
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

Université El-Hadj-Lakhdar - Batna

Faculté des Technologies

Département Génie Industriel



MÉMOIRE DE MAGISTER

Présenté au

Laboratoire d'Automatique et Productique

En vue de l'obtention du diplôme de

MAGISTER

Spécialité: *Génie Industriel*

Par

SOUSSA ABDELKRIM

Ingénieur en Génie Industriel

Thème :

**ETUDE DES INSTABILITES DANS UNE TIGE DE FORAGE
PETROLIER**

INFLUENCE DU FROTTEMENT VISQUEUX

Soutenu le : / /2011, devant le jury composé de:

<i>Président :</i>	<i>H. SMADI</i>	<i>MCA</i>	<i>Université de Batna</i>
<i>Rapporteur :</i>	<i>K. ZIDANI</i>	<i>Prof</i>	<i>Université de Batna</i>
<i>Co-Rapporteur :</i>	<i>H. MELAKHESSOU</i>	<i>MCA</i>	<i>Université de Batna</i>
<i>Examineurs :</i>	<i>H. ZEDIRA</i>	<i>Prof</i>	<i>Cuniv- Khenchela</i>
	<i>M. BRIOUA</i>	<i>MCA</i>	<i>Université de Batna</i>

Année universitaire 2011-2012

REMERCIEMENTS

Tout d'abord, ALLHAMDOULILLAH.

Le travail présenté dans ce mémoire a été effectué au sien du Laboratoire d'Automatique et Productique (LAP) du département Génie Industriel de l'université de BATNA.

Je tiens à remercier : Dr. H.SMADI, Pr. H.ZERIDA et Dr. M.BRIOUA pour nous avoir fait l'honneur d'être membres du jury. Ainsi que pour avoir consacré une partie de leur temps précieux pour lire et corriger ce mémoire.

Je remercie infiniment mon encadreur Pr. K. ZIDANI, pour avoir accepté encadrement dans ce sujet.

Je remercie vivement tout particulièrement Dr. H. MELAKHESSOU qui à accepter d'être ma Co-directrice du mémoire, pour sa sympathie, ses conseils et sa disponibilité pendant toute la durée de la réalisation du mémoire.

TABLE DES MATIERES

Table des matières ...

Liste des figures et tableaux ...

Introduction Générale.....1

Chapitre I : DESCRIPTION DE LA GARNITURE DE FORAGE

I.1. Le forage	3
I.2. Equipement de forage	4
I.2.1. La garniture de forage	4
I.3. La boue de forage	7
I.3.1. Formulation des boues de forage	7
I.3.2. Cycle de la boue de forage	7
I.3.2. Rôle de la boue de forage	8
I.4. Les modes de vibrations des garnitures de forage	10
I.4.1. Vibration axiale (bit-bounce)	10
I.4.2. Vibration latérale (BHA-Whirl)	10
I.4.3. Vibration de torsion (Stick-Slip)	11
I.5. Conclusion	12
Etude Bibliographique	13

Chapitre II : MODELISATION DU FROTTEMENT VISQUEUX ENTRE LA GARNITURE ET LE PUIITS

II.1. Introduction	16
II.2. Modélisation	16
II.2.1. Modèle mécanique	16
II.2.2. Mise en équation	17
II.2.3. Modèle de frottement	20

Table des matières

II.2.3.1. Comparaison du couple sur l’outil avec ceux dans la littérature.....	21
II.3. Les caractéristiques des paramètres de BHA	22
II.3.1. La viscosité d'un fluide	23
II.3.2. Amortissement visqueux C_v	24
II.3.3. Coefficient de frottement visqueux b_v	25
II.4. Conclusion	26

Chapitre III : SIMULATION ET INTERPRETATION

III.1. Introduction	27
III.2. Validation du modèle de frottement proposé.....	27
III.3. Etude paramétrique	29
1. Vitesses de rotation avec frottement sec et visqueux.....	30
2. Influence la viscosité de la boue de forage.....	31
3. Influence des dimensions de la BHA.....	33
4. Effet du diamètre de l’outil	37
5. Effet des dimensions des tiges:.....	37
III.4. Analyses de FFT (Fast Fourier Transform)	39
III.4.1. L’influence de la longueur de la garniture sur les fréquences propres	39
III.5. Etude de la stabilité	47
III.6. Conclusion	50
Conclusion Générale.....	51

Références bibliographiques ...

Annexes ...

LISTE DES FIGURES

Chapitre I :

Figure I.1: L'opération de forage et ses paramètres	3
Figure I.2: La plateforme de forage	4
Figure I.3: La garniture de forage	5
Figure I.4: Les types des outils de forage pétrolier	6
Figure I.5: Cycle de travail de la boue.	8
Figure I.6: Les modes de vibrations des garnitures de forage.	10
Figure I.7: La comparaison entre la vitesse de rotation de surface et trépan pendant le phénomène Stick-Slip.....	11

Etude bibliographie :

Figure 1 : Le modèle théorique du frottement visqueux.....	14
Figure 2 : Effet stribeck dans le modèle de frottement visqueux.....	15

Chapitre II :

Figure II.1 : Modèle mécanique présente le comportement dynamique de la garniture	16
Figure II.2: le couple sur l'outil en fonction sa vitesse de rotation.	21
Figure II.3 : le couple sur l'outil en fonction sa vitesse de rotation avec coefficient visqueux ...	22
Figure II.6: Forces de cisaillement	23

Chapitre III :

Figure III.1 : La vitesse de l'outil en absence de la boue (simulation).....	27
Figure III.2 : vitesse de l'outil en présence du frottement visqueux (a): simulation, (b): réelle.....	28
Figure III.3: Le couple de frottement sec sur l'outil.....	28
Figure III.4: comparaison du couple de frottement sur l'outil en fonction sa vitesse de rotation (simulation la courbe a /3.6), et (données de forage réel la courbe b)	29
Figure III.5 : Vitesse de rotation de la table et l'outil en présence du frottement sec.....	30
Figure III.6 : Vitesses de la table et l'outil en présence du frottement visqueux.....	31
Figure III.7 : Vitesses de rotation avec $\eta = 50\text{mPa.s}$	32
Figure III.8: Vitesses de rotation avec $\eta = 56\text{mPa.s}$	33
Figure III.9: Vitesses pour $L_b = 200\text{m}$	35
Figure III.10: Vitesses pour $L_b = 250\text{m}$	35
Figure III.11: Vitesses pour $R_{b_e} = (9'' - 1/2)/2$; $R_{b_i} = 3''/2$	36
Figure III.12: Vitesses pour $R_{b_e} = 9''/2$; $R_{b_i} = (2'' - 1/2)/2$	36
Figure III.13: Vitesses pour $R_b = (12'' - 1/2)/2$	37

Liste des figures et des tableaux

Figure III.14: la courbe est stable après $t=40s$ a cause la variation les diamètres.....	38
Figure III.15: l'influence de changement les diamètres sur le phénomène.....	38
Figure III.16: présente le phénomène de Stick-Slip.....	39
Figure III.17: représente FFT de vitesse de la table de rotation $V_r(t)$	41
Figure III.18: représente FFT de vitesse de l'outil $V_b(t)$	41
Figure III.19: présentation de Stick-Slip.....	42
Figure III.20: représente FFT de vitesse de la table de rotation $V_r(t)$	42
Figure III.21: représente FFT de vitesse de l'outil $V_b(t)$	43
Figure III.22: présentation de Stick-Slip.....	43
Figure III.23: La FFT des vitesses de la table de rotation (courbe bleue) et de l'outil (courbe rouge).....	44
Figure III.24: présentation de Stick-Slip.....	44
Figure III.25: représente FFT de vitesse de la table de rotation (bleu) et de l'outil (rouge).....	45
Figure III.26: Présentation d'état stable.....	45
Figure III.27: La FFT de vitesses de rotation, la table (bleue) et l'outil (rouge).....	46
Figure III.28 : Variation de T_m en fonction W_{ob} dans la zone glissement et collage.....	48
Figure III.29 : Variation du W_{ob} en fonction V avec $T_m = 8000 Nm$	49
Figure III.30 : Variation de T_m en fonction de V avec $W_{ob} = 50000N$	50

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1: Les différents types de relation entre le couple de frottement sur l'outil et sa vitesse de rotation.....	14
Tableau II.1 : Liste des symboles	17
Tableau II.2 : Liste des symboles	19
Tableau II.3 : Liste des symboles	20
Tableau II.4 : Liste des symboles	25

NOMENCLATURE

Paramètre	Description	Unité
T	Energie cinétique totale du système à N degrés de liberté.	[J]
V	Energie potentielle totale de déformation.	[J]
D	Energie d'amortissement.	[J]
q	Vecteur des N déplacements généralisés (ou coordonnées généralisées).	[m]
F	Vecteur des forces généralisées.	[N]
φ_r	Déplacement angulaire de la table de rotation.	[rad]
φ_b	Déplacement angulaire de masses tiges et l'outil.	[rad]
J_r	Inertie de la table de rotation.	[Kg.m ²]
J_b	Inertie de la BHA (BHA+ 1/3 tiges de forage) avec le détail sur l'annexe A	[Kg.m ²]
T_m	Couple moteur au niveau de la table de rotation assuré par DC moteur électrique ($T_m = K_m \cdot U$).	[N.m]
K_m	Paramètre de moteur.	/
U	Entrée de la commande du système.	[N.m]
T_r	Frottement associée la table de rotation.	[N.m]
T_b	Frottement associée la BHA et l'outil.	[N.m]
K	Raideur de l'ensemble des tiges	[N.m/rad]
C	Amortissement de l'ensemble des tiges	[N.m.s/rad]
$\dot{\varphi}_r$	Vitesse angulaire de la table de rotation.	[rad/s]
$\dot{\varphi}_b$	Vitesse angulaire de masses tiges et l'outil.	[rad/s]
C_r	Coefficient d'amortissement visqueux associé à la table de rotation.	[N.m.s/rad]
C_b	Coefficient d'amortissement visqueux associé à la BHA.	[N.m.s/rad]
T_{fr}	Couple de frottement associé à la table de rotation.	[N.m]
T_{fb}	Couple de frottement au l'outil (couple sur l'outil).	[N.m]
T_{Sr}	Couple de frottement statique de la table de rotation.	[N.m]
T_{Cr}	Couple de frottement Coulomb de la table de rotation.	[N.m]
T_{Sb}	Couple de frottement statique de l'outil.	[N.m]
T_{Cb}	Couple de frottement Coulomb de l'outil.	[N.m]

Nomenclature

μ_{sb}	Coefficient de frottement statique de l'outil.	/
μ_{cb}	Coefficient de frottement Coulomb de l'outil.	/
γ_r	Paramètre de la fonction associée à la table de rotation.	/
γ_b	Paramètre de la fonction associée à l'outil.	/
T_{er}	Couple externe associé à la table de rotation.	[N.m]
T_{eb}	Couple externe associé à l'outil.	[N.m]
W_{ob}	Poids sur l'outil.	[N]
R_b	Diamètre de l'outil.	[m]
D_v	Petite valeur positive, qui présente la transition entre la phase Stick à la phase Slip.	/
$\mu_b(\dot{\phi}_b)$	Coefficient de frottement du couple appliqué sur l'outil en fonction sa vitesse.	/
τ	Contrainte de cisaillement	[Newton/m ²]
η	Viscosité dynamique.	[Pa.s]
ν	Viscosité cinématique.	[m ² /s]
b_v	Coefficient de frottement visqueux	/
ρ	Masse volumique du matériau.	[g/L]
γ	vitesse de cisaillement.	[s ⁻¹]
v	Vitesse.	[m/s]
e	Epaisseur.	[m]
s	Surface.	[m ²]
F	Force.	[N]
R_{ri}	Rayon intérieur des tiges de forage.	[pouce]
R_{re}	Rayon extérieur des tiges de forage.	[pouce]
R_{bi}	Rayon intérieur de la BHA.	[pouce]
R_{be}	Rayon extérieur de la BHA.	[pouce]
L_r	Longueur des tiges de forage.	[m]
L_b	Longueur de la BHA.	[m]

Abréviation :

Abréviation	Signification
WOB	Poids sur l'outil (W eight O n B it).
RPM	Vitesse de rotation mesuré par tour / minute (R evolution P er M inute).
TOB	Couple sur l'outil (T orque O n B it).

Nomenclature

PDC	Type d'outil (P olycrystalline D iamond C ompact).
BHA	Assemblage de fond (B ottom H ole A ssembly).
CGS	C entimètre, G ramme, S econde
MKSA	M ètre, K ilogramme, S econde, A mpère.

INTRODUCTION GENERALE

Le forage est l'ensemble des opérations permettant le creusement de trous pour atteindre en sous-sol de nouvelles zones susceptibles de contenir des hydrocarbures. Il représente une part très importante du coût d'une campagne de recherche. La compétitivité accrue entre les compagnies pétrolières internationales incite à aller vite pour creuser des puits devenus de plus en plus coûteux. Aujourd'hui le forage, réalisé généralement par une société de service spécialisée, est devenu une activité très technique. La tendance actuelle est au développement des méthodes ou de moyens d'aide pour assister le foreur dans le choix des différents paramètres du forage pour aller vite et diminuer le prix de revient du mètre foré.

Les vibrations dans la garniture influent le fonctionnement des opérations de forage et peuvent conduire dans certains cas, à la rupture prématurée des trains de tiges, à l'endommagement de certains de leurs composants et la diminution de la performance globale de forage et donc, du coût de forage.

En générale, il existe trois modes de vibrations dans la tige de forage : les vibrations latérales ou de flexion, les vibrations de torsion et les vibrations axiales.

L'apparition des vibrations de torsion en présence du frottement non linéaire entre la garniture et le puits donnent le phénomène du Stick-Slip. Il se traduit par des phases d'accélération intenses de l'outil alternant avec des phases de blocage complet.

En plus de son rôle de lubrification et refroidissement de l'outil, la boue influe le coefficient de frottement entre le trépan et la roche.

Son influence est sur le coefficient de frottement visqueux, qu'on étudiera dans ce mémoire, en cherchant son influence sur le phénomène de Stick-Slip.

Le Stick-Slip peut conduire à des conséquences majeures ; l'endommagement ou l'usure prématurée de l'outil au niveau des taillants, la fatigue en torsion des tiges de forage et à l'éventuelle rupture des connexions vissées. Les variations du couple de surface peuvent conduire à l'endommagement des équipements de surface.

L'objectif principal de ce travail est l'étude paramétrique de ce mode de vibrations (le phénomène de Stick-Slip). Les paramètres rentrant dans l'étude seront :

Introduction Générale

- Le frottement visqueux au niveau de l'outil
- L'influence de la viscosité de la boue de forage.
- Le changement de la forme géométrique (diamètre et longueur) de la BHA.

Ce mémoire est divisé en trois chapitres. Dans le premier, on présente la description générale de la garniture de forage, le rôle de la boue dans l'opération de forage et les différentes sollicitations des vibrations de la garniture.

Dans le deuxième chapitre, on propose un modèle de frottement visqueux pour interpréter mieux le Stick-Slip.

Le troisième chapitre est consacré aux simulations et à la validation du modèle par comparaison avec des courbes prises sur le champ de forage. L'outil Matlab est utilisé pour tracer les différentes courbes.

Chapitre I :

DESCRIPTION DE LA GARNITURE

DE FORAGE

I. DESCRIPTION DE LA GARNITURE DE FORAGE

I.1. LE FORAGE

L'opération de forage s'effectue par un outil animé d'un mouvement de rotation généralement formé de trois molettes en acier très résistant qui, en roulant sur les roches et par des percussions multiples et rapides, les désagrège (voir figure1).

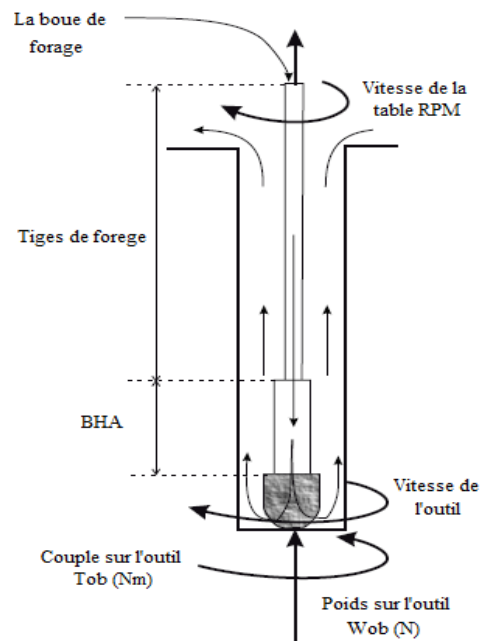


Figure I.1 : L'opération de forage et ses paramètres.

L'outil (ou trépan) est fixé à l'extrémité inférieure d'une colonne de tiges cylindriques vissées les unes au bout des autres.

Au fur et à mesure que le trépan entame la roche au fond du trou, on laisse descendre le train de tiges en agissant sur le frein du tambour du treuil.

Un appareil enregistre en permanence la tension s'exerçant sur le câble, ce qui permet, connaissant le poids des tiges, de régler à chaque instant le poids appliqué sur l'outil.

I.2. EQUIPEMENT DE FORAGE

A terre, l'équipement de forage est composé de l'installation de forage et de la garniture, figure I.2. L'installation de forage est la partie visible située à la surface du sol. Elle comprend une tour, appelée derrick ou mat, sur laquelle sont placés les équipements de levage qui permettent la manutention, le vissage et dévissage des tiges et le changement de l'outil.

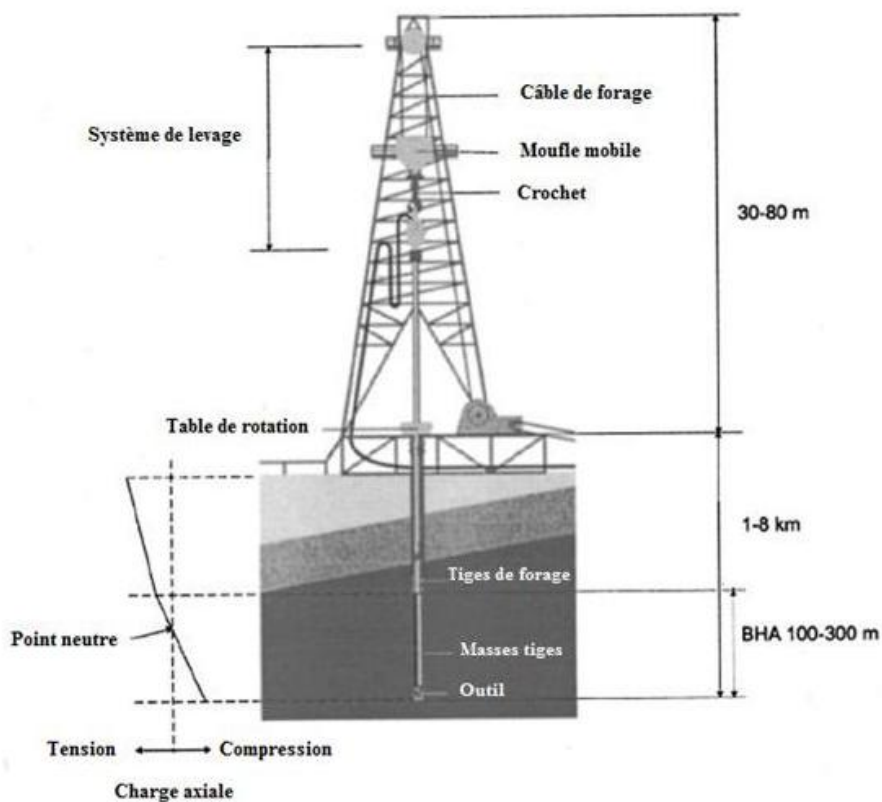


Figure I.2 : La plateforme de forage.

I.2.1. LA GARNITURE DE FORAGE

La garniture de forage est la partie active non visible. Elle est constituée, de deux parties principales. La partie haute formée de tiges et la partie basse de l'assemblage de fond.

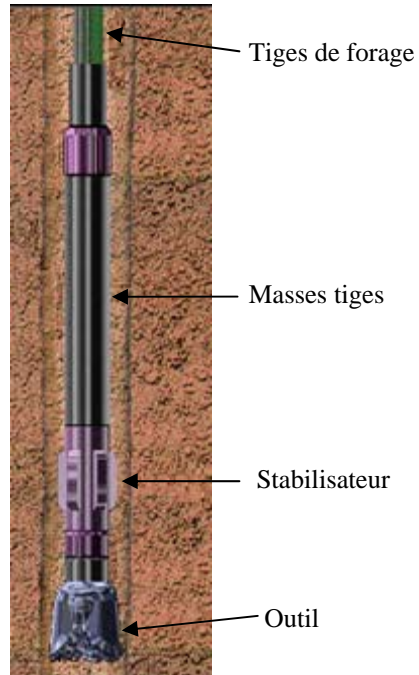


Figure I.3 : La garniture de forage [SCHLUMBERGER, 97].

Les tiges de forage : Ce sont des tubes d'acier (*drill-pipes*) d'environ 9 mètres de longueur et d'un diamètre extérieur pouvant aller de 60 à 160 millimètres. Leur épaisseur est de l'ordre du centimètre. Elles sont raccordées les unes aux autres par des joints filetés coniques (*tool-joint*). L'ensemble du train de tiges est sollicité en traction et en torsion due à l'entraînement des tiges à partir de la table de rotation.

L'assemblage de fond : de longueur entre 200 et 300 mètres, il est constitué de tubes d'acier appelés les masses-tiges (*drill-collar*), de stabilisateurs et de l'outil de fond.

Les masses tiges ou drill-collars : Les masses-tiges sont des tubes de fortes sections qui servent à appliquer du poids sur l'outil (Weight On Bit). Les masses-tiges sont sollicitées en compression et en torsion, figure I.2.

Les stabilisateurs : Ce sont des tubes de longueur nettement plus faible que celle des masses-tiges et dont le diamètre extérieur est voisin de celui du trépan. Ils sont placés au niveau des masses-tiges pour assurer le centrage et le guidage de l'assemblage de fond. Ils maintiennent le trépan perpendiculaire à la formation, ce qui augmente sa performance. Le pourtour des stabilisateurs, et parfois celui des masses-tiges est constitué de lames spiralées pour faciliter la remontée de la boue. [ABDULGALIL, 06]

L'outil de forage : La vitesse d'avancement de forage dépend de la conception de l'outil, de sa forme, de sa résistance. Il doit travailler le plus longtemps possible pour espacer les manœuvres de remplacement qui sont des temps morts.

Il existe plusieurs types d'outils, la différence entre ces outils réside surtout dans la forme et le nombre de dents.

Les outils à molettes : les molettes, de forme conique, la pointe dirigée vers l'axe du trou, sont montés sur roulements à billes et sont garnies de dents. Ils sont en acier très résistant.

La fraise à diamants : Elle est utilisée, non pas pour forer, mais pour carotter. Elle se présente sous la forme d'une couronne. Les diamants sont sertis dans la matrice [ENSPM, 06]



Figure I.4 : Les types d'outils en forage pétrolier. [BAKER, 99]

I.3. LA BOUE DE FORAGE

La boue de forage est un paramètre de forage important qui en plus de son rôle d'évacuateur des déblais assure un rôle de fluide de coupe. Le foreur peut en modifier la composition et le débit (de quelques litres à plusieurs mètres cubes par minute).

I.3.1. FORMULATION DES BOUES DE FORAGE

Le choix de la composition de la boue en fonction du type de forage, de la nature du terrain et de la profondeur, a un impact direct sur la rapidité du forage, sur sa sûreté et sur son coût. Par ailleurs, les contraintes écologiques imposent de plus en plus le recours à des substances non éco-toxiques. C'est pourquoi les progrès technologiques en matière de forage pétrolier ne se bornent plus aujourd'hui à l'amélioration des dispositifs de forage (tiges, outil de forage,.....), mais visent également la formulation de boues adaptées de façon optimale aux conditions de forage les plus variées, dans le respect des contraintes économiques et environnementales.

On distingue trois familles de fluides de forage: [KHODJA, 08]

- Les boues à l'eau sont formulées à base de saumures additionnées d'agents viscosifiants (polymères hydrosolubles), et d'inhibiteurs d'hydrate (alcools). Ces boues sont d'usage fréquent dans les forages peu profonds.
- Les boues à l'huile, dont la phase liquide est une huile minérale ou synthétique, contenant souvent une saumure dispersée sous forme d'émulsion inverse eau dans huile stabilisée par un émulsifiant. Les boues à l'huile sont essentiellement utilisées lors des forages offshore profonds (> 1000 m).
- Les boues à éléments gazeux sont dont la phase continue est du gaz mélangé avec de l'eau en proportions variables provenant de la formation traversée (inévitablement) ou ajoutée intentionnellement. Le gaz peut être de l'air ou du gaz naturel, et peut appartenir à une mousse ou à un brouillard.

I.3.2. CYCLE DE LA BOUE DE FORAGE

Le départ de ce cycle, quand le foreur démarre les pompes à boue, ces pompes aspirent la boue des bassins par l'intermédiaire d'un tuyau flexible placé à la tête d'injection, cette dernière reliant la tige carrée au moufle, on injecte la boue de forage à l'intérieur des tiges. Elle débouche de l'outil par des trous aménagés dans le corps même de l'outil. Elle permet

également, en remontant, d'entraîner avec elle par l'espace compris entre l'extérieur des tiges et la paroi du trou les débris de roche broyée. Ces débris sont évacués en surface sur des tamis vibrants ; la boue ainsi libérée de ces débris revient vers des bassins à boue et sera de nouveau injectée à l'intérieur des tiges.

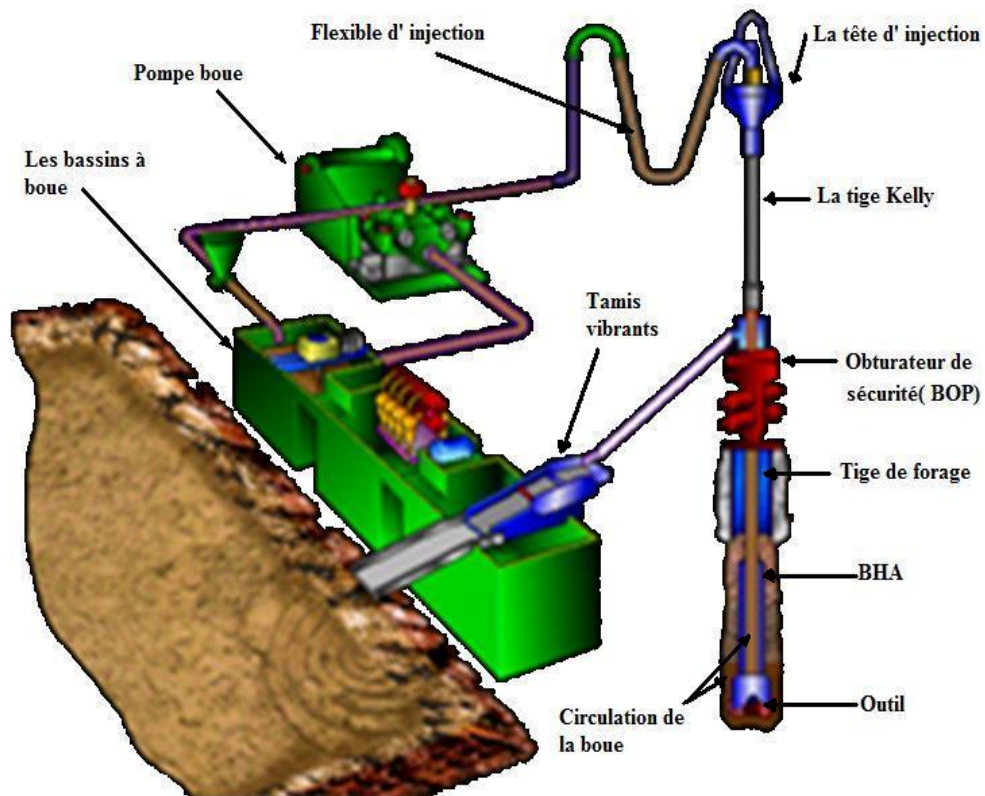


Figure I.5 : Cycle de travail de la boue [SCHLUMBERGER, 97].

I.3.3. RÔLE DE LA BOUE DE FORAGE

La boue joue un rôle primordial dans l'opération de forage. Les débris qui remontent sont en permanence examinés par le géologue du chantier qui aura ainsi une indication sur la nature des terrains traversés et sur leur épaisseur. Elle permet aussi :

Le nettoyage du trou : La boue doit débarrasser le trou des terrains forés par l'outil qui se présentent sous la forme de déblais appelés cuttings. L'aptitude de la boue à entraîner les cuttings vers le haut dépend de ses propriétés physiques (densité, viscosité, etc. ...).

Le refroidissement et la lubrification du train de sonde : la circulation de boue refroidit l'outil et le train de sonde.

Prévenir le cavage et le resserrement des parois : Le cavage est causé par des éboulements dans les parois du trou. Les ressernements ou diminution du diamètre du trou sont dû à des formations gonflantes (argiles, craies, etc. ...). Afin de prévenir des déformations, la boue doit posséder des caractéristiques physiques et chimiques telles que le trou conserve le même diamètre que celui du trépan.

S'opposer aux venues d'eau, de gaz et d'huile : Les formations traversées peuvent contenir des fluides et du gaz qui exercent une pression sur les parois du puits et peuvent débiter. Aussi la boue doit pouvoir contrebalancer cette pression où ce débit et supporter la contamination sans variation brutale de ses caractéristiques physiques et chimiques.

Autres fonctions : La boue ne doit pas altérer les cuttings afin de permettre un examen géologique correct et ne doit pas cacher les indices d'huile. Elle doit favoriser la vitesse de pénétration de l'outil en conservant des caractéristiques compatibles avec la sécurité et le prix de revient du forage. En fin, la boue ne doit pas être corrosive pour le matériel, ni toxique, ni abrasive. [ENSPM, 06]

I.4. LES MODES DE VIBRATIONS DES GARNITURES DE FORAGE

On a trois modes principaux de vibrations comme le présente la figure suivante :

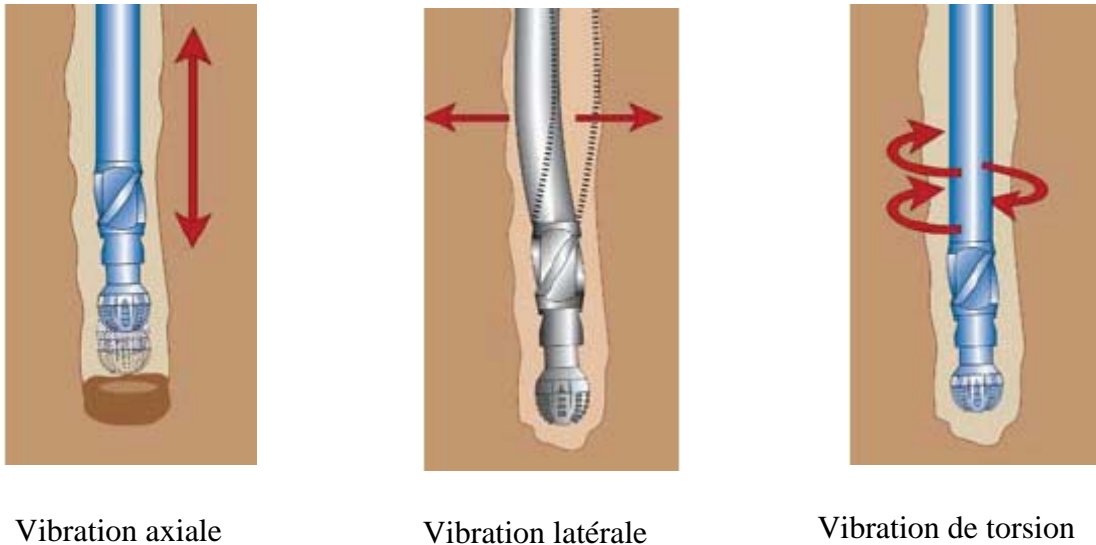


Figure I.6 : Les modes de vibrations des garnitures de forage.

I.4.1. VIBRATION AXIALE (bit-bounce)

Le phénomène instable caractérisant le mode de traction-compression, ou mode axial, est appelé "bit-bounce", en référence au rebond de l'outil sur le fond du trou, dans la direction d'avancement. La dureté de la formation forée et la variation de la pression de la boue, sont les principales causes. Sa forme la plus répandue est liée à l'utilisation d'outils tricônes, c'est-à-dire à trois molettes. Mais pour les outils PDC, les vibrations axiales restent un phénomène marginal sur le terrain [PASTUSEK ET AL., 2007].

I.4.2. VIBRATION LATÉRALE (BHA-Whirl)

Le phénomène instable caractéristique du mode de flexion est la précession, ou "whirl". Dans ce mode, les vibrations de flexion sont engendrées par un mauvais équilibre d'une partie de la garniture, généralement la BHA ("BHA-whirl"). Comme la garniture est en rotation, les forces d'inertie tendent à écarter la garniture de sa position d'équilibre, qui entre alors dans un mouvement de précession, on a trois types de BHA-Whirl, Forward whirl, Backward whirl et Chaotic whirl [EL MARZOUKI, 2007].

I.4.3. VIBRATION DE TORSION

Une classe importante des vibrations de torsion est associée au phénomène du Stick-Slip. Ce phénomène est produit principalement par les différentes zones de contact entre la BHA et le puits (ce sont des interactions tiges-paroi de puits et trépan-roche). Ce contact crée des forces de frottement dont les plus importantes sont du frottement non linéaire entre le trépan et la roche ; fonction de sa vitesse.

En plus de son rôle de lubrification et refroidissement de l'outil, la boue influe le coefficient de frottement entre le trépan et la roche.

Son influence est sur le coefficient de frottement visqueux, qu'on étudiera dans ce mémoire, en cherchant son influence sur le phénomène de Stick-Slip.

La figure I.7, illustre un cas réel d'oscillations persistantes, qui ont été mesurées sur une garniture de forage.

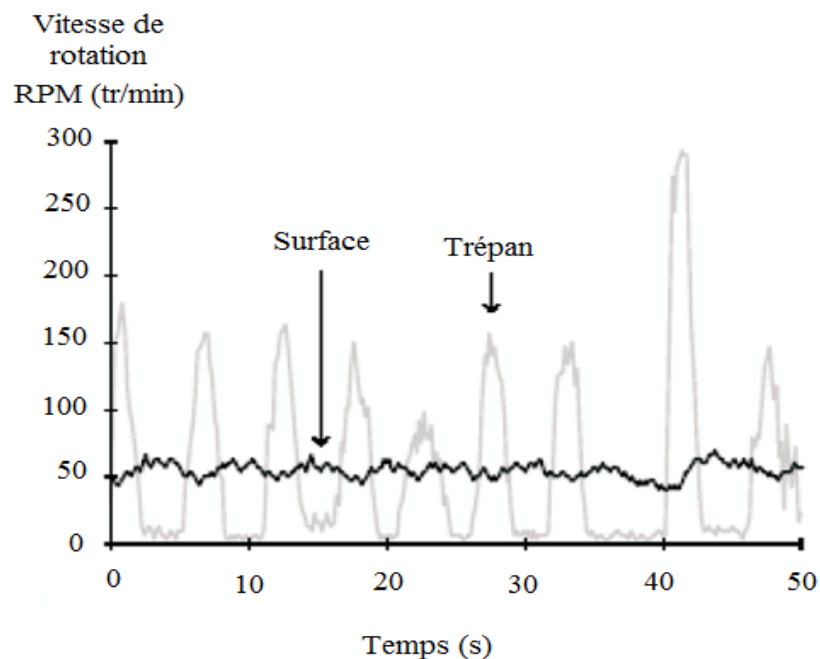


Figure I.7 : La comparaison entre la vitesse de rotation de surface et trépan pendant le phénomène du Stick-Slip.

La courbe en noir montre la vitesse de la table de rotation (en surface) qui varie entre 45 et 65 *RPM* (*tr/min*) et la grise montre la vitesse de rotation du trépan (downhole).

Pendant le stick slip, le trépan arrive parfois à un arrêt complet tandis qu'au même temps, la table de rotation continue de tourner à une vitesse moyenne d'environ 55 *RPM* (*tr/min*), ce qui cause des fluctuations de torsion sur le train de tiges. Ce phénomène entraîne non seulement la défaillance du trépan due à une fatigue prématurée du train de tiges, mais aussi son usure prématurée en cause de sa vitesse élevée.

I.5. CONCLUSION

Dans ce premier chapitre, on a présenté les principales parties mécaniques de la garniture de forage et les vibrations auxquelles elle est soumise.

On a vu le rôle de la boue dans l'opération de forage. Elle permet de refroidir le trépan et entraîner les cuttings vers le haut. Elle est aussi un indicateur au géologue du champ de forage sur les couches traversées.

La viscosité de la boue influence le coefficient de frottement entre la garniture et puits d'un côté et le trépan et la roche d'un autre côté. Ce frottement présente une auto-excitation à la garniture et mène au phénomène destructif du stick-slip.

Dans le chapitre qui suit, on présente un modèle de frottement visqueux permettant de traduire l'influence de la viscosité de la boue sur l'apparition ou non du stick slip dans les vibrations de la garniture de forage.

Etude Bibliographique

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

Le phénomène du Stick-Slip est parmi les vibrations les plus dangereuses. Il conduit à la rupture et l'usure prématurées de la garniture et ses éléments ; la fatigue avec un pourcentage de 65% [HILL, 92, FARJANI, 06]. Ce type de problèmes réduit considérablement le rendement du forage.

Plusieurs facteurs mènent au phénomène du Stick-Slip. Le plus important est la présence du frottement [DUFEYTE & HENNEUSE, 91]. Il a apparut dans l'utilisation des outils type PDC, ou de diamètre important, dans les puits verticaux [FEAR ET AL., 97] et déviés [HALLIBURTON, 07]. Ces auteurs ont observé une diminution de l'occurrence du Stick-Slip quand on ajoute du lubrifiant. La limitation de l'engagement des taillants dans la roche diminue la charge par taillant et ainsi l'usure l'outil [JAGGI ET AL., 07]. La diminution du couple de frottement en utilisant des éléments comme les roller-reamers [SOWERS ET AL., 09]

Afin de contrôler ce phénomène, plusieurs auteurs conseillent l'utilisation de correcteurs plus puissants à la surface pour choisir les principaux paramètres ; vitesse de rotation et poids sur l'outil. [JANSEN, 93, VAN DEN STEEN, 97]. Une des solutions prise par ces derniers est le STRS (Soft Torque Rotary System).

La partie la plus difficile et complexe pour déterminer la loi de frottement au niveau outil-roche dans le phénomène de Stick-Slip, c'est le frottement non linéaire en fonction de la vitesse de l'outil.

En général, dans la littérature, on modélise le couple de frottement sur l'outil par le modèle de frottement sec. Le tableau suivant résume quelques cas :

Equation	Expression	auteur	Commentaire
1	Phase Slip (glissement): $T = T_c$ pour $\frac{d\phi}{dt} > 0$ Phase Stick (collage): $ T \leq T_c + \Delta T$ pour $\frac{d\phi}{dt} = 0$	Halsey et al.	Fonction discontinue
2	$f(\phi) = \begin{cases} F_1 - \frac{F_1 - F_2}{\delta} \phi & 0 \leq \phi < \delta \\ F_2 & \phi \geq \delta \end{cases}$	Dawson	Fonction discontinue
3	$f(\phi) = F_2 + (F_1 + F_2) \exp(-\gamma \phi)^\delta$	Wang et Lin	Fonction discontinue
4	$T = -\text{sgn} \phi \frac{T_c}{1 + \delta \phi }$	Leine et al.	Fonction discontinue
5	$T = \tanh(\phi) + \frac{\alpha_1 \phi}{1 + \alpha_2 \phi^2}$	Tucker et Wang	Fonction continue
6	$f(\phi) = AB\phi(ab^2 + b^2 + B^2)/(b^2 + B^2\phi^2)\sqrt{1 + B^2\phi^2}$	Tucker et Wang	Fonction continue

Tableau 1: Couple de frottement sur l'outil et sa vitesse de rotation [BASHMAL, 04].

[MIHAJLOVIC, 04, YIGIT & CHRISTOFOROU, 06, MARU & TANAKA, 07] ont présentés une loi de frottement théorique inspirée d'une loi utilisée dans le domaine de la tribologie et désignée sous le nom d'effet Stribeck. Cette courbe de frottement présente d'abord un effet de seuil, puis une portion décroissante et enfin une portion croissante de frottement visqueux (figure 1 et 2)

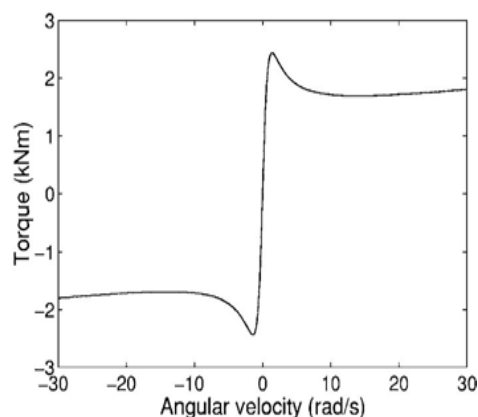


Figure 1 : Le modèle théorique de frottement visqueux [YIGIT & CHRISTOFOROU, 06]

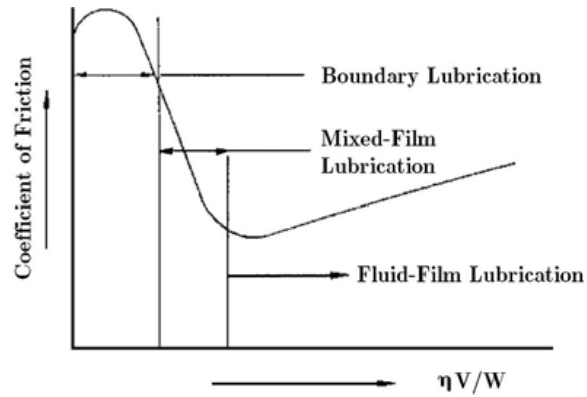


Figure 2 : Effet stribeck dans le modèle de frottement visqueux [MIHAJLOVIC, 04, MARU & TANAKA, 07]

En fin, on peut dire que le phénomène de Stick-Slip est un phénomène difficile à contrôler. Il ne suffit pas de compter sur la combinaison des paramètres mécaniques de forage (W_{db} , RPM), mais les paramètres hydrauliques ont aussi une influence sur le Stick-Slip. La viscosité de la boue de forage est un point principal de ce travail.

Chapitre II :

MODELISATION DU FROTTEMENT

VISQUEUX ENTRE LA GARNITURE

ET LE PUIITS

II. MODELISATION DU FROTTEMENT VISQUEUX ENTRE LA GARNITURE ET LE Puits

II.1. INTRODUCTION

Le phénomène de stick slip dans la garniture de forage est dû principalement au frottement entre la garniture et le puits. Notre objectif est de trouver un modèle de frottement simple permettant d'interpréter le plus les conditions de contact entre la garniture de forage et le puits, plus précisément le contact au niveau de la BHA. L'effet de la boue de forage est pris en compte dans la détermination du modèle.

II.2. MODELISATION

II.2.1. MODELE MECANIQUE

La modélisation de la garniture de forage en torsion dépend de sa forme et de ses dimensions. Les tiges de faible diamètre par rapport à celui de la BHA, sont caractérisées par une raideur et un amortissement. La BHA et la table de rotation sont modélisées par deux disques en rotation. Dans ces conditions, l'étude de la torsion de la garniture se réduit à l'étude d'un pendule de torsion pure comme le montre la figure II.1. Cette modélisation est traditionnelle dans la plus part des études liées aux vibrations de la garniture de forage

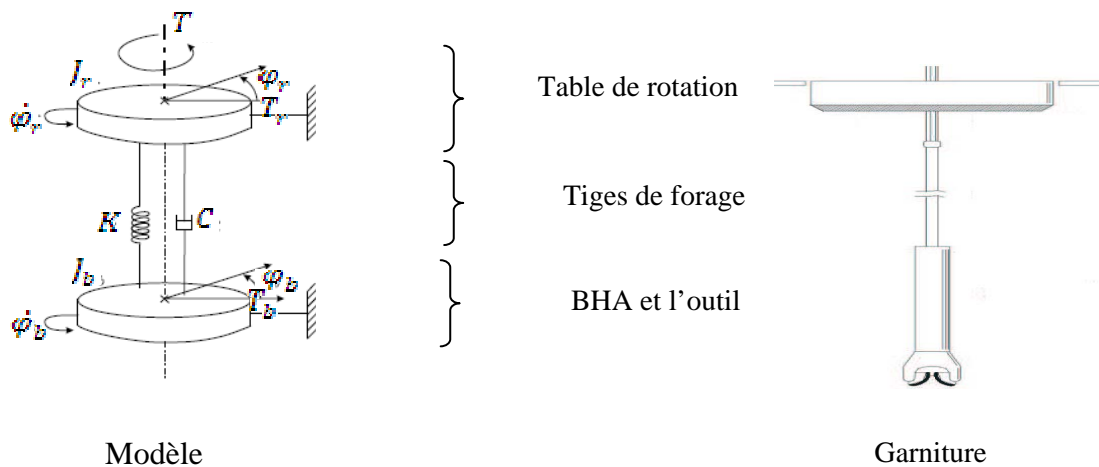


Figure II.1 : Modèle mécanique présentant le comportement dynamique de la garniture.

Dans ce modèle, la table de rotation et ses composants d'un côté et la BHA de l'autre côté sont modélisés par deux disques, d'inertie respectivement J_r et J_b . L'ensemble des tiges est modélisé par une raideur K et un amortissement C .

Le tableau II.1 résume les paramètres du modèle utilisé.

Paramètre	Description	Unité
φ_r	Déplacement angulaire de la table de rotation.	[rad]
φ_b	Déplacement angulaire de masses tiges et l'outil.	[rad]
J_r	Inertie de la table de rotation.	[Kg.m ²]
J_b	Inertie de la BHA (BHA+ 1/3 tiges de forage) avec le détail sur l'annexe A	[Kg.m ²]
T_m	Couple moteur au niveau de la table de rotation assuré par DC moteur électrique ($T_m = K_m \cdot U$).	[N.m]
K_m	Paramètre de moteur.	/
U	Entrée de la commande du système.	[N.m]
T_r	Frottement associée la table de rotation.	[N.m]
T_b	Frottement associée la BHA et l'outil.	[N.m]
K	Raideur de l'ensemble des tiges	[N.m/rad]
C	Amortissement de l'ensemble des tiges	[N.m.s/rad]

Tableau II.1 : Liste des symboles.

II.2.2. MISE EN EQUATION

Les équations de mouvement de ce système à 2 degrés de liberté sont déterminées par l'application des équations de Lagrange appliquées aux énergies et aux charges extérieures:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = F_i \quad \dots \dots \dots (II.1)$$

Avec $L = T - V$.

T : l'énergie cinétique totale du système à N degrés de liberté.

V : l'énergie potentielle totale de déformation.

q : le vecteur des N déplacements généralisés (ou coordonnées généralisées).

F : le vecteur des forces généralisées.

Les équations de Lagrange écrites en fonctions energies cinétiques et de déformation seront :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) + \frac{\partial V}{\partial q_i} = F_i \quad \dots \dots \dots (II.2)$$

La prise en compte de l'amortissement donne :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} = F_i \quad \dots \dots \dots (II.3)$$

Dans notre modèle, on a un système à 2 degrés de libertés. Les équations de Lagrange deviennent :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_i} \right) + \frac{\partial D}{\partial \dot{\varphi}_i} + \frac{\partial V}{\partial \varphi_i} = T_i \text{ ext} \quad \dots \dots \dots (II.4)$$

Les énergies totales s'écrivent :

$$T = \frac{1}{2} J_r \dot{\varphi}_r^2 + \frac{1}{2} J_b \dot{\varphi}_b^2 \quad \dots \dots \dots (II.5)$$

$$D = \frac{1}{2} C (\dot{\varphi}_r - \dot{\varphi}_b)^2 \quad \dots \dots \dots (II.6)$$

$$V = \frac{1}{2} K (\varphi_r - \varphi_b)^2 \quad \dots \dots \dots (II.7)$$

L'introduction des équations (II.5, II.6 et II.7) dans (II.4), donne les équations du mouvement :

$$\begin{aligned} I_r \ddot{\varphi}_r + C(\dot{\varphi}_r - \dot{\varphi}_b) + K(\varphi_r - \varphi_b) &= T_r \text{ ext} \\ I_b \ddot{\varphi}_b - C(\dot{\varphi}_r - \dot{\varphi}_b) - K(\varphi_r - \varphi_b) &= T_b \text{ ext} \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (II.8)$$

Le couple extérieur est la résultante du couple moteur et les forces de frottement

$$\begin{aligned} T_r \text{ ext} &= T_m - T_r(\dot{\varphi}_r) \\ T_b \text{ ext} &= -T_b(\dot{\varphi}_b) \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (II.9)$$

On considère les forces de frottement sous la forme: [NAVARRO & SUAREZ, 04]

$$\begin{aligned} T_r(\dot{\varphi}_r) &= C_r \dot{\varphi}_r + T_{fr}(\dot{\varphi}_r) \\ T_b(\dot{\varphi}_b) &= C_b \dot{\varphi}_b + T_{fb}(\dot{\varphi}_b) \end{aligned} \quad (II.10)$$

Paramètre	Description	Unité
$\dot{\varphi}_r$	Vitesse angulaire de la table de rotation.	[rad/s]
$\dot{\varphi}_b$	Vitesse angulaire de masses tiges et l'outil.	[rad/s]
C_r	Coefficient d'amortissement visqueux associé à la table de rotation.	[N.m.s/rad]
C_b	Coefficient d'amortissement visqueux associé à la BHA.	[N.m.s/rad]
T_{fr}	Couple de frottement associé à la table de rotation.	[N.m]
T_{fb}	Couple de frottement au l'outil (couple sur l'outil).	[N.m]

Tableau II.2 : Liste des symboles.

Passage au vecteur d'état :

Afin de passer d'un système différentiel d'ordre 2 à un système d'ordre 1, on utilise le vecteur d'état :

$$x = (\varphi_r, \dot{\varphi}_r, \varphi_b, \dot{\varphi}_b)^T.$$

En remplaçant sa valeur dans le système d'équations (II.8); on trouve :

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k}{J_r} & -\frac{c_r+c}{J_r} & \frac{k}{J_r} & \frac{c}{J_r} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k}{J_b} & \frac{c}{J_r} & -\frac{k}{J_b} & -\frac{c+c_b}{J_r} \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{K_m.U - T_{fr}(\phi_r)}{J_r} \\ 0 \\ -\frac{T_{fb}(\phi_b)}{J_b} \end{pmatrix} \quad \dots \text{(II.11)}$$

II.2.3. MODELE DE FROTTEMENT

Dans la modélisation des frottements, on a plusieurs modèles de frottement statiques et dynamiques (les modèles sur Annexe B).

Pour modéliser les frottements T_{fr} , T_{fb} , on a choisi le modèle Karnopp [KARNOPP, 85]. Ce modèle détecte les périodes d'arrêt dans l'intervalle $[-D_v, D_v]$ et présente les micro-déplacements pendant la phase de collage (stick).

$$T_{fi}(x) = \begin{cases} \min\{|T_{si}|, T_{si}\} \text{sgn}(T_{si}) & \text{si } |\dot{\phi}_i| < D_v \\ f_i(\dot{\phi}_i) \text{sgn}(\dot{\phi}_i) & \text{si } |\dot{\phi}_i| \geq D_v \end{cases} \quad \dots \text{(II.12)}$$

Les fonctions exponentielles de frottement sont comme suit :

$$\begin{aligned} f_r(\dot{\phi}_r) &= T_{Cr} + (T_{Sr} - T_{Cr})e^{-\gamma_r|\dot{\phi}_r|} \\ f_b(\dot{\phi}_b) &= W_{ob} \cdot R_b \cdot \mu_b(\dot{\phi}_b) \\ \mu_b(\dot{\phi}_b) &= \mu_{Cb} + (\mu_{Sb} - \mu_{Cb})e^{-\gamma_b|\dot{\phi}_b|} \end{aligned} \quad \dots \text{(II.13)}$$

Paramètre	Description	Unité
T_{Sr}	Couple de frottement statique de la table de rotation.	[N.m]
T_{Cr}	Couple de frottement Coulomb de la table de rotation.	[N.m]
T_{Sb}	Couple de frottement statique de l'outil.	[N.m]
T_{Cb}	Couple de frottement Coulomb de l'outil.	[N.m]
μ_{Sb}	Coefficient de frottement statique de l'outil.	/
μ_{Cb}	Coefficient de frottement Coulomb de l'outil.	/
γ_r	Paramètre de la fonction associée à la table de rotation.	/
γ_b	Paramètre de la fonction associée à l'outil.	/
T_{er}	Couple externe associé à la table de rotation.	[N.m]
T_{eb}	Couple externe associé à l'outil.	[N.m]
W_{ob}	Poids sur l'outil	[N]

R_b	Diamètre de l'outil	[m]
D_v	Petite valeur positive, qui présente la transition entre la phase Stick à la phase Slip	/

Tableau II.3 : Liste des symboles.

Avec

$$T_{Sv} > 0 ; 0 < T_{Cv} < T_{Sv}, T_{Sb} = \mu_{Sb} \cdot W_{ob} \cdot R_b \text{ et } T_{Cb} = \mu_{Cb} \cdot W_{ob} \cdot R_b$$

et

$$\mu_{Sb} > \mu_{Cb}, W_{ob} > 0, \text{ et } \mu_{Sb}; \mu_{Cb} \in \{0,1\}.$$

$T_{\varphi r}(x); T_{\varphi b}(x)$ sont les couples externes appliqués. Ils surmontent les couples statiques T_{Sv}, T_{Sb} pour mettre en mouvement la table de rotation et l'outil.

Ils sont donnés par :

$$\begin{aligned} T_{\varphi r}(x) &= T_m - C(\dot{\varphi}_r - \dot{\varphi}_b) - K(\varphi_r - \varphi_b) - C_r \dot{\varphi}_r \\ T_{\varphi b}(x) &= C(\dot{\varphi}_r - \dot{\varphi}_b) + K(\varphi_r - \varphi_b) - C_b \dot{\varphi}_b \end{aligned} \quad \dots (II.14)$$

$\mu_b(\dot{\varphi}_b)$: le coefficient de frottement sec du couple appliqué sur l'outil.

L'effet de la boue de forage se traduit par le frottement visqueux. Dans la littérature on trouve plusieurs modèles de frottement. Le modèle qui répond le plus à la forme du couple de frottement sur l'outil est celui de Tustin [TUSTIN, 47], donné par :

$$\mu_b(\dot{\varphi}_b) = \mu_{Cb} + (\mu_{Sb} - \mu_{Cb}) e^{-\gamma_b |\dot{\varphi}_b|} \text{sgn}(\dot{\varphi}_b) + b_v |\dot{\varphi}_b| \quad \dots (II.15)$$

II.2.3.1. Comparaison du couple sur l'outil avec ceux dans la littérature

Pour les deux cas ; frottement sec et visqueux, on compare le résultat sur les couple sur l'outil avec ceux donnés dans la littérature.

Cas de frottement

sec, le résultat

est comme suit :

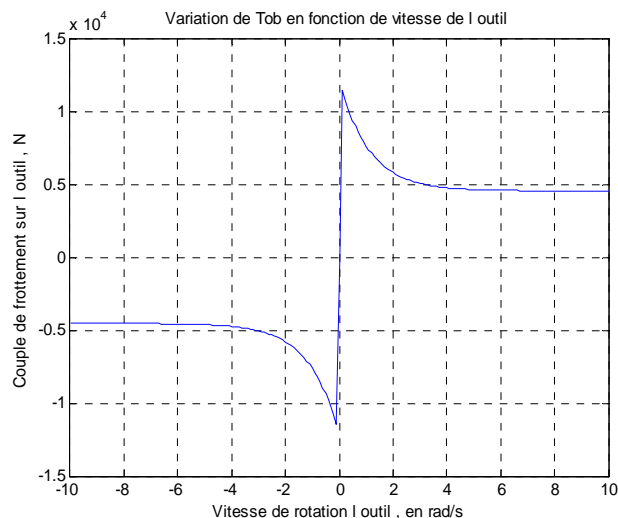


Figure II.2 : le couple sur l'outil en fonction de sa vitesse de rotation.

Cas de frottement visqueux :

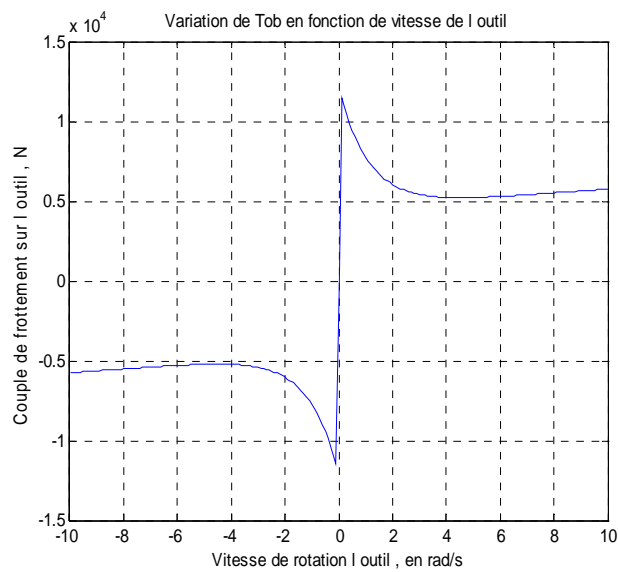


Figure II.3 : le couple sur l'outil en fonction de sa vitesse de rotation

Le couple sur l'outil en cas de frottement sec a la même forme que [PAVONE & DESPLANS, 94]. Pour le cas de prise en compte du frottement visqueux, on retrouve sa forme dans [YIGIT & CHRISTOFOROU, 06] [MIHAJLOVIC ET AL., 04].

En fin, on peut dire que le couple de frottement sur l'outil est caractérisé par la forme de frottement donnée au coefficient de frottement $\mu_B(\phi_B)$. Par contre, sa valeur dépend du W_{ob} et le diamètre de l'outil utilisé.

Pour tracer les courbes (II.2, II.3), on a utilisé les valeurs suivantes :

$$J_r = 2122 ; J_b = 374 ; C = 100 ; K = 473 ; C_r = 425 ; C_b = 20 ; K_m = 1 ; T_{3r} = 400 ; b_v = 0.008$$

$$T_{cr} = 150 ; U = 10000 ; \gamma_r = \gamma_b = 0.9 ; W_{ob} = 74500 ; T_{sr} = 400 ; R_b = \frac{0.4064}{2} \text{ ou } 16''/2 .$$

II.3. LES CARACTERISTIQUES DE LA BHA

Ces paramètres rentrent dans le calcul des valeurs de l'amortissement C_b , b_v respectivement, coefficient d'amortissement visqueux au niveau de l'assemblage de fond (C_b) et le coefficient de frottement visqueux au niveau de l'outil.

II.3.1. LA VISCOSITE D'UN FLUIDE

La rhéologie : Est une science qui traite de l'écoulement, des déformations des matériaux sous l'action des contraintes.

Contrainte de cisaillement [GARECHE, 97] :

Au cours d'un mouvement de cisaillement, les couches sont animées de mouvement relatif les unes par rapport aux autres : deux couches successives, au contact l'une de l'autre, se déplacent relativement l'une par rapport à l'autre. Il en résulte l'apparition de forces de frottement qui s'exercent tangentiellement à la surface de la couche: ces forces tangentielles sont appelées forces de cisaillement.

Considérons deux éléments de surface infinitésimaux appartenant aux deux couches consécutives (1) et (2) de vitesses parallèles v_1 et v_2 (figure II.6).

Si l'on suppose que $|v_1| > |v_2|$, il est clair que la couche (1) exerce sur la couche (2) une force de cisaillement dF parallèle au mouvement et tendant à accélérer la couche (2). Réciproquement, la couche (2) exerce sur la couche (1) une force de cisaillement $-dF$ tendant à la freiner.

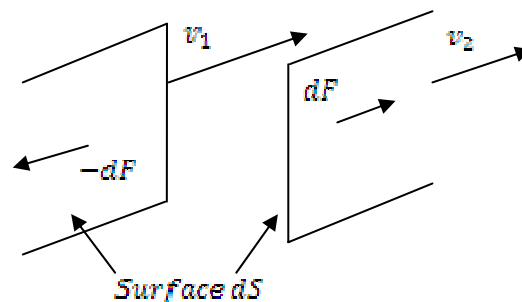


Figure II.4: Forces de cisaillement.

Il est commode de rapporter ces forces de cisaillement à l'unité de surface sur laquelle elles s'exercent; on définit ainsi ce qu'on appelle la contrainte de cisaillement τ :

$$\tau = \frac{dF}{dS} \quad (II.16)$$

Où dF représente la projection algébrique de dF sur un axe orienté parallèlement au mouvement. τ s'exprime en Pascals ou en *Newton/m²*.

La viscosité : Les coefficients de viscosité sont des grandeurs physiques qui jouent un rôle essentiel en rhéologie. Leurs connaissances suffisent parfois à caractériser de façon précise le comportement rhéologique du matériau. Les principaux coefficients de viscosité sont [BOUSSAK, 08] :

A. Viscosité dynamique :

Elle est définie par la relation :

$$\eta = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} \quad (II.17)$$

Et est appelée également viscosité apparente, son unité est le poise (p) dans le système CGS, et le pascal seconde (*Pa.s*) dans le système MKSA. η est une fonction de la température T et de la pression P extérieures.

B. Viscosité cinématique

Ce coefficient est défini par la relation :

$$\nu = \frac{\eta}{\rho} \quad (II.18)$$

Où ρ est la masse volumique du matériau, l'unité de ν est le *cm² /s* encore appelé stokes (St) dans le système CGS, le *m² /s* dans le système MKSA.

II.3.2. AMORTISSEMENT VISQUEUX C_b

A partir de l'expérience de Couette, il a été montré que la viscosité peut créer un couple résistance sous forme d'un coefficient d'amortissement visqueux multiple de la vitesse de rotation [BOUSSAK, 08]

$$\Gamma = \frac{4\pi\eta l R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} N \quad \dots (II.19)$$

Pour convertir la vitesse de rotation (tr/min) à (rad/sec) il faut suivre cette formule :

$$N = \frac{30\Omega}{\pi} \quad \dots (II.20)$$

On remplace l'équation (II.19) dans (II.20), on trouve :

$$\Gamma = \left(\frac{120\eta l R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \right) \Omega \quad \dots (II.21)$$

C'est le coefficient d'amortissement visqueux associé à la BHA dans notre cas :

$$C_b = \left(\frac{120\eta L_b R_{be}^2 R_b^2}{R_b^2 - R_{be}^2} \right), \text{ dont les paramètres sont définis dans le tableau suivant :}$$

Paramètre	Description	Unité
R_{be}	Rayon extérieur de la BHA.	[m]
R_b	Rayon de l'outil (la paroi du puits).	[m]
L_b	Longueur de la BHA.	[m]
η	Viscosité de la boue de forage.	[mPa.s]

Tableau II.4 : Liste des symboles.

II.3.3. COEFFICIENT DE FROTTEMENT VISQUEUX b_v

Dans ce paragraphe, on cherche la formule du coefficient de frottement visqueux. Comme nous avons vu dans la partie la définition de la Viscosité dynamique, la viscosité est égale la contrainte de cisaillement sur vitesse de cisaillement qui présente à l'équation suivante (II.17):

$$\eta = \frac{\tau}{\gamma}$$

$$\text{Avec } \tau = \frac{F}{S} \quad \dots (II.22) , \gamma = \frac{v}{e} \quad \dots (II.23)$$

F : la force [N], et S : la surface [m^2].

V : la vitesse [$\frac{m}{s}$], et e : l'épaisseur [m]

En remplaçant (II.22), (II.23) dans l'équation (II.17) :

$$F = \left(\eta \frac{S}{e} \right) v \quad \dots (II.24)$$

On trouve que la force est égale au coefficient $\left(b_v = \eta \frac{S}{e} \quad \dots (II.25) \right)$ multiplié par la vitesse.

On suppose que la surface S est la surface d'une dent de l'outil de type PDC. En général, c'est une surface d'un disque ($S = \pi R^2$; R rayon de dent) .

II.4. CONCLUSION

La boue, en plus de son rôle de lubrifiant et nettoyant du puits, peut amortir les vibrations intenses de la tige de forage. On a étudié l'influence de la boue de forage sur le phénomène du stick-slip.

Dans le modèle proposé, le couple de frottement au niveau de la table et du trépan prennent la forme du modèle de Karnopp. Le coefficient de frottement comprend le frottement statique, de Coulomb et visqueux. Le modèle rassemblant ces trois frottements, est celui de Tustin. Ce dernier est une fonction non linéaire de la vitesse de rotation.

Chapitre III :

SIMULATION ET INTERPRETATION

III. SIMULATION ET INTERPRETATION

III.1. INTRODUCTION

La validation du modèle de frottement proposé se fait par comparaison avec des données mesurées sur champ de forage. Une étude paramétrique permettra de voir l'effet de la viscosité de la boue ainsi que les dimensions de la BHA sur le stick slip. Les différentes simulations sont réalisées avec le code de calcul Matlab.

III.2. VALIDATION DU MODELE DE FROTTEMENT PROPOSE

Des données prélevées sur un puits de forage sont présentées dans [PAVONE & DESPLANS, 94].

On a utilisé les mêmes paramètres ; longueur des tiges, dimensions de la BHA, type de boue et couple appliqué à la table de rotation. Les valeurs numériques sont :

$$J_r = 2122 ; C = 100 ; C_r = 425 ; K_m = 1 ; T_{sr} = 400 ; T_{Cr} = 150 ; \gamma_r = \gamma_b = 0.9 ; R = 0.02/2$$

$$U = 15000 ; W_{ob} = 153000 ; R_D = (12'' - 1/4)/2 ; \eta = 45 \text{ mPa.s} ; L_r = 880 \text{ m} ;$$

$$L_D = 200 \text{ m} ; R_{ob} = 8''/2 ; R_{bi} = 3''/2 ; R_{rs} = 5''/2 ; R_{ri} = 3.75''/2 ; c = 1.5 \text{ m}/1000$$

1. La vitesse de rotation de l'outil en absence de la boue (résultat de simulation)

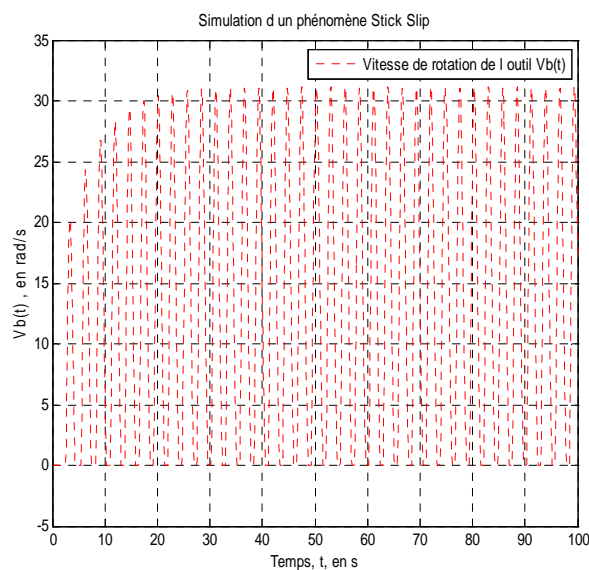
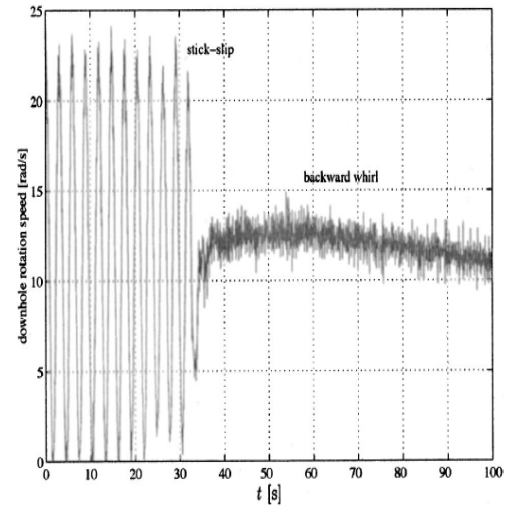
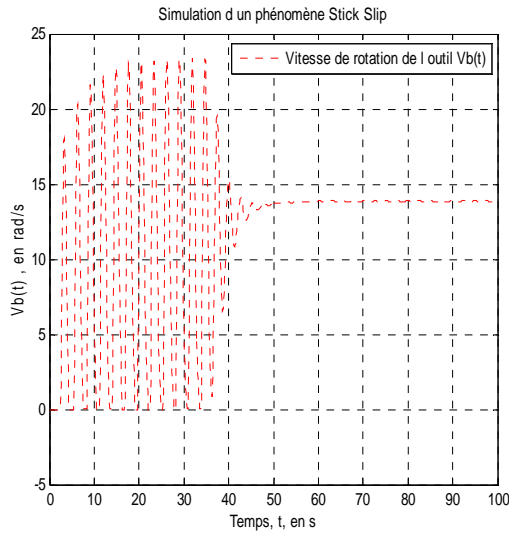


Figure III.1: La vitesse de l'outil en absence de la boue (simulation)

2. La vitesse de rotation de l'outil en présence de la boue (simulation+courbes puits de forage)



Courbe (a)

Courbe (b)

Figure III.2: vitesse de l'outil en présence du frottement visqueux (a) : simulation, (b) : réelle b [PAVONE & DESPLANS, 94]

3. Couple sur l'outil en cas de frottement sec (simulation)

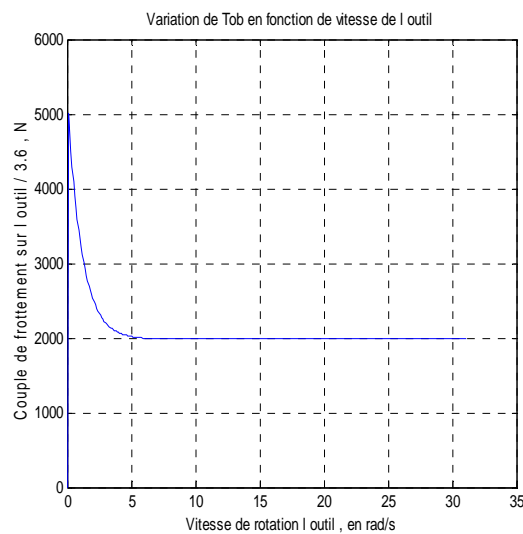


Figure III.3: Le couple de frottement sec sur l'outil

4. Couple sur l'outil en cas de frottement visqueux (simulation+données réelles)

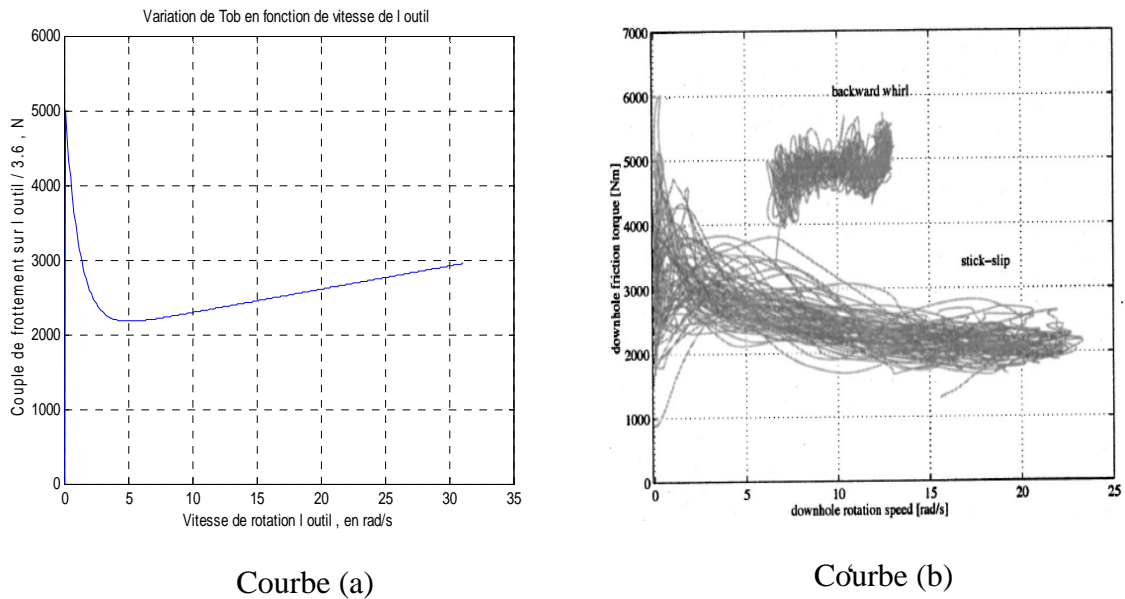


Figure III.4: comparaison du couple de frottement sur l'outil en fonction sa vitesse de rotation (simulation la courbe a /3.6), et (données de forage réel la courbe b [PAVONE & DESPLANS, 94]).

Pour mieux comparer les courbes de couple de frottement sur l'outil, il faut faire la division sur 3.6 les courbes de simulation comme les figures au dessus.

La courbe montrant backward whirl représente la précession inverse dans les vibrations latérales.

III.3. ETUDE PARAMETRIQUE

Après validation du modèle de frottement proposé, une étude paramétrique permettra de trouver l'influence de la viscosité et des dimensions des tiges et des masses tige sur le phénomène du Stick Slip.

1. Vitesses de rotation avec frottement sec et visqueux

$$J_r = 2122 ; J_b = 374 ; C = 100 ; K = 473 ; C_r = 425 ; C_b = 20 ; K_m = 1 ; T_{S_r} = 400 ;$$

$$T_{C_r} = 150 ; \gamma_r = \gamma_b = 0.9.$$

$$\text{Avec : } U = 10000 ; W_{ob} = 74500 ; R_b = \frac{0.4064}{2} \text{ ou } 16''/2 .$$

Cas de frottement sec

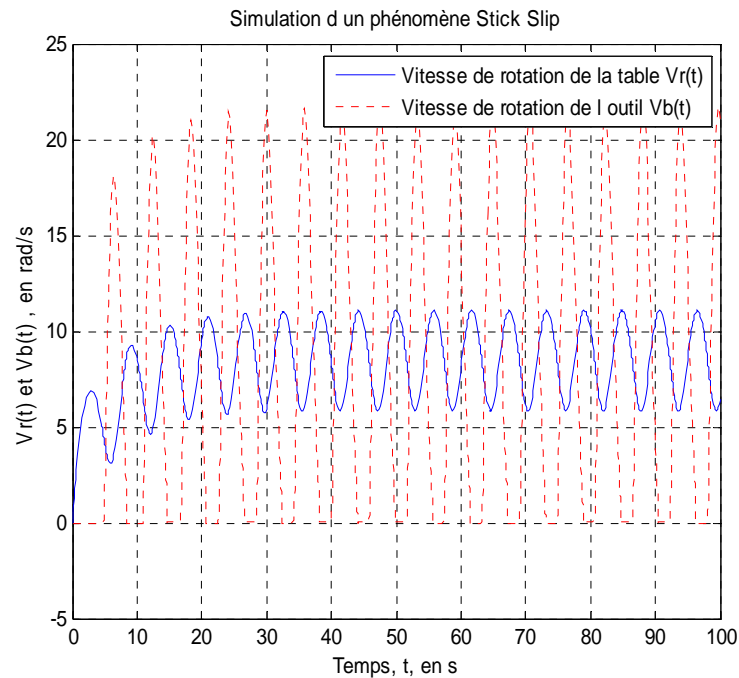


Figure III.5 : Vitesse de rotation de la table et l'outil en présence du frottement sec.

Cas de frottement visqueux

Sous les mêmes conditions précédentes et en ajoutant le coefficient de frottement visqueux $b_v = 0.008 \text{ [N.s.m}^{-1}]$, les vitesses de la table de rotation et l'outil sont données par la courbe III.2 :

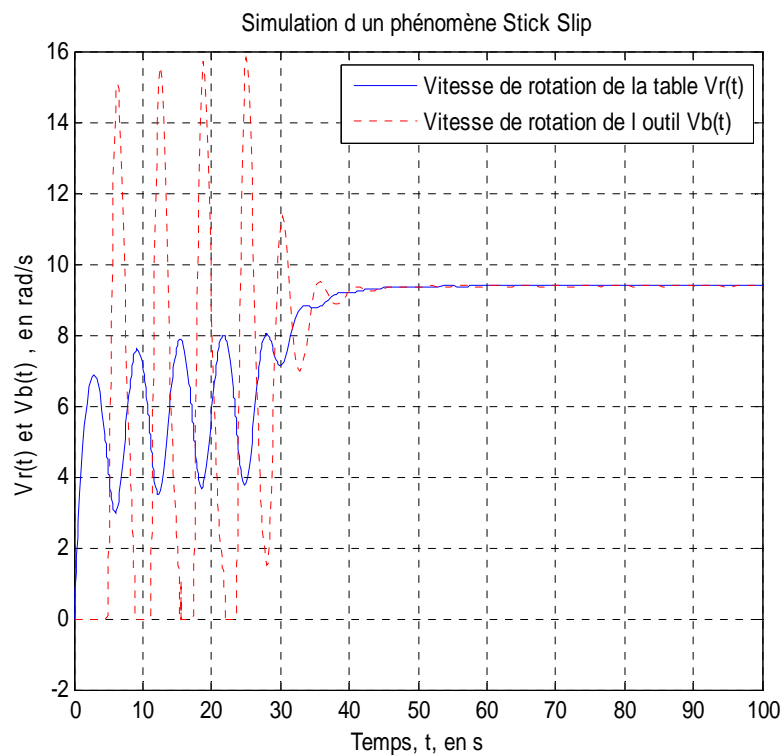


Figure III.6 : Vitesses de la table et l'outil en présence du frottement visqueux

La vitesse de rotation de l'outil varie entre 0 et 20 rad/sec avec des moments d'arrêt. La vitesse de la table varie entre 5 et 10 rad/sec.

Pendant les trente premières secondes, le phénomène stick slip persiste avec des vitesses légèrement plus petites que le cas de frottement sec. La vitesse de l'outil atteint un max de 16 rad/s. après 30 secondes. Les vitesses de la table et l'outil se stabilisent à 9.4 rad/s.

La forme des courbes obtenues, sont comparables à celles trouvées dans [PAVONE & DESPLANS, 94] avec une variation dans les valeurs due au type d'outil et sa taille, la viscosité de la boue de forage, la longueur de la garniture, les différents diamètres intérieurs et extérieurs de la garniture...

2. Influence la viscosité de la boue de forage

Tout d'abord, dans cette partie on va voir comment la variation de la viscosité de la boue influe les vibrations de Stick-Slip ?

Le coefficient C_3 (équation II.21) introduisant l'amortissement visqueux au niveau de la BHA, et celui au niveau de l'outil b_y (équation II.25) avec :

$$U = 10500 ; R_b = 16''/2 \text{ (rayon de l'outil en pouce)} ; L_b = 200 ;$$

$$R_{be} = 9''/2 \text{ (rayon extérieur de BHA)} ; W_{ob} = 80000 ; R = 0.02 ; e = 1.5/1000 .$$

a. $\eta = 50 \text{ mPa.s}$;

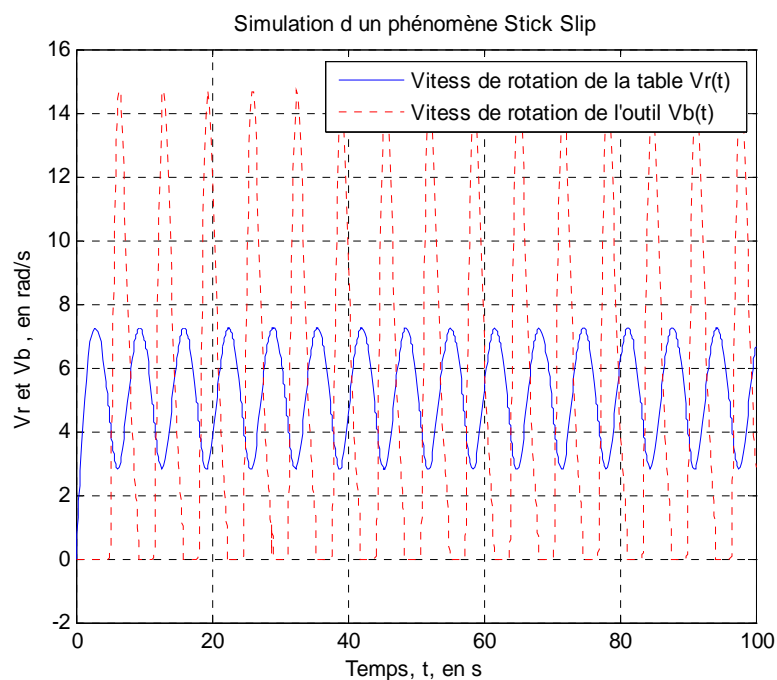


Figure III.7 : Vitesses de rotation avec $\eta = 50 \text{ mPa.s}$

Avec un frottement visqueux de viscosité $\eta = 50 \text{ mPa.s}$ au niveau de l'outil, le mouvement est instable. L'outil subit des arrêts puis des vitesses allant jusqu'à 14.72 rad/s . Donc, présence du Stick-Slip. En comparant, cette courbe avec celle de la figure III.2, vitesse max 21.65 rad/s , on déduit un amortissement de la vitesse de l'outil.

b. $\eta = 56 \text{ mPa.s.}$

Les vitesses de rotation de l'outil et la table dans ce cas sont données par figure III.8 :

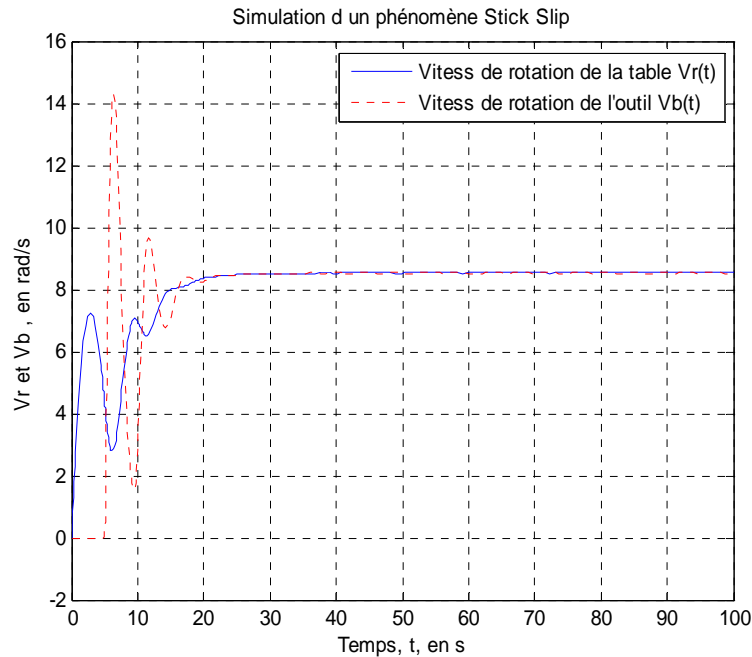


Figure III.8: Vitesses de rotation avec $\eta = 56 \text{ mPa.s}$

On remarque l'effet de la viscosité sur les vitesses. La variation de η de 50 à 56 mPa.s, a stabilisé les vitesses à la valeur de 8 rad/s.

3. Influence des dimensions de la BHA

Ces paramètres déterminent l'inertie de la BHA (J_b). Ce sont: la longueur, les diamètres intérieurs et extérieurs de la BHA. Les longueurs des tiges déterminent leurs raideurs et amortissements.

Les valeurs numériques utilisées sont comme suit :

Dimensions des masses tiges

Rayon extérieur $R_{be} = 9''/2$;

Rayon intérieur $R_{bi} = 3''/2$

Longueur $L_b = 200$ m

Dimensions des tiges

Rayon extérieur $R_{re} = 5''/2$

Rayon intérieur $R_{ri} = 3.75''/2$

Longueur $L_r = 1000$ m

Dimensions de l'outil

Rayon de la dent $R = 0.02$ m/2

Diamètre de l'outil $R_b = 16''$

Espace entre l'outil et le font du puits $e = 1.5$ m/1000

Chargement et viscosité

Poids sur l'outil $W_{ob} = 80000$ N

Entrée de la commande du système $U = 10400$ N.m

et la viscosité $\eta = 55$ mPa.s

3.1. Effet de la longueur de la BHA :

1. $L_b = 200 \text{ m}$

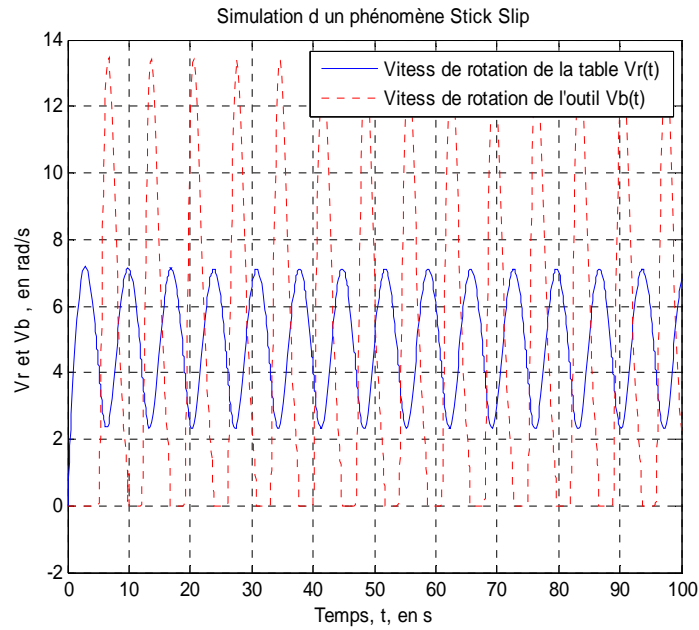


Figure III.9: Vitesses pour $L_b = 200\text{m}$

2. $L_b = 250\text{m}$

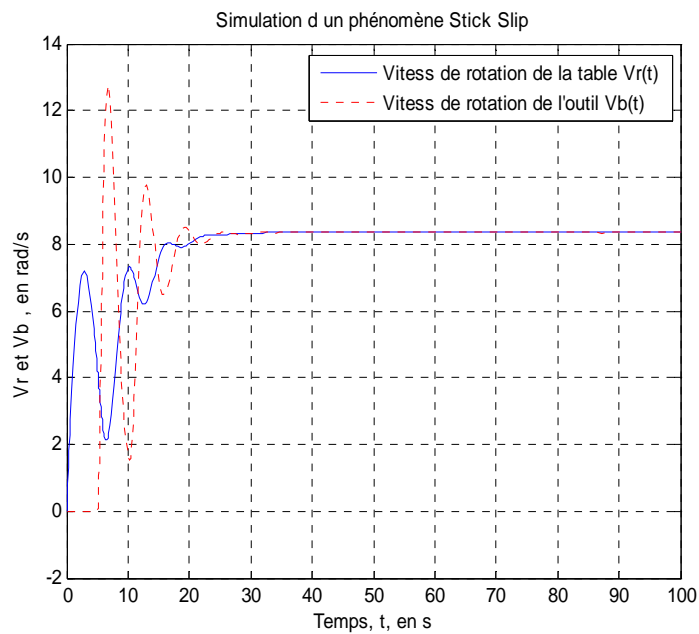


Figure III.10: Vitesses pour $L_b=250m$

3.2. Effet du diamètre de la BHA :

1. $R_{b\epsilon} = 9''/2 ; R_{bi} = 3''/2$

Le résultat est présenté sur la courbe III.9.

2. $R_{b\epsilon} = (9'' - 1/2)/2 ; R_{bi} = 3''/2$.

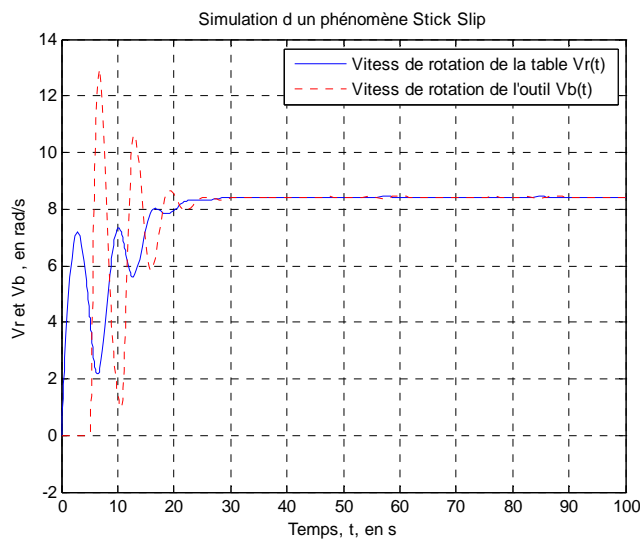


Figure III.11: Vitesses pour $R_{b\epsilon} = (9'' - 1/2)/2 ; R_{bi} = 3''/2$

3. $R_{b\epsilon} = 9''/2 ; R_{bi} = (2'' - 1/2)/2$.

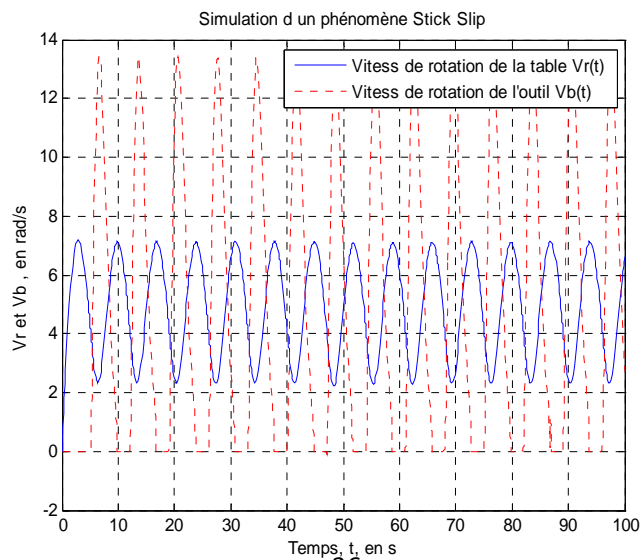


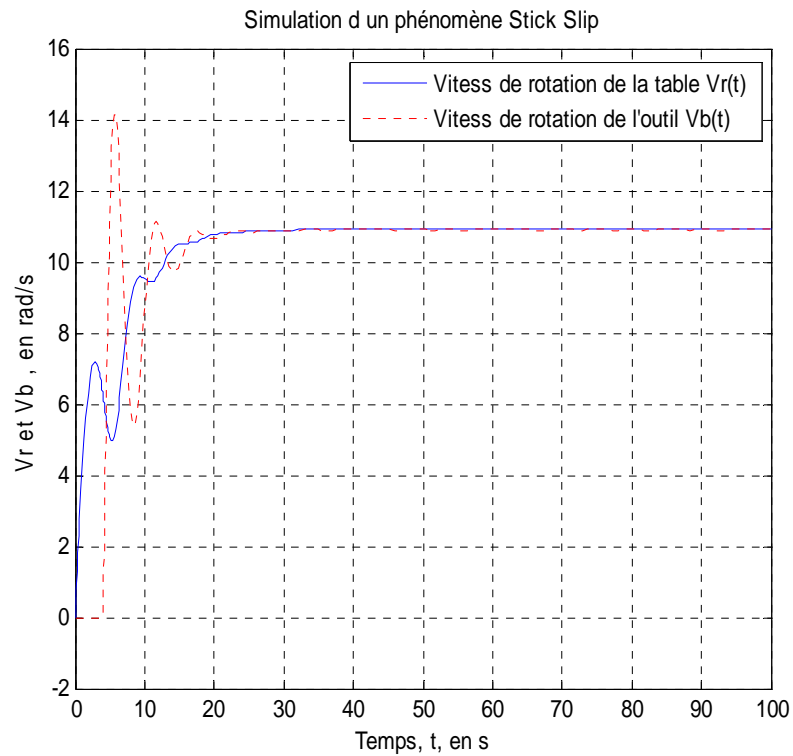
Figure III.12: Vitesses pour $R_{b_e} = 9''/2$; $R_{b_i} = (2'' - 1/2)/2$.

4. Effet du diamètre de l'outil :

1. $R_b = 16''/2$

Le résultat est présenté sur la courbe III.9.

2. $R_b = (12'' - 1/2)/2$

Figure III.13: Vitesses pour $R_b = (12'' - 1/2)/2$

5. Effet des dimensions des tiges:

L'épaisseur est 3 puis 2.25

On varie les diamètres (extérieur et intérieur) des tiges de forage :

a. $R_{r_e} = 5''/2$, $R_{r_i} = 2''/2$.

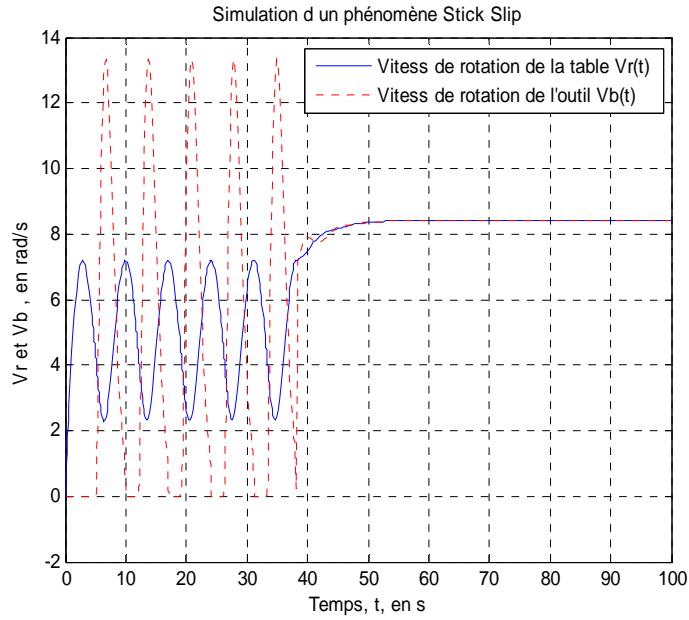


Figure III.14: la courbe est stable après t=40s a cause la variation les diamètres.

b. $R_{T\theta} = 6''/2$, $R_{Tt} = 3.75''/2$.

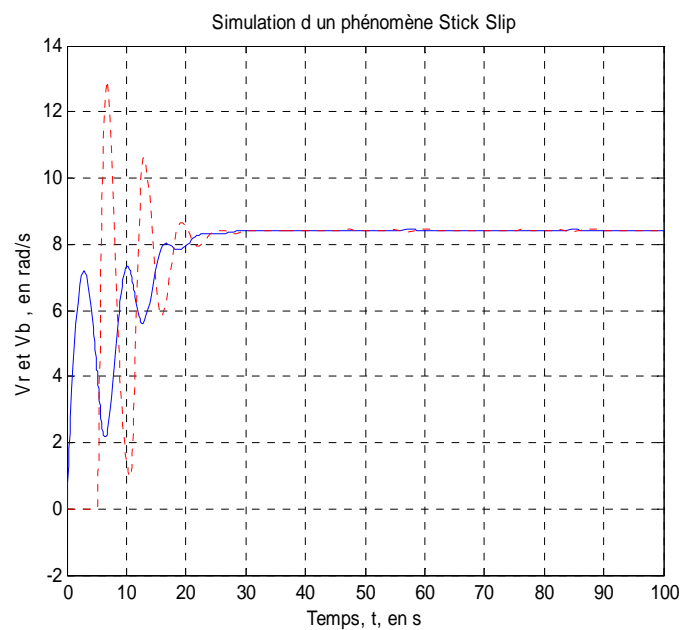


Figure III.15: l'influence de changement les diamètres sur le phénomène.

Analyse des résultats

Le frottement visqueux amorti les vibrations de Stick-Slip.

En variant les diamètres des tiges, on remarque que le stick slip est éliminé pour les tiges rigides (épaisseur élevée)

La longueur de la BHA diminue le Stick-Slip. Cela est justifié par augmentation du poids sur l'outil.

III.4. ANALYSES DE FFT (Fast Fourier Transform)

III.4.1. INFLUENCE DE LA LONGUEUR DE LA GARNITURE SUR LES FREQUENCES PROPRES

Une étude fréquentielle, nous permettra de voir les fréquences des différentes données mise en jeu. La FFT est donnée directement par des fonctions sur Matlab.

LE CAS I :

- A partir de la courbe (III.2.a) avec la vitesse de la table de rotation : La longueur de la garniture est 1080m ($L_r = 880 \text{ m}$; $L_b = 200 \text{ m}$).

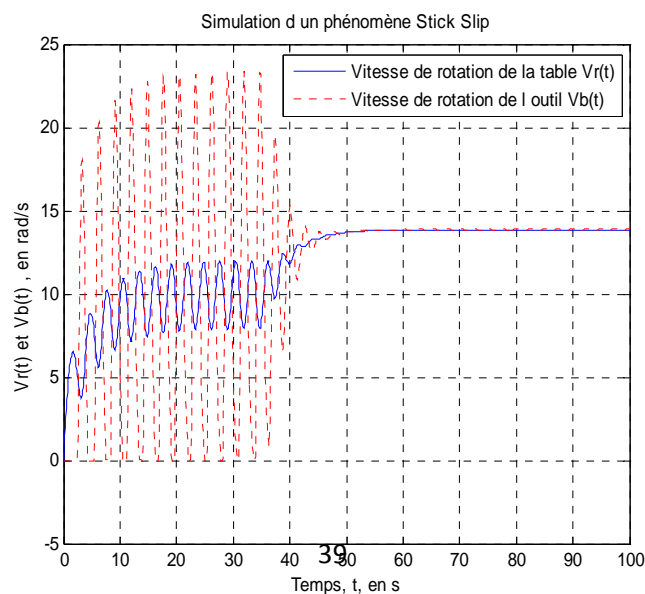


Figure III.16: présente le phénomène de Stick-Slip.

Le signal de vitesse de la table de rotation est mono fréquentiel [BRETT, 92 ; PAVONE et DESPLANS, 94 ; RICHARD, 01 ; KEULTJES et SAVIGNAT, 01] comme montré la figure (III.16) au dessus (signal de couleur bleu).

La méthode analytique pour calculer la fréquence propre de la garniture:

On retourne au système des équations de torsion (équation II.8). Le système sans second membre est :

$$\begin{aligned} J_r \ddot{\varphi}_r + C(\dot{\varphi}_r - \dot{\varphi}_b) + K(\varphi_r - \varphi_b) &= 0 \\ J_b \ddot{\varphi}_b - C(\dot{\varphi}_r - \dot{\varphi}_b) - K(\varphi_r - \varphi_b) &= 0 \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (III.1)$$

Soit, sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} J_r & 0 \\ 0 & J_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\varphi}_r \\ \ddot{\varphi}_b \end{bmatrix} + C \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_r \\ \dot{\varphi}_b \end{bmatrix} + K \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_r \\ \varphi_b \end{bmatrix} = 0 \quad \dots \dots \dots (III.2)$$

Les solutions des équations sont de la forme :

$$\varphi_r = A_1 e^{rt} \quad \dots \dots (III.3)$$

$$\varphi_b = A_2 e^{rt} \quad \dots \dots (III.4)$$

En reportant III.3 et III.4 dans, il vient :

$$\begin{bmatrix} J_r r^2 + Cr + K & -(Cr + K) \\ -(Cr + K) & J_b r^2 + Cr + K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} = 0 \quad \dots \dots (III.5)$$

L'équation caractéristique est donnée par :

$$[(J_r r^2) + (Cr + K)] * [(J_b r^2) + (Cr + K)] - (Cr + K)^2 = 0 \quad \dots \dots (III.6)$$

La fréquence propre de la garniture est (voir annexe D):

$$f_0 = 0.385 \text{ Hz} .$$

On passe maintenant la transformation rapide de Fourier FFT (Fast Fourier Transform) :

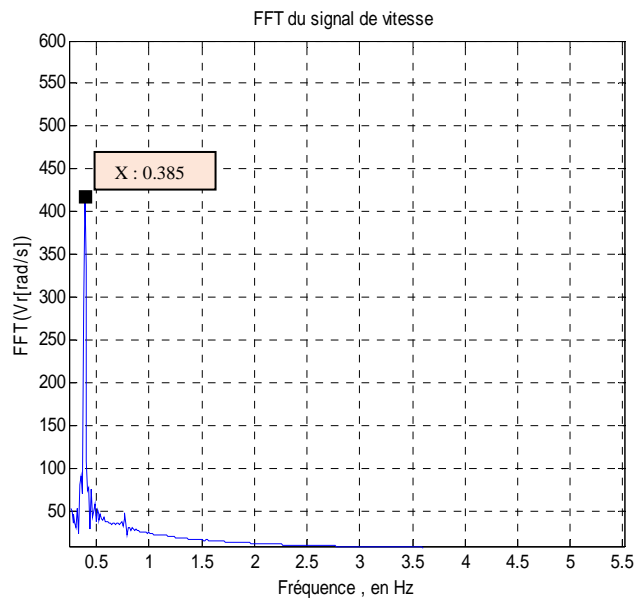


Figure III.17: représente FFT de vitesse de la table de rotation $Vr(t)$.

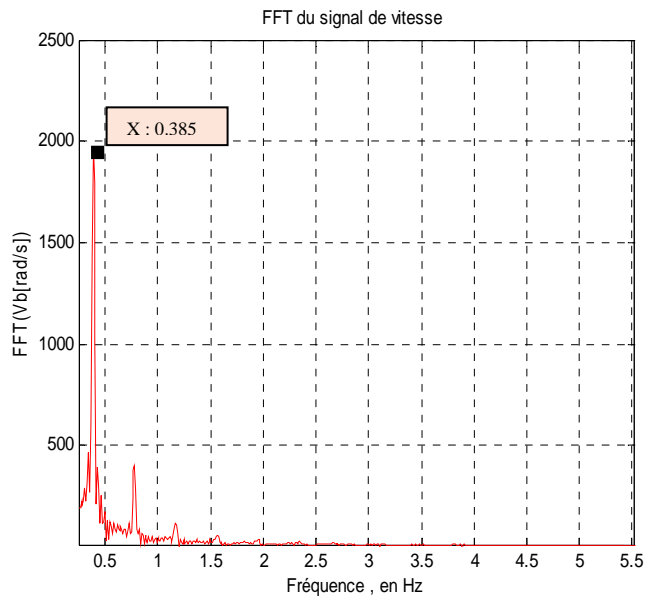


Figure III.18: représente FFT de vitesse de l'outil $V_b(t)$.

On remarque que les deux premières fréquences (pics) sont égales à la valeur de fréquence propre de la garniture (0.385 Hz).

LE CAS II

- b. A partir les données de la courbe (III.7) : La longueur de la garniture environ 3000m ($L_r = 2800 \text{ m}$; $L_b = 200 \text{ m}$).

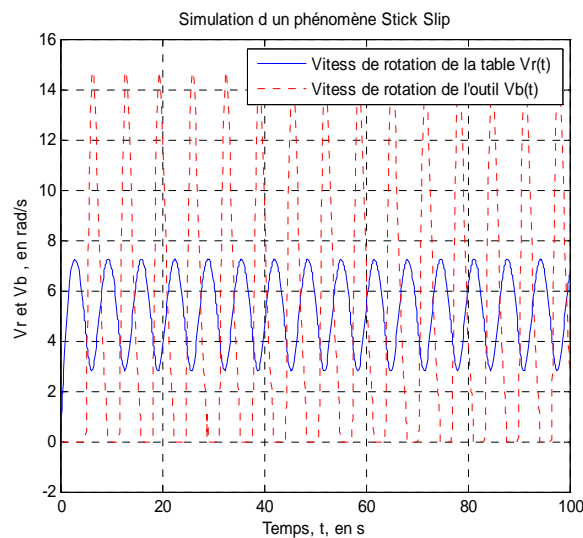


Figure III.19: présentation de Stick-Slip.

La méthode analytique pour calculer la fréquence propre de la garniture:

La fréquence propre de la garniture de 3000m de longueur est égale $f_0 = 0.194 \text{ Hz}$.

La FFT dans ce cas est donnée par :

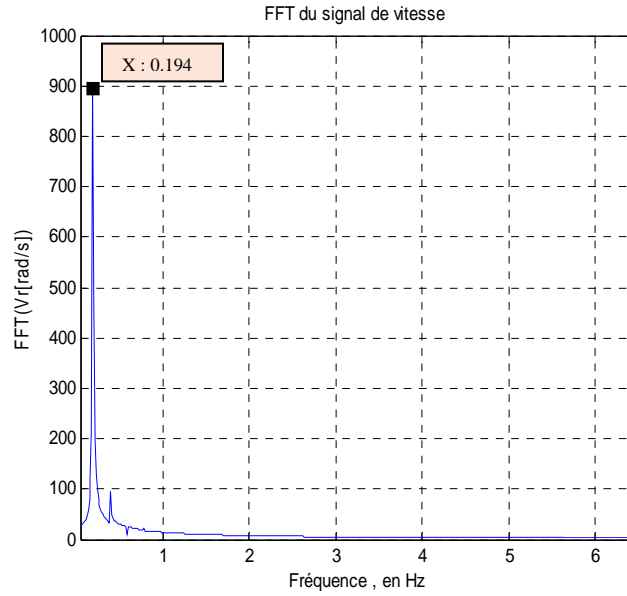
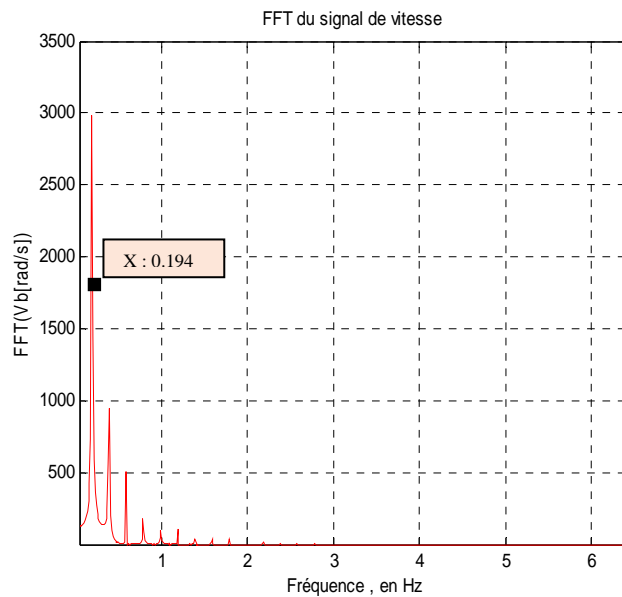


Figure III.20: représente FFT de de la table de rotation $V_r(t)$.



vitesse

Figure III.21: représente FFT de vitesse de l'outil $V_b(t)$.

D'après [HALLIBURTON 07, PASTUSEK ET AL. 07], la plage des fréquences donnant le phénomène Stick-Slip est entre $[0.1 - 5 \text{ Hz}]$.

Comment varie la vitesse de rotation de la table et le trépan pour différentes viscosités ?

On trace la FFT des vitesses pour trois valeurs de viscosité de la boue:

$$\eta_1 = 25 \text{ mPa}\cdot\text{s} ; \eta_2 = 45 \text{ mPa}\cdot\text{s} ; \text{ et } \eta_3 = 65 \text{ mPa}\cdot\text{s}.$$

La vitesse de rotation au niveau de la table de rotation est $f_0 = 0.194 \text{ Hz}$.

a. La viscosité de la boue est $\eta_1 = 25 \text{ mPa}\cdot\text{s}$:

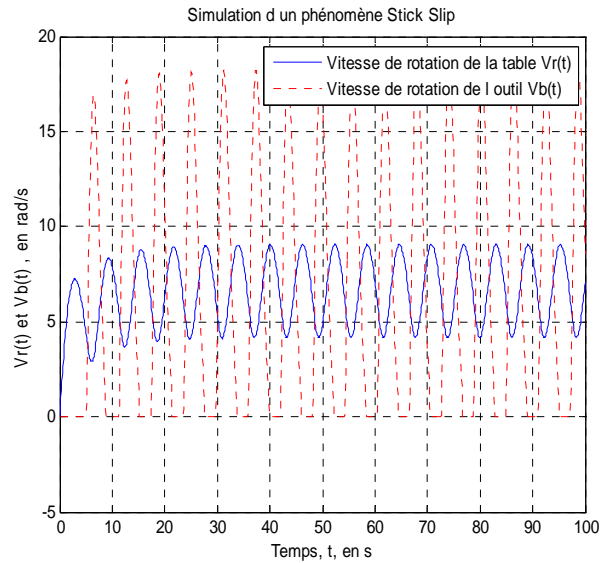


Figure III.22: présentation de Stick-Slip.

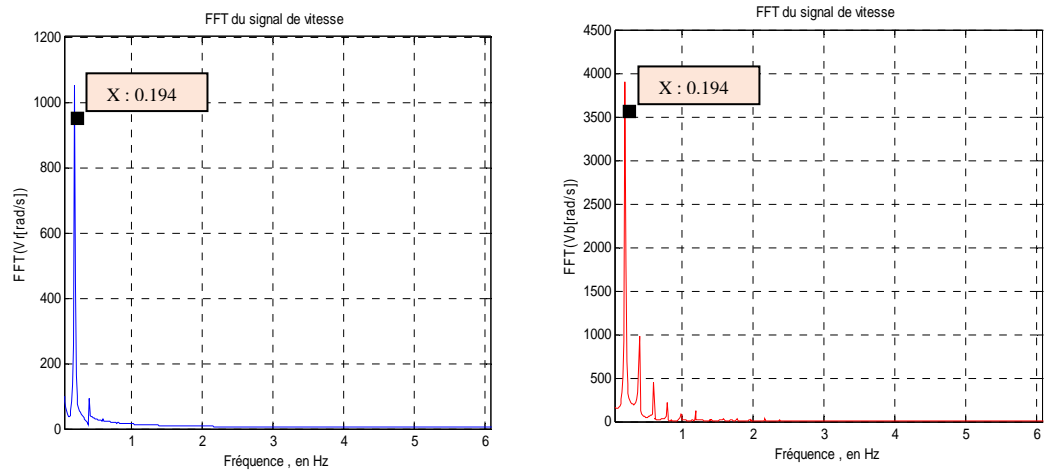


Figure III.23: La FFT des vitesses de la table de rotation (courbe bleue) et de l'outil (courbe rouge).

La vitesse de l'outil, atteint une valeur de 18 rad/sec (figure III.22). La FFT de la vitesse au niveau de la table, montre un seul pic de 0.194Hz. Par contre, pour la vitesse du trépan, on remarque plusieurs pics, dont le premier vaut 0.194Hz. Le trépan tourne à vitesses différentes (figure III.23).

- b. La viscosité de la boue est $\eta_2 = 45 \text{ mPa.s}$:

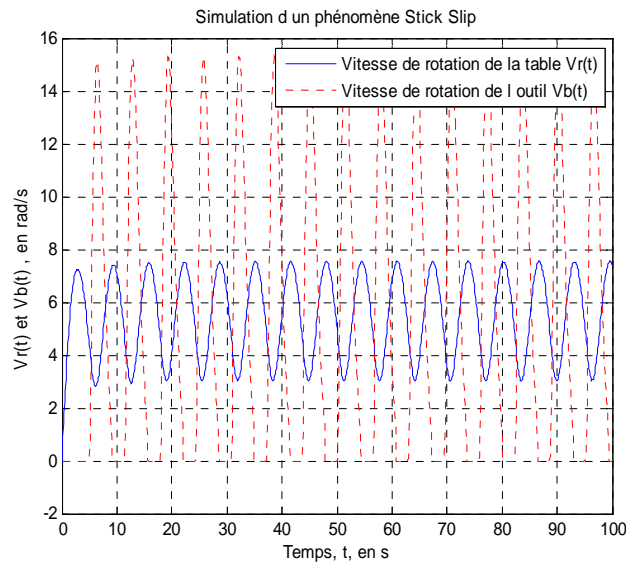


Figure III.24: présentation de Stick-Slip.

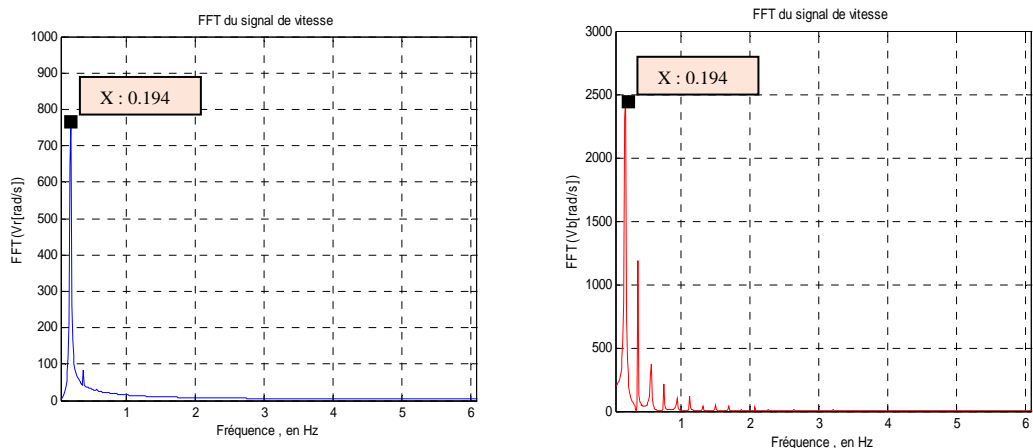


Figure III.25: représente FFT de vitesse de la table de rotation (bleu) et de l'outil (rouge).

Dans ce cas la vitesse de l’outil atteint un max inférieur à 16 rad/sec. Dans ce cas, le système est légèrement amorti.

c. La viscosité de la boue est $\eta_3 = 65 \text{ mPa}\cdot\text{s}$:

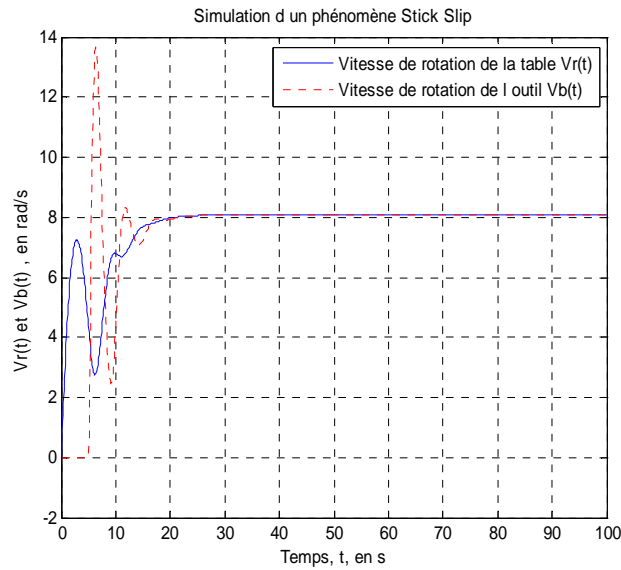


Figure III.26: Présentation d’état stable.

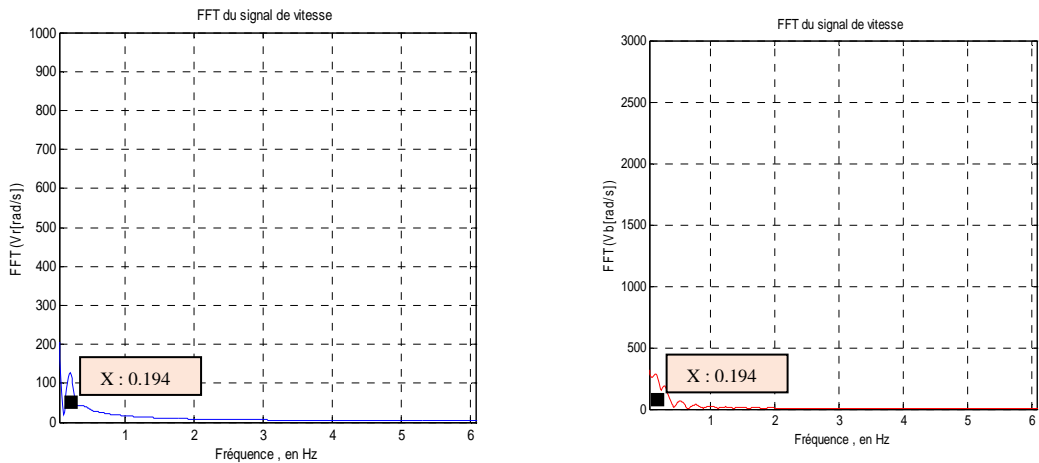


Figure III.27: La FFT de vitesses de rotation, la table (bleue) et l’outil (rouge).

Les vibrations sont fortement amorties avec la valeur de $\eta_3 = 65 \text{ mPa}\cdot\text{s}$.

La table et le trépan tournent à la même vitesse de 0.194 Hz ;

Au forage profond, le risque d'apparition du phénomène de Stick-Slip augmente. Il faut donc forer avec une boue visqueuse. Des données du champ de forage à HASSI MESAOUUD [KHODJA Mohamed, 08] montrent l'utilisation de la boue de viscosité $45 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ pour la phase 16, puis on augmente la viscosité à $70 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ pour la phase suivante.

III.5. ETUDE DE LA STABILITE

Pour l'étude de la stabilité, il est commode de remplacer les deux degrés de liberté par l'écart angulaire relatif entre la table de rotation et le trépan : $\varphi = \varphi_r - \varphi_b$.

En prenant comme variable d'état φ , et le nouveau vecteur d'état $x = (\dot{\varphi}_r, \varphi, \dot{\varphi}_b)^T$.

Donc le système (II.11) devient :

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} -\frac{C_r + c}{J_r} & -\frac{k}{J_r} & \frac{c}{J_r} \\ 1 & 0 & -1 \\ \frac{c}{J_b} & \frac{k}{J_b} & -\frac{C_b + c}{J_b} \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{T_m - T_{fr}}{J_r} \\ 0 \\ -\frac{T_{fb}}{J_b} \end{pmatrix} \dots \dots \dots (III.7)$$

Les points critiques du système (III.7) sont calculés à partir des forces extérieures (équation (III.8)):

$$\overline{T_m} - (T_{fr} + T_{fb}) - (C_r + C_b)\overline{\Omega} = 0 \quad \dots \dots \dots (III.8)$$

$$\begin{cases} T_{fr}(\overline{\Omega}) = T_{Cr} + (T_{Sr} - T_{Cr})e^{-\gamma_r \overline{\Omega}} \\ T_{fb}(\overline{\Omega}) = \overline{W_{ob}} \cdot R_b \cdot [\mu_{Cb} + (\mu_{Sb} - \mu_{Cb})e^{-\gamma_b \overline{\Omega}} + b_v \overline{\Omega}] \end{cases} \dots \dots \dots (III.9)$$

Avec $\overline{\dot{\varphi}_r} = \overline{\dot{\varphi}_b} = \overline{\Omega}$.

On peut voir le changement du Poids sur l'outil $\overline{W_{ob}}$ en fonction du couple moteur $\overline{T_m}$ et la vitesse de rotation $\overline{\Omega}$.

L'introduction de l'équation (III.9) dans (III.8), donne :

$$\overline{W_{ob1}} = \frac{\overline{T_m} - T_{fr} - (C_r + C_b)\overline{\Omega}}{R_b [\mu_{Cb} + (\mu_{Sb} - \mu_{Cb})e^{-\gamma_b \overline{\Omega}} + b_v \overline{\Omega}]} \dots \dots \dots (III.10)$$

avec

$$\frac{\partial(\overline{T_m} - (T_{fr} + T_{fb}) - (C_r + C_b)\overline{\Omega})}{\partial \overline{\Omega}} = 0 \dots\dots\dots(III. 11)$$

et

$$d_r = \left. \frac{\partial T_{fr}(\phi_r)}{\partial \phi_r} \right|_{\phi_r = \overline{\Omega}} ; \quad d_b = \left. \frac{\partial T_{fb}(\phi_b)}{\partial \phi_b} \right|_{\phi_b = \overline{\Omega}} \dots\dots\dots(III. 12)$$

En remplaçant (III.12) dans (III.11), on obtient le Poids sur l'outil $\overline{W_{ob}}$ en fonction de la vitesse de rotation $\overline{\Omega}$ comme suit :

$$\overline{W_{ob2}} = \frac{(C_r + C_b) - \gamma_r(T_{sr} - T_{cr})e^{-\gamma_r \overline{\Omega}}}{\gamma_b R_b [(\mu_{sb} - \mu_{cb})e^{-\gamma_b \overline{\Omega}} - b_v]} \dots\dots\dots(III. 13)$$

La comparaison entre (III.10) et (III.13), donne les points critiques de (III.8) qui sont : le Poids W_{ob2}^* et la vitesse Ω^* .

Le foreur travaille dans la phase de glissement, on a besoin de calculer T_m pour chaque valeur de W_{ob} , vérifiant l'équation suivante :

$$T_m \geq T_{sb} + T_{sr} \dots\dots\dots(III. 14)$$

Pour la phase de collage, on a :

$$T_m \leq T_{cb} + T_{cr} \dots\dots\dots(III. 15)$$

Les différentes zones du phénomène sont représentées sur la figure III.32.

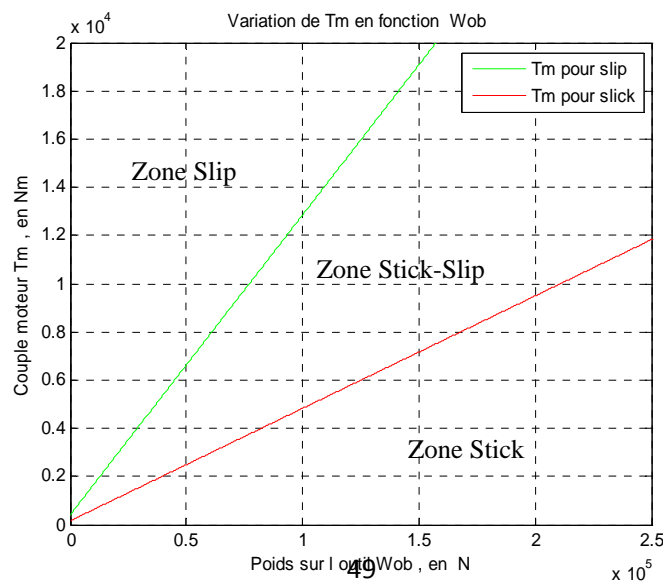


Figure III.28 : Variation de T_m en fonction W_{ob} dans la zone glissement et collage.

Cartes de stabilité

La carte de stabilité est un moyen très utilisé par le foreur pour choisir les bons paramètres de forage.

Cette carte est tracée en fixant le couple moteur T_m , puis le poids sur l'outil W_{ob} .

- a. Pour le couple moteur $T_m = 8000 Nm$, la courbe représente la variation du poids sur l'outil W_{ob} en fonction de la vitesse de rotation Ω .

Les détails de calcul de la carte de stabilité sont donnés dans l'annexe F1.

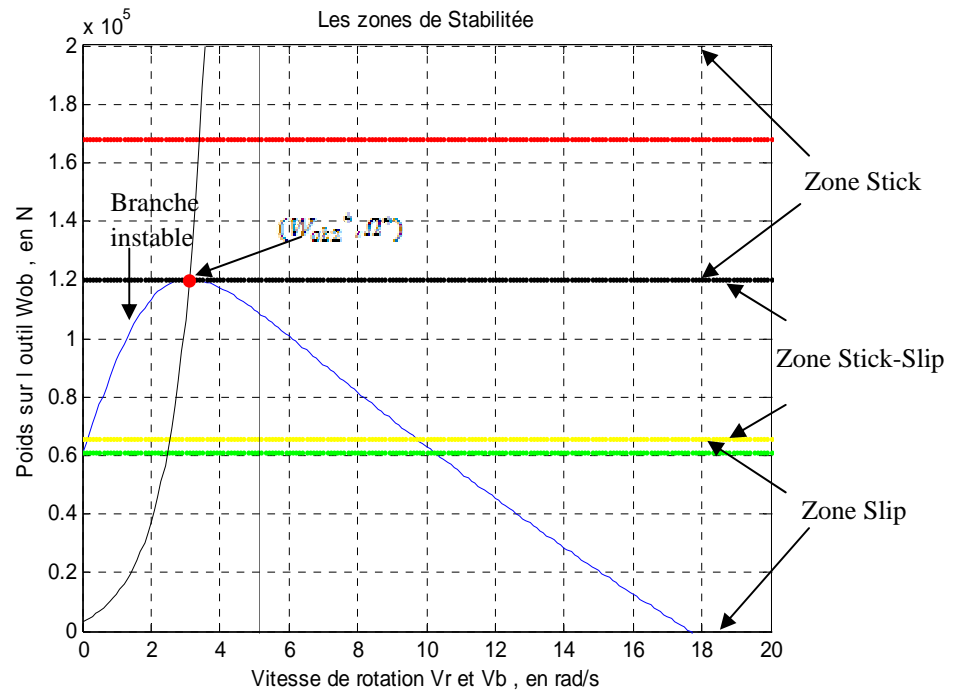


Figure III.29 : Variation du W_{ob} en fonction V avec $T_m = 8000 Nm$.

- b. Le couple moteur T_m en fonction de la vitesse de rotation Ω pour $W_{ob} = 50000 N$.

Les détails de calcul sont donnés dans l'annexe F2.

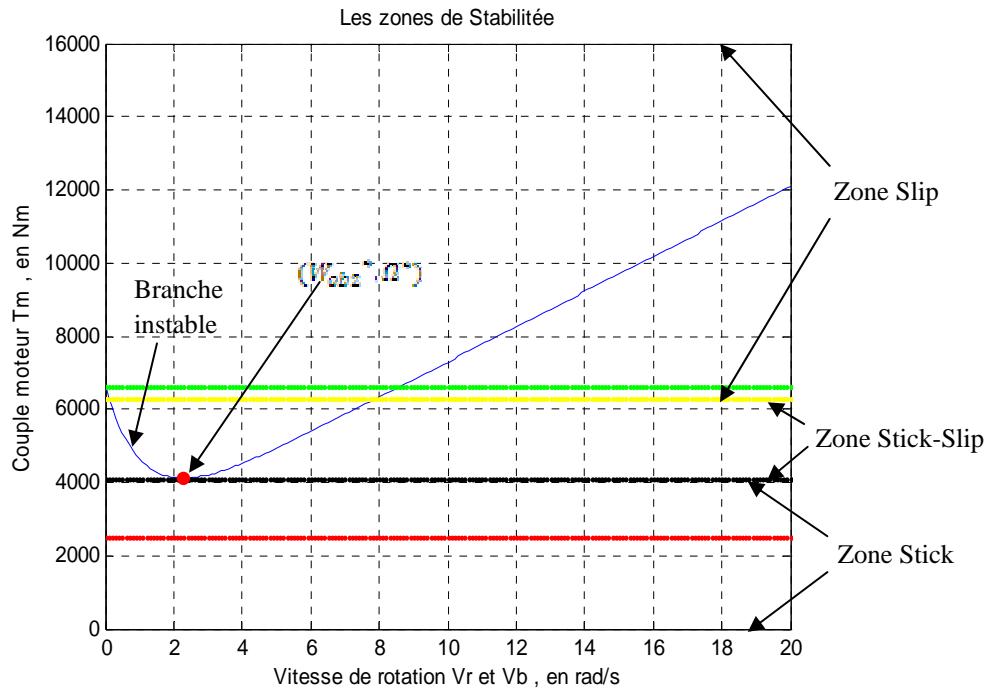


Figure III.30 : Variation de T_m en fonction de V avec $W_{ob} = 50000 N$.

III.6. CONCLUSION

La comparaison des résultats obtenus avec ceux donnés par des courbes expérimentales sur le champ de forage nous a permis de valider le modèle proposé.

Ensuite, des simulations sous MATLAB ont montré l'effet de la boue de forage sur le phénomène de Stick Slip. On a tracé les vitesses de rotation au niveau de la table et du trépan pour différentes valeurs de la viscosité. On a conclu que la stabilité de la garniture de forage augmente avec la viscosité de la boue. Ainsi que la longueur de la BHA.

CONCLUSION GENERALE

Le choix optimal des paramètres de forage, rend le forage rentable. Ces paramètres sont : la vitesse de rotation de la table, le couple appliqué, la boue de forage et autres...

La problématique de ce travail consiste à proposer un modèle de frottement au niveau de la BHA capable d'interpréter l'interaction entre la roche, la boue et le trépan. Ce modèle doit permettre le choix de la viscosité de la boue qui contribue à l'amortissement du Stick slip.

Le Stick-Slip provoque des arrêts cycliques de l'outil ce qui conduit généralement à la rupture de la garniture de forage et la perte du trépan. Il en résulte des vibrations de torsion. Dans certains cas, des vibrations latérales. Dans cette étude, on a considéré l'effet des vibrations de torsion.

La boue, en plus de son rôle de lubrifiant et nettoyant du puits, peut amortir les vibrations intenses de la tige de forage. On a étudié l'influence de la boue de forage sur le phénomène du stick-slip.

Dans le modèle proposé, le couple de frottement au niveau de la table et du trépan prennent la forme du modèle de Karnopp. Le coefficient de frottement comprend le frottement statique, de Coulomb et visqueux. Le modèle rassemblant ces trois frottements, est celui de Tustin. Ce dernier est une fonction non linéaire de la vitesse de rotation.

Les équations du mouvement obtenues sont des équations différentielles du second ordre non linéaires. Pour la résolution, on a utilisé des fonctions du code de calcul Matlab. Les problèmes numériques rencontrés sont des problèmes de variation brusque de la fréquence des vibrations. Une analyse de la stabilité ainsi qu'une analyse de certains paramètres physiques ont conduit à la conception d'un schéma numérique adapté. Ce dernier doit prendre en considération la non-linéarité du système lui-même.

Une comparaison des résultats obtenus avec ceux donnés par des courbes expérimentales sur le champ de forage nous a permis de valider le modèle.

De cette étude, il ressort que la boue peut jouer un rôle très important dans l'amortissement des vibrations, comme le stick slip dans notre cas. La stabilité augmente avec la viscosité de la boue.

PERSPECTIVES

Comme l'aptitude de la boue à entraîner les cuttings vers le haut dépend de ses propriétés physiques et donc de sa viscosité, on doit amortir le Stick Slip, sans empêcher l'écoulement de la boue. Une étude plus approfondie sur la boue, permettra de trouver les valeurs permettant l'amortissement des vibrations et l'entraînement des déblais des roches coupées en même temps.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

[ABBASSIAN ET AL., 98] Abbassian. F. and V.A. Dunayevsky, Application of stability approach to torsional and lateral bit dynamics, SPE Drilling and Completion, Vol. 13, No. 2, pp. 99.107, 1998.

[ABDOLLAHI & SKALLE, 03] ABDOLLAHI, J., P. SKALLE. Case Study: Abnormal Drillstring Wash-out and Fatigue Experienced when Drilling Hazardous Formation in Iranian Oil Field. SPE/IADC 85327 – 2003.

[ABDULGALIL, 06] F. ABDULGALIL, Commande non linéaire dans les systèmes de forage pétrolier : contribution à la suppression du phénomène Stick-Slip, Thèse de Doctorat en sciences de l'université PARIS XI ORSAY, 2006.

[ARMSTRONG-HELOUVRY, 91] B. Armstrong-Hélouvry. Control of Machines with Friction. 1991.

[BAKER, 99] BAKERHUGHES, Bit Hydraulics, BASIC DRILLING SERIES, CD Training Technomedia International INC, 1999.

[BASHMAL, 04] Salem Mohammed BASHMAL, Finite Element Analysis of Stick-Slip Vibrations in Drillstrings, thesis of Master, King Fahd University of Petroleum and Minerals, Dhahran, Saudi Arabia, December 2004.

[BLIMAN, 90] P. A. BLIMAN. Etude mathématique d'un modèle de frottement sec : le modèle de P. R. Dahl. Thèse de doctorat, Université de Paris IX-Dauphine, Mars 1990.

[BOUSSAK, 08] BOUSSAK H., Caractérisation rhéologique d'une substance polymérique, Cas d'une suspension bentonique, Mémoire de magister, Université M'HAMED BOUGARA de BOUMERDES – 2008.

[BRETT, 92] BRETT, J.F. (1992). The genesis of torsional drillstring vibrations. SPE Drilling Engineering. September, SPE 21943 – 1992.

Références Bibliographiques

[CANUDAS ET AL., 95] C. CANUDAS De Wit, H. OLSSON, K. J. ASTROM, and P. LISCHINSKY. A new model for control of systems with frictions. IEEE Transactions on Automatic Control, 40(3):419–425, 1995.

[CHALLAMEL ET AL., 00] CHALLAMEL, N., H. SELLAMI, E. CHENEVEZ, L. GOSSUIN, A Stick-slip Analysis Based on Rock/Bit Interaction: Theoretical and Experimental Contribution. IADC/SPE 59230 - 2000.

[CHALLAMEL, 99] CHALLAMEL, N. Etude de stabilité d'une structure de forage à partir du processus de destruction de la roche. Thèse de Doctorat. Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris 1999.

[DAHL, 68] P. R. DAHL. A solid friction model. The Aerospace Cororation, pages 3107–3118, - 1968.

[DUFEYTE & HENNEUSE, 91] DUFEYTE, M.P., H. HENNEUSE. Detection and monitoring of the stick-slip motion: Field experiments. SPE 21945 (1991).

[EL MARZOUKI, 07] EL MARZOUKI, Z. Etude du comportement dynamique des trains de tiges de forage pétrolier. Rapport d'Option Sol et Sous-sol, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris. 2007.

[ENSPM, 06] Ecole Nationale Supérieure du Pétrole et du Moteur, Technique d'exploitation pétrolière le forage. Institut Français du pétrole, Rapport du Centre développement et exploitation des gisements, 2006.

[FARJANI, 06] Mohamed FERJANI, intégration des phénomènes dynamiques dans l'analyse en fatigues garnitures de forage, thèse doctorat, l'ECOLE POLYTECHNIQUE de BORDEAUX, 21 Décembre 2006.

[FEAR ET AL., 97] FEAR, M.J., F. ABASSIAN, S.H.L. PARFITT, A. MCCLEAN. The Destruction of PDC Bits by Severe Slip-Stick Vibration. SPE/IADC 37639 (1997).

[GARECHE, 97] Mourad GARECHE « Caractérisation mécanique d'un fluide complexes » Mémoire de magistère présenté à l'I.N.H (Institut National des hydrocarbures) septembre p-192 1997.

Références Bibliographiques

[HALLIBURTON, 07] HALLIBURTON, ADT Drilling Optimization Service Brochures. <http://www.halliburton.com> - 2007.

[HALSEY ET AL., 88] G.W. Halsey and Kyllingstad, Å, A study of slip/stick motion of the bit, SPE Drilling Engineering, December, pp. 369.373, 1988.

[HILL, 92] HILL T. H. A Unified Approach to Drillstem Failure Prevention. SPE Drilling Engineering (1992).

[JAGGI ET AL., 07] JAGGI, A., S. UPADHAYA, A. ROY CHOWDHURY. Successful PDC/RSS Vibration Management Using Innovative Depth-of-Cut Control Technology : Panna Field, Offshore India. SPE/IADC 104388 / 2007.

[JANSEN, 93] JANSEN, J.D. Nonlinear dynamics of oilwell drillstrings. PhD thesis, Delft University of Technology (1993).

[KARKOUB ET AL., 09] KARKOUB, M., Y.L. ABDEL-MAGID, B. BALACHANDRAN. Drill-string Torsional Vibration Suppression Using GA Optimized Controllers. Journal of Canadian Petroleum Technology, Vol. 48, 12, December (2009).

[KARNOPP, 85] KARNOPP, D., Computer simulation of stick-slip friction in mechanical dynamic systems, ASME Journal of Dynamics Systems, Measurement, and Control, Vol. 107, No. 1, pp. 100.103, 1985.

[KEULTJES & SAVIGNAT, 01] KEULTJES, W., SAVIGNAT, J.-M, Soft Torque MkII performance in well MA-10. EP 2001-5469. Shell Technology EP, Rijswijk - 2001.

[KHODJA, 08] KHODJA Mohamed, Les fluides de forage: études des performances et considérations environnementales, Thèse de doctorat, présenté à l'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE TOULOUSE, 15 Février 2008.

[KYLINGSTAD ET AL., 88] A. KYLLINGSTAD, HALSEY G.W and A. KYLLING. Torque feedback used to cure slip-stick motion. In 63rd SPE annual technical conference and exhibition, p. 277–282 (1988).

[KYLINGSTAD & NESSJOEN, 09] KYLLINGSTAD, A., P.J. NESSJOEN. A New Stick-Slip Prevention System. SPE/IADC 119660 (2009).

Références Bibliographiques

[LEDGERWOOD ET AL., 10]. LEDGERWOOD III, L.W., O.J. HOFFMANN, J.R. JAIN, C. EL HAKAM, C. HERBIG, R.W. SPENCER. Downhole Vibration Measurement, Monitoring and Modeling Reveal Stick-Slip as a Primary Cause of PDC Bit Damage in Today's Applications. SPE 134488. - 2010.

[LEINE, 97] LEINE, R.I. Literature Survey on Torsional Drillstring Vibrations. Internal Report, Eindhoven University of Technology (1997).

[MARU & TANAKA, 07] MARU, M.M., D.K. TANAKA. Consideration of Stribeck Diagram Parameters in the Investigation on Wear and Friction Behavior in Lubricated Sliding. J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci. & Eng., Vol. XXIX, 1, January-March (2007).

[MIHAJLOVIC ET AL., 04] MIHAJLOVIC, N., Van VEGGEL, A. A., Van de WOUW, N., and NIJMEIJER, H., Analysis of friction-induced limit cycling in an experimental drill-string set-up. ASME Journal of Dynamic Systems, Measurements and Control, 126(4), 709–720 - 2004.

[NAVARRO & SUAREZ, 04.a] NAVARRO-LOPEZ, E.M. and R. SUAREZ, Practical approach to modelling and controlling stick-slip oscillations in oilwell drillstrings, IEEE International Conference on Control Applications, Taipei, Taiwan, September, pp. 1454.1460, 2004.

[NAVARRO & SUAREZ, 04.b] NAVARRO-LOPEZ, E.M. and R. SUAREZ, Modelling and Analysis of Stick-slip Behaviour in a Drillstring under Dry Friction, Annual congress of the AMCA 2004.

[OLSSON, 96] H. OLSSON, Control Systems with Friction. Ph.D. thesis, Lund Institute of Technology, Sweden - 1996.

[PASTUSEK ET AL., 07] PASTUSEK, P., E. SULLIVAN, T. HARRIS, Development and Utilization of a Bit-Based Data- Acquisition System in Hard-Rock PDC Applications. SPE/IADC 105017- .2007.

[PAVONE & DESPLANS, 94] PAVONE, D. R., and DESPLANS, J. P., 1994, "Application of High Sampling Rate Downhole Measurements for Analysis and Cure of Stick-Slip in Drilling," SPE 28324, Paper presented at the SPE 69th Annual Technical Conference and Exhibition held in New Orleans, September 25–28, 1994.

Références Bibliographiques

[RICHARD, 01] RICHARD, T., Self-Excited Stick-Slip Oscillations of Drag Bits. PhD thesis, University of Minnesota - 2001.

[SCHLUMBERGER, 97] SCHLUMBERGER, introduction to Drilling fluids, OilWell Drilling Vol. 3, CD Training Technomedia International INC, 1997.

[SERRARENS ET AL, 98] SERRARENS, A.F.A., M.J.G. van de MOLENGRAFT, J.J. KOK and L. van den STEEN, H_{∞} control for suppressing stick-slip in oil well drillstrings, IEEE Control Systems Magazine, April, pp. 19.30, 1998.

[SOWERS ET AL., 09] SOWERS, S.F., F.E. DUPRIEST, J.R. BAILEY, L. WANG. Roller Reamers Improve Drilling Performance in Wells Limited by Bit and Bottomhole Assembly Vibrations. SPE/IADC 119375 / 2009.

[TUSTIN, 47] A. TUSTIN., «The effects of backlash and speed dependent friction on the stability of closed cycle control systems », IEE Journal, vol. 94, Vol. 2A, 1947, pp. 141-143.

[VAISBERG ET AL., 02] VAISBERG, O., O. VINCKE, G. PERRIN, J.P. SARDA, J.B. FAÏ. Fatigue of Drillstring : State of the Art. Oil & Gas Science and Technology – Rev. IFP., Vol. 57, No. 1, pp. 7-37 / 2002.

[VAN DEN STEEN, 97]. VAN DEN STEEN, L. Suppressing stick-slip-induced drillstring oscillations: a hyperstability approach. PhD thesis, University of Twente (1997).

[VAN DE VRANDE, 99] van de Vrande, B.L., D.H. van Campen and A. de Kraker, An approximate analysis of dry-frictioninduced stick-slip vibrations by a smoothing procedure, Nonlinear Dynamics, Vol. 19, pp. 157.169, 1999.

[YIGIT & CHRISTOFOROU, 06] YIGIT, A.S., A.P. CHRISTOFOROU. Stick-Slip and Bit-Bounce Interaction in Oil-Well Drillstrings. Transactions of the ASME, Vol. 128, December 2006.

ANNEXES

ANNEXE A

Le moment d'inertie J_b est égale Le moment de BHA plus 1/3 le moment de tiges de forage [Brett, 92].

$$J_b = J_1 + \frac{1}{3} J_2$$

J_1 Le moment d'inertie de la BHA, J_2 le moment d'inertie de tiges de forage.

Et le moment d'inertie : $J = \rho * L * I$.

Avec :

Le moment d'inertie polaire : $I = \frac{\pi}{2} [(r^o)^4 - (r^i)^4]$

ρ : La masse volumique de l'acier.

L : La longueur de la BHA où les tiges de forage.

r^o, r^i : Le rayon extérieur et intérieur respectivement de la BHA où les tiges de forage.

ANNEXE B

Les frottements dans un système physique constituent un phénomène important car il se produit dans toutes les parties mécaniques : roulements, transmissions, systèmes hydrauliques, etc. Différents modèles physiques et mathématiques sont présentés dans la littérature pour la modélisation et l'analyse de ce phénomène qui peut s'avérer complexe [ARMSTRONG-HELOUVRY, 91, BLIMAN, 90, CANUDAS ET AL., 95, DAHL, 68].

B.2. Modélisation des frottements

B.2.1. Généralités sur les frottements

Le modèle de frottements utilisé pour un système physique dépend de ce dernier. Il existe différents types de frottements, on distingue : les frottements secs, et les frottements visqueux (figure B.1). On se limite ici à la description des premiers.

La nature des modèles de frottements est différente. On y rencontre des modèles statiques ou des modèles dynamiques c'est-à-dire décrits par un système d'équations différentielles, ou algébro-différentielles.

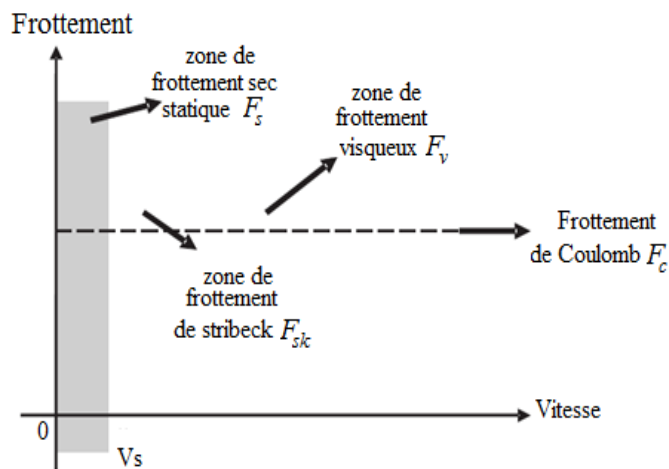


Figure B.1 : Différents phénomènes de frottements.

B.2.1.1. Modèles statiques classiques

B.2.1.1.1. Frottements secs statiques

Ce type de frottements apparaît pour des vitesses très faibles ($v < v_s$). Il est par conséquent très difficile de l'identifier, d'autant qu'il présente une forte dépendance au regard de certains paramètres comme la température, l'état des surfaces,.....etc.

Les frottements secs se manifestent par une force statique qui bloque le mouvement tant que les forces appliquées restent inférieures à un certain seuil appelé *force de stiction*.

Celle-ci est responsable du phénomène de redécollage et est très nuisible.

B.2.1.1.2. Frottements de Coulomb

Le modèle proposé par Coulomb au 18^e siècle est le plus ancien et le plus simple des modèles de description de frottements secs. Celui-ci exprime le fait que deux surfaces en contact, animées l'une par rapport l'autre d'un mouvement tangent avec une vitesse de glissement relative v , exercent mutuellement une force parallèle et de sens opposé au déplacement, de norme F_c constante, égale au coefficient de Coulomb μ multiplié par l'effort normal F_N (figure B.2.a).

B.2.1.1.3. Frottements visqueux

La théorie de l'hydrodynamique conduit à l'expression de la force de frottement causée par la viscosité des fluides. La force de frottement visqueux F est :

$$F = F_v v \quad (B.1)$$

Où F_v est le coefficient de frottement visqueux et v est la vitesse de glissement relative. Cette force est combinée avec le frottement de Coulomb comme le montre la figure B.2.b.

Afin d'avoir une meilleure prise en compte des données expérimentales, la force de frottement visqueux peut dépendre de façon non linéaire de la vitesse v :

$$F = F_v |v|^{\delta_v} \text{sgn}(v) \quad (B.2)$$

Où : δ_v est fonction de la géométrie de la surface en contact [Olsson, 96].

B.2.1.1.4. Frottements de stiction

C'est une description de la force de frottement au repos, cette force est plus élevée que les frottements de Coulomb. En dessous d'un certain seuil, cette force de frottement s'oppose aux forces extérieures et empêche tout mouvement, comme le montre la figure B.2.c. Cette force est alors décrite en fonction de la résultante des forces extérieures

F_s pour une vitesse nulle :

$$\begin{cases} F_s & \text{si } v = 0 \text{ et } |F_e| < F_s \\ F_s \text{sgn}(F_e) & \text{si } v = 0 \text{ et } |F_e| \geq F_s \end{cases} \quad (B.3)$$

Où F_s est la force de frottement de stiction (ou force de collage).

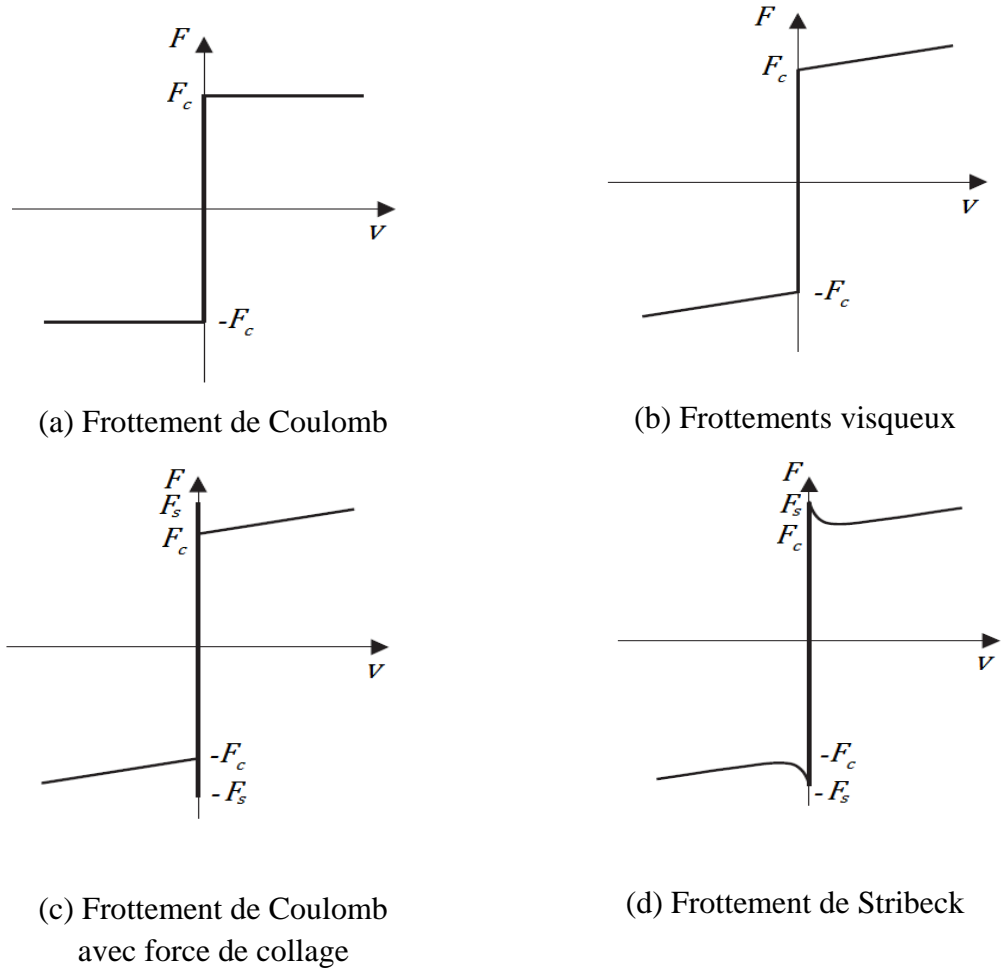


Figure B.2 : Modèles des frottements statiques

B.2.1.1.5. Frottements de Stribeck

La transition entre le frottement de stiction et le frottement de Coulomb se fait par une décroissance exponentielle de la force de frottement dans une plage de vitesses proches de zéro, comme on peut le voir sur la figure B.2.d. Cette décroissance correspond aux frottements de Stribeck. Une description plus générale du frottement est alors donnée par la fonction suivante :

$$\begin{cases} F(v) & \text{si } v \neq 0 \\ F_s & \text{si } v = 0 \text{ et } |F_s| < F_s \\ F_s \operatorname{sgn}(F_s) & \text{si } v = 0 \text{ et } |F_s| \geq F_s \end{cases} \quad (B.4)$$

Plusieurs paramétrisations de la fonction $F(v)$ ont été proposées [ARMSTRONG-HELOUVRY, 91]. Une forme commune de $F(v)$ est la fonction non linéaire suivante :

$$F(v) = F_c + (F_s - F_c) e^{-|v/v_s|^{\delta_s}} \quad (B.5)$$

δ_s et v_s sont des paramètres empiriques, v_s est la vitesse caractéristique de Stribeck.

B.2.1.1.6. Modèle de Karnopp

Karnopp a proposé un modèle pour surmonter le problème de la détection des vitesses nulles. Il a défini un intervalle de faibles vitesses $[-D_v, D_v]$ (figure B.3). Pour toutes les valeurs de vitesses à l'intérieur de cet intervalle, l'état interne du système peut changer (micro déplacement), mais la sortie du modèle est maintenue à zéro (adhérence). Le modèle peut être décrit de la façon suivante :

$$\begin{cases} \min(|F_s|, F_s) \operatorname{sign}(F_s) & \text{si } |v| < D_v \\ f(v) \operatorname{sign}(v) & \text{si } |v| \geq D_v \end{cases} \dots (B.6)$$

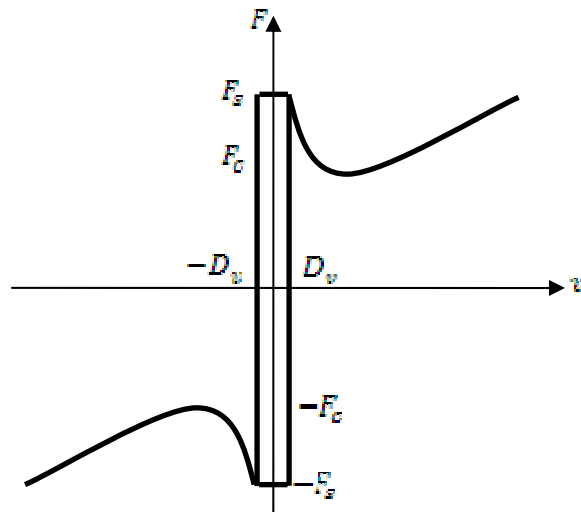


Figure B.3 : Le modèle de Karnopp.

$f(v)$: la fonction de frottement pour différent forme (linéaire ou non linéaire).

B.2.1.2. Modèles dynamiques

Les modèles statiques ne considèrent que les forces de frottements à une vitesse constante, aussi ils s'avèrent insuffisants pour expliquer certains comportements liés à la dynamique interne comme par exemple le comportement élastique des surfaces en contact.

B.2.1.2.1. Modèle de frottements de Dahl

Un modèle de comportement unidimensionnel a été proposé par Dahl en 1968 [DAHL, 68], il décrit la variation de l'effort de frottement en fonction de la position et du signe de la vitesse.

Le modèle de Dahl a été construit de la manière suivante :

$$\frac{dF}{dx} = \sigma \left(1 - \frac{F}{F_c} \operatorname{sgn} v \right)^\alpha \quad (\text{B.7})$$

Où x est le déplacement, F est la force de frottement. Le paramètre σ est homogène à un coefficient de raideur élastique qui relie la force à la contrainte. Il caractérise la rapidité avec laquelle F tend vers son asymptote. Enfin, α est un paramètre empirique et il exprime la vigueur avec laquelle F change.

La relation précédente peut encore s'exprimer sous la forme d'une équation différentielle dans le domaine temporel :

$$\frac{dF}{dt} = \frac{dF}{dx} \frac{dx}{dt} = \frac{dF}{dx} v = \sigma \left(1 - \frac{F}{F_c} \operatorname{sgn} v \right)^\alpha v \quad (\text{B.8})$$

Pour le cas $\alpha = 1$, l'évolution de la force de frottement peut alors être formulée comme :

$$\frac{dF}{dt} = \sigma v - \frac{F}{F_c} |v|. \quad (\text{B.9})$$

B.2.1.2.2. Modèle de frottements de LuGre

Ce type de frottements dynamiques représente les micro-déplacements pendant la phase de collage. Il agit seulement sur quelques dixièmes de millimètre [CANUDAS ET AL., 95].

$$\begin{cases} \dot{z} = v - \sigma_0 \frac{|v|}{g(v)} z \\ g(v) = F_c + (F_s - F_c) \exp\left(-\left(\frac{v}{v_s}\right)^2\right) \\ F = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + f(v) \end{cases} \quad (\text{B.10})$$

Où σ_0 est une constante de raideur en collage, σ_1 est un amortissement, $g(v)$ est un modèle des effets de Stribeck et $f(v)$ la force de frottement visqueux.

ANNEXE C

Méthode numérique de résolution d'équations différentielles

La méthode Cauchy

Soit l'équation différentielle d'ordre m :

$$F\left(t, x(t), x^{(1)}(t), \dots, x^{(m)}(t)\right) = 0 \quad \text{où} \quad x^{(m)}(t) \equiv \frac{d^m x}{dt^m} \quad \dots (1)$$

La solution de l'équation consiste à trouver une fonction $x(t)$ qui soit solution de (1) et dérivable sur un intervalle fini de $t \in [t_0, t_0 + T]$ de \mathbb{R} .

C.1. Problème de Cauchy

Ce problème se formule de la manière suivante :

Trouver $y(t)$ définie et dérivable sur $[t_0, t_0 + T]$ et à valeurs dans \mathbb{R}^m telle que :

$$\begin{cases} \frac{dy(t)}{dt} = f(t, y(t)) \quad \forall t \in [t_0, t_0 + T] \\ y(t_0) = y_0 \end{cases} \quad \dots (2)$$

où $f(t, y(t))$ est une fonction de \mathbb{R}^{m+1} dans \mathbb{R}^m et $y_0 \in \mathbb{R}^m$. Concrètement l'expression, "trouver $y(t)$ à valeurs dans \mathbb{R}^m avec $y_0 \in \mathbb{R}^m$ " consiste à dire pour des applications comme MATLAB, que l'inconnue $y(t)$ est un vecteur de m fonctions inconnues avec pour condition limite le vecteur y_0 :

$$y(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_m(t) \end{bmatrix} \quad y_0 = y(t_0) = \begin{bmatrix} y_1(t_0) \\ y_2(t_0) \\ \vdots \\ y_m(t_0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{0,1} \\ y_{0,2} \\ \vdots \\ y_{0,m} \end{bmatrix} \quad \dots (3)$$

De même, $f(t, y(t))$ est une fonction de t et du vecteur $y(t)$ et doit retourner un vecteur colonne :

$$\frac{dy(t)}{dt} \equiv \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix} = f(t, y(t)) \equiv \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_m \end{bmatrix} \quad \dots (4)$$

Pour la plupart des problèmes qui intéressent les scientifiques et les ingénieurs, des théorèmes mathématiques assurent l'existence et l'unicité d'une solution au problème de Cauchy.

Néanmoins, souvent la solution ne peut être exprimée analytiquement. Pour de tels problèmes, on doit donc chercher à déterminer la fonction $y(t)$ par des méthodes numériques.

C.2 Transformations vers un problème de Cauchy

Dans MATLAB, de puissants programmes existent sous le nom générique d'ODEs (Ordinary Differential Equation Solvers). Ils résolvent les systèmes de la forme de l'équation (2). Le travail principal d'un utilisateur de MATLAB consiste donc le plus souvent à transformer son problème sous la forme de l'équation (2).

C.2.1 Traitement d'une équation différentielle d'ordre > 1

Nous ne regarderons que la transformation d'une équation différentielle d'ordre supérieur à 1, en problème de Cauchy. Considérons donc une équation différentielle d'ordre m de la forme suivante :

$$x^{(m)}(t) \equiv \frac{dx^{(m-1)}}{dt} = \varphi(t, x(t), x^{(1)}(t), \dots, x^{(m-1)}(t)) \quad \forall t \in [t_0, t_0 + T] \quad \dots (5)$$

Posons de nouvelles fonctions $y_i(t)$ avec $i \in [1, 2, \dots, m]$ définies telles que :

$$y_1(t) \equiv x(t) \quad , \quad y_2(t) \equiv x^{(1)}(t) \quad , \dots \quad , \quad y_m(t) \equiv x^{(m-1)}(t) \quad \dots (6)$$

Grâce à ces définitions, l'équation (5) d'ordre m s'écrit comme un système de m équations d'ordre 1 :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dy_1(t)}{dt} = y_2(t) \\ \vdots \\ \frac{dy_{m-1}(t)}{dt} = y_m(t) \\ \frac{dy_m(t)}{dt} = \varphi(t, y_1(t), y_2(t), \dots, y_m(t)) \end{array} \right. \quad \dots (7)$$

Ce système a donc la forme d'un problème de Cauchy en posant :

$$y(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ \vdots \\ y_{m-1}(t) \\ y_m(t) \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad f(t, y(t)) = \begin{bmatrix} y_2(t) \\ \vdots \\ y_m(t) \\ \varphi(t, y_1, \dots, y_m) \end{bmatrix} \quad \dots (8)$$

L'équation (5) s'écrira alors :

$$\frac{dy(t)}{dt} = f(t, y(t)) \quad \forall t \in [t_0, t_0 + T] \quad \dots (9)$$

Il faut ensuite spécifier les conditions initiales $(y_1(t_0), y_2(t_0), \dots, y_m(t_0))$ ce qui revient à dire d'après l'équation (6), qu'il faut connaître $x(t)$ et ses dérivées jusqu'à l'ordre $m - 1$ au 'temps' initial t_0 :

$(x(t_0), x^{(1)}(t_0), \dots, x^{(m-1)}(t_0))$ On remarque qu'une équation différentielle d'ordre m d'une seule variable, $x(t)$, se traduit par un problème de Cauchy avec m fonctions inconnues, $y_i(t)$, et m conditions initiales.

C.2.2 Equations différentielles à coefficients constants

En particulier, les équations différentielles à coefficients constants constituent une classe d'équations de la forme de l'éq.(5). Notamment quand elle est de la forme :

$$\varphi(t, x(t), x^{(1)}(t), \dots, x^{(m-1)}(t)) = s(t) - a_1 x(t) - a_2 x^{(1)}(t) - \dots - a_m x^{(m-1)}(t) \quad \dots (10)$$

l'équation.(5) peut s'écrire comme une équation différentielle à coefficients constants :

$$a_1 x(t) + a_2 x^{(1)}(t) + \dots + a_m x^{(m-1)}(t) + x^{(m)}(t) = s(t) \quad \dots (11)$$

où la fonction $s(t)$ est communément appelée un terme source.

Pour des équations de la forme de l'éq.(11), les substitutions de l'éq.(6) amènent à un système d'équations de forme matricielle. Par exemple, une équation à coefficients constants d'ordre 4 s'écrit :

$$a_1 x(t) + a_2 x^{(1)}(t) + a_3 x^{(2)}(t) + a_4 x^{(3)}(t) + x^{(4)}(t) = s(t) \quad \dots (12)$$

Après les substitutions de l'équation (6), cette équation s'écrit :

$$a_1 y_1(t) + a_2 y_2(t) + a_3 y_3(t) + a_4 y_4(t) + \frac{d}{dt} y_4(t) = s(t) \quad \dots (13)$$

et l'équation (9) peut s'écrire sous une forme matricielle :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ y_3(t) \\ y_4(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_1 & -a_2 & -a_3 & -a_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ y_3(t) \\ y_4(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ s(t) \end{bmatrix} \quad \dots (14)$$

Même s'il est intéressant de voir ce type de problème comme une équation matricielle, nous ne devons pas oublier que la formulation de l'équation (9) nous permet de traiter bien des problèmes qui ne prennent pas la forme d'une équation matricielle. On

remarque aussi qu'il y a beaucoup de zéros dans l'équation (14) et donc une multiplication de matrice n'est pas la façon la plus efficace de programmer $f(t, y(t))$.

ANNEXE D

A partir de l'équation (III.6), on va trouver les solutions de l'équation puis on termine la fréquence propre :

$$[(J_r r^2) + (Cr + K)] * [(J_b r^2) + (Cr + K)] - (Cr + K)^2 = 0$$

Après la multiplication on obtenu :

$$(J_r r^2)(J_b r^2) + (J_r r^2)(Cr + K) + (J_b r^2)(Cr + K) + (Cr + K)^2 - (Cr + K)^2 = 0$$

$$J_r J_b r^4 + J_r Cr^3 + J_r Kr^2 + J_b Cr^3 + J_b Kr^2 = 0$$

$$r^2(J_r J_b r^2 + J_r Cr + J_r K + J_b Cr + J_b K) = 0$$

$$r^2[J_r J_b r^2 + (J_r + J_b)Cr + (J_r + J_b)K] = 0$$

Les solutions sont $r = 0$, où $J_r J_b r^2 + (J_r + J_b)Cr + (J_r + J_b)K = 0$.

Cet équation ce forme $Ar^2 + Br + C = 0$, on applique $\Delta = B^2 - 4AC$.

$$\Delta = ((J_r + J_b)C)^2 - 4(J_r J_b)((J_r + J_b)K).$$

$$\Delta = C^2(J_r^2 + J_b^2 + 2J_r J_b) - 4K J_r^2 J_b - 4K J_r J_b^2.$$

On trouve que deux solutions sont présentées comme suites :

$$r_1 = \frac{-B + \sqrt{\Delta}}{2A}, \quad r_2 = \frac{-B - \sqrt{\Delta}}{2A}$$

Après le calcul, les deux solutions r_1, r_2 sont formées comme des nombres complexes a montrer comme suites :

$$r_1 = -a_1 + j b_1, \quad r_2 = -a_2 - j b_2$$

Avec $a_1 = a_2$ et $b_1 = b_2$.

Annexes

Et la pulsation propre de ce système est égale $\omega_0 = b_1$ où b_2 .

En fin la fréquence propre est $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$.

ANNEXE F

On utilise les équations III.10 (pour tracer la courbe bleue), III.13 (la courbe noire), III.14 (la ligne verte) et III.15 (la ligne rouge), mais pour la ligne noire, c'est une valeur maximale de poids sur l'outil W_{ob} pour le système ne fonctionne pas quand on fixe le couple moteur T_m .

On dessine la ligne jaune à partir les équations suivantes :

F1. Le couple moteur constant T_m :

L'interaction entre les deux équations :

$$\overline{W_{ob1}} = \frac{\overline{T_m} - T_{fr} - (C_r + C_b)\overline{\Omega}}{R_b [\mu_{Cb} + (\mu_{Sb} - \mu_{Cb})e^{-\gamma_b \Omega} + b_v \overline{\Omega}]} \dots \dots \dots (III. 10)$$

$$T_m = T_{sb} + T_{sr} \dots \dots \dots (III. 14)$$

Pour obtenir W_{ob}^* , Ω^* , dans ce cas on a deux points, on prend le point qui contient la vitesse de rotation non nulle.

On remarque que, il y a une valeur G^* il faut ajouter à partir l'équation :

$$\overline{T_m} - (T_{fr} + T_{fb}) - (C_r + C_b)\overline{\Omega} = 0 \dots \dots \dots (III. 8)$$

Voilà la valeur est présentée comme suite :

$$G^* = (T_{sr} - T_{Cr})e^{-\gamma_r \Omega^*} + [W_{ob}^* R_b [(\mu_{Sb} - \mu_{Cb})e^{-\gamma_b \Omega^*} + b_v \Omega^*] + (C_r + C_b)\Omega^*$$

En fin, on dessine la fonction (la ligne jaune) :

$$\overline{W_{ob}} = [(T_m - T_{sr})/(\mu_{Sb} R_b)] + G^*.$$

F2.

Le couple moteur T_m en fonction de la vitesse de rotation Ω pour $W_{ob} = 50000 N$.

A partir l'équation (III.8), on obtenu l'équation suivante :

$$\overline{T_m} = (T_{fr} + T_{fb}) - (C_r + C_b)\overline{\Omega} \quad \dots \dots \dots (III.16)$$

Avec T_{fr} , T_{fb} sont des expressions été présentées dans l'équation (III.9).

Donc pour dessiner la courbe, on utilise les équations III.16 (la courbe bleue), III.14 (la ligne verte) et III.15 (la ligne rouge).

Mais pour la ligne noire, c'est une valeur minimale du couple moteur T_m pour le système ne fonctionne pas quand on fixe le poids sur l'outil W_{ob} .

Donc pour la ligne jaune, on montre ça détaillée sur l'annexe F2.

Le poids sur l'outil constant W_{ob} :

L'interaction entre les deux équations :

$$\overline{T_m} = (T_{fr} + T_{fb}) + (C_r + C_b) \overline{\Omega} \quad \dots (III.16)$$

$$T_m = T_{sb} + T_{sr} \quad \dots \dots \dots (III.14)$$

Pour obtenir T_m^* , Ω^* , dans ce cas on a deux points, on prend le point qui contient la vitesse de rotation non nulle.

On remarque que, il y a une valeur G^* il faut ajouter à partir l'équation :

$$T_m - (T_{fr} + T_{fb}) - (C_r + C_b)\Omega = 0 \quad \dots \dots \dots (III.8)$$

Voilà la valeur est présentée comme suite :

$$G^* = (T_{sr} - T_{cr})e^{-\gamma_r \Omega^*} + [W_{ob} R_b [(\mu_{sb} - \mu_{cb})e^{-\gamma_b \Omega^*} + b_v \Omega^*] + (C_r + C_b)\Omega^*$$

En fin, on dessine la fonction (par la ligne jaune) :

Annexes

$$\bar{T}_m = T_{Cr} + (W_{ob} R_b \mu_{CB}) + G^*.$$