

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE DE BATNA  
FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR  
DEPARTEMENT DE MECANIQUE

# MEMOIRE

Présentée pour l'obtention du diplôme de  
**MAGISTERE**

Spécialité : Construction Mécanique

*Présenté par :*

**BENYOUCEF Ahmed**

---

## **Modélisation de l'effort de coupe dans le cas du fraisage hémisphérique par une approche mécanistique**

---

*Travail effectué au sein du Laboratoire de Recherche en Productique (U. BATNA)*

Soutenue en juin 2006 devant la commission d'examen composée du jury :

<b>MAZOUZ Hamoudi,</b>	Maître de conférence, Université de Batna,	Président
<b>ASSAS Mekki,</b>	Maître de conférence, Université de Batna,	Rapporteur
<b>BENMOHAMMED Brahim,</b>	Chargé de Cours, Université de Batna,	Examineur
<b>BOUCHELAGHEM Abdelaziz,</b>	Chargé de Cours, Université de Annaba,	Examineur
<b>MANAA Rabah,</b>	Chargé de Cours, Université de Batna,	Examineur
<b>ZIDANI Kamel,</b>	Maître de conférence, Université de Batna,	Examineur

**Juin 2006**

# REMERCIEMENTS

Au terme de cette thèse de MAGISTERE effectuée au Laboratoire de Recherche en Productique (LRP) du Département de Mécanique de l'université de Batna, je tiens d'abord à remercier tout particulièrement les membres du jury, à savoir :

Monsieur **MAZOUZ Hamoudi**, Maître de conférence à l'Université de Batna, qui a bien voulu me faire l'honneur de présider le jury de soutenance.

Monsieur **ZIDANI Kamel** Maître de conférence à l'Université de Batna, Monsieur **MANAA Rabah** chargé de cours à l'Université à Batna, Monsieur **BOUCHELAGHEM Abdelaziz** chargé de cours à l'Université de Annaba, qui ont accepté d'examiner ce travail.

Je tiens à remercier Monsieur **ASSAS Mekki** Maître de conférence à l'Université de Batna, et Monsieur **BENMOHAMMED Brahim** chargé de cours à l'Université de Batna, qui m'ont reçu au sein de leur équipe de recherche au LRP et qui m'ont soutenu durant toute la période de cette thèse.

Je tiens également à remercier toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail, en particulier Monsieur **BARKAT Belkacem** et Monsieur **SADRAT Toufik**.

Enfin, mes profonds remerciements sont adressés à toute ma famille.

# Table des Matières

Introduction.....6

## Chapitre 1

### Etat de l'art sur la modélisation de l'effort de coupe en fraisage hémisphérique

1.1 Paramètres associés à la coupe.....8

1.2 Cas du fraisage.....9

    1.2.1 La vitesse de coup.....10

    1.2.2 La vitesse d'avance.....10

1.3 Coupe orthogonale et paramètres associés.....10

1.4 Coupe oblique et paramètres associés .....11

1.5 Composantes de l'effort de coupe en fraisage.....12

1.6 Génération de trajectoires .....13

    1.6.1 La géométrie des surfaces .....13

    1.6.2 La géométrie des outils.....13

1.7 Stratégie d'usinage.....14

1.8 Contraintes géométriques.....16

    1.8.1 Discontinuités sur la forme.....16

    1.8.2 Discontinuités sur la trajectoire.....17

1.9 Modélisation de la coupe .....17

    1.9.1 Modèle de Lamikiz et autres.....18

        1.9.1.1 Modèle proposé.....18

        1.9.1.2 Calcul d'épaisseur de la matière à usiner.....19

        1.9.1.3 Calcul de la force de coupe.....22

        1.9.1.4 Calcul des coefficients de coupe.....23

        1.9.1.5 Validation expérimentale .....24

1.9.2	Modèle de Fontaine et autres.....	26
1.9.2.1	La géométrie de l'outil hémisphérique.....	26
1.9.2.1.1	La géométrie globale.....	26
1.9.2.1.2	La géométrie locale.....	27
1.9.2.2	Description de la surface de la pièce.....	28
1.9.2.3	Trajectoire de l'outil.....	29
1.9.2.4	Détermination du contact Outil-Pièce.....	30
1.9.2.5	Modèle thermomécanique de la coupe oblique.....	32
1.9.2.6	Validation expérimentale.....	35
1.9.3	Modèle de Guzel et autres.....	37
1.9.3.1	La géométrie d'outil.....	37
1.9.3.2	Modulation du Contact Outil-Pièce.....	38
1.9.3.3	Détermination de la quantité de matière à usiner.....	39
1.9.3.4	Modèle de la force de coupe.....	39
1.9.3.5	Validation expérimentale.....	40
1.10	Conclusion.....	42

## Chapitre 2

### Modélisation de la Coupe en Fraisage Hémisphérique

2.1	Le fraisage.....	43
2.2	Le fraisage périphérique .....	44
2.2.1	Angles de la fraise cylindrique.....	44
2.2.2	Relations entre l'angle de coupe et l'angle de dépouille.....	45
2.3	Le fraisage hémisphérique.....	48
2.3.1	Géométrie de la fraise hémisphérique .....	49
2.3.1	Décomposition de la fraise hémisphérique .....	55
2.3.3	Position de l'arête de coupe .....	55
2.3.4	Position angulaire de l'hélice.....	59
2.4	Efforts de coupe.....	59
2.5	Modélisation du contact Outil-Pièce .....	61
2.5.1	Trajectoire de l'outil de coupe en 2D.....	61

2.5.2	Trajectoire de l'outil de coupe en 3D.....	65
2.6	Conclusion.....	69

## Chapitre 3

### Simulation du fraisage hémisphérique

3.1	Influence des paramètres de coupe .....	70
3.1.1	Détermination de $dz$ optimale.....	71
3.1.2	Influence de l'angle coupe $\alpha_n$ .....	72
3.1.3	Influence de l'angle d'hélice $\lambda_s$ .....	73
3.1.4	Influence de l'avance par dent $S_f$ .....	74
3.1.5	Influence de rayon de la fraise $R_0$ .....	75
3.2	Fraise à plusieurs dents.....	76
3.3	Fraisage en demi-immersion.....	77
3.3.1	Fraisage en opposition.....	77
3.3.2	Fraisage en avalant.....	78
3.4	Usinage de formes simples.....	82
3.4.1	Usinage d'une rainure.....	82
3.4.1.1	Géométrie de la pièce.....	83
3.4.1.2	Détermination de $\Delta Z$ .....	84
3.4.1.3	Algorithme du calcul des efforts de coupe.....	86
3.4.1.4	Analyse des résultats.....	86
3.4.2	Usinage d'une rainure avec un angle d'inclinaison croissant .....	91
3.4.2.1	Géométrie de la pièce .....	91
3.4.2.2	Détermination de $\Delta Z$ .....	92
3.4.2.3	Algorithme du calcul des forces de coupe.....	94
3.4.2.4	Analyse des résultats.....	90
3.4.3	Usinage d'une rainure avec un angle d'inclinaison décroissant.....	97
3.4.3.1	Géométrie de la pièce .....	97
3.4.3.2	Détermination de $\Delta Z$ .....	98
3.4.3.3	Algorithme de calcul.....	98

3.4.3.4. Analyse des résultats.....	104
3.5. Usinage des formes complexes en 2D.....	106
3.6. Usinage des formes discontinues en 2D.....	108
3.7. Usinage des formes complexes en 3D.....	109
3.8. Conclusion.....	111
Conclusions-Perspectives.....	112
Bibliographie.....	114

# Introduction

L'usinage des formes complexes est une caractéristique de la fabrication des moules et des matrices. Du fait que les formes deviennent de plus en plus compliquées, les moules et les matrices ont des formes qui sont de plus en plus complexes et exigent des tolérances qui sont particulièrement sévères.

La répartition des coûts des pièces moulées par injection est donnée sur la figure 1. Elle illustre qu'il existe un potentiel considérable de réduction des coûts en usinage.

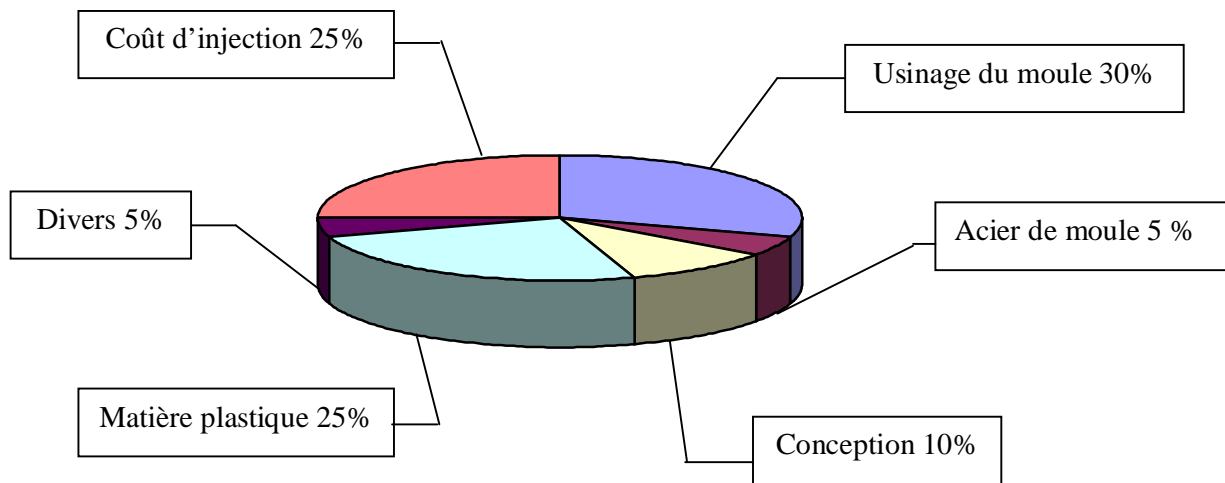


Fig. 1 Le coût des composants ( en %) dans la fabrication d'une pièce de véhicule par le moulage par injection, [14].

L'un des principaux objectifs à atteindre est la précision de l'usinage et l'amélioration de l'état microgéométrique des surfaces usinées en finition, en vue de la minimisation des opérations de polissage après usinage, qui sont encore nécessaires pour l'obtention d'une pièce finie exigée par le monde de l'industrie automobile et aéronautique.

Pour atteindre ces objectifs, il est important de choisir un outil qui répond aux exigences d'un usinage pouvant se réaliser dans différentes orientations. Ceci va permettre d'usiner des pièces de formes complexes à l'aide d'une fraiseuse à plusieurs axes, et parmi les outils permettant la réalisation de ce travail, il y a la fraise hémisphérique.

Notre travail est donc basé sur la modélisation de la coupe pour ce type d'outil. Ce mémoire est décomposé en trois chapitres de la manière suivante:

Dans le chapitre 1 nous définissons les paramètres de la coupe orthogonale et de la coupe oblique. Nous présentons aussi une synthèse bibliographique des travaux relatifs à la coupe des métaux, ainsi que l'approche mécanistique utilisée pour estimer les efforts de coupe dus à l'enlèvement de matière dans le cas de fraisage avec un outil hémisphérique.

Le chapitre 2 s'intéresse à la géométrie de la partie sphérique de la fraise hémisphérique dans le but de déterminer les différents paramètres de coupe. Nous appliquons ensuite l'approche mécanistique, en développant un algorithme qui détermine les zones de contact Outil-Pièce pour des trajectoires de l'outil dans l'espace, afin de calculer les forces de coupe.

Dans le chapitre 3 nous exposons quelques courbes de l'effort de coupe qui sont obtenues lorsqu'on fait varier certains paramètres de coupe et ceci en utilisant toujours l'approche mécanistique. Nous calculons aussi les efforts de coupe, après l'usinage des surfaces simples et des surfaces complexes, pour déterminer les régions de l'engagement instantané de l'outil.



# Chapitre 1

## Etat de l'art sur la modélisation de l'effort de coupe en fraisage hémisphérique

*Dans ce chapitre, nous présentons une synthèse bibliographique des travaux relatifs à la coupe des métaux. Après une introduction générale sur la coupe, nous allons nous intéresser à la modélisation des efforts de coupe appliqués sur l'outil.*

*Dans un deuxième temps, nous présentons l'approche mécanistique de la coupe des métaux ainsi que l'approche thermomécanique et l'approche numérique.*

*Notre étude est consacrée à la modélisation par une approche mécanistique d'une opération de fraisage hémisphérique.*

### 1.1. Paramètres associés à la coupe

Lors d'une opération d'usinage par enlèvement de matière, on se trouve dans la majorité des cas dans la configuration suivante, (Fig.1.1) :

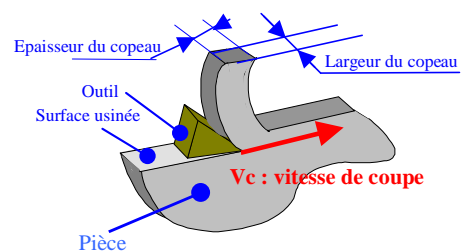


Fig.1.1 Paramètres associés à la coupe.

- un outil pénètre dans la matière et enlève un copeau,
- l'outil suit une trajectoire par rapport à la pièce à usiner et ses mouvements sont assurés par les éléments constitutifs de la machine- outil.

Pour optimiser le processus de coupe (bon état de surface usinée, rapidité d'usinage, usure modérée de l'outil, ...), on doit choisir correctement les paramètres de la coupe.

Plusieurs critères permettent de définir ces paramètres de la coupe:

- type de machines (tour, fraiseuse,...),
- puissance de la machine,
- matière usinée (acier, aluminium,...),
- matière de l'outil (ARS, carbure,...),
- type d'opérations (perçage, chariotage,...),

L'objectif final est d'obtenir une pièce usinée avec un bon état de surface. Pour cela, il faut déterminer certains paramètres spécifiques :

- la vitesse de coupe :  $V_c$
- la vitesse d'avance :  $V_a$
- la profondeur de passe :  $a$

Dans notre cas nous allons nous intéresser à l'opération du fraisage.

## 1.2. Cas du fraisage

Le mouvement de coupe anime l'outil (fraise tournante) et le mouvement d'avance est un mouvement de translation de la pièce, (Fig.1.2).

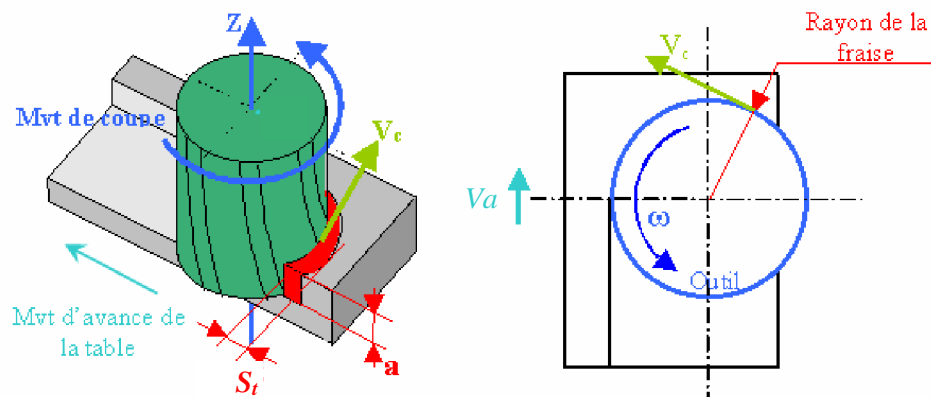


Fig.1.2 Mouvements de la fraise par rapport à la pièce.

### 1.2.1. La vitesse de coupe

La relation entre la vitesse de coupe  $V_c$  et la vitesse de rotation  $\omega$  de la fraise est donnée par la relation suivante:  $V_c = R.\omega$ , où  $R$  est le rayon de la fraise.

### 1.2.2. La vitesse d'avance

La relation entre la vitesse d'avance de la table et la vitesse de rotation de la fraise s'écrit :  $V_a = N_f . S_t . N$

$N_f$  : nombre de dents de la fraise,

$S_t$  : avance par tour ou par dent,

$N$  : vitesse de rotation de la broche en tr/min.

### 1.3. Coupe orthogonale et paramètres associés

Dans le cas de la coupe orthogonale, on ne prend en considération qu'une seule arête de coupe qui est perpendiculaire à la vitesse de coupe  $V_c$  (Fig.1.3 et 1.4).

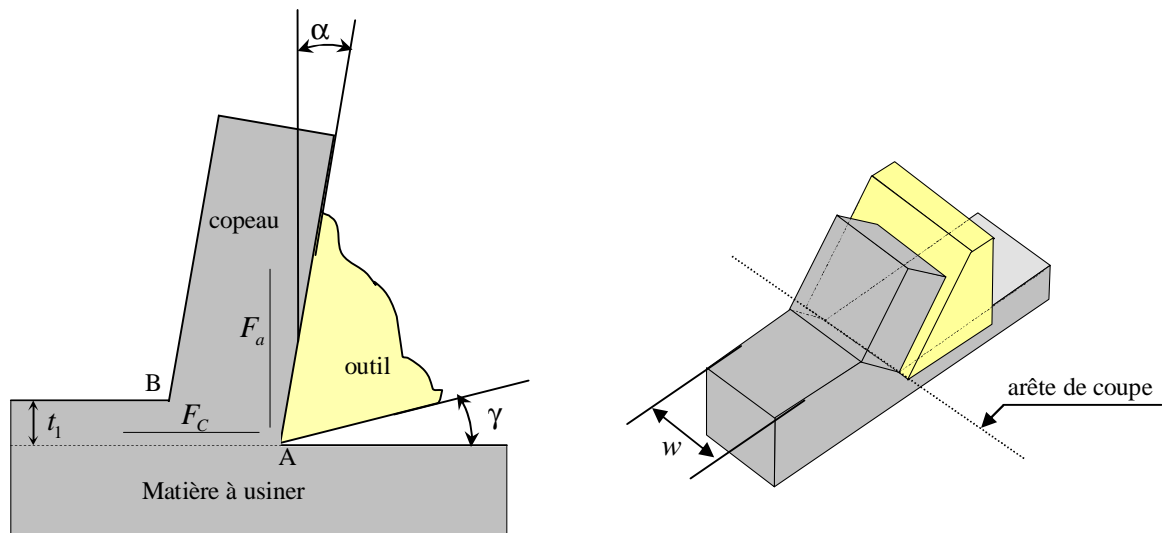


Fig.1.3 La coupe orthogonale.

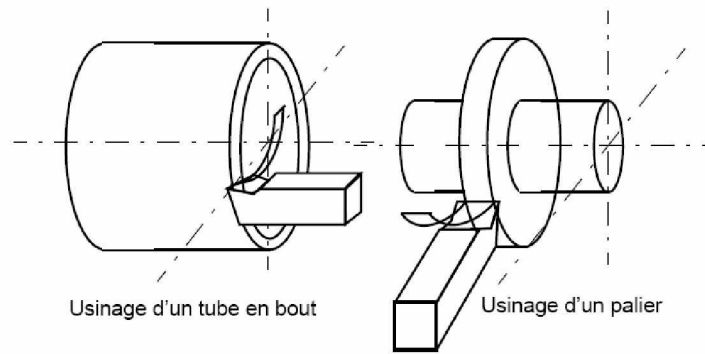


Fig.1.4 Application classique de la coupe orthogonale, [5].

Une hypothèse supplémentaire est utilisée en considérant un processus en déformation plane, et cette hypothèse n'est valide que si la vitesse de coupe est importante par rapport à la vitesse d'avance, et que si la largeur de coupe est importante par rapport à la profondeur d'avance.

#### 1.4. Coupe oblique et paramètres associés

Le cas de la coupe orthogonale n'est valable que dans un domaine d'étude restreint. Dans le cas d'une opération industrielle, l'outil présente une arête complexe. En chariotage par exemple, l'arête en contact avec la matière peut se décomposer en arêtes principale et secondaire qui sont reliées par un rayon de bec d'outil. Au niveau de l'arête principale, la coupe est rarement orthogonale, elle est oblique, (Fig.1.5).

La coupe est dite oblique lorsque l'arête de l'outil n'est plus perpendiculaire à la direction de coupe définie par la vitesse de coupe  $V_c$ .

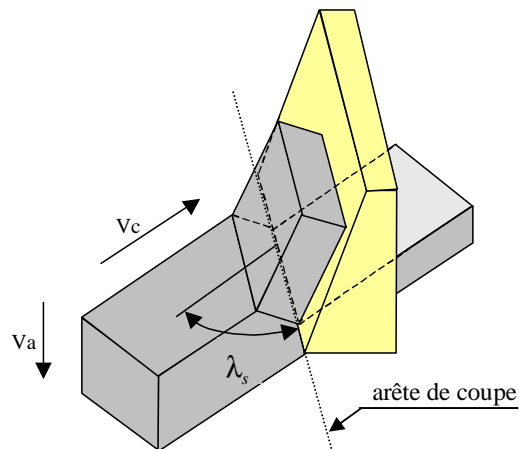


Fig.1.5 Représentation de la coupe oblique.

Les paramètres classiques de la coupe orthogonale et de la coupe oblique sont répertoriés dans le tableau (Tab.1.1) :

$t_1$ épaisseur de copeau non déformé	$w$ largeur de coupe
$R_b$ rayon d'arête	$\alpha$ angle de coupe de l'outil
$\gamma$ angle de dépouille de l'outil	$\lambda_s$ inclinaison de l'arête
$V_c$ vitesse de coupe	$V_a$ vitesse d'avance
$F_c$ effort de coupe	$F_a$ effort d'avance

Tab.1.1 Paramètres classiques de la coupe orthogonale et de la coupe oblique.

### 1.5. Composantes de l'effort de coupe en fraisage

Pour déterminer les efforts qui s'exercent sur l'outil, il faut tenir compte des conditions de coupe et des propriétés mécaniques du matériau usiné, (Fig.1.6). Au cours de la formation du copeau, l'effort de coupe peut être décomposé en trois composantes suivant les directions privilégiées :

- composante tangentielle ou composante principale de coupe **F<sub>c</sub>**: c'est la composante agissant dans la direction de la vitesse de coupe.
- composante d'avance ou composante axiale **F<sub>a</sub>**: c'est la composante agissant dans la direction de la vitesse d'avance.
- composante de refoulement ou composante radiale **F<sub>r</sub>**: c'est la composante agissant dans une direction perpendiculaire aux deux autres et elle agit dans le sens de l'axe de la fraise.

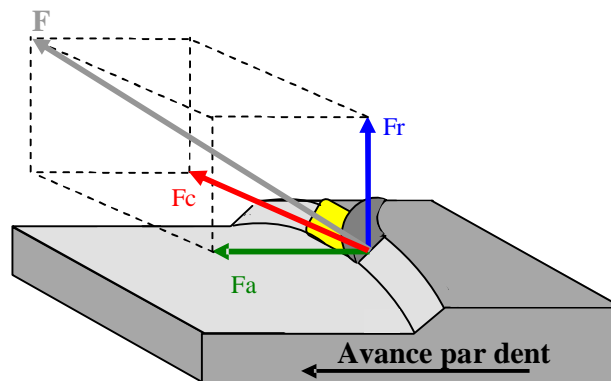


Fig.1.6 Composantes de l'effort de coupe en fraisage.

## 1.6. Génération de trajectoires

La génération de trajectoires ou de trajets d'outil correspond à une activité plus ou moins automatisée permettant de calculer l'ensemble des déplacements d'un outil, réalisant ainsi l'enlèvement d'un volume de matière en respectant une stratégie d'usinage imposée.

En effet, le générateur de trajectoires doit être capable de s'adapter à la géométrie de la forme et surtout au modèle géométrique associé. De plus, la réalisation effective de la pièce impose une opération de génération de trajectoires robuste et conforme à la qualité requise (niveau de qualité de l'information transmise au long du processus).

### 1.6.1. La géométrie des surfaces

La plupart des systèmes de CAO traite les surfaces complexes. Ces surfaces sont souvent modélisées par des équations paramétriques polynomiales de type : Bézier, B-Spline et NURBS, (Fig. 1.7).

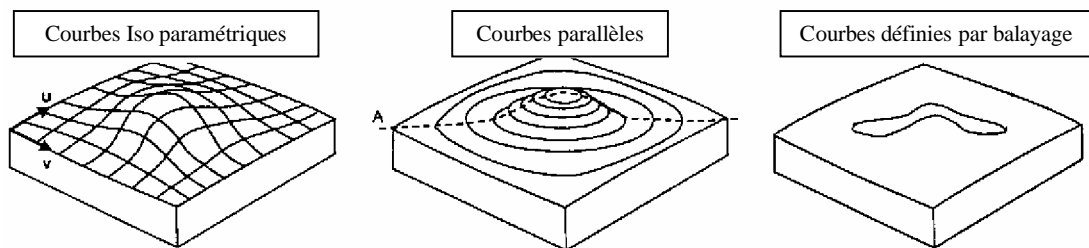


Fig.1.7 Modèles de définition de surfaces complexes, [25].

Les modèles géométriques de la surface auront une incidence sur la définition des stratégies d'usinage.

### 1.6.2. La géométrie des outils

Pour générer une forme gauche ou complexe par un enchaînement de déplacements, il faut que la géométrie de l'outil soit toujours tangente à la surface, et la forme la plus simple est la sphère. Mais pour garantir l'existence de la tangence et donc d'un unique point de contact sur des zones concaves, il faut que la valeur du rayon de la sphère soit plus faible que le plus petit des rayons de courbures principales de la forme à usiner.

Sinon, il existe plusieurs points de contact et une zone non usinée. L'outil hémisphérique est donc la solution pour tous les usinages du type 3 axes. Mais, il est nécessaire de conserver des petits rayons pour permettre d'usiner toute les surfaces de la pièce, ce qui diminue la rigidité de l'outil et augmente ainsi le nombre de passes nécessaires pour le respect d'une hauteur entre crête donnée. De plus l'outil hémisphérique possède une vitesse de coupe très faible sur les zones où l'arête de coupe est proche de l'axe de rotation, et cette vitesse trop faible entraîne un mauvais comportement de la coupe et une usure importante.

En effet, le modèle géométrique de l'outil en FAO porte essentiellement sur la définition des dimensions de l'ensemble (plaquette, porte plaquette, porte outil).

Une hypothèse importante prise en considération: l'outil est considéré comme un corps infiniment rigide.

Les entités pour décrire les dimensions de l'outil sont présentés sur la figure (1.8).

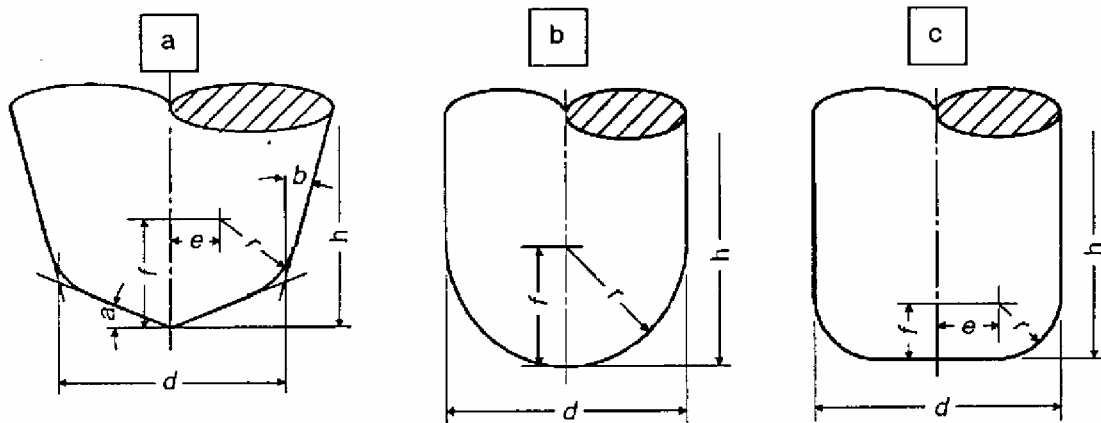


Fig.1.8 Dimensions de l'outil: (a) Fraises quelconques, (b) Fraises hémisphérique. (c) Fraises torique [25].

### 1.7. Stratégie d'usinage

Toute stratégie d'usinage se fonde sur la génération automatique des trajectoires successives de l'outil. Les principaux objectifs qu'une stratégie d'usinage efficace doit remplir sont:

- Le respect des tolérances qui passe par la prise en compte de la hauteur de crête à chaque point d'interpolation de la trajectoire. La hauteur de crête dépend directement du positionnement relatif de l'outil par rapport à la surface ;
- La minimisation du temps d'usinage qui est un impératif de production prépondérant dans un contexte industriel. Pour des paramètres de coupe similaires imposés par des contraintes technologiques indépendantes de la stratégie adoptée, la réduction des temps d'usinage passe par la diminution de la précision de la surface.

En pratique, la stratégie d'usinage englobe les trajets hors matière et dans la matière, (Fig. 1.9).

Nous pouvons distinguer les trajets d'outil quand ils sont exécutés en vitesse rapide (chemin hors matière, approche ou dégagement) ou pendant le travail (garde d'engagement et de dégagement et trajectoire d'usinage).

L'usinage de formes gauches ou complexes est souvent un usinage par balayage. Il faut donc choisir une direction privilégiée qui caractérise le balayage. Le choix de la direction d'usinage influe sur le temps d'usinage et non pas sur la précision de la trajectoire. Le balayage peut être réalisé à altitude constante et ensuite par une prise de passe suivant l'axe de l'outil (balayage par contournage) ou dans le plan passant par l'axe de l'outil (balayage par copiage).

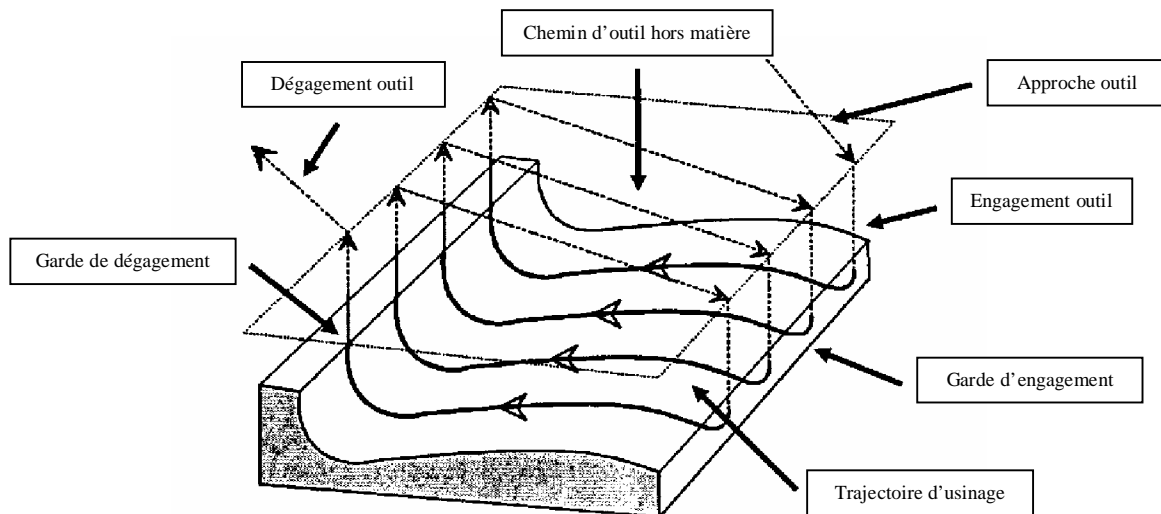


Fig.1.9 Exemple de stratégies d'usinage, [51].



Rubio [51] a proposé une stratégie globale d'usinage qui se base sur une étude du positionnement de l'outil et sur une méthode de calcul de la hauteur de crête, et il a choisi de développer une stratégie basée sur un double pas adaptatif. La position de chaque point est donc déterminée en fonction du point adjacent sur la trajectoire précédente de l'outil (pas transversal) et du point précédent sur la trajectoire courante de l'outil (pas longitudinal).

La stratégie d'usinage comprend aussi les orientations de l'outil (angle de conduite) en fonction des mouvements relatifs d'avance, (Fig. 1.10).

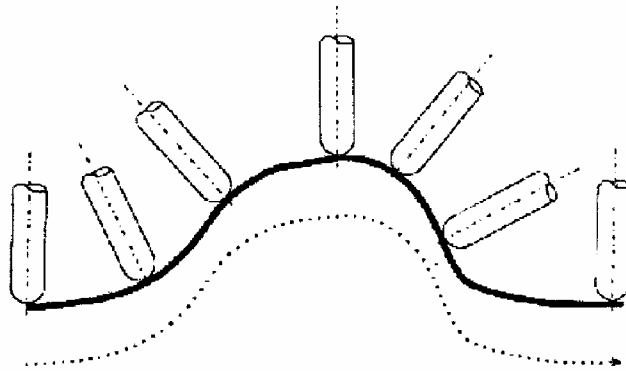


Fig.1.10 Angle de conduite en usinage sur machine outil à 5 axes, [51].

## 1.8. Contraintes géométriques

La forme à usiner et la trajectoire d'usinage sont considérées comme des fonctions paramétriques qui ne sont pas forcement continues sur leur domaine de définition. On identifie deux types de discontinuités, les discontinuités sur les surfaces (zones non usinables, angle vif, raccordement, ...) et les discontinuités de trajet (usinage de contre – dépouilles, forme à petit rayon de courbure local).

### 1.8.1. Discontinuités sur la forme

Ces discontinuités de surface sont dues soit à des choix de construction, soit à des précisions de calcul des algorithmes de CAO, lors des opérations de raccordement ou d'intersection de carreaux.

La figure (1.11) montre deux cas où se pose le problème du raccordement de surfaces élémentaires sécantes.

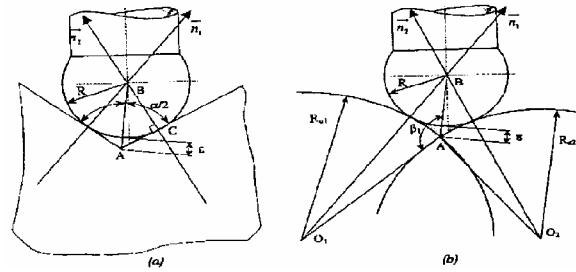


Fig.1.11- Raccordement de deux surfaces :  
 (a) surfaces planes, (b) surfaces de courbes différentes, [11].

### 1.8.2. Discontinuités sur la trajectoire

Ces discontinuités sont essentiellement liées aux types de configurations des machines outils. Plus le nombre d'axes est important plus le nombre des degrés de liberté augmente ce qui permet de réduire ces types de discontinuités.

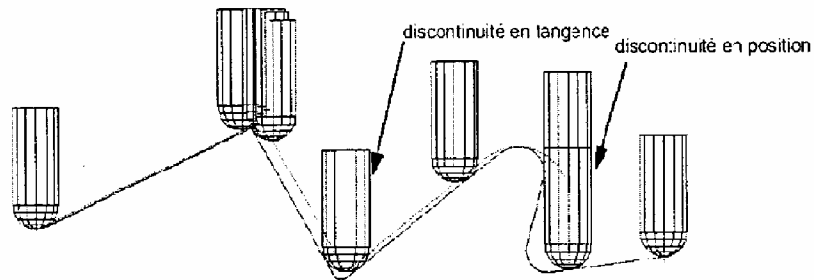


Fig.1.12 Discontinuités sur le trajet d'outil, [21].

### 1.9. Modélisation de la coupe

Plusieurs domaines de modélisation peuvent être utilisés suivant le phénomène étudié, et aussi des évolutions d'un domaine à l'autre peuvent être envisagées. Il est intéressant de présenter le modèle semi-mécanistique de Lamikiz [35] qui est avant tout un modèle géométrique. Il a commencé à formaliser la géométrie de l'outil afin de calculer l'effort de coupe en fonction du contact Outil-Pièce.

Le modèle thermomécanique de Fontaine [26] est basé sur la géométrie de l'outil hémisphérique. Dans ce modèle, l'auteur prend en compte le frottement sur les faces de coupe et de dépouille afin d'obtenir une modélisation thermique de la zone de coupe complète.

Guzel [29] a modélisé la géométrie de l'hélice de la fraise hémisphérique par un polynôme de degré trois afin de déterminer les zones de contact Outil-Pièce; ceci a été fait par un maillage de l'outil et de la pièce.

### 1.9.1 Modèle de Lamikiz et al. [35]:

Ce modèle semi-mécanistique propose une méthode pour le calcul des forces de coupe dans le cas des surfaces inclinées. Ce modèle est basé sur un ensemble de coefficients qui dépendent du matériau de la pièce et de l'outil, de la géométrie de l'outil, des conditions de coupe, de la direction d'usinage et de la pente de la surface.

#### 1.9.1.1 Modèle proposé

Le modèle proposé est basé sur les expressions présentées par Lee et Altintas, [37]. Les composantes tangentielle, radiales et axiales de l'effort de coupe sont données comme suit:

$$\begin{cases} dF_t(\theta, z) = K_{te} dS + K_{tc} \cdot t_n(\Psi, \theta, k) db \\ dF_r(\theta, z) = K_{re} dS + K_{rc} \cdot t_n(\Psi, \theta, k) db \\ dF_a(\theta, z) = K_{ae} dS + K_{ac} \cdot t_n(\Psi, \theta, k) db \end{cases} \quad (1.1)$$

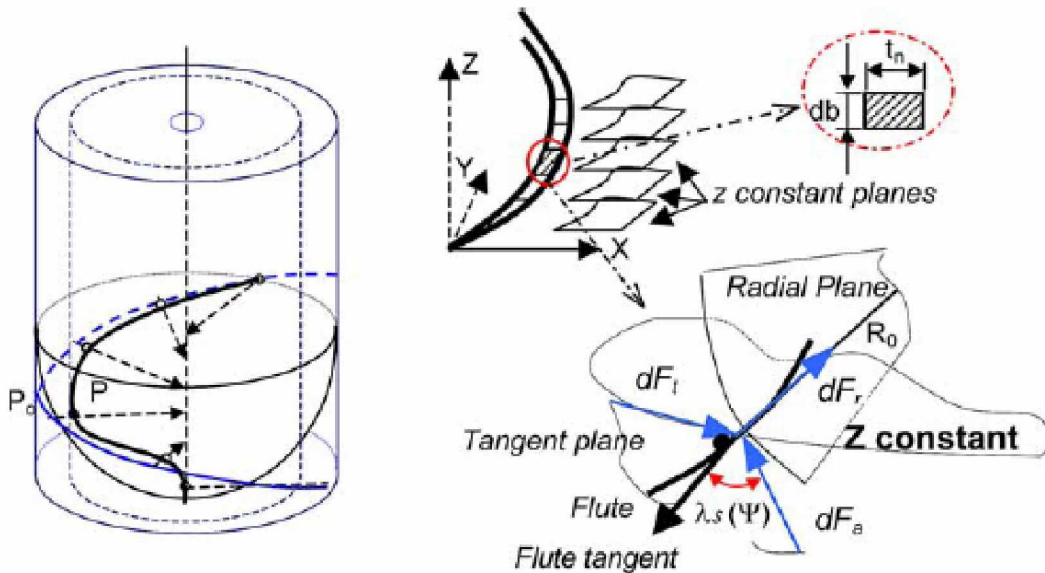


Fig.1.13 Génération de l'arête tranchante de la fraise hémisphérique et discrétisation de l'outil, [35].

$dF_t$ ,  $dF_r$  et  $dF_a$  sont les composantes tangentielle, radiales et axiales de l'effort de coupe qui sont données en fonction des coefficients spécifiques de coupe et en fonction de la quantité de la matière à usiner, (Fig. 1.13).

### 1.9.1.2 Calcul d'épaisseur de la matière à usiner

Dans cette partie (Fig. 1.14-a), pour un point donné  $P$  d'une trajectoire de l'outil, un plan tangentiel à la surface d'usinage est défini. L'angle entre la pente et le plan horizontal de la surface est défini par l'angle  $\alpha$ , (Fig. 1.14-b). De l'autre côté, la tangente à la trajectoire d'usinage dans le point  $P$  forme un angle  $\rho$  avec le plan horizontal.

La figure (1.14-c) montre les deux systèmes de références, un qui est attaché à la pièce fixe et l'autre est attaché au bout de l'outil mobile. En raison de la géométrie sphérique de l'outil, la forme du copeau non déformé dans le cas de fraisage vers le haut (Fig. 1.14-d) coïncide avec le plan horizontal.

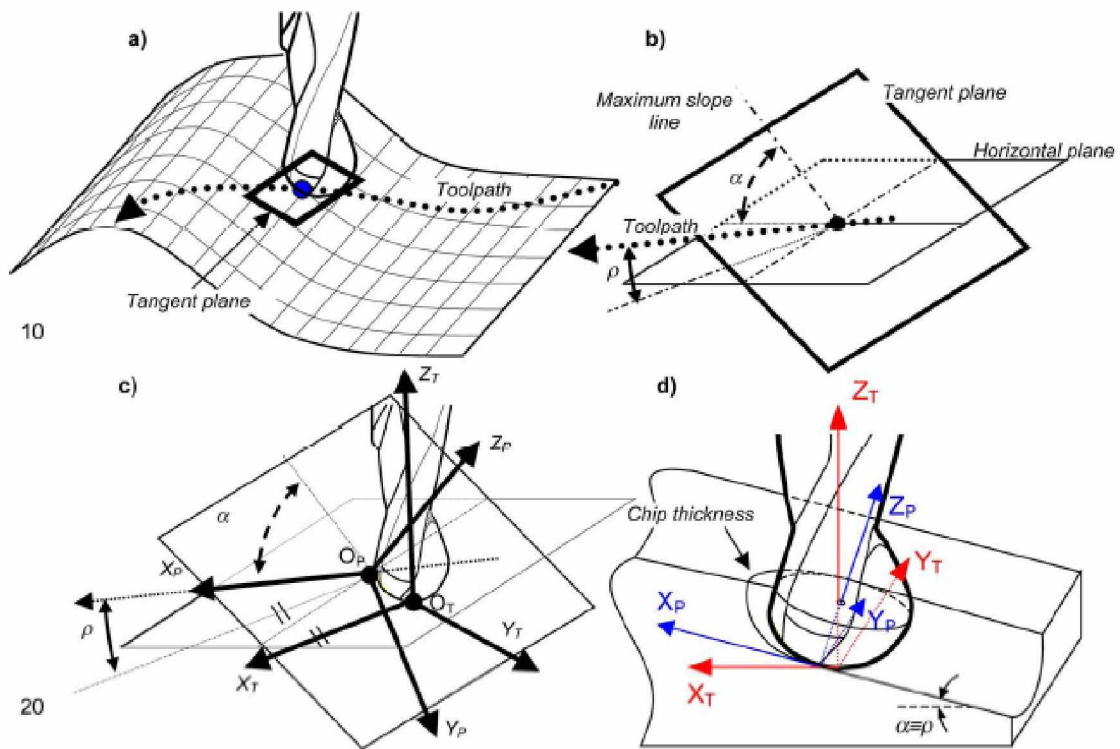


Fig.1.14 (a,b) Le plan tangentiel à la surface. (c) Systèmes de références. (d) Cas du fraisage vers le haut, [35].

La position de l'épaisseur de copeau non déformé dans le système de référence attaché à la pièce est déterminé par l'équation (1.2):

$$\begin{cases} X_p \\ Y_p \\ Z_p \end{cases} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & -\sin \beta \\ 0 & \sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix} \begin{cases} X' \\ Y' \\ Z' \end{cases} \tag{1.2}$$

$$\begin{cases} X' \\ Y' \\ Z' \end{cases} = \begin{pmatrix} \cos \rho & 0 & \sin \rho \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \rho & 0 & \cos \rho \end{pmatrix} \begin{cases} X'' \\ Y'' \\ Z'' \end{cases}$$

$$\begin{cases} X'' \\ Y'' \\ Z'' \end{cases} = \begin{cases} X_t \\ Y_t \\ Z_t \end{cases} + \begin{cases} \delta_x \\ \delta_y \\ \delta_z \end{cases}$$

où les angles  $\beta$  et  $\delta_x, \delta_y, \delta_z$  sont calculés en fonction des angles  $\alpha$  et  $\rho$ .

L'épaisseur du copeau non déformé (Fig. 1.15) peut être calculé par l'équation (1.3).

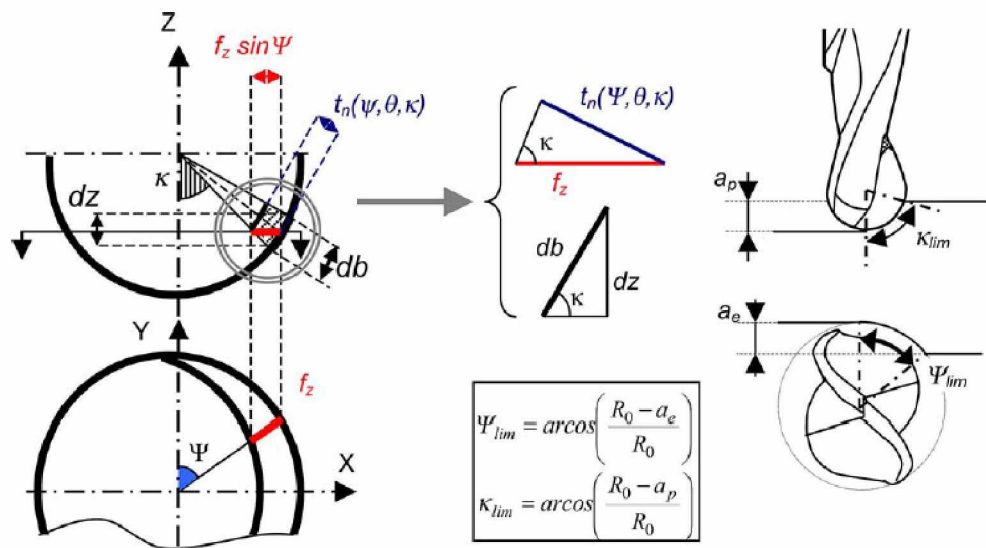


Fig.1.15 Epaisseur de copeau non déformé, [35].

$$\begin{aligned}
t_n(\Psi, \theta, k) &= fz \cdot \sin(\Psi_p) \cdot \sin(\kappa_p) \quad \text{Si} \begin{cases} 0 \leq \kappa_p \leq \kappa_{\text{lim}} \\ 0 \leq \Psi_p \leq \Psi_{\text{lim}} \end{cases} \\
t_n(\Psi, \theta, k) &= 0 \quad \text{Si} \begin{cases} \kappa_p \geq \kappa_{\text{lim}} \\ \Psi_p \geq \Psi_{\text{lim}} \end{cases}
\end{aligned} \tag{1.3}$$

La largeur d'une arête élémentaire (Fig. 1.15) au point  $P$  est donnée par:

$$db = \frac{dz_p}{\sin(\kappa_p)} \tag{1.4}$$

La longueur de chaque arête élémentaire (Fig. 1.15) en fonction de sa position angulaire est donnée par l'équation (1.5).

$$dS_{ji} = \|dr_{ji}^{\mathbf{u}}\| = \sqrt{[R_i'(\varphi_i)]^2 + R_i^2(\varphi_i) + \frac{R_0^2}{\tan^2(i_0)} d\varphi} \tag{1.5}$$

La hauteur  $Z_p$  dans le système de coordonnées  $(X_T, Y_T, Z_T)$  attaché à l'outil est donnée par l'équation (1.6).

$$Z_p = \begin{cases} [(Z_T - R_0 + R_0 \cos(\alpha)) \cos(\rho) \\ -(X_T - R_0 \sin(\alpha) \cos(\chi)) \sin(\rho)] \cos(\beta) \\ +(Y_T + R_0 \sin(\alpha) \sin(\chi)) \sin(\beta) \end{cases} \tag{1.6}$$

Dans la figure (1.16), les différentes zones de contact Outil-Pièce sont montrées pour des pentes de  $15^\circ$  et  $30^\circ$ . La variation de la zone de contact Outil-Pièce est basée sur la direction d'avance et la pente de la surface. Cette variation a un impact important dans le calcul des forces de coupe.

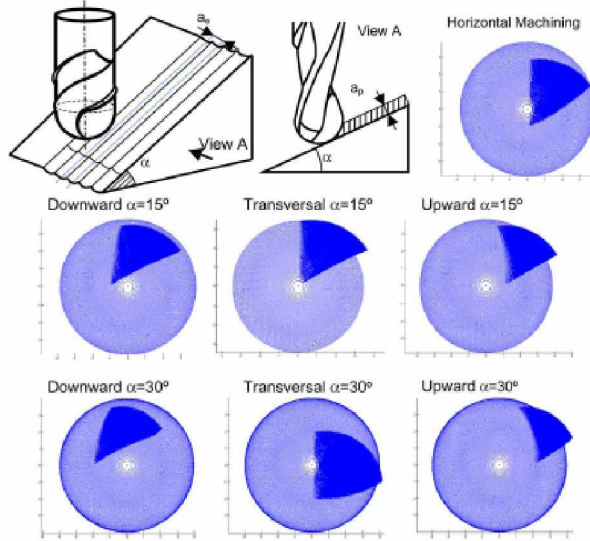


Fig.1.16 Contact Outil-pièce pour des pentes de 15° et 30° avec l'horizontal et avec un outil:  $R_0 = 4$  (mm),  $i_0 = 30^\circ$ ,  $a_p =$  (mm),  $a_e = 4$  (mm), [35].

### 1.9.1.3 Calcul de la force de coupe

Pour obtenir la force résultante, il est nécessaire d'effectuer une intégration numérique des forces élémentaire le long de l'hélice en contact avec la pièce, (Fig.1.17).

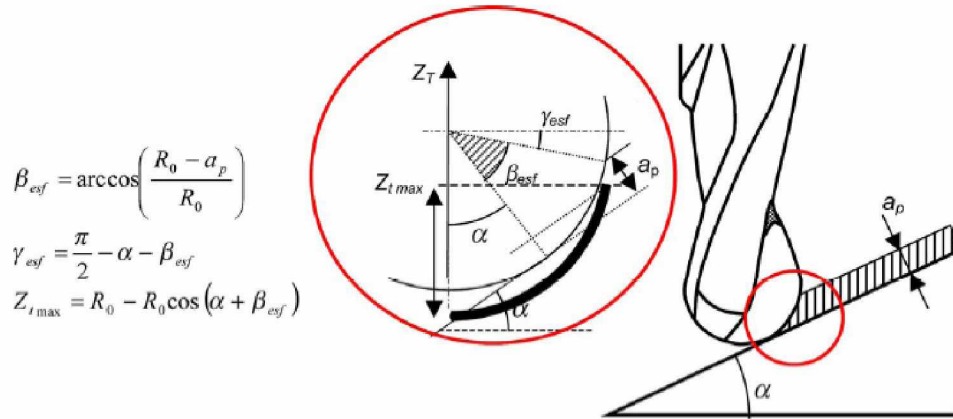


Fig.1.17 Les zones de contact dans le cas d'une pente, [35].

La force de coupe en fonction du contact Outil-Pièce devient :

$$\begin{cases} F_{xj}(\theta(z)) = \int_0^{z_{sup}} (-dF_{rj} \cdot \sin(k_j) \sin(\Psi_j) - dF_{tj} \cdot \cos(\Psi_j) - dF_{aj} \cdot \cos(k_j) \sin(\Psi_j)) dz \\ F_{yj}(\theta(z)) = \int_0^{z_{sup}} (-dF_{rj} \cdot \sin(k_j) \cos(\Psi_j) + dF_{tj} \cdot \sin(\Psi_j) - dF_{aj} \cdot \cos(k_j) \cos(\Psi_j)) dz \\ F_{zj}(\theta(z)) = \int_0^{z_{sup}} (+dF_{rj} \cdot \cos(k_j) - dF_{tj} \cdot \sin(k_j)) dz \end{cases} \quad (1.7)$$

### 1.9.1.4 Calcul des coefficients de coupe

La force de coupe est le produit de la quantité de matière à usiner par les coefficients de coupe. Ces coefficients dépendent du matériau de la pièce et de l'outil, de l'angle d'arête et de l'angle d'hélice. Ces coefficients sont obtenus par la méthode des moindres carrés.

Les essais de caractérisation sont effectués sur deux types de matériaux : l'alliage Al7075-T6 le plus utilisé dans le secteur aéronautique et le AISI H13 52 HRC : un acier pour la fabrication des moules et des matrices.

Dans une première étape les coefficients ont été caractérisés par des valeurs constantes. Les résultats obtenus étaient seulement validés pour un cas d'essai spécifique sous un ensemble donné de conditions. Pour la deuxième étape les coefficients de coupe sont donnés sous forme d'un polynôme : linéaire, quadratique et cubique qui dépend de la position  $z$  des arêtes élémentaires.

sous forme d'un polynôme:

Linéaire	Quadratique	Cubique
$K_{tc} : 4254.9 + 2822.7Z$	$K_{tc} : -2411.5 + 23555Z - 11359Z^2$	$K_{tc} : 2721.9 - 1107.4Z + 13911.2Z^2 - 6837.7Z^3$
$K_{rc} : 8030.6 + 2225.4Z$	$K_{rc} : -574.3 + 28126Z - 12407Z^2$	$K_{rc} : 6002.3 + 15756.3Z - 28004.3Z^2 + 10994.2Z^3$
$K_{ac} : -3344.1 + 1438.9Z$	$K_{ac} : 9489.9 - 14177Z + 6652.1Z^2$	$K_{ac} : -15.3 - 22027.7Z + 23246.1Z^2 + 6898.6Z^3$
$K_{te} : 4.2919$	$K_{te} : 5.3245$	$K_{te} : 6.4563$
$K_{re} : 6.1777$	$K_{re} : 4.8567$	$K_{re} : 5.9235$
$K_{ae} : 1.3115$	$K_{ae} : 1.9345$	$K_{ae} : 1.6341$

Tab.1.2 Les coefficients de coupe pour : AISI H13 52 HRC, [35].

sous forme d'un polynôme:

Linéaire	Quadratique	Cubique
$K_{tc} : 1538.14 - 203.059Z$	$K_{tc} : 1231.6 + 292Z - 134.88Z^2$	$K_{tc} : 1729.8 - 638.47Z + 374.21Z^2 - 79.697Z^3$
$K_{rc} : 251.25 + 172.43Z$	$K_{rc} : 184.87 + 589.49Z - 131.53Z^2$	$K_{rc} : -469.42 + 2251.2Z - 1432.8Z^2 + 287.4Z^3$
$K_{ac} : -554.9 + 329.89Z$	$K_{ac} : -575.64 - 671.32Z - 110.53Z^2$	$K_{ac} : -781.26 + 1450.7Z - 982.69Z^2 + 214.17Z^3$
$K_{te} : 9.101$	$K_{te} : 8.3456$	$K_{te} : 6.4563$
$K_{re} : -5.5264$	$K_{re} : -4.5690$	$K_{re} : -5.0340$
$K_{ae} : -15.2318$	$K_{ae} : -15.3229$	$K_{ae} : -14.8923$

Tab. 1.3 Les coefficients de coupe pour : Al7075-T6, [35].



### 1.9.1.5 Validation expérimentale

Les essais ont été réalisés sur des pièces qui contiennent trois plans inclinés de  $15^\circ$ ,  $30^\circ$  et  $45^\circ$  (Fig. 1.18). Les forces de coupe ( $F_x$ ,  $F_y$ ,  $F_z$ ) ont été mesurées avec une table dynamométrique et le signal capturé est amplifié dans un ordinateur qui est équipé d'une carte d'acquisition qui possède une fréquence de l'ordre de 1,2 (Mhz).

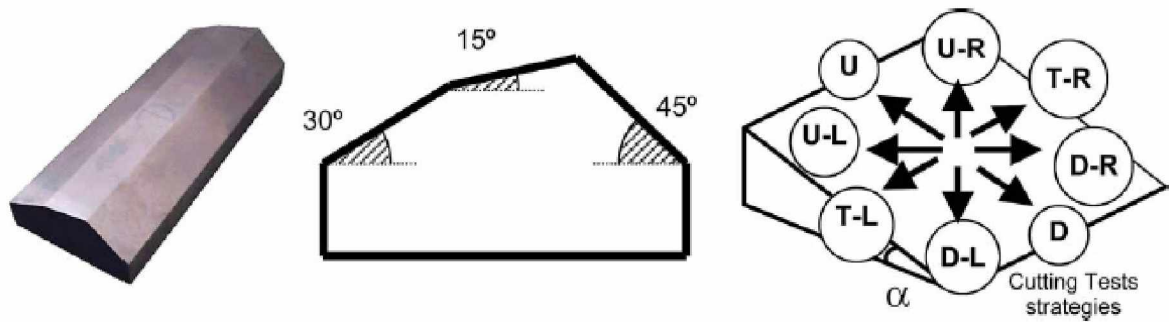


Fig.1.18 La pièce utilisée dans les essais de validation [35].

Dans tous les essais le même outil a été utilisé, avec une vitesse de rotations de 4000 tour/min et une vitesse d'avance de 100 m/min.

Pour valider le modèle, une série de tests a été faite pour deux types de matériaux (Tab. 1.4 ):

Test	Matériaux	$\alpha$ ( $^\circ$ )	Direction d'usinage	$a_p$ (mm)	$f_z$ (mm / z)
Test Al-15_05	Al7075-T6	15	T-L	2	0.05
Test Al-15_09	Al7075-T6	15	T-L	0.5	0.15
Test Al-15_14	Al7075-T6	15	U	2	0.15
Test Al-30_05	Al7075-T6	30	T-L	2	0.05
Test Al-30_10	Al7075-T6	30	U	0.5	0.15
Test Al-30_12	Al7075-T6	30	D	0.5	0.15
Test St-15_03	AISI H13 52 HRC	15	U-R	1	0.032
Test St-30_02	AISI H13 52 HRC	30	U-R	1	0.032
Test St-45_01	AISI H13 52 HRC	45	U	1	0.032

Tab. 1.4 Les conditions de coupe pour une série de tests, [35].

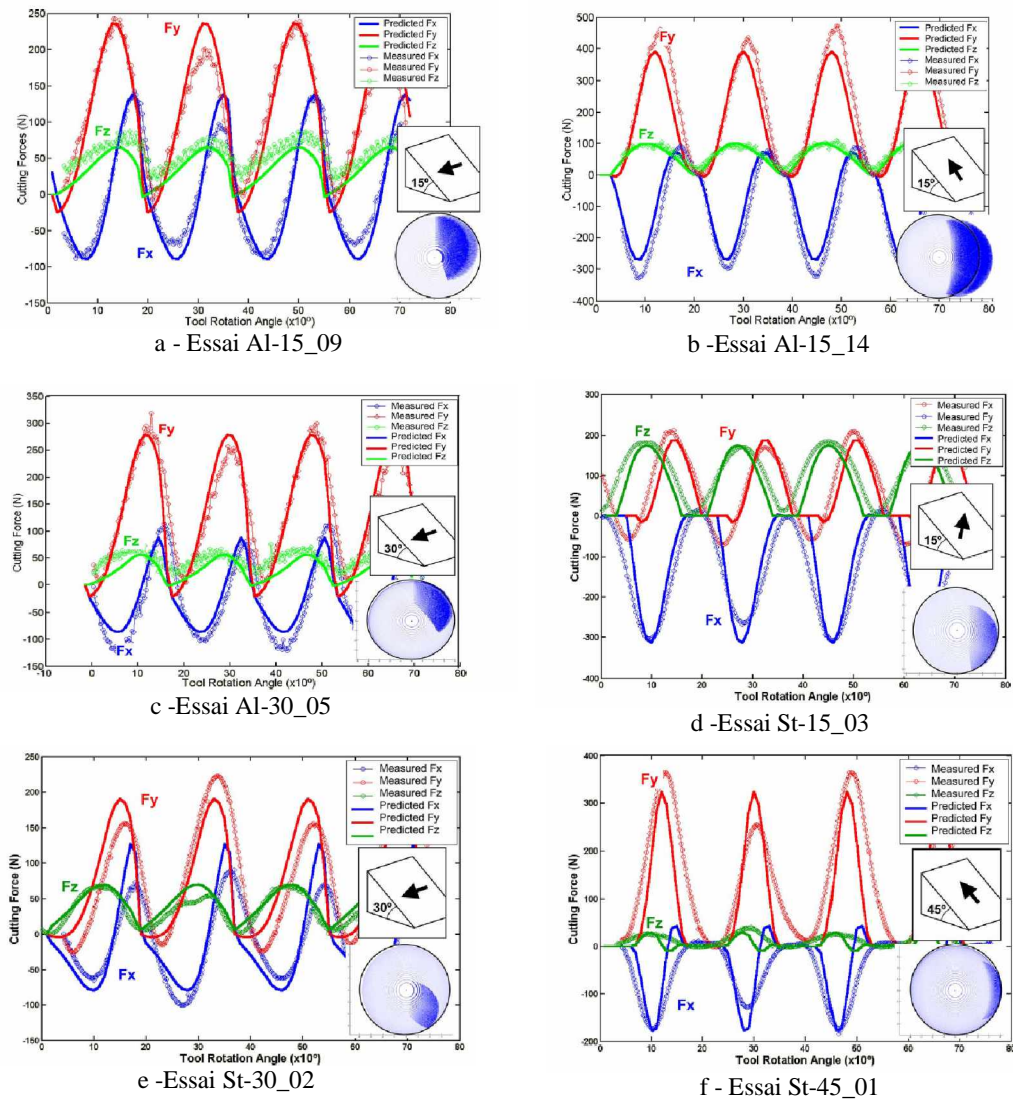


Fig.1.19 Forces mesurés et simulés, [35].

Les résultats montrés dans la figure (1.19) ont été obtenus à partir de deux matériaux très différents: un alliage d'aluminium et un acier à outils de forgeage. En même temps, des différentes géométries et des stratégies d'usinage ont été validées. Dans quelques essais, (Fig. 1.19-b et 1.19-e) une déviation entre la force mesurée et la force simulée a peu être identifiée. Cette déviation est due au bout de l'outil.

### 1.9.2. Modèle de Fontaine et al. [26]

Ce modèle récent a pour objectif la détermination de la force de coupe pour le fraisage avec un outil hémisphérique; il est basé sur le modèle de Molinari [42] qui est un modèle thermomécanique de la coupe oblique. La géométrie de l'outil est décomposée en série d'arêtes élémentaires suivant son axe de rotation. A n'importe quel élément actif de l'hélice, la formation de copeau est obtenue à partir d'un processus de coupe oblique qui est caractérisé par la section de copeau non déformé et par les angles locaux de coupe. Cette méthode prévoit exactement : la distribution de la force de coupe sur les hélices de forme hélicoïdale, la géométrie d'outil et de la surface à réaliser, la trajectoire d'outil, les conditions de coupe, le comportement du matériau à usiner et le frottement à l'interface Outil-Copeau.

#### 1.9.2.1. La géométrie de l'outil hémisphérique

##### 1.9.2.1.1. La géométrie globale

La géométrie globale de l'outil est décrite dans la figure (1.20-a). Les paramètres de l'hélice sont définis dans un système de repère local  $(x, y, z)$  (noté LCS) qui est lié à l'extrémité  $E$ . Les arêtes tranchantes se trouvent sur la surface de l'outil qui se compose d'une surface cylindrique de rayon  $R_0$  et d'une surface d'hémisphère de même rayon  $R_0$ . Chaque arête tranchante est considérée comme une spirale avec une avance constante; et l'angle de l'hélice de l'outil est  $i_0$ .

Pour un point de hauteur  $z$ , le rayon  $R(z)$  dans un plan  $(x, y)$  est donné par la relation:

$$\begin{cases} \text{Si } z \leq R_0 : R(z) = \sqrt{R_0^2 - (R_0 - z)^2} \\ \text{Si } z > R_0 : R(z) = R_0 \end{cases} \quad (1.8)$$

La position angulaire du point  $P$  à partir de l'axe  $y$  est définie par:

$$\psi_j(z) = \theta - \Delta\psi + (j-1) \frac{2\pi}{N_t} \quad (1.9)$$

où  $N_t$  est le nombre de dents,  $\theta$  est l'angle de rotation de l'outil,  $\Delta\psi$  est l'angle de retard entre la pointe de l'outil pour  $(z = 0)$  et un point sur l'hélice de hauteur  $z$ , (Fig. 1.20).

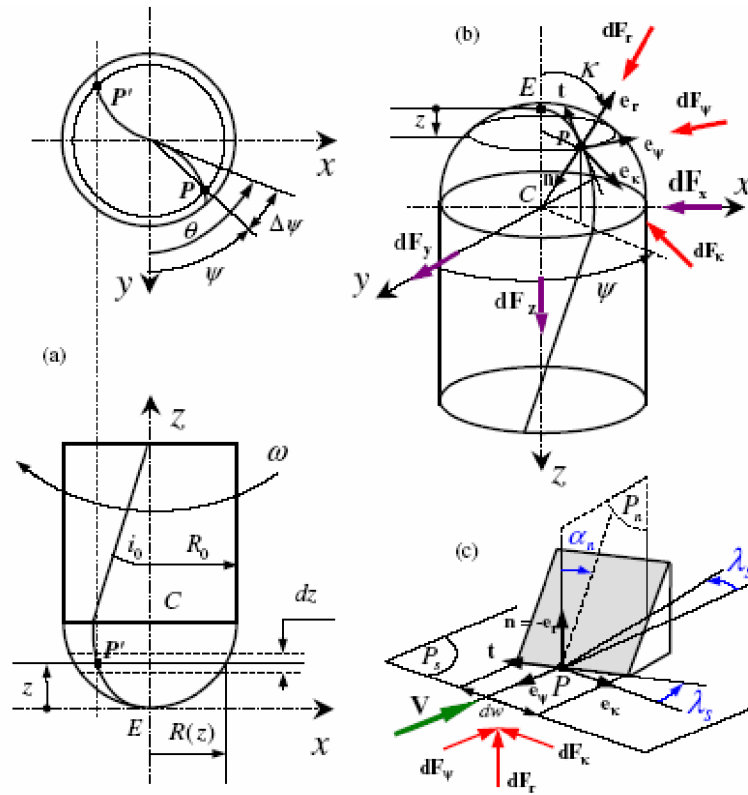


Fig.1.20 La géométrie de la fraise hémisphérique. (a) La géométrie globale, (b) la géométrie locale, (c) arête élémentaire, [26].

### 1.9.2.1.2. La géométrie locale

Les hélices engagées dans la pièce sont décomposées en série d'arêtes élémentaires linéaires correspondant à l'incrément axial  $dz$ , figure (1.20-a). Pour un point courant  $P$  à la hauteur  $z$ , les vecteurs locaux sont présentés dans la base  $(e_r, e_\kappa, e_\psi)$  qui est associée aux coordonnées sphériques  $(R_0, \kappa, \psi)$  de ce point, figure (1.20-b).

L'angle  $\kappa$  entre l'arête élémentaire et l'axe de rotation  $Z$  est une fonction de la hauteur  $z$  donnée par l'équation (1.10):

$$\begin{cases} \text{Si } 0 \leq z \leq R_0 : \kappa = \cos^{-1}\left(\frac{R_0 - z}{R_0}\right) \\ \text{Si } z > R_0 : \kappa = \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (1.10)$$

L'angle entre l'arête élémentaire et la direction de la vitesse de coupe est donné par la relation suivante:

$$\tan i = \frac{\sin \lambda_s}{\cos \lambda_s \sin \kappa} = \frac{\tan \lambda_s}{\sin \kappa} \Leftrightarrow \lambda_s = \tan^{-1}(\tan i \sin \kappa) \quad (1.11)$$

La largeur élémentaire ( $dw$ ) enlevée (Fig.1.20-c) est donnée par l'équation suivante:

$$dw = \frac{dz}{\sin \kappa} \quad (1.12)$$

La vitesse de coupe est calculée à partir de la fréquence de rotation de la broche  $\omega$  et du rayon de la fraise  $R$  à la hauteur  $z_p$  :

$$V = \omega.R(z_p) \quad (1.13)$$

### 1.9.2.2. Description de la surface de la pièce

Le système du repère global (noté  $GCS$ ) est attaché à la pièce à usiner (Fig. 1.21). Le système du repère local ( $LCS$ ) est associé à l'extrémité ( $E$ ) de l'outil hémisphérique, (Fig. 1.21).

Dans le plan ( $X, Z$ ), la surface usinée finale (Fig. 1.21) se compose de deux arcs de cercle, un concave et l'autre convexe avec un même rayon  $R_s$ .

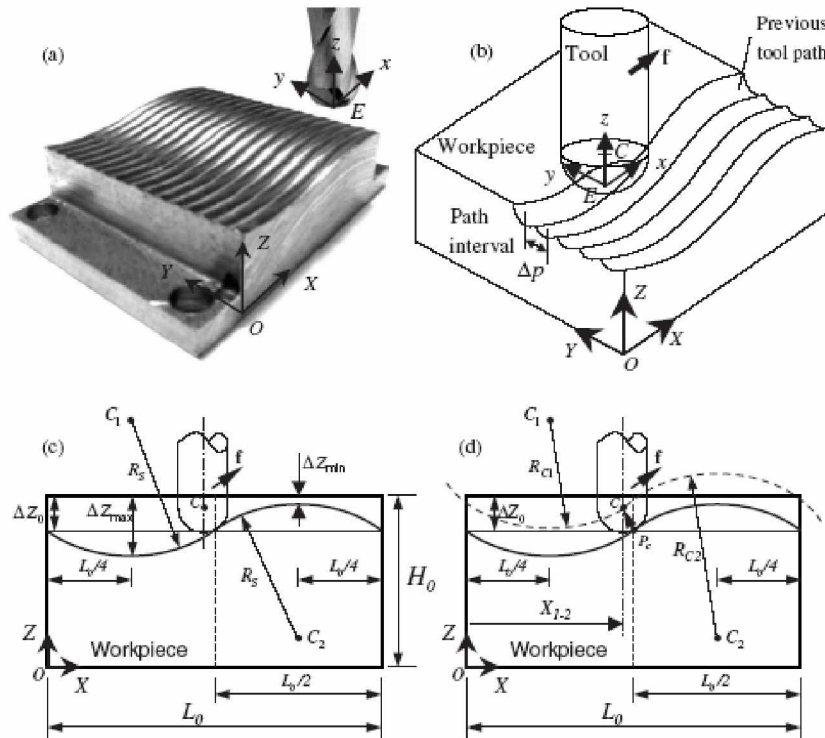


Fig.1.21 Essai de fraisage hémisphérique. (a) Pièce usinée, (b) Représentation géométrique, (c) Définition de la surface à usiner, (d) Trajectoire du centre de l'outil, [26].

La hauteur  $\Delta Z$  change entre un maximum dans l'arc concave qui est  $\Delta Z_{\max}$  et un minimum dans l'arc convexe qui est  $\Delta Z_{\min}$ .

Où  $\Delta Z_0$  est donnée par la relation suivante :

$$\Delta Z_0 = (\Delta Z_{\max} + \Delta Z_{\min}) / 2 \quad (1.14)$$

Le rayon  $R_s$  peut être calculé en fonction de la longueur de la pièce  $L_0$ , par la relation suivante:

$$R_s = \frac{(L_0 / 4)^2 + (\Delta Z_{\max} - \Delta Z_{\min})^2}{2(\Delta Z_{\max} - \Delta Z_0)} \quad (1.15)$$

### 1.9.2.3. Trajectoire de l'outil

La trajectoire de l'outil est définie par le centre de l'outil  $C$  et elle est donnée dans le plan  $XZ$  (Fig. 1.21-d). Elle se décompose en deux arcs de cercle avec le rayon  $R_{C1}$  et  $R_{C2}$ , dont les centres sont  $C_1$  et  $C_2$ :

$$R_{C1} = R_s - R_0 \quad (1.16)$$

$$R_{C2} = R_s + R_0 \quad (1.17)$$

Les coordonnées du point  $C$  sont définies par les relations suivantes:

Si  $0 \geq X_c \geq X_{1-2}$  Alors :

$$Z_c(X_c) = H_0 + R_s - \Delta Z_{\max} - \sqrt{R_{C1}^2 - (L_0 / 4 - X_c)^2} \quad (1.18)$$

Si  $X_{1-2} \leq X_c \leq L_0$  Alors :

$$Z_c(X_c) = H_0 - R_s - \Delta Z_{\min} + \sqrt{R_{C2}^2 - (3L_0 / 4 - X_c)^2} \quad (1.19)$$

L'avance par dent  $f_t$  est donnée en fonction de l'avance par tour  $f$  et en fonction du nombre de dents de la fraise  $N_t$ :

$$f_t = f / N_t \quad (1.20)$$

Le vecteur d'avance  $f_t$  (Fig. 1.22) se décompose en trois composantes  $f_{ix}$ ,  $f_{iy}$ ,  $f_{iz}$  telle que  $f_{iy}$  est nulle (donc la trajectoire est dans le plan  $XZ$ ) et la composante  $f_{iz}$  fait un angle ( $\varphi_z$ ) avec l'axe des abscisses.

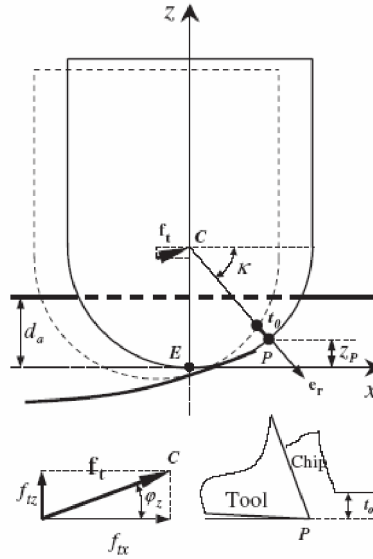


Fig.1.22 La profondeur axiale de coupe et décomposition de l'avance par dent, [26].

où  $f_{iz}$  peut être négative dans le cas où on usine vers le bas.

#### 1.9.2.4. Détermination du contact Outil-Pièce

Pour définir si un point courant  $P$  d'une arête tranchante en (GCS) est en contact avec la pièce, on doit déterminer sa position relative avec la surface de la pièce:

$$\begin{pmatrix} X_p \\ Y_p \\ Z_p \end{pmatrix}_{GCS} = \begin{pmatrix} X_c + x_p \\ Y_c + y_p \\ Z_c - R_0 + z_p \end{pmatrix} \quad (1.21)$$

D'où :

$$\begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{pmatrix}_{LCS} = \begin{pmatrix} R(z) \sin(\psi_j(z)) \\ R(z) \cos(\psi_j(z)) \\ z \end{pmatrix} \quad (1.22)$$

où  $(X_c, Y_c, Z_c)$  sont les coordonnées du point  $C$ .

Il y a cinq conditions nécessaires pour déterminer les zones de contact Outil-Pièce, qui sont :  
les conditions 1 et 2:

Le point  $P$  est en position de coupe dans le repère (GCS) si :

$$0 < X_p < L_0 \quad \text{et} \quad 0 < Y_p < W_0 \quad (1.23)$$

la condition 3:

La hauteur locale de la surface non coupée est directement obtenue dans le repère (GCS) :

$P$  est en position d'usinage dans GCS si :

$$0 < Z_p < H_0 \quad (1.24)$$

où la condition 3':

Une autre méthode est de comparer la position du point  $P$  dans le repère (LCS) par rapport à la profondeur axiale  $d_a$ , (Fig. 1.22).

$P$  est en position d'usinage dans LCS si :

$$z_p < H_0 - Z_c + R_0 \quad (1.25)$$

la condition 4:

Une autre condition est de comparer le module du vecteur  $PC_p$  (vecteur de  $P$  à  $C_p$ , Fig. 1.22) avec le rayon de l'hélice  $R_p$ .

$P$  est en position d'usinage si :

$$\|\Delta p + y_p\| > R [z_p + Z_c(X_c) - Z_c(X_p)] \quad (1.26)$$

où  $\Delta p$  est l'intervalle de la trajectoire (distance entre deux trajectoires de l'outil sur l'axe des ordonnées).

la condition 5:

L'épaisseur de copeau non déformé  $t_0$  sur la partie cylindrique de l'outil ( $z_p \geq R_0$ ):

$$t_0 = f_{tx} \sin \psi_j \quad (1.27)$$

Pour la partie hémisphérique ( $0 \leq z_p \leq R_0$ ),  $t_0$  est obtenue d'après la géométrie de la figure (1.22):

$$t_0 = f_t \cdot e_r = f_{tx} \sin \kappa \sin \psi_j - f_{tz} \cos \kappa \quad (1.28)$$



où  $f_{tx}$  et  $f_{tz}$  sont les projections de l'avance par dent respectivement sur les axes  $x$  et  $z$ . Le signe de  $t_0$  doit être vérifié pour déterminer la position du point  $P$  près de la trajectoire précédente de l'hélice.

$P$  est en position d'usinage si :

$$t_0 > 0 \quad (1.29)$$

Si toutes ces cinq conditions sont vérifiées, l'arête élémentaire définie par le point  $P$  est considérée être en contact avec la pièce.

### 1.9.2.5. Modèle thermomécanique de la coupe oblique

Pour une arête élémentaire, on est dans le cas de la coupe oblique pour laquelle la zone primaire de cisaillement est modélisée comme une bande de cisaillement d'épaisseur constante  $h$ , (Fig. 1.23-b). La contrainte due aux autres zones de déformation est négligée.

L'angle normal de cisaillement  $\phi_n$  est donné par la loi de Merchant modifiée, [41]:

$$\phi_n = A_1 + A_2(\alpha_n - \lambda_f) \quad (1.30)$$

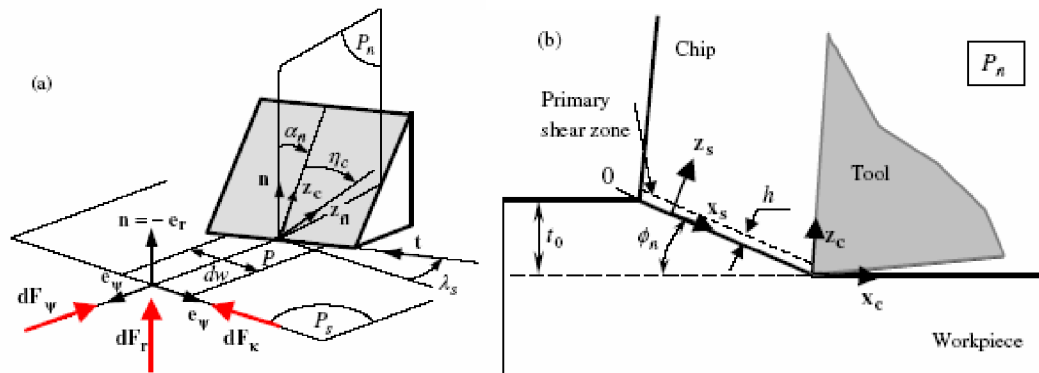


Fig.1.23 Formation élémentaire de copeau. (a) Direction d'écoulement du copeau, (b) paramètres de la bande de cisaillement, [26].

Avec  $A_1$  et  $A_2$  qui sont des constantes selon le matériau à usiner et  $\lambda_f$  est l'angle moyen de frottement à l'interface Outil-Copeau.

L'angle de l'écoulement de coupe  $\eta_c$  sur la surface de l'outil (Fig. 1.23-a) est calculé à partir de l'équation suivante :

$$\begin{aligned} & \cos(\phi_n - \alpha_n) \sin \phi_n \sin \eta_c - \tan \lambda_s \cos^2(\phi_n - \alpha_n) \cos \eta_c \\ & + (\cos \alpha_n - \sin(\phi_n - \alpha_n) \sin \phi_n) \tan \lambda_f \sin \eta_c \cos \eta_c \\ & + \tan \lambda_f \tan \lambda_s \sin(\phi_n - \alpha_n) \cos(\phi_n - \alpha_n) \cos^2 \eta_c = 0 \end{aligned} \quad (1.31)$$

L'angle caractéristique de la direction de cisaillement  $\eta_s$  dans le plan primaire de cisaillement est déterminé par la relation:

$$\eta_s = \tan^{-1} \left( \frac{\tan \eta_c \sin \phi_n - \tan \lambda_s \cos(\phi_n - \alpha_n)}{\cos \alpha_n} \right) \quad (1.32)$$

La réponse thermomécanique du matériau de la pièce est supposé isotrope et rigide et elle est donnée par la formule:

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{3}} \left[ A + B \left( \frac{\dot{\gamma}}{\sqrt{3}} \right)^n \right] \left[ 1 + m \ln \left( \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_0} \right) \right] \left[ 1 - \left( \frac{T - T_r}{T_m - T_r} \right)^y \right] \quad (1.33)$$

Où  $\tau$ ,  $\gamma$ ,  $\dot{\gamma}$  et  $T$  représentent respectivement : la contrainte de cisaillement, la déformation due au cisaillement, la vitesse de déformation et la température absolue.  $n$  représente ici le coefficient d'écrouissage et  $m$  représente le coefficient de sensibilité de la vitesse de déformation.

Des équations du mouvement sont réduites à une relation simple :

$$\frac{d\tau}{dz_s} = \rho V \cos \lambda_s \sin \phi_n \dot{\gamma} \quad (1.34)$$

L'équation de la conservation de l'énergie est écrite comme suit :

$$\rho c V \cos \lambda_s \sin \phi_n \frac{dT}{dz_s} = \beta \tau \dot{\gamma} \quad (1.35)$$

L'équation de la température donne :

$$T = T(\gamma, \tau_0) = T_w + \frac{\beta}{\rho c} \left( \rho (V \cos \lambda_s \sin \phi_n)^2 \frac{\gamma^2}{2} + \tau_0 \gamma \right) \quad (1.36)$$

où  $T_w$  est la température absolue dans la bande avant l'usinage.

Les forces élémentaires de coupe  $dF_r$ ,  $dF_\kappa$  et  $dF_\psi$  au point  $P$  (Fig. 1.23-a) dans le repère  $(e_r, e_\kappa, e_\psi)$  sont données par la relation suivante:

$$\begin{aligned} dF_r &= -dF_s \cos \eta_s \sin \phi_n - N_s \cos \phi_n \\ dF_\kappa &= dF_s \cos \eta_s [\tan \eta_s \cos \lambda_s + \cos \phi_n \sin \lambda_s] - dN_s \sin \phi_n \sin \lambda_s \\ dF_\psi &= -dF_s \cos \eta_s [\tan \eta_s \sin \lambda_s - \cos \phi_n \cos \lambda_s] - dN_s \sin \phi_n \cos \lambda_s \end{aligned} \quad (1.37)$$

où  $dF_s$  est la force élémentaire de cisaillement suivant  $x_s$  et  $dN_s$  est la force élémentaire normale suivant  $z_s$  (Fig. 1.23). Elles sont données par les expressions suivantes:

$$\begin{aligned} dF_s &= -\frac{t_0 dw}{\cos \lambda_s \sin \phi_n} \tau_h \\ dN_s &= \frac{\tan(\phi_n - \alpha_n) + \tan \lambda_f \cos \eta_c}{1 - \tan \lambda_f \cos \eta_c \tan(\phi_n - \alpha_n)} \cos \eta_s dF_s \end{aligned} \quad (1.38)$$

Les composantes  $(dF_r, dF_\kappa, dF_\psi)$  de l'effort élémentaire de coupe sont projetées dans le système du repère local LCS et les composants  $(dFx, dFy, dFz)$  de l'effort de coupe sont projetées dans le repère CGS comme les montre les figures (1.20 et 1.23-a) :

$$\begin{pmatrix} dF_x(\theta, z, j) \\ dF_y(\theta, z, j) \\ dF_z(\theta, z, j) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \psi_j \sin \kappa & \sin \psi_j \cos \kappa & \cos \psi_j \\ \cos \psi_j \sin \kappa & \cos \psi_j \cos \kappa & -\sin \psi_j \\ -\cos \kappa & \sin \kappa & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dF_r(\theta, z, j) \\ dF_\kappa(\theta, z, j) \\ dF_\psi(\theta, z, j) \end{pmatrix} \quad (1.39)$$

Les efforts résultants sur l'outil sont obtenus par une sommation sur toutes les hélices de l'outil et le long de l'axe de rotation de l'outil, comme le montre l'équation (1.40) :

$$\begin{pmatrix} F_x(\theta, z) \\ F_y(\theta, z) \\ F_z(\theta, z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^{N_s} dF_x(\theta, z, j) \\ \sum_{j=1}^{N_s} dF_y(\theta, z, j) \\ \sum_{j=1}^{N_s} dF_z(\theta, z, j) \end{pmatrix} \quad (1.40)$$

### 1.9.2.6. Validation expérimentale

Un grand nombre d'essais de coupe, sur une pièce en acier 42CrMo4 de hauteur  $H_0=20$  (mm), d'une longueur  $L_0$  de 50 (mm) et d'une largeur  $W_0$  de 50 (mm) (Fig. 1.24), ont été réalisés sans lubrifiant sur une fraiseuse triaxiale verticale pour valider le modèle proposé, avec une fraise hémisphérique à deux hélices : d'un diamètre de 12 (mm), d'un angle d'hélice de  $17^\circ$ , d'un angle normal de coupe  $\alpha_n=0^\circ$ . Un dynamomètre à six-composantes de type Kistler (modèle 9265B) a été utilisé pour mesurer les forces de coupe.

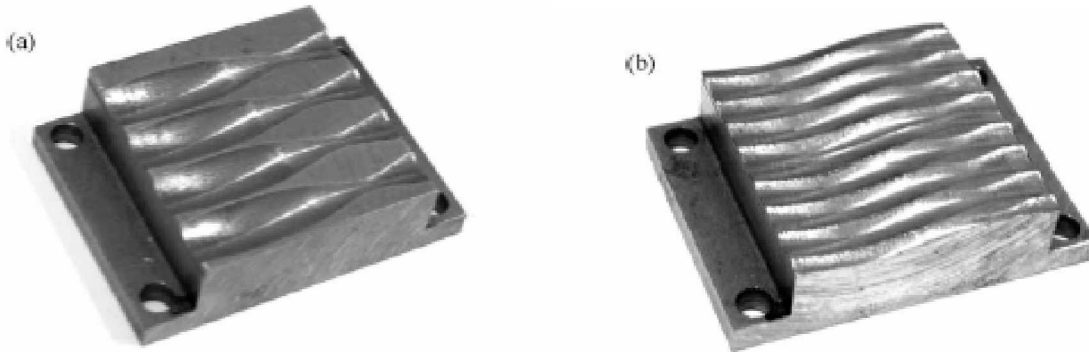


Fig.1.24 Dispositif spécifique de la pièce. (a) Entaillage:  $\Delta p = 12$  (mm),  
(b) dégrossissage:  $\Delta p = 3$  (mm) [26].

Les expériences ont été menées avec trois valeurs de vitesse de rotation de la broche  $\Omega = 2653, 3980$  et  $5000$  tour/min ; et avec quatre valeurs différentes de la vitesse d'avance :  $f = 0,05, 0,01, 0,015, 0,02$  mm/dent (Fig. 1.24-a). Des trajectoires successives de l'outil à travers la pièce ont été effectuées avec plusieurs valeurs de l'intervalle de trajectoire  $\Delta p = 6$  et  $3$  (mm) (en dégrossissage), (Fig. 1.24-b) ;  $\Delta p = 1,5$  (mm) (en semi-finition) ;  $\Delta p = 0,6$  (mm) pour la finition.

Les amplitudes des composantes de l'effort de coupe mesurées et simulées (Fig. 1.25) diffèrent légèrement.

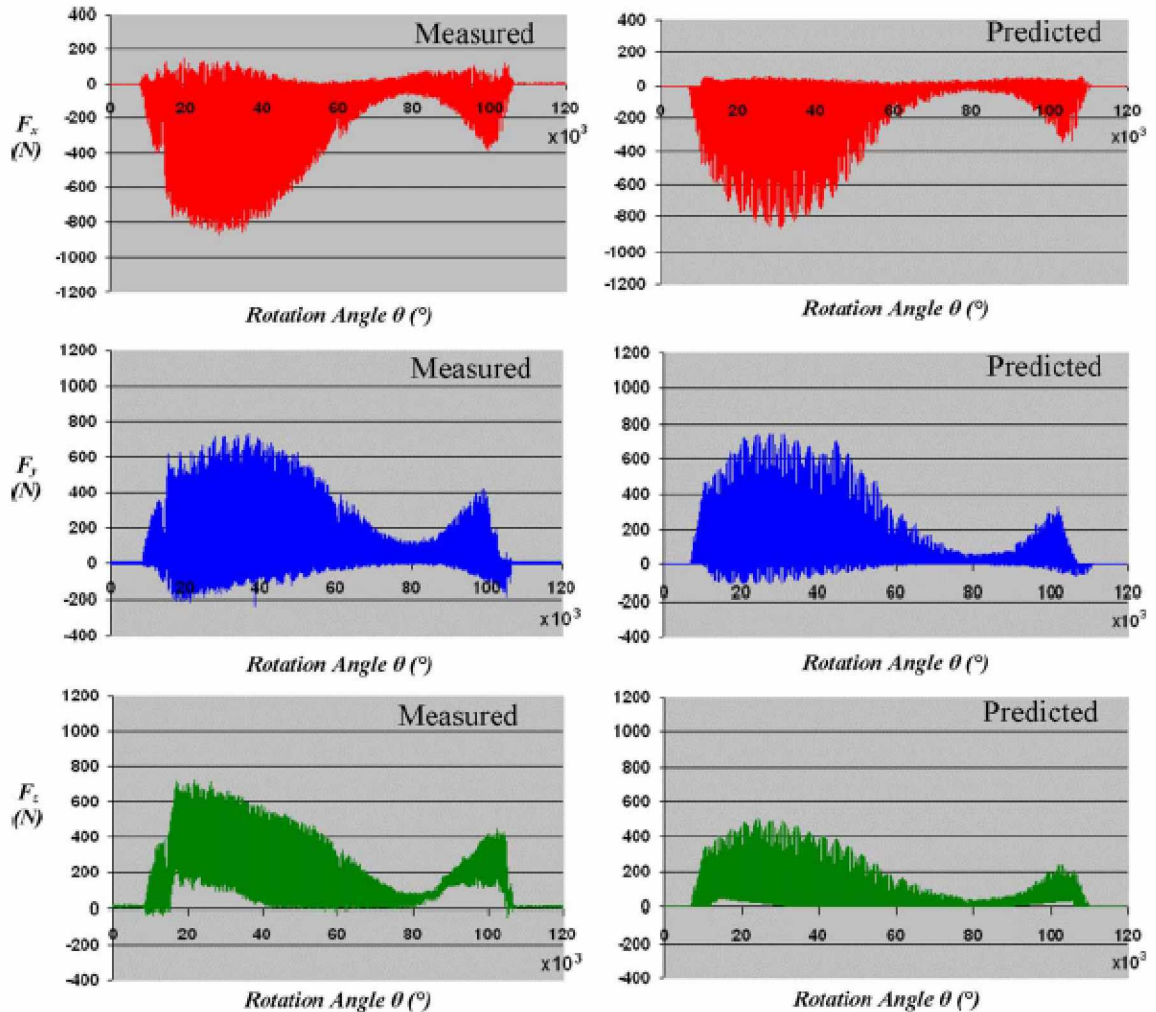


Fig.1.25 Forces de coupe mesurées et simulées pour 3980 tour/min,  $f_t=0.1$  mm/dent,  $\Delta p=12$  mm, [26].

Les résultats obtenus par simulation donnent une très bonne approximation en les comparant avec les forces expérimentales (Fig. 1.25). Ce modèle est utile pour comprendre les phénomènes de coupe et pour simuler le processus d'usinage, afin d'augmenter l'intégrité extérieure, la durée de vie de l'outil, la stabilité et la productivité, en optimisant ainsi les états de surface, la trajectoire d'outil, l'inclinaison Outil-Pièce et la géométrie d'outil.

### 1.9.3. Modèle de Guzel et al. [29]:

Ce modèle de force est présenté dans le cas du fraisage des surfaces complexes avec un outil hémisphérique. Il est employé pour changer les valeurs d'avance le long de la trajectoire d'outil, afin de diminuer la durée du cycle dans l'usinage.

#### 1.9.3.1. La géométrie de l'outil

Dans ce modèle l'outil qui a été utilisé dans les essais de calibrage et de validation est une fraise hémisphérique (Fig. 1.26) de diamètre 12 (mm) avec deux hélices, de type CoroMill Plura de Sandvik. La géométrie de l'outil est disponible chez le fabricant ; cette information est également employée pour déterminer des points sur l'hélice avec une appareil photo. La photo obtenue a été divisée en grilles, et vingt points distincts ont été pris sur l'hélice qui ont été employés par la suite pour obtenir un polynôme de degré trois pour former la géométrie de l'hélice par le modèle mathématique suivant :

$$\beta = 0.0036 r^3 - 0.0205 r^2 + 0.0547 r - 0.041 \quad (1.41)$$

où  $r$  est le rayon de l'hélice en un point dans un plan parallèle à XY, et  $\beta$  est l'angle entre la ligne qui relie ce point et la ligne tangente à l'arête tranchant, (Fig.1.26).

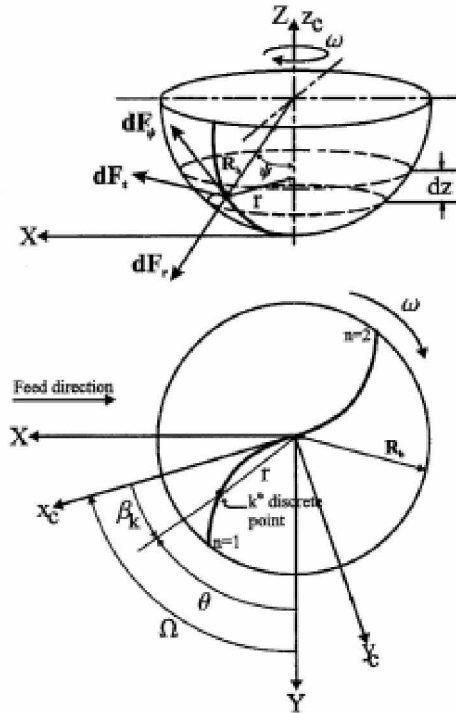


Fig.1.26 Les composants de la force de coupe et les positions angulaires de l'hélice, [29].

Les coordonnées de ce point sont données par les relations suivantes:

$$\begin{cases} x_c = r \cos(\beta) \\ y_c = r \sin(\beta) \\ z_c = R_b - \sqrt{R_b^2 - r^2} \end{cases} \quad (1.42)$$

### 1.9.3.2. Modulation du Contact Outil-Pièce

Dans ce modèle, l'outil et la pièce sont maillés en petits éléments et projetés perpendiculairement dans le plan  $XY$  (Fig.1.27), pour déterminer ainsi les zones de contact Outil-Pièce le long de la trajectoire de l'outil.

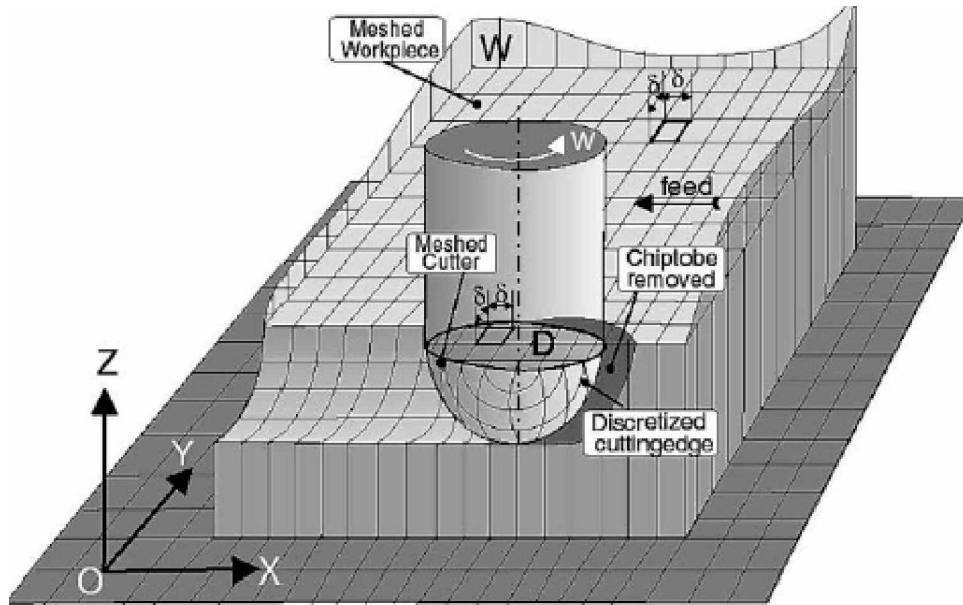


Fig.1.27 Maillage de l'outil et de la pièce, [29].

On définit à chaque instant les éléments  $D$  et  $W$  de l'outil et de la pièce respectivement, (Fig.1.27).

Si à tout moment, la condition suivante est satisfaite.

$$\{Z_d \leq Z_w \mid P \in D, Q \in W, X_d = X_w, Y_d = Y_w\} \quad (1.43)$$

où  $P(X_d, Y_d, Z_d)$  est un point nodal de l'arête de coupe et  $Q(X_w, Y_w, Z_w)$  est un point nodal sur la surface de la pièce, alors le point  $P$  de l'outil sera considéré comme étant dans la zone de contact à cet instant.

### 1.9.3.3. Détermination de la quantité de matière à usiner

Pour déterminer les forces de coupe à n'importe quel instant, la première étape à faire est de trouver la quantité de matière à enlever pour chaque position de l'arête élémentaire.

$$(t_c)_{kn} = t_x \sin(\theta) \sin(\psi) \varepsilon_{kn} \quad (1.44)$$

où  $t_x$  [mm/tour] est l'avance par tour et cette avance est déterminée en fonction du nombre d'hélices  $N_f$ , et de la vitesse de rotation  $\omega$  de l'outil,  $\theta$  est l'angle de rotation de l'arête de coupe et  $\psi$  est l'angle de position de l'arête de coupe, (Fig.1.26).

$$\varepsilon = \begin{cases} 1 & \text{si l'arête } k^{\text{th}} \text{ sur la nième arête est en contact avec la pièce} \\ 0 & \text{autrement} \end{cases}$$

Par conséquent, la quantité instantanée de matière de chaque élément en contact avec la pièce peut être écrite sous la forme :

$$dA_c = (t_c)_{kn} (dz)_{kn} \quad (1.45)$$

où  $(dz)_{kn}$  représente la hauteur de l'arête élémentaire suivant l'axe de rotation de l'outil.

### 1.9.3.4. Modèle de la force de coupe

Pour une quantité de matière élémentaire  $dA_c$ , les composantes de la force de coupe : (radiale  $dF_r$ , axiale  $dF_\psi$  et tangentielle  $dF_t$ ) peuvent être écrites d'après Altintas [18] comme suit:

$$\begin{aligned} dF_r &= K_{rc} dA_c + K_{re} dz \\ dF_t &= K_{tc} dA_c + K_{te} dz \\ dF_\psi &= K_{\psi c} dA_c + K_{\psi e} dz \end{aligned} \quad (1.46)$$



où  $(K_{rc}, K_{re}, K_{tc}, K_{te}, K_{\psi c}, K_{\psi e})$  sont des coefficients spécifiques de coupe en fonction du matériau de l'outil et de la pièce à usiner.

A partir de l'équation (1.46), les composantes de l'effort de coupe dans un système de repère global  $(X, Y, Z)$  sont données par la relation:

$$\begin{bmatrix} dF_x \\ dF_y \\ dF_z \end{bmatrix}_{k,n} = \begin{bmatrix} -\sin\psi \sin\theta & -\cos\psi \sin\theta & \cos\theta \\ \sin\psi \cos\theta & \cos\psi \cos\theta & -\sin\theta \\ \cos\psi & -\sin\psi & 0 \end{bmatrix}_{k,n} \begin{bmatrix} dF_r \\ dF_\psi \\ dF_t \end{bmatrix}_{k,n} \quad (1.47)$$

où :  $\theta = \Omega + \frac{(n-1)2\pi}{N_f} \beta_k$ ; avec:  $n = 1, \dots, N_f$

d'où les résultantes des forces de coupe s'écrivent :

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = \sum_{n=1}^{N_f} \sum_{k=1}^K \begin{bmatrix} dF_x \\ dF_y \\ dF_z + dF_{pres} \end{bmatrix}_{k,n} \quad (1.48)$$

où  $K$  représente le nombre d'arêtes élémentaires sur l'hélice,  $\Omega$  est l'angle de rotation de l'hélice et  $\beta$  est obtenu à partir de l'équation (1.41).

La force additionnelle  $dF_{pres}$ , résulte d'une valeur de pression qui tire l'outil vers le bas, cette pression est une fonction de la vitesse d'avance  $f$  :

$$P(f) = 0.0004 f^3 - 0.0409 f^2 + 1.8767 f + 4.3248 \quad (1.49)$$

### 1.9.3.5. Validation expérimentale

Quelques essais expérimentaux de validation ont été réalisés sur un centre d'usinage vertical de type Mazak Fjv-200 UHS. La pièce usinée est de l'aluminium Al7039, et la fraise hémisphérique utilisée est du type CoroMill Plura avec un diamètre de 12 (mm) et un angle d'hélice de 30°. Un dynamomètre à trois-composantes de type Kistler (modèle 9257B) a été utilisé pour mesurer les forces de coupe.

Dans la simulation (Fig.1.28), la partie hémisphérique a été discrétisée en disques de 0,1 (mm) d'épaisseurs. La topographie extérieure résultante a été prévue par le simulateur (Fig.1.28-a), ainsi que les régions de contact Outil-Pièce, (Fig.1.28-b).

Les forces résultantes simulées et mesurées sont montrées dans les figures (1.28-d et 1.28-e).

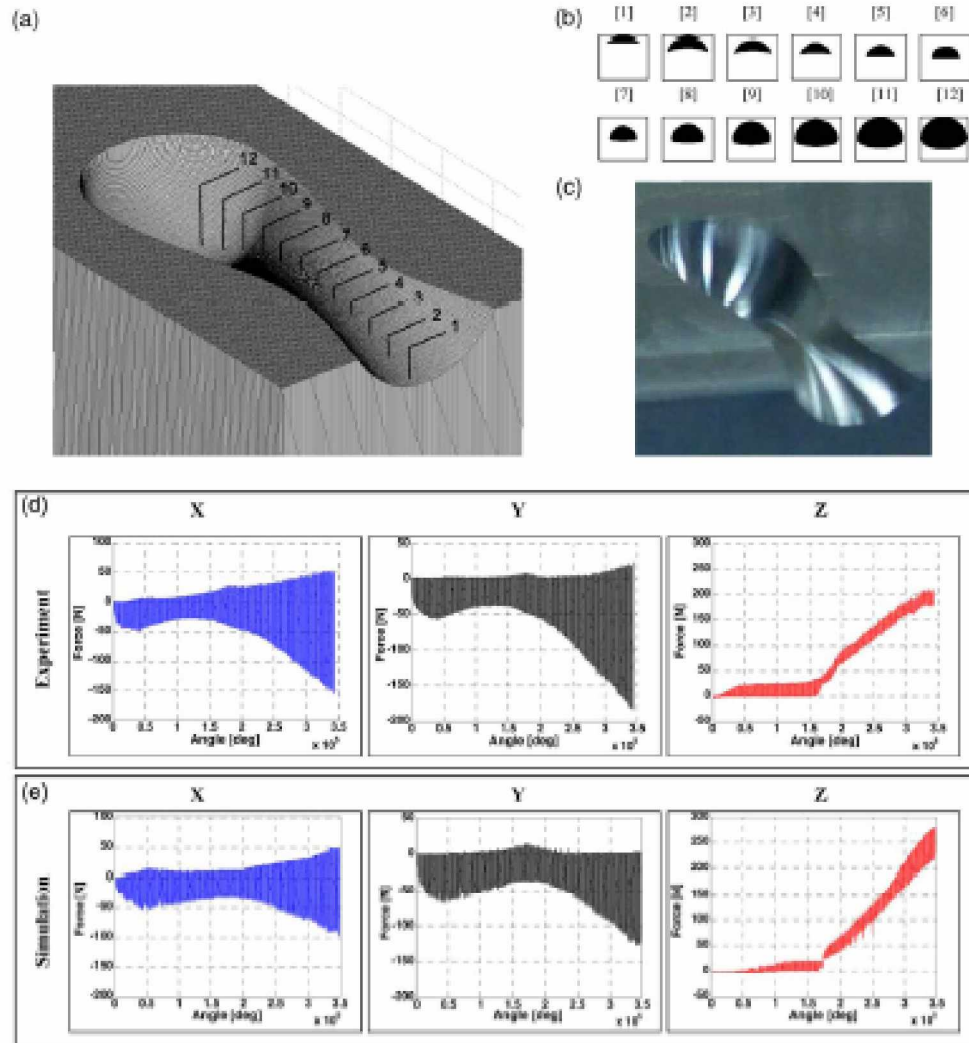


Fig.1.28. (a) Simulation de la topographie extérieure de la pièce; (b) zones de contact Outil-Pièce (c) photo de la pièce réelle; (d) forces mesurées; (e) forces simulées, [29].

### **1.10. Conclusion**

Suite à l'analyse des différentes méthodes de modélisation existantes à l'heure actuelle dans la littérature, il apparaît que l'approche mécanistique est la plus adaptée à notre travail. Cette approche prend en compte la géométrie de l'outil hémisphérique avec ses angles de coupe et d'hélice.

Le contact Outil-Pièce qui sera présenté dans le chapitre suivant ne s'intéresse pas aux grandeurs liées au matériau usiné, comme le présente Fontaine [26] dans son modèle thermomécanique. Donc l'évaluation des déformations et des températures n'intervient pas dans l'approche mécanistique.

Le modèle de Guzel [29] pour calculer l'effort de coupe est basé sur l'approche mécanistique en modélisant la géométrie de l'hélice par un polynôme de degré trois. Malgré sa simplicité pour déterminer les zones de contact Outil-Pièce, il est utilisé pour un seul type de fraise définie par le polynôme.

## Chapitre 2

# Modélisation de la Coupe en Fraisage Hémisphérique

*Dans ce chapitre on propose d'étudier la géométrie de la fraise hémisphérique ainsi que les différents angles de coupe et leurs relations. On applique ensuite l'approche mécanistique pour calculer les forces de coupe afin de développer un nouveau modèle pour les trajectoires de l'outil dans l'espace, en se basant sur les zones de contact Outil-Pièce.*

### 2.1. Le fraisage

Le fraisage est un procédé d'usinage réalisé au moyen d'un outil multiple (à plusieurs arêtes de coupe) qui est animé d'un mouvement de rotation (Fig.2.1):

- mouvement de rotation de la fraise qui est entraîné par la broche de la machine,  $M_c$  (mouvement rapide circulaire de coupe);
- mouvement de translation de la pièce qui est fixée sur la table de la machine,  $M_a$  (mouvement lent rectiligne uniforme d'avance).

Le mouvement de translation est orienté de façon à pousser la pièce contre la fraise suivant une direction généralement perpendiculaire par rapport à son axe.

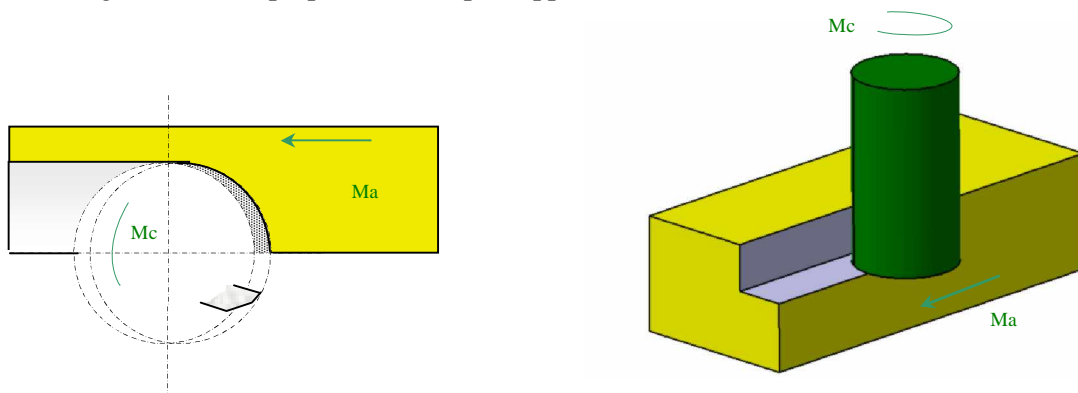


Fig.2.1 Mouvements de coupe et d'avance.

## 2.2. Le fraisage périphérique

La figure (2.2) montre le fraisage périphérique et lorsque l'angle d'hélice  $\lambda_s$  de la fraise est nul il s'agira d'une coupe orthogonale.

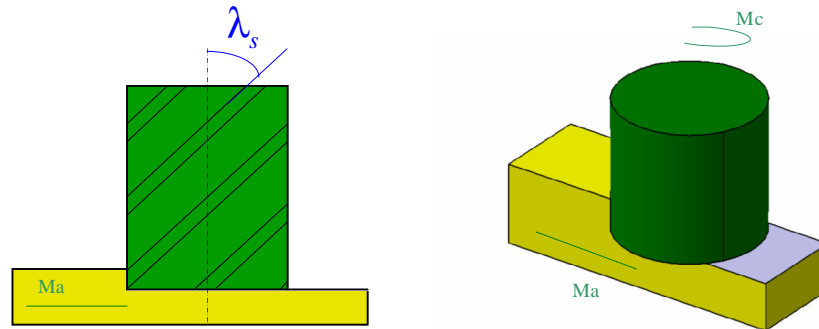


Fig.2.2 Fraisage périphérique.

### 2.2.1. Angles de la fraise cylindrique

Les angles principaux dans une fraise cylindrique sont : l'angle d'hélice  $\lambda_s$ , l'angle de coupe  $\alpha$  et l'angle de dépouille  $\gamma$  (Fig.2.3).

Les angles normaux, orthogonaux et d'hélice sont liés par des relations trigonométriques. Dans cette partie on s'intéresse à l'angle de coupe radial  $\alpha_r$  et normal  $\alpha_n$ .

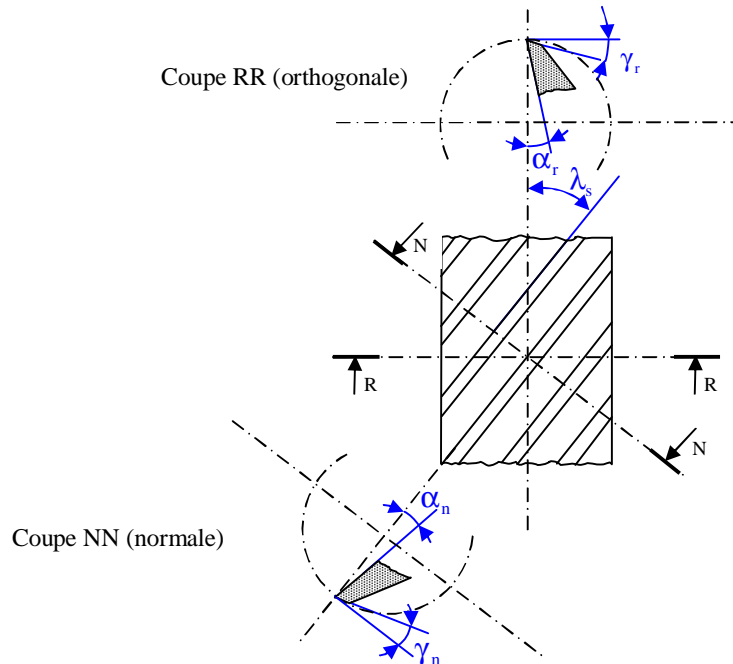


Fig.2.3 Principaux angles d'une fraise cylindrique.

$\left. \begin{matrix} \alpha_r \\ \gamma_r \end{matrix} \right\}$  angles mesurés dans un plan perpendiculaire par rapport à l'axe de rotation.

$\left. \begin{matrix} \alpha_n \\ \gamma_n \end{matrix} \right\}$  angles mesurés dans un plan normal par rapport à l'arête de coupe.

### 2.2.2. Relations entre l'angle de coupe et l'angle de dépouille

Pour définir l'angle de coupe radial  $\alpha_r$  et normal  $\alpha_n$  on trace le plan  $P_s$  (plan perpendiculaire à  $\mathbf{e}_p$  dans les coordonnées cylindriques) et on définit deux plans:  $P_n$  (plan normal à l'arête), et  $P_{rad}$  (plan radial d'angle de coupe radial  $\alpha_r$ ), (Fig.2.4 et Fig.2.5).

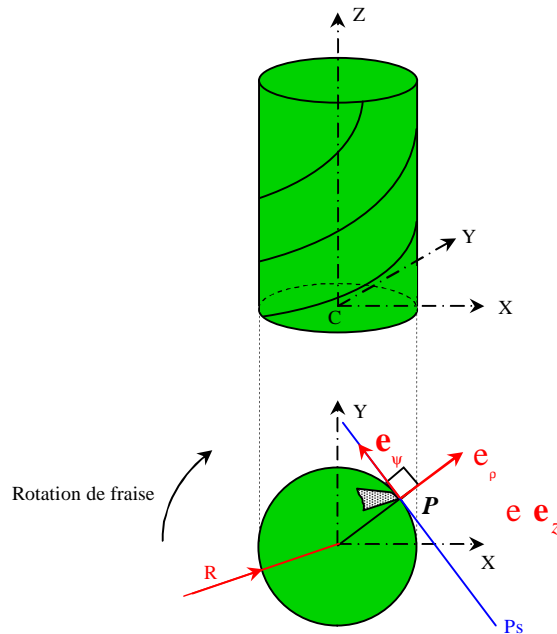


Fig.2.4 Repères locaux de la fraise cylindrique.

R (X, Y, Z): repère cartésien

Ps: plan perpendiculaire à  $\mathbf{e}_p$

R ( $\mathbf{e}_p, \mathbf{e}_\psi, \mathbf{e}_z$ ): repère cylindrique

R : rayon de la fraise

P est le point courant de l'hélice.

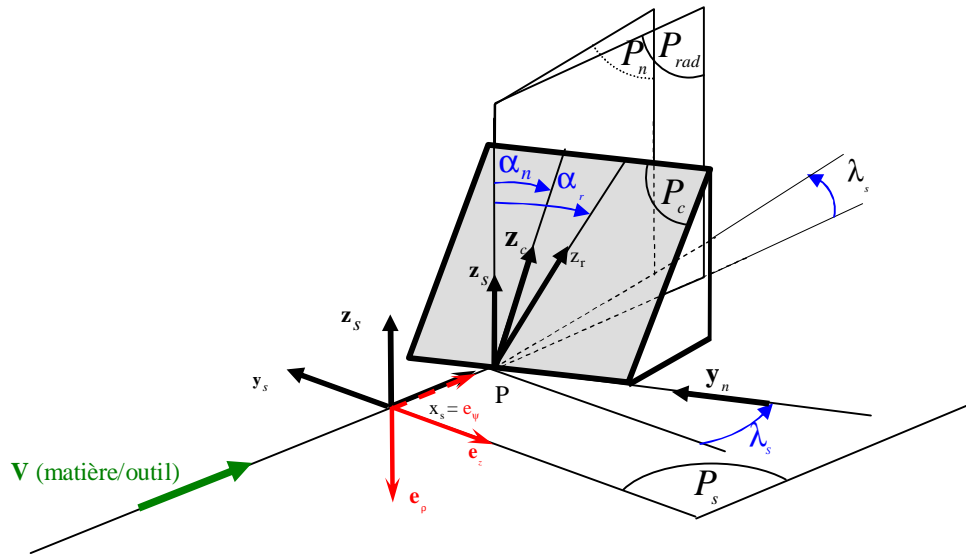


Fig. 2.5 Présentation des différents systèmes de coordonnées.

D'après la figure (2.5) on définit quatre plans :

- $P_s$  : Plan tangent à l'arête et contenant la vitesse de coupe, la base associée à ce plan est  $(\mathbf{x}_s, \mathbf{y}_s, \mathbf{z}_s)$  avec  $\mathbf{x}_s$  et  $\mathbf{y}_s$  appartient à  $P_s$  et  $\mathbf{z}_s$  est perpendiculaire à  $P_s$ .

La direction de l'arête de coupe est définie dans le plan  $P_s$  par le vecteur unitaire  $\mathbf{y}_n$  tel que  $(\mathbf{y}_s, \mathbf{y}_n) = \lambda_s$  angle de l'inclinaison d'arête (lorsque  $\lambda_s = 0$  la coupe est dite orthogonale).

- $P_n$  : Plan normal à l'arête et la base associée est  $(\mathbf{x}_n, \mathbf{y}_n, \mathbf{z}_n)$ , avec  $\mathbf{x}_n, \mathbf{z}_n$  appartient à  $P_n$  et  $\mathbf{y}_n$  est perpendiculaire à  $P_n$

$$(\mathbf{x}_s, \mathbf{x}_n) = \lambda_s \text{ et } \mathbf{z}_n = \mathbf{z}_s.$$

- $P_c$  : Plan de coupe est défini par les vecteurs unitaires  $\mathbf{y}_c, \mathbf{z}_c$  tels que :

$$\mathbf{y}_c = \mathbf{y}_n \text{ direction de l'arête.}$$

$$(\mathbf{z}_s, \mathbf{z}_c) = \alpha_n \text{ angle de coupe normal.}$$

$\mathbf{x}_c$  complète la base associée au plan de coupe  $P_c$ ,  $\mathbf{x}_c$  est perpendiculaire au plan de coupe  $P_c$  est tel que  $(\mathbf{x}_n, \mathbf{x}_c) = \alpha_n$ .

- $P_{rad}$  : Plan radial est défini par les vecteurs  $X_s$  et  $Z_s$ . Ce plan coupe le plan de coupe  $P_c$  suivant la direction  $z_r$  tels que  $(z_s, z_r) = \alpha_r$  ( $\alpha_r$  : angle de coupe radial).

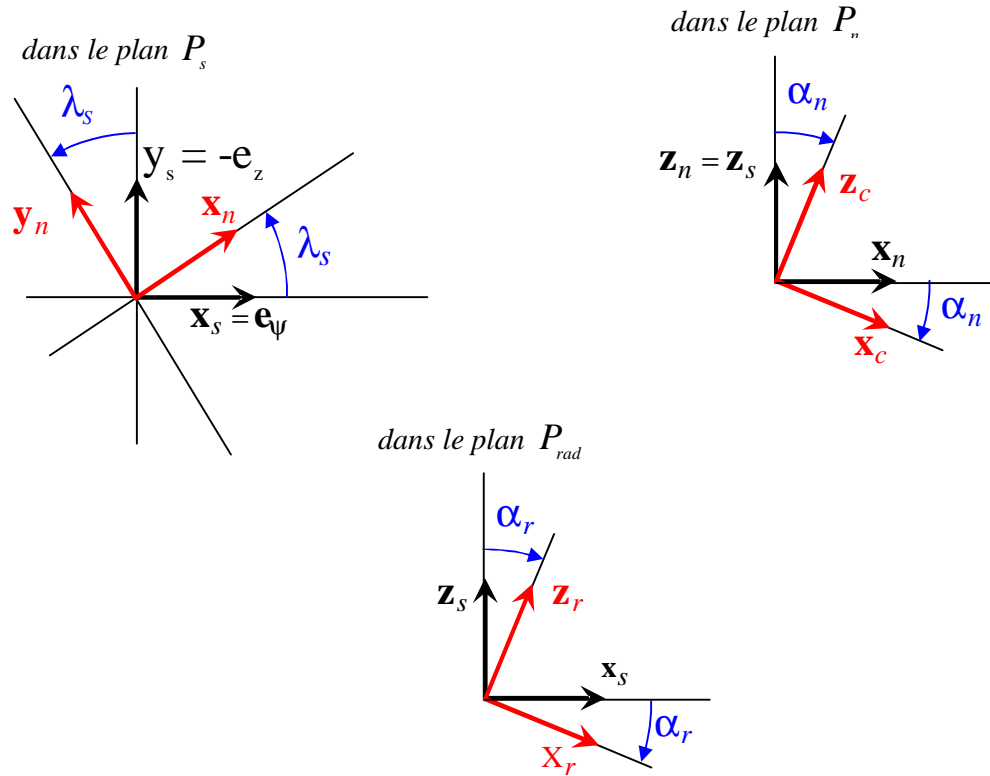


Fig.2.6 Projection des axes.

D'après la figure (2.6) on a :

$$z_r = \sin \alpha_r x_s + \cos \alpha_r z_s \quad (2.1)$$

$$x_s = \cos \lambda_s x_n - \sin \lambda_s y_n \quad (2.2)$$

$$z_r = \sin \alpha_r \cos \lambda_s x_n - \sin \alpha_r \sin \lambda_s y_n + \cos \alpha_r z_s \quad (2.3)$$

La projection de  $z_r$  dans le plan normal (Fig. 2.5) donne la direction du vecteur unitaire  $z_n$ .

D'après la figure (2.6) et l'équation (2.3), on trouve la relation entre les angles de coupe  $\alpha_r$  et  $\alpha_n$  :

$$\tan \alpha_n = \frac{\sin \alpha_r \cos \lambda_s}{\cos \alpha_r} \quad (2.4)$$

$$\tan \alpha_r = \frac{\tan \alpha_n}{\cos \lambda_s} \quad (2.5)$$



D'après la figure (2.7) on peut tirer les remarques suivantes :

- lorsque l'angle d'hélice augmente, l'angle de coupe normal  $\alpha_n$  (qui est toujours inférieur à l'angle de coupe orthogonal  $\alpha_r$ ) diminue.
- les différences entre les angles normaux et les angles orthogonaux sont faibles pour des valeurs d'angle d'hélice qui sont inférieures à  $30^\circ$ .

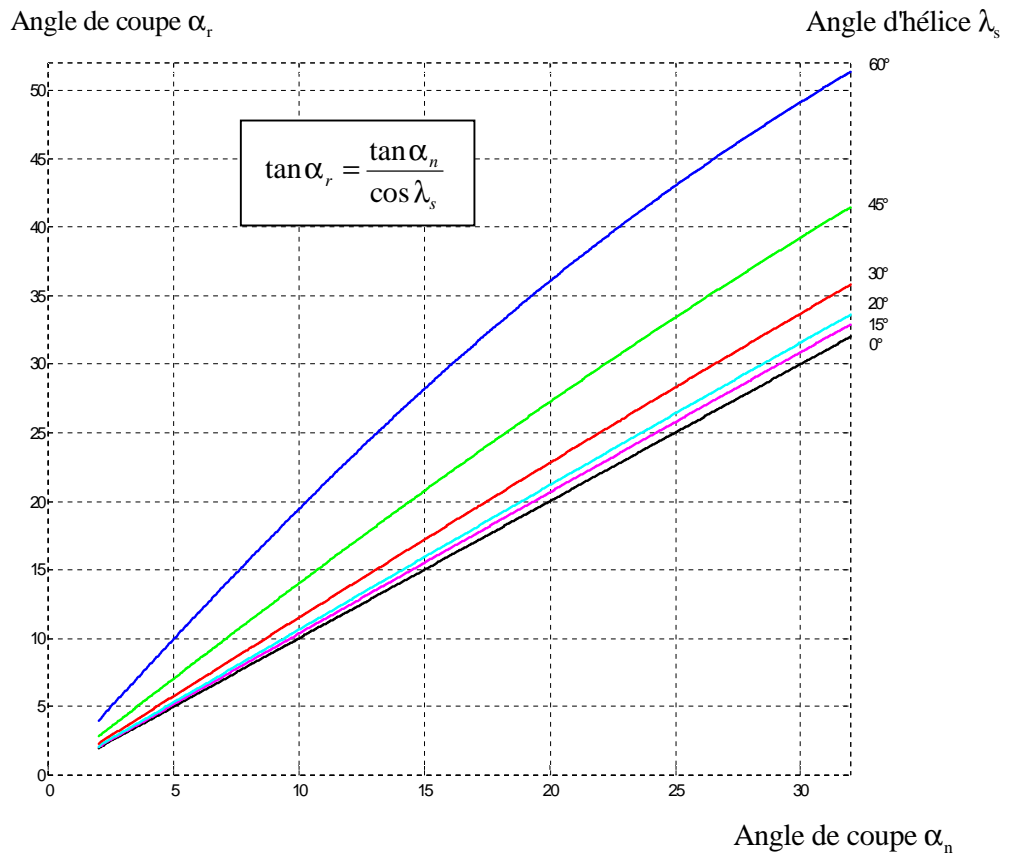


Fig.2.7 Relation entre  $\alpha_n$ ,  $\alpha_r$  et  $\lambda_s$ .

### 2.3. Le fraisage hémisphérique

Il existe une position unique dans le fraisage périphérique (usinage à trois axes) où l'outil est tangent à la surface à une position donnée. Par contre pour le fraisage hémisphérique avec une machine à cinq axes, il existe une infinité de positions de l'outil qui est tangent à la surface en un point de contact.

La géométrie de la fraise hémisphérique avec les deux degrés de libertés supplémentaires permettent d'optimiser l'orientation de l'outil et d'améliorer le processus de coupe, et par conséquent la qualité de l'état de surface microgéométrique de la pièce à usiner.

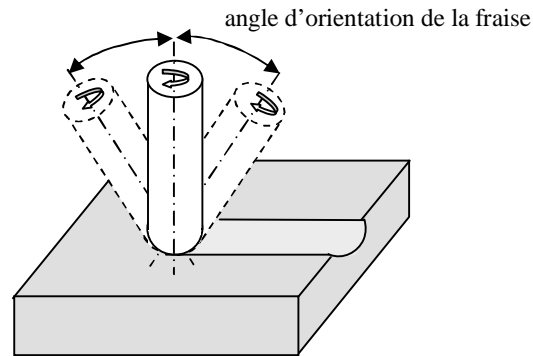


Fig.2.8 Orientation de la fraise hémisphérique.

### 2.3.1 Géométrie de la fraise hémisphérique

Dans la partie hémisphérique de la fraise, les angles ne sont pas les mêmes que dans la partie cylindrique. Il est donc nécessaire de bien connaître la géométrie de la partie hémisphérique pour modéliser la coupe. Pour cela, on se place en un point  $P$  de l'hélice et on cherche à déterminer la géométrie locale de l'arrête afin de déterminer les angles de coupe le long de l'hélice.

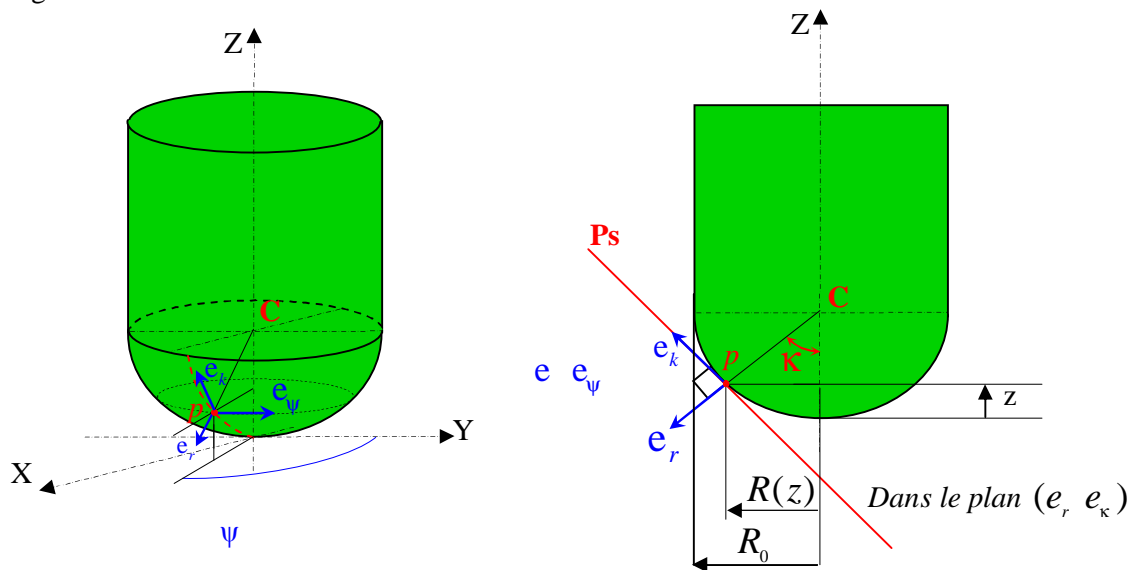


Fig.2.9 Repères locaux de la partie hémisphérique de la fraise.

$R(X, Y, Z)$  : repère cartésien

$R(e_r, e_\psi, e_k)$  : repère sphérique

$\kappa$  : angle dans le plan vertical entre un point de l'hélice et l'axe Z

$\psi$  : angle dans le plan horizontal entre un point de l'hélice  $P$  et l'axe Y

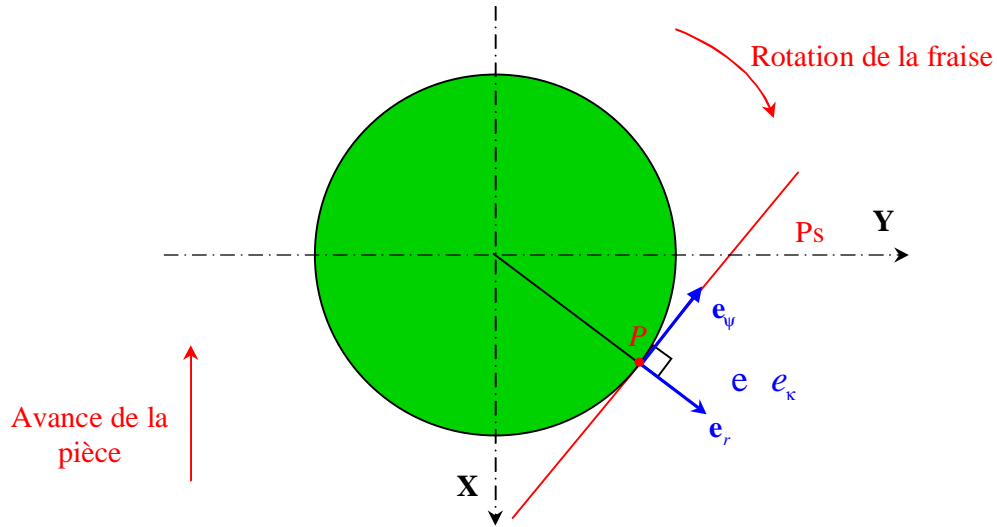


Fig. 2.10 Repérage de la partie sphérique de la fraise

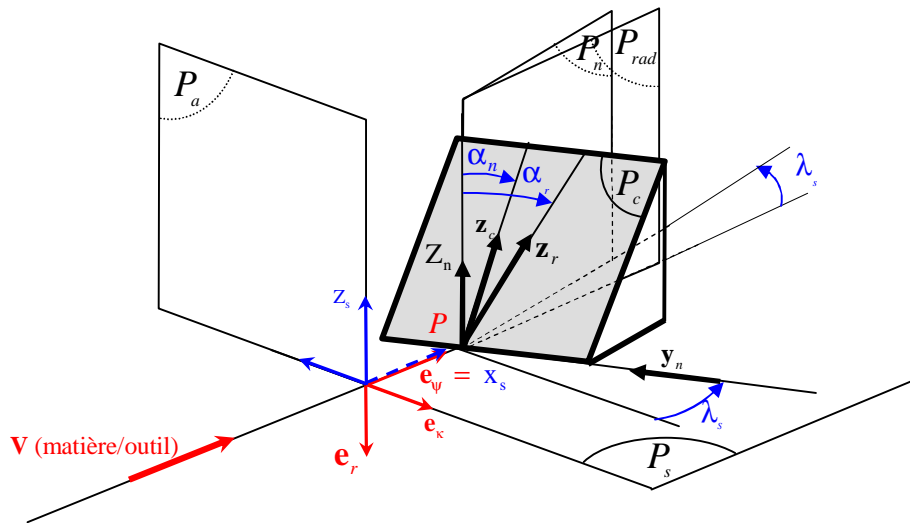


Fig. 2.11 Présentation des différents systèmes de coordonnées.

$P_s$  : plan perpendiculaire à  $e_r$

$\alpha_n$  : angle normal de coupe

$P_a$  : plan axial sphérique

$\alpha_r$  : angle radial de coupe

$P_n$  : plan normal sphérique

$\lambda_s$  : angle d'hélice

$P_{rad}$  : plan radial

$P_c$  : plan de coupe

$V$  : vitesse de la matière par rapport à l'outil

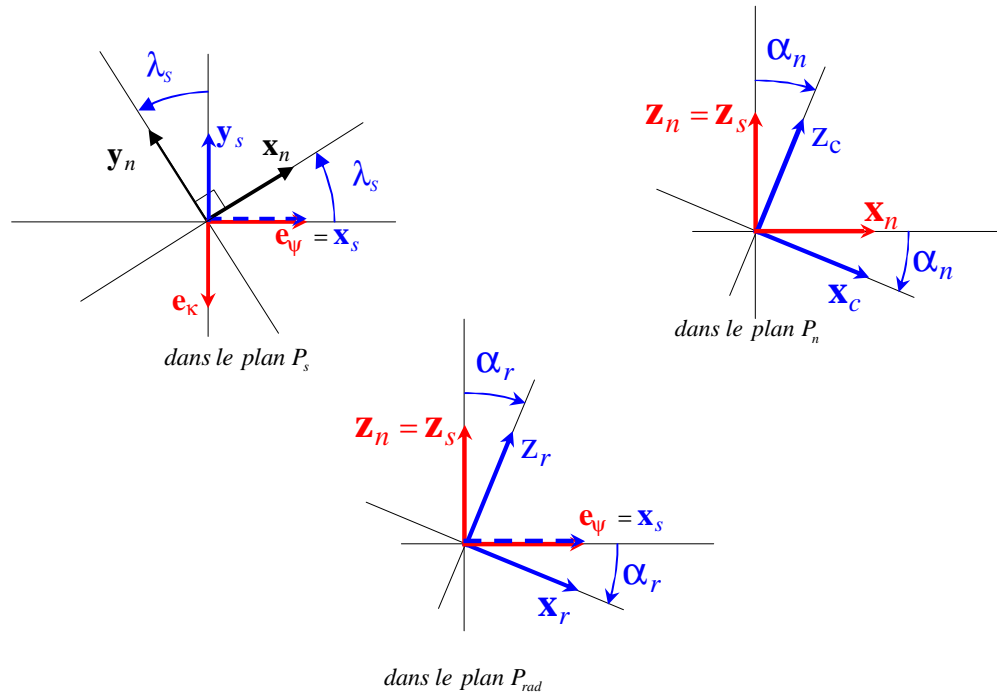


Fig. 2.12 Projection des axes locaux.

A l'aide de la géométrie donnée par la figure (2.12) on écrit les relations géométriques entre les différents angles :

$$\mathbf{z}_r = \sin \alpha_r \mathbf{x}_s + \cos \alpha_r \mathbf{z}_n \quad (2.6)$$

$$\mathbf{x}_s = \cos \lambda_s \mathbf{x}_n - \sin \lambda_s \mathbf{y}_n \quad (2.7)$$

$$\mathbf{z}_r = \sin \alpha_r \cos \lambda_s \mathbf{x}_n - \sin \alpha_r \sin \lambda_s \mathbf{y}_n + \cos \alpha_r \mathbf{z}_n \quad (2.8)$$

La projection de  $\mathbf{z}_r$  dans le plan normal (Fig.2.11) donne la direction du vecteur unitaire  $\mathbf{z}_n$ . D'après la figure (2.12) et l'équation (2.8), on trouve la relation entre les angles de coupe  $\alpha_r$  et  $\alpha_n$  :

$$\tan \alpha_n = \frac{\sin \alpha_r \cos \lambda_s}{\cos \alpha_r} \quad (2.9)$$

$$\tan \alpha_n = \tan \alpha_r \cos \lambda_s \quad (2.10)$$

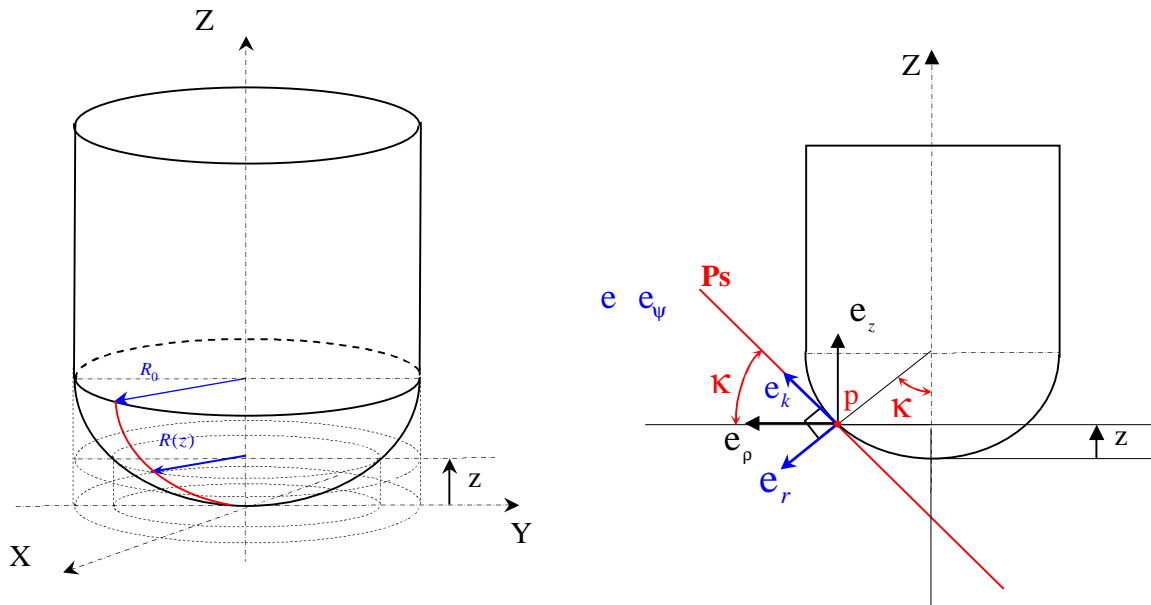
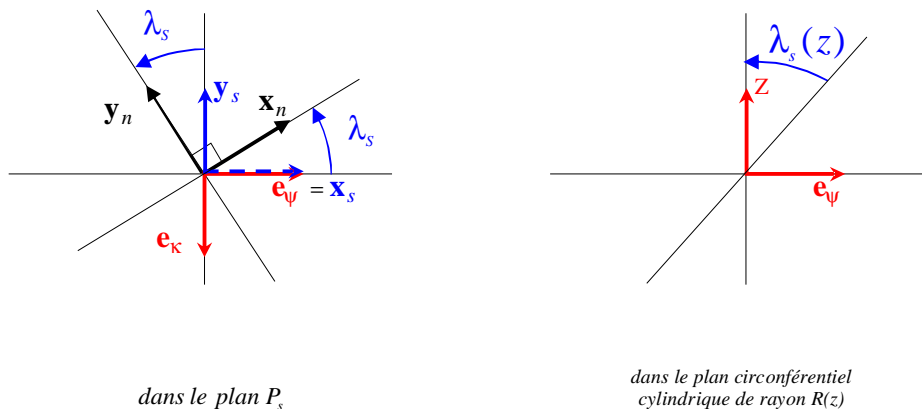


Fig.2.13 Angle local d'hélice.



dans le plan  $P_s$

dans le plan circonférentiel  
cylindrique de rayon  $R(z)$

Fig.2.14 Projection des axes

En utilisant la géométrie de la figure (2.14), on écrit les relations géométriques entre les différentes bases :

$$\mathbf{y}_n = -\sin \lambda_s \mathbf{e}_\psi - \cos \lambda_s \mathbf{e}_\kappa \quad (2.11)$$

$$\mathbf{e}_\kappa = \cos \kappa \mathbf{e}_p + \sin \kappa \mathbf{e}_z \quad (2.12)$$

$$\mathbf{y}_n = -\cos \kappa \cos \lambda_s \mathbf{e}_p - \sin \lambda_s \mathbf{e}_\psi - \sin \kappa \cos \lambda_s \mathbf{e}_z \quad (2.13)$$

Les composantes de  $\mathbf{y}_n$  sur  $e_\psi$  et  $e_z$  (Fig. 2.14) représentent la projection de  $\mathbf{y}_n$  suivant  $e_\rho$  dans le plan circonférentiel cylindrique :

$$\tan \lambda_s(z) = \frac{\sin \lambda_s}{\cos \lambda_s \sin \kappa} = \frac{\tan \lambda_s}{\sin \kappa} \quad (2.14)$$

d'où

$$\tan \lambda_s = \tan \lambda_s(z) \sin \kappa \quad (2.15)$$

Avec:  $\psi = \psi(Z) - \psi(0)$

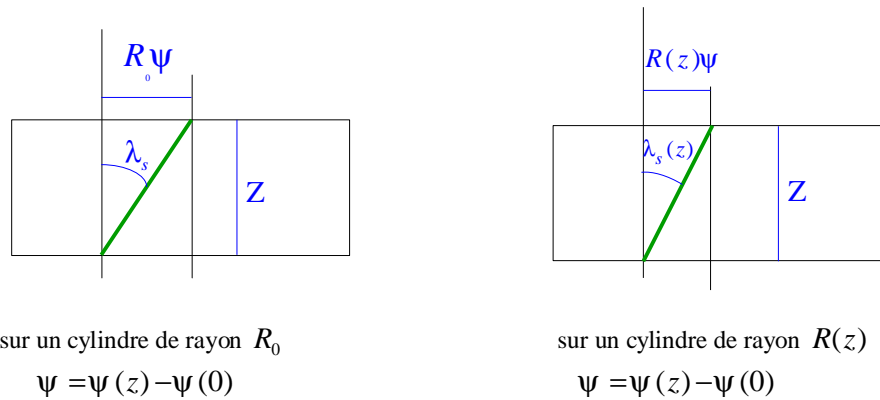


Fig. 2.15 Développement du plan circonférentiel

A partir de la figure (2.15) on peut déterminer l'angle d'hélice  $\lambda_s$ , qui est défini dans un cylindre de rayon  $R_0$  et l'angle d'hélice locale  $\lambda_s(Z)$  qui est défini dans un cylindre de rayon  $R(z)$ , par la relation suivante :

$$\tan \lambda_s = \frac{R_0 \psi}{Z} \quad (2.16)$$

$$\tan \lambda_s(z) = \frac{R(z) \psi}{Z} \quad (2.17)$$

avec  $\frac{\psi}{Z} = cste$

A partir des équations (2.16) et (2.17) on obtient l'expression suivante :

$$\tan \lambda_s(z) = \frac{R(z)}{R_0} \tan \lambda_s \quad (2.18)$$

$$R_0^2 = R^2(z) + (R_0 - Z)^2 \quad (2.19)$$

$$\text{tel que : } Z = \frac{R_0 \psi}{\tan \lambda_s} \quad (2.20)$$

En injectant cette valeur dans l'équation (2.19) on obtient:

$$R^2(z) = R_0^2 - \left( R_0 - \frac{R_0 \psi}{\tan \lambda_s} \right)^2 \quad (2.21)$$

$$R^2(z) = R_0^2 - R_0^2 (1 - \psi \cotan \lambda_s)^2 \quad (2.22)$$

Ce qui permet d'écrire  $R(z)$  sous la forme :

$$R(z) = R_0 \sqrt{1 - (1 - \psi \cotan \lambda_s)^2} \quad (2.23)$$

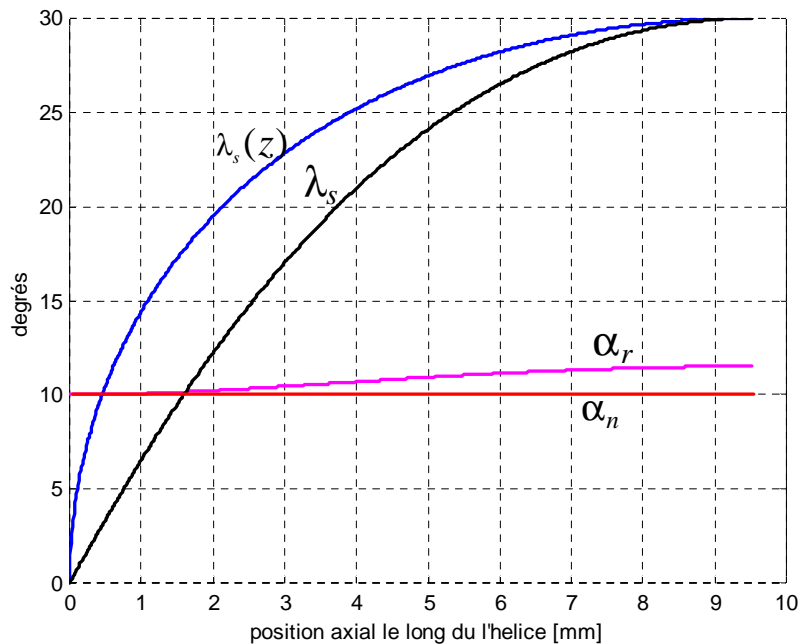


Fig.2.16 Variation des paramètres locaux pour une fraise hémisphérique le long de la direction axiale pour:  $R_0 = 9.525 \text{ mm}$ ,  $\lambda_s = 30^\circ$ ,  $\alpha_n = 10^\circ$

En fonction de la position axiale de la fraise, la figure (2.16) montre que l'angle normal de coupe  $\alpha_n$  est légèrement inférieur à l'angle radial  $\alpha_r$ . De même, on montre que l'angle d'hélice  $\lambda_s$  est inférieur à l'angle local d'hélice  $\lambda_s(z)$ .

### 2.3.2. Décomposition de la fraise hémisphérique

On traite la géométrie des outils complexes comme une somme d'outils élémentaires. Ainsi une fraise hémisphérique avec un angle d'hélice se décompose suivant son axe comme un empilement d'outils élémentaires de hauteur élémentaire  $dz$ . Pour chaque arête élémentaire, on se trouve dans le cas de la coupe oblique.

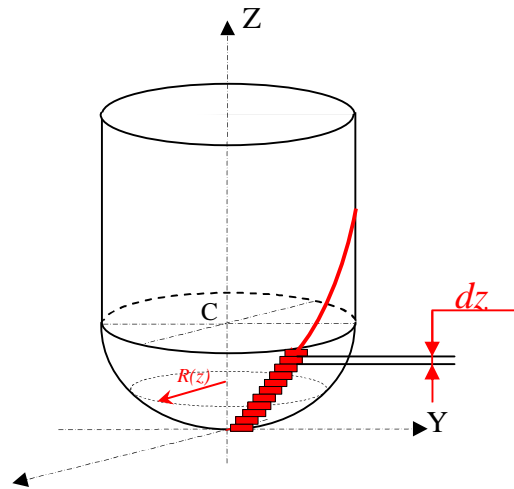


Fig. 2.17 Décomposition de l'outil en arêtes élémentaires.

### 2.3.3. Position de l'arête de coupe

La géométrie globale de la fraise hémisphérique est décrite dans la figure (2.18). Les paramètres de l'hélice sont définis dans un système de repère local  $R(X, Y, Z)$  lié à l'extrémité d'outil. Les parties tranchantes se trouvent sur la surface d'enveloppe d'outil qui se compose d'une surface cylindrique avec un rayon  $R_0$  et d'une surface hémisphérique avec le même rayon  $R_0$ .

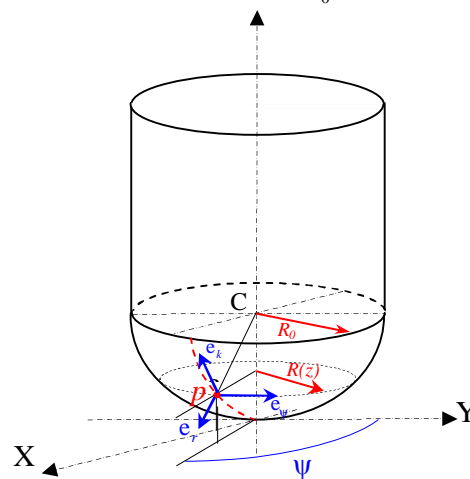


Fig.2.18 Position de l'arête de coupe.



Les coordonnées de chaque élément de la partie tranchante  $P$  peuvent être calculées en fonction de sa position angulaire  $\Psi$  et de sa hauteur  $z$  dans un système de repère local  $R(X,Y,Z)$ , donc on peut écrire le vecteur de position du point  $P$  à partir du centre de la fraise hémisphérique :

$$\vec{CP} = r = X \vec{X} + Y \vec{Y} + Z \vec{Z} \quad (2.24)$$

Le point  $P$  de l'hélice appartient au cylindre de rayon  $R(z)$  dans un plan parallèle au plan  $\mathbf{XY}$ :

$$X^2 + Y^2 = R^2(z) \quad (2.25)$$

Dans chaque point de la partie hémisphérique de la fraise de rayon  $R_0$  on a :

$$X^2 + Y^2 + Z^2 = R_0^2 \quad (2.26)$$

A partir des équations (2.25) et (2.26), on obtient l'expression suivante :

$$X^2 + Y^2 = R^2(z) = R_0^2 - Z^2 \quad (2.27)$$

A partir des équations (2.20) et (2.27), on a :

$$R^2(z) = R_0^2 - Z^2 = R_0^2 \left( 1 - \frac{Z^2}{R_0^2} \right) = R_0^2 \left( 1 - \psi^2 \cotan^2 \lambda_s \right) \quad (2.28)$$

Le rayon de chaque point  $P$  dans un plan parallèle au plan  $\mathbf{XY}$  peut être calculé comme une fonction de la position angulaire  $\Psi$  et du rayon de la fraise  $R_0$  et de l'angle d'inclinaison de l'arête  $\lambda_s$ , par la relation suivante :

$$R(z) = R_0 \sqrt{\left( 1 - \psi^2 \cotan^2 \lambda_s \right)} \quad (2.29)$$

La position du point  $P$  à partir de centre de la fraise  $C$  dans un repère  $R(X,Y,Z)$  est donnée par l'équation paramétrique suivante :

$$\mathbf{CP}=\mathbf{r}=\begin{cases} X = R(z) \cos\psi \\ Y = R(z) \sin\psi \\ Z = R_0\psi \cotan \lambda_s \end{cases} \quad (2.30)$$

Un vecteur élémentaire  $d\mathbf{r}$  est donné par la relation suivante dans le repère  $(X,Y,Z)$  :

$$d\mathbf{r} = dX \mathbf{X} + dY \mathbf{Y} + dZ \mathbf{Z} \quad (2.31)$$

Sur un élément d'hélice d'hauteur  $dz$  on définit la longueur d'un segment incurvé  $ds$ , comme suit:

$$ds = \|d\mathbf{r}\| = \sqrt{dX^2 + dY^2 + dZ^2} \quad (2.32)$$

A partir de l'équation (2.30) on a :

$$\begin{aligned} dX &= \left[ \frac{dR(z)}{d\psi} \cos\psi - R(z) \sin\psi \right] d\psi \\ dY &= \left[ \frac{dR(z)}{d\psi} \sin\psi + R(z) \cos\psi \right] d\psi \\ dZ &= [R_0 \cotan \lambda_s] d\psi \end{aligned} \quad (2.33)$$

avec  $R'(z)$  la dérivée de  $R(z)$  par rapport à  $\psi$  :

$$R'(z) = \frac{dR(z)}{d\psi} = \frac{-R_0\psi \cotan^2 \lambda_s}{\sqrt{1-\psi^2 \cotan^2 \lambda_s}} \quad (2.34)$$

A partir des équations (2.32), (2.33) et (2.34), on tire la relation donnant  $ds$  :

$$ds = \sqrt{R^2(z) + R'^2(z) + R_0^2 \cotan^2 \lambda_s} d\psi \quad (2.35)$$

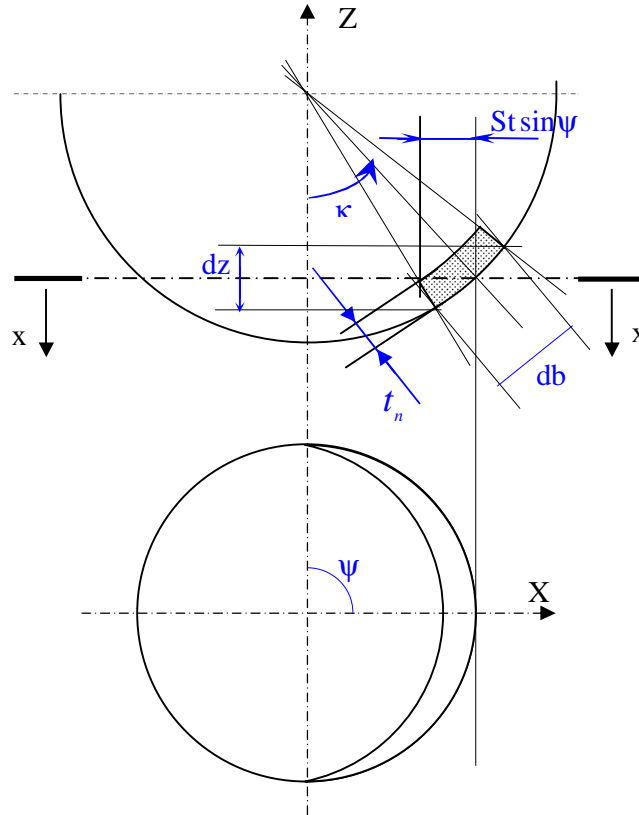


Fig.2.19 Quantité de matière à enlever.

D'après la figure (2.19), la quantité de matière à usiner dans l'élément  $dz$  qui est défini par le point  $P$  de l'hélice dépend de la position angulaire  $\psi$  de l'hélice et de l'avance par dent  $St$ . On déduit les relations suivantes :

$$\sin \kappa = \frac{t_n}{St \sin \psi} \quad \Rightarrow \quad t_n = St \sin \psi \sin \kappa \quad (2.36)$$

$$\cos \kappa = \frac{R_0 - z}{R_0} \quad \Rightarrow \quad db = \frac{dz}{\sin \kappa} \quad (2.37)$$

### 2.3.4. Position angulaire de l'hélice

Pour chaque hauteur  $Z$  de l'outil, on définit la position angulaire  $\Psi_j$  du point  $P$  (Fig. 2.20) de l'outil élémentaire  $j$  en fonction de l'angle de rotation de la fraise  $\theta$ , du rayon  $R_0$ , de l'angle d'hélice  $\lambda_s$ , de la hauteur  $Z$  et du nombre de dents  $N_f$  :

$$\Psi_j = \theta - \frac{z}{R_0} \tan \lambda_s + (j-1) \frac{2\pi}{N_f} \quad (2.38)$$

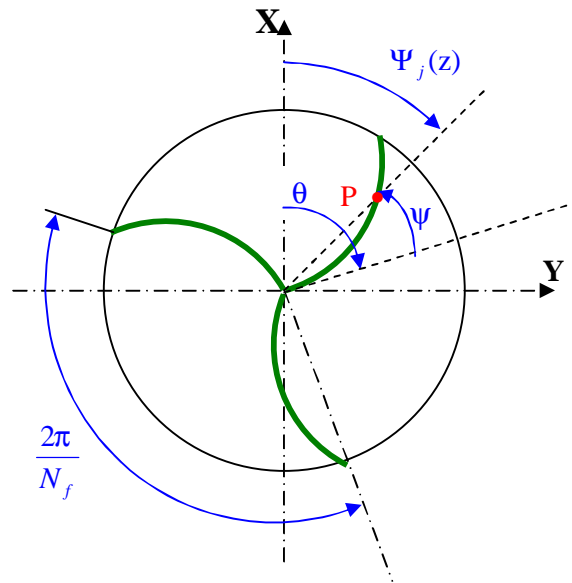


Fig. 2.20 Position angulaire de l'hélice.

### 2.4. Efforts de coupe

L'effort de coupe  $d\mathbf{F}$  exercé sur chaque élément  $dz$  de l'outil est la somme d'une composante radiale  $dF_r$  et d'une composante tangentielle  $dF_\psi$  et d'une composante axiale  $dF_x$  (Fig.2.21). Les composantes  $(F_x, F_y, F_z)$  de l'effort de coupe total exercé sur l'outil dans un repère cartésien est la somme des efforts de coupe élémentaires  $(dF_x, dF_y, dF_z)$  qui sont exercés sur chaque arête élémentaire dans le même repère.

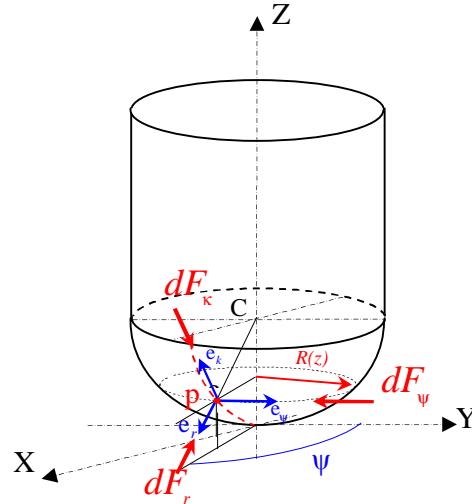


Fig. 2.21 Les efforts de coupe.

D'après l'approche mécanistique, les composantes de l'effort de coupe sont le produit de la quantité de matière à usiner par un coefficient spécifique de coupe ou une pression spécifique de coupe:

$$\begin{cases} dF_r = K_{re} ds + K_{rn}(\theta, z) db \\ dF_\psi = K_{\psi e} ds + K_{\psi n}(\theta, z) db \\ dF_\kappa = K_{ke} ds + K_{kn}(\theta, z) db \end{cases} \quad (2.39)$$

$K_r, K_\psi, K_\kappa$  sont les pressions spécifiques de coupe en  $[\text{N}/\text{mm}^2]$  et  $K_{re}, K_{\psi e}, K_{ke}$  les pressions linéiques en  $[\text{N}/\text{mm}]$  dans la base  $(e_r, e_\psi, e_\kappa)$ .

Les valeurs de ces coefficients sont celles identifiées pas P.LEE et Y.Altintas [??] pour le  $\text{Ti}_6\text{Al}_4\text{V}$  et par K.Shirease et Y.Altintas [??] pour l'Alu 7075.

D'après la figure (2.18), on peut écrire les composantes des forces de coupe sur chaque arête de coupe élémentaire dans le repère cartésien  $R(X, Y, Z)$  :

$$\begin{Bmatrix} dF_X \\ dF_Y \\ dF_Z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \kappa \cos \psi & \sin \psi & -\cos \kappa \cos \psi \\ -\sin \kappa \sin \psi & -\cos \psi & -\cos \kappa \sin \psi \\ -\cos \kappa & 0 & \sin \kappa \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dF_r \\ dF_\psi \\ dF_\kappa \end{Bmatrix} \quad (2.40)$$

Les efforts résultants sur l'outil sont alors obtenus par intégration le long de l'axe de l'outil pour une position angulaire donnée où  $Z$  est la profondeur de passe de l'outil:

$$\begin{cases} F_x = \int_0^Z dF_x = \int_0^Z (-\sin \kappa \cos \psi \, dF_r + \sin \psi \, dF_\psi - \cos \kappa \cos \psi \, dF_\kappa) \\ F_y = \int_0^Z dF_y = \int_0^Z (-\sin \kappa \sin \psi \, dF_r - \cos \psi \, dF_\psi - \cos \kappa \sin \psi \, dF_\kappa) \\ F_z = \int_0^Z dF_z = \int_0^Z (-\cos \psi \, dF_r + \sin \kappa \, dF_\kappa) \end{cases} \quad (2.41)$$

## 2.5. Modélisation du contact Outil-Pièce

La difficulté du calcul des efforts de coupe ainsi modélisés réside dans la détermination de la quantité de matière à usiner le long de l'hélice de l'outil, cette dernière est une fonction non seulement de la position de l'outil par rapport à la pièce, mais aussi elle dépend du profil de la surface usinée. Cette difficulté a été levée par la détermination de la zone de contact Outil-Pièce pour chaque instant.

### 2.5.1. Trajectoire de l'outil de coupe en 2D

Pour obtenir la force résultante, il est nécessaire d'effectuer une intégration numérique le long de l'hélice en contact avec la matière de la pièce. Par conséquent, les zones d'intégration sont basées sur les conditions de pénétration de l'hélice dans la pièce. Celles-ci dépendent de la pente de la trajectoire de l'outil qui est définie dans un plan parallèle à  $\mathbf{XZ}$ . Sur la figure (2.22) on distingue trois types de pente : croissante, décroissante et nul et pour chaque cas on doit calculer la quantité de matière à usiner  $\Delta z$ .

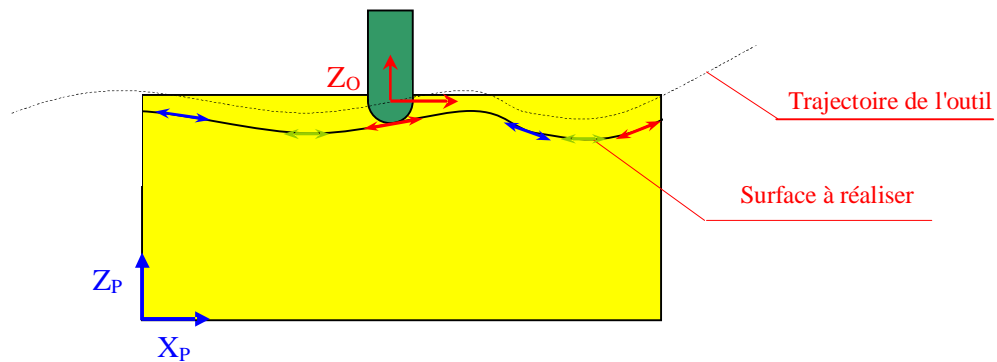


Fig. 2.22 Trajectoire de l'outil dans un plan parallèle au plan XZ.

On dit que la trajectoire d'un outil qui est définie par la fonction  $f(x)$  est croissante (Fig. 2.23) dans un point  $x_0$  de la trajectoire si et seulement si sa dérivée  $f'(x_0)$  est positive et dans ce cas le contact outil-pièce est défini par  $\Delta z$  :

$$\Delta Z = H - (f(x) - R_0 \cos \alpha) \quad (2.42)$$

où  $H$  est la hauteur de la pièce à usiner,  $R_0$  le rayon de la fraise,  $\alpha$  est l'angle entre la pente et le plan horizontal, avec :

$$\tan \alpha = f'(x_0) \quad (2.43)$$

$$\text{et } \alpha = \arctan(f'(x_0)) \quad (2.44)$$

On remplace l'équation (2.44) dans (2.42), on obtient aussi:

$$\Delta Z = H - \left[ f(x) - R_0 \cos(\arctan(f'(x_0))) \right] \quad (2.45)$$

Pour obtenir la force résultante, il est nécessaire d'effectuer une intégration le long de l'hélice en contact avec la pièce. Par conséquent, les bornes d'intégration ( $Z1$  et  $Z2$ ) sont calculer ont basant sur les conditions de contact Outil-Pièce. Celles-ci dépendent de la trajectoire de l'outil. Donc l'expression de l'effort de coupe devient alors :

$$\begin{cases} F_x = \int_{Z1}^{Z2} dF_x = \int_{Z1}^{Z2} (-\sin \kappa \cos \psi \, dF_r + \sin \psi \, dF_\psi - \cos \kappa \cos \psi \, dF_\kappa) \\ F_y = \int_{Z1}^{Z2} dF_y = \int_{Z1}^{Z2} (-\sin \kappa \sin \psi \, dF_r - \cos \psi \, dF_\psi - \cos \kappa \sin \psi \, dF_\kappa) \\ F_z = \int_{Z1}^{Z2} dF_z = \int_{Z1}^{Z2} (-\cos \psi \, dF_r + \sin \kappa \, dF_\kappa) \end{cases} \quad (2.46)$$

Et

$$\begin{cases} Z1 = R_0 - R_0 \cos(\arctan(f'(x_0))) \\ Z2 = Z1 + \Delta Z \\ \Delta Z = H - (f(x) - R_0 \cos(\arctan(f'(x_0)))) \end{cases} \quad (2.47)$$

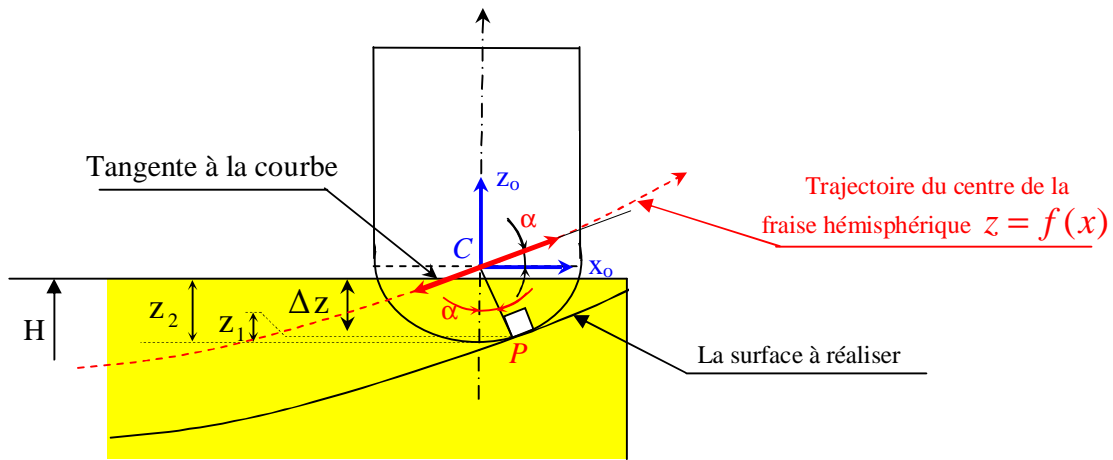


Fig. 2.23 Cas d'une pente croissante

Dans le cas d'une pente croissante, on usine si le point  $P$  de l'arête élémentaire est en face à la matière (Fig.2.23), c'est à dire:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{On usine si } 0^\circ \leq \Psi_j \leq 180^\circ \\ \text{Avec } \Psi_j = \theta - \frac{z}{R_0} \tan \lambda_s + (j-1) \frac{2\pi}{N_f} \end{array} \right. \quad (2.48)$$

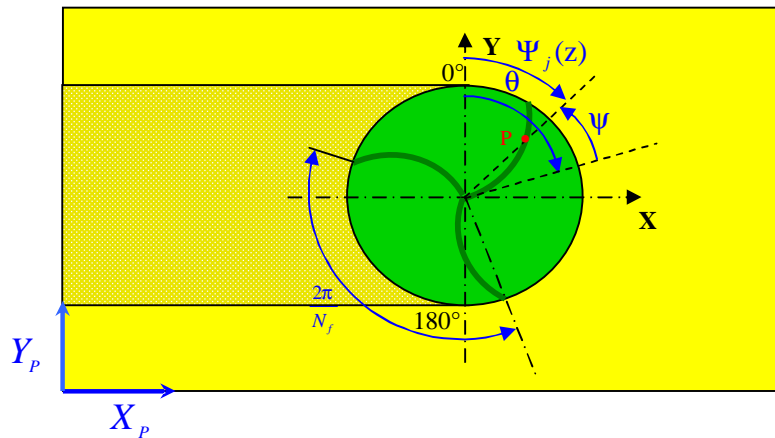


Fig.2.24 Les angles d'engagement dans la matière

Si la pente au point  $x_0$  de la trajectoire est négative (Fig.2.25) et le contact Outil-Pièce qui est défini par  $\Delta z$ , qui est donné par la relation suivante:



$$\Delta Z = H - (f(x_0) - R_0) \tag{2.49}$$

$$Z1 = R_0 - R_0 \cos(\arctan(f'(x_0))) \tag{2.50}$$

L'effort de coupe et la sommation des deux zones :

$$\begin{cases} F_x = \int_0^{Z1} dF_x + \int_{Z1}^{Z2} dF_x \\ F_y = \int_0^{Z1} dF_y + \int_{Z1}^{Z2} dF_y \\ F_z = \int_0^{Z1} dF_z + \int_{Z1}^{Z2} dF_z \end{cases} \tag{2.51}$$

tel que :

$$\begin{cases} Z1 = R_0 - R_0 \cos(\arctan(f'(x_0))) \\ Z2 = \Delta Z \\ \Delta Z = H - (f(x_0) - R_0) \end{cases} \tag{2.52}$$

Sur l'hélice de coupe on a deux zones, dans la première zone on peut dire qu'on est dans le cas du perçage et dans la deuxième zone, on est dans le cas du fraisage de face :

$$\begin{cases} Si & 0 \leq Z \leq Z1 & \begin{cases} 0^\circ < \Psi_j < 360^\circ \\ 0^\circ \leq \Psi_j \leq 180^\circ \\ 180^\circ < \Psi_j < 360^\circ \end{cases} & \begin{matrix} \text{usinage} \\ \text{usinage} \\ \text{pas d'usinage} \end{matrix} \end{cases} \tag{2.53}$$

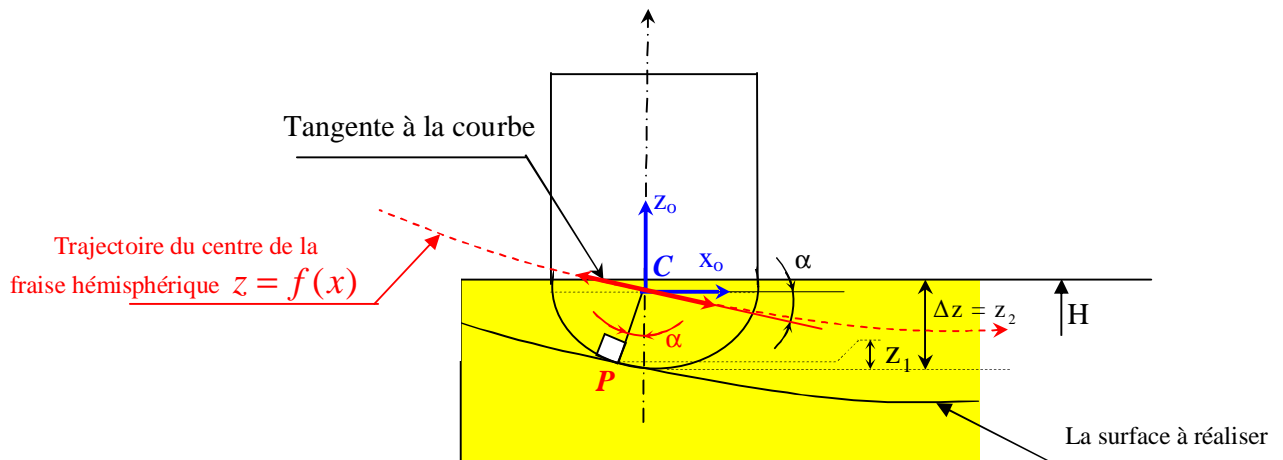


Fig. 2.25 Cas d'une pente décroissante

Si maintenant la pente au point  $x_0$  de la trajectoire est nulle, le contact Outil-Pièce sera défini par l'expression :

$$\begin{cases} Z1 = 0 \\ Z2 = \Delta Z \\ \Delta Z = H - (f(x_0) - R) \end{cases} \quad (2.54)$$

et l'expression de l'effort de coupe devient:

$$\begin{cases} F_x = \int_{Z1}^{Z2} dF_x = \int_{Z1}^{Z2} (-\sin \kappa \cos \psi \, dF_r + \sin \psi \, dF_\psi - \cos \kappa \cos \psi \, dF_\kappa) \\ F_y = \int_{Z1}^{Z2} dF_y = \int_{Z1}^{Z2} (-\sin \kappa \sin \psi \, dF_r - \cos \psi \, dF_\psi - \cos \kappa \sin \psi \, dF_\kappa) \\ F_z = \int_{Z1}^{Z2} dF_z = \int_{Z1}^{Z2} (-\cos \psi \, dF_r + \sin \kappa \, dF_\kappa) \end{cases} \quad (2.55)$$

### 2.5.2. Trajectoire de l'outil de coupe en 3D

Dans le cas où la trajectoire de l'outil est défini dans l'espace, le contact Outil-Pièce dépend de la pente de la trajectoire et des angles d'entrée et de sortie de la matière. Pour définir ces deux paramètres on doit définir le vecteur vitesse du centre de la fraise .

La trajectoire  $f(x, y, z)$  de l'outil est donnée par une équation de forme paramétrique :

$$\begin{cases} x_C = Vf_x(t) + x_e \\ y_C = Vf_y(t) + y_e \\ z_C = Vf_z(t) + z_e \end{cases} \quad (2.56)$$

Où  $Vf_x(t)$ ,  $Vf_y(t)$  et  $Vf_z(t)$  sont les vitesses d'avance de l'outil suivant les axes X, Y et Z respectivement en fonction de temps.  $x_e$ ,  $y_e$  et  $z_e$  sont les coordonnées du point de départ du centre de la fraise C.

Les coordonnées du vecteur vitesse sont données par le gradient de la fonction  $f(x, y, z)$  :

$$\text{grad}f = \begin{cases} \frac{\partial x_c}{\partial t} = \frac{\partial V_{f_x}(t)}{\partial t} \\ \frac{\partial y_c}{\partial t} = \frac{\partial V_{f_y}(t)}{\partial t} \\ \frac{\partial z_c}{\partial t} = \frac{\partial V_{f_z}(t)}{\partial t} \end{cases} \quad (2.57)$$

Si :

$$\begin{cases} \frac{\partial z_c}{\partial t} > 0 \text{ la pente est croissante suivant l'axe Z} \\ \frac{\partial z_c}{\partial t} < 0 \text{ la pente est décroissante suivant l'axe Z} \\ \frac{\partial z_c}{\partial t} = 0 \text{ la pente est nulle suivant l'axe Z} \end{cases} \quad (2.58)$$

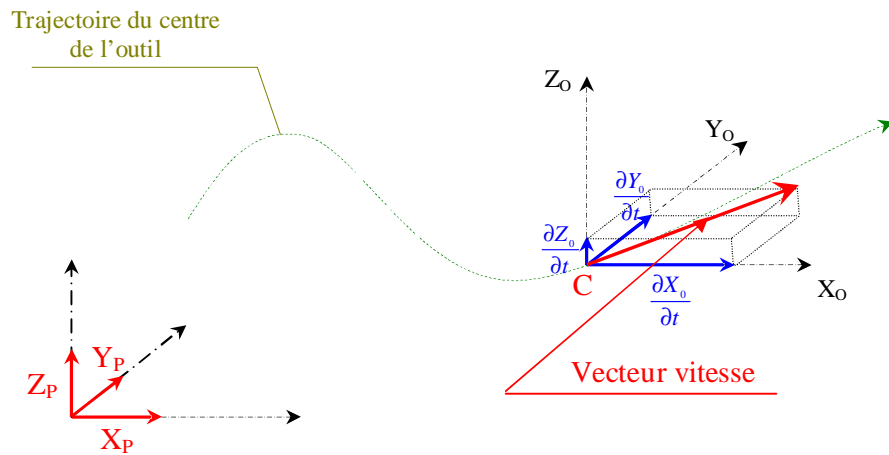


Fig. 2.26 Trajectoires de l'outil dans l'espace

D'après la figure (2.27), la pente suivant l'axe Z dans chaque point est définie par :

$$\tan \alpha = \frac{\frac{\partial z_0}{\partial t}}{\frac{\partial x_0}{\partial t}} \quad (2.59)$$

où  $\frac{\partial z_0}{\partial t}$  est la composante du vecteur vitesse suivant l'axe Z et  $\frac{\partial x_0}{\partial t}$  est la composante suivant l'axe X.

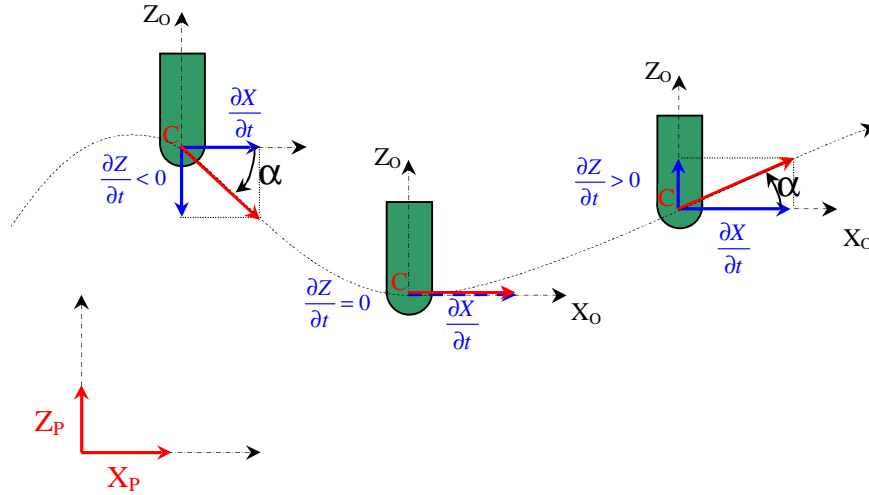


Fig. 2.27 Cas d'une pente croissante, décroissante et nulle

Pour déterminer l'angle d'entrée et de sortie, on distingue trois cas (Fig.2.28):

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{si } \frac{\partial Y}{\partial t} > 0 \\ \text{si } \frac{\partial Y}{\partial t} < 0 \\ \text{si } \frac{\partial Y}{\partial t} = 0 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \theta_e = 0^\circ - \theta \\ \theta_s = 180^\circ - \theta \\ \theta_e = 0^\circ + \theta \\ \theta_s = 180^\circ + \theta \\ \theta_e = 0^\circ \\ \theta_s = 180^\circ \end{array} \right. \quad (2.60)$$

où  $\theta$  est l'angle entre la projection du vecteur d'avance sur le plan XY et l'axe Y, dans le même plan (Fig. 2.28), l'angle  $\theta$  est défini par la relation suivante :

$$\tan \theta = \frac{\frac{\partial y}{\partial t}}{\frac{\partial x}{\partial t}} \quad (2.61)$$

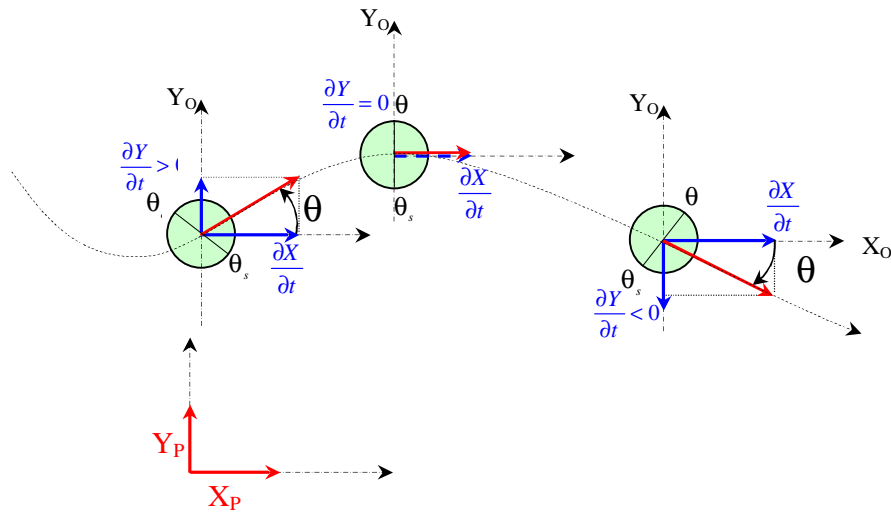


Fig. 2.28 Angles d'entrée et de sortie de la fraise.

Les composants de l'effort de coupe sont obtenus par une sommation en fonction du nombre d'arête  $j$  en contact avec la pièce :

$$\begin{cases} dF_x(\theta, z) = \sum_{j=1}^{N_f} dF_x(\theta, z, j) \\ dF_y(\theta, z) = \sum_{j=1}^{N_f} dF_y(\theta, z, j) \\ dF_z(\theta, z) = \sum_{j=1}^{N_f} dF_z(\theta, z, j) \end{cases} \quad (2.62)$$

et une intégration le long de l'hélice en contact avec la pièce:

$$\begin{cases} F_x = \int_{z_1}^{z_2} dF_x(\theta, z) \\ F_y = \int_{z_1}^{z_2} dF_y(\theta, z) \\ F_z = \int_{z_1}^{z_2} dF_z(\theta, z) \end{cases} \quad (2.63)$$

## 2.6. Conclusion

Dans cette partie on a utilisé un modèle mécanistique pour calculer l'effort de coupe en fraisage avec un outil hémisphérique. La géométrie d'outil est décomposée en série d'arêtes élémentaires suivant l'axe de la fraise. À n'importe quel élément actif, la formation de copeau est obtenue à partir d'un processus de la coupe oblique caractérisée par la section de copeau non déformé et les angles locaux de coupe. Cette méthode prévoit exactement la distribution de force de coupe sur les hélices hélicoïdales de l'outil hémisphérique à chaque instant. La contribution principale de ce modèle est d'étudier la trajectoire de l'outil dans l'espace. Ainsi, les valeurs de l'épaisseur de copeau peuvent être calculées pour n'importe quelle trajectoire d'usinage. La validation de ce modèle et l'objectif de chapitre 3 où on va étudier plusieurs cas d'usinage pour bien déterminer les zones de contact Outil-Pièce.

## Chapitre 3

# Simulation du fraisage hémisphérique

*Dans ce chapitre, nous utilisons l'approche mécanistique pour étudier l'influence des paramètres de coupe et de la géométrie de la fraise sur les forces de coupe, pour le cas de l'usinage de l' Alu 7075 et du  $Ti_6Al_4V$ . Nous présenterons quelques courbes obtenues lorsqu'on fait varier certains paramètres de coupe.*

*On calcule aussi les efforts de coupe pour les cas de l'usinage des surfaces simples et des surfaces complexes, pour déterminer ainsi les régions de l'engagement instantané de l'outil.*

*L'objectif final est de développer un programme de simulation pour calculer l'effort de coupe pour chaque position de l'outil dans l'espace et pour cela on va étudier plusieurs cas pour valider notre modèle.*

*Dans notre étude, l'outil est supposé parfaitement être rigide, (c'est-à-dire aucune déviation qui se produit).*

### 3.1. Influence des paramètres de coupe

Dans cette partie nous étudierons l'influence des paramètres de coupe et de la géométrie de la fraise sur les efforts de coupe, pour un cas d'immersion complète dans la matière par une fraise hémisphérique à une seule dent, (Fig.3.1).

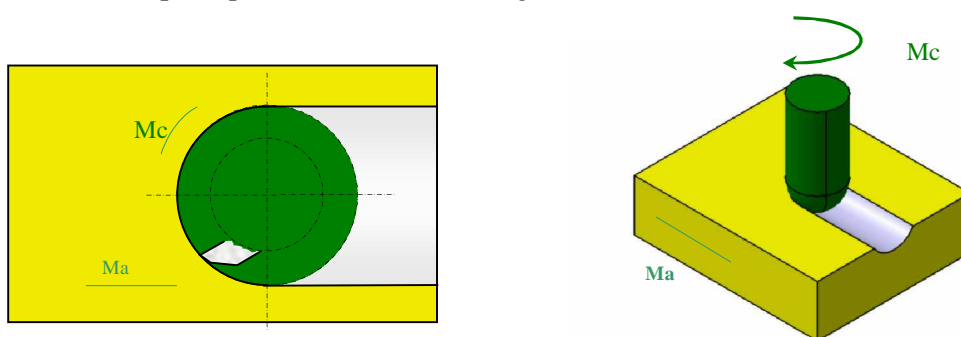


Fig. 3.1 Fraisage hémisphérique en immersion complète.

### 3.1.1. Détermination de $dz$ optimale

On voit sur les courbes (Fig. 3.2) que la hauteur de l'arête élémentaire  $dz$  de 0.1 mm n'est pas suffisante pour approcher correctement les valeurs réelles. Les résultats obtenus de simulation pour  $dz = 10^{-3}$  mm sont très proches de ceux obtenus avec  $dz = 10^{-6}$  mm, avec un temps de calcul qui est nettement diminué. C'est donc la valeur que l'on retiendra par la suite.

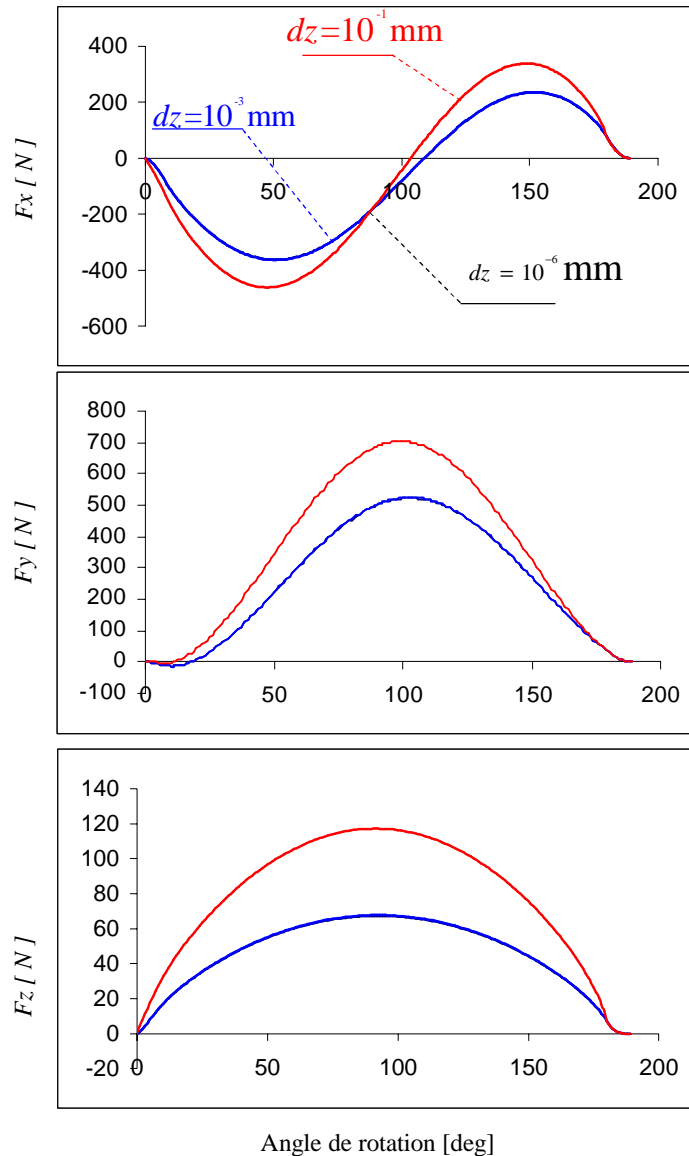


Fig. 3.2 Optimisation de  $dz$  :  $R_0=5\text{mm}$ ,  $\alpha_n=0^\circ$ ,  $\lambda_s=30^\circ$ ,  $S_t=0.025\text{mm dent}^{-1}$ ,  $a=1.27\text{mm}$ , matériau usiné :  $\text{Ti}_6\text{Al}_4\text{V}$ .



### 3.1.2. Influence de l'angle coupe $\alpha_n$

L'angle  $\alpha_n$  a une grande influence sur la composante de l'effort de coupe  $F_z$  (plus il est grand, plus l'arête est creusée). Donc la matière usinée (le copeau) maintient la fraise plus fermement vers le bas. Par contre les deux autres composantes ( $F_x$  et  $F_y$ ) de l'effort de coupe n'ont pas une influence importante, (Fig. 3.3).

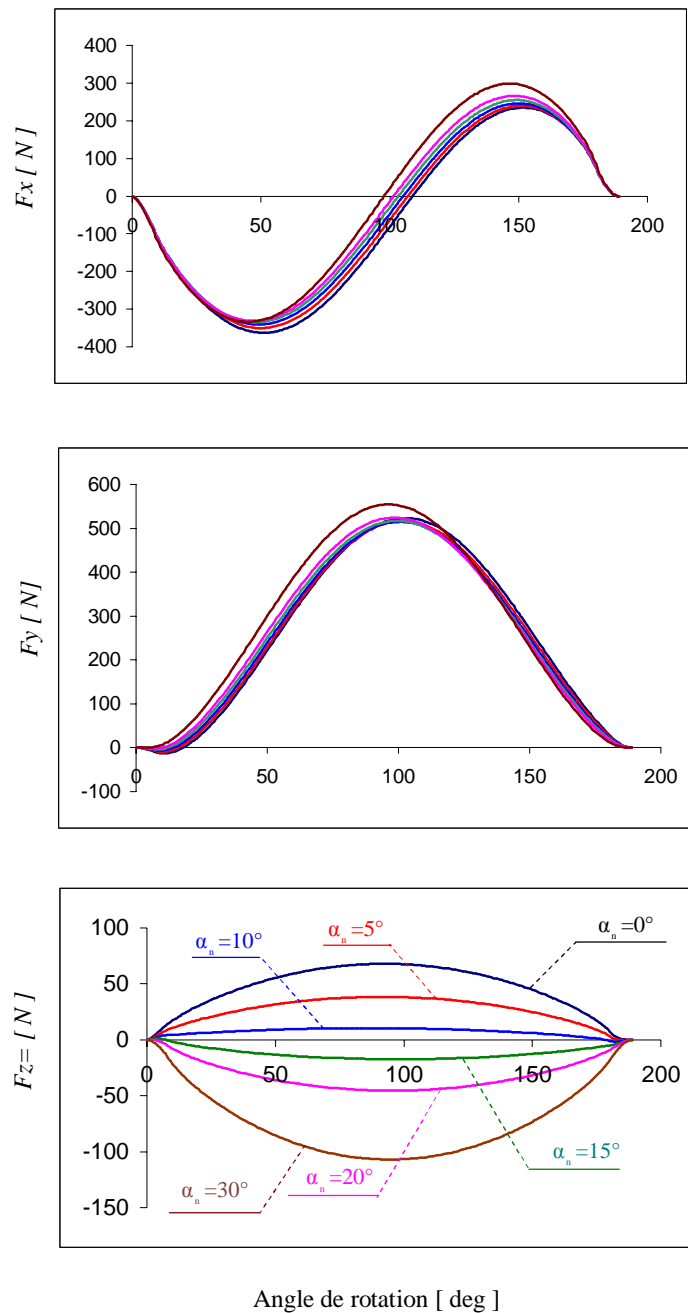


Fig. 3.3 Influence de  $\alpha_n$  :  $R_0=5\text{mm}$ ,  $\lambda_s=30^\circ$ ,  
 $S_t=0.025\text{mm dent}^{-1}$ ,  $a=1.27\text{mm}$ , matériau usiné :  $\text{Ti}_6\text{Al}_4\text{V}$ .

### 3.1.3. Influence de l'angle d'hélice $\lambda_s$

La figure (3.4) montre que si on augmente l'angle d'hélice  $\lambda_s$ , on provoque un retard dans les courbes  $F_x$  et  $F_y$  mais à des amplitudes similaires. Par contre pour la troisième composante de l'effort de coupe  $F_z$ , l'amplitude est diminuée.

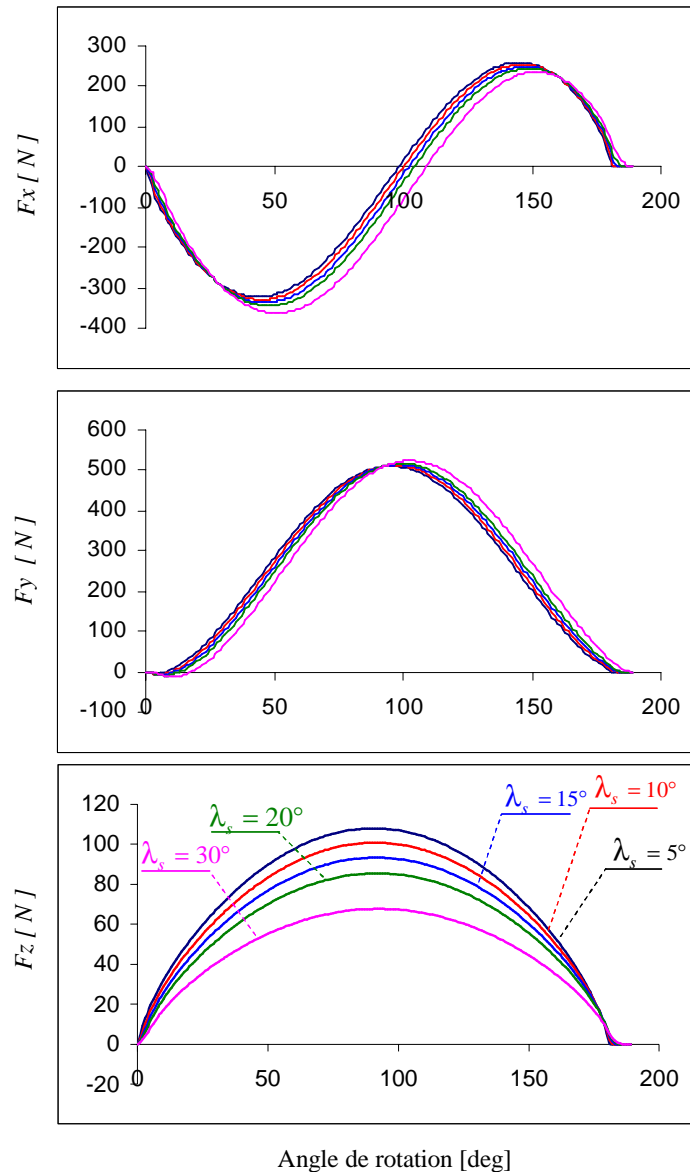


Fig. 3.4 Influence de  $\lambda_s$  :  $R_0=5\text{mm}$ ,  $\alpha_n=0^\circ$ ,  $S_t=0.025\text{mm dent}^{-1}$ ,  $a=1.27\text{mm}$ , matériau usiné :  $\text{Ti}_6\text{Al}_4\text{V}$ .

### 3.1.4. Influence de l'avance par dent $S_t$

La figure (3.5) présente les résultats de l'évolution des efforts de coupe en fonction de la variation de l'avance par dent  $S_t$ . On remarque que l'effort de coupe augmente (en valeur absolue) lorsque l'avance augmente. Cette évolution s'explique logiquement par le fait que l'avance participe à la définition de la section coupée. Si l'avance augmente, la section coupée augmente également et les composantes de l'effort de coupe vont s'accroître par conséquent.

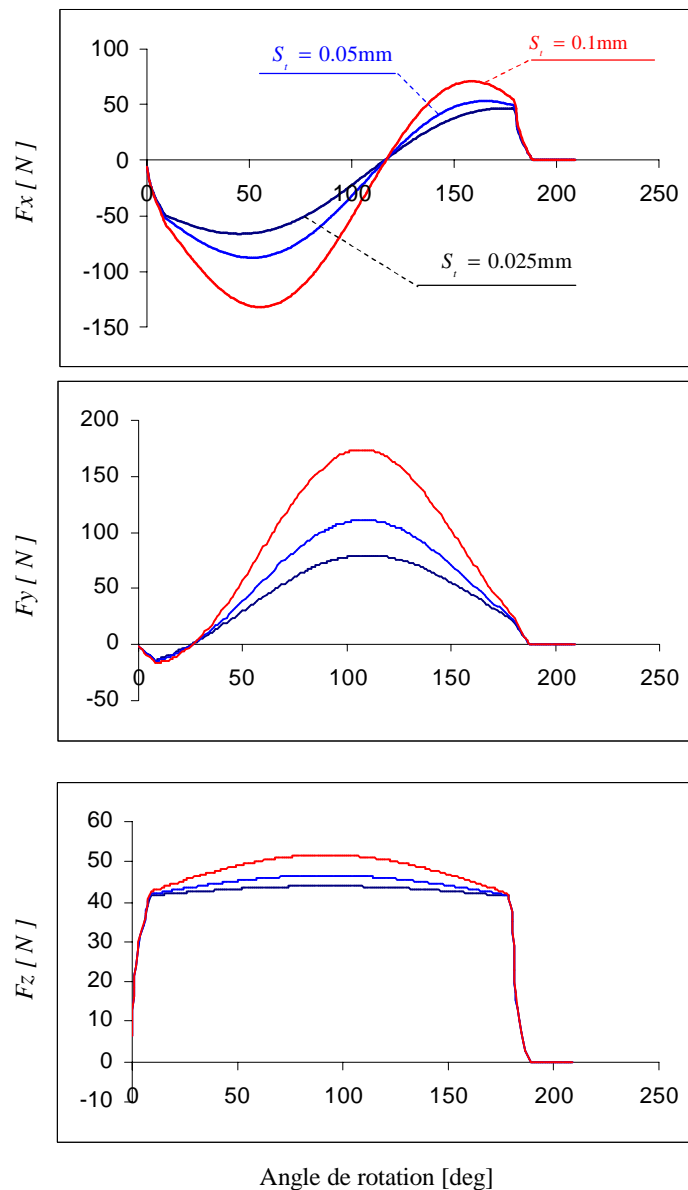


Fig. 3.5 Influence de  $S_t$  :  $R_0=5\text{mm}$ ,  $\alpha_n=0^\circ$ ,  
 $\lambda_s=30^\circ$ ,  $a=1.27\text{mm}$ , matériau usiné : Alu 7075.

### 3.1.5. Influence de rayon de la fraise $R_0$

La figure (3.6) montre que l'amplitude de trois composantes de l'effort de coupe ( $F_x$ ,  $F_y$ ,  $F_z$ ) augmente avec l'augmentation du rayon de la fraise  $R_0$ . Pour  $F_x$  et avant  $90^\circ$  l'outil progresse selon les x positifs, puis il progresse selon les x négatifs jusqu'à attendre l'angle de  $180^\circ$ ; par contre les composantes ( $F_y$  et  $F_z$ ) ont des amplitudes positifs qui augmentent quand le rayon  $R_0$  augmente.

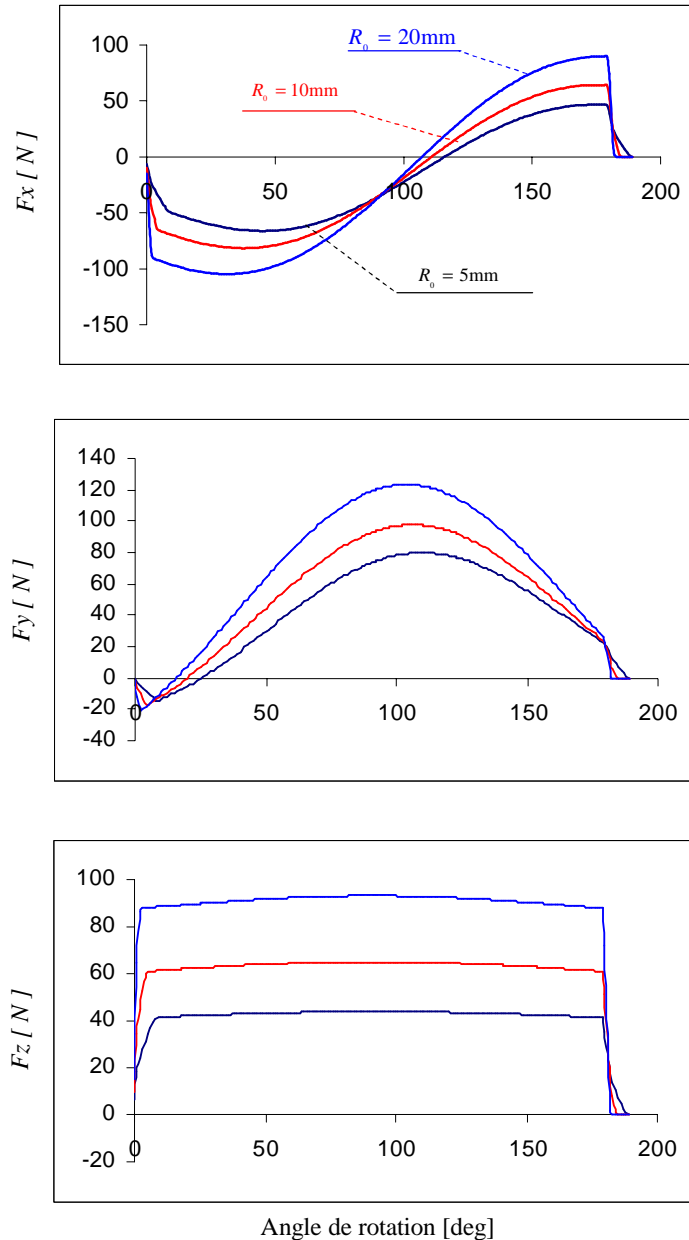


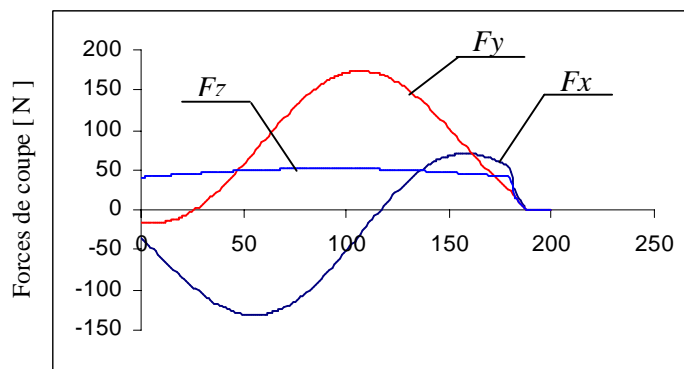
Fig. 3.6 Influence de  $R_0$  :  $S_t=0.025\text{mm}$ ,  $\alpha_n=0^\circ$ ,  $\lambda_s=30^\circ$ ,  $a=1.27\text{mm}$ , matériau usiné: Alu 7075.

On constate que l'amplitude des efforts de coupe augmente avec l'augmentation du diamètre de la fraise, ce qui s'explique par le fait qu'on enlève plus de matière avec une fraise de diamètre plus grand.

### 3.2. Fraise à plusieurs dents

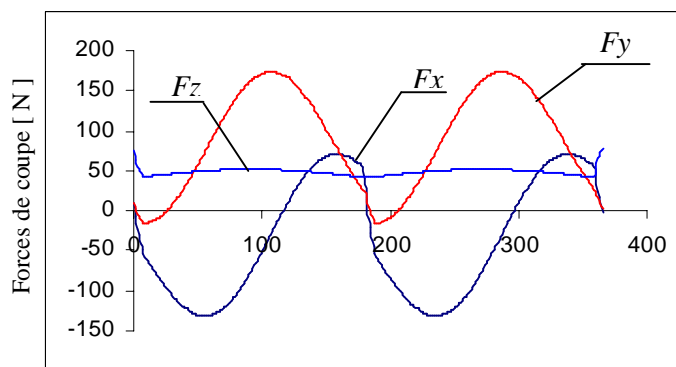
Les courbes suivantes représentent l'évolution des composantes de la force de coupe en fonction de l'angle de rotation de la fraise, pour un outil avec un nombre de dents qui varie de 1 à 4.

On remarque que l'amplitude des efforts est la même, car nous avons considéré l'avance par tour qui reste constante avec la variation du nombre de dents. On constate que l'évolution des forces est périodique (de période  $\frac{2\pi}{N_f}$ ) en fonction de l'angle de rotation, avec  $N_f$  qui est le nombre de dents.



Angle de rotation [deg]

Fig. 3.7 Fraise avec une seule dent :  $R_0 = 5\text{mm}$ ,  $S_t = 0.025\text{mm}$ ,  $\alpha_n = 0^\circ$ ,  $\lambda_s = 30^\circ$ ,  $a = 1.27\text{mm}$ , matériau usiné : Alu 7075.



Angle de rotation [deg]

Fig. 3.8 Fraise avec deux dents :  $R_0 = 5\text{mm}$ ,  $S_t = 0.025\text{mm}$ ,  $\alpha_n = 0^\circ$ ,  $\lambda_s = 30^\circ$ ,  $a = 1.27\text{mm}$ , matériau usiné : Alu 7075.

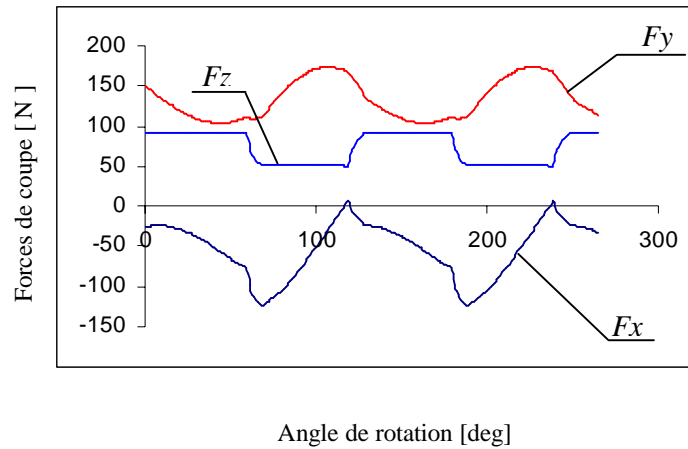


Fig. 3.9 Fraise avec trois dents :  $R_0 = 5\text{mm}$ ,  $S_t = 0.025\text{mm}$ ,  $\alpha_n = 0^\circ$ ,  $\lambda_s = 30^\circ$ ,  $a = 1.27\text{mm}$ , matériau usiné : Alu 7075.

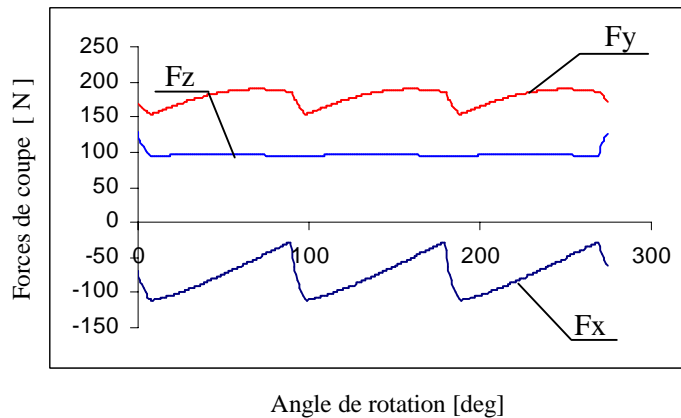


Fig. 3.10 Fraise avec quatre dents :  $R_0 = 5\text{mm}$ ,  $S_t = 0.025\text{mm}$ ,  $\alpha_n = 0^\circ$ ,  $\lambda_s = 30^\circ$ ,  $a = 1.27\text{mm}$ , matériau usiné : Alu 7075.

### 3.3. Fraisage en demi-immersion

#### 3.3.1. Fraisage en opposition

Dans ce cas du fraisage les deux mouvements, de coupe et d'avance s'opposent (Fig. 3.11). La dent de la fraise attaque la matière par le copeau minimum et accentue l'usure de l'arête, en provoquant ainsi un état de surface macrogéométrique qui inférieure au mode d'ondulation. La direction des efforts de coupe de la fraise en prise simultanée dans la matière tend à soulever la pièce.

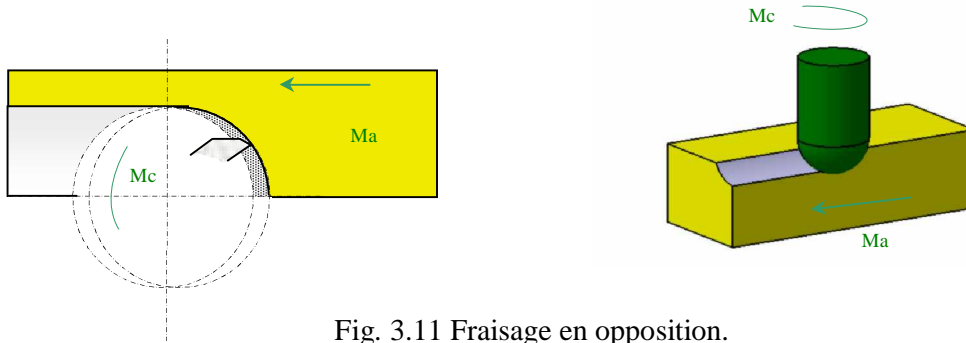


Fig. 3.11 Fraisage en opposition.

La figure (3.12) représente les composantes de la force de coupe dans le cas du fraisage hémisphérique en demi-immersion et en opposition, en utilisant une fraise avec une seule dent.

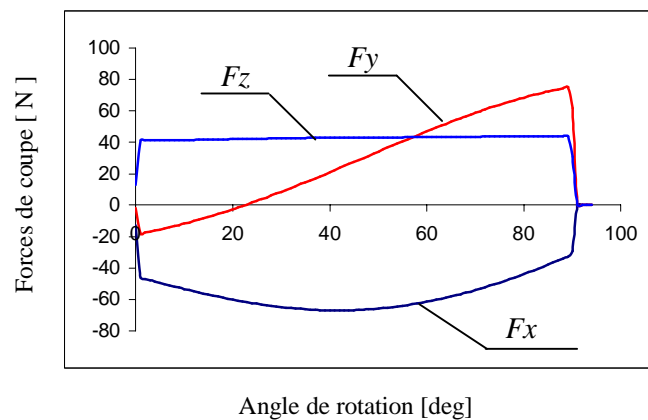


Fig. 3.12 Fraisage en opposition :  $R_0 = 5\text{mm}$ ,  $S_i = 0.025\text{mm}$ ,  $\alpha_n = 0^\circ$ ,  $\lambda_s = 30^\circ$ ,  $a = 1.27\text{mm}$ , matériau usiné : Alu 7075.

### 3.3.2. Fraisage en avalant

Dans ce cas du fraisage les deux mouvements de coupe et d'avance convergent dans la même direction (Fig. 3.12). Chaque dent attaque la matière par le copeau maximum. La composante principale de la résultante des efforts de coupe, des dents en prise simultanée dans la matière, tend à plaquer la pièce sur son support.

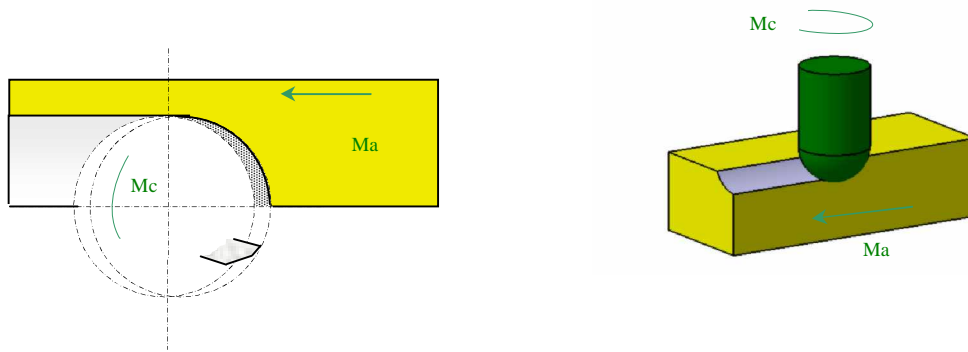


Fig. 3.13 Fraisage en concordance ou en avalant.

La figure (3.13) représente les composantes de la force de coupe dans le cas de fraisage en avalant.

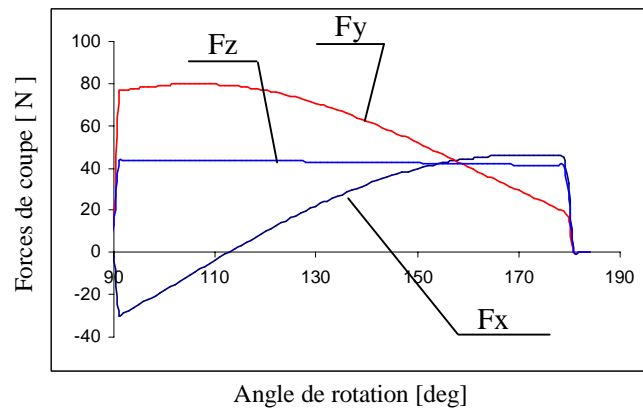
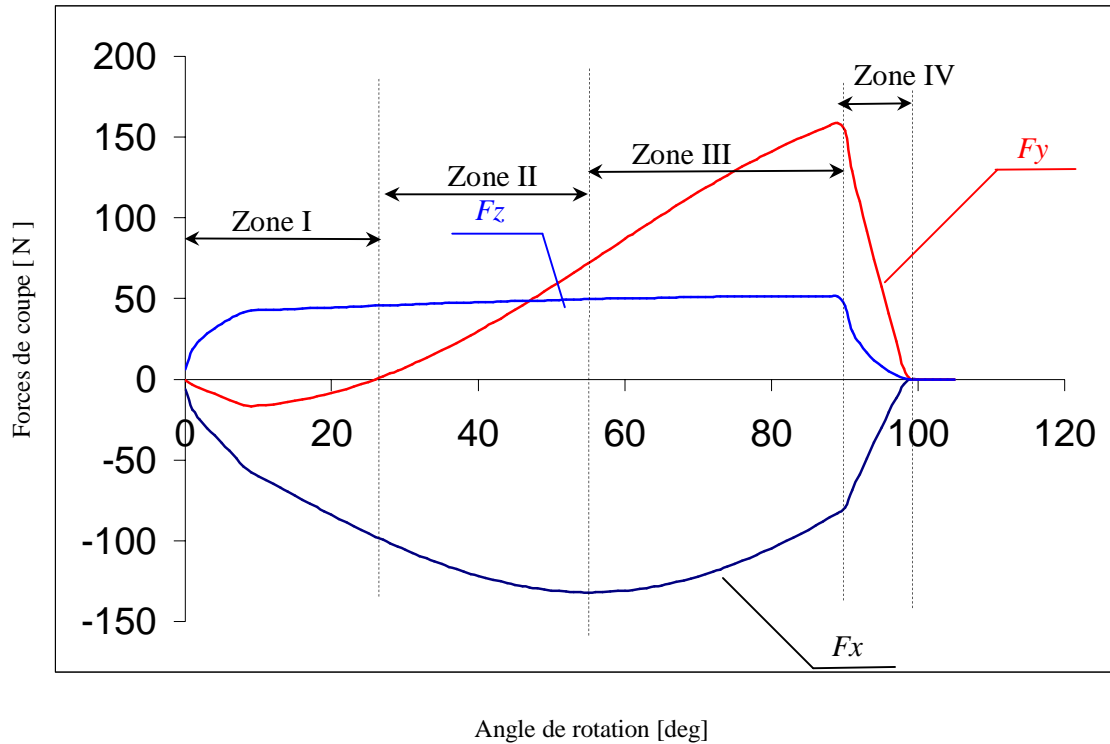


Fig. 3.14 Fraisage en avalant :  $R_0 = 5\text{mm}$ ,  $S_t = 0.025\text{mm}$ ,  $\alpha_n = 0^\circ$ ,  $\lambda_s = 30^\circ$ ,  $a = 1.27\text{mm}$ , matériau usiné : Alu 7075.

On s'intéresse dans ce qui suit au cas du fraisage hémisphérique en demi-immersion et en opposition, avec un angle d'hélice  $i_0 = 30^\circ$  et on fait une analyse des résultats obtenus.

La figure (3.15) montre que l'évolution de l'effort de coupe en fonction de l'angle de rotation se divise en quatre zones qui correspondent aux différentes situations.





Angle de rotation [deg]  
 Fig. 3.15 Fraise en demi immersion :  $R_0 = 5\text{mm}$ ,  $S_t = 0.025\text{mm}$ ,  $\alpha_n = 0^\circ$ ,  
 $\lambda_s = 30^\circ$ ,  $a = 1.27\text{mm}$ , matériau usiné : Alu 7075.

### Zone I :

Dans cette zone et comme indiqué sur les figures (3.15) et (3.16), la force  $F_x$  évolue dans le sens négatif. Cependant la force  $F_y$ , préalablement négative dans le domaine (0 :  $25^\circ$ ), évolue à partir de  $\theta = 25^\circ$  dans le sens positif.

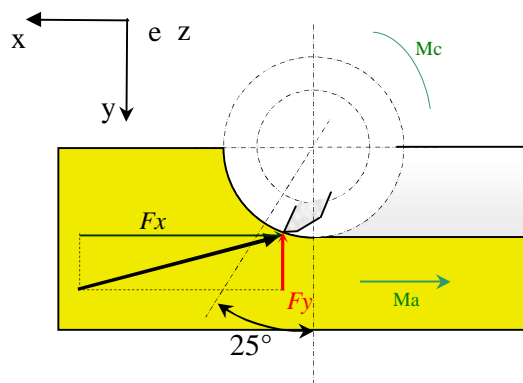


Fig. 3.16 Présentation des efforts de coupe dans la zone I.

Zone II :

Dans cette zone  $F_x$  est négative jusqu'à atteindre une valeur maximale pour  $\theta = 55^\circ$  et on constate que  $F_y$  augmente de façon continue.

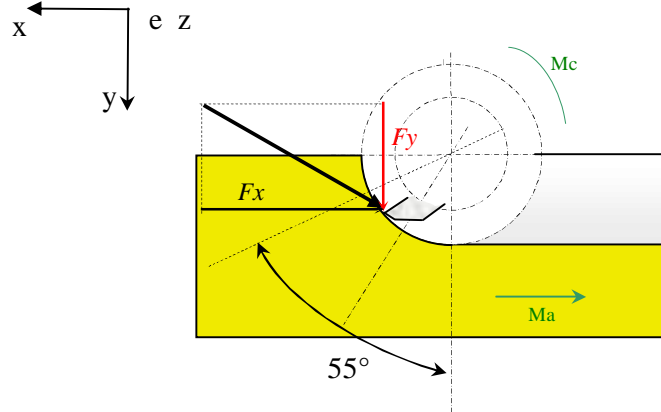


Fig. 3.17 Présentation des efforts de coupe dans la zone II.

Zone III:

Dans cette zone,  $F_x$  et  $F_y$  évoluent dans le même sens. En outre,  $F_y$  atteint sa valeur maximale à  $90^\circ$ , lorsque l'outil est au seuil terminal de la matière.

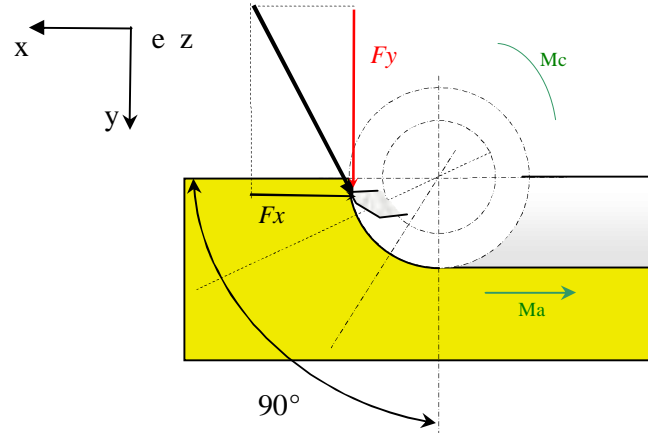


Fig. 3.18 Présentation des efforts de coupe dans la zone III.

Zone IV:

Pour la valeur critique  $\theta = 90^\circ$ , l'outil se trouve à la limite de la matière, c'est la raison pour laquelle les trois composantes de la force de coupe diminuent jusqu'à atteindre la valeur zéro ou l'outil quitte complètement la matière.

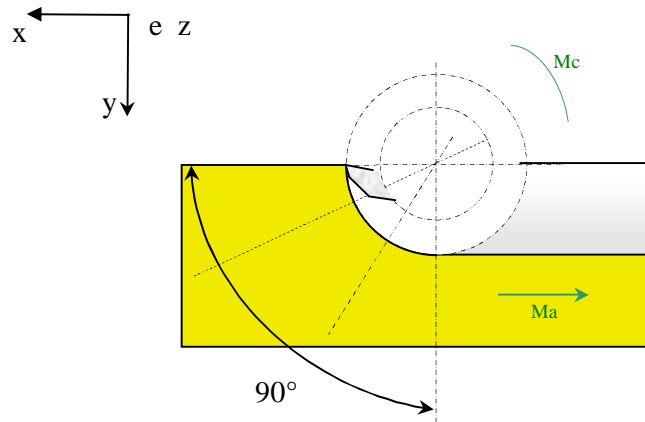


Fig. 3.19 Présentation des efforts de coupe dans la zone IV.

Par ailleurs, la force  $Fz$  demeure constante dans les zones (II, III), et elle est aussi constante dans la zone I au delà d'un régime transitoire et décroît par la suite en zone IV, pour s'annuler à partir de  $90^\circ$

### 3.4. Usinage des formes simples

#### 3.4.1. Usinage d'une rainure

Dans ce cas, nous étudions la position de l'outil par rapport à la pièce dans le cas du rainurage avec une fraise hémisphérique, (Fig. 3.20).

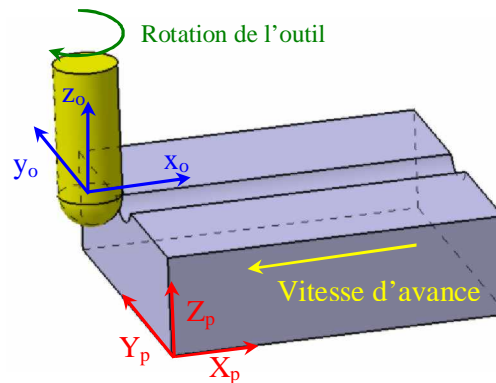


Fig. 3.20 Rainurage d'une pièce avec un outil hémisphérique.

$R(X_p, Y_p, Z_p)_G$  : repère global cartésien attaché à la pièce (fixe)

$R(X_o, Y_o, Z_o)_l$  : repère local cartésien attaché à l'outil (mobile)

$$x_{oG} = V_f \cdot t + x_{oe}$$

$x_{oG}, y_{oG}, z_{oG}$  : positions de l'outil à l'instant  $t$  dans le repère global  $R(X_p, Y_p, Z_p)_G$

$x_{oe}, y_{oe}, z_{oe}$  : positions de l'outil à l'état initial

$V_f$  : vitesse d'avance ( suivant l'axe X )

$t$  : temps

La vitesse d'avance de la pièce suivant l'axe X est donnée par :

$$V_f = f_z \cdot N_f \cdot N \quad (3.1)$$

Où :  $f_z$  est l'avance par dent,  $N_f$  est le nombre de dents de la fraise et  $N$  est la fréquence de rotation de la fraise.

La fréquence de rotation de la fraise  $N$  est donnée en fonction de la vitesse rectiligne de coupe  $V_c$  et du diamètre  $d$  de la fraise :

$$N = \frac{V_c \cdot 1000}{\pi \cdot d} \quad (3.2)$$

### 3.4.1.1. Géométrie de la pièce

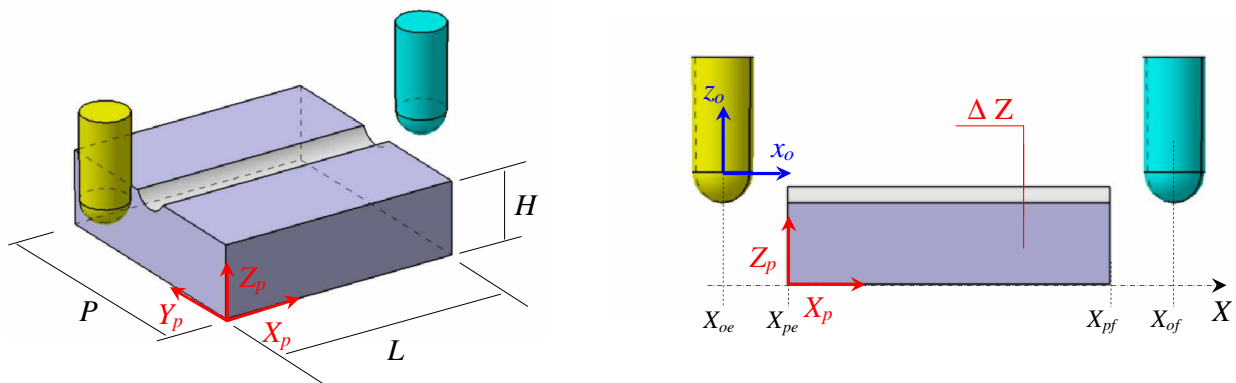


Fig. 3.21 Géométrie de la pièce et positionnement de l'outil par rapport à la pièce.

La pièce est du  $Ti_6Al_4V$  de forme parallélépipède avec une hauteur  $H$  de 30 mm, une longueur  $L$  de 100 mm et une largeur  $P$  de 100 mm, (Fig. 3.21).

L'outil est du HSS de forme hémisphérique avec deux dents, de rayon  $R_0$  de 10 mm, avec un angle d'hélice  $\lambda_s = 30^\circ$  et un angle de coupe  $\alpha_n$  qui est nul.

Le point de départ de l'outil  $x_{oe}$  est à -10 mm de  $x_{pe}$  suivant l'axe des X. Le point d'arrivée  $x_{of}$  est à 130 mm de  $x_{pe}$ . La vitesse de rotation de l'outil est de 169 tours/min et la vitesse d'avance est de 0.025 mm/dent.

### 3.4.1.2. Détermination de $\Delta Z$

Comme l'indique la figure (3.22), on décompose la partie hémisphérique de la fraise en de nombreux éléments d'épaisseurs  $dz$ . Pour chaque élément, on fait un test pour voir si le point  $P$  de l'élément choisi est bien dans la matière ou non.

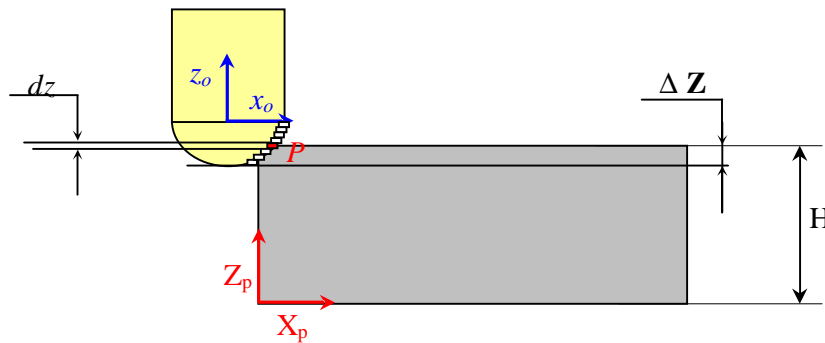


Fig. 3.22 Décomposition de l'outil.

Dans ce cas les coordonnées de l'outil sont données par l'équation :

$$\begin{cases} x_{oG} = V_f \cdot t + x_{oe} \\ y_{oG} = Cst \\ z_{oG} = Cst \end{cases} \quad (3.3)$$

La quantité de matière à usiner suivant l'axe de rotation est donnée par l'équation :

$$\Delta z = H - (z_{oG} - R_0) \quad (3.4)$$

La position du point  $P$  de l'hélice dans le repère global attaché à la pièce est donnée par :

$$R_0^2 = (R_0 - z)^2 + R(\psi)^2 \quad (3.5)$$

$$R(\psi) = \sqrt{R_0^2 - (R_0 - z)^2} \quad (3.6)$$

avec :

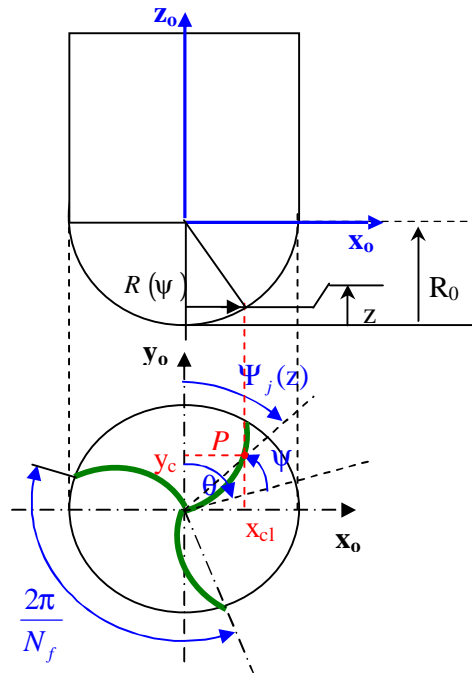
$$\begin{cases} x_{pl} = R(\psi) \sin(\psi_j(z)) \\ y_{pl} = R(\psi) \cos(\psi_j(z)) \end{cases} \quad (3.7)$$

où :

$$x_{pG} = x_{oG} + x_{pl} \quad (3.6)$$

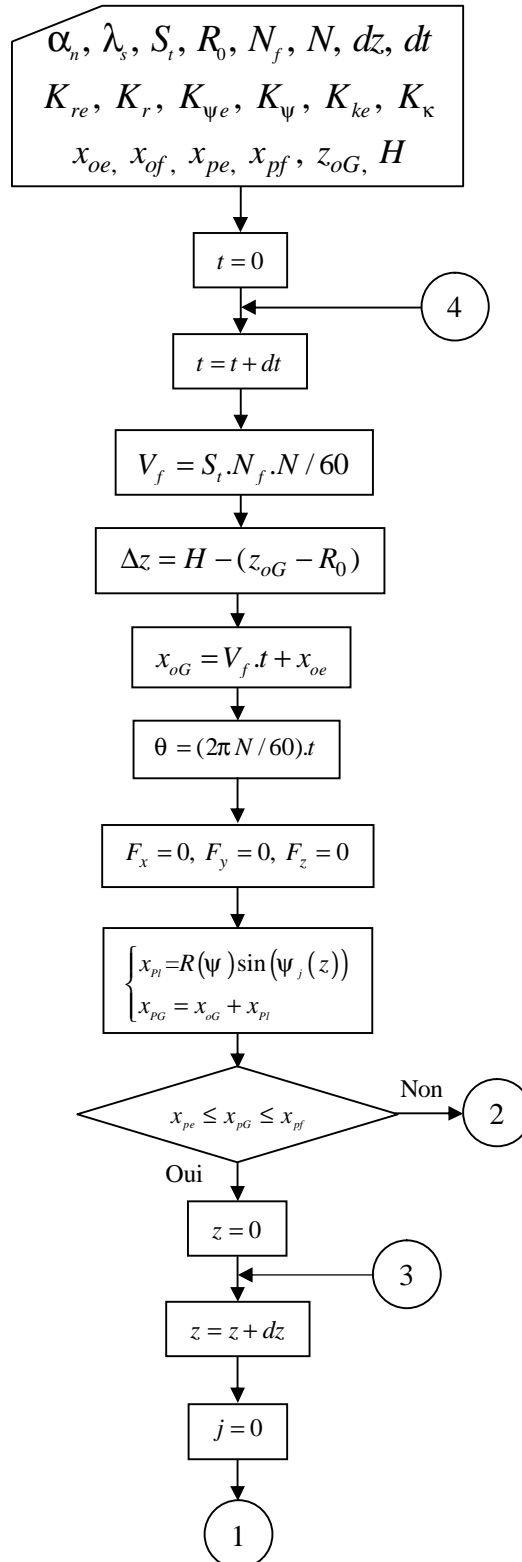
A partir des équations (3.3), (3.6) et (3.7), on détermine la position du point  $P$  dans le repère globale attaché à la pièce par la relation suivante:

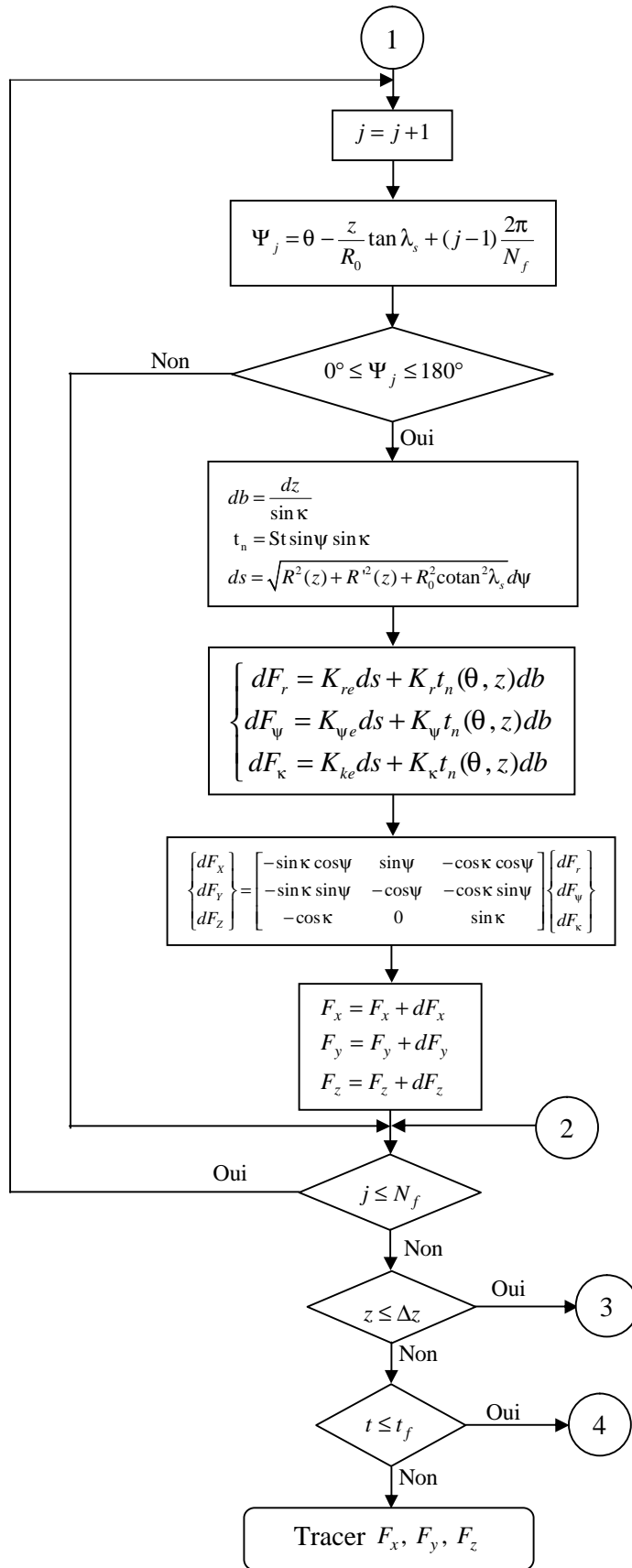
$$x_{cG} = V_f \cdot t + x_{oe} + \sqrt{R_0^2 - (R_0 - z)^2} \sin(\psi_j(z)) \quad (3.7)$$



3.4.1.3. Organigramme du calcul des efforts de coupe

L'algorithme développé pour calculer les efforts de coupe dans le cas du rainurage, avec une fraise hémisphérique avec deux dents, s'exprime par l'organigramme suivant :







### 3.4.1.4. Analyse des résultats

Les courbes suivantes représentent les composantes de la force de coupe en fonction du temps (avec la position de la fraise qui est suivant l'axe X). Dans la figure (3.24), on distingue cinq zones pour l'effort de coupe, qu'on va détailler.

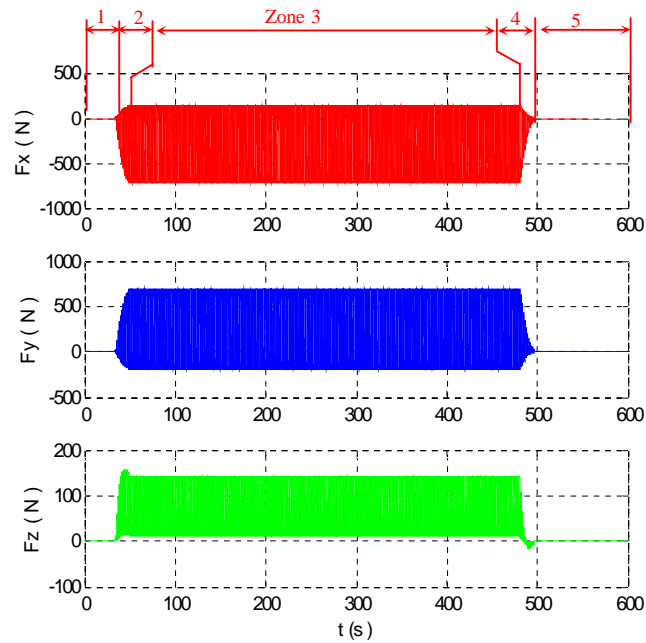


Fig. 3.24 Efforts de coupe simulés pour :  $\Delta Z = 1.27\text{mm}$ ,  $f_z = 0.025\text{mm/dent}$ ,  $N = 269\text{mm/min}$ , 2 dents,  $R_0 = 10\text{ mm}$ ,  $\lambda_s = 30^\circ$ .

Zone 1 :

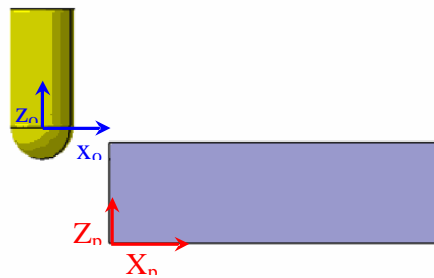


Fig. 3.25 Position de l'outil par rapport à la pièce dans la zone 1.

Dans cette zone et comme indiqué sur les figures (3.24 et 3.25), les forces  $F_x$ ,  $F_y$  et  $F_z$  sont nulles (pas de contact entre l'outil et la pièce). Cas où  $x_{oG} + R_0 < x_{pe}$ .

$\left\{ \begin{array}{l} x_{oG} : \text{la position de l'outil dans le repère global } R(X_p, Y_p, Z_p)_G \\ x_{pe} : \text{position du départ de la pièce} \end{array} \right.$

Zone 2 :

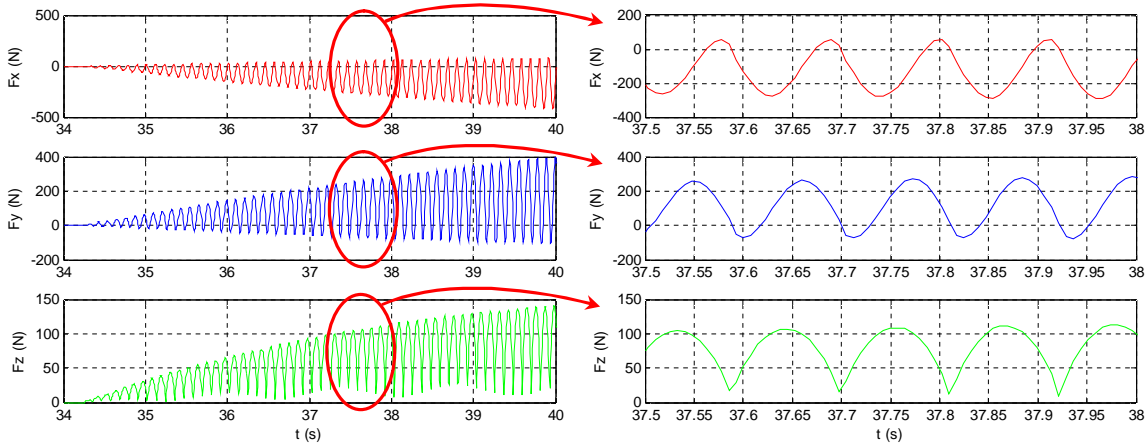


Fig. 3.26 Efforts de coupe simulés pour la zone 2.

Les figures (3.26 et 3.27) montrent qu'on a une augmentation des efforts de coupe  $F_x$ ,  $F_y$  et  $F_z$  dans cette zone, parce que l'outil commence à usiner la matière pour  $x_{oG} + R_0 \geq x_{pe}$ , et on n'a pas encore un engagement total de l'outil dans la matière, car :  $x_{oG} < x_{pe}$ .

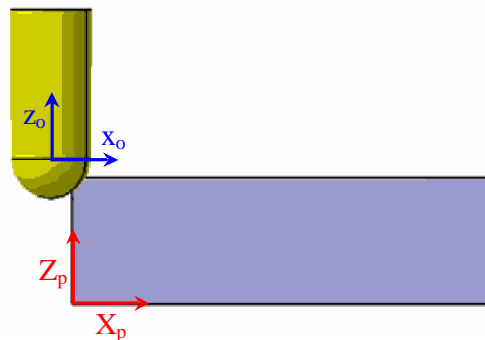


Fig. 3.27 Position de l'outil par rapport à la pièce dans la zone 2.

Zone 3 :

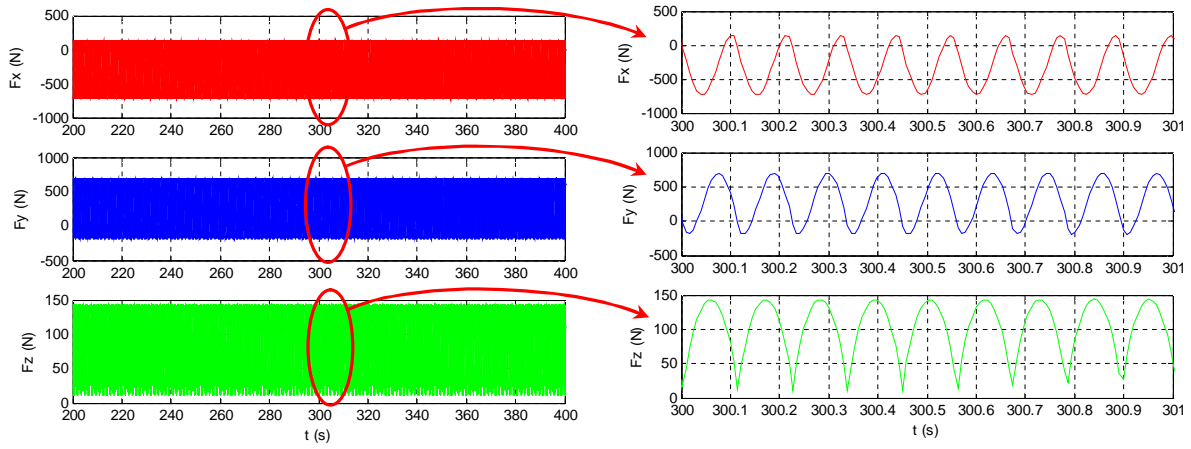


Fig. 3.28 Efforts de coupe simulés pour la zone 3.

Dans cette zone, on a l'enveloppe des efforts de coupe qui est constante (car  $\Delta Z$  est constant) pour :

$$\begin{cases} x_{oG} \geq x_{pe} \\ x_{oG} + R_0 \leq x_{pf} \end{cases}$$

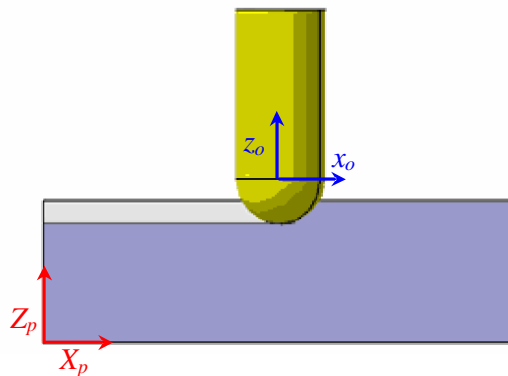


Fig. 3.29 Position de l'outil par rapport à la pièce dans la zone 3.

Zone 4 :

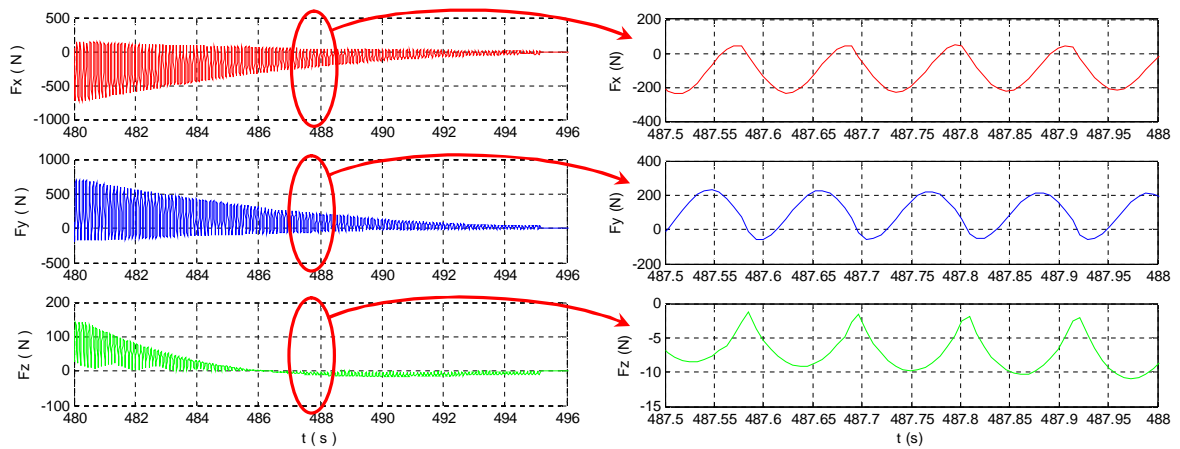


Fig. 3.30 Efforts de coupe simulés pour la zone 4.

Dans cette zone l’outil se trouve à la limite de la matière (Fig. 3.30 et 3.31), c’est la raison pour la quelle les trois composantes de la force de coupe diminuent jusqu’à atteindre

zéro où l’outil quitte complètement la matière (Fig.3.31), pour :

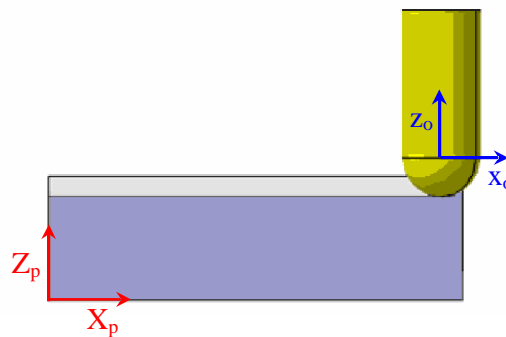
$$\begin{cases} x_{oG} + R_0 \geq x_{ef} \\ x_{oG} \leq x_{ef} \end{cases}$$


Fig. 3.31 Position de l’outil par rapport à la pièce dans la zone 4.

Zone 5 :

Dans cette zone, l’outil quitte complètement la matière et comme indiqué sur les figures (3.24 et 3.32), les forces \$F\_x\$, \$F\_y\$ et \$F\_z\$ sont nulles (pas de contact entre l’outil et la pièce)

pour :  $x_{oG} > x_{pf}$ .

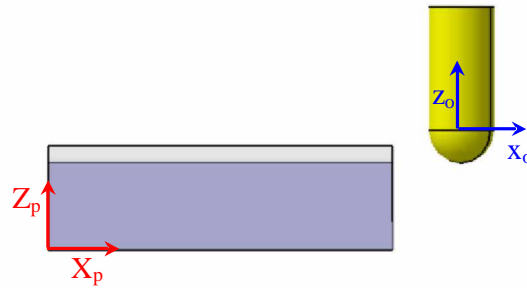


Fig. 3.32 Position de l'outil par rapport à la pièce dans la zone 5.

### 3.4.2. Usinage d'une rainure avec un angle d'inclinaison croissant

Dans cette partie nous étudions la position de l'outil par rapport à la pièce dans le cas du rainurage incliné (rainurage croissant), comme le montre la figure (3.33).

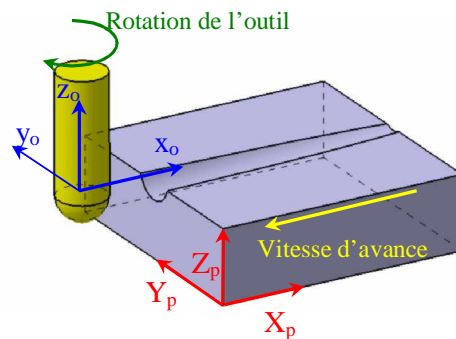


Fig. 3.33 Rainurage avec un angle d'inclinaison croissant.

#### 3.4.2.1. Géométrie de la pièce

Dans ce cas on prend les mêmes conditions que pour le cas précédent (matières de la pièce et de l'outil, la géométrie de l'outil, la vitesse de rotation, la vitesse d'avance). Sauf pour la rainure, on choisit une rainure avec un angle d'inclinaison croissant sur un parallélépipède de mêmes dimensions que pour le cas précédent, (Fig. 3.34).

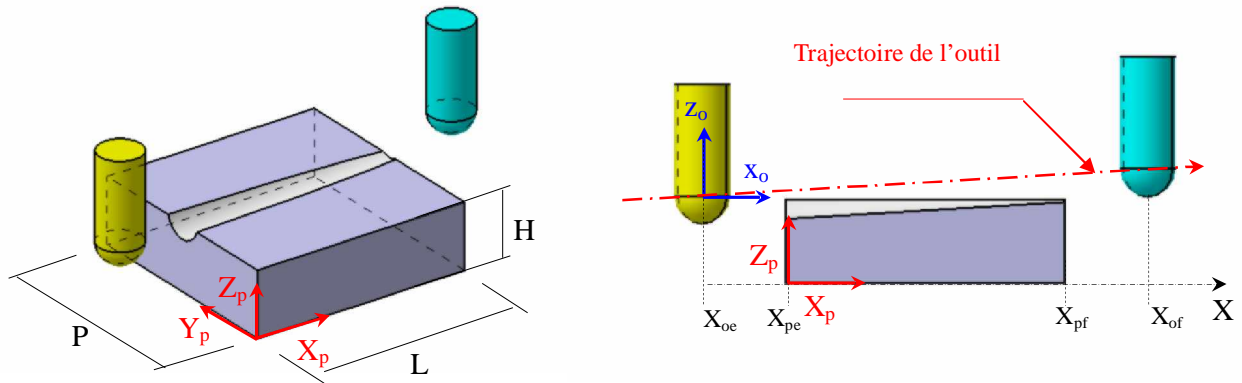


Fig. 3.34 Géométrie de la pièce et positionnement de l'outil par rapport à la pièce.

### 3.4.2.2. Détermination de $\Delta Z$

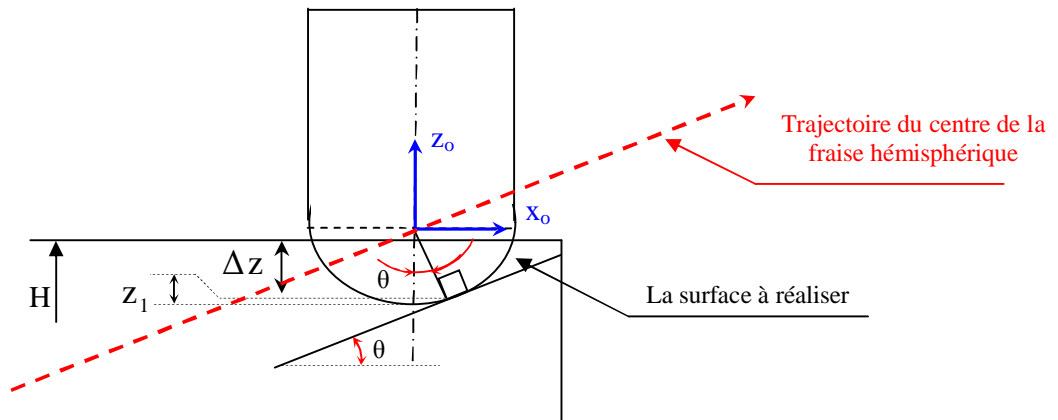


Fig. 3.35 Détermination de la quantité de matière à enlever.

Dans ce cas, on a  $z_{oG}$  qui est donné en fonction de  $x_{oG}$ , et les coordonnées de l'outil sont données par l'équation suivante:

$$\begin{cases} x_{oG} = V_f \cdot t + x_{oe} \\ y_{oG} = Cst \\ z_{oG} = x_{oG} \cdot \tan \theta + R_0 \cdot \cos \theta \end{cases}$$

$$z_1 = R_0 - R_0 \cdot \cos \theta$$

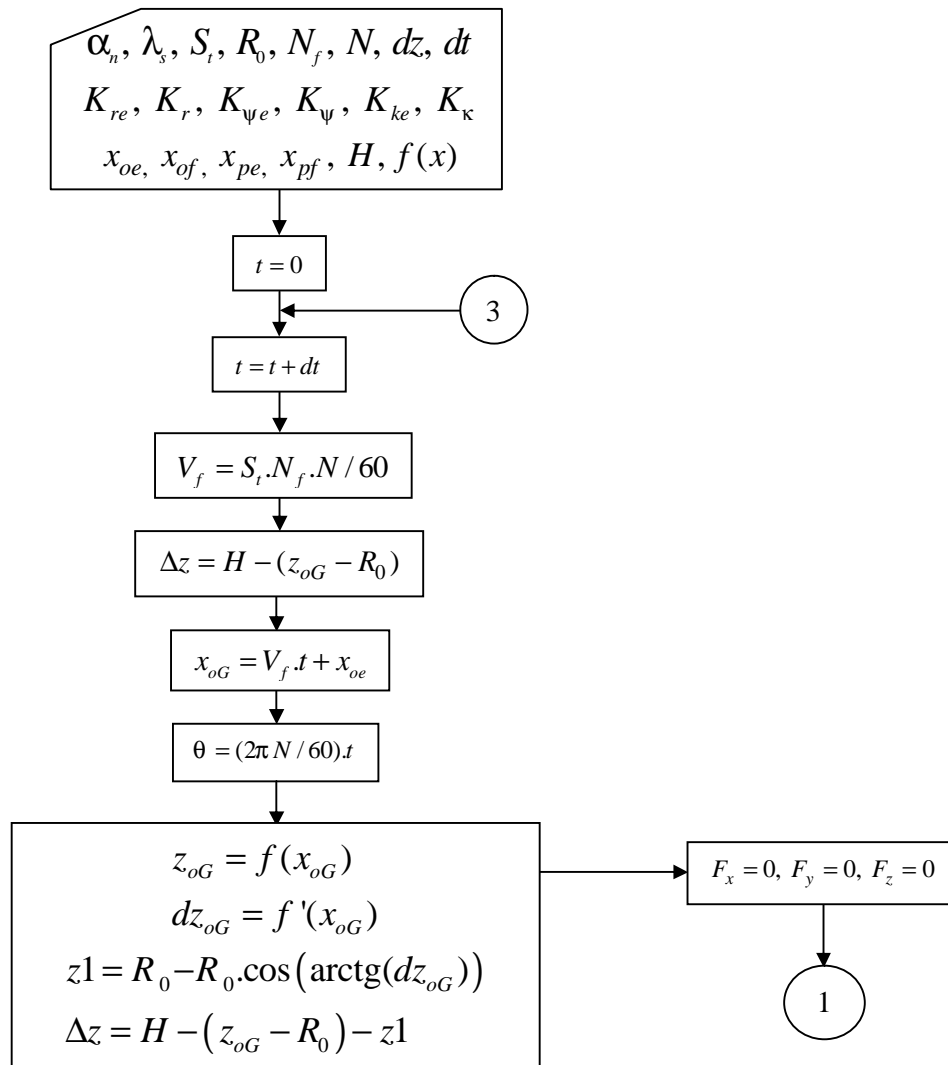
$$\Delta z = H - (z_{oG} - R_0) - z_1 \text{ (ici on usine avec } 180^\circ \text{)}$$

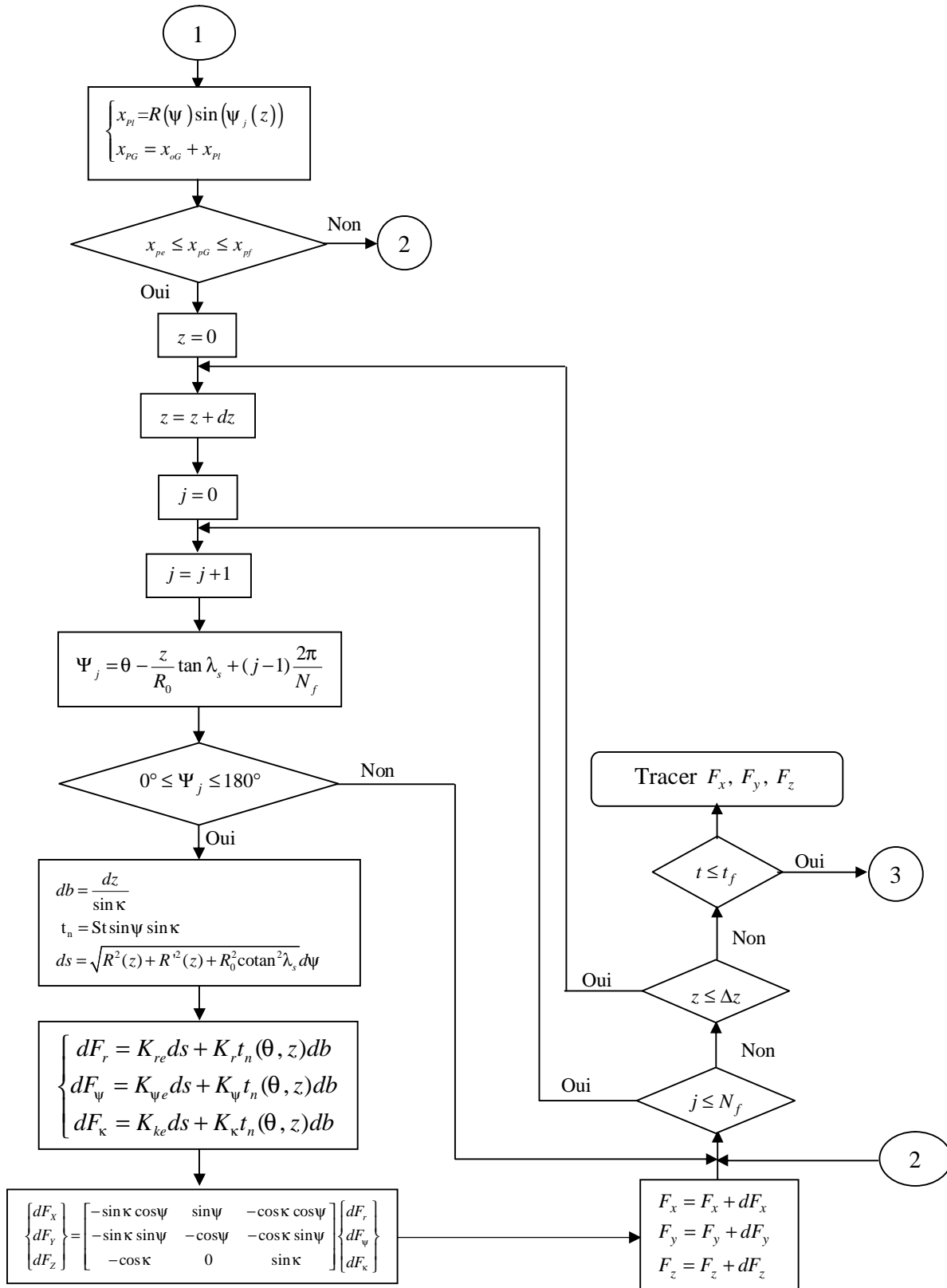
$$\Delta z = H - \left( (V_f \cdot t + x_{oe}) \cdot \tan \theta + R_0 \cdot \cos \theta \right) - R_0 - (R_0 - R_0 \cdot \cos \theta)$$

Donc la quantité de matière à usiner  $\Delta z$  est une fonction du temps (position de l'outil par rapport à la pièce).

### 3.4.2.3. Organigramme du calcul des forces de coupe

Dans ce cas (rainurage croissant), l'algorithme développé pour calculer les efforts de coupe est donné par l'organigramme suivant:







### 3.4.2.4. Analyse des résultats

Pour analyser les résultats, on divise le trajet de l'outil en cinq zones distinctes en fonction de la quantité de matière à usiner, (Fig. 3.36).

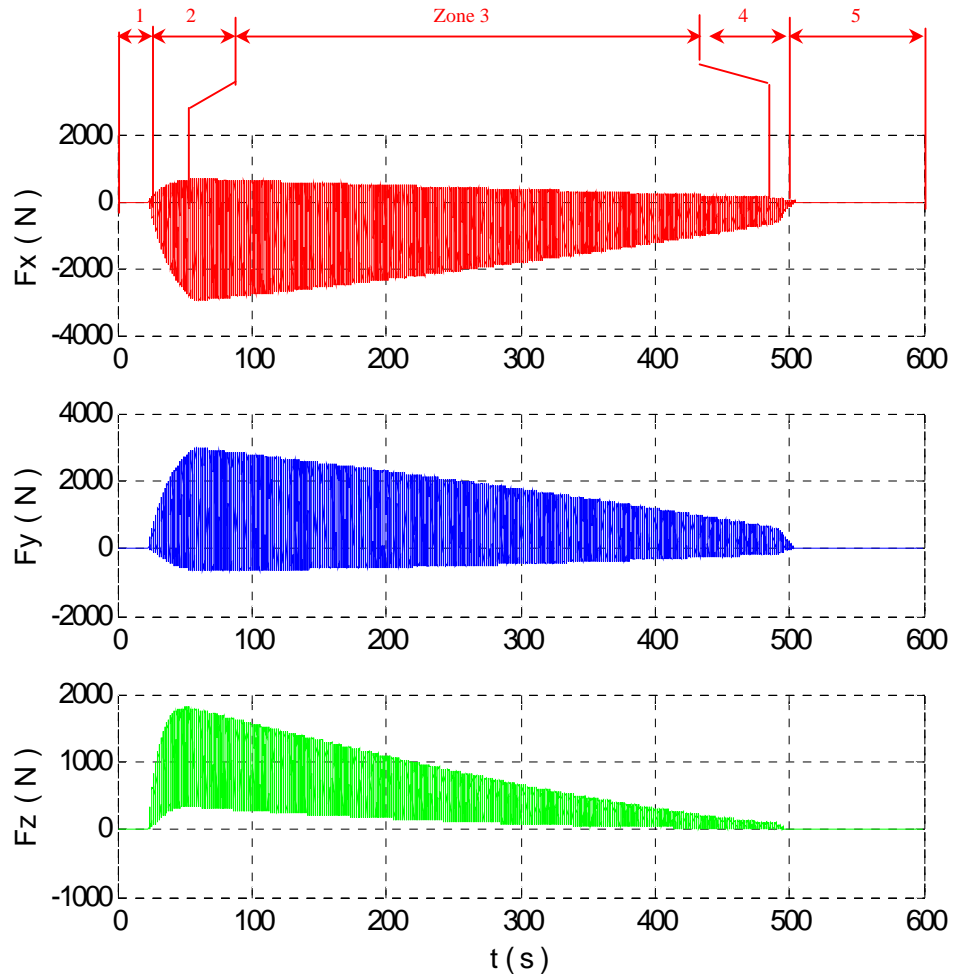


Fig. 3.36 Efforts de coupe simulés pour :  $f_z = 0.025 \text{ mm/dent}$ ,  
 $N = 269 \text{ trs/min}$ , 2 dents,  $R = 10 \text{ mm}$ ,  $\lambda_s = 30^\circ$ .

- Dans les zones 1 et 5 les efforts de coupe sont nuls car la fraise est en dehors de la matière

$$\begin{cases} x_{oG} + R_0 < x_{pe} & \text{(zone 1)} \\ x_{oG} > x_{pf} & \text{(zone 5)} \end{cases}$$

- Dans les zones 2 et 4 les efforts de coupe croissent et décroissent respectivement (Fig. 3.37 et 3.38), et ceci est due respectivement à l'engagement et au déengagement de l'outil dans la matière.

$$\begin{cases} x_{oG} + R_0 \geq x_{pe} & \text{et} & x_{oG} < x_{pe} & \text{(zone 2)} \\ x_{oG} + R_0 \geq x_{pf} & \text{et} & x_{oG} \leq x_{pf} & \text{(zone 4)} \end{cases}$$

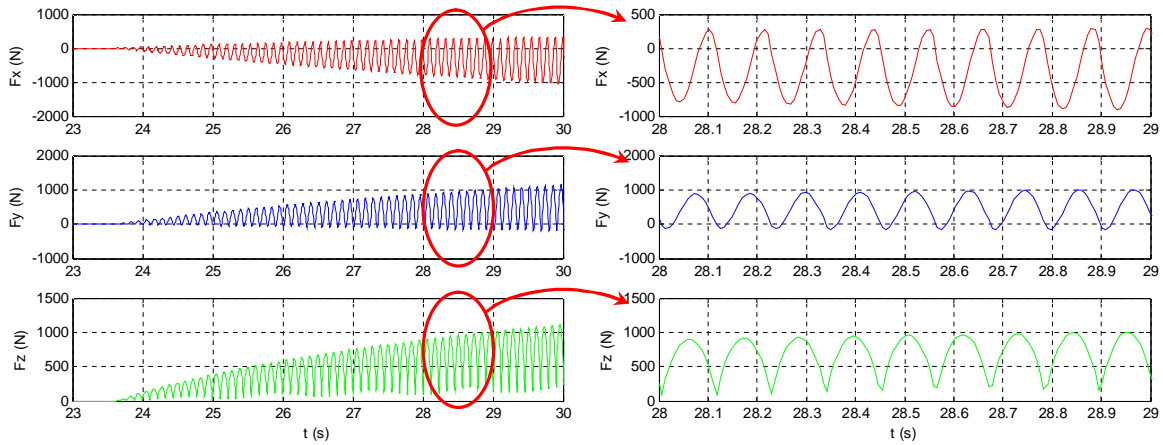


Fig. 3.37 Efforts de coupe simulés pour la zone 2.

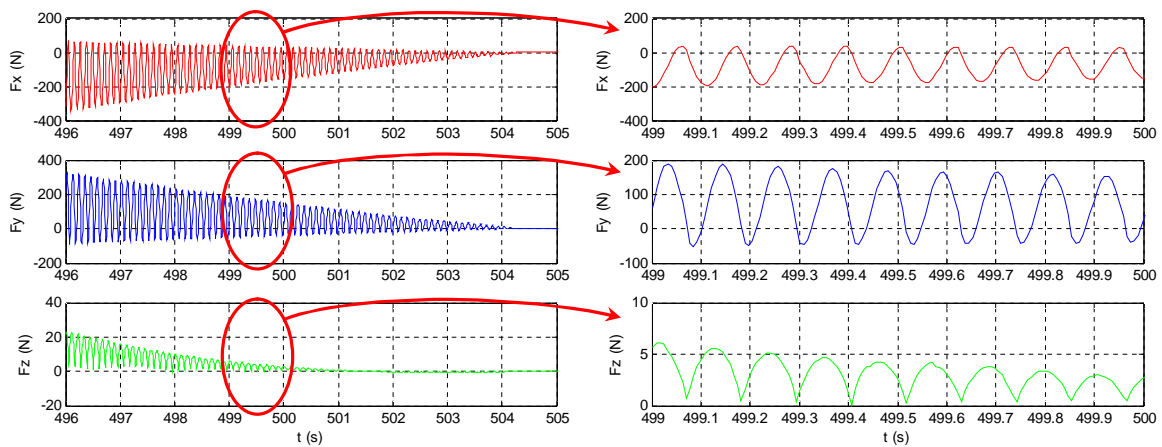


Fig. 3.38 Efforts de coupe simulés pour la zone 4.

- Les courbes suivantes représentent les composantes de la force de coupe dans la zone 3 en fonction du temps (Fig. 3.39 et 3.40). On constate que la force de coupe décroît, ce qui s'explique par l'enlèvement de matière de moins en moins lors de la trajectoire de l'outil dans la pièce.

$$\begin{cases} x_{oG} \geq x_{pe} \\ x_{oG} + R_0 \leq x_{ef} \end{cases}$$

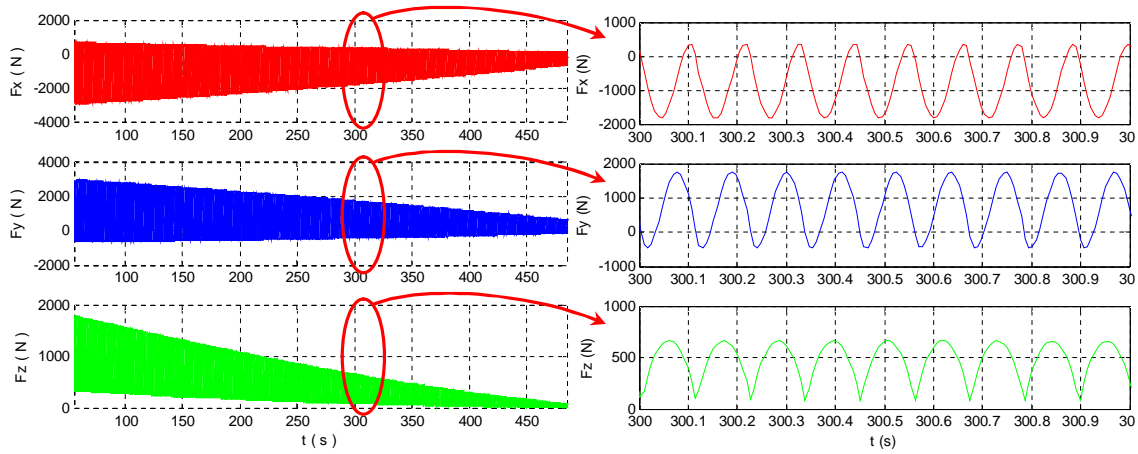


Fig. 3.39 Efforts de coupe simulés pour la zone 3.

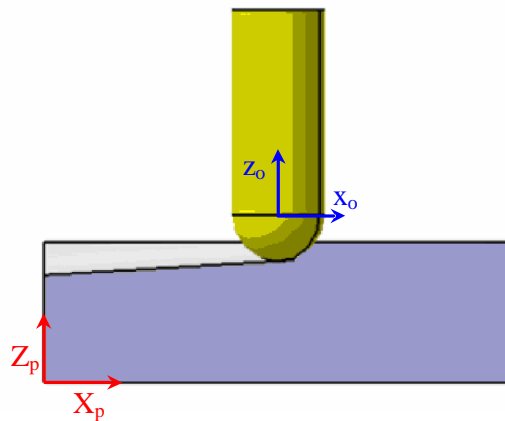


Fig.3.40 Position de l'outil par rapport à la pièce dans la zone 3.

### 3.4.3. Usinage d'une rainure avec un angle d'inclinaison décroissant

On trouve la même chose que pour le cas précédent, sauf qu'on utilise un angle d'inclinaison décroissant, (Fig. 3.41).

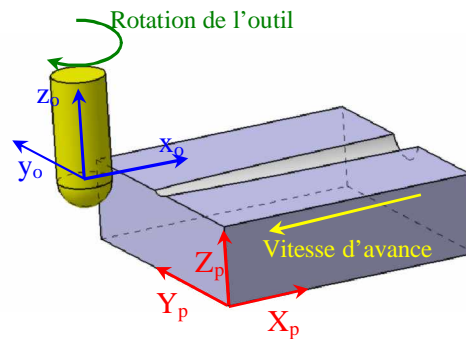


Fig. 3.41 Rainurage avec un angle d'inclinaison décroissant.

#### 3.4.3.1. Géométrie de la pièce

Dans ce cas on prend les mêmes conditions que pour le cas précédent (matériau de la pièce et de l'outil, la géométrie de l'outil, la vitesse de rotation, la vitesse d'avance), sauf pour la rainure, on choisit une rainure avec un angle d'inclinaison décroissant sur un parallélépipède de mêmes dimensions que pour le cas précédent, (Fig. 3.42).

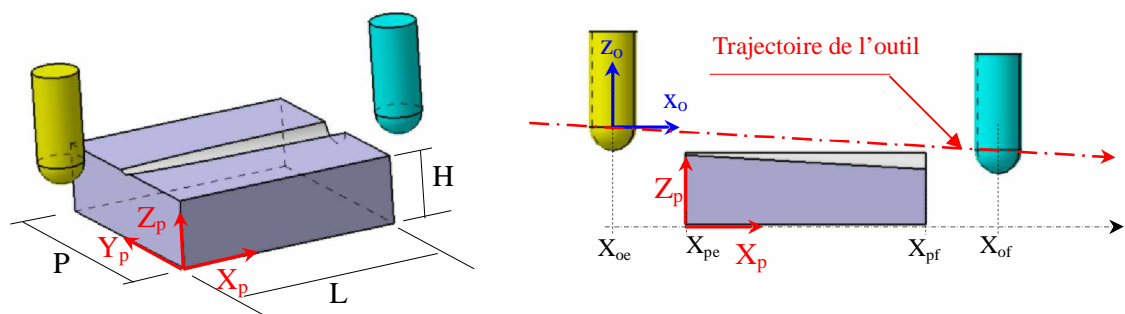


Fig. 3.42 Géométrie de la pièce et positionnement de l'outil par rapport à la pièce.

### 3.4.3.2. Détermination de $\Delta Z$

Dans ce cas, on a  $z_{oG}$  qui est donné en fonction de  $x_{oG}$ , et les coordonnées de l'outil sont données par l'équation :

$$\begin{cases} x_{oG} = V_f \cdot t + x_{oe} \\ y_{oG} = Cst \\ z_{oG} = -x_{oG} \cdot \tan\theta + R_0 \cdot \cos\theta \end{cases}$$

$$z_1 = R_0 - R_0 \cdot \cos\theta \quad (\text{ici on usine avec } 360^\circ)$$

$$\Delta z = H - (z_{oG} - R_0) - z_1 \quad (\text{ici on usine avec } 180^\circ)$$

$$\Delta z = H - \left( (V_f \cdot t + x_{oe}) \cdot \tan\theta + R_0 \cdot \cos\theta \right) - R_0 - (R_0 - R_0 \cdot \cos\theta)$$

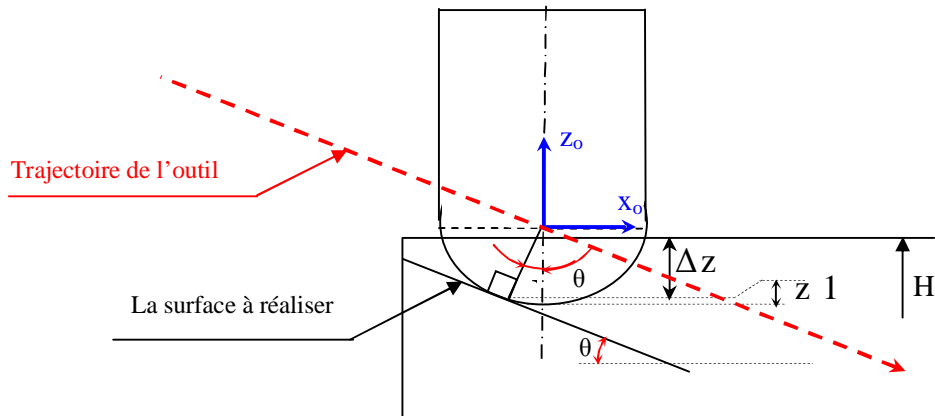
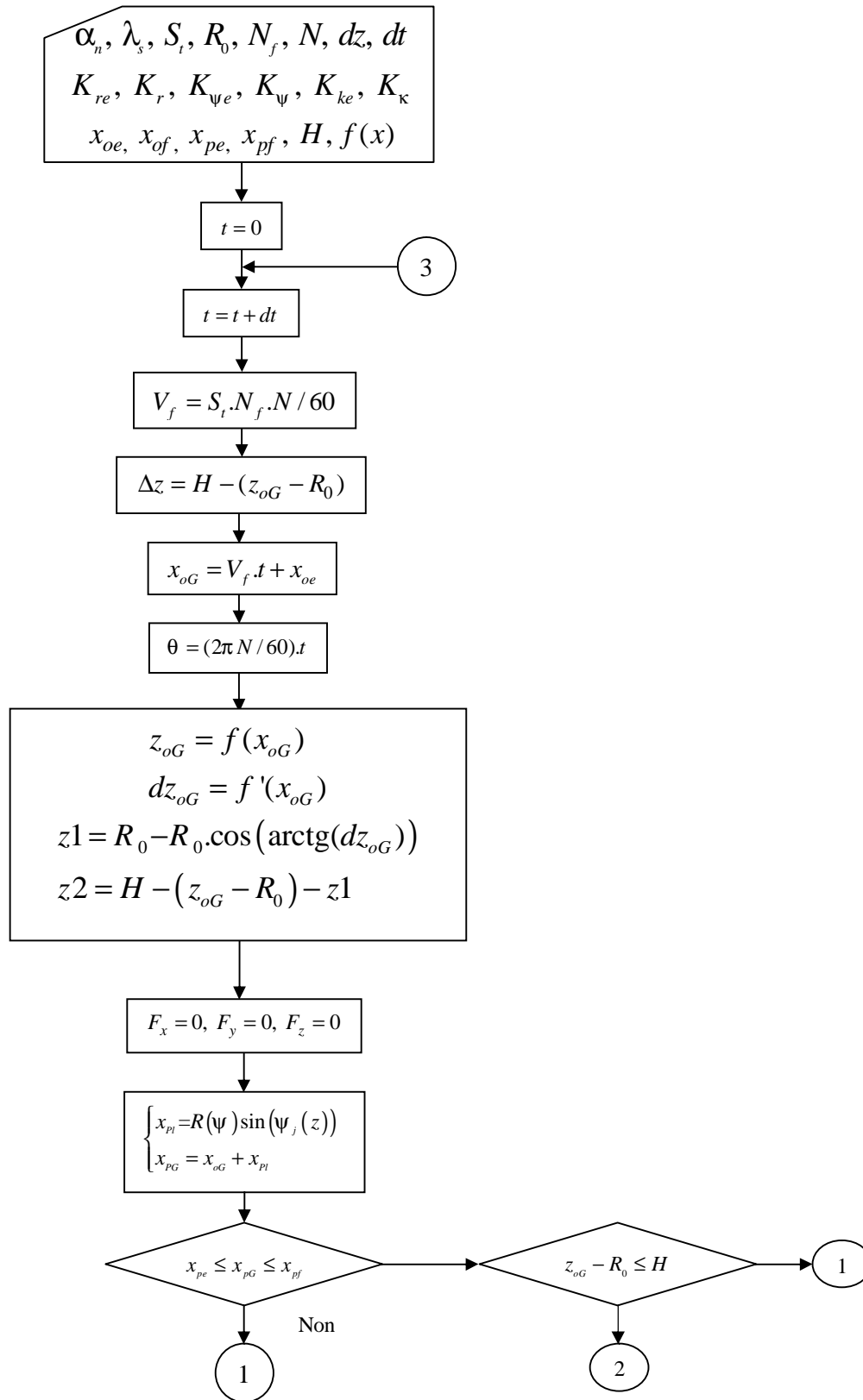
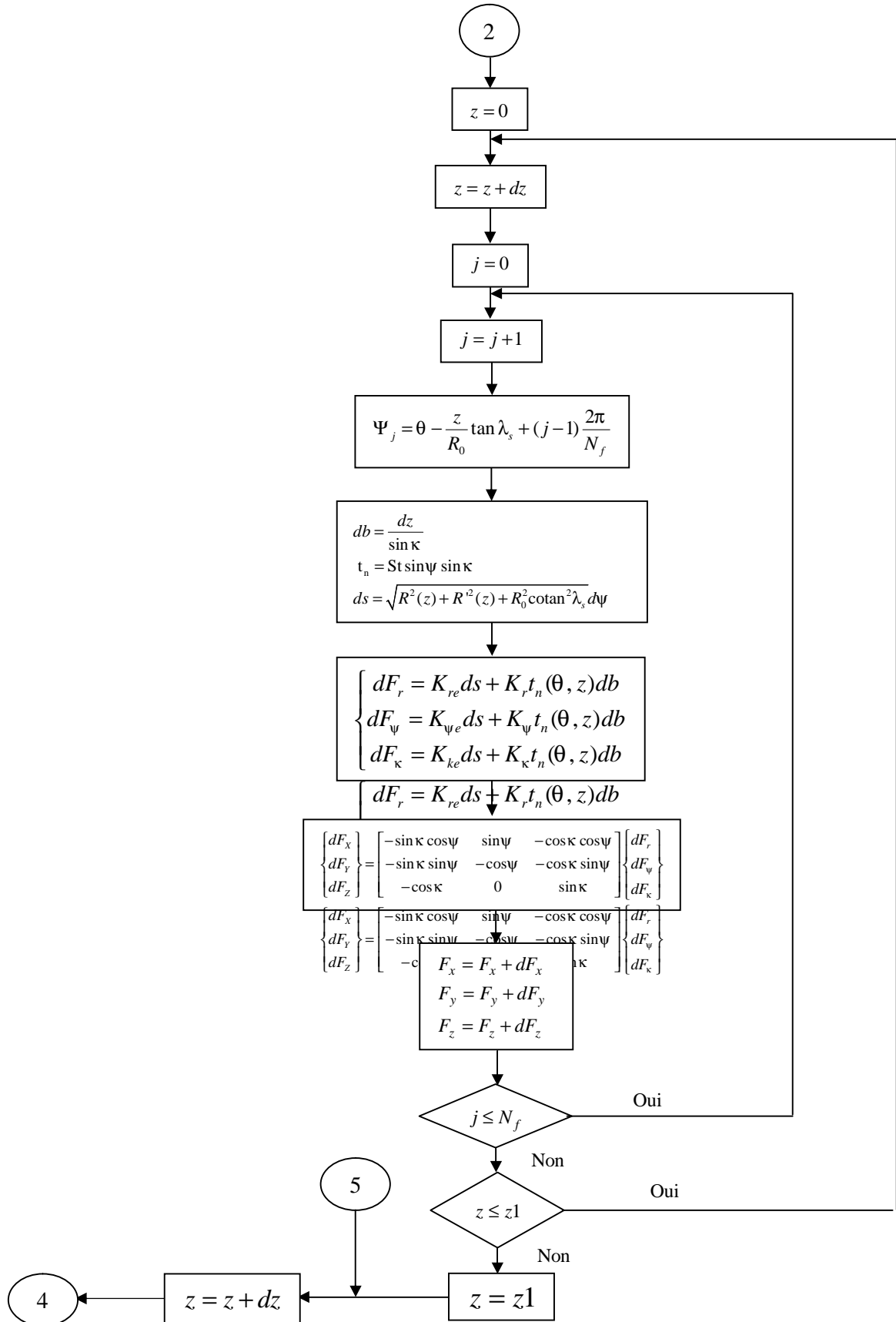


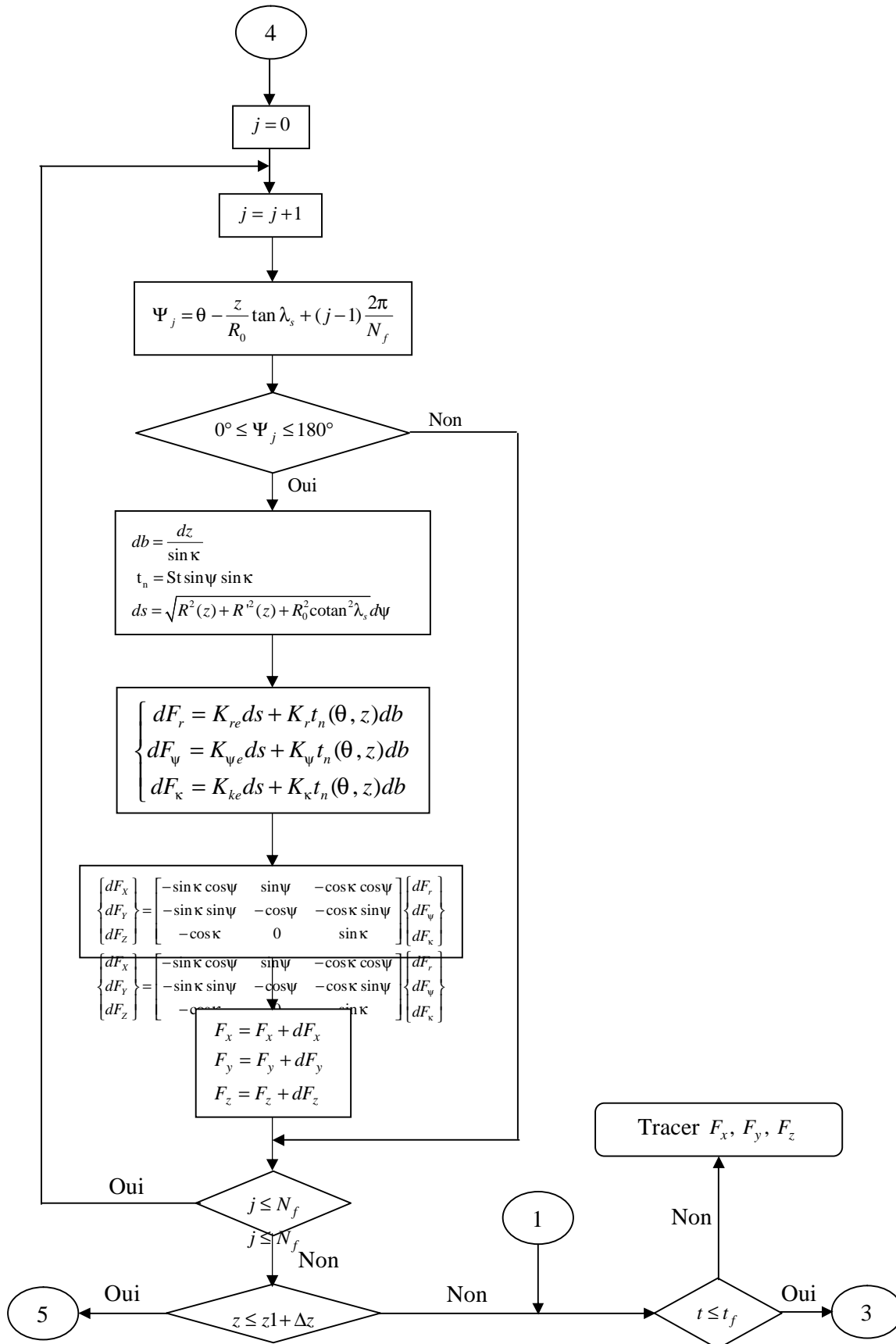
Fig. 3.43 Détermination de la quantité de matière à usiner.

### 3.4.3.3. Organigramme du calcul des forces de coupe

Pour ce cas, l'algorithme qui calcule les efforts de coupe en fonction de temps est donné par l'organigramme suivant:









### 3.4.3.4. Analyse des résultats

On utilise le même traitement que pour la cas précédent, pour l'analyse des courbes de force de coupe, (Fig. 3.44).

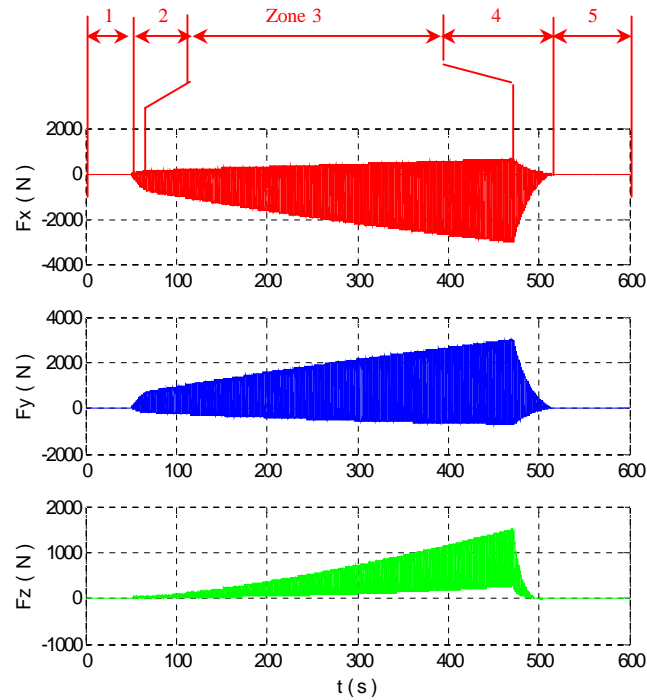


Fig. 3.44 Efforts de coupe simulés pour :  $f_z = 0.025\text{mm/dent}$ ,  
 $N=269\text{mm/min}$ ,  $2\text{dent}$ ,  $R=10\text{ mm}$ ,  $\lambda_s=30^\circ$ .

- Dans les zones 1 et 5 les efforts sont nuls (la fraise est en dehors de la matière)

$$\begin{cases} x_{oG} + R_0 < x_{pe} & (\text{zone 1}) \\ x_{oG} > x_{pf} & (\text{zone 5}) \end{cases}$$

- Dans les zones 2 et 4, les efforts de coupe croissent et décroissent respectivement (Fig. 3.45 et 3.46), et ceci est due à l'engagement et au déengagement de l'outil respectivement dans la matière.

$$\begin{cases} x_{oG} + R_0 \geq x_{pe} & \text{et} & x_{oG} < x_{pe} & (\text{zone 2}) \\ x_{oG} + R_0 \geq x_{ef} & \text{et} & x_{oG} \leq x_{ef} & (\text{zone 4}) \end{cases}$$

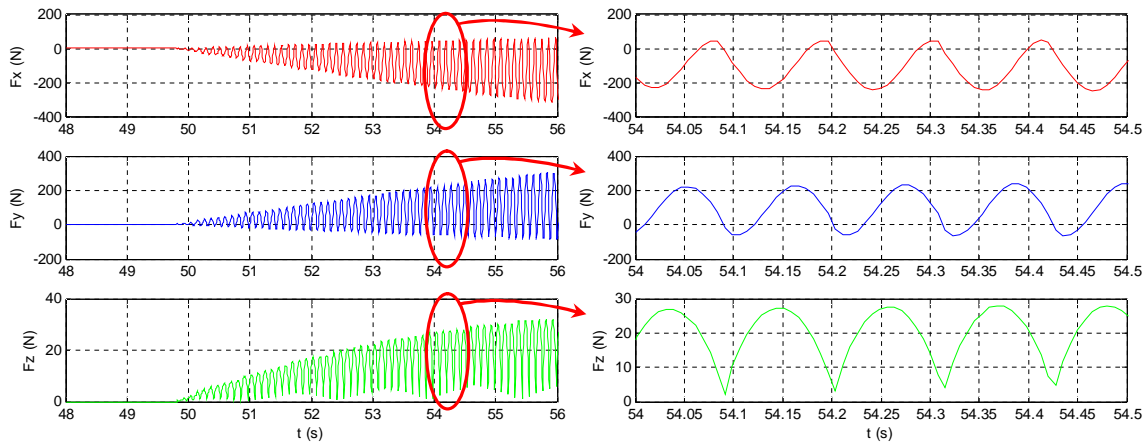


Fig. 3.45 Efforts de coupe simulés pour la zone 2.

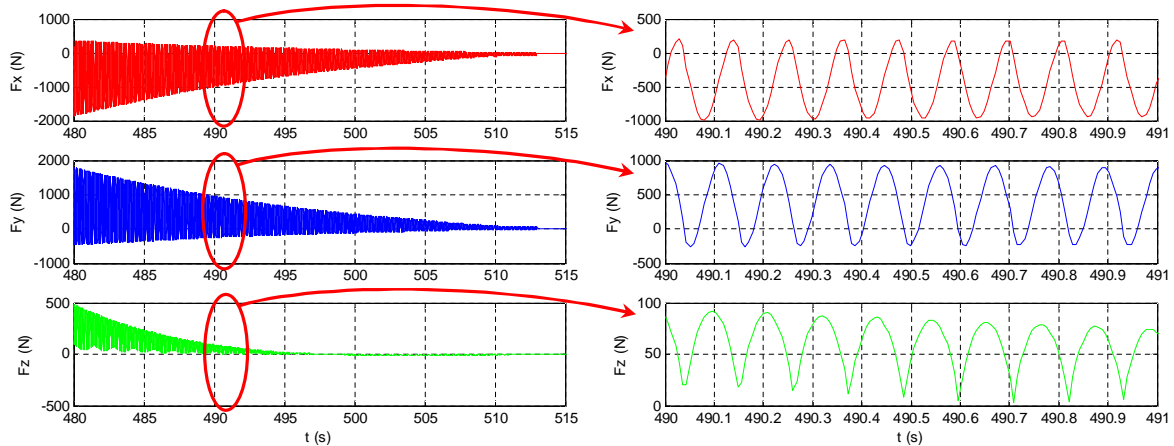


Fig.3.46 Efforts de coupe simulés pour la zone 4.

- Les courbes suivantes représentent l'évolution des composantes de la force de coupe en fonction du temps (Fig.3.47 et 3.48), dans la zone 3. Les efforts de coupe croissent en fonction du temps, car on enlève plus de matière lorsque l'outil avance dans la pièce selon X.

$$\begin{cases} x_{oG} \geq x_{pe} \\ x_{oG} + R_0 \leq x_{ef} \end{cases} \quad (\text{zone 3}).$$

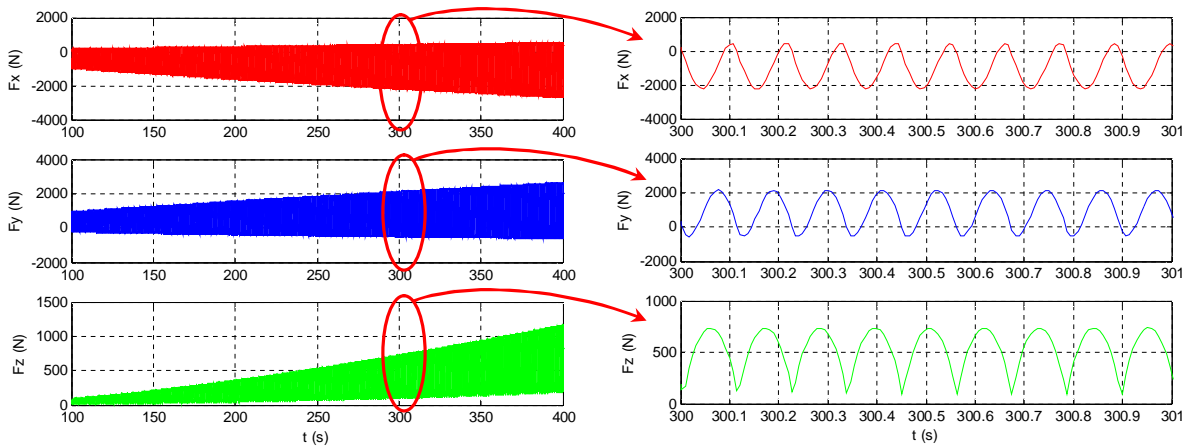


Fig. 3.47 Efforts de coupe simulés pour la zone 3.

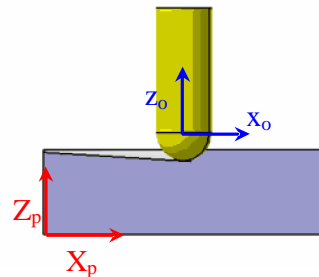


Fig.3.48 Position de l'outil par rapport à la pièce dans la zone 3.

### 3.5. Usinage de formes complexe en 2D

Dans ce cas on prend les mêmes conditions que pour les cas précédents (matière de la pièce et de l'outil, la géométrie de l'outil, vitesse de rotation). Sauf que pour la trajectoire de l'outil, elle est définie dans le plan XZ (Fig.3.49).

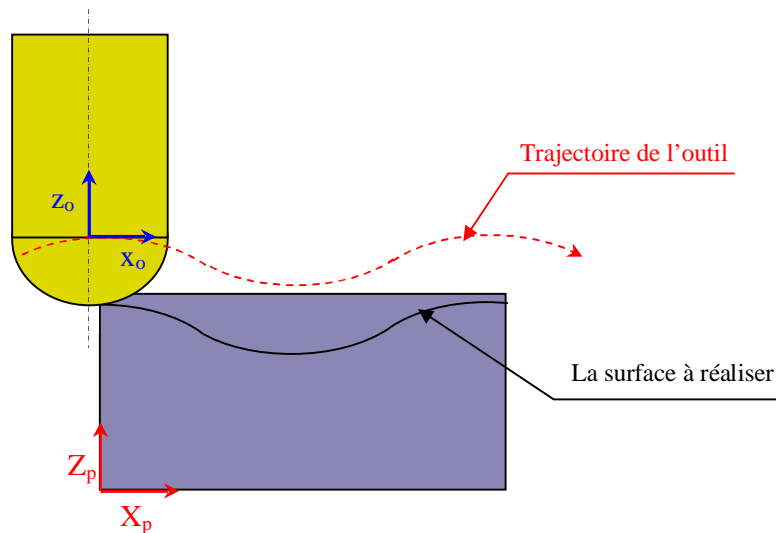


Fig. 3.49 Géométrie de la pièce et positionnement de l'outil par rapport à la pièce.

La géométrie de la pièce, est la même que dans les cas précédents avec une hauteur  $H$  de 30 mm, une longueur  $L$  de 100 mm et une profondeur (largeur)  $P$  de 100 mm, et la trajectoire de l'outil est définie par le centre de l'outil  $C$  et elle est donnée dans le plan  $XZ$  par la relation suivante :

$$z_o = \frac{1}{250} \cos(65.x_o) + 0.035$$

La variation de la zone de contact Outil-Pièce est basée sur la trajectoire de l'outil. Cette variation a un impact important dans le calcul des forces de coupe.

On distingue 6 zones, dans les zones 1 et 6 les efforts sont nuls (la fraise en dehors de la matière). Dans les zones 2 et 5 les efforts de coupe croissent et décroissent rapidement (Fig. 3.45 et 3.46) due à l'engagement et déengagement de l'outil de la matière respectivement. Dans les zones 3 et 4 les efforts de coupe croissent et décroissent en fonction du temps, ils atteignent un maximal à  $x_0 = 5$  cm.

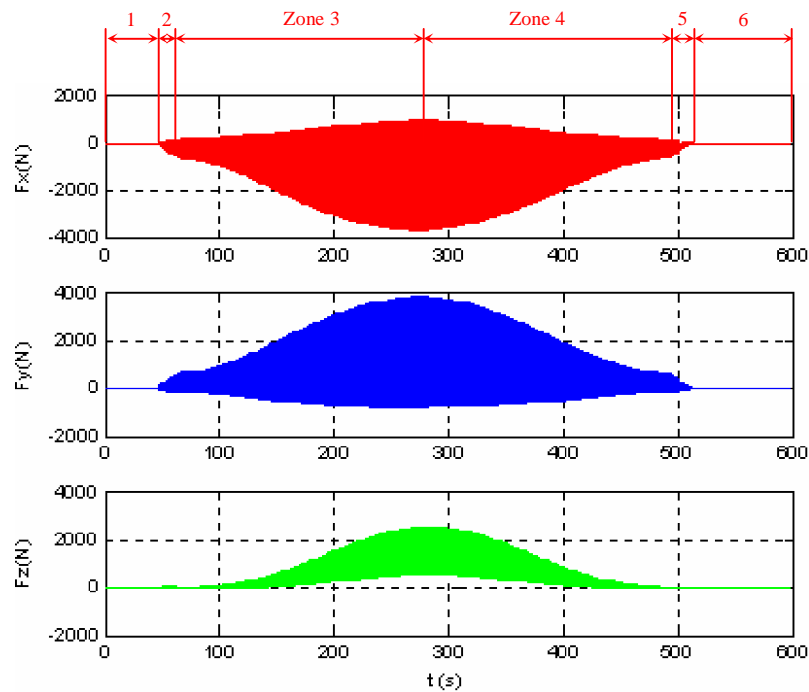


Fig. 3.50 Efforts de coupe simulés pour :  
 $N=269\text{mm/min}$ , 2dent,  $R=10$  mm,  $\lambda_s=30^\circ$ .

### 3.6. Usinage de forme discontinue en 2D

Dans le cas suivant en garde les mêmes conditions de coupe et la même trajectoire de l'outil, et pour la géométrie de la pièce on prend une pièce avec rainure (cas de l'usinage discontinue) (Fig. 3.51),

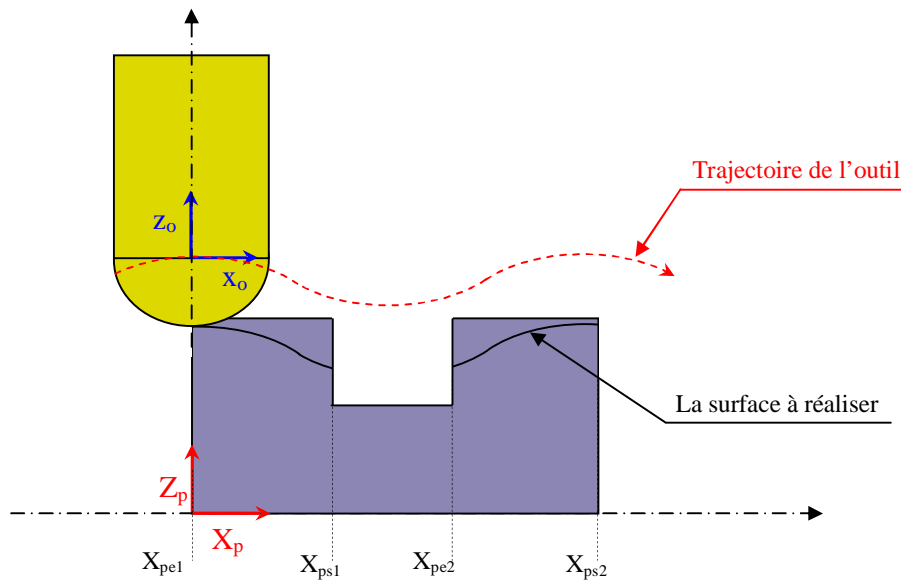


Fig. 3.52 Cas du fraisage discontinue.

La figure (3.53) montre les deux systèmes de référence, l'un est attaché à la pièce fixe et l'autre est attaché au centre de la fraise.

La figure (3.52 et 3.53) montre qu'on usine si le point  $P$  de l'arête élémentaire est en contact avec la matière, c'est à dire:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Si:} \\ \left\{ \begin{array}{l} x_{pe1} \leq x_{oG} \leq x_{ps1} \\ \text{ou} \\ x_{pe2} \leq x_{oG} \leq x_{ps2} \end{array} \right. \\ \text{autres} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{usinage} \\ \\ \text{pas d'usinage} \end{array}$$

La figure (3.53) présente les résultats de l'évolution des efforts de coupe en fonction de la trajectoire de l'outil.

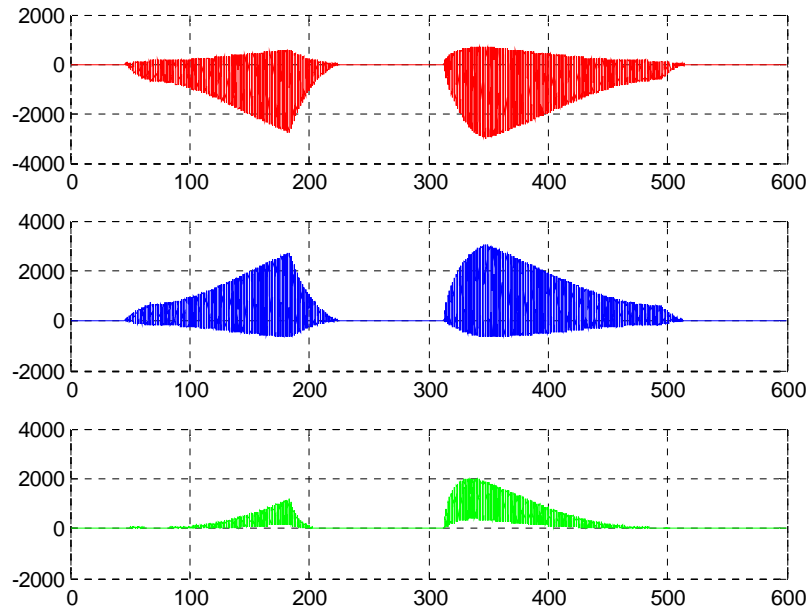


Fig. 3.53 Efforts de coupe simulés pour :  
 $N=269\text{mm/min}$ , 2 dent,  $R=10\text{ mm}$ ,  $\lambda_s=30^\circ$ .

### 3.7. Usinage des formes complexes en 3D

Dans le cas du fraisage des surfaces complexes, on prend les mêmes conditions que pour les cas précédents (matière de la pièce et de l'outil, la géométrie de l'outil et la vitesse de rotation). La géométrie de la pièce est définie par : la hauteur  $H = 35\text{ mm}$ , la longueur  $L = 200\text{ mm}$  et la largeur  $P = 200\text{ mm}$ . La trajectoire de l'outil dans l'espace (Fig. 3.54) est donnée sous forme paramétrique :

$$\begin{cases} x_o = \frac{1}{4000}t - \frac{1}{20} \\ y_o = \frac{1}{100} \sin\left(\frac{\pi \cdot t}{400}\right) + 0.15 \\ z_o = \frac{1}{400} \sin\left(\frac{\pi \cdot t}{150}\right) + 0.0415 \end{cases}$$

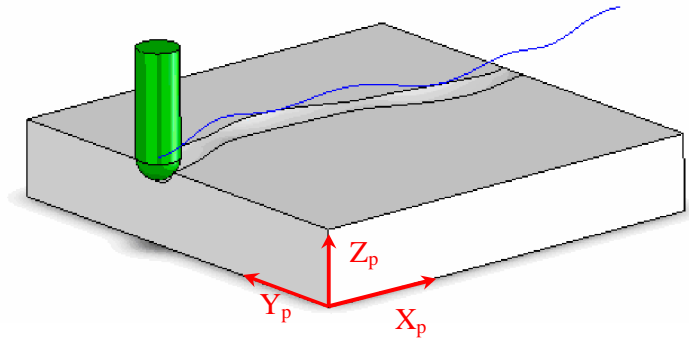
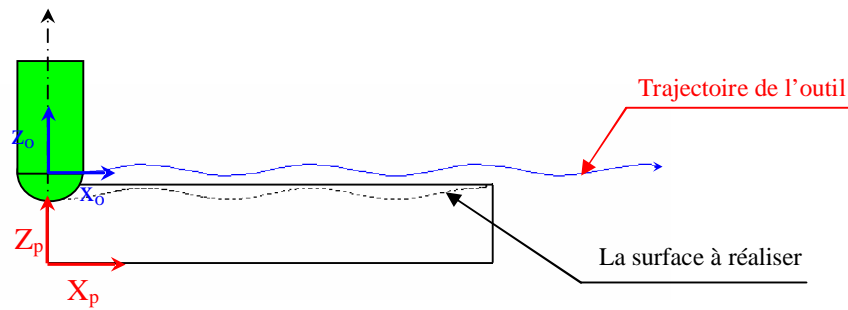
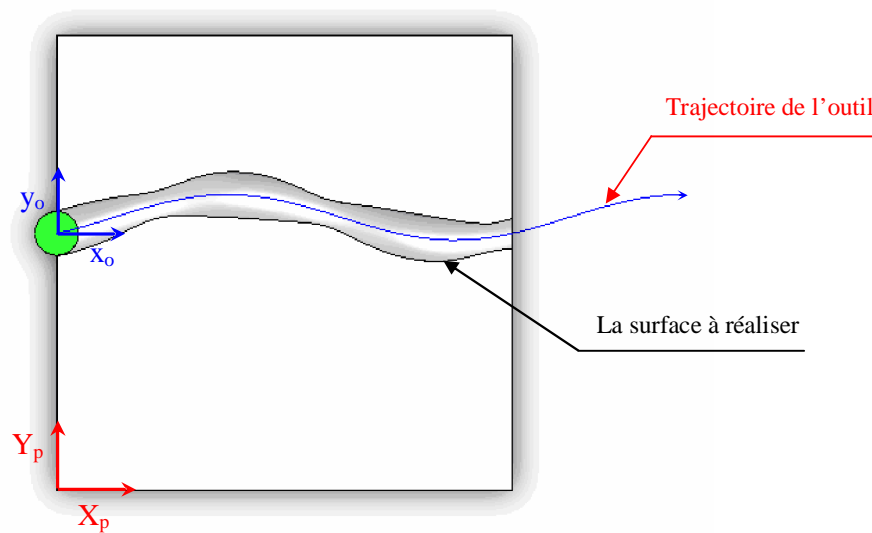


Fig. 3.53 Trajectoire de l'outil en 3D.

Le contact Outil-Pièce dépend de la pente de la trajectoire de l'outil dans le plan  $XZ$  (Fig.3.54) et des angles d'entrée et de sortie dans la matière (Fig. 3.55).

Fig. 3.54 Trajectoire de l'outil dans le plan  $XZ$ Fig. 3.55 Trajectoire de l'outil dans le plan  $XY$

La figure (3.55) présente les résultats de l'évolution des efforts de coupe en fonction de la trajectoire de l'outil dans l'espace. On constate que l'amplitude des trois composantes de l'effort de coupe ( $F_x$ ,  $F_y$ ,  $F_z$ ) augmente et diminue en fonction de la zone de contact Outil-Pièce.

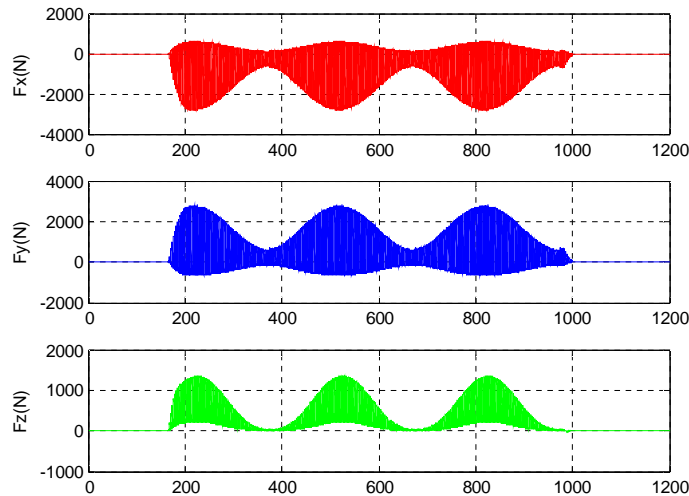


Fig. 3.55 Efforts de coupe simulés pour :  
 $N=269$  mm/min, 2 dents,  $R=10$  mm,  $\lambda_s=30^\circ$ .

### 3.8 Conclusion

Dans ce chapitre on a étudié l'influence des angles de coupe et d'hélice. Ainsi, le nombre d'essais avant une opération de fraisage pourrait être limité et le choix des angles optimaux de coupe et d'hélice pour une opération donnée pourrait être favorisé. Par la suite on a déterminé les zones de contact Outil-Pièce pour des trajectoires simples et complexes en 2D et 3D, pour les intégrer par la suite dans le modèle de l'effort de coupe.



## Conclusions et Perspectives

La connaissance des zones de contact Outil-Pièce le long du trajectoire de l'outil dans la matière, est l'un des éléments essentiels permettant de simuler l'effort de coupe de l'ensemble du système Outil-Pièce. Nous avons utilisé une méthode mécanistique pour le cas de fraisage avec une fraise hémisphérique.

L'objectif de ce travail est de développer un modèle pour expliquer le phénomène d'intersection Outil/Pièce et l'analyse mécanistique de l'effort de coupe, ce dernier dépend de la géométrie de l'outil, des conditions de coupe, du choix des matériaux de la pièce et de l'outil et des zones de contact Outil-Pièce à chaque instant le long de la trajectoire de l'outil.

C'est dans le but de mieux comprendre l'évolution de l'effort de coupe en fonction du trajectoire de l'outil nous avons étudié l'évolution de l'effort de coupe pour plusieurs configurations, ainsi l'influence des angle de coupe et d'hélice sur l'effort de coupe.

Les résultats obtenus évoqués suscitent différentes pistes de recherche :

- L'installation d'un banc d'essais et de mesures afin de valider notre modèle de coupe, en comparant nos résultats en faisant varier les matériaux de la pièce et de l'outil, la géométrie de l'outil (angle de coupe et l'angle d'hélice), les conditions de coupe et l'influence de la lubrification, utilisation des vitesses de coupe élevées correspondantes à des utilisations industrielles récentes UGV.
- Notre étude permet la détermination des efforts de coupe pendant une opération d'usinage en fonction non seulement des conditions de coupe mais aussi de la géométrie d'outil. Pour le moment, seuls l'angle de coupe et l'angle d'hélice ont été étudiés, pour un matériau usiné, un outil donné avec une trajectoire du centre de l'outil. Il serait intéressant de généralisé notre modèle pour d'autre type de fraise en introduisant l'inclinaison de l'axe de rotation de l'outil (cas du fraisage à 5 axes).

- Dans le cadre d'une préparation d'usinage optimisée, les logiciels de FAO tiennent une grande place, et le modèle qui a été mise en place lors de cette thèse pourrait tout à fait être intégrée dans un simulateur afin d'adapter entre autres les trajectoires des outils en fonction des efforts de coupe développés en cours d'usinage. Ceci pourrait par exemple apporter une aide dans le cadre de l'optimisation de nouvelles trajectoires, telles que le tréflage, les trajectoires trochoïdales, avec une modification automatique de stratégie de la part du logiciel en fonction des efforts de coupe.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] **AFNOR** "Machines-outils et outillage-machine outille de fraisage et équipement de machines" *AFNOR recueil de normes françaises* (1989)
- [2] **Y. ALTINTAS** "Manufacturing Automation: Metal Cutting Mechanics, Machine Tool Vibration, and CNC Desing "(2000)
- [3] **A. AZEEM et al.** "Simplified and efficient calibration of a mechanistic cutting force model for ball-end milling" *International Journal of Machine Tools & Manufacture* 44 (2004) 291–298
- [4] **P. K. BAROA et al.** "Modeling of cutting forces in a face-milling operation with self-propelled round insert milling cutter" *International Journal of Machine Tools & Manufacture* 45 (2005) 831–839
- [5] **D. BATACHE** "Validation d'une loi de force de coupe en régime dynamique dans le cas du tournage: Coupe orthogonale " *Thèse de MAGISTERE Université de BATNA* (2001)
- [6] **A. BENYOUCEF** "Modélisation du Fraisage boule" *Rapport de DEA, LPMM Université de METZ* (2002)
- [7] **S. BISSEY** "Developpement d'un modèle d'efforts de coupe applicable a des familles d'outils : Cas du fraisage des aciers traites thermiquement" *Thèse de Doctorat, ENSAM de Cluny* (2005)
- [8] **S. BIEDE et al.** " Modes de formation du copeau en fraisage orthogonal : cas du TA6V" *XV<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique* (2001)
- [9] **M. BOUJELBENE et al.** "Amélioration de l'état de surface microgéométrique en rainurage cinq axes " *XV<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique* (2001)
- [10] **M. BOUJELBENE** " Etude expérimentale de l'usinage en finition des forme complexes " *Thèse de Doctorat* (2002)
- [11] **Z. BOUZAKIS et al.** "Optimisation et choix des outils de coupe pour l'évidement des poches prismatiques en 3D avec raccordements" *17ème Congrès Français de Mécanique Troyes Septembre* (2005)
- [12] **Z. BOUZAKIS et al.** " A computer supported simulation of multiaxis of multiaxis milling to determine optimum cutting kinematics concerning the occurring surface roughness" *2<sup>nd</sup> International Conference on High Speed Machining.* (2000)
- [13] **O. BOMONT et al.** " Optimisation d'un opération de contournage en fraisage " *XV<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique* (2001)
- [14] **T. BERGS et al.** " Tool path optimization for finish milling of die and mold surfaces" *Software Development, Transactions of NAMRI-SME may 24, p.81* (1999)

- [15] **H. CHANAL et al.** "A study of the impact of machine tool structure on machining processes" *International Journal of Machine Tools & Manufacture* 46 (2006) 98–106
- [16] **A.CHEVALIER** "Technologie des fabrication mécanique" (1976)
- [17] **J.S. CHEN et al.** "A study of the surface scallop generating mechanism in the ball-end milling process" *International Journal of Machine Tools & Manufacture* 45 (2005) 1077–1084
- [18] **M. CHERIF et al.** "Generic modelling of milling forces for CAD/CAM applications" *International Journal of Machine Tools & Manufacture* 44 (2004) 29–37
- [19] **P. DEPINCE et al.** "Active integration of tool deflection effects in end milling. Part 1: Prediction of milled surfaces" *International Journal of Machine Tools & Manufacture* 46 (2006) 937–944
- [20] **E. DUC et al.** "Usinage de formes gauches contribution à l'amélioration de la qualité des trajectoires d'usinage " *Thèse de doctorat* (1998)
- [21] **H. ERDIM et al.** "Feedrate scheduling strategies for free-form surfaces" *International Journal of Machine Tools & Manufacture* 46 (2006) 747–757
- [22] **S.ENGIN et al.** "Mechanics and dynamics of general milling cutters. Part I: helical end mills " *International Journal of Machine Tool & manufacture* 41 (2001) 2213-2231
- [23] **S.ENGIN et al.** "Mechanics and dynamics of general milling cutters. Part II: inserted cutters" *International Journal of Machine Tool & manufacture* 41 (2001) 2213-2231
- [24] **M. EL-AHMED** " Influence des stratégie d'usinage sur les efforts de coupe et la qualité des surfaces : Application au fraisage à l'outil hémisphérique " Rapport de DEA, LGIMP Université de METZ (2003)
- [25] **M. FONTAINE et al.** "Predictive force model for ball-end milling and experimental validation with a wavelike form machining test" *International Journal of Machine Tools & Manufacture* 46 (2006) 367–380
- [26] **F. GRASS** "Manuel de Données technologiques d'usinage en fraisage" *Centre Technique des Industries Mécanique* (1988)
- [27] **J. GRADIS et al.** "Mechanistic identification of specific force coefficients for a general end mill" *International Journal of Machine Tools & Manufacture* 44 (2004) 401–414
- [28] **B.U. GUZEL et al.** " Increasing productivity in sculpture surface machining via off-line piecewise variable feedrate scheduling based on the force system model" *International Journal of Machine Tool & manufacture* 44 (2004) 21–28
- [29] **C. JENQ-SHYONG et al.** "A study of the surface scallop generating mechanism in the ball-end milling process" *International Journal of Machine Tools & Manufacture* 45 (2005) 1077–1084

- [30] **H. JUAN et al.** "The optimal cutting-parameter selection of production cost in HSM for SKD61 tool steels" *International Journal of Machine Tools & Manufacture* 43 (2003) 679–686
- [31] **K. KIMA et al.** "A study on the precision machinability of ball end milling by cutting speed optimization" *Journal of Materials Processing Technology* 130–131 (2002) 357–362
- [32] **K. KYUNG-KYOON et al.** "A study on the precision machinability of ball end milling by cutting speed optimization" *Journal of Materials Processing Technology* 130–131 (2002) 357–362
- [33] **A. LARUE et al.** "Simulation of flank milling processes" *International Journal of Machine Tools & Manufacture* 45 (2005) 549–559
- [34] **A. LAMIKUZ et al.** "Cutting force estimation in sculptured surface milling" *International Journal of Machine Tools & Manufacture* 44 (2004) 1511–1526
- [35] **J. M. LANGERONA et al.** "A new format for 5-axis tool path computation, using B-spline curves" *Computer-Aided Design* 36 (2004) 1219–1229
- [36] **P.LEE et al.** "Prediction of Ball-end Milling Force From Orthogonal Cutting Data" *International Journal of Machine Tool & manufacture* 0890-6955(95)00081
- [37] **N. LIUA et al.** "Surface finish visualisation in high speed, ball nose milling applications" *International Journal of Machine Tools & Manufacture* 45 (2005) 1152–1161
- [38] **H.Z. LI et al.** "Milling force prediction using a dynamic shear length model" *International Journal of Machine Tools & Manufacture* 42 (2002) 277–286
- [39] **X.W. LIU et al.** "Prediction of cutting force distribution and its influence on dimensional accuracy in peripheral milling" *International Journal of Machine Tools & Manufacture* 42 (2002) 791–800
- [40] **M. E. MERCHANT** "Mechanics of the Metal Cutting Process. Part I Orthogonal Cutting and a Type 2 Chip" *Journal of Applied Physics, Vol 16, N° 5 pp 267-275* (1945)
- [41] **A. MOLINARI et al.** "A modelling of cutting for viscoplastic materials" *International Journal of Machine Tool & manufacture* 39(4) (1997) 369-389
- [42] **A. MOUFKI et al.** "A new thermomechanical model of cutting applied to turning operations Part II. Parametric study" *International Journal of Machine Tools & Manufacture* 45 (2005) 181–193
- [43] **B. OZTURK et al.** "Machining of free-form surfaces. Part I: Analytical chip load" *International Journal of Machine Tools & Manufacture* 46 (2006) 728–735
- [44] **B. OZTURK et al.** "Machining of free-form surfaces. Part II: Calibration and forces" *International Journal of Machine Tools & Manufacture* 46 (2006) 736–746

- [45] **G. PEIGNE** "Etude et simulation des effets dynamiques de la coupe sur la stabilité de la coupe et la qualité géométrique de la surface usinée : application au fraisage de profil " *Thèse de Doctorat, INPG de Grenoble* (2003)
- [46] **S. RATCHEV et al.** "Milling error prediction and compensation in machining of low-rigidity parts" *International Journal of Machine Tools & Manufacture* 44 (2004) 1629–1641
- [47] **L. RIAUD et al.** "Technologie des Métiers: Fraisage" (1985)
- [48] **V. ROBIN et al.** "Contribution au parachèvement par fraisage et polissage robotisés de pièces de formes complexes" *17ème Congrès Français de Mécanique Troyes, Septembre* (2005)
- [49] **L. RUEY-JING et al.** "A grey prediction fuzzy controller for constant cutting force in turning" *International Journal of Machine Tools & Manufacture* 45 (2005) 1047–1056
- [50] **W. RUBIO et al.** "Calculation of the scallop height in space and automatic step over correction" *Karpacz, Polongne, 21-26 mars 1999*
- [51] **P. SARTKULVANICH et al.** "Determination of flow stress for metal cutting simulation a progress report " *Journal of Materials Processing Technology* 146 (2004) 61–71
- [52] **M.A. SALGADO et al.** "Evaluation of the stiffness chain on the deflection of end-mills under cutting forces" *International Journal of Machine Tools & Manufacture* 45 (2005) 727–739
- [53] **M. SHATLA et al.** " Analytical modeling of drilling and ball and milling" *Journal of Materials Processing Technology* 98 (2002) 125-133
- [54] **K. SHIREASE et al.** " Cutting force and dimensional surface error generation in peripheral milling with variable pitch helical end mills" *International Journal of Machine Tool & manufacture* 0890-6955(95)00063-1
- [55] **J. S. STRENKOWSKI et al.** "An analytical finite element model for predicting three-dimensional tool forces and chip flow" *International Journal of Machine Tools & Manufacture* 42 (2002) 723–731
- [56] **C.C. TAI et al.** "The prediction of cutting forces in the ball-end milling process" *Journal of Materials Processing Technology* 54 (1995) 286-301
- [57] **I.N. TANSELA et al.** "Genetic tool monitor (GTM) for micro-end-milling operations" *International Journal of Machine Tools & Manufacture* 45 (2005) 293–299
- [58] **C.K. TOH et al.** "Surface topography analysis in high speed finish milling inclined hardened steel" *Precision Engineering* 28 (2004) 386–398
- [59] **A. VIDALA et al.** "A decision support system for optimising the selection of parameters when planning milling operations" *International Journal of Machine Tools & Manufacture* 45 (2005) 201–210

- [60] **M.C. YOON et al.** "Cutting dynamic force modelling of end milling operation" *Journal of Materials Processing Technology* 155–156 (2004) 1383–1389
- [61] **J.J.J. WANG et al.** "Identification of shearing and ploughing cutting constants from average forces in ball-end milling" *International Journal of Machine Tool & manufacture* 42 (2002) 695-705
- [62] **M.T. ZAMAN et al.** "A three-dimensional analytical cutting force model for micro end milling operation" *International Journal of Machine Tools & Manufacture* 46 (2006) 353–366
- [63] **U. ZUPER et al.** "Tool cutting force modeling in ball-end milling using multilevel perceptron" *Journal of Materials Processing Technology* 153–154 (2004) 268–275
- [64] **U. ZUPER et al.** "Active integration of tool deflection effects in end milling. Part 2: Compensation of tool deflection" *International Journal of Machine Tools & Manufacture* 46 (2006) 945–956

## RESUME

On s'intéresse dans ce mémoire à la modélisation des efforts de coupe en fraisage hémisphérique, et la connaissance de ses derniers est nécessaire pour l'optimisation du procédé d'usinage.

La prédiction des efforts de coupe permet aussi d'optimiser la géométrie des outils, lors de leurs conceptions, et d'adapter les conditions de coupe et la machine utilisée pour l'opération d'usinage envisagée. La connaissance de ces efforts favorise également l'optimisation des trajectoires d'outils au sein d'un logiciel de FAO.

Ma contribution dans ce travail à consister à l'étude de la géométrie de la fraise hémisphérique afin de déterminer à chaque instant les zones de contact Pièce-Outil qui suit une trajectoire complexe dans l'espace, ce qui m'a permet par la suite de calculer les efforts de coupe dans cette zone de contact.

**MOTS-CLES :** Approche mécanistique, Fraisage hémisphérique, Coupe oblique, Surface complexe.

## ABSTRACT

We are interested in this memory in the modeling of cutting forces in hemispherical milling and these forces are necessary for the optimization of manufacturing process.

The prediction of cutting forces permit to optimize the tools geometry in the beginning of their conception and also to adapt the cutting conditions and the machine-tool used for the considered machining operations. The knowledge of these forces permits also the optimization of the tools trajectories in a CAM software.

My contribution in this work have consist to study the geometry of the hemispherical tool, in order to determine at each time the zones of contact of the Part-Tool which follows a complex trajectory in space this have permit me to calculate the cutting forces in this zone of contact.

**KEYWRDS:** Mechanistic approach, Hemispherical milling, Oblique cutting, Complex surface.

## ملخص

نهتم في هذه المذكرة بنمذجة قوى القطع في التفريز الشبه كروي , و معرفة هذه الأخيرة مهمة لإيجاد حلول مثلى لعملية القطع.

يسمح تكهن قوى القطع بإيجاد حل أمثل لشكل أدوات القطع خلال تصميمها و أحسن ملائمة لشروط القطع والآلة المتوقع استعمالها في عملية القطع . كما تسمح قوى القطع بإيجاد مسارات مثلى لأدوات القطع خلال استعمال برامج التصنيع بمساعدة الكمبيوتر .

إسهامي في هذا العمل يتمثل في اقتراح طريقة لدراسة شكل الفريزة ذات الرأس النصف كروي بهدف تحديد مناطق الالتماس بين القطعة والأداة التي تتبع مساراً معقداً في الفضاء مما يسمح بحساب قوى القطع في هذه المناطق .

**الكلمات المفتاحية:** المبدأ الميكانيستيكي, التفريز الشبه كروي, القطع المائل, الأسطح المعقدة.