$ constitue une région d'équilibre. Pour les systèmes non linéaires, la solution est moins évidente et l'origine n'est pas forcément un point d'équilibre. En plus, en présence de plusieurs équilibres, ces derniers peuvent se présenter, comme dans le cas linéaire, sous forme de domaines continus, de points isolés, voir même la combinaison des deux.

Pour comprendre le comportement d'un système non linéaire, on utilise souvent une représentation de ses trajectoires dans l'espace de phase. Ces trajectoires sont un ensemble de courbes qui représentent l'évolution de l'état du système dans le temps. L'obtention de ces trajectoires passe, toutefois, par la résolution de l'équation différentielle (1), qui peut s'avérer une tâche difficile. C'est pourquoi, il existe des techniques qui permettent d'analyser le comportement du système, sans être forcé de résoudre les équations qui le décrivent. Les techniques basées sur la deuxième méthode de Lyapunov font partie de cette classe.

1.1 Définition

On dit qu'un système est stable s'il se déplace de sa position d'équilibre sous l'effet d'incertitudes ou perturbations externes et tend à y revenir ; instable, s'il tend à s'en écarter davantage. [85]

1.2 Exemple

Soit à stabiliser l'origine ($x_1 = 0$) du système scalaire :

$$\dot{x}_1 = \varphi_1(x_1)^T \theta + \psi_1(x_1) \cdot u \quad (2)$$

où φ_1 et ψ_1 sont des fonctions non linéaires, et θ est un vecteur de paramètres connus. Pour cela, la fonction de Lyapunov $V(x_1)$ doit être choisie et une commande u qui annule sa dérivée le long de la trajectoire, doit être calculée. La fonction de Lyapunov, représentant le bon choix, est définie par l'expression suivante :

$$V(x_1) = \frac{1}{2} x_1^2 \quad (3)$$

Sa dérivée le long de la solution de l'équation (2) donne :

$$\dot{V}(x_1) = x_1 \cdot \dot{x}_1 = x_1 \cdot [\varphi_1(x_1)^T \theta + \psi_1(x_1) \cdot u] \quad (4)$$

Un choix judicieux de u rend $V(x_1)$ négative et assure la stabilité asymptotique de l'origine du système. Un exemple de commande est donné par le choix de u tel que

$$\varphi_1(x_1)^T \theta + \psi_1(x_1) \cdot u = -k_1 x_1 \quad ; \quad k_1 > 0 \quad (5)$$

ce qui donne

$$u = -\frac{1}{\psi_1(x_1)} [k_1 x_1 + \varphi_1(x_1)^T \theta] \quad (6)$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov s'écrit alors :

$$\dot{V}(x_1) = -k_1 x_1^2 \leq 0 \quad (7)$$

Avec \dot{V} semi définie négative à l'origine, on peut, selon le théorème de Barbasin-Krasovskij, affirmer la stabilité asymptotique du système.

1.3 Choix de la commande

Le choix de u n'est pas unique. Un bon choix permet de rendre la dérivée de la fonction de Lyapunov négative, sans supprimer les non linéarités utiles dans le système, ni augmenter inutilement l'effort fourni par l'actionneur. [85]

2. Choix de la fonction de Lyapunov

La théorie de Lyapunov a été pendant longtemps un outil important dans la commande linéaire aussi bien que la commande non linéaire. Cependant, son utilisation dans la commande non linéaire a été entravée par les difficultés de trouver une fonction de Lyapunov pour un système donné. La tâche de trouver une telle fonction a été souvent laissée à l'imagination et à l'expertise du concepteur.

Même pour des systèmes simples et en l'absence d'incertitudes, le choix de la fonction de Lyapunov et de la loi de commande n'est pas toujours facile. Aucune règle générale n'existe à ce jour quant au choix d'une telle fonction. Quand on sait l'influence de ce choix sur le comportement général du système, on comprend l'intérêt qu'a suscité ce problème ces dernières années.

2.1 Théorie de Lyapunov

Un système commandé devrait atteindre l'état souhaité en respectant une condition en termes de propriétés d'équilibre désiré, d'après Slotine et Li.

2.2 Définition 1 (Stabilité de Lyapunov)

Considérons un système continu et non linéaire représenté par $\dot{x} = f(x)$ et $x(0)$ son état initial. Un vecteur $x_e \in \mathbb{R}^n$ est un point d'équilibre si $f(x_e) = 0$.

Le point d'équilibre x_e est stable, si pour chaque $\varepsilon > 0$ il existe $\delta(\varepsilon) > 0$ tel que :
 $\|x(0) - x_e\| < \delta \Rightarrow \|x(t) - x_e\| < \varepsilon$ pour tout $t \geq 0$.

On dit qu'un système est :

- instable, s'il n'est pas stable ;
- asymptotiquement stable, s'il est stable et si on adopte un choix de $r > 0$ tel que :
 $\|x(0) - x_e\| < r \Rightarrow x(t) \rightarrow x_e$ si $t \rightarrow \infty$
- globalement asymptotiquement stable s'il est asymptotiquement stable pour tous les états initiaux. Si le système est asymptotiquement stable quelque soit la condition initiale $x(0)$, alors le point d'équilibre est globalement asymptotiquement stable.
- marginalement stable, s'il est stable sans être asymptotiquement stable.

2.3 Définition 2

Supposez que l'on puisse définir une mesure de l'énergie dans un système par exemple $V(x) = \|x\|^2$.

En supposant que le point d'équilibre $x_e = 0$, la fonction scalaire $V(x)$ est dite :

- positive définie si : $\begin{cases} V(0) = 0 & \text{et} \\ V(x) > 0, & x \neq 0 \end{cases}$
- positive semi définie si : $\begin{cases} V(0) = 0 & \text{et} \\ V(x) \geq 0, & x \neq 0 \end{cases}$
- négative semi définie si : $-V(x)$ est positive (semi définie)
- radialement illimité si : $V(x) \rightarrow +\infty$ pour $\|x\| \rightarrow +\infty$

2.4 Théorème de stabilité (Lasalle-Yoshizawa)

Soit $x = 0$ le point d'équilibre du système d'équation (3). La fonction considérée $V(x)$ est scalaire, continuellement différentiable de l'état x tel que :

- $V(x)$ est définie positive,
- $V(x)$ est radialement illimité,
- $V(x) = V_x(x) f(x) \leq -W(x)$ où $W(x)$ est positive semi définie.

Alors, toutes les solutions de l'équation (3) satisfont : $\lim_{t \rightarrow \infty} W(x(t)) = 0$

Aussi, si $W(x)$ est définie positive, le point d'équilibre $x = 0$ est globalement asymptotiquement stable.

3 Conception de la commande basée sur Lyapunov

Maintenant, ajoutons une commande d'entrée et considérons le système suivant :

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (8)$$

tel que u est une loi de commande donnée par $u = k(x)$ de sorte que l'état désiré de la boucle fermée du système $x = f(x, k(x))$ devient globalement asymptotiquement un point stable d'équilibre. Pour la simplicité, nous assumerons l'origine pour être l'état désiré (consigne). Ceci peut toujours être réalisé par un changement approprié des coordonnées.

Afin de trouver $k(x)$, il faut construire une fonction définie positive et radialement illimitée $V(x)$ tel que :

$$\dot{V} = V_x(x)f(x, k(x)) = -W(x) \quad (9)$$

où $W(x)$ est définie positive.

Pour que cette approche soit vérifiée, V et W doivent être choisies adéquatement, où l'équation (3) ne peut être résolue. Ceci justifie les définitions suivantes :

3.1 Définition 3 (Fonction de Commande de Lyapunov)

Une fonction $V(x)$ définie positive radialement illimitée est dite une fonction de commande de Lyapunov si : pour tout $x \neq 0$, $\dot{V} = V_x(x) \cdot f(x, u) < 0$ pour une certaine loi de commande u .

En faisant un choix de la fonction de Lyapunov pour un système, on peut ainsi trouver une loi de commande globalement stabilisante. En fait, l'existence d'une loi de commande globalement stabilisante est équivalente à une fonction de Lyapunov. Cela veut dire que pour chaque loi de commande globalement stabilisante, la fonction de commande de Lyapunov correspondante peut être trouvée, et vice versa. Ceci est connu comme étant le théorème d'Artstein.

Si la fonction de Lyapunov est connue, un choix particulier de $k(x)$ est donné par la formule de Sontag reproduit dans l'équation (5). Le système est affine en la commande et est donné par l'expression suivante :

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (10)$$

On peut sélectionner la loi de commande suivante :

$$u = k(x) = -\frac{a + \sqrt{a^2 + b^2}}{b} \quad (11)$$

où :

$$a = V_x(x) \cdot f(x) \quad ; \quad b = V_x(x) \cdot g(x)$$

Ce qui permet d'avoir l'expression :

$$\dot{V} = V_x(x) \cdot (f(x) + g(x)u) = a + b \cdot \left(-\frac{a + \sqrt{a^2 + b^2}}{b} \right) = -\sqrt{a^2 + b^2} \quad (12)$$

Ainsi, on peut dire que la dérivée de Lyapunov rend l'origine globalement asymptotiquement stable.

Une approche étroitement liée est celle de Freeman et Primbs où u est choisie pour minimiser l'effort de commande nécessaire pour satisfaire $\dot{V} \leq -W(x)$. Cette approche suppose que seule $f(x)$ qui commande le système vers l'équilibre, alors on peut écrire :

$$\dot{V} \Big|_{u=0} = V_x(x) \cdot f(x) < -W(x) \quad (13)$$

Par la suite, ça serait une perte d'effort de commande pour atteindre $\dot{V} = -W(x)$

4 Seconde méthode de Lyapunov

4.1 Introduction

Pour les systèmes linéaires, la stabilité repose sur la nature des valeurs propres du système, les systèmes non linéaires nécessitent d'autres outils pour l'analyse de la stabilité autour d'un point d'équilibre. En 1892, le mathématicien russe Alexander Mikhailovich Lyapunov, développait une théorie de stabilité pour les systèmes non linéaires et établissait les méthodes d'analyse. La dite seconde méthode ne cherche pas la solution de l'équation différentielle. Les solutions exactes sont impossibles à déterminer ou difficiles à obtenir. Dans ce cas, Lyapunov a employé sa stratégie afin de résoudre le problème de stabilité des systèmes non linéaires.

4.2 Développement de l'idée

Considérons un système mécanique décrit par l'équation :

$$m.\ddot{x} + k.x + f.\dot{x} = 0 \quad (14)$$

f : est le facteur d'amortissement.

1^{er} cas : $\langle\langle f = 0 \rangle\rangle$

L'équation (14) s'écrit alors :

$$m.\ddot{x} + k.x = 0 \quad (15)$$

Ce système possède une énergie totale V telle que :

$$V = \frac{1}{2} [m.\dot{x}^2 + k.x^2] = E_c + E_p > 0 \quad (16)$$

Les courbes $V = Cte$, sont des ellipses intérieures les unes aux autres et s'éloignent de l'origine quand la constante augmente. Voyons maintenant comment cette énergie varie dans le temps. La dérivée de la fonction de Lyapunov V est nulle, en effet :

$$\dot{V}(t) = m\dot{x}\ddot{x} + kx\dot{x} = 0 \quad (17)$$

on a alors : $m\dot{x}\ddot{x} + kx\dot{x} = 0$.

Lorsque la dérivée de V atteindra la valeur nulle, la fonction V sera constante. Dans ce cas, on dit que le système présentera une stabilité marginale.

2^{ème} cas : « $f \neq 0$ »

L'équation du système s'écrit :

$$m.\ddot{x} + k.x + f.\dot{x} = 0 \quad (18)$$

et :

$$m.\ddot{x} + k.x = -f.\dot{x} \quad (19)$$

avec :

$$\dot{V} = (m.\ddot{x} + k.x).\dot{x} = -f.\dot{x}^2 \quad (20)$$

On remarque que le signe de l'énergie dépend ainsi du signe du coefficient d'amortissement f . Si $f > 0$ alors $\dot{V} < 0$ décroît et on peut dire dans ce cas que le système est asymptotique stable.

L'énergie emmagasinée décroît dans le temps jusqu'à sa valeur minimale à l'état d'équilibre. Il n'est pas évident de définir une fonction d'énergie dans ce cas. Ainsi, Lyapunov a introduit une fonction dite fonction de Lyapunov qui est en réalité une fonction d'énergie imaginaire.

4.3 Exemple sur le choix de la fonction d'énergie

Pour le même système mécanique et en faisant le changement de variables : $x_1 = x$ et $x_2 = \dot{x}$, on aura l'expression déduite suivante :

$$V(x_1, x_2) = \frac{1}{2}(kx_1^2 + mx_2^2) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} X^T P X \quad (21)$$

Avec :

$V(x_1, x_2)$: est une forme quadratique en X ,

P : est une matrice constante.

La fonction $V(x)$ est définie positive ou négative selon que la matrice P est définie positive ou négative. L'inégalité $X^T P X > 0$ est équivalente à dire que P est définie positive, donc toutes les valeurs propres de P sont à parties réelles positives. Encore, si $X^T P X < 0$, P est définie négative, et toutes les valeurs propres de P sont à parties réelles négatives. Un moyen efficace pour déterminer si une forme quadratique est positive ou négative définie est l'application du théorème de Sylvester à la matrice P engendrée.

4.4 Théorème

Le système linéaire $\dot{x} = A.x$ est asymptotiquement stable si et seulement si, pour toute matrice symétrique définie positive Q , il existe une matrice P définie positive et symétrique satisfaisant l'équation de Lyapunov :

$$A^T P + P A = -Q \quad (22)$$

Comparaison de deux réseaux : RBF et MLP

Les réseaux de neurones sont composés d'éléments simples (ou neurones) fonctionnent en parallèle. Ces éléments ont été fortement inspirés par le système nerveux biologique. Comme dans la nature, le fonctionnement du réseau de neurones est fortement influencé par la connexion des éléments entre eux. On peut entraîner un réseau de neurones pour une tâche spécifique en ajustant les valeurs des connexions (ou poids) entre les neurones.

Le principe du neurone est simple, n valeurs (paramètres) sont à l'entrée du neurone, chacun à un poids donné (w_{nj}) pour le neurone j et le paramètre n . Une combinaison linéaire des paramètres d'entrée est alors effectuée avec les poids du neurone. Cette somme pondérée est alors soumise à une fonction d'activation (déterminer en fonction d'un seuil). En sortie de la fonction d'activation, un paramètre de sortie (généralement entre -1 et 1) est émis. Cette sortie est généralement transmise à un autre neurone comme paramètres d'entrée.

En résumé, un neurone formel réalise simplement une somme pondérée de ces entrées, ajoute un seuil à cette somme et fait passer le résultat par une fonction de transfert pour obtenir sa sortie.

1. Architecture

Introduit par Powell et Broomhead, le réseau RBF (Radial Basis Functions) fait partie des réseaux de neurones supervisés. Il est constitué de trois couches : une couche d'entrée qui retransmet les entrées sans distorsion, une seule couche cachée qui contient les neurones RBF qui sont généralement des gaussiennes et une couche de sortie dont les neurones sont généralement animés par une fonction d'activation linéaire. Chaque couche est complètement connectée à la suivante et il n'y a pas de connexions à l'intérieur d'une même couche.

Un MLP (Multi Layer Perceptron) est composé d'une couche d'entrée, une couche de sortie et une ou plusieurs couches cachées. Les éléments de deux couches adjacentes sont interconnectés par des poids assurant la liaison des différentes couches. La fonction d'activation est généralement sigmoïdale ou tangente hyperbolique.

2. Fonction de combinaison

La combinaison des valeurs d'entrée est généralement de deux types :

- Les réseaux de type MLP (Multi-Layer Perceptron) calculent une combinaison linéaire des entrées, c'est à dire que la fonction de combinaison renvoie le produit scalaire entre le vecteur des entrées et le vecteur des poids synaptiques.
- Les réseaux de type RBF (Radial Basis Function) calculent la distance entre les entrées, c'est à dire que la fonction de combinaison renvoie la norme euclidienne du vecteur issu de la différence vectorielle entre les vecteurs. [86]

3. Performances d'un MLP et d'un RBF

RBF	MLP
Une seule couche cachée.	Une ou plusieurs couches cachées.
Chaque neurone caché est spécialisé dans une zone de l'espace des formes d'entrée.	Chaque neurone caché d'un MLP joue un rôle similaire.
Les neurones cachés d'un RBF calculent des normes euclidiennes entre les neurones et les formes d'entrée.	Les neurones cachés d'un MLP calculent le produit scalaire du neurone avec la forme d'entrée.
Les neurones de sortie sont linéaires.	Les neurones de sortie sont non linéaires pour les problèmes de classification et linéaires pour les problèmes de régression
Approximation locale.	Approximation globale.

Notations utilisées

Acronymes

RNA	Réseau de neurones artificiel
RBF	Fonctions de base radiales (<i>Radial Basis Function</i>)
MLP	Réseaux de neurones à perceptron multicouches (<i>Multi Layer Perceptron</i>)
BAN	Backstepping adaptative neuronale
MSAP	Moteur synchrone à aimants permanents
DC	Courant continu
UAV	Unmanned Air Vehicule (véhicule aérien sans équipage)

Symboles

x_i	Variable d'état
φ_i	Fonction non linéaire
θ	Paramètre
$\hat{\theta}$	Valeur estimée de θ
$\tilde{\theta}$	Erreur $\theta - \hat{\theta}$
u	Commande
y_r	Consigne (valeur désirée)
z_i	Erreur
α_i	Fonction stabilisante
$\hat{\varphi}_i$	Approximation de la fonction non linéaire φ_i
p_i	Poids d'une connexion
\mathbb{C}_i	Centre d'une fonction de base radiale
m	Nombre de neurones dans une couche
$\hat{\lambda}$	Ecart type de la fonction d'activation
ϕ_i^*	Fonction de base radiale
$\varepsilon(x)$	Erreur d'approximation
$\ \cdot \ _1$	Norme d'ordre 1 d'un vecteur
$\ \cdot \ _2$	Norme d'ordre 2 d'une matrice
$\ \cdot \ _F$	Norme Frobenius d'une matrice
η_i	Perturbation
ζ, Ξ, λ, ν	Filtres d'un observateur

ملخص : إن الهدف الأساسي من إنجاز هذا البحث هو دراسة الموضوع الخاص بالتحكم الملائم **backstepping** النبروني للأنظمة غير الخطية وغير المؤكدة. تقوم في المرحلة الأولى بتوضيح المفهوم الأساسي لمعنى **backstepping** غير الملائم و الملائم. بعدها نعرض إلى تبني فكرة جديدة و هي الربط بين معايير المقاربة باستعمال الشبكات النبرونية و إستراتيجية التحكم **backstepping**. إن التحليلات النظرية وتطبيقاتها على أنظمة فيزيائية كالبنودول البسيط و البنودول المقلوب تبرز الاستقرار والمتانة الشاملة لهذه التقنية. إن الجزء الثاني من هذا البحث يهدف أساسا إلى دراسة تحليلية مفصلة للتحكم **backstepping** النبروني للأنظمة غير الخطية بوجود معيقات التشغيل سواء كانت داخلية أو خارجية. بالإضافة إلى ذلك، فإن إدراج الملاحظ في عملية التحكم يجلب تحسينات كبيرة لهذا النوع من المراقبة، من حيث المتانة العملية و الإمكانية المتاحة لحل بعض الإشكاليات المطروحة مثل نزع المعيقات المحتملة، وكذا تقدير وتفعيل آلية المقاربة للحالات والمعاملات المجهولة لدى المراقب، ومقاربة الدوال غير الخطية المجهولة أيضا في النظام الملائم للجهاز المراد التحكم فيه. إضافة إلى ذلك، فإنه لتحقيق الضمان اللائق لفعالية هذه الطريقة، تم تطبيق المفاهيم النظرية على نموذجين هما المحرك ذو المغناطيس الدائم والمحرك الحثي. و لأجل إعطاء المزيد من المقاربة النموذجية لهذا النوع من التحكم، تم استكشاف نموذج أكثر تعقيدا هو الرباعي الدوار، وهو جهاز ذو نظام غير خطي ومتعدد المتغيرات. في هذا الجزء الأخير من الدراسة، يتم إدراج و تطبيق تقنية **backstepping** لنموذج هذا الجهاز الفيزيائي المعقد للغاية، مع العلم بأنه من الصعب جدا التحكم في جميع الحالات المرتبطة به في آن واحد بسبب تعدد متغيراته مع وجود معيقات التشغيل المحتملة. لذلك نلجأ إلى استخدام تقنية ملائمة تعتمد على خوارزمية **backstepping** لتحقيق الاستقرار في الرباعي الدوار وتمكين الإزالة الكلية للمعيقات.

Résumé : Le travail de cette thèse est une contribution à la commande adaptative backstepping neuronale des systèmes non linéaires incertains. La première étape consiste à éclaircir la notion de base du backstepping non adaptatif et adaptatif. Ensuite, l'idée est d'associer le critère d'approximation par les réseaux neuronaux à la stratégie de commande backstepping. Des développements théoriques et applications sur des procédés physiques clarifient la stabilité et la robustesse de cette technique. Le deuxième axe de travail est le développement détaillé de la commande backstepping neuronale des systèmes non linéaires avec incertitudes à caractères internes et externes. Un observateur apporte des améliorations notables pour ce type de contrôle en termes de robustesse et de résolution de problèmes tels que le rejet de perturbations, l'estimation des états et des paramètres inconnus du système et l'approximation des fonctions non linéaires. Afin d'approuver l'efficacité de cette méthode, deux procédés ont été considérés pour les applications qui sont le moteur à aimants permanents et le moteur à induction. Dans le but de donner plus de mérite à cette commande, un modèle plus complexe et d'actualité est exploré. Il s'agit d'un quadrirotor qui est un système non linéaire, multivariables et couplé. Dans cette dernière partie d'étude, la technique backstepping est appliquée pour ce procédé physique. Un tel modèle est très complexe, voir difficile à contrôler ; car la commande est multivariables dans le sens où 6 degrés de liberté sont à contrôler de manière simultanée et opérant dans un milieu particulièrement perturbé. Un algorithme basé sur la technique backstepping a été employé afin de stabiliser le quadrirotor et de permettre le rejet total des perturbations.

Abstract : The work of this thesis is a contribution to the adaptive neural backstepping control of uncertain nonlinear systems. The first step is to clarify the basic concept of the non-adaptive and adaptive backstepping. Then, the idea is to combine the criterion of approximation by neural networks and backstepping control strategy. Theoretical developments and applications to physical processes clarify the stability and robustness of this technique. The second step in this work is the detailed development of neural backstepping control of nonlinear systems with internal and external uncertainties. An observer brings significant improvements for this type of control in terms of robustness, disturbance rejection, states estimation and unknown system parameters and nonlinear functions approximation. To approve the effectiveness of this method, two processes have been considered for applications, permanent magnet motor and induction motor. In order to give more merit to this command, a more complex model is explored namely a quadrotor which is a non linear system, coupled and multivariable. In the last part of study, backstepping technique is applied to this physical process. This model is very complex, difficult to control because six states must be controlled at the same time and in a very disturbed environment. A technique based on backstepping algorithm is employed to stabilize the quadrotor and to allow the total rejection of disturbances.