

REBUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE DE BATNA
FACULTE DES SCIENCE DE L'INGENIEUR
DEPARTEMENT DE MECANIQUE

MEMOIRE

PRESENTE POUR L'OBTENTION DU DIPLOME DE
MAGISTERE

Spécialité: MECANIQUE

Option: ENERGETIQUE

PAR

BEGAR AMOR

THEME

ETUDE DE LA CONVECTION NATURELLE DANS UNE CAVITE
COMPORTANT DES SOURCES DE CHALEUR.

SOUTENU LE2007

Membres du jury:

BOUGRIOU Chérif	M.C.	Univ. Batna	Président
RAHAL Samir	M.C.	Univ. Batna	Rapporteur
MOUMMI Noureddine	M.C.	Univ. Biskra	Examineur
BOUGOUL Saadi	M.C.	Univ. Batna	Examineur

Remerciement

Derrière ce travail se cache la présence, le support et l'ouverture d'esprit de mon encadreur Le **Docteur Samir Rahal**, a qui je doit énormément remercie. j'ai particulièrement appréciée ses encouragements, ses conseils et la liberté qu'il m'a accordée dans la poursuite de mon travaille .je suis aussi très reconnaissante pour m'avoir sensibilisé à l'importance de la communication scientifique.

Je remercie vivement le Docteur **BOUGRIOU Chérif** qui m'a fait l'honneur de présider ce jury.

Je tiens aussi à remercier vivement le Docteur **MOUMMI Noureddine**, et le Docteur **BOUGOUL Saadi** pour leur participation de présider ce jury.

Je remercie vivement **Begar Aabelhakim** pour son aide, ses encouragements et ses conseils.

Mes remerciements s'adressent aussi à toute la personne qui a contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce travail.

Sommaire

Nomenclature générale	1
Introduction générale	3

Chapitre I: Généralités et Synthèse bibliographique.

I.1	La convection dans les cavités	4
I.1.1	Cavité avec gradient vertical de température	4
I.1.1.1	Seuil de convection	5
I.1.1.1.1	Déplacement d'une goutte de fluide	6
I.1.1.1.2	Traînée visqueuse et diffusion de la chaleur	7
I.1.1.2	Nombre de Rayleigh	8
I.1.2	Cavité avec gradient horizontal de température	9
I.1.3	Cavité comportant des sources surfaciques de chaleur	10
I.2	Synthèse bibliographique	11

Chapitre II: Modélisation et procédure de simulation numérique.

II.1	Les équations gouvernantes	15
II.2	Les conditions aux limites	17
II.3	Transfert de chaleur	18
II.4	Discrétisation des équations	19
II.4.1	Rappels sur la méthode des volumes finis	19
II.4.2	Maillage	20
II.4.3	La discrétisation	21
II.4.4	Intégration du flux total	23
II.4.5	Intégration du terme source	24
II.4.6	Discrétisation temporelle	24
II.4.7	Schéma hybride (HDS)	24
II.5	Procédure de résolution	25
II.5.1.	Equation algébrique de pression	25
II.5.2	Algorithme SIMPLER	28
II.5.3	Résolution des équations	29
II.5.3.1	La méthode des approximations successives	30
II.6	Organigramme	32

Chapitre III : Résultats numériques

III.1	Problématique	33
III.2	Validation	34

III. 3	Etude paramétrique avec des flux de chaleurs constants	37
III.3.1	Cas d'une seule source de chaleur	37
III.3.1.1	Influence du nombre de Rayleigh	37
III.2.1.2	Influence du rapport d'aspect	41
III.2.1.3	Influence de la position de la source de chaleur	46
III.3.2	Cas de deux sources de chaleur	53
III. 4	Etude paramétrique avec des flux de chaleurs variables	55
III.4.1	Cas d'une seule source de chaleur	57
III.4.2	Cas de deux sources de chaleur	61
	Conclusion générale	67
	Références bibliographiques	68
	Annexe	71

Nomenclature générale

Symboles latins:

A	A=L/H rapport d'aspect.
C _p	chaleur spécifique à pression constante [J/kgK].
C	terme de convection.
d	distance séparant deux sources de chaleur (cm).
D	terme de diffusion.
g	accélération de la pesanteur [m/s ²].
H	hauteur de la cavité [cm].
h	Coefficient de transfert de chaleur par convection [W/m ² k].
l	longueur de la partie adiabatique de la paroi inférieure [cm].
L	largeur de la cavité [cm].
Nu _{local}	nombre de Nusselt local.
<Nu>	nombre de Nusselt moyen.
p	pression [Pa].
P ^{**}	pression adimensionnelle.
Pr	nombre de Prandtl.
P _c	période de chauffage (s).
P [*]	La valeur estimée de pression
P'	La valeur corrigée de pression
q _c	flux de chaleur constant [W/m ²].
q _p	flux de chaleur périodique [W/m ²].
Ra	nombre de Rayleigh.
s	longueur de la source [cm].
S _φ	terme source
T	température [K].
T [*]	température adimensionnelle.
T _c	température de la paroi chaude [K].
T _f	température ambiante [K].
T ₀	température de référence [K].
t	temps (s).
t [*]	temps adimensionnel.
u, v, w	composantes du vecteur vitesse [m/s].
u [*] , v [*] , w [*]	composantes adimensionnelles du vecteur vitesse [m/s].
u', v'	Les valeurs corrigées de la vitesse
u [*] , v [*]	Les valeurs estimées de la vitesse
X_d	position de la source de chaleur (cm).
x, y, z	les coordonnées cartésiennes.
x [*] , y [*] , z [*]	les coordonnées cartésiennes adimensionnelles.

Symboles Grecs:

α	diffusivités thermique [m^2/s].
β	coefficient de dilatation [K^{-1}].
λ	conductivité thermique [W/mK].
μ	viscosité cinématique [m^2/s].
ρ	masse volumique [kg/m^3].
ϕ	variable dépendante.
Γ	coefficient de diffusion.

Introduction générale:

L'étude des transferts thermiques joue un rôle important dans la conception et l'amélioration des performances des systèmes relevant du domaine de l'ingénierie. Parmi ces systèmes, on peut citer par exemple la thermique du bâtiment et le refroidissement des composants électroniques. Dans ce dernier cas, la tendance vers plus de miniaturisation entraîne une amélioration évidente de la performance des circuits, mais d'un autre côté, la quantité de chaleur à dissiper par unité de volume subit une augmentation importante. Un contrôle thermique adéquat s'avère donc nécessaire afin d'éviter d'éventuels problèmes de surchauffe pouvant endommager ces dispositifs électroniques. Les composants électroniques étant modélisés comme des sources surfaciques de chaleur, d'où l'intérêt d'étudier la convection naturelle dans une enceinte qui comporte des sources surfaciques de chaleur [1].

Le but de ce travail est donc de mener une étude numérique de la convection naturelle dans une enceinte qui comporte des sources surfaciques de chaleur. On étudiera l'influence du rapport d'aspect de l'enceinte, les valeurs et les formes (constants ou variables) des flux de chaleur débités par les sources, le nombre et la disposition des sources sur les champs thermiques, le nombre de Nusselt ainsi que sur les structures et régimes convectifs.

Notre mémoire se compose de trois chapitres :

Le premier chapitre est consacré à des généralités ainsi qu'à une synthèse bibliographique sur les problèmes de convection naturelle dans les cavités.

Le deuxième chapitre présente la modélisation du problème et la procédure de simulation numérique.

Le dernier chapitre est consacré à la présentation des résultats numériques.

Chapitre I

Généralités et synthèse bibliographique

I.1. La convection dans les cavités:

La transmission de chaleur par convection est désignée selon le mode d'écoulement du fluide par convection libre ou convection forcée. Lorsqu'il se produit au sein du fluide des courants dus uniquement aux différences de température, on dit que la convection est naturelle ou libre. Par contre, si le mouvement du fluide est provoqué par une action externe (ventilateur), le processus est appelé convection forcée.

L'étude de la convection naturelle dans les cavités a fait l'objet d'un très grand nombre de travaux tant théoriques qu'expérimentaux. L'intérêt de telles études réside dans son implication dans de nombreuses applications industrielles telles que le refroidissement des composants électroniques, la thermique des bâtiments, l'industrie métallurgique, la croissance des cristaux pour l'industrie des semi conducteurs,.....etc.

La cavité rectangulaire continue à être la géométrie qui présente le plus d'intérêt. Dans ce type de cavité, généralement deux parois sont maintenues à des températures différentes tandis que les autres sont isolées. On distingue principalement deux configurations, la première est celle d'une enceinte contenant un fluide et soumise à un gradient vertical de température (convection de Rayleigh-Bénard), la seconde étant celle d'une cavité avec un gradient horizontal de température.

I.1.1. Cavité avec gradient vertical de température:

La cavité qui est chauffée par le bas et refroidie par le haut correspond à la configuration de la convection de Rayleigh Bénard qui traite de la stabilité et le mouvement d'un fluide confiné entre deux plaques horizontales qui sont maintenues à des températures uniformes et distinctes (fig. I.1). La convection de Rayleigh-Bénard a une longue et riche histoire, elle a été étudiée durant des décennies aussi bien pour ses différentes applications industrielles que du point de vue recherche fondamentale [2].

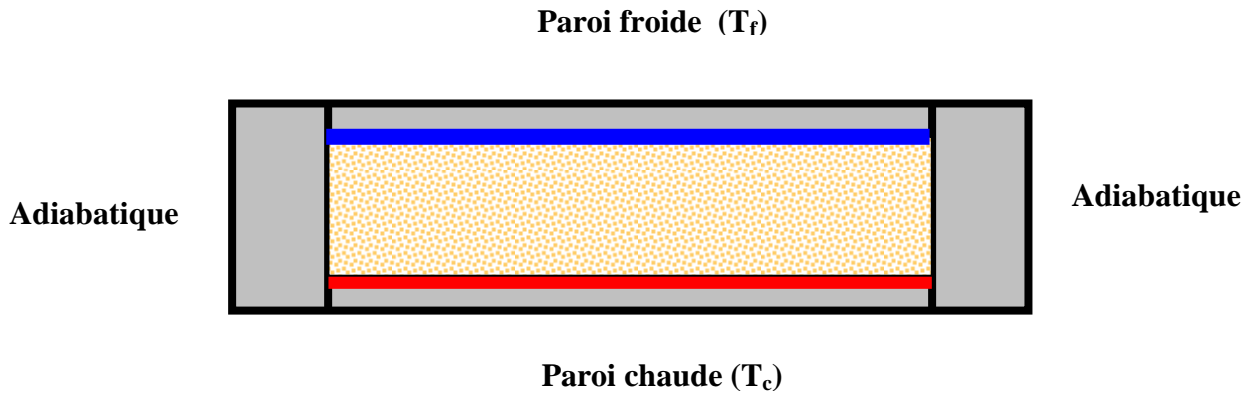


Figure I.1 : Schéma représentant la configuration de la convection de Rayleigh –Bénard.

Au delà d'une valeur critique de l'écart de température appliqué, des rouleaux contra-rotatifs, d'axes horizontaux apparaissent au sein du fluide (Fig. I.2). Il y a donc un seuil de convection au-delà duquel le transfert de chaleur se fait par convection.

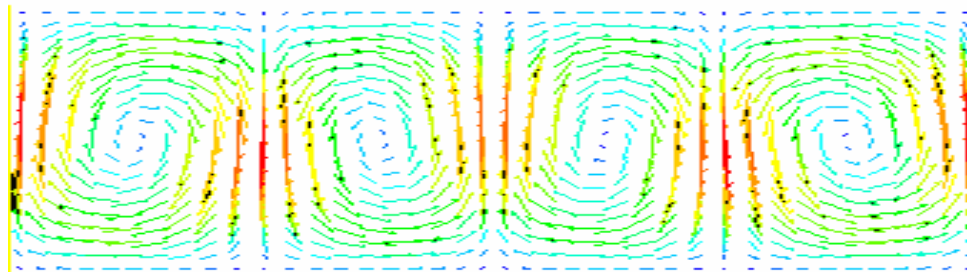


Figure I.2: Schéma représentant les rouleaux de la convection de Rayleigh- Bénard.

I .1.1.1. Seuil de convection:

Pour illustrer le mécanisme de base de la convection de Rayleigh-Bénard et les forces en présence qui sont en compétition, on considère le mouvement d'une goutte de fluide selon ce qui suit.

I.1.1.1.1. Déplacement d'une goutte de fluide:

Imaginons une goutte de fluide de taille et de forme quelconque mais ayant un déplacement infinitésimal spontané et aléatoire soit vers le haut, soit vers le bas. Les forces agissant sur cette goutte déterminent le mouvement du fluide dans sa globalité.

Tout d'abord, considérons une goutte située dans le fond d'une couche de fluide, où la densité est plus faible que la densité moyenne. Tant que la goutte reste immobile, elle est entourée de fluide de même densité et la poussée d'Archimède est nulle. Supposons maintenant une perturbation aléatoire provoquant un léger déplacement de la goutte vers le haut. Cette dernière est alors entourée de fluide de densité plus grande et de température plus petite.

Ainsi la poussée d'Archimède, proportionnelle à la différence de densité et au volume de la goutte, va s'exercer vers le haut et va amplifier le mouvement ascendant initial de la goutte.

On peut raisonner de la même façon pour une goutte de fluide située au sommet de la couche. La goutte subissant un léger déplacement aléatoire vers le bas est alors entourée d'un fluide moins dense et tend à s'enfoncer vers le bas de la couche. Ces écoulements ascendants et descendants définissent la convection naturelle [3].

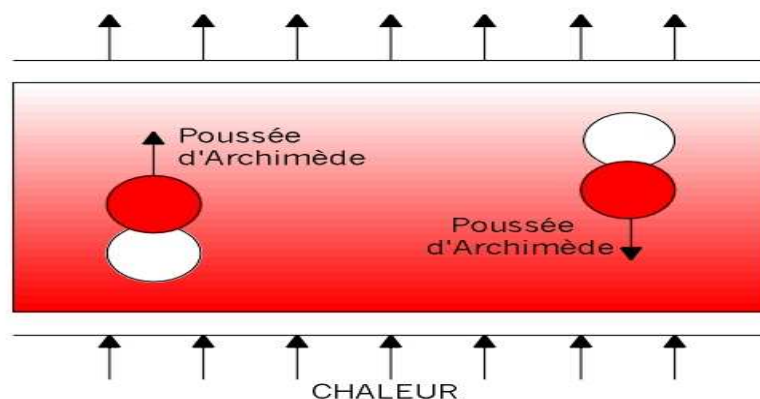


Figure I.3: Schéma représentant la poussée d'Archimède.

I.1.1.1.2. Traînée visqueuse et diffusion de la chaleur:

On peut supposer que l'existence d'un gradient de température suffit pour entraîner un écoulement convectif. En réalité, pour que le régime convectif s'amorce, le gradient de température doit atteindre un certain seuil.

En effet, deux autres facteurs jouent un rôle important pour le mouvement d'une goutte de fluide. Le premier est la traînée visqueuse (force de frottements) dirigée dans le sens opposé au mouvement (Fig. I.4). Sa valeur dépend de la viscosité du fluide. Donc, il n'y a pas de mouvement tant que la traînée visqueuse est égale à la poussée d'Archimède.

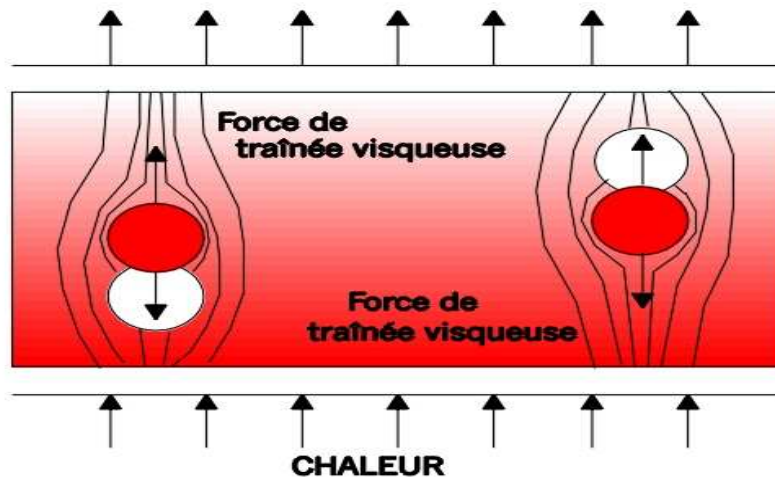


Figure I.4: Schéma représentant la force de traînée visqueuse.

Le second facteur est la diffusion de la chaleur (Fig. I.5). Le flux de chaleur, qui se propage par transfert d'énergie thermique de molécule à molécule voisine, donne de la chaleur à un environnement plus froid. Réciproquement, une goutte froide qui tend à descendre vers le fond de la couche reçoit de la chaleur. Ce transfert de chaleur contribue à la diminution du gradient de température, et donc à la réduction de la poussée d'Archimède [3].

L'équilibre thermique d'une goutte de fluide avec son environnement est donc atteint à partir d'un certain temps dépendant de la diffusivité thermique du

fluide. Si ce temps de diffusion thermique est inférieur ou égal au temps nécessaire pour que la goutte effectue un déplacement d'une longueur caractéristique, la poussée d'Archimède et la traînée visqueuse se compensent et l'écoulement convectif n'est pas entretenu.

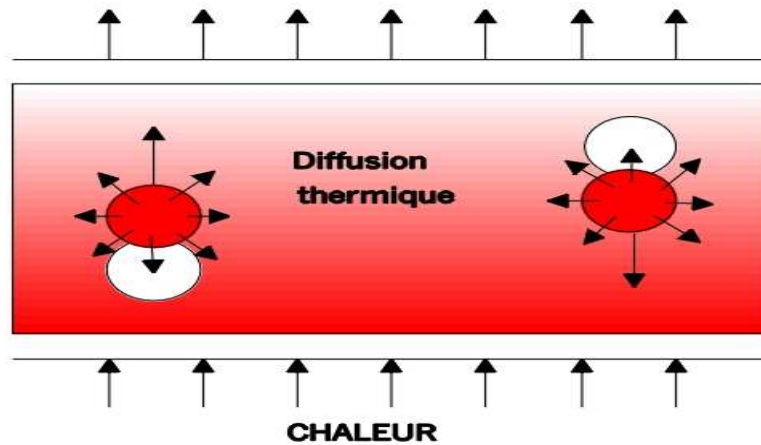


Figure I.5 : Schéma représentant la diffusion thermique.

I.1.1.2 Nombre de Rayleigh:

Dans la convection de Rayleigh-Bénard, la poussée résultant du gradient de température doit donc l'emporter sur la traînée visqueuse et la diffusion de la chaleur pour que la convection ait lieu.

Par conséquent, une relation entre ces trois paramètres s'exprime sous forme d'un rapport sans dimension: la force de poussée divisée par le produit de la traînée visqueuse et du taux de diffusion de la chaleur.

Ce rapport s'appelle le nombre de Rayleigh. La convection s'amorce lorsque le nombre de Rayleigh dépasse une valeur critique ($= 1700$)[3].

$$Ra = g\beta \frac{\left(\frac{T_c - T_f}{d} \right) H^4}{\nu\alpha}$$

Avec :

Ra : nombre de Rayleigh.

g : accélération de la pesanteur.

β : Le coefficient de dilatation.

T_c : La température chaude de la paroi inférieure.

T_f : La température froide de la paroi supérieure.

α : La diffusivité thermique.

ν : La viscosité cinématique.

H : La hauteur de la cavité.

I.1.2. Cavité avec gradient horizontal de température :

Dans cette configuration, l'une des parois verticales est chauffée tandis que l'autre est refroidie, les parois horizontales étant considérées comme adiabatiques (Fig. I.6). Pour cette configuration, il n'y a pas de gradient critique de température et le fluide est alors ascendant le long de la paroi chaude et descendant le long de la paroi froide [2].

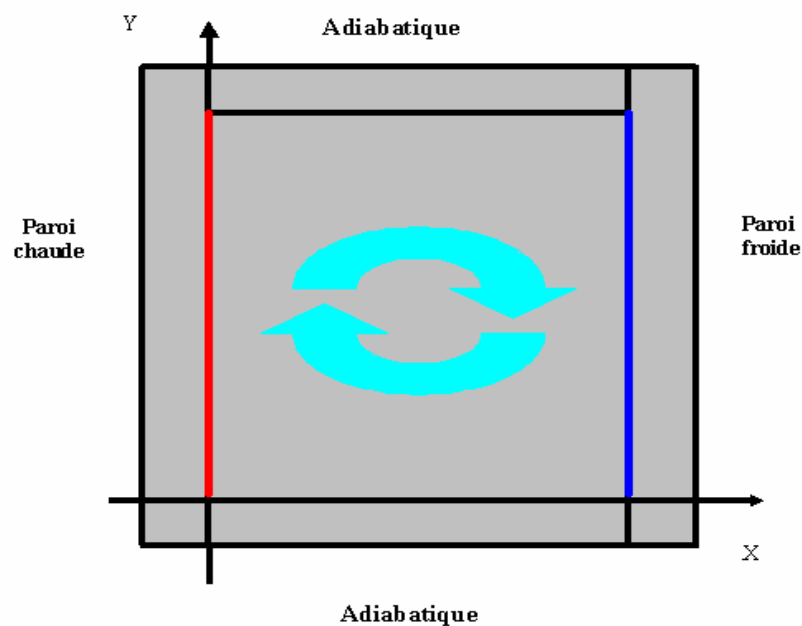


Figure I.6: Schéma de la convection dans une cavité avec gradient horizontal de température.

I.1.3. Cavité rectangulaire comportant des sources de chaleur surfaciques:

Les configurations considérées ci-dessus sont celles pour lesquelles le chauffage se fait uniformément au niveau d'une paroi qui est soit horizontale ou verticale, dans ce qui suit on va considérer les cas où les chauffages se font localement en utilisant des sources discrètes de chaleur. La configuration suivante représente ainsi un exemple d'une cavité avec des sources surfaciques de chaleur discrètes. Cette cavité rectangulaire (largeur L , hauteur H) est remplie de fluide et la température de la paroi latérale gauche est constante tandis que les deux parois horizontales inférieure et supérieure sont adiabatiques (Fig. I.7). La paroi verticale droite étant chauffée par des flux de chaleur discrets [4].

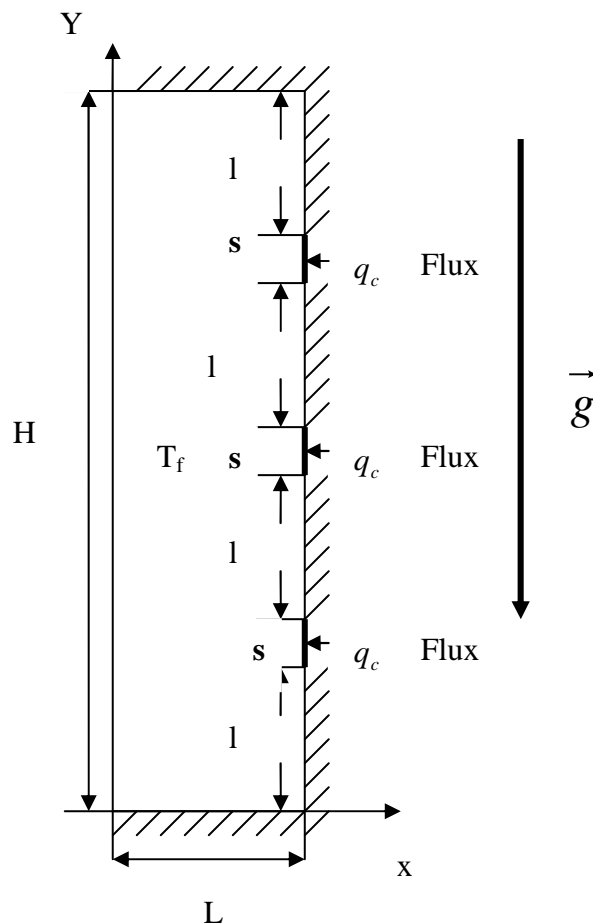


Figure I.7: Cavité rectangulaire comportant plusieurs sources de chaleur surfaciques.

I.4. Synthèse bibliographique:

Il existe une quantité impressionnante de publications scientifiques portant sur l'étude de la convection naturelle dans les cavités. La plupart des études portant sur la convection naturelle dans les cavités étant en régime permanent avec des conditions aux limites constantes dans le temps (température ou flux de chaleur). Cependant, de nombreuses applications comme le refroidissement des composantes électroniques, les capteurs d'énergie solaire, le chauffage et la climatisation des habitats mettent en jeu le transfert de chaleur par convection naturelle en régime transitoire [1].

Quelques auteurs se sont intéressés aux problèmes de convection naturelle dans des cavités rectangulaires chauffées par des sources discrètes. Ces travaux étaient principalement justifiés par la nécessité d'améliorer le refroidissement des composantes électroniques. **Chu and Churchill** [5] furent les premiers à étudier la convection naturelle au sein d'une cavité rectangulaire bidimensionnelle munie d'une source de chaleur discrète. Avec des parois horizontales thermiquement isolées, une paroi verticale froide isotherme et une source de chaleur installée sur l'autre paroi verticale, ils ont obtenu numériquement la position de la source qui optimise le transfert thermique, en fonction du nombre de Rayleigh. Cette position optimale se trouve près du centre de la paroi verticale, mais glisse légèrement vers le bas à mesure que le nombre de Rayleigh augmente.

L'étude expérimentale de **Turner and Flack** [6] a confirmée ces prédictions en plus de les étendre à des nombres de Rayleigh plus élevés. Ainsi, la hauteur optimale du centre de la source par rapport à la hauteur de l'enceinte pour $10^5 < Ra < 6.10^6$ a été trouvée de 0,4.

L'étude de **Chadwick and Heaton** [7] a apporté plus de précision sur la position optimale d'une source lorsqu'elle dégage un flux de chaleur uniforme. Après avoir examiné, expérimentalement et par simulation numérique, trois positions différentes, ils ont constaté que la position la plus basse (2/10 de la hauteur) conduisait au meilleur transfert de chaleur. Bien qu'une étude

paramétrique plus complète aurait été utile ici, il est tout de même clair que le comportement thermique est très différent pour des sources avec flux de chaleur que pour des sources isothermes. Il est également opportun de mentionner le très bon accord qu'ont obtenu ces auteurs entre les mesures expérimentales et les prédictions numériques des nombres de Nusselt locaux sur la source.

Les recherches de **M. Keyhani et al.** [8] ont clairement démontré qu'il est avantageux d'utiliser des sources discrètes plutôt qu'une paroi chauffée uniformément afin d'optimiser le transfert de chaleur. Ces travaux expérimentaux portaient sur une enceinte munie de 11 sources à flux de chaleur uniformes.

Plus récemment, **Ho and Chang** [9] ont examiné, numériquement, l'effet du rapport de forme ($1 < A < 10$) sur le transfert de chaleur dans une enceinte munie de 4 sources équidistantes à flux de chaleur uniformes. Leurs résultats montrent que l'augmentation du rapport de forme conduit à une diminution substantielle du transfert de chaleur, ce qui fait augmenter les températures des sources de chaleur. Cependant, ils ont remarqué que cet effet diminue lorsque le nombre de Rayleigh est augmenté. Il est bon également de mentionner les travaux de **Refai and Yovanovich** [10] sur l'établissement d'une longueur caractéristique plus représentative et de corrélations plus précises pour des sources isothermes et d'autres à flux de chaleur uniformes.

Vargas and Bejan [11] ont montré par une étude théorique, numérique et expérimentale qu'il est possible d'augmenter le transfert de chaleur en régime transitoire, conclusion obtenue à partir des études faites sur l'échange thermique par convection forcée et par convection naturelle sur une plaque plane.

Douamna et al. [12] Ont étudié numériquement la convection naturelle instationnaire de l'air confiné dans une géométrie répétitive chauffée périodiquement par le bas, la température variant de façon sinusoïdale dans le temps. Les équations qui régissent le système ont été écrites en formulation fonction de courant- vorticité et intégrées à l'aide d'une méthode aux différences finies. La grande dépendance des comportements dynamique et thermique du fluide vis-à-vis des variations de paramètres de contrôle, tels que le nombre de

Rayleigh, l'amplitude et la période de la température, a été mise en évidence. L'analyse spectrale a été utilisée pour identifier les fréquences présentes dans les différents signaux étudiés.

Un travail a été mené par **Shigeo and Bejan** [13] afin de synthétiser les résultats expérimentaux, les quelques simulations numériques disponibles à l'époque et surtout les études analytiques. Le comportement général du nombre de Nusselt moyen en fonction du rapport de forme de l'enceinte pour différents nombres de Rayleigh a ainsi été obtenu. Les résultats expérimentaux ont effectivement démontré que l'effet du nombre de Prandtl est négligeable lorsque ce dernier est de l'ordre de l'unité ou plus. De cette synthèse, il apparaît clairement que pour un nombre de Rayleigh donné, le transfert de chaleur atteint un maximum pour un certain rapport de forme optimal. Pour $Ra \sim 10^5$, le maximum se trouve autour de $A \approx 1$ (A représente la hauteur de l'enceinte sur sa largeur) et il se déplace vers des valeurs plus faibles du rapport de forme lorsque le nombre de Rayleigh est augmenté.

La convection naturelle transitoire dans une cavité carrée soumise par le bas à une variation sinusoïdale de la température a été étudiée numériquement par **Lakhal and Hasnaoui** [14] pour un nombre de Prandtl de 0,72 (air) et pour des nombres de Rayleigh variant de 10^5 à 10^6 . On y montre que si l'on s'intéresse au transfert thermique moyen, le chauffage périodique est avantageux si l'amplitude de l'excitation est grande et si l'intensité de la convection est importante.

On retrouve aussi une étude numérique et théorique de **Lage and Bejan** [15] qui ont montré que pour des nombres de Rayleigh suffisamment grands (jusqu'à $Ra = 10^9$), que le mécanisme dominant le transfert de la chaleur est la convection naturelle et que l'écoulement a tendance à entrer en résonance avec la pulsation de la source de chaleur. Cette résonance est caractérisée par un maximum dans l'amplitude de la fluctuation du nombre de Nusselt dans le plan médian de la cavité et à la frontière froide.

Le même problème a été traité par **Kwak and Hyun** [16] pour un nombre de Prandtl de 0,7 (air) afin de déterminer l'importance de l'amplitude d'oscillation. Ils ont montré que le taux de transfert de chaleur est linéairement dépendant de l'amplitude de l'excitation si cette amplitude est faible. Par contre, ils montrent que si l'amplitude est grande, le transfert de chaleur est augmenté. De plus, le gain de transfert thermique est maximal à la fréquence de résonance.

D'après cette recherche bibliographique, on a constaté que la plupart des études ont été menées avec une seule source à flux de chaleur constant dans une cavité carrée contenant de l'air. Le cas d'une source de chaleur débitant des flux variables périodiquement et dont la position peut varier n'a pas été considéré à notre connaissance. De même, l'étude de deux sources de chaleur qui sont à flux de chaleur variables et qui sont en interaction n'a pas été menée. Ces cas feront, entre autres, l'objet d'une partie importante de ce mémoire.

Chapitre II

Modélisation et procédure de simulation numérique

II.1 Les équations gouvernantes:

Les équations régissant l'écoulement sont les équations de continuité, de Navier-stokes et l'équation d'énergie, qui expriment respectivement la conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie. Pour une formulation simple du problème, nous avons considéré quelques approximations, entre autre l'approximation de Boussinesq [4]. En effet, nous supposons que l'influence de la variation de la masse volumique n'est prise en compte que par l'intermédiaire des forces volumiques, le fluide étant également Newtonien.

La masse volumique du fluide varie linéairement avec la température et est donnée par la relation suivante:

$$\rho = \rho_0 \left[1 - \beta (T - T_0) \right] \quad \text{II-1}$$

Avec:

β : Coefficient de dilatation.

ρ_0 : Masse volumique à la température de référence.

T_0 : Température de référence.

Les équations gouvernantes sont données respectivement par :

L'équation de continuité :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \text{II-2}$$

Avec (u) la composante du vecteur vitesse suivant x, (v) la composante suivant y et (w) la composante suivant z, (t) le temps. x, y, z étant les coordonnées cartésiennes.

Les équations de quantité de mouvement:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad \text{II-3}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + g\beta(T - T_0) + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad \text{II-4}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad \text{II-5}$$

Avec p : la pression, ρ : la masse volumique et ν : la viscosité cinématique du fluide.

L'équation d'énergie:

$$(\rho c_p) \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho c_p) \vec{u} \nabla T = \lambda \nabla^2 T \quad \text{II-6}$$

Qui peut être aussi écrite:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\lambda}{\rho c_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad \text{II-7}$$

Avec:

λ : La conductivité thermique et C_p : la chaleur spécifique du fluide à pression constante.

Pour mettre les équations (II-2 à II-7) sous formes adimensionnelles, on le fait de la même manière que dans [17] qui ont introduit les variables adimensionnelles suivantes:

$$\begin{aligned} x^* &= \frac{x}{H} & u^* &= \frac{u}{\left(\frac{\alpha}{H}\right)} & p^* &= \frac{p}{\rho \left(\frac{\alpha}{H}\right)^2} \\ y^* &= \frac{y}{H} & v^* &= \frac{v}{\left(\frac{\alpha}{H}\right)} & T^* &= \frac{T - T_f}{\frac{q_c s}{\lambda}} \\ z^* &= \frac{z}{H} & w^* &= \frac{w}{\left(\frac{\alpha}{H}\right)} & t^* &= \frac{t \alpha}{w} \end{aligned} \quad \text{II-8}$$

Avec:

s : longueur caractéristique.

T_f : Température froide.

α : Diffusivités thermique.

q_c : Le flux de chaleur imposé.

t : le temps.

En introduisant les variables adimensionnelles (II-8) dans les équations de conservation, les équations gouvernantes adimensionnelles deviennent comme suit :

$$\nabla \cdot \vec{u}^* = 0 \quad \text{II-9}$$

$$\frac{\partial u^*}{\partial t^*} + u^* \nabla u^* = -\nabla P^* + \text{Pr} \nabla^2 u^* \quad \text{II-10}$$

$$\frac{\partial v^*}{\partial t^*} + u^* \nabla v^* = -\nabla P^* + \text{A Ra Pr} T^* + \text{Pr} \nabla^2 v^* \quad \text{II-11}$$

$$\frac{\partial T^*}{\partial t^*} + u^* \nabla T^* = \nabla^2 T^* \quad \text{II-12}$$

Où, \vec{u} est le vecteur vitesse (u, v) en 2D, $A = H/L$ est le rapport d'aspect de la cavité. Dans les équations ci-dessus, nous notons la présence des nombres caractéristiques, à savoir le nombre de Rayleigh (Ra) et le nombre de Prandtl (Pr). Ces nombres adimensionnels étant définis par [17]:

$$\text{Ra} = \frac{g \beta q_c s^4}{\alpha \nu \lambda} \quad \text{II-13}$$

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha} \quad \text{II-14}$$

II.2 Les conditions aux limites:

Les conditions aux limites utilisées pour la configuration étudiée (Fig. II.1) sont comme suit [4]:

$$0 < y < H, x = 0 \quad u^* = v^* = 0, T^* = 0 \quad \text{II-15-a}$$

$$0 < y < H, x = L \quad u^* = v^* = 0, T^* = 0 \quad \text{II-15-b}$$

$$0 < x < L, y = H \quad u^* = v^* = 0, \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = 0 \quad \text{II-15-c}$$

$$l < x < l + s, y = 0 \quad u^* = v^* = 0, \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = -1 \quad \text{II-15-d}$$

$$0 < x < l, y = 0 \quad u^* = v^* = 0, \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = 0 \quad \text{II-15-e}$$

$$l + s < x < 2l + s, y = 0, \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = 0, u^* = v^* = 0 \quad \text{II-15-f}$$

Dans le cas du chauffage périodique la condition au limite est comme suit [4]:

flux de chaleur débité:

$$1 < x < 1 + s, y = 0 \quad u^* = v^* = 0, \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = -1 \quad \text{II-15-g}$$

flux de chaleur non débité (nul):

$$1 < x < 1 + s, y = 0 \quad u^* = v^* = 0, \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = 0 \quad \text{II-15-h}$$

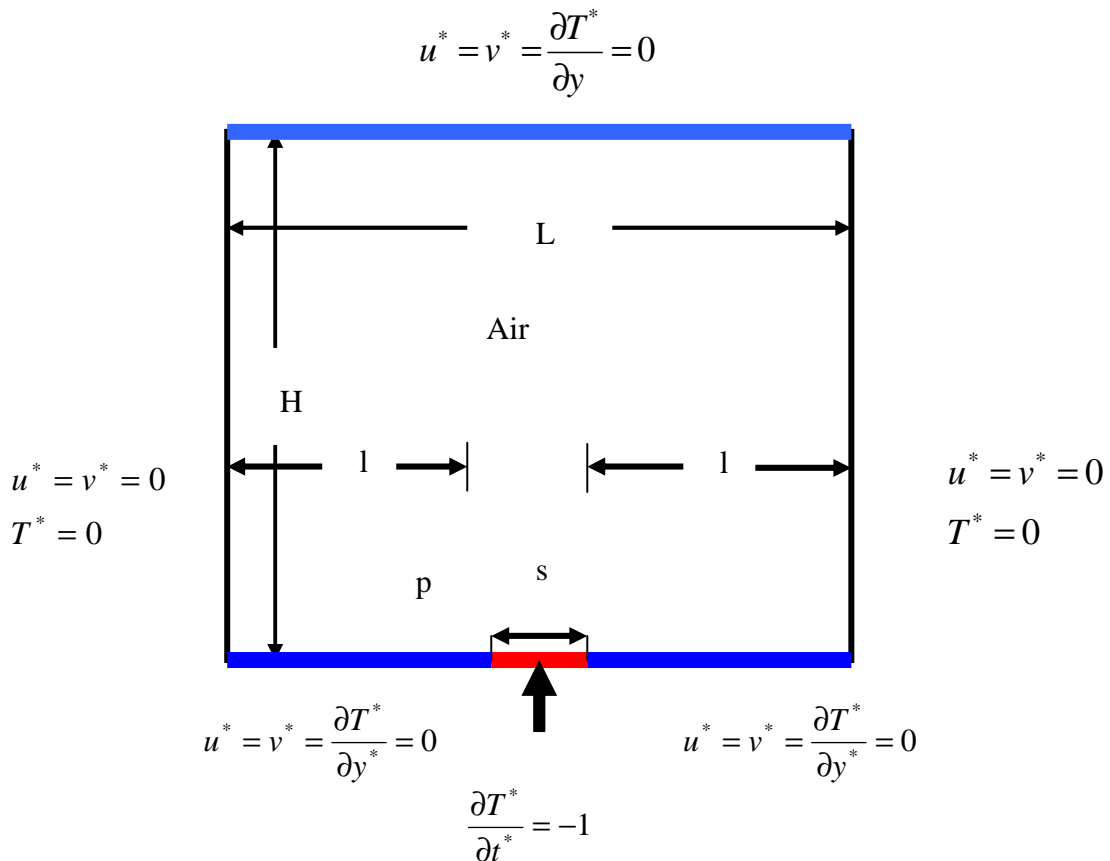


Figure II.1: Schéma représentant la forme de la configuration étudiée et les conditions aux limites.

II.3. Transfert de chaleur:

Le taux du transfert de chaleur par convection est décrit par le nombre de Nusselt qui est défini comme suit [17] :

$$Nu_{\text{local}} = \frac{q_c s}{\lambda(T - T_f)} \quad \text{II-16}$$

Avec :

λ : La conductivité thermique.

Le Nusselt moyen peut être calculé en moyennant les nombres de Nusselt locaux qui ont été calculés au niveau de tous les nœuds. Le Nusselt moyen est alors donné par la relation [17]:

$$\langle Nu \rangle = \frac{\sum_{noeud} Nu_{local}}{n} \quad \text{II-17}$$

Où :

n: nombre de nœuds.

II.4. Discrétisation des équations:

La résolution des équations se fait par l'utilisation d'une méthode numérique qui fait intervenir le concept de discrétisation. Le résultat de la discrétisation des équations différentielles de transport étant un système d'équations algébriques non linéaires qui décrivent les propriétés discrètes du fluide au niveau des nœuds dans le domaine de résolution.

Il existe plusieurs méthodes numériques de discrétisation des équations différentielles aux dérivées partielles, à savoir:

- la méthode des éléments finis.
- la méthode des différences finies.
- la méthode des volumes finis.

Dans la présente étude, on utilisera la méthode des volumes finis avec des volumes de contrôle quadrilatéraux et le couplage vitesse pression est calculé selon l'algorithme SIMPLER développé par Spalding and Patankar [18].

II.4.1. Rappels sur la méthode des volumes finis:

En utilisant cette méthode, le domaine de calcul est divisé en un nombre fini de sous domaines élémentaires appelés volumes de contrôle. La méthode des volumes finis consiste à intégrer les équations aux dérivées partielles sur chaque volume de contrôle. Chacun de ces derniers englobe un nœud dit nœud principal, comme indiqué dans la Figure II.2.

La méthode des volumes finis, comporte essentiellement:

- la discrétisation du domaine considéré en volumes de contrôles.

- la formulation intégrale des équations différentielles aux dérivées partielles.
- le modèle doit être stable et convergent.

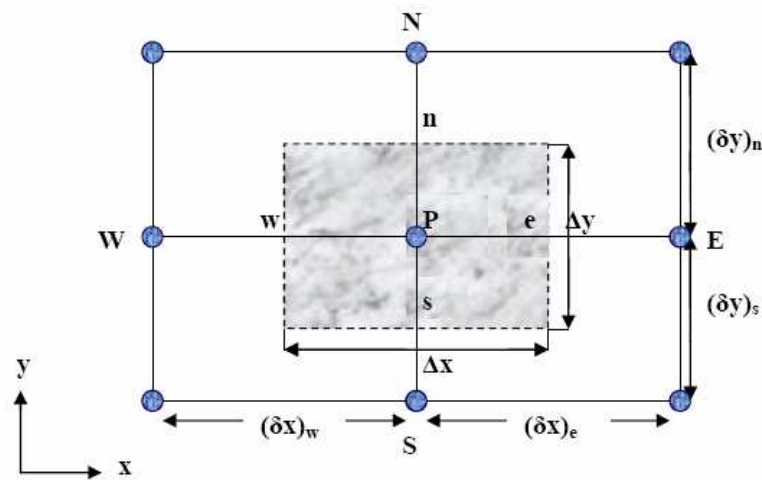


Figure II.2 : Volume de contrôle bidimensionnel.

II.4.2. Maillage:

C'est la subdivision du domaine d'étude en grilles longitudinales et transversales dont les intersections représentent les noeuds, où on trouve la variable (p) et les composantes (u et v) du vecteur vitesse. La discrétisation du domaine est obtenue par un maillage constitué d'un réseau de noeuds.

Les grandeurs scalaires qui sont la pression et la température sont stockées au niveau du noeud (P) du maillage, tandis que les grandeurs vectorielles (u , v) sont stockées aux milieux des segments reliant les noeuds.

L'équation générale du transport est intégrée sur le volume de contrôle associé aux variables scalaires et les équations de quantité de mouvement sont intégrées sur les volumes de contrôle associés aux composantes de vitesse.

Le volume de contrôle de la composante (u) est décalé suivant la direction (x) par rapport au volume de contrôle principal, celui de la composante (v) est décalé suivant la direction y .

La construction des volumes de contrôle ainsi que le maillage décalé sont montrés dans le schéma suivant :

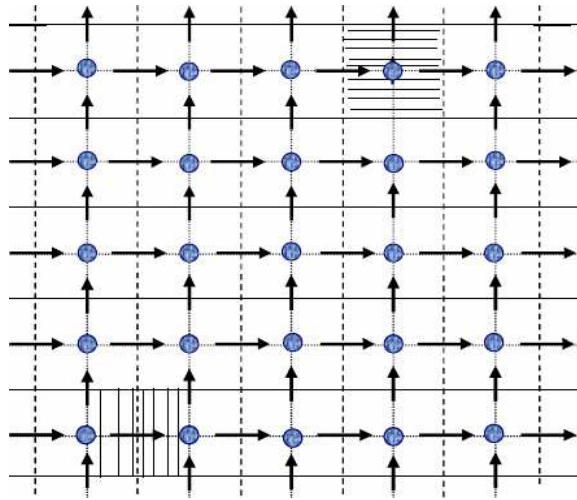


Figure II.3: Schéma du maillage décalé.

II.4.3. La discrétisation:

Les équations de conservation présentées dans ce chapitre peuvent être mises sous une forme commune, ce qui permet d'éviter la répétition du travail de discrétisation pour chaque équation. Ainsi, si on note ϕ la variable étudiée, chacune des équations peut être réduite à une seule équation générale, en coordonnées cartésiennes selon la forme [19]:

$$\underbrace{\frac{\partial \rho \phi}{\partial t}}_T + \underbrace{\sum_j \frac{\partial u_j \phi}{\partial x_j}}_C = \underbrace{\sum_{j=1} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right)}_D + \underbrace{s_\phi}_S \quad \text{II-18}$$

Avec:

T : terme transitoire.

C : terme de convection.

D : terme de diffusion.

S : terme source.

Nous venons de voir que pour chaque variable, ϕ , l'équation de transport s'écrit dans le cas instationnaire, bidimensionnel comme suit:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u \frac{\partial \phi}{\partial x} + v \frac{\partial \phi}{\partial y} = \Gamma_{\phi x} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \Gamma_{\phi y} \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + S_\phi \quad \text{II-19}$$

Où ϕ est la propriété transport, Γ indique le coefficient de diffusion et S_ϕ le terme source.

Tous ces termes sont listés dans le tableau suivant:

Grandeur transportée	ϕ	Γ	S_ϕ
Conservation de masse	1	0	0
Quantité de mouvement selon x	u	Pr	$-\frac{\partial P}{\partial x}$
Quantité de mouvement selon y	v	Pr	$-\frac{\partial P}{\partial y} + RaPr(T - T_f)$
Energie	T	1	0

Cette équation (II.19) est discrétisée et le système d'équations aux dérivées partielles est résolu pour chaque valeur de ϕ . Le système prend alors la forme d'une équation très condensée. L'équation (II.19) peut être ainsi écrite sous la forme:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(J_x) + \frac{\partial}{\partial y}(J_y) = S_\phi \quad \text{II-20}$$

avec:

$$\begin{cases} J_x = u\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ J_y = v\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \end{cases} \quad \text{II-21}$$

J_x , J_y sont les flux totaux (convection et diffusion) par unité de surface selon (x) et (y).

La discrétisation consiste à transformer l'équation différentielle de transport en un système d'équations algébriques. L'équation (II.20) est intégrée sur le volume de contrôle entre deux temps successifs t et $t + \Delta t$.

$$\underbrace{\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial \phi}{\partial t} dx dy dt}_I + \underbrace{\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \left(\frac{\partial}{\partial x} (J_x) + \frac{\partial}{\partial y} (J_y) \right) dx dy dt}_II = \underbrace{\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e S_\phi dx dy dt}_III \quad \text{II-22}$$

Pour pouvoir approximer l'équation sous forme algébrique, on considère les hypothèses suivantes:

*la variable générale ϕ varie linéairement entre les nœuds principaux dans les deux directions.

*le terme source est uniforme sur le volume de contrôle.

II.4.4. Intégration du flux total:

L'intégration du terme convectif et diffusif (terme II de l'équation (II-22)) entre t et $t + \Delta t$ pour tout le volume de contrôle est donnée par:

$$\text{II} = \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \left(\frac{\partial}{\partial x} (J_x) + \frac{\partial}{\partial y} (J_y) \right) dx dy dt \quad \text{II-23}$$

$$\text{II} = \int_t^{t+\Delta t} \left[\int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial x} (J_x) dx dy + \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial y} (J_y) dx dy \right] dt \quad \text{II-24}$$

$$\text{II} = \left[\left((J_x)_e - (J_x)_w \right) \int_s^n dy + \left((J_y)_n - (J_y)_s \right) \int_w^e dx \right] \Delta t \quad \text{II-25}$$

$$\text{II} = (J_x)_e \Delta y \Delta t - (J_x)_w \Delta y \Delta t + (J_y)_n \Delta y \Delta t - (J_y)_s \Delta x \Delta t \quad \text{II-26}$$

Si on pose :

$$\begin{aligned} J_e &= (J_x)_e \Delta y & J_n &= (J_y)_n \Delta x \\ J_w &= (J_x)_w \Delta y & J_s &= (J_y)_s \Delta x \end{aligned}$$

Donc l'expression du terme II devient :

$$\text{II} = (J_e - J_w - J_n - J_s) \Delta t \quad \text{II-27}$$

II.4.5. Intégration du terme source:

L'intégration du terme source (terme III de l'équation (II.22)) entre t et $t + \Delta t$ pour tout le volume de contrôle est donnée par:

$$III = \int_t^{t+\Delta t} S_\phi \int_s^e \int_w^n dx dy dt = \overline{S_\phi} \Delta x \Delta y \Delta t \quad \text{II-28}$$

Où $\overline{S_\phi}$ est la valeur moyenne du terme source sur ce volume de contrôle.

Quand le terme source dépend de la variable dépendante, cette dépendance doit être exprimée par une relation linéaire, ce qui permettra d'utiliser les méthodes de résolution des systèmes linéaires.

II.4.6. Discrétisation temporelle:

Dans l'équation (II.22), le terme de dérivée temporelle (I) est intégré entre les instants t et $t + \Delta t$ pour tout le volume de contrôle :

$$I = \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial \phi}{\partial t} dt \int_w^e \int_s^n dx dy = (\phi_p^1 - \phi_p^0) \Delta x \Delta y \quad \text{II-29}$$

Les exposants 0 et 1 indiquant les temps t et $t + \Delta t$.

($i = E, W, S, N$) varie entre les instants t et $t + \Delta t$.

$$\int \phi_i dt = (f \phi_i^1 + (1-f) \phi_i^0) \Delta t$$

où f est un facteur compris entre 0 et 1.

II.4.7 Schéma hybride (HDS) :

Ce schéma est la combinaison des deux schémas (Centré et Upwind) [20]. L'intégration de l'équation générale de transport (II.18) donne :

$$\begin{aligned} a_p \phi_p &= a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \\ a_p &= a_E + a_W + a_S + a_N - S_p \Delta x \Delta y; b = S_c \Delta x \Delta y \end{aligned} \quad \text{II-30}$$

$$a_E = \max\left(-F'_e, D_e - \frac{F'_e}{2}\right) \quad a_W = \max\left(F'_w, D_w + \frac{F'_w}{2}\right)$$

$$a_N = \max\left(-F'_n, D_n - \frac{F'_n}{2}\right) \quad a_S = \max\left(F'_s, D_s + \frac{F'_s}{2}\right)$$

$$F'_e = u_e \Delta y, \quad F'_w = u_w \Delta y, \quad F'_s = u_s \Delta x, \quad F'_n = u_n \Delta x$$

$$D_e = \frac{\Gamma_e \Delta y}{\partial x_e}, \quad D_w = \frac{\Gamma_w \Delta y}{\partial x_w}, \quad D_{nu} = \frac{\Gamma_n \Delta x}{\partial y_n}, \quad D_s = \frac{\Gamma_s \Delta x}{\partial x_s}$$

II.5. Procédure de résolution:

Le résultat de la discrétisation des équations différentielles de transport est un ensemble d'équations algébriques non linéaires. Si on divise le domaine de calcul en 50 intervalles selon (x) et en 50 intervalles selon (y), on aura un système de 50x50 équations algébriques non linéaires pour chaque variable ϕ considérée. Rappelons que les variables ϕ dans notre problème sont la température (T) et les deux composantes de la vitesse (u et v). Un problème cependant subsiste du fait qu'il n'existe pas d'équation qui permet d'avoir directement le champ de pression. Il faut donc avoir recours à une méthode itérative, pour cela on utilise un algorithme de correction de pression appelé SIMPLER.

II.5.1. Equation algébrique de pression:

Lorsque le champ de pression est connu, le champ de vitesse est obtenu directement par la résolution des équations de quantité de mouvement. Dans le cas où ce champ est inconnu, l'établissement d'une équation de pression est nécessaire.

Dans l'équation de mouvement, le terme ϕ représente les composantes de la vitesse (u et v) qui doivent satisfaire l'équation de continuité. Le but est de trouver le champ de pression correct sur le volume de contrôle.

L'intégration de l'équation générale de transport pour (u) et (v) sur les deux volumes de contrôle spécifiques aux composantes de vitesse donne les équations suivantes [19]:

$$a_e u_e = \sum_i a_i u_i + A_e (P_p - P_E) + b_e$$

$$a_n v_n = \sum_j a_j v_j + A_n (P_p - P_N) + b_n$$

avec :

b_e et b_v qui contiennent tous les termes source de l'équation sauf celui de pression. Le terme $A_i(P_p - P_E)$ représente les forces de pression et A_i représente les faces $i = (e, w, n, s)$. L'étape de prédiction consiste à donner un champ de pression P^* pour obtenir des valeurs estimées de la vitesse u^* et v^* à partir des équations suivantes:

$$\begin{aligned} a_e u_e^* &= \sum_i a_i u_i^* + A_e (P_p^* - P_E^*) \\ a_n v_n^* &= \sum_j a_j v_j^* + A_n (P_p^* - P_N^*) \end{aligned} \quad \text{II-32}$$

En général, les valeurs obtenues des vitesses ne vérifient pas l'équation de continuité, c'est pourquoi on corrige la pression estimée P^* par P' qui est donnée par:

$$P = P^* + P' \quad \text{II-33}$$

De même pour les composantes de la vitesse

$$\begin{aligned} u &= u^* + u' \\ v &= v^* + v' \end{aligned} \quad \text{II-34}$$

Où P' , u' et v' sont les corrections de la pression et des vitesses.

$$\begin{aligned} u_i &= u_i^* + u_i' && \text{avec } i = (e, w) \\ v_i &= v_i^* + v_i' && \text{avec } i = (e, w) \end{aligned} \quad \text{II-35}$$

si on retranche les équations des valeurs estimées de celles des valeurs corrigées, on trouve:

$$\begin{aligned} a_e u_e' &= \sum_i a_i u_i' + A_e (P_p' - P_E') \\ a_n v_n' &= \sum_j a_j v_j' + A_n (P_p' - P_N') \end{aligned} \quad \text{II-36}$$

D'autre part, on néglige les termes $\sum a_i u_i'$ et $\sum a_j v_j'$ par rapport aux termes de pression, alors les équations (II-36) deviennent respectivement:

$$\begin{aligned} u_e' &= d_e (P_p' - P_E') \\ v_n' &= d_n (P_p' - P_N') \end{aligned} \quad \text{II-37}$$

Avec:

$$d_e = \frac{A_e}{a_e}$$

et

$$d_n = \frac{A_n}{a_n}$$

Les champs de vitesse seront corrigés par les équations suivantes:

$$\begin{aligned} u_e &= u'_e + d_e(P'_p - P'_E) \\ v_n &= v'_n + d_n(P'_p - P'_E) \end{aligned} \quad \text{II-38}$$

Maintenant pour trouver la discrétisation de P' (équation de correction de pression), il suffit d'écrire l'équation de continuité comme une équation de correction de pression.

L'équation de continuité discrétisée pour un volume de contrôle s'écrit:

$$(u_e - u_w)\Delta y + (v_n - v_s)\Delta x = 0 \quad \text{II-39}$$

L'introduction des expressions II.34 et II.35 nous donne:

$$a_p P'_p = a_E P'_E + a_w P'_w + a_N P'_N + a_S P'_S + b \quad \text{II-40}$$

Avec:

$$a_E = de\Delta y, \quad a_w = d_w\Delta y, \quad a_N = dn\Delta x, \quad a_S = ds\Delta x$$

$$a_p = a_E + a_w + a_N + a_S \quad b = (u_w^* - u_e^*)\Delta y + (v_s^* - v_n^*)\Delta x$$

Les équations II.32 peuvent être alors écrites sous la forme:

$$\begin{aligned} u_e &= u_e'' + de(P_p - P_E) \\ v_n &= v_n'' + dn(P_p - P_N) \end{aligned} \quad \text{II-41}$$

Les pseudo vitesse u_e'' et v_n'' sont définies par les expressions suivantes:

$$\begin{aligned} u_e'' &= \frac{\sum a_i u_i + b_u}{a_e} \\ v_n'' &= \frac{\sum a_j v_j + b_v}{a_n} \end{aligned} \quad \text{II-42}$$

L'introduction des équations (II-39) dans l'équation de continuité discrétisée (II-39) permet d'obtenir une équation de pression analogue à l'équation de correction de pression (II-41) qui s'écrit sous la forme:

$$a_p P_p = a_E P_E + a_W P_W + a_N P_N + a_S P_S + b \quad \text{II-43}$$

avec:

$$a_E = de\Delta y, a_W = dw\Delta y, a_N = dn\Delta x, a_S = ds\Delta x$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S$$

$$b = (u_w'' - u_e'')\Delta y + (v_s'' - v_n'')$$

II.5.2 Algorithme SIMPLER :

L'algorithme SIMPLER est une procédure avec laquelle il nous sera possible de tirer des champs de pression et de vitesse vérifiant à la fois les équations de quantité de mouvement et celle de continuité. Cet algorithme résume la résolution du problème posé dans les séquences suivantes [19]:

- Estimer un champ de vitesse.
- Calcul des coefficients pour les équations du mouvement et détermination des pseudo vitesses u'' et v'' .
- Calcul des coefficients pour l'équation de pression et obtention de la pression.
- Considération du champ de pression (p) comme un champ estimé (p^*)
- résoudre les équations de mouvement pour obtenir les vitesses u^* et v^* .
- Calcul du terme (b) de l'équation de correction de pression.
- résoudre l'équation de pression pour obtenir la correction p'' .
- Correction des valeurs des vitesses.

Cette succession d'opérations est reprise et se poursuit jusqu'à convergence des différentes grandeurs calculées.

II.5.3. Résolution des équations:

Une fois les équations algébriques, décrivant l'évolution des variables de l'écoulement dans le domaine de calcul, établies, une méthode numérique de résolution est choisie en fonction du type de ces équations et en considérant la notation indicielle qui est utilisée pour faciliter la programmation des étapes de calcul. La forme de l'équation de discrétisation de l'équation générale de transport sous la nouvelle notation est alors:

$$A_{P(i,j)}\phi_{i,j} = A_{E(i,j)}\phi_{(i+1,j)} + A_{W(i,j)}\phi_{(i-1,j)} + A_{N(i,j)}\phi_{(i,j-1)} + A_{S(i,j)}\phi_{(i,j+1)} + S_{(i,j)} \quad \text{II-44}$$

$$1 \leq i \leq n \quad \text{et} \quad 1 \leq j \leq m$$

Les coefficients de cette équation sont des variables de transport ϕ . Une méthode de résolution itérative doit être utilisée à cause de la non-linéarité. Le système (II-44) est écrit sous la forme matricielle suivante:

$$[A]\{\phi\} = \{S\} \quad \text{II-45}$$

La matrice $[A]$ est une matrice carrée. Pour la résolution de cette matrice on utilise la méthode des approximations successives qui est brièvement décrite ci-dessous .

II.5.3.1. La méthode des approximations successives:

Lorsque le nombre des inconnues d'un système linéaire est élevé, il devient beaucoup plus commode de trouver la résolution du ce système par des méthodes numériques approchées. L'une d'elles est la méthode des approximations successives dite aussi méthode des itérations [20].

Soit le système (II-44) avec la forme matricielle (II-45), supposant que les coefficients diagonaux $\phi_{(i,i)}$ ($i = 1, 2, 3, 4, 5, \dots, n$) sont différents de zéro. On résout la première équation du système (II-44) par rapport à $\phi_{(1,1)}$, la deuxième par rapport à $\phi_{(2,2)}$ et on obtient le système équivalent :

$$\begin{cases} \phi_{(1,1)} = c_{(1,2)}\phi_{(1,2)} + c_{(1,3)}\phi_{(1,3)} + c_{(1,4)}\phi_{(1,4)} + \dots + c_{(1,m)}\phi_{(1,m)} + h_{(1,1)} \\ \phi_{(2,2)} = c_{(2,1)}\phi_{(2,1)} + c_{(2,3)}\phi_{(2,3)} + c_{(2,4)}\phi_{(2,4)} + \dots + c_{(2,jl)}\phi_{(2,m)} + h_{(2,2)} \\ \dots \\ \phi_{(n,m)} = c_{(n,1)}\phi_{(n,1)} + c_{(n,2)}\phi_{(n,2)} + c_{(n,3)}\phi_{(n,3)} + \dots + c_{(n,m)}\phi_{(n,m)} + h_{(n,m)} \end{cases} \quad \text{II-46}$$

$$c_{(i,j)} = \frac{A_{r(i,j)}}{A_{p(i,j)}}$$

$$h_{i,j} = \frac{S_{i,j}}{A_{p(i,j)}}$$

La forme générale de la matrice est :

$$\phi = h + c \times \phi \quad \text{II-47}$$

Cherchons la solution du système (II-45) par la méthode des approximations successives. Prenons par exemple pour approximation initiale la colonne des termes constants $\phi^0 = h$ puis construisons successivement les matrices colonnes.

$$\begin{cases} \phi^{(1)} = h + c\phi^{(0)} \\ \phi^{(2)} = h + c\phi^{(1)} \\ \dots \\ \phi^{(k+1)} = h + c\phi^{(k)} \end{cases} \quad \text{II-48}$$

Avec :

ϕ^1 La première approximation.

ϕ^2 La deuxième approximation.

ϕ^{k+1} La $(k+1)^{\text{ème}}$ approximation.

Pour estimer l'erreur des approximations du processus itératif on utilise les formules suivantes:

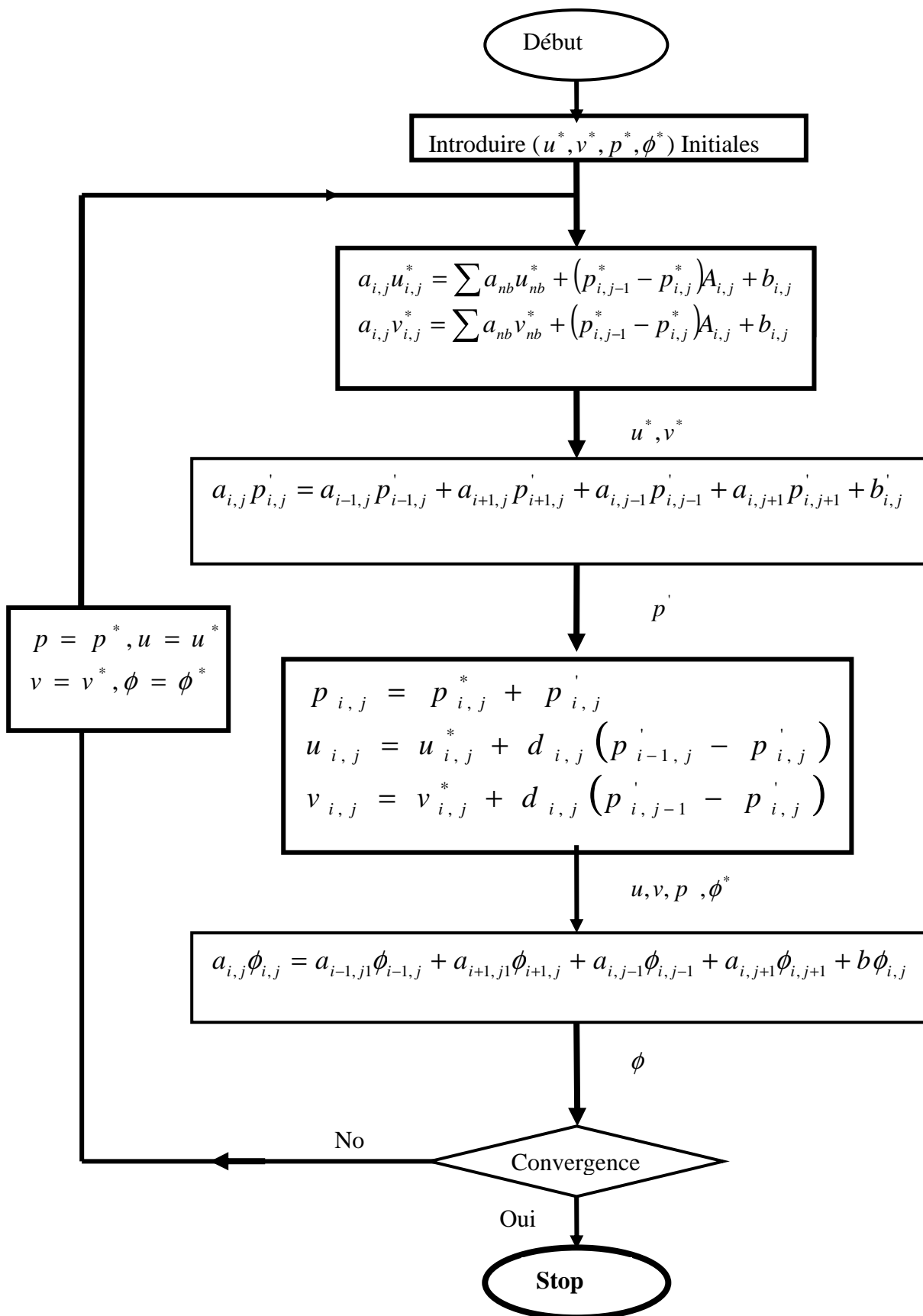
$$\|\phi - \phi^{(k)}\| \leq \frac{\|c\|}{1 - \|c\|} \|\phi^{(k)} - \phi^{(k-1)}\| \quad \text{II-49}$$

Dans ce cas, si au cours du calcul il s'avère que :

$$\|\phi - \phi^{(k)}\| \leq \frac{\|c\|}{1 - \|c\|} e, \text{ où } (e) \text{ est la précision voulue, alors } \|\phi - \phi^{(k)}\| \leq e$$

$$\phi_{(i,j)} - \phi_{i,j}^k \leq e \quad (i = 1, 2, 3, 4, \dots, n), (j = 1, 2, 3, 4, \dots, m) \quad [20].$$

II.6. Organigramme :



Chapitre III

Résultat numérique

III.1. Problématique:

La configuration étudiée est représentée sur la figure III-1. Il s'agit d'une cavité contenant de l'air comme fluide. Les parois horizontales de la cavité sont considérées comme adiabatiques sauf au niveau des sources de chaleur. En effet, la paroi horizontale inférieure pouvant être chauffée localement par une ou deux sources de chaleur. Les sources de chaleur pouvant débiter des flux de chaleur qui sont soit constants ($q_c = 3,5 \text{ W/m}^2$) ou variables périodiquement ($q_p = 3,5 \text{ W/m}^2$ ou $q_p = 0$). Les parois verticales sont quant à elles maintenues à une température T_f , qui est constante. Le modèle mathématique utilisé ainsi que la procédure de simulation numérique ayant été décrits en détails dans le chapitre précédent, ils sont rappelés brièvement ci-dessous.

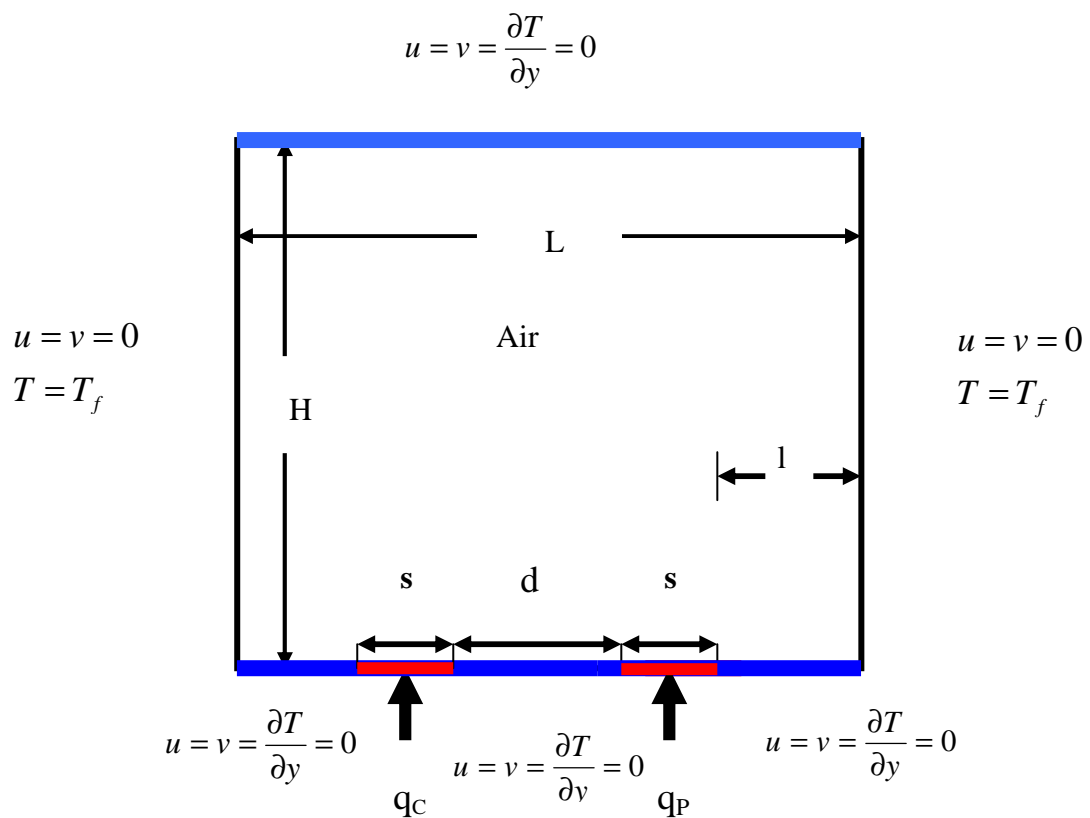


Figure III-1: Schéma représentant la cavité et les conditions aux limites. Cas de deux sources de chaleur.

Les équations gouvernantes étant respectivement l'équation de continuité, celles de Navier-stocks et d'énergie qui sont discrétisées par la méthode des volume finis en utilisant un schéma hybride et par la suite résolues avec l'algorithme Simpler [19] et la méthode des approximations successives [20]. Pour notre travail, un maillage uniforme de 50x50 mailles a été utilisé. Le nombre de 2500 mailles a été choisi parce qu'on a mené une étude préliminaire avec plusieurs maillages et on a trouvé qu'à partir de ce nombre, il n'y a plus de variation des résultats obtenus; de plus ce nombre a été utilisé par d'autres auteurs [21] qui ont jugé qu'il est largement suffisant pour l'étude envisagée.

Le pas de temps utilisé étant de 10^{-2} secondes entre deux itérations successives. Le programme de simulation numérique a été développé en utilisant le langage Fortran 6.0. La restitution des champs de température et vitesse obtenus a été réalisée en utilisant le logiciel TECPLOT.

Dans la première partie de ce chapitre, on a considéré des sources de chaleur avec des flux constants dans le temps. La deuxième partie est consacrée à l'étude de l'influence de flux de chaleur variables périodiquement dans le temps sur les champs de température et de vitesse ainsi que sur le nombre de Nusselt.

III.2.Validation :

La première étape consiste à valider notre simulation numérique en comparant nos résultats avec ceux publiés par d'autres auteurs. Pour cela on a gardé les mêmes conditions que B. Calcagni et al. [21] (fluide de convection: air dans une géométrie carrée de dimensions (0.050x0.05 m) avec une source de chaleur localisée au centre de la paroi horizontale inférieure (Fig. III.2). Les mêmes nombres de Rayleigh (Ra) que dans [21] ainsi que les mêmes ϵ (qui est le rapport entre la longueur de la source de chaleur par rapport à la longueur totale de la paroi horizontale inférieure) ont été également considérés. calcagni et al. [21] ont obtenus leurs résultats numériques en utilisant le code Fluent et les

résultats expérimentaux en utilisant la technique de holographie interférométrique.

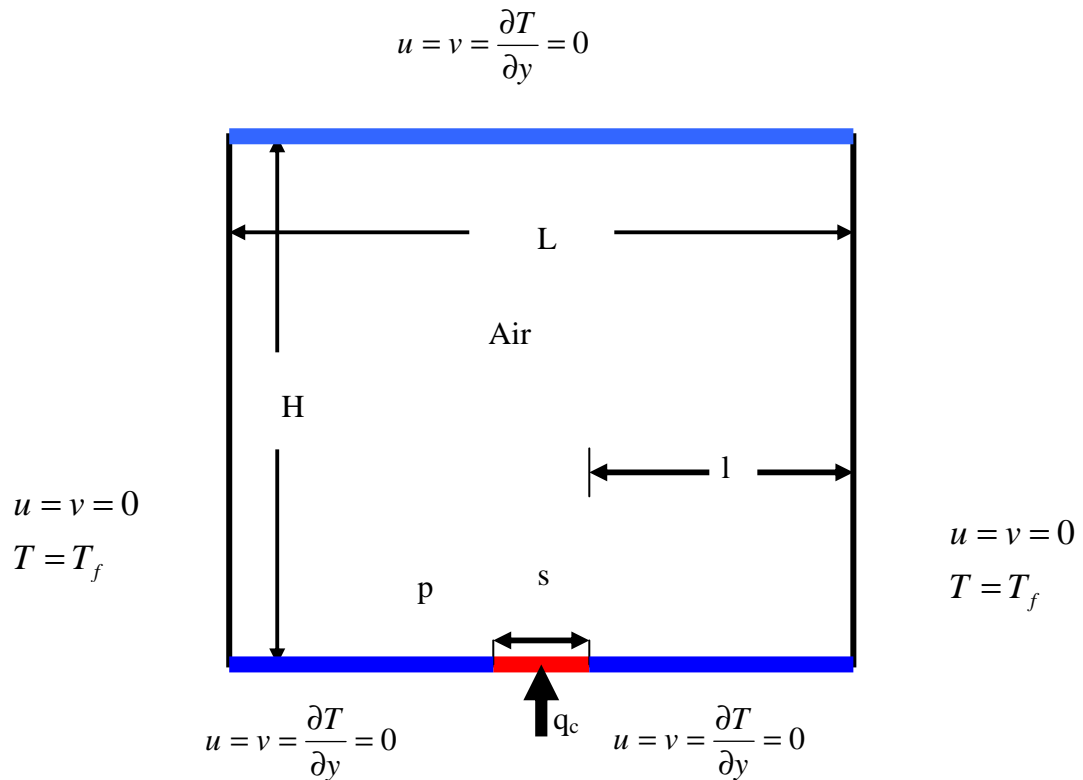
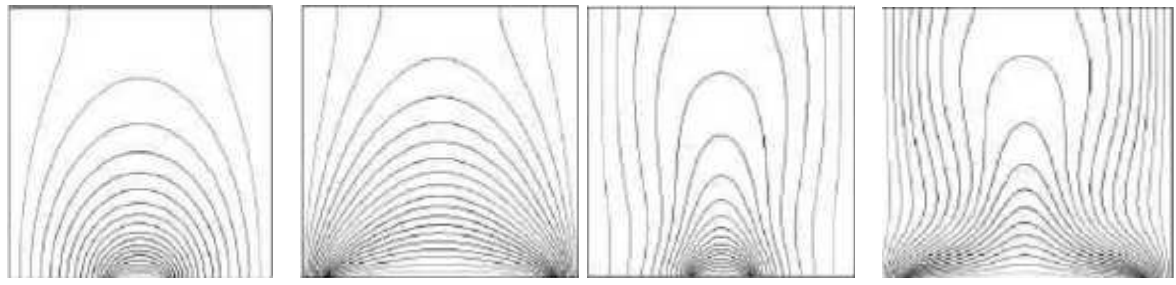


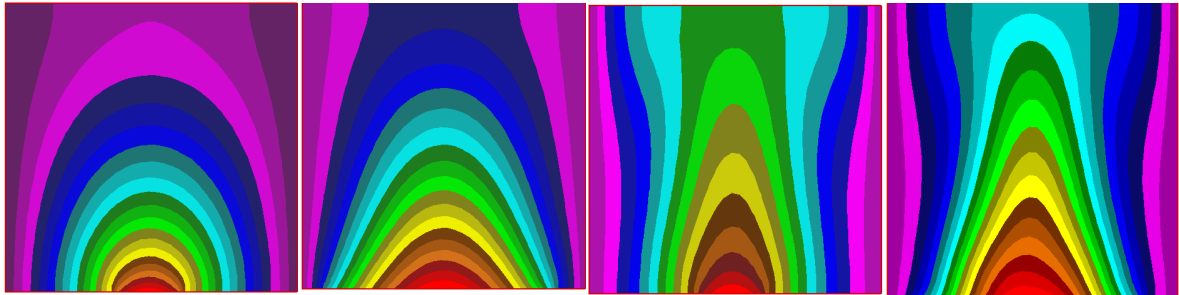
Figure III.2: Schéma représentant la forme de la configuration étudiée et les conditions aux limites. Cas d'une seule source de chaleur.

Les figures (III.3) et (III.4) montrent qu'il y a un accord qualitatif entre les résultats qu'on a obtenus et ceux de B. Calcagni et al. [21], ce qui nous permet de valider notre procédure de simulation numérique.



$\varepsilon = \frac{1}{5}$ $Ra = 10^3$ $\varepsilon = \frac{4}{5}$ (a)

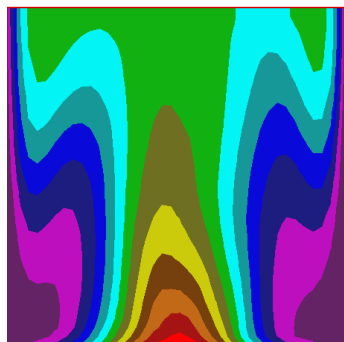
$\varepsilon = \frac{1}{5}$ $Ra = 10^4$ $\varepsilon = \frac{4}{5}$



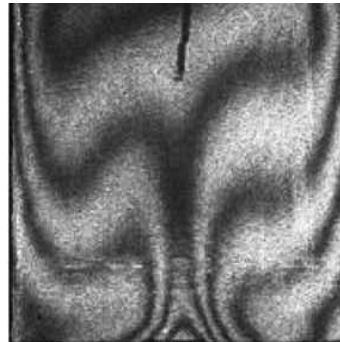
$\varepsilon = \frac{1}{5}$ $Ra = 10^3$ $\varepsilon = \frac{4}{5}$ (b)

$\varepsilon = \frac{1}{5}$ $Ra = 10^4$ $\varepsilon = \frac{4}{5}$

Figure III.3 : Champs de température pour différentes conditions de Ra et ε .
 (a) résultats numériques dans [21], (b) nos résultats numériques.



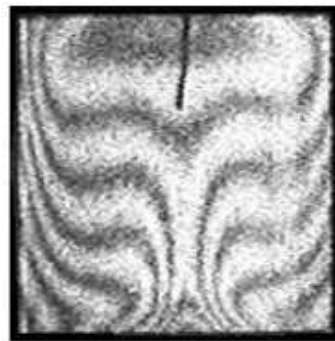
(a) $Ra = 18,6 \times 10^4$



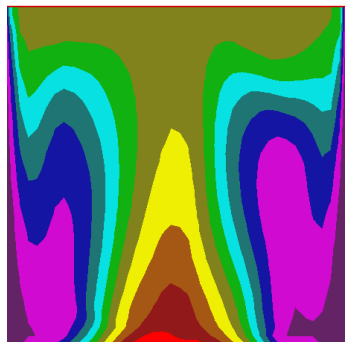
(d)



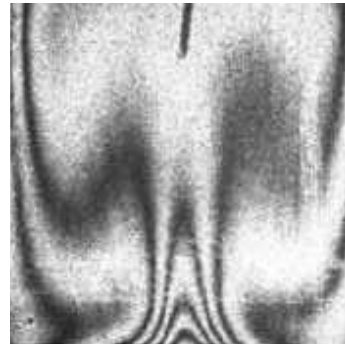
(b) $Ra = 18,9 \times 10^4$



(e)



(c) $Ra = 15,5 \times 10^4$



(f)

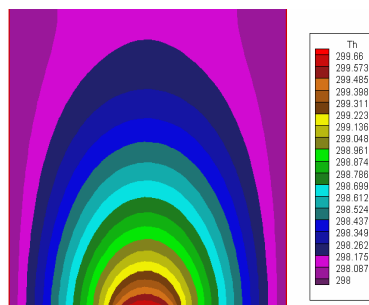
Figure III.4 : Champ de température pour différents Ra . $\varepsilon = \frac{4}{5}$. (a),(b),(c) : nos résultats numériques. (d), (e), (f) : résultats expérimentaux dans [21].

III. 3. Etude paramétrique avec des flux de chaleurs constants :

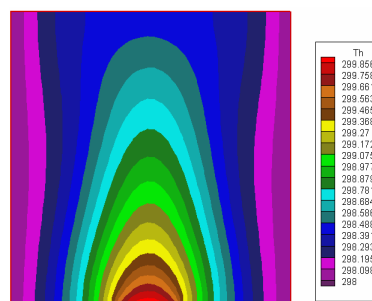
III.3.1. Cas d'une seule source de chaleur :

III.3.1.1. Influence du nombre de Rayleigh:

Les champs de température obtenus dans une cavité carrée (de dimensions $0.05\text{m} \times 0.05\text{m}$) et contenant une seule source de chaleur localisée au centre de la paroi inférieure et de longueur 1 cm, sont montrés dans la figure (III.5) et ce pour un nombre de Ra allant de 10^3 à 10^5 . La figure (III.6) représente les champs de vitesse pour les mêmes conditions. Le transfert thermique par conduction dominant pour le $Ra < 10^4$ et le commencement du phénomène convectif est seulement pour le $Ra > 10^4$ [21].



(a)



(b)

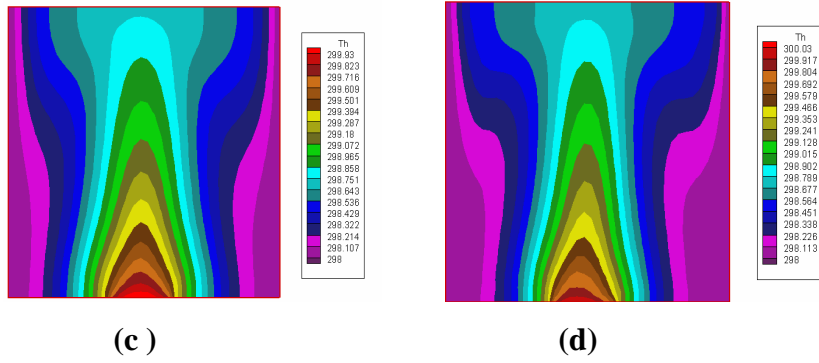


Figure III.5: Champs de température pour différents Ra. (a) : $Ra = 10^3$, (b) : $Ra = 10^4$, (c) : $Ra = 5 \times 10^4$, (d) : $Ra = 10^5$

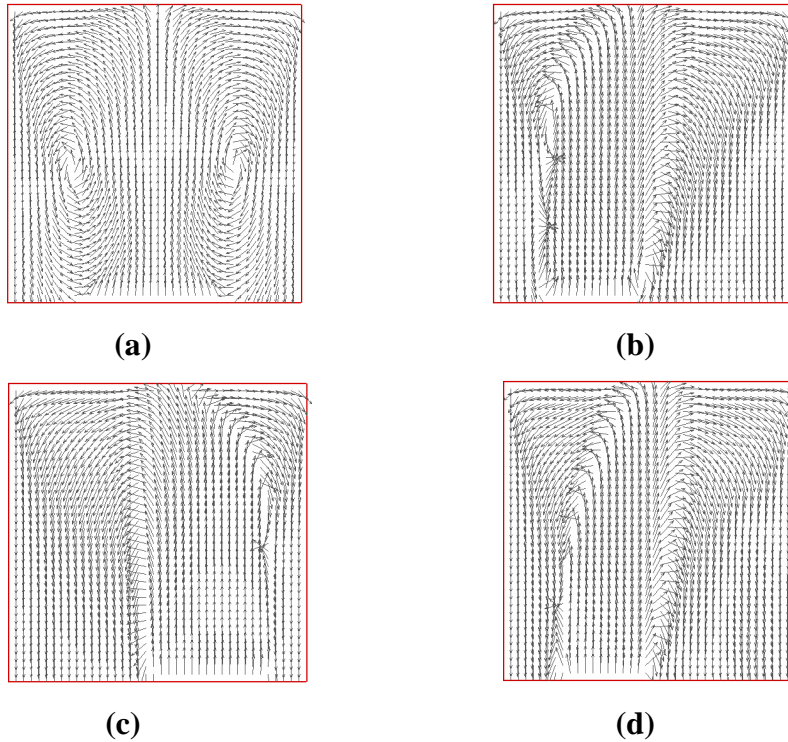


Figure III.6: Champs de vitesse pour différents Ra. (a) : $Ra = 10^3$, (b) : $Ra = 10^4$, (c) : $Ra = 5 \times 10^4$, (d) : $Ra = 10^5$

Le nombre de Nu local est tracé en fonction de x dans la figure (III.7) pour un nombre de Ra allant de 10^3 à 10^5 , et on peut remarquer que le nombre de Nu est à son minimum au niveau du centre de la cavité de la même manière que dans [21] et ce pour toutes les valeurs de Ra considérées et cette valeur minimale croit lorsqu'on fait croître le nombre de Rayleigh. On déduit également les équations qui représentent des corrélations entre le nombre de Nusselt local et ce en fonction de x (pour Ra allant de 10^3 à 10^5).

$$\text{Pour } Ra = 10^3 \quad Nu_{\text{local}} = 1.7982x^2 - 1.8447x + 2.9857 \quad \text{III-1}$$

$$\text{Pour } Ra = 10^4 \quad Nu_{\text{local}} = 1.9862x^2 - 1.9399x + 3.1653 \quad \text{III-2}$$

$$\text{Pour } Ra = 5 \times 10^4 \quad Nu_{\text{local}} = 1.7464x^2 - 1.7898x + 3.3154 \quad \text{III-3}$$

$$\text{Pour } Ra = 10^5 \quad Nu_{\text{local}} = 2.3792x^2 - 1.9863x + 3.5339 \quad \text{III-4}$$

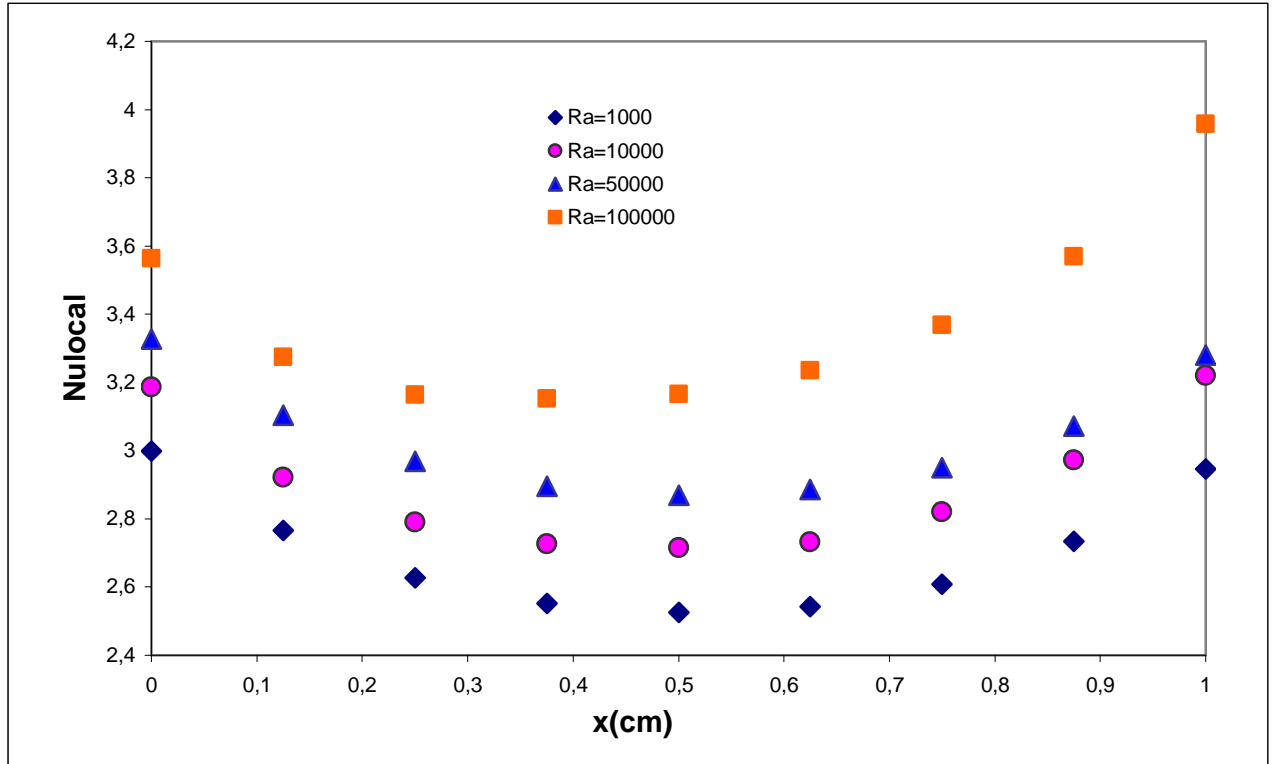


Figure III.7 : Nombre de Nusselt local au niveau de la source de chaleur en fonction de (x) pour différents Ra.

Le nombre de Nusselt moyen, $\langle Nu \rangle$, est tracé en fonction de (Ra) dans la figure (III.8). Ce graphe montre que le Nusselt moyen croît lorsqu'on fait croître Ra et à partir de la courbe de la figure (III.8) on déduit l'équation qui représente la corrélation (III-5) entre le nombre de Nusselt moyen et le nombre de Rayleigh (Ra allant de 10^3 à 10^5).

$$\langle Nu \rangle = 1.9763Ra^{0.0433} \quad \text{avec } R^2 = 0.926 \quad \text{III-5}$$

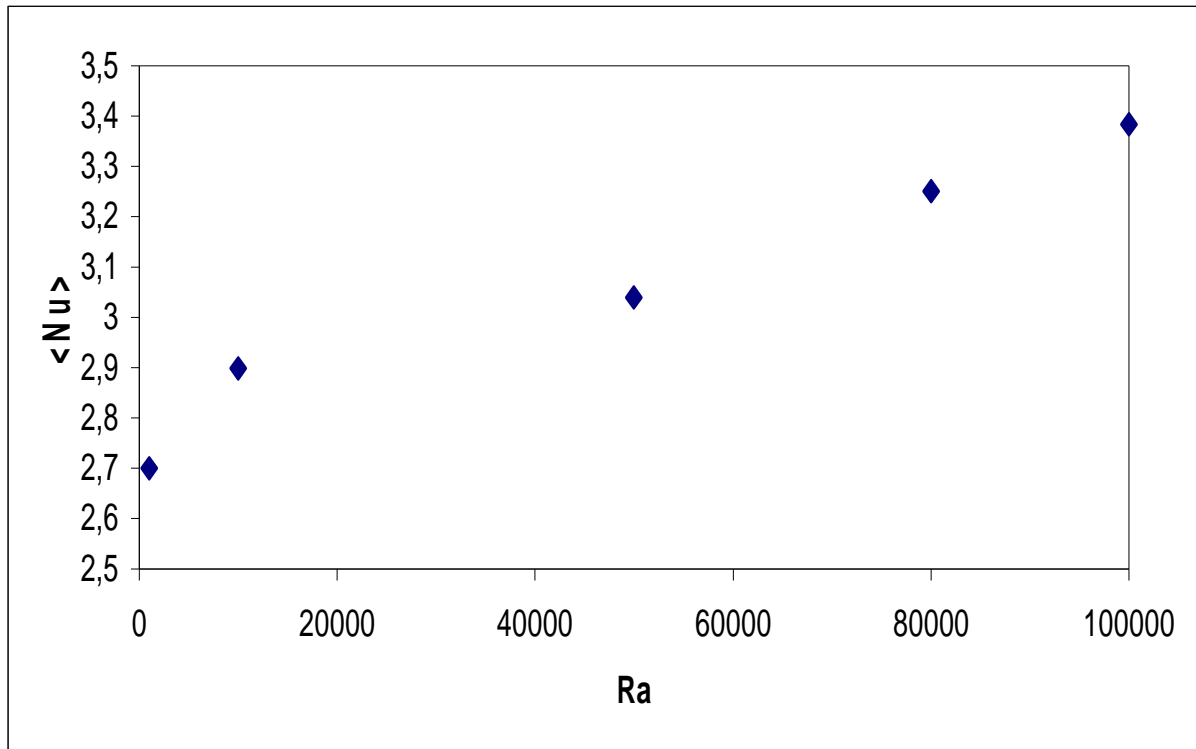


Figure III.8 : Nombre de Nusselt moyen en fonction de Ra.

La figure (III.9) représente la variation de la température au sein de la cavité en fonction de la coordonnée (y) et ce pour $x = 2,5$ cm et différents Ra. La température est à sa plus grande valeur près de la limite inférieure de la cavité ($y = 0$) et elle diminue jusqu'à ce qu'elle atteigne sa valeur la plus faible au niveau de la limite supérieure de la cavité ($y = 5$ cm).

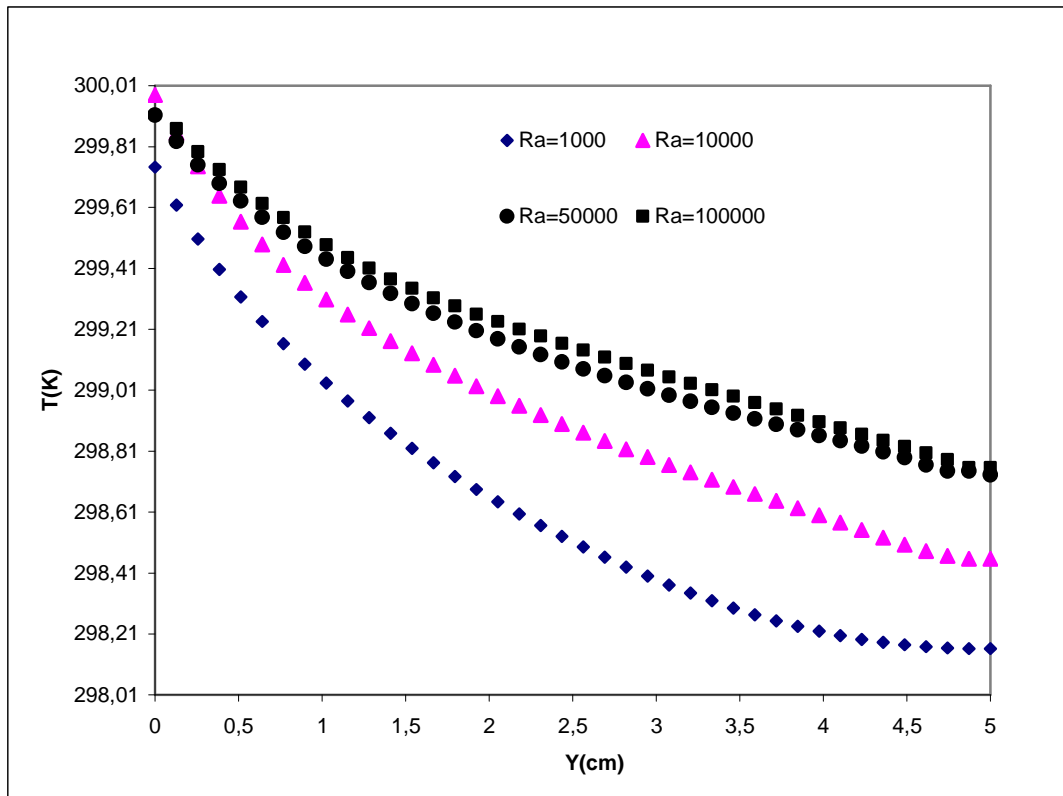


Figure III.9: Température en fonction de (y) pour $x = 2,5$ cm et différents Ra.

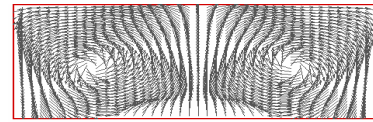
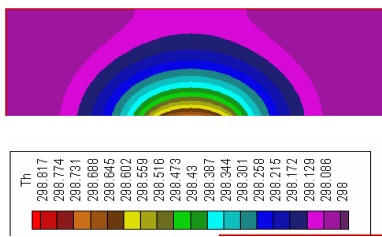
III.2.1.2. Influence du rapport d'aspect:

Pour l'étude précédente on a gardé le même rapport d'aspect ($A=1$). L'influence de la variation du rapport d'aspect sur l'écoulement et le transfert de chaleur, est étudiée dans ce qui suit.

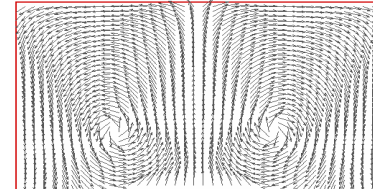
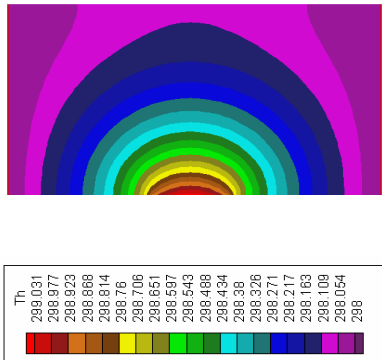
Ainsi dans la figure (III.10), les champs de température et de vitesse, pour des valeurs du nombre d'aspect allant de $1/4$ (cavité carrée) à $A = 1$ (cavité rectangulaire horizontale allongée), sont présentés.



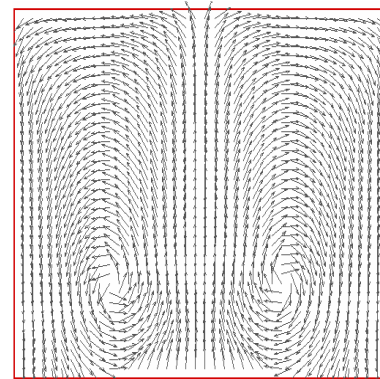
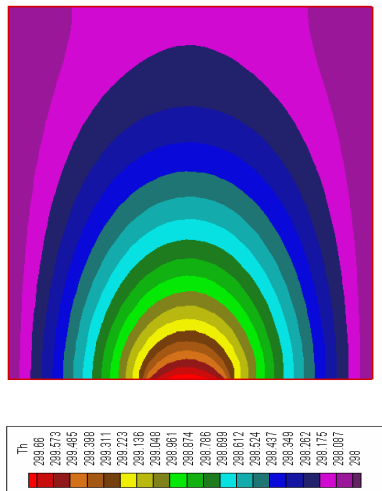
(a)



(b)



(c)



(d)

Figure III.10 : Champs de température et de vitesse pour différents rapports d'aspect avec Ra=1000

(a): A = 1/4, (b): A = 1/3, (c): A = 1/2, (d): A = 1.

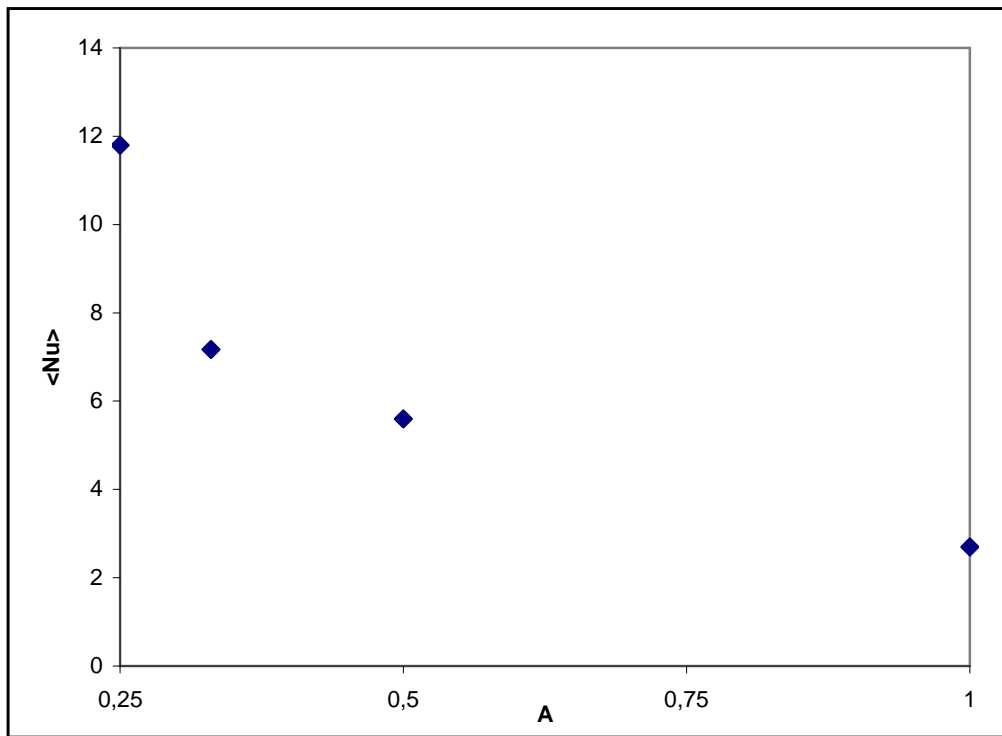
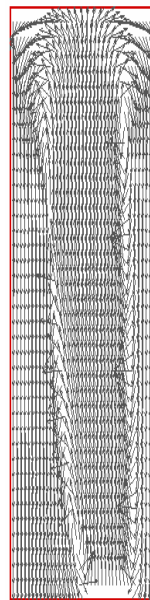
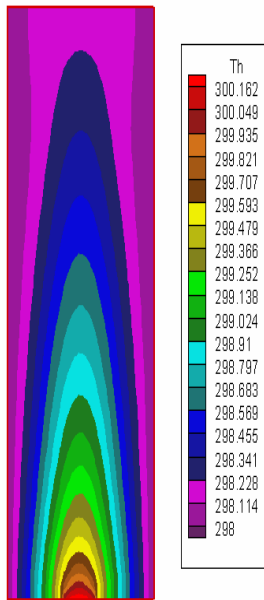


Figure III.11 : Nombre de Nusselt moyen en fonction du rapport d'aspect ($A = H/L$) (cavité horizontale allongée) avec $Ra=10^3$.

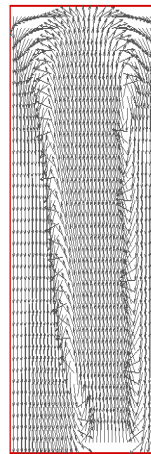
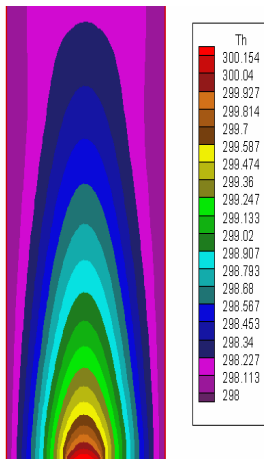
La figure (III.11) représente le nombre de Nusselt moyen en fonction du rapport d'aspect, variation qui est linéaire avec $\langle Nu \rangle$ allant de 2,7 à 11,7. A partir de la courbe de la figure (III.11), on déduit l'équation (III-6) qui représente la corrélation entre le Nusselt moyen et le rapport d'aspect pour une cavité horizontale.

$$\langle Nu \rangle = 2.8842 (A) - 0.3946 \quad \text{avec } R^2 = 0.826 \quad \text{III-6}$$

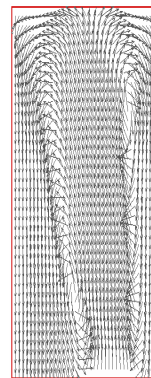
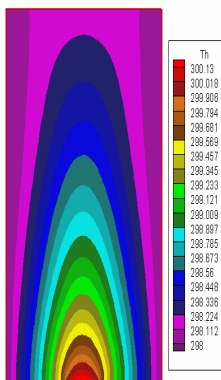
Dans la figure (III.12), les champs de température et de vitesse, pour des valeurs du nombre d'aspect allant de 1 à 4 correspondant à des cavités rectangulaires verticales, sont présentés.



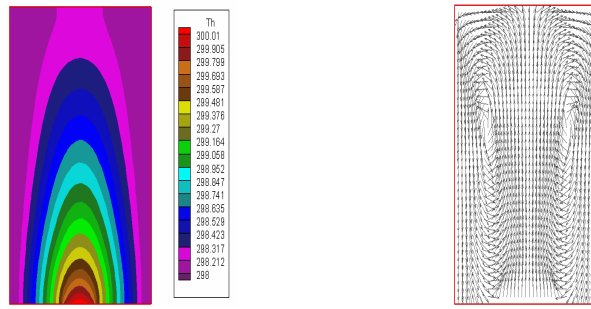
(a)



(b)



(c)



(d)
**Figure III.12 : Champs de température et de vitesse pour différents rapports d'aspect.
 Cavité verticale.**

(a) : A = 4, (b) : A = 3, (c) : A = 5/2, (d) : A = 2

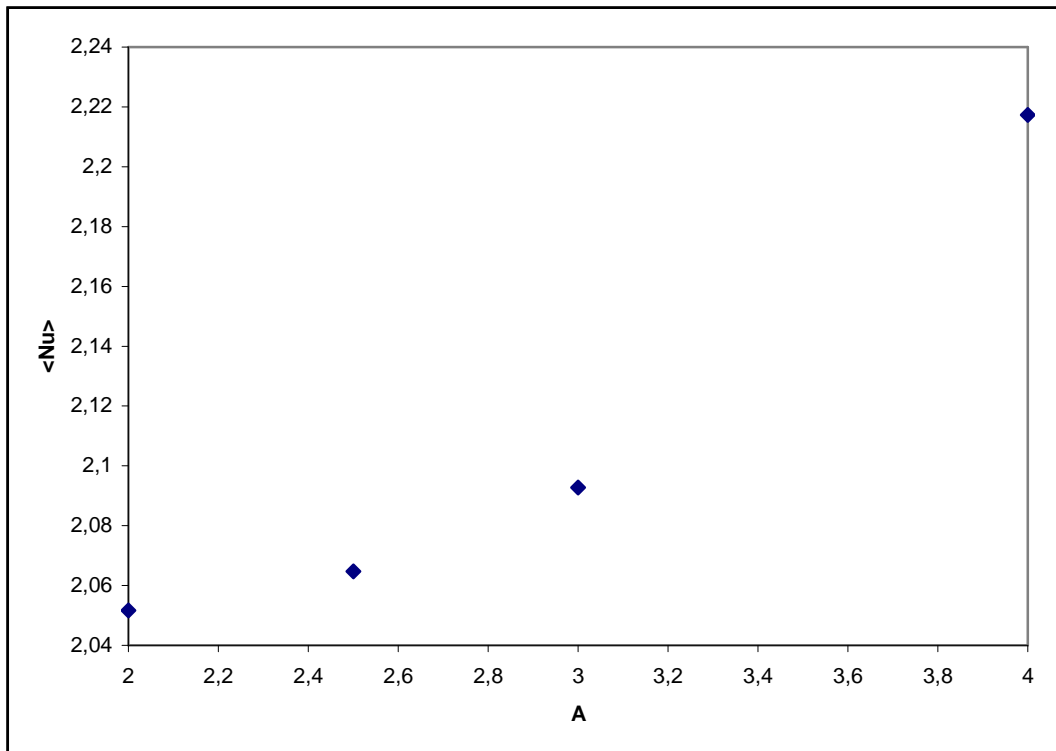


Figure III.13 : Nombre de Nusselt moyen en fonction du rapport d'aspect.

La figure (III.13) représente le nombre de Nusselt moyen en fonction du rapport d'aspect, $\langle Nu \rangle$ allant de 2,05 à 2,21, variation qui est très faible. A partir de cette courbe, on peut néanmoins déduire l'équation (III.7) qui représente une corrélation entre le nombre de Nusselt moyen et le rapport d'aspect pour une cavité verticale.

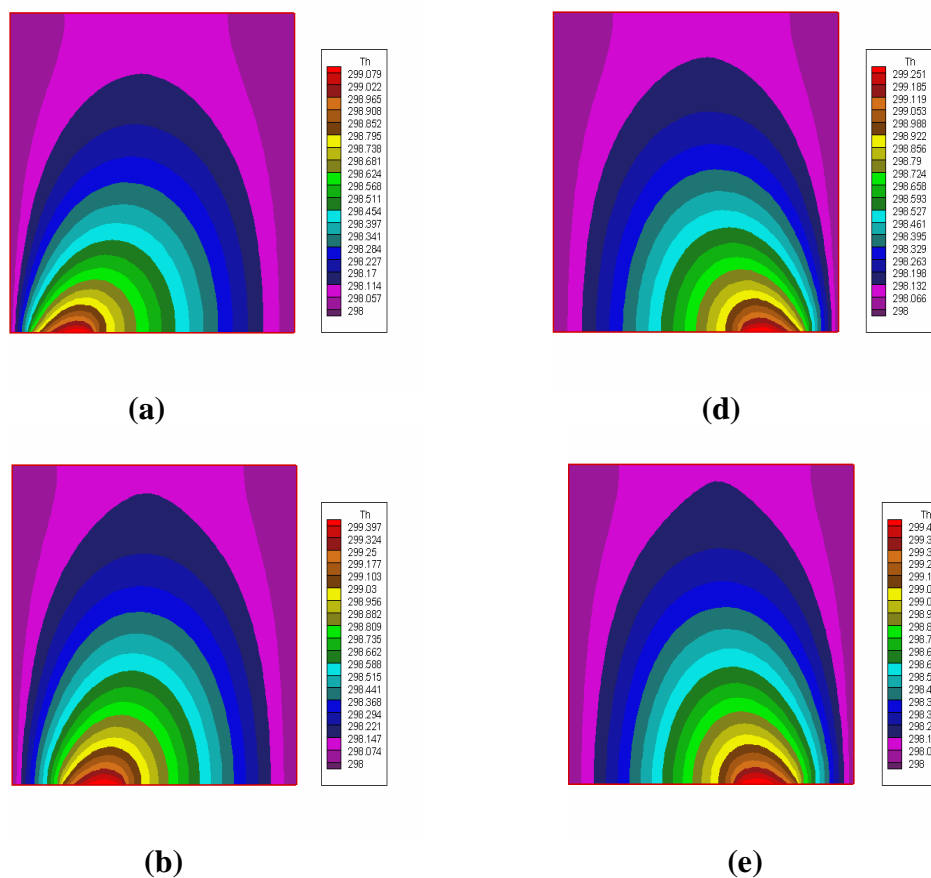
$$\langle Nu \rangle = 0,0853(A) + 1,8615 \quad \text{avec } R^2 = 0.956 \quad \text{III-7}$$

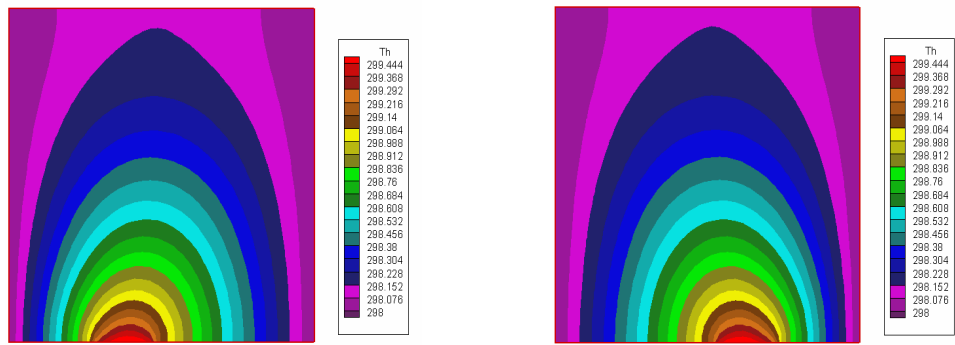
On peut remarquer que la première configuration (cavité horizontale) permet d'atteindre des valeurs de Nusselt plus élevées (jusqu'à 11,7) alors que pour la configuration de cavité verticale, le Nusselt moyen ne dépasse pas la valeur de 2,21 et ce pour l'intervalle des rapports d'aspect considérés.

III.2.1.3. Influence de la position de la source de chaleur:

Pour l'étude précédente on a gardé la même position de la source de chaleur (au centre de la paroi inférieure de la cavité) et on a considéré l'influence de la variation de Ra et du rapport d'aspect. L'influence de la variation de la position de source de chaleur sur l'écoulement et le transfert de chaleur est étudiée dans ce qui suit.

Les champs de température montrés dans les figures (III.14), (III.15) et (III.16) correspondent à des (Ra) allant de 10^3 à 10^5 et ce pour différentes positions de la source de chaleur.

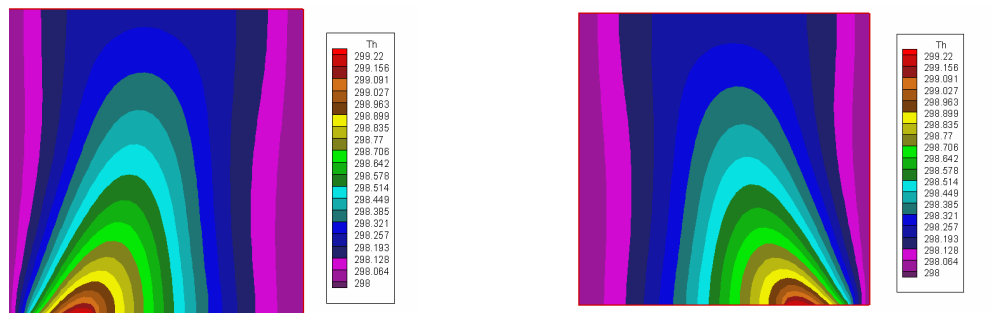




(c)

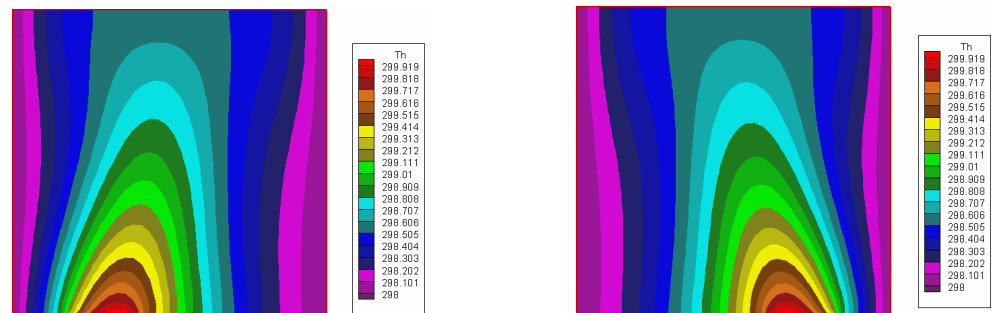
(f)

Figure III. 14: Champ de température pour différentes positions de la source de chaleur (x_d). $Ra = 10^3$. (a) : $x_d = 0,5$ cm. (b) : $x_d = 1$ cm. (c): $x_d = 1,5$ cm. (d) $x_d = 4,5$ cm. (e): $x_d = 4$ cm. (f) : $x_d = 3,5$ cm.



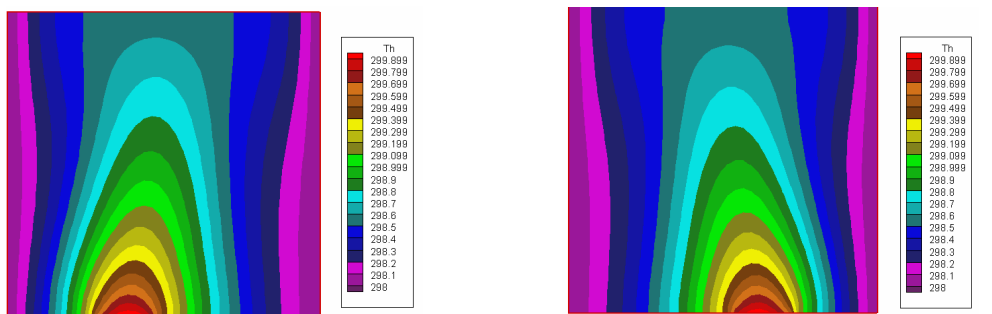
(a)

(d)



(b)

(e)



(c)

(f)

Figure III.15: Champs de température pour différentes positions de la source de chaleur. $Ra = 10^4$

(a) : $x_d = 0,5$ cm, (b) : $x_d = 1$ cm, (c): $x_d = 1,5$ cm, (d) $x_d = 4,5$, (e) : $x_d = 4$ cm, (f) : $x_d = 3,5$ cm

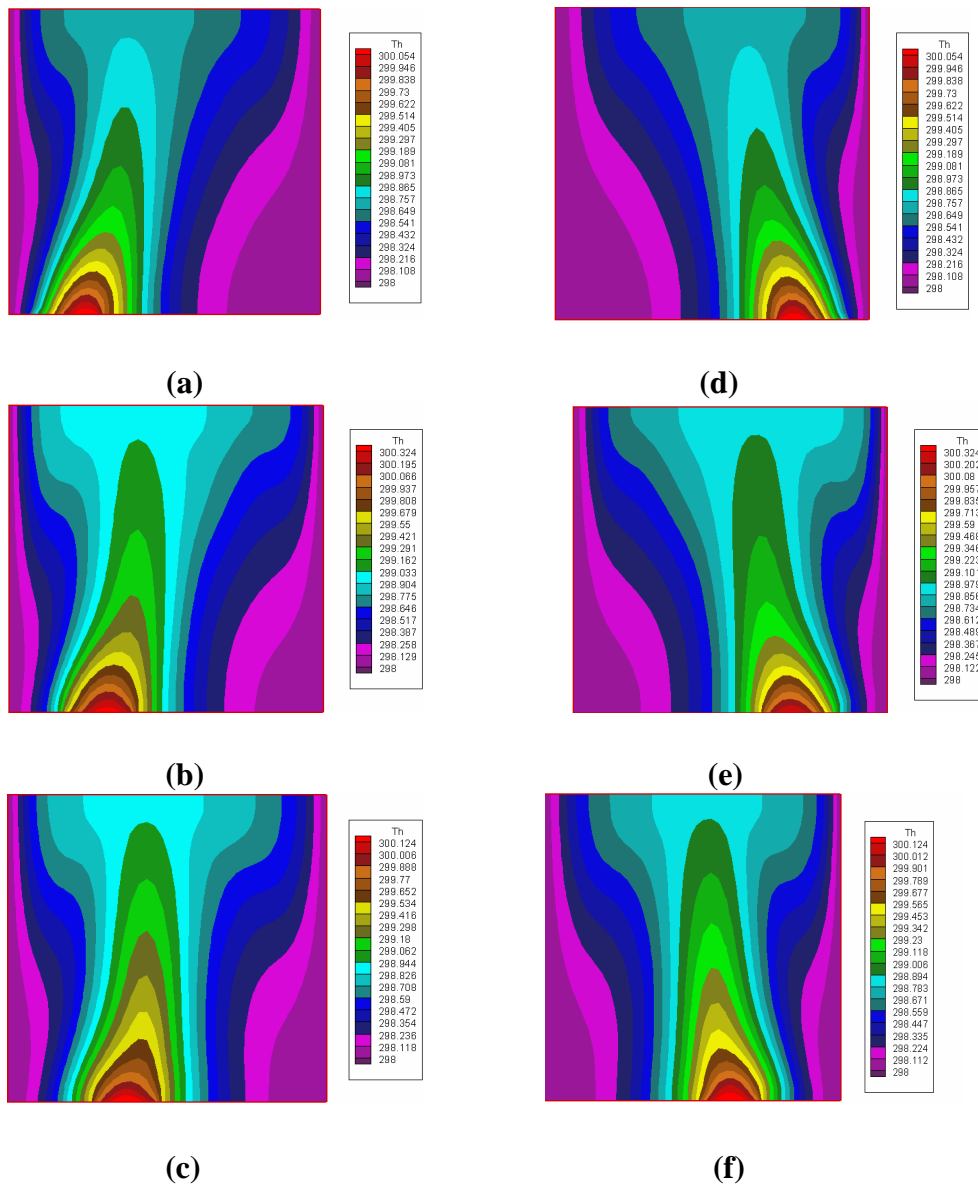
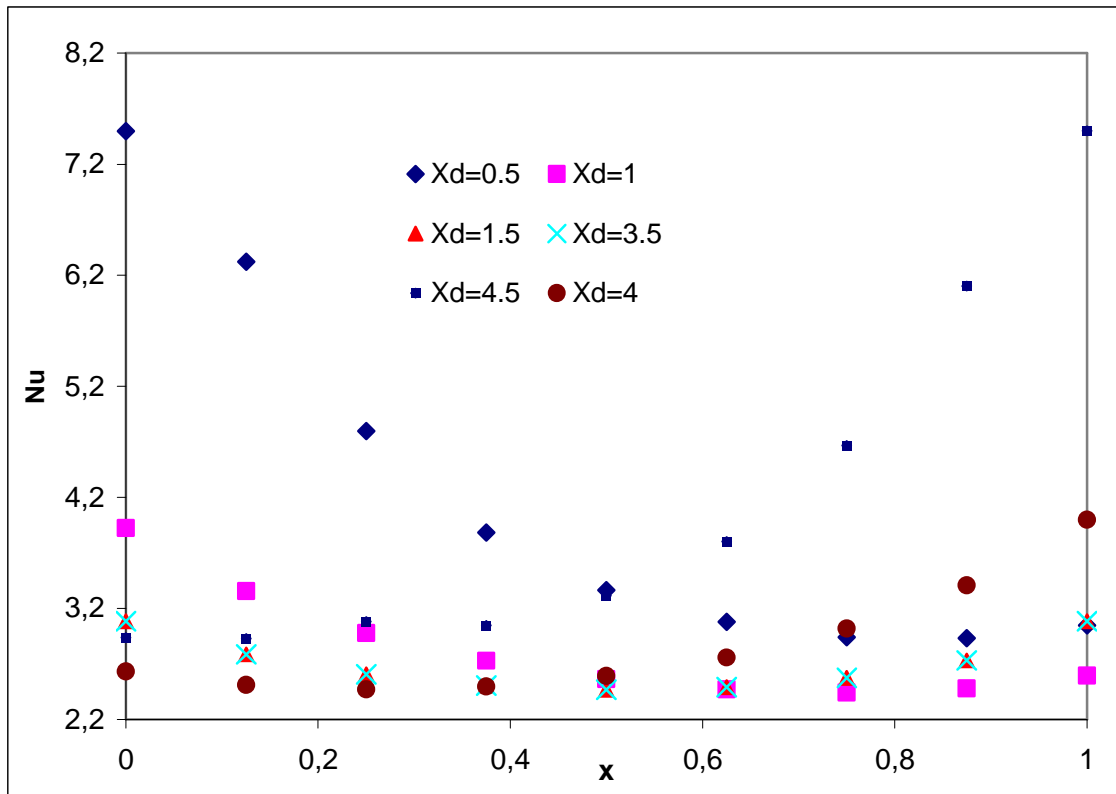


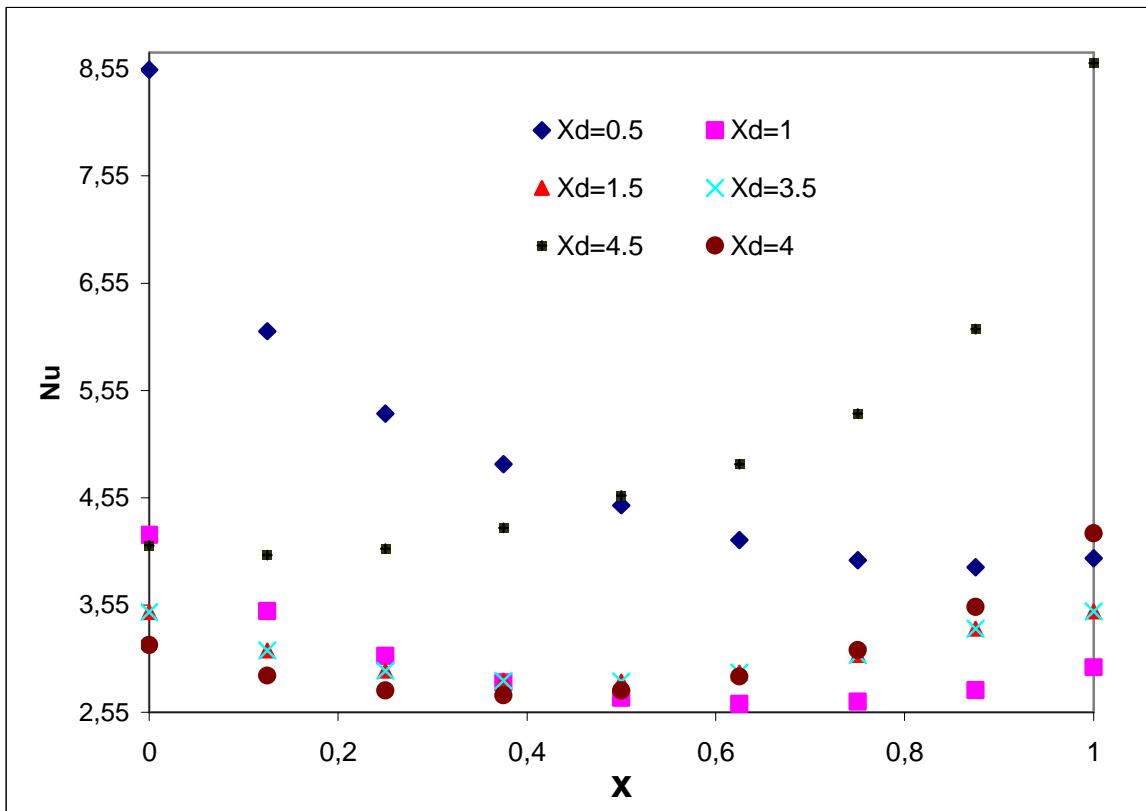
Figure III.16: Champs de température pour différentes positions de la source de chaleur. $Ra = 10^5$

(a) : $x_d = 0,5$ cm, (b) : $x_d = 1$ cm, (c) : $x_d = 1,5$ cm, (d) $x_d = 4,5$ cm,
 (e) : $x_d = 4$ cm, (f) : $x_d = 3.5$ cm

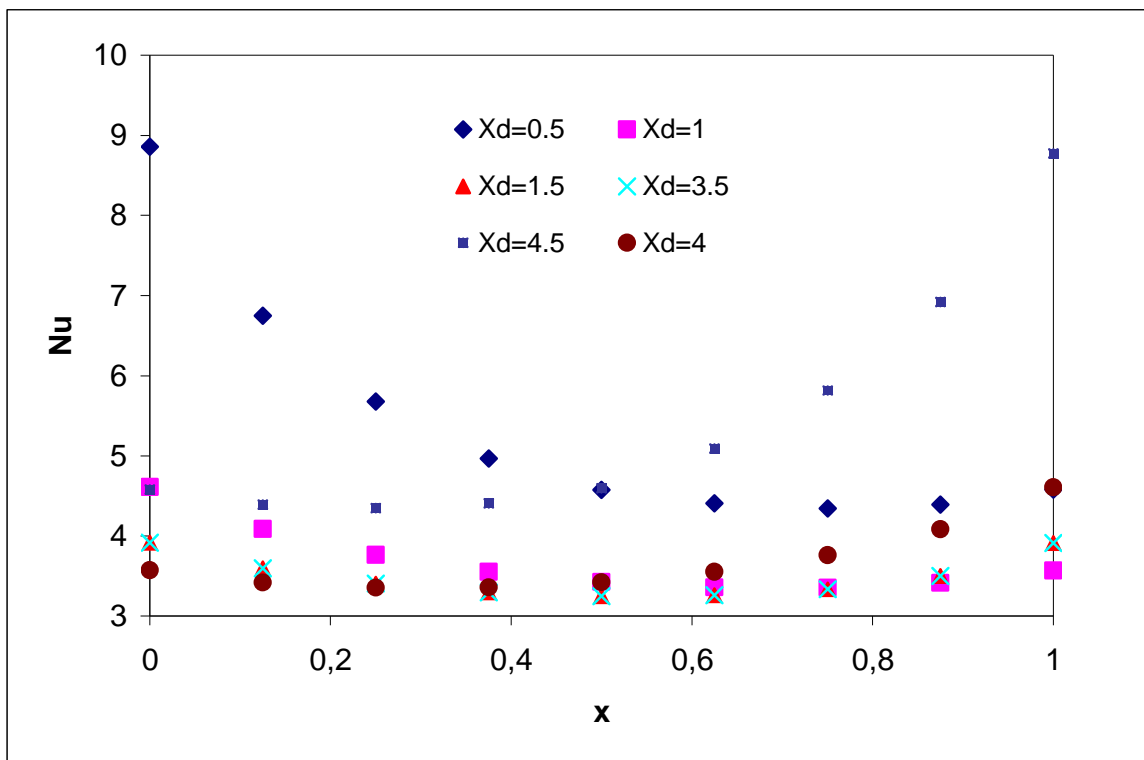
Le nombre de Nu local est tracé en fonction de (x) dans la figure (III.17) pour Ra allant de 10^3 à 10^5 et ce pour les différentes positions de la source de chaleur. On peut remarquer que le Nusselt moyen atteint ses plus grandes valeurs lorsque la source de chaleur est positionnée près des parois latérales à savoir pour $x_d = 0,5$ cm ou $4,5$ cm.



(a)



(b)



(c)

Figure III.17 : Nombre de Nusselt local en fonction de (x) pour différentes positions de la source de chaleur (x_d). (a): $Ra = 10^3$, (b): $Ra = 10^4$, (c): $Ra = 10^5$.

La figure (III.18) représente la variation de température au centre de la source de chaleur en fonction de la coordonnée (y) et ce pour différentes positions de la source (x_d) et différents Ra.

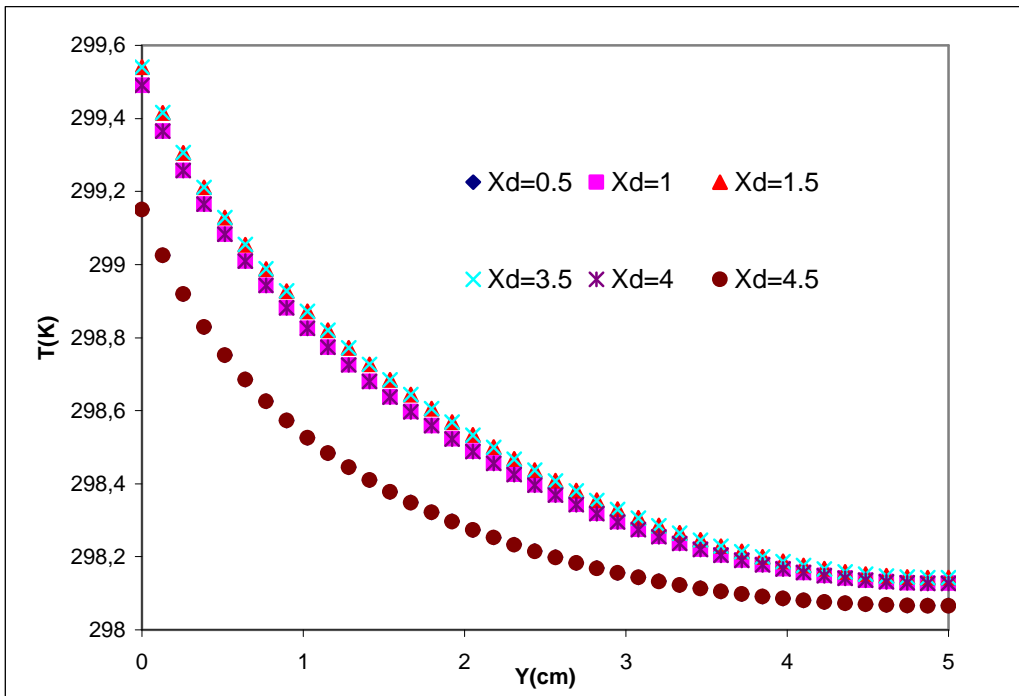


Figure III.18 -a: Température en fonction de (y) pour différentes positions de la source (x_d): $Ra = 10^3$

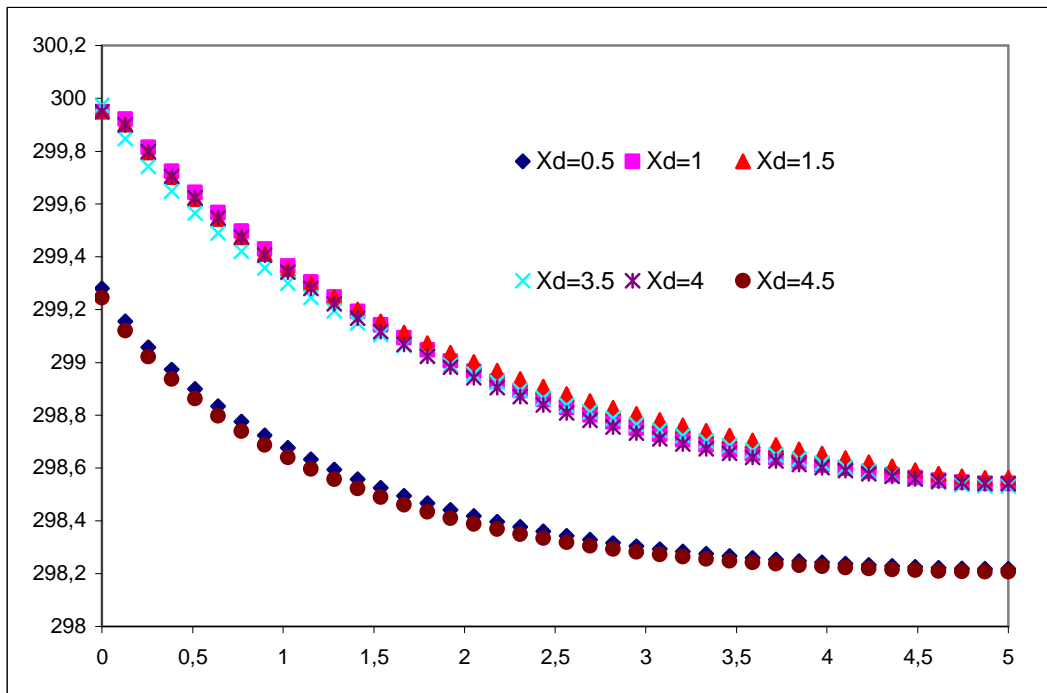
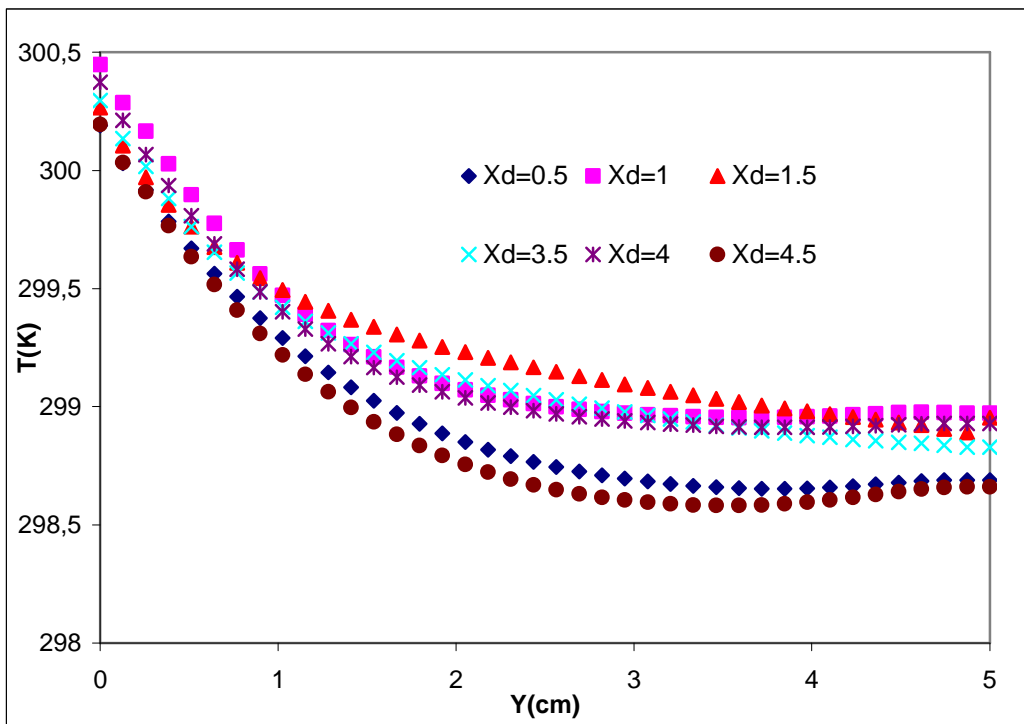


Figure III.18-b: Température en fonction de (y) pour différentes positions de la source (x_d). $Ra = 10^4$.



(c)

Figure III.18-c: Température en fonction de (y) pour différentes positions de la source (x_d). $Ra = 10^5$.

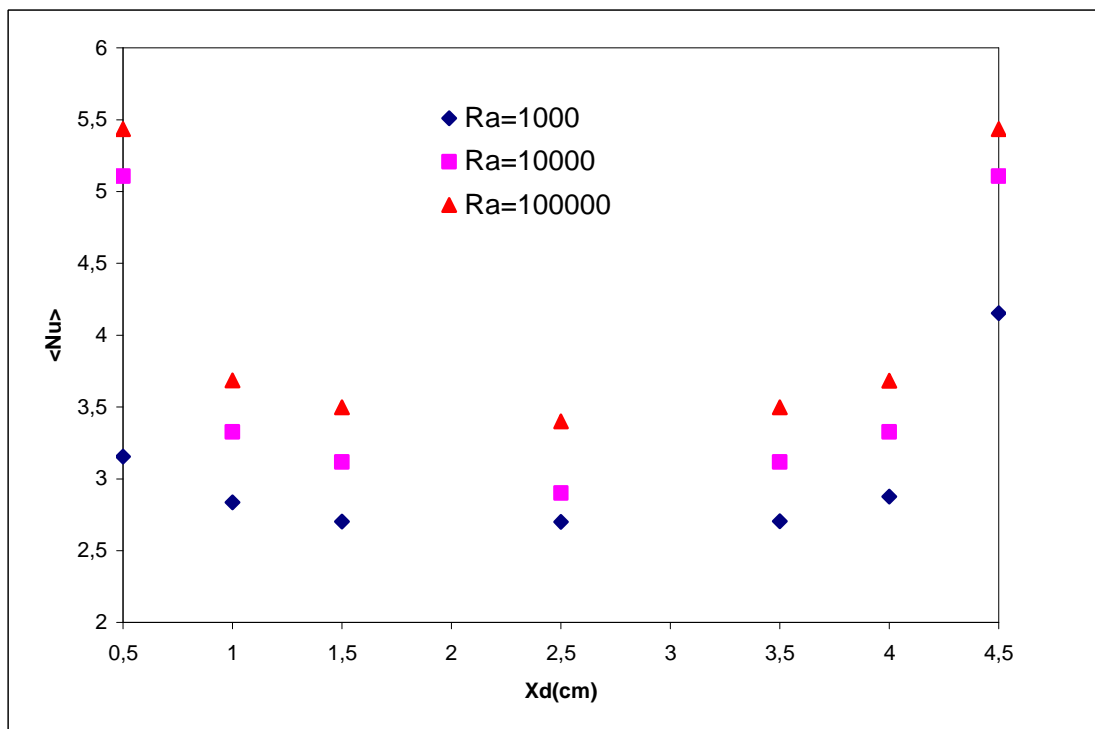


Figure III.19: Nombre de Nusselt moyen en fonction de la position de la source (x_d) pour différents (Ra).

Le nombre de Nusselt moyen est tracé en fonction de (x_d) dans la figure (III.19) pour un nombre de Ra allant de 10^3 à 10^5 . On remarque que le

nombre de Nu est plus élevé lorsque la source de chaleur est proche des parois verticales de la cavité. A partir de ces courbes, on déduit les équations (III-8, III-9 et III-10) qui représentent des corrélations entre le nombre de Nusselt moyen et la position de la source et ce pour différents Ra.

$$\text{Pour Ra}=10^5 \quad \langle \text{Nu} \rangle = 0.5497x_d^2 - 2.7488 x_d + 6.3875 \quad \text{III-8}$$

$$\text{Pour Ra}=10^4 \quad \langle \text{Nu} \rangle = 0.5756x_d^2 - 2.8691 x_d + 6.0258 \quad \text{III-9}$$

$$\text{Pour Ra}=10^3 \quad \langle \text{Nu} \rangle = 0.2646x_d^2 - 1.1808 x_d + 3.7691 \quad \text{III-10}$$

III.3.2. Cas de deux sources de chaleur:

Dans cette configuration, la paroi horizontale inférieure est chauffée par deux sources de chaleur (Fig. III.20). Les deux sources sont à flux de chaleur constants (q_c). La paroi supérieure de la cavité est considérée comme adiabatique alors que les parois latérales sont maintenues à des températures constantes (T_f).

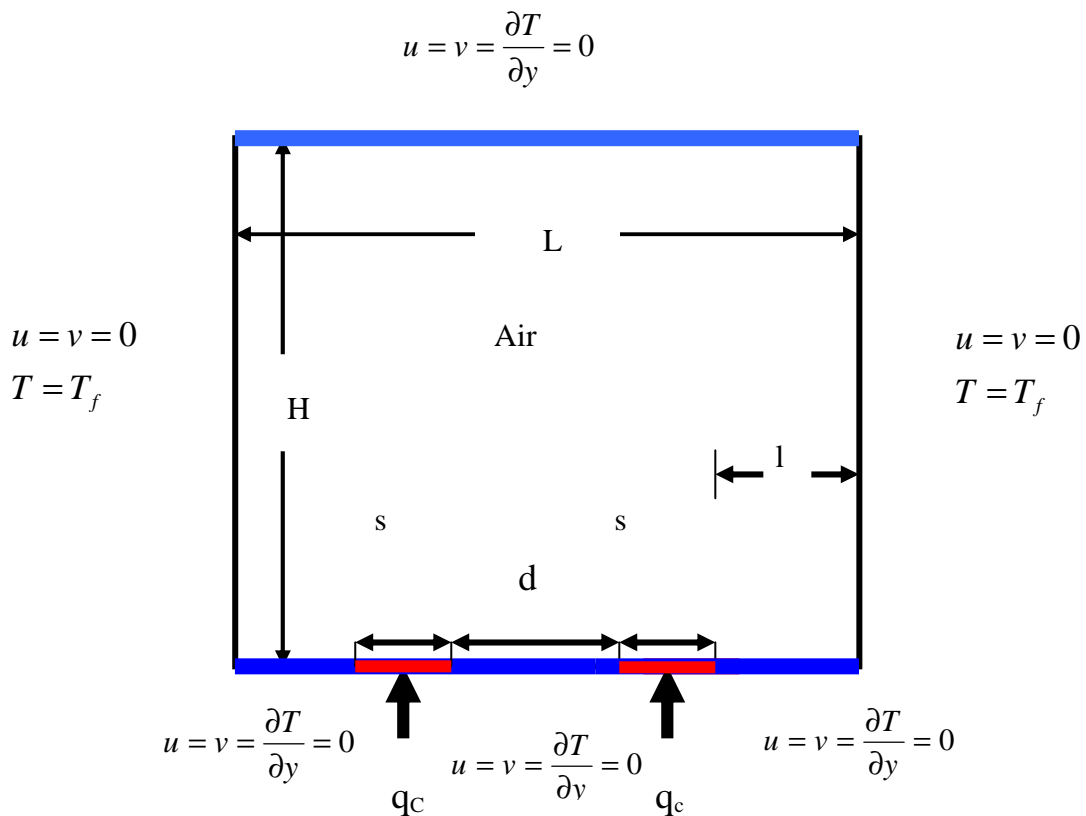


Figure III.20: Schéma représentant la configuration de cavité carrée chauffée par deux sources de chaleur à flux constants.

Les champs de température obtenus sont montrés dans la figure III.21 pour un nombre de Ra égal à 10^3 et pour différentes distances (d) séparant les deux sources de chaleur. La position de la source de chaleur de gauche étant constante et égale à (1cm).

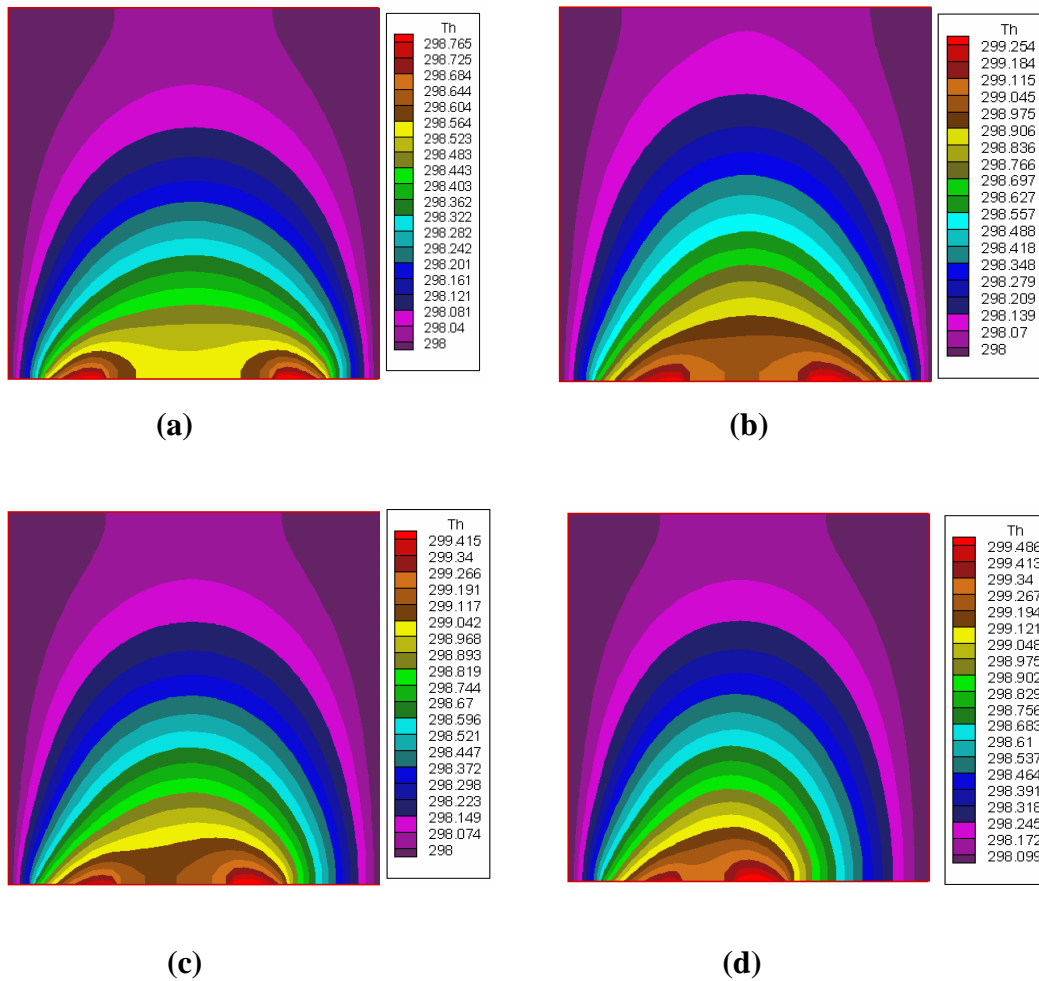


Figure III.21 : Champs de température pour différentes distances (d) séparant les deux sources de chaleur. (a) : $d = 2$ cm, (b): $d = 1,5$ cm, (c): $d = 1$ cm, (d): $d = 0,5$ cm

Le nombre de Nusselt moyen est tracé en fonction de la distance entre les deux sources (d) dans la figure (III. 22) pour un nombre de Ra égal à 10^3 . On peut remarquer que le Nusselt atteint sa valeur la plus élevée pour $d = 2$ cm alors que sa valeur la plus basse correspond à $d = 1$ cm. A partir de la courbe de la

figure III.22, on déduit l'équation (III-11) qui représente une corrélation entre le nombre de Nusselt moyen et la distance entre sources.

$$\langle \text{Nu} \rangle = 1.2149 (d) + 2.974 \quad \text{avec } R^2=0.888 \quad \text{III-11}$$

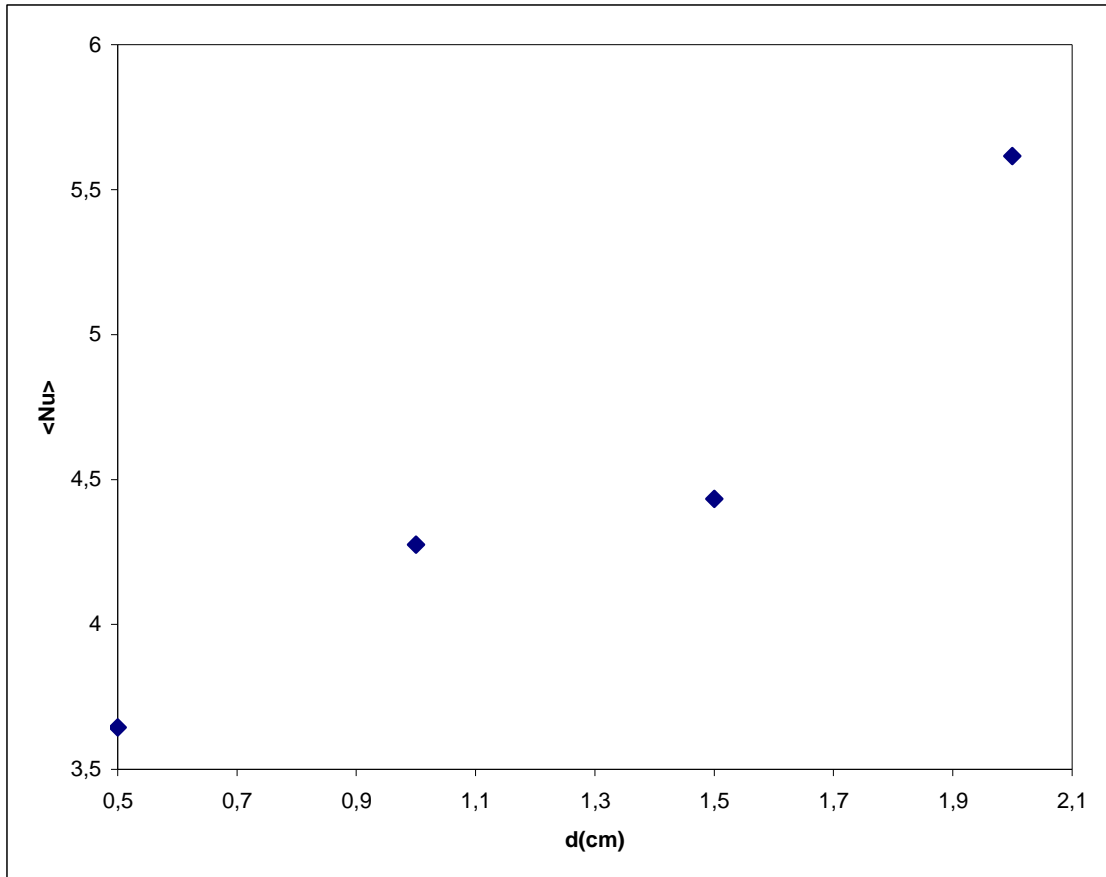
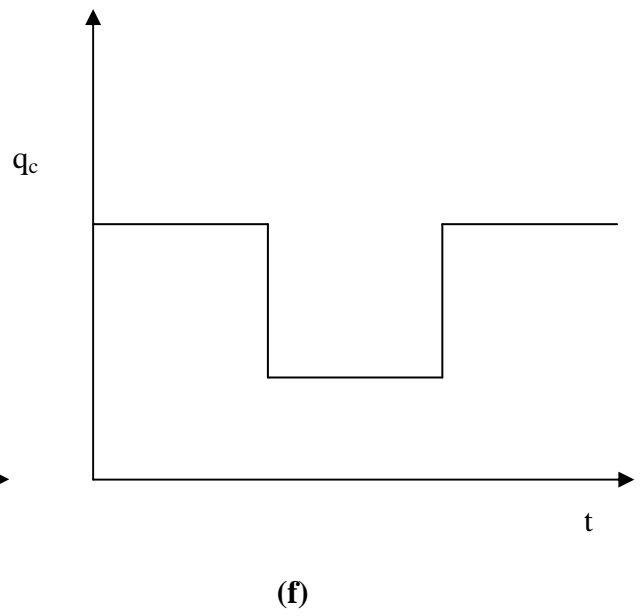
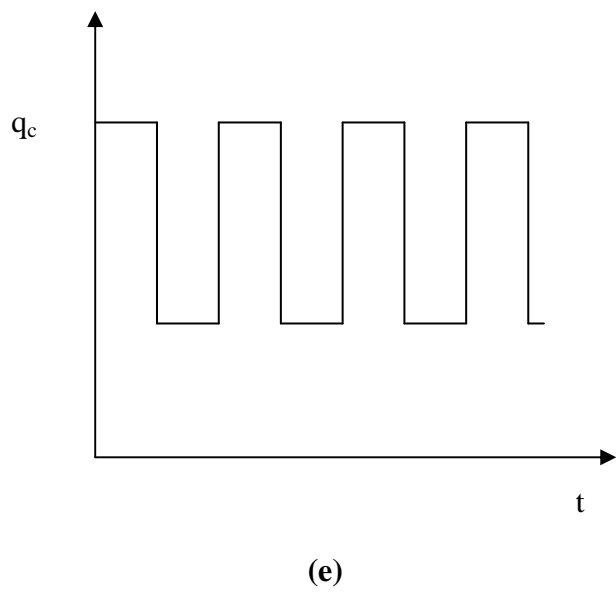
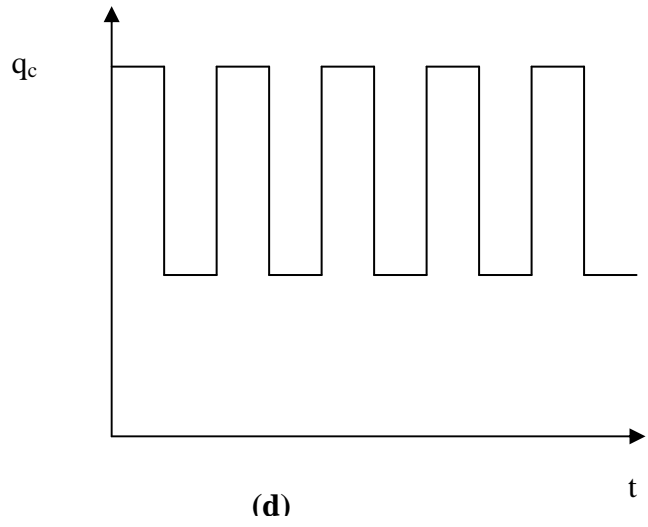
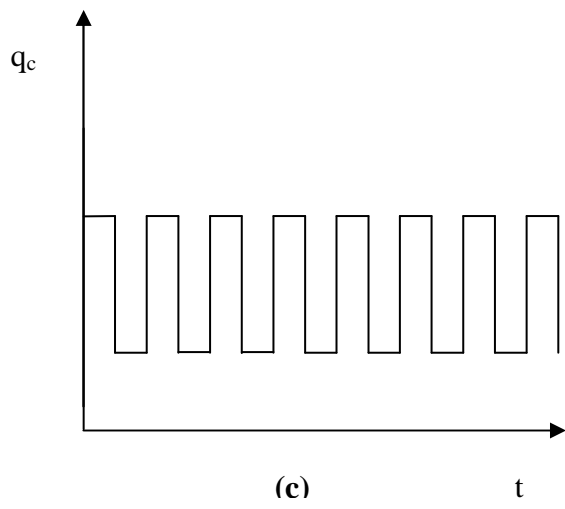
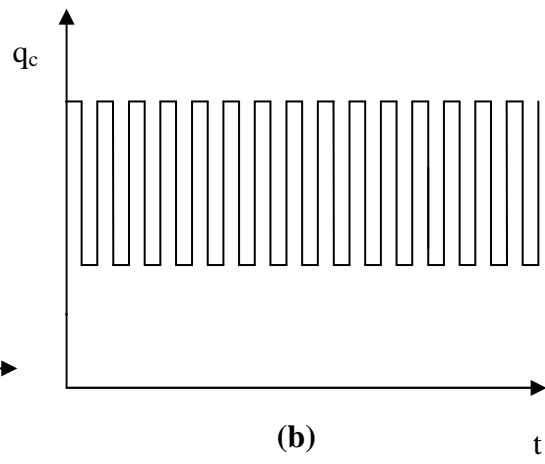
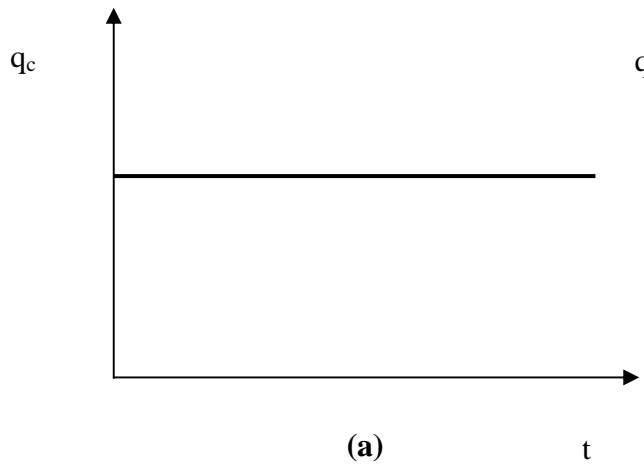


Figure III.22 Nombre de Nusselt moyen en fonction de la distance séparant les deux sources pour $Ra=10^3$.

III. 4. Etude paramétrique avec des flux de chaleur variables:

Dans ce qui suit, on va considérer le cas de sources de chaleur dont les flux sont variables dans le temps. Pour cela les différentes formes de flux débités par la source sont représentées dans la figure III.23 et qui correspondent à différentes périodes (P_c) de variation temporelle.



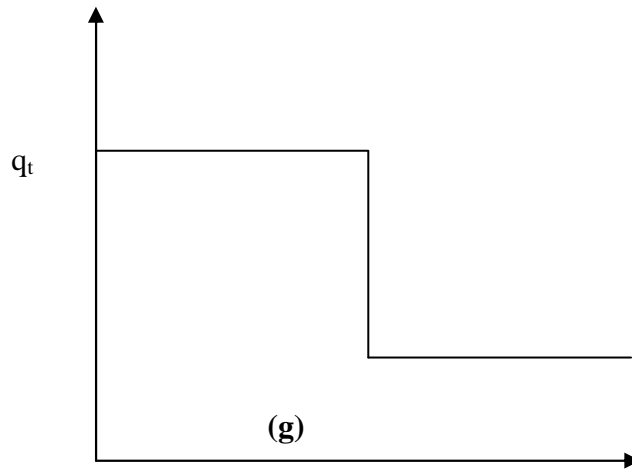


Figure III.23: La variation temporelle du flux de chaleur débi q_t par la source pour différentes périodes (P_c). $Ra = 10^3$. (a): flux constant $(P_c = 2s)$, (c): $P_c = 3s$, (d): $P_c = 4s$, (e): $P_c = 5s$, (f): $P_c = 10s$, (g): $P_c = 15s$.

III.4.1. Cas d'une seule source de chaleur:

Dans cette configuration, la paroi horizontale inférieure est chauffée par une source dont le flux de chaleur varie périodiquement (q_p) (Fig. III.24). La paroi supérieure de la cavité est considérée comme adiabatique alors que les parois latérales sont maintenues à des températures constantes (T_f).

$$u = v = \frac{\partial T}{\partial y} = 0$$

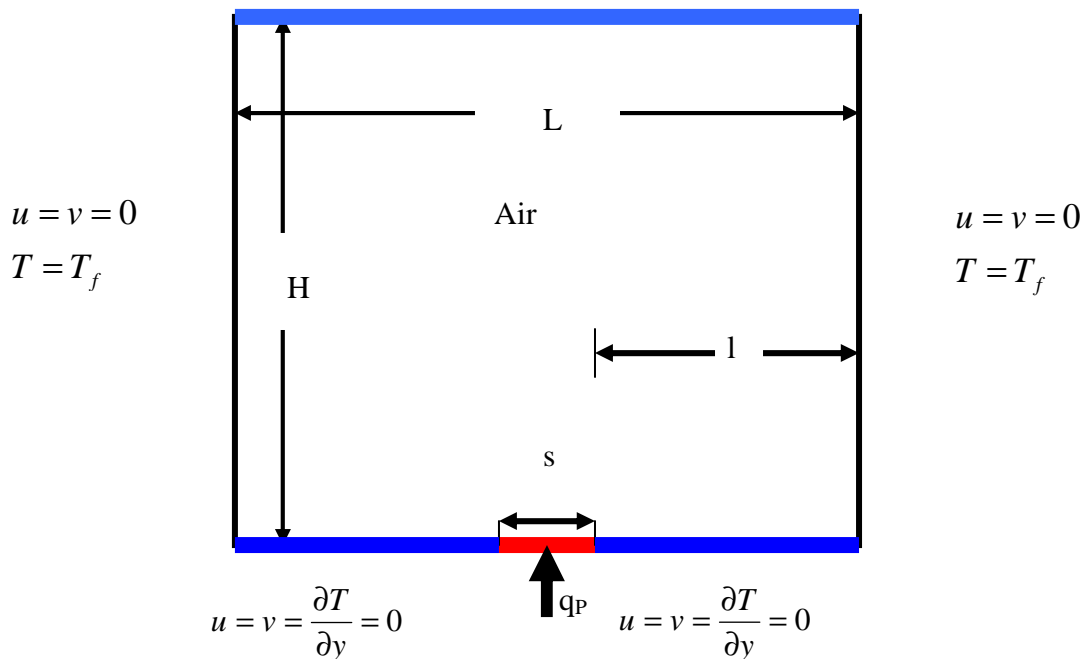


Figure III.24 : Schéma représentant la configuration d'une cavité avec une seule source de chaleur à flux variable périodiquement.

Dans les figures III.25 et III.26, les champs de température sont montrés pour différentes formes du flux de chaleur débité par la source et ce pour un nombre de Ra égal respectivement à 10^3 et 10^4 .

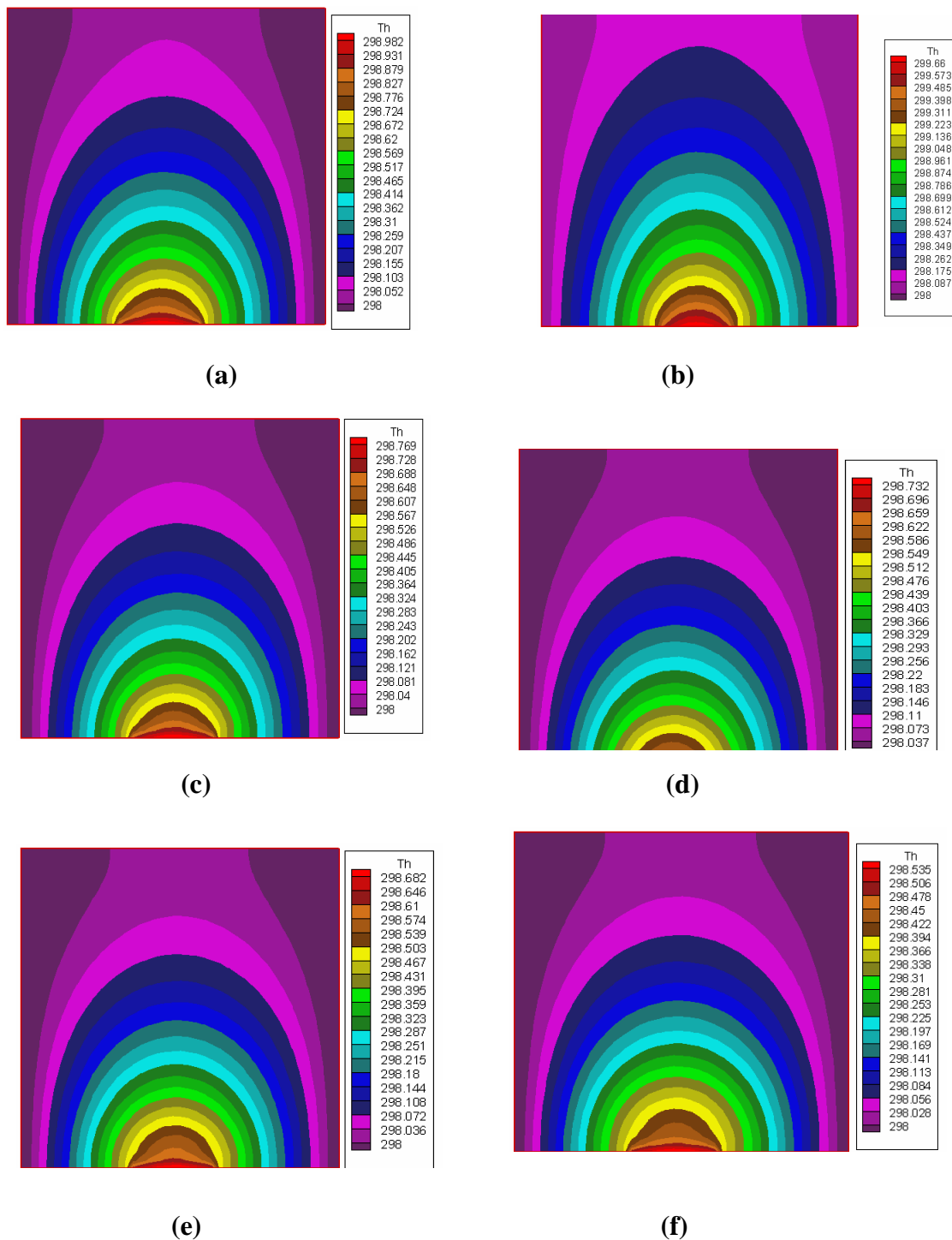
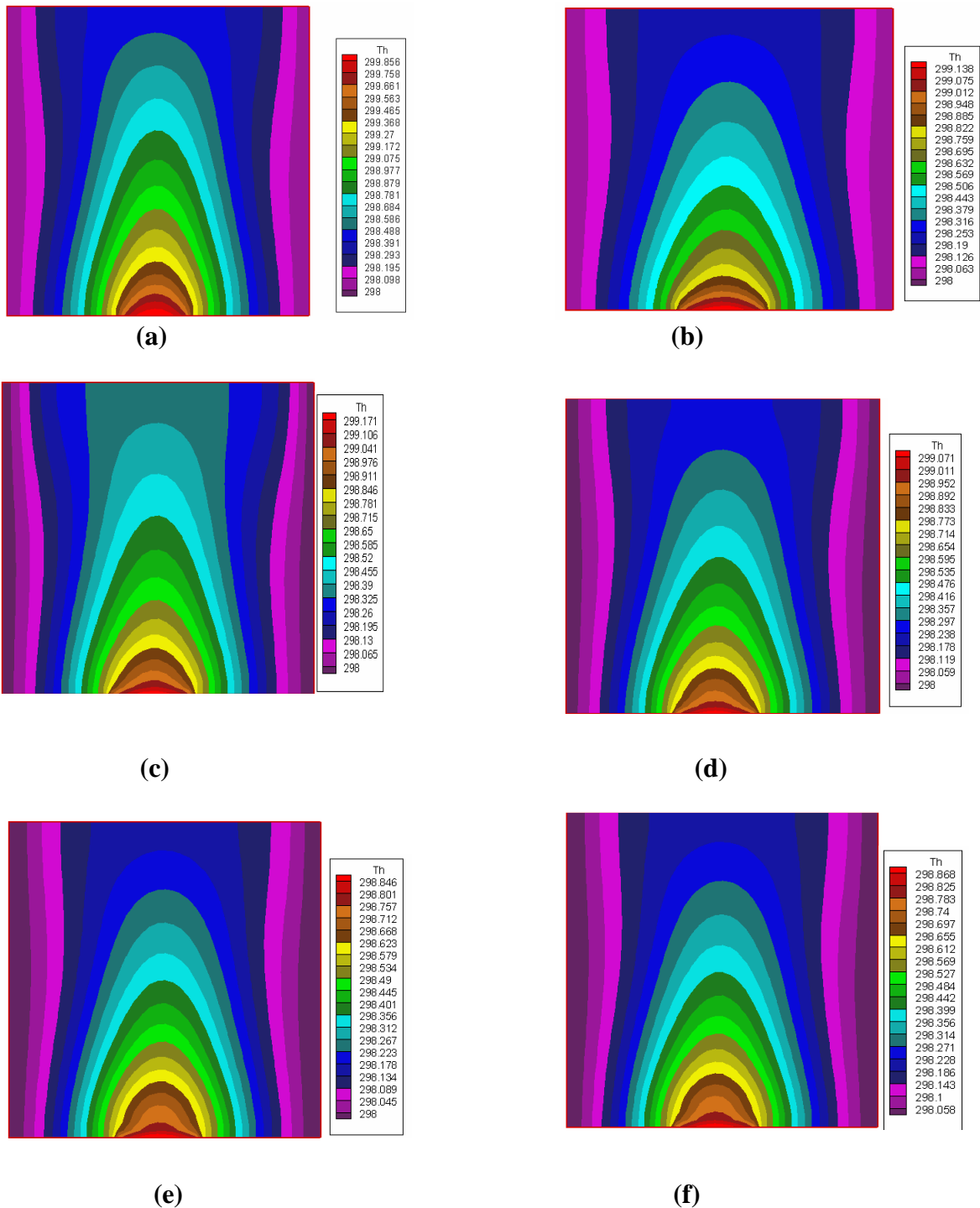
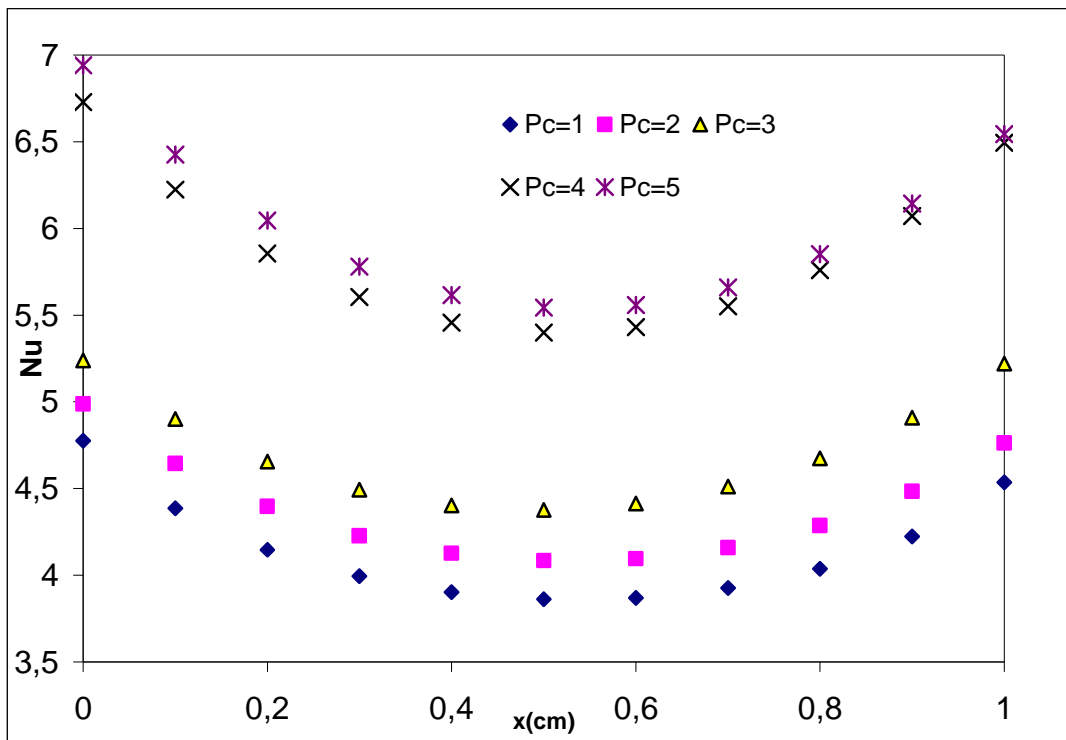


Figure III.25 : Champs de température pour différentes périodes (P_c). $Ra = 10^3$.
 (a): flux constant, (b): $P_c = 1s$, (c): $P_c = 2s$, (d): $P_c = 3s$, (e): $P_c = 4s$, (f): $P_c = 5s$.

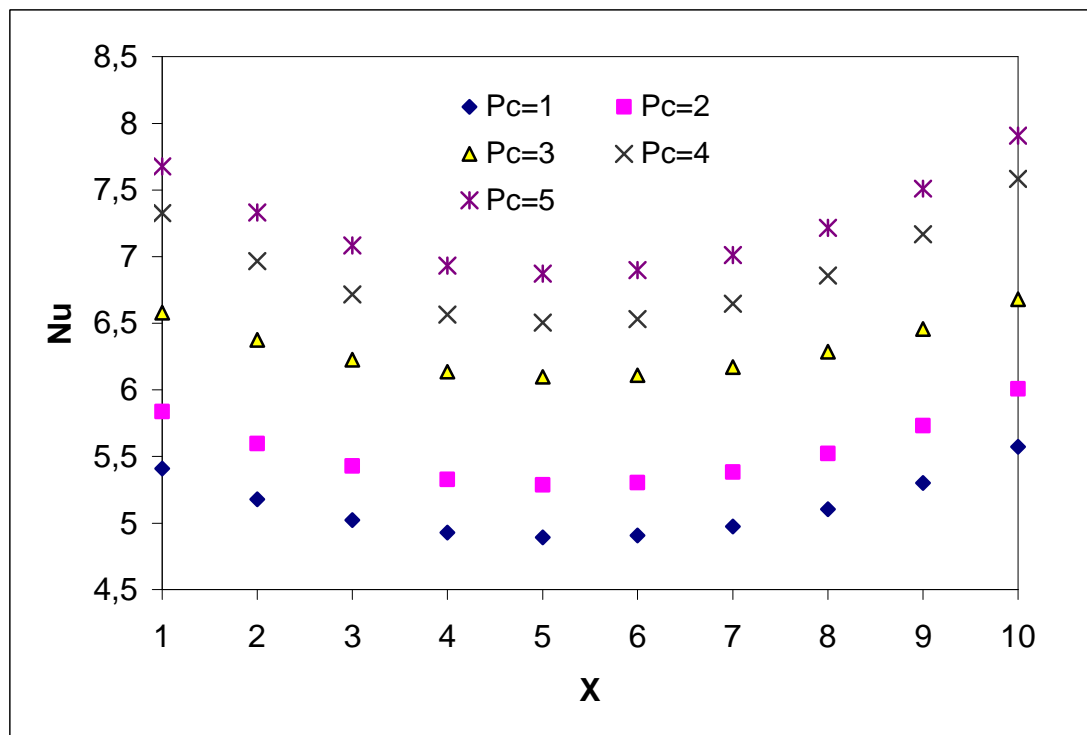


**Figure III.26 : Champs de température pour différentes périodes (P_c). $Ra = 10^4$.
 (a): flux constant, (b): $P_c = 1s$, (c): $P_c = 2s$, (d): $P_c = 3s$, (e): $P_c = 4s$, (f): $P_c = 5s$.**

Le nombre de Nu_{local} est tracé en fonction de (x) dans la figure (III.27) pour un nombre de Ra égal respectivement à 10^3 à 10^4 et pour les différentes périodes du flux de chaleur débité par la source. Le Nusselt étant calculé au niveau de la source qui est de longueur 1 cm et qui est positionnée au centre de la paroi inférieure de la cavité ($x_d = 2,5$ cm).



(a)



(b)

Figure III.27 : Nusselt local en fonction de (x) pour différents flux de chaleur débités par la source. (a): $Ra = 10^3$, (b): $Ra = 10^4$.

Le nombre de Nusselt moyen est tracé en fonction de la période du flux dans la figure (III.28) pour un nombre de Ra égal respectivement à 10^3 à 10^4 . Pour les deux valeurs de Ra, le Nusselt moyen augmente lorsqu'on fait croître la

période du flux de chaleur. A partir des courbes de cette figure, on déduit les équations (III-12), (III-13) qui représentent les corrélations entre le nombre de Nusselt moyen et la période du flux de chaleur.

$$\langle \text{Nu} \rangle = 0,5656P_c + 4,5903 \quad \text{avec } R^2=0.897 \quad \text{III-12}$$

$$\langle \text{Nu} \rangle = 0,5203P_c + 3,4646 \quad \text{avec } R^2=0.912 \quad \text{III-13}$$

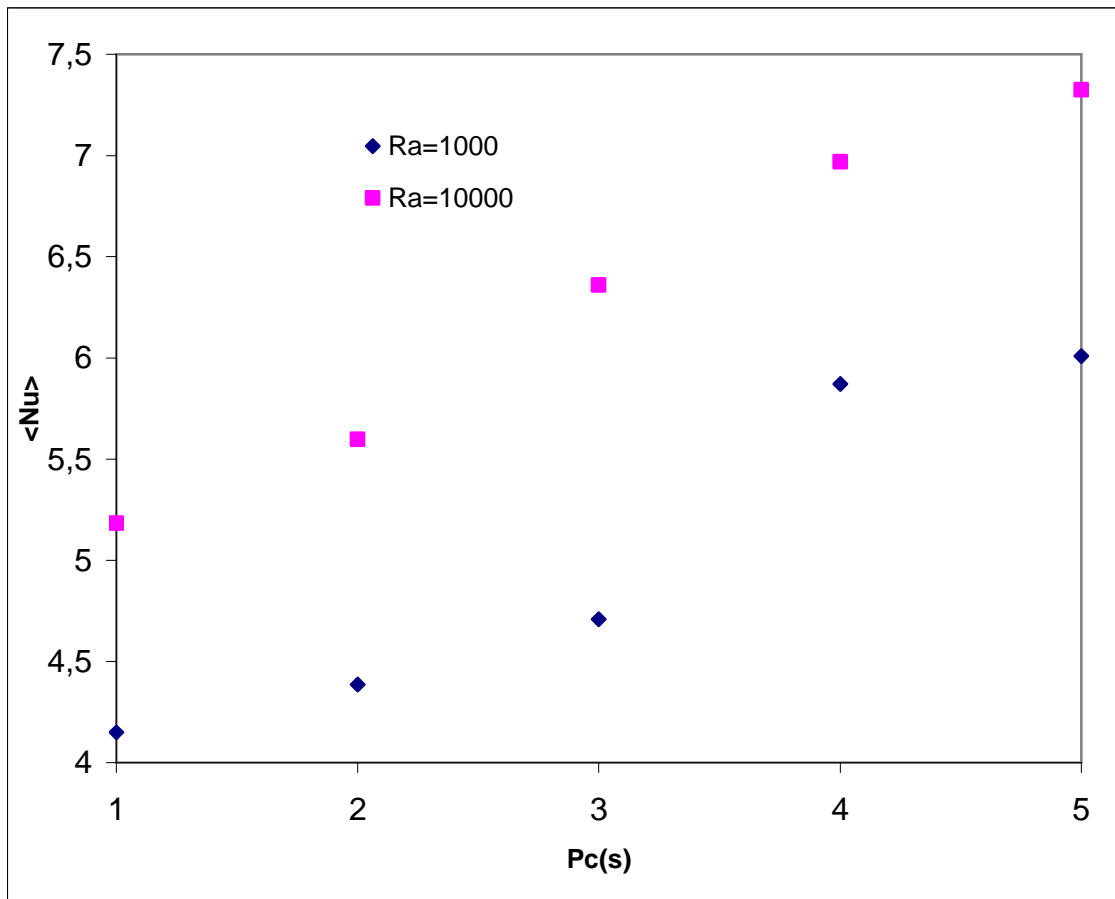


Figure III.28 : Nombre de Nusselt moyen en fonction de la période du flux de chaleur pour deux valeurs du nombre de Rayleigh.

III.4.2. Cas de deux sources de chaleur:

Dans cette partie, la paroi horizontale inférieure est chauffée par deux sources de chaleur. L'une est à flux de chaleur constant (q_c)(source de gauche), l'autre est à flux variable périodiquement (q_p) (Fig. III.29). Les deux sources sont de longueur $s = 1$ cm et la distance qui les sépare est $d = 1$ cm. Les positions de leurs centres sont respectivement $x_{d1} = 1$ cm et $x_{d2} = 3$ cm.

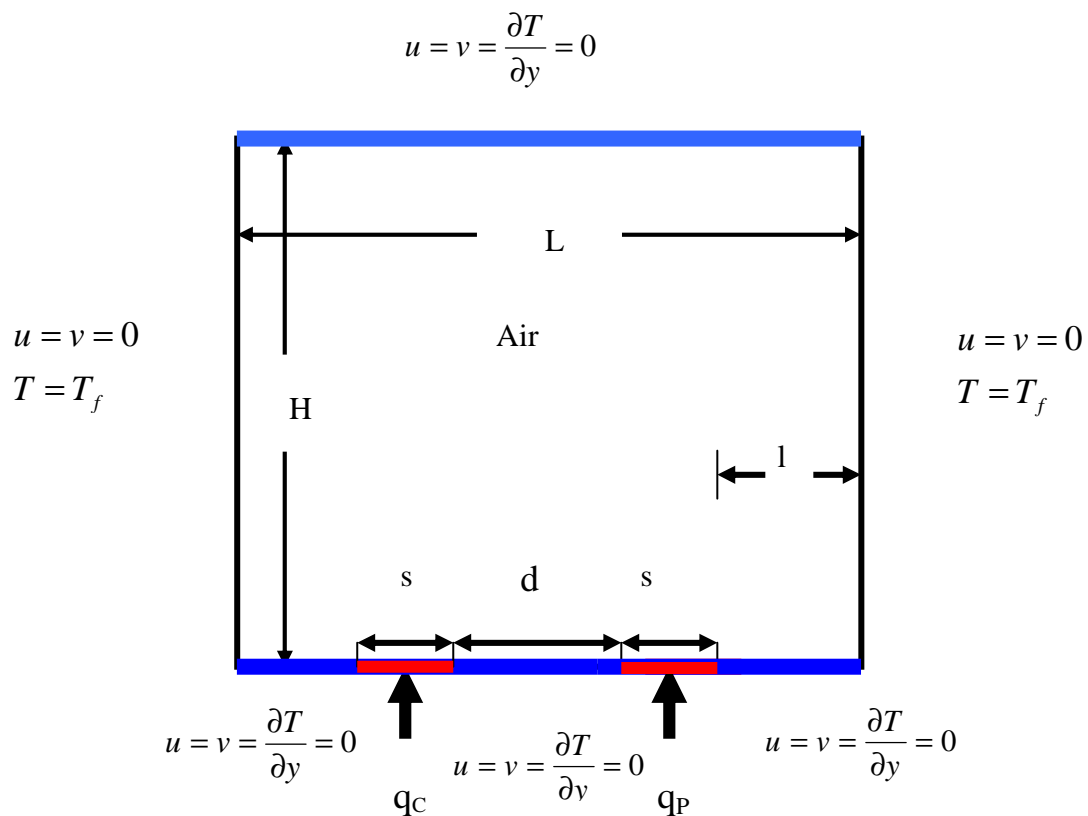
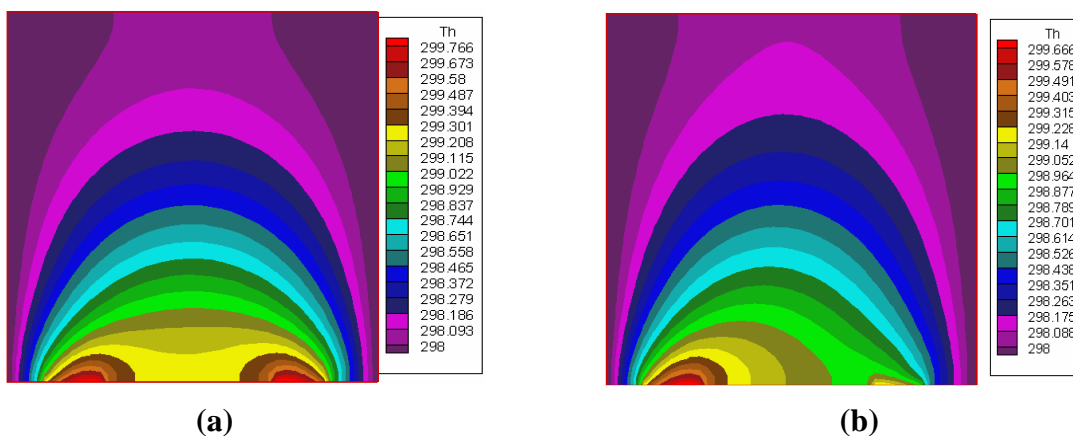
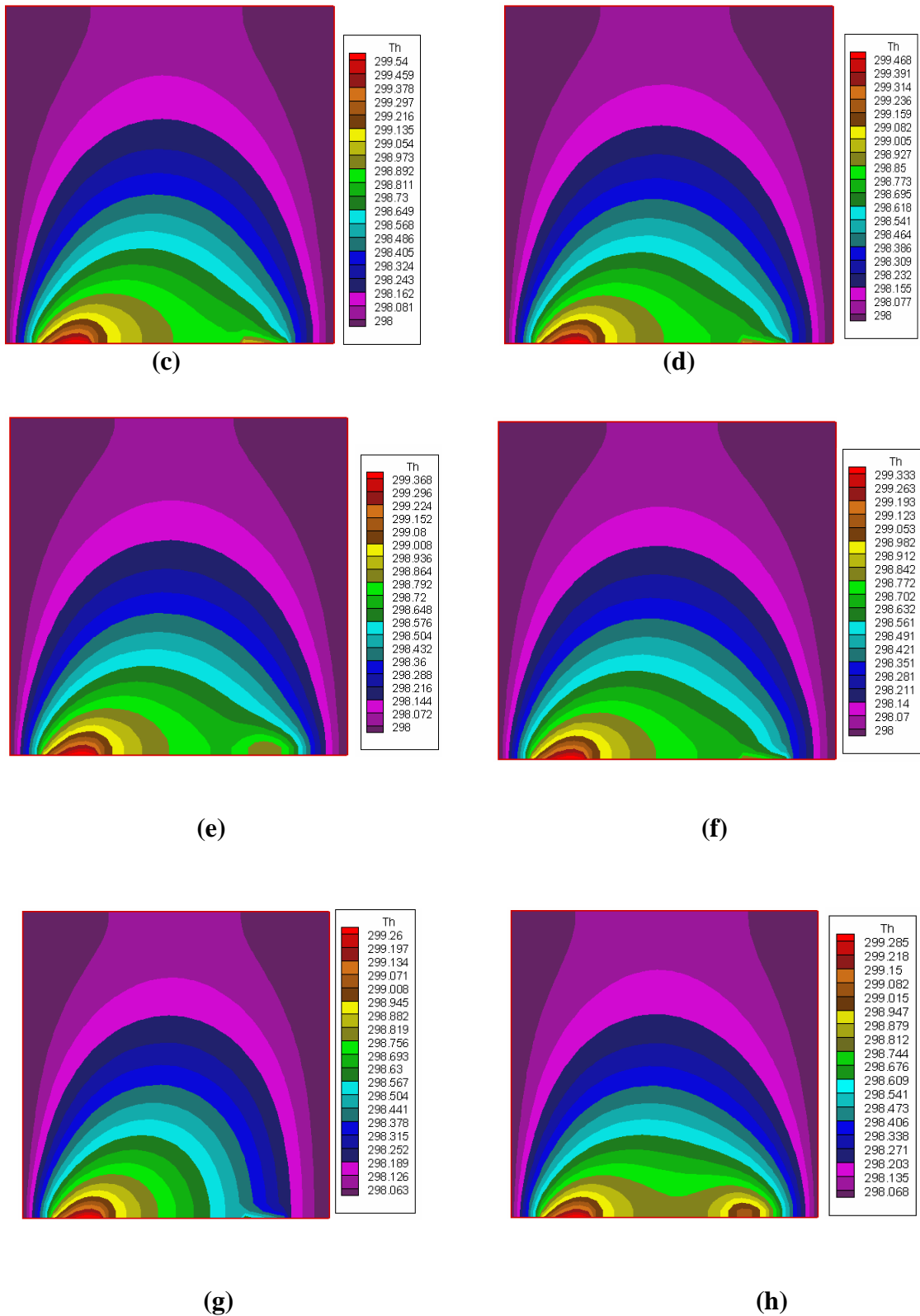


Figure II.29 : Schéma représentant la configuration de cavité chauffée par deux sources de chaleur.

Dans la figure (III.30), pour un nombre de Ra égal à 10^3 , les champs de températures sont exposés pour différentes conditions de périodicité du flux de chaleur.





**Figure III.30: Champs de température pour différentes périodes (P_c). $Ra = 10^3$.
 (a): flux constant, (b): $P_c = 1s$, (c): $P_c = 2s$, (d): $P_c = 3s$, (e): $P_c = 4s$, (f): $P_c = 5s$,
 (g): $P_c = 10s$, (h): $P_c = 15s$.**

Le nombre de Nusselt moyen est tracé en fonction de la période du flux de chaleur de la source dans la figure (III.31) pour un nombre de Ra égal à 10^3 . A

partir de la courbe dans cette figure, on déduit l'équation (III-14) qui représente la corrélation entre le nombre de Nusselt moyen et la période du flux de chaleur débité par la deuxième source.

$$\langle Nu \rangle = 0,424(P_c) + 5,0203$$

$$\text{avec } R^2=0.855$$

III-14

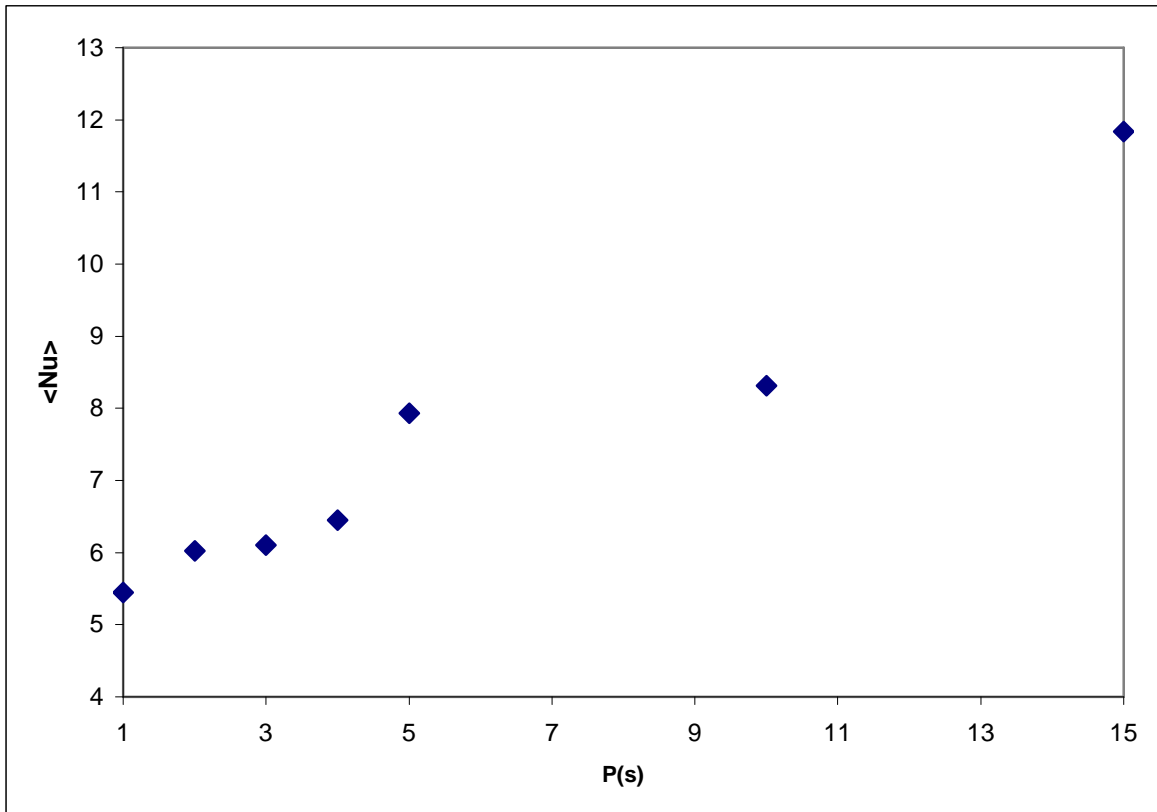
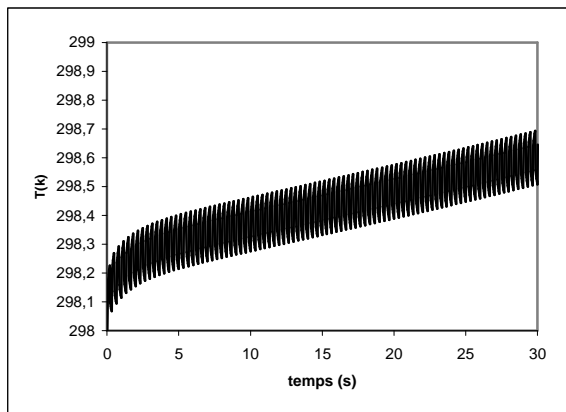
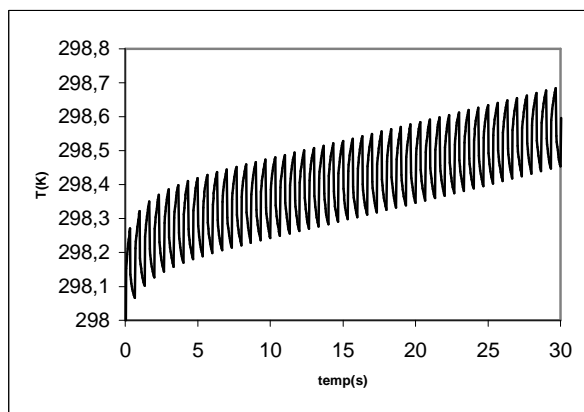


Figure III.31 : Nombre de Nusselt moyen en fonction de la période du flux de chaleur débité par la deuxième source.

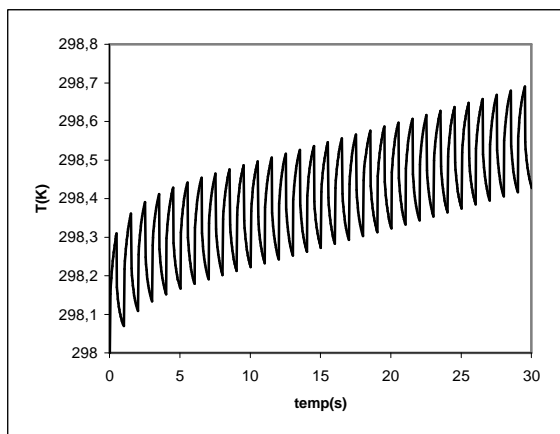
La figure (III.32) représente les variations de la température du centre de la source à flux périodique en fonction du temps et ce pour différentes périodes du flux débité.



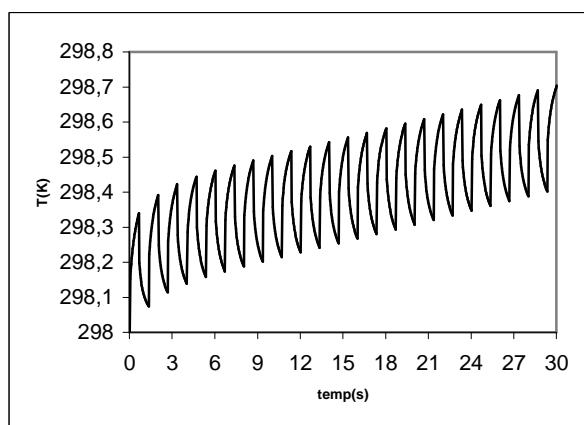
(a)



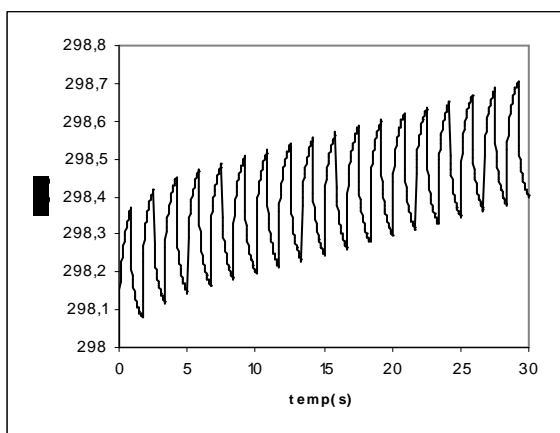
(b)



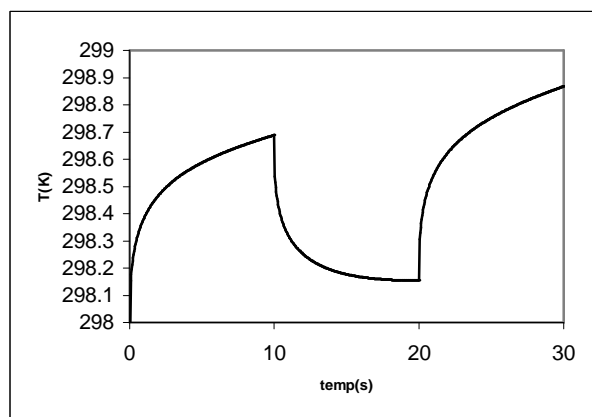
(c)



(d)



(e)



(f)

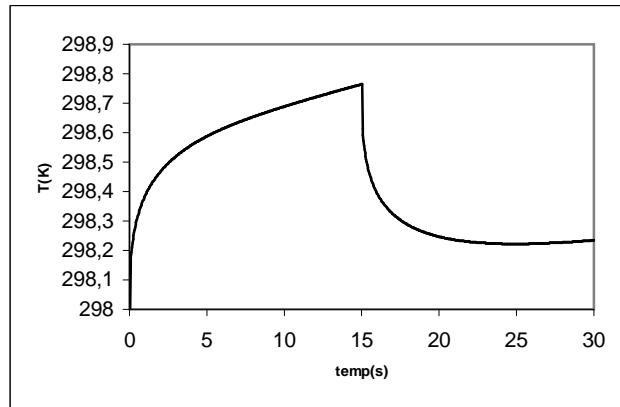


Figure III.32: Variation temporelle de la température du centre de la source pour différentes périodes du flux de chaleur. $Ra = 10^3$.

**(a): $P_c = 1s$, (b): $P_c = 2s$, (c): $P_c = 3s$, (d): $P_c = 4s$, (e): $P_c = 5s$,
 (f): $P_c = 10s$, (g): $P_c = 15s$.**

Conclusions générales

Conclusions générales:

Dans ce travail on a réalisé la simulation numérique des écoulements convectifs dans une cavité contenant de l'air et qui est discrètement chauffée par le bas. La simulation numérique, menée en 2D, a consisté en premier lieu à développer notre propre programme de calcul en se basant sur la méthode des volumes finis avec un schéma hybride et l'algorithme Simplé. Nos modélisation et procédure de simulation ont été validées en comparant les résultats qu'on obtient avec ceux d'autres auteurs. Par la suite une étude paramétrique a été menée et ce en considérant aussi bien le cas d'une seule source de chaleur que celui de deux sources en interaction. L'étude a consisté à faire varier le nombre de Rayleigh, le rapport d'aspect de la cavité, les positions des sources de chaleur et de voir leurs influences sur les champs de température et de vitesses ainsi que sur le nombre de Nusselt, qui caractérise le flux de chaleur transféré au sein de la cavité. On a considéré aussi bien le cas de sources débitant des flux de chaleur constants que celui de flux variables périodiquement. Des corrélations entre le nombre de Nusselt et les différents paramètres de contrôle ont été également obtenues. Les résultats obtenus nous ont déjà permis d'avoir une idée sur l'influence des différents paramètres considérés sur les écoulements et transferts convectifs au sein d'une cavité contenant de l'air et qui est soumise à des chauffages discrets. On espère que ce travail sera poursuivi dans le futur et permettra d'approfondir les résultats obtenus et de les appliquer directement dans des domaines tels la thermique du bâtiment ou dans le refroidissement des composants électroniques.

Références bibliographiques

Références bibliographiques:

- [1] **B. Binet**, Etude de la fusion dans des enceintes munies de sources de chaleur discrètes, Thèse de Doctorat en génie mécanique, Université de Sherbrooke (Québec), CANADA (1998).
- [2] **N. Ibrir**, Etude la convection naturelle dans une cavité rectangulaire contenant du métal liquide, Mémoire de magistère en mécanique, Université de Batna, Algérie (2006).
- [3] **T. Hadji**, Phénomènes couplés thermo-acoustiques dans la convection de Rayleigh-Bénard, Mémoire de magistère en mécanique, Université de Batna, Algérie (2003).
- [4] **J. H. Bae and J.M. Hyun**, Time-dependent buoyant convection in an enclosure with discrete heat sources, International Journal of Thermal Sciences, 43, 3–11(2004).
- [5] **H.H. Chu and S.W. Churchill**, The effect of heater size, location, aspect ratio, and boundary conditions on two-dimensional laminar natural convection in rectangular channels, J. Heat Transfer 98, 195–201(1976).
- [6] **B.L. Turner and R.D. Flack**, The experimental measurement of natural convective heat transfer in rectangular enclosures with concentrated energy sources, J. Heat Transfer, 102, 237–241 (1980).
- [7] **M.L. Chadwick and H.S. Heaton**, Natural convection from two-dimensional discrete heat sources in a rectangular enclosure, Int. J. Heat and Mass Transfer, 34, 1679–1693 (1991).
- [8] **M. Keyhani, V. Prasad and R. Cox**, An experimental study of natural convection in a vertical cavity with discrete heat sources, J. Heat Transfer, 110, 616-624 (1988).
- [9] **C. J. Ho and J.Y. Chang**, study of natural convection heat transfer in a vertical rectangular enclosure with two-dimensional discrete heating: effect of aspect ratio, Int. J. Heat Mass Transfer, 37, 917–925 (1994).

- [10] **G. Refai, G. and M.M.Yovanovich**, Influence of discrete heat source location on natural convection heat transfer in a vertical square enclosure, AIAA/ASME Thermophysics and Heat Transfer Conference, June 18-20, Seattle, Washington (1990).
- [11] **J. V. C. Vargas and A. Bejan**, Fundamentals of ice making by convection cooling followed by contact melting, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 38, 2833-2841 (1995).
- [12] **S. Douamna, M. Hasnaoui and B. Abourida**, Convection naturelle instationnaire dans une géométrie répétitive périodiquement chauffée par le bas: analyse par la transformation rapide de Fourier, *Int. J. of Thermal Sciences*, 38, 797–807(1999).
- [13] **K. Shigeo and A. Bejan**, Experimental study of natural convection in a cavity rectangular with different end temperatures, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 23, 1117-1126(1980).
- [14] **E.K. Lakhal and M. Hasnaoui**, Convection naturelle dans un cavité carrée chauffée périodiquement par le bas, *Revue générale de thermique*, 27, 480–485(1995).
- [15] **L.C. Lage and A. Bejan**, the resonance of natural convection in an enclosure heat periodically from the side, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 36, 2027–2038(1993).
- [16] **H.S. Kwak and J. M. Hyun**, Resonant enhancement of natural convection heat transfer in a square enclosure, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 41, 2837–2846(1998).
- [17] **L.F. Jin , K.W. Tou and C. P. Tso**, Effects of rotation on natural convection cooling from three rows of heat sources in a rectangular cavity, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 48, 3982–3994 (2005).
- [18] **S. V. Patankar and D. B. Spalding**, A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum transfert in three-dimensional Parabolic Flows, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 15, 1787– 1790 (1972).

- [19] **H. K. Versteeg and W. Malasekera**, An introduction to computational fluid dynamics, the finite volume method, Editions John Wiley and Sons, (1995).
- [20] **I. Chtcherbatski**, Analyse Numérique cours et problèmes, Office des publications universitaires, Algérie.
- [21] **B. Calcagni, F. Marsili and M. Paroncini**, Natural convective heat transfer in square enclosures heated from below, Applied Thermal Engineering, 25, 2522–2531(2005).